



**UNIVERSIDAD MICHOACANA DE
SAN NICOLAS DE HIDALGO**

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO - MATEMÁTICAS

“MAT. LUIS MANUEL RIVERA GUTIÉRREZ”

**“MODELO MATEMÁTICO DEL ACUÍFERO PROFUNDO DEL VALLE DE
MÉXICO USANDO DIFERENCIAS FINITAS Y SUPERFICIES FINITAS
INTEGRADAS: SIMULACIÓN NUMÉRICA CON EL PROGRAMA
MODFLOW”**

TESIS

PARA OBTENER EL TITULO

**LICENCIADO EN
CIENCIAS FÍSICO - MATEMÁTICAS**

PRESENTA

JORGE ARMANDO TINOCO MICHEL

ASESOR

DR. MARIO CÉSAR SUÁREZ ARRIAGA

UMSNH

CO-ASESOR

DR. PETER BIRKLE

IIE

junio /2005

INDICE

CAPITULO	PAGINA
0. NOMENCLATURA	4
1. RESUMEN	8
2. INTRODUCCION	10
2.1 Antecedentes Históricos	10
2.2 Introducción a los Fluidos	11
2.2.1 Propiedades de los Fluidos	12
2.3 Ciclo Hidrológico	14
2.3.1 Agua Subterránea	16
2.3.2 Contaminación	17
2.4 Conceptos de Acuífero	18
2.5 Tipos de Acuífero	18
2.5.1 Características Litológicas	18
2.5.2 Características Hidráulicas	19
2.6 Ley de Darcy	19
3. MODELADO MATEMATICO	21
3.1 Modelado Matemático	21
3.2 Tipos de Modelos en Hidrología y Contaminación de Aguas Subterráneas	22
3.3 Método Diferencias Finitas	24
3.4 Método Elementos Finitos	26
3.5 Método de Superficies Finitas Integradas (SFI)	27
3.6 Ecuaciones Básicas de Flujo en Medios Porosos	29
3.7 Forma Diferencial del Principio de Conservación de Masa en Medios Porosos (PMMMP)	30
3.8 Forma Integral (PCMMP)	31
3.8.1 Teoría de las Ecuaciones de Flujo con el Método de Superficies Finitas Integradas (SFI)	31
3.9 Forma Aproximada (PCMMP)	34
4. MODELADO NUMERICO	38
4.1 Breve descripción del software MODFLOW	38
4.1.1 Descripción	39

5. MODELADO DEL ACUIFERO PROFUNDO DEL VALLE DE MEXICO	41
5.1 Metodología de la simulación	44
6. RESULTADOS Y GARFICAS	46
7. CONCLUSIONES Y SUGERENCIAS	49
8. REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFIA	50
9. ANEXO TECNICO	53
9.1 Teorema del Valor Medio para Integrales en R^2 y R^3	53
9.2 Teorema General de STOKES	53
9.3 Teorema de la Divergencia	54
9.4 FORTRAN	56
9.4.1 Evolución del Lenguaje	56
10. LISTA DE FIGURAS, Y TABLAS	57

0. NOMENCLATURA

Alfabeto Latino

TÉRMINO	SIGNIFICADO	UNIDADES
A	Área de Flujo	$[m^2]$
d_i	Distancia internodal entre S_{ni} y el centro geométrico de S_i	$[m]$
d_n	Distancia internodal entre S_{ni} y el centro geométrico de S_n	$[m]$
\overline{F}_{ni}	Flujo Promedio de Masa a través de cada interface S_{ni}	$[kgm^2/s]$
F_n		
g	Intensidad del Campo Gravitacional	$[m^2/s]$
k	Conductividad Hidráulica	$[m/s]$
K	Tensor de la Permeabilidad	$[m^2]$
K_{ni}	Permeabilidad Promedio en la interface S_{ni}	$[m^2]$
$NaCl$	Cloruro de Sodio	$[]$
P	Presión de Fluido	$[Pa]$
P_i	Presión promedio del fluido en el elemento V_i	$[Pa]$
P_n	Presión promedio del fluido en el elemento V_n	$[Pa]$
q	Gasto del Fluido Másico Extraído o Inyectado	$[kg/s]$

q_m	Producción o inyección interna de masa	$[kgm^2/s]$
q_n	Gasto Promedio de Fluido Extraído o Inyectado en V_n por unidad de Volumen	$[kg m^3/s]$
Q	Gasto Volumétrico	$[m^3/s]$
S	Superficie	$[m^2]$
S_i	Superficie Total del i-ésimo elemento V_i en contacto con V_n	$[m^2]$
S_n	Superficie del n-ésimo elemento de la malla cubriendo al volumen V_n	$[m^2]$
S_{ni}	Interface Frontera entre las Superficies S_n y S_i	$[m^2]$
V	Volumen del Medio Poroso Fracturado	$[m^3]$
V_i	Volumen del i-ésimo medio	$[m^3]$
V_n	Volumen n enésimo en la malla discretizando el reservorio ($n = 1, N$)	$[m^3]$

Alfabeto Griego

TÉRMINO	SIGNIFICADO	UNIDADES
β	Peso Específico	$[m^2]$
θ_{ni}	Ángulo de la gravedad con la normal en la interface S_{ni}	$[rad]$
μ	Viscosidad Dinámica del Fluido	$[Pa \cdot s]$
μ_{ni}	Viscosidad Promedio del Fluido al cruzar la interface S_{ni}	$[Pa \cdot s]$

ρ	Densidad del Fluido en cualquier Medio Continuo	$[kg/m^3]$
$\bar{\rho}_n$	Densidad Promedio del Fluido en el volumen V_n	$[kg/m^3]$
ρ_{ni}	Densidad Promedio del Fluido al cruzar la Interface S_{ni} entre V_n y V_i	$[kg/m^3]$
$\bar{\phi}_n$	Porosidad Efectiva Promedio en el volumen V_n	$[ad]$

Operadores Diferenciales

TÉRMINO	SIGNIFICADO	UNIDADES
$\frac{dh}{dl}$	Gradiente hidráulico	$[]$
$\frac{\partial (\pi \phi)}{\partial t}$	Cambio instantáneo de masa en cada volumen S_{ni}	$[]$
$\frac{\partial}{\partial T} \int_{V_n} \rho \phi dV$	Cambio instantáneo de Masa	$[]$
$\bar{\nabla} P$	Operador Gradiente de P en la Base Cartesiana	$[Pa \cdot m^{-1}]$
$\bar{\nabla} \cdot \bar{F}_M$	Divergencia del flujo de masa en cada volumen	$[]$
Δt	Paso de tiempo en la diferencia Finita	$[s]$

Operadores Integrales

TÉRMINO	SIGNIFICADO	UNIDADES
\int_{V_n}	Integral de volumen sobre V_n	$[]$

\int_{S_n}	Integral de superficie sobre V_n	[]
$\int_{V_n} \nabla \cdot \vec{F}_M dV = - \int_{S_n} \vec{F}_M \cdot \vec{n} dS$	Teorema de la Divergencia	[]
$-\int_{S_n} \vec{F}_M \cdot \vec{n} dS$	Flujo de fluido normal a la superficie S_n	[]
$\int_{V_n} q_M dV$	Producción o Inyección total interna a V_n	[]

Siglas empleadas

SIGLAS	SIGNIFICADO
DF	Diferencias Finitas
EF	Elementos Finitos
EDP	Ecuaciones Diferenciales Parciales
TVMPI	Teorema del Valor Medio para Integrales
DP	Derivadas Parciales

1. RESUMEN

El volumen explotable de un acuífero, es una variable de decisión a ser determinada como parte de un plan de gestión de agua. Debido a lo anterior, se hace necesario el desarrollo de modelos matemáticos que simulen el problema, y que entreguen información sobre el potencial del sistema regional de agua subterránea a para su bombeo y recarga artificial.

La modelación matemática de flujo de agua subterránea y transporte de contaminantes representa una importante herramienta para el diseño de sistemas de remediación basados en la extracción y tratamiento de aguas subterráneas. El presente trabajo se expone asimismo un caso real de aplicación de un Modelado Matemático y Numérico de flujo en el Acuífero profundo en la cuenca del Valle de México, este valle, situado aproximadamente a 2,400 metros, (7,874 pies) sobre el nivel del mar (msnm), está rodeado de sierras de origen volcánico con cumbres que alcanzan alturas superiores hasta los 5 mil metros.

El abatimiento de los niveles piezométricos en los pozos, los daños a edificios, la infraestructura de la ciudad de México, y la baja calidad del agua potable de la cuenca del valle de México son consecuencias de la sobreexplotación de los acuíferos someros. Esta situación requiere de la búsqueda de nuevas alternativas que van desde un uso más eficiente del agua por parte de la población, en el mejoramiento en el sistema de manejo y explotación de la cuenca, hasta la explotación de acuíferos regionales profundos. A partir del estudio litológico de los pozos profundos.

Se presenta un Modelo Matemático aplicando el Método de Superficies Finitas Integradas (SFI) a las ecuaciones de flujo, para modelar el flujo del agua subterránea en un intervalo estratigráfico con características petrofísicas favorables en el valle de México.

El área de estudio es la región ubicada en el Distrito Federal. Se simuló el bombeo teórico de agua en 3 pozos (Roma, Mixhuca y Tulyehualco) y después con 17 mas con el programa “MODFLOW”, el cual se basa en el Método de Diferencias Finitas.

Apoyándome en datos reales proporcionados, tomados principalmente de Birkle et al (1998), incluyendo información litológica del área así como datos experimentales de petrofísica (Tabla 1, Birkle et al 2005, en preparación), se hizo un modelo matemático, y después con el software MODFLOW que utiliza Diferencias Finitas, se observó el comportamiento del acuífero, con la extracción de agua de 10 l/s a cada uno de los 20 pozos.

Dado que la recarga es menor a la extracción, en la zona de los 20 pozos se tiene un desequilibrio en el acuífero, la simulación se hizo con una extracción de $846 \text{ m}^3/\text{s}$ por cada pozo, dando un total de $16920 \text{ m}^3/\text{s}$, ahora simulado en 7300 días (20 años), el acuífero profundo se comporto de forma normal, y con las recargas pluviales de 700 mm/año se podrá tener agua subterránea por un largo tiempo.

2. INTRODUCCIÓN

2.1 Antecedentes Históricos

La mecánica de fluidos podría aparecer solamente como un nombre nuevo para una ciencia antigua en origen y realizaciones, pero es más que eso, corresponde a un enfoque especial para estudiar el comportamiento de los líquidos y los gases.

Los principios básicos del movimiento de los fluidos se desarrollaron a través de los siglos XVI al XIX como resultado del trabajo de científicos como Da Vinci, Galileo, Torricelli, Pascal, Bernoulli, Euler, Navier Stokes, Kelvin, Reynolds y otros que hicieron aportes teóricos significativos a lo que se denomina hidrodinámica. También en el campo de hidráulica experimental hicieron importantes contribuciones Chezy, Ventura, Hagen, Manning, Pouseuille, Darcy, Froude y otros, fundamentalmente durante el siglo XIX.

Hacia finales del siglo XIX la hidrodinámica y la hidráulica experimental presentaban una cierta rivalidad. Por una parte, la hidrodinámica clásica aplicaba con rigurosidad principios matemáticos para modelar el comportamiento de los fluidos, para lo cual debía recurrir a simplificar las propiedades de estos. Así se hablaba de un fluido real. Esto hizo que los resultados no fueran siempre aplicables a casos reales. Por otra parte, la hidráulica experimental acumulaba antecedentes sobre el comportamiento de fluidos reales sin dar importancia a la formulación de una teoría rigurosa.

La mecánica de fluidos moderna aparece a principios del siglo XX como un esfuerzo para unir estas dos tendencias: experimental y científica. Generalmente se reconoce como fundador de la mecánica de fluidos moderna al alemán L. Prandtl (1875-1953). Esta es una ciencia relativamente joven a la cual se le siguen haciendo importantes contribuciones.

2.2 Introducción a los fluidos

Fluido: Fluido es una sustancia que se deforma continuamente, o sea se escurre, cuando esta sometido a un esfuerzo de corte o tangencial. Es el estado de la materia en el que la forma de los cuerpos no es constante, sino que se adapta a la del recipiente que los contiene. La materia fluida puede ser trasvasada de un recipiente a otro, es decir, tiene la capacidad de fluir. Los líquidos y los gases corresponden a dos tipos diferentes de fluidos.

Los primeros tienen un volumen constante que no puede mortificarse apreciablemente por compresión. Se dice por ello que son fluidos incompresibles. Los segundos no tienen un volumen propio, sino que ocupan el del recipiente que los contiene; son fluidos compresibles porque, a diferencia de los líquidos, sí pueden ser comprimidos.

De esta forma lo que define al fluido es su comportamiento y no su composición.

2.2.1 Propiedades de los Fluidos

Los fluidos, como todos los materiales, tienen propiedades físicas que permiten caracterizar y cuantificar su comportamiento así como distinguirlos de otros. Algunas de estas propiedades son exclusivas de los fluidos y otras son típicas de todas las sustancias. Características como la viscosidad, tensión superficial y presión de vapor solo se pueden definir en los líquidos y gases. Sin embargo la masa específica, el peso específico y la densidad son atributos de cualquier materia.

a) Densidad o Masa Especifica: Es la propiedad que nos permite medir la ligereza o pesadez de una sustancia. Cuanto mayor sea la densidad de un cuerpo, más pesado nos parecerá. Se designa por ρ y se define:

Como el cociente entre la masa de un cuerpo y el volumen que ocupa.

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \text{unidades: } [kg/m^3]$$

Es la relación que existe entre la masa específica de una sustancia cualquiera y una sustancia de referencia. Para los líquidos se utiliza la masa específica del agua a $4^{\circ}C$ como referencia, que corresponde a 1 g/cm^3 y para los gases se utiliza el aire con

masa específica a $20^{\circ}C$ y de presión es $1204 \frac{kg}{m^3}$.

b) Peso Especifico: Corresponde a la fuerza con que la tierra atrae a una unidad de masa se designa por β . La masa y el peso específico están relacionados por:

$$\beta = g P$$

^g Intensidad del campo gravitacional.

c) Viscosidad: Es la resistencia que opone un fluido a deformarse continuamente cuando se le somete a un esfuerzo de corte. Esta propiedad es utilizada para distinguir el comportamiento entre fluidos y sólidos.

d) Presión: Se define presión como el cociente entre la componente normal de la fuerza sobre una superficie y el área de dicha superficie. (unidades pascal).

$$P = \frac{F_n}{S}$$

e) Compresibilidad: Es la relación entre los cambios de volumen y los cambios de presión a que esta sometido un fluido.

2.3 Ciclo Hidrológico

El agua es un componente importante de la dinámica de nuestro planeta. (U.S Geological Survey).

Tabla 1

Almacenes de agua en la hidrosfera	(%) Porcentaje de agua total
Océanos	97,6
Ríos y lagos	0,017
Humedad en el suelo	0,01
Glaciares	1,9
Agua subterránea	0,5
Vapor de agua en la atmósfera	0,001
TOTAL	100

Fig. 1 Un breve resumen del ciclo del agua (USGS)

El ciclo del agua no se inicia en un lugar específico, pero para esta explicación asumimos que comienza en los océanos. El agua de los océanos se calienta por energía térmica del Sol, y se evapora hacia el aire como vapor de agua. Corrientes ascendentes de aire llevan el vapor a las capas superiores de la atmósfera, donde el enfriamiento causa que el vapor de agua se condense y forme las nubes. Las corrientes de aire mueven las nubes sobre el globo, las partículas de nube colisionan, crecen y caen en forma de precipitación. Parte de esta precipitación cae en forma de nieve, y se acumula en capas de hielo y en los glaciares, los cuales pueden almacenar agua congelada por miles de años.

En zonas con climas más calidos, la nieve acumulada se funde y derrite cuando llega la primavera. La nieve derretida corre sobre la superficie del terreno como agua de deshielo y a veces provoca inundaciones. La mayor parte de la precipitación alimenta los océanos y una menor parte sobre la tierra, donde, debido a la gravedad, corre sobre la superficie como escorrentía superficial (conjunto de las aguas que se desplaza por la superficie terrestre gracias a la fuerza de la gravedad, es la lámina de agua que circula en una cuenca de drenaje, es decir la altura en milímetros de agua de lluvia escurrida y extendida uniformemente) con descarga hacia los océanos.

El agua de escorrentía y el agua subterránea que brota hacia la superficie, se acumula y almacena en los lagos de agua dulce. No toda el agua de lluvia fluye hacia los ríos, sino una gran parte de agua infiltrada es absorbida por el suelo como infiltración como se muestra en la Figura 2 (USGS).

El agua subterránea que se encuentra a poca profundidad, es tomada por las raíces de las plantas y transpirada a través de la superficie de las hojas, regresando a la atmósfera (Zona no-saturada). Otra parte del agua infiltrada alcanza las capas más profundas de suelo y recarga los acuíferos (Zona saturada), los cuales almacenan grandes cantidades de agua dulce por períodos extensos. A lo largo del tiempo, esta agua continua moviéndose, parte de ella retornará a los océanos, donde el ciclo del agua se “cierra”...y comienza nuevamente.

El agua subterránea ocupa una menor parte del ciclo hidrológico, pero no por ello menos importante. Si ampliamos el proceso de infiltración en el entorno del subsuelo se podría ver la migración de las aguas subterráneas hacia manifestaciones superficiales (Fig. 3).

Sin embargo se producen varias alteraciones en el sistema que modifican las condiciones naturales, como por ejemplo la influencia del hombre en vertidos químicos y captaciones del agua subterránea (Fig.4).

2.3.1. Agua Subterránea

La mayoría del agua está accesible en forma de estanques, ríos, océanos, riachuelos, lagos, charcos, y otros lugares sobre la superficie. Lo que no vemos es el agua que existe bajo la tierra. Al agua que se ha filtrado bajo la tierra se llama agua subterránea.

Si se pudiera ir dentro de la tierra, eventualmente se llegaría a suficiente profundidad para ver que todas las rocas están saturadas de agua. ¡Entonces haz llegado a la zona de saturación! A la altura de la zona de saturación se le conoce como nivel freático. En la figura (5), usted puede notar cómo la tierra bajo el manto freático (área color azul) está saturada de agua. La "zona no saturada" arriba del manto freático (área color verde) todavía contiene agua, pero no está totalmente saturada de agua. En los dos dibujos al final del diagrama, se muestra cómo el agua se deposita y guarda entre las partículas de roca subterránea.

Por debajo de la superficie, los acuíferos se ubican en diferentes profundidades. En zonas áridas, el nivel freático de los acuíferos se encuentra a mayor profundidad, pero en zonas de clima húmedo la tabla de agua está a menor profundidad. Donde el nivel freático de los acuíferos se encuentra más alta que el nivel de la superficie de la tierra, se descargan manantiales, ríos y lagos sobre la tierra.

El agua subterránea puede contaminarse, a causa de actividades humanas, por ejemplo por la perforación de pozos que llegan a los acuíferos. El agua contaminada contiene químicos como pesticidas o fertilizantes. La calidad del agua de los pozos necesita ser examinada con frecuencia, a fin de asegurarse de que no están contaminados.

2.3.2 Contaminación

En general, la contaminación del acuífero depende de su contexto de ubicación como la cercanía de actividades industriales. De ahí se podrían mencionar algunos como: Los tanques sépticos, los botaderos de basura de la ciudad, las aguas de desecho de las industrias; todo esto podría contaminar a las aguas subterráneas con fosfatos y otros agentes espumosos provenientes de detergentes.

Demasiada sal en las carreteras congeladas podría ocasionar contaminación a causa del cloruro de sodio (NaCl), así como de cloruro de cadmio, cromo y contaminantes de sodio. Otro contaminante común de las aguas subterráneas es el fertilizador de nitrato usado en las granjas, ya que el nitrato es saludable para las plantas, pero tóxico para los humanos.

2.4 Concepto de Acuífero

Acuífero (del latín *fero*=llevar). Formación Geológica que contiene agua en cantidad apreciable con la capacidad de migración hidráulica.

Ejemplos: Sedimentos clásicos como arena y grava; también rocas fracturadas o alteradas como intrusiones de granito.

2.5.-Tipos de Acuíferos

2.5.1 Características Litológicas

Acuicludo - (del latín *cludo*=cerrar). Se les llama así a aquellas formaciones geológicas que contienen agua en su interior, incluso hasta la saturación, pero no la transmiten y por lo tanto no es posible su explotación.

Ejemplos: Limos, arcillas. Un m^3 de arcillas contiene mas agua que el mismo volumen de arenas, pero el agua está atrapada. No se puede salir por gravedad, y por tanto no podrá circular en el subsuelo ni bajo condiciones naturales ni hacia un pozo que está bombeado.

Acuitardo - (del latín *tardo=retardar, impedir*). Son formaciones geológicas que contiendo cantidades apreciables de agua, las trasmite muy lentamente, por lo que tampoco son aptos para el emplazamiento de captaciones. Sin embargo, bajo condiciones especiales, permite la recarga vertical profunda de otros acuíferos.

Ejemplo: Arenas arcillosas, areniscas, rocas compactas con alteración y/o fracturación moderada

Acuifugo - (del latín *fugo=rechazar, ahuyentar*). Son aquellas formaciones geológicas que no son capaces de retener agua porque no permite que circule a través de ella.

Ejemplos: Granito no alterados y no fracturados.

2.5.2 Características Hidráulicas

No confinados Son aquellos acuíferos que están totalmente abiertos a la atmósfera, así que sus condiciones de presión corresponden directamente a su elevación. También conocidos como acuíferos libres.

Confinado Son los acuíferos cerrados a la atmósfera, generalmente los confina un acuicludo por condiciones impermeables. También se les domina artesianos, o acuíferos a presión.

2.6. Ley de Darcy

En 1856, un Ingeniero hidráulico Francés, **Henry Darcy**, trabajando en filtros de arena sin consolidar, reportó haber encontrado que el gasto de un fluido a través de un medio poroso, es directamente proporcional a las pérdidas de carga e inversamente proporcional a la trayectoria recorrida por el fluido.

Esto puede ser expresado como:

$$q \approx \frac{dq}{dx} \quad (1)$$

Referido en la figura (6). Darcy encontró que $Q \propto h_L$ y que $Q \propto 1/L$.
Introduciendo una constante k ,

$$Q = -k A \frac{h_L}{L} \quad (2)$$

O bien, en términos generales:

$$Q = -k A \frac{dh}{dl}$$

ó

$$v = \frac{Q}{A} = -k \frac{dh}{dl} \quad (3)$$

En donde:

Q → Es el gasto volumétrico, $\frac{m^3}{s}$

k → Es la Conductividad Hidráulica, $\frac{m}{s}$ (Nota: tiene unidades de velocidad)

A → Es el área de flujo, m^2

dh/dl → Es el Gradiente Hidráulico

Algunos autores prefieren denominar coeficiente de permeabilidad a la conductividad hidráulica, pero ambos términos denotan el mismo concepto y derivan de la ley de Darcy.

3. MODELADO MATEMÁTICO

3.1. Modelo Matemático

El *Modelo Matemático* es una herramienta auxiliar fundamental en los estudios de fenómenos tanto naturales como artificiales. Su uso y desarrollo se justifican ampliamente por la ayuda que brinda en la comprensión y verificación de mecanismos de comportamiento específicos de esos sistemas naturales. También por sus capacidades de predicción y retrodicción, al permitir la estimación cuantitativa tanto de comportamientos futuros que aun no son observados, como de procesos que ya no son observables, pero que dieron origen al fenómeno actual (Suárez, 2000).

Un modelo científico es una herramienta que reproduce el funcionamiento de un sistema natural, y cuyo objetivo es el estudio y el análisis del mismo bajo diferentes condiciones. Permite asimismo obtener una visión de conjunto de los procesos naturales que en él pueden actuar, y analizar la incidencia de cada uno de los factores o variables presentes, pudiendo predecir su comportamiento y respuesta cuando es sometido a unas situaciones de estrés determinadas.

Un modelo es una reproducción simulada de un sistema en el que se idealizan y se simplifican en mayor o menor medida las condiciones y los procesos más importantes que ocurren en el lugar de interés. Ello tiene una gran utilidad, ya que si se tiene una reproducción simplificada del sistema, se puede experimentar con él, prediciendo su comportamiento ante posibles cambios o actuaciones que sobre él se realicen o produzcan.

El Modelo Matemático puede usarse para combinar y verificar una o varias hipótesis sobre la conducta compleja del sistema y compararlas contra lo que se está observando y midiendo durante su evolución. Las ecuaciones del modelo son suposiciones que definen el comportamiento supuesto de un continuo ideal.

Aunque matemáticamente, toda hipótesis constituida presentada en forma de ecuación, es una definición, en realidad se llega a ella por experiencias físicas fortalecidas por evidencias experimentales. Por ello a las ecuaciones constitutivas del modelo, se les refiere frecuentemente como leyes fenomenológicas (Suárez, 2000).

3.2 Tipos de Modelos en Hidrología y Contaminación de Aguas Subterráneas

Desde el punto de vista de la aplicación de la modelación para sistemas hidrogeológicos, existen diferentes tipos de modelos, así como diferentes soportes sobre los que simular los procesos naturales objetos de estudio:

- **Modelos físicos:** Reproducción a escala de un fenómeno natural. (Ejemplo. Modelos de tanques de arena y agua para la simulación de corrientes de flujo). El problema que presentado es que el comportamiento de los materiales utilizados, así como su escala, no reflejan en muchos casos el comportamiento natural real.

- **Modelos analógicos:** Se valen de leyes físicas parecidas a las que rigen el comportamiento del sistema para caracterizar y/o interpretar el fenómeno natural (Ejemplo. Modelos de membrana elástica, en la que la forma de una membrana elástica tensada se deforma exactamente igual que un cono de bombeo de agua, por lo que su ecuación coincide con la ecuación de dicho cono de bombeo). Se basan en fórmulas simples, no admiten heterogeneidades y ofrecen una solución exacta en el punto de cálculo.

• **Modelos digitalizados o numéricos:** Requieren una discretización espacial y temporal y soportan heterogeneidades. Resuelven la ecuación diferencial de continuidad mediante matrices en cada una de las unidades (celdas) en la que se ha discretizado el sistema a simular. Son los más utilizados en hidrogeología e investigación y gestión de acuíferos contaminados. Pueden ser utilizados para simular diferentes procesos:

a) Modelos de flujo: Son los modelos hidrogeológicos clásicos, que informan acerca de la distribución del potencial hidráulico en el espacio y en el tiempo para cada una de las celdas definidas en el modelo (Ejemplo,. Cálculo de radios de influencia de los conos de bombeo de un campo de extracción)

b) Modelos de transporte de masa: Se basan en el sistema de flujo definido anteriormente, y permiten calcular la concentración y establecer la evolución de una determinada especie química en el espacio y en el tiempo (Ejemplo, evolución de una pluma de contaminante provocada por la rotura de un tanque subterráneo).

c) Modelos de transporte de calor: A partir del modelo de flujo establecido, permite obtener la evolución de las temperaturas (intercambio de calor) de cada una de las unidades discretizadas del sistema en el espacio y en el tiempo. Su aplicación en la hidrogeología de acuíferos es menos requerida, pero se aplica en yacimientos profundos de la geotermia, en el aprovechamiento del gradiente geotérmico terrestre y en sistemas hidrotermales para el aprovechamiento energético.

3.3. Método Diferencias Finitas. (Núñez, 2000)

El Método de Diferencias Finitas es un método de carácter general que permite la resolución aproximada de ecuaciones diferenciales definidas en recintos finitos. Probablemente es el primer método numérico utilizado en la resolución de problemas de la mecánica; existe documentación en la que se prueba que Gauss utilizó este método. Su uso se generalizó con la aparición de los primeros ordenadores, y la bibliografía sobre el mismo es abundante en los años 60's, especialmente en relación con el análisis de guías de onda.

Por su sencillez conceptual y los pocos conocimientos matemáticos necesarios para su aplicación, el Método de Diferencias Finitas constituye un mecanismo idóneo para la resolución de problemas de geohidrología. Este trabajo se centrará fundamentalmente en la solución de problemas estáticos, en los que la aplicación de dicho método nos permite solucionar una amplia y variada gama de constelaciones.

El Método de Diferencias Finitas obtiene una solución aproximada de las ecuaciones diferenciales definidas en una región de trabajo. Sobre dicha región habrá definidas unas condiciones de contorno o frontera y unas condiciones iniciales que marcarán el punto de partida en la solución de problemas concretos.

El primer paso para la aplicación del método es definir la región para calcular el valor de la función incógnita a resolver. Dicha región, que en este caso particular será de dos dimensiones, se discretiza en un número variable de puntos formando una malla o matriz rectangular. Esos puntos se llamarán nodos.

La aplicación del Método de Diferencias Finitas sobre en la región dará como resultado conocer el valor de la función incógnita en cada uno de esos nodos. El número y disposición de los mismos depende de la exactitud que se desea en las soluciones.

El método aproxima la función incógnita en cada nodo por su desarrollo en serie de Taylor, como de muestra en la Figura 7.

El número de términos del desarrollo, que se tendrán en cuenta, será el suficiente para que junto con las condiciones de contorno y las condiciones iniciales, sea posible eliminar las derivadas y obtener, de este modo, una ecuación que nos permita conocer el valor de la función en cada nodo. Dicha ecuación, como se verá más adelante, relaciona el valor de la función en un nodo con el valor de la función en los nodos adyacentes.

El proceso anterior se repite para cada uno de los nodos, obteniéndose un sistema de ecuaciones, cuya resolución conduce a la obtención de la solución aproximada que estábamos buscando. La solución del sistema de ecuaciones es un proceso iterativo que puede resolverse utilizando diferentes métodos. La aplicación de un método u otro y el número de iteraciones que consideremos influirán en el resultado final.

Núñez (2000) describe las siguientes ventajas e inconvenientes del Método Diferencias Finitas

VENTAJAS

1. Intuitivo, simple, conocido y comprobado en el mercado.
2. Más programas disponibles en el mercado.

INCONVENIENTES

1. Malla rectangular necesaria para la discretización.
2. Dificil adaptación a sistemas geológicos muy complejos con capas muy deformadas e irregulares.

3.4. Método Elementos Finitos.

El concepto básico de este método es el de dividir el continuo en un número finito de elementos (de allí su nombre), es decir discretizar el continuo y resolver sobre cada uno de los elementos las ecuaciones del sistema para después ensamblar la solución total.

El Método Elementos Finitos (MEF) fue propuesto primero en 1943, pero no fue hasta 1956 que se presentaron los primeros resultados obtenidos con este método y en 1960 se le llamó al método como se le conoce ahora (Núñez, 2000)

Para construir un modelo numérico se define un número finito de puntos, los cuales podrán estar unidos por líneas para formar superficies y sólidos para estudiar la geometría. Estos puntos son llamados nodos, éstos se encuentran en las fronteras de los elementos que se generaron por la discretización del continuo, además son los responsables de mantener la continuidad al mantener unidos a los elementos. El sistema es ahora un conjunto de elementos unidos mediante nodos.

Las ecuaciones aritméticas que se reemplazan a las ecuaciones diferenciales que gobiernen al sistema objeto de estudio, se conocen como ecuaciones de discretización. Para llegar a ellas se utilizan diversas técnicas matemáticas, las más comunes son: aproximación directa, método variacional, método de residuos ponderados, series de Taylor, y balance de energía.

El Método Elemento Finito tiene las siguientes ventajas e inconvenientes (Núñez, 2000)

VENTAJAS

1. Discretización mas versátil / eficiente en zonas de interés solamente.
2. Los Pozos pueden ser representados como nodos discretos.
3. Buena adaptación a geometrías de geología compleja.
4. Tensor de permeabilidad \mathbf{K} totalmente representado.

INCONVENIENTES

1. Teoría más compleja.
2. Pueden ocurrir errores locales en el balance del agua.

3.5. Método Superficies Finitas Integradas

Los fenómenos de transporte en los reservorios produce una transferencia neta de masa. Sus características físicas son descritas por una ecuación general que engloba derivadas parciales, variaciones dentro de volúmenes y flujos a través de superficies. Para procesos reales, que involucren medios continuos en tres dimensiones y fronteras de formas arbitrarias, los métodos de resolución son esencialmente numéricos. Las técnicas numéricas tradicionales usadas en la resolución de este tipo de problemas de transporte, diferencias finitas (*DF*) y elementos finitos (*EF*), tienen ventajas y desventajas bien conocidas (ver Capitulo. 3.3 y 3.4). Ambos son los métodos numéricos más importantes y extendidos para resolver ecuaciones en derivadas parciales.

Las primeras técnicas empleadas fueron las diferencias finitas, cuyo origen se remonta a los inicios del cálculo diferencial, donde los procedimientos de uso han sido ampliamente documentados desde hace décadas. Además de las desventajas indicadas en 3.3, los defectos técnicos principales de las *DF* pueden resumirse en 3 (Suárez, 2000):

1. Hay un error geométrico considerable al aproximar regiones curvas con mallas rectangulares de DF .
2. Las DF carecen de un método unificado y eficiente para tratar condiciones de frontera internas.
3. Se presentan dificultades para construir esquemas DF de mayor o alta precisión.

MacNeal (1953) (Suárez, 2000) usó interpolaciones integrales para establecer las DF sobre redes irregulares, reduciendo de esta manera el error geométrico. Esto proporciona, al mismo tiempo, un manejo eficaz de condiciones de frontera internas. Pero el problema de construir esquemas DF no alcanza la perfección de los Elementos Finitos.

En este trabajo de tesis se introduce una técnica numérica poco difundida y casi desconocida en México, que ha sido empleada con éxito en problemas de hidrológica subterránea y en la simulación de sistemas hidrotermales.

Con esta técnica de las Superficies Finitas Integradas (SFI), se integran los volúmenes discretizados del dominio espacial, en una, dos o tres dimensiones, dentro del cual tiene lugar el proceso de transporte a modelar. Este método une la potencia del Elemento Finito con la simpleza de las Diferencias Finitas. El método permite el manejo de heterogeneidades y discontinuidades entre elementos vecinos de forma sencilla e intuitiva.

Esta técnica de SFI es aplicable para a la transferencia de calor, el flujo en acuíferos, a la dispersión de contaminantes y al transporte simultáneo de líquido, gas y calor en yacimientos de petróleo y geotérmicos. El uso del EF, desde luego no se limitan a estos problemas, pues se aplica a una amplia gama brindando una riqueza de aplicaciones inigualable. Se calcula que existen unas 9,000 aplicaciones en su uso.

Las SFI es un método menos conocido y ha sido poco documentado. Son llamadas Diferencias Finitas Integrales (DFI) o Surface Integrated Finite Differences (SIFD) en la literatura anglosajona. Según Narasimhan y Witherpoon (1976), MacNeal (1953) fue el primer analista que empleo un embozo de DFI para resolver problemas con valores en la frontera; Tyson-Weber (1964) y Cooley (1971) lo emplearon en problemas de flujo subterráneo. Dusenberre (1961) y Edwards (1972) reportan algunos usos en los procesos de la transferencia de calor.

En 1976, Narasimhan y Witherpoon describen por primera vez el método como una herramienta adecuada para estudiar el movimiento de fluidos e los acuíferos. En 1988 Pruess lo utiliza para simular numéricamente el comportamiento de sistemas multicomponentes con transferencia de calor, en medios porosos y fracturados.

Suárez y de La Torre (1992) lo adaptan a un modelo bidimensional de flujo bicomponente con transporte de energía. El método de SFI es aplicable a todos los fenómenos de transporte que satisfagan la ecuación general planteada abajo.

3.6 Ecuaciones Básicas de Flujo

Supongamos un fluido en una sola fase de agua líquida, por ejemplo. Ese fluido esta contenido en una roca, con un valor específico de porosidad ϕ y fluye a través de ella con una velocidad de infiltración, (Hasser et al, 1970):

$$\vec{v} = \vec{v} (x, y, z, t) \quad (4)$$

Si ρ es la densidad del fluido entonces el vector flujo de masa es:

$$\vec{F}_M = \rho \vec{v} \quad (5)$$

$$\text{unidades: } \left[\frac{kg \ m}{m^3 \ s} \right] = \left[\frac{kg}{m^2 \ s} \right]$$

\vec{V} Obedece a una Ley Empírica llamada **Ley de Darcy**, en la cual el flujo en un medio poroso es dada por:

$$\vec{V} = -\frac{K}{\mu} (\vec{\nabla} P - \rho \vec{g}) \quad (6)$$

K Es el tensor de la permeabilidad $K = \begin{pmatrix} K_x & 0 & 0 \\ 0 & K_y & 0 \\ 0 & 0 & K_z \end{pmatrix}$

P Es la presión del fluido

μ Es la viscosidad dinámica

g La aceleración de la gravedad en el sitio

La ecuación de conservación de la masa representa una previsión de la adición y sustracción de masa de una región concreta de un fluido.

3.7 Forma Diferencial del Principio de Conservación de Masa en Medios Porosos (PCMMP)

$$\frac{\partial(\rho \varphi)}{\partial t} + \bar{\nabla} \cdot \bar{F}_M = q_M \quad (7)$$

Donde:

$$\frac{\partial(\rho \varphi)}{\partial t} \quad \text{Cambio de instantáneo de masa en cada volumen } dV$$

$$\bar{\nabla} \cdot \bar{F}_M \quad \text{Divergencia del flujo de masa en } dV$$

q_M Producción o inyección interna de masa.

3.8 Forma Integral del Principio

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V_n} \rho \varphi dV = - \int_{V_n} \bar{\nabla} \cdot \bar{F}_M dV + \int_{V_n} q_M dV \quad (8)$$

3.8.1 Teoría de las Ecuaciones de Flujo con el Método de Superficies Finitas Integradas (SFI).

Pero aplicando el Teorema de la Divergencia obtenemos que:

$$\int_{V_n} \bar{\nabla} \cdot \bar{F}_M dV = - \int_{S_n} \bar{F}_M \cdot \vec{n} dS \quad (9)$$

Y sustituyendo en la formula (8) tenemos lo siguiente:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V_n} \rho \varphi dV = - \int_{S_n} \bar{F}_M \cdot \vec{n} dS + \int_{V_n} q_M dV \quad (10)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V_n} \rho \varphi dV$$

Cambio instantáneo de Masa

$$-\int_{S_n} \bar{F}_M \cdot \bar{n} dS$$

Flujo de fluido normal a la superficie S_n

$$\int_{V_n} q_M dV$$

Producción o Inyección total interna a V_n

La discretización del volumen V del medio poroso (ocupado por la roca y el fluido) es V y es igual a la unión o suma de los V_n que uno quiera como se muestra en la Figura.8.

$$V = \sum_{n=1}^N V_n \quad (11)$$

El Teorema del Valor Medio para integrales garantiza que hay un valor promedio para cada Integral \int_{V_n} en cada volumen V_n con $(n = 1, N)$ y en valor promedio para cada integral de Superficie \int_{S_n} .

Nótese que S_n es la superficie que cubre o rodea a cada volumen elemental V_n de la discretización $(n = 1, N)$ es decir, para:

$$\int_{V_n} \rho \varphi dV = \bar{\varphi}_n \bar{\rho}_n \int_{V_n} dV = \bar{\varphi}_n \bar{\rho}_n V_n \quad (12)$$

Y para:

$$\int_{V_n} q dV = \bar{q}_n \int_{V_n} dV = \bar{q}_n V_n \quad (13)$$

Pero las Integrales de superficie:

$$\int_{S_n} \vec{F}_M \cdot \vec{n} dS = \sum_{i=1}^{M_n} \int_{S_i} \vec{F}_M \cdot \vec{n} dS \quad (14)$$

Pues cada (Fig.9)

Por lo tanto

$$\int_{S_n} \vec{F}_M \cdot \vec{n} dS = \sum_{i=1}^{M_n} \int_{S_i} \vec{F}_M \cdot \vec{n} dS = \sum_{i=1}^{M_n} \bar{F}_{ni} \int_{S_i} dS = \sum_{i=1}^{Mn} \bar{F}_{ni} S_{ni} \quad (16)$$

El guión sobre cada función \bar{F} significa el valor promedio.

3.9. Forma Aproximada (PCMMP)

Por lo tanto la aproximación que podemos construir la **Forma Integral del Principio de Conservación de Masa:**

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V_n} \rho \varphi dV = - \int_{S_n} \vec{F}_M \cdot \vec{n} dS + \int_{V_n} q_M dV \quad (17)$$

Es:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\varphi_n \rho_n) V_n = \sum_{i=1}^{M_n} F_{ni} S_{ni} = q_n V_n \quad (18)$$

O también:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\varphi_n \rho_n) V_n = \sum_{i=1}^{M_n} \bar{F}_{ni} \frac{S_{ni}}{V_n} = q_n \quad \forall n = 1, N \quad (19)$$

Esta es una (EDP) válida en cada volumen elemental V_n ($n = 1, N$). Nótese que la ecuación aproximada (19) no depende de ningún sistema de coordenadas solo es función de las propiedades intrínsecas, geométricas y físicas de cada volumen: $V_c \subset V$.

Para obtener \overline{F}_{n_i} introducimos directamente la **Ley de Darcy** en la integral:

$$\begin{aligned}
 -\int_{S_n} \overline{F}_M \cdot \vec{n} \, dS &= -\int_{S_n} \rho \vec{v} \cdot \vec{n} \, dS = \\
 \int_{S_i} \frac{k\rho}{\mu} (\overline{\nabla}P - \rho \vec{g}) \cdot \vec{n} \, dS &= \int_{S_i} \frac{k\rho}{\mu} (\overline{\nabla}P \cdot \vec{n} - \rho \vec{g} \cdot \vec{n}) \, dS \\
 &= \frac{k_{ni} \rho_{ni}}{\mu} \left[\frac{\partial P_n}{\partial n_i} - \rho_{ni} g \cos \theta_{ni} \right] S_{ni}
 \end{aligned} \tag{20}$$

Aplicando TVMPI (anexo 9.1) deducimos:

$$F_{ni} = k_{ni} \frac{\rho_{ni}}{\mu_{ni}} \left[\frac{\partial P_n}{\partial n_i} - \rho_{ni} g \cos \theta_{ni} \right] \tag{21}$$

En cada interfase S_{n_i} . (Fig. 10)

La Ecuación Final a Resolver quedará:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\varphi_n \rho_n) + \sum_{i=1}^{Mn} \frac{k_{ni}}{\mu_{ni}} \left[\frac{\partial P_n}{\partial n_i} - \rho_{ni} g \cos \theta_{ni} \right] \frac{S_{ni}}{V_n} = q_n \quad \forall n = 1, N \tag{22}$$

Notamos que esta EDP solo depende de las propiedades físicas de V_n como son:

- ✓ Densidad ρ_{n_i}
- ✓ Presión P_n
- ✓ Porosidad φ_n
- ✓ Viscosidad μ_{n_i}
- ✓ Permeabilidad k_{n_i}

Propiedades Intrínsecas:

- ✓ Volumen V_n
- ✓ Superficie Interfacial S_{n_i}
- ✓ Distancias a los centros d_n y d_i

La DP $\frac{\partial P_n}{\partial n_i}$ se aproxima en forma simple con:

$$\frac{\partial P_n}{\partial n_i} \approx \frac{P_i - P_n}{d_i + d_n} \quad (23)$$

La DP se puede aproximar con una diferencia finita posterior:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\varphi_n \rho_n) = \frac{(\varphi_n \rho_n)^{t+1} - (\varphi_n \rho_n)^t}{\Delta t} \quad (24)$$

Por lo tanto sustituyendo en (22) tenemos:

$$\frac{(\varphi_n \rho_n)^{t+1} - (\varphi_n \rho_n)^t}{\Delta t} + \sum_{i=1}^{M_n} \frac{k_{ni} \rho_{ni}}{\mu_{ni}} \left[\frac{\partial P_n}{\partial n_i} - \rho_{ni} g \cos \theta_{ni} \right] \frac{S_{ni}}{V_n} = q_n \quad (25)$$

Definimos

$$A = \sum_{i=1}^{M_n} F_{ni}(t) \frac{S_{ni}}{V_n} \quad (26)$$

Entonces sustituyendo y despejando

$$(\varphi_n \rho_n)^t$$

Tenemos:

$$(\varphi_n \rho_n)_{t+1} = (\varphi_n \rho_n)_t - \sum_{i=1}^{M_n} F_{ni}(t) \frac{S_{ni}}{V_n} \Delta t + q_n \Delta t \quad (27)$$

Lo cual es una buena aproximación para flujos lentos y V_n grandes.

4. MODELADO NUMERICO

4.1. Breve descripción de software MODFLOW

El software MODFLOW simula el flujo subterráneo en un medio poroso en una, dos o tres dimensiones. Está diseñado para uso por hidrogeólogos experimentados. Se ha utilizado una estructura modular en el programa y en la documentación que permita entender mejor el modelo y modificarlo si es necesario.

MODFLOW visual es el ambiente para modelar más completo y más fácil de utilizar para los usos prácticos en simulaciones tridimensionales del flujo del agua subterránea y del transporte del contaminante. Las herramientas analíticas de gran alcance de este paquete junto con una estructura lógica con herramientas gráficas fáciles de utilizar nos permiten:

- ✓ Dimensionar fácilmente el dominio del modelo y seleccionar las unidades
- ✓ Asigna convenientemente las características y las condiciones de frontera del modelo,
- ✓ Calibra el modelo usando técnicas manuales o automatizadas, y
- ✓ Visualiza los resultados usando gráficos en 2D o 3D.

Los parámetros y los resultados modelo de la entrada se pueden visualizar en 2D. (la sección transversal y del plano), o en 3D en cualquier momento durante el desarrollo del modelo o exhibir los resultados. Para el modelado tridimensional del flujo del agua subterránea y el transporte del contaminante, Waterloo hidrogeológico ha estado desarrollando software para el agua subterránea desde 1989 y nuestro software es reconocido, aceptado y utilizado por más de 10.000 profesionales del agua subterránea adentro sobre 90 diversos países alrededor del mundo.

4.1.1 Descripción

El software MODFLOW usa la aproximación por diferencias finitas para simular el flujo transitorio o variable con el tiempo en tres dimensiones en un medio poroso heterogéneo y anisótropo. Simula también las condiciones estacionarias. Los ejes principales de conductividad hidráulica se alinean con las coordenadas direccionales asumiendo que el agua tiene densidad constante. Se evalúa la derivada temporal utilizando la aproximación diferencial. Pozos, ríos, drenes, evapotranspiración y recarga son simulados y representados dependientes de la carga y de los términos por los que el usuario ha especificado la carga exterior al modelo. Los acuíferos se representan por aproximación tridimensional. Los nodos de esta aproximación pueden cambiar de confinados a no confinados y recíprocamente, en el desarrollo del proceso informático.

MODFLOW es un software creado por la United States Geological Survey (USGS) como medio de aplicación terrestre, usado en la disciplina de hidrogeología, siendo un tipo de modelo de ecuaciones diferenciales parciales (diferencias finitas y tridimensional) junto a ecuaciones algebraicas estáticas, principalmente para investigación. Utiliza la regresión no lineal para estimar los parámetros de entrada. Los parámetros son estimados por minimización de una función objetivo de potencias cuadradas mediante Gauss-Newton.

La regresión no lineal es una técnica para resolver las relaciones entre variables independientes (o de regresión) en la definición de un modelo, mediante ecuaciones no lineales. El método de Gauss Newton consiste en minimizar una función objetivo de potencias cuadradas, tal que la suma de los cuadrados de los residuos (o errores) sea mínima.

Entrada

Los parámetros hidráulicos del acuífero, las condiciones de frontera, las condiciones iniciales y las tensiones de entrada representan los valores de entrada. El ingreso se realiza vía archivos de texto con los datos en un orden prescrito. La entrada de datos se corresponde con la estructura de malla como se muestra en la Figura 11. Muchos usuarios utilizan programas separados para discretizar los datos en la forma requerida. Sin embargo, estos programas no se incluyen como parte de MODFLOW.

Producto de salida

La salida primaria del modelo es la carga en cada tipo de nodo. En adición se calcula un balance hídrico y el flujo en cada celda del modelo se almacena en un archivo. Los programas soporte que se utilizan para analizar y presentar la salida no están incluidos en MODFLOW.

Requisitos y restricciones operativas

MODFLOW está escrito en FORTRAN 77. Puede correr en una amplia gama de ordenadores desde personales a superordenadores. Se recomienda un procesador matemático. Algunos compiladores FORTRAN necesitan coprocesador matemático.

Experiencia operativa

MODFLOW ha sido probablemente el modelo hidrogeológico más usado en el mundo.

5. MODELADO DEL ACUIFERO PROFUNDO DEL VALLE DE MÉXICO

El Valle de México es una cuenca cerrada de 9600 km^2 , con un clima del tipo templado, (semiseco $< 500 \text{ mm}$ precipitado) y sin estación invernal bien definida. En general la estación de las lluvias se extiende de Mayo a Octubre, pero el resto del año puede ser considerado como seco. La precipitación anual media (1980-1985) es de 746 mm ($22.67 \text{ m}^3/\text{s}$) pero aumenta en la cuenca desde el Noroeste hacia el Suroeste. La evapotranspiración calculada es del 72 a-79 % de la precipitación (Birkle et al. 1998). Las ubicaciones son mostradas en las Figuras 12 y 13.

En 1990 el agua fue obtenida de 3537 pozos oficialmente registrados en la Zona Metropolitana (Academia de la Investigación Científica et al, 1995), existen un largo numero de pozos ilegales, en la actualidad se desconoce la explotación. Ortega y Farvolden (1989) estiman que existen más de 10,000 pozos en centro de la cuenca del valle de México.

La cuenca de México está rodeada de numerosos volcanes de composición andesítica y basáltica que forman parte del Cinturón Volcánico Transmexicano. La edad del Volcanismo es fundamentalmente Plioceno-Holoceno (Figura 14, tomado de Birkle et al. 1998). El valle se encuentra limitado al Oeste por sierras andesíticas Terciarias (Sierra de las Cruces); al sur por basaltos Cuaternarios (Sierra del Chichinautzin); al Norte por rocas volcánicas Terciarias (Sierra de Guadalupe). En general existe poca información sobre la composición geológica de zonas profundas del subsuelo de la Cuenca de México (Figura 15, modificado de Birkle et al 1995).

La única fuente de información litológica existente proviene de 5 perforaciones profundas:

Nombre	Ubicación	Profundidad
1. Texcoco -1		(2,065 m)
2. Roma -1	Centro de la Zona Metropolitana	(3,200 m)
3. Mixhuca -1	Cerca del Aeropuerto	(2,452 m)
4. Copilco -1	Cerca de la UNAM	(2,258 m)
5. Tulyehualco -1		(3,000 m)

Y otros 8 pozos perforados por el Gobierno del Distrito Federal entre los años 1963 y 1966 denominados: Pozos No. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 y 8 con profundidades de hasta 1,356 m. Todos ellos dentro de la Zona Metropolitana.

Las cadenas montañosas colindantes son la Sierra de las Cruces, Sierra Nevada, y la Sierra Chichinautzin con las principales áreas de recarga de la cuenca, en orden de importancia decreciente (Birkle et al 1998). En la zona del Ajusco, la Sierra de Guadalupe y la Sierra Chichinautzin, se produce la mayor recarga del acuífero del Valle de México. Estos son pequeños acuíferos semiconfinados y con un área de recarga de 1825 Km², de la que se extraen 925 M km³ al año.

La tasa de la recarga calculada es de un máximo de 19 m^3 en la zona Metropolitana del Valle, mientras que una estimación reciente de la tasa de explotación de los acuíferos del valle resulta en valores de $51.35 \text{ m}^3/\text{s}$, con un déficit en el balance hidrológico de más de $30 \text{ m}^3/\text{s}$. Si se tiene en cuenta la infiltración debida a las pérdidas de la red de abastecimiento, el déficit se reduce a $20.5 \text{ m}^3/\text{s}$.

La sobreexplotación de los acuíferos se refleja también en el descenso medio anual de los niveles piezométricos en los acuíferos más superficiales, que es de 1 m por año.

El crecimiento de la zona metropolitana del valle de México exige nuevas opciones para resolver el problema del abastecimiento de agua para más de 20 millones de habitantes. En 1995 se consumía más de $60 \text{ m}^3/\text{s}$ de agua, con un consumo per cápita de 320 lpd , y la cifra va en aumento (Birkle et al 1995).

De las fuentes de agua disponibles, el 75% procede del subsuelo, el 12% se importa de las cuencas Cutzamala y Lerma y el resto de diversas fuentes superficiales (Academia de la Investigación Científica et al 1995). El conocimiento actual del sistema hidrogeológico de la cuenca del valle de México es incompleto. Principalmente se cuenta con modelos conceptuales de funcionamiento del acuífero somero. En este trabajo de tesis se trabajará con la litoestratigrafía de los pozos Roma, Mixhuca y Tulyehualco del valle de México, hasta una profundidad máxima de 3200 m .

Geología del Valle de México

Para definir el potencial de un acuífero, primero se debe investigar su estructura geológica. En general, la composición del subsuelo del Valle de México es muy variable en todas direcciones, tanto horizontales como verticales. Simplificadas, se pueden distinguir cuatro unidades litológicas: (Birkle et al, 1998).

- Arcillas Lacustres
- Piroclásticas Volcánicas
- Lavas Volcánicas
- Carbonatos Cretácicos

La fuente de información más importante sobre la composición litológica profunda del Valle de México procede de resultados de los cuatro pozos profundos (Birkle et al, 1998, Birkle et al, 2005, en proceso):

1. Roma 2. Mixhuca 3. Tulyehualco 4. Copilco

Un perfil en dos dimensiones de la estratigrafía de los tres pozos se muestra en la Figura 16 (tomado de Birkle et al, 1998). La columna del Pozo Tulyehualco -1 consiste en su parte inferior de una secuencia de lavas y tobas, y en su parte superior de arcillas y lacustres. Intervalos con características petrofísicas favorables se muestra en la Tabla 4 (marcado en azul) (Birkle et al, 2005 en proceso).

5.1 Metodología de la simulación

Tomando en cuenta los datos anteriores y utilizándolos en el software MODFLOW, se siguieron los siguientes pasos:

- 1.- Unidades

TABLA 2

Longitud	Metros
Tiempo	Días
Conductividad	<i>m / s</i>
Bombeo del pozo	<i>m³ / día</i>
Recarga	<i>mm / año</i>
Masa	<i>kg</i>
Concentración	<i>miligramo / litro</i>

2.- Valore de los parámetros

TABLA 3

Parámetro	Valor	Unidades
K_x, K_y y K_z (Conductividad Hidráulica)	$1E-5$	m/s
S_s (Almacenamiento)	$1E-5$	m/s
Porosidad Efectiva %	0.35	
Porosidad Total	0.70	
Recarga	700	$mm/año$
Evapotranspiración	566.96	$mm/año$

3.- Se introdujo la región o área de estudio, generando una malla de 40 x 40, dividiendo en 6 capas, después se refino la malla únicamente en un área que comprendiera los 3 pozos.

4.- Se añadieron los 3 pozos con los siguientes datos y coordenadas del modelo extracción de $864 m^3/s$ y 17 más con las mismas características.

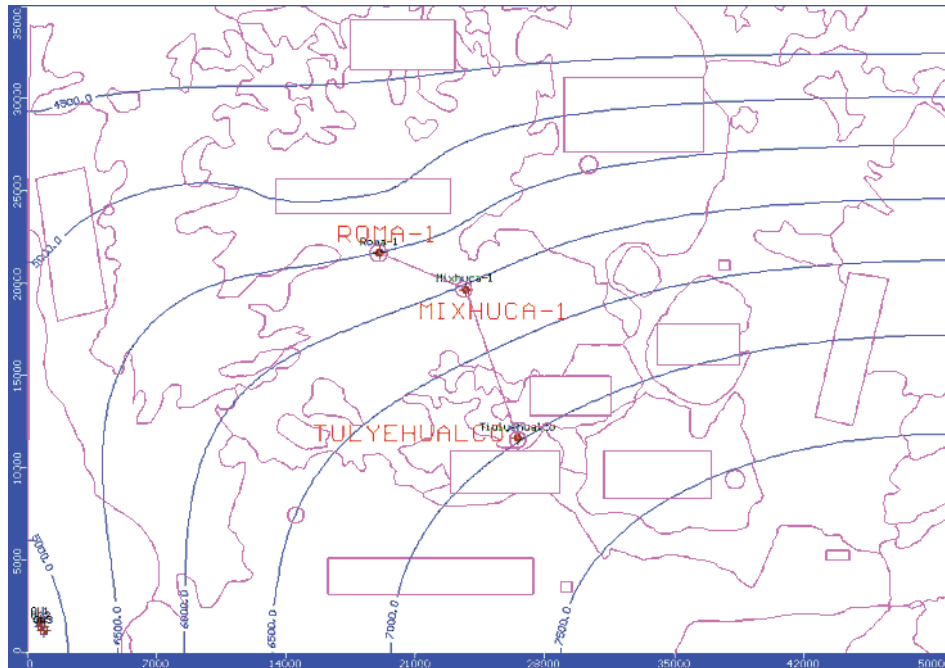
Pozo	Profundidad (m)	Altura (m)	X(m)	Y(m)	Start (day)	End (day)
Roma	2210	160	19101	21516	0	7300
Mixhuca	2200	270	23500	19500	0	7300
Tulyehualco	2570	200	26805	11398	0	7300

INTERVALOS DE EXTRACCIÓN

Empezar (día)	Terminar (día)	Extracción (m^3 / d)
0	730	846
730	1460	846
1460	2190	846
2190	2920	846
2920	3650	846
3650	4380	846
4380	5110	846
5110	5840	846
5840	6570	846
6570	7300	846

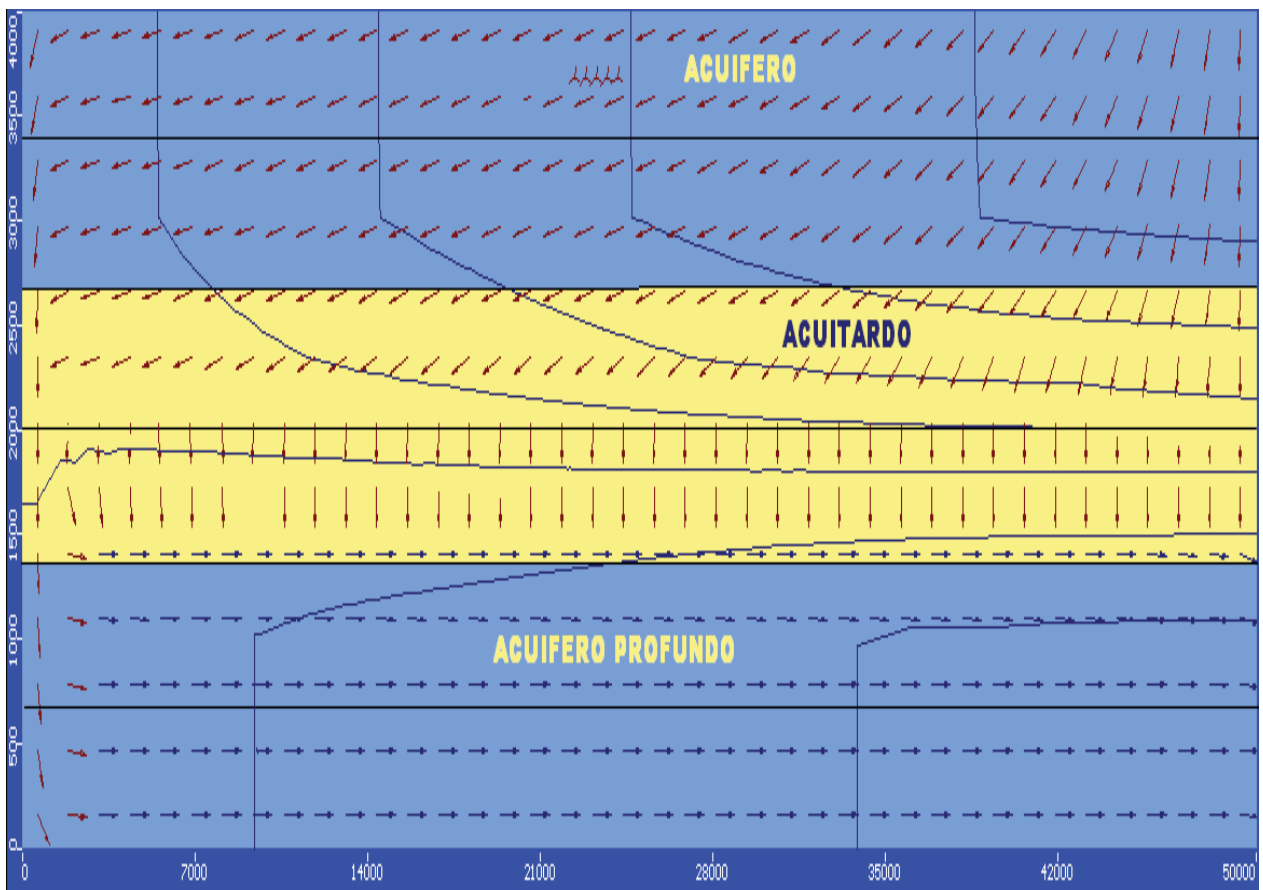
6. RESULTADOS

La modelación en el sistema 3D con Modflow resulta en valores principales calculados para cada celda de la malla, los cuales sirvieron para interpretar, las líneas de flujo que pasan por el valle de México.

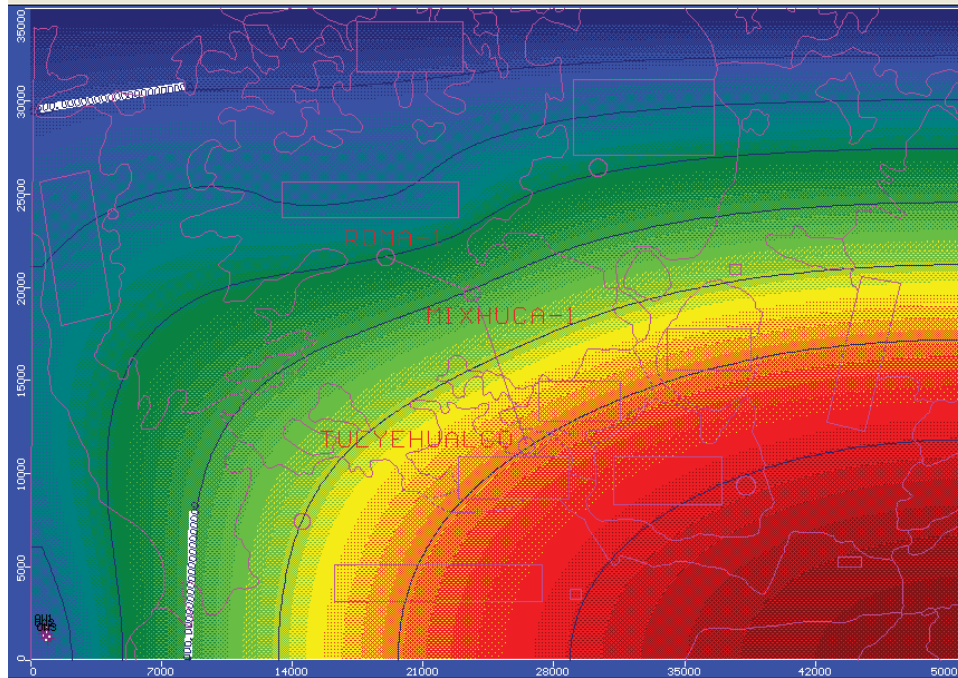


La precipitación anual de 700 mm/año y una recarga respectiva de las sierras cercanas representan factores favorables para el almacenamiento de una gran cantidad de agua en formaciones profundas del Valle de México.

La simulación hecha con Modflow de la extracción de $864 \text{ m}^3/\text{s}$ de los pozos Roma -1, Mixhuca -1, y Tulyehualco, y los 17 pozos agregados alrededor en total suman $1200 \text{ m}^3/\text{s}$. En un plazo de 7300 días (20 años), el acuífero que se encuentra en el primer nivel, en las capas 1 y 2, de los 75m a los 473m existe un buen almacenamiento de agua. Ahora donde se encuentra el acuitardo que son las capas 3 y 4 tiene un buen almacenamiento pero las líneas de flujo nos muestran muy poco movimiento, como su nombre lo indica retiene agua pero la trasmite muy lentamente. En el acuífero profundo que son las capas 5 y 6 el flujo del agua subterránea se encuentra estable y se puede aprovechar.



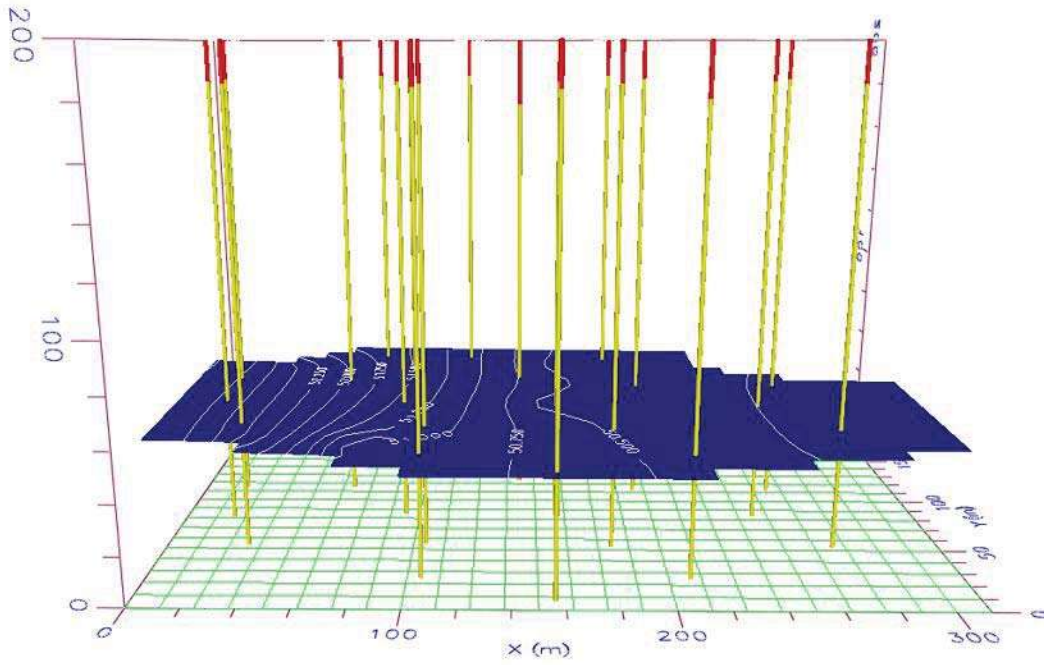
Con la simulación de la extracción de los 20 pozos el acuífero pierde mas agua que la que recarga, entonces es por eso el hundimiento de infraestructura.



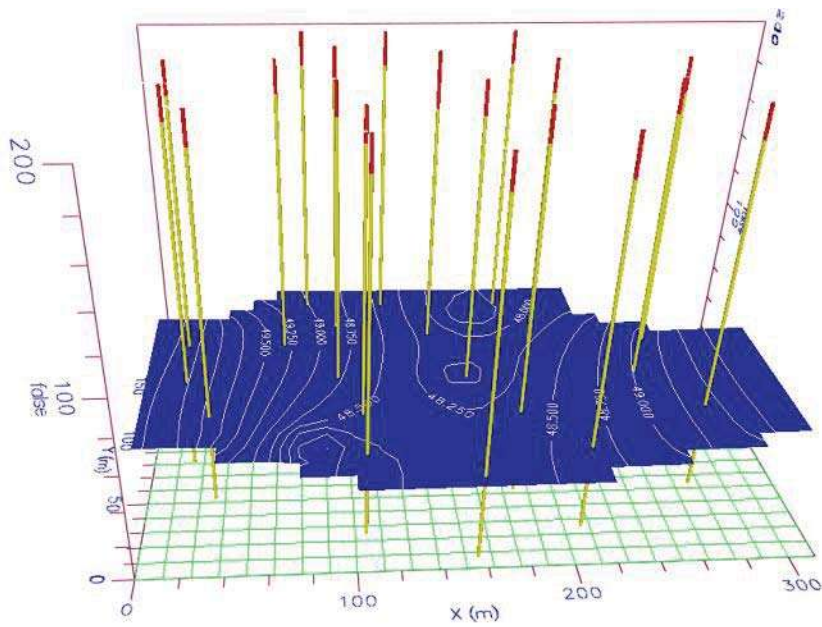
Esta simulación se hizo a 20 años, teniendo un buen resultado, pero también se tiene que estar consiente de que el hundimiento de infraestructura sigue, por el mal uso de los pozos clandestinos.

Con un paquete llamado 3D-Explorer que incluye MODFLOW se puede ver una película de la simulación de la cual se tomaron los siguientes resultados gráficos.

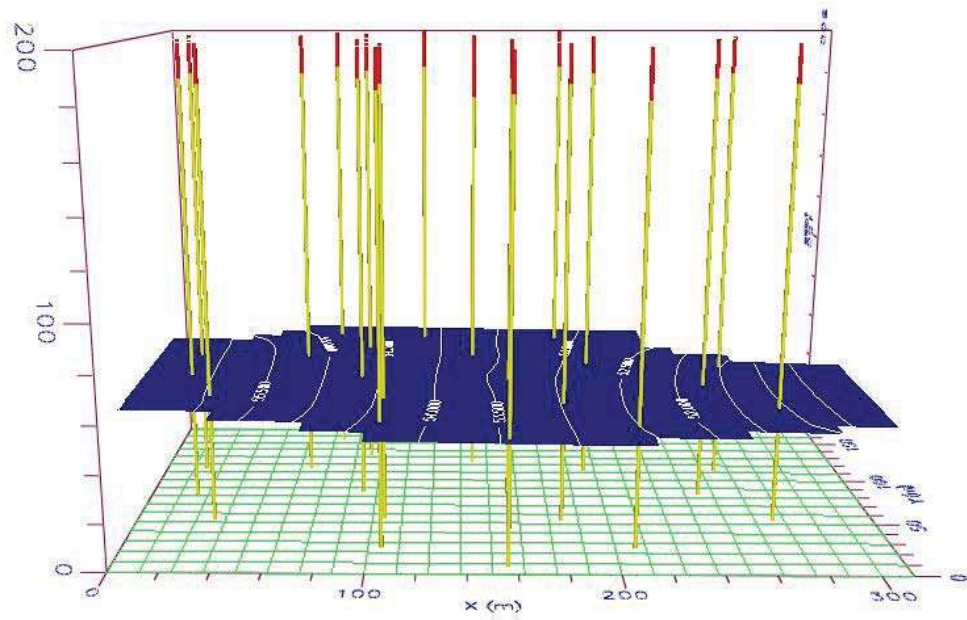
Esta figura muestra la simulación de la extracción en 730 días (2 años).



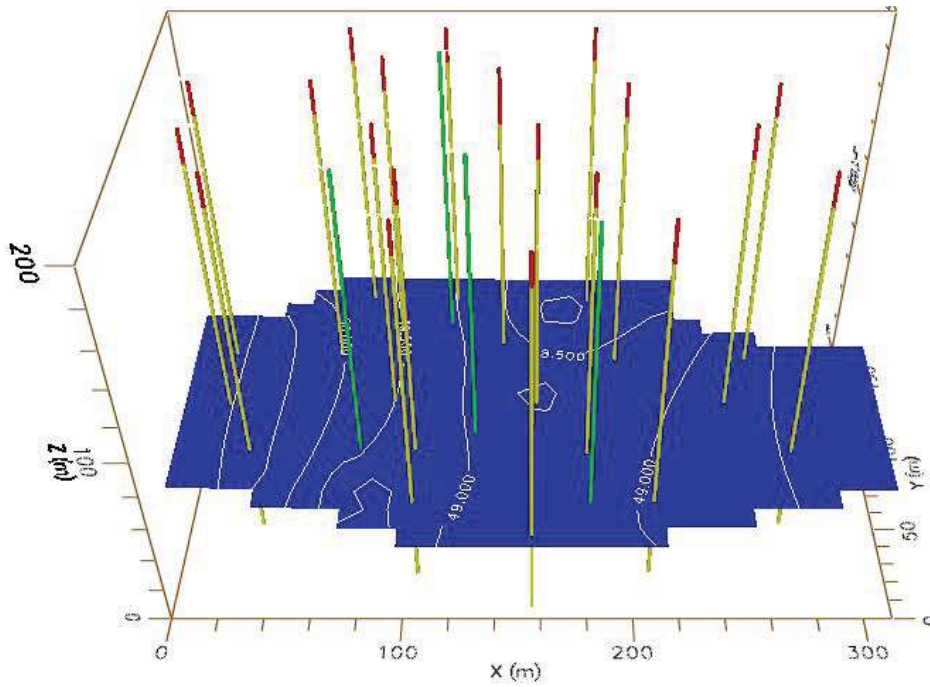
Simulación de 2920 días (8 años)



Simulación de 5110 días (14 años)



Simulación de 7300 días (20 años)



7. CONCLUSIONES Y SUGERENCIAS

La modelación Matemática y Numérica aplicada a los sistemas de remediación de aguas subterráneas mediante extracciones por bombeo es una herramienta útil que permite la simulación iterativa de las diferentes posibilidades de extracciones de agua para su posterior tratamiento en superficie. Permite establecer el número mínimo de pozos, su localización óptima y los caudales más adecuados para extraer los volúmenes de agua deseados y abarcar las zonas del acuífero impactadas por sustancias contaminantes. Permiten asimismo obtener una visión temporal de la extracción, así como evaluar las posibles variaciones a las que puede estar sometido el sistema durante su funcionamiento.

El acuífero del valle de México sufre una severa sobreexplotación debida a que no se recarga en su totalidad de manera natural con el agua de lluvia; estas deberían infiltrarse a través de zonas permeables pero en la Ciudad de México cada vez estas son menores. Una consecuencia palpable de la sobreexplotación del acuífero es el hundimiento de la ciudad la aparición de grietas en la estructura del subsuelo.

Para este problema de la demanda creciente de agua en la cuenca de México se tienen varias alternativas:

- ✓ Cocientización de la población para el uso adecuado del agua.
- ✓ Construcción de una red de captación de aguas fluviales y reinyección del acuífero somero.
- ✓ Reducir el consumo y la importación de agua de cuencas vecinas.
- ✓ Incrementar el tratamiento de aguas residuales en porcentajes que incidan favorablemente en el balance de aguas de la cuenca.

8. REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA

REFERENCIAS

Birkle P., Torres Rodríguez V., Gonzalez Partida E. “The water balance for the Basin of the Valley of Mexico and implications for future water consumption.”, *Hydrogeology Journal* (1998) 6:500-517. Springer – Verlag. “Evaluación preliminar del potencial de acuíferos profundos en la cuenca del valle de México “

Núñez Muñoz José Luís. “Aplicación de Modelos Matemáticos de Flujo y Transporte de Contaminantes para el diseño de sistemas de Remediación. Madrid España”.

Haaser, N; Lasalle, J., Sullivan, J. (1970). “Análisis Matemático 2” Editorial Trillas, México, D.F.

Suárez Arriaga Mario Cesar (2002), Ecuaciones Básicas del flujo en Medios Porosos

Suárez Arriaga Mario César (2000). Tesis de Doctorado “Flujo de fluidos No-Isotérmicos en reservorios fracturados con porosidad y permeabilidad múltiples”

U.S. Geological Survey (**USGS**)

BIBLIOGRAFIA

Batchelor G.K. (1967) “An Introduction to Fluid Dynamics”. Cambridge

Bear J. (1988), “Dynamics of Fluids in Porous Media” Elsevier Publishing Company, New York.

Boyce William E. & DiPrima Richard C. (2001) “Ecuaciones Diferenciales y Problemas con Valores en la Frontera”.

Daugherty Robert L., Franzini. Joseph B. (1977), “Fluid Mechanics with Engineering Applications”. California Institute of Technology & Stanford

Fay James A. Mecánica de Fluidos. UNAM

Fernández L Bonifacio (1999), “Introducción a la Mecánica de Fluidos”. Católica de Chile

Hunt J.N. (1964), “Incompressible Fluids Dynamics”

M.G. McDonald, A.W.Harbaugh (1998), “A modular three-dimensional finite-difference ground-water flow model. Techniques of water-resources Investigations of the U.S.G.S. U.S. Department of Defense”.

M.G. McDonald, A.W.Harbaugh (1998), “A method of converting no-flow cells to variable-heads cells for the U.S.G.S. Modular Finite-Differences groundwater flow model. U.S.G.S Department of Defense”.

Potter Merler C., Wigget (2002), “Mecánica de Fluidos” 3a Edición.

Rouse Hunter, (1946), "Elements Mechanics of Fluids"

Shames Irvin H. (1967). "La Mecánica de los Fluidos". Buffalo

Smits Alexander J. (2003) "Mecánica de Fluidos una Introducción Física a la Mecánica de los Fluidos". Princeton.

Spurk Joseph, (1997), "Fluid Mechanics", Springer.

Suárez Arriaga Mario César (2000)

- Tesis de Doctorado "Flujo de fluidos No-Isotérmicos en reservorios fracturados con porosidad y permeabilidad múltiples"
- "Modelos Físicos-Matemáticos del Transporte de Masa y Energía en 1,2 y 3 Dimensiones y su completa descripción Analítico- Numérica".
- Notas (2002) (2003) "Cursos Especiales Física I y II"
- "Curso de Ingeniería de Yacimientos Geotérmicos" (1991)(CFE)

Waterloo Hydrogeologic, Inc. Workshop of groundwater flow and transport mathematical models. Fundación Gómez-Pardo. Noviembre 2000. Madrid.

White Frank M. (1999), "Fluid Mechanics" 4th Edition, McGraw-Hill

PAGINAS DE INTERNET

<http://www.monografias.com/trabajos12/mecflui/mecflui.shtml#BIBLIO>

<http://www.fortunecity.com/campus/carthage/1033/Pag1/intro.htm>

<http://www.usgs.gov/>

9. ANEXO TÉCNICO

9.1 Teorema del Valor Medio Para Integrales en R^2 y R^3

Definición.- Un conjunto E es conexo si no puede ser representado como la unión de 2 subconjuntos sin puntos en común, no vacíos y abiertos. Ejemplos elementales de conjuntos conexos de puntos son un intervalo en R , un círculo, una elipse, un triángulo, un trapecio o un rectángulo en R^2 , una esfera, una elipsoide, un tetraedro, un cubo o un paralelepípedo en R^3 . En general todas las figuras clásicas de la geometría espacial son conjuntos conexos.

9.2 Teorema General de Stokes.

Sea w una forma diferencial exterior y dw su diferencial. Sea $E \subset R^n$, donde $n = 1, 2, 3$ un dominio de puntos reales, y $\partial E \subset R^{n-1}$ su frontera. Entonces se cumple que (Suárez 2000)

$$\int_E dw = \int_{\partial E} w \quad (28)$$

Este teorema es útil para reducir la dimensión de integrales sobre variedades n -dimensionales.

9.3 Teorema de la Divergencia.

En el teorema general fijemos $n = 2$ en el plano y sea $w = fdy - gdx$, donde f y g son funciones continuas de clase C^1 sobre E , entonces $dw = df \wedge dy - dg \wedge dx$, por consiguiente (Suárez 2000).

$$\int_E \left(\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial g}{\partial y} \right) dx dy = \int_{\partial E} (f dy - g dx) \quad (29)$$

El resultado anterior si hacemos el cambio de variables:

$$f = u \frac{\partial v}{\partial x}, \quad g = u \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \text{donde } u, v \in C^2(E) \quad (30)$$

Considerando un punto en la frontera $r \in \partial E$, $r = (x, y)$ con $dr = (dx, dy)$ y $n = (dy, -dx)/ds$, donde ds es el módulo de dr . Aplicando el Teorema de Stokes

$$\int_E \left(u \vec{\nabla}^2 v + \vec{\nabla} u \cdot \vec{\nabla} v \right) dV = \int_{\partial E} u \frac{\partial v}{\partial y} dS \quad (31)$$

Haciendo otro cambio de variables:

$$f = u \frac{\partial v}{\partial x}, \quad g = u \frac{\partial v}{\partial n}, \quad \text{obtenemos:}$$

$$\int_E \left(u \vec{\nabla}^2 v + \vec{\nabla} u \cdot \vec{\nabla} v \right) dV = \int_{\partial E} u \frac{\partial v}{\partial y} dS \quad (32)$$

Restando ambas expresiones (31)-(32):

$$\int_E \left(u \nabla^2 v + v \cdot \nabla^2 u \right) dV = \int_{\partial E} \left(u \frac{\partial v}{\partial n} - v \frac{\partial u}{\partial n} \right) dS \quad (33)$$

Expresión válida también en tres dimensiones. Por último si definimos al vector:

$$\vec{v} = \nabla v \text{ y } \operatorname{div}(\vec{v}) = \nabla^2 v, \text{ con } u = 1 \quad (34)$$

Obtenemos la Fórmula de la Divergencia:

$$\int_E \operatorname{div}(\vec{v}) dV = \int_{\partial E} \vec{v} \cdot \vec{n} dS \quad (35)$$

9.4. FORTRAN

Fortran es un lenguaje de programación desarrollado en los años 50 y activamente utilizado desde entonces. Acrónimo de "Formula Translation".

Fortran se utiliza principalmente en aplicaciones científicas y análisis numérico. Desde 1958 ha pasado por varias versiones, entre las que destacan FORTRAN II, FORTRAN IV, FORTRAN 77, FORTRAN 90 y FORTRAN 2000. Si bien el lenguaje era inicialmente un lenguaje imperativo, las últimas versiones incluyen elementos gráficos avanzados y la programación orientada a objetos, compatible con C Visual.

9.4.1 Evolución del lenguaje

El primer compilador de FORTRAN se desarrolló para una IBM 704 entre 1954 y 1957 por la empresa IBM, por un grupo liderado por John W. Backus. En la época se consideró imprescindible que los programas escritos en FORTRAN corrieran a velocidad comparable a la del lenguaje ensamblador; de otra forma, nadie lo tomaría en cuenta.

El lenguaje ha sido ampliamente adoptado por la comunidad científica para escribir aplicaciones con cómputos intensivos. La inclusión en el lenguaje de la aritmética de números complejos amplió la gama de aplicaciones para las cuales el lenguaje se adapta especialmente y múltiples técnicas de compilación de lenguajes han sido creadas para mejorar la calidad del código generado por los compiladores de Fortran.

10. LISTA DE FIGURAS Y TABLAS

FIGURA 1. CICLO HIDROLÓGICO (USGS)



FIGURA 2. AGUA SUBTERRÁNEA (USGS)

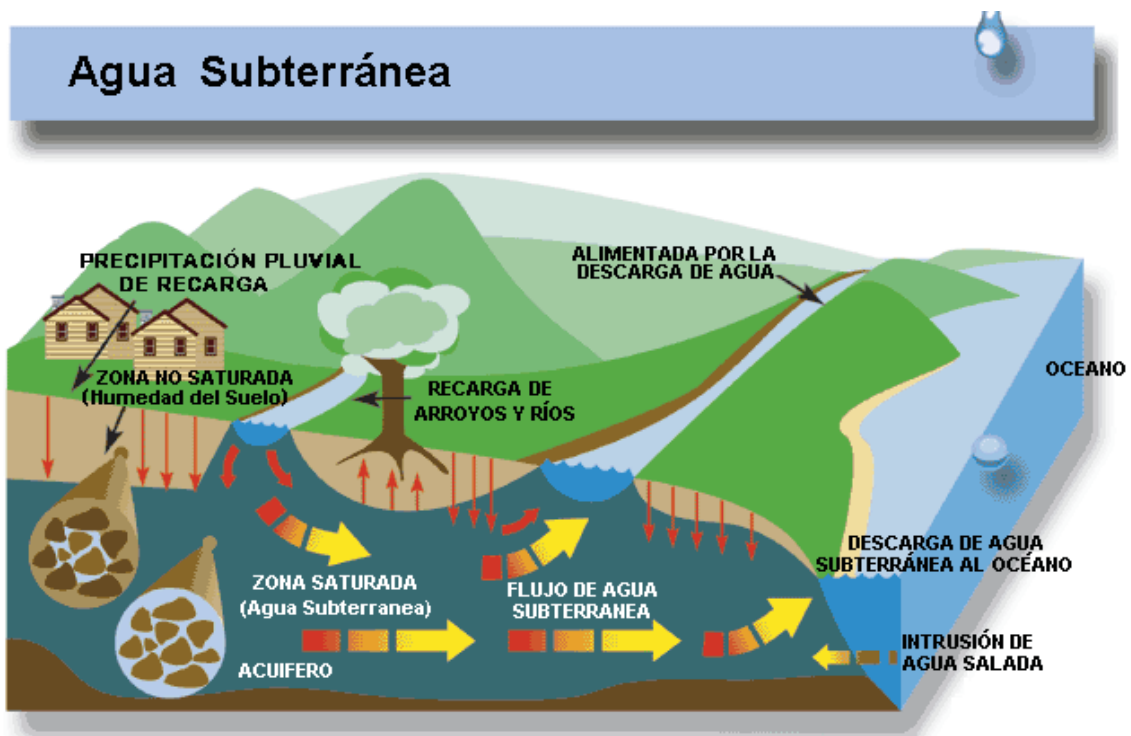


FIGURA 3. PROCESO DE INFILTRACIÓN (USGS)

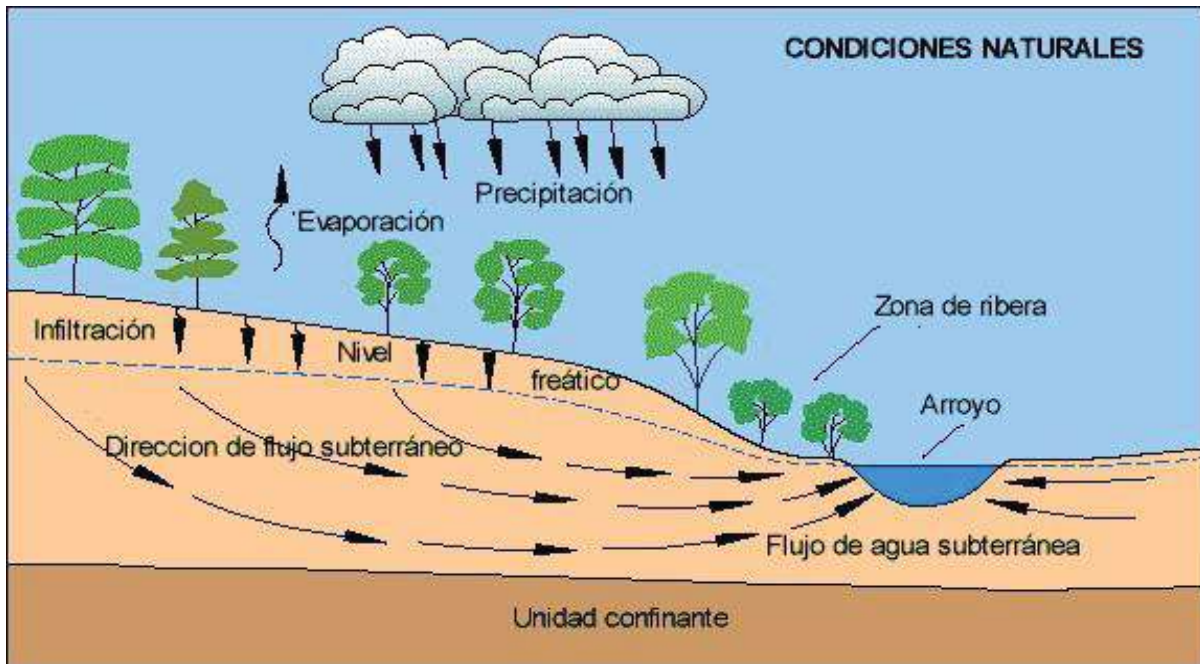


FIGURA 4. CONTAMINACIÓN POR EL HOMBRE (USGS)

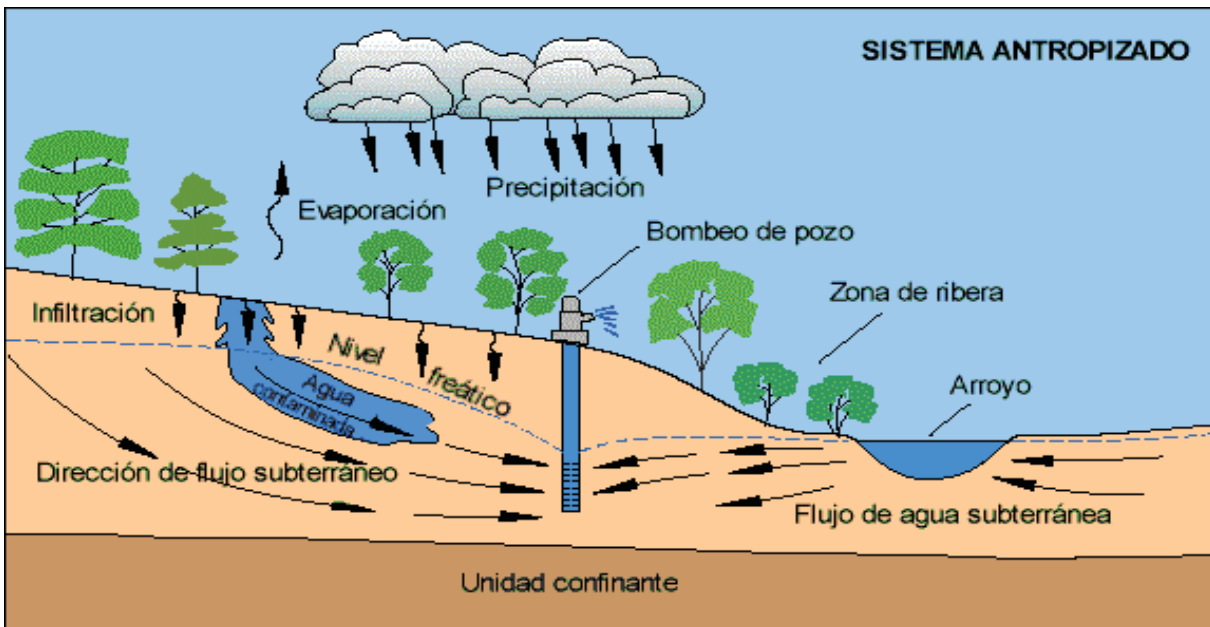


FIGURA 5. BREVE EXPLICACIÓN DEL AGUA SUBTERRÁNEA

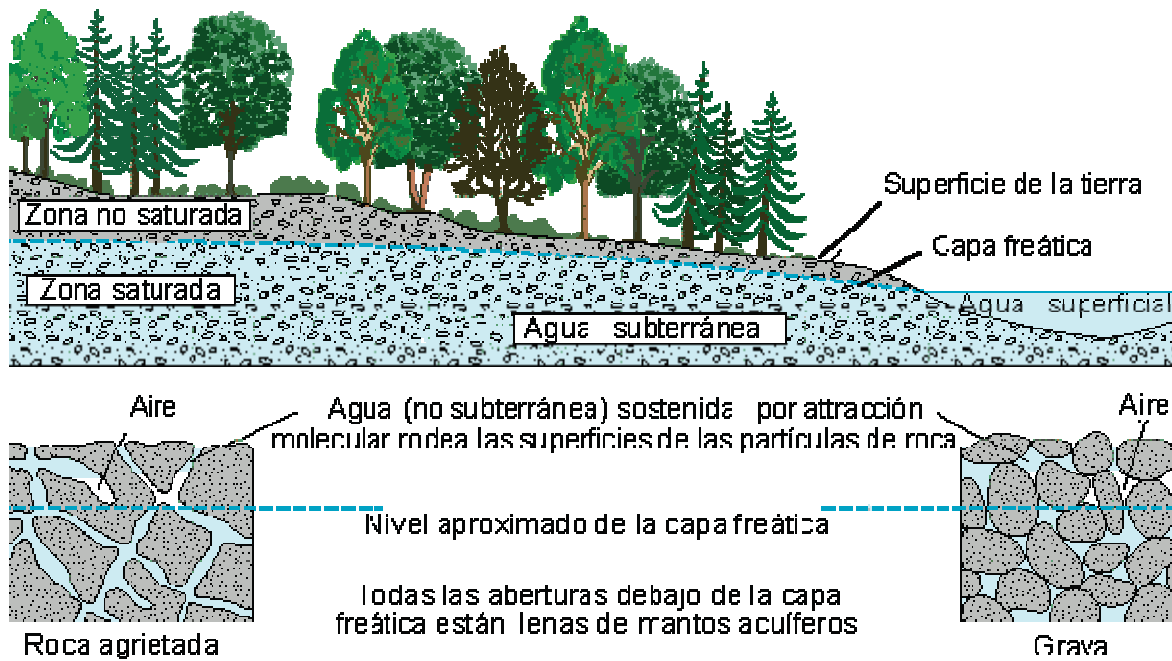
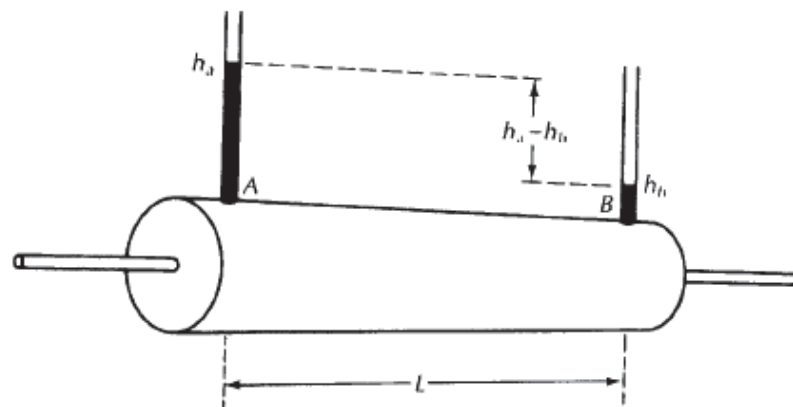


FIGURA 6. EXPERIMENTO DE DARCY (CFE, 1991)



7. MALLA M X N DE UN REGIÓN RECTANGULAR (SUAREZ et TINOCO, 2004)

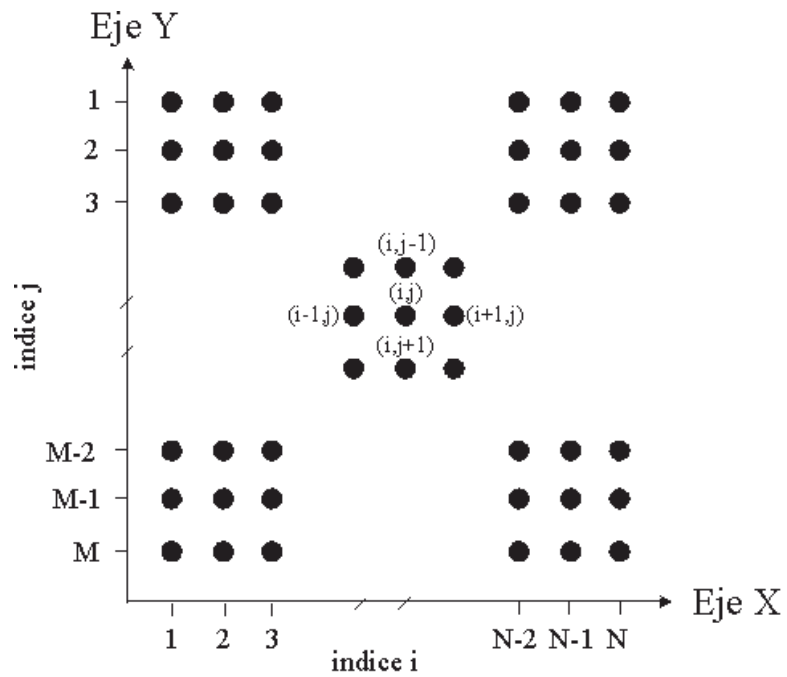


FIGURA 8. DISCRETIZACIÓN DEL VOLUMEN V (SUAREZ, 2000)

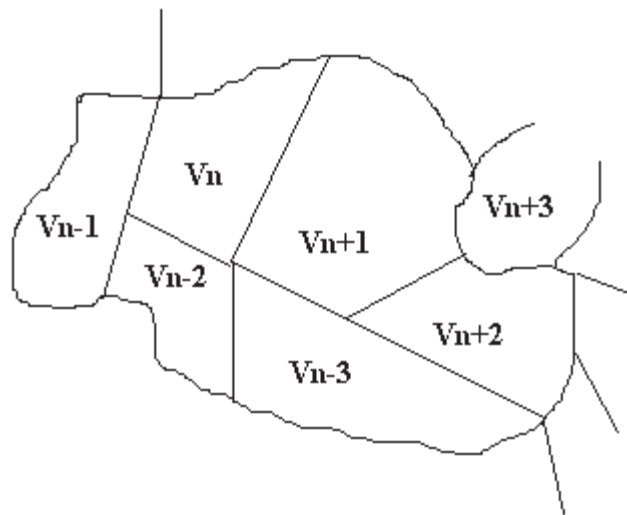


FIGURA 9. SUPERFICIE DEL N-ÉSIMO ELEMENTO DE LA MALLA
CUBRIENDO AL VOLUMEN V_n (SUAREZ, 2000)

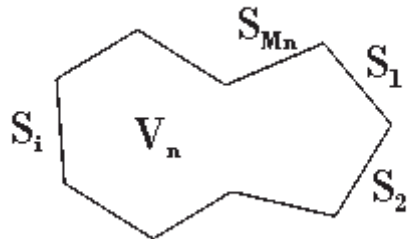
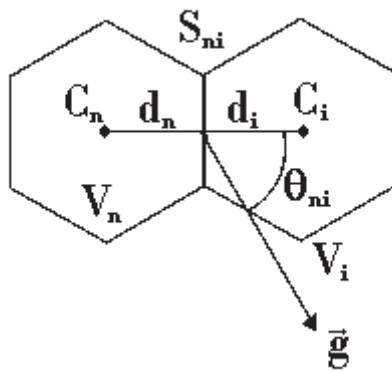
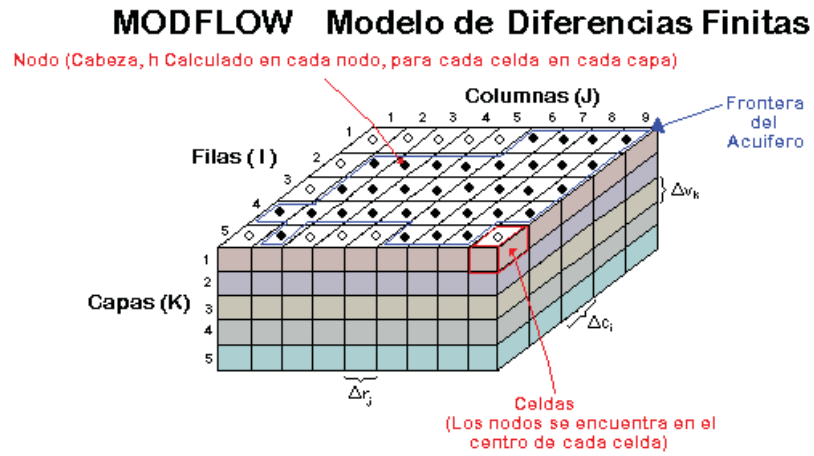


FIGURA 10. INTERFACE S_{ni} (SUAREZ, 2000)



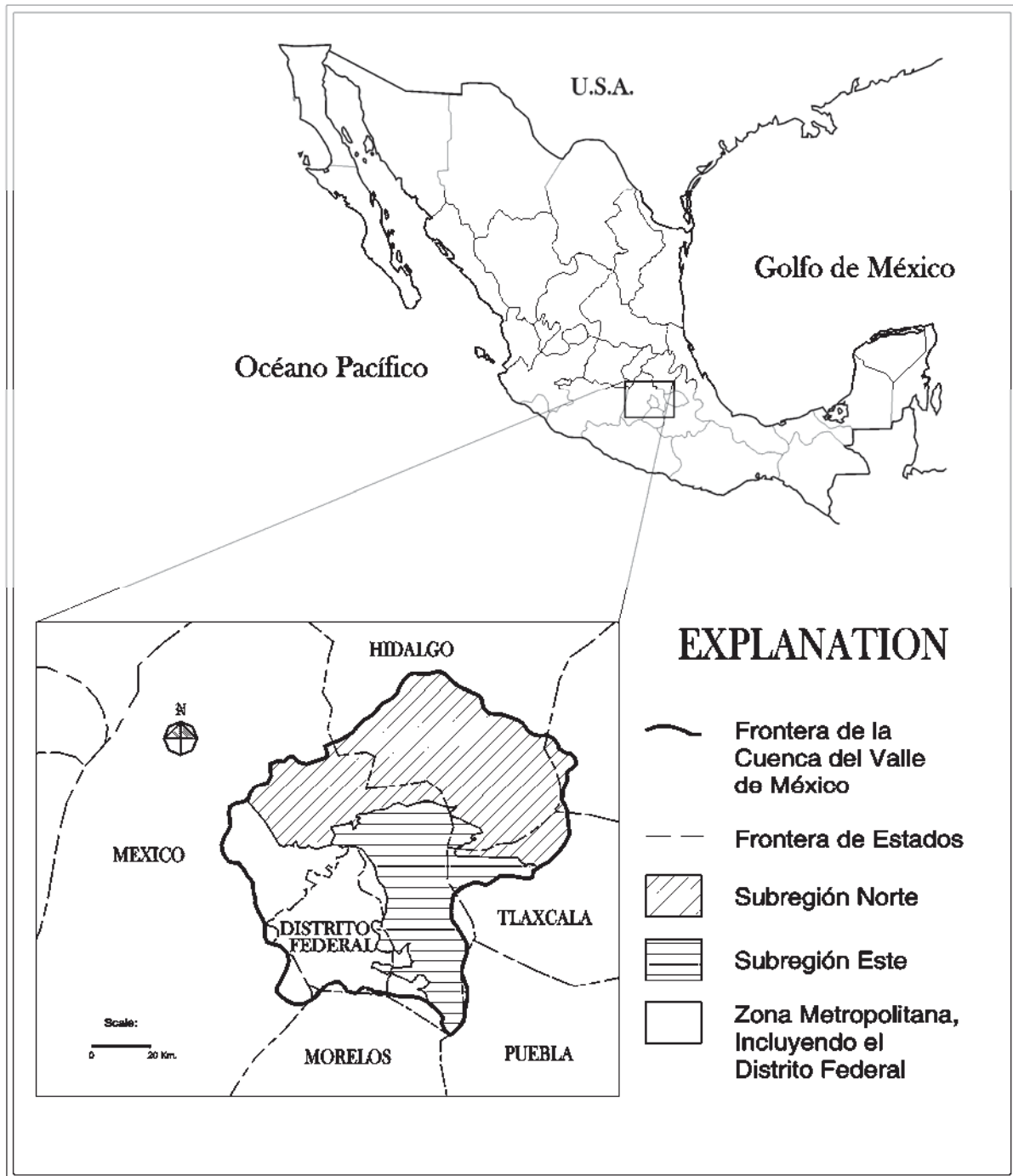
**FIGURA 11. MALLA EN MODFLOW CON DIFERENCIAS FINITAS
(USGS)**



Explicación

- | | |
|---|--|
| <ul style="list-style-type: none"> — Frontera del Acuífero ◆ Celda Activa ◇ Celda Inactiva | <p>Δr_j La dimensión de la celda a lo largo de la fila subíndice (J) indica el número de la columna</p> <p>Δc_i La dimensión de la celda a lo largo de la columna subíndice (I) indica el número de la fila</p> <p>Δv_k La dimensión de la celda a lo largo de la dirección vertical subíndice (K) indica el número de capa</p> |
|---|--|

FIGURA 12. UBICACIÓN DE LA CUENCA MEXICANA, MOSTRANDO LA ZONA METROPOLITANA, LA SUBREGION NORTE, Y LAS SUBREGIONES AL ESTE, TAMBIÉN MOSTRANDO EL D.F Y EL ESTADO DE MÉXICO (BIRKLE et AL, 1998)



**FIGURA 13. ÁREA DE ESTUDIO, CON DIVISIÓN FÍSICO-POLÍTICA
(ENCARTA 2006)**



FIGURA 14. MAPA GEOLÓGICO SIMPLIFICADO DE LA CUENCA MEXICANA MOSTRANDO LAS SUBÁREAS HIDROGEOLÓGICAS. (BIRKLE et AL, 1998)

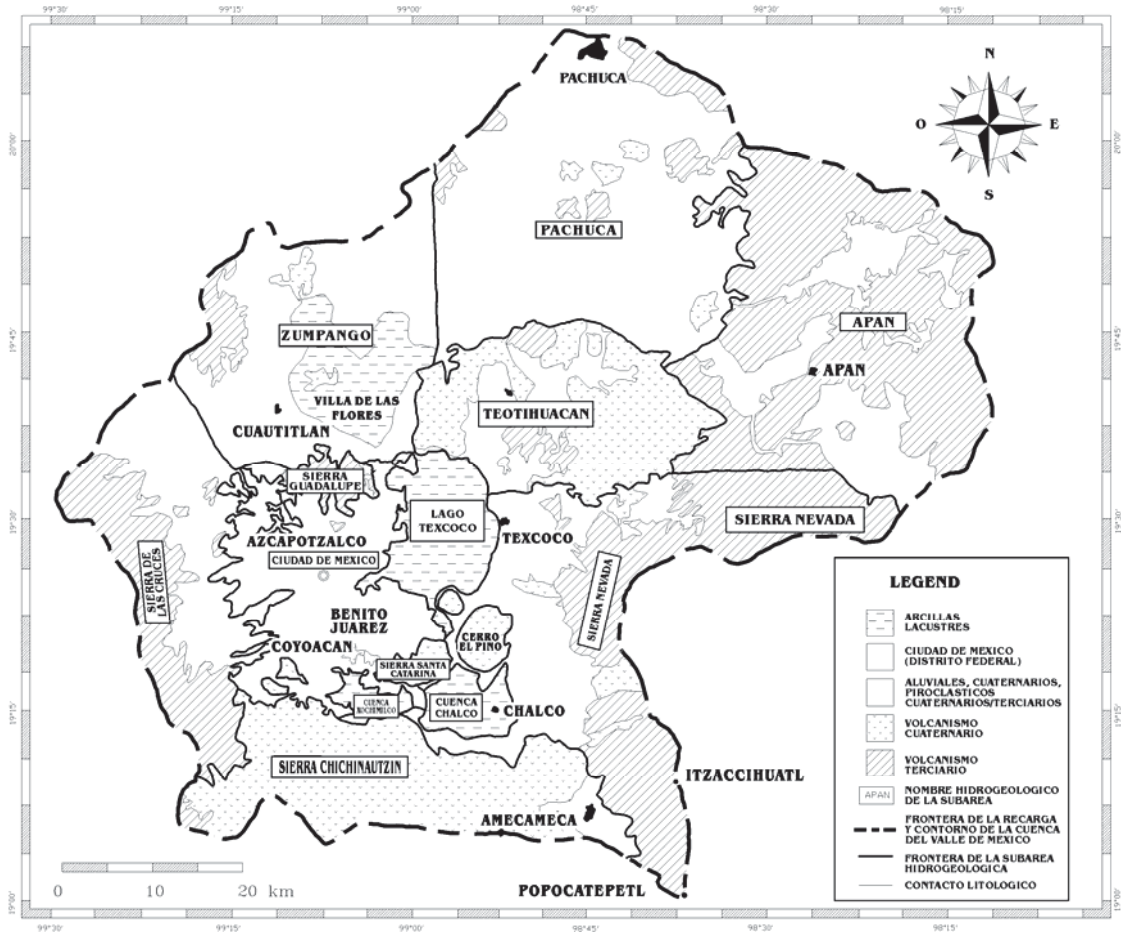
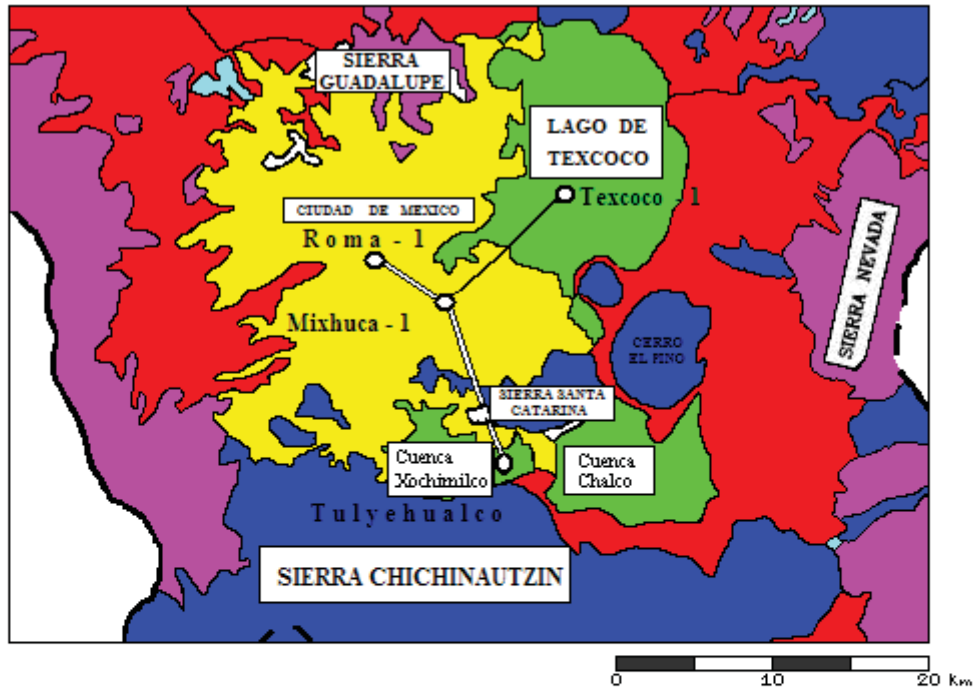


FIGURA 15. MAPA HIDROGEOLÓGICO DE LA CIUDAD DE MÉXICO Y SUBÁREAS COLINDANTES.

(BIRKLE et AL, 1998)












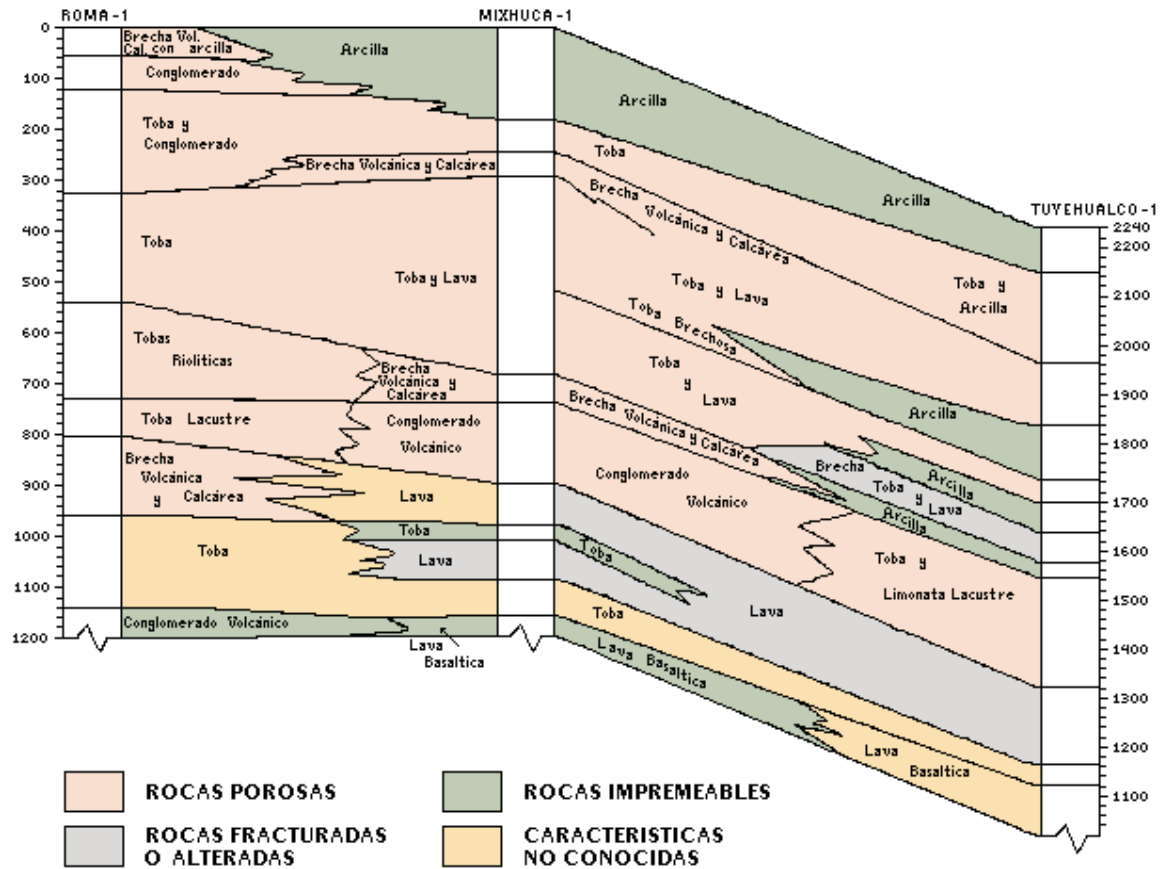
- | | | | |
|---|------------------------|---|----------------------------------|
|  | Arcillas lacustres |  | Frontera del Area de Recarga |
|  | Ciudad de México |  | Frontera de la subarea Geologica |
|  | Aluviales Cuaternarios |  | Contacto litologico |
|  | Volcanismo Cuaternario |  | Sección Transversal Fig. 10 |
|  | Volcanismo Terciario | | |

FIGURA 16. ESTRATIGRAFÍA DE LOS 3 POZOS(BIRKLE et AL, 1998)



ESCALA DE TIEMPOS GEOLOGICOS

ERA	PERIODO	* LÍMITES TEMPORALES APROXIMADOS	FORMAS DE VIDA ORIGINADAS
CENOZOICO	CUATERNARIO	Reciente u holoceno 10.000	Seres humanos
		Pleistoceno 2.500.000	
	TERCIARIO	Plioceno 12.000.000	Mamíferos ruminantes y carnívoros
		Mioceno 26.000.000	
		Oligoceno 38.000.000	
MESOZOICO	Eoceno 54.000.000	Primates - Plantas con flor Aves Dinosaurios - Mamíferos	
	Paleoceno 65.000.000		
	Cretácico 136.000.000		
PALEOZOICO	Jurásico 195.000.000	Reptiles - Bosques de helechos Anfibios - Insectos Plantas terrestres vasculares Peces - Cordados Crustáceos - Trilobites	
	Triásico 225.000.000		
	CARBONÍFERO		Pérmico 280.000.000
			320.000.000
	Devónico 345.000.000		
	Silúrico 395.000.000		
	Ordovícico 430.000.000		
Cámbrico 500.000.000			
PRECÁMBRICO	570.000.000	Algas Células eucarióticas Células procarióticas	
	700.000.000		
	1.500.000.000		
	3.500.000.000		
		4.650.000.000 + Formación de la Tierra	

TABLAS
DATOS EXPERIMENTALES
TABLA 4 (BIRKLE et AL, 2005, en proceso)

POZO TULYEHUALCO					
	Profundidad	Densidad total-roca seca	Porosidad Efectiva	Permeabilidad	Conductividad Hidráulica
	(m.b.n.m.)	[gr/cm3]	[%]	[millidarcy]	(m/s)
T1	209-215	1.68	34.24	26.59	2.56859E-07
T3-V	409-418	1.19	58.56	2.207	2.13196E-08
T4	600-604	2.40	10.01	0.689	6.65574E-09
T5-V	921-929	1.62	35.63	1.35	1.3041E-08
T7-H	1327-1336	1.68	36.71		
T10-V	1897-1899	2.62	2.82	0	0
T11-H	2109-2118	2.68	0.94	0.0002	1.932E-12
T11-V	2109-2118	2.68	1.00	0.0008	7.728E-12
T13	2560-2563	2.69	1.09	0.0033	3.1878E-11

TABLA 5(BIRKLE et AL, 2005, en proceso)

POZO ROMA					
	Profundidad	Densidad total-roca seca	Porosidad Efectiva	Permeabilidad	Conductividad Hidráulica
	(m.b.n.m.)	[gr/cm3]	[%]	[millidarcy]	(m/s)
R1-H	162-170	2.48	7.05	0.549	5.30334E-09
R1	162-170	2.48	7.07	0.247	2.38602E-09
R4-H	552-601	1.86	30.08	0.146	1.41036E-09
R4-V	552-601	1.85	30.07	2.592	2.50387E-08
R4-V	552-601	2.12	21.35	0.224	2.16384E-09
R5-V	744-753	1.58	37.08	24.4	2.35704E-07
R6-V	953-962	1.73	33.50	30	2.898E-07
R6-V	953-962	1.73	33.71	17.7	1.70982E-07
R7-V	1150-1159	2.09	16.31	1.014	9.79524E-09
R8-V	1263-1272	2.61	2.42	0.0002	1.932E-12
R8-V	1263-1272	2.59	1.97	0.0051	4.9266E-11
R9-H	2207-2209	2.67	4.34	0.0053	5.1198E-11
R9-V	2207-2209	2.69	0.03	0.0053	5.1198E-11

TABLA 6 (BIRKLE et AL, 2005, en proceso)

POZO MIXHUCA					
	Profundidad	Densidad total-roca seca	Porosidad Efectiva	Permeabilidad	Conductividad Hidráulica
	(m.b.n.m.)	[gr/cm ³]	[%]	[millidarcy]	(m/s)
M3-H	272-281	2.35	10.09	0.017	1.6422E-10
M3-V	272-281	2.34	10.70	0.046	4.4436E-10
M4-V	338-347	2.03	20.98	0.37	3.5742E-09
M5	402-411	1.91	24.47	220	2.1252E-06
M6-V	470-479	1.95	26.42	6.95	6.7137E-08
M7	601-607	1.99	22.80	14	1.3524E-07
M8-V	799-808	1.98		18.11	1.74943E-07
M8	799-808	2.20	0.86	0.136	1.31376E-09
M9-V	998-1007	1.93	0.81	0.543	5.24538E-09
M10-H	1225-1231	2.78	1.30	0.0003	2.898E-12
M10-V	1225-1231	2.74	1.36	0.0022	2.1252E-11
M-11H	1431-1439	2.60	2.20	0.0002	1.932E-12
M11-V	1431-1439	2.35	14.16	0.0024	2.3184E-11
M11-V	1431-1439	2.60	2.23	0.0002	1.932E-12
M13-H	1787-1791	2.53	4.92	0.0008	7.728E-12
M14-V	1992-1996	2.67	1.61	11.68	1.12829E-07
M14-V	1992-1996	2.69	0.64	0.406	3.92196E-09
M14-H	1992-1996	2.69	0.91	0.0183	1.76778E-10
M15-V	2194-2198	2.70	0.70	0.0001	9.66E-13
M15-H	2194-2198	2.69	1.07	0.0006	5.796E-12