

UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS
“MATEMÁTICO LUIS MANUEL RIVERA GUTIÉRREZ”



MEDICIÓN DEL CAMBIO EN EL ÍNDICE DE
REFRACCIÓN DE FOTOPOLÍMEROS DOPADOS

TESIS PRESENTADA POR: GABRIEL MELLADO VILLASEÑOR

PARA OBTENER EL GRADO DE:
LICENCIADO EN CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

ASESOR: DR. MAURICIO ORTIZ GUTIÉRREZ

MORELIA MICHOACÁN, ENERO DE 2012

Dedicada

A mis padres

Agradecimientos

A mis papás, Juventino y María Blanca por darme la oportunidad de estudiar. Les agradezco también por sus consejos y apoyos, impulsándome a seguir adelante en mi superación personal y profesional.

Al Dr. Mauricio Ortiz Gutiérrez que bajo su asesoría escogí este tema y comencé la tesis. Además por todo el tiempo que dedicó para la realización de este trabajo y por el apoyo incondicional tanto académico y técnico.

A mis sinodales: Dra. Mary Carmen y Monserrat Peña Gomar, Dr. Mario César Suárez Arriaga, Dr. Gonzalo Viramontes Gamboa y Dr. Fernando Iguazú Ramírez Zavaleta. Gracias por sus comentarios sobre este trabajo.

A mis compañeros y amigos de la facultad y del Laboratorio de Holografía, gracias por compartir experiencias buenas y malas.

Agradezco a la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo por todo el apoyo que recibí durante mi estancia.

No puedo terminar sin agradecer a mi familia. Gracias a todos por su comprensión y apoyo.

Resumen

Se presenta la caracterización de un material fotosensible para holografía que consta del fotopolímero *Norland Optical Adhesive No. 65* (NOA 65) dopado con *Violeta de Genciana* (VG), es de bajo costo, fácil de preparar y no requiere proceso de revelado. Sobre este material se grabaron rejillas de difracción en la región visible del espectro electromagnético.

Cuando dos haces de igual intensidad son superpuestos sobre un material fotosensible, el perfil de interferencia que producen es registrado en dicho material. En esta tesis se grabaron rejillas sobre el material fotosensible usando un láser de Argón de $514,5 \text{ nm}$ con una potencia de 150 mW . Las rejillas grabadas tienen una frecuencia de $170,9$ líneas por milímetro y para medir la calidad de las rejillas grabadas se mide la eficiencia de difracción al orden $+1$ usando un láser de He-Ne de 633 nm con una potencia de $0,5 \text{ mW}$.

El cambio en el índice de refracción de un material fotosensible sucede cuando el material es polimerizado. Para medir el cambio en el índice de refracción del material se utiliza un interferómetro de dos haces; el material se coloca en uno de los brazos del interferómetro mientras se somete a un proceso de polimerización con la luz de un láser de Argón ($\lambda = 514,5 \text{ nm}$ y una potencia de 150 mW). El arreglo interferométrico se hace con un láser de He - Ne ($\lambda = 633 \text{ nm}$ y una potencia de $0,5 \text{ mW}$). El patron de interferencia que se genera con el arreglo es modificado mientras el material fotosensible es polimerizado. El monitoreo del índice de refracción se realiza analizando interferogramas obtenidos con la ayuda de una cámara CCD midiendo la posición de los máximos de interferencia con un algoritmo en *matlab*. Mediante un calculo sencillo se obtiene el cambio del índice de refracción del material fotosensible.

Además se presentan algunas imagenes de la reconstrucción de hologramas de Fourier que se grabaron en el material fotosensible.

Índice general

1. Introducción	7
1.1. Materiales fotosensibles	7
1.2. Objetivo general	8
1.3. Objetivos específicos	8
1.4. Estructura de la tesis	9
2. Interferencia	10
2.1. Interferencia	10
2.1.1. Condiciones para la interferencia	13
2.2. Interferómetro de dos haces	13
2.3. Rejillas	17
2.3.1. Eficiencia de difracción	17
3. Materiales fotosensibles	20
3.1. Materiales fotosensibles	20
3.2. Fotopolímeros	21
3.3. Componentes del material utilizado	23
3.3.1. Norland Optical Adhesive No. 65	24
3.3.2. Violeta de Genciana	25
4. Resultados Experimentales	27
4.1. Preparación de la película	27
4.2. Absorción del material	29
4.3. Grabado de la rejilla holográfica	30
4.4. Medición de la eficiencia de difracción	31
4.5. Análisis interferométrico	34

4.6. Hogramas de Fourier	38
5. Conclusiones	39
A. Difracción de una rejilla	40
A.1. Difracción	40
A.2. Difracción de una rejilla real	41
B. Análisis del patrón de Franjas de Interferencia	43
C. Hogramas de Fourier	45
Referencias	50

Capítulo 1

Introducción

En este capítulo se presenta un resumen general de materiales fotosensibles así como los objetivos generales y específicos de este trabajo, también se presenta la estructura de la tesis.

1.1. Materiales fotosensibles

Los materiales fotosensibles son aquellos que modifican sus propiedades físicas o químicas cuando sobre ellos incide luz con ciertas características, presentando así propiedades ópticas interesantes.

A través de la historia se ha desarrollado una gran variedad de materiales fotosensibles. La demanda de materiales fotosensibles es muy grande debido al gran potencial de aplicaciones que tienen. Entre algunas de estas aplicaciones se incluyen guías de onda, elementos difractivos y refractivos, sensores de luz, sensores de temperatura y quizá el de mayor auge es su utilización para almacenar información óptica como por ejemplo en holografía, entre otras.

Estos materiales fotosensibles exhiben un cambio permanente en el índice de refracción cuando son expuestos a radiación electromagnética o pueden presentar alteración en el relieve de su superficie cuando se les somete a procesos como la litografía. Las características que deben tener, independiente de su aplicación son: alto rango de almacenamiento de datos, alta velocidad de grabado, calidad de grabado, tiempo de vida largo y un bajo costo en su desarrollo [1]. Existen diferentes materiales fotosensibles tales como: los de haluros de plata, gelatina dicromatada,

fotopolímeros, entre otros [2]. Actualmente las películas de haluros de plata son de alta resolución alcanzando 5,000 líneas por milímetro fabricadas por la compañía Slavich, en Rusia.

En esta tesis se presenta un material fotosensible basado en la mezcla del fotopolímero Norland Optical Adhesive 65 y de un antiséptico conocido como Violeta de Genciana. El NOA 65 se usa para unir componentes ópticas como lentes, espejos, etc y se polimeriza en la región UV del espectro electromagnético. La mezcla de estos dos materiales forman el material utilizado en este trabajo sobre el cual se grabaron rejillas de difracción y hologramas de Fourier y se analizó el cambio del índice de refracción cuando este se polimeriza.

En esta tesis, además de utilizar esta mezcla como material fotosensible se demuestra que se puede grabar información en la región visible del espectro y no solo en la UV como sucede con el NOA 65. Esto presenta ventajas al trabajar con seguridad en el laboratorio ya que no se necesitan medidas de seguridad como al trabajar con luz UV; y además, se puede grabar información en este material con equipo convencional existente en cualquier laboratorio de óptica como lo son: láseres, lentes, espejos, etc. Otra de las ventajas de este material, es que no necesita ser sometido a procesos de revelado como las películas de haluros de plata o gelatina dicromatada.

Lo novedoso de este trabajo es que con las técnicas empleadas se puede observar el cambio del índice de refracción de la mezcla y se obtienen eficiencias de difracción mayores que las ya reportadas [3].

1.2. Objetivo general

Caracterizar la mezcla del Norland Optical Adhesive 65 y Violeta de Genciana como material fotosensible en la región de $\lambda = 514,5 \text{ nm}$ y observar los cambios en el índice de refracción en el material durante la polimerización.

1.3. Objetivos específicos

- Comprender y aplicar los temas de interferencia, difracción y holografía para el desarrollo de este trabajo.
- Medir la modulación en el índice de refracción del material utilizado.

- Medir el cambio del índice de refracción Δn usando técnicas interferométricas.
- Grabar hologramas de Fourier.

1.4. Estructura de la tesis

Esta tesis se divide en cinco capítulos, en el segundo capítulo se definen los conceptos básicos de interferencia, rejillas y la forma de medir la eficiencia de difracción de éstas cuando se graban sobre un material fotosensible.

En el capítulo tres se describen algunos materiales fotosensibles existentes y disponibles comercialmente. Se menciona la definición de polímeros, el proceso de polimerización de estos y por último se describen los componentes del material propuesto.

En el capítulo cuatro se presenta la técnica utilizada para mezclar el material propuesto, los espectros de absorción del material, el arreglo experimental empleado para grabar rejillas y las eficiencias de difracción obtenidas. Además se analiza el cambio del índice de refracción por interferometría cuando se polimeriza el material fotosensible utilizado. Por último se presentan fotografías de la reconstrucción de hologramas de Fourier que se grabaron sobre el material fotosensible.

Finalmente en el capítulo cinco se presentan las conclusiones.

Capítulo 2

Interferencia

En el presente capítulo se aborda el tema de interferencia que es de suma importancia para esta tesis. También se describe el interferómetro de dos haces. Además se hace el análisis para encontrar el patrón de interferencia producido por el interferómetro de dos haces y el efecto que sufre el patrón de interferencia al colocar una paca de vidrio en uno de sus brazos. Además se define una rejilla, así como las características que tienen. Finalmente se define la eficiencia de difracción la cual nos predice la calidad de una rejilla grabada en un material fotosensible.

2.1. Interferencia

La interferencia se produce cuando se superponen en una región del espacio dos o más ondas de luz produciendo un patrón de irradiancia que es diferente de la suma de las irradiancias individuales de cada onda; después de producir interferencia, las ondas se separan y continúan su viaje sin alterarse [4]. Supóngase que se tienen dos ondas de luz dadas por las expresiones

$$\vec{E}_1(\vec{r}, t) = \vec{E}_{01} \cos(\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - wt + \epsilon_1) \quad (2.1)$$

y

$$\vec{E}_2(\vec{r}, t) = \vec{E}_{02} \cos(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - wt + \epsilon_2), \quad (2.2)$$

donde \vec{E}_{01} y \vec{E}_{02} son las amplitudes de las ondas, \vec{k}_1 y \vec{k}_2 son los números o vectores de las ondas dados por $|\vec{k}| = k = 2\pi/\lambda$, w es la frecuencia angular de las ondas dada

por $w = 2\pi\nu$, ϵ_1 y ϵ_2 son fases iniciales de las ondas. La superposición de las ondas \vec{E}_1 y \vec{E}_2 está dada como

$$\vec{E}_3(\vec{r}, t) = \vec{E}_1(\vec{r}, t) + \vec{E}_2(\vec{r}, t) \quad (2.3)$$

y sustituyendo las ecuaciones (2.1) y (2.2) en (2.3) se tiene

$$\vec{E}_3(\vec{r}, t) = \vec{E}_{01} \cos(\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - wt + \epsilon_1) + \vec{E}_{02} \cos(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - wt + \epsilon_2) \quad (2.4)$$

sin embargo, se sabe que no se pueden medir los campos eléctricos de las ondas de luz debido a que oscilan muy rápido ($\nu \approx 10^{14} Hz$) por lo que la irradiancia es un concepto que se emplea para tratar la interferencia y está dado por

$$I = c\epsilon_0 \langle E^2 \rangle_T, \quad (2.5)$$

donde el término $\langle E^2 \rangle_T$ es el promedio temporal de la amplitud del campo eléctrico al cuadrado [4], si las ondas que se superponen están en el mismo medio, se despreciarán ϵ_0 y c . Por lo que de (2.3) se tiene

$$I = \langle \vec{E}_3^2 \rangle_T = \langle (\vec{E}_1 + \vec{E}_2)^2 \rangle_T, \quad (2.6)$$

y el término $(\vec{E}_1 + \vec{E}_2)^2 = \vec{E}_1^2 + \vec{E}_2^2 + 2\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2$, entonces

$$I = I_1 + I_2 + I_{12}, \quad (2.7)$$

donde

$$I_1 = \langle \vec{E}_1^2 \rangle_T = \frac{\vec{E}_{01}^2}{2}, \quad (2.8)$$

$$I_2 = \langle \vec{E}_2^2 \rangle_T = \frac{\vec{E}_{02}^2}{2}, \quad (2.9)$$

$$I_{12} = 2 \langle \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \rangle_T, \quad (2.10)$$

es al término, I_{12} , al que se le da el nombre de término de interferencia; es claro ver que para que este término exista, tanto \vec{E}_1 como \vec{E}_2 deben tener la misma polarización lineal. Si \vec{E}_1 es perpendicular a \vec{E}_2 , el término $I_{12} = 0$ y ya no producen interferencia.

Desarrollando la forma que tiene I_{12} se tiene

$$\begin{aligned}\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 &= \vec{E}_{01} \cos(\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - wt + \epsilon_1) \cdot \vec{E}_{02} \cos(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - wt + \epsilon_2) \\ &= \vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02} \cos((\vec{k}_1 \cdot \vec{r} + \epsilon_1) - wt) \cdot \cos((\vec{k}_2 \cdot \vec{r} + \epsilon_2) - wt)\end{aligned}$$

sea $\varphi_1 = (\vec{k}_1 \cdot \vec{r} + \epsilon_1)$ y $\varphi_2 = (\vec{k}_2 \cdot \vec{r} + \epsilon_2)$, por lo que desarrollando el término cosenoidal en la expresión de arriba, multiplicándolos y obteniendo el periodo temporal de la última expresión, además utilizando el hecho de que $\langle \cos^2(wt) \rangle_T = \langle \sin^2(wt) \rangle_T = \frac{1}{2}$ y $\langle \cos(wt) \sin(wt) \rangle_T = 0$, se obtiene

$$\begin{aligned}\langle \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \rangle_T &= \vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02} \left[\frac{1}{2} [\cos(\varphi_1) \cos(\varphi_2) + \sin(\varphi_1) \sin(\varphi_2)] \right] \\ &= \frac{1}{2} \vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02} [\cos(\varphi_1 - \varphi_2)] \\ &= \frac{1}{2} \vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02} [\cos((\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{r} + (\epsilon_1 - \epsilon_2))],\end{aligned}$$

sea $\delta = (\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{r} + (\epsilon_1 - \epsilon_2)$ entonces

$$I_{12} = \vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02} \cos(\delta),$$

donde δ se le llama diferencia de fase y depende de la trayectoria o camino óptico de cada onda. Finalmente expresando adecuadamente a I_{12} tenemos

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\delta). \quad (2.11)$$

La irradiancia máxima se encuentra cuando $\delta = 0, 2\pi, \pm 2m\pi$, en este caso se dice que existe interferencia total constructiva y las ondas están en fase. Para los casos que $0 < \delta < \pi/2$, $\cos(\delta) > 0$ y se dice que existe interferencia constructiva y las ondas están fuera de fase.

El mínimo de irradiancia se encuentra cuando $\delta = \pi, (2n + 1)\pi$ y se dice que se tiene interferencia destructiva. Se tiene interferencia totalmente destructiva cuando $\pi/2 < \delta < \pi$. Ahora, si las amplitudes de las ondas son iguales, $\vec{E}_{01} = \vec{E}_{02} = \vec{E}_0$ entonces $I_1 = I_2 = I_0$ entonces

$$I = 2I_0(1 + \cos(\delta)) = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\delta}{2}\right), \quad (2.12)$$

Se define la visibilidad de las franjas como:

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}. \quad (2.13)$$

2.1.1. Condiciones para la interferencia

Fresnel y Arago en sus estudios sobre las condiciones de interferencia de luz polarizada dedujeron tres leyes, estas fueron conocidas como las leyes de Fresnel-Arago y se resumen de la siguiente manera:

1. Los haces deben de estar linealmente polarizados.
2. Los haces deben de ser coherentes y esto sucede solo cuando tienen su origen en la misma fuente.
3. Los haces deben ser monocromáticos.

Por otro lado se sabe que ninguna fuente real es monocromática, todas las fuentes emiten en un rango de frecuencias, pero si lo fueran tendrían una longitud de coherencia infinita. Por ejemplo algunos láseres tienen longitudes de coherencia de unas decenas de kilómetros.

2.2. Interferómetro de dos haces

Para producir interferencia óptica existe una gran variedad de instrumentos ópticos llamados interferómetros que se clasifican en dos grupos: *interferómetros de división de frente de onda* e *interferómetros de división de amplitud* [4]. El caso típico de los interferómetros de división de frente de onda es el interferómetro de Young. Como ejemplo de los interferómetros de división de amplitud tenemos el interferómetro de Michelson y el interferómetro de dos haces.

Para el trabajo de esta tesis se utilizó un interferómetro de dos haces y en la figura 2.1 se muestra un esquema de este interferómetro. En la figura 2.1 se esquematiza la luz de un láser que es dividida en dos haces de igual intensidad por un divisor de haz (*BS*), los cuales al superponerse producen siempre un patrón de interferencia. Los espejos (*M1* y *M2*) permiten que los haces interfieran a un ángulo θ .

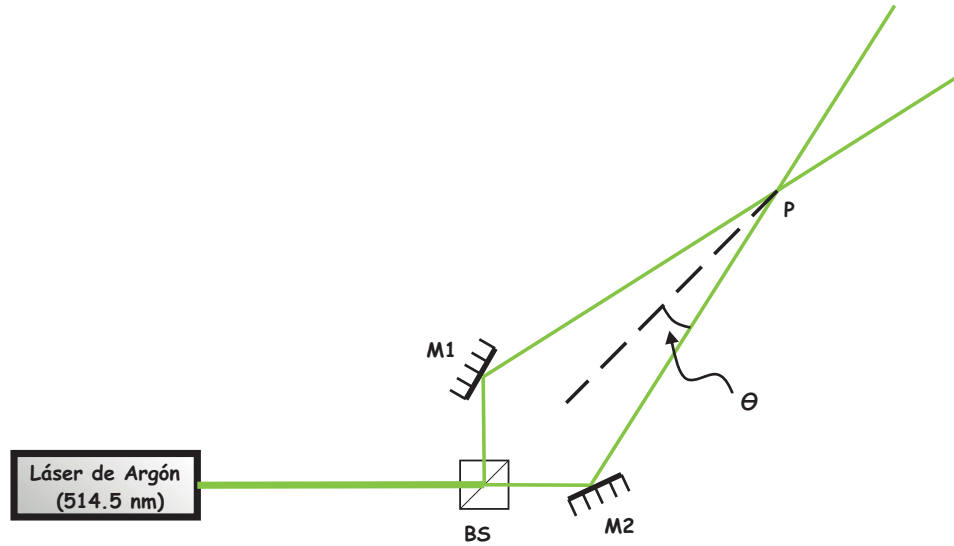


Figura 2.1: Esquema del interferómetro de dos haces. Un haz de luz es dividido por un divisor de haz (BS); los haces divididos se reflejan en dos espejos (M1 y M2) e interfieren en un punto P a un ángulo θ .

Para hallar el patrón de interferencia que produce el interferómetro de dos haces se emplea la geometría de la figura 2.2 y la ecuación (2.12). La fase δ depende de la diferencia de camino óptico (D.C.O.) y esta dada como $\delta = k(D.C.O.)$.

De figura 2.2 se observa que

$$D.C.O. = r_2 - r_1, \quad (2.14)$$

$$\text{sen}(\theta) = \frac{D.C.O.}{a} = \frac{r_2 - r_1}{a}, \quad (2.15)$$

entonces $r_2 - r_1 = a \text{sen}(\theta)$ y como $s \gg a$ entonces $\text{sen}(\theta) \approx \theta$. De la figura 2.2, vemos que

$$\text{sen}(\theta) = \frac{y}{s},$$

entonces

$$r_2 - r_1 = a \frac{y}{s},$$

por lo tanto

$$\delta = \frac{2\pi ay}{\lambda s}, \quad (2.16)$$

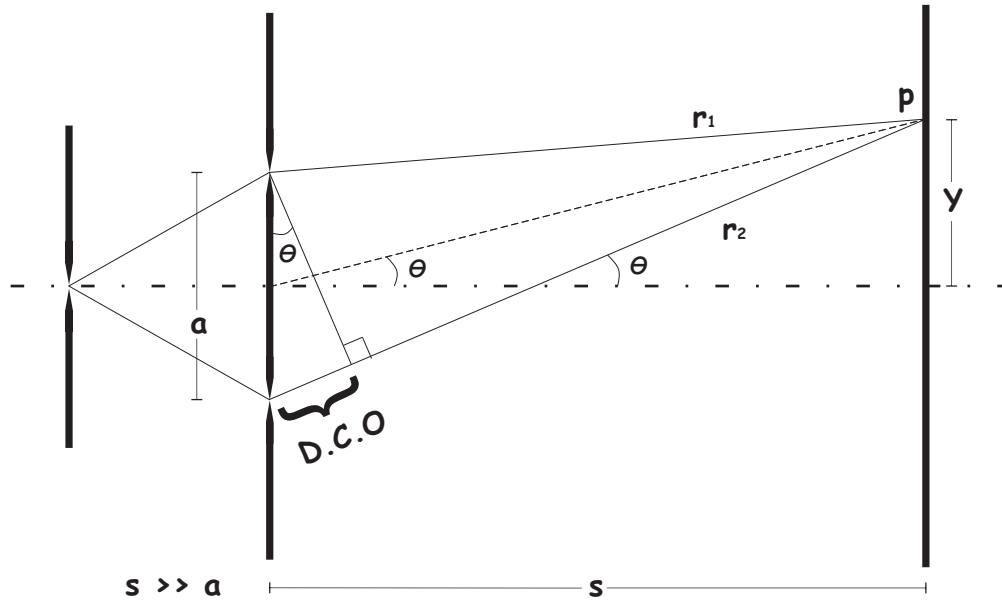


Figura 2.2: Geometría del interferómetro de dos haces. En la figura se señala la diferencia de camino óptico (D.C.O.)

y finalmente

$$I = 4I_0 \cos^2 \left(\frac{\pi ay}{\lambda s} \right). \quad (2.17)$$

La expresión anterior corresponde a un patrón de interferencia con perfil cosenoidal tal como se muestra en la figura 2.3.

Los máximos de interferencia se encuentran cuando

$$\frac{\pi ay}{\lambda s} = \pm m\pi,$$

donde $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, entonces

$$y_{max} = \pm \frac{\lambda s}{a} m,$$

a m se le llama orden de las franjas y la separación de las franjas está dado por

$$\Delta y = y_{max+1} - y_{max} \quad (2.18)$$

$$= \frac{\lambda s}{a}, \quad (2.19)$$

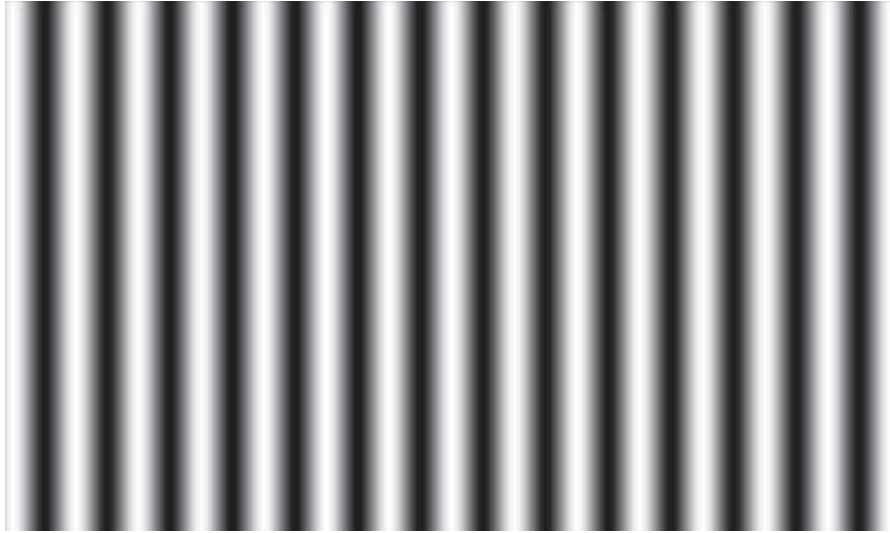


Figura 2.3: Simulación de un patrón de interferencia con perfil cosenoidal obtenido a través de matlab.

de la ecuación (2.19) podemos observar que el periodo de las franjas es

$$P = \frac{\lambda s}{a}. \quad (2.20)$$

Si se coloca una placa de vidrio con índice de refracción n_1 y espesor d en uno de los brazos del interferómetro, entonces tendríamos una diferencia de fase adicional a la encontrada en la ecuación (2.17), es fácil ver que la diferencia de fase debido a la placa de vidrio es $k(n_1 - 1)d$, por lo tanto

$$I = 4I_0 \cos^2 \left(\frac{\pi}{\lambda} \left(\frac{ay}{s} - (n_1 - 1)d \right) \right) \quad (2.21)$$

y los máximos están en

$$\frac{\pi}{\lambda} \left(\frac{ay}{s} - (n_1 - 1)d \right) = \pm m\pi$$

y entonces

$$y_{max-p} = \pm m\lambda \frac{s}{a} + (n_1 - 1) \frac{s}{a} d$$

pero $y_{max} = \pm \frac{\lambda s}{a} m$ entonces

$$\Delta l = y_{max-p} - y_{max} = (n_1 - 1) \frac{s}{a} d.$$

Considerando el mismo valor de m para y_{max} y y_{max-p} (es decir la misma franja para ambos casos con y sin placa) y valores constantes de λ , d , s y a se puede determinar el desplazamiento de las franjas Δl , visto de otra manera, si se conoce el desplazamiento de las franjas, se puede medir entonces el índice de refracción del material. Se observa que la posición de los máximos de interferencia cambia debido al desfase provocado por la placa de vidrio.

2.3. Rejillas

Una rejilla es una colección de elementos de transmisión o reflexión separados una distancia d comparable con la longitud de onda de la luz que se utiliza para iluminar a la rejilla. También se puede definir como una colección de elementos difractivos, tales como rendijas transparentes en un medio opaco o ranuras reflejantes en un sustrato.

Las rejillas se clasifican en dos tipos:

- Rejillas de reflexión; estas son rejillas que reflejan el haz de luz que incide sobre ellas.
- Rejillas de transmisión; estas rejillas están superpuestas en un medio transparente para que permita el paso del haz de luz que incide sobre ellas.

Cuando se incide luz monocromática sobre la superficie de una rejilla, ésta es difractada preferentemente en direcciones discretas¹. Existe un único conjunto de ángulos discretos a lo largo de los cuales la luz difractada está en fase, de tal manera que se combina constructivamente.

Si se coloca un material fotosensible en el punto P de interferencia del interferómetro de dos haces, ver figura 2.4, se graba una rejilla sobre dicho material. La eficiencia de Difracción (η) determina la calidad de la rejilla grabada en un material fotosensible.

2.3.1. Eficiencia de difracción

Se define la eficiencia de difracción (η) como el cociente de la intensidad de un orden de difracción, I_D , (usualmente el orden $+1$) de la rejilla y la diferencia de

¹ Ver apéndice “Difracción de una rejilla”

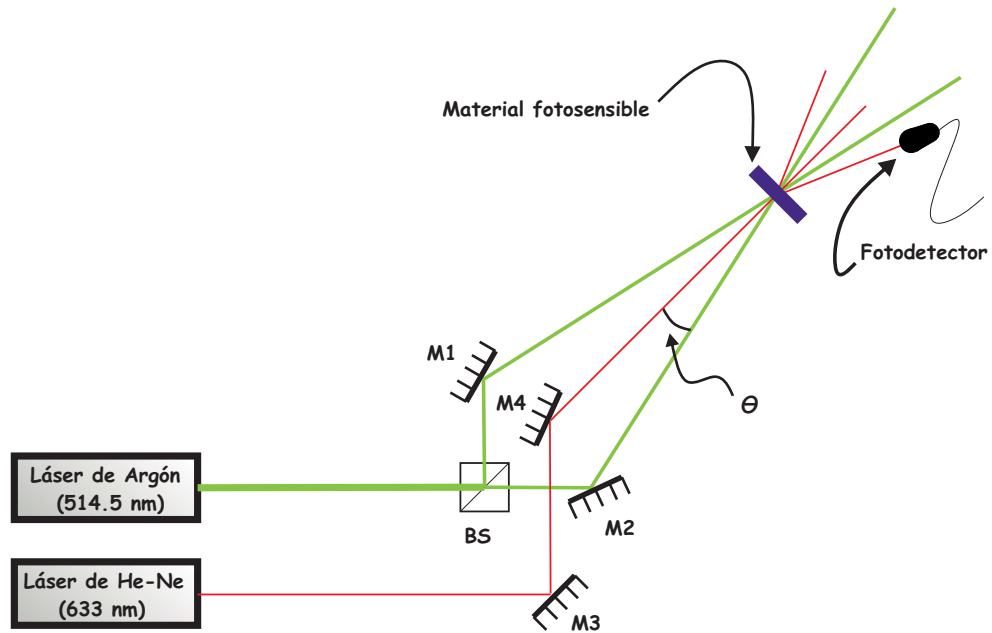


Figura 2.4: Esquema utilizado para la medición de la eficiencia de difracción. Se incide normalmente un haz de luz sobre una rejilla grabada en el material fotosensible. El haz incidente es difractado y se mide la intensidad de luz difractada del orden +1.

intensidades del haz incidente I_i y del haz reflejado I_r en la interfase [2], es decir

$$\eta(t) = \frac{I_D(t)}{I_i - I_r}. \quad (2.22)$$

Para medir la eficiencia de difracción, se emplea la figura 2.4 donde se muestra un esquema en el cual se observa un haz de un láser He-Ne (láser de lectura) que incide normalmente sobre una rejilla grabada en un material fotosensible. Al incidir este haz de luz se produce difracción y se mide la intensidad del orden +1 de difracción de la rejilla holográfica a través de un fotodetector. La intensidad I_i se obtiene midiendo la intensidad del haz incidente y el término I_r se obtiene midiendo la intensidad del haz reflejado.

Una forma teórica para medir la eficiencia de difracción la propuso Kogelnik en su artículo *Coupled Wave Theory* [5], donde obtiene una expresión para la eficiencia

de difracción de una rejilla como

$$\eta(t) = \text{sen}^2 \left(\frac{\pi n_1(t)d}{\lambda \cos(\theta)} \right), \quad (2.23)$$

donde d representa el espesor del material de registro, θ y λ el ángulo de incidencia y la longitud de onda del láser de lectura y $n_1(t)$ es el índice de refracción.

Para los propósitos de esta tesis es conveniente obtener el índice de refracción en términos de la eficiencia de difracción, por lo que reescribiendo la ecuación (2.23), se obtiene una expresión para la modulación del índice de refracción

$$n_1(t) = \frac{\lambda \cos(\theta)}{\pi d} \text{sen}^{-1} \left[\sqrt{\eta(t)} \right]. \quad (2.24)$$

Es importante notar que tanto el índice de refracción n_1 y la eficiencia de difracción η son funciones que dependen del tiempo. Así, para un intervalo de tiempo $t_2 - t_1$ se tiene la expresión

$$\Delta n_1 = \frac{\lambda \cos(\theta)}{\pi d} \text{sen}^{-1} \left[\sqrt{\Delta \eta} \right], \quad (2.25)$$

donde $\Delta n_1 = n_1(t_2) - n_1(t_1)$ y $\Delta \eta = \eta_1(t_2) - \eta_1(t_1)$.

En el siguiente capítulo se dan algunas características de materiales fotosensibles y además se describe el material fotosensible utilizado en este trabajo.

Capítulo 3

Materiales fotosensibles

Los materiales fotosensibles son aquellos que modifican sus propiedades físicas o químicas cuando sobre ellos incide luz con ciertas características, presentando así propiedades ópticas interesantes. En este capítulo se hace una breve reseña de los materiales fotosensibles existentes y se describen las propiedades del material fotosensible empleado.

3.1. Materiales fotosensibles

A través de la historia se ha desarrollado una gran variedad de materiales fotosensibles. Las características que deben tener, independiente de su aplicación son: alto rango de almacenamiento de datos, alta velocidad de grabado, calidad de grabado, tiempo de vida largo y un bajo costo en su desarrollo [1]. Existen diferentes materiales fotosensibles como por ejemplo los de haluros de plata, gelatina dicromata, fotopolímeros, entre otros.

Por décadas los materiales fotosensibles de haluros de plata han sido usados como material de registro. Estos materiales son compuestos por un haluro y plata en una base de acetato o vidrio. Sin duda, el más conocido de estos materiales es la película fotográfica convencional. Para registro holográfico, actualmente las películas de haluros de plata más avanzadas son las fabricadas por la compañía Slavich, en Rusia. Estas películas presentan altas resoluciones que van de 100 a 5000 líneas por milímetro [6]. Cuando el material fotosensible es expuesto a la luz, los granos de haluros de plata absorben energía óptica y dan lugar a un cambio físico. Los

granos que absorben una suficiente cantidad de energía tienen pequeñas cantidades de plata y se conocen como *centros de revelado*. La película expuesta es entonces sujeta a un proceso químico llamado *revelado*, durante este proceso los pequeños centro de revelado son preparados para el cambio completo de haluros de plata a plata. Los granos que no presentan centros de revelado no se someten a ningún cambio. Finalmente la película es *fijada* por un proceso químico que remueve los granos restantes de haluros de plata. Los granos de plata son opacos a frecuencias ópticas; la opacidad de la película depende de la densidad de granos de plata en cada región de la película [2].

La gelatina dicromatada consiste de pequeñas cantidades de dicromato de amonio $(NH_4)_2Cr_2O_7$, gelatina y agua. Este material se endurece bajo la exposición a la luz y es considerado como un buen material holográfico porque muestra, después de un adecuado proceso de grabado y revelado, alta modulación del índice de refracción, alta capacidad (5000 líneas por milímetro), baja absorción para luz visible cerca del infrarojo y buena estabilidad con el medio ambiente sobre una placa de vidrio. Este material es sensible a la radiación Ultra Violeta, azul-verde [7]. Estos materiales no están disponibles comercialmente porque se pueden preparar con relativa facilidad en los laboratorios.

Los fotopolímeros son polímeros sensibles a la luz y son curados (polimerizados) bajo la exposición a la luz, generalmente la luz ultravioleta. Una gran ventaja de los fotopolímeros a diferencia de otros materiales fotosensibles, como la gelatina dicromatada o haluros de plata, es que no requiere proceso de revelado. Es por esto que estos materiales son de bajo costo además que son de fácil preparación [2].

Para la realización de este trabajo se utilizó un fotopolímero y a continuación se dan algunas definiciones y propiedades de estos.

3.2. Fotopolímeros

Los fotopolímeros son polímeros sensibles a la luz. La palabra polímero tiene sus orígenes del griego donde “poli” significa muchos y “meros” significa parte; fue propuesta en 1830 por el químico Jons Jacob Berzelius (1779-1848) para referirse a una molécula de forma general M_n , constituida por la repetición de n-unidades idénticas M .

Los polímeros son macromoléculas construidos por enlaces de un gran número de

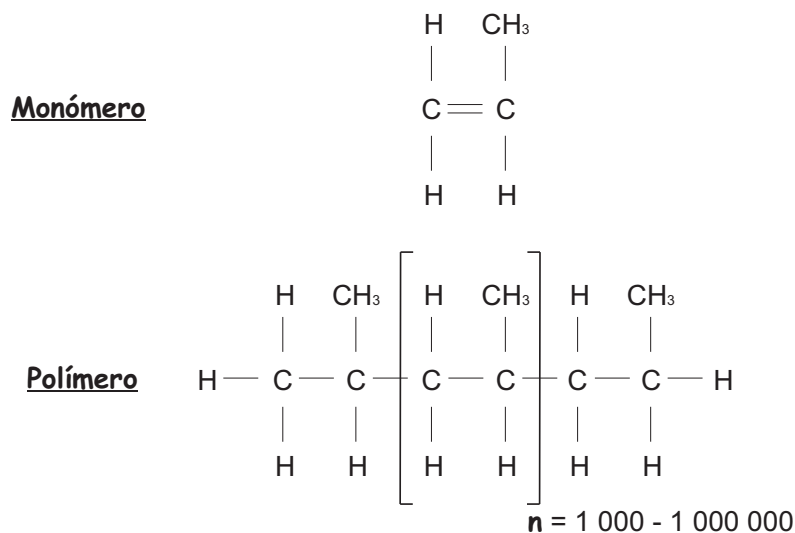


Figura 3.1: Se muestra la estructura de un monómero (propileno) y un polímero (polipropileno). La repetición de n -unidades se muestra entre los corchetes.

pequeñas moléculas llamadas monómeros y la reacción por la cual estas se combinan se denomina polimerización. Aquí pueden ser cientos, miles, decenas de miles de moléculas de monómeros enlazadas en una molécula de un polímero [8]. En la figura 3.1 se muestra la estructura del polipropileno; un importante polímero de la industria.

La polimerización es un proceso típico por el cual se transforman monómeros a un polímero por una reacción en cadena iniciada por la generación de radicales libres, los cuales son generalmente componentes fotosensibles, llamados fotoiniciadores, sensibles generalmente a la luz ultravioleta-visible (UV-Vis) [9], lo anterior se puede expresar en la siguiente ecuación



donde I es usualmente una molécula orgánica, que al incidirle luz genera radicales libres R^\bullet que junto a los monómeros M inician la polimerización y se crea un polímero.

Como un fotopolímero “se polimeriza” con luz, entonces al incidir luz en él se polimeriza de acuerdo al patrón de luz que se incida. La figura 3.2 muestra la formación de la rejilla en el fotopolímero. El patrón cosenoidal causa polimerización en la región de alta intensidad. Un monómero es consumido en esa región a través de la polimerización [10].

Los fotopolímeros son un medio de grabado holográfico, donde el holograma que se obtiene en ellos puede ser 1) Por modulación de relieve o 2) por modulación del

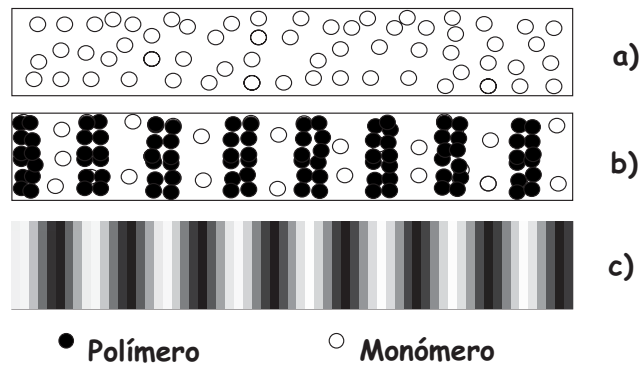


Figura 3.2: *Formación de una rejilla en un fotopolímero: a) representa el fotopolímero antes del grabado; b) representa el fotopolímero durante el grabado; y c) ilustra el patrón cosenoidal grabado sobre el material.*

índice de refracción. En ambos casos se trata de hologramas de fase y el espesor de estas películas puede ir desde los $10\mu m$ hasta los $8mm$ [2].

Los hologramas de fase por modulación de relieve se obtienen cuando se modula el relieve del material a través de mascarillas de amplitud (placas fotográficas) de objetos difractivos previamente diseñados. Para transferir esta información al fotopolímero se usan técnicas litográficas. Las mascarillas tienen relieve debido al proceso de fabricación. Es por esto que al estar en contacto la mascarilla y el polímero en estado líquido, éste adquiere la forma del relieve y al exponerse a radiación UV se polimerice quedando registrado éste relieve.

Los hologramas de fase por modulación del índice de refracción se obtienen cuando se modula el índice de refracción del material a través de la exposición directa de la luz. El polímero empleado en esta tesis presenta esta modulación en el índice de refracción, por lo que se emplea interferometría para medir este cambio.

3.3. Componentes del material utilizado

Los elementos del material utilizado en este trabajo son el Norland Optical Adhesive 65 (NOA 65) y violeta de Genciana (VG). En las siguientes secciones se darán algunas características y aplicaciones de estos.

3.3.1. Norland Optical Adhesive No. 65

El Norland Optical Adhesive No.65 (NOA 65) es un adhesivo que se emplea generalmente en los laboratorios de óptica para pegar lentes, espejos, prismas entre otras cosas; es un fotopolímero líquido transparente el cual polimeriza cuando es expuesto a radiación UV.

En la figura 3.3 se muestra la curva de transmisión del NOA 65 donde se observa que para la región visible del espectro electromagnético, el NOA 65 transmite la luz en un 90 %, es decir, es casi completamente transparente, mientras que para la región UV presenta un decaimiento en la transmisión conforme la longitud de onda va disminuyendo.

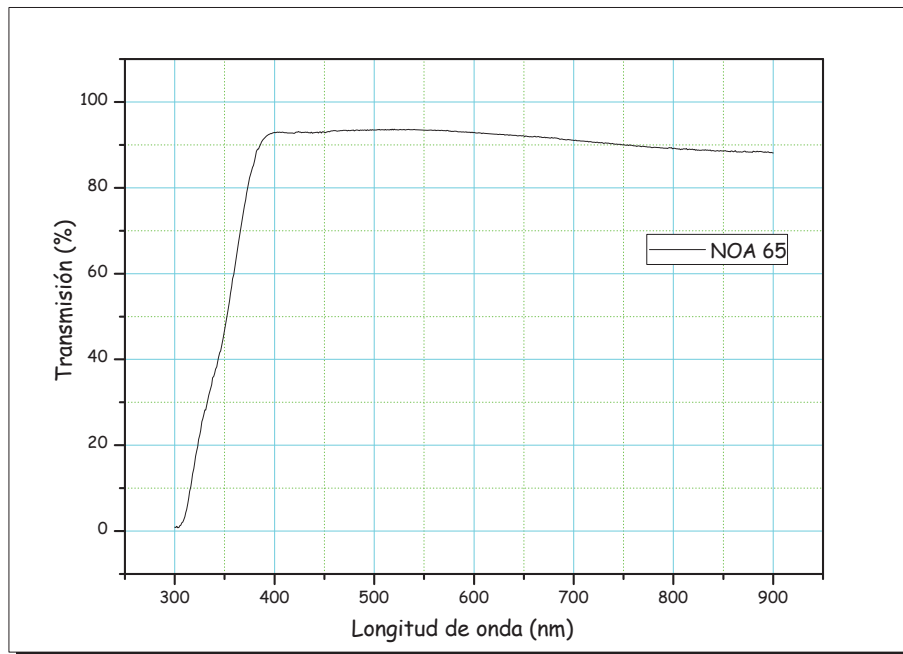


Figura 3.3: Curva de transmitancia del NOA 65.

El NOA 65 se polimeriza en un tiempo relativamente rápido dependiendo del espesor de la película y la energía de la radiación UV utilizada. En la tabla 3.1 se muestran los tiempos típicos de polimerización y algunas de las fuentes de luz que pueden usarse para curar el adhesivo. La luz solar también puede emplearse para que el adhesivo se polimerice. En la tabla 3.2 se presentan las características de éste polímero.

Tabla 3.1: *Tiempos de polimerización del NOA 65.*

Fuentes de Luz	Espesor de la película (<i>mil</i>)	Pre-polimerizado (<i>segundos</i>)	Polimerizado (<i>minutos</i>)
Lámpara de Mercurio de 100 <i>W</i> y spot 6"	1 – 10	15	5
Luz Fluorecente negra de 2-15 <i>W</i> y 3"	1 – 10	60	20

Tabla 3.2: *Propiedades típicas del NOA 65*

Sólidos	100 %
Viscosidad a 25 <i>C</i>	1200 <i>cps</i>
índice de refracción	1,524
Modulo de elasticidad	20,000 <i>psi</i>
Fuerza de Tensión	1,500 <i>psi</i>
Rango de Temperatura	–15 a 60 <i>C</i>

Para la limpieza del adhesivo se puede emplear acetona si el proceso de polimerizado no ha sido completado. En caso que el NOA 65 haya polimerizado por completo y se requieran limpiar las superficies que se unieron, se puede utilizar cloruro del metileno.

3.3.2. Violeta de Genciana

La Violeta de Genciana (VG) es un polvo de color verde oscuro. Esta sustancia es soluble en agua, cloroformo, alcohol isopropílico y no es soluble en éter y alcohol etílico. Es usado como antiséptico para desinfectar heridas en el cuerpo humano y como indicador de pH para algunas sustancias. Su composición química es $C_{25}H_{30}ClN_3$ y su peso molecular es 407.98, en la figura 3.4 se muestra un diagrama de su composición molecular.

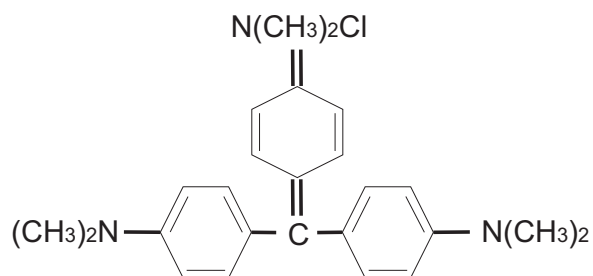


Figura 3.4: *Composición molecular de la Violeta de Genciana.*

En el siguiente capítulo se describe el procedimiento para mezclar en NOA 65 y VG para utilizarlo como material fotosensible y grabar rejillas de difracción.

Capítulo 4

Resultados Experimentales

A continuación se describe la preparación de la película fotosensible utilizada en este trabajo, se detalla el proceso para grabar rejillas holográficas así como la medición de la eficiencia de difracción de las rejillas grabadas; se detalla también el grabado de hologramas de Fourier y se presenta un análisis de interferogramas generados a través de un interferómetro con una película polimérica en uno de sus brazos sobre la que incide un haz luminoso.

4.1. Preparación de la película

En la preparación de la película utilizada en este trabajo, primero se mezcla el NOA 65 y VG a temperatura ambiente, se agita hasta que la mezcla adquiere una apariencia homogénea de color violeta. Las proporciones de concentración de la mezcla se encuentran en la tabla 4.1.

Tabla 4.1: *Cantidades para la preparación de la película.*

Material	Porcentaje (%)	Cantidades (mg)
NOA 65	99,85	4011,01
VG	0,15	6,01

Se utilizó una balanza analítica para medir las cantidades en miligramos de los componentes de la mezcla.

Una vez preparada la mezcla, se depositó en unas celdas que fueron elaboradas

con dos portaobjetos limpios separados por una película plástica. En la figura 4.1 se muestra un esquema de las celdas elaboradas. Se prepararon tres celdas con espesores $110\ \mu\text{m}$, $220\ \mu\text{m}$ y $330\ \mu\text{m}$ medidos con un micrometro digital. La película empleada como separador fue una placa de acetato. Es importante usar portaobjetos limpios, de lo contrario se puede contaminar el material y no grabar adecuadamente.

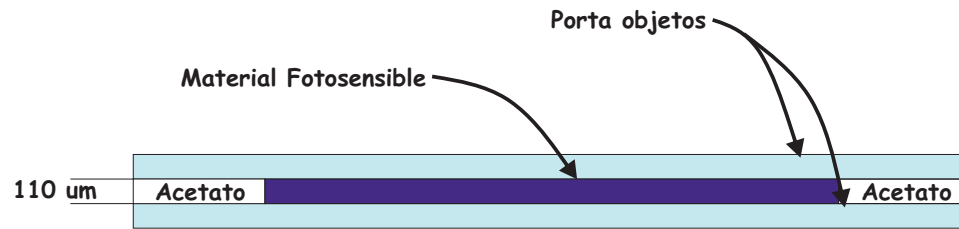


Figura 4.1: Esquema de la preparación de la película.

La mezcla se depositó utilizando la técnica de gravedad, en la figura 4.2 se muestra como el material fotosensible se deposita en el borde de la celda y por acción de la gravedad el material se desliza hasta llenar la celda. Como la mezcla es líquida en la parte inferior de la celda se colocó silicón para evitar derrames del material.



Figura 4.2: Deposito del material fotosensible en la celda.

Al finalizar este proceso las celdas están listas para grabar rejillas. En la siguiente sección se muestran las curvas de absorción del material fotosensible.

4.2. Absorción del material

Una vez preparada la película fotosensible, se procedió a obtener el espectro de absorción con un espectrofotómetro *UV-Vis lambda 35 Perkin Elmer*. En la figura 4.3 se muestra el espectro de absorción obtenido para diferentes espesores, y, como era de esperarse para el espesor de $330\mu\text{m}$ presenta mayor absorción.

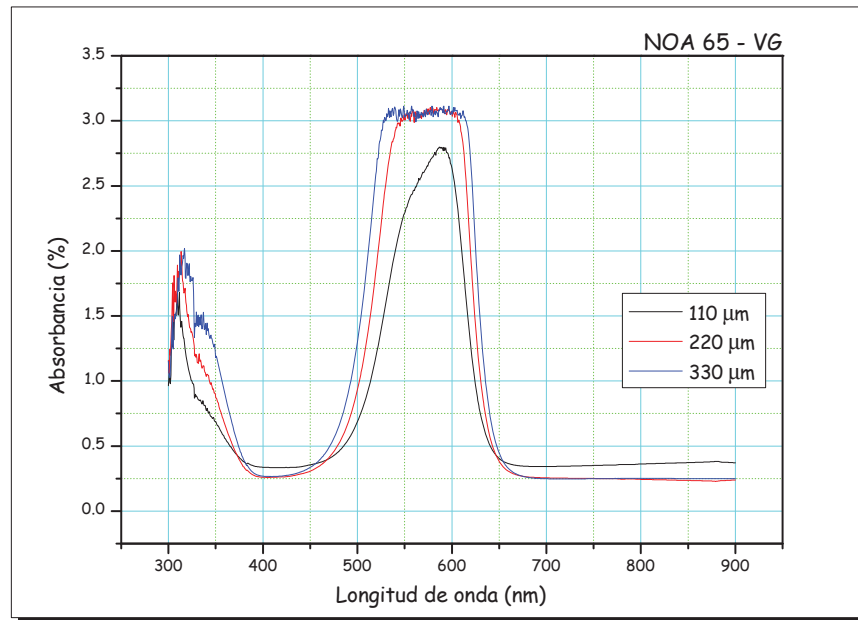


Figura 4.3: Espectro de absorción de la película fotosensible para diferentes espesores.

De la figura 4.3 se observa que las muestras de los espesores usados presentan un porcentaje de absorción mínimo en las regiones de 380 nm a 480 nm y 650 nm a 900 nm . Además las muestras tienen un incremento de absorción en el rango de 500 a 650 nm , por lo que se puede usar una fuente de luz con una longitud de onda comprendida en este rango para polimerizar el material.

Del análisis del espectro de absorción de la figura 4.3, se observa que se puede utilizar un láser de Argón de $\lambda = 514,5\text{ nm}$ para grabar las rejillas holográficas y así mismo utilizar un láser de He-Ne de $\lambda = 633\text{ nm}$ como haz de lectura para medir la eficiencia de difracción. En la tabla 4.2 se muestran los porcentajes de absorción para las películas preparadas en cada una de las longitudes de onda implicadas.

Tabla 4.2: Porcentajes de absorción en regiones de interés del espectro.

Longitud de onda (nm)	Absorción (%)		
	110 μm	220 μm	330 μm
633	0.659575	0.857203	1.184289
514.5	1.019405	1.548213	2.216096

4.3. Grabado de la rejilla holográfica

Para el grabado de la rejilla holográfica se utilizó un láser de Argón y el esquema mostrado en la figura 2.4 de la sección 2.3.1. En la figura 4.4 se muestra la fotografía del arreglo experimental en la cual el haz del láser de Argón incide en un divisor de haz (BS), dividiéndolo en dos haces de igual intensidad y reflejados por dos espejos ($M1$ y $M2$) para superponerse en el material fotosensible. El ángulo de interferencia de los haces es de $\theta = 2,5^\circ$ en la figura 4.5 se muestra la fotografía el patrón de interferencia grabado en el fopolímero. El periodo del patrón de interferencia es de 170,9 líneas por milímetro.

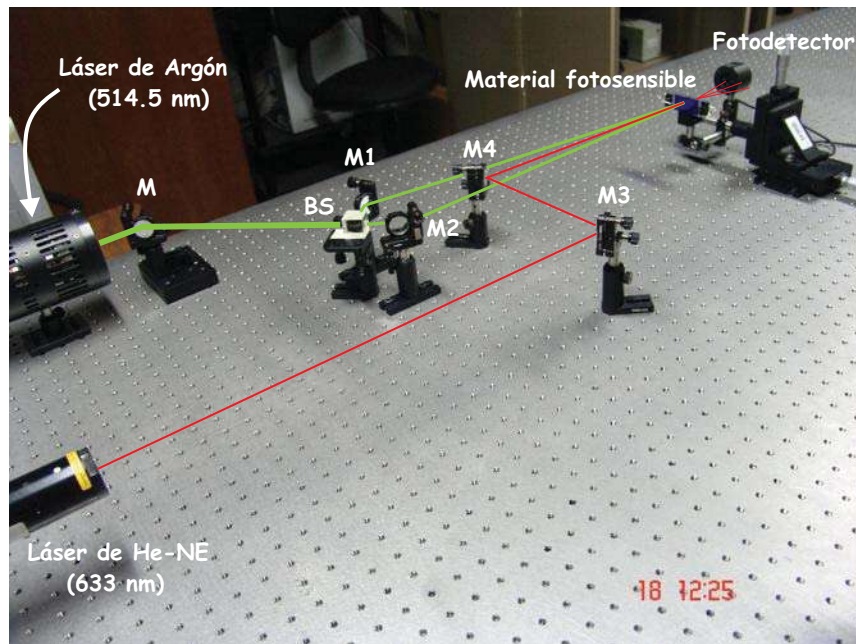


Figura 4.4: Fotografía del arreglo usado para el grabado de rejillas.



Figura 4.5: Fotografía del patrón de interferencia.

4.4. Medición de la eficiencia de difracción

Al mismo tiempo que se graba la rejilla se hace incidir el haz de un láser a incidencia normal sobre la rejilla (ver figura 4.4) y se mide la intensidad del orden +1 de difracción producido por la rejilla. En la figura 4.6 se muestra una fotografía del patrón de difracción producido por la rejilla grabada. El láser empleado para medir la eficiencia de difracción es de $He - Ne$, con $\lambda = 633 \text{ nm}$ y una potencia de $0,5 \text{ mW}$.

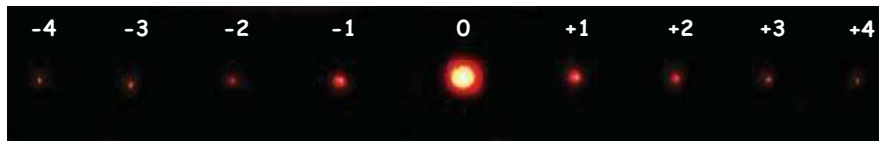


Figura 4.6: Fotografía del patrón de difracción. Los números indican el orden de difracción.

Se mide la intensidad del orden +1 de difracción I_D de la rejilla grabada en las diferentes películas ($110\mu\text{m}$, $220\mu\text{m}$, $330\mu\text{m}$), la intensidad del haz incidente I_i y reflejado I_r en la interfase de la celda, con estos valores se obtiene la eficiencia de difracción a incidencia normal según la ecuación

$$\eta(t) = \frac{I_D(t)}{I_i - I_r}, \quad (4.1)$$

en las figuras 4.7, 4.8 y 4.9 se muestran las gráficas de la eficiencia de difracción obtenidas en cada celda. Es importante destacar que sobre cada celda se grabaron seis rejillas en diferentes zonas.

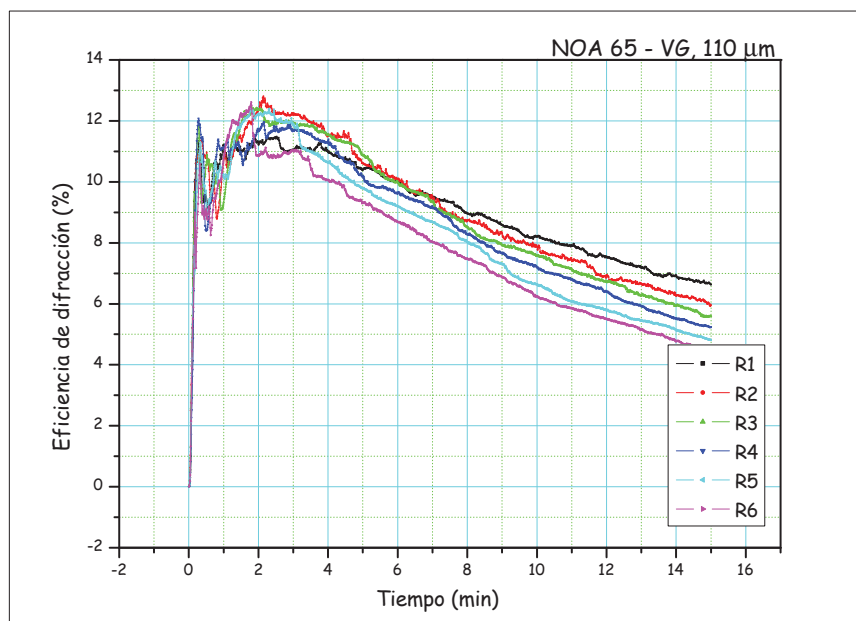


Figura 4.7: Gráficas de la eficiencia de difracción de diferentes rejillas con un espesor de 110 μm.

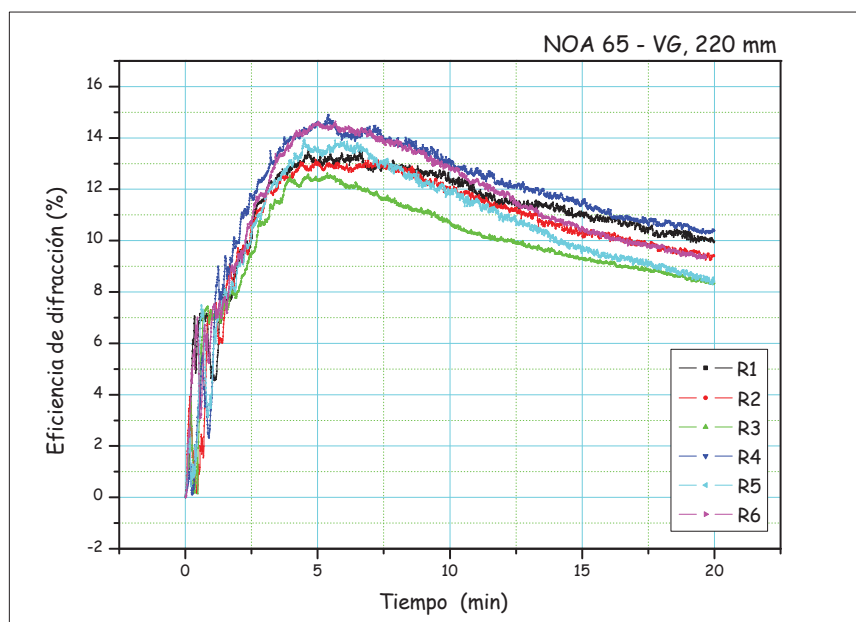


Figura 4.8: Gráficas de la eficiencia de difracción de diferentes rejillas con un espesor de 220 μm.

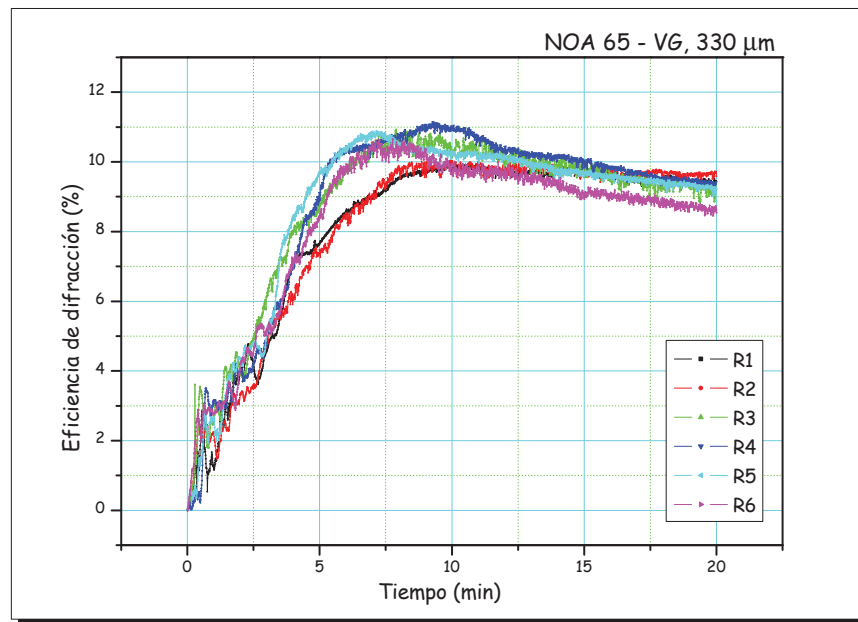


Figura 4.9: Gráficas de la eficiencia de difracción de diferentes rejillas con un espesor de $330\mu\text{m}$.

De las graficas anteriores, se observa una eficiencia de difracción máxima de $14,60\%$, obtenida con la celda de $220\mu\text{m}$ de espesor; la eficiencia de difracción máxima se obtiene a los 5 minutos de exposición. Después de alcanzar dicho máximo la curva decrece, esto es porque ha llegado a un tiempo de degradación de la rejilla. También se puede observar que la eficiencia de difracción máxima de la película de $110\mu\text{m}$ de espesor es de $12,80\%$, obtenida a los 2,2 minutos de exposición; además la eficiencia de difracción máxima de la película de $330\mu\text{m}$ espesor es de $11,00\%$, obtenida a los 9 minutos de exposición.

Una vez obtenida la eficiencia de difracción η , esta permite determinar la modulación del índice de refracción en función del tiempo según la ecuación

$$n(t) = \frac{\lambda \cos(\theta)}{\pi d} \text{sen}^{-1} \left[\sqrt{\eta(t)} \right], \quad (4.2)$$

donde λ y θ son la longitud de onda y el ángulo de incidencia del láser de lectura y d es el espesor de la película.

En la figura 4.10 se presenta la curva para la modulación del índice de refracción, de la película de 220nm de espesor, el cual va de 0 a 0.00068 aproximadamente.

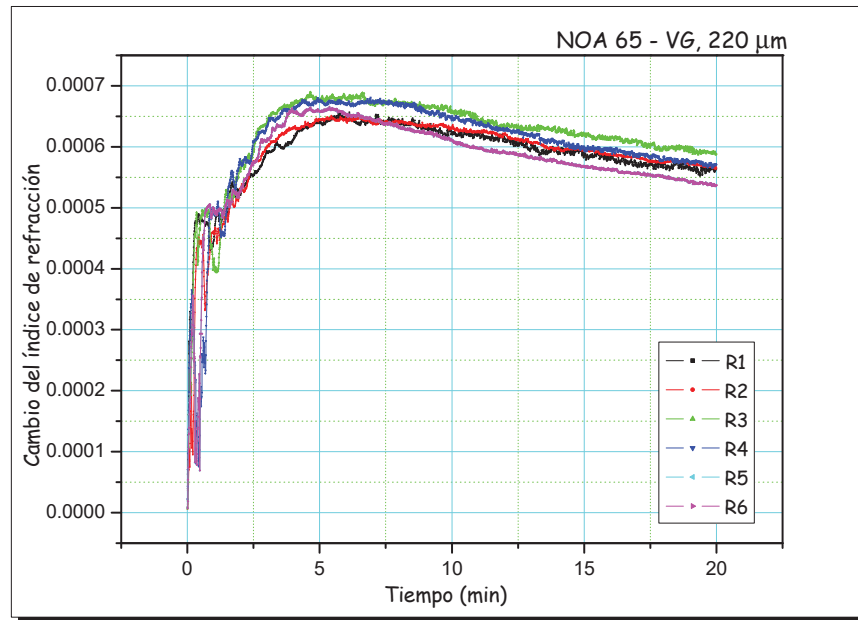


Figura 4.10: Modulación del índice de refracción en función del tiempo, de la película de 220 nm.

4.5. Análisis interferométrico

En la sección 2.2, se observó que si se coloca una placa de vidrio en un brazo del interferómetro holográfico las franjas de interferencia se mueven debido al desfase provocado por dicha placa. Ahora, si colocamos un material fotosensible en uno de los brazos de un interferómetro de dos haces y polimerizamos dicho material fotosensible, el patrón de interferencia es modificado respecto a la siguiente expresión:

$$I_m = 4I_o \cos^2 \left(\frac{\pi}{\lambda} \left(\frac{ay}{s} + (n(t) - 1) d \right) \right). \quad (4.3)$$

En la ecuación anterior se observa un desplazamiento en el tiempo de las franjas de interferencia debido al cambio del índice de refracción del material (en proceso de polimerización). Los máximos de interferencia se encuentran para múltiplos enteros de π , es decir

$$\frac{\pi}{\lambda} \left(\frac{ay}{s} + (n(t) - 1) d \right) = m\pi, \quad (4.4)$$

donde $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$

Análizando la m -ésima franja de interferencia tenemos que:

$$y_m = \frac{m\lambda s}{a} + (n(t) - 1)\frac{sd}{a}, \quad (4.5)$$

donde la posición de la m -ésimo franja de interferencia depende del cambio del índice de refracción del material, ahora para los tiempos $t = t_1$ y $t = t_2$ durante la polimerización del material, tenemos que:

$$y_m(n(t_1)) = \frac{m\lambda s}{a} + (n(t_1) - 1)\frac{sd}{a} \quad (4.6)$$

y

$$y_m(n(t_2)) = \frac{m\lambda s}{a} + (n(t_2) - 1)\frac{sd}{a}, \quad (4.7)$$

restando las ecuaciones (4.7) y (4.6), obtenemos:

$$y_m(n(t_2)) - y_m(n(t_1)) = (n(t_2) - n(t_1))\frac{sd}{a}, \quad (4.8)$$

sea $\Delta n = (n(t_2) - n(t_1))$ y $\Delta y = y_m(n(t_2)) - y_m(n(t_1))$, entonces:

$$\Delta n = \Delta y \left(\frac{a}{sd} \right). \quad (4.9)$$

es decir, si se conoce el desplazamiento de las franjas, se puede medir entonces el índice de refracción del material (donde a es la separación de los espejos, s es la distancia de los espejos a el punto interferencia y d el espesor de la película fotosensible, ver figura 2.2). Para este experimento se uso que $a = 26,5 \text{ cm}$, $s = 64,5 \text{ cm}$ y el espesor de la película $d = 220 \text{ }\mu\text{m}$.

En la figura 4.11 se muestra el arreglo experimental en el cual se observa un interferómetro de dos haces donde en uno de los brazos del interferómetro se coloca una película del material fotosensible usado en este trabajo; en el punto de interferencia se coloca un objetivo de microscopio y detras de éste se coloca un espejo que refleja hacia la cámara CCD obteniendo interferogramas como los de la figura 4.12.

En la figura 4.12 se observa un desplazamiento de franjas de interferencia, dicho desplazamiento es producido por el cambio de fase producido por el material fotosensible en proceso de polimerización. Para conocer el cambio del índice de refracción del material es necesario medir dicho desplazamiento.

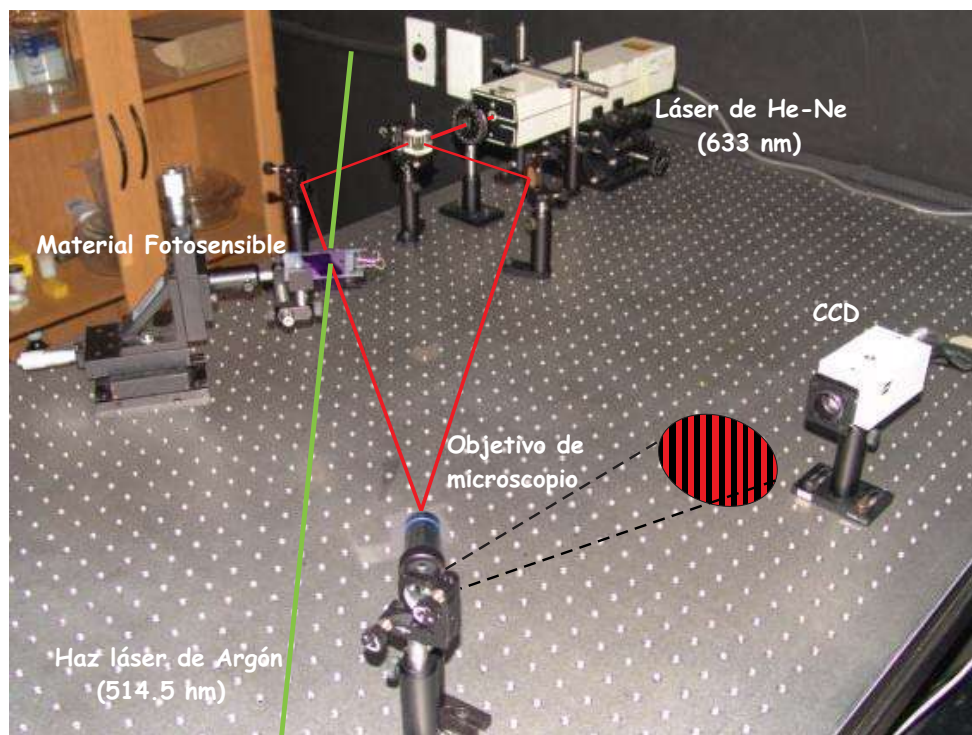


Figura 4.11: En esta figura se presenta el arreglo experimental utilizado para la obtención de interferogramas producidos por el interferómetro de dos haces.

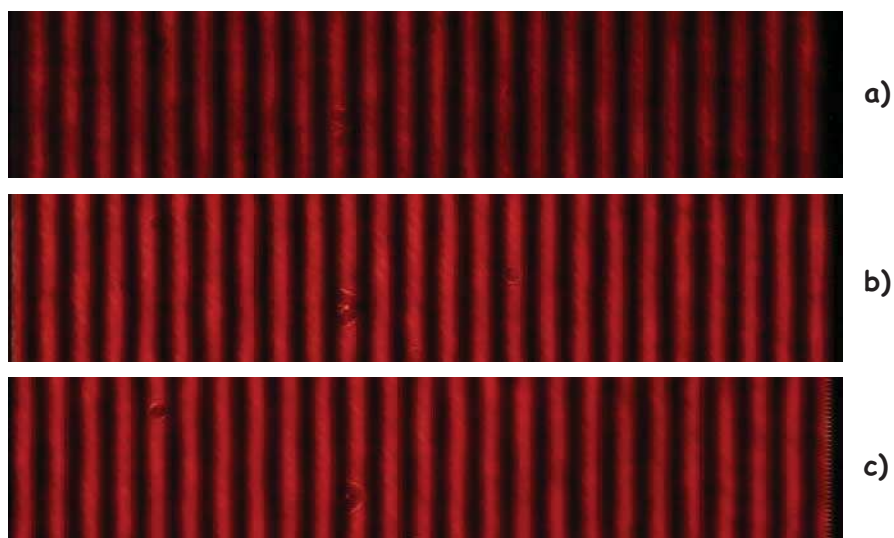


Figura 4.12: Cambio en el índice de refracción del material fotosensible usado observado por el desplazamiento de las franjas de interferencia. a) A los cero segundos de exposición, b) a los 3 segundos de exposición, y c) A los 6 segundos de exposición.

A través de un algoritmo en *matlab* [11], se calcula el cambio de fase¹ que produce la variación del índice de refracción. En la figura 4.13 se muestra la variación del índice de refracción para la película de $220 \mu\text{m}$ de espesor alcanzando un cambio que va de 0 a 0.01681 durante la polimerización.

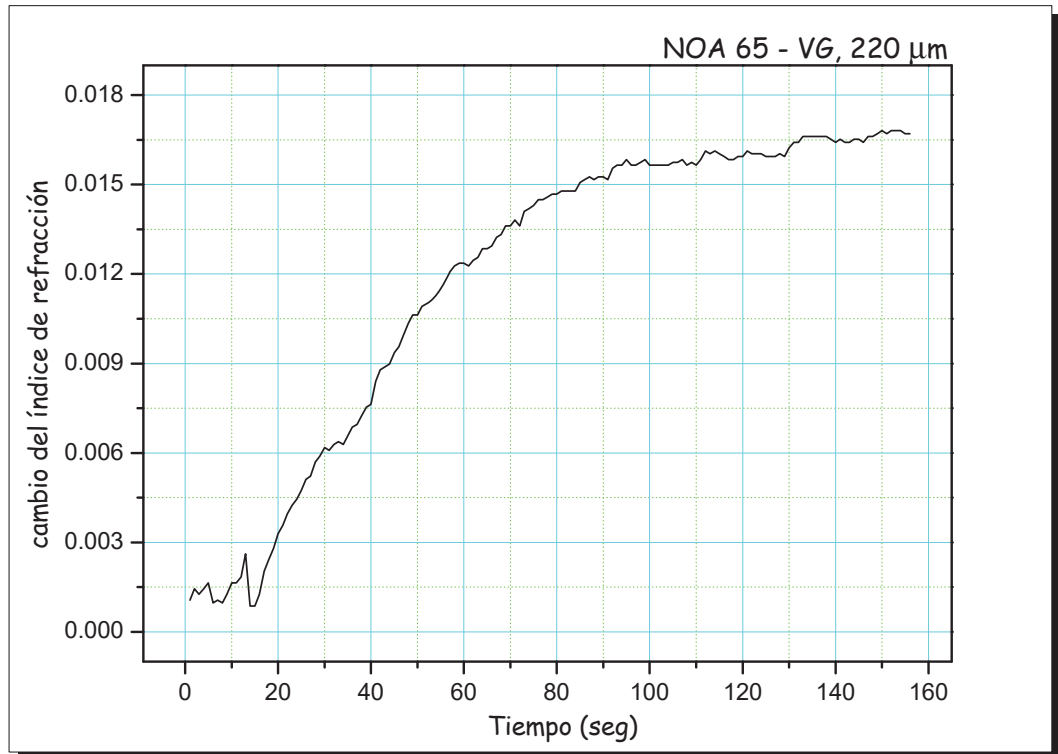


Figura 4.13: Modulación del índice de refracción de un material fotosensible en proceso de polimerización.

Como es de esperar en cada interferograma la fase es constante por lo que en la figura 4.14 se muestra el plano en 3D del comportamiento de la fase de uno de los interferogramas. La obtención de dicha fase se determina a través de un algoritmo en *matlab* y del análisis de franjas propuesto por Mitsou Takeda [12].

Finalmente, los resultados obtenidos sobre la eficiencia de difracción mostrados en la sección 4.4 son usados para grabar hologramas de Fourier. En la siguiente sección se presenta la reconstrucción de estos.

¹ Ver apéndice B “Análisis del patrón de franjas de interferencia”

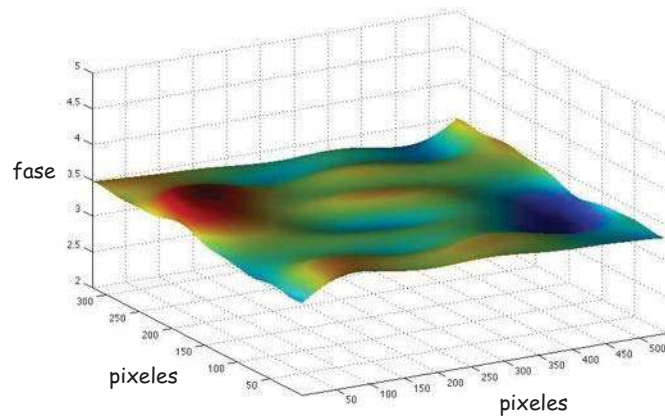


Figura 4.14: Fase constante de un interferograma.

4.6. Hologramas de Fourier

Una vez que se conocen los parámetros adecuados para obtener una eficiencia de difracción alta se emplean estos para grabar hologramas de Fourier (ver apéndice C “Hologramas de Fourier”) [3][13].

En la figura 4.15 se muestran la reconstrucción de algunos de los hologramas de Fourier grabados sobre la película holográfica, donde se puede concluir que se obtiene una buena reconstrucción de los diferentes hologramas de Fourier grabados sobre el material.

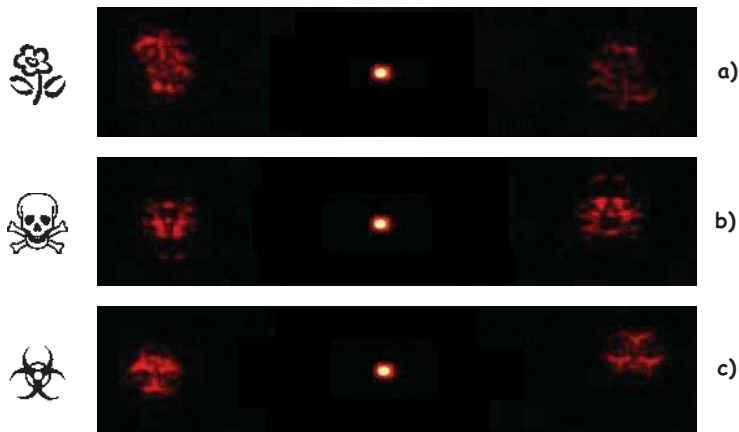


Figura 4.15: En esta imagen se presenta la reconstrucción tres objetos grabados sobre el material fotosensible.

Capítulo 5

Conclusiones

Se presenta la caracterización de un material fotosensible en la región visible del espectro electromagnético ($514,5nm$), este material fotosensible consta del fotopolímero *Norland Optical Adhesive 65 (NOA 65)* dopado con *Violeta de Genciana (VG)*, es de bajo costo, fácil de preparar y no requiere proceso de revelado.

Se grabaron rejillas sobre el fotopolímero con un láser de argón de $514,5 nm$. Las rejillas grabadas tienen una frecuencia de 170.9 líneas por milímetro. Para ver la calidad de las rejillas grabadas sobre el fotopolímero se mide la eficiencia de difracción η al orden +1 usando un láser de He-Ne de $633 nm$ alcanzando un 14,60% de eficiencia para la película con un espesor de $220 \mu m$. A través de los resultados de la eficiencia de difracción y la teoría de Kogelnik [5] se presenta la modulación del índice de refracción para la película de $220 \mu m$ de espesor observando una modulación que va de 0 a 0,0007 durante el proceso de grabado.

Se monitorea el cambio en el índice de refracción del material durante el proceso de curado utilizando un interferómetro de dos haces haciendo un análisis de imágenes. Obteniendo una modulación de índice de refracción (para la película de $220 \mu m$ de espesor) que va de 0 a 0,01681 a los 2,5 minutos de curado.

Finalmente se presenta una buena reconstrucción de los hologramas de Fourier grabados sobre el material fotosensible.

Apéndice A

Difracción de una rejilla

A.1. Difracción

La luz viaja en trayectoria rectilínea, sin embargo, con difracción se puede cambiar la dirección de propagación la luz. La difracción es un fenómeno físico el cual produce que la luz desvie su trayectoria rectilínea debido a que pasa por obstáculos o aperturas cuyo tamaño es comparable con la longitud de la onda de la luz. La desviación del haz es en direcciones discretas.

Los fenómenos de difracción se pueden analizar de dos maneras; usando la teoría de difracción de Fresnel (o de campo cercano) o la teoría de difracción de Fraunhofer (o de campo lejano).

Supónganse que se tiene un campo de luz $u(x, y)$ ubicado en el plano xy y se desea conocer la forma que tiene este campo de luz en un punto p localizado en el plano $\nu\mu$, alejado una distancia z . Este campo estará dado por

$$U(\nu, \mu) = \frac{e^{(ikz)}}{i\lambda z} \int \int_{-\infty}^{\infty} u(x, y) e^{\left(\frac{ik}{2z}[(x-\nu)^2 + (y-\mu)^2]\right)} dx dy, \quad (\text{A.1})$$

esta ecuación se conoce como integral de Fresnel o de campo relativamente cercano debido a que la distancia z puede ser de algunos metros. La función $u(x, y)$ es una función matemática que representa a un obstáculo el cual puede modificar la amplitud o la fase de la onda. Sin embargo, si el plano de observación esta muy alejado del plano xy , se necesitan hacer algunas consideraciones y se obtendrá la integral

de difracción de Fraunhofer dada por

$$U(\nu, \mu) = e^{(i\varphi)} \int \int_{-\infty}^{\infty} u(x, y) e^{-i2\pi(\nu x + \mu y)} dx dy, \quad (\text{A.2})$$

donde φ es una fase constante; $\nu = \frac{x}{\lambda f}$ y $\mu = \frac{y}{\lambda f}$ se les conoce como frecuencias espaciales y λ la longitud de onda [2]. Se observa que la expresión (A.2) coincide con la transformada de Fourier, representada como $F\{u(x, y)\} = U(\nu, \mu)$. A continuación se obtendrá la difracción que produce una rejilla.

A.2. Difracción de una rejilla real

Supóngase que una onda plana representada por $E(z) = E_0 e^{ikz}$ ilumina una rejilla $t(x)$ la cual tiene una ecuación de transmitancia dada por

$$t(x) = \left[\text{rect} \left(\frac{x}{a} \right) * \text{Comb}(x) \right] \cdot \left[\text{rec} \left(\frac{x}{M} \right) \right], \quad (\text{A.3})$$

donde $*$ representa la convolución y

$$\begin{aligned} \text{rect} \left(\frac{x}{a} \right) &= \begin{cases} 1 & \text{si } |x| \leq \frac{a}{2} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}, \\ \text{Comb}(x) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x - 2na), \\ \text{rec} \left(\frac{x}{M} \right) &= \begin{cases} 1 & \text{si } |x| \leq \frac{M}{2} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}, \end{aligned}$$

en la figura A.1 se muestra el esquema de la función de transmitancia de una rejilla.

El campo de luz está representado inmediatamente después de la rejilla por $u(x, z) = E(z)t(x)$, sustituyendo este campo de luz en la ecuación (A.2), se obtiene

$$\begin{aligned} F\{u(x, z)\} &= e^{(i\varphi)} \int_{-\infty}^{\infty} u(x, z) e^{-i2\pi\nu x} dx \\ &= e^{(i\varphi)} \int_{-\infty}^{\infty} E(z)t(x) e^{-i2\pi\nu x} dx \\ &= e^{(i\varphi)} E(z) \int_{-\infty}^{\infty} \left[\text{rect} \left(\frac{x}{a} \right) * \text{Comb}(x) \right] \cdot \left[\text{rec} \left(\frac{x}{M} \right) \right] e^{-i2\pi\nu x} dx, \end{aligned}$$

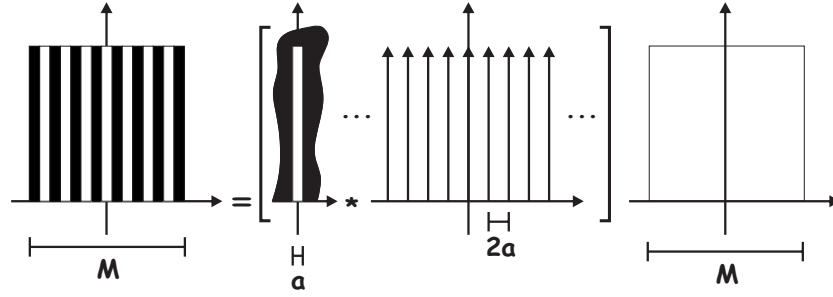


Figura A.1: Representación esquemática de la función de transmitancia de una rejilla.

por el teorema de la convolución¹, la ecuación anterior queda como

$$F \{u(x, z)\} = e^{(i\varphi)} E(z) \left[F \left\{ \text{rect} \left(\frac{x}{a} \right) \right\} \cdot F \{ \text{Comb}(x) \} \right] * \left[F \left\{ \text{rect} \left(\frac{x}{M} \right) \right\} \right],$$

por último, desarrollando la ecuación anterior y usando que $F \left\{ \text{rect} \left(\frac{x}{a} \right) \right\} = a \text{Sinc}(\nu a)$ y $F \{ \text{Comb}(x) \} = \text{Comb}(\nu)$, se obtiene

$$\begin{aligned} F \{u(x, z)\} &= e^{(i\varphi)} E(z) [a \text{Sinc}(\nu a) \cdot \text{Comb}(\nu)] * M \text{Sinc}(\nu M) \\ &= U(\nu, z). \end{aligned}$$

Y por último, la irradiancia está dada por

$$I(\nu, z) = a^2 M^2 [\text{Sinc}^2(\nu a) \cdot \text{Comb}(\nu)] * \text{Sinc}^2(\nu M), \quad (\text{A.4})$$

en la figura A.2 se muestra el patrón de difracción anterior de la rejilla.

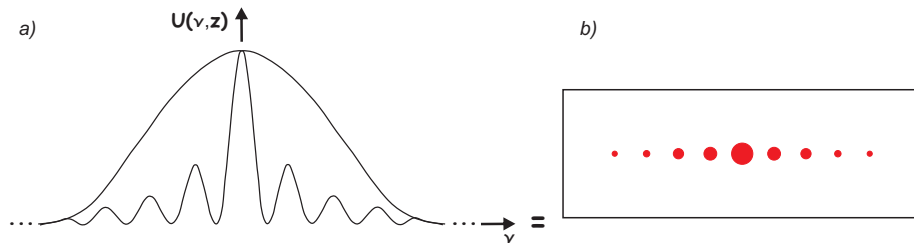


Figura A.2: Patrón de difracción. a) Campo de luz y b) irradiancia.

¹ La transformada de Fourier de la convolución de dos funciones $f(x)$ y $g(x)$ es igual al producto de las transformadas de Fourier de $f(x)$ y $g(x)$

Apéndice B

Análisis del patrón de Franjas de Interferencia

En varias mediciones ópticas, se encuentra un patrón de franjas de la forma

$$g(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos(2\pi f_o x + \phi(x, y)) \quad (\text{B.1})$$

donde la fase $\phi(x, y)$ contiene la información deseada y $a(x, y)$ y $b(x, y)$ representan variaciones no deseadas de irradiancia originadas por la reflexión o transmisión de la luz no uniforme producida por el objeto bajo prueba. En muchas ocasiones $a(x, y)$, $b(x, y)$ y $\phi(x, y)$ varían lentamente comparadas con la variación introducida por el portador de frecuencia f_o [12].

Reescribiendo la ecuación (B.1), se tiene:

$$g(x, y) = a(x, y) + c(x, y)e^{i2\pi f_o x} + c^*(x, y)e^{-i2\pi f_o x} \quad (\text{B.2})$$

donde $c(x, y) = \frac{1}{2}b(x, y)e^{i\phi(x, y)}$ y $c^*(x, y)$ es el complejo conjugado.

Obteniendo la transformada de Fourier (en la variable x) de la ecuación (B.2) tenemos:

$$G(\nu, y) = A(\nu, y) + C(\nu - \nu_o, y) + C^*(\nu + \nu_o, y) \quad (\text{B.3})$$

Esquemáticamente el espectro de Fourier se representa en la figura B.1. Usando una máscara para filtrar uno de los órdenes, por ejemplo $C(\nu - \nu_o, y)$ y trasladandolo una distancia ν_o en el eje de frecuencias hacia el origen, se obtiene el término $C(\nu, y)$ (ver figura B.2). Observese que en este paso se ha eliminado la iluminación de fondo

$A(\nu, y)$.

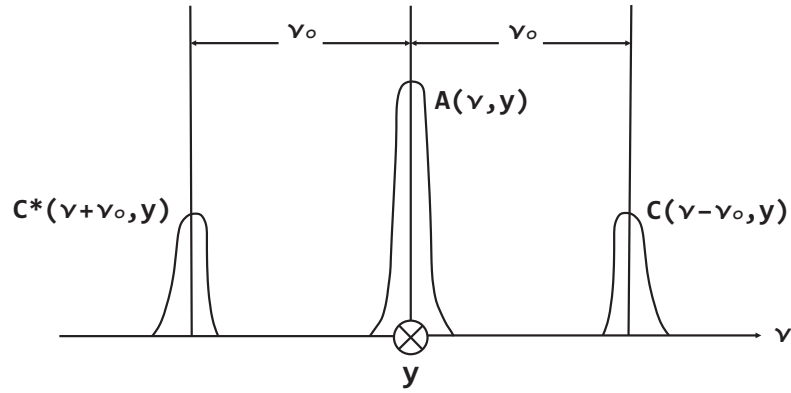


Figura B.1: Espectro de Fourier del patrón de franjas analizado.

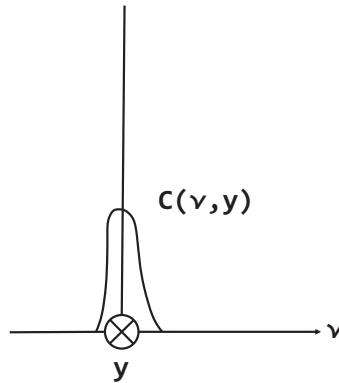


Figura B.2: Espectro de Fourier filtrado y centrado del patrón de franjas analizado.

Ahora, obteniendo la transformada inversa de Fourier de la expresión $C(\nu, y)$ con respecto a ν obtenemos la ecuación para $c(x, y)$ definida previamente, es decir

$$F^{-1} \{C(\nu, y)\} = c(x, y) = \frac{1}{2}b(x, y)e^{i\phi(x, y)} \quad (\text{B.4})$$

Obteniendo el logaritmo de la ecuación anterior, se obtiene

$$\text{Log}(c(x, y)) = \text{Log}((1/2)b(x, y)) + i\phi(x, y) \quad (\text{B.5})$$

Finalmente se obtiene la fase que contiene la información deseada en la parte compleja de la ecuación anterior.

Apéndice C

Hologramas de Fourier

Un holograma es un patrón de interferencia que se superpone sobre un material fotosensible; en la sección 2.2 se mostró un interferómetro de dos haces, el cual se puede emplear para grabar rejillas (es decir el patrón de interferencia de dos haces) sobre un material fotosensible. A continuación se dan algunos principios básicos para grabar hologramas de Fourier.

Para grabar este tipo de hologramas se hace interferencia entre un haz de referencia y la transformada de Fourier de un objeto. Una característica principal de este tipo de hologramas es que el área necesaria para grabarlo es pequeña comparada con otros tipos de hologramas. En la figura C.1 se muestra el esquema para grabar hologramas de Fourier.

En el esquema de la figura C.1 se muestra un haz de un láser dividido por un divisor de haz BS . Un haz, llamado de referencia, se dirige hacia el espejo $M2$ y es reflejado al material fotosensible; el otro haz es colimado e ilumina el objeto; la lente convergente obtiene la transformada de Fourier del haz proveniente del objeto y lo dirige hacia el material fotosensible donde interfiere con el haz de referencia.

El haz de referencia es una onda plana, definida como

$$R = Ae^{i2\pi ua}, \quad (\text{C.1})$$

donde A es la amplitud de la onda, u es la frecuencia espacial dada por $u = x/\lambda f$ y a es la mitad de la separación entre los espejos $M1$ y $M2$ (ver figura C.1).

Si una onda plana incide sobre una lente convergente, está genera la transformada de Fourier de la onda plana en su plano focal posterior y corresponde a un punto de

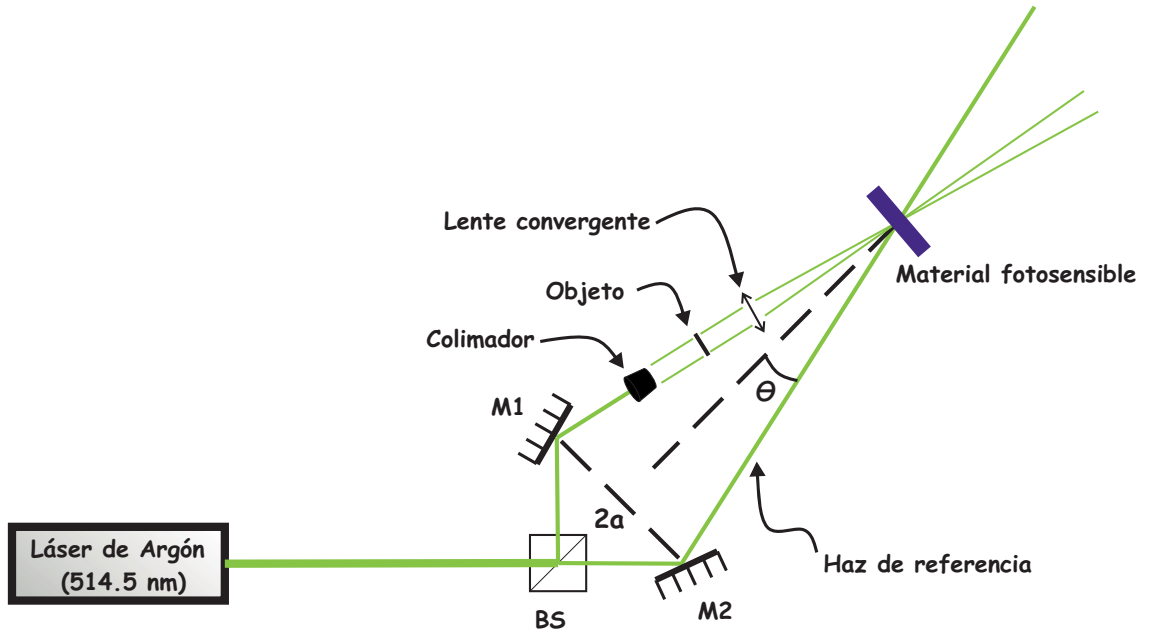


Figura C.1: Esquema del arreglo experimental para grabar un holograma de Fourier. Se hace interferencia entre la transformada de Fourier de un objeto y el haz de referencia en un material fotosensible.

luz que se puede representar por una función delta de Dirac, $\delta(x, y)$ [2]. Similarmente, la transformada de Fourier de una fuente puntual (representada por una función delta de Dirac) es una onda plana. Por lo tanto, se puede reescribir la ecuación de la onda plana como

$$R = \frac{A}{\lambda f} \int \int \delta(x + a)\delta(y)e^{-i2\pi(ux+\nu y)}. \quad (\text{C.2})$$

El haz objeto es la transformada de Fourier del objeto, por lo tanto

$$O = \frac{1}{\lambda f} \int \int f(x + y)e^{-i2\pi(ux+\nu y)}, \quad (\text{C.3})$$

donde $f(x, y)$ es la función matemática del objeto conocida como función de transmitancia. De manera simplificada se tiene que

$$O = F\{f(x + y)\}, \quad (\text{C.4})$$

entonces la intensidad del patrón de interferencia del haz objeto y el haz de referencia

registrada en la película holográfica, omitiendo constantes, esta dada por:

$$I = |R + O|^2 \quad (\text{C.5})$$

$$= |R|^2 + |O|^2 + R^*O + RO^*. \quad (\text{C.6})$$

Sustituyendo las ecuaciones (C.1) y (C.4) en la ecuación (C.6) se obtiene

$$I = A^2 + |F\{f(x, y)\}|^2 + Ae^{-i2\pi ua} F\{f(x, y)\} + Ae^{i2\pi ua} F^*\{f(x, y)\}. \quad (\text{C.7})$$

Renombrando términos de la ecuación anterior, se obtiene

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + I_4, \quad (\text{C.8})$$

donde

$$I_1 = A^2,$$

$$I_2 = |F\{f(x, y)\}|^2,$$

$$I_3 = Ae^{-i2\pi ua} F\{f(x, y)\},$$

$$I_4 = Ae^{i2\pi ua} F^*\{f(x, y)\}.$$

Para la reconstrucción, se ilumina el holograma de Fourier con un haz igual al de referencia, es decir

$$R \cdot I = R \cdot I_1 + R \cdot I_2 + R \cdot I_3 + R \cdot I_4. \quad (\text{C.9})$$

Sustituyendo I_1 , I_2 , I_3 y I_4 en la ecuación (C.9), se obtiene

$$R \cdot I = R \cdot A^2 + R \cdot |F\{f(x, y)\}|^2 + R \cdot Ae^{-i2\pi ua} F\{f(x, y)\} + R \cdot Ae^{i2\pi ua} F^*\{f(x, y)\}. \quad (\text{C.10})$$

Desarrollando los términos y omitiendo los dos primeros debido a que generan el orden cero de la difracción, se tiene para el tercer término:

$$R \cdot I_3 = Ae^{-i2\pi ua} F\{f(x, y)\}. \quad (\text{C.11})$$

Por conveniencia se sustituye la ecuación de la onda plana representada en la

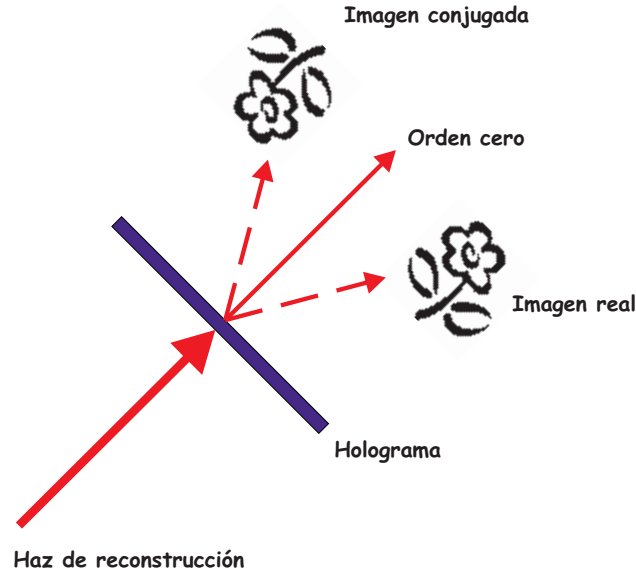


Figura C.2: Reconstrucción de un holograma. Se ilumina un holograma con luz láser; el holograma actúa como una rejilla de difracción y los haces difractados forman dos imágenes.

ecuación (C.2) en la ecuación (C.11) y omitiendo constantes se obtiene

$$R \cdot I_3 = \int \int \delta(x + a)\delta(y)e^{-i2\pi(ux+\nu y)}e^{-i2\pi ua}F\{f(x, y)\}dxdy, \quad (\text{C.12})$$

multiplicando las funciones deltas por la transformada de Fourier del objeto, y multiplicando las exponenciales se obtiene

$$R \cdot I_3 = \int \int F\{f(x + a, y)\}e^{-i2\pi[u(x+a)+\nu y]}dxdy. \quad (\text{C.13})$$

La ecuación anterior se puede interpretar como la transformada de Fourier de la transformada de Fourier del objeto desplazado $f(x, y)$, y además por la propiedad $F\{F\{f(x, y)\}\} = f(-x, -y)$, se tiene

$$R \cdot I_3 = f(-x - a, -y). \quad (\text{C.14})$$

El término anterior representa la imagen real del objeto (ver figura C.2) que se encuentra en un punto a del eje positivo x , siendo el orden $+1$ del patrón de difracción.

Desarrollando el último término

$$R \cdot I_4 = R \cdot A e^{i2\pi ua} F^* \{f(x, y)\}. \quad (\text{C.15})$$

Sustituyendo la ecuación (C.2) en la ecuación (C.15), utilizando la propiedad $F^* \{f(x, y)\} = -F \{f^*(x, y)\}$ y omitiendo constantes se obtiene

$$R \cdot I_4 = - \int \int \delta(x + a) \delta(y) e^{-i2\pi(ux + \nu y)} e^{i2\pi ua} F \{f^*(x, y)\} dx dy, \quad (\text{C.16})$$

Multiplicando las deltas por la transformada de Fourier y las exponenciales

$$R \cdot I_4 = - \int \int F \{f^*(x + a, y)\} e^{-i2\pi[u(x-a) + \nu y]} dx dy, \quad (\text{C.17})$$

haciendo un cambio de variable donde $\eta = x + a$, $x = \eta - a$ entonces $dx = d\eta$, se obtiene

$$R \cdot I_4 = - \int \int F \{f^*(\eta, y)\} e^{-i2\pi[u(\eta-2a) + \nu y]} d\eta dy, \quad (\text{C.18})$$

arreglando términos se obtiene

$$R \cdot I_4 = -e^{i2\pi u 2a} \int \int F \{f^*(\eta, y)\} e^{-i2\pi[u(\eta) + \nu y]} d\eta dy. \quad (\text{C.19})$$

Por lo tanto

$$R \cdot I_4 = -e^{i2\pi u 2a} f^*(-\eta, -y), \quad (\text{C.20})$$

Sustituyendo el valor de η en la ecuación anterior se obtiene

$$R \cdot I_4 = -e^{i2\pi u 2a} f^*(-x - a, -y). \quad (\text{C.21})$$

El término anterior representa la imagen conjugada del objeto (ver figura C.2) en la posición $x = -a$ correspondiente al orden -1 del patrón de difracción [14].

Referencias

- [1] Kevin Curtis, Lisa Dhar, Adrian Hill, William Wilson and Mark Ayres. *Holographic Data Storage From Theory to Practical Systems*. Wiley, 2010.
- [2] Joseph W. Goodman. *Introduction to Fourier Optics*. McGraw-Hill, 1996.
- [3] Laura Aparicio Ixta. *Caracterización del Norland Optical Adhesive No. 65 y Violeta de Genciana como Material Fotosensible*. Tesis de licenciatura, FCFM-UMSNH, 2007.
- [4] Eugene Hecht. *Optics*. Addison-Wesley, 2002.
- [5] Herwig Kogelnik. *Coupled Wave Theory for Thick Hologram Grating*. The Bell System Technology Journal. 48:2909–2949, 1969.
- [6] H.I. Bjelkhagen. *Principles of Polimerization*. Springer-Verlag, 1993.
- [7] P. Hariharan. *Basics of Holography*. Cambridge university press, 2002.
- [8] George Odian. *Principles of Polimerization*. Wiley-Interscience, 2004.
- [9] Norma S. Allen. *Photochemistry and Photophysics of Polymer Materials*. John Wiley & Song, Inc, 2010.
- [10] Michael R. Gleeson and John T. Sheridan. *A review of the modelling of free-radical photopolymerization in the formation of holographic gratings*. Journal of Optics A: Pure and Applied Optics, 11:024008–024020, 2009.
- [11] Mariciano Hernández Gutiérrez. *Proyección de luz estructurada para la reconstrucción de superficies en 3D*. Tesis de licenciatura, FCFM-UMSNH, 2011.

-
- [12] Mitsuo Takeda and Hideki Ina and Seiji Kobayashi. *Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry*. Journal Optical Society of America, 72:156–160, 1982.
- [13] Yenisey Del Rocio Ponce de León. *Almacenamiento Holográfico por Multiplexado Angular Simultáneo*. Tesis de licenciatura, FCFM-UMSNH, 2006.
- [14] Howard M. Smith. *Principles of Holography*. John Wiley & Sons, 1975.