



UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN
NICOLÁS DE HIDALGO

ESCUELA DE CIENCIAS FÍSICO – MATEMÁTICAS
“LUIS MANUEL RIVERA GUTIÉRREZ”

TESIS:

EMPLEO Y USO DE LAS REPRESENTACIONES PARA RESOLVER
PROBLEMAS MATEMÁTICOS

PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

LICENCIADA EN CIENCIAS FÍSICO – MATEMÁTICAS

PRESENTA

CINTHYA CANELA GARCÍA

ASESORES:

DRA. MARÍA DE LOURDES GUERRERO MAGAÑA

DR. JOSÉ CARLOS CORTÉS ZAVALA

Diciembre 2009

A mis padres: Luz y Carlos

A mis hermanas

A la memoria de mis Abuelos

A mis asesores:

Dr. José Carlos Cortés Zavala

Dra. María de Lourdes Guerrero Magaña

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo no hubiera sido posible realizarlo sin el apoyo de las siguientes instituciones: El consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), a través del proyecto “Razonamiento matemático y sensibilidad a la contradicción en ambientes tecnológicos” y a la Coordinación de la Investigación Científica (CIC).

A mis papás, Luz y Carlos por el cariño, paciencia, confianza y apoyo que me han brindado en todo momento, pero sobre todo por estar, cada uno a su manera, respaldándome para alcanzar mis objetivos. Quiero que sepan que siempre están presentes y de uno u otro modo siento la necesidad de agradecerles todo lo que soy y tengo. Gracias a ellos hemos llegado hasta donde estamos, cumpliendo sueños que son tanto míos como de ellos.

A mis hermanas, Verenice y Jaqueline por su alegría y entusiasmo, gracias hermanas por estar para compartir los días que nos encontramos en casa. Ustedes han duplicado mis alegrías y han dividido las tristezas.

A mis asesores de tesis, la Dra. María de Lourdes Guerrero Magaña y el Dr. José Carlos Cortés Zavala, mi más sincera gratitud por su tiempo invertido en esta tesis y por el apoyo incondicional que han dado para la terminación exitosa de ésta. Por su tan acertada dirección y paciencia.

A mi prima Saida y mi tío Socorro que siempre han creído en mí y en todo lo que hago día con día.

En general, un agradecimiento a todas las personas que han contribuido con su amistad para apoyarme en los buenos y malos momentos. A mis amigos que se encuentran cerca de mí y a los que siempre están presentes, aunque estén lejos. A Marcela por su tan atenta atención y ayuda.

INDICE

Capítulo I. Planteamiento del problema	5
I.1 Introducción	5
I.2 Objetivos	7
I.3 Preguntas de la investigación	8
Capítulo II. Revisión de literatura	9
II.1 Introducción	9
II.2 Representaciones	10
II.2.1 Representaciones de objetos matemáticos y desarrollo cognitivo	10
II.2.2 Relación entre representaciones mentales y representaciones semióticas	14
II.2.3 Representaciones espontáneas e institucionales	15
II.3 Visualización Matemática y representaciones Matemáticas	16
II.4 Obstáculo cognitivo	17
II.5 Metodología ACODESA	18
Capítulo III. Metodología de la experimentación	24
III.1 Descripción y calendarización	24
III.2 Esquema de investigación	25
III.2.1 Fase de adaptación de las actividades	26
III.2.1.1 Actividades específicas	26
III.2.1.2 Utilización de representaciones	27
III.2.2 Fase de recolección de datos	27
III.2.2.1 Aplicación de las hojas de trabajo	28
III.2.2.2 Video filmaciones de las sesiones	31
III.2.2.3 Formato de hojas de trabajo	33
III.2.3 Análisis de la información	37
Capítulo IV. Análisis de la información	38
IV.1 Introducción	38
IV.2 Metodología del análisis de datos	38
IV.3 Objetivos del análisis de datos	39
IV.4 Descripción y documentación de episodios relevantes	40
Capítulo V. Conclusiones y recomendaciones	59
V.1 Conclusiones	59
V.2 Recomendaciones	63
Referencias bibliográficas	65
Anexos	
Anexo I	
Anexo II	
Anexo III	
Anexo IV	

CAPÍTULO I

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

I. 1. Introducción

El presente trabajo forma parte del proyecto de investigación conjunta denominado “Razonamiento matemático y sensibilidad a la contradicción en ambientes tecnológicos” apoyado por Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT)¹ durante el año 2008; en general, el objetivo del proyecto es analizar y estudiar el papel que cumplen las representaciones (Duval, 1993, 1996) utilizadas por los estudiantes durante el proceso de resolución de problemas específicos; así mismo, se investiga sobre los procesos de razonamiento de los estudiantes, asociados a dichas representaciones.

Para cumplir con estos objetivos se han diseñado un conjunto de actividades que hacen énfasis en la utilización de diferentes formas de representar los conceptos matemáticos involucrados en ellas, de tal manera que se promueva el avance de las representaciones espontáneas (Hitt, 2003b) que inicialmente utilizan los estudiantes y que les permiten transitar a las representaciones utilizadas normalmente en las matemáticas escolares (representaciones institucionales).

En particular, este trabajo se centra en el análisis de la transición de las representaciones espontáneas; es decir, aquellas en las que se utilizan dibujos o diagramas, a otras representaciones institucionales (aquellas en las que se utilizan gráficas, figuras geométricas y expresiones algebraicas) todas ellas estrechamente ligadas a la visualización matemática. En este sentido, se estudiaron y documentaron algunas de las diferentes representaciones “figurales” producidas por estudiantes, en términos del propósito específico que cumplen, ya sea de apoyo al entendimiento del problema y/o a los conceptos matemáticos involucrados; así como de ayuda durante el proceso de solución del problema y exposición de resultados.

¹ Proyecto número 58671, apoyado por CONACYT en la convocatoria de ciencia básica del año 2007.

Las representaciones “figurales” analizadas fueron tanto espontáneas como institucionalizadas; en el primer grupo se encuentran todos los dibujos o los esquemas libres realizados por los estudiantes, mientras en el segundo, se han integrado todas aquellas representaciones de tipo geométrico y gráfico. De esta manera, analizamos la forma en que la producción y visualización de las distintas representaciones permiten el entendimiento de conceptos y apoyan al razonamiento matemático de los estudiantes.

También se revisan las representaciones semióticas que surgen como un medio para la exteriorización de las imágenes mentales de los estudiantes cuando resuelven una actividad y cuando estos presentan sus resultados ante sus compañeros del grupo.

De manera general, este documento ha sido estructurado en cinco capítulos. En el primero se da una introducción y se plantean los objetivos. En el segundo se incluye lo concerniente a la revisión de literatura, dividiéndolo en tres secciones: a) diferentes acercamientos a lo que se entiende por *representación* y la manera en que ésta influye en el razonamiento de los estudiantes cuando se encuentran resolviendo algún problema. Consideramos aquí los trabajos teóricos de autores como Duval y Hitt; b) documentación sobre trabajos relacionados con la visualización matemática y su importancia en la resolución problemas; y, c) se revisan los aspectos de carácter metodológico que nos permitieron llevar a cabo el estudio. En este sentido, nos referimos particularmente a la metodología “ACODESA” relacionada con el Aprendizaje Colaborativo, Debate Científico y Autorreflexión propuesta por Hitt (1998, 2003, 2007) como un método de investigación específico para la educación matemática, que permite estudiar el desarrollo del aprendizaje a través de la actuación en diversas etapas de trabajo en el aula de los estudiantes.

El tercer capítulo contiene la metodología de la investigación puesta en práctica; incluyendo todo lo relacionado con la planeación de la experimentación.

El capítulo cuatro es referente al análisis de la información obtenida durante la experimentación. En él se exponen y documentan diferentes episodios que, a nuestra consideración, son los más representativos de la experimentación y los que nos proporcionan más evidencia del trabajo realizado durante el desarrollo de la investigación.

En el último capítulo se presentan las conclusiones que arroja el desarrollo de las actividades en la fase de experimentación. Éstas se escribieron después de un minucioso análisis y triangulación de las diferentes fuentes de información utilizadas.

En general la investigación está organizada de la siguiente manera:

1. Objetivos y preguntas de la investigación.
2. Marco teórico y revisión bibliográfica.
3. Metodología de la investigación: organización de la experimentación.
4. Análisis de la información obtenida.
5. Conclusiones.

I. 2. Objetivos

El objetivo general de esta investigación que es:

Contar con información que nos ayude a entender cómo transitan los estudiantes de las representaciones espontáneas a las institucionalizadas en las representaciones figurales cuando resuelven problemas. Así mismo estudiar aquellas representaciones que les permitieron tener una mejor comprensión del problema, que les ayudaron durante el proceso de solución de un problema o les permitieron expresar sus resultados ante una situación problémica.

Los objetivos específicos que se derivan de este objetivo general son:

- Estudiar las representaciones espontáneas de los estudiantes en términos de los propósitos para las que fueron creadas (por ejemplo, para esclarecer una situación, para explicar a otros compañeros un resultado, para realizar un proceso).
- Documentar la forma en que se establecen las representaciones institucionales geométricas y gráficas; es decir, documentar el desarrollo de diferentes formas de representar de los estudiantes e identificar su cercanía con las representaciones tradicionales mencionadas.

- Analizar y documentar los procesos de razonamiento de los estudiantes cuando participan en las diferentes etapas establecidas en la metodología ACODESA.

I. 3. Preguntas de investigación

Las preguntas que permitieron guiar la investigación son:

1. ¿Qué necesidades se dan en los estudiantes para poder realizar una representación espontánea?
2. ¿Qué papel juegan las representaciones espontáneas producidas por los estudiantes en la formación de las representaciones geométricas y gráficas?
3. ¿Qué cambios ocurren en las representaciones producidas por los estudiantes cuando se ven en la necesidad de exponer sus resultados e ideas a otros estudiantes?
4. ¿Usan los estudiantes representaciones figurales en los períodos de autoreflexión? ¿Qué papel juegan estas representaciones en su razonamiento matemático?

CAPÍTULO II

REVISIÓN DE LITERATURA

II. 1. Introducción

Este capítulo contiene la revisión de literatura relevante para el presente trabajo, incluyendo algunos resultados de investigación publicados que están relacionados con las representaciones semióticas y espontáneas que pueden producir los estudiantes durante su trabajo matemático. Así mismo, se incluye una revisión de diferentes trabajos relativos a visualización matemática y de cómo ésta influye en la producción de representaciones. Se han incorporado también aspectos teóricos relativos a la metodología que fue utilizada durante la investigación.

La segunda sección comprende una revisión de diferentes trabajos y reportes de investigación relacionados con las representaciones semióticas y la forma en que éstas influyen en el razonamiento matemático de los estudiantes. En particular, se incluye una descripción de lo que se entenderá por representación matemática y la definición de los elementos básicos relacionados con el uso de representaciones de acuerdo con la teoría de Duval (1993, 1996) y el trabajo de Hitt (1998, 2003b, 2007).

Así mismo se puntualizan las nociones de representación espontánea y representación institucional, marcando sus diferencias y relaciones. Mientras que en la tercera y cuarta secciones, se tratan los aspectos relativos a la importancia de la visualización matemática en la actividad de los estudiantes para favorecer el pensamiento matemático y la noción de obstáculo epistemológico, respectivamente.

En la última sección se revisan aspectos de tipo metodológico, relacionados con el trabajo colaborativo, el debate científico y la autoreflexión; elementos básicos en la metodología ACODESA (Hitt, 2007), bajo la que ha sido desarrollado el presente estudio.

II.2 Representaciones

En este apartado abordaremos los aspectos relacionados con las representaciones tales como la representación de objetos matemáticos, representaciones semióticas, la conversión de representaciones, la relación de representaciones mentales y representaciones semióticas, así como la diferencia que existe entre representación espontánea y representación institucionalizada.

II.2.1 Representaciones de objetos matemáticos y desarrollo cognitivo

Duval (1993) emplea la palabra representación bajo la forma verbal “representar” en una escritura, una notación, una gráfica un objeto matemático. Por ejemplo, una función puede representarse a través de un símbolo, una gráfica, una tabla de datos numéricos, una descripción verbal o escrita. Menciona la importancia de que los objetos matemáticos sean representados y hace énfasis en que no se debe confundir a los objetos matemáticos (conceptos, definiciones, estructuras, etc.) con su representación; algunos de los conocimientos que vamos adquiriendo pueden llegar a ser inutilizables fuera de un contexto de aprendizaje porque, o no los recordamos o permanecen como representaciones inertes. Por tanto, distinguir un objeto de su representación es un aspecto indispensable para la comprensión matemática.

Si bien, lo que interesa en el aprendizaje son los objetos matemáticos (pero éstos no son directamente asequibles a partir de nuestra percepción o de la experiencia intuitiva inmediata, como sucede con los objetos físicos) es necesario involucrar representantes que nos permitan manipularlos y actuar con ellos (Deledicq & Lassave, 1979). Por lo que, para llegar a los objetos matemáticos, introducimos sus diferentes representaciones y esto hace que debamos estudiar el papel que juegan las representaciones en el aprendizaje de los objetos matemático. Un ejemplo de la relación que guarda el sistema de representación con el tipo de actuación aplicable al objeto matemático es el cálculo numérico, ya que en éste los algoritmos operativos dependen del sistema de escritura seleccionado.

Por lo anterior, podemos manifestar que las representaciones juegan un papel muy importante en la actividad matemática, tanto como en su papel de representantes de objetos matemáticos como en posibilitar formas de actuación específicas para ellos.

Las representaciones pueden ser de dos tipos: representaciones mentales y representaciones semióticas. Las primeras cubren al conjunto de imágenes mentales y concepciones que un individuo puede tener acerca de un objeto, sobre una situación y sobre lo que les está asociado, (Duval, 1993).

Las representaciones semióticas son producciones que se caracterizan por el empleo de signos pertenecientes a un sistema. Por ejemplo, una figura geométrica es una representación semiótica que pertenece a un sistema de signos específico (al cual pertenecen, por ejemplo, la línea, el punto, el segmento, etc.).

En este sentido podemos mencionar que las representaciones mentales son internas, mientras que las semióticas son externas. Así, las representaciones semióticas son un medio de exteriorización de las representaciones mentales, que nos sirven tanto para fines de comunicación como para el propio entendimiento.

Duval (1993) hace énfasis en que el conocimiento matemático se puede representar bajo diferentes formas semióticas; sostiene que un objetivo en la enseñanza de las matemáticas debe ser el tratar de favorecer en los estudiantes la habilidad para cambiar de un registro a otro en cualquier representación semiótica. Particularmente, se refiere a tres puntos específicos:

1. Muchas de las dificultades encontradas en el aprendizaje de los estudiantes, en diferentes niveles educativos, pueden ser descritas y explicadas en términos de una falta de coordinación de registros de representación.

2. El conocimiento conceptual es el invariante de múltiples representaciones semióticas.

3. Tomado en consideración diferentes registros de representación, se pueden definir variables independientes específicas de contenidos cognitivos y, así, organizar propuestas didácticas para desarrollar la coordinación de registros de representación.

En la actividad matemática es esencial poder utilizar ya sea, varios registros de representación semiótica o elegir uno en lugar de otro, en el transcurso de una tarea; una razón de ello es la ventaja que tiene una representación específica en el tipo de manipulaciones a realizar; sin embargo, parece ser que también este recurso resulta una condición necesaria para que no se confunda a los objetos matemáticos con sus representaciones y para que se les pueda reconocer en cada detalle.

Para que un sistema semiótico pueda ser un registro de representación debe permitir tres actividades cognitivas fundamentales (Duval, 1993):

1. La formación de una representación que pueda ser identificada como tal. Por ejemplo, el dibujo de una figura geométrica, o la escritura de una fórmula.

Esta formación implica una identificación de rasgos y datos característicos del registro semiótico en el cual se produce la representación.

2. El tratamiento de una representación es la transformación o manipulación interna de esta representación en el mismo registro en que ha sido formada. Por ejemplo, la reconfiguración de las figuras geométricas constituye un tratamiento en el registro geométrico.

3. La conversión de una representación es la transformación de esta representación en una que pertenece a otro registro semiótico, conservando todo o solamente una parte del contenido de la representación inicial. Por ejemplo, la ilustración es una conversión de una representación lingüística o simbólica, en una representación figural.

Duval (1993) señala que, de las tres actividades cognitivas anteriores, sólo las dos primeras son tomadas en cuenta en la enseñanza. Se supone implícitamente que la tercera actividad cognitiva, la conversión, es un resultado natural de las otras dos actividades. Así mismo, se presupone que ésta no tiene el mismo nivel de importancia con relación a la comprensión conceptual, puesto que se limita a ser un cambio de registro.

La actividad de conversión, no es sólo una traducción a otro sistema, implica poder coordinar diferentes registros de representación a través de sus características significativas (unidades significantes) y considerar la aprehensión conceptual de las relaciones semióticas. Tres tareas que pueden favorecer la fluidez representacional (Thomas & Holton, 2003) son:

a) *Tareas de variación comparativa.* Para estar en condiciones de usar efectivamente una representación semiótica, es importante identificar las unidades significantes o características esenciales de dicha representación. Esto puede realizarse observando las posibles variaciones de la representación, efectuadas sistemáticamente en el registro en que ésta se produjo; así mismo es importante identificar las variaciones que pueden darse al hacer un cambio de registro. Esta observación e identificación de características esenciales, implica que la actividad cognitiva de conversión no se puede separar de la percepción de estos tipos de variaciones.

b) *Tareas relacionadas con tratamientos.* En la enseñanza, generalmente se favorecen tratamientos (transformaciones representacionales en el mismo registro) en registros específicos. Por ejemplo, es común encontrar actividades de tratamiento en el registro simbólico o en el registro numérico; sin embargo, en algunos otros, no se promueve esta actividad. Particularmente, en los procesos de enseñanza hace falta favorecer tratamientos figurales, en donde los aprendizajes deben ser dirigidos hacia la aprehensión operatoria de las figuras y no hacia la aprehensión secuencial o discursiva (Duval, 1993). Así mismo, es importante tomar en cuenta todos aquellos factores que intervienen en hacer visible la transformación y la organización perceptiva.

c) *Tareas de producción de representaciones semióticas complejas.* Duval (1993) llama representación compleja a toda aquella que revela un procedimiento. Por ejemplo, un texto o un cálculo con varias etapas. Es importante que los estudiantes desarrollen habilidades para producir representaciones. Si éstas son simples, pueden no provocar una actividad cognitiva importante, por lo que Duval se refiere a aquellas que provocan una verdadera actividad cognitiva, por medio de la producción de representaciones complejas.

Como se ha mencionado, estas tres tareas pueden ayudar a desarrollar una fluidez en los estudiantes, para coordinar diferentes registros de representación. Sin embargo, en términos de la enseñanza, surgen de manera natural dos preguntas al respecto: ¿Cómo se aprende a cambiar de un registro a otro?, y ¿cómo se aprende a no confundir un objeto con su representación? Para responder a estas cuestiones, Duval (1996) señala que es la movilización de una pluralidad de registros de representaciones semióticas lo que permite estos aprendizajes. Ésta no solo depende de la multiplicidad de representaciones disponibles para un sujeto; depende también de su estado de desarrollo cognitivo: dos características del funcionamiento cognitivo consiente.

Por tanto, dos aspectos esenciales para la movilización de registros son: a) su producción y desarrollo; y, b) la coordinación de registros.

En el primer caso, Duval hace referencia a la *diferenciación funcional* como mecanismo de desarrollo de registros. Ésta puede ocurrir por *adaptación* (Piaget, 1968) o mediante un cambio de función luego de la activación de las posibilidades de funcionamiento existentes.

Como se ha mencionado, otro aspecto esencial para la movilización de registros es su coordinación. Ésta es precisamente la condición para poder diferenciar un objeto matemático de su representación: *“se manifiesta por la capacidad de reconocer, en dos representaciones diferentes, las representaciones de un mismo objeto”* (Duval, 1996, p. 357). Es importante mencionar que esta movilización de registros no se da de manera natural, es necesaria una enseñanza que promueva esta actividad.

II.2.2 Relación entre representaciones mentales y representaciones semióticas

Hiebert y Lefevre (1986), se refieren a dos tipos de conocimiento, que consideran fundamentales para la construcción de conceptos: el conocimiento conceptual y el conocimiento procedural. El primero se caracteriza por ser un

conocimiento rico en relaciones, y puede ser visto como una red en donde el conocimiento queda interconectado. Por su parte, el conocimiento procedural se conforma del sistema de representación y de algoritmos o reglas para realizar diferentes tareas matemáticas.

La conexión de estos dos tipos de conocimiento permite trabajar de forma más eficiente en matemáticas. Por un lado, el conocimiento procedural que toma en cuenta lo conceptual, permite que los símbolos tengan sentido; por otro, los procedimientos pueden recordarse mejor y por tanto, pueden ser usados de manera más eficiente.

Las representaciones juegan un papel funcional en la construcción de un concepto, en donde el conocimiento procedural tiene una presencia importante, nutriendo al conocimiento conceptual y viceversa. Por ello, se puede considerar que en realidad tenemos un conocimiento procedural-conceptual que es indisociable.

Esta interpretación comprende la relación entre las representaciones mentales y las producciones semióticas que permiten la construcción de una concepción. La complejidad del concepto por construir y las situaciones didácticas que se proporcionen a los estudiantes juegan un papel importante en esta construcción. Así, este acercamiento a la construcción de conceptos (Hitt, 2003), permite la formación de relaciones para ir creando un conocimiento procedural-conceptual indisociable y esencial en la construcción de conocimiento matemático.

II.2.3. Representaciones espontáneas e institucionales

En la tesis doctoral de Páez (2004), se hace referencia a un análisis y discusión por parte de Hitt (2003b) al trabajo de Duval, acerca de las representaciones semióticas descritas en los apartados anteriores:

Él (Hitt) manifiesta que, de manera implícita, Duval se centra en la construcción de conceptos, en donde las representaciones institucionales (las que utilizan los profesores, los libros de texto o las que aparecen en la pantalla de la computadora) son preponderantes en la construcción de estos conceptos y no toma en consideración, explícitamente, las representaciones no institucionalizadas. Hitt (ídem)

afirma que en el proceso de construcción de los conceptos, las representaciones, producidas por los estudiantes, están lejos de ser aquellas que son esperadas por el profesor (representaciones institucionales) y que estas representaciones semióticas espontáneas desempeñan un papel crucial en la construcción del conocimiento.
(Páez, 2004, pág. 65)

Nuestro interés, al referirnos a la cita anterior, se debe a que en esta investigación particularmente nos interesa estudiar la forma en que los estudiantes producen y usan representaciones espontáneas, y la manera en que éstas apoyan a la formación de representaciones institucionalizadas y de conceptos matemáticos.

Como puede observarse, el trabajo de Duval es de corte individual; es decir, se estudia la movilización de registros de representación que realiza un sujeto en especial. En nuestra investigación, adaptaremos las ideas de Duval a una metodología que combina el trabajo individual y el trabajo en equipo, para analizar la producción, uso y coordinación de registros de representación.

Los aportes teóricos de Duval y Hitt nos revelan que para la construcción de conceptos es fundamental considerar tareas de conversión entre representaciones y situaciones que favorezcan la utilización de representaciones espontáneas en la resolución de problemas.

II.3 Visualización matemática y representaciones

Comprender el papel que juegan los sistemas semióticos de representación en la construcción de conceptos matemáticos nos ayudará a entender la forma en que los estudiantes construyen conceptos. En este contexto, la visualización matemática tiene que ver con una visión global, integradora, holística, que articula, sin contradicciones, diferentes representaciones en varios sistemas semióticos (Hitt, 1998).

En la enseñanza de las matemáticas tradicional, se ha dado prioridad al trabajo sobre los procesos algebraicos, restándole importancia a los procesos visuales. Al respecto, Zimmermann & Cunningham (1990) mencionan que:

“en la visualización matemática, lo que le interesa es precisamente la habilidad del estudiante para dibujar un diagrama apropiado (con lápiz y papel, o en algunos casos, con computadora) para representar un concepto matemático o problema y para usar el diagrama para el logro del entendimiento, y como una ayuda en la resolución del problema” (p. 3).

De los trabajos de Vinner (1989), Eisenber y Dreyfus (1990), podemos concluir que existe una resistencia al uso de consideraciones visuales por parte de los estudiantes. Ellos señalan que hay un predominio del pensamiento algorítmico sobre el visual, una de las causas posibles es que pensar visualmente exige demandas cognitivas superiores a las que exige el pensar algorítmicamente; otra, es que los profesores de matemáticas promueven el pensamiento algorítmico sobre el visual.

Las imágenes visuales son utilizadas para ejemplificar o contextualizar algún enunciado matemático; sin embargo, los profesores no enfatizan el uso de consideraciones visuales en la resolución de problemas. El resultado encontrado por Pluvinage (Hitt, 1998), muestra que la percepción impulsa un tipo de razonamiento que en ocasiones puede ser incorrecto. También podemos mencionar la importancia que tiene la visualización en el entendimiento del problema lo que nos lleva a la necesidad de representar estas ideas obtenidas al visualizar el problema. Tanto Tall (1989) como Duval (1993, 1995), concluyen que no basta con recurrir a un tipo de representaciones para resolver un problema, es necesaria la articulación entre las diferentes representaciones semióticas utilizadas en la resolución del mismo. Por lo que se tiene la necesidad de promover con mayor profundidad la articulación de representaciones en apoyo a la resolución de problemas.

II.4 Obstáculo cognitivo

Al analizar el trabajo de los autores anteriores, en cuanto a los sistemas semióticos de representaciones, un aspecto que resalta es la presencia de un *obstáculo epistemológico*. Algunos de ellos mencionan que la construcción inadecuada de un concepto se puede deber a una carencia de articulación entre diferentes

sistemas semióticos de representación. Otros afirman que los errores se manifiestan durante la manipulación de una representación dentro de un sistema, y como un problema mayor, cuando hay una elección inadecuada de un sistema semiótico al resolver un problema matemático.

En este contexto, un obstáculo cognitivo se produce cuando un sujeto, frente a un problema, evoca representaciones contradictorias, posiblemente a causa de ideas intuitivas erróneas (en muchos casos incluso necesarias) construidas en el proceso de formación de un concepto.

Pareciera que la propia complementariedad de las representaciones impulsara la estabilidad de un concepto, al introducir otra representación de mismo con la necesidad de manipulación simultánea de ambas representaciones. Si éstas no se utilizan de manera coherente, en lugar de promover el aprendizaje de un concepto, lo que se está promoviendo es un obstáculo cognitivo. En este sentido, Bachelard (1971) señala que los obstáculos epistemológicos son representaciones que obstaculizan la construcción de nuevas representaciones.

II.5 La metodología ACODESA

La metodología empleada en la experimentación fue la de aprendizaje colaborativo, debate científico y autorreflexión, conocida como metodología ACODESA.

Según Hagelgans et al. (1995), el aprendizaje colaborativo implica que los estudiantes trabajen en pequeños grupos (3 ó 4), heterogéneos, normalmente asignados para la duración del curso. De tal forma que cada uno de ellos es partícipe del aprendizaje de sus compañeros de equipo y el espíritu cooperativo está presente en cada faceta del curso.

Para que los grupos sean llamados “grupos de aprendizaje colaborativo” deben cumplir con las siguientes características:

- 1) Cantidad significativa de trabajo en grupo. El interactuar implica reflexión acerca de las ideas matemáticas y discusión de acercamientos alternativos, para la solución del problema. En el intento de compartir las ideas con los otros miembros de

su grupo, los estudiantes podrán clarificar su propio pensamiento con relación a un problema o concepto. Esta discusión como parte de la dinámica misma, posibilita que los alumnos confronten sus concepciones sin que haya una intervención directa del profesor.

2) “Esprit de corps” entre los miembros del grupo: actividades diseñadas con el propósito de que fluya el espíritu cooperativo en cada una de las facetas.

3) Grupo estables.

Un método de comunicación oral bien definido puede ayudarlos a aclarar sus propias ideas. Cierta rigurosidad definida en los pasos produce un diseño, para un diálogo efectivo en la solución del problema. El bosquejo consiste en una serie de instrucciones (Polya, 1945):

1. Comprensión del problema.
2. Concebir un plan.
3. Intentar realizar el plan.
4. Contrastar los resultados.
5. Concebir un método conveniente para comunicar los resultados.

Afirman que la participación en un grupo colaborativo ayuda a fomentar en los estudiantes el pensamiento reflexivo sobre sus métodos de solución de problemas. También contribuye a que el alumno consiga ser menos dependiente del instructor.

La interacción social ofrece oportunidades para advertir que otros pueden llegar a diferentes conclusiones. Estas diferencias pueden ocasionar conflictos entre los individuos del grupo. Dichas contradicciones sirven para contextualizar las diferencias cognitivas y conducir a la coordinación que puede resolver el conflicto.

Según los autores, Piaget sugiere que las oportunidades para llegar a ser capaz de ver otros puntos de vista son mucho más frecuentes cuando los estudiantes discuten con sus compañeros. En el debate, la colaboración con otros los ayuda a aprender cómo tomar diferentes perspectivas dentro de la explicación.

Los diferentes enfoques conducen al conflicto cognitivo. La resolución de éstos los lleva directo al desarrollo cognitivo.

Hagelgans et al. (1995, p. 31) afirma que... la idea principal es que los estudiantes puedan ser guiados a través de un proceso de tres pasos mientras que desarrollan su propia comprensión de un concepto matemático:

1) Actividades informales que introducen un concepto, frecuentemente a través de la investigación de ejemplos: se refieren a problemas matemáticos que prefiguran en la introducción de éste. El conjunto de actividades ofrece la base para fomentar las conversaciones estructuradas en los estudiantes. Confrontando las ideas durante una actividad, llegan a estar interesados en encontrar la solución para el problema; organizan sus pensamientos y construyen conceptos mentales.

2) Tarea en el aula de clase que unifica los esfuerzos para germinar las ideas desarrolladas en las actividades: después de que los estudiantes intentan desarrollar las actividades durante las sesiones de problemas, los autores recomiendan que la siguiente clase sea dedicada a las tareas y a discutir las actividades entre todos.

3) Los ejercicios, incluyen problemas tradicionales de tarea que requieren de la aplicación o de la extensión del concepto, de tal modo que refuerza el concepto motivo de estudio.

En cuanto al primer componente, relacionado con la falta de precisión en la discusión plenaria, es fundamental, integrar aspectos metodológicos del debate científico. Interesan las suposiciones que hacen los alumnos con respecto a la solución del problema, las cuales son formalizadas en términos de conjetura, y la validación es realizada por ellos mismos.

Las demostraciones se producen a través de interacciones y después de que han estado confrontando el problema específico durante un debate. El rol del profesor es promover una discusión mucho más depurada que los obligue a precisar sus argumentos hacia una demostración, o a la de demandar contraejemplos, para rechazar tal o cual conjetura.

La metodología del debate científico tiene por objetivo integrar a los estudiantes en un proceso activo de cuestionamiento de los conceptos y de construcción crítica de sus propios conocimientos, incitándolos a proponer sus propias conjeturas, proposiciones y demostraciones.

El segundo componente de este proceso es la importancia de la autorreflexión. Debe cuidarse que los estudiantes lleguen a un consenso. Una forma de asegurarlo, es dejar la misma actividad para que la realicen de manera individual, después de la discusión de clase. Se les recoge todo el material elaborado en la clase con el fin de que esta reconstrucción sea mucho más profunda.

El transformar una concepción o incluso superar un obstáculo cognitivo requiere de una reflexión profunda que implica un rechazo consciente a su concepción u obstáculo y a una nueva concepción o construcción del concepto en cuestión.

Este proceso de autorreflexión realizado fuera del aula de clase, forma parte esencial de la “incubación de ideas”.

La metodología utilizada consiste en largos encadenamientos de situaciones didácticas, diseñadas por ingeniería didáctica. Está ligada al aprendizaje en colaboración, al debate científico así como a la auto-reflexión junto con la incubación. El aprendizaje en colaboración y la auto-reflexión (que es fundamental para la construcción del conocimiento) son complementarias de la metodología del debate científico y pueden ser combinados armoniosamente. En este sentido, el enfoque es de tipo socio-constructivista.

La metodología ACODESA consiste en varias etapas las cuales son:

- Construcción de un cuestionario preliminar para despejar los comportamientos prototípicos (en nuestro caso, se trata de comportamientos más bien intuitivos, formalistas o contradictorios);
- Formación de equipos de tres estudiantes que tengan comportamientos diferentes según el punto precedente;
- Elaboración de actividades con la intención de provocar un desequilibrio cognitivo en los estudiantes;
- Distribución de roles para el trabajo e equipo durante la resolución de un problema.
- Dar paso eventualmente al debate (debate científico) al final de las actividades. Siendo la idea que, para la construcción de un concepto o para la

superación de un obstáculo epistemológico, los estudiantes deben enfrentar situaciones didácticas susceptibles de provocar un desequilibrio cognitivo;

En resumen, el debate científico y la auto-reflexión son elementos que permiten a los estudiantes superar algunas contradicciones cognitivas, y estos les brindan la posibilidad de cambiar ciertas concepciones.

Se utilizó la metodología ACODESA para tratar de comprender la complejidad en la transición entre las representaciones; en ACODESA se proponen tres etapas de trabajo que son:

- Las dos primeras están relacionadas con la co-construcción de conocimiento en un trabajo en equipo y con todo el grupo (apropiación del problema, proposiciones en equipo y con todo el grupo);

- La tercera, la cual es una reflexión personal en la cual el estudiante debe retomar por su cuenta las discusiones y debates en los que participó para construir una solución que le es propia.

Para esta investigación se adicionó una etapa más, conocida como etapa individual inicial. Ésta se considera ya que se deja trabajar a los alumnos de manera que reflexionen sobre el problema a resolver y escriban ideas intuitivas que tienen para darle solución, antes de proceder a trabajar en equipo.

Con base en lo anterior, Hitt (2007) considera que:

La idea principal del debate científico al final de las actividades es ayudar a la construcción de un concepto o para la superación de un obstáculo epistemológico, en donde los estudiantes deben hacer frente a situaciones didácticas que van a provocar un desequilibrio cognitivo, en el que el papel del profesor no es el de señalar las contradicciones lógicas, sino más bien el de inducir un debate sobre los resultados obtenidos por un equipo y que lo toma de conciencia de una contradicción debe venir de los propios estudiantes. El debate seguramente habrá provocado cambios de posición en el

conocimiento del alumno individual para provocar una reflexión (autorreflexión) sobre los ejemplos, contraejemplos, demostraciones, etc. que han tenido lugar (pág. 7).

Por otro lado, el trabajo con los estudiantes puede ser llevado a cabo de dos formas, con un profesor ajeno a la investigación o con un profesor involucrado en la misma. En esta investigación se va a considerar un profesor ajeno a la investigación.

CAPÍTULO III

METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

III.1 Descripción y calendarización

Participaron en el estudio un grupo con 36 alumnos del Conalep (Colegio Nacional de Educación Profesional Técnica) Mich. Plantel Morelia II, de primer semestre de Electrónica Industrial, 35 hombres y una mujer con edades entre 15 y 16 años quienes estaban iniciando el semestre. Estas actividades se llevaron a cabo en el salón de clases del primer semestre grupo 1105 del Conalep Morelia II, turno matutino.

La metodología que se trabajo fue la metodología de **ACODESA** (que por sus siglas la conocemos como Aprendizaje Colaborativo, Debate Científico y Autorreflexión). Aunque esta metodología está muy relacionada con la tecnología, en la experimentación los estudiantes sólo utilizaron las calculadoras (para hacer cálculos numéricos y para agilizar dichos cálculos) pero no como una herramienta de apoyo en la resolución de la actividad o que les va a permitir mostrar a sus compañeros sus resultados. La metodología de ACODESA, en esta experimentación, va a constar de cuatro etapas que describo brevemente a continuación:

- **Etapas Individual Inicial:** se considera como el trabajo preliminar para el trabajo colaborativo ya que se les permite trabajar a los estudiantes de manera individual, que reflexionen sobre el problema a resolver, deben escribir ideas intuitivas que tienen para darle solución a la actividad, aunque estas ideas sean erróneas, para después proceder con el trabajo colaborativo.
- **Etapas del trabajo en equipo (aprendizaje Colaborativo):** se organizaron equipos con cuatro miembros. Se da la interacción entre los estudiantes del equipo que posibilita el aprendizaje; al tratar de dar solución a alguna actividad, la interacción que se da entre los integrantes del equipo, de forma que el conocimiento de los compañeros, y la experiencia que tiene cada uno va a promover el aprendizaje. En general, los estudiantes necesitan interactuar con

sus compañeros y el profesor para expresar sus pensamientos y comunicarse, así mismo establecer otras relaciones que van a generar una mayor libertad en el proceso de aprendizaje.

- **Etapas grupales (Debate Científico):** se tiene la exposición de los desarrollos de cada equipo. Cada equipo puede presentar una solución diferente incluso diferentes resultados. Primero se tiene la presentación de sus conjeturas que son las reproducciones de las propuestas que se establecieron como válidas durante el trabajo en equipo, para después pasar a un proceso en el que los integrantes o el expositor del equipo tiene que convencer a sus compañeros de que sus conjeturas presentadas son las adecuadas; es decir, las conjeturas de este equipo son puestas a una prueba de validación por parte de todo el grupo. En esta etapa el profesor tiene un papel muy importante ya que es el promotor del debate; es decir el profesor toma el papel de moderador o asistente, orientando a los estudiantes a establecer una mejor conjetura.
- **Etapas de Autorreflexión:** se plantea a los estudiantes una actividad igual a la que se aplicó en las etapas anteriores con la finalidad que logren aplicar los conocimientos que fueron concretados anteriormente. En esta etapa se les regresa la actividad que se les entregó en la primera etapa, ya sea para que la complementen o para realizarla nuevamente.

Todas las etapas se encuentran relacionadas, es decir que ninguna etapa está aislada.

Para cada una de las etapas se les pidió a los estudiantes que utilizaran un lapicero de diferente color de tinta.

III.2 Esquema de la investigación

En la siguiente figura (figura 1) se presenta un esquema de la investigación experimental, contienen tres fases de la forma en que se desarrolló la experimentación; cada fase a su vez está dividida en etapas. A continuación se da información de las fases y etapas correspondientes.

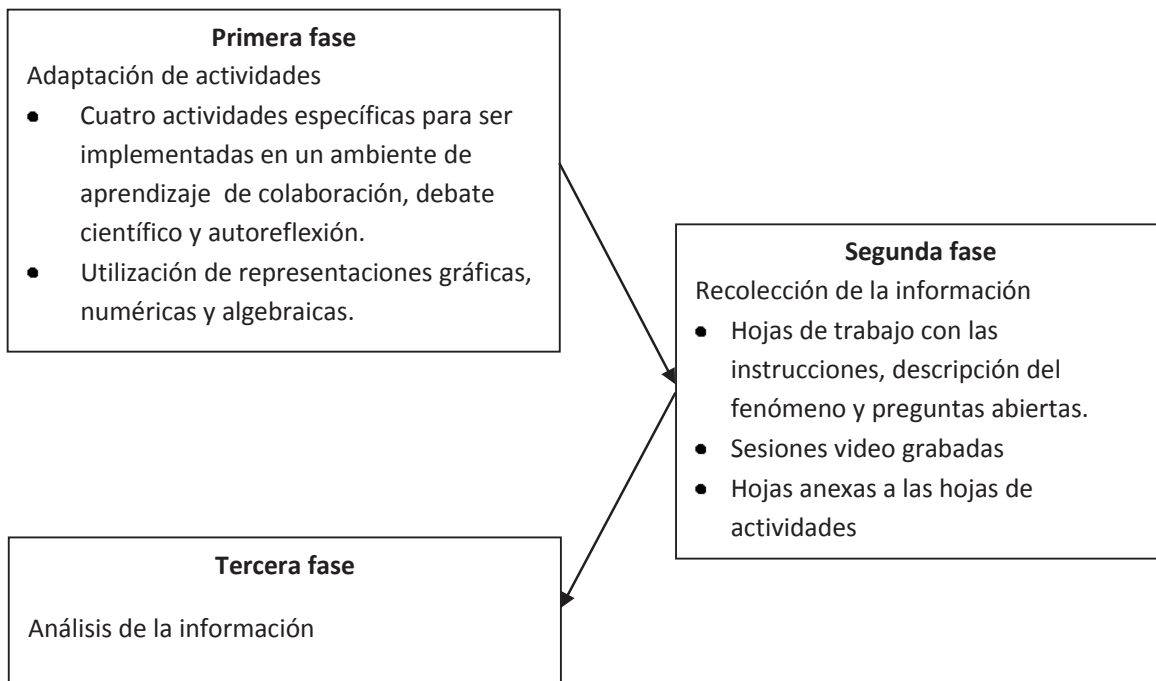


Figura 1. Estructura de la experimentación

III.2.1 Fase de adaptación de las actividades

Se adaptaron actividades que fueron diseñadas por Fernando Hitt en Quebec, Canadá. En primer lugar se tradujeron. La adaptación fue en cuanto al contexto del problema, digamos hacerlos un poco más apegados a la realidad de un estudiante de Morelia, así como crear preguntas de tipo abierto que generen un conflicto cognitivo y que también propicien la discusión durante el debate. Como más adelante se explica, se hicieron dos tipos de actividades: una individual y la otra por equipo.

III.2.1.1 Actividades específicas

En las sesiones de trabajo se aplicaron cuatro actividades:

- El fotógrafo profesional: un fotógrafo se mueve sobre la banqueta frente a una estatua, el estudiante tiene que dar a conocer a sus compañeros las

diferentes posiciones en las que el fotógrafo toma una buena fotografía así como los factores que influyen en la obtención de esta.

- El camino de un excursionista parte I: los estudiantes deben de trazar diferentes caminos, considerando que el camino es cerrado y el puesto de socorro debe estar ubicado en el interior de la ruta de tal forma que el excursionista lo vea desde cualquier punto en el que se encuentre situado, así como las diferentes formas de dar a conocer sus resultados a los compañeros.
- El camino de un excursionista parte II: se les da una ruta, un parque cuadrado. El mástil se encuentra situado en el centro del parque, los estudiantes tienen que obtener diferentes posiciones para el excursionista, encontrar las distancias que hay del excursionista al mástil en cualquiera de las posiciones que consideren, así como diferentes formas de dar a conocer el fenómeno a sus compañeros.
- La alberca: se tiene una alberca cuadrada, se va tapando con una lona elástica, el estudiante tiene que hacer un dibujo con diferentes distancias recorridas por la persona que está cubriendo la alberca, además de calcular el área de la superficie cubierta por la lona para cada caso e igual encontrar otras formas de dar a conocer a sus compañeros el fenómeno.

En todas las actividades, en un principio, se les pide que describan el fenómeno con sus palabras.

III.2.1.2 Utilización de representaciones

Las actividades planteadas se pueden solucionar a través de usar diferentes representaciones. De hecho en cada una de las preguntas planteadas en las hojas de trabajo se solicita algún tipo de representación.

III.2.2 Fase de recolección de datos

Ésta se realizó en una semana. A continuación se describe las diferentes etapas de esta fase.

III.2.2.1 Aplicación de las hojas de trabajo

En la figura 2 se representa de manera esquemática cómo se aplicaron las hojas de trabajo.

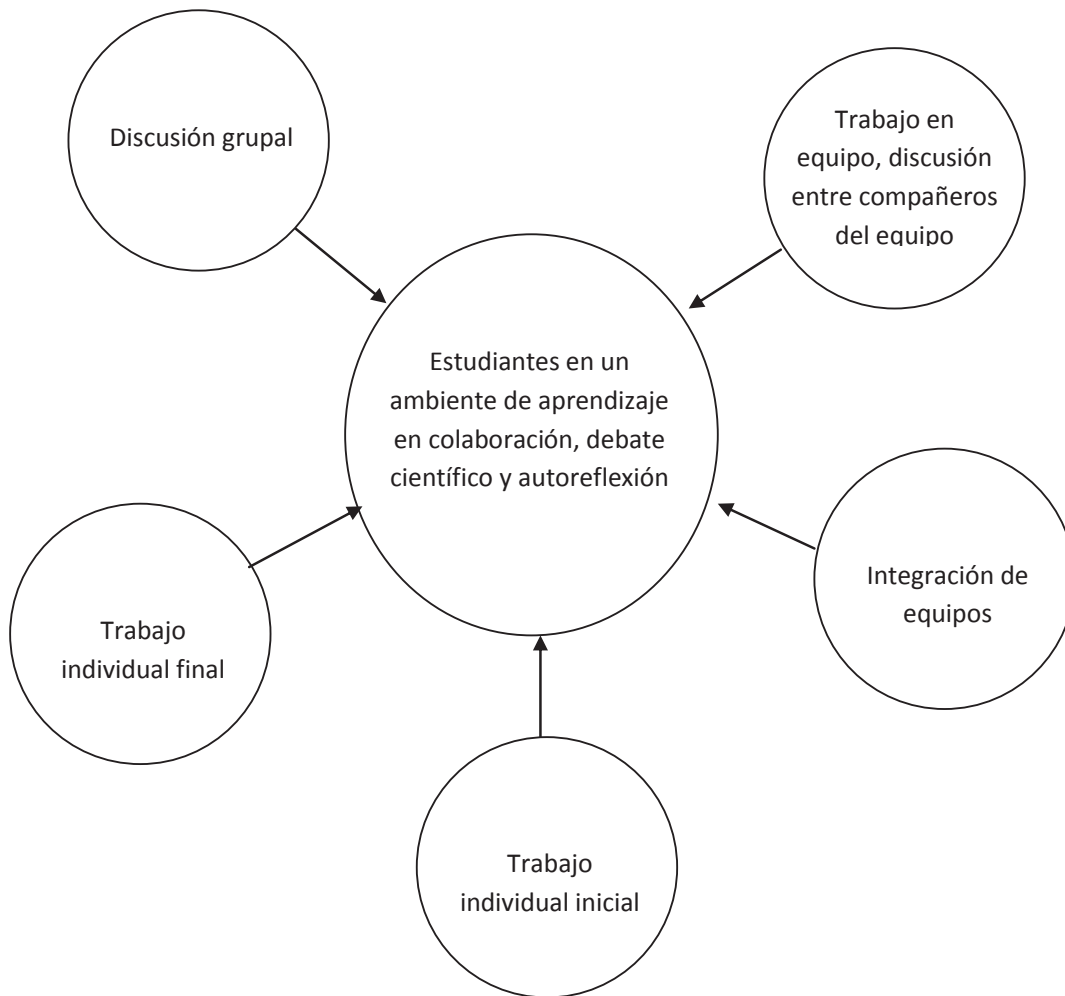


Figura 2

Se trabajaron cuatro sesiones de una duración de 100 minutos cada una, dividiéndolas en cuatro etapas: etapa inicial individual, etapa de trabajo en equipo (aprendizaje colaborativo), etapa de debate o discusión (debate científico) y una etapa individual final (de autoreflexión).

En la primera sesión se trabajó la actividad del fotógrafo profesional, sesión del día 1 de septiembre de 2008, de la siguiente forma: 10 minutos para el trabajo

individual inicial, 30 minutos para trabajo en equipo, 30 minutos para la parte del debate y 15 minutos para el trabajo final individual.

En la segunda sesión se aplicó la actividad del camino de un excursionista parte I, sesión del día martes 2 de septiembre de 2008. Debido a los resultados del lunes hizo un cambio en cuanto al tiempo que se les dio para trabajar las diferentes etapas, es decir, se les concedió 20 minutos para el trabajo individual inicial, 40 minutos para trabajo por equipo, 30 minutos para la parte del debate.

En la sesión siguiente se aplicó la actividad del camino de un excursionista parte II, sesión del día miércoles 3 de septiembre de 2008. Se inició concediéndoles 10 minutos para el trabajo final individual de la actividad anterior para después realizar la siguiente actividad y trabajarla de la siguiente forma: 15 minutos para el trabajo inicial individual, 60 minutos para el trabajo en equipo y la discusión se realizó en la siguiente sesión.

La sesión del día jueves 4 de septiembre de 2008 se inició con la discusión y esta duró 60 minutos, pero como fue muy productivo el trabajo se les concedió 15 minutos más para que trabajaran la cuestión de la representación grafica. Cerrando la sesión con 15 minutos más para el trabajo individual final.

La última sesión se aplicó la actividad de la alberca, sesión del día 5 de septiembre de 2008, tuvo una duración de 150 minutos. Esta sesión se dividió de la siguiente forma: 15 minutos para el trabajo individual inicial, 60 minutos para el trabajo en equipo, 60 minutos para la discusión y 15 minutos para el trabajo individual final.

Las actividades se aplicaron del 1 al 5 de septiembre de 2008 en los siguientes horarios:

Lunes de 9 am a 11 am.

Martes de 7 am a 9 am.

Miércoles y jueves de 10 am a 12 pm.

Viernes de 7 am a 10 am.

La experimentación se realizó como se muestra a continuación:

- a) Se integraron equipos de cuatro alumnos cada uno, los cuales conformaron ellos mismos, como era inicio de semestre, tomaron en cuenta la empatía y afinidad hacia sus compañeros.
- b) Se presentaron dos tipos de actividades, una para la actividad individual y otra para la actividad en equipo. Esto se hizo con la finalidad de que tuvieran una buena redacción para un mejor entendimiento de los estudiantes ya que ambas actividades describían y pedían lo mismo pero estaban dirigidas individualmente o para el equipo. En las actividades se abordaron problemas de contexto que no involucraban datos numéricos y que les permitían a los estudiantes resolverlas de forma muy libre y adaptándolas a los conocimientos que ellos tenían.
- c) Los estudiantes solucionaron las actividades propuestas con el apoyo del profesor. Esto se dio por medio de cuestionamientos que realizaba el profesor con la intención de provocar la discusión o con aclaraciones que daba cuando los estudiantes no entendían alguna idea o pregunta planteada. Los cuestionamientos tenían el objetivo de generar un desequilibrio cognitivo en los estudiantes para que posteriormente estos realizaran una autoreflexión. También, al generarse un desequilibrio cognitivo se propicia el trabajo colaborativo que es lo pretendemos logren los estudiantes. El profesor en la experimentación tuvo un papel primordial, ya que se le dieron a conocer las actividades con anticipación y se le preparo previamente para la aplicación de estas, además de que él ya había trabajado con la metodología que se implementa en esta experimentación.
- d) Se les dio a los alumnos hojas de trabajo. La finalidad de darles hojas de trabajo fue para tener evidencias escritas de sus razonamientos y avances que se dan durante la resolución de dichas actividades. Tales hojas están constituidas de la siguiente manera:
 - Hoja de trabajo para la etapa individual: nombre del alumno, escuela, grado y grupo, fecha, las instrucciones en las cuales les decían que tenían que trabajar

de la siguiente forma: para la inicial tenían que utilizar el lapicero de color negro; para la actividad final tenían que utilizar lapicero de color azul y si utilizaban hojas de libreta tenían que anexarlas a la actividad. Después se tenía la redacción del problema que se les planteo y por último las diferentes cuestiones que ellos tenían que responder.

- Hoja de trabajo para desarrollar en equipo: nombre de equipo, integrantes del equipo, escuela, grado y grupo, fecha, las instrucciones las cuales les decían que tenían que trabajar de la siguiente forma: para la el trabajo en equipo tenían que utilizar el lapicero de color rojo; para cambios que se daban durante la discusión tenían que utilizar lapicero de color verde y si utilizaban hojas de libreta tenían que anexarlas a la actividad. Después se tenía la redacción del problema que se les planteo y por último las diferentes cuestiones que ellos tenían que responder.

III.2.2.2 Video filmación de la sesiones

Todas las sesiones fueron video filmadas con tres cámaras. Una cámara fija que sirvió de apoyó para ver el tipo de interacciones que se realizaban en el intercambio de opiniones y dos cámara móviles que sirvieron para dar seguimiento al desarrollo conceptual que tenían los estudiantes en el momento que realizaban las actividades y durante la discusión grupal.

Posteriormente se revisaron las videograbaciones y se organizaron con la finalidad de que se permitiera seleccionar los episodios que fueran de interés para este proyecto. La tabla que a continuación se muestra es solo un ejemplo de la forma en que se hizo la organización de todos los videos que se obtuvieron al filmar las diferentes sesiones. Las tablas completas se muestran en el anexo I.

Cámara número 1

Tiempo	Equipo	¿Qué sucede?	¿Me interesa o no?
		Día 1ro. : 01/09/2008	
00:00-00:53	LulsraDaNeth	El equipo se encuentra leyendo las hojas de la primera actividad.	No
00:53-01:51		El profesor al cargo le explica al equipo las diferentes situaciones que deben considerar para resolver la actividad. Es decir las diferentes	No

		posiciones que el fotógrafo toma. El equipo entiende que deben de suponer diferentes posiciones y decidir cuál de ellas es la mejor para una buena fotografía. Inmediatamente los integrantes empiezan a trabajar.	
01:51-03:33	LulsraDaNeth	El equipo está trabajando, mientras uno de ellos está planteando los factores que influyen para tomar una buena fotografía, otro de los integrantes escribe. "Para tomar una foto excelente, analizando los factores que influyen... el ángulo, la luz, la posición en la que está el fotógrafo, la distancia". Entre el alumno que está escribiendo y el que está explicando se complementa una opinión con la otra, ya que el que está escribiendo le comenta al que explica: "midiendo qué" a lo cual explica: "la distancia" y en ese momento intervienen los otros compañeros y comentan lo mismo que él explica. Entonces el que escribe plantea que deberían medir los factores influyentes que ya habían mencionado antes para determinar una buena fotografía. Termina y les repite a sus compañeros lo que ya escribió.	No
03:33-04:02	LulsraDaNeth	Los alumnos de este equipo le plantean una situación particular al profesor suponiendo que hay una determinada distancia, con un ángulo de elevación de 45° que uno de los integrantes del equipo propone.	No
04:02-06:29	LulsraDaNeth	El integrante les explica a sus compañeros el dibujo que se les pide, él les dice que si toman una distancia de 5mts. Y un ángulo de 45° y le pregunta a uno de sus compañeros si es que quiere sacar valores exactos. Como no traen tablas, miden según su criterio no profesional. Entonces obtienen una altura de la estatua de 4mts. Además de que toman el atardecer para que ya haya una diferencia de colores. Por lo que dicen que hay una diferencia de sombras y colores y obtienen una foto mejor. Y por decisión de todos los integrantes del equipo esta es la mejor fotografía, con estos factores. En general, a partir de un dibujo obtienen sus resultados, dando aproximaciones de los datos, suponiendo y si todos lo aprueban es suficiente.	Si
06:29-07:09		Dejamos la cámara fija para ver, en general, lo que ocurría en todo el grupo	No
		02/09/2008	
07:35-40:50		Se juntaron los equipos tal como lo habían hecho en la primera actividad. Se mantuvo la cámara fija, observando cómo es que trabajaron los equipos. Podemos ver la forma en la que los diferentes equipos estuvieron manipulando el alambre que se les proporciono para que visualizaran mejor las diferentes formas que ellos consideraron adecuadas para lo que se les pedía en la actividad.	Si
41:00-		Exposición de lo trabajado en equipo de la segunda actividad.	
41:00-44:28	Los tigres plateados	Este equipo decidió pasar por iniciativa propia. Su primera diapositiva contenía una explicación y un pequeño dibujo. La segunda, estaba constituida por un dibujo en el cual mostraba la elección de su recorrido y la ubicación del puesto de socorro. Hay una intervención del profesor describiendo lo que el alumno quiere dar a conocer. Esto sucede en el episodio entre los siguientes minutos 42:08-42:22. Al igual, un alumno del equipo los LulsraDaNeth, esto entre los minutos 42:24 – 43:15 para indicar que en el recorrido escogido por el equipo hay un punto en cual no se ve el puesto de socorro debido a que hay un túnel. Vuelve a intervenir el Profesor para explicar la situación y también para pedirle al alumno que está exponiendo que en esos casos que variables debe	Si

		considerar. Y dice que la bandera tiene que estar más alta que la piedra para que de cualquier punto se pueda observar. El camino que este equipo eligió es muy irregular, con trazos curvos, dos túneles, una piedra y el puesto de socorro se encuentra en la parte de arriba detrás de la piedra.	
44:31-47:03	Los tucanes	Al igual que el anterior, este equipo no tuvo objeción de explicar lo que hizo. El recorrido que eligieron fue un recorrido circular, con la bandera de socorro en el centro. También hicieron un recorrido de forma cuadra con el puesto de socorro en el centro. Interviene el profesor (46:00) para complementar la explicación y dársela a conocer a los otros equipos, y consideran que en su camino no hay montañas, consideran dos caminos, en ambos, dicen, se puede observar la bandera de cualquier punto. Además de que vuelve a intervenir el integrante del equipo de los LuIsraDaNeth diciendo que en las esquinas es donde la bandera se ve más lejos, hay mas distancia del centro a los vértices del cuadrado.	Si

En el título, se tiene el nombre del video (de acuerdo a la organización que se hizo de las cámaras y de los videocasetes) del cual se sacó el registro de la tabla. En la primera fila, se coloca la fecha en la que se realizó la actividad. En la primera columna, se tiene el tiempo de inicio y el tiempo final de intervención de determinado equipo. En la segunda columna se tiene el nombre del equipo que interviene. En la tercera columna, se registra, de manera general, lo que están haciendo los estudiantes en ese momento. Por último, en la cuarta columna se tiene, de acuerdo a los objetivos de la investigación, si es de interés (o no) la información que se está manejando en ese instante.

A partir de los registros obtenidos en la tabla anterior, se crearon tablas para cada equipo, en ellas se registraron todas las intervenciones de los miembros de los equipos. Posteriormente, se obtuvieron los episodios, que contenían los diálogos transcritos de las video filmaciones, así como las observaciones realizadas.

Esto sirvió para seleccionar los diálogos completos de seis episodios los cuales serán expuestos en el capítulo siguiente.

III.2.2.3 Formato de hojas de trabajo

Esta investigación se enfocará en dos de las actividades experimentadas: el fotógrafo profesional y el camino de un excursionista parte II. A continuación se

muestra, como ejemplo, uno de los formatos de las hojas de trabajo, resaltando la actividad individual. Las demás actividades pueden consultarse en el anexo IV.

Formato de hojas de trabajo individual

El fotógrafo profesional

Actividad individual

Nombre _____

Escuela: _____ Grado y grupo: _____ Fecha: _____



Un fotógrafo profesional pasea cerca de la estatua de Miguel Hidalgo. El fotógrafo camina sobre la banqueta que está delante de la estatua. Después de tomar unas fotos profesionales, está interesado en el registro de la distancia entre él a la estatua según la distancia que recorre sobre la banqueta. Una vez que ha revelado las fotos en su laboratorio, estas le permitirán saber cuáles son los lugares donde se debe colocar para obtener las mejores fotos. Por ejemplo, en la siguiente hoja se muestran dos posiciones para tomar la foto.



1- ¿Cuáles son las magnitudes que intervienen en esta situación?

2- Describe la situación en palabras

3- Haz un dibujo sobre la situación planteada para determinar de qué manera se pueden obtener las mejores fotos.

4- Ahora, con la información de los incisos anteriores (descripción en palabras, dibujo y registro de la información) determina diferentes maneras (al menos dos) de dar a conocer tus resultados a los fotógrafos.

¿Qué pueden hacer que sea diferente de lo que ya hiciste, con el fin de mostrar tus resultados a los demás compañeros?

III.2.3 Análisis de la información

El papel del profesor en esta metodología fue muy diferente al que toma en un salón de clase diariamente, es decir es muy diferente el desempeño del profesor que cuando se realiza una enseñanza tradicional, ya que la intervención de éste es muy poca en comparación a la que se está acostumbrado. Como ya se había mencionado, el profesor fue capacitado previamente. Conocía las actividades y también la metodología de investigación, así que fue un factor a nuestro favor pues su desempeño logro tener mejores resultados.

El análisis de los datos obtenidos se realizó con toda la información recopilada, lo que permitió ver las distintas representaciones que usan los estudiantes para resolver sus actividades, así como la forma en la que las representaciones espontáneas les ayudan para la formación de una representación institucionalizada. Lo anterior será expuesto con profundidad en el siguiente capítulo.

CAPÍTULO IV

ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

VI.1 Introducción

El presente estudio es de corte cualitativo; por tanto, para el análisis se tomaron en cuenta datos de diferentes fuentes, que fueron resultado del trabajo individual y del trabajo en equipo de los estudiantes; éstas incluyeron: la producción escrita (hojas de trabajo, hojas auxiliares y acetatos para exposición), videograbaciones de todas las sesiones de trabajo y notas de campo tomadas por tres investigadores durante la implementación del estudio.

En este capítulo se describe el análisis de los datos; éste es de tipo descriptivo, vinculando las diferentes fuentes tomando como base la temporización de aquellos episodios que consideramos fueron relevantes para lograr los objetivos del estudio.

VI.2 Metodología de análisis de datos

Primeramente se revisaron las hojas de trabajo, acetatos y todo material adicional que los estudiantes consideraron importante proporcionar al estudio. Las observaciones de campo y esta primera revisión del material escrito, sirvieron como punto de partida para tener una visión global de los datos obtenidos y el tipo de representaciones producidas y utilizadas por los estudiantes. Lo anterior permitió que, en la etapa de análisis de las video filmaciones, se pudieran identificar los episodios importantes para la investigación.

El análisis de video se realizó de acuerdo a los siguientes aspectos:

1. Los videos se dividieron episodios, considerando el tiempo de inicio y tiempo final de una conversación. Estos episodios se ordenaron en tablas, de acuerdo con el tiempo en el que se identifica la intervención de los estudiantes; es decir, en el momento en que se da un intercambio de ideas. Así, la primera columna de las tablas, contiene un identificador numerado del episodio y, la segunda, corresponde al registro del intervalo de tiempo de cada episodio. En la tercera columna se registra una descripción general de lo que están realizando los estudiantes en ese momento y por

último, en la cuarta columna se identifica dicha información como importante (o no) para los objetivos del estudio (ver tabla del Anexo I).

De esta manera, toda la información de las videograbaciones queda organizada en un formato que permite detectar y manejar los datos de manera eficiente, ya el registro del tiempo ayuda a localizar en los videos todos los episodios, en caso de necesitar una nueva revisión de los mismos.

2. De los registros descritos en el punto anterior, se seleccionaron algunos de los episodios útiles para esta investigación, extrayéndolos de las tablas (ver anexo II) y generando con ellos nuevos registros que, además de la información anterior, incluyen la transcripción de todos los diálogos de los estudiantes (ver anexo III).

3. Finalmente, de acuerdo a un análisis minucioso, se obtuvieron los diálogos que proporcionaban mayor información para los fines de la investigación y se conectaron con la producción escrita de los estudiantes; éstos se presentan en el apartado 5 del presente capítulo.

VI.3 Objetivos del análisis de datos

El análisis realizado es de tipo descriptivo-documental, centrándose en los siguientes aspectos: a) se consideraron las representaciones ligadas a la visualización matemática; b) el uso de éstas para la resolución de actividades específicas; y, c) la manera en que las representaciones generadas sirven, tanto como apoyo para el entendimiento de un problema, como para expresar los resultados obtenidos por los estudiantes a otros compañeros.

En particular, se consideraron las representaciones figurales, el uso de ellas durante el desarrollo de la etapa de trabajo en equipo y la influencia de éstas en los resultados obtenidos y en la etapa de generación del debate científico. Así mismo, se consideró la influencia de la aparición de representaciones figurales durante el trabajo individual y su uso en la resolución de la actividad.

En seguida se describe y documenta el trabajo de diferentes estudiantes, realizado tanto de manera individual como en equipo, para mostrar cómo se van desarrollando sus razonamientos a lo largo de la actividad.

IV.4 Descripción y documentación de episodios relevantes

En el análisis descriptivo y documental que se presenta en este apartado, utiliza algunas claves, con el fin de que dar fluidez y confidencialidad a la información, para que ésta no sea utilizada para otros fines, que no sean los de soportar y documentar el presente análisis.

Tabla 1. Claves utilizadas

Clave	Referencia
LIDN	Equipo "LulsDaNeth"
E1	Estudiante 1
E2	Estudiante 2
E3	Estudiante 3
EO	Estudiante de otro equipo
M1	Maestro 1
M2	Maestro 2

En cada una de las etapas de análisis de episodios, se hacen observaciones a los mismos y se extraen conclusiones particulares.

Primer Episodio

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD: El Fotógrafo

FECHA: Sesión del 01 de septiembre de 2008

DATOS QUE SUSTENTAN ESTA FASE: Conexión de la transcripción de diálogos de la cámara de video No. 1 y hojas de trabajo

Tiempo registrado en el video: 04:02

En este episodio podemos ver la forma en que E1 le explica a sus compañeros, a partir de su dibujo (ver Figura 1), proponiendo medidas específicas para las distancias. Además trata de obtener valores exactos para sus cálculos y las diferentes posiciones del fotógrafo.

E1	Eso tomaría un buen de tiempo, necesitamos aparte de los 5 metros, (<i>señala la línea que va de la base de la estatua a la cámara</i>), necesitamos un ángulo de 45°, que sería algo así (<i>con el lapicero rojo el está haciendo la línea que va de la cámara a la cabeza de la estatua al tiempo en el que está explicando</i>).
E2	Tienes que poner la altura de esto y con esto... (Ver Figura 1).
E1	Por decir aquí ¿esto sería de unos qué? (<i>dice que eso es lo que va a medir la estatua</i>), De 4 metros. Quieres sacarlo exacto. Ok ¿Tienes tablas matemáticas Arquímedes Caballero? Para sacar el seno o el coseno. No verdad, a sí que le vamos a medir según

nuestro criterio no profesional. A un ángulo de 45° , de 5 metros de distancia, 45° tendría que estar, por decir como un metro más del pizarrón. Entre tres y cuatro metros. Ok? Tú dijiste que al atardecer, así que lo vamos hacer al atardecer y así hay una diferencia de colores, por lo tanto hay una diferencia de sombras, sombras de diferentes colores, así la foto se diferencia mejor. Algo más, ¿algo más que hay que poner aquí? Entonces ya tenemos una foto que a nuestro criterio, que todo el grupo sería una foto muy buena...

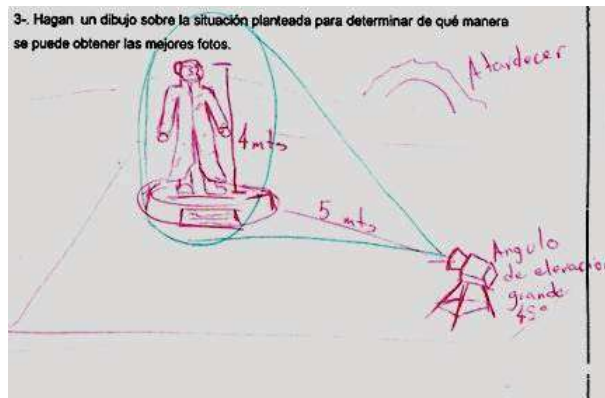


Figura 1. Representación figural realizada por el equipo LIDN, en la actividad “El Fotógrafo”

Algunas observaciones con respecto a la actividad de los estudiantes en este equipo son:

- El dibujo les sirve para tener una visualización mejor del fenómeno que están analizando.
- Hacen una estimación de las medidas. Hay una necesidad de dar valores numéricos a las variables involucradas.
- Usan lo que hay alrededor como apoyo para obtener medidas y cálculos numéricos (a falta de tablas matemáticas).
- En el dibujo marcan el ángulo que toman, las sombras que van a influir para la fotografía y la distancia que hay de la estatua a la cámara. También marcan la altura de la estatua, estableciendo una relación entre las distancias a través de un triángulo rectángulo.
- En el trabajo inicial de E1, podemos observar que su representación solamente incluía (ver Figura 2) tres posiciones de la cámara sobre la banqueta. Indicaba con unas flechas la forma en que posicionaba la cámara. Sin embargo, en su actividad final, se puede apreciar que el estudiante logró asimilar el trabajo realizado en equipo, tomando en cuenta los mismos datos numéricos agregando además, de manera totalmente consciente, el triángulo rectángulo que representa lo que puede captar la cámara. Por supuesto que, en la Figura 2, podemos ver de forma precisa dicho

triángulo; en un posición diferente al realizado por el equipo. Al colocar medidas, al igual que en la actividad por equipo, E1 forma un triángulo con los siguientes elementos: con la distancia de la cámara a la base de la estatua forma un lado (un cateto); con la distancia de la cámara a la cabeza de la estatua forma otro lado (la hipotenusa); y, con la distancia de la cabeza a la base forma el otro lado del triángulo (el otro cateto). Pone como requisito que haya un ángulo de 45° el primer cateto y la hipotenusa. Se aprecia que ésta es la posición que él considera como la indicada para que se pueda tomar una buena fotografía.

- En el trabajo realizado por otro estudiante (E2) durante la actividad final (ver Figura 3), podemos observar que su representación no incluye ni un ángulo ni alguna posición, que fuesen equivalentes a los realizados por E1.



Figura 2. Representación espontánea realizada por E1 durante la actividad final

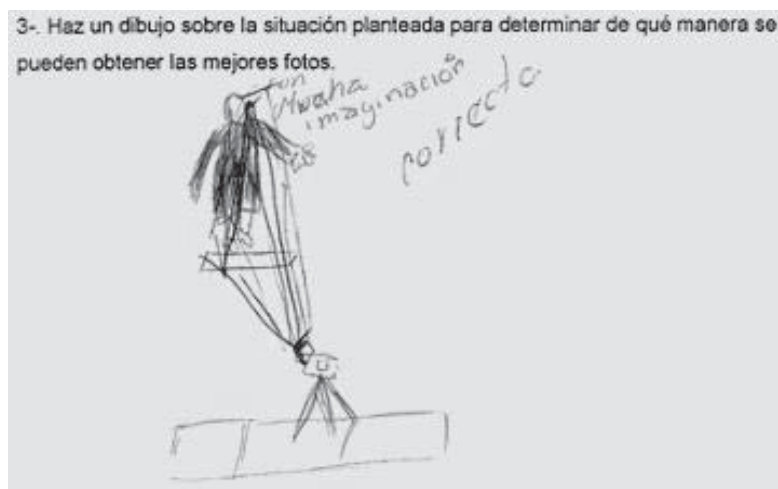


Figura 3. Representación espontánea producida por E2 durante la actividad final

DATOS QUE SUSTENTAN ESTA FASE: Transcripción de diálogos de la cámara de video No.3 y los acetatos producidos por el equipo de trabajo.

Tiempo registrado en el video: 16:15

En este punto de la videograbación, comienza la fase de debate científico, en la cual el equipo de E1, expone y discute sus resultados con todo el grupo.

E1	Entonces nosotros tomando en cuenta lo que es el tiempo, si es de noche o día; la distancia de la cámara a la estatua; la altura de la estatua y el ángulo de elevación de la cámara pudimos definir como tomar una foto más o menos bien; hacia nuestra forma de pensar. Aquí nosotros (ver Figura 4), hicimos de 5 metros una distancia no muy lejana para que se vieran muy bien los detalles, la estatua mide unos 4 metros, que será no muy grande no muy pequeña. Dijimos que atardecer porque ahí dice que hay diferencia de colores y por lo tanto las sombras van a ser diferentes, cambiantes. A un ángulo de 45°, no la tomamos recta, para darle un poquito más de altura y se viera mas magnifica la estatua. Entonces nuestras propuestas para descifrar esto nuestras fotos, es lo que acabo de hacer una explicación hablada con un dibujo o una foto en este caso, pero en este momento no tenemos foto tenemos un dibujo. Y una comparación sería de diferentes fotos, demostrando que esta sería la más apta, la mejor, con los diferentes tiempos tomando en cuenta. Por decir lo hacíamos de noche, no se veían tantas sombras. Si lo hacíamos de una distancia más cercana no se veía completa.
M1	Por decir en esa figura que tienes ahí, <i>(señala con el dedo la figura 2 que tiene el estudiante en el acetato)</i> , ¿la podrías representar con alguna figura geométrica?
E1	Aquí esta figura se puede representar con un triángulo (indicando la Figura 4), que sería la cabeza de la estatua, un poquito más arriba, hasta la base, la distancia de la cámara, de la cabeza y de la base, así se tomaría en ese triángulo se puede ver todo lo que puede captar la cámara, ahí se ve hasta donde capta hasta abajo y hasta donde captaría hasta arriba <i>(señalando con el dedo lo que capta la cámara)</i> .

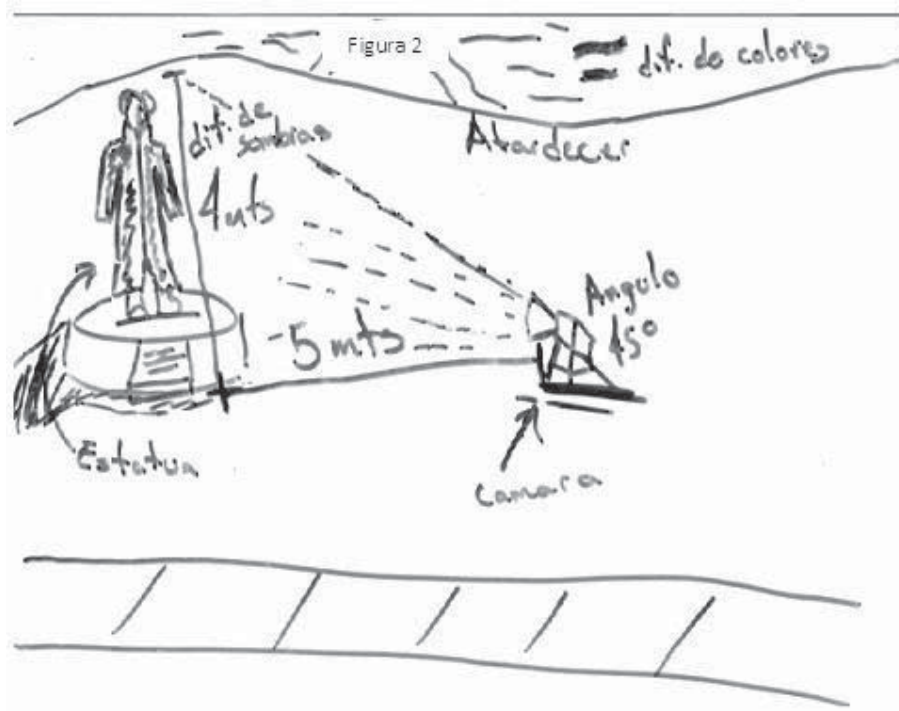


Figura 4. Representación realizada durante el trabajo en equipo, con el fin de explicar los resultados a todo el grupo

Observaciones:

- Aunque no tiene la figura geométrica tal cual, como se aprecia en la figura 4, en su dibujo se puede ver el triángulo marcando lo que capta la cámara; sin embargo, E1 sí menciona verbalmente que se tendría un triángulo como el que él presenta en su trabajo individual posterior (ver Figura 3).
- El alumno hace una transformación mental de su dibujo, explica que sí se puede tener una figura geométrica; en este caso, tendrían un triángulo, explicando que el área comprendida dentro del triángulo va ser lo que va a captar la cámara.
- Dan medidas específicas que les van a permitir un mejor entendimiento del problema, tratando de relacionar el fenómeno que les presentamos en esta actividad con cosas más cercanas a la realidad, comparando distancias supuestas por ellos con distancias aproximadas a un objeto cercano.

Conclusiones relativas al primer episodio

- Los estudiantes pasan de una representación a otra; es decir, pasan de una primera representación espontánea, que en este caso es el dibujo que tienen en su acetato, a una representación geométrica institucionalizada: Un triángulo sobrepuesto en la representación previa. En el camino de transición, E1 explica verbalmente que éste puede ser formado, indicando con el movimiento de su dedo, lo que serían los lados de dicho triángulo. En la figura 5, se tiene el triángulo que los alumnos implícitamente colocaron en su acetato y, que en la actividad final reportada por E1 (ver Figura 2) se hace explícito, indicando que esa sería la mejor forma de tomar una buena fotografía.
- Los resultados reportados por E1 en su actividad final ver figura 3, como se mencionó anteriormente, evidencian el hecho de que este estudiante logra avanzar de una representación espontánea inicial a una representación geométrica, más acorde con la que se espera produzcan los estudiantes en la escuela. En general, se ve cómo E1 en un principio no estaba consciente de que tenían una representación; y, se da cuenta de ello hasta el momento en que interviene M2 en la discusión. Aunque al observar la figura 4, podemos identificar claramente el trazo de un triángulo rectángulo; para los estudiantes del equipo, éste no es explícito. Para ellos, las líneas trazadas eran solo una forma de identificar las distancias de la cámara a la estatua, sin darse cuenta de la conformación triangular que éstas tenían. Es hasta la intervención de M2, que son conscientes de ello.

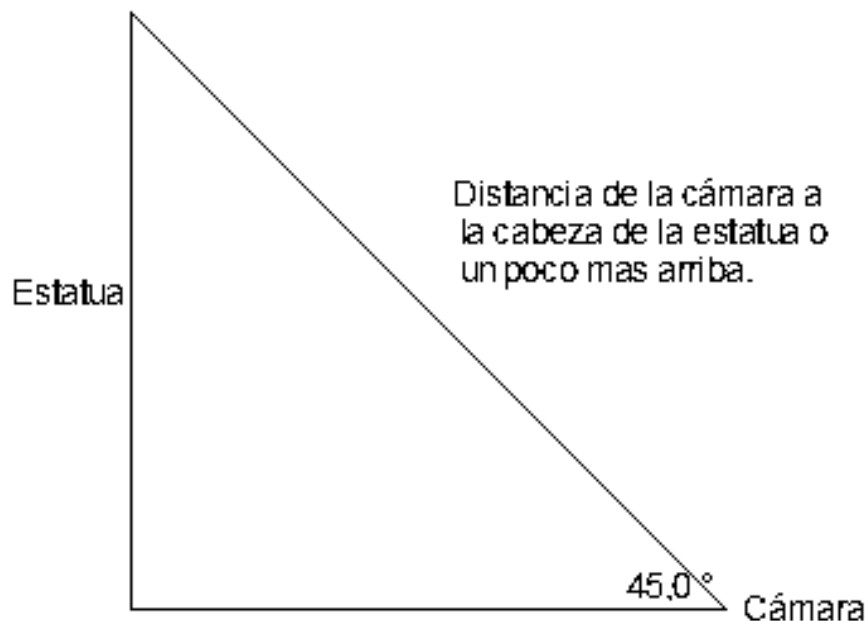


Figura 5. Esta figura muestra el triángulo que los estudiantes colocaron en su figura hecha en el acetato para explicación de resultados.

Segundo Episodio

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD: El Camino del Excursionista. Parte II

FECHA: Sesión del 03 de septiembre de 2008

DATOS QUE SUSTENTAN ESTA FASE: Conexión de la transcripción de diálogos de la cámara de video No. 3 y las hojas de trabajo de los estudiantes

Tiempo registrado en el video: 40:37

A continuación se presenta un episodio que proporciona evidencia sobre el apoyo que brinda esta actividad al desarrollo del debate grupal.

E1	Está el que va caminando no, ver figura 1, suponemos que va caminando hacia acá, <i>(indican que el excursionista va caminando de izquierda a derecha)</i> si nos ponemos a medir los puntos que son infinitos de aquí a aquí, aquí <i>(se refiere a las líneas que indican las distancias que hay del excursionista al mástil)</i> , se va notando que mientras más camina hacia la mitad <i>(señala con su lapicero desde la primera posición del excursionista hasta la mitad de un lado)</i> de la recta de cualquiera de las cuatro rectas <i>(señala los cuatro lados del cuadrado)</i> porque son iguales, mientras más camina a la mitad más pequeña se hace la distancia; pero mientras va caminando hacia las esquinas, de la mitad hacia afuera, hacia cualquier lado, hacia acá o hacia allá <i>(señala de la mitad del lado hacia la derecha, hacia una esquina y de la esquina hacia la mitad del siguiente lado)</i> podemos notar que la distancia va haciéndose más larga para cualquiera de los cuatro lados <i>(dibuja las líneas de las cuatro esquinas al mástil, al centro del cuadrado)</i> , suponiendo que este es un cuadrado perfecto.
E2	Yo también opino lo mismo. Hay que ponerle este, mientras la...
E1	Mientras el caminador, el caminante, el excursionista.

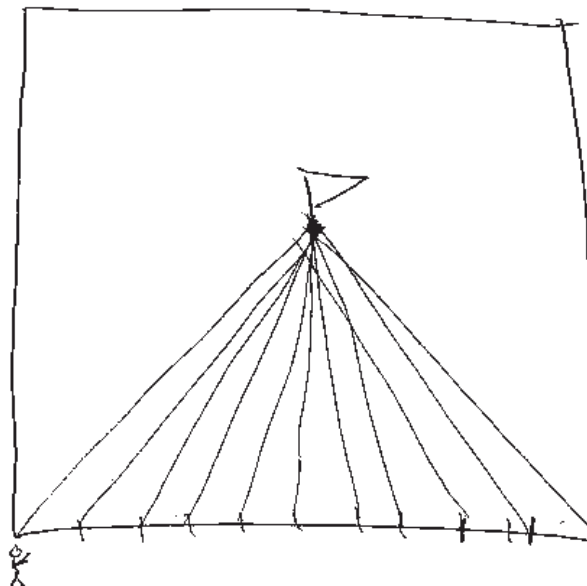


Figura 1. Hecha, en un principio, para explicarles a sus compañeros de equipo.

Observaciones:

- Todos los integrantes del equipo conocen y saben cómo es que se tienen que resolver la actividad; pero no saben cómo deben de redactarla. Así, E1 les explica de una mejor forma, valiéndose de un cuadrado hecho en una hoja. Esta explicación es muy buena para los integrantes ya que les permitió reforzar lo que ya sabían, se puede ver que en este caso, el trabajo en equipo es muy productivo pues los integrantes se involucran en la resolución de la actividad, repartíéndose los roles y cumpliendo cada integrante con su parte.
- El equipo concluye que, cuando el excursionista se va acercando al centro de cualquiera de los cuatro lados del cuadrado, éste se encuentra más cerca del mástil; y, cuando el excursionista se encuentra cerca de cualquiera de los vértices del cuadrado, se encuentra más lejos del mástil.

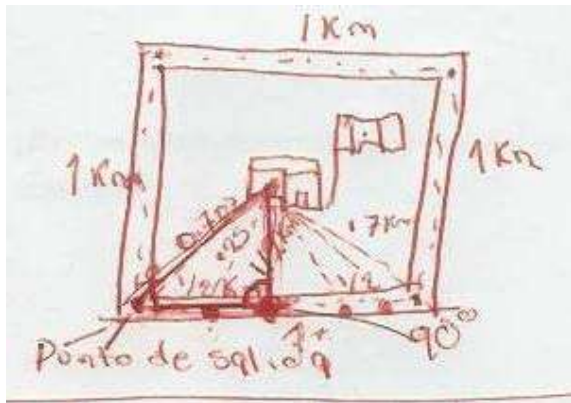
Tiempo registrado en el video: 30:37

DATOS QUE SUSTENTAN ESTA FASE: Transcripción de diálogos de la cámara de video No.2 y hojas de trabajo del equipo al que pertenece E1.

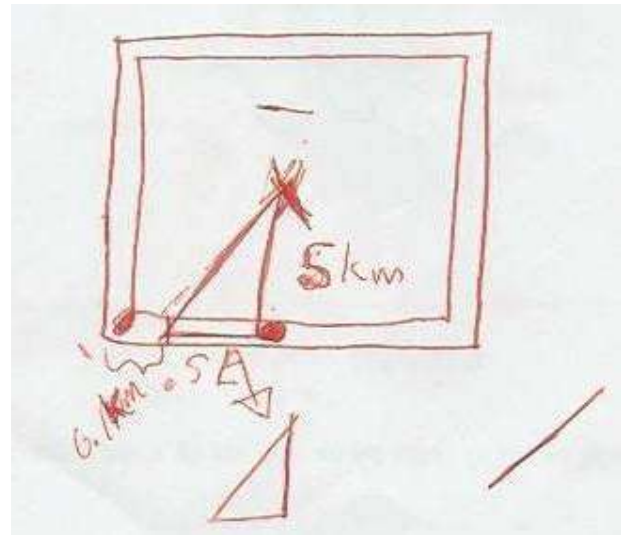
Intervención de M2 para comentar si se puede utilizar algo algebraico para representar lo que el equipo ha logrado. Para esto, E1 le explica lo que tienen y cómo lo hicieron. También podemos ver que este equipo, en este momento, ya ha introducido medidas a los lados del triángulo.

M2	¿Entonces hiciste un triángulo rectángulo?
E1	Este es la mitad, hacia arriba de aquí a aquí, estos son 90° , y ya de ahí a ahí tenemos esto <i>(el E1 remarca con su lapicero el contorno del triángulo que se ve en el cuadrado de la figura 2 inciso a)</i> .
M2	Y ¿qué tal que camina para acá? <i>(señala con el dedo una posición cercana al punto medio de un lado)</i>
E1	Es que si camina para acá no va a ser 90° exactos ya no se puede hacer. <i>(Marca con un punto la posición que le indica el M2, esto lo podemos ver en la figura 2 inciso a. De la mitad del lado, el primer punto que se encuentra a la derecha)</i> .
M2	¿Pero si se encuentra en esta parte?
E2	Podemos en relación a su distancia de aquí y a su distancia de aquí para saber la distancia de este. Ver figura 2.
M2	Pero que tal, tú dices camina un metro o camina <i>(señala la M2 con su dedo en el cuadrado de la figura 2 inciso b, indicando una posición cerca del punto del partida)...</i> dibújalo de nuevo <i>(señala el cuadrado de la figura 2 inciso b, que en este momento estaba en blanco, sin ninguna posición)</i>
E1	Lo que nosotros hicimos es que aquí está la mitad, suponiendo que es un cuadrado perfecto, significa que de aquí a acá se supone también está a la mitad exacta <i>(coloca una cruz en el centro del cuadrado)</i> . Son .5 kilómetros tomando como base 1 kilómetro <i>(de la cruz al punto medio del lado del cuadrado)</i> y de aquí a aquí son .5 kilómetros <i>(del punto medio del lado al punto de salida)</i> . Lo que nosotros queríamos saber es cuál es la

	distancia de esta esquina a aquí. (Del punto de salida al mástil, que en este caso es la cruz que colocaron en su dibujo)
M2	Que tal que caminan, tú dices que caminan 100 metros (la M2 toma el lapicero y lo usa para marcar con una pequeña línea en la figura 2 inciso b, la posición en la que se va encontrar el excursionista), estos son 100 metros o .1 kilómetro (con una llave marca la distancia que hay del punto de partida a la posición actual del excursionista), ¿tú sabes cuánto esto? ¿Cómo le haces para calcular la distancia de aquí a acá? (Señala con el dedo la distancia que hay del excursionista al mástil cuando el excursionista se encuentra a 0.1 km. Del punto de salida) Tú dices cálculo 100 metros... (y con el lapicero hace una línea de la posición del excursionista al mástil)



a) Figura espontánea, que incluye medidas que los estudiantes dan. Manipulan ésta para encontrar las distancias.



b) Esta representación figural fue hecha para salir del problema cognitivo en el que se encontraban los estudiantes.

Figura 2

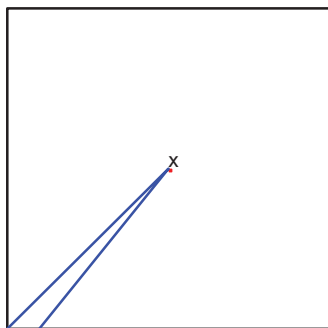


Figura 3. Así es como los integrantes del equipo forman su triángulo y este no les permite calcular la distancia.

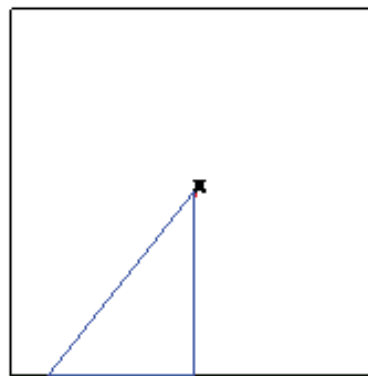


Figura 4. Aquí se tiene la figura 2, inciso b pero hecha para una mejor apreciación.

Observaciones:

- Tienen los datos para cuando el excursionista se encuentra en las esquinas o en medio de los lados pero cuando se les pregunta la forma de calcular la distancia que hay del excursionista al mástil, cuando el excursionista se encuentra a 100 metros del punto de partida, por ejemplo, hay un conflicto porque eso no habían pensado calcular o hasta ese momento no sabía cómo hacerlo.
- El equipo, hasta este momento, solo tiene calculadas las distancias que hay del excursionista al mástil cuando el excursionista se encuentra en las siguientes posiciones: en los vértices del cuadrado y en los puntos medios de los lados, como se ve en la figura 2 inciso a. Cuando la M2 interviene y les pregunta sobre las demás distancias los integrantes entran en un conflicto porque la forma en que ellos están viendo la figura no les permite hacer los cálculos para esas distancias; el equipo para calcular las otras distancias forman un triángulo que no va a tener un ángulo de 90° , este triángulo lo podemos apreciar de mejor forma en la figura 3, el verlo de esta manera ellos no pueden aplicar el teorema de Pitágoras y por lo tanto no pueden calcular dichas distancias como en el caso de cuando están en las esquinas forman un triángulo rectángulo como se ve en la figura 2 inciso a. después de la intervención de la M2, el equipo se da cuenta y marcan un triángulo como se ve en la figura 2 inciso b o ya mejor en la figura 4 que se hizo para una mejor visualización y con esto obtener esos datos que mas adelante les van a servir para exponer.

Tercer Episodio

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD: El Camino del Excursionista. Parte II

FECHA: Sesión del 04 de septiembre de 2008

DATOS QUE SUSTENTAN ESTA FASE: Conexión de la transcripción de diálogos de la cámara de video No. 3, hojas de trabajo de los estudiantes y acetatos para exposición de resultados.

Tiempo registrado en el video: 12:30

En este episodio vamos a ver la presentación de la gráfica hecha por este equipo. M1 preguntó a los equipos sobre quién tenía algo diferente a lo que ya habían expuesto sus compañeros. Así, un integrante de este equipo mencionó que ellos habían obtenido una gráfica y decidió exponerla a sus compañeros. A continuación se muestra la explicación que este estudiante da del trabajo de su equipo; así mismo, los comentarios que ayudaron a mejorar el trabajo del equipo.

M1	¿Ustedes tienen alguna distinta? ¿Nos la pueden mostrar?
E1	Esta gráfica, ver figura 5, la hicimos con referencia a la distancia que camina él y la distancia que está al mástil (<i>señala los ejes de la gráfica</i>). Entonces aquí estamos haciendo lo que hicieron nuestros compañeros, ver figura 6, del teorema de Pitágoras tomando un triángulo rectángulo, así y así (<i>señala con un lapicero la figura 6 inciso a</i>). Y entonces tomamos por decir primero el más grande era de la mitad de la mitad aquí eran 500 metros y aquí eran 500 metros (<i>señala la figura 6 inciso b</i>) como dice en la gráfica. Aquí (<i>indica, con su lapicero las posiciones del excursionista en su grafica</i>), figura 6, está la gráfica que dice que aquí están 500 metros, medio kilómetro y estaban a medio kilómetro del mástil. Y aquí, figura 6, lo hicimos cuando había caminado 300 metros y aquí, figura 5, están graficados entonces todos los puntos a partir de 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5 los metros que había caminado (<i>señala con su lapicero los metros que ha caminado el excursionista</i>).
M1	"A ver" acá están diciendo otra cosa, también importante, adelante a todo volumen.
E2	Bueno que la gráfica está, cómo se dice, de mayor a menor y de menor a mayor. Está de un punto, del vértice y camina hacia la mitad que es ahí en medio y luego de en medio hacia otro vértice.
M1	¿Este caminito de aquí entonces? Ver figura 5.
E1	Una vez que llega aquí es el punto más bajo una vez que llega a la mitad (<i>señala con su dedo el punto medio del lado del cuadrado de la gráfica de la figura 6</i>), y ya a partir que empieza de la mitad hacia un vértice se va alargando la distancia otra vez. Ver figura 5.
M1	Entonces esta es la gráfica como quien dice que recorrió en todo un lado. (<i>Coloca la figura 5 en el proyector</i>).
E1	Si. Entonces nuestra conclusión es la misma que nuestros compañeros, de hecho es la correcta, de que mientras más se acerca a la mitad más cerca va a esta del mástil, (<i>señalando la figura 5</i>).
M2	Si, ¿qué paso con la diferencia que yo les encontré?
E1	¿Qué diferencia? Ayer no le entendí.
M2	Realmente el cálculo éste y éste (<i>señala dos puntos de la gráfica, figura 5 el punto más alto y el más bajo en la grafica</i>), los unió con la línea. Tal vez si ustedes nos dieran más datos. Que tal que ustedes hacen algo parecido a lo que hicieron sus compañeros pero

	con sus datos, haber si sale una línea recta, ¿sí? (Señalando a la figura 5).
EO	Es que tiene que ser una línea recta
M2	A los 200 metros caminó 538 metros, entonces a los 200 metros camino... ¿ésta es realmente la representación? Ver figura 5. Es lo que les estoy preguntando a todos: ¿ésta es realmente la representación? (señalando la gráfica de la figura 5), Entonces hagan más puntos y haber si sale la misma recta.
E2	Nosotros tenemos otra idea.
M2	Haber, haber escuchen a su compañero
E2	Pensamos que es una parábola sería algo casi igual pero.
M2	Damos 15 minutos y todos lo intentan y ahorita vuelven a pasar ¿sí?

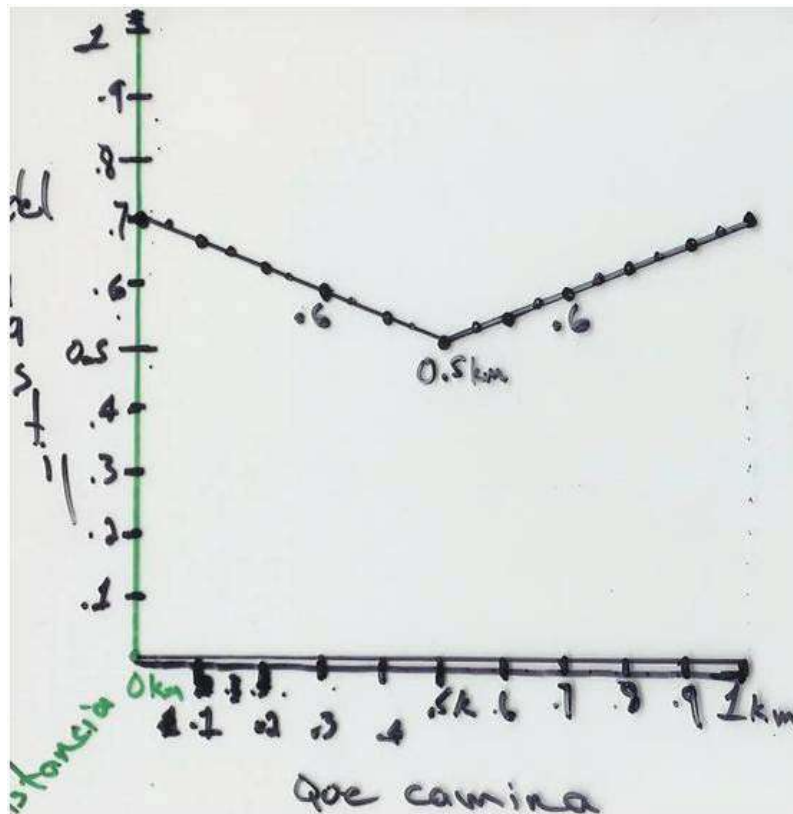


Figura 5. Primera gráfica que presenta el equipo, para exponer sus resultados.

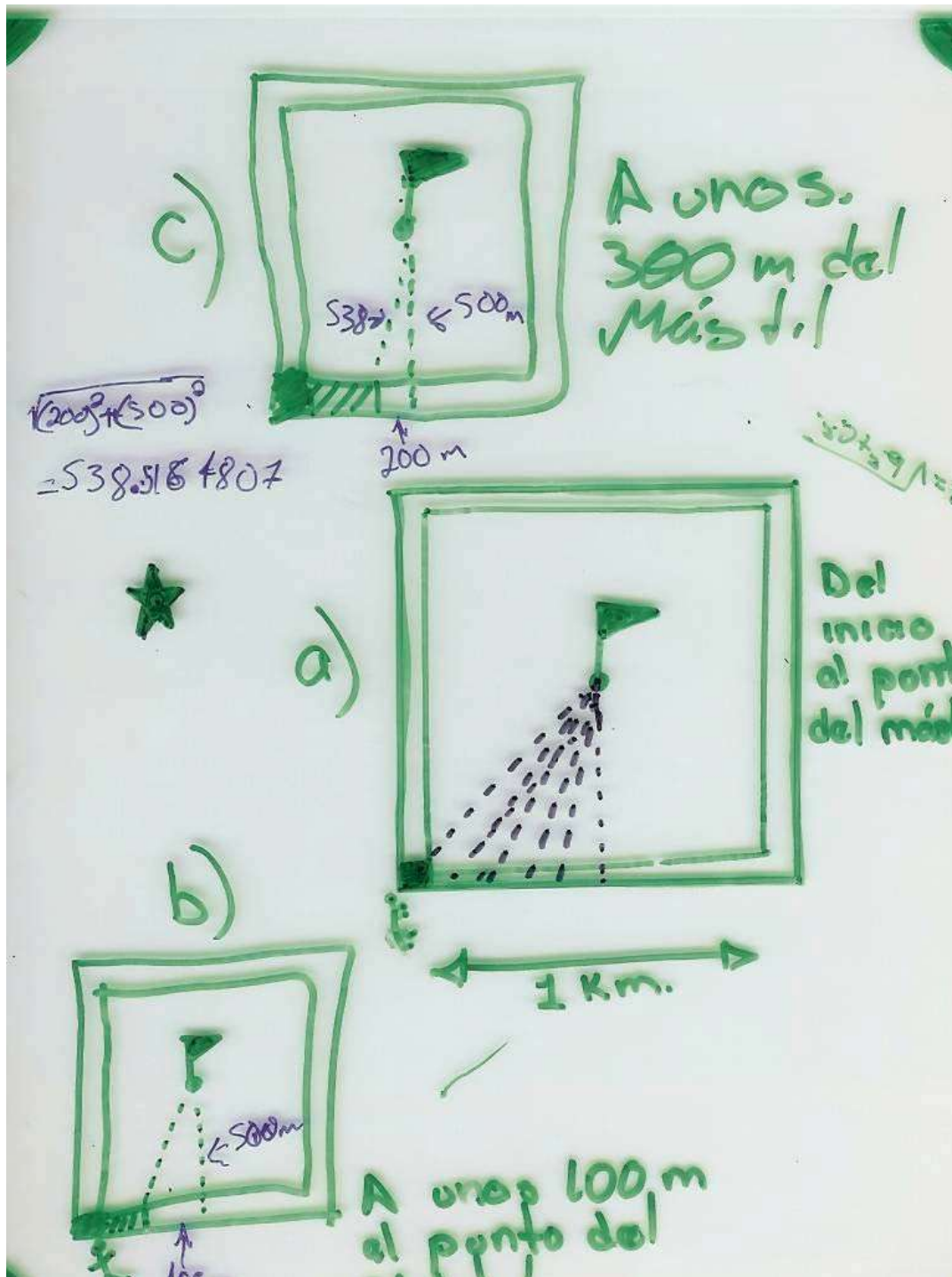


Figura 6. Representaciones figurales que les permiten complementar y validar su exposición.

Observaciones:

- Este equipo obtuvo otra representación semiótica, una gráfica, para complementar lo que los otros equipos habían expuesto anteriormente, pues la mayoría utilizó lo mismo para resolver la actividad. Al cuestionárseles por los datos que tenían en su

gráfica y comparando con los datos obtenidos en su cuadrado se dan cuenta de que ésta no es la adecuada para este problema.

- Manejan dos representaciones, el cuadrado con las diferentes posiciones del excursionista, formado triángulos que les van a permitir obtener sus datos numéricos, y una representación gráfica, es decir que obtienen una gráfica con los datos obtenidos.
- Parten de lo general, es decir que primero describen lo que pasa cuando el excursionista se encuentra en las esquinas, en medio y cuando el excursionista se acerca a cualquiera de estos puntos, para después empezar a obtener datos numéricos, poniendo una medida que a ellos le pareció adecuada.
- Se les concedió 15 minutos más para encontrar la representación adecuada. Antes de esto, el E2 tienen una idea de lo que es, solo que aun no lo ha escrito.
- Como observamos en la figura 7 el E2 en la actividad final indicó que al graficar las posiciones del excursionista se obtenía una parábola, esto ya lo había hecho durante el trabajo en equipo. El estudiante durante la exposición, cuando se le hizo el comentario de las diferencias que la M2 les había encontrado, se dio cuenta de que la gráfica que ellos tenían no era la indicada, que era una parábola no algo lineal como lo que hicieron en un principio.

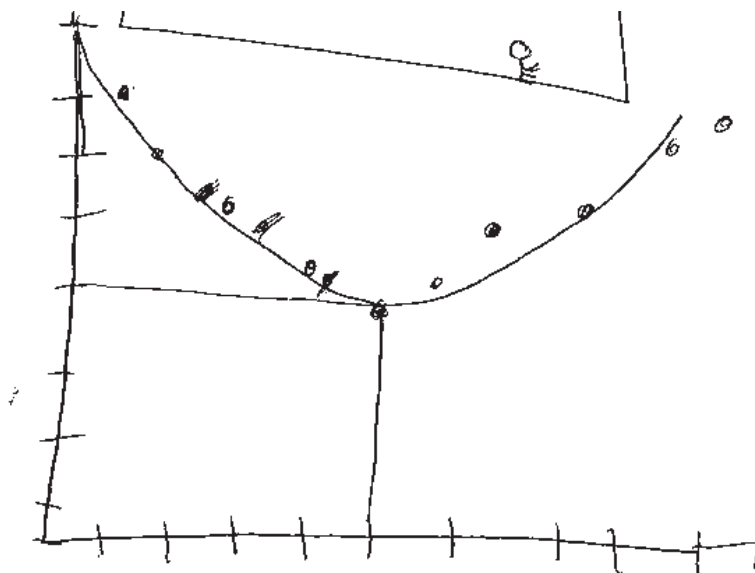


Figura 7. Gráfica presentada por el E2 en su actividad final.

Tiempo registrado en el video: 23:44

DATOS QUE SUSTENTAN ESTA FASE: Transcripción de diálogos de la cámara de video No.2 y hojas de trabajo del equipo al que pertenece E1.

En este episodio se muestra el debate que se suscitó después de los 15 minutos que se les dio a los estudiantes para cambiar lo que no estaba bien o complementar lo que ya tenían. Como se ve en el diálogo, el profesor cumplió con su papel ya que en todo momento, intentó propiciar el debate; además, en esta actividad se prestó para que los otros equipos participaran activamente con el trabajo de sus compañeros.

M1	Él dijo esta pero está bien, así dijo él... vamos a ver porque él argumenta, tú argumentabas que estaba bien ¿por qué?
E1	Porque tomamos solo dos puntos aquí, pero según, según nuestro punto de vista tomamos estos dos puntos, (<i>señala la figura 5</i>), nuestra construcción iba por el camino correcto pero no era exacta esta gráfica, lo que estábamos diciendo era que mientras más se acerca a la mitad más cerca esta del mástil y mientras más se acerca a las esquinas más lejos se va. Así que
M1	Pero él por ejemplo hizo una, algo que yo creo que hicieron muchos de ustedes, le pensó el problema ahorita y tiene una propuesta diferente.
E1	Que es ésta, he ahí nuestra nueva propuesta (coloca el acetato que es la figura 8), que terminó siendo una parábola porque tomamos todos los puntos exactos, todas las diferencias. Si camina 100 metros las medidas están aquí en este otro cuadro que esta acá. Tomamos cada que camina unos 100 metros hacemos el teorema de Pitágoras y de ahí tomábamos los puntos de la distancia que estaba del mástil.
M1	Pero miren haber tú le hiciste una pregunta, "a ver": él dice que es lo mismo mira. (Coloca la figura 5 sobre la figura 8 para comparar una con la otra).
E1	Es casi lo mismo.
M1	¿Tienes otra? Pero fíjense lo que dijo hice la medición exacta, o sea él hizo (marca con su dedo la gráfica de la figura 5), aquí está que está de negro, figura 5, no sé si la alcancen a ver, esa es la que él dijo al principio, en un principio la hice aproximada o sea hizo éste, hizo éste y dedujo éste (<i>señala los dos puntos que calcularon y luego señala la recta que unían los puntos</i>), ¿si verdad? Entonces ahí va ser una línea recta pero ya luego lo hizo exacto y salió una cosa como esta (<i>ahora señala con el dedo la gráfica de la figura 8 que se encuentra abajo del acetato de la figura 5</i>). Haber pásale.
E2	Bueno es lo mismo. Primero este punto es el, represente casi lo mismo que él. De aquí a aquí vendría siendo ese sería el punto de cómo quien dice el punto de partida no, entonces este, medí, si avanza un este 100 metros (indica con un lapicero el eje de las abscisas y señala en la posición del excursionista), en este caso era un perímetro, avanza 100 metros y entonces hicimos el teorema de Pitágoras (<i>señala el punto en la parábola</i>) y me salieron 7.1 y así hice con todo, que vendría siendo 7.1 para el primero, 6.4, este 5.9, 5.4 y el 5 y así. Y aquí se repetirían los cuatro.
EO	Maestro pero no se supone que es un equipo y tenían que platicar todo eso...
M1	Yo tengo una pregunta que hacer, ¿Alguien tiene alguna pregunta qué hacer? Figura 9. "A ver", este que está aquí entonces que sería la distancia más corta o la distancia más larga (<i>señala con el dedo el vértice de la parábola</i>)
E2	No sería la más corta.
M1	¿Cuál es el punto de partida?
E2	El punto de partida empieza en un vértice, este es el punto de partida (<i>señala el punto (0,0) de la gráfica</i>)
M1	Entonces el punto de partida empezaría en un vértice, en una esquina del cuadro

EO	¿Entonces por que está representado de esa forma?
E2	Porque este no es el resultado, nuestro cuadro sino la gráfica. Figura 9.
M2	"a ver" vamos a ver, eso que está ahí, si lo basaran en la misma teoría y se lo fusilaron, tú podrías decirnos ¿por qué se repite esta de la gráfica, por qué es la misma o de donde viene eso? (el profesor señala con su mano la gráfica de la figura 9, en particular señala la parte en la que se empieza a repetir la parábola)
EO	Porque ellos hicieron, como es un cuadro, figura 9, ellos hicieron la medición de un lado de la esa, "entons" como es un cuadrado tienen que ser las orillas iguales, entonces si en esta les dio sus resultados en la otra como en la otra mide lo mismo les va dar lo mismo que les dio.
M1	"A ver" yo pregunto: entonces eso que está ahí, en la figura 9, ¿sí se entiende más o menos? Y ¿por qué no son cuatro veces?
E2	Sería una vez y como es un cuadrado se repetiría y tendría cuatro veces esto. (Señalan con su dedo el final de la figura 9, a partir de la flecha que colocan hacia la derecha).
M1	Nada más de esto sería lo de un lado.

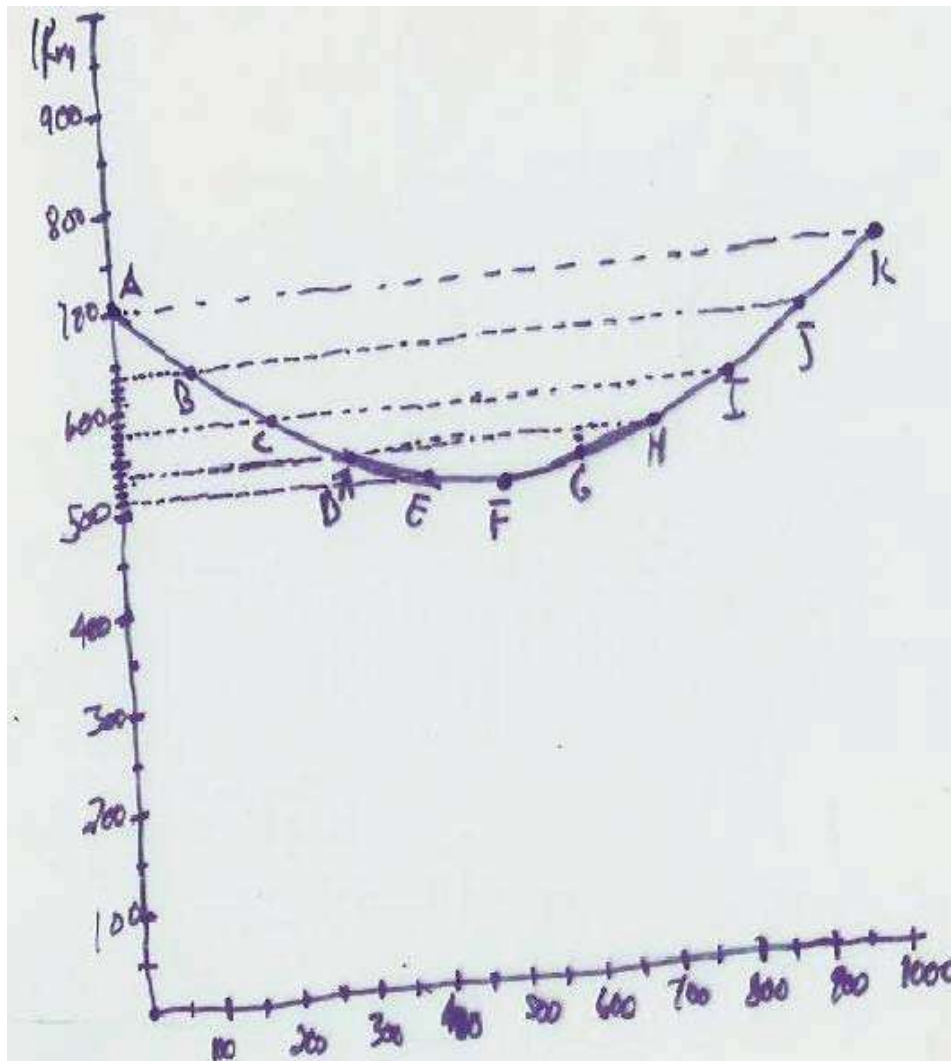


Figura 8: Gráfica presentada en la segunda parte del debate hecha por el E1, para exponer que su gráfica anterior estaba bien pero que no era la indicada.

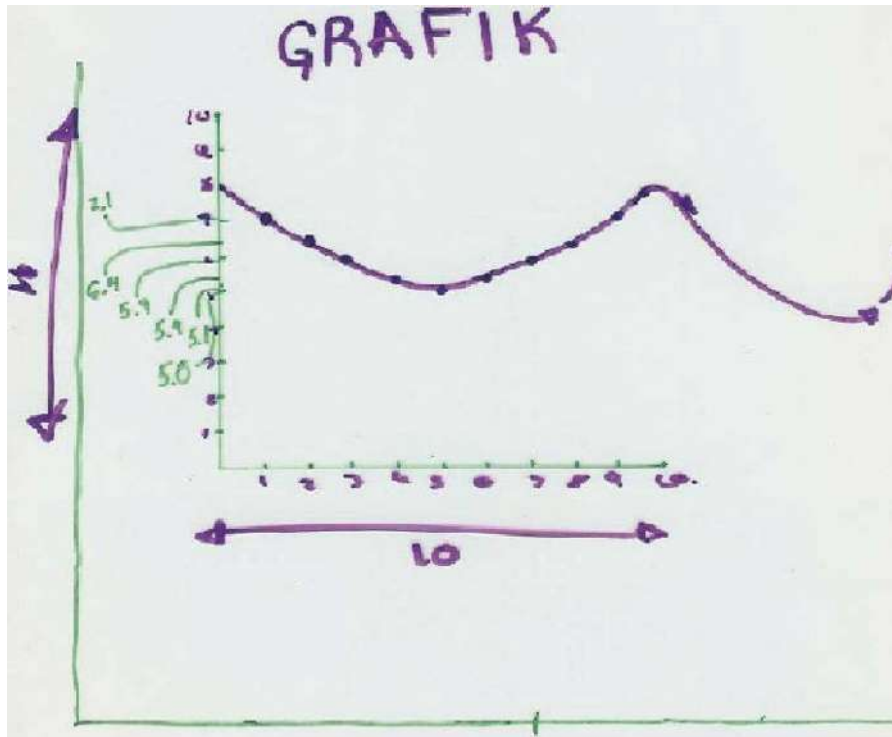


Figura 9. Gráfica presentada en la segunda parte del debate hecha por el E2, el estudiante grafica para las distancias que hay de los cuatro lados.

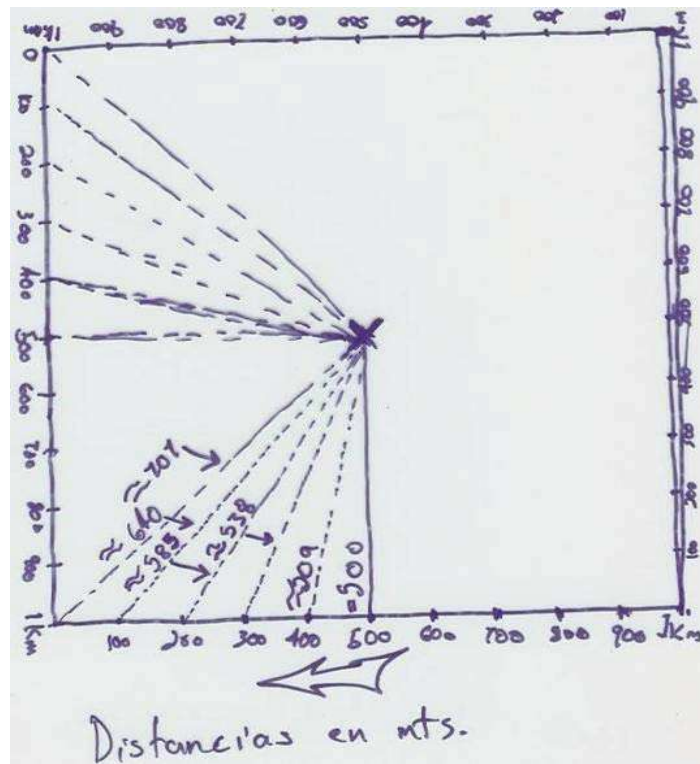


Figura 10. Representación figural donde muestran los distancias obtenidas.

Observaciones:

- En la figura 10 tenemos las distancias que calcularon en el tiempo que se les concedió después de la exposición. Esta muestra las distintas distancias que hay del excursionista al mástil para un lado. Lo que dicen es que para los demás lados se tienen las mismas distancias.
- En esta exposición se dio mucha discusión por parte de todo el grupo ya que no estaban de acuerdo con la gráfica que presentaron, pues aunque es muy similar a la que tenían, no convencía a todos los equipos.
- Una forma diferente y adecuada de dar a conocer a sus compañeros lo que ellos tenían en mente fue por medio de su gráfica.
- La gráfica se obtuvo cuando calcularon más datos y vieron que el comportamiento cambiaba debido a que en la otra solo calcularon unos cuantos puntos y los unieron obteniendo así líneas rectas, cuando en realidad ésta nos da una parábola que se repite cuatro veces. Varios equipos aceptaron esto y además sabían el por qué de la repetición de las parábolas.
- Calcularon para un lado y dedujeron que como es un cuadrado van a obtener lo mismo cálculos para los otros lados y, por tanto, en la gráfica se ve esto representado ya que van a tener parábolas consecutivas.

Conclusiones relativas al tercer episodio

- En un inicio se puede ver como los estudiantes de este equipo solo conocían de forma muy general lo que pasaba con la distancia cuando el excursionista se encontraba en las esquinas, en el centro y cuando se cercaba hacia una esquina o hacia el centro del lado del cuadrado. Solo lograban explicarlo con palabras habladas y un cuadrado marcando con líneas la distancia que hay de la posición del excursionista al mástil que les servía de apoyo para comprobar esta idea inicial.
- El equipo ha calculado, con datos numéricos propuestos por ellos, la distancia que hay cuando el excursionista se encuentra en la mitad de un lado y esta va ser la misma para los otros lados; y también en las esquinas ya que pueden aplicar el teorema de Pitágoras. Al cuestionárseles por las demás distancias, la forma de calcularlas, indican que no lo pueden hacer ya que el ángulo que se forma no es de 90° y por lo tanto no pueden aplicar el teorema de Pitágoras, pues forman un triángulo como se ve en la figura 2 y de esta manera se les deja encontrar la forma de solucionar este problema. Más adelante, en la exposición vemos que ellos logran calcular estas distancias pues siguen formando triángulos con ángulo de 90° como se ve en la figura 6.
- El E2, durante la exposición que está haciendo su compañero, se da cuenta que la gráfica que hicieron no es la indicada, que en lugar de ser algo lineal se tiene algo cuadrático, una parábola. Expone su idea rápidamente. Después de esto se les permitió a los equipos trabajar un poco más sobre la representación gráfica de esta situación.

- Al presentar la gráfica modificada, los otros compañeros en un principio consideraron que ambas graficas son iguales y que no había diferencia entre una y la otra. Es en ese momento interviene el profesor y coloca las dos graficas, figura 5 y figura 8, sobre el proyector de acetatos para ver la diferencia que existe entre una y otra. El E1 explica que en la grafica anterior solo calcularon dos posiciones, las graficaron y unieron esos puntos obteniendo la gráfica de la figura 5. Esta grafica la hicieron al tanteo, aproximando. Al obtener más cálculos y al graficarlos cambia completamente la gráfica, pues obtienen una curva, una parábola como se ve en la figura 6, apoyando la idea que le surge al E2 al final del debate y validan esta idea usando los datos obtenidos en su cuadrado y la grafica que obtienen los estudiantes.
- Los estudiantes E1 y E2 obtienen graficas por separado, es decir, el estudiante hace la gráfica de la figura 8 y el estudiante E2 hace la gráfica de la figura 9. Cada cual presenta su gráfica y dan la explicación de ellas. El E1 solo grafica para distancias que hay del excursionista al mástil en un lado del cuadrado y no explica eso. A diferencia el E2 coloca una segunda parábola, de tamaño menor a la primera y al final de esta una flecha, ver figura 9, que indica que como son cuatro lados los que tiene el cuadrado entonces en su grafica se tendrían cuatro parábolas consecutivas y este si explica la idea de forma verbal. Al final varios equipo aceptan la representación y como se ve en los diálogos un EO logra explicar la grafica, figura 9.
- En particular en esta actividad observamos avances que se dan gradualmente. Primero los integrantes de este equipo logran dar una explicación hablada de la situación que se les presenta, después a partir de divisiones que hacen, dividen al cuadrado en pequeños triángulos rectángulos, obtienen las diferentes distancias que hay del excursionista al mástil, para con estos datos hacer una gráfica que les va a permitir darles a conocer a sus compañeros sus resultados y con eso validar el trabajo que realizaron. Aunque la gráfica que tuvieron al inicio no estaba bien del todo, el debate les va permitir darse cuenta de eso y logran al final obtener la representación grafica indicada. Pasaron de representaciones espontaneas, explicación hablada apoyada por un dibujo creado en una hoja, a una representación numérica y de esta a una representación grafica. Es decir se da una articulación entre ellas pues para explicarles a sus compañeros la forma en que resolvieron la actividad se tienen que valer de estas representaciones.

CAPÍTULO V

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

V. 1. Conclusiones

Desde la perspectiva de Duval (1993,1996), relativa al papel que juegan las representaciones semióticas para el entendimiento de conceptos y desarrollo del razonamiento matemático, entendemos que el aprendizaje de los estudiantes tiene una componente representacional importante.

El análisis de la evolución de las representaciones generadas y utilizadas por los estudiantes, desde sus representaciones espontáneas hasta aquellas que han aprendido en el transcurso de su formación escolar, pone en evidencia la estrecha conexión entre éstas y el aprendizaje que se está construyendo.

A lo largo del presente estudio, observamos que los estudiantes primeramente construyen representaciones propias, aquellas que producen inconscientemente con el fin de dar sentido a un fenómeno, tratar de entender un concepto matemático o buscar formas de resolver un problema. Para posteriormente ser conscientes de que dichas representaciones pueden ponerse en correspondencia con las institucionalizadas en la escuela a través de la enseñanza, al extraer las ideas esenciales relacionadas con el fenómeno o concepto bajo estudio. El ser conscientes de las producciones realizadas, se traduce en un mejor uso de estrategias y recursos matemáticos para resolver problemas.

Durante el desarrollo de las actividades, el trabajo realizado por los estudiantes nos proporcionó amplia evidencia de la forma en que se fueron desarrollando los razonamientos, durante la producción y análisis de diferentes representaciones. Esta información ha sido de gran importancia para lograr los objetivos de la presente investigación.

Así mismo, otra característica importante del estudio que apoyó en el logro de los objetivos fue el contar con diferentes fuentes de datos; ya que éstas nos permitieron describir y documentar los resultados en términos de las producciones orales y escritas de los estudiantes. Particularmente, debido a que se dedicó un tiempo considerable a la etapa de planeación, tanto del estudio como de las actividades a aplicar a los estudiantes, los datos obtenidos fueron claros y ordenados. Por ejemplo,

el hecho de que la evidencia escrita se constituyera con apoyo de lapiceros de diferentes colores, de acuerdo con el tipo de resultados esperados, facilitó el trabajo de observación del avance y cambios suscitados durante la producción escrita de las diferentes actividades. Así mismo, a lo largo de todas las sesiones se puso atención a que los estudiantes siempre tuvieran a su disposición los recursos necesarios, como: hojas, lápices y lapiceros de colores, acetatos, reglas y escuadras, recursos tecnológicos de proyección y cálculo, etc.

Es importante señalar que en un ambiente de aprendizaje colaborativo y de autoreflexión, como el que se propició durante la implementación del estudio, el profesor tiene un rol muy diferente con respecto a su trabajo tradicional. En este sentido, fue muy importante su preparación preliminar, para que permitiera que los estudiantes se acercaran mediante sus propias ideas, a las soluciones de los problemas; sin intervenir de manera sustancial, aún cuando observara que el trabajo de los estudiantes no fuese el esperado. Durante esta experiencia, observamos que el profesor realizó un gran esfuerzo para desprenderse de su papel autoritario e intervenir solamente para cuestiones aclaratorias, o con el fin de propiciar el debate entre los estudiantes.

También es importante mencionar que los estudiantes mostraron buena disposición para participar en el estudio; pero que su trabajo en equipo mostró mejoras conforme fueron avanzando las sesiones; esto es, si bien los estudiantes mostraban disposición para el trabajo, al principio les fue difícil resolver una tarea en forma colaborativa, situación que fue mejorando en el transcurso de la implementación de las actividades.

En cuanto al objetivo general planteado para esta investigación, se logró evidenciar la forma en que evolucionan las representaciones figurales realizadas por el estudiante en el que se centró el análisis de los datos, al observar que la primera representación figural que utiliza es de tipo espontánea, mientras que en su trabajo final, introduce representaciones geométricas y gráficas bien definidas. Este tipo de resultados también proporciona evidencia de la contribución de la visualización matemática a los procesos de razonamiento de los estudiantes, ya que les permitió entender mejor el problema.

Como ejemplo de ello, el análisis y documentación de los resultados en la actividad denominada “El camino de un excursionista, parte II”, muestran que al principio, los integrantes del equipo LulsDaNeth no lograban enlazar las ideas que tenían sobre el problema. Fue hasta que uno de los estudiantes del equipo, E1, utilizó una figura que les permitió representar el fenómeno planteado y entender qué era lo que se les pedía hacer en la actividad. Esta primera representación figural, también les ayudó a redactar la explicación que se les pedía en la primera pregunta.

En la actividad denominada “El fotógrafo”, todos los equipos producen representaciones figurales de tipo espontáneo, con el fin de tener un mejor entendimiento del problema y expresar sus ideas y resultados ante todo el grupo. Particularmente el equipo denominado, por sus mismos integrantes, “LulsraDaNeth”, utiliza una representación geométrica; pero solo hasta la fase debate y exposición de resultados. En el acetato que diseñan como apoyo para su presentación, se puede observar un triángulo; sin embargo, ellos no son conscientes de él hasta que interviene el investigador y se los hace ver. En ese momento, el estudiante que está exponiendo indica que, lo que capta la cámara, se puede representar con una figura geométrica: un triángulo.

En la actividad final del estudiante bajo observación, se incluye una representación más apegada a la representación institucionalizada, un triángulo sobre puesto sobre la representación figural.

La calidad de la representación utilizada, aún en el caso de las representaciones espontáneas, permite a los estudiantes sugerir datos numéricos para exponer sus ideas y resultados en forma matemática. Al analizar detenidamente el trabajo del equipo “LulsraDaNeth”, durante la solución de la actividad “El camino de un excursionista, parte II”, observamos que primeramente tratan de obtener datos a través de una figura que no les permite sugerir distancias para los aspectos relevantes del fenómeno, ya que dicha representación no cumple con los requerimientos necesarios para ello. Por lo cual, crean una nueva figura que, en este caso, les permitió enfrentar el obstáculo y sugerir medidas para las distancias que, hasta ese momento solo eran intuitas como aspectos relevantes del fenómeno.

La actividad que más propició el debate, fue “El camino de un excursionista, parte II”, con la intervención del equipo LulsraDaNeth. Esto en parte se debió a que,

para su exposición ante el grupo completo, este equipo produjo una variedad de representaciones semióticas. Primero utilizaron un cuadrado con líneas que indicaban la distancia que hay de las diferentes posiciones del excursionista y el mástil. Después formaron triángulos y, con la aplicación del teorema de Pitágoras, calcularon las distancias. Con los cálculos, los estudiantes del equipo produjeron datos y lograron crear una gráfica que muestra la relación entre la posición del excursionista y su distancia al mástil.

Después de reflexionar sobre su trabajo con respecto a la primera gráfica obtenida, los estudiantes se percataron de que habían mal interpretado algunos aspectos del fenómeno que les llevaron a algunos errores en la gráfica. Por ello, reconsideraron y se dieron a la tarea de producir una gráfica más acorde con sus ideas. Ésta les permitió explicar a todo el grupo, los resultados de su actividad.

Tratando de responder a las preguntas planteadas en la investigación, se tiene que:

1. Las representaciones figurales espontáneas son un cimiento fundamental para la formación de representaciones institucionales gráficas y geométricas. Se podrían considerar como el punto de partida, junto con el lenguaje natural hablado o escrito; pues éstas son las primeras formas de comunicación del sujeto y, cuya presencia se manifiesta en los resultados de esta investigación.
2. Cuando los estudiantes tienen la necesidad de dar a conocer sus resultados, utilizan una variedad de representaciones, desde las espontáneas hasta las institucionales: Dan evidencia de que una sola representación no basta expresar sus ideas, así que tienen que encontrar diversas representaciones que les permitan exteriorizarlas. Estas representaciones deben estar articuladas entre sí para lograr el entendimiento de los resultados presentados. Inician con una representación figural espontánea, acompañada del lenguaje hablado. Después se presenta una geométrica (institucional),

donde los estudiantes pueden manejar datos numéricos. Para al final utilizar una representación gráfica (institucional), en la que se puedan ver reflejados, de manera global, sus resultados. De esta evolución en las representaciones utilizadas por los estudiantes, inferimos un avance importante en el entendimiento del fenómeno bajo estudio y el desarrollo de los razonamientos matemáticos, que cada vez van siendo más estructurados.

3. Consideramos que hubo ciertas dificultades en la etapa individual final, de acuerdo con la metodología utilizada, ya que los datos recopilados en esta fase, no dieron evidencia suficiente para apreciar el avance individual de los estudiantes. Esto, en parte, pudo deberse a que durante las etapas del trabajo colaborativo y en el debate científico, los estudiantes trabajaron de forma ardua y concreta, logrando la mayor parte de resultados en estas etapas. Otro factor que influyó fue el tiempo, ya que solo se les concedió entre 10 a 15 minutos para reportar sus resultados individuales al final de las sesiones. Solamente dos estudiantes lograron construir representaciones figurales parciales, evidenciando la falta de tiempo para su conclusión.

V. 2. Recomendaciones

Una primera recomendación es trabajar previamente con el grupo, en actividades del trabajo en colaboración, aplicándolas antes de la experimentación con el fin de que los estudiantes se acostumbren a esta forma de trabajo.

Una segunda recomendación es facilitarles el uso de la tecnología, pues esta herramienta les apoyaría en el entendimiento del problema y en la explicación de sus resultados.

Una tercera recomendación tiene que ver con el tiempo que se da para la actividad individual final. Los resultados de esta experimentación muestran éste es insuficiente para resolver por completo la actividad.

Referencias bibliográficas

- Bachelard, G. (1971)** *Epistemología*. Barcelona. Editorial Anagrama.
- Deledicq, Lassave, 1979**, *Faire des Mathématiques*, 4ème. París, Cedic.
- Duval, R. (1993)** Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo de la mente. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 5(1993), págs. 37-65, IREM de Strasbourg. Traducción para fines educativos (Hitt F., Ojeda A. M.). Departamento de Matemática Educativa del Cinvestav – IPN, 1997. México.
- Duval, R. (1996)** Quel cognitive retenir en Didactique des Mathématiques? *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 16, No. 3 (pp. 357-382).
- Eisenberg T. & Dreyfus T. (1990)** On the Reluctance to visualize in Mathematics. *Visualization in Teaching and Mathematics* (Zimmermann W. & Cunningham S. Editors), MAA Series. USA.
- Hagelgans, N., Reynolds, B., Schwingendorf, K. et. al. (1995)** A practical Guide to cooperative Learning in Collegiate Mathematics. MAA, notes number 37.
- Hiebert J. & Lefevre P. (1986)** Conceptual and Procedural Knowledge in Mathematics: an Introductory Analysis. In J. Hiebert (Ed), *Conceptual and Procedural Knowledge the Case of Mathematics* (pp. 1-28). Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Hitt, F. (1998)** Visualización Matemática, Representaciones, Nuevas Tecnologías y Currículum. *Educación Matemática*, Vol. 10, No. 2 (pp. 23-45)
- Hitt, F. (2003b)** Le caractère fonctionnel des représentations. *Annales de Didactique et de sciences cognitives*. Vol. 8 (pp. 255-271). Traducción al español.
- Hitt, F. (2007)** Utilisation de Calculatrices symboliques dans le cadre d’une méthode d’apprentissage collaboratif, de débat scientifique et d’auto-réflexion. En: Baron M., Guin D. & Trouche L. (Eds.) *Environnements informatisés et ressources numériques pour l’apprentissage: conception et usages, regards croisés* (Coll. Systèmes de formation et d’enseignement) (pp. 1-25). Traducción al español.
- Núñez, G. E., (2008)** *Ambientes tecnológicos interactivos para el aprendizaje de las Matemáticas*. Tesis de Doctorado. UAEM, Cuernavaca, Morelos.
- Páez, R. (2004)** *Procesos de construcción del concepto de límite en un ambiente de Aprendizaje Cooperativo, Debate Científico y Autorreflexión*. Tesis de Doctorado. CINVESTAV-IPN, México, Distrito Federal.
- Piaget J., 1968 (1946)**, La formation du symbole chez l’enfant, **Neucàtel**, Delachaux & Niestlé.
- Pluvinage F.** Los objetos matemáticos en la adquisición del razonamiento. *Investigaciones en Matemática Educativa Volumen II* (Editor F. Hitt). Grupo editorial Iberoamérica (en proceso).
- Polya, G. (1945)** *How to Solve It*. Princeton: Princeton University Press, USA.

- Tall, D. 1989.** "The nature of mathematical proof", *Mathematics Teaching*, 127, 28-32
- Thomas, M. & Derek, H. (2003)** Technology as a Tool for Teaching Undergraduate Mathematics. En: A. Bishop, M. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick & F. Leungs (Eds.) *Second International Handbook of Mathematics Education* (pp 351-394). Kluwer Academic Publisher. Great Britain.
- Vinner S. (1989)** The Avoidance of Visual Considerations in Calculus Students. Focus on Learning Problems in Mathematics, Vol. II, pp. 149- 156. Traducción en antología en educación matemática, compiladoras: Cambray R., Sánchez E. y Zubieta G., Dpto. Matemática Educativa, Cinvestav-IPN, México.
- Zimmermann W. & Cunningham S. (1990)** What is Mathematical Visualization? In *Visualization in Teaching and Mathematics* (Zimmermann W. & Cunningham S. Editors), MAA Series, USA.

ANEXOS

Introducción

En el primer anexo se han incluido las tablas en donde se ha capturado la información obtenida de los video filmaciones. En el segundo anexo se tiene las tablas con los registros del equipo LuirDaNeth. En el tercer anexo esta los diferentes diálogos del equipo LuirDaNeth. En el cuarto anexo se tienen las actividades aplicadas durante la experimentación.

Anexo I

ANEXO I. Registros de video filmaciones del CONALEP

Video: Cámara 1

Tiempo	Equipo	¿Qué sucede?	¿Me interesa o no?
		Día 1ro. : 01/09/2008	
00:00-00:53	LulsraDa Neth	El equipo se encuentra leyendo las hojas de la primera actividad.	No
00:53-01:51		El profesor al cargo le explica al equipo las diferentes situaciones que deben considerar para resolver la actividad. Es decir las diferentes posiciones que el fotógrafo toma, el equipo entiende que deben de suponer diferentes posiciones y decidir cual de ellas es la mejor para una buena fotografía. Inmediatamente los integrantes empiezan a trabajar.	No
01:51-03:33	LulsraDa Neth	El equipo esta trabajando, mientras uno de ellos esta planteando los factores que influyen para tomar una buena fotografía, otro de los integrantes escribe. "Para tomar una foto excelente, analizando los factores que influyen... el ángulo, la luz, la posición en la que esta el fotógrafo, la distancia". Entre el alumno que esta escribiendo y el que esta explicando se complementa una opinión con la otra, ya que el que esta escribiendo le comenta al que explica: "midiendo qué" a lo cual explica: "la distancia" y en ese momento intervienen los otros compañeros y comentas lo mismo que el explica. Entonces el que escribe plantea que deberían medir los factores influyentes que ya habían mencionado antes para determinar una buena fotografía. Termina y les repite a sus compañeros lo que ya escribió.	No
03:33-04:02	LulsraDa Neth	Los alumnos de este equipo le plantean una situación particular al profesor suponiendo que hay una determinada distancia, con un ángulo de elevación de 45° que uno de los integrantes del equipo propone.	No
04:02-06:29	LulsraDa Neth	El integrante les explica a sus compañeros el dibujo que se les pide, él les dice que si toman una distancia de 5mts. Y un ángulo de 45°. Él le pregunta a uno de sus compañeros si es que quiere sacar valores exactos. Como no traen tablas, miden según su criterio no profesional. Entonces obtienen una altura de la estatua de 4mts. Además de que toman el atardecer para que ya haya una diferencia de colores. Por lo que dicen que hay una diferencia de sombras y colores y obtienen una foto mejor. Y por decisión de todos los integrantes del equipo esta es la mejor fotografía, con estos factores. En general, a partir de un dibujo obtienen sus resultados, dando aproximaciones de los datos, suponiendo y si todos lo aprueban es suficiente.	Si
06:29-07:09		Dejamos la cámara fija para ver, en general, lo que ocurría e todo el grupo	
		02/09/2008	

07:35-40:50		Se juntaron los equipos tal como lo habían hecho en la primera actividad. Se mantuvo la cámara fija, observando como es que trabajaron los equipos. Podemos ver la forma en la que los diferentes equipos estuvieron manipulando el alambre que se les proporciono para que visualizaran mejor las diferentes formas que ellos consideraron adecuada para lo que se les pedía en la actividad.	Si
41:00-55:00		Exposición de lo trabajado en equipo de la segunda actividad.	
41:00-44:28	Los tigres plateados	Este equipo decidió pasar por iniciativa propia. Su primera diapositiva contenía una explicación y un pequeño dibujo. La segunda, estaba constituida por un dibujo en cual mostraba la elección de su recorrido y la ubicación del puesto de socorro. Hay una intervención del profre. Describiendo lo que el alumno quiere dar a conocer. Esto sucede en el 42:08-42:22. Al igual, un alumno del equipo los LulsraDaNeth, esto en 42:24 – 43:15 para indicar que en el recorrido escogido por el equipo hay un punto en cual no se ve el puesto de socorro debido a que hay un túnel. Vuelve a intervenir el profre. Para explicar la situación y también para pedirle a alumno que esta exponiendo que en esos casos que variables debe considerar. Y dice que la bandera tiene que estar mas alta que la piedra para que de cualquier punto se pueda observar. El camino que este equipo eligió es muy irregular, con trazos curvos, dos túneles, una piedra y el puesto de socorro se encuentra en la parte de arriba detrás de la piedra.	Si
44:31-47:03	Los tucanes	Al igual que el anterior, este equipo no tuvo objeción de explicar lo que hizo. El recorrido que eligieron fue un recorrido circular, con la bandera de socorro en el centro. También hicieron un recorrido de forma cuadra con el puesto de socorro en el centro. Interviene el profre para complementar la explicación y dársela a conocer a los otros equipos, 46:00- y consideran que en su camino no hay montañas, hacen dos caminos, en ambos, dicen, se puede observar la bandera de cualquier punto. Además de que vuelve a intervenir el integrante del equipo de los LulsraDaNeth diciendo que en las esquinas es donde la bandera se ve mas lejos, hay mas distancia del centro a los vértices del cuadrado.	Si
47:17-51:11	LulsraDa Neth	Al igual, este equipo eligió un camino circular con el puesto de socorro en el centro. Sus acetatos muestran las diferentes posiciones del excursionista en su recorrido. Suponiendo que su camino es plano. En el minuto 49:29-50:00 retoman la actividad anterior y dicen las magnitudes que intervienen, indican que la igual que esa actividad acá también influyen varias magnitudes como es la altura de la bandera, el suelo como esta... suponen que el camino es plano, redondo y de cualquier punto se ve la bandera porque siempre va a estar a la misma distancia.	No
52:10-51:58	Los panchoo	Este equipo plantea un camino con trazos curvos, con una montaña y el puesto de socorro en el centro. Este camino es un	No

	s	poco mas regular, por así decirlo, ya que sigue una trayectoria casi circular con curvas algo pronunciadas. Presentan varias posiciones del excursionista. En la primer acetato, hay un dibujo y después un pequeño escrito en el cual explican un poco el dibujo. No llegaría rápido desde cualquier punto ya que este equipo dibujo una montaña. Si ve la bandera pero la bandera necesita estar muy alta para que la pueda ver de cualquier punto	
55:00		Tienen un recorrido casi circular, pero este tiene unas curvas, con el puesto de socorro mas pecado a una orilla, hacia arriba. En el centro hay una laguna. Dos condiciones, inclinación y distancia.	No

Cámara 2

Tiempo	Equipo	¿Qué sucede?	¿Me interesa o no?
		03/09/2008	
00:00-27:40		Trabajan los equipos en la tercera actividad, la cámara esta fija observando a todo el grupo. En general, se observa que los equipos se encuentran resolviendo la actividad. En esta actividad se les volvió a entregar el pedazo de alambre para que pudieran trabajar con el. Se hace necesario el uso de calculadora para facilitarles los procedimientos y agilizar lo que están haciendo.	No
27:40-33:07	LulsraDaNeth	Intervención de Angélica al equipo LulsraDaNeth para comentarles si se puede utilizar algo algebraico para aproximar a lo que tienen. Uno de los integrantes indica que tiene una línea recta y ella le pide que le de una expresión a partir de esta. (28:00) Pasar de un registro geométrico a uno algebraico. Regresa al cuadrado para explicar lo que están considerando, la razón por la que están utilizando el teorema de Pitágoras. El integrante de este equipo indica que de algún otro punto no se puede hacer eso ya que no cumple con las condiciones que se deben de cumplir para utilizar el teorema de Pitágoras. Después, Angélica le pide que le enseñe en donde esta ese triángulo rectángulo que hizo para que le explique. El alumno, vuelve a dibujar lo que le piden (31:39), de donde están sacando los resultados que tienen. Entonces Angélica le plantea la situación en la que el excursionista se encuentra a una distancia de 100mts. Donde no se forma una ángulo recto y además no puede utilizar el teorema de Pitágoras para calcular la distancia que hay del excursionista al mástil. Para esto, ellos se ponen a hacer una gráfica que les permita ver el comportamiento de los otros puntos que no pueden encontrar e indican que esa distancia se puede obtener revisándola.	Si
		04/09/2008	

33:08-61:24		Dejamos la cámara fija para observar al grupo. Desafortunadamente esto no nos sirve porque hay mucho ruido. Solo podemos apreciar muy en general al grupo cuando trabaja en sus equipos. Algo que utilizaron fue la regla, para crear el dibujo y medir.	no
-------------	--	--	----

Cámara 2.5

Tiempo	Equipo	¿Qué sucede?	¿Me interesa o no?
		04/09/2008	
00:00-29:00		Cámara fija. Se ve que los equipos estas trabajando y en la mayoría de ellos, todos están tomando un rol, es decir, unos opinan, otros escriben, otros hacen cálculos, otros hacen los acetatos.	No

Cámara 3.0_conalep

Tiempo	Equipo	¿Qué sucede?	¿Me interesa o no?
		01/09/2008	
02:52-04:18	Los Panchoos	Hay intervención del profesor para preguntar cómo es que va avanzando este equipo en su primera actividad, la del fotógrafo. Uno de los integrantes solo estaba considerando el ángulo, como se va a mover el fotógrafo, otro de ellos agregó que había que considerar también la altura de la cámara. La altura, la distancia, además de que ellos están considerando que el fotógrafo se mueve alrededor de la estatua, en una circunferencia.	No
08:39-09:50	Los Panchoos	Este equipo tiene diferentes posiciones para el fotógrafo, de acuerdo a lo que están considerando.	No
11:00-13:50	Equipo en la ventana I	Intervención del Dr. Carlos con un equipo para explicarles el fenómeno. (13:10) Suponiendo que no movemos el lente de la cámara, "Entre mas se alejen mas saldría la estatua, Dr. Carlos entre menos saldría la estatua"	No
13:53 – 24:18	Debate		Si
13:53-16:00	Las carpas	El alumno cree que interviene lo siguiente: "Tomar las fotografías en diferentes posiciones, distancias y ángulos. El acetato solo tiene	No

	de Cuitzeo	un dibujo, pero el dibujo es igual al que viene en la actividad, además de que tiene una pequeña descripción escrita de lo que hicieron. Se le cuestiona si hay otra forma de representar eso que él esta diciendo. El profesor decide pasar a otro equipo, con una idea diferente.	
16:15-18:56	LulsraDa Neth	En el primer acetato, este equipo hizo un dibujo en el cual colocaron la estatua a 5mts. De distancia de la cámara, la estatua mide 4mts. No muy grande, no muy pequeña, que se vea. "Tomamos en cuenta lo que es el tiempo, de noche o de día, la altura de la estatua, la distancia de la cámara, el ángulo de elevación de la cámara, pudieron definir lo que influye para tomar una foto mas o menos bien". Las sombras también influyen, si se hace en la mañana o en la noche. "Si lo hacen de una distancia mas cercana la estatua no se veía completa". "La figura se puede representar con un triángulo, la cabeza de la estatua, un poco mas arriba, hasta la base, la distancia de la cámara a la base, distancia de la cámara a la cabeza. En ese triángulo se puede ver todo lo que captaría la cámara, ahí se ve hasta donde capta de abajo y hasta donde capta de arriba.	Si
18:58-20:03	Los tucanes	En el primer acetato de este equipo podemos observar una descripción y un dibujo que hicieron. Ellos toman en cuenta la orientación del sol, ya que las sombras pueden ocasionar que la fotografía no salga bien. Consideran que al moverse frente a la estatua, "ángulos de lado a lado no saldría parte de la estatua", así que por eso colocan la cámara en frente.	Si
20:05 – 24:18	Los panchoos	En el acetato colocaron la estatua y una explicación escrita. "tiene mucho que ver las posiciones de cómo se coloque la cámara, en este caso la estatua es de 20mts." Observan a la estatua desde su perfil es buena para que salga una buena foto. Una posición de frente, también esta es una posición muy cómoda para una buena foto. Aquí tiene que ver mucho la posición en la que nos encontremos. Tienen una posición de mas lejos, esta es incomoda porque no se alcanzan a ver los detalles de la estatua. "Tiene mucho que ver la altura, distancia, circunferencia y magnitud de la estatua, el ángulo, colocación de la cámara", es decir que para este equipo es adecuado el moverse alrededor de la estatua, tomando varios perfiles. (23:17) intervención de Dr. Carlos, para preguntarle de cuando la cámara se encuentra de frente, cómo es que se movió para llegar a esta posición, el estudiante contesta que se movió hacia la derecha y a la izquierda. Se refieren al ángulo con respecto a la estatua.	Si
		02/09/2008	
24:21-33:08		Podemos ver que los equipos están trabajando en la segunda actividad, la actividad del excursionista. Varios no comprendieron lo que se les decía en las instrucciones, pues varios equipos no consideraron que el camino tenía que ser cerrado y dentro debería estar el puesto de socorro. Hubo otro equipo que considero varios	Si

		caminos cerrados, pero igual el puesto estaba en el camino. Vimos varios que colocaron montañas, pero igual no colocaban el puesto de socorro de acuerdo a lo que se les indicaba.	
33:09-34:55	LulsraDa Neth	Esta manipulando el alambre que se les ha dado. Han hecho su recorrido con el alambre, indican que hay montañas dando al alambre una forma brusca. Uno dice que debe estar cerca del camino. El otro compañero le dice que no, que el puesto de socorro debe de estar en el centro. A ese una comparación de tipo escala, utiliza su lapicero como el mástil para indicar que debe de ser de ese tamaño. Ya en la hoja, ellos dibujan un camino circular con el puesto de socorro en el centro, de cualquier punto el excursionista ve el puesto de socorro. Con el mismo alambre, hacen otra ruta, es algo así como una estrella y en el centro colocan el puesto de socorro.	Si
34:57-36:57	LulsraDa Neth	Hace una intervención el profesor para explicarles dos de las preguntas.	No
36:58-38:56		Un equipo intervino debido a que Angélica les pregunta el por qué pusieron que se puede medir la distancia entre el punto de partida y el punto de socorro. Ellos dicen que porque esas son las magnitudes que intervienen.	No
38:59-39:41	LulsraDa Neth	Como el puesto de socorro esta en el centro, el camino es completamente redondo “de cualquier lugar de donde lo veas” por el radio que tiene, se va ver igual el puesto de socorro, es decir que la bandera va tener la misma longitud y la casa se va a ver pero desde diferentes perfiles.	Si
		03/09/2008	
39:50	LulsraDa Neth	Empiezan a trabajar con la actividad 3ra, el excursionista 2da parte. Siempre va ser la misma distancia en la mitad de los lados, por ser un cuadrado, pero en los vértices ya no va a ser la misma distancia, ahí es mas grande. “Para cualquiera de los cuatro lados, suponiendo que es un cuadrado perfecto, mientras mas camina, este cuadrado lo hacen en una hoja de libreta, marcando con líneas del centro a los vértices, del centro a la mitad de los cuatro lados	Si

Cámara 3_Conalep

Tiempo	Equipo	¿Qué sucede?	¿Me interesa o no?
		04/09/2008	
00:00-04:30	Los panchoos	Este equipo expone lo hecho en la actividad del excursionista parte dos, este equipo cometió un error en la resolución de la actividad. Para esto, el equipo ubicado en la esquina del salón le surge una duda: “el centro es donde esta el puesto de socorro, se tenia que	No

		sacar otro del punto a la distancia al puesto de socorro y ahí no lo tienen”. Los demás equipos se dan cuenta del error que cometieron sus compañeros. El error estaba en que la distancia que ellos estaban suponiendo que recorría el excursionista de un punto a otro no era la que este equipo estaba considerando.	
04:32-08:06	Los tucanes	Empiezan la explicación diciendo que usaron el teorema de Pitágoras para varias posiciones del excursionista. Conocían el lado a, el lado b pero no el lado c, así que usan la fórmula que está al lado derecho, en la parte de arriba del acetato. Además de que explica los pasos que siguieron para obtener sus resultados. Y así lo hicieron de varios puntos. El acetato consta de varias posiciones para el excursionista, indicando distancia del mástil al excursionista, distancia del punto de partida al mástil y distancia del punto de partida al excursionista. Hacen una observación en la que indican que “a partir de la esquina hacia acá se repetían medidas, la conclusión que nosotros sacamos es que entre más lejos este el excursionista de las esquinas más cerca está del mástil. Intervención de Angélica: “¿el punto de partida estaba aquí?, con duda, expone el alumno que ellos estaban tomando como referencia diferentes triángulos, ó nuevo triángulo de referencia para calcular la distancia al mástil.	Si
09:40-12:29	nalgaspe cosas	En su acetato primero tienen un texto, después un cuadrado con varias posiciones del excursionista. “La distancia es de 10km. Por 10km. El punto de partida es aquí (en una esquina). En la esquina está más largo, que cuando está en medio, es más corta la distancia”. Para su explicación se valen del dibujo. El segundo acetato tiene una gráfica, en esta se ve graficada la posición del excursionista en el recorrido contra la distancia que hay del excursionista al mástil, obteniendo una recta al unir los puntos. El profesor hace una intervención para poner a un lado el acetato anterior y hacer más fácil la transición de las posiciones que pusieron en el dibujo y la gráfica, así al observar ambos acetatos es, para todo el grupo, más entendible la gráfica observando tanto el dibujo como lo que han graficado. Profe: “hay una distancia”, equipo: “23 km. Y la distancia al mástil sería de 5.6, profe.: “es la más grande”; equipo: no, la más grande está”, es decir la que se encuentra más cerca de la esquina. Profe. ¿La de la esquina en donde la pones en la gráfica? Equipo: en medio. Profe: pero esa sería más larga, más bien tú fuiste acumulando distancias	Si
12:30-17:33	LulsraDa Neth	Presentan una gráfica que la hicieron en referencia a la distancia que camina el excursionista y la distancia que hay al mástil. Al igual que el equipo anterior, el profesor sobre pone el acetato donde el equipo presenta las diferentes posiciones del excursionista para ver los datos y como los graficaron. Usaron teorema de Pitágoras para obtener las distancias del excursionista al mástil. Y entonces toman una distancia de medio kilómetro que ha recorrido el excursionista, la distancia del excursionista al mástil es de medio	Si

		<p>kilometro y en la grafica la ubican, que es el punto mas bajo. El profe interviene y pregunta que si lo que tienen graficado es lo que el excursionista recorrió en un lado del cuadrado; el equipo contesta que si. Entonces la conclusión de ellos es: “llegamos a la misma conclusión que lo expuesto por el equipo de las nalgaspecosas, entre mas se acerca a la mitad mas cerca va a estar del mástil. Hay una intervención de Angélica, preguntando sobre la diferencia que ella les comento. Les pide al equipo de las nalgaspecosas que hagan algo parecido al equipo de LulsraDaNeth, con sus datos hagan una gráfica de este tipo. Angélica les pregunta a todos los equipos que si ¿la grafica que tienen el equipo de LulsraDaNeth es realmente la representación? Se les da 15 minutos mas para que piensen en lo que se les pregunto.</p>	
18:00-21:13	Los tucanes	<p>Presentan su grafica ya con los cambios que se les pidieron anteriormente. En el eje x, colocan la distancia al mástil y en el eje y colocan la distancia recorrida. El punto de partida es en (0,0) y a partir de allí van obteniendo puntos que van creciendo. “En conclusión en esta grafica podemos ver que entre mas lejos este el excursionista del punto de partida mas lejos esta del mástil.” Tomando como punto de partida el punto medio de un lado del cuadrado hasta llegar a la esquina de este.</p>	Si
23:43-31:12	LulsraDaNeth	<p>Volviendo a la grafica que tiene este equipo, apoyan que la grafica estaba bien porque iban por el camino correcto pero la grafica no es exacta ya que los puntos que graficaron esta uno muy lejos del otro, hay un buen espacio entre uno y otro. Entre mas se acerca a la mitad mas cerca esta del mástil y entre mas se aleja mas lejos esta de este. El profesor interviene y dice que ellos tienen una propuesta diferente. Presentan una nueva grafica donde han graficado mas puntos y esta les da una curva, una parábola ya que calcularon todos los puntos exactos. “Cada que caminan 100mts. usan el teorema de Pitágoras, de ahí tomábamos los puntos de la distancia que estaba del mástil. Enciman el acetato con la grafica anterior para comparar y ven que casi es lo mismo. El profesor recapitula y dice: “hizo este, luego este y dedujo la primera recta”, es decir obtuvo un punto luego otro y unió ambos puntos. “ya luego lo hizo exacto y salió una cosa como esta”, como la grafica de la parábola. (26:13) Otro de los integrantes obtuvo una grafica en la que indican que el punto mas bajo de la parábola es la distancia mas corta que hay del excursionista al mástil y que el punto de partida empezaría en un vértice del cuadrado. Y vuelven al cuadrado donde tienen representado las diferentes posiciones del excursionista. El profesor les pregunta el por qué se repite o de donde vienen eso, lo de la grafica con dos parábolas seguidas, otro equipo, los tucanes, contesta que ellos hicieron la medición de un lado, entonces la siguiente parábola o ciclo es el otro lado. Entonces agrega el equipo de LulsraDaNeth que esto es para los cuatro lados, si se calcula para un lado para los otros es lo mismo y</p>	Si

		entonces obtenemos una grafica con 4 parábolas seguidas una de otra.	
		05/09/2008	
31:31-33:13	Los tigres plateados	Tercera actividad. Este equipo tiene la figura del cuadrado con 10 cálculos. Dividen el lado del cuadrado en 5, es decir que cada pedacito que ellos van a calcular mide 1 metro ya que el lado mide 5 metros, así con el otro lado y empiezan a calcular el área para a, b, c, d, e, f, g, h, i y j. "Los metros recorridos que cubren la superficie, cuantos metros cuadrados se utilizan para cubrir esta superficie de la piscina". Si recorrió un metro cuanta área, contesta el equipo que cubrió cinco metros y se dan cuenta que les falta dividir entre dos ya que si solo estaban multiplicando y sacando áreas para pequeños cuadrados y no para los triángulo que se forman al dividir el cuadrado como ellos lo hicieron.	Si
34:42-35:18		Lo que ha hecho este equipo es usar base por altura entre dos para calcular las áreas que hay de una esquina del cuadrado hasta la diagonal. Diciendo que la base vale 5mts.	
35:16-37:43	Nalgaspe cosas	Este equipo trabaja con un cuadrado en el cual tienen tan solo tres divisiones. Dos de sus integrantes entran en conflicto porque la medida no es congruente con lo que están considerando. Usan su cuadrado para darse cuenta de esto y el integrante se lo explica su compañero la razón de por la que no se puede considerar esta medida. Ahora por la forma en la que trabajaron les cuesta un poco encontrar la medida que corresponde a esa distancia, en cuanto encuentran la distancia que no conocían, es 4.5 metros. Este equipo quiere saber cuanto mide el triángulo que esta sobre la diagonal, su lado es la diagonal, a 0.5 de esta misma. Dicen que es 12.5 menos, aclara Angélica: mas el área del otro lado del triángulo. El dibujo que hicieron fue al revés como estaba en la actividad, ellos empiezan a desarrollar la lona del lado izquierdo hacia la derecha. Entonces al hacer la diferencia para calcular el área del pequeño triángulo que les queda en medio ellos restaron el área del triángulo mas pequeño al área de triángulo mas grande	Si
37:44-46:10	Profesor con el integrante del equipo LulsraDa Neth	El profesor graba al alumno Gonzales ya que tiene una aportación sobre la actividad, esto lo hace durante el receso. Obtiene una formula partiendo el cuadrado en dos partes, "de aquí a aquí haciendo un rectángulo con las bases, tomando con diferencia de un metro cada una de estas separaciones. Haciendo un rectángulo acá, parte izquierda de la diagonal, sumando este rectángulo con el triángulo que queda aquí. Entonces la primera parte sería: base uno que sería esta distancia por la altura total que sería esta, mas lo que vendría siendo lo de este triángulo, base total menos la base uno para obtener lo que queda multiplicado por la altura total sobre dos para sacar el área de este triángulo." De cualquier punto va ser. La formula funciona en general para cualquier área que se quiera sacar del cuadrado. Ejemplifica sacando una área aplicando esta formula, para diferentes posiciones de la lona. Sustentan su	No

		formula diciendo que se puede comprobar utilizando otras formulas, como la del área del triángulo. El profesor le plantea la pregunta cuatro de esta actividad. El alumno Gonzales trata de contestarla. Este alumno tiene 15 años.	
46:15-50:52 – 51:14	Los tigres plateados	Presentación de sus datos obtenidos del trabajo que hicieron. Poner diferentes posiciones de donde iba recorriéndose la lona para tapar la alberca y esas posiciones son: a, b, c,...,f, utilizan para calcular esta área: base por altura sobre dos del triángulo. A partir de la f utilizan otra formula para obtener las áreas restantes. En la f utilizaron la formula del trapecio, en este caso viene siendo 5 metros mas un metro, nos da 6. Y así hasta llegar a la j y ahí utilizaron otra formula, que es la de base por altura ya que viene siendo lo mismo. En el último acetato presentan una grafica la cual representa una recta, distancia que recorre contra área que tapa la lona. En un eje pusieron la distancia que iba recorriendo, en el eje y pusieron las posiciones de la lona y en el eje de la x la cantidad de área que abarcaba la lona. Respecto a la pregunta 4, este equipo la contesto y explica la forma en que lo hicieron.	Si
51:14-58:54	Los panchoos	Sacaron el área dividiendo en triángulos su cuadrado, y calcularon el área de cada triangulo. De la diagonal a la izquierda fue diferente y calcularon de otra forma, a lo que le salía le restaban al cuadrado y salía el área que ellos buscaban.	Si
59:00-60:00	Los tucanes	Al igual que los tigres plateados, este equipo divide en triángulos de la diagonal para abajo y de la diagonal para arriba en trapecios, usando la formula de área para triangulo y área para trapecio.	Si

Cámara Conalep C

Tiempo	Equipo	¿Qué sucede?	¿Me interesa o no?
		01/09/2008	
00:35-02:20	Los tucanes	Discuten por a posición en la que deben tomar la fotografía, así que la mejor opción es tomarla de frente. El fotógrafo no se mueve, nadamas la cámara.	No
02:21-03:00	Los tigres plateados	Comentan sobre lo que influye para tomar una buena fotografía.	No
03:01-05:52	Los tucanes	Comentan al profesor que no entienden lo que se les pide en la pregunta, por lo que el profesor les comenta que tienen que hacer como un resumen esos nuevos detalles que hacen diferentes las tomas de la estatua. Discuten sobre el clima y como va influir este en la posición que van a elegir.	No

06:03-	Los tucanes	Sigue la discusión de los factores del ambiente para que se tome una buena foto. "Los ángulos que busco, debe ser un ángulo de frente".	No
		02/09/2008	
01:38-02:51	Los panchoos	Hay una intervención del profesor, indican que se equivoco. Manipulan el alambre, simulando una montaña.	No
03:28-06:33	Los tucanes	Indican que el excursionista giro alrededor del puesto de socorro 360°, es decir al circulo esta rodeando, un cuadrado también esta rodeando al puesto del socorro. Cuadrado, con el puesto de socorro en medio. Tanto en el círculo como en el cuadrado, el puesto de socorro lo ubican en el centro.	No
06:59-23:05	Debate		
07:00-10:00	Los tigres plateados	Explican lo que hicieron en sus acetatos, presentan su camino que tiene la forma irregular, aunque si cumple con las instrucciones, la localización del puesto de socorro es algo no visible en todos los puntos ya que pusieron una montaña y dos túneles por los cuales pasa el excursionista. Uno de los integrantes del equipo de los LulsraDaNeth, dice que hay puntos en donde el excursionista no va a ver la bandera por lo que ya comente anteriormente. El expositor contesta que la bandera es muy grande y que por eso el excursionista la alcanza a ver. Hay una condición la bandera tiene que ser mas alta que la piedra.	Si
10:12-12:18	Los tucanes	La bandera la pusieron en medio y el excursionista explora un área redonda de un campamento. Hacen otra presentación, una exploración cuadrada, en cada esquina que iba se veía la bandera al igual que el en el círculo. El profesor interviene señalando, el cuadrado, diciendo: "si tiene que utilizar unos binoculares en donde tendría que usarlos". A lo que los alumnos contestan: "en la esquina, en los vértices". Profesor: " ¿esas son distancias mas grandes o mas cortas?" en los vértices, contestan: "mas grandes".	Si
12:39-16:20	LulsraDaNeth	El puesto de rescate lo ubicaron en medio. Hicimos una pista redonda, circular. Alrededor a una distancia cierta. En el circulo es la misma distancia de cualquier punto, lo único que cambiaria es el perfil de la casa. Diferentes posiciones, primera, segunda, tercera y la cuarta ubicadas en la trayectoria que hicieron, en un mismo dibujo. En el siguiente acetato presentan la primera posición en la que ven de frente al puesto de socorro. Presentan también una segunda posición. Y una tercera. "Vamos a suponer que es un camino circular y plano".	Si
16:32-19:20	Los panchoos	A diferencia de los equipos que han expuesto, el camino de este equipo contiene una colina, además de ser irregular. De todos los puntos se puede ver el puesto o la bandera. Profesor: ¿en cualquier lugar del camino el excursionista llegaría rápido al puesto de socorro? Contestan: no, cuando se encuentra en la colina tarda más en llegar. Cuando el excursionista se encuentra en la colina	Si

		tenemos que considerar un ángulo de inclinación.	
19:21-23:05		La misma situación, si hay una montaña debe de haber dos condiciones para lograr ver a la bandera, una es que sea una distancia pero que la bandera este mas alta que la montaña.	No
00:00-06:56		03/09/2008	
00:00-00:42	Los tucanes	En la tercera actividad, comentan que si esta en medio del camino es menos distancia que cuando se encuentra en las esquinas. Usan la paleta de la butaca como cuadrado, entonces hacen la comparación, como la bandera esta en medio entonces cuando el excursionista esta en la esquina del cuadrado se tiene que medir del centro de un lado a la esquina, de la bandera a la esquina.	No
02:07-00:30	Los panchoos	Se les ocurre hacer una grafica de coordenadas para dar a conocer a sus compañeros los datos que están obteniendo.	No
		05/09/2008	
00:00-01:28	Los tucanes	Es la última actividad, los integrantes de este equipo suponen una medida para los lados del cuadrado, es de 5mts. Multiplican base por altura sobre dos. Además de uno de los lados lo dividen en seis partes. Esto lo hacen en una hoja de libreta. Utilizan la calculadora como herramienta para agilizar los calculo que les sirven.	Si
02:09-02:17	Los pachooos	El área de este triángulo y se lo descontamos al área del cuadrado y ya nos sale el producto de cada uno de los triángulos que se encuentra de la diagonal a la izquierda. Se basa en el dibujo que tiene y a partir de este explica lo que va hacer.	Si
02:19-04:02	Los tucanes	Explica lo que han hecho, hasta ese momento han calculado las áreas de la mitad del cuadrado, de donde esta fija la lona hasta la diagonal. Base por altura sobre dos. Basándose en el cuadrado que han dibujado en su hoja de libreta. Otro equipo tiene esta misma idea, llegan a que cuando se encuentran en ese vértice sale exactamente la mitad del área. Es en el triángulo “de cinco por cinco” donde le sale 12.5 que es la mitad del área (02:50-03:42). Ahora volviendo con los tucanes (03:39), ya han calculado la otra mitad de áreas. Lo hacen de la siguiente forma: base mayor mas base menor por altura sobre dos. Entonces hacen base mayor mas una por altura sobre dos y así siguen, base mayor mas dos por altura sobre dos, base mayor mas tres por altura sobre dos, base mayor mas tres por altura sobre dos, base mayor mas cuatro por altura sobre dos, base mayor mas cinco por altura sobre dos y cuando llegan aquí ya les da los 25mts.	No
04:03-04:44	Los panchoos	Este equipo y otro alumno tienen un problema con los resultados, ya que al hacer una resta no les sale negativo y no saben si dejarlo así o como hacerle.	No

Anexo II

Capturas CONALEP. Tablas equipo LulsraDaNeth

Cámara 1

Tiempo	Equipo	¿Qué sucede?	¿Me interesa o no?
		Día 1ro. : 01/09/2008	
00:00-00:53	LulsraDa Neth	El equipo se encuentra leyendo las hojas de la primera actividad.	No
00:53-01:51		El profesor al cargo le explica al equipo las diferentes situaciones que deben considerar para resolver la actividad. Es decir las diferentes posiciones que el fotógrafo toma, el equipo entiende que deben de suponer diferentes posiciones y decidir cuál de ellas es la mejor para una buena fotografía. Inmediatamente los integrantes empiezan a trabajar.	No
01:51-03:33	LulsraDa Neth	El equipo está trabajando, mientras uno de ellos está planteando los factores que influyen para tomar una buena fotografía, otro de los integrantes escribe. "Para tomar una foto excelente, analizando los factores que influyen... el ángulo, la luz, la posición en la que está el fotógrafo, la distancia". Entre el alumno que está escribiendo y el que está explicando se complementa una opinión con la otra, ya que el que está escribiendo le comenta al que explica: "midiendo qué" a lo cual explica: "la distancia" y en ese momento intervienen los otros compañeros y comentas lo mismo que el explica. Entonces el alumno que escribe plantea que deberían medir los factores influyentes que ya habían mencionado antes para determinar una buena fotografía. Termina y les repite a sus compañeros lo que ya escribió.	No
03:33-04:02	LulsraDa Neth	Los alumnos de este equipo le plantean una situación particular al profesor suponiendo que hay una determinada distancia, con un ángulo de elevación de 45° que uno de los integrantes del equipo propone.	No
04:02-06:29	LulsraDa Neth	El integrante les explica a sus compañeros el dibujo que se les pide, él les dice que si toman una distancia de 5mts. Y un ángulo de 45°. Él le pregunta a uno de sus compañeros si es que quiere sacar valores exactos. Como no traen tablas, miden según su criterio no profesional. Entonces obtienen una altura de la estatua de 4mts. Además de que toman el atardecer para que ya haya una diferencia de colores. Por lo que dicen que hay una diferencia de sombras y colores y obtienen una foto mejor. Y por decisión de todos los integrantes del equipo esta es la mejor fotografía, con estos factores. En general, a partir de un dibujo obtienen sus resultados, dando aproximaciones de los datos, suponiendo y si todos lo aprueban es suficiente.	Si
		02/09/2008	
47:17-51:11	LulsraDa Neth	Al igual, este equipo eligió un camino circular con el puesto de socorro en el centro. Sus acetatos muestran las diferentes	Si

		posiciones del excursionista en su recorrido. Suponiendo que su camino es plano. En el minuto 49:29-50:00 retoman la actividad anterior y dicen las magnitudes que intervienen, indican que la igual que esa actividad acá también influyen varias magnitudes como es la altura de la bandera, el suelo como esta... suponen que el camino es plano, redondo y de cualquier punto se ve la bandera porque siempre va a estar a la misma distancia.	
--	--	--	--

Cámara 2

Tiempo	Equipo	¿Qué sucede?	¿Me interesa o no?
		03/09/2008	
27:40-33:07		Intervención de Angélica al equipo LulsraDaNeth para comentarles si se puede utilizar algo algebraico para aproximar a lo que tienen. Uno de los integrantes indica que tiene una línea recta y ella le pide que le de una expresión a partir de esta. (28:00) Pasar de un registro geométrico a uno algebraico. Regresa al cuadrado para explicar lo que están considerando, la razón por la que están utilizando el teorema de Pitágoras. El integrante de este equipo indica que de algún otro punto no se puede hacer eso ya que no cumple con las condiciones que se deben de cumplir para utilizar el teorema de Pitágoras. Después, Angélica le pide que le enseñe en donde esta ese triángulo rectángulo que hizo para que le explique. El alumno, vuelve a dibujar lo que le piden (31:39), de donde están sacando los resultados que tienen. Entonces Angélica le plantea la situación en la que el excursionista se encuentra a una distancia de 100mts. Donde no se forma una ángulo recto y además no puede utilizar el teorema de Pitágoras para calcular la distancia que hay del excursionista al mástil. Para esto, ellos se ponen a hacer una gráfica que les permita ver el comportamiento de los otros puntos que no pueden encontrar e indican que esa distancia se puede obtener revisándola.	Si

Cámara 3.0_conalep

Tiempo	Equipo	¿Qué sucede?	¿Me interesa o no?
		01/09/2008	
16:15-	LulsraDa	En el primer acetato, este equipo hizo un dibujo en el cual	Si

18:56	Neth	colocaron la estatua a 5mts. De distancia de la cámara, la estatua mide 4mts. No muy grande, no muy pequeña, que se vea. "Tomamos en cuenta lo que es el tiempo, de noche o de día, la altura de la estatua, la distancia de la cámara, el ángulo de elevación de la cámara, pudieron definir lo que influye para tomar una foto más o menos bien". Las sombras también influyen, si se hace en la mañana o en la noche. "Si lo hacen de una distancia más cercana la estatua no se veía completa". "La figura se puede representar con un triángulo, la cabeza de la estatua, un poco más arriba, hasta la base, la distancia de la cámara a la base, distancia de la cámara a la cabeza. En ese triángulo se puede ver todo lo que captaría la cámara, ahí se ve hasta donde capta de abajo y hasta donde capta de arriba.	
		02/09/2008	
33:09-34:55	LulsraDa Neth	Está manipulando el alambre que se les ha dado. Han hecho su recorrido con el alambre, indican que hay montañas dando al alambre una forma brusca. Uno dice que debe estar cerca del camino. El otro compañero le dice que no, que el puesto de socorro debe de estar en el centro. A ese una comparación de tipo escala, utiliza su lapicero como el mástil para indicar que debe de ser de ese tamaño. Ya en la hoja, ellos dibujan un camino circular con el puesto de socorro en el centro, de cualquier punto el excursionista ve el puesto de socorro. Con el mismo alambre, hacen otra ruta, es algo así como una estrella y en el centro colocan el puesto de socorro.	Si
34:57-36:57	LulsraDa Neth	Hace una intervención el profesor para explicarles dos de las preguntas.	No
36:58-38:56		Un equipo intervino debido a que Angélica les pregunta el por qué pusieron que se puede medir la distancia entre el punto de partida y el punto de socorro. Ellos dicen que porque esas son las magnitudes que intervienen.	NO
38:59-39:41	LulsraDa Neth	Como el puesto de socorro esta en el centro, el camino es completamente redondo "de cualquier lugar de donde lo veas" por el radio que tiene, se va ver igual el puesto de socorro, es decir que la bandera va tener la misma longitud y la casa se va a ver pero desde diferentes perfiles.	
		03/09/2008	
39:50	LulsraDa Neth	Empiezan a trabajar con la actividad 3ra, el excursionista 2da parte. Siempre va ser la misma distancia en la mitad de los lados, por ser un cuadrado, pero en los vértices ya no va a ser la misma distancia, ahí es mas grande. "Para cualquiera de los cuatro lados, suponiendo que es un cuadrado perfecto, mientras más camina, este cuadrado lo hacen en una hoja de libreta, marcando con líneas del centro a los vértices, del centro a la mitad de los cuatro lados	

Cámara 3_Conalep

Tiempo	Equipo	¿Qué sucede?	¿Me interesa o no?
		04/09/2008	
12:30-17:33	LulsraDaNeth	<p>Presentan una gráfica que la hicieron en referencia a la distancia que camina el excursionista y la distancia que hay al mástil. Al igual que el equipo anterior, el profesor sobre pone el acetato donde el equipo presenta las diferentes posiciones del excursionista para ver los datos y como los graficaron. Usaron teorema de Pitágoras para obtener las distancias del excursionista al mástil. Y entonces toman una distancia de medio kilometro que ha recorrido el excursionista, la distancia del excursionista al mástil es de medio kilometro y en la grafica la ubican, que es el punto más bajo. El profe interviene y pregunta que si lo que tienen graficado es lo que el excursionista recorrió en un lado del cuadrado; el equipo contesta que sí. Entonces la conclusión de ellos es: “llegamos al misma conclusión que lo expuesto por el equipo de las nalgaspecosas, entre más se acerca a la mitad más cerca va a estar del mástil. Hay una intervención de Angélica, preguntando sobre la diferencia que ella les comento. Les pide al equipo de las nalgaspecosas que hagan algo parecido al equipo de LulsraDaNeth, con sus datos hagan una gráfica de este tipo. Angélica les pregunta a todos los equipos que si ¿la grafica que tienen el equipo de LulsraDaNeth es realmente la representación? Se les da 15 minutos más para que piensen en lo que se les pregunto.</p>	
23:43-31:12	LulsraDaNeth	<p>Volviendo a la grafica que tiene este equipo, apoyan que la grafica estaba bien porque iban por el camino correcto pero la grafica no es exacta ya que los puntos que graficaron esta uno muy lejos del otro, hay un buen espacio entre uno y otro. Entre más se acerca a la mitad más cerca esta del mástil y entre mas se aleja más lejos esta de este. El profesor interviene y dice que ellos tienen una propuesta diferente. Presentan una nueva grafica donde han graficado más puntos y esta les da una curva, una parábola ya que calcularon todos los puntos exactos. “Cada que caminan 100mts. usan el teorema de Pitágoras, de ahí tomábamos los puntos de la distancia que estaba del mástil. Enciman el acetato con la grafica anterior para comparar y ven que casi es lo mismo. El profesor recapitula y dice: “hizo este, luego este y dedujo la primera recta”, es decir obtuvo un punto luego otro y unió ambos puntos. “ya luego lo hizo exacto y salió una cosa como esta”, como la grafica de la parábola. (26:13) Otro de los integrantes obtuvo una grafica en la que indican que el punto más bajo de la parábola es la distancia más corta que hay del excursionista la mástil y que el punto de</p>	Si

		partida empezaría en un vértice del cuadrado. Y vuelven al cuadrado donde tienen representado las diferentes posiciones del excursionista. El profesor les pregunta el por qué se repite o de donde vienen eso, lo de la grafica con dos parábolas seguidas, otro equipo, los tucanes, contesta que ellos hicieron la medición de un lado, entonces la siguiente parábola o ciclo es el otro lado. Entonces agrega el equipo de LulsraDaNeth que esto es para los cuatro lados, si se calcula para un lado para los otros es lo mismo y entonces obtenemos una grafica con 4 parábolas seguidas una de otra.	
		05/09/2008	
37:44-46:10	Profesor con el integrante del equipo LulsraDa Neth	El profesor graba al alumno Gonzales ya que tiene una aportación sobre la actividad, esto lo hace durante el receso. Obtiene una formula partiendo el cuadrado en dos partes, “de aquí a aquí haciendo un rectángulo con las bases, tomando con diferencia de un metro cada una de estas separaciones. Haciendo un rectángulo acá, parte izquierda de la diagonal, sumando este rectángulo con el triangulo que queda aquí. Entonces la primera parte sería: base uno que sería esta distancia por la altura total que sería esta, mas lo que vendría siendo lo de este triángulo, base total menos la base uno para obtener lo que queda multiplicado por la altura total sobre dos para sacar el área de este triángulo.” De cualquier punto va ser. La formula funciona en general para cualquier área que se quiera sacar del cuadrado. Ejemplifica sacando un área aplicando esta fórmula, para diferentes posiciones de la lona. Sustentan su formula diciendo que se puede comprobar utilizando otras formulas, como la del área del triángulo. El profesor le plantea la pregunta cuatro de esta actividad. El alumno Gonzales trata de contestarla. Este alumno tiene 15 años.	

Cámara Conalep C

Tiempo	Equipo	¿Qué sucede?	¿Me interesa o no?
		02/09/2008	
12:39-16:20	LulsraDa Neth	El puesto de rescate lo ubicaron en medio. Hicimos una pista redonda, circular. Alrededor a una distancia cierta. El circula es la misma distancia de cualquier punto, lo único que cambiaría es el perfil de la casa. Diferentes posiciones, primera, segunda, tercera y la cuarta ubicadas en la trayectoria que hicieron, en un mismo dibujo. En el siguiente acetato presentan la primera posición en la que ven de frente al puesto de socorro. Presentan también una segunda posición. Y una tercera. “Vamos a suponer que es un camino circular y plano”.	Si

Anexo III

Anexo III: DIÁLOGOS DE LOS VIDEOS: EQUIPO LulsraDaNeth

SESIÓN DEL 1 DE SEPTIEMBRE DE 2008. ACTIVIDAD I: EL FOTOGRAFO

Tabla 1. Claves utilizadas

Clave	Referencia
LIDN	LulsDaNeth
E1	Estudiante 1
E2	Estudiante 2
E3	Estudiante 3
EO	Estudiante de otro equipo
M1	Maestro 1
M2	Maestro 2

Episodio 1

Tiempo 04:02:

En este episodio podemos ver la forma en la que el estudiante 1 le explica a sus compañeros, a partir de su dibujo, dándole medidas supuestas por él. Además tratan de obtener valores exactos para sus cálculos y las diferentes posiciones del fotógrafo. Esto es del video cámara 1.

E1	Eso tomaría un buen de tiempo, necesitamos a parte de los 5 metros necesitamos un ángulo de 45° , que sería algo así.
E2	Tienes que poner la altura de esto y con esto...
E1	Por decir aquí ¿esto sería de unos que? De 4 metros. Quieres sacarlo exacto. Ok ¿Tienes tablas matemáticas Arquímedes caballero? Para sacar el seno o el coseno. No verdad a sí que le vamos a medir según nuestro criterio no profesional. A un ángulo de 45° , de 5 metros de distancia, 45° tendría que estar, por decir como un metro más del pizarrón. Entre tres y cuatro metros. Ok? Tú dijiste que al atardecer, así que lo vamos hacer al atardecer y así hay una diferencia de colores, por lo tanto hay una diferencia de sombras, sombras de diferentes colores, así la foto se diferencia mejor. Algo más, ¿algo más que hay que poner aquí? Entonces ya tenemos una foto que a nuestro criterio, que todo el grupo sería una foto muy buena...

Observaciones:

- El dibujo les sirve para tener una mejor visualización del fenómeno
- Hacen una estimación de las medidas.
- Usan lo que hay alrededor como apoyo para obtener sus medidas y cálculos numéricos a falta de tablas matemáticas.

- En el dibujo marcan el ángulo que toman, las sombras que van a influir para la fotografía y la distancia que hay de la estatua a la cámara como también la altura de la estatua. Dando la forma de un triángulo rectángulo.

Episodio 2

Tiempo 16:15:

Discusión y exposición de lo que hicieron durante el trabajo en equipo. Exposición frente al grupo del trabajo que realizaron. Video: cámara 3.0_conalep.

E1	Entonces nosotros tomando en cuenta lo que es el tiempo, si es de noche o día; la distancia de la cámara a la estatua; la altura de la estatua y el ángulo de elevación de la cámara pudimos definir como tomar una foto mas o menos bien; hacia nuestra forma de pensar. Aquí nosotros hicimos de 5 metros una distancia no muy lejana para que se vieran muy bien los detalles, la estatua mide unos 4 metros, que será no muy grande no muy pequeña. Dijimos que atardecer porque ahí dice que hay diferencia de colores y por lo tanto las sombras van a ser diferentes, cambiantes. A un ángulo de 45°, no la tomamos recta, para darle un poquito mas de altura y se viera mas magnifica la estatua. Entonces nuestras propuestas para descifrar esto nuestras fotos, es lo que acabo de hacer una explicación hablada con un dibujo o una foto en este caso, pero en este momento no tenemos foto tenemos un dibujo. Y una comparación sería de diferentes fotos, mostrando que esta seria la mas apta, la mejor, con los diferentes tiempos tomando en cuenta. Por decir lo hacíamos de noche, no se veían tantas sombras. Si lo hacíamos de una distancia mas cercana no se veía completa.
M1	Por decir en esa figura que tienes ahí ¿la podrías representar con alguna figura geométrica?
E1	Aquí esta figura se puede representar con un triángulo, que sería la cabeza de la estatua, un poquito mas arriba, hasta la base, la distancia de la cámara, de la cabeza y de la base, así se tomaría en ese triángulo se puede ver todo lo que puede captar la cámara, ahí se ve hasta donde capta hasta abajo y hasta donde captaría hasta arriba.

Observaciones:

- Aunque no tiene la figura geométrica tal cual, en su dibujo se puede ver el triángulo marcando lo que capta la cámara.
- El alumno hace una transformación mental de su dibujo en una figura geométrica, explicando que el área comprendida dentro del triángulo va ser lo que va a captar la cámara.

- Dan medidas específicas que les van a permitir un mejor entendimiento del problema, tratando de relacionar el fenómeno que les presentamos en esta actividad con cosas más cercanas a la realidad, comparando distancias supuestas por ellos con distancias aproximadas a un objeto cercano.
- Pasan de una representación a otra, es decir, pasan de una primera representación (representación espontanea) en este caso el dibujo que tienen en su acetato, la posición que este equipo considera como la idónea, a una representación geométrica, triángulo, sobrepuesto en el dibujo y que explica el E1 cuando se le pregunta si esto puede ocurrir. Esto lo explica de forma hablada ya que en su acetato no tenía el triángulo tal cual e independiente al dibujo.

Episodio 3

Tiempo 38:59:

El equipo le explica a M2 las razones por las que decidieron tomar ese camino. Cámara cámara 3.0_conalep.

E1	Pues yo creo que como esta exactamente en medio esto, según nuestro punto de vista y esto es redondo exactamente, de cualquier lugar de donde lo veas por el radio que tiene alrededor por la circunferencia de esto y que esto esta exactamente en el medio se va ver casi igual, se va a ver a la misma longitud la bandera solo que la casa se va ver de diferentes perfiles
M2	Si, entonces eso quiero, eso es lo que les están preguntando justo aquí en la pregunta 5: ¿qué es lo que puedes medir? Tú dijiste se va ver igual, se puede medir la longitud sí.

Observaciones:

- Tienen duda sobre lo que se les pide hacer en la pregunta 5, pero al hacer este repaso entienden lo que se les pide, lo que pueden medir.

Episodio 4

Tiempo 47:18:

En este episodio vamos a ver lo que el LIDN hizo en la segunda actividad, principalmente lo que expusieron durante el debate y sus acetatos. Cámara 1.

E1	Lo que nuestro equipo hizo, hicimos el puesto de rescate, de rescate, de socorro justo en medio y la pista redonda, circular alrededor, exactamente a una distancia cierta alrededor formando una circunferencia, con el radio de varios, 1
----	---

	kilometro, dos kilómetros. La cosa es que el círculo es la misma distancia, es redondo y es la misma distancia desde cualquier punto que lo veas es la misma distancia; lo único que cambiaría sería como ves la casa, cual es el perfil de la casa.
M1	Pero hiciste otro dibujo verdad
E1	Si, por decir aquí tenemos diferentes posiciones. Esta es la primera posición, la segunda la tercera esta atrás y la cuarta. Esta sería la primera cuando va entrando, ahí se ve la casa de frente, se ve... y la bandera a la izquierda inmediatamente. Entonces tenemos la segunda posición que era la de alado y ahí se ve la casa... y la bandera justo en frente a la izquierda un poquito.
M1	Todo esto es suponiendo que hay un camino plano...
E1	Estamos suponiendo que es un camino plano, estamos suponiendo que todo alrededor es un camino plano
M1	Entonces también hay que considerar eso, vamos a suponer que el camino es plano pero es redondo, ¿entonces en cualquier punto se puede ver la bandera?
E1	Si, de cualquier punto, aquí está la tercera posición ... de cualquier punto se ve porque está a la misma distancia además de que el camino esta plano
M1	Porque siempre va estar a la misma distancia, ¿ya lo escucharon todos?

Observaciones:

- Este equipo toma un camino sencillo y fácil de manipular, un camino circular con el puesto de socorro en el centro ya que este les va a permitir ver el mástil desde cualquier punto en el que se encuentre el excursionista.
- Tienen claro que, la distancia del excursionista al mástil va ser la misma sin importar en que posición del camino se encuentre el excursionista.
- Durante el trabajo en equipo manipulan el alambre dando diferentes caminos y tomando diferentes tipos de suelo, no solo se fijan en un camino plano sino también consideran un camino con montañas. Durante esta manipulación se da una discusión entre los integrantes del LIDN al decidir la colocación del puesto de socorro. Al final todos acuerdan que el puesto de socorro debe estar en el centro para que de esa forma lo puedan ver desde cualquier punto del camino en el que se encuentre el excursionista.

SESIÓN DEL 3 DE SEPTIEMBRE DE 2008. ACTIVIDAD III: EL CAMINO DE UN EXCURSIONISTA PARTE II

Tabla 1. Claves utilizadas

Clave	Referencia
LIDN	LulsDaNeth
E1	Estudiante 1
E2	Estudiante 2
E3	Estudiante 3
EO	Estudiante de otro equipo
M1	Maestro 1
M2	Maestro 2

Episodio 5

Tiempo 40:37:

En este episodio se observa la forma en cómo trabajan la actividad III. El E1 usa una hoja de libreta para que entre todos entiendan el problema planteado. Cámara 3.0_conalep.

E1	Está el que va caminando no, suponemos que va caminando hacia acá, si nos ponemos a medir los puntos que son infinitos de aquí a aquí, aquí, se va notando que mientras más camina hacia la mitad de la recta de cualquiera de las cuatro rectas porque son iguales, mientras más camina a la mitad más pequeña se hace la distancia; pero mientras va caminando hacia las esquinas, de la mitad hacia afuera, hacia cualquier lado, hacia acá o hacia allá podemos notar que la distancia va haciéndose más larga para cualquiera de los cuatro lados, suponiendo que este es un cuadrado perfecto.
E2	Yo también opino lo mismo. Hay que ponerle este, mientras la...
E1	Mientras el caminador, el caminante, el excursionista.

Observaciones:

- Todos los integrantes del equipo conocen y saben cómo es que se tiene que resolver la actividad pero no saben cómo es que deben de redactarla, explicarla con palabras propias, así que el E1 les explica de una mejor forma valiéndose de un cuadrado hecho en una hoja de libreta. Esta explicación es muy buena para los integrantes ya que les permitió reforzar lo que ya sabían, se puede ver que en este caso el trabajo en equipo es muy productivo pues los integrantes se involucran en la resolución de la actividad, repartiéndose los roles y cumpliendo cada integrante con su parte.
- El LIDN concluye que: cuando el excursionista se va acercando al centro de cualquiera de los cuatro lados, el excursionista se encuentra más cerca del mástil y cuando el excursionista se encuentra cerca de cualquiera de los vértices del cuadrado, el excursionista se encuentra más lejos del mástil.

Episodio 6

Tiempo 30:17:

Intervención de M2 al equipo LulsraDaNeth para comentarles si se puede utilizar algo algebraico para aproximar a lo que tienen. Para esto el E1 le explica lo que tienen y cómo lo hicieron. Cámara 2.

M2	¿Entonces hiciste un triángulo rectángulo?
E1	Este es la mitad, hacia arriba de aquí a aquí, estos son 90°, y ya de ahí a ahí tenemos esto
M2	Y que tal que camina para acá

E1	Es que si camina para acá no va a ser 90° exactos ya no se puede hacer.
M2	¿Pero si se encuentra en esta parte?
E2	Podemos en relación a su distancia de aquí y a su distancia de aquí para saber la distancia de este.
M2	Pero que tal, tú dices camina un metro o camina... dibújalo de nuevo
E1	Lo que nosotros hicimos es que aquí está la mitad, suponiendo que es un cuadrado perfecto, significa que de aquí a acá se supone también está a la mitad exacta. Son .5 kilómetros tomando como base 1 kilometro y de aquí a aquí son .5 kilómetros. Lo que nosotros queríamos saber es cuál es la distancia de esta esquina a aquí.
M2	Que tal que caminan, tú dices que caminan 100 metros, estos son 100 metros o .1 kilometro, ¿tú sabes cuánto esto? ¿Cómo le haces para calcular la distancia de aquí a acá? Tú dices cálculo 100 metros...

Observaciones:

- Tienen los datos para cuando el excursionista se encuentra en las esquinas o en medio de los lados pero cuando se les pregunta la forma de calcular la distancia que hay del excursionista al mástil, cuando el excursionista se encuentra a 100 metros del punto de partida, por ejemplo, hay un conflicto porque eso no habían pensado calcular o hasta ese momento no sabía cómo hacerlo.

SESIÓN DEL 4 DE SEPTIEMBRE DE 2008. ACTIVIDAD III: EL CAMINO DE UN EXCURSIONISTA PARTE II

Tabla 1. Claves utilizadas

Clave	Referencia
LIDN	LulsDaNeth
E1	Estudiante 1
E2	Estudiante 2
E3	Estudiante 3
EO	Estudiante de otro equipo
M1	Maestro 1
M2	Maestro 2

Episodio 7

Tiempo 12:30:

Discusión y explicación de lo hecho durante el trabajo en equipo, decidimos darles un poco más de tiempo ya que consideramos que iban a avanzar más en cuanto a la resolución de su actividad y así aportar otra forma, mejorada de la grafica que en un principio no fue la adecuada. Así que por eso hasta el 4 de septiembre fue cuando se dio el debate. Este equipo obtuvo dos graficas, después de exponer la primera y de la intervención del M2 se pusieron a trabajar con cálculos más precisos, logrando así, obtener la grafica que indicada. Cámara 3_Conalep.

M1	¿Ustedes tienen alguna distinta? ¿Nos la pueden mostrar?
E1	Esta grafica la hicimos con referencia a la distancia que camina él y la distancia que esta al mástil. Entonces aquí estamos haciendo lo que hicieron nuestros compañeros, del teorema de Pitágoras tomando un triángulo rectángulo, así y así. Y entonces tomamos por decir primero el más grande era de la mitad de la mitad aquí eran 500 metros y aquí eran 500 metros como dice en la grafica. Aquí está la grafica que dice que aquí están 500 metros, medio kilómetro y estaban a medio kilómetro del mástil. Y aquí lo hicimos cuando había caminado 300 metros y aquí están graficados entonces todos los puntos a partir de 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5 los metros que había caminado.
M1	Haber acá están diciendo otra cosa, también importante, adelante a todo volumen.
E2	Bueno que la grafica esta, cómo se dice, de mayor a menor y de menor a mayor. Esta de un punto, del vértice y camina hacia la mitad que es ahí en medio y luego de en medio hacia otro vértice.
M1	¿Este caminito de aquí entonces?
E1	Una vez que llega aquí es el punto más bajo una vez que llega a la mitad, y ya a partir que empieza de la mitad hacia un vértice se va alargando la distancia otra vez.
M1	Entonces esta es la grafica como quien dice que recorrió en todo un lado.
E1	Si. Entonces nuestra conclusión es la misma que nuestros compañeros, de hecho es la correcta, de que mientras más se acerca a la mitad más cerca va a esta del mástil.
M2	Si, ¿qué paso con la diferencia que yo les encontré?
E1	¿Qué diferencia? Ayer no le entendí.
M2	Realmente el cálculo este y este, los unió con la línea. Tal vez si ustedes nos dieran mas datos. Que tal que ustedes hacen algo parecido a lo que hicieron sus compañeros pero con sus datos, haber si sale una línea recta, ¿sí?
EO	Es que tiene que tiene que ser una línea recta
M2	A los 200 metros caminó 538 metros, entonces a los 200 metros camino... ¿esta es realmente la representación? Es lo que les estoy preguntando a todos: ¿esta es realmente la representación? Entonces hagan más puntos y haber si sale la misma recta.
E2	Nosotros tenemos otra idea.
M2	Haber, haber escuchen a su compañero
E2	Pensamos que es una parábola sería algo casi igual pero.
M2	Damos 15 minutos y todos lo intentan y ahorita vuelven a pasar ¿sí?

Observaciones:

- Este equipo obtuvo otra representación semiótica, su grafica, para complementar lo que los otros equipos habían expuesto anteriormente, pues la mayoría utilizó lo mismo para resolver la actividad. Al cuestionárseles por los datos que tenían en su grafica y comparando con los datos obtenidos en su cuadrado se dan cuenta de que la grafica no es la adecuada para este problema.

- Manejan dos representaciones, el cuadrado con las diferentes posiciones del excursionista, formado triángulos que les van a permitir obtener sus datos numéricos, y una representación grafica, es decir que obtienen una grafica con los datos obtenidos.
- Parten de lo general, es decir que primero describen lo que pasa cuando el excursionista se encuentra en las esquinas, en medio y cuando el excursionista se acerca a cualquiera de estos puntos, para después empezar a obtener datos numéricos, poniendo una medida que a ellos le pareció adecuada.
- Se les concedió 15 minutos más para encontrar la representación adecuada. Antes de esto, el E2 tienen una idea de lo que es, solo que aun no lo ha escrito.

Episodio 8

Tiempo 23:44:

En este episodio vamos a ver el debate que se facilita después de lo los 15 minutos que se les dio para cambiar lo que no estaba bien o complementar lo que ya tenía. Como se ve en el dialogo, el profesor cumplió con su papel ya que en todo momento, no solo en esta actividad, propicio el debate, además de que esta actividad se presto para que los otros equipos participaran activamente involucrándose con el trabajo de sus compañeros.

M1	Él dijo esta pero está bien, así dijo él... vamos a ver porque él argumenta, tú argumentabas que estaba bien ¿por qué?
E1	Porque tomamos solo dos puntos aquí, pero según, según nuestro punto de vista tomamos estos dos puntos, nuestra construcción iba por el camino correcto pero no era exacta esta grafica, lo que estábamos diciendo era que mientras más se acerca a la mitad más cerca esta del mástil y mientras más se acerca a las esquinas más lejos se va. Así que
M1	Pero él por ejemplo hizo una, algo que yo creo que hicieron muchos de ustedes, le pensó el problema ahorita y tiene una propuesta diferente.
E1	Que es esta, he ahí nuestra nueva propuesta, que termino siendo una parábola porque tomamos todos los puntos exactos, todas las diferencias. Si camina 100 metros las medidas están aquí en este otro cuadro que esta acá. Tomamos cada que camina unos 100 metros hacemos el teorema de Pitágoras y de ahí tomábamos los puntos de la distancia que estaba del mástil.
M1	Pero miren haber tú le hiciste una pregunta, haber: él dice que es lo mismo mira
E1	Es casi lo mismo.
M1	¿Tienes otra? Pero fíjense lo que dijo hice la medición exacta, ósea el hizo, aquí esta que esta de negro, no sé si la alcancen a ver, esa es la que él dijo al primero, en un principio la hice aproximada ósea hizo este, hizo este y dedujo este, ¿si verdad? Entonces ahí va ser una línea recta pero ya luego lo hizo exacto y salió una cosa como esta. Haber pásale.
E2	Bueno es lo mismo. Primero este punto es el, represente casi lo mismo que él. De aquí a aquí vendría siendo ese sería el punto de cómo quien dice el punto de

	partida no, entonces este, medí, si avanza un este 100 metros, en este caso era un perímetro, avanza 100 metros y entonces hicimos el teorema de Pitágoras y me salieron 7.1 y así hice con todo, que vendría siendo 7.1 para el primero, 6.4, este 5.9, 5.4 y el 5 y así. Y aquí se repetirían los cuatro.
EO	Maestro pero no se supone que es un equipo y tenían que platicar todo eso...
M1	Yo tengo una pregunta que hacer, ¿Alguien tiene alguna pregunta que hacer? Haber, este que está aquí entonces que sería la distancia más corta o la distancia más larga.
E2	No sería la más corta.
M1	¿Cuál es el punto de partida?
E2	El punto de partida empieza en un vértice, este es el punto de partida
M1	Entonces el punto de partida empezaría en un vértice, en una esquina del cuadro
EO	¿Entonces por que está representado de esa forma?
E2	Porque este no es el cuadro sino la grafica.
M2	Haber vamos a ver, eso que está ahí, si lo basaran en la misma teoría y se lo fusilaron, tú podrías decirnos ¿por qué se repite esta de la grafica, por qué es la misma o de donde viene eso?
EO	Porque ellos hicieron, como es un cuadro, ellos hicieron la medición de un lado de la esa, entons como es un cuadrado tienen que ser las orillas iguales, entonces si en esta les dio sus resultados en la otra como en la otra mide lo mismo les va dar lo mismo que les dio.
M1	Haber yo pregunto: entonces eso que está ahí ¿si se entiende más o menos? Y ¿por qué no son cuatro veces?
E2	Sería una vez y como es un cuadrado se repetiría y tendría cuatro veces esto.
M1	Nadamas de esto sería lo de un lado.

Observaciones:

- En esta exposición se dio mucha discusión por parte de todo el grupo ya que no estaban muy de acuerdo con la grafica que presentaron, pues aunque es muy similar a la que tenían, no convencía a todos los equipos.
- Una forma diferente y adecuada de dar a conocer a sus compañeros lo que ellos tenían en mente por medio de su grafica.
- La grafica la obtuvieron cuando calcularon más datos y vieron que el comportamiento cambiaba debido a que en la otra solo calcularon unos cuantos puntos y los unieron obteniendo así líneas rectas, cuando en realidad esta nos da una parábola que se repite cuatro veces. Varios equipos aceptaron esto y además sabían el por qué de la repetición de las parábolas.
- Calcularon para un lado y dedujeron que como es un cuadrado pasa lo mismo para los otros lados, tiene el mismo comportamiento los cuatro lados.

SESIÓN DEL 4 DE SEPTIEMBRE DE 2008. ACTIVIDAD IV

Tabla 1. Claves utilizadas

Clave	Referencia
LIDN	LulsDaNeth
E1	Estudiante González
E2	Estudiante 2
E3	Estudiante 3
EO	Estudiante de otro equipo
M1	Maestro 1
M2	Maestro 2

Episodio 9

Tiempo 37:44:

A continuación tenemos la entrevista que hace el profesor a alumno Gonzales ya que tiene una aportación sobre la actividad. Esta entrevista la realiza durante el receso. Cámara 3_Conalep.

M1	Esta es una grabación que hago en el receso, son las 9:01 am de una este apreciación interesante aquí de González. Haber González explícanos otra vez. Eso que tú estabas diciendo es interesante, esta fórmula ¿cómo la sacaste?
E1	Mediante un proceso muy complicado, no no es cierto. Esta fórmula fue obtenida por decir partiendo de esto en dos partes, de aquí a aquí haciendo un rectángulo con las bases tomando con diferencia de un metro cada una de estas separaciones. Haciendo un rectángulo acá también tomando un metro, sumando este rectángulo mas este rectángulo mas el triángulo que queda formado aquí, entonces sería esta la del rectángulo base uno, que sería aquí, base 1 esta distancia, por la altura total que sería esta la total mas lo que vendría siendo lo de este triángulo, la base total menos la base uno para obtener aquí lo que queda por multiplicado por la altura en total sobre dos para sacar el área de este triangulo
M1	Pero eso nadamas te va a dar, según yo, el área de cuando recorres medio cuadrado ¿no? O toda o cualquier punto
E1	De cualquier punto va ser, porque si ponemos el área en general va ser área n.... este es la fórmula que vamos a aplicar para cualquier punto.

Observaciones:

- El alumno en su cuadrado empieza hacer divisiones, a partir de estas divisiones obtiene una fórmula que le va a permitir calcular el área en cualquier punto que se encuentre la lona. Ven de qué forma hay que calcular el área para una parte del cuadrado, pero esta forma no les ayuda para calcular el área en la otra parte, así que tienen que encontrar otra forma. Ya cuando tienen ambas formas, tienen que ver una forma general que les permita calcular el área para

cualquier punto y esto es lo que encuentra el estudiante, una fórmula que le permite encontrar el área en cualquier punto que se encuentre la lona.

- Tenemos aquí que la visualización matemática de este estudiante le va a permitir tener un buen diagrama que le va a facilitar el entendimiento del fenómeno y lograr una resolución de la actividad planteada.

Episodio 10

Tiempo 1:01:04:

Exposición de lo realizado durante el trabajo en equipo, que es similar a lo que el E1 explico en la entrevista que le hizo el M1. Cámara 3_Conalep.

E1	Lo de aquí que de que con cada una... entonces vamos a poner las formulas que usamos, para el primer que sería el lado, el primer lado que camino, usamos una formula muy simple que es para sacar el triángulo
M1	Ósea todo este pedazo de aquí.
E1	Que es para sacar el triángulo del área de ese triángulo que recorrió, que es la base por altura sobre dos por cualquier punto que haya caminado, aja, y entonces para la segunda formula ya la hicimos más loca, agarramos, quien sabe que nos tomamos, ... es algo así... entonces básicamente lo que esa fórmula es: básicamente lo que esta fórmula es la suma este que está aquí dividimos todo este que está aquí lo partimos en un rectángulo y en un triangulo y básicamente lo que es esa fórmula es la suma de este rectángulo y este triangulo que está aquí. Entonces lo que ven aquí es la base uno que esta por la altura que sería esta y ahí tenemos lo que es este rectángulo y ya aparte de eso vamos a tomar toda esta base que es la B grande le vamos a restar la base 1 que es la base chica y entonces ya solo queda esta longitud y lo vamos a multiplicar por la altura y lo vamos a dividir entre dos y entonces nos sale el triangulo que ya lo sumamos y aquí tenemos comprobados dos, como quedamos el ultimo hasta aquí en la esquina hay 12.5 metros y aquí esto ya es 15 metros, esta área mide 15 metros y el área que sigue 17.5 metros y así sustantivamente. Y de acuerdo a esto hicimos una grafica que demuestra pues el avance de la persona, la distancia que recorre y el área que va cubriendo. Y nuestra conclusión fue que hasta que ya ha caminado 10 metros, hasta que ya había caminado dos lados de la piscina la persona está el dueño por cada metro que avanzaba, se, recorría 2.5 más de área.
M1	Fue lo que dijo EO.
E1	2.5 metros cuadrados más. Y aquí está comprobado mediante una grafica, mediante formulas y mediante cuadro.
M1	Haber entonces, una pregunta yo: ¿esto qué es?
E1	A partir de que camina 10 metros ya le dio dos vueltas, ya cubrió con la lona toda el área y sigue caminando y ya está toda cubierta, sigue caminando hasta que llegue a los 15 metros que es el punto de partida. Creo que esto está mal, está mal.

Observaciones:

- Se ve claramente que a partir de la manipulación de su figura pueden explicar los resultados que obtuvieron y con las tres cosas, la figura, la grafica y su formula obtenida le dan validez a su trabajo. Aunque esta vez no están seguros de su grafica, pues el E1 acepta que está mal. Aunque por el video no se ve claramente en lo que esta mal.
- Utilizan dos figuras que les va a permitir calcular las áreas del cuadrado para diferentes posiciones de la persona que va caminando con la lona, el triángulo y el trapecio. Después van a graficar los datos obtenidos, distancia recorrida contra el área que se va cubriendo obteniendo una línea recta al unir esos puntos. Y para explicar esto se valen de su grafica.

Anexo IV

El fotógrafo profesional

Actividad en equipo

Nombre _____

Nombre del equipo: _____

Integrantes del equipo

Escuela: _____ Grado y grupo: _____ Fecha: _____

Instrucciones para realizar la siguiente actividad

Para tu trabajo en equipo escribe con tinta roja.
Si cambian de parecer durante la discusión hazlo con tinta verde.
Nota: si escribiste y después cambias de parecer no lo rayes ni taches, ponlo en un cuadro.

Anexar todas las hojas



Un fotógrafo profesional pasea cerca de la estatua de Miguel Hidalgo. El fotógrafo camina sobre la banqueta que está delante de la estatua. Después de tomar unas fotos profesionales, está interesado en el registro de la distancia entre él a la estatua según la distancia que recorre sobre la banqueta. Una vez que ha revelado las fotos en su laboratorio, estas le permitirán saber cuáles son los lugares donde se debe colocar para obtener las mejores fotos. Por ejemplo, en la siguiente hoja se muestran dos posiciones para tomar la foto.



1-. ¿Cuáles son las magnitudes que intervienen en esta situación?

2-. Describan la situación en palabras

3-. Hagan un dibujo sobre la situación planteada para determinar de qué manera se puede obtener las mejores fotos.

4-. Ahora, con la información de los incisos anteriores (descripción en palabras, dibujo y registro de la información) determinen diferentes maneras (al menos dos) de dar a conocer sus resultados a los fotógrafos.
¿Qué pueden hacer que sea diferente de lo que ya han hecho, con el fin de mostrar sus resultados a los demás compañeros?

EL CAMINO DE UN EXCURSIONISTA. PARTE I

Actividad para trabajar de manera individual

Nombre del alumno: _____

Escuela: _____ Grado y grupo: _____ Fecha: _____

Instrucciones

Utiliza los lapiceros de la siguiente manera:

- Para el trabajo individual inicial usa el lapicero de color negro.
- Para el trabajo individual final utiliza el lapicero de color azul.

Si te equivocas, encierra con un rectángulo lo que está bien.

Si utilizas más hojas, anéxalas a la actividad.



Un excursionista comienza un paseo por el bosque. Sigue un **camino cerrado** que le permite regresar al punto del que partió. Durante su recorrido, no pasa **jamás por el mismo lugar**.

Al interior de su ruta cerrada, está situado un **puesto de socorro**, en el que un gran mástil con una bandera le permite al excursionista situar la localización del puesto de socorro desde cualquiera que sea el lugar donde se encuentre.

Traza una ruta posible para el excursionista y coloca el puesto de socorro en el lugar de tu elección, de acuerdo a lo que se indica en la descripción anterior.

1) Mi camino de excursión es:

2) Describe el fenómeno con palabras:

3) Haz un dibujo sobre la situación para diferentes posiciones del excursionista sobre el camino que elegiste, separando cada una de ellas con una línea.

4) Con la información que has obtenido en la pregunta 3, se quieren encontrar diferentes maneras de dar a conocer el fenómeno a tus compañeros. ¿Qué puedes hacer que sea diferente de lo que ya haz hecho para comunicar la información sobre la situación?

5) ¿Existen otras magnitudes en esta situación que sean dependientes una de la otra?

Sí necesitas más hojas de las que se te dan, pídelas a tu profesor.

EL CAMINO DE UN EXCURSIONISTA. PARTE I

Actividad para trabajo en equipo

Nombre del equipo: _____

Integrantes del equipo: _____

Escuela: _____ Grado y grupo: _____ Fecha: _____

Instrucciones

En esta actividad, utilicen los lapiceros de la siguiente manera:

- Escriban con lapicero de color rojo.
- Para escribir durante la discusión, utilicen el lapicero de color verde.

Si se equivocan, encierren con un rectángulo lo que está bien.

Si utilizan más hojas, anéxenas a la actividad.



Un excursionista comienza un paseo por el bosque. Sigue un **camino cerrado** que le permite regresar al punto del que partió. Durante su recorrido, no pasa **jamás por el mismo lugar**.

Al interior de su ruta cerrada, está situado un **puesto de socorro**, en el que un gran mástil con una bandera le permite al excursionista situar la localización del puesto de socorro desde cualquiera que sea el lugar donde se encuentre.

Tracen una ruta posible para el excursionista y coloquen el puesto de socorro en el lugar de su elección, de acuerdo a lo que se indica en la descripción anterior.

1) Nuestro camino de excursión es:

2) Describan el fenómeno con palabras:

3) Hagan un dibujo sobre la situación para diferentes posiciones del excursionista sobre el camino que ustedes eligieron, separando cada una de ellas con una línea.

4) Con la información que han obtenido en la pregunta 3, queremos que obtengan diferentes maneras de dar a conocer el fenómeno a los otros equipos. ¿Qué pueden hacer que sea diferente de lo que ya hicieron para comunicar la información sobre la situación?

5) ¿Existen otras magnitudes en esta situación, que sean dependientes una de la otra?

Si necesitan más hojas de las que se les dan, pídanlas por favor a su profesor.

LA PISCINA

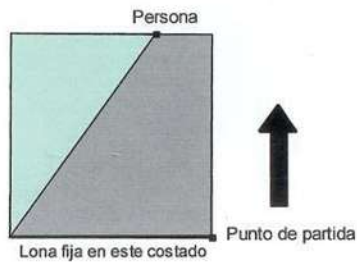
Actividad para trabajo individual

Nombre del alumno: _____

Escuela: _____ Grado y grupo: _____ Fecha: _____



Una persona cubre su piscina (cuadrada), con una lona elástica que está fija sobre un costado (5 metros). Para cubrirla, la persona se desplaza alrededor de la alberca como se muestra abajo.



Nosotros estamos interesados en la relación entre la distancia recorrida por la persona y el área de la superficie cubierta a medida que la persona avanza. (Para cualquier distancia que recorra la persona, queremos conocer el área de la superficie que cubre).

1. Describe la situación con palabras.

2. Realiza dibujos que representen diferentes distancias recorridas por la persona. Calcula el área de la superficie cubierta en cada caso.

3. Con la información que has obtenido en los incisos anteriores (descripción en palabras, dibujo y registro de datos), determina diferentes maneras (al menos dos) de dar a conocer tus resultados a los demás. ¿Qué puedes hacer que sea diferente de lo que ya has hecho, con el fin de mostrar tus resultados a los demás compañeros?

Primera forma:

Segunda forma:

4. Ahora describe la situación inversa, es decir, si conoces el área de la superficie cubierta, ¿cuál es la distancia recorrida por la persona?

LA PISCINA

Actividad para trabajo en equipo

Nombre del equipo: _____

Nombre de los integrantes del equipo:

Escuela: _____ Grado y grupo: _____ Fecha: _____

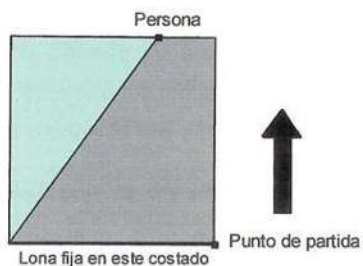
Instrucciones

Utilicen lapicero de tinta roja. Si en la discusión grupal cambian de parecer o necesitan anotar algo utilicen lapicero de tinta verde.

Anexar todas las hojas



Una persona cubre su piscina (cuadrada), con una lona elástica que está fija sobre un costado (5 metros). Para cubrirla, la persona se desplaza alrededor de la alberca como se muestra abajo.



Nosotros estamos interesados en la relación entre la distancia recorrida por la persona y el área de la superficie cubierta a medida que la persona avanza. (Para cualquier distancia que recorra la persona, queremos conocer el área de la superficie que cubre).

1. Describan la situación con palabras.

2. Realicen dibujos que representen diferentes distancias recorridas por la persona. Calculen el área de la superficie cubierta en cada caso.

3. Con la información que han obtenido en los incisos anteriores (descripción en palabras, dibujo y registro de datos), determinen diferentes maneras (al menos dos) de dar a conocer sus resultados a los demás equipos. ¿Qué pueden hacer que sea diferente de lo que ya han hecho, con el fin de mostrar sus resultados a los demás compañeros?

Primera forma:

Segunda forma:

4. Ahora describan la situación inversa, es decir, si conocen el área de la superficie cubierta, ¿cuál es la distancia recorrida por la persona?