



**Universidad Michoacana de
San
Nicolás de Hidalgo**



**Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas
“Luis Manuel Rivera Gutiérrez”**

**“Modelado matemático y numérico de un domo de sal
profundo con invasión de salmuera geotérmica en un
reservorio de aceite del Golfo de México”**

Tesis para obtener el grado de
Licenciada en Ciencias Físico-Matemáticas

Presenta:

Ana Yunnuen Avila Villegas

Asesor: Dr. Mario César Suárez Arriaga
Doctorado en ingeniería geotérmica y matemáticas aplicadas

Co-Asesor externo: Dr. Fernando Samaniego Verduzco
Doctorado en Ingeniería Petrolera

(DEPFI-UNAM)

Junio, 2013.

INDICE

Tablas y figuras	5
Nomenclatura básica	8
Resumen	9
CAPÍTULO 1: Preliminares	
1.1 Introducción general	10
1.2 Investigaciones previas	11
1.3 Justificación	12
1.4 Preguntas de investigación	14
CAPÍTULO 2 : Conceptos teóricos de investigación	
2.1 Petróleo	15
2.1.1 Análisis histórico del petróleo en México y el mundo	16
2.1.2 Producción nacional de petróleo	19
2.1.3 Activo Integral Bellota-Jujo	23
2.1.3.1 <i>Campo Puerto Ceiba</i>	25
2.2 Salmuera	30
2.3 Domos Salinos	33
2.3.1 Composición de los domos salinos	35
2.3.1.1 Halita	38
2.3.2 Comportamiento mecánico de las evaporitas	38
2.3.2.1 <i>Expansión térmica</i>	39
2.3.2.2 <i>Deformación elástica</i>	40
2.3.2.3 <i>Deformación inelástica</i>	40
2.3.2.4 <i>Fallas</i>	41
2.3.3 Micromecanismos de deformación	43
2.3.3.1 <i>Deslizamientos por dislocación</i>	43
2.3.3.2 <i>Deslizamiento transversal</i>	43
2.3.3.3 <i>Deslizamiento con ascenso</i>	44
2.3.3.4 <i>Recristalización dinámica</i>	45
2.3.4 Domos salinos como cavernas de almacenamiento	45
2.3.4.1 <i>Mecanismos de falla en las cavidades de almacenamiento</i>	

<i>en domos salinos</i>	51
2.4 Deformación del Domo Salino en 3D	54
2.4.1 Ecuaciones constitutivas para la respuesta mecánica de la fase sólida	54
2.4.2 Solución numérica por la técnica de Elementos Finitos	57
CAPÍTULO 3: Descripción y formulación del problema de investigación	
3.1 Permeabilidades relativas	61
3.1.1 Correlaciones de Purcell	63
3.1.2 Correlaciones de Corey	63
3.1.3 Correlaciones de Brooks-Corey	64
3.1.4 Correlaciones de Schulz-Kehrwald	64
3.1.5 Correlaciones universales para permeabilidades relativas basadas en modelos fractales	64
3.1.6 Correlaciones tipo LET	65
3.2 Ley de Darcy	66
3.3 Ecuación de continuidad	67
3.4 Saturación	69
3.5 Presión capilar	69
3.6 Porosidad	70
CAPÍTULO 4: Modelos matemáticos	
4.1 Modelo general en 3D	72
4.1.1 Invasión de salmuera en el yacimiento	75
4.2 Modelos en 1D	77
4.2.1 Modelo unidimensional en función del tiempo	77
4.2.1.1 <i>Discretización de la fase no mojante</i>	82
4.2.2 Modelo estacionario unidimensional	85
CAPÍTULO 5: Gráficas y resultados	
5.1 Solución analítica del modelo estacionario unidimensional	90
5.2 Solución numérica del modelo estacionario 1D empleando volúmenes finitos	92
CAPÍTULO 6: Método de volúmenes finitos	
6.1 Construcción del método de volúmenes finitos	99
6.1.1 Generación de la malla	100
6.1.2 Discretización de la Ecuación Diferencial Parcial	101
6.1.3 Programación y solución numérica de la EDP	101
6.1.4 Análisis y presentación de resultados	101
6.2 Método de volúmenes finitos en ecuaciones diferenciales parciales	101

6.2.1 Notación general para la aplicación del método de volúmenes finitos	102
6.2.2 Valores promedio	102
6.2.3 Aplicaciones del método de volúmenes finitos	104
6.2.3.1 <i>Problemas estacionarios</i>	104
6.2.3.2 <i>Problemas transientes</i>	117
CONCLUSIONES	126
BIBLIOGRAFÍA	128
ANEXO A: Glosario	135

TABLAS Y FIGURAS

Capítulo 2

Figura 2.1	Esquema general de una trampa petrolífera.	16
Figura 2.2	Ubicación geográfica del Activo Integral Bellota-Jujo.	23
Figura 2.3	Croquis de localización de campos del activo integral Bellota-Jujo.	24
Figura 2.4	Ubicación geográfica del campo puerto Ceiba.	25
Figura 2.5	Solubilidad de las sales respecto a la temperatura (moles / kilogramo).	35
Figura 2.6	Diagrama esquemático generalizado de un modelo conceptual del origen, migración y acumulación de aguas de formación e hidrocarburos en yacimientos Petroleros.	37
Figura 2.7	Mapa de deformaciones mecánicas para la sal.	44
Figura 2.8	Perfiles de profundidad de varias cavernas salinas.	45
Figura 2.9	Pérdida de volumen en domos salinos	52
Figura 2.10	Preservación de las cubiertas de domos salinos	54
Figura 2.11	Cargas, condiciones de frontera y geometría del modelo de campo	57
Figura 2.12	Posición del reservorio en el modelo	57
Figura 2.13	Localización y geometría del domo de sal en el modelo	58
Figura 2.14	Contorno del desplazamiento/ hundimiento vertical U3 durante la producción de aceite.	60
Figura 2.15	Contorno de la variación de poro durante la producción de aceite	60
Tabla 2.1	Producción de petróleo	20
Tabla 2.2	Producción de propiedades en los problemas mexicanos; olmeca, Istmo y maya.	21
Tabla 2.3	Producción de crudo por activo integral	22
Tabla 2.4	Producción de aceite y salmuera en el pozo 103D	26
Tabla 2.5	Producción de aceite y salmuera en el pozo 111A	26
Tabla 2.6	Producción de aceite y salmuera en el pozo 113B	27
Tabla 2.7	Producción de aceite y salmuera en el pozo 115	28
Tabla 2.8	Producción de aceite y salmuera en el pozo 130	28
Tabla 2.9	Producción de aceite y salmuera en el pozo 135	29
Tabla 2.10	Pozos activos en el campo Puerto Ceiba	29
Tabla 2.11	Datos de capo puerto Ceiba; presión de fondo promedio	30
Tabla 2.12	Almacenamiento de hidrocarburos (1000 m ³) en cavidades salinas	47
Tabla 2.13	Valor de los parámetros de materiales	58

Capítulo 3

Figura 3.1	Curvas de saturación-permeabilidades relativas de Schulz-Kehrwald	65
Figura 3.2	Volumen de control elemental para desarrollar la forma diferencial de la ecuación de continuidad	67
Figura 3.3	Arreglo cubico	70

Capítulo 4

Figura 4.1	Saturación del aceite afectada por la invasión de salmuera en el punto (150, 5550) m después de 52 días de producción	76
Figura 4.2	Saturación del aceite y salmuera después de 23 horas de que se estableciera la zona de transición (verde)	76
Figura 4.3	Saturación del aceite y salmuera después de 10 días de que se estableciera la zona de transición	76
Figura 4.4	Saturación del aceite y salmuera después de 20 días de que se estableciera la zona de transición	77
Figura 4.5	Saturación del aceite y salmuera después de 46 días de que se estableciera la zona de transición	77
Figura 4.6	Representación del medio poroso inclinado respecto a la vertical	78

Capítulo 5

Figura 5.1	fase salmuera; variación de la solución estacionaria para una saturación irreducible de salmuera del 5% y de aceite del 3% al variar el rango de las velocidades de ambas fases en forma constante.	93
Figura 5.2	fase aceite; variación de la solución estacionaria para una saturación irreducible de salmuera del 5% y de aceite del 3% al variar el rango de las velocidades de ambas fases en forma constante.	93
Figura 5.3	(a) Solución Estacionaria para una saturación Aceite. (b) Solución Estacionaria para una saturación salmuera. Saturaciones irreducibles del 10% y 5% para agua y aceite respectivamente	94
Figura 5.4	(a) Solución Estacionaria para una saturación Aceite. (b) Solución Estacionaria para una saturación salmuera. Saturaciones irreducibles del 13% y 2.9 % para agua y aceite respectivamente	94
Figura 5.5	(a) Solución Estacionaria para una saturación Aceite. (b) Solución Estacionaria para una saturación salmuera. Saturaciones irreducibles del 15.4% y 0.5 % para agua y aceite respectivamente	95
Figura 5.6	Solución estacionaria para una saturación aceite del 5% al variar la saturación irreducible de la fase salmuera entre el 3% y el 16%	95
Figura 5.7	Solución estacionaria para una saturación salmuera con una saturación irreducible de fase de entre el 3% y el 16%, manteniendo fija la saturación de aceite del 5%.	96
Figura 5.8	Solución estacionaria para una saturación aceite con una saturación irreducible de fase de entre el 3% y el 12%, manteniendo fija la	

	saturación salmuera con un valor del 5%.	96
Figura 5.9	Solución estacionaria para una saturación salmuera con una saturación irreducible de fase del aceite entre el 3% y el 12%, manteniendo fija la saturación salmuera con un valor del 5%.	97
Tabla 5.1	Información numérica del pozo PC-115 del reservorio Puerto Ceiba	92

Capítulo 6

Figura 6.1	Tipos de malla de acuerdo a la geometría empleada para su división	100
Figura 6.2	Ejemplo de malla con 5 volúmenes finitos	100
Figura 6.3	Notación para la aplicación de la técnica de volúmenes finitos.	102
Figura 6.4	Esquema de tres volúmenes finitos (con notación general, fronteras, distancias entre centroides y centroides-fronteras correspondientes)	103
Figura 6.5	Placa solida	106
Figura 6.6	Solución de la ecuación de difusión de calor (Poisson 1D) por VF comparada con la solución analítica	108
Figura 6.7	Solución de la ecuación de Laplace (1D) por VF comparada con la solución analítica de la ecuación	111
Figura 6.8	Solución de la ecuación diferencial parcial de transporte 1D por VF comparada con la solución analítica de la ecuación ($v=0.1$ m/s)	115
Figura 6.9	Solución de la ecuación diferencial parcial de transporte 1D por VF comparada con la solución analítica de la ecuación ($v=0.7$ m/s)	115
Figura 6.10	Solución de la ecuación diferencial parcial de transporte 1D por VF comparada con la solución analítica de la ecuación ($v=1.4$ m/s, $n=5$)	116
Figura 6.11	Solución de la ecuación diferencial parcial de transporte 1D por VF comparada con la solución analítica de la ecuación ($v=1.4$ m/s, $n=10$)	116
Figura 6.12	Ecuación diferencial parcial transiente de calor por MVF ($t= 400$ s)	125
Figura 6.13	Ecuación diferencial parcial transiente de calor por MVF ($t= 600$ s)	125
Figura 6.14	Ecuación diferencial parcial transiente de calor por MVF ($t= 1200$ s)	125

NOMENCLATURA BÁSICA

F	Tensor de movilidad
G	Movilidad relativa de ambas fases
K	Tensor de Permeabilidad absoluta (m^2)
K_{orw}	Punto final de la curva para la fase mojante
k_{rw}	Permeabilidad relativa de la fase mojante
k_{rnw}	Permeabilidad relativa de la fase no mojante
P_c	Presión de capilaridad (Pa)
P_i	Presión de la fase i (Pa)
S_i	Saturación de la fase i (ad)
S_{Nw}	Saturación normalizada de la fase mojante
S_{Nnw}	Saturación normalizada de la fase no mojante
v_i	Velocidad de la fase i (m/s) en la ley de Darcy
μ_i	Viscosidad dinámica de la fase i (Pa . s)
ϕ	Porosidad
ρ_i	Densidad de la fase i (m^3/kg)
λ_i	Movilidad de la fase i ($m^2/Pa/s$)
$i = 1$	Fase mojante
$i = 2$	Fase no mojante

Todas las funciones, variables y simbolos están definidos en el contexto donde aparecen en la tesis

RESUMEN

El desarrollo, aplicación y optimización de fuentes alternas de energía es cada vez más urgente para México. Sin embargo, la etapa de transición entre la era del petróleo y un mundo que no dependa ya de los hidrocarburos no es ni rápida ni fácil. Todavía hay mucho camino por recorrer y problemas sin resolver en esta etapa. Comprender dos problemas particulares (presencia de domos salinos y la invasión de salmuera en los yacimientos nacionales de producción de hidrocarburos) que se presentan durante la manipulación y extracción del petróleo es el objetivo general del trabajo de tesis presentado.

Esta tesis muestra una investigación particular de los poco conocidos domos salinos y los aspectos generales del problema de invasión de salmuera geotérmica en un yacimiento de hidrocarburos en el Golfo de México. Se presenta una recopilación de los trabajos publicados hasta el momento y los análisis matemáticos y numéricos correspondientes al problema de investigación planteado.

Para identificar los procesos de invasión de salmuera se elaboró un modelo matemático tridimensional cuyo planteamiento descansa en la aplicación de la ecuación de continuidad, la ley de Darcy y los conceptos básicos de ingeniería de yacimientos. Además se planteó la solución del modelo estacionario unidimensional como un posible perfil de la zona de contacto salmuera-aceite en un pozo petrolero en el campo Puerto Ceiba dentro del Activo Integral Bellota-Jujo. Haciendo uso de los datos de campo disponibles y un grupo de posibles variaciones para los datos de campo desconocidos, se encontraron probables perfiles del plano de contacto salmuera-aceite. De acuerdo a los resultados numéricos encontrados se puede concluir que la invasión de salmuera en el yacimiento es inevitable. La presión natural que se tiene en el acuífero subyacente al yacimiento, superará a la presión natural del yacimiento y con ello la filtración de salmuera es inevitable. Sin embargo, es posible la manipulación de la extracción de petróleo para regular la presión natural del yacimiento y con ello disminuir la filtración de salmuera, aunque ello represente un costo económico importante.

En lo que respecta a domos salinos; su deformación resulta ser pequeña pero no prácticamente despreciable. Su influencia en la depresión del reservorio repercute en la producción. Se espera que con el paso del tiempo esta masa salina pierda gran parte de su volumen o desaparezca en su totalidad. Los resultados numéricos obtenidos indican que este proceso es lento. La probabilidad de que el recurso natural se agote antes de que los domos representen un problema en la extracción de hidrocarburos es sumamente alta.

Cuidar los recursos naturales no renovables en México es sumamente importante. Finalmente el manejo adecuado de las fuentes fósiles de energía permitirá la investigación, desarrollo y aplicación de las fuentes alternas de energía tan necesarias en la actualidad. La investigación elaborada en este trabajo de tesis muestra solo un pequeño aporte al tan complicado proceso de optimización del petróleo.

CAPÍTULO 1

Preliminares

1.1 Introducción general

Desde los tiempos más remotos de nuestra civilización el ser humano ha buscado incansablemente fuentes de energía que le brinden la oportunidad de realizar con mayor comodidad sus actividades diarias; desde el descubrimiento del fuego ha comprendido la importancia de obtener energía del medio que le rodea como principio básico para su supervivencia. En la actualidad no existe un energético que aporte el rendimiento que brinda el petróleo. Su uso y explotación han permitido un avance tecnológico sin precedentes para la humanidad y un soporte económico remarcable en la historia del desarrollo de México. Sin embargo, el petróleo es una fuente de energía no renovable y con ello, el desarrollo de fuentes de energía alternas es una tarea primordial para la humanidad. Comprender los procesos de optimización del llamado “oro negro” da tiempo para que se lleve a cabo la implementación y desarrollo de las mencionadas fuentes alternas de energía. En este trabajo de tesis se presenta un problema de investigación en torno al manejo de la energía fósil en México y su relación con la geotermia.

La investigación desarrollada en este trabajo de tesis aborda un problema cada vez mayor en los yacimientos petroleros mundiales; la invasión de salmuera a la que se encuentran sujetos y la influencia que los llamados “domos salinos” pueden tener en este proceso de filtración. Si bien en todas las etapas de vida de un yacimiento de petróleo se encuentra presente el agua, existen fases en las cuales su extracción excede sobremanera la del petróleo, generando un problema económico y técnico en los yacimientos de hidrocarburos. Conocer el plano de contacto agua-aceite y los procesos de invasión nos permite tener una idea de lo que ocurre a kilómetros de profundidad, en las zonas de producción sobre las cuales no tenemos control alguno. Hacer modelaciones que aporten datos numéricos o un perfil de la zona de invasión le da a Petróleos Mexicanos herramientas que pueden ser empleadas para tomar decisiones importantes en el manejo de yacimientos nacionales y con ello lograr conseguir recuperaciones más eficientes.

El objetivo es presentar un posible perfil unidimensional de la saturación de ambas fases en la zona de transición agua-aceite y presentar los datos numéricos que arroje la simulación de la invasión de salmuera en yacimientos del Golfo de México, particularmente en el campo Puerto Ceiba del Activo Integral Bellota-Jujo. Considerando además la influencia que tiene la presencia y deformación de los domos salinos subyacentes al campo petrolero de estudio.

El presente trabajo se divide en siete capítulos. En el capítulo dos se exponen los conceptos teóricos necesarios y una breve reseña de los lugares en los que se desarrolla el problema de investigación. Los capítulos tres y cuatro exponen la parte matemática y física en la que descansa el desarrollo del modelo práctico de investigación. Posteriormente en el capítulo cinco se presentan las gráficas obtenidas del modelo matemático unidimensional, para finalmente en el capítulo seis estructurar las partes básicas del método de volúmenes finitos.

1.2 Investigaciones previas

Las evaporitas o mejor conocidas como rocas salinas representan algunas de las formaciones más complejas y visualmente impresionantes sobre la superficie de la tierra. Los diapiros salinos, formadas por masas de evaporitas [principalmente Halita (NaCl), Anhidrita (CaSO_4) y yeso ($\text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$)] son estructuras geológicas intrusivas que ascienden por las capas sedimentarias de la corteza terrestre, atravesándolas y deformándolas a través de un proceso medible en millones de años, que se conoce como diapirismo. Se denominan domos salinos a las masas de sales que deforman los sedimentos suprayacentes, pero no llegan a intruirlas.

Los trabajos publicados sobre los domos y diapiros de la denominada Cuenca Salina (región del sureste mexicano donde la presencia de cuerpos salinos es prominente) son únicamente cuatro: Trejo-García (1975), Benavides-García (1983), PEMEX (2002), y Arellano-Gil, *et al.* (2004), [Arellano-Gil *et al.*, 2004]; son trabajos muy específicos que tratan las características estructurales y génesis de los domos de manera general, y de manera particular aspectos petroleros como contenido y tipo de hidrocarburos cercanos a este tipo de estructuras.

A partir del trabajo (*Origen y características de los domos de sal de la Cuenca Salina del Istmo*, Arellano-Gil et al., 2004) realizado por parte de estudiantes de Ingeniería y ciencias de la UNAM, donde se hizo un levantamiento geológico estructural en la Región Salina del Istmo, se pudieron estudiar las principales estructuras geológicas, las características litológicas y petrofísicas de las unidades litoestratigráficas que afloran o que se encuentran en el subsuelo y que tienen alguna relación con sustancias de interés económico de la región (agua, hidrocarburos y minerales) o con problemas de contaminación ambiental.

Tomando en consideración trabajos geológicos previos sobre el Golfo de México, se interpreta brevemente el posible origen de los domos, diapiros y fallas que a la fecha son de interés económico, petrolero, minero y geohidrológico. Señalan además que la exploración y explotación de los recursos del subsuelo, sobre todo de hidrocarburos y azufre, en los domos de sal y su entorno, han afectado negativamente al medio ambiente, sobre todo en las últimas cuatro décadas. (Arellano-Gil et al., 2004)

Las estructuras dómico-diapíricas que se ubican en la parte marina a mayor profundidad, se encuentran en proceso de evaluación para conocer su potencial económico-petrolero. Respecto a la explotación de sal y/o azufre, estos productos se han extraído en los domos más someros (menos de 700 m de profundidad). Esto debido a que son más redituables al requerir menos infraestructura por su poca profundidad, porque se encuentran próximos a comunidades grandes o porque existen vías de comunicación próximas. En el caso particular del azufre es debido a la poca profundidad donde se forma, ya que existe influencia de agua meteórica que se infiltra y se pone en contacto con la parte superior del domo o diapiro, lo que favorece junto con los procesos orgánicos correspondientes la formación de importantes volúmenes de azufre en la zona del casquete o capa impermeable superior de la formación dómica.

El uso de los domos salinos también se refleja en la elaboración de cavernas artificiales en su interior, utilizadas para almacenar residuos tóxicos o industriales de gran peligro o para volúmenes importantes de hidrocarburos líquidos, como es el caso del domo Tuzandepetl, donde Petróleos Mexicanos (PEMEX), reserva petróleo crudo que se utiliza cuando por cuestiones climáticas (huracanes) o por accidentes, disminuye la producción de los yacimientos petroleros de la región.

En lo que respecta al estudio de las aguas de formación (mejor conocidas como salmuera, su estudio en nuestro país ha sido mayor. Barragán *et al.* (2001; Citado de Méndez Ortiz, 2007) presenta un estudio realizado en el Activo Luna en Tabasco (Sureste de México) para determinar la influencia de las salmueras en la incrustación de sales en tuberías, y a partir de propiedades fisicoquímicas poder minimizar el efecto por tratamiento del agua. Este trabajo es una buena aproximación acerca del modelado de las aguas de formación, con ciertas limitantes por caracterizar tan solo ocho muestras, por lo que los resultados son preliminares y caracterizan sólo en forma superficial al sistema acuoso. Un estudio más detallado lo realiza Méndez Ortiz (2007). En su trabajo de investigación se caracterizan más de 200 muestras de aguas de formación para extraer propiedades químicas y mineralógicas del agua, a partir del cual se puede tener una aproximación de la salinidad que presenta la salmuera y con su aumento determinar si ha tenido un contacto directo con los domos salinos. En general, estos trabajos representan un avance en el conocimiento de la migración de agua en esas zonas, por contar con un amplio muestreo de aguas por horizonte en un mismo campo. En lo que respecta al estudio de la producción de salmuera en el Activo Integral Bellota-Jujo, se encuentra el trabajo de Suárez Arriaga & Samaniego *et al.* (2006) que muestra una simulación numérica en 3D de dicha filtración en el pozo Puerto Ceiba con apoyo del método de elementos finitos y corroborando datos de simulación con el software comercial *COMSOL Multyphysics*.

Realizar estudios multidisciplinarios para entender los problemas de migración de agua hacia los yacimientos que se presentan actualmente en activos Mexicanos y estudiar de forma integral los domos y diapiros del sureste del país, permite no solo tener un mejor manejo del petróleo y con ello brindar tiempo útil para la aplicación de fuentes de energía alterna, sino que también puede vincular a los sectores social, académico, gubernamental y productivo.

1.3 Justificación

Un desafío fundamental al que se enfrenta nuestro país, como muchos otros países en desarrollo, es el de lograr estructurar un buen manejo y explotación de sus recursos naturales. Desde el punto de vista del consumo de energía, México emplea demasiada energía para producir poco, es decir, presenta un bajo consumo per cápita y un elevado uso por unidad de producto. Existen dos tendencias, por un lado, se tiene un uso ineficiente de la energía; por lo que existe un amplio margen para ahorrarla y aumentar la eficiencia en su uso. A nivel detallado no se cuenta con datos pero existe evidencia de que la ineficiencia energética es generalizada en todos los sectores: en el transporte, en la industria y en el propio sector energético. Por otro lado, la continuación de los procesos de urbanización e industrialización

en el país, conduce a esperar aumentos significativos de la demanda de hidrocarburos. Entre enero y mayo del 2012 se produjeron más de cuatro mil setecientas toneladas de productos petroquímicos en el país. Se puede afirmar que el petróleo tiene una importancia sin precedentes para México, ya que este representa más del 90% de la energía primaria del país. [Bauer *et al.*, 2013]

Para entender más ampliamente la importancia particular del petróleo en México, es necesario mencionar el papel que ha tomado este recurso natural como soporte a la economía nacional en los últimos años: a mediados de 1980, se pensaba que el barril de petróleo mexicano había alcanzado el precio más alto en promedio que podría presentarse anualmente durante los años siguientes; un precio record de 85.42 dólares por barril. Esto parecía claro tras acontecer la guerra Irán-Irak en 1979 y con lo cual el petróleo más económico del mundo alcanzó el precio de 20 dólares por barril para importaciones hacia Estados Unidos, donde se refinaba. Incluso superó los 30 dólares a inicios del año consecuente.

México comenzó a aumentar sus exportaciones de petróleo hacia el extranjero, posicionándose en los primeros lugares de exportaciones de crudo a nivel internacional. Paso sorprendentemente de tener una ganancia neta por exportaciones de casi tres mil ochocientos millones de dólares (MD) para el año 1979, a cerrar con una ganancia de más de diez mil millones de dólares en 1980, manteniendo a la alza su nivel de exportaciones durante los siguientes 5 años, esto sin importar que los costos de petróleo tenían una tendencia a la baja.

Cuando en 1986, el barril llega a un costo de 24.42 dólares por barril en promedio, México disminuye su valor neto de exportaciones en forma drástica. Es hasta 2003 cuando el país recupera su nivel de exportaciones, a consecuencia de que con la invasión estadounidense a Irak, el crudo recupera valor en el mercado y México aprovecha su costo promedio de entonces 30.34 dólares por barril, que aunque tentativamente era un precio bajo, durante los primeros meses en los cuales se aumenta la exportación su precio superó los 40 dólares y la ganancia neta por conceptos de venta de hidrocarburos llega a los casi dieciséis mil MD y a más de veintiocho mil doscientos setenta MD para el año 2006. Para la paraestatal el año 2011 fue uno realmente productivo. Pemex se ubicó como una de las empresas petroleras con los costos de exploración y producción más competitivos de la industria a nivel global. Actualmente Pemex es el mayor contribuyente fiscal de México y sus aportaciones representan aproximadamente una tercera parte del presupuesto total del gobierno federal.

La teoría del pico de Hubbert, también conocida como teoría pico del petróleo, predice que la producción mundial de petróleo llegará a su cenit y con ello la productividad de los yacimientos disminuirá en forma paulatina, resaltando el hecho de que el factor limitador de la extracción de petróleo es la energía requerida y no su coste económico. De acuerdo a la Organización de Países Exportadores de Petróleo (OPEP), que bombea más de un tercio del petróleo mundial, la demanda por día asciende a los 88.74 millones de barriles de petróleo por día en el año 2012 (Notimex, 2012). Los expertos señalan que se alcanzó el pico de petróleo en 2010 y en base a este dato los más optimistas auguran 100 años más de petróleo, sin embargo la duración del recurso depende de la demanda, explotación y exploración de nuevos

pozos petroleros. El control de la producción de hidrocarburos a través de equipos más eficientes y el desarrollo de otras fuentes de energía, como la nuclear o la geotérmica aun parecen estar lejos de las aplicaciones viables al mundo dependiente al petróleo en su totalidad.

La extracción adecuada del petróleo y su recuperación primaria (desprendimiento de compuestos de petróleo de las partículas orgánicas sólidas, se involucra también al transporte dentro y a través de los capilares y poros estrechos del reservorio) y secundaria (ocurre cuando el aceite expulsado pasa a través de los poros más amplios de la unidad de roca más permeable), son indispensables para garantizar la maximización del recurso energético no renovable.

Si bien en todas las etapas de vida de un yacimiento de petróleo se encuentra presente el agua, existen fases en las cuales su extracción excede a sobremanera la extracción de petróleo y con esto se genera un problema económico y técnico en los yacimientos de hidrocarburos, conocer la superficie de contacto agua-aceite y los procesos de invasión nos permite tener una idea de lo que ocurre a kilómetros de profundidad, en las zonas de producción sobre las cuales no tenemos control alguno. Hacer modelaciones que aporten datos numéricos o un perfil de la zona de invasión le da a Petróleos Mexicanos herramientas que pueden ser empleadas para tomar decisiones importantes en el manejo de yacimientos nacionales y con ello conseguir recuperaciones más eficientes.

El óptimo manejo del petróleo en la actualidad representa un eje central para los investigadores del área a nivel mundial, ya que el desarrollo y aplicación de fuentes de energía alterna es aun limitado en México como en otras partes del mundo.

1.4 Preguntas de investigación

Este trabajo de tesis presenta una investigación que tiene por objetivo general iniciar el estudio, desde la perspectiva matemática, de la deformación de los ya antes mencionados domos salinos, y su posible influencia en el problema de invasión de salmuera a yacimientos petroleros localizados en el Golfo de México. Teniendo esto en mente la investigación se centra en dar respuesta a las siguientes dos preguntas de investigación:

- a) ¿La deformación de los domos salinos representa un problema para el manejo de hidrocarburos en las zonas en las que estos cuerpos se encuentran presentes?
- b) ¿La invasión de salmuera en yacimientos nacionales se ve afectada directa o indirectamente por la presencia o ausencia de domos salinos?

Si bien este trabajo de investigación no considera a fondo la parte geológica y estructural de los domos salinos y los yacimientos petroleros, si tiene por objetivo comenzar un estudio matemático que permita generalizar el problema que actualmente se tiene en el manejo de hidrocarburos en México. Conocer un perfil de la zona de contacto salmuera-aceite en 1D proveerá de un conocimiento básico para investigaciones multidisciplinarias posteriores.

CAPÍTULO 2

Conceptos teóricos de investigación

2.1 Petróleo

La palabra petróleo (C_nH_{2n+2}) es una castellanización del latín *petroleum* cuyo significado es “aceite de roca”. Debe su nombre a su composición (similar a la de los aceites) y origen (que se presenta de forma natural en depósitos de rocas sedimentarias). Se formó como resultado de un proceso físico-químico complejo en el interior de la tierra, donde la presión y las altas temperaturas tienen un papel crucial para la descomposición de las materias orgánicas, vegetales y animales que se fueron depositando en el pasado en los lechos de grandes lagos, mares y océanos. Estos productos ascienden hacia la superficie, por su menor densidad y gracias a la porosidad de las rocas sedimentarias. Sin embargo, una vez que esto acontece, una parte del petróleo se evapora y otra parte se oxida. Cuando se dan las circunstancias geológicas que impiden dicho ascenso (trampas petrolíferas como rocas impermeables, estructuras anticlinales, márgenes de diapiros salinos, etc.), se forman entonces los yacimientos petrolíferos. En las últimas décadas se ha desarrollado la búsqueda de yacimientos en aguas profundas, los cuales, si bien tienen características similares a las que presentan los yacimientos terrestres (en cuanto a su estructuración), presentan dificultades mayores a la hora de su localización y, por añadidura, de su explotación.

El petróleo está formado principalmente por hidrocarburos, que son compuestos de hidrógeno (H) y carbono (C), en su mayoría parafinas, naftenos y aromáticos. Además de presentar cantidades variables de derivados saturados homólogos del metano (CH_4). El petróleo también contiene otros compuestos que se encuentran dentro del grupo de orgánicos, entre los que destacan los sulfuros orgánicos, compuestos de nitrógeno (N) y de oxígeno (O). Adicionalmente incluyen trazas de compuestos metálicos como sodio (Na), hierro (Fe), níquel (Ni), vanadio (V) o plomo (Pb).

La industria petrolera clasifica el petróleo crudo según su lugar de origen (por ejemplo "West Texas" o "Brent", en Texas y Europa, respectivamente) y también con base en su densidad o gravedad (ligero, medio, pesado, extrapesado); los refinadores también lo clasifican como "crudo dulce", que contiene relativamente poco azufre, o "ácido", que contiene mayores cantidades de azufre y requieren un refinamiento más avanzado.

Los especialistas afirman que habitualmente el aceite contenido en un yacimiento (trampa petrolífera) suele recuperarse únicamente en un 25% a 50%. El petróleo suele estar acompañado por gas. Ambos, por la profundidad a la que se localizan, están sometidos a altas presiones, por esa circunstancia, se mantiene en estado líquido.

Al llegar la barrena de perforación, la rotura de la roca provoca que la presión baje, por lo que, por un lado, el gas deja de estar disuelto, se expande y el petróleo fluye hacia los pozos y suele ser empujado por el agua salada que impregna generalmente la roca porosa que se encuentra por debajo del yacimiento. Estas dos circunstancias hacen que el petróleo ascienda a la superficie por expansión de fluidos.

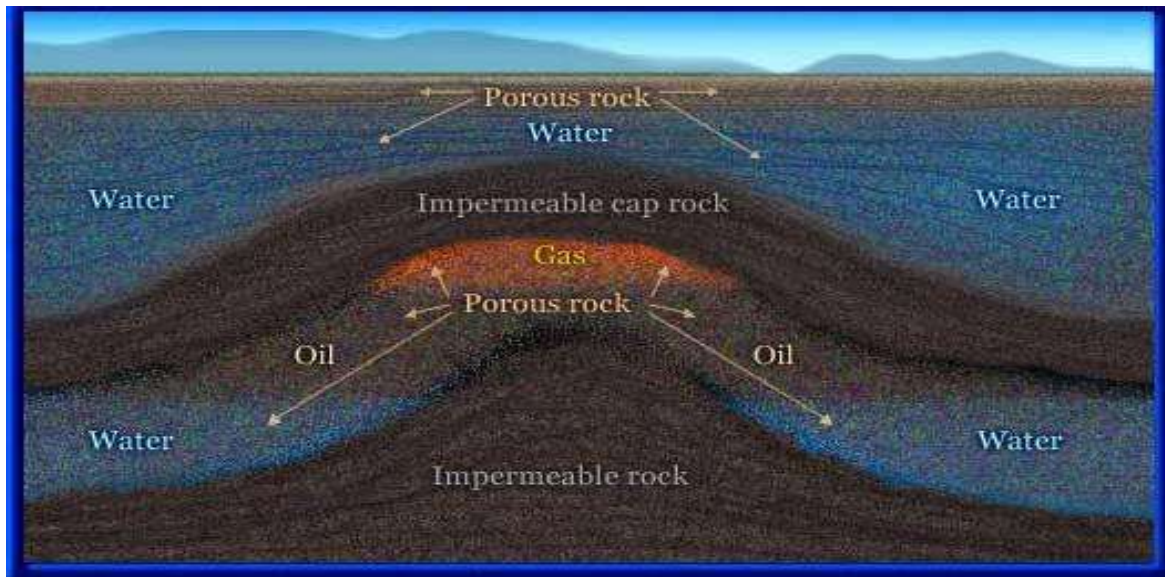


Fig. 2.1: Esquema general de una trampa petrolífera.

Sin embargo, llega un momento en que la presión del yacimiento disminuye hasta un punto en que el petróleo deja de fluir por sí solo hasta la superficie –y, por otro lado, el gas, cada vez presente en menor porcentaje, deja de presionar sobre el crudo–, por lo que hay que forzarlo mediante bombas u otros procedimientos secundarios (como la inyección de nitrógeno) para que ascienda. Este bombeo se realiza hasta el momento en que el costo del sistema de extracción es mayor que la rentabilidad que se obtiene del petróleo, por lo que el pozo se abandona.

2.1.1 Análisis histórico del petróleo en México y el mundo

En México, la existencia de aceite de base asfáltica, era ya conocida por los pobladores del México prehispánico; diversas culturas usaban el asfalto como pegamento, medicina y como fluido en los sacrificios religiosos, ya que lo quemaban delante de sus ídolos. El *chapopote*, palabra que se deriva de los vocablos *popechithi*, que quiere decir perfume, y *zaucatl*, pegamento, era mercancía común en los mercados aztecas. Sin embargo el uso y explotación del petróleo en el mundo comenzó posteriormente.

La primera crisis energética de que se tiene noticia ocurrió en la época isabelina cuando en Inglaterra comenzó a existir un fuerte desabasto de leña. A partir de ese instante se prestó particular atención al uso del carbón como fuente de energía. La invención de la máquina de vapor convirtió a este mineral en el combustible por excelencia del siglo XVIII, volviéndose la fuente de energía que sostendría la revolución industrial y que no tendría sustituto hasta el siglo XIX, cuando se lograron obtener aceites fluidos que empezaran pronto a usarse para el alumbrado. A finales del siglo XIX aparecieron los primeros motores de combustión interna y con ellos una forma sumamente atractiva de revolucionar los medios de transporte que se tenían en la época. Se establecieron además perspectivas importantes para la utilización del petróleo, sobre todo en uno de sus productos derivados, la gasolina, que hasta entonces había sido desechada por completo al no encontrarle ninguna aplicación práctica.

En nuestro país, la producción de petróleo sufrió una serie de contratiempos políticos y técnicos, que impidieron su uso y explotación inmediata. En 1901 se expidió en México la primera ley del Petróleo que faculta al Ejecutivo Federal para otorgar permisos a particulares y compañías organizadas para explorar y explotar terrenos de propiedad federal. Tres años después, el geólogo mexicano Ezequiel Ordóñez localizó para la *Mexican Petroleum Company* el prolífico pozo de La Pez, ubicado en el campo petrolero de El Ébano, la primera producción importante en México (1500 barriles diarios). En noviembre de ese mismo año, la compañía *Pearson & Son* obtuvo su primera producción comercial en los campos de San Cristóbal, en la región del Istmo de Tehuantepec.

El auge productivo de la época se observó en la expansión de las compañías encargadas de la extracción de petróleo. En 1911 comenzaron las exportaciones del crudo a los Estados Unidos, Europa y América Latina. Venustiano Carranza promulgó la Constitución política de los Estados Unidos Mexicanos en 1917 e hizo cambios en el artículo 27, restituyendo a la Nación la propiedad de las riquezas del subsuelo y con ello se imponen nuevos impuestos a la industria petrolera: una cuota de renta anual y un 5% de regalías sobre todas las tierras petroleras explotadas por los propietarios de la superficie o sus arrendadores. La crisis productiva y la baja de precios internacionales llevaron a las compañías a reducir su ritmo de producción al mínimo, y concentrarse en el mercado interno de productos derivados en espera de una nueva alza de los precios. Esto hizo que la industria petrolera Mexicana perdiera el auge de la época y se convirtiera en un negocio poco rentable. (Yunqueand, 2013)

Ante la necesidad de un control más eficiente de la industria petrolera, el gobierno creó una organización que dependía directamente del Ejecutivo, la Administración General del Petróleo Nacional (AGPN), a la que traspasó las propiedades de PETROMEX en 1937. Un año después, como respuesta a los problemas constantes que se mantenían entre los dueños de las empresas petrolíferas y sus trabajadores por los bajos sueldos a los que estaban sujetos, los empresarios (dueños de las 400 empresas que expropiaban petróleo en México con más de 200 pozos en la época) manifiestan al presidente Lázaro Cárdenas su deseo de cumplir con la sentencia de la Suprema Corte, que los obliga a elevar los salarios de los trabajadores. Cárdenas les contestó que la decisión era extemporánea y el día 18 de marzo de 1938 decretó la expropiación de la industria petrolera. La AGPN se hace cargo provisionalmente de los bienes expropiados a las compañías petroleras. Para reorganizar, concentrar y coordinar la industria nacionalizada el gobierno de México creó, el 7 de junio de 1938, a Petróleos Mexicanos (PEMEX).

Al concluir la segunda guerra mundial (agosto de 1945), los hallazgos en el medio oriente sirvieron para inundar de petróleo barato el mercado mundial, y con ello, el uso del carbón fue prácticamente eliminado del sector del transporte. Seguida por una sustitución acelerada en la generación de calor y de vapor en procesos industriales (Alvarez de la Borda, 2006).

La industria mundial del petróleo creció a pasos agigantados; esto motivó a que el 14 de septiembre de 1960 (en Bagdad, Irak), se constituyera la Organización de Países Exportadores de Petróleo (OPEP), fundada por el Ministro venezolano de Energías Juan Pablo Pérez Alfonso, junto con un grupo de ministros árabes. Posteriormente se creó el Instituto Mexicano

del Petróleo (IMP) en 1965, que surgió como parte de los esfuerzos en la integración vertical de la industria petrolera que tenía como propósito desarrollar la investigación científica propia y reducir los altos costos provenientes de la importación de tecnología.

Después de la llamada primera crisis mundial del petróleo en 1973, los campos de Tabasco y Chiapas propiciaron el repunte de la producción nacional, que alcanzó los 209.8 millones de barriles por día (YunqueLand, 2013). Para 1978 esta región petrolera proveía el 79% de la producción total del país, convirtiéndose consecuentemente en el centro principal de reservas. Poco después comenzó la explotación de depósitos submarinos en la Sonda de Campeche. *Chac*, el primer campo marino de esta zona, da pie a nuevos descubrimientos, conformándose así el complejo *Cantarell*, que para la siguiente década se convertiría en el principal productor del país (lo sería hasta el año 2008 a pesar de que su tasa de producción comenzó su declive en diciembre del año 2003). La segunda crisis de petróleo que se presenta en el mundo (1979), es la primera en afectar a México. En 1980 los precios de exportación de los crudos de tipo Istmo y Maya eran de 19.2 y 16.5 dólares respectivamente, a causa de las secuelas de la segunda crisis ya para 1986 los precios habían descendido dramáticamente a 5.8 y 4.6 dólares, además de una baja en las exportaciones de crudo (12.5% respecto al año de mayor número de exportaciones de la época que se dio en 1983).

Ya para 2004, la producción y comercialización del petróleo dió lugar a una crisis acelerada como consecuencia de la invasión estadounidense a Irak en 2003. En octubre de ese año, se alcanzó el precio más alto, 53.24 dólares por barril para el *West Texas Intermediate* (WTI) y 38.93 dólares por barril para el promedio de la canasta de crudos mexicanos. Este nivel de precios se vinculaba con una tendencia al alza iniciada desde diciembre de 1998, mes en el cual los precios habían alcanzado su cotización más baja de los últimos 25 años. En diciembre se decretó la devaluación del peso a raíz de la fuga de capitales que había sufrido el país en el último año del sexenio de Carlos Salinas de Gortari. La acumulación de una deuda a corto plazo gigantesca se destinó a cubrir el déficit de la Secretaría de Hacienda y Crédito Público. En todos los contratos de préstamos al gobierno Federal, se ofrecieron como garantía los recursos de PEMEX y con estos fondos se liquidaron estas deudas. Durante el sexenio de Ernesto Zedillo se utilizaron las utilidades de PEMEX para pagar diversas deudas y déficits a cargo de la Secretaría de Hacienda y Crédito Público. La empresa paraestatal era la tercera empresa productora de petróleo crudo más importante a nivel mundial después de *SAUDI ARAMCO* (Arabia Saudita) y *NIOC* (Irán); asimismo, estaba catalogada como la novena productora de gas natural. Para el año 2005, sus ventas internacionales ocupaban el octavo lugar, con una ganancia aproximada de 57.9 millones de dólares (Alvarez de la Borda, 2006).

En 2011 la paraestatal PEMEX se consolidó como la empresa que genera más ingresos en México y la segunda más importante en Latinoamérica. Según datos de la propia empresa, Pemex actualmente invierte más del doble de lo que destina la empresa Mexicana más grande (América Móvil) a la bolsa de valores. Con una inversión de más de 23 mil millones de dólares anuales. Además de reportar un cierre anual con ganancias de más de 124 mil 180 millones de dólares. Las mayores ganancias que ha reportado Pemex en toda su historia. Pemex es el mayor contribuyente fiscal de México, y sus aportaciones representan aproximadamente una tercera parte del presupuesto total del gobierno federal. Para la paraestatal el año 2011 fue realmente productivo. Pemex se ubicó como una de las empresas

petroleras con los costos de exploración y producción más competitivos de la industria a nivel global. Solo por mencionar un ejemplo, los costos de producción de Pemex se ubicaron alrededor de 6.12 dólares por barril, por debajo de los costos para empresas como *Total* (6.57 dólares, ubicada en Francia), *Statoil* (7.19), *Exxon* (9.45 dólares, Canadá), *Conoco* (9.70, E. U.), *British Petroleum* (10.08 dólares, Inglaterra), *Eni* (10.86), *Shell* (11.0, Holanda), *Petrobras* (12.89, Brasil) y *Chevron* (13.98 dólares por barril). Los costos de exploración y desarrollo se ubicaron en 16.13 dólares por barril, contra 18.71 de la empresa italiana *Eni*, la estadounidense *Chevron* (21.47) y la estatal Noruega *Statoil*, con 27.99 dólares por barril (La jornada, 2012).

Hasta el momento, no existe una fuente de energía que presente las características y capacidades energéticas que posee el petróleo, tanto en productividad como en rendimiento, el petróleo es el motor energético actual del mundo. El manejo y aprovechamiento de esta fuente no renovable resulta de vital importancia para México y es también un eje central de investigación y discusión internacional, ya que a diferencia de otros recursos naturales, el monto de las reservas conocidas de hidrocarburos lleva inevitablemente a prever una escasez de combustibles líquidos, en un lapso futuro de tiempo, y con ello, la maximización del recurso resulta de gran importancia.

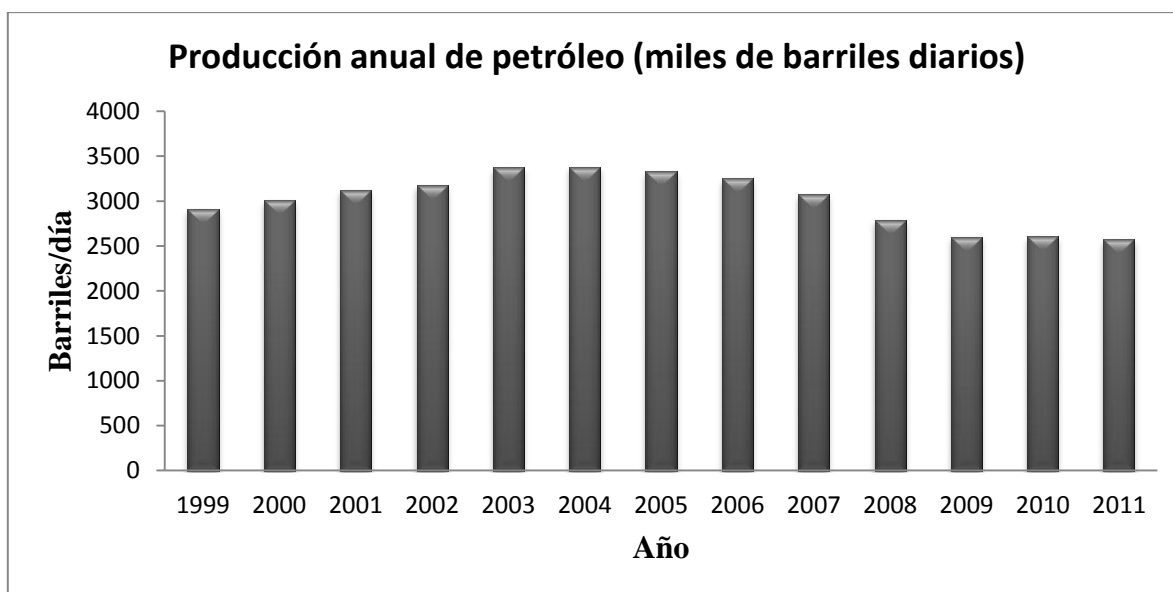
2.1.2 Producción Nacional de Petróleo

Un desafío fundamental al que se enfrenta nuestro país, como muchos otros países en desarrollo, es el de lograr estructurar un buen manejo y explotación de sus recursos naturales. El desarrollo industrial de México se finca en la utilización adecuada de estos recursos. Siendo más del 90% de la energía primaria del país, el petróleo tiene una importancia sin precedentes.

La producción de hidrocarburos en México y el precio al que se comercia dentro y fuera del país depende de varios factores: aspectos burocráticos, conflictos internacionales, precios internacionales, demanda de exportación y demanda de importación. Ejemplo de esto es el año 2004, que como se observa en la Tabla 2.1, fue el año en el que se registró la mayor producción que se ha tenido en el país en años recientes. Esto posiblemente es consecuencia de las secuelas póstumas a la invasión en Irak donde a nivel internacional existía una preocupación por el abastecimiento de crudo, los precios se dispararon (tres semanas antes de la invasión ya el precio promedio por barril rozaba los 40 dólares, su precio más alto desde 1990) y algunos países consideraron oportuno incrementar la producción y las exportaciones del recurso.

Otro ejemplo claro que se tiene de cómo los factores externos afectan claramente la producción y costos de los aceites producidos localmente, es el acontecido en el primer trimestre de 2012. Los precios de los crudos marcadores en el mercado internacional de hidrocarburos tuvieron un comportamiento al alza, después de una ligera caída durante los últimos días de enero y los primeros días de febrero.

Tabla 2.1: Producción anual de petróleo. (PEMEX, 2010, 2011 y 2012 b)



Al cierre del trimestre, los crudos alcanzaron ganancias, ante las tensiones impuestas por la aplicación de sanciones económicas por Estados Unidos y los países de la Unión Europea a Irán, debido al continuo desarrollo de su programa nuclear, así como a la reacción de este último al limitar la oferta de crudo en respuesta a dichas sanciones. Asimismo, influyó en los precios el recrudecimiento de las dificultades financieras y fiscales, sobre todo en los países más desarrollados de Europa. La persistencia de problemas en Libia, Yemen y Siria y sus repercusiones en el mercado petrolero internacional. Además de la posibilidad latente de un conflicto armado entre Irán y Estados Unidos, que ocasiono un alza importante en los precios, similar a la que se generó previamente a la invasión de Irak en 2003. También existieron aspectos importantes que se presentaron para que el precio del petróleo presentara sus etapas a la baja. Gran Bretaña anunció su alianza con Estados Unidos para liberar reservas petroleras de emergencia y favorecer a la recuperación económica. Por otro lado, el crecimiento económico de China no se esperaba que fuera de importancia durante el primer semestre del año y esto representó un decremento en la demanda del crudo.

Para exportación, en México se preparan tres variedades de petróleo crudo cuyas propiedades se pueden observar en la Tabla 2.2: Itsmo, un petróleo ligero, bajo en azufre y que constituye un tercio de la producción. Maya, que está en la clasificación de petróleos pesados y constituye casi la mitad de la producción actual. Y el petróleo Olmeca, clasificado como superligero, con el mejor precio de venta por su bajo contenido de azufre y cuya producción representa casi un quinto respecto al total anual nacional.

En el primer trimestre de 2012, el precio promedio de la mezcla mexicana de exportación alcanzó su valor máximo del trimestre en marzo, al registrar 114.62 dólares por barril, 12% por arriba del mismo mes del año precedente. El precio promedio en el primer trimestre de 2012 ascendió a 111.28 dólares por barril, 19.5% más elevado que en el primer trimestre del año previo. Por tipo de crudo, el Olmeca promedió 117.75 dólares por barril, 15.7% superior

al del mismo periodo de 2011; el Istmo 117.01 dólares, 18% más alto y el Maya 109.43 dólares por barril, que significa un crecimiento de 20.5% en relación al periodo equivalente del año previo.

Este comportamiento en uno de los sectores más importantes de la economía nacional muestra la influencia que ejercen los eventos mundiales que se desarrollan en Europa y Estados Unidos principalmente.

Tabla 2.2: Comparación de propiedades entre petróleos mexicanos; Olmeca, Istmo y Maya. (Sandoval A., 1998)

<i>Propiedades</i>	<i>Olmeca</i>	<i>Istmo</i>	<i>Maya</i>
Peso específico a 20/4 °C	0.8261	0.8535	0.9199
Grado API ¹	39.16	33.74	21.85
Viscosidad SSU ²			
15.6 °C	43.3	65.6	2156.0
21.1	40.3	57.8	1054.0
25.0	39.0	54.5	696.0
Factor de caracterización K ³	12.00	11.85	11.63
Azufre total, % peso	0.81	1.45	3.70
Carbón Ramsbottom ⁴ , % peso	1.62	3.92	10.57
Cenizas, % peso	0.006	0.007	0.074
Insolubles en nC5 ⁵ , % peso	/1.0	3.0	15.3
Insolubles en nC7, % peso	/1.0	2.09	11.2
Aceites, % peso	89.2	89.2	72.0
Parafinas, % peso	13.4	8.1	3.6

En lo que respecta a la producción por activos integrales de producción; el complejo Cantarell fue el principal productor desde su explotación inicial en 1979 y hasta el año 2009, aun pese a comenzar su etapa de declinación de producción en diciembre de 2003. Entre los principales productores de crudo en México se encuentran *Cantarell* y *Ku maloob Zaap* en la región marina del noreste. *Abkatún-Pol Chuc* y *Litoral Tabasco* en la región marina del sureste.

¹ Es una medida de densidad que, en comparación con el agua, precisa cuan pesado o liviano es el petróleo.

² Representa el tiempo en segundos para que un flujo de sesenta centímetros cúbicos salga de un recipiente tubular por medio de un orificio, debidamente calibrado y dispuesto en el fondo del recipiente, el cual se ha mantenido a temperatura constante.

³ Es un valor que permite identificar o caracterizar el tipo de crudo en cuanto a su composición química, (base parafínica, mixta, naftenica, aromática).

⁴ Residuos de carbón en el crudo.

⁵ Tipo de azufre insoluble en agua, es un contaminante que no se puede quitar fácilmente del aceite.

Cinco presidentes, Bellota-Jujo, Mascupana, Muscap y Samaría-Luna en la región sur. Mientras que en la región norte están *Poza Rica-Altamira, Aceite terciario del Golfo y Veracruz*.

Algunos de los activos mexicanos están llegando a lo que se conoce en el rubro petrolero como cenit del petróleo o teoría del pico de Hubbert. Esta teoría indica que la producción de petróleo en cualquier campo va a alcanzar un punto de producción a partir del cual disminuye su rendimiento de extracción (ver Tabla 2.3). Esto debido no solo al declive natural por ser el petróleo un recurso natural finito, sino además por los problemas técnicos que actualmente se presentan en los yacimientos de producción.

Tabla 2.3: Producción de crudo por activo integral (PEMEX, 2010, 2011 y 2012 b)

PEMEX						
Producción de crudo por activo integral (Miles de barriles por día)						
Año	2007	2008	2009	2010	2011	1T 2012
Total	3076	2792	2601	2575	2572	2537
Región Marina Noreste	2017	1746	1493	1397	1365	1305
Cantarell	1490	1040	685	558	523	455
Ku-Maloob-Zaap	527	706	808	839	842	850
Región Marina Sureste	506	500	517	544	556	583
Abkatún Pul Chuc	312	308	305	296	295	264
Litoral Tabasco	194	192	212	248	261	319
Región sur	466	459	498	532	542	517
Cinco presidentes	45	47	56	72	80	93
Bellota-Jujo	190	175	172	161	152	132
Mascupana-Muspac	44	52	70	82	87	
Samaría Luna	187	185	200	217	228	216
Región norte	87	87	93	102	109	132
Poza Rica Altamira	85	56	59	56	59	65
Aceite terciario del golfo	0	29	29	41	46	64
Veracruz	2	2	5	5	4	3

Ejemplos de ello es la producción inesperada de salmuera o la cantidad de minerales que aportan los domos salinos a la salmuera, generando posibles incrustaciones en las líneas de extracción. A fin de tener un manejo racional del llamado oro negro, se deben comprender y trabajar todos los problemas técnicos que impiden una extracción ideal de los yacimientos de petróleo. Particularmente interesa conocer la forma en que se presentan estos problemas técnicos en el yacimiento que se analiza en este trabajo de tesis, el Activo Integral Bellota-Jujo.

2.1.3 Activo Integral Bellota Jujo

La Cuenca del Sureste se divide en cinco regiones: área Mesozoica Chiapas-Tabasco, Sonda de Campeche, Cuenca Salina del Istmo, Subcuenca Terciaria de Comalcalco, Subcuenca Terciaria de Macuspana y el Depocentro de Chiapas (2013). Constituye el área petrolera más importante de México con una extracción diaria de más de tres millones de barriles (97.5% de la producción diaria promedio de México) y contiene el 67% de reservas probadas nacionales (2012). Aun cuando en esta cuenca se han explotado yacimientos desde principios de siglo, la producción acumulada se debe principalmente a la explotación de los campos Chiapas-Tabasco, descubiertos en 1972 y los campos de la Sonda de Campeche en 1976 (González y Holguín, 1991b; citado de Méndez Ortiz, 2007).

La sede del Activo Integral Bellota-Jujo se localiza en la ciudad de Comalcalco, a 30Km de Villahermosa, Tabasco. Los campos petroleros que comprenden este activo se ubican en los municipios de Comalcalco, Paraíso, Jalpa de Méndez, Nacajuca, Cunduacán, Cárdenas y Huimanguillo (Sánchez Díaz, 2011).



Fig. 2.2: Ubicación geográfica del Activo Integral bellota-Jujo.

El activo integral Bellota-Jujo se localiza en el área Mesozoica Chiapas-Tabasco, que fue descubierta en 1972 con la perforación de los pozos Cactus-1 y Sitio Grande-1. El área representa la mayor riqueza petrolera del sureste de México, por la calidad de sus hidrocarburos y por los campos gigantes que en ella se han descubierto.

Entre los principales campos petroleros que forman parte de Bellota-Jujo, se encuentran los de Jujo, Tecominoacan, Cárdenas, Puerto Ceiba, Mora, Bellota, Edén, Jolote, Jacinto, Fénix, Paredón, Tintal, Ayapa, Yagual, El Golpe, Castarrical, Chinchorro y Santuario, entre otros que pueden apreciarse en la figura 2.3. (PEMEX, 2012a)

El Activo Integral Bellota-Jujo se ha consolidado como uno de los productores principales de hidrocarburos en México. Solo por mencionar un ejemplo de la importancia que tiene este activo para el país debo señalar que en 1999 obtuvo el 4° lugar en producción nacional de hidrocarburos, con una producción de 228 500 barriles diarios.

Por otro lado, en el año 2008, este Activo junto con los de Samaria Luna y Marina Suroeste y Noroeste aportaron el 93% del total anual producido (CNN Expansión, 2009).

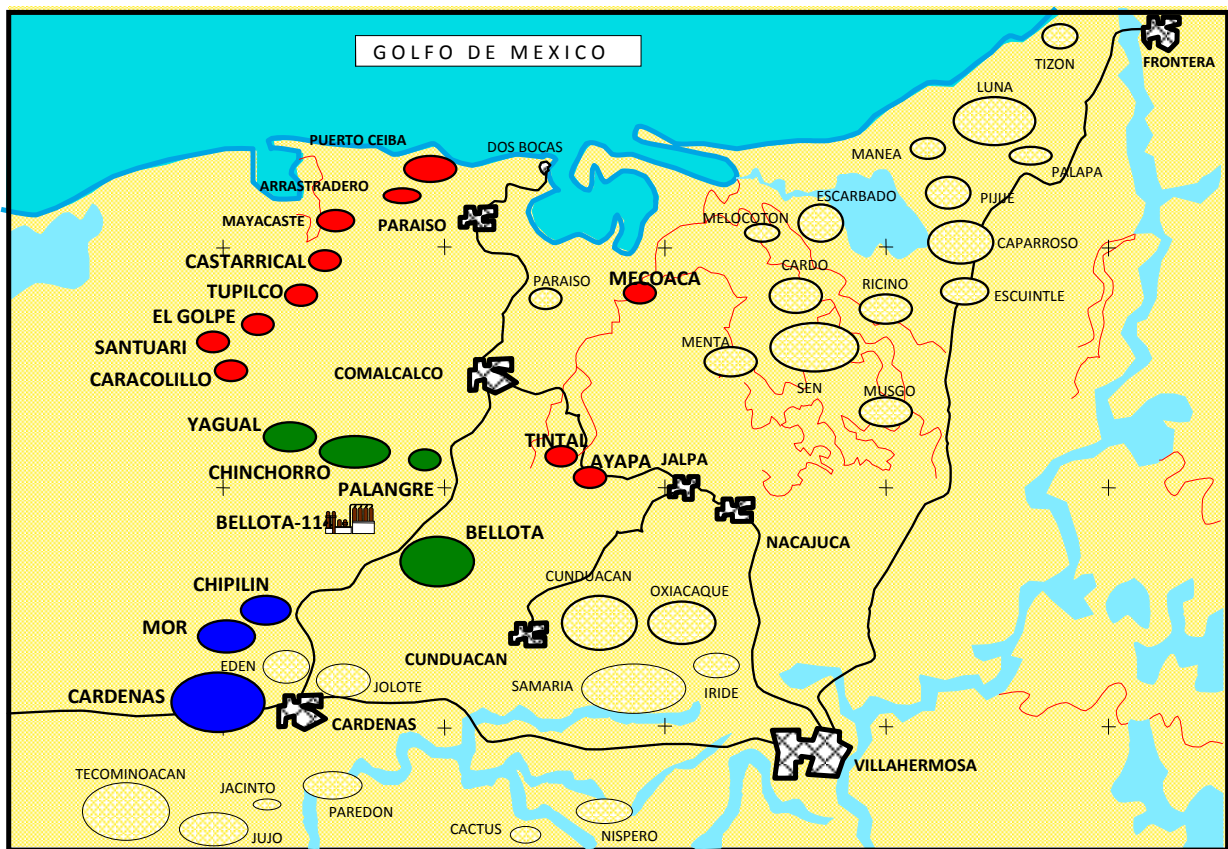


Fig. 2.3: Croquis de localización de campos del Activo Integral Bellota-Jujo (PEMEX, 2012)

Sin embargo los datos de producción que presenta la paraestatal indican que al parecer este Activo comenzó su etapa de declinación de producción en el año 2007. Esto pese a que algunos de los campos principales que producen el recurso en este Activo alcanzaron su cenit en años anteriores. Haciendo un análisis de los datos que presenta PEMEX en sus anuarios estadísticos de los últimos años, se puede observar claramente que la producción de petróleo en el campo Jujo disminuyó paulatinamente desde 1999, presentando una variación 2009/2008 de -18.1% en producción y una del -38.8% para la de 2010/2009. Mientras que el campo Puerto Ceiba tuvo una variación de -25% en 2009/2008 y de -22.8% en la variación

2010/2009, comenzó su etapa de declinación en 2006 continuando hasta la fecha. La producción del campo Cárdenas, ha tenido variaciones en producción; pese a que aún no se ve claramente que alcance su pico de producción, ya no ha tenido producciones mayores a las que presentó en los años noventa. (PEMEX, 2010 y 2011)

De acuerdo al primer informe trimestral de 2012, se obtuvieron 516 900 barriles diarios en la Región Sur, presentando una disminución del 4.6% respecto al primer trimestre del año anterior. Esto como resultado de la declinación natural de la producción e incremento en el flujo fraccional de agua. (PEMEX, 2012b)

2.1.3.1 Campo Puerto Ceiba

Dentro del Activo Integral Bellota-Jujo se localiza el campo Puerto Ceiba, ubicado a 20 km al noroeste de la ciudad Paraíso Tabasco y a 12.5 km de la Terminal Marítima Dos Bocas.



Fig. 2.4: Ubicación geográfica del campo Puerto Ceiba.

El campo inició su producción en 1985 con la explotación del pozo Puerto Ceiba-1 (PC-1), produciendo 0.5 millones de pies cúbicos por día (MMPCD) de gas y aceite respectivamente. Desde entonces este campo petrolero se encuentra en desarrollo.

En este conjunto de yacimientos se han presentado altos índices de problemas técnicos de operación. Varios de los pozos que conforman el campo han tenido que taponarse por causas diversas; ya sea por accidentes mecánicos o por encontrar columnas no programadas (principalmente de sal) en su perforación. Con los índices de alta producción, presiones de fondo y superficie y las altas temperaturas en algunos de los pozos, se ha optado por cambiar la explotación y desarrollo de producción en varias ocasiones además de realizar modificaciones en el diseño que se tenía en las instalaciones del campo. Ejemplo de esto es el pozo 101-A con una producción de 2000 barriles por día (BPD) de aceite y el segundo pozo que entró en operación en Puerto Ceiba, cerrándose en 1988 por problemas de asfáltenos. Su

producción se retoma en 1990 para en 1991 ser cerrado en forma definitiva por no aportar hidrocarburos a causa de taponamientos por asfáltenos.

Tabla 2.4: Producción de aceite y salmuera en el pozo Puerto Ceiba 103 D.

Producción Pozo PC-103D		
<i>Fecha</i>	<i>Aceite (MBBL)</i>	<i>Agua (MBBL)</i>
01/06/2003	20.304088	0
01/11/2003	139.952277	0
01/12/2003	236.421854	0
01/01/2004	238.795070	0
01/06/2004	217.091955	0
01/07/2004	205.669793	40.47347
01/01/2005	91.759854	38.83690
31/01/2006	57.098716	44.26100
31/01/2007	36.145317	34.11834
31/01/2008	54.544076	43.21635
31/01/2009	35.474907	48.52989
28/02/2009	32.052821	43.84563
31/03/2009	35.436733	48.49158

Tabla 2.5: Producción de aceite y salmuera en el pozo Puerto Ceiba 111 A.

Producción Pozo PC-111A		
<i>Fecha</i>	<i>Aceite (MBBL)</i>	<i>Agua (MBBL)</i>
01/06/2000	153.689616	0
01/07/2000	214.935248	0
01/01/2001	220.533339	0
01/01/2002	220.533339	0
01/01/2003	279.030246	0
01/01/2004	345.383980	0
01/12/2004	320.477490	13.69890
01/01/2005	317.848385	21.62827
31/01/2006	192.190320	39.97820
31/01/2007	145.772874	65.72240
31/01/2008	126.898162	60.84327
31/01/2009	67.258903	66.30161
28/02/2009	60.935582	60.06139

En 1988 se perforó el pozo PC-103 hasta una profundidad de 5800 m, con una producción inicial de 2400 BPD, terminando su etapa de producción en 2002 y retomando la extracción de hidrocarburos en la zona por medio de la perforación del pozo PC-103D siendo un productor actual de hidrocarburos y aportando salmuera desde julio del año 2004 (Tabla 2.4).

Como se puede observar en los datos que se presentan a continuación, un problema técnico muy frecuente en el campo Puerto Ceiba es la invasión de salmuera (véase sección 2.2) en los yacimientos.

Los datos de campo a los que se tiene acceso arrojan datos de producción de agua salobre en metros cúbicos, sin embargo, en las tablas de producción que presento se puede observar una conversión de unidades mostrando la expresión correspondiente al número de miles de barriles (159 litros por barril de petróleo mexicano) correspondiente por cantidad de salmuera con el propósito de hacer una comparación equivalente de producción.

En el campo petrolero Puerto Ceiba los pozos que reportan producción creciente de salmuera son los pozos PC-113B, PC-115, PC-135 y PC-130. Como se puede observar en las tablas de producción por campo, para el año 2009 la producción de salmuera en el pozo PC-103D excedió la producción de aceite del yacimiento. Este suceso ocurrió también en los pozos 115 y 113B en 2006, y en los pozos 130 y 135 en el año 2004. Por otro lado el pozo PC-111A muestra un incremento constante en la producción de barriles de salmuera desde diciembre de 2004.

Tabla 2.6: Producción de aceite y salmuera en el pozo Puerto Ceiba 113B.

Producción Pozo PC-113B		
<i>Fecha</i>	<i>Aceite (MBBL)</i>	<i>Agua (MBBL)</i>
01/03/1998	46.206267	0
01/01/1999	250.861151	0
01/01/2000	218.149433	0
01/01/2001	342.791875	0
01/01/2002	318.764113	0
01/01/2003	343.766823	0
01/01/2004	395.890081	0
01/01/2005	198.851664	21.09831
31/01/2005	198.852027	21.09001
31/01/2006	53.061433	95.92331
31/01/2007	26.811087	97.62648
31/01/2008	29.131020	138.09031
31/01/2009	11.613257	78.48312
28/02/2009	10.566864	70.96412
31/03/2009	13.869009	66.28894

De acuerdo a datos de PEMEX (Tabla 2.10), el campo Puerto Ceiba contaba con 13 pozos activos a finales de 2010. Sin embargo es un campo petrolero joven e intentar dar solución a los problemas técnicos del campo es fundamental para que este continúe con su desarrollo.

Tabla 2.7: Producción de aceite y salmuera en el pozo Puerto Ceiba 115.

Producción Pozo PC-115		
<i>Fecha</i>	<i>Aceite (MBBL)</i>	<i>Agua (MBBL)</i>
01/11/2001	219.187282	0
01/12/2001	359.057789	0
01/01/2002	360.145957	0
01/01/2003	222.237927	23.88751
01/01/2004	61.679642	90.29014
01/02/2004	23.393103	42.34404
01/06/2004	0.000000	0
30/09/2005	0.150430	0
31/10/2005	0.243548	0
30/06/2006	0.314009	9.92796
31/07/2006	0.964140	30.77692
31/08/2006	0.422991	14.10736
31/01/2007	3.627606	20.14265
31/01/2008	7.297174	25.63830
29/02/2008	10.880977	24.36974
31/03/2008	3.868227	8.93153

Tabla 2.8: Producción de aceite y salmuera en el pozo Puerto Ceiba 130.

Producción Pozo PC-130		
<i>Fecha</i>	<i>Aceite (MBBL)</i>	<i>Agua (m³)</i>
01/12/2003	236.195414	0
01/01/2004	383.754810	0
01/12/2004	351.517431	0
01/01/2005	332.753471	15.66874
31/01/2006	130.731066	155.96435
31/01/2007	55.750856	162.06899
31/01/2008	95.621376	179.46006
31/01/2009	47.961246	188.65212
28/02/2009	45.789744	151.48742
31/03/2009	51.431695	167.46362

Tabla 2.9: Producción de aceite y salmuera en el pozo Puerto Ceiba 135.

Producción Pozo PC-135		
<i>Fecha</i>	<i>Aceite (MBBL)</i>	<i>Agua (MBBL)</i>
01/04/2003	35.859233	0
01/09/2003	278.067878	0
01/10/2003	286.327895	19.29932
01/01/2004	157.655454	63.03296
01/03/2004	3.132415	45.96033
01/04/2004	0.000000	0
01/06/2004	0.000000	0
31/10/2005	0.274804	12.93184
30/06/2006	0.018869	0.42094

Tabla 2.10: Pozos activos en el Campo Puerto Ceiba (dato aproximado)

Pozos Activos en Campo Puerto Ceiba			
<i>Año (Julio)</i>	<i>Número de pozos activos</i>	<i>Año (Julio)</i>	<i>Número de pozos activos</i>
1985	2	2001	4
1988	1	2002	5
1990	2	2003	7
1991	1	2004	11
1992	3	2005	15
1993	2	2006	19
1994	4	2007	17
1996	2	2008	16
1998	6	2009	17
1999	5	2010	13
2000	6		

Puerto Ceiba tuvo una variación de -25% en 2009/2008 y de -22.8% en la variación de producción de aceites en 2010/2009 de acuerdo a datos de la paraestatal. Se cree que el campo comenzó su etapa de declinación en 2006 debido a la baja producción de hidrocarburos que ha sido constante desde entonces (PEMEX, 2012b). Además la presión de fondo (Tabla 2.11) que en promedio presentan los yacimientos del campo ha disminuido con el paso del tiempo y con eso la recuperación primaria en el conjunto petrolero se complica.

Tabla 2.11: Datos de Campo Puerto Ceiba, presión de fondo promedio.

Presión de Fondo en Puerto Ceiba		
<i>Año</i>	<i>P promedio (Psi)</i>	<i>P promedio (MPa)</i>
1998	16641.9012	114.7419
1999	16471.2064	113.5650
2000	15006.1515	103.4638
2001	16357.4243	112.7805
2002	15865.5144	109.3889
2003	15578.6588	107.4111
2004	14343.1697	98.8927
2005	13321.5096	91.8486
2006	12908.1377	88.9985
2007	12396.7728	85.4729
2008	9896.9520	68.2371
2009	11236.8393	77.4753

Pese a esto la etapa de investigaciones en Puerto Ceiba continua con la finalidad de extraer la mayor cantidad de hidrocarburos de la zona y lograr entender los fenómenos físicos que se presentan en la misma. Actualmente se tiene la aplicación del proyecto Puerto Ceiba Marino, cuyo objetivo radica en la perforación de 11 pozos en aguas territoriales y parte de la costa del municipio Paraíso Tabasco en el periodo 2006-2015. [Sánchez Díaz, 2011]

2.2 Salmuera

Existen varios términos descriptivos para los fluidos acuosos profundos en cuencas sedimentarias: salmuera, agua de formación, agua conificada, intersticial, etc. Esta variedad existe debido al hecho de que las aguas pueden clasificarse de acuerdo a su salinidad y origen, que generalmente es distinto al de los solutos que contienen. Así como de su composición química, producto principalmente del ambiente de depositación e interacción con la roca del reservorio.

Se analizaran brevemente algunas de las diferentes clasificaciones que se tienen para el agua que se extrae en los yacimientos.

- La salmuera es agua con una alta concentración de sal (NaCl) disuelta. Por extensión, también se llama salmuera a disoluciones altamente concentradas de otras sales. Son ejemplo de ello la salmuera de cloruro de calcio y la de dicromato sódico ($\text{Na}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$). Se puede considerar a la salmuera como un tipo de agua salobre, con la única diferencia de que esta última tiene una menor concentración de sal. La salmuera generalmente es agua de los océanos atrapada en el proceso de formación de los reservorios.
- El agua intersticial (conocida también como agua connata), es el agua retenida en el espacio poral (o intersticios) de una formación desde que fue creada. Este tipo de agua

reduce el espacio poroso permitido para la acumulación de petróleo o gas. El agua connata varia con el ambiente depositacional. En los sedimentos marinos se trata de agua de mar, en los depósitos lacustres y fluviales se trata de agua dulce. Mientras que en los depósitos evaporíticos el agua intersticial corresponde a una salmuera de alta salinidad.

- Se le llama conificación de agua a la superficie en forma de cono que toma el contacto agua-petróleo alrededor de un pozo de petróleo. Tal superficie se forma cuando la zona productora de petróleo está localizada en una arena cuya parte inferior (fondo) es agua y debido a la alta tasa de producción o empuje hidrostático de fondo, el contacto agua-petróleo se levanta debajo del pozo, formando una superficie cónica alrededor del mismo. La conificación implica un movimiento vertical hacia arriba del contacto agua-petróleo y supone una zona acuífera debajo del pozo productor. La producción prematura de agua es a menudo el resultado de la conificación cerca de un pozo productor cuando el agua proviene del nivel de agua libre generalmente en la dirección vertical. De aquí que el agua que se extrae de los pozos llegue a tener el nombre de agua conificada.
- El agua presente en el yacimiento en el momento en que es penetrado por una barrena de perforación se denomina agua de formación. El agua de formación o agua de producción está asociada al petróleo existente en los yacimientos y sale a la superficie junto con los hidrocarburos en producción.

Se empleó el término “salmuera” en este trabajo de tesis porque es el denominativo más común para el agua que se extrae en yacimientos de hidrocarburos o en los de producción geotérmica.

La composición de la salmuera depende de una serie de parámetros que incluyen el ambiente depositacional, la mineralogía de la formación, su historia de presión y temperatura, así como del influjo o la migración de los fluidos. De acuerdo a Abdou *et al.* (2011), los análisis realizados en aguas de formación en Noruega, Medio Oriente, el Golfo de México y China ilustran los métodos de recolección de muestras de agua de alta calidad y muestra como el análisis del agua de formación, tanto en condiciones de fondo de pozo como de superficie contribuyen a la comprensión y desarrollo de los yacimientos. El agua de formación es rica en información referente a la roca en la que reside y puede proporcionar datos cruciales para los análisis en todas las fases de la vida productiva de un campo, establece además la salinidad y la resistividad del agua para la evaluación petrofísica.

Estas soluciones acuosas contienen componentes iónicos, los cuales incluyen cationes tales como el Sodio (Na), Magnesio (Mg), Calcio (Ca), Potasio (K), Manganeso (Mn), Estroncio (Sr), Bario (Ba), Hierro (H); aniones como el Cloruro (Cl), el Sulfato (Na_2SO_4), el Bicarbonato, el Carbonato (NaHCO_3), el Hidróxido, el Borato (BO_3^{3-}) y el Fosfato. Puede incluso contener gases disueltos, tales como el Dióxido de Carbono (CO_2) y el ácido

Sulfhídrico (H_2S), Nitrógeno (N), ácidos orgánicos, bacterias sulfato-reductoras, sólidos disueltos y suspendidos, e incluso tazas de compuestos de hidrocarburos.

La salmuera presente en Bellota-Jujo se caracteriza por tener una temperatura y contenidos de Cloruro de Sodio altos. Puede contener metales pesados y fracciones de crudo en emulsión o dilución. Este fluido es muy tóxico debido a su alto contenido de sodio. El agua de mar tiene una concentración de 35,000 ppm (partes por millón) de sodio; sin embargo, el agua producida de los reservorios de hidrocarburos tiene una concentración de sodio entre 150,000 y 180,000 ppm aproximadamente. La producción de este fluido ha llegado a ser de preocupación para la industria hidrocarburífera debido a que este fluido se tiene que tratar cuidadosamente y el costo de este proceso es elevado. De acuerdo a las leyes ambientales de cada país, esta (agua) puede ser reinyectada o descargada en el medio ambiente siempre y cuando cumpla con las especificaciones y parámetros químicos adecuados. Sin embargo, la reinyección del agua de formación puede contaminar acuíferos de agua dulce subterráneos. Esto representa un serio problema porque las personas no podrían saber que están tomando agua contaminada con fluidos tóxicos. Los derrames de agua de formación son comunes en las operaciones petroleras y a consecuencia de ello, grandes áreas de tierra cultivable han sido dañadas. Esto obliga a las personas a deforestar áreas para acceder a nuevas tierras de cultivo.

En México el proceso de tratamiento para la salmuera se lleva a cabo por medio de reinyección o ubicación de aguas en lagunas especiales de evaporación (en Michoacán existe una de estas lagunas en el campo geotérmico Los Azufres para el tratamiento de salmuera), dependiendo de sus propiedades químicas y ubicación.

De acuerdo con Kharaka y Hanor (2004; citado de Méndez Ortiz, 2007) el movimiento de las salmueras petroleras depende de un gran número de mecanismos, dentro de los que se incluye principalmente la sedimentación, compactación, gradiente topográfico, variaciones en la densidad del fluido, condiciones de permeabilidad y gradientes de presión

El movimiento de los fluidos ocurre en dirección hacia donde decrece la presión. Por ello la producción del agua de formación se incrementa a medida que se drenan los reservorios de petróleo y gas. A medida que se producen los fluidos de yacimiento, la reducción de presión asociada puede causar la liberación de gas a partir de la solución y precipitación, además de la depositación de sólidos en los poros del yacimiento y sobre la tubería de producción y el equipamiento de fondo del pozo. Por ejemplo, a medida que se reduce la presión, el agua de formación libera CO_2 , el pH del agua se incrementa y la solución se supersatura con carbonatos de calcio, lo que puede producir la depositación de incrustaciones que eventualmente obstruyen el flujo. Dichas incrustaciones pueden depositarse en la formación o en la tubería de producción. Si la incrustación es demasiado espesa, es poco lo que se puede hacer excepto extraer la tubería y reemplazarla; a un costo significativo.

Para los yacimientos propensos a sufrir incrustaciones, el análisis de las aguas de formación se lleva a cabo una vez cada dos semanas. El incremento de los niveles de ácido sulfhídrico incrementa los riesgos de seguridad para el personal de los campos petroleros, reduce el valor de venta de los hidrocarburos producidos e incrementa las tasas de corrosión en los equipamientos de fondo de pozo y en las instalaciones de superficie. La comprensión de las

propiedades del agua y el modelado de sus cambios a lo largo de toda la vida productiva del yacimiento ayudan a los ingenieros químicos a pronosticar la generación del ácido sulfhídrico y poder así tomar decisiones informadas acerca de la selección de los materiales y el diseño de las instalaciones.

Actualmente se observan producciones crecientes de salmuera en los campos de petróleo a nivel mundial. En el mayor de los casos, los reservorios producen más agua que petróleo. Por ejemplo, los campos de petróleo en el Bloque 16 en la Amazonía Ecuatoriana producen casi 85% de agua de formación y solo 15% de crudo del total de su producción. La pregunta lógica es ¿Por qué continua en funcionamiento este activo petrolero? En países con reservas de hidrocarburos limitadas el costo de extracción es menor, aun con la invasión de salmuera, que el costo de importar petróleo de otros países.

Desde los años noventa el incremento de la invasión de aguas profundas en los pozos productores de Petróleos Mexicanos (PEMEX), ha causado problemas técnicos significativos en la producción petrolera de algunos activos. El campo Puerto Ceiba en el Activo Integral Bellota-Jujo es un claro ejemplo de ello (ver Tablas 2.5 a 2.10).

La misión del estudio de las aguas de formación es prolongar la vida útil de los pozos petroleros explotados, a través de la identificación de invasiones de agua que causan pérdidas económicas considerables. Todo esto a través de la determinación del origen y la interacción agua-roca de las salmueras, con lo que se logra una reconstrucción de la comunicación hidráulica entre los pozos por la hidrodinámica de acuíferos profundos. (Méndez Ortiz, 2007)

2.3 Domos Salinos

Las rocas salinas (evaporitas) y sus derivados representan algunas de las formaciones más complejas y visualmente impresionantes sobre la superficie de la tierra. Los diapiros salinos, formadas por masas de evaporitas [principalmente Halita (NaCl), Anhidrita (CaSO_4) y yeso ($\text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$)] son estructuras geológicas intrusivas que ascienden por las capas sedimentarias de la corteza terrestre, atravesándolas y deformándolas a través de un proceso medible en millones de años, que se conoce como diapirismo. Se denominan domos salinos a las masas de sales que deforman los sedimentos suprayacentes, pero no llegan a intruirlas.

Muestras extraídas del Golfo de México en la costa de los Estados Unidos, sostienen la teoría de que estas formaciones salinas comenzaron su estructuración a partir del Jurásico medio y posiblemente poco después y/o antes de dicha era (Posey, *et al.*, 1987; Salvador *et al.*, 1982; Land *et al.*, 1992), con el impacto de un meteoro, formando el cráter Chicxulub en Yucatán. Durante esta primera etapa de formación, se formó una extensa cuenca oceánica en la que se depositó una secuencia gruesa de más de 1500 m de evaporitas, producto de una trasgresión generalizada que originó el Golfo de México. Se cree que al incrementarse el hundimiento del fondo oceánico las condiciones ambientales cambiaron, por lo que sobre las evaporitas se acumuló una gruesa secuencia siliciclástica de mayor densidad (areniscas y lutitas), que posteriormente en el Oligoceno Tardío-Mioceno Temprano se vio afectada por la tectónica

salina (intrusión), con lo que se formaron domos, diapiros y fallas importantes. Posteriormente, la corriente marina presente en Yucatán, permitió que esa gran masa salina fuera separada, dejando formaciones, hacia el lado oeste de lo que ahora forma la plataforma de Yucatán. La masa de sal fue compactada por sedimentos del jurásico tardío, así como del Mesozoico y de la etapa terciaria.

El origen de los domos salinos se explica mejor con la teoría del flujo plástico, la cual indica que la sal en condiciones estándar tiene una densidad de 2.2 gm/cc (gramo por centímetro cúbico), pero bajo ciertas condiciones ambientales (como de presión y temperatura) la masa de los sedimentos que la cubre ejerce una fuerza compresiva hacia abajo, la densidad disminuye y la sal comienza a fluir como una sustancia plástica. Una pequeña fractura en los sedimentos del estrato superior, la presencia de sedimentos de densidad mayor o una masa ligeramente superior por encima de su entorno provocaría el movimiento ascendente de la sal. Una vez que comienza este movimiento ascendente, la sal se mueve en la región que rodea a la estructura salina para sustituir la sal que fluye hacia arriba para formar el domo salino. El movimiento ascendente del domo sigue mientras se pueda continuar “alimentando” de sal o hasta que el movimiento ascendente se detenga por una formación más rígida. Una vez que se alcanza el equilibrio el movimiento ascendente del domo salino cesa, no obstante puede comenzar de nuevo si se añade una sobrecarga lo suficientemente pesada, la cual nuevamente aumenta la carga de presión sobre la masa parental de sal. (Hanson, 1999)

Son numerosos los domos y diapiros que se encuentran en el subsuelo Mexicano a diferentes profundidades en el Estado de Tabasco, en la parte sur del Estado de Veracruz y en la Plataforma Continental en el Golfo de México. Las estructuras geológicas dómico-diapíricas que se encuentran en el subsuelo del sureste de México se han estudiado de manera particular desde mediados del siglo pasado por Petróleos Mexicanos o por empresas interesadas en el estudio de los importantes acuíferos y numerosas corrientes de agua superficiales relacionados con los domos salinos y la explotación de hidrocarburos, sales o azufre.

Al ser las formaciones de sal prácticamente impermeables (se han medido permeabilidades de 5×10^{-12} a 1×10^{-6} m/s), los domos salinos forman estructuras geológicas de gran interés económico, petrolero, minero y geohidrológico. Un ejemplo claro de ello es el uso que se le da a estas estructuras geológicas como importantes cavernas de confinamiento. Los domos salinos se han vuelto un foco de atención por su importancia estratégica en el control de hidrocarburos y desperdicios tóxicos. En los últimos treinta años desde su uso pionero por parte de Alemania con la caverna Huntorf (Hernández y Fernández, 2006) países como Brasil, Francia, Canadá, China, Rusia, México, Suiza, España, Reino Unido y Estados Unidos, entre muchos otros, han usado la tecnología de disolución de la sal (lixiviación) para construir cavernas subterráneas en domos salinos. Su importancia económica es única en la superficie de la tierra, como las evaporitas en el Medio Oriente son responsables de atrapar más del 60% de sus reservas de hidrocarburos (Edgell, 1992; citado de Davison, 1996).

El estudio de estas formaciones se ha incrementado en todo el mundo debido a la presencia que tienen cerca de muchos yacimientos de petróleo y gas en el mundo. Principalmente en Medio Oriente y en forma significativa en el Golfo de México.

En un comienzo los mantos sedimentarios se depositaron en sentido horizontal, pero los movimientos y cambios violentos que han sacudido a la corteza terrestre variaron su conformación y, por consiguiente, los sitios donde se encuentra el petróleo. Esto es el motivo por el que actualmente se pueden encontrar yacimientos en anticlinales, fallas, y particularmente cerca de domos salinos. Esto ha motivado a PEMEX para que la estrategia exploratoria de nuevos yacimientos en México se centre desde hace más de dos décadas en la observación de áreas con tectónica salina.

2.3.1 Composición de los domos salinos

La composición química de los domos salinos tiene pocas variaciones para las muestras que han sido estudiadas en la costa Norteamericana del Golfo de México. Su composición consiste en diferentes sales con un cierto porcentaje de impurezas.

En general, las sales son compuestos iónicos que forman cristales, generalmente solubles en agua, donde se separan los dos iones (Na y Cl por ejemplo). Las evaporitas (formadas por cristalización de sales disueltas en lagos y mares costeros) se comportan como un fluido no Newtoniano en el sentido de que la sal fluye lateralmente de áreas de alta concentración a áreas de baja concentración, a consecuencia de la alta plasticidad que presenta en los depósitos profundos donde se encuentra sometida a tensiones por encima de su límite elástico. Este proceso se interrumpe únicamente por la resistencia friccional en las capas de las fronteras a lo largo de los bordes del cuerpo salino. Su deformación es proporcional a una potencia más alta del tensor de esfuerzo aplicado.

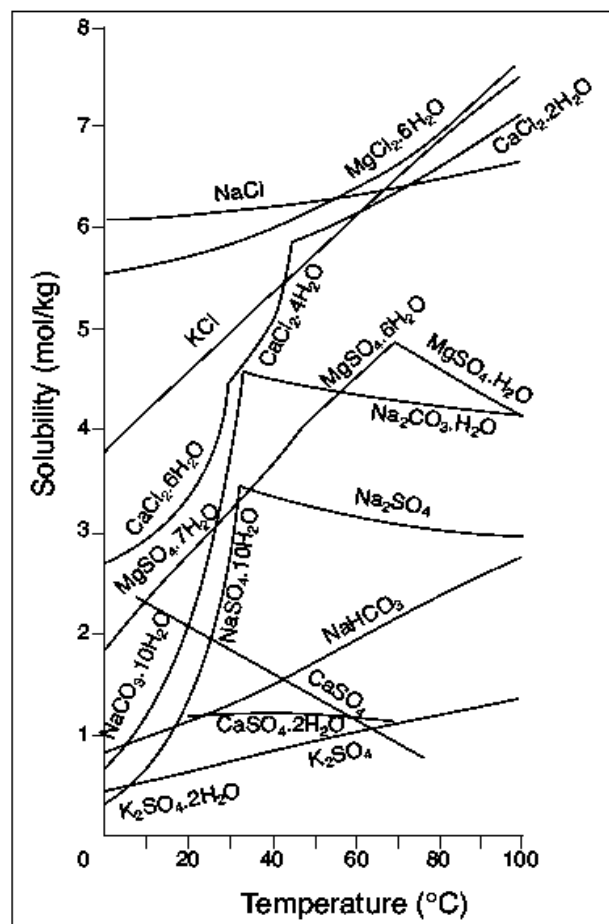


Fig. 2.5: Solubilidad de las sales respecto a la temperatura, expresado en moles por kilogramo. (Warren, 2006)

Los diapiros que se encuentran en el Golfo de México son generalmente de alta pureza (una cantidad importante de Cloruro de Sodio en su composición) con un contenido de Halita

(NaCl) entre 81.4% y 99.5% siendo así el Cloruro de Sodio su principal componente. Es común además que en su estructura este presente la Anhidrita (CaSO_4) en menos del 1% y hasta en un 10%. Otras impurezas que se presentan en menos del 1% incluyen al yeso ($\text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$), Dolomita ($\text{CaMg}(\text{CO}_3)_2$), Arcilla y cuarzo ($1.2\text{SiO}_2(\text{s})$).

La Silvita (KCl), no se encuentra presente en un 85% de las muestras extraídas de los diapiros salinos en Estados Unidos, pero en los lugares en los que sí se presenta (Green Canyon y Ewing Bank Salt,) llega a estar hasta en un 7% de su composición total. En algunos casos se ha reportado la presencia de sales de potasio y mercurio en muy bajas cantidades (Posey et al., 1987).

Resulta de gran importancia la composición química de los domos salinos así como la pureza (cantidad de NaCl) de los mismos. Trabajar en la comprensión de la solubilidad de los componentes minerales que conforman a los domos salinos resulta de gran complejidad al tener presencia de minerales sumamente diversos en sus estructuras. La solubilidad⁶ de una sustancia depende de la naturaleza del disolvente y del soluto, así como de la temperatura y la presión del sistema. La solubilidad de un soluto en un determinado disolvente en el caso de sólidos depende principalmente de la temperatura y muy poco de la presión. El agua es un solvente ampliamente utilizado por su propiedad polar. Por esta propiedad, el agua disuelve con facilidad a solutos polares e iónicos, como lo es el NaCl cristalino.

La solubilidad de las sales de cloruro aumenta en forma consistente al incrementarse la temperatura. Cuando las sales además contienen sulfatos y carbonatos de sodio inicialmente incrementa su solubilidad, pero puede decrecer con temperaturas más altas. La solubilidad varía de sal a sal. La Halita es muy soluble pero exhibe una solubilidad relativamente independiente de la temperatura ya que se incrementa consistentemente al incrementar la misma; en un litro de agua a 20°C, la cantidad máxima de cloruro de sodio que se puede disolver es de 360 gramos. La solubilidad metaestable también depende del tamaño físico del grano de cristal (que puede llegar a ser de 5-10 mm como en North sea Zecleistein o de incluso 15-20 mm en domos con deformación como los de la costa de Louann) o de la superficie específica o molar del soluto.

Hansen et al. (1980) observó que al incrementarse el contenido de Anhidrita en la sal se reducen los arrastres en los cuerpos salinos. Por otro lado los domos salinos que contienen cualquier cantidad de arcilla son más débiles que aquellos con mayor cantidad de sales puras (Chan et al., 1994). Hunsche y Shulze et al., (2003) señalan además que la variabilidad de los arrastres que se presentan en los domos es causada por la distribución de impurezas a través de los granos de sal, aparentemente porque las impurezas afectan los procesos atómicos de dislocación. Además de que se considera que las rocas salinas presentan anomalías mayores a profundidades desde los 4270 m.

⁶ Se empleará el término de solubilidad tanto para designar al fenómeno cualitativo del proceso de disolución, como para expresar cuantitativamente la concentración de las soluciones.

Una amplia variedad de rocas ígneas, sedimentarias y metamórficas irregulares han sido reportadas cerca de las rocas salinas en el Golfo de México; Las capas que existen en forma natural se forman originalmente horizontales, pero los movimientos hacen que pierdan esta horizontalidad y la erosión de las capas expuestas hacen que disminuyan su grosor. Las capas internas, si están sometidas a altas presiones y temperaturas, pueden transformarse de sedimentarias a metamórficas.

Las capas rocosas (capa no permeable) que forman un sello natural para los domos salinos o para gas y petróleo, se forman de manera natural a consecuencia del material que arrastra el agua procedente de la disolución de otros diapiros cercanos bajo condiciones de presión y temperatura específicas. Estas capas están formadas al menos por Anhidrita, pero pueden mostrar importantes contenidos de yeso, calcita y otros minerales en menor abundancia.

Estudios realizados en diferentes domos salinos en Mississippi (Tatum), el este de Texas (Gran Saline, Oakwood), el norte de Luisiana (Vacherie, Winnfield) y en regiones particulares del Golfo de México (Hockley, Long Point, Damon Mound) dieron como resultado que la formación y origen de las capas rocosas es irreversible y muy similar para cada uno de los domos salinos (Posey et al., 1987). La capa rocosa que se tiene sobre el domo salino Hockley, cerca de Houston Texas presenta en su parte superior una capa de calcitas de 30 m de grueso con una importante presencia de yeso.

Los fluidos que llevan metales al interior de las capas rocosas de los domos salinos parecen ser aguas salinas de formación (salmuera) impulsadas hacia arriba desde la profundidad. Estos fluidos provienen desde profundidades a las cuales los hidrocarburos líquidos se generaron con temperaturas que van desde los 100 hasta los 170°C, e incluso de zonas más profundas (Light et al., 1987).

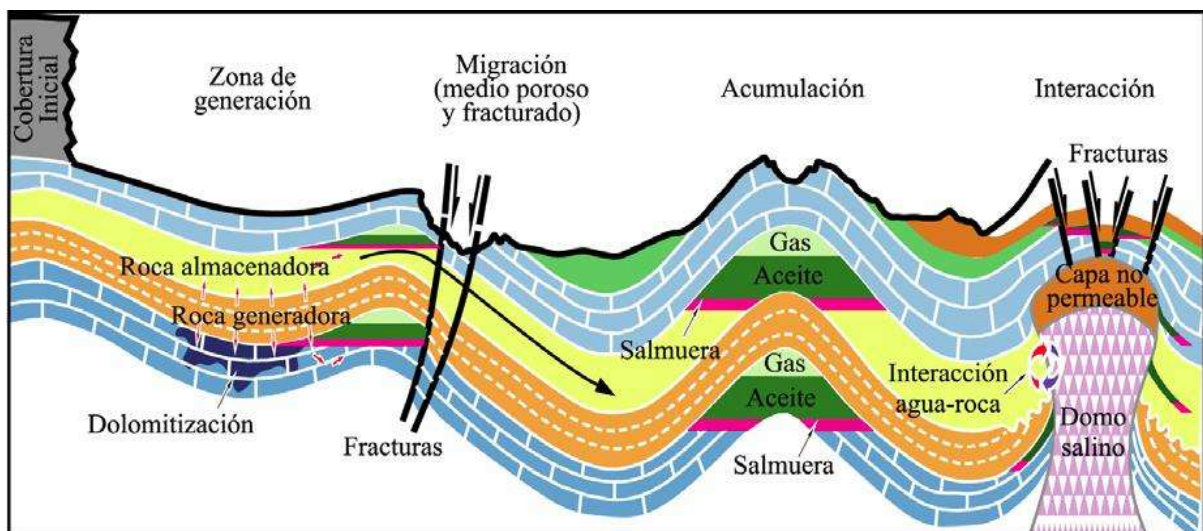


Fig. 2.6: Diagrama esquemático generalizado de un modelo conceptual del origen, migración y acumulación de aguas de formación e hidrocarburos de yacimientos petroleros (diseñado por el grupo de Geofluidos-UNAM).

En muchos casos en la parte superior (capa rocosa) o en los flancos de los domos salinos, se presentan importantes volúmenes de azufre, petróleo y/o gas natural; este es un motivo por el cual la estrategia de exploración para encontrar nuevos yacimientos gira en torno a la exploración de zonas con una tectónica salina importante.

2.3.1.1 Halita

La halita (NaCl) es un compuesto químico formado por cationes enlazados a aniones. La halita formada por cristales de cloruro de sodio, es el principal componente químico de los denominados domos salinos. Con una densidad de 2.2 gm/cc es casi incompresible a profundidades de 6-8 km. Con profundidades mayores la halita puede experimentar un ligero decremento de su densidad debido a la expansión térmica que se presenta en forma natural. La viscosidad de la halita que se presenta en el Golfo de México varía entre los 10^{13} y 10^{16} Pa·s, dependiendo de la humedad y temperatura a la que se encuentre sometida la sal (Warren, 2006).

La Halita es la sal más usada en el mundo. Existen más de 14,000 usos reportados de este mineral y más de 30 referencias en la biblia. Las palabras guerra y paz provienen de las palabras en Hebreo y Árabe antiguo, sal y pan. En la guerra civil de Estados Unidos el presidente Jefferson Davis ofreció retrasar el servicio militar a aquellos jóvenes que estuvieran dispuestos a reabastecer de costales de sal a las tropas norteamericanas. Además se sabe que miles de personas en las tropas de Napoleón murieron durante su retirada de Moscú, porque la falta de sal propició a que sus heridas no sanaran. En la antigua Grecia la Halita era tan valiosa que incluso existía intercambio de esclavos por costales de sal con la acostumbrada frase para este tipo de trueques “no vale su sal”.

Hoy en día la Halita es muy económica en general (exceptuando la “Fleur de sel de Geurande” que es una sal gourmet blanca producida a mano y solo durante el verano con un costo de \$40 dólares por kilogramo) e incluso su extracción y producción es cada vez más sencilla gracias a los adelantos tecnológicos en esta industria.

2.3.2 Comportamiento mecánico de las evaporitas

El comportamiento mecánico de sólidos, incluyendo las rocas salinas (evaporitas), se puede dividir en cuatro categorías:

- Expansión térmica
- Deformación elástica
- Deformación inelástica
- Fallas

Así como por la humedad, sin embargo, no existen datos de su influencia sobre las deformaciones de los cuerpos sólidos.

Las diferentes investigaciones que se han realizado en torno a la comprensión del comportamiento de las rocas salinas han reportado que la expansión térmica y la deformación

elástica no varía en forma significativa de un lugar a otro (Yang, 1981; Hansen *et al.*, 1984), sin embargo la deformación inelástica y las fallas que se pueden presentar en las estructuras salinas pueden variar dramáticamente a través de los distintos lugares (Senseny *et al.*, 1992). Los estudios fenomenológicos realizados se limitan a estudios de laboratorio, bajo condiciones controladas y conocidas de presión, temperatura y tasas de deformación.

2.3.2.1 Expansión térmica

El volumen de un cuerpo de sal disminuye cuando se este se calienta, mientras se somete a tracciones constantes en sus fronteras. La expansión térmica de los sólidos se caracteriza por el coeficiente lineal de expansión térmica, que establece el cambio en unidad de longitud por unidad de cambio en temperatura a presión constante.

Matemáticamente, esto se expresa por la fórmula:

$$\alpha = \frac{1}{L} \left(\frac{\partial L}{\partial T} \right)_p \quad (2.1)$$

Donde α representa el coeficiente lineal de expansión térmica, L es la longitud sobre la cual la expansión térmica es medida y $\left(\frac{\partial L}{\partial T} \right)_p$ es la derivada parcial de la longitud con respecto a la temperatura a una presión constante. Así el coeficiente lineal de la expansión térmica nos da el cambio en unidad de longitud por unidad de cambio en temperatura a una presión constante.

La expansión térmica de las rocas salinas ha sido medida en un amplio rango de temperaturas. Para el rango de temperaturas que se reportan regularmente en los domos salinos que se emplean como cavidades de almacenamiento, el coeficiente de expansión térmica se puede representar exactamente por el polinomio de segundo grado establecido por Yang (1981):

$$\alpha = 3.025 \times 10^{-5} + 2.942 \times 10^{-8} T - 2.5677 \times 10^{-12} T^2 \quad (2.2)$$

Donde T se expresa en K y el coeficiente lineal de expansión térmica tiene unidades de K^{-1} . Sobre un rango de temperaturas de los $25^\circ C$ ($298 K$) hasta los $250^\circ C$ ($523 K$), el coeficiente lineal de expansion termica varia de 38.8×10^{-6} a 44.9×10^{-6} . Que representa un incremento del 15%.

Durham *et al.*, (1987) midieron la expansión térmica de la sal a presiones entre los 435.114 (30 Bar) y los 3625.95 Psi (250 Bar) y con variaciones de temperatura entre 35 y $210^\circ C$, sus datos no muestran una influencia aparente de la presión. Sin embargo las mediciones del coeficiente lineal de expansión térmica hechas a presión atmosférica son entre 15 y 30% más grandes que las realizadas a presiones más altas. Esta diferencia podría atribuirse a la pureza del mineral.

2.3.2.2 Deformación elástica

Cuando un material cristalino como las rocas salinas se tensiona, la red cristalina se distorsiona. Esta distorsión da por resultado el desplazamiento relativo de los átomos (o iones) en la red desde sus posiciones de equilibrio a una tensión nula. La distorsión se resiste por fuerzas interatómicas, entonces se retira cuando la tensión aplicada se retira, los átomos regresan a sus posiciones originales. A esta deformación reversible se le conoce como deformación elástica.

La deformación elástica de la sal parece ser lineal e isotrópica. Esto significa que no existe una orientación del efecto y la deformación elástica puede ser descrita por la ley de Hooke que contiene dos constantes elásticas:

$$\varepsilon_{ij}^c - \frac{1}{E} \left[(1 + \nu) a_{ij} - \nu a_{ij} \delta_{ij} \right] \quad (2.3)$$

ε_{ij}^c Son los componentes del tensor de deformación elástica, a_{ij} los componentes del tensor de presión, E el módulo de Young y ν es el coeficiente de Poisson. Las constantes elásticas para la sal son casi independientes de la fuente de la sal.

Pocos investigadores han estudiado la influencia de la temperatura sobre las constantes elásticas de las rocas salinas. Sus resultados muestran que la rigidez de estas decrece cuando la temperatura aumenta. El módulo de Young E , el coeficiente entre la deformación bajo una tensión axial y la tensión uniaxial decrece a una tasa acotada por (Pfeifle *et al.*, 1983):

$$-0.04 \leq \frac{dE}{dT} \leq -0.016 \text{ GPa} / K \quad (2.4)$$

Frost y Ashby (1982) reportaron el cambio en el módulo cortante μ dado por:

$$\frac{d\mu}{dT} \leq -0.01 \text{ GPa} / K \quad (2.5)$$

Pfeifle *et al.* (1983) asegura que no existe una dependencia a la temperatura por parte del coeficiente de Poisson ν , al menos no para el rango de temperaturas que se presentan cerca de las cavidades salinas.

2.2.3.3 Deformación inelástica

La deformación total que presente el domo salino será igual a la suma de la deformación elástica e inelástica que se presenten en él. Si la deformación inelástica es muy alta pero la deformación total se restringe a ser pequeña, la deformación elástica tendrá el signo opuesto a la inelástica y el resultado de este proceso será un cambio en la deformación presente. La única forma de determinar cuál es la tasa de deformación en las rocas salinas, y por lo tanto

decir cuanta sal se mueve del domo o del cuerpo salino, es resolviendo una serie de ecuaciones constitutivas y de equilibrio con las condiciones iniciales y de frontera adecuadas que dependen del lugar, química y mineralogía del domo.

Si un cuerpo salino se somete repentinamente a una tensión significativa, se producirá una deformación inelástica instantánea. Esta deformación no recuperable resulta de las imperfecciones en el cristal (dislocaciones), difusión de masa y, a bajas presiones, de la microfisuración. No existe un modelo general que represente la deformación inelástica de los materiales. Sin embargo, observaciones realizadas establecen que para una presión dada el aumento de la temperatura incrementa ampliamente las deformaciones inelásticas de la sal. Este fenómeno ha sido documentado por muchos investigadores quienes encontraron que la dependencia de las deformaciones inelásticas con la temperatura es altamente no lineal.

De acuerdo con Chan *et al.* (1994), las presiones por encima de los 725 Psi (50 Bar), tienen influencia en las deformaciones inelásticas. La fuerza de cizallamiento tiene análogamente influencia en las deformaciones inelásticas, esta dependencia es fuertemente no lineal (Senseny *et al.*, 1985). Algunos modelos asumen que la dependencia a las fuerzas de cizallamiento se representan por una función potencial con un exponente de tensión entre 2 y 9 (Carter *et al.*, 1984). Para altos valores de cizallamiento, se ha llegado a asumir que esta dependencia se representa por una función exponencial o un seno hiperbólico (Munson *et al.*, 1979).

Parece ser que a presiones relativamente altas 150-400 Bar (2175.5-5801.5 PSI), no existe microfisuración y la plasticidad cristalina domina la deformación.

Cuando un solo cristal de cloruro de sodio se deforma bajo el agua, su ductilidad se incrementa substancialmente y grandes deformaciones inelásticas se pueden obtener sin la necesidad de tener fracturas. Estos efectos tan dramáticos no suelen observarse en especímenes policristalinos ya que muy pocos cristales en estas muestras se encuentran expuestos a la humedad. En las pruebas de arrastre a bajas presiones de confinamiento, donde la microfisuración y la dilatación se pueden observar, incrementándose el contenido de humedad, se incrementa la deformación inelástica en forma significativa. Sin embargo, para altas presiones de confinamiento, la microfisuración y la dilatación son despreciables y la adición de humedad tiene efectos despreciables (Senseny *et al.*, 1992).

2.2.3.4 Fallas

Cuando un material comienza a perder su capacidad de carga, y entonces no puede soportar un incremento en las fuerzas de cizallamiento, se dice que existe una falla en el material, en este caso en la roca salina.

Muy pocos datos se tienen para mostrar la influencia de la temperatura sobre las fallas que se presentan en las rocas salinas. Es complicado crear esfuerzos lo suficientemente grandes para causar fallas en un espécimen porque la deformación excede la capacidad del sistema de

prueba ya que además las deformaciones en la sal se incrementan rápidamente al aumentar la temperatura. Así, el efecto que causa el rango de temperaturas presentes en el Golfo de México sobre las fallas resulta aún incierto.

Las fallas ocurren cuando la sal está expuesta a una fuerza de cizallamiento suficientemente alta, la presión por sí sola no provocara las fallas. La fuerza de cizallamiento requerida para provocar fallas, el modo de la falla y el tiempo requerido para producirlas dependerán de la magnitud de la fuerza aplicada. Para una tasa de deformación constante, el cizallamiento requerido para causar fallas se incrementa con la presión.

Algunas pruebas de arrastre en extensión triaxial realizados por Nair y Singh (1974), mostraron que el tiempo para que se presente una falla depende del esfuerzo aplicado de acuerdo a la siguiente expresión:

$$t_f = 3600 \left(\frac{35}{\sigma} \right)^{10} \quad (2.5)$$

Donde t_f es el tiempo en segundos en el que se produce una falla y σ son los esfuerzos en MPa. El tiempo más grande en que se observó una falla en el estudio realizado en domos salinos fue de aproximadamente 5×10^6 segundos (aproximadamente 60 días), con una diferencia de esfuerzos de 17 MPa (2465. 6 Psi, 170 Bar). Hansen y Mellegard (1980) mostraron que los pequeños cambios en las fuerzas aplicadas sobre las muestras producen grandes cambios en los tiempos en los que se producen las fallas.

Algunos de los problemas relacionados con la mecánica de las estructuras salinas para los rangos de temperatura y presión (aproximadamente 150°C y 18,624 Psi) que se presentan en las aguas profundas del Golfo de México se resumen de la forma siguiente:

1. Las propiedades elásticas y térmicas de la sal no varían en forma significativa de un sitio a otro.
2. La deformación inelástica y las fallas en los cuerpos salinos varían en forma significativa de uno a otro cuerpo.
3. El calor específico y la densidad pueden considerarse constantes, para el rango de temperatura que se experimenta en el Golfo de México.
4. La sal es un buen conductor del calor.
5. La conductividad térmica se puede representar como una función no lineal de la temperatura.
6. El coeficiente lineal de expansión térmica se puede representar como una función cuadrática de la temperatura.
7. El módulo de dislocación es una función lineal de la temperatura y el coeficiente de Poisson es constante.
8. A una presión dada, el incremento en la temperatura incrementará ampliamente la deformación inelástica de la sal.
9. La sal se deformará en forma inelástica bajo cualquier diferencia de presión diferente de cero.

10. El tamaño de los subgranos en el cuerpo cristalino es un buen indicador de las propiedades de deformación del domo salino.
11. Altas correlaciones han sido observadas para la interdependencia de la rigidez y las propiedades de deformación con características químicas y mineralógicas.

2.3.3 Micro mecanismos de deformación

Para poder comprender los mecanismos de deformación que se presentan en la sal, es necesario sintetizar los micromecanismos que experimentan las formaciones salinas del Golfo de México. El mapa de los mecanismos de deformación de la sal (Fig. 2.7) fue realizado por Munson (1980), este diagrama presenta la región de presión-temperatura para la cual opera cada mecanismo.

Para cualquier fuerza y temperatura dadas, un único mecanismo cuenta usualmente para casi todas las deformaciones observadas. Debido a que los cambios que controlan los mecanismos son funciones de la temperatura, los potenciales mecanismos se enlistan en orden en el que aparecen de menor a mayor temperatura o de menor a mayor presión.

2.3.3.1 Deslizamiento por dislocación

El mecanismo de deslizamiento puede definirse como el movimiento paralelo de dos regiones cristalinas adyacentes, una respecto a la otra, a través de algún plano. Deformaciones plásticas por deslizamiento resultan de la dislocación sobre una familia de planos cristalográficos. Para la estructura del NaCl, el plano de deslizamiento y dirección (plano definido por la línea de dislocación y el vector de deslizamiento) es uno que no junta iones de la misma carga.

Muchas muestras naturales de sal que fueron deformadas experimentalmente bajo las condiciones de interés que se presentan en el Golfo de México, contienen bandas de deslizamiento (pequeñas regiones de planos paralelos). El endurecimiento que se puede causar en las estructuras salinas llega a ser causado por los deslizamientos por dislocación como resultado del apilamiento de las dislocaciones o de la intersección de las mismas. Este tipo de dislocación llega a distorsionar la red cristalina y produce efectos fotoelásticos.

2.3.3.2 Deslizamiento transversal

En este tipo de defecto cristalino el deslizamiento se limita a un plano. El primer proceso de recuperación dinámica que opera sobre la estructura de NaCl es el deslizamiento transversal. Este último envuelve el movimiento de unidades de dislocación fuera de su plano presente hacia dentro de cualquier plano que contenga el mismo vector de Burger. El proceso permite al deslizamiento por dislocación moverse a otro plano de deslizamiento para evitar un obstáculo. El deslizamiento transversal ocurre a temperaturas relativamente bajas en comparación a las temperaturas de interés en el Golfo de México (por encima de los 100°C), es muy importante a una temperatura relativamente baja y está no produce grandes deformaciones en la red cristalina de la halita.

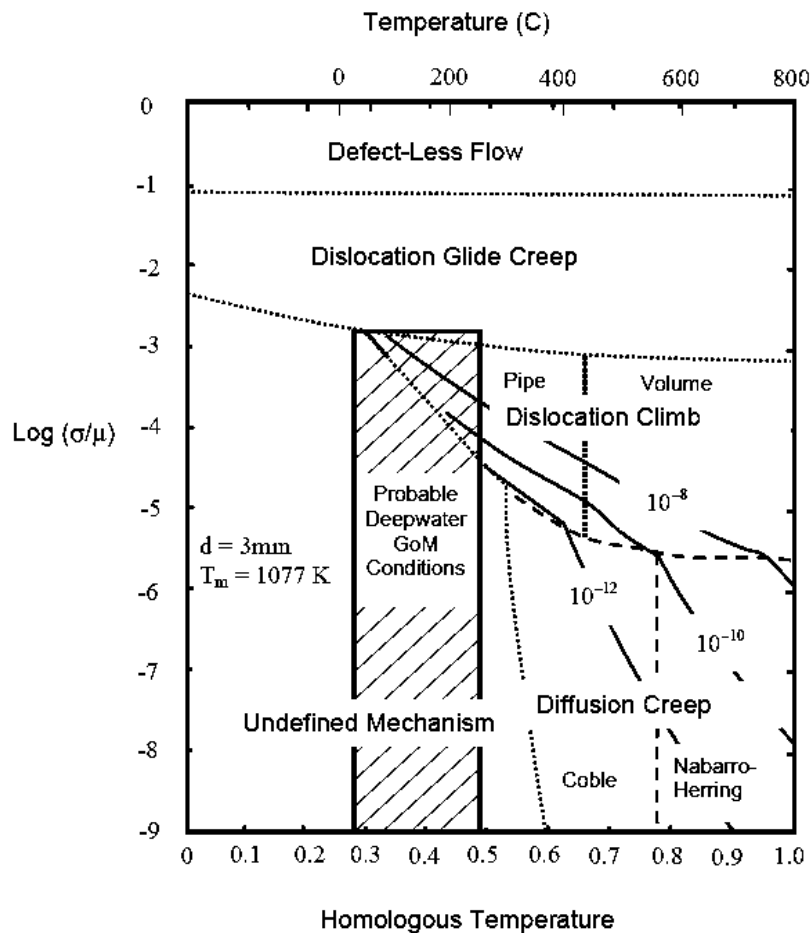


Fig. 2.7: Mapa de deformaciones mecánicas para la sal (Munson, 1980)

2.3.3.3 Deslizamiento con ascenso

Esta sección analiza deslizamientos con ascenso. Este mecanismo es usualmente llamado “de ascenso” porque son estos mecanismos los que controlan las tasas de deformación. Este es un mecanismo de recuperación bien documentado, que ha mostrado contribuir significativamente a la deformación de las redes cristalinas del Cloruro de sodio a temperaturas elevadas. Bajo condiciones particulares, la energía de activación calculada para la deformación es igual al valor de difusión del Cl a través de la red cristalina y ha mostrado que la deformación está gobernada por la difusión y arrastre de las partículas cristalinas. Esta concurrencia de energía de arrastre y de difusión no se mantiene sobre grandes rangos de temperatura y, de hecho, usualmente ocurre a temperaturas por encima del punto de fusión, 801°C. Fuera totalmente del rango de temperaturas que se presentan en el Golfo de México.

El ascenso es un proceso de recuperación por el cual la dislocación puede moverse perpendicularmente a su plano de deslizamiento. Para un deslizamiento con ascenso, los átomos son movidos o removidos por difusión.

Este mecanismo es un proceso lento porque depende de los pasos de migración del movimiento en la línea de dislocación. Generalmente el proceso es controlado por difusión del anión de Cl, al ser el ion más lento para experimentar la difusión.

2.3.3.4 Recristalización dinámica

La recristalización dinámica puede ser un mecanismo importante de deformación para largos periodos. El proceso por sí mismo no ha sido estudiado en la sal, excepto a muy altas temperaturas. Cristales fueron probados por Guilope y Poirier (1979) a temperaturas entre los 250 y los 790 °C. La recristalización es un proceso de recuperación que regularmente resulta en un decremento de la deformación. Comprender este mecanismo resulta vital para entender las deformaciones que se producen en la red cristalina a largo plazo. La recristalización dinámica ocurre cuando los procesos de recuperación intercristalina operan muy lentamente como para poder balancear el endurecimiento de las estructuras salinas. El nuevo grano resultante es, al principio, suave y libre de deformación y procede a deformarse en otros episodios de endurecimiento seguidos por recristalización.

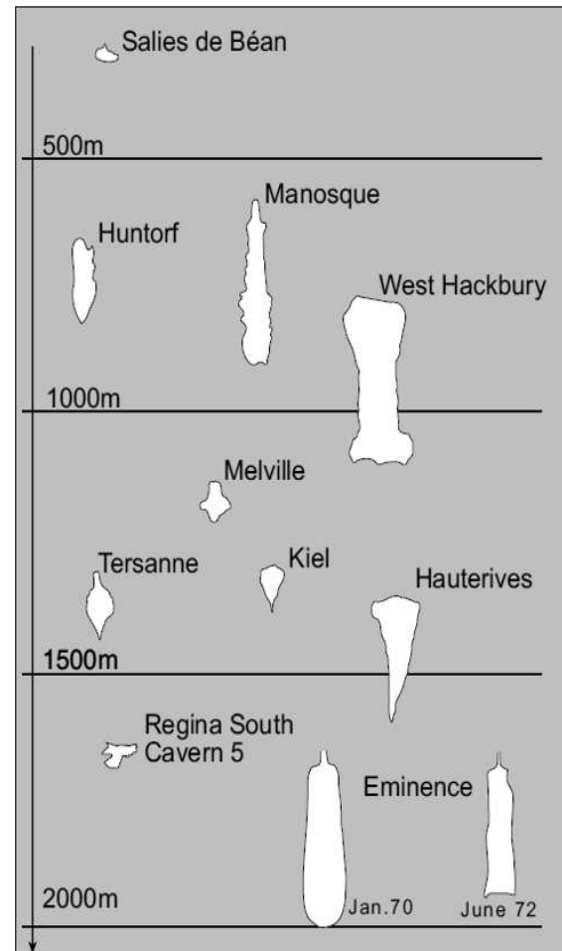


Fig. 2.8: Perfiles de profundidad de varias cavernas salinas (Warren, 2006).

La recristalización dinámica es una manera eficaz de bajar las fuerzas de deformación en los cuerpos cristalinos deformados. La recristalización dinámica de las rocas naturales de sal deformadas bajo las condiciones naturales de reservorio raramente ha sido observada.

2.3.4 Domos salinos como cavernas de almacenamiento

Las cavidades salinas básicamente constituyen aperturas subterráneas muy grandes que proporcionan una contención segura para los materiales y residuos que no disuelven la sal. El principal método empleado para realizar cavidades salinas, es el método de minería de disolución. Para crear las cavernas por minería de disolución (lixiviación), se inyecta agua “dulce” dentro de la masa de sal y la solución de salmuera resultante se retira a profundidades mayores a los 400 m y menores a 2000 m, ya que a profundidades mayores se reduce el tamaño de almacenamiento de la caverna (Testa, 2000). Las operaciones más profundas en las que se utiliza el método de minería por disolución se registran en los Países Bajos a 2900 m. De acuerdo con los registros establecidos, empleando esta técnica, cada 7 u 8 m³ de agua

limpia bombeada dentro de la cavidad va a disolver 1 m³ de halita. Si la extracción de un producto de salmuera es el objetivo principal de la operación de minería de disolución, entonces la salmuera extraída en el proceso se evapora o se trata en la superficie para producir un producto cristalizado. El empleo de cavidades subterráneas formadas por la disolución de la sal comenzó desde los años 1900s. En general, los usos de las cavernas de sal pueden clasificarse en operaciones de disposición o de almacenaje. El almacenamiento de hidrocarburos líquidos y gaseosos, y productos asociados, tuvo un rápido éxito, y sigue siendo el principal uso de las cavernas de sal hasta hoy.

Los hidrocarburos ligeros frecuentemente almacenados en cavernas de sal incluyen propano, butano, etano, etileno y otros productos extraídos por refinerías que pueden ser transportados y almacenados en forma líquida.

En Alemania (1916), surgió la primera patente de almacenamiento para petróleo crudo y sus derivados en cavernas salinas por el método de minería de disolución. El primer país en almacenar petróleo en este tipo de cavidades fue Canadá antes de la II guerra mundial. Es poco después, en 1949, cuando se almacenó petróleo por primera vez en Estados Unidos, cerca de Kermit, Texas. En los años cincuenta durante la guerra del Sinaí, Inglaterra comenzó el uso de cavernas salinas para almacenar petróleo crudo.

En 1975 el congreso de los Estados Unidos comenzó un proyecto de reservas de petróleo con el propósito de reducir el impacto que futuros desabastos pudieran tener en dicho país. Actualmente cuenta con 60 cavernas en domos salinos para el almacenamiento del crudo, con una capacidad de 680 millones de barriles (Warren, 2006).

Con el fin de mantenerse a la vanguardia, Petróleos Mexicanos desarrolló un proyecto (1980) para almacenar hasta ocho millones de barriles de petróleo crudo en forma segura dentro de cavernas en domos salinos. Con la construcción de 12 cavidades artificiales mediante el método de lixiviación, se aprovecha el alto contenido de sal en el subsuelo de Tuzandéptl, Veracruz. Las dimensiones de las cavidades del domo de Tuzandéptl fueron diseñadas de aproximadamente 50 metros de diámetro, 300 metros de altura y una capacidad de 833 mil barriles por cavidad aproximadamente. (PEMEX, 2008).

Los hidrocarburos que se almacenan en cavernas de sal están en realidad en un contenedor a presión, donde los fluidos están contenidos dentro de un envoltorio impermeable rígido usando un sistema de tuberías y válvulas que permiten que los líquidos sean colocados, sellados y periódicamente retirados de la cavidad. La cantidad de salmuera que se bombea dentro de la caverna para compensar el producto desplazado debe ser menor que el totalmente saturado con respecto a la sal encerrada. Esto previene cualquier cristalización de la sal en la cubierta de acceso, pero también lixivia sal de las paredes de la caverna. El producto que generalmente se obtiene de un ciclo de compensación de salmuera es el incremento del tamaño de la caverna de sal. En Norte América, se reporta un crecimiento del 1 o 2% anual de sus cavernas salinas empleadas para el almacenamiento de petróleo. Algunas de las cavernas

de almacenamiento más antiguas en Canadá (Caverna 5 en el campo Regina South) son ahora dos veces más grandes que cuando fueron llenadas por primera vez.

Actualmente existen 16 sitios de almacenamiento de petróleo en Estados Unidos dentro de domos salinos, con un estimado de 190 cavernas. El mayor volumen de petróleo almacenado se encuentra en Estados Unidos, con una reserva de aproximadamente 187 millones de m^3 . De acuerdo a la revista *Oil and Gas Journal* (2009), la reserva de petróleo crudo en México es de diez mil quinientos millones de barriles de petróleo. Pero la reserva en domos salinos es de aproximadamente 1 millón y medio de m^3 . Alemania, Francia e Iraq (tabla 2.12) no tienen datos públicos de sus reservas estratégicas de petróleo en cavidades salinas. El volumen de las reservas es muy difícil de estimar. Existen metodologías científicas las cuales pueden ser modelos matemáticos, interpretaciones de expertos y software avanzado. La estimación de estas reservas tiene un grado de incertidumbre y por ello no existen valores precisos de las reservas.

En años recientes el almacenamiento de gas natural se ha comenzado a realizar en volúmenes crecientes y esto conlleva a que las presiones que se emplean para el almacenamiento sean mayores a las que se utilizaban en años anteriores.

El primer almacén de gas natural se realizó en 1959 en la ciudad de Unity Saskatchewan, en Canadá, seguida por Michigan, Estados Unidos en 1961. El almacenamiento de gas en domos salinos en Europa comienza en Tersanne Francia (1970), a profundidades de 1400-1500 m. Posteriormente en el domo Kiel en Alemania (1971) a una profundidad de más de 1300 metros.

Tabla 2.12: Almacenamiento de hidrocarburos ($1000 m^3$) en cavidades salinas, xxxx indica que el volumen almacenado se desconoce (Warren, 2006).

<i>País</i>	<i>Hidrocarburos ligeros</i>	<i>Petróleo crudo</i>	<i>Gas Natural</i>
Canadá	6,620	-	552,720
Dinamarca	-	-	xxxx
Francia	xxxx	-	xxxx
Alemania	xxxx	xxxx	5,040
Irak	xxxx	-	-
México	-	1,500	-
Moroco	xxxx	-	-
Polonia	-	-	143,000
Rusia	465-750	-	60-180
Estados Unidos	85,220	102,100	3,423,250

Las cavernas salinas que alojan gas natural operan bajo presiones mayores a la de los almacenes de líquidos. Son estables y se diseñan para que no se desintegren bajo ningún tipo

de explosión. La gran desventaja de este tipo de almacenamiento es su costo de construcción. Sin embargo, el costo se puede justificar al ser el almacenamiento en domos salinos el más limpio y seguro que se conoce hasta la fecha para las reservas de gas. Los costos aproximados para la construcción de este tipo de almacenamiento para gas natural se pueden reflejar en el costo del sistema de cavidades de almacenamiento “Big Hill” en Texas, Estados Unidos. Este se completó en 1992, con una capacidad de almacenamiento de 14.3 millones de m^3 con un costo aproximado de \$1.80 dólares por m^3 de sal excavada y un costo total de proyecto (incluyendo la adquisición de tierras, diseños, perforación, interfaces de gas, etc.) de \$21.80 dólares por m^3 . Esto da un costo total aproximado de 312 millones de dólares. El tiempo de vida para este tipo de almacenamientos depende del tipo de mantenimiento y tecnología aplicados en la conservación de los domos, pero es de al menos 40 años y puede incluso superar los 100 años de vida útil.

En Estados Unidos las cavernas en domos salinos para el almacenamiento de gas se construyen hasta un tamaño de 1.100 millones de metros cúbicos de volumen geométrico, con una capacidad de almacenamiento de 826 millones de metros cúbicos. (Consortio ITANSUCA – Freyre *et al.*, 2010). En Alemania se han diseñado cavernas de almacenamiento de gas con una capacidad de hasta 700 mil metros cúbicos (Gehle *et al.*, 2000). Actualmente existen alrededor de 110 lugares de almacenamiento con más de 190 cavernas alrededor del mundo. Los sitios más grandes de almacenamiento están en Sarnia Canadá y Mount Belvieu en Estados Unidos. Otros domos salinos que se utilizan como importantes almacenamientos subterráneos de gas se localizan en Marruecos, Francia y Alemania.

La disposición de residuos y subproductos constituye el siguiente empleo más importante de las cavidades salinas (Thoms *et al.*, 2000); Países como Bélgica, Brasil, Bulgaria, China, Dinamarca, Alemania, Canadá, Francia Italia, Kazajstán, México, Marruecos, Países Bajos, Polonia, Portugal, Rumania, Rusia, Eslovaquia, España, Suiza, Tailandia, Turquía, Inglaterra y principalmente Estados Unidos, están disponiendo de domos salinos como almacenamientos seguros para residuos tóxicos y no tóxicos. Cabe mencionar que la disposición de residuos en cavernas salinas comenzó como un método local conveniente para desechar subproductos de las plantas industriales cercanas que utilizaban salmuera como materia prima o para almacenar desechos que se obtienen de manera natural durante la producción de hidrocarburos. Sin embargo, el uso actual que se le da a este tipo de cavernas de almacenamiento va más allá de eso. En Estados Unidos y en Alemania, se confina dentro de las cavidades construidas por disolución residuos de la purificación de salmuera, residuos de campos petroleros y residuos radiactivos; en el Reino Unido se confinan residuos alcalinos de la producción de carbonato de sodio, residuos orgánicos de la producción del percloroetileno y otros clorohidrocarburos, desechos municipales, lodos de drenaje y lodos con salmuera; en Canadá y Francia se confinan residuos de la industria petrolera y en los Países Bajos se dispone salmuera con cloruro de magnesio, residuos de la purificación de salmuera y residuos de campos petroleros.

Tanto el manejo de desechos tóxicos como el almacenamiento de hidrocarburos, es una problemática actual en nuestro país, que involucra aspectos técnicos, políticos y sociales (Rivero *et al.*, 1996). De acuerdo con Elvira Quezada⁷ (2006), el 90% de los residuos peligrosos que se producen al año se manejan inadecuadamente en México. Así la mayoría de este material altamente contaminante termina en basureros a cielo abierto o en barrancas de todo el país contaminando ríos, cañadas, desiertos, etcétera. Se considera que solo cuatro de los ocho millones de toneladas de residuos tóxicos que se producen anualmente se encuentran bajo controles federales. La última vez que se construyó en México una caverna segura de almacenamiento de desechos tóxicos fue en 1993 en la localidad de Mina, en el estado de Nuevo León, el cual está catalogado como un sitio de disposición superficial de residuos peligrosos, y cuya vida útil está cerca de llegar a su fin. Por otra parte, Kastelein (2004) indica que son necesarios hasta siete nuevos sitios de confinamiento de residuos peligrosos en México durante los próximos años. Actualmente México cuenta con tres formaciones salinas importantes en los estados de Veracruz, Tamaulipas y Chihuahua. El costo de emplear domos salinos para almacenar desechos tóxicos en México es tres veces menor a lo que hoy se invierte para trasladar y ubicar en la localidad de Mina una tonelada de residuos con un precio aproximado de 150 dólares. Se considera que los domos podrían funcionar con una inversión inicial de aproximadamente 50 dólares por tonelada de residuos potencialmente almacenables (Periódico La Jornada, 2005, citado en Hernández y Fernández, 2006).

Entre las principales características para el confinamiento de residuos en cavidades construidas por disolución en domos salinos geológicamente estables de acuerdo a la norma oficial Mexicana NOM-145-SEMARNAT-2003 publicada en el diario oficial (2004) se encuentran las siguientes:

- No debe existir presencia de fallas geológicas activas a menos de mil metros radiales del sitio.
- El espesor del domo salino donde se ubicara la cavidad debe ser de 1000 m como mínimo en sus tres dimensiones, de acuerdo a estudios geofísicos de detalle.
- La presencia en el domo salino de otros elementos y componentes químicos diferentes al NaCl, solubles e insolubles, no debe ser mayor al 10% ni registrar horizontes de más de 5 m.
- Los vientos dominantes no deben tener trayectoria hacia las poblaciones cercanas.
- El espesor de la sal entre la cima del domo y el techo de la cavidad, debe ser de al menos 300 m.
- El espesor de sal entre cavidades debe ser mínimo de 200 m.
- Las cavidades deberán ser estabilizadas geotécnicamente con salmuera (vía húmeda) o con gas inerte (vía seca).

El tiempo útil de estas cavidades varía de un lugar a otro, dependiendo del tipo de sustancias que se estén almacenando en las mismas. Si el material en almacenamiento es tóxico, el mantenimiento se vuelve sumamente complicado y las legislaciones burocráticas de cada país

⁷ Secretario Titular del Medio Ambiente y Recursos Naturales (2006-2012)

dan prioridad al mantenimiento en estas cavernas. Para este tipo de cavernas, se exige un tiempo de estabilidad (mantenimiento regular y control del sistema de almacenamiento) de al menos diez mil años.

El primer almacenamiento de energía por aire comprimido (CAES por sus siglas en inglés, Compressed Air Energy Storage) para la generación máxima de electricidad comenzó en 1978 en el domo Huntorf cerca de Hamburg, Alemania. Una idea del tiempo de construcción de una cavidad salina se puede obtener de estas cavernas, las cuales forman parte de los primeros almacenamientos construidas por disolución de sal (Crotogino y Quast, 1981 citado en Leith, 2001). En Huntorf, se excavaron dos cavernas de $150\ 000\ m^3$ en 14 meses, entre 1975 y 1977, con un promedio de aproximadamente $360\ m^3$ de la sal por día, con una circulación máxima de $600\ m^3$ por hora. Resulta de interés el hecho de que tomó cinco meses remover la salmuera de cada una de las cavernas de Huntorf, de modo que pudieran emplearse para el almacenamiento de aire comprimido. A estas cavernas las siguió el establecimiento de la planta para CAES en el domo McIntosh, cerca de Mobile Alabama, en 1991.

El almacenamiento tanto de hidrocarburos como de residuos en domos salinos es el más seguro, eficiente y limpio. Como se mencionó previamente, los domos de sal son altamente impermeables y esto les permite ser cavidades de almacenamiento ideales para proteger el medio ambiente que las rodea. Algunos de los accidentes que se reportan en este tipo de almacenes no se deben a su condición natural sino a errores humanos. Ejemplo de ello es el domo salino Weeks Island en Luisiana. Estudios realizados en la zona entre 1994 y 1995, verificaron que se tenía una importante filtración de agua proveniente de un acuífero al petróleo subterráneo almacenado. A causa de esta filtración y movimientos de sal se tomó la decisión de mover la reserva a otra cavidad de almacenamiento. Todas las medidas que se implementaron para poder hacer un traslado y un cierre del almacenamiento en forma exitosa tuvieron un costo aproximado de 110 millones de dólares (Martínez *et al.*, 1998).

En septiembre de 1978, una explosión en el domo salino West Hackberry, al sur de Luisiana (E.U.) en la cavidad No. 6, expulso 10 mil metros cúbicos de petróleo a la superficie con un costo de limpieza y reparación de daños de entre 14 y 20 millones de dólares. La causa principal del accidente fue el escaso entendimiento de la distribución de presiones que debe establecerse en las columnas de fluidos al diseñarse la caverna dentro del domo salino. En abril de 1992 una explosión a consecuencia de la salida de Gas LP del domo de sal Brenham, en Texas (E.U.) reporto tres pérdidas humanas, veintiún personas lesionadas, cuarenta viviendas destruidas y un costo de nueve millones de dólares solo en daños a propiedad privada. Se comenzó a almacenar Gas LP, pero no se hicieron las revisiones rutinarias y las alarmas que indicaban un sobre-almacenamiento fallaron. Se almacenaron aproximadamente 339 mil barriles, en un confinamiento con espacio para 288 mil barriles. $1600\ m^3$ de gas fueron expulsados a la superficie activando los detectores de gas. En la superficie las señales de alarma emitidas fueron confusas y no se atendieron en forma inmediata. Esta explosión pudo ser evitada si se hubiera tenido un control apropiado del sistema. A causa de ello, se aplicaron nuevas medidas de seguridad para el almacenamiento de gas en domos salinos,

entre las que destacan dos detectores de sobre almacenamiento y una válvula de auto cierre en operaciones. En 1995 hubo un incendio subterráneo que duro varios días en un domo salino donde se almacenaba propano, cerca de Mineola, Texas. El escape de gas ocurrió cuando la pared de sal separando dos cavernas de almacenamiento se volvió tan delgada a causa de la compensación de salmuera, que se fracturo. Esto permitió que el propano almacenado se filtrara hacia la caverna adyacente, que además de estar vacía, se encontraba aún en fase de pruebas. Como parte de un procedimiento de prueba estándar se inyectó nitrógeno a presión dentro de la caverna adyacente con salmuera, lo que se considera pudo contribuir al escape de gas a poca profundidad a través de una fuga en las paredes. El gas escapó por el suelo hacia la superficie con una aurea de 30 m al pozo. Se piensa que el error en el manejo del gas almacenado en este confinamiento en particular fue a causa del cierre inadecuado que se tuvo en los años cincuenta en el almacenamiento que alojaba petróleo en dicha época. En años recientes, una de las medidas de seguridad que se establecieron para el manejo adecuado de las cavernas de sal, radica en la necesidad de indicar el grado adecuado de ensanche que se debe generar como máximo a causa de los ciclos de compensación de salmuera y la separación que debe existir entre cada cavidad de almacenamiento en el domo salino (Warren, 2006).

El 23 de marzo de 2011, Petróleos Mexicanos confirmó que se atendía un derrame de salmuera en el municipio de Ixhuatlán del Sureste, Veracruz. Se registraron fugas en uno de los ductos de salmuera que forma parte del sistema de bombeo de este producto hacia el mar. El derrame fue provocado por una fisura en uno de los ductos que van a sus instalaciones procedente de la Reserva Estratégica de Hidrocarburos Tuzandepetl. El personal técnico especializado de la Coordinación de Transporte de Hidrocarburos del Activo Integral Cinco Presidentes se trasladó al lugar y controló el derrame, realizando el cierre de dos válvulas de 36 pulgadas, quedando fuera de operación la línea para su reparación (Noticieros MILENIO, 2011). El incidente en PEMEX no reportó pérdidas humanas ni daños materiales o ambientales.

Algunos de estos errores en las cavernas de almacenamiento en domos salinos radican en la falta de estudios del subsuelo y de zona para su establecimiento. Otros en la falta de equipo para el manejo de este tipo de cavidades salinas. La siguiente sección muestra los problemas potenciales que se pueden presentar en estos sistemas de almacenamiento.

2.3.4.1 Mecanismos de falla en las cavidades de almacenamiento en Domos Salinos

Existen tres factores principales que pueden contribuir al colapso de las cavidades realizadas por el método de minería de disolución:

- Fluencia de sal
- Lixiviación incontrolada
- Zonas con anomalías

Las zonas con anomalías son en realidad regiones en las que se esperaba que la sal fuese homogénea, pero en realidad no lo era. Estas zonas son regiones inesperadas de sales altamente solubles, de lechos intrasalininos fracturados, o zonas de lixiviación mucho más antiguas que pueden contener salmuera o gas (metano o nitrógeno) presurizados.

Los principales factores que influyen en la fluencia de sal son:

- La profundidad de la caverna y las características de recubrimiento (gradientes de presión y temperatura)
- Presión interna de la cavidad
- Forma de la caverna y propiedades de la sal (variaciones en el tamaño del cristal de la sal, humedad específica, etc.)

Las cavidades salinas son generalmente estables a profundidades que van desde los cientos de metros hasta los dos km de profundidad. Debajo de esa profundidad existe una zona de transición plástico-elástica para sal. Las cavidades debajo de esta zona pueden ser relativamente inestables y mostrar grandes pérdidas de volumen por el movimiento de rocas en compañía de la profundidad de transición dependiendo de la composición de la sal, los gradientes geotérmicos y la presión de sobrecarga.

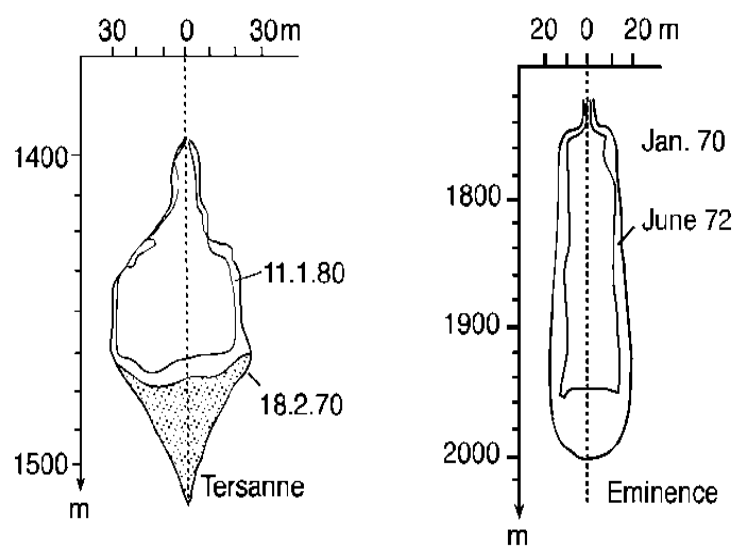


Fig. 2.9: Pérdida de volumen en domos salinos, Francia y USA respectivamente. (Warren, 2006)

Ejemplos de la fluencia de sal debido a una presurización interna inadecuada, se notaron por primera vez en los años setenta por los operadores de algunas cavernas grandes de almacenamiento. “Eminence”, en Mississippi E.U., empleado como almacén natural de gas con una pérdida del 40% de su volumen en tan solo dos años. Mientras que el “Tersanne” en Francia, utilizado análogamente para almacenamiento de gas perdió el 30% de su volumen por fluencia de sal en diez años (Figura 2.9). Estas pérdidas en volumen de almacenamiento fueron potencialmente costosas pero cuando se hicieron los ajustes correspondientes a las presiones mínimas de almacenamiento de gas, la pérdida de volumen se detuvo. Actualmente estos domos siguen en operación y han recuperado gran parte del volumen perdido (Thoms y Gehle, 2000). Las cavidades construidas por encima de la zona de transición son bastante estables, incluso cuando se encuentren vacías. Si se diseñan, construyen y operan en forma adecuada, es posible que solo pierdan un bajo porcentaje de su volumen original por año.

La fluencia de sal se puede acelerar a causa de grandes diferencias entre la presión litostática natural (en la sal) y la presión en la caverna. La velocidad de fluencia también depende de las variaciones en las dimensiones, las propiedades físicas de los minerales salinos y la configuración de las rocas no evaporitas (por ejemplo capas de anhidrita o de potasio en halita). Para minimizar la fluencia de sal, las presiones de operación en una caverna almacenando fluidos debe ser tan alta como sea posible. Esto es particularmente importante en las cavidades salinas empleadas para el almacenamiento de gas. Si no se cuenta con la tecnología adecuada para el manejo de estas importantes, pero peligrosas cavernas de almacenamiento, el aumento de presión puede ser una de las causas para que existan fugas de los compartimientos salinos hacia la superficie. Para poder determinar la mayor presión de operación posible en una cavidad salina, se deben considerar los mecanismos de las rocas que conforman la caverna, los factores económicos y de regularización con los que se cuenta, así como los posibles impactos de hundimiento en la superficie que se puedan y/o se estén presentando (Warren, 2006).

Cuando la caverna salina se forma y llena, la fluencia de sal produce una reducción de su tamaño original (en forma discontinua) y toma una configuración más pequeña. Esto puede generar un posible hundimiento o colapso de la superficie sobre la caverna. Este proceso forma una “cuenca de hundimiento” en la superficie (Thoms, 2000). El tiempo que tarda en notarse la fluencia de sal de manera superficial, depende de la profundidad y los modos de operación de la caverna, así como del espesor de la cubierta de sal. De acuerdo con Thoms (2000), el hundimiento sobre algunas cavernas frecuentemente se presenta más tarde en los almacenamientos más profundos. Independientemente a la altura de almacenamiento, este reflejo superficial de la fluencia de sal no se presenta antes de los primeros 10 años de uso de las cavidades en domos salinos.

La Fig. 2.10 ilustra el rango de probabilidades de una falla o colapso en una cavidad salina. La imagen (a) muestra una caverna intacta con una cubierta de sal adecuada. La segunda imagen presenta un domo alterado con un techo más resistente que el que tendría de manera “natural”, mientras que la imagen (c) ilustra un sistema alterado que pronto producirá un sumidero o hundimiento en la superficie. Cualquier caverna tiene el potencial de expandirse (debido a las compensaciones de salmuera) hasta que se colapsa. Para prevenir fugas de los productos almacenados o potenciales colapsos peligrosos, el tamaño y forma de las cavernas de almacenamiento deberán monitorearse durante toda su vida de uso útil.

Los índices de hundimiento de la superficie sobre los domos de sal varían de un lugar a otro. En las cavernas construidas en Texas y Luisiana Estados Unidos en 1980, este índice osciló entre los 40 y los 50 mm por año. Los rangos para cavidades más profundas, como las del Tersanne en Francia, son mucho más pequeños, de aproximadamente 6 y 8 mm por año (pese a la pérdida de sal que tuvo en forma acelerada en los años setenta). El incremento en las presiones de mantenimiento para los domos ha originado que disminuyan las tasas de hundimiento.

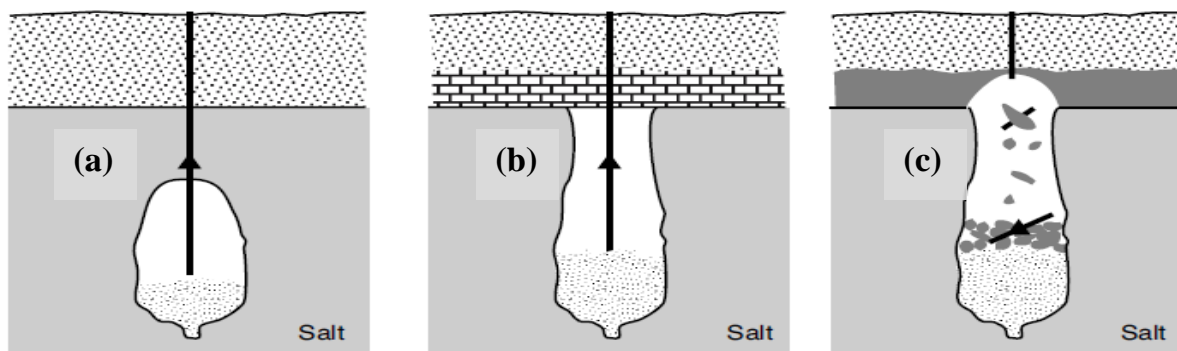


Fig. 2.10: (a) Preservación de las cubiertas del domo salino o la presencia de una fuerte sobrecarga (b) que atraviesa el techo de la caverna hacen menos probable el colapso de las mismas (c). (Warren, 2006)

El domo salino Bryan Mound es un ejemplo de ello. Inicialmente presentaba un índice de hundimiento entre los 24.4 y los 36.6 mm por año entre 1982 y 1988; al incrementarse la presión de mantenimiento, este índice se redujo en un 70% con un hundimiento entre los 3.1 y los 15.2 mm por año entre 1994 y 1999. Sin embargo, se sabe que la pérdida de sal en las cavernas de almacenamiento salinas no depende únicamente de la presión de mantenimiento para las mismas. Después de aumentar la presión en el domo West Hackberry (Texas, E.U.) se tuvo un hundimiento anual considerablemente alto de aproximadamente 76.2 mm. Mientras que en el Big Hill, localizado en la misma zona, las tasas de hundimiento fueron notablemente menores, de entre 6.1-9.1 mm por año entre 1994 y 1999. La diferencia en los índices de hundimiento de ambos domos radica en el espesor de sus cubiertas. Siendo mucho más gruesa la capa de cobertura salina para el domo Big Hill (Linn *et al.*, 1999).

2.4 Deformación del domo salino en 3D

Para calcular la deformación del domo salino se resuelven las ecuaciones que se presentan en la sección siguiente para calcular la deformación elastoplástica del domo por la técnica de elementos finitos.

2.4.1 Ecuaciones constitutivas para la respuesta mecánica de la fase sólida

De acuerdo a Xinpu Shen *et al.* (2012), la deformación de un cuerpo sólido puede calcularse considerando la deformación total y la deformación correspondiente de cada fenómeno involucrado:

$$\varepsilon = \varepsilon^t + \varepsilon^p + \varepsilon^h + \varepsilon^{lits} \quad (2.6)$$

donde ε , ε^t , ε^p , ε^h , ε^{lits} son el tensor de deformación, el tensor de deformación elástica, el tensor de deformación plástica, el tensor de deformación térmica y el tensor de deformación de carga térmica inducido respectivamente. El tensor de deformación de carga térmica inducido también se conoce como deslizamiento térmico transiente. El cálculo de estos tensores de deformación están dados por las ecuaciones 2.7-2.11 respectivamente.

$$\varepsilon = \frac{1}{2}(\nabla u + \nabla^T u) \quad (2.7)$$

$$\varepsilon^{th} = \alpha(T - T_0)I \quad (2.8)$$

$$\varepsilon^p = \int_{t_0}^t \dot{\varepsilon} dt \quad (2.9)$$

$$\varepsilon^t = \varepsilon - \varepsilon^p \quad (2.10)$$

$$\varepsilon^{lits} = \int_{t_0}^t \dot{\varepsilon}^{lits} dt, \quad \dot{\varepsilon}^{lits} = \frac{\beta}{f_c^o} [(1 + \nu)\sigma^- - \nu tr(\sigma^-)I] \dot{T}, \quad \dot{T} > 0 \quad (2.11)$$

α es el coeficiente de expansión térmica, ν el radio de Poisson, β es una constante, f_c^o es la resistencia a la compresión uniaxial, “-“ indica la parte del tensor de deformación compresiva, I es el tensor unitario de segundo orden.

La relación elástica siguiente de esfuerzo-deformación entre el vector de esfuerzo σ y el vector de desplazamiento u para la deformación de esqueleto se asume como

$$\sigma' = D : (\varepsilon - \varepsilon^p - \varepsilon^{th} - \varepsilon^{lits}) = D : \left[\frac{1}{2}(\nabla u + \nabla^T u) - \alpha(T - T_0)I - \varepsilon^p - \varepsilon^{lits} \right] \quad (2.12)$$

Donde D es el tensor tangencial de rigidez de cuarto orden, que es esfuerzo-dependiente para un problema elástico no lineal, ε es el tensor de deformación y α es el coeficiente de expansión térmica. La relación entre el esfuerzo total σ y el esfuerzo de la fase sólida σ' , que se conoce también como tensión efectiva, es

$$\sigma = D : \left[\frac{1}{2}(\nabla u + \nabla^T u) - \alpha(T - T_0)I - \varepsilon^p - \varepsilon^{lits} \right] - [p^s(1 - S_t) - S_t p^t]I \quad (2.13)$$

Para mostrar la forma vectorial de las ecuaciones poroelásticas, Suárez *et. al* (2010) propone que el tensor σ_f se puede ver en siete dimensiones como una matriz de coeficientes para el fluido si suponemos $C = b \cdot M$:

$$\vec{\sigma}_f = \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_f \end{pmatrix}_f = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -C \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -C \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -C \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -C & -C & -C & 0 & 0 & 0 & M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \zeta \end{pmatrix}_f \quad (2.14)$$

Con esta ecuación podemos construir el vector de esfuerzo total actuando en la roca porosa, que incluye dos componentes, una para el esqueleto y una para el fluido respectivamente

$$\begin{aligned}\sigma_T &= \sigma_B + \sigma_f \leftrightarrow \vec{\sigma}_T = C_B \cdot \vec{\varepsilon}_T \leftrightarrow \vec{\varepsilon}_T = C_B^{-1} \cdot \vec{\sigma}_T \\ \vec{\sigma}_T &= (\sigma_x \quad \sigma_y \quad \sigma_z \quad \sigma_{xy} \quad \sigma_{xz} \quad \sigma_{yz} \quad \sigma_f)^T; \\ \vec{\varepsilon}_T &= (\varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \varepsilon_z \quad \varepsilon_{xy} \quad \varepsilon_{xz} \quad \varepsilon_{yz} \quad \zeta)^T\end{aligned}\quad (2.15)$$

La ecuación anterior representa el esfuerzo total actuando en la roca a través de σ_B más la fuerza de tensión σ_f actuando en los poros. La ecuación muestra la equivalencia entre dos ecuaciones vector-tensoriales acopladas preservando una forma similar a la ecuación clásica elástica. Los símbolos vectoriales son los transpuestos en siete dimensiones con seis componentes clásicos y elementos poroelásticos extra. El esfuerzo poroelástico total y la deformación total son representados por los vectores $\vec{\sigma}_T$ y $\vec{\varepsilon}_T$ respectivamente. La matriz C_B para rocas isotérmicas e isotrópicas es un tensor en siete dimensiones obtenido por la adición de los coeficientes para la fase sólida y la fase del fluido:

$$C_B = \begin{pmatrix} \lambda u + 2G & \lambda u & \lambda u & 0 & 0 & 0 & -C \\ \lambda u & \lambda u + 2G & \lambda u & 0 & 0 & 0 & -C \\ \lambda u & \lambda u & \lambda u + 2G & 0 & 0 & 0 & -C \\ 0 & 0 & 0 & 2G & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2G & 0 \\ -C & -C & -C & 0 & 0 & 0 & M \end{pmatrix}\quad (2.16)$$

El determinante de la matriz es:

$$\det(C_B) = 32G^5 \left[-3C^2 + M(3\lambda u + 2G) \right] = 32G^5 M (3\lambda + 2G)\quad (2.17)$$

De esa forma los componentes de $\vec{\sigma}_T$ son

$$\vec{\sigma}_T = \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_f \end{pmatrix} = C_B \cdot \vec{\varepsilon}_T = C_B \cdot \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yz} \\ \zeta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda u \varepsilon_B + 2G \varepsilon_x - C \zeta \\ \lambda u \varepsilon_B + 2G \varepsilon_y - C \zeta \\ \lambda u \varepsilon_B + 2G \varepsilon_z - C \zeta \\ 2G \varepsilon_{xy} \\ 2G \varepsilon_{xz} \\ 2G \varepsilon_{yz} \\ -C \varepsilon_B + M \zeta \end{pmatrix}\quad (2.18)$$

2.4.2 Solución numérica por la técnica de Elementos Finitos

El modelo geo-mecánico tridimensional que se muestra en la Fig. 2.11 se supone a 1000 metros de profundidad. La localización del reservorio se establece a 5000 m de profundidad, como se observa en la Fig. 2.12 (suponiendo que la profundidad total del reservorio a la superficie es de 6 km). La localización y geometría del domo de sal se muestra en la Fig. 2.13. Al no contar con la medida exacta del domo presente en el campo Puerto Ceiba, en el modelo suponemos que su profundidad total es de 7000 m y tiene una base cuadrada de 8000 m por lado respectivamente, datos que con frecuencia aparecen en la literatura referente a domos salinos.

Para obtener el modelo simplificado que nos permitiera observar la deformación del domo, se emplearon cuatro tipos de capas, incluyendo la formación superior, la formación inferior, la formación que rodea al domo salino, además del domo salino.

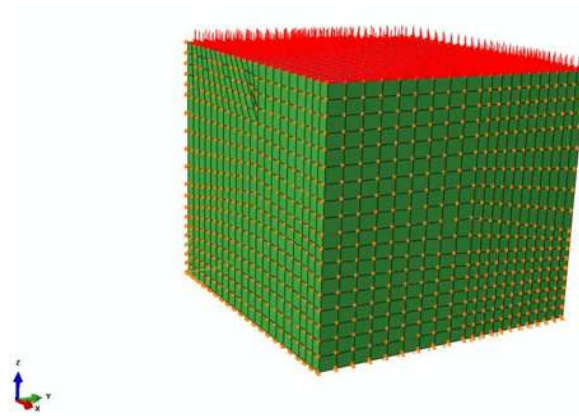


Fig. 2.11: Cargas, condiciones de frontera y geometría del modelo de campo.

Los parámetros empleados para el cálculo de la deformación del domo se pueden observar en la Tabla 2.13.

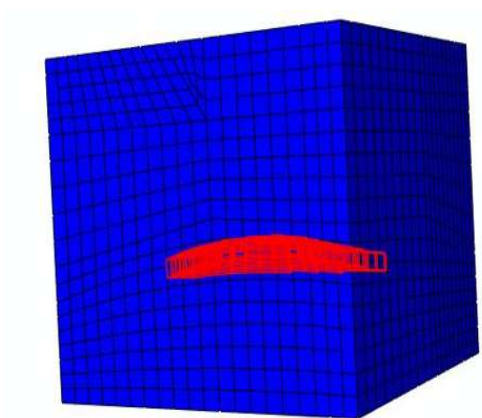


Fig. 2.12: Posición del reservorio en el modelo.

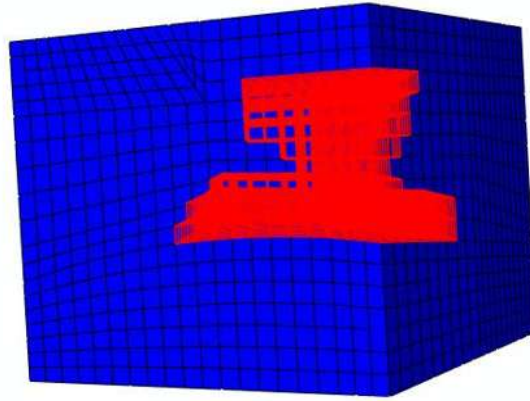


Fig. 2.13: Localización y geometría del domo de sal en el modelo.

Este análisis emplea el criterio modificado de campo Drucker-Prager⁸. Los valores de las propiedades de material empleados son las enlistadas previamente. Los valores de fuerza para los parámetros de sal utilizados son: $d = 4 \text{ MPa}$, $\beta = 44^\circ$, que corresponden a los valores en el modelo Mohr-Coulomb⁹ de $c = 1.25 \text{ MPa}$, $\varphi = 25^\circ$.

Tabla 2.13: Valor de los parámetros de materiales

	$\rho / \text{kg/m}^3$	E/Pa	ν
Formación superior y formaciones adyacentes (es decir, capas 1, 2 y 3)	2,200.0	1.9×10^{10}	0.35
Formación inferior (es decir, la capa inferior)	2,200.0	1.9×10^{10}	0.34
Reservorio	2,200.0	0.9×10^{10}	0.34
Formación de sal	2,100.0	1.5×10^{10}	0.3

⁸ El criterio de fluencia de Drucker-Prager es un modelo dependiente de la presión que determina si un material ha sobrepasado el límite elástico. Este criterio fue introducido para tratar de representar la deformación plástica de los suelos (Criterio de fluencia Drucker-Prager, 2013).

⁹ La teoría de Mohr-Coulomb es un modelo matemático que describe la respuesta de materiales quebradizos a esfuerzo cortante, así como a tensión normal (Teoría de Mohr-Coulomb, 2013).

La ley de arrastre siguiente, presentada en la ecuación 2.6 fue la empleada para el cálculo de deformación:

$$\dot{\bar{\epsilon}}^{cr} = A (\bar{\sigma}^{cr})^n t^m \quad (2.6)$$

Donde $\dot{\bar{\epsilon}}^{cr}$ representa la tasa de deformación equivalente; $\bar{\sigma}^{cr}$ representa la tensión equivalente Von Mises¹⁰; t es el tiempo total variable; A , n , m son tres parámetros del modelo que están dados por los valores $A = 10^{-21.8}$, $n = 2.667$, $m = -0.2$. Para la formación, la fuerza de cohesión y el ángulo friccional necesarias en el modelo Drucker-Prager se establecieron los valores siguientes: $d = 1.56 \text{ MPa}$, $\beta = 44^\circ$ que en el modelo Mohr-Coulomb están como $c = 0.5 \text{ MPa}$, $\varphi = 25^\circ$.

Para tener una carga computacional menor, los análisis acoplados para la deformación y el flujo poroso se llevaron a cabo solo para la formación del reservorio y su región inferior. Las otras partes del modelo las suponemos no permeables.

La variación de la presión de poro en el reservorio debido a la producción de aceite baja de su valor original de 82MPa a 70 MPa, que es un valor regular para la reducción normal de presión debida a la producción.

Las cargas aplicadas al modelo de campo incluyen: presión del agua de mar y la gravedad propia de las formaciones de sal, que están balanceadas con la geo-tensión inicial. La presión de peso de lodo, entre otros parámetros no fueron utilizados en el modelo a escala. En las cuatro paredes laterales y en el fondo se restringe el movimiento a cero.

La distribución del hundimiento causado por la producción de petróleo se muestra en la Fig. 2.14. Se utiliza un corte múltiple para visualizar el desplazamiento/hundimiento vertical U3. Se observa que el máximo hundimiento que ocurre en la parte superior del reservorio es de 0.348 m.

La distribución de la presión de poro correspondiente a la producción de aceite se muestra en la Fig. 2.15. Se utiliza un corte múltiple para visualizar el desplazamiento/hundimiento vertical U3. La reducción de la presión está limitada a la región del reservorio definida en la Fig. 2.15. Los valores de la presión de poro se establecen invariables para las regiones fuera del reservorio estableciendo una permeabilidad muy baja.

¹⁰ La tensión de Von Mises es un escalar proporcional a la energía de deformación elástica de distorsión que puede expresarse en función de las componentes del tensor tensión, en particular admite una expresión particularmente simple en función de las tensiones principales, por lo que la tensión de Von Mises puede calcularse a partir de la expresión de la energía de deformación distorsiva (Tensión Von Mises, 2013).

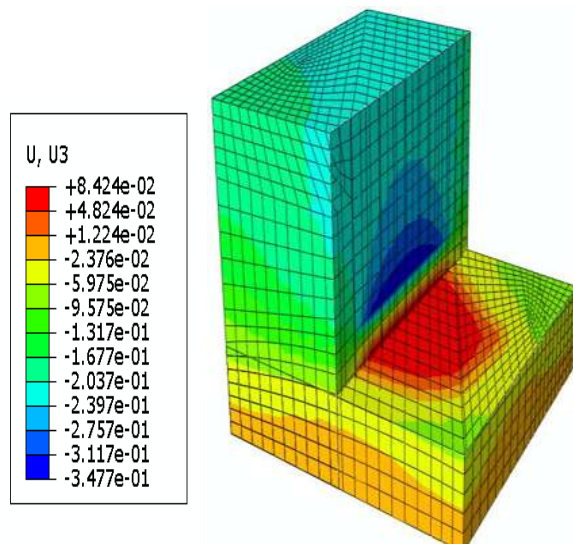


Fig. 2.14: contorno del desplazamiento/ hundimiento vertical U3 durante la producción de aceite.

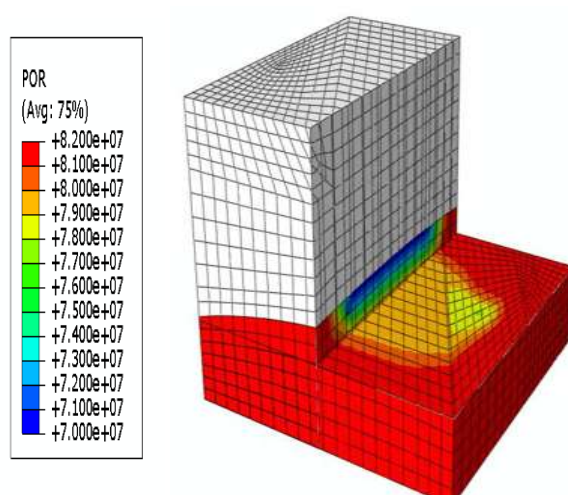


Fig. 2.15: Contorno de la variación de poro durante la producción de aceite.

CAPÍTULO 3

Descripción y formulación del problema de investigación

Se considera el flujo simultáneo de dos fluidos inmiscibles en el problema, como se mencionó previamente; agua y aceite, en un medio poroso en 3 dimensiones. En este contexto, el subíndice 1 representara la fase mojante, es decir, aceite. El subíndice 2, la fase no mojante, agua. Para el establecimiento de las ecuaciones se consideró que no existe transferencia de masa entre los fluidos.

El agua invade el reservorio de aceite a través de una falla que corta a un acuífero formando un ángulo $\theta \in [0, \pi/2]$ con la vertical X_3 , con una profundidad de aproximadamente 6 km y una temperatura de al menos 150°C, misma que cambia de acuerdo a la profundidad. El flujo de agua y aceite ingresa a la falla desde la formación por P_0 a una distancia h y a velocidades constantes $u_1(x, y, z, 0) = u_1^0$, $u_2(x, y, z, 0) = u_2^0$ respectivamente.

La ley de Darcy y de continuidad se aplican en ambas fases. Las coordenadas (x, y, z) representan la dirección vectorial del flujo de ambos fluidos en el dominio ocupado por la formación que contiene a la falla productora.

Se considera que las permeabilidades relativas y la presión capilar dependen únicamente de la saturación de la fase mojante, sin embargo pueden estar también en función de la presión y la temperatura. Existe evidencia experimental de la variación de las permeabilidades relativas con la temperatura. Passmore y Archer (1985) reportan un incremento significativo de la permeabilidad relativa del aceite al aumentar la temperatura, así como la disminución en la histéresis entre las curvas de drenaje e imbibición y un incremento en la saturación irreducible del agua. Sin embargo, dadas las condiciones geotérmicas a las que se encuentra el fondo marino en el Golfo de México, se puede considerar constantes tanto la permeabilidad de la roca, como las viscosidades y densidades de ambas fases. Si se considera una temperatura no constante, las viscosidades del agua y del aceite se ven reducidas. Por consiguiente esta variable puede afectar el desplazamiento de ambos fluidos en procesos de recuperación térmica. En cambio la permeabilidad de la roca disminuye conforme se incrementa la temperatura (Reiss, 1980) por efecto de la dilatación.

Para la formulación general del modelo que representa la invasión de salmuera en yacimientos de Puerto Ceiba, es propicio enunciar las principales leyes físicas que se utilizan para su establecimiento.

3.1 Permeabilidades relativas

En esta sección se presentan algunas de las correlaciones más empleadas para el cálculo efectivo de las permeabilidades relativas. El concepto y cálculo de esta propiedad es sumamente importante en la modelación y comprensión de los yacimientos.

La permeabilidad es la propiedad que posee la roca para permitir que los fluidos se muevan a través de sus poros. Independientemente del tipo de poro que posean, esta propiedad determina el comportamiento del yacimiento y del pozo. Sin embargo, el término puede referirse a muchos tipos de mediciones. Por ejemplo, la permeabilidad puede ser absoluta o efectiva, vertical (es el promedio armónico de las permeabilidades de la muestra), horizontal (el promedio aritmético) o en cualquier otra dirección, debido a que la permeabilidad se define como un tensor.

Las diferentes permeabilidades son importantes en distintas etapas de vida de un yacimiento de hidrocarburos. Al comienzo, la principal preocupación es la permeabilidad efectiva horizontal promedio del petróleo o del gas, puesto que esta controla la productividad y el diseño de cada uno de los pozos. Sin embargo, más tarde, la permeabilidad vertical pasa a ser importante debido a su efecto en la conificación de gas y agua, así como en la productividad de pozos horizontales y multilaterales.

La importancia de cada tipo de permeabilidad depende del yacimiento al que se enfrenta, en uno muy anisotrópico hay mucha diferencia entre una y otra, por lo que destacará la que permita que el crudo o el gas tenga más probabilidad de salir del yacimiento, o lo que es lo mismo, que tenga más probabilidad de entrar a la sarta de producción.

Un manejo eficaz del yacimiento depende del conocimiento no solo de la permeabilidad horizontal promedio, sino también de la distribución lateral y vertical de la permeabilidad, así como de la conductividad de las barreras impermeables. En algunos pozos sería ideal una elevada permeabilidad vertical, pues esto facilita el proceso de levantamiento por gas y con ello la capa inyectada en la parte superior el yacimiento logra empujar efectivamente al crudo hacia abajo y se puede lograr la extracción del mismo. Por otro lado, en otros tipos de yacimiento puede que la permeabilidad horizontal sea la ideal. (Jean Moreno, 2009)

Lo que se conoce como permeabilidad relativa, es la razón entre la permeabilidad efectiva y la permeabilidad absoluta. Las mediciones de la permeabilidad relativa son usadas para describir cuantitativamente el transporte simultáneo de dos o más fluidos inmiscibles a través de una roca de formación. Estas mediciones dependen principalmente de las saturaciones de los fluidos.

La permeabilidad relativa puede ser una función de muchos parámetros; temperatura, velocidad del flujo, cambios de mojabilidad y el comportamiento químico y mecánico del material. La dependencia de la permeabilidad relativa con la historia de la saturación es sumamente importante; las curvas de permeabilidad relativa muestran histéresis entre los procesos de drenaje (fase mojante disminuyéndose) y los procesos de imbibición (fase mojante incrementándose). Algunos investigadores afirman que la geometría de los poros influye en la permeabilidad relativa agua-petróleo. Esto se debe a que existen ciertas propiedades que afectan la geometría de los poros y a su vez la permeabilidad relativa agua-petróleo, las cuales son: tamaño, forma, escogencia y arreglo de los granos, así como de la arcilla intergranular.

3.1.1 Correlaciones de Purcel

Este tipo de correlación se extrae del trabajo original de Purcel (1949; citado de Bundschuh & Suárez, 2010) hecho para estimar la permeabilidad absoluta usando valores experimentales de la presión de capilaridad. Se extendió después para computar las permeabilidades relativas para el flujo en dos fases.

$$k_{rw} = (S_{Nw})^{\frac{2+\lambda_\phi}{\lambda_\phi}} \quad (3.1)$$

$$k_{rmw} = (1 - S_{Nw})^2 (1 - k_{rw}) \quad (3.2)$$

Donde S_N es la saturación normalizada de la fase mojante y λ_ϕ es el tamaño de distribución del poro implícito en el exponente. Una forma práctica de usar estas correlaciones es computar primero la permeabilidad relativa de la fase mojante k_{rw} con la formula $k_{rw} = S_{Nw} / R_l$, donde R_l es el exponente de resistividad que puede ser calculado por datos experimentales. Archie (1942; citado de Suárez *et al.*, 2007) mostró una relación entre la resistividad eléctrica y saturaciones de la forma $R_l = (S_w)^{-2}$. una vez que k_{rw} se obtiene, el valor de λ_ϕ se calcula invirtiendo la formula (3.1):

$$\lambda_\phi = \frac{2 \text{Log}(S_{Nw})}{\text{Log}(k_{rw}) - \text{Log}(S_{Nw})} \quad (3.3)$$

Nótese que λ_ϕ puede ser calculado también de los datos de la presión capilar. Una vez que ambos valores λ_ϕ y S_N están computados, la permeabilidad relativa de la fase no mojante es calculada usando la ecuación (3.2).

3.1.2 Correlaciones de Corey

En base a datos de la presión capilar gas-aceite, Corey (1954; citado de Bundschuh & Suárez, 2010) desarrolló las siguientes correlaciones empíricas:

$$k_{rw} = S_{Nw}^4 \quad (3.4)$$

$$k_{rmw} = (1 - S_{Nw})^2 (1 - S_{Nw}^2) \quad (3.5)$$

Donde

$$S_{Nw} = \frac{S_w - S_{rw}}{1 - S_{rw}} \quad \text{que representa la etapa de drenaje y } S_{Nw} = \frac{S_w - S_{rw}}{1 - S_{rw} - S_{nrw}} \quad \text{la de imbibición.}$$

3.1.3 Correlaciones de Brooks-Corey

Brooks y Corey (1966; citado de Suárez & Bundschuh, 2010) desarrollaron una pareja de correlaciones que han adquirido prestigio por su precisión para estimar las permeabilidades relativas de las fases mojante y no mojante:

$$k_{rw}(S_w) = (S_{Nw})^{\frac{2+3\lambda_\phi}{\lambda_\phi}} \quad (3.6)$$

$$k_{rnw}(S_w) = (1 - S_{Nw})^2 \left(1 - (S_{Nw})^{\frac{2+\lambda_\phi}{\lambda_\phi}} \right) \quad (3.7)$$

Muchos experimentos realizados por Li y Horne (2002; citado de Suárez & Bundschuh, 2010) con fluidos de vapor-agua demostraron que el modelo de Purcel era el que mejor se ajusta para la permeabilidad relativa de los datos experimentales para la fase líquida tanto para procesos de drenaje como de imbibición. Pero la correlación de Corey es la mejor para ajustar datos experimentales de la fase de vapor.

3.1.4 Correlaciones de Schulz-Kehrwald

Schulz y Kehrwald (2006; citado de Suárez & Bundschuh, 2010) del instituto Techno-und Wirtschafts mathematik (matemáticas técnicas e industriales) realizó experimentos de drenaje y obtuvo las correlaciones siguientes para las funciones de permeabilidad relativa (Fig. 3.1):

$$\frac{k_{ri}(S_i)}{k_{abs}} = (S_i)^a \left(1 - \left(1 - S_i^{\frac{n}{n-1}} \right)^{1 - \frac{1}{n}} \right)^2 \quad (3.8)$$

Donde $a = 0.844$, $n = 4.387$. Además i representa la fase no mojante (nw) y la fase mojante (w). Estas curvas de permeabilidades relativas fueron obtenidas por una fase de simulación CFD (Dinámica de fluidos computacional).

3.1.5 Correlaciones universales para permeabilidades relativas basadas en modelos fractales

Li y Horne (2004, 2007; citado de Suárez & Bundschuh, 2010) encontraron que las funciones fractales “inferidas de las curvas de presión capilar eran líneas derechas para todas las muestras de rocas, tanto como para las que tenían fracturas como para las que no las tienen”. Estos autores desarrollaron un modelo generalizado basado en el modelado fractal de una roca porosa para estimar las curvas de permeabilidad relativa.

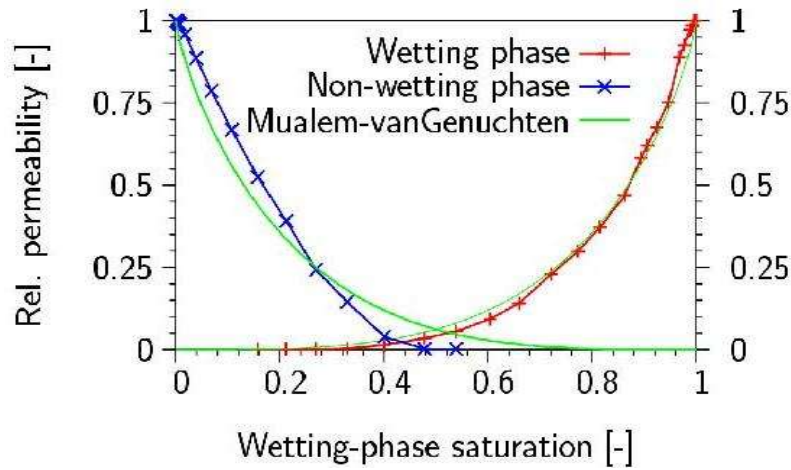


Fig. 3.1: curvas saturación-permeabilidades relativas de Schulz & Kehrwald (2006; citado de Bundschuh & Suárez, 2010)

La dimensión fractal es una manifestación de la heterogeneidad de la roca y es representado por el parámetro λ_ϕ de la distribución del tamaño del poro. La expresión analítica de estas correlaciones es la siguiente:

$$k_{rw}(S_{Nw}) = \frac{\left(P_{Cmax}^{-\lambda_\phi} - \left(P_{Cmax}^{-\lambda_\phi} - P_e^{-\lambda_\phi}\right)S_{Nw}\right)^{\frac{(2+\lambda_\phi)}{\lambda_\phi}} - (P_{Cmax})^{-(2+\lambda_\phi)}}{P_e^{-(2+\lambda_\phi)} - (P_{Cmax})^{-(2+\lambda_\phi)}} \quad (3.9)$$

$$k_{rnw}(S_{Nw}) = \frac{P_e^{-(2+\lambda_\phi)} - \left(P_{Cmax}^{-\lambda_\phi} - \left(P_{Cmax}^{-\lambda_\phi} - P_e^{-\lambda_\phi}\right)S_{Nw}\right)^{\frac{2+\lambda_\phi}{\lambda_\phi}}}{P_e^{-(2+\lambda_\phi)} - (P_{Cmax})^{-(2+\lambda_\phi)}} \quad (3.10)$$

P_{cmax} es la presión de capilaridad para la saturación residual en el caso de drenado. Ambas funciones (3.9 y 3.10) dependen de la heterogeneidad de la roca porosa, la distribución del tamaño del poro y la máxima presión de capilaridad. Este modelo es una generalización del frecuentemente usado modelo de Brooks y Corey (Li & Horne, 2007; citado de Suárez & Bundschuh, 2010).

3.1.6 Correlaciones tipo LET

El tipo de correlación que se empleó para el cálculo de las permeabilidades relativas en el problema de modelación, es la correlación LET. Este tipo de correlación tiene más de tres grados de libertad en orden de acomodar la forma de medir las curvas de las permeabilidades relativas en experimentos SCAL (Análisis de núcleos especiales). La correlación para las permeabilidades relativas de agua y aceite con inyección de agua son:

$$K_{rw} = \frac{K_{rw}^0 S_{wn}^{Lw}}{S_{wn}^{Lw} + E_w (1 - S_{wn})^{Tw}} \quad (3.11)$$

$$K_{rwo} = \frac{(1 - S_{wn})^{Lo}}{(1 - S_{wn})^{Lo} + E_o S_{wn}^{To}} \quad (3.12)$$

Escritas usando la misma saturación de la fase mojanante normalizada S_{wn} que la que se emplea en la correlación de Corey (S_{Nw}). Los parámetros S_{wi} , S_{orw} y K_{rw}^0 tienen diferentes significados físicos; saturación irreducible del agua, saturación residual del aceite y permeabilidad relativa inicial de la fase mojanante respectivamente. El tipo de aproximación LET esta descrito por 3 parámetros empíricos L, E, T. El parámetro L describe la parte más baja de la curva. T es la parte más alta y el parámetro E describe la posición de la pendiente de la curva. La experiencia que se tiene usando las correlaciones LET indican que el parámetro $L \geq 1$, $E > 0$ y $T \geq 0.5$. (Lomeland F., Ebeltoft E. & Hammervold Thomas, 2005).

3.2 Ley de Darcy

La ley de Darcy describe en función de experimentos de laboratorio, las características del movimiento de un fluido a través de un medio poroso. Para un flujo lineal, la ley de Darcy dice que la velocidad de un fluido homogéneo en un medio poroso es proporcional a la fuerza de empuje (gradiente de presión) e inversamente proporcional a la viscosidad.

La ley de Darcy para un flujo compuesto por un solo fluido, en un sistema horizontal con una tasa de flujo volumétrico Q , sobre una muestra de material poroso de longitud L y sección de área transversal A , está dada por:

$$Q = \frac{KA}{\mu} \frac{\Delta p}{L} \quad (3.13)$$

Donde Δp es la presión aplicada sobre la muestra, μ es la viscosidad del fluido y K es la permeabilidad absoluta del medio. Para un flujo en una sola dirección, por ejemplo al eje x , la ley de Darcy se reescribe en forma diferencial como:

$$v = \frac{Q}{A} = -\frac{K}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (3.14)$$

v es la velocidad del flujo superficial. El signo negativo indica que la presión declina en la dirección del flujo. En 3D la ley de Darcy se generaliza incluyendo efectos de gravitación y toma la siguiente forma:

$$\bar{v} = -\frac{K}{\mu} (\bar{\nabla}p - \rho g \bar{\nabla}D) \quad (3.15)$$

donde ρ representa la densidad del fluido, g la aceleración de la gravedad y D la profundidad. Para la aplicación de la ley de Darcy se requiere que el fluido se adhiera a los poros de la roca, sature 100% el medio y un flujo homogéneo y laminar ocurra. Para filtraciones de líquidos a velocidades muy elevadas la ley de Darcy deja de ser válida.

3.3 Ecuación de continuidad

En mecánica de fluidos una ecuación de continuidad es una ecuación de conservación de la masa. Para desarrollar la ecuación de continuidad, en su forma diferencial, para un sistema euleriano en coordenadas cartesianas, consideramos un volumen elemental, $dx \, dy \, dz$ (Fig. 3.2). En el punto 0, a la mitad de la caja, en el instante t

$$u = u_0, \quad v = v_0, \quad \rho = \rho_0 \quad (3.16)$$

Primero, se encuentra el flujo neto de salida por unidad de tiempo. Mediante una expresión en series de Taylor e ignorando términos de orden superior:

$$\text{en la cara } abcd \quad u = u_0 - \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_0 \frac{dx}{2} \quad \text{y} \quad \rho = \rho_0 - \left(\frac{\partial \rho}{\partial x}\right)_0 \frac{dx}{2}. \quad (3.17)$$

Análogamente para la cara $efgh$.

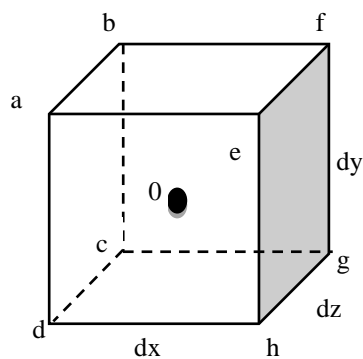


Fig. 3.2: Volumen de control elemental para desarrollar la forma diferencial de la ecuación de continuidad.

El flujo másico a través de la caja se puede encontrar localizándolo en cada una de sus seis caras y sumando el resultado. En las caras $abcd$ y $efgh$, el flujo másico entra a través de $abcd$ en el tiempo esta dado por

$$(\rho u dA dt)_{abcd} = \left[\rho_0 - \left(\frac{\partial \rho}{\partial x} \right)_0 \frac{dx}{2} \right] \left[u_0 - \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_0 \frac{dx}{2} \right] dy dz dt \quad (3.18)$$

El flujo másico que sale a través de efgh en el tiempo es el mismo expresado en la ecuación (3.18) para la cara abcd. De esta forma el flujo neto a través de abcd y efgh es

$$\left[u_0 \left(\frac{\partial \rho}{\partial x} \right)_0 + \rho_0 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_0 \right] dx dy dz dt = \left[\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \right]_0 dx dy dz dt \quad (3.19)$$

Para las otras caras del volumen de control elemental es posible desarrollar expresiones similares. El flujo neto a través de cdhg y abfe se expresa en la ecuación (3.20), mientras que el de las caras cbfg y aehd queda establecido en la ecuación (3.21).

$$\left[\frac{\partial(\rho v)}{\partial y} \right]_0 dx dy dz dt \quad (3.20)$$

$$\left[\frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \right]_0 dx dy dz dt \quad (3.21)$$

Al sumar las contribuciones en las seis caras se obtiene el flujo másico neto total en el tiempo dt (ecuación 3.22)

$$\left[\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \right] dx dy dz dt \quad (3.22)$$

Quitando el subíndice porque el resultado no dependería del punto particular que se consideró. Este debe ser igual a la disminución de la masa dentro de este volumen durante el mismo intervalo (la masa se debe conservar), así que

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \right] dx dy dz dt &= -dx dy dz \frac{\partial \rho}{\partial t} dt \\ \rightarrow \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} &= -\frac{\partial \rho}{\partial t} = \nabla \cdot \rho \mathbf{V} \end{aligned} \quad (3.23)$$

3.4 Saturación

La saturación de un medio poroso con respecto a un fluido se define como la fracción del volumen poroso de una roca que está ocupada por dicho fluido. Esta relación se expresa en la ecuación 3.24.

$$S_x = \frac{V_x}{V_t} \quad (3.24)$$

Donde S_x representa la saturación de la fase X, V_x el volumen que ocupa la fase y V_t el volumen poroso total de la roca. La sumatoria de las saturaciones de todos los fluidos que se encuentran presentes en el espacio poroso de una roca, debe ser igual a 1. Si se considera un medio poroso saturado únicamente por petróleo y agua tenemos entonces que

$$S_1 + S_2 = 1 \quad (3.25)$$

Donde S_1 representa la saturación de petróleo y S_2 la de la salmuera. De acuerdo al tiempo en que se calcula la saturación de los fluidos en un yacimiento existen distintas clasificaciones para dicha propiedad. La saturación residual de una fase, corresponde a la saturación de dicha fase que queda en el yacimiento en la zona barrida, después de un proceso de desplazamiento. Por otro lado, la saturación crítica de una fase, corresponde a la mínima saturación requerida para que una fase pueda moverse en el yacimiento, es decir, corresponde a la máxima saturación a la cual la permeabilidad relativa de dicha fase es cero.

3.5 Presión capilar

A la diferencia de presión a través de la interface que separa dos fluidos inmiscibles, cuando se ponen en contacto en un medio poroso se le conoce como presión capilar. Siempre que dos o más fluidos coexistan en un sistema de tubos capilares, la combinación de la tensión superficial y la curvatura debida a los tubos capilares hace que las dos fases experimenten diferentes presiones. Las presiones capilares se pueden determinar para sistemas bifásicos de diferentes clases; de interés para la industria del petróleo están los sistemas de gas-salmuera, gas-aceite y aceite-salmuera.

La expresión para la presión capilar es de la siguiente forma:

$$P_c = P_{nm} - P_m \quad (3.26)$$

Donde P_{nm} representa la presión de la fase no mojante y P_m la de la fase mojante. En cualquier medio poroso con presencia de fluidos bifásicos, la fase mojante tendrá siempre la presión más baja. Por lo tanto, las curvas de presión capilar se pueden también utilizar para determinar las características de mojabilidad del yacimiento.

3.6 Porosidad

La porosidad (ϕ) se define como la capacidad que posee un material para absorber líquidos o gases. Es una medida que señala la capacidad de almacenamiento de fluidos que poseen las rocas que conforman al yacimiento y esta expresada como la fracción del volumen total de la roca que corresponde a espacios que pueden almacenar fluidos. Muchas veces esta propiedad es expresada como un porcentaje.

$$\phi = \frac{\text{Volumen de espacios para almacenar fluidos}}{\text{Volumen total de la roca}} \quad (3.27)$$

Pese a las diferentes clasificaciones que tiene la porosidad de acuerdo a la conectividad de los poros y/u origen de las rocas (porosidad total, no efectiva, primaria o secundaria, consultar glosario anexo), la que frecuentemente se utiliza para la estimación del hidrocarburo en sitio es la porosidad efectiva, que se define como la relación del volumen poroso interconectado (volumen total de la roca que representa espacios que pueden contener fluidos y se encuentran comunicados entre sí,) con el volumen bruto de la roca. Este tipo de porosidad nos indica la habilidad que tiene la roca para conducir fluidos. (Torres, 2008)

Matemáticamente se puede explicar el concepto de porosidad con el siguiente ejemplo; supóngase que un medio poroso se encuentra compuesto por esferas de radio r del mismo tamaño (estas esferas representan los granos o matriz de la roca idealizados), si las esferas se encontrasen dispuestas espacialmente de tal forma que los centros de cualquier grupo de esferas adyacentes corresponden a las cuatro esquinas de un cubo de lados iguales al diámetro de las esferas, como se puede ver en la Fig. 3.3, entonces el sistema total se encontraría formado por la repetición del espacio dentro del cubo y la porosidad de este sistema podría ser calculada obteniendo el volumen total de esferas (ecuación 3.28) y el volumen total del cubo (ecuación 3.29).

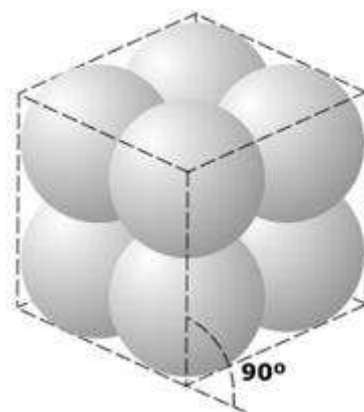


Fig. 3.3: Arreglo cúbico (Comunidad petrolera, 2012)

$$V_{\text{esferas}} = 8 \left(\frac{4}{3} \pi r^3 \right) = 33.51 r^3 \quad (3.28)$$

$$V_{\text{Total}} = (4r)^3 = 64 r^3 \quad (3.29)$$

Como el volumen poroso (espacio que puede almacenar fluidos) es igual al volumen total del cubo menos el volumen de las esferas tenemos

$$V_{\text{poroso}} = V_{\text{Total}} - V_{\text{esferas}} = 64 r^3 - 33.51 r^3 = 30.49 r^3 \quad (3.30)$$

Si se divide el volumen poroso por el volumen total del cubo, se obtendría el valor de la porosidad del sistema.

$$\phi = \frac{V_{\text{poroso}}}{V_{\text{Total}}} = \frac{30.49 r^3}{64 r^3} = 0.4764 \equiv 47.64\% \quad (3.31)$$

Este tipo de arreglo o disposición de los granos se conoce como arreglo cúbico y la porosidad de este arreglo es la máxima porosidad teórica que se puede obtener (47.64%).

Entre los factores que pueden afectar o modificar la porosidad de un yacimiento de hidrocarburos encontramos los siguientes:

Uniformidad del tamaño de los granos: está determinado por el arreglo de los granos durante la sedimentación. La variación en el tamaño de los granos no afecta la porosidad de la roca, siempre y cuando se mantenga el tipo de arreglo o empaque de los granos.

Forma de los granos: podemos tener granos redondeados y no redondeados. Se tiene mejor porosidad cuando los granos son redondeados. Los cambios en los granos se deben a procesos de compactación y diagénesis.

Régimen de Depositación: esferas con diferentes empaques presentan diferente porosidad. La porosidad máxima que se puede obtener teóricamente en un arreglo cubico (47.64%) es mayor que la que se presenta en arreglos como el ortorrómbico (39.54%) y romboédrico (26%). Esta disminución en la porosidad se debe a una reducción en el volumen poroso del sistema, ya que parte de las esferas ocupan un volumen que anteriormente se encontraba vacío.

Compactación Mecánica: reducción del volumen total de los sedimentos como resultado de esfuerzos de compresión causados por la causa de sedimentos suprayacentes.

Compactación Química: incluye la reducción del volumen debido a reacciones durante la diagénesis.

Cementación: el tamaño, forma y continuidad de los canales también se afecta debido a la deposición de cuarzo, calcita y dolomita o combinaciones de éstas.

CAPÍTULO 4

Modelos matemáticos

Habiendo señalado los fundamentos teóricos necesarios, en este capítulo se presenta la formulación general del modelo matemático tridimensional del problema de invasión de salmuera a yacimientos nacionales de hidrocarburos y su formulación unidimensional.

4.1 Modelo general en 3D

Retomando las ecuaciones de Darcy y continuidad en 3D tenemos

$$\vec{v}_i = -\frac{\mathbf{K} k_{ri}}{\mu_i} (\vec{\nabla} p_i - \rho_i \vec{g} \cos \theta), \quad i=1,2 \quad (4.1)$$

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{v}_i) + \varphi \frac{\partial S_i}{\partial t} = 0, \quad i=1,2 \quad (4.2)$$

respectivamente. Considerando las ecuaciones 3.25 y 3.26 donde $S_1 + S_2 = 1$ y $P_c(S_1) = P_2 - P_1$, podemos considerar las velocidades Darcianas de cada fase $\vec{v}_1 = \vec{v}$, $\vec{v}_2 = \vec{w}$ y la velocidad total $\vec{u} = \vec{w} + \vec{v}$, es decir:

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_x + w_x \\ v_y + w_y \\ v_z + w_z \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

considerando las ecuaciones de continuidad y como las densidades de las fases son constantes, sumando ambas ecuaciones vamos a tener que

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0 \quad (4.4)$$

considerando el medio como anisotrópico y definiendo el tensor de permeabilidad absoluta como la matriz constante

$$K = \begin{pmatrix} k_x & 0 & 0 \\ 0 & k_y & 0 \\ 0 & 0 & k_z \end{pmatrix}. \quad (4.5)$$

De las ecuaciones para cada fase, empleando las ecuaciones de Darcy, se pueden despejar los gradientes de presión que toman la siguiente forma

$$\vec{\nabla} p_1 = \begin{pmatrix} -\frac{v_x}{\lambda_1 k_x} \\ -\frac{v_y}{\lambda_1 k_y} \\ -\frac{v_z}{\lambda_1 k_z} + \rho_1 g \cos \theta \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

$$\vec{\nabla} p_2 = \begin{pmatrix} -\frac{w_x}{\lambda_2 k_x} \\ -\frac{w_y}{\lambda_2 k_y} \\ -\frac{w_z}{\lambda_2 k_z} + \rho_2 g \cos \theta \end{pmatrix} \quad (4.7)$$

Donde las pseudomovilidades son

$$\lambda_1 = \frac{k_{r1}}{\mu_1} \quad \text{y} \quad \lambda_2 = \frac{k_{r2}}{\mu_2} \quad (4.8)$$

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} \quad (4.9)$$

Se definen las siguientes variables auxiliares, las cuales permiten calcular las seis componentes de las velocidades de cada fase con las velocidades fraccionarias

$$u_x = v_x + w_x \rightarrow 1 = \frac{v_x}{u_x} + \frac{w_x}{u_x} = f_x + g_x \quad (4.10)$$

$$u_y = v_y + w_y \rightarrow 1 = \frac{v_y}{u_y} + \frac{w_y}{u_y} = f_y + g_y \quad (4.11)$$

$$u_z = v_z + w_z \rightarrow 1 = \frac{v_z}{u_z} + \frac{w_z}{u_z} = f_z + g_z \quad (4.12)$$

Que equivalen a

$$v_x = u_x f_x; \quad v_y = u_y f_y; \quad v_z = u_z f_z;$$

$$w_x = u_x - u_x f_x; \quad w_y = u_y - u_y f_y; \quad w_z = u_z - u_z f_z$$

En términos de las velocidades fraccionarias se calcula el gradiente de la presión capilar (ecuación 4.13).

$$\vec{\nabla} p_c = \vec{\nabla} p_2 - \vec{\nabla} p_1 = \begin{pmatrix} \frac{u_x f_x}{\lambda_1 k_x} - \frac{u_x}{\lambda_2 k_x} \\ \frac{u_y f_y}{\lambda_1 k_y} - \frac{u_y}{\lambda_2 k_y} \\ \frac{u_z f_z}{\lambda_1 k_z} - \frac{u_z}{\lambda_2 k_z} + (\rho_2 - \rho_1) g \cos \theta \end{pmatrix} \quad (4.13)$$

Arreglando algebraicamente cada componente de este vector gradiente se pueden despejar las tres componentes de $f(S_1) = (f_x, f_y, f_z)$. Así obtendremos finalmente una ecuación en derivadas parciales que depende únicamente de la saturación del aceite, pero de esta misma puede obtenerse una para la saturación de salmuera:

$$f_x = \frac{\lambda k_x}{u_x} \frac{dp_c}{dS_1} \frac{dS_1}{dx} + \frac{\lambda}{\lambda_2}; \quad F_x = \frac{\lambda k_x}{u_x} \frac{dp_c}{dS_1};$$

$$f_y = \frac{\lambda k_y}{u_y} \frac{dp_c}{dS_1} \frac{dS_1}{dy} + \frac{\lambda}{\lambda_2}; \quad F_y = \frac{\lambda k_y}{u_y} \frac{dp_c}{dS_1};$$

$$f_z = \frac{\lambda k_z}{u_z} \frac{dp_c}{dS_1} \frac{dS_1}{dz} + \frac{\lambda k_z}{u_z} (\rho_1 - \rho_2) g \cos \theta; \quad F_z = \frac{\lambda k_z}{u_z} \frac{dp_c}{dS_1}$$

$$G_z = \frac{\lambda k_z}{u_z} (\rho_1 - \rho_2) g \cos \theta$$

habiendo definido las funciones auxiliares F_x, F_y, F_z y G_z . Reemplazando estas componentes en la ecuación 4.2 para la continuidad del aceite tenemos que

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} + \varphi \frac{\partial S_1}{\partial t} = \varphi \frac{\partial S_1}{\partial t} + \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (4.14)$$

$$\begin{aligned} \rightarrow \varphi \frac{\partial S_1}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(u_x F_x \frac{\partial S_1}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(u_y F_y \frac{\partial S_1}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(u_z F_z \frac{\partial S_1}{\partial z} \right) + \\ + \frac{\partial}{\partial x} \left(u_x \frac{\lambda}{\lambda_2} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(u_y \frac{\lambda}{\lambda_2} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(u_z \frac{\lambda}{\lambda_2} \right) = 0 \end{aligned} \quad (4.15)$$

En los términos de la ecuación 4.15 se observa que todas las variables involucradas están en función de la saturación del agua. Definiendo las partes correspondientes en términos tensoriales se obtiene una sola ecuación más compacta.

Sean F el tensor de movilidad de las fases y G el vector de la movilidad relativa de ambas fases

$$F = \begin{pmatrix} u_x F_x & 0 & 0 \\ 0 & u_y F_y & 0 \\ 0 & 0 & u_z F_z \end{pmatrix}; \quad \vec{G} = \begin{pmatrix} u_x \frac{\partial}{\partial S_1} \left(\frac{\lambda}{\lambda_2} \right) \\ u_y \frac{\partial}{\partial S_1} \left(\frac{\lambda}{\lambda_2} \right) \\ u_z \frac{\partial}{\partial S_1} \left(\frac{\lambda}{\lambda_2} \right) + u_z \frac{\partial G_z}{\partial S_1} \end{pmatrix}$$

La ecuación en derivadas parciales para la fase del aceite queda finalmente de la forma siguiente:

$$\phi \frac{\partial S_1}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (F \cdot \vec{\nabla} S_1) + \vec{G} \cdot \vec{\nabla} S_1 = 0 \quad (4.16)$$

La ecuación 4.16 es una EDP de tipo parabólico no lineal, en función solo de la saturación del aceite. El problema de calcular en qué forma se distribuyen y evolucionan las saturaciones en cualquier plano de la falla, se reduce a la resolución numérica de la ecuación.

4.1.1 Invasión de salmuera en el yacimiento

El problema general de invasión de salmuera en el yacimiento está gobernado por la EDP 4.16, siempre y cuando se suponga que 1 es la fase salmuera, de esa forma la ecuación y todos sus términos dependen de la saturación de dicha fase. La solución a este problema fue realizada por Suárez y Samaniego en el año 2006. En dicha investigación se modeló la EDP por medio de la técnica numérica de Elementos finitos, empleando el software comercial Comsol Multiphysics (Comsol AB, 2006).

Las simulaciones numéricas se realizaron en 2D, empleando los datos numéricos que se mencionan posteriormente (capítulo 5) presentes en el campo Puerto Ceiba y el pozo petrolero PC-115. Donde se consideró que el pozo está localizado en el centro de la región de producción, con fronteras laterales a presión constante y flujo nulo. Los cambios se limitaron a la dirección vertical con un área de interés representada por una geometría rectangular simple de malla no estructurada de 6000 m por 800 m de dimensión, con 552 elementos triangulares y 2640 grados de libertad. La interpretación se elaboró con polinomios de Lagrange cuadráticos.

La zona de simulación (Fig. 4.1) se sujetó a varias tasas de producción en el intervalo 3000-8000 barriles por día antes de que la invasión de salmuera fuera observada. Después de varias simulaciones, se concluyó que la tasa volumétrica para la cual la invasión de salmuera fue masiva es de 7057 barriles por día. La Fig. 4.1 muestra la evolución de la saturación de petróleo en un punto ilustrativo. Las figuras 4.2-4.5 son superficies bidimensionales del área simulada, mostrando la distribución de las saturaciones de ambas fases en toda la región. Para el rango crítico de producción de aceite de 7057 barriles, ocurre una depresión abrupta del 80% en un lapso de seis días (Fig. 4.1), después de 52 días de producción continua. (Suárez *et al.*, 2006)

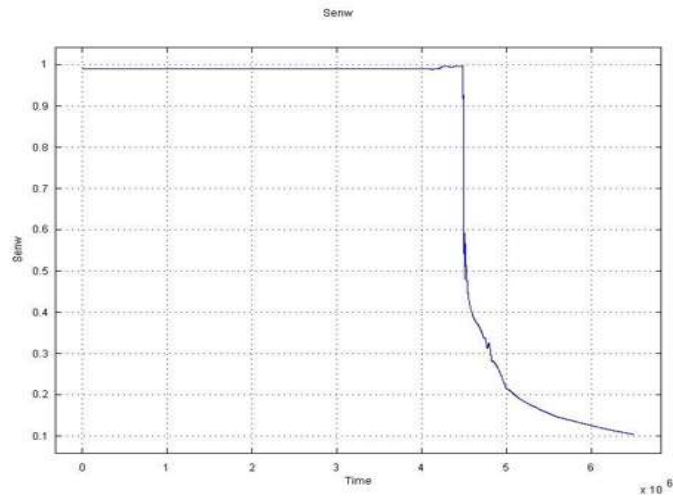


Fig. 4.1: Saturación del aceite afectada por la invasión de salmuera en el punto (150, 5550) m después de 52 días de producción

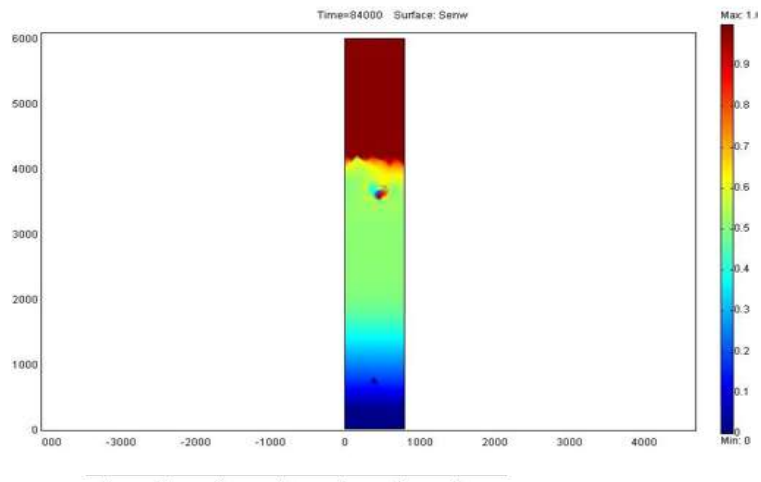


Fig. 4.2: Saturación del aceite y salmuera después de 23 horas de que se estableciera la zona de transición (verde)

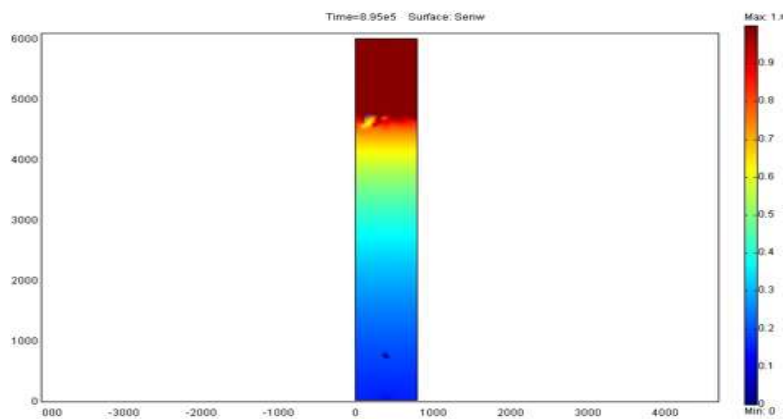


Fig. 4.3: Saturación del aceite y salmuera después de 10 días de que se estableciera la zona de transición

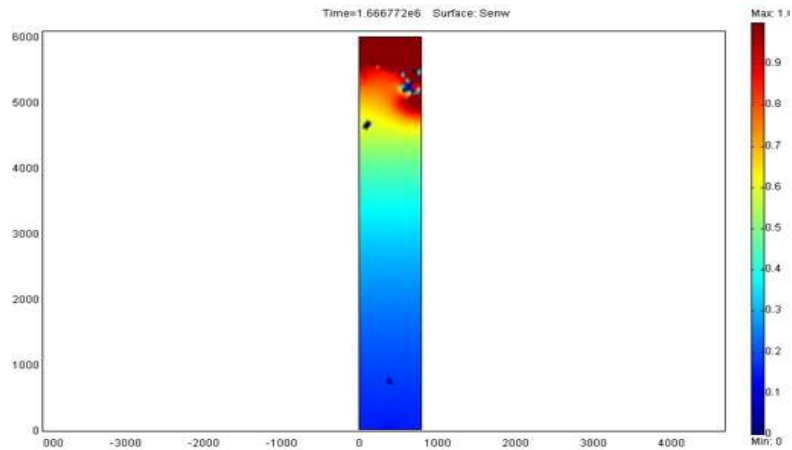


Fig. 4.4: Saturación del aceite y salmuera después de 20 días de que se estableciera la zona de transición

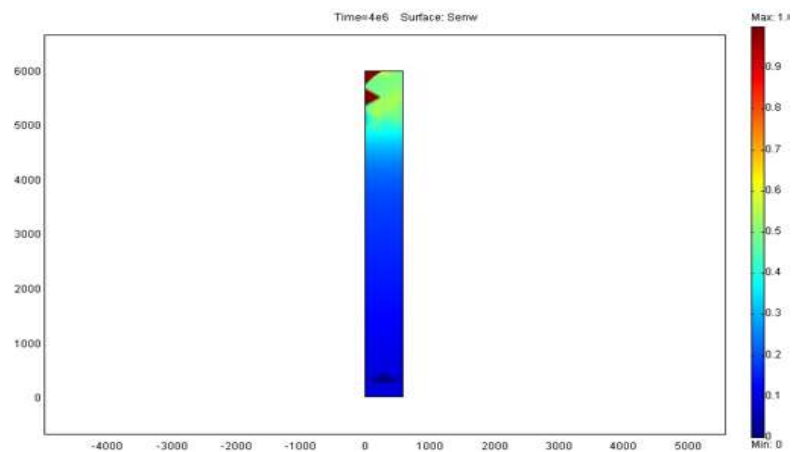


Fig. 4.5: Saturación del aceite y salmuera después de 46 días de que se estableciera la zona de transición

4.2 Modelos en 1D

4.2.1 Modelo unidimensional en función del tiempo

El modelo general en 3D se simplifica en 1D. Suponemos ρ_i, μ_i constantes. El medio poroso es de geometría cilíndrica inclinado θ rad con OZ (véase fig. 4.6). Sean los fluidos $i = 1, 2$ (1 la fase mojante), que son inyectados en un extremo del cilindro con velocidades de filtración v_{01}, v_{02} constantes y conocidas. El punto de infiltración lo establecemos en $z = 0$. Sea v la velocidad total de ambas fases

$$v = v_1 + v_2 \tag{4.17}$$

las velocidades fraccionarias quedan establecidas por

$$f_1 = \frac{v_1}{v}; f_2 = \frac{v_2}{v} = 1 - f_1 \quad (4.18)$$

$$\rightarrow \frac{\partial P_1}{\partial z} = \rho_1 g \cos \theta - \frac{\mu_1}{K k_{r1}} f_1 v, \quad \frac{\partial P_2}{\partial z} = \rho_2 g \cos \theta - \frac{\mu_2}{K k_{r2}} (1 - f_1) v \quad (4.19)$$

$$\rightarrow \frac{\partial P_c}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} (P_2 - P_1) \quad (4.20)$$

de esa forma

$$\frac{\partial P_c}{\partial z} = \frac{\partial P_2}{\partial z} - \frac{\partial P_1}{\partial z} \quad (4.21)$$

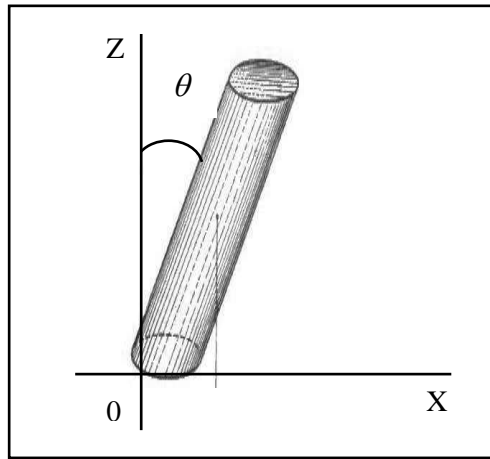


Fig. 4.6: Representación del medio poroso inclinado respecto a la vertical.

$$\rightarrow \frac{\partial P_c}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} (P_2 - P_1) \quad (4.20)$$

de esa forma

$$\frac{\partial P_c}{\partial z} = \frac{\partial P_2}{\partial z} - \frac{\partial P_1}{\partial z} \quad (4.21)$$

estableciendo $g_c = g \cos \theta$ y empleando álgebra para calcular

$$\frac{\partial P_c}{\partial z} = (\rho_2 - \rho_1) g_c - \frac{\mu_2}{K k_{r2}} (1 - f_1) v + \frac{\mu_1}{K k_{r1}} f_1 v \quad (4.23)$$

$$\rightarrow f_1 v = \left(\frac{\partial P_c}{\partial z} + (\rho_2 - \rho_1) g_c + \frac{\mu_2 v}{K k_{r2}} \right) \frac{K}{\frac{\mu_2}{k_{r2}} + \frac{\mu_1}{k_{r1}}} \quad (4.24)$$

así

$$\rightarrow f_1 = \frac{K/v}{\frac{\mu_1}{k_{r1}} + \frac{\mu_2}{k_{r2}}} \frac{\partial P_c}{\partial z} + \left(\frac{\frac{K}{v}(\rho_1 - \rho_2)g_c + \frac{\mu_2}{k_{r2}}}{\frac{\mu_1}{k_{r1}} + \frac{\mu_2}{k_{r2}}} \right) \quad (4.25)$$

y como $P_c = P_c(S_1)$ entonces

$$\frac{\partial P_c}{\partial z} = \frac{\partial P_c}{\partial S_1} \frac{\partial S_1}{\partial z}. \quad (4.26)$$

Sean

$$F_1 = \frac{K/v}{\frac{\mu_1}{k_{r1}} + \frac{\mu_2}{k_{r2}}} \frac{\partial P_c}{\partial S_1} \quad \text{y} \quad G_1 = \frac{\frac{K}{v}(\rho_1 - \rho_2)g_c + \frac{\mu_2}{k_{r2}}}{\frac{\mu_1}{k_{r1}} + \frac{\mu_2}{k_{r2}}}$$

entonces

$$f_1 = F_1 \frac{\partial S_1}{\partial z} + G_1. \quad (4.27)$$

De 4.2, sumando ambas continuidades en una dimensión tenemos que

$$\frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial v_1}{\partial z} + \frac{\partial v_2}{\partial z} + \varphi \left(\frac{\partial S_1}{\partial t} + \frac{\partial S_2}{\partial t} \right) = 0 \quad (4.28)$$

Como $v_1 = f_1 v$ y $\frac{\partial v}{\partial z} = 0$ se tiene la siguiente igualdad

$$\frac{\partial v_1}{\partial z} + \varphi \frac{\partial S_1}{\partial t} = v \frac{\partial f_1}{\partial z} + \varphi \frac{\partial S_1}{\partial t} = 0 \quad (4.29)$$

es decir

$\frac{v}{\varphi} \frac{\partial}{\partial z} \left(F_1 \frac{\partial S_1}{\partial z} + G_1 \right) + \frac{\partial S_1}{\partial t} = 0$, además $\frac{\partial f_1(S_1)}{\partial z} = \frac{\partial f_1}{\partial S_1} \frac{\partial S_1}{\partial z}$ y con ello tenemos entonces:

$$\frac{v}{\varphi} \left[\frac{\partial G_1}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left(F_1 \frac{\partial S_1}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial S_1}{\partial t} = 0 \quad (4.30)$$

finalmente la ecuación diferencial parcial a resolver es

$$\frac{\varphi}{v} \frac{\partial S_1}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left(F_1 \frac{\partial S_1}{\partial z} \right) + \frac{\partial G_1}{\partial S_1} \frac{\partial S_1}{\partial z} = 0 \quad (4.31)$$

Donde φ, v son constantes, $F_1 = F_1(S_1)$, $G_1 = G_1(S_1)$ y $S_1 = S_1(z, t)$, $S_2(z, t) = 1 - S_1(z, t)$, todos los términos dependientes de la saturación del aceite. Para la deducción de los cálculos de la fase no mojante (salmuera), en base a construcciones previas (ecuaciones 4.17, 4.18 y 4.22) tenemos que

$$\frac{\partial P_1}{\partial z} = \rho_1 g_c - \frac{\mu_1}{K k_{r1}} (1 - f_2) v \quad \text{y} \quad \frac{\partial P_2}{\partial z} = \rho_2 g_c - \frac{\mu_2}{K k_{r2}} f_2 v, \text{ de esa forma}$$

$$\frac{\partial P_c}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} (P_2 - P_1) = \frac{\partial P_c}{\partial S_1} \frac{\partial S_1}{\partial z} \quad (4.32)$$

con la misma hipótesis $P_c(S_1) = P_c(1 - S_2)$. Como la suma de las saturaciones es siempre la unidad $\frac{\partial S_1}{\partial S_2} = -1 = \frac{\partial S_2}{\partial S_1}$, entonces

$$\frac{\partial P_c}{\partial z} = \frac{\partial P_c}{\partial S_1} \frac{\partial S_1}{\partial S_2} \frac{\partial S_2}{\partial z} = - \frac{\partial P_c}{\partial S_1} \frac{\partial S_2}{\partial z} = \frac{\partial P_c}{\partial S_2} \frac{\partial S_2}{\partial z} \quad (4.33)$$

y de esa forma

$$\frac{\partial P_c}{\partial z} = (\rho_2 - \rho_1) g_c - \frac{\mu_2}{K k_{r2}} f_2 v + \frac{\mu_1}{K k_{r1}} v - \frac{\mu_1}{K k_{r1}} f_2 v = (\rho_2 - \rho_1) g_c - \left(\frac{\mu_2}{k_{r2}} + \frac{\mu_1}{k_{r1}} \right) \frac{v}{K} f_2 + \frac{\mu_1}{k_{r1}} \frac{v}{K}$$

Para facilitar cálculos posteriores se establecen las siguientes funciones auxiliares

$$\eta_1(S_1) = \frac{\mu_1}{K k_{r1}}$$

$$\eta(S_1) = \left(\frac{\mu_1}{k_{r1}} + \frac{\mu_2}{k_{r2}} \right) \frac{1}{K}$$

$\eta = \eta_1 + \eta_2$ es el inverso de la movilidad. Así $\frac{\partial P_c}{\partial z} = (\rho_2 - \rho_1) g_c + \eta_1 v - \eta v f_2$. Para despejar f_2 se tiene que

$$\eta v f_2 = (\rho_2 - \rho_1) g_c + \eta_1 v - \frac{\partial P_c}{\partial z} \quad (4.34)$$

entonces

$$f_2 = -\frac{1}{\eta v} \frac{\partial P_c}{\partial z} + \frac{(\rho_2 - \rho_1)}{\eta v} g_c + \frac{\eta_1}{\eta} \quad (4.35)$$

es decir

$$f_2 = \frac{1}{\eta v} \frac{\partial P_c}{\partial S_1} \frac{\partial S_2}{\partial z} + \frac{(\rho_2 - \rho_1)}{\eta v} g_c + \frac{\eta_1}{\eta} \quad (4.36)$$

Para facilitar cálculos posteriores introduzco los coeficientes funcionales siguientes

$$\begin{aligned} F_2(S_1) &= \frac{1}{\eta v} \frac{\partial P_c}{\partial S_1} \\ G_2(S_1) &= \frac{(\rho_2 - \rho_1)}{\eta v} g_c + \frac{\eta_1}{\eta} \end{aligned} \quad (4.37)$$

de esa forma, la velocidad de la fase no mojante es

$$\frac{v_2}{v} = f_2 = F_2(S_1) \frac{\partial S_2}{\partial z} + G_2(S_1) \quad (4.38)$$

$F_2(S_1)$ y $G_2(S_1)$ siguen estando en función de la saturación de la fase mojante debido a que ∂P_c , k_{r1} y k_{r2} lo están. Sin embargo, si el cálculo fuera necesario, cada factor puede estar en función de la saturación de la fase no mojante pues $S_1 = 1 - S_2$. Sumando ambas continuidades:

$$\frac{\partial v_1}{\partial z} + \frac{\partial v_2}{\partial z} + \rho \left(\frac{\partial S_1}{\partial t} + \frac{\partial S_2}{\partial t} \right) = \frac{\partial v}{\partial z} = 0 \quad (4.39)$$

$$\frac{\partial v_2}{\partial z} + \varphi \frac{\partial S_2}{\partial t} = 0 = v \frac{\partial f_2}{\partial z} + \varphi \frac{\partial S_2}{\partial t} \quad (4.40)$$

finalmente la ecuación a resolver para el modelo transiente de la fase salmuera queda establecido en la ecuación 4.41.

$$\frac{\varphi}{v} \frac{\partial S_2}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left(F_2 \frac{\partial S_2}{\partial z} \right) + \frac{\partial G_2}{\partial z} = 0 \quad (4.41)$$

La ecuación 4.31 es totalmente análoga a la ecuación 4.41 excepto por el cálculo y definición de los coeficientes funcionales $F_2(S_1)$ y $G_2(S_1)$. Nótese también que $F_1(S_1) = F_2(S_1)$ pero $G_2(S_1) \neq G_1(S_1)$ como se puede observar en las siguientes ecuaciones.

$$F_2(S_1) = \frac{1}{\eta v} \frac{\partial P_c}{\partial S_1} = F_1(S_1) \quad (4.42)$$

$$G_1(S_1) = \frac{(\rho_2 - \rho_1) g_c}{\eta v} + \frac{\eta_2}{\eta} \quad (4.43)$$

$$G_2(S_1) = \frac{(\rho_2 - \rho_1) g_c}{\eta v} + \frac{\eta_1}{\eta} \quad (4.44)$$

se puede observar que tanto las movilidades de cada fase como el inverso de la movilidad están en función de la saturación de la fase mojante (aceite).

4.2.1.1 Discretización de la fase no mojante

En todo caso $S_1(z, t)$ puede representar la saturación del aceite, es decir la fase mojante, o de la salmuera, fase no mojante. Considerando primero la fase no mojante que está entrando a la región de aceite en el instante $t_0 = 0$. Considérese la EDP que se obtuvo para dicha fase estipulada en la ecuación 4.41. Nótese que como la suma de las saturaciones es la unidad, $S_1 + S_2 = 1$, entonces $\frac{\partial S_2}{\partial z} = -\frac{\partial S_1}{\partial z}$, $\frac{\partial S_2}{\partial t} = -\frac{\partial S_1}{\partial t}$. De esa forma la ecuación diferencial parcial 4.41 toma la siguiente forma

$$-\frac{\varphi}{v} \frac{\partial S_1}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial z} \left(F_1(S_1) \frac{\partial S_1}{\partial z} \right) + \frac{\partial G_2}{\partial z} = q_2 \quad (4.45)$$

suponiendo que contamos con un término fuente. Sumando las ecuaciones diferenciales parciales establecidas para cada fase con su respectivo término fuente, tenemos que

$$\frac{\partial G_1(S_1)}{\partial z} + \frac{\partial G_2(S_1)}{\partial z} = q_1^v + q_2^v = \frac{Q_1}{v} + \frac{Q_2}{v} = \frac{Q_v}{v}. \quad (4.46)$$

Si las unidades de medición para el gasto son analizadas, se tiene que

$$\left[\frac{\varphi}{v} \int_{\Omega} \frac{\partial S}{\partial t} d\Omega \right] = \left[\frac{1}{m/s} \frac{\partial S_1}{\partial t} V \right] = \left[\frac{1}{m/s} \frac{m^3}{s} \right]$$

Es decir, cada gasto q_i^v tiene unidades de m^3/s entre unidades de velocidad. Esto indica que fracción de gasto volumétrico de cada fase se tiene por unidad de velocidad total v . Haciendo uso del método de volúmenes finitos para resolver la ecuación 4.41 (con un termino fuente) se tiene que

$$\int_{\Omega} \frac{\varphi}{v} \frac{\partial S_2}{\partial t} d\Omega + \int_{\partial\Omega} F(S_1) \frac{\partial S_2}{\partial z} \vec{e}_z \cdot \vec{n} dA + \int_{\partial\Omega} G_2(S_1) \vec{e}_z \cdot \vec{n} dA = \int_{\partial\Omega} q_2 dA = \frac{Q_2}{A} \quad (4.47)$$

entonces

$$\frac{\varphi}{v} \frac{\partial S_{2i}}{\partial t} V_i + \left(F \frac{\partial S_2}{\partial z} \right)_{\Gamma N_i} \cdot A - \left(F \frac{\partial S_2}{\partial z} \right)_{\Gamma S_i} \cdot A + (G_2 \cdot A)_{\Gamma N_i} - (G_2 \cdot A)_{\Gamma S_i} = \frac{Q_2}{A} \quad (4.48)$$

Donde $V_i = A \cdot h$ en una malla uniforme, entonces

$$\frac{\varphi}{v} h \frac{\partial S_{2i}}{\partial t} + \left(F \frac{\partial S_2}{\partial z} \right)_{\Gamma N_i} - \left(F \frac{\partial S_2}{\partial z} \right)_{\Gamma S_i} + (G_2)_{\Gamma N_i} - (G_2)_{\Gamma S_i} = q_2 = \frac{Q_2}{v \cdot A} \quad (4.49)$$

Si $Q_2 = \left[\frac{m^3}{s} \right]$, $v = \left[\frac{m}{s} \right]$ entonces $q_2 = \frac{m^3}{s} \frac{1}{m/s} \frac{1}{m^2}$ es adimensional. Supongamos que el

gasto volumétrico de la salmuera solo ocurre en el origen $z=0$ y es por tanto, una condición de frontera. Esto va a representar la infiltración de salmuera en el yacimiento de aceite. En $z=0$ tendremos $Q_2 \neq 0$, $Q_2 = 0$ en el resto de la columna. También supongamos un perfil inicial de salmuera en la sección inicial formada por los VF. Supongo análogamente un perfil inicial de salmuera en la sección inicial formada por los VF Ω_1 y Ω_2 , aunque esto es arbitrario. En $z=0$: $\vec{v}_2 \cdot \vec{n} \cdot A = Q_2 = v_2 \cdot A$. Es decir

$$q_2 = \frac{v_2^0 \cdot A}{v \cdot A} = \frac{v_2^0}{v} = f_2^0 \quad (4.50)$$

es la fracción inicial de la velocidad de la salmuera, que supondremos conocida.

$$f_2^0 = 1 - f_1^0 = \frac{1}{\eta v} \frac{\partial P_c}{\partial S_1} \frac{\partial S_2}{\partial z} + \frac{\rho_2 - \rho_1}{\eta v} g_c + \frac{\eta_1}{\eta} \quad (4.51)$$

$$f_2^0 = \frac{1}{\eta^0 v} \frac{\partial P_c^0}{\partial S_1} \frac{\partial S_2}{\partial z} + \frac{\rho_2 - \rho_1}{\eta^0 v} g_c + \frac{\eta_1^0}{\eta^0} \quad (4.52)$$

Para simplificar $S_i(z, t) = S_2$, integrando en el tiempo la EDP 4.41 con un algoritmo explícito

$$\frac{\varphi}{v} \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial S_i}{\partial t} dt + \int_t^{t+\Delta t} \left(F \frac{\partial S_i}{\partial z} \right)_{\Gamma_{Ni}} dt - \int_t^{t+\Delta t} \left(F \frac{\partial S_i}{\partial z} \right)_{\Gamma_{Si}} dt + \int_t^{t+\Delta t} (G_2)_{\Gamma_{Ni}} dt - \int_t^{t+\Delta t} (G_2)_{\Gamma_{Si}} dt = 0 \quad (4.53)$$

con lo cual entonces

$$\frac{\varphi}{v} h (S_i^{k+1} - S_i^k) + F_N (S_i^k) \frac{S_{i+1}^k - S_i^k}{h} \Delta t - F_S (S_i^k) \frac{S_i^k - S_{i-1}^k}{h} \Delta t + G_N (S_i^k) \Delta t - G_S (S_i^k) \Delta t = 0.$$

Sean $\zeta = \Delta t$, $h = \Delta z$, así

$$\frac{\varphi}{v} \frac{h^2}{\zeta} (S_i^{k+1} - S_i^k) + F_N (S_i^k) (S_{i+1}^k - S_i^k) - F_S (S_i^k) (S_i^k - S_{i-1}^k) + G_N (S_i^k) h - G_S (S_i^k) h = 0 \quad (4.54)$$

es la ecuación diferencial parcial discretizada. Donde F_N, F_S, G_N y G_S son dadas por los promedios de Patankar en las interfaces $\Gamma_i = \partial\Omega_i$ de cada volumen finito Ω_i . Los promedios en Γ_i son de la siguiente forma:

$$F_{Ni} = \frac{2F(S_i) \cdot F(S_{i+1})}{F(S_i) + F(S_{i+1})} \quad F_{Si} = \frac{2F(S_i) \cdot F(S_{i-1})}{F(S_i) + F(S_{i-1})}$$

$$G_{Ni} = \frac{2G_2(S_i) \cdot G_2(S_{i+1})}{G_2(S_i) + G_2(S_{i+1})} \quad G_{Si} = \frac{2G_2(S_i) \cdot G_2(S_{i-1})}{G_2(S_i) + G_2(S_{i-1})}$$

Entonces para $i = 2, n-1$:

$$\alpha S_i^{k+1} = \alpha S_i^k - F_{Ni} S_{i+1}^k + F_{Ni} S_{i+1}^k + F_{Si} S_i^k - F_{Si} S_{i-1}^k - G_{Ni} h + G_{Si} h$$

si y solamente si

$$S_i^{k+1} = \left(1 + \frac{F_{Ni}}{\alpha} + \frac{F_{Si}}{\alpha} \right) S_i^k - \frac{F_{Ni}}{\alpha} S_{i+1}^k - \frac{F_{Si}}{\alpha} S_{i-1}^k + \frac{h}{\alpha} (G_{Si} - G_{Ni}) \quad (4.55)$$

donde $\alpha = \frac{\varphi h^2}{v \zeta}$. La ecuación algebraica 4.55 permite el cálculo explícito de S_i^{k+1} . Para

calcular las condiciones de frontera, se presenta la ecuación diferencial parcial discretizada 4.54. Para $i=1$

$$S_i^{k+1} = \left(1 + \frac{F_{N1} + F_{S1}}{\alpha} \right) S_1^k - \frac{F_{N1}}{\alpha} S_2^k - \frac{F_{S1}}{\alpha} S_0^k + \frac{h}{2\alpha} (G_{S1} - G_{N1}) + q_2. \quad (4.56)$$

Para calcular $q_2 = \frac{v_2^0}{v}$, empleo la ley de Darcy directamente

$$v_2 = -\frac{Kk_{r2}}{\mu_2} \left(\frac{\partial P_2}{\partial z} - \rho_2 g_c \right) \quad (4.57)$$

entonces $P_2(z) \cong P_2(z_0) + \rho_2 g(z - z_0)$. Supongo además que $\frac{\partial P_2}{\partial z} \neq 0$ en esa vecindad de $z_0 = 0$. Así

$$v_2^0 = \frac{K k_{r2}}{\mu_2} \rho_2 g_c \quad (4.58)$$

entonces

$$q_2 = \frac{v_2^0}{v}, \quad v_1^0 = v - v_2^0 \quad (4.59)$$

$F_{N1} = F_N(S_1^k)$, lo mismo para F_{S1} , G_{N1} y G_{S1} dependientes todas de la saturación de fase. Considero S_0 la saturación inicial de la salmuera en el dominio Ω_0 del acuífero bajo el yacimiento, $S_0^k \neq 1$. Para $i=n$:

$$S_n^{k+1} = \left(1 + \frac{F_{Nn} + F_{Sn}}{\alpha} \right) S_n^k - \frac{F_{Nn}}{\alpha} S_{n+1}^k - \frac{F_{Sn}}{\alpha} S_{n-1}^k + \frac{h}{2\alpha} (G_{Sn} - G_{Nn}) \quad (4.60)$$

Pues $S_{n+1} = 0$ donde solo hay aceite. Por otro lado $F_N(S_n^k) = F_{Nn}$ se calculan como promedios de Patankar.

4.2.2 Modelo estacionario unidimensional

La solución encontrada para la ecuación 4.31 solo puede ser numérica debido a la no linealidad de los coeficientes. Sin embargo es posible encontrar una solución estacionaria que sea analítica en forma de una integral compleja. La ventaja de una o más soluciones estacionarias es que pueden proporcionar detalles simplificados pero interesantes acerca del comportamiento de la saturación y de la solución transiente. Puede ocurrir también que la solución transiente tienda hacia una solución estacionaria bajo ciertas condiciones. Supongase que en la ecuación 4.31 la saturación de la fase mojante es $S_1(z, t)$ y que forma un perfil en función de z , el cual es fijo en su forma pero se desplaza a una velocidad constante ω_1 . Entonces podemos suponer que S_1 es función solo de la variable compuesta $x = z - \omega_1 t$ y no de las variables separadas $S_1(z, t)$. Sea $S_1(x) = f(z - \omega_1 t)$ y $x(z, t) = z - \omega_1 t$, derivando se tiene

$$\frac{\partial S_1}{\partial z} = \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial z} = \frac{\partial f}{\partial x} \quad (4.61)$$

puesto que $\frac{\partial x}{\partial z} = 1$

$$\frac{\partial S_1}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} f(x(z,t)) = \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} = -\omega_1 \frac{\partial f}{\partial x} \quad (4.62)$$

entonces

$$-\omega_1 \frac{\partial S_1}{\partial z} = -\omega_1 \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial S_1}{\partial t} \leftrightarrow \frac{\partial S_1}{\partial t} + \omega_1 \frac{\partial S_1}{\partial z} = 0 \quad (4.63)$$

así

$$\rightarrow \frac{\partial S_1}{\partial t} = -\omega_1 \frac{\partial S_1}{\partial z}. \quad (4.64)$$

Reemplazando la ecuación 4.64 en 4.30 obtenemos

$$-\frac{\varphi}{v} \omega_1 \frac{\partial S_1}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left(F_1 \frac{\partial S_1}{\partial z} \right) + \frac{\partial G_1}{\partial z} = 0 \quad (4.65)$$

$$\rightarrow \frac{v}{\varphi} \frac{\partial G_1}{\partial z} - \omega_1 \frac{\partial S_1}{\partial z} + \frac{v}{\varphi} \frac{\partial}{\partial z} \left(F_1 \frac{\partial S_1}{\partial z} \right) = 0 \quad (4.66)$$

$$\rightarrow \left(\frac{v}{\varphi} \frac{\partial G_1}{\partial z} - \omega_1 \right) \frac{\partial S_1}{\partial z} + \frac{v}{\varphi} \frac{\partial}{\partial z} \left(F_1 \frac{\partial S_1}{\partial z} \right) = 0 \quad (4.67)$$

$$\rightarrow \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v}{\varphi} G_1 - \omega_1 S_1 + \frac{v}{\varphi} F_1 \frac{\partial S_1}{\partial z} \right) = 0 \quad (4.68)$$

de esa forma

$$d \left(\frac{v}{\varphi} G_1 - \omega_1 S_1 + \frac{v}{\varphi} F_1 \frac{\partial S_1}{\partial z} \right) = 0 \quad (4.69)$$

solamente si

$$\frac{v}{\varphi} G_1 - \omega_1 S_1 + \frac{v}{\varphi} F_1 \frac{\partial S_1}{\partial z} = C_1 \quad (4.70)$$

donde C_1 es una constante. De modo que

$$\frac{\partial S_1}{\partial z} = \left(C_1 - \frac{v}{\varphi} G_1 + \omega_1 S_1 \right) \frac{1}{\frac{v}{\varphi} F_1} \quad (4.71)$$

$$\rightarrow \int_{z_0}^{z_1} dz = \int_{S_0}^{S_1} \frac{\frac{v}{\varphi} F(S_1) dS_1}{C_1 - \frac{v}{\varphi} G_1 + \omega_1 S_1} \quad (4.72)$$

equivalente a la integral

$$z(S_1) = z_0 + \int_{S_0}^{S_1} \frac{\frac{v}{\varphi} F(S_1) dS_1}{C_1 - \frac{v}{\varphi} G_1 + \omega_1 S_1}. \quad (4.73)$$

La constante C_1 se calcula de las ecuaciones 4.18 y 4.27, $f_1 = \frac{v_1}{v}$ y $f_1 = F_1 \frac{\partial S_1}{\partial z} + G_1$ respectivamente. De estas ecuaciones llegamos a que

$$v_1 = v F_1 \frac{\partial S_1}{\partial z} + v G_1 \quad (4.74)$$

y con ello

$$C_1 = \frac{v_1}{\varphi} - \omega_1 S_1. \quad (4.75)$$

Como C_1 es constante, su valor debe ser calculado en algún z fijo, por ejemplo en z_0 para tomar la forma siguiente:

$$C_1 = \frac{v_1(z_0)}{\varphi} - \omega_1 S_1(z_0) \quad (4.76)$$

La constante de integración C_1 tiene un significado físico importante e interesante, escrita de la siguiente forma:

$$\varphi C_1 = v_1 - \omega_1 \varphi S_1 \quad (4.77)$$

Significa que φC_1 es el flujo de la fase mojante del fluido S_1 que pasa por unidad de tiempo a través de una superficie perpendicular ($v_1 = \vec{v}_1 \cdot \vec{n}$) a la dirección del flujo, el cual se mueve a la velocidad ω_1 (velocidad del perfil de S_1).

Hay que recordar que en esta solución estacionaria $S_1(z,t)$ forma un perfil fijo $S_1 = S_1(x(z,t))$, $x = z - \omega_1 t$ que se desplaza a velocidad constante ω_1 . La solución estacionaria es particularmente difícil en la zona de transición entre salmuera y el aceite. De hecho puede interpretarse como un posible perfil de la zona de transición, arriba de la cual solo hay aceite y debajo de la cual solo salmuera.

Consideramos ahora un perfil fijo de $S_2(z,t)$ que se desplaza a una velocidad constante ω_2 de tal manera que $S_2(x) = f(z - \omega_2 t)$, $x(z,t) = z - \omega_2 t$. Análogamente a la ecuación (4.66) deduzco que

$$\frac{\partial S_2}{\partial t} = -\omega_2 \frac{\partial S_2}{\partial z} \quad (4.78)$$

Reemplazando en 4.31 se llega a que

$$-\frac{\varphi}{v} \omega_2 \frac{\partial S_2}{\partial z} + \frac{\partial G_2}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left(F_2 \frac{\partial S_2}{\partial z} \right) = 0 \quad (4.79)$$

con esto se elimina el parámetro dependiente del tiempo. Multiplicando por $\frac{v}{\varphi}$ a la ecuación 4.79 se tiene que

$$-\omega_2 \frac{\partial S_2}{\partial z} + \frac{v}{\varphi} \frac{\partial}{\partial z} \left(F_2 \frac{\partial S_2}{\partial z} \right) + \frac{v}{\varphi} \frac{\partial G_2}{\partial z} = 0 \quad (4.80)$$

$$\rightarrow \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v}{\varphi} G_2 - \omega_2 S_2 + \frac{v}{\varphi} F_2 \frac{\partial S_2}{\partial z} \right) = 0 \quad (4.81)$$

solamente si

$$\frac{v}{\varphi} G_2 - \omega_2 S_2 + \frac{v}{\varphi} F_2 \frac{\partial S_2}{\partial z} = C_2 \quad (4.82)$$

C_2 constante. De esa forma

$$\frac{v}{\varphi} F_2 dS_2 = \left(C_2 + \omega_2 S_2 - \frac{v}{\varphi} G_2 \right) dz \quad (4.83)$$

despejando dz

$$\frac{F_2 dS_2}{\frac{\varphi}{v} \left(C_2 + \omega_2 S_2 - \frac{v}{\varphi} G_2 \right)} = dz \quad (4.84)$$

así

$$z(S_2) = z_0 + \int_{S_{2,0}}^{S_2} \frac{F_2 dS_2}{\frac{\varphi}{v} (C_2 + \omega_2 S_2) - G_2}. \quad (4.85)$$

Nuevamente para calcular la constante C_2 usamos el hecho de que v_2 es igual a vf_2 que a su vez puede verse como

$$vF_2 \frac{\partial S_2}{\partial z} + vG_2 \quad (4.86)$$

de aquí tenemos que

$$C_2 = \frac{v_2}{\varphi} - \omega_2 S_2 \quad (4.87)$$

que calculada en un punto fijo puede ser expresada como

$$C_2 = \frac{v_2(z_0)}{\varphi} - \omega_2 S_2(z_0) \quad (4.88)$$

con una interpretación física análoga a la encontrada para C_1 .

CAPÍTULO 5

Gráficas y resultados

5.1 Solución analítica del modelo estacionario unidimensional

La ecuación 4.85 es una integral de gran complejidad. Para dar solución analítica a dicha ecuación, es necesario emplear cuatro series hipergeométricas de dos variables, conocidas como las series de Apell en honor al matemático francés Paul Émile Appell (1855-1930) que estableció su desarrollo en 1880. Esta función representa una generalización de la función desarrollada previamente por Carl Friedrich Gauss (1777-1855).

La función hipergeométrica de Apell resulta en cuatro tipos de funciones

$$F_1(\alpha; \beta, \beta'; \gamma; x, y) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\alpha)_{m+n} (\beta)_m (\beta')_n}{m!n!(\gamma)_{m+n}} x^m y^n \quad (5.1)$$

$$F_2(\alpha; \beta, \beta'; \gamma, \gamma'; x, y) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\alpha)_{m+n} (\beta)_m (\beta')_n}{m!n!(\gamma)_m (\gamma')_n} x^m y^n \quad (5.2)$$

$$F_3(\alpha, \alpha'; \beta, \beta'; \gamma; x, y) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\alpha)_m (\alpha')_n (\beta)_m (\beta')_n}{m!n!(\gamma)_{m+n}} x^m y^n \quad (5.3)$$

$$F_4(\alpha; \beta; \gamma, \gamma'; x, y) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\alpha)_{m+n} (\beta)_{m+n}}{m!n!(\gamma)_m (\gamma')_n} x^m y^n \quad (5.4)$$

Picard (1856-1941) demostró en 1881 (Wolfram Mathematica, 2013) que todas debían ser expresadas por integrales de la forma

$$\int_0^1 u^\alpha (1-u)^\beta (1-xu)^\gamma (1-yu)^\delta du \quad (5.5)$$

Las series de Appell son casos especiales de la función de Kampé de Fériet (1893-1982) y son las primeras cuatro en el conjunto de funciones Horn.

En particular, la integral general

$$\int (a+b \sin x + c \cos x)^v dx = c F_1 \left(n+1; \frac{1}{2}, \frac{1}{2}; n+2; \frac{a+c \cos x + b \sin x}{a-b \sqrt{1+\frac{c^2}{b^2}}}, \frac{a+c \cos x + b \sin x}{a+b \sqrt{1+\frac{c^2}{b^2}}} \right) \quad (5.6)$$

donde

$$c = \frac{\sec \left[x + \tan^{-1} \left(\frac{c}{b} \right) \right] (a + c \cos x + b \sin x)^{n+1} x \left(\frac{b \left(\sqrt{1 + \frac{c^2}{b^2}} - \sin x \right) - c \cos x}{b \sqrt{1 + \frac{c^2}{b^2}} + a} \right)}{\left[b(n+1) \sqrt{1 + \left(\frac{c^2}{b^2} \right)} \right] x^{-1} \left(\frac{b \left(\sqrt{1 + \frac{c^2}{b^2}} + \sin x \right) + c \cos x}{b \sqrt{1 + \frac{c^2}{b^2}} - a} \right)^{-1}} \quad (5.7)$$

Tiene una forma cerrada en términos de F_1 , $F_1(\alpha; \beta, \beta'; \gamma; x, y)$ se reduce a la función hipergeométrica en la que

$$F_1(\alpha; \beta, \beta'; \gamma; 0, y) = 2 F_1(\alpha; \beta'; \gamma; y) \quad (5.8)$$

$$F_1(\alpha; \beta, \beta'; \gamma; x, 0) = 2 F_1(\alpha; \beta; \gamma; x). \quad (5.9)$$

Como se puede percibir, la solución analítica y los componentes de la misma son de gran complejidad. Con la ayuda del software comercial Mathematica 8, la solución en forma compacta para la ecuación tiene la siguiente forma:

$$\begin{aligned} & 0. +1.28789 \times 10^{-7} (1 / (0.0253297 + 0.0460462 S) 457315. + 0. \text{TM}) ((1.25 - 5. \\ & S)^{0.505232} (-0.272167 - 0.494765 S) \text{AppellF1}[0.505232, -0.494768, 1., 1.50523, - \\ & 1.25 + 5. S, 0.312463 - 1.24985 S] + ((-0.00447422 + 0.272199 \text{TM}) - (0.00813356 - \\ & 0.494823 \text{TM}) S) \text{AppellF1}[0.5052316890881912, - \\ & 1.4947683109, 1.0, 1.5052316890, 1.0005000, -0.2500957476279571]) + ((1.25 - 5. \\ & S)^{0.505232} ((-896070. - 369316. \text{TM}) + (1.8599 \times 10^6 - 2.16587 \times 10^6 \text{TM}) S) \\ & \text{AppellF1}[0.505232, -0.494768, 1., 1.50523, -1.25 + 5. S, (0.288281 + 0.646973 \text{TM}) - \\ & (1.15313 + 2.58789 \text{TM}) S] + ((-384090. + 890104. \text{TM}) - (2.13555 \times 10^6 + 1.89573 \times 10^6 \text{TM}) \\ & S) \text{AppellF1}[0.5052316890881912, - \\ & 0.4947683109118088, 1.000000000000000, 1.505231689088191, 1.000500000000000, - \\ & 0.2307404886238913 - 0.5178370103088488 \text{TM}] / ((0.0148454 - 0.00489665 \text{TM}) + (0. \\ & + 0.0460462 \text{TM}) S) + ((1.25 - 5. S)^{0.505232} ((-896070. + 369316. \\ & \text{TM}) + (1.8599 \times 10^6 + 2.16587 \times 10^6 \text{TM}) S) \text{AppellF1}[0.505232, -0.494768, 1., 1.50523, - \\ & 1.25 + 5. S, (0.288281 - 0.646973 \text{TM}) - (1.15313 - 2.58789 \text{TM}) S] + ((354628. \\ & + 902247. \text{TM}) + (2.1967 \times 10^6 - 1.82452 \times 10^6 \text{TM}) S) \text{AppellF1}[0.5052316890881912, - \\ & 0.4947683109118088, 1.000000000000000, 1.505231689088191, 1.000500000000000, - \\ & 0.2307404886238913 + 0.5178370103088488 \text{TM}] / ((0.0148454 + 0.00489665 \text{TM}) - (0. \\ & + 0.0460462 \text{TM}) S) + \text{AppellF1}[0.5052316890881912, - \\ & 0.4947683109118088, 1.000000000000000, 1.505231689088191, 1.000500000000000, 0. \\ & 7309758624378711 + 0.6953506158748584 \text{TM}] / ((0.00629457 + 0.0181286 \text{TM}) - (0. \end{aligned}$$

5. 2 Solución numérica del modelo estacionario 1D empleando volúmenes finitos

Para la solución numérica era necesario tener un conjunto de datos de campo que permitiera obtener la solución particular unidimensional del problema estacionario; a falta de los mismos se estableció una familia de datos para obtener un conjunto de gráficas que mostrara la variación de cada parámetro (ver Tabla 5.1). Los parámetros que no consideramos constantes, con el objetivo de observar su influencia sobre el resultado, fueron: ángulos de inclinación del yacimiento, saturaciones residuales y las velocidades de filtración de cada fase.

Tabla 5.1: Información numérica del pozo PC-115 del reservorio Puerto Ceiba

Presión promedio	$P_a = 940 \text{ kg/cm}^2$
Presión de fondo	$P_{wf} = 700 \text{ kg/cm}^2$
Razón volumétrica	$q_0 = 11000 B_{ce}/D$
Densidad del aceite	$\rho_1 = 770 \text{ kg/m}^3$
Densidad del agua	$\rho_2 = 1145 \text{ kg/m}^3$
Diferencia de presión Δp_w	$p_a - p_{wf} = 240 \text{ kg/cm}^2$
Distancia vertical entre el pozo y la zona de contacto agua-aceite	$\Delta H = 375 \text{ m.}$
Temperatura de la salmuera	160°C
Presión de capilaridad	$P_c(S_2) = P_1 - P_2$
Saturaciones	$S_1 + S_2 = 1$

Con la variación realizada a cada parámetro se pudo observar que el ángulo de inclinación del yacimiento no es un parámetro que afecte en forma significativa el resultado unidimensional del modelo estacionario propuesto. Los cambios en las gráficas obtenidas para saturaciones y velocidades de filtración constantes al variar el ángulo de 0° , 45° , 60° , 90° , 120° y 150° se pueden considerar despreciables. Razon por la que se supuso que el pozo es horizontal (ver sección de glosario) y que presenta un ángulo constante de 0° (análogamente a la forma en que se consideró la forma del yacimiento para medir la deformación del domo).

Sin embargo, al modificar las velocidades de filtración para cada fase los resultados gráficos obtenidos fueron notables; si suponemos que la saturación residual del aceite es del 5% y de la salmuera del 3% y mantenemos este dato fijo al variar las velocidades de filtración en un rango de velocidades de $1.407 \times 10^{-3} \text{ cm/s}$ a $3.0744 \times 10^{-3} \text{ cm/s}$ para la salmuera y de $2.07 \times 10^{-4} \text{ cm/s}$ y $1.407 \times 10^{-3} \text{ cm/s}$ para el aceite. En la Fig. 5.1 se puede apreciar que a mayor velocidad de filtración en ambas fases se tiene un desplazamiento de la curva de saturación a

partir de la cual podemos entonces deducir que se alcanza la zona de salmuera más rápidamente que al tener una velocidad de filtración menor. Análogamente se puede apreciar en la Fig. 5.2 que el aceite llega a la zona donde su saturación es la unidad a menor altura que al tener velocidades de filtración menores.

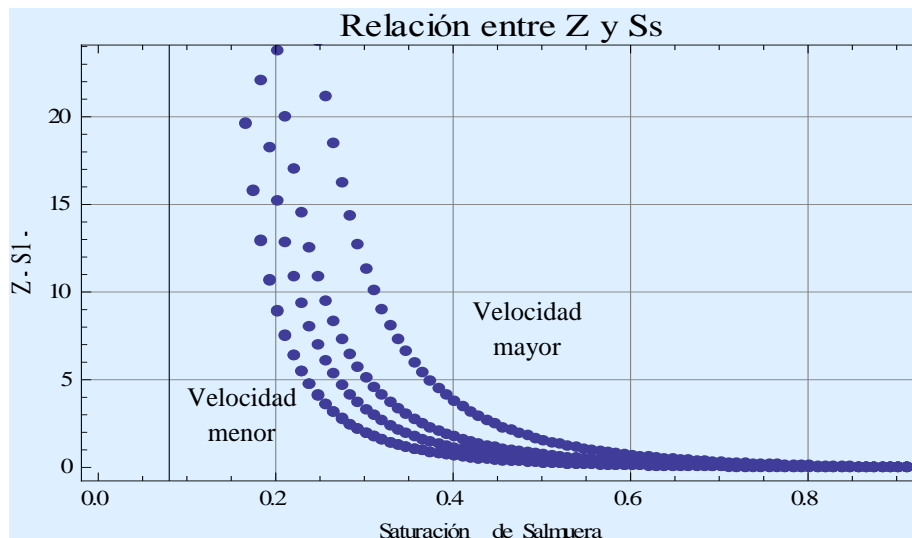


Fig. 5.1: fase salmuera; variación de la solución estacionaria para una saturación irreducible de salmuera del 5% y de aceite del 3% al variar el rango de las velocidades de ambas fases en forma constante.

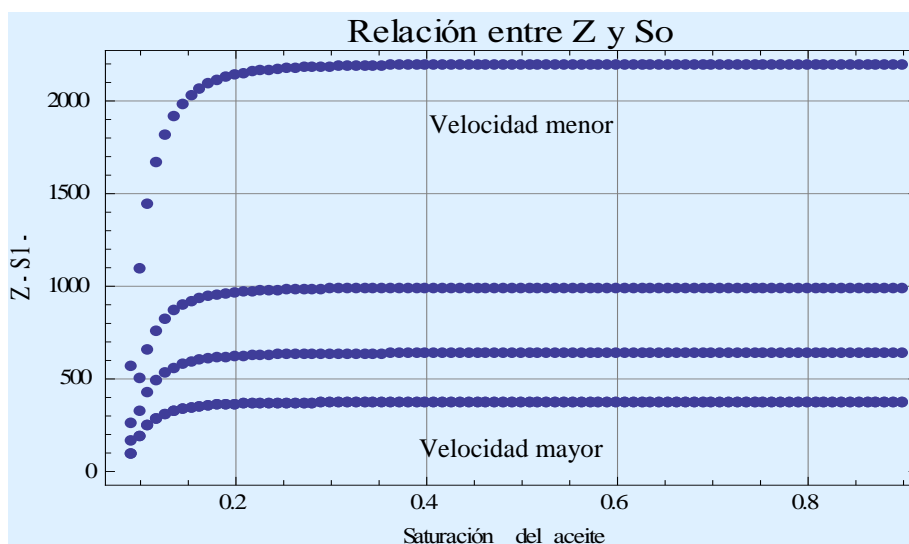


Fig. 5.2: fase aceite; variación de la solución estacionaria para una saturación irreducible de salmuera del 5% y de aceite del 3% al variar el rango de las velocidades de ambas fases en forma constante.

Sin embargo, las observaciones se centraron en el cambio de las saturaciones irreducibles para cada fase, ya que en la práctica, es un dato fundamental en el estudio situacional de yacimientos.

Considerando que la altura del contacto agua-aceite a la base del intervalo abierto a producción es de 375 m, una densidad del aceite y de la salmuera de aproximadamente 1145 y 770 kg / m^3 respectivamente, una temperatura de 160°C a una presión de 1284 bar (18,624 psi) y velocidades de filtración conocidas para cada fase, se encuentra efectivamente que la saturación de aceite en la parte superior de dicha zona se aproxima constantemente a 1, respaldando la hipótesis inicial de que en esta zona superior contamos únicamente con aceite, como se puede apreciar en las gráficas siguientes.

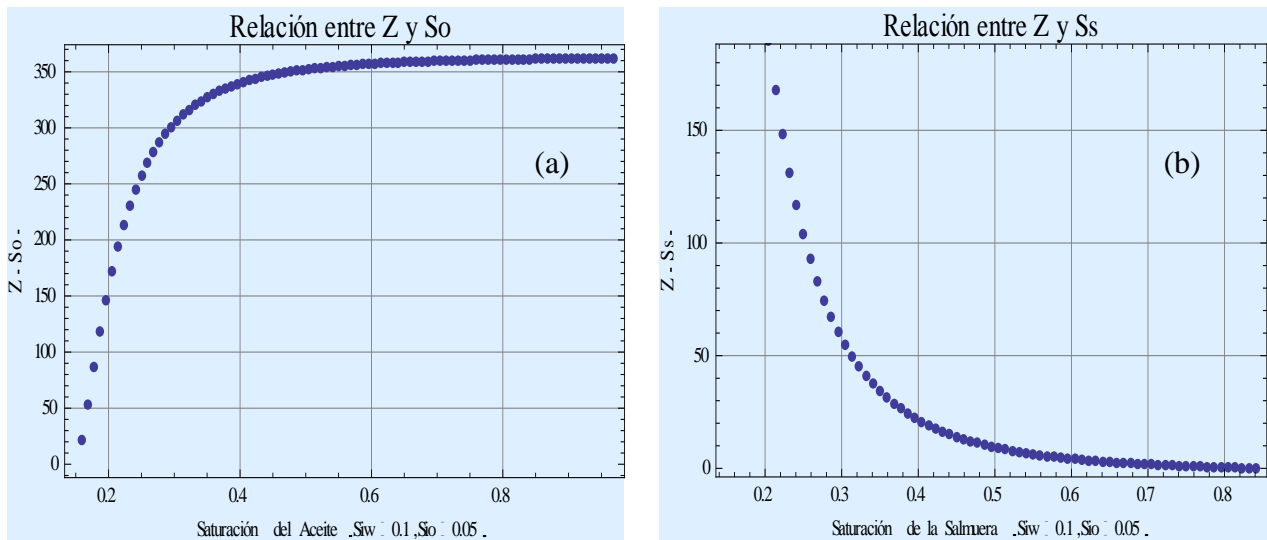


Fig. 5.3: (a) Solución Estacionaria para una saturación Aceite. (b) Solución Estacionaria para una saturación salmuera. Saturaciones irreducibles del 10% y 5% para agua y aceite respectivamente.

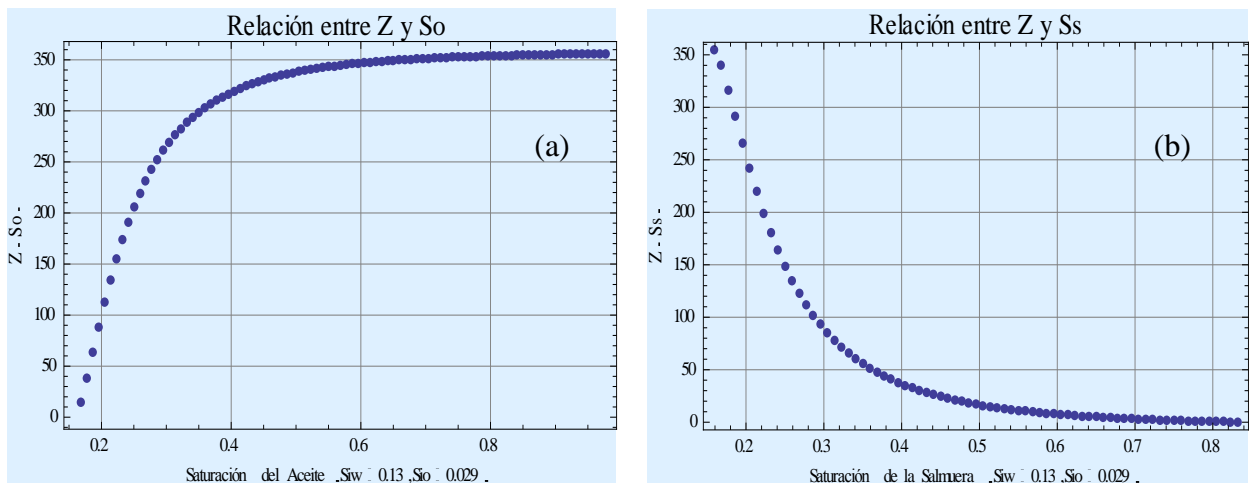


Fig. 5.4: (a) Solución Estacionaria para una saturación Aceite. (b) Solución Estacionaria para una saturación salmuera. Saturaciones irreducibles del 13% y 2.9 % para agua y aceite respectivamente.

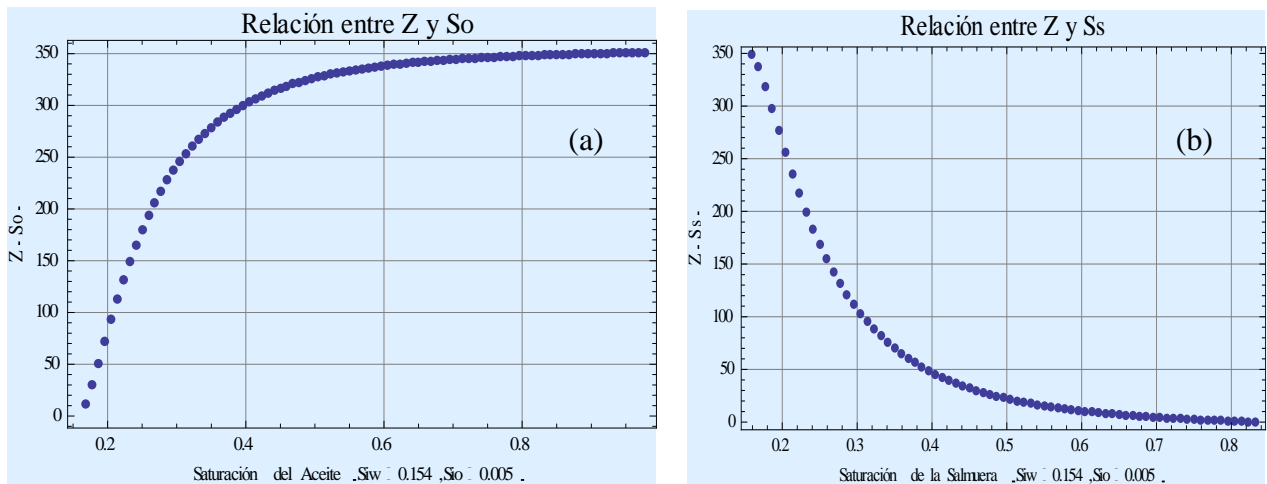


Fig. 5.5: (a) Solución Estacionaria para una saturación Aceite. (b) Solución Estacionaria para una saturación salmuera. Saturaciones irreducibles del 15.4 % y 0.5 % para agua y aceite respectivamente.

En los yacimientos en los que la fase mojanete es la salmuera, la saturación irreducible de la fase no mojanete es en general pequeña. Si se supone constante (a un valor del 5%) y se varia la saturación de la salmuera, se obtiene una variación menor en la longitud del posible plano de contacto agua-aceite. (Véase Fig. 5.6 y 5.7)

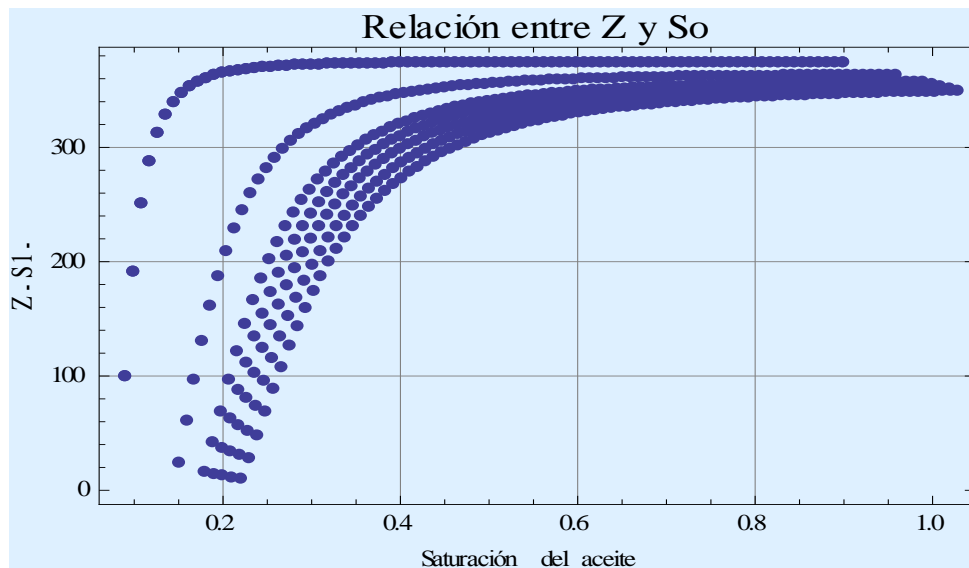


Fig. 5.6: Solución estacionaria para una saturación aceite del 5% al variar la saturación irreducible de la fase salmuera entre el 3% y el 16%

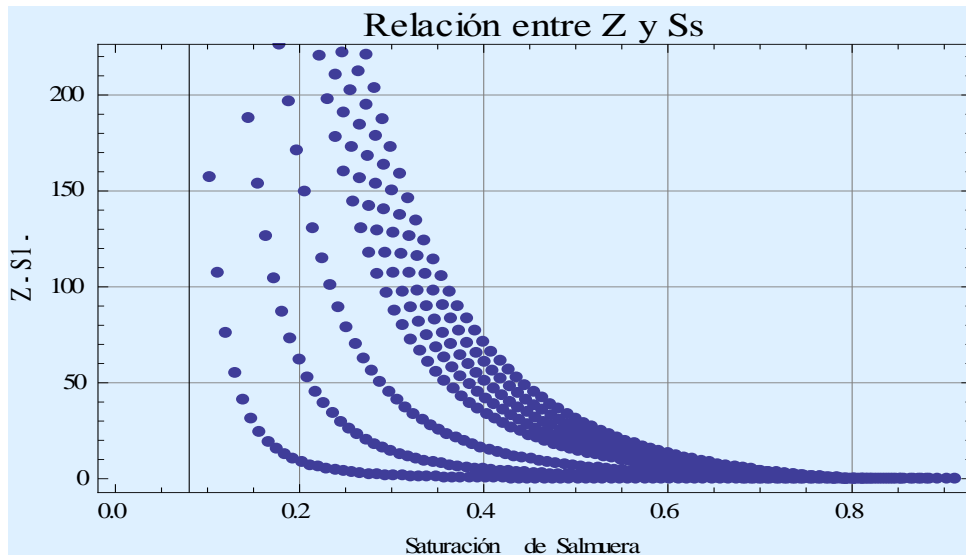


Fig. 5.7: Solución estacionaria para una saturación salmuera con una saturación irreducible de fase de entre el 3% y el 16%, manteniendo fija la saturación de aceite del 5%.

Si por el contrario se mantiene fija la saturación de la salmuera en un 5% y del aceite entre un 3% y un 12% (el posible rango en el que se pueden tener las saturaciones irreducibles de las fases en un yacimiento) se puede observar que la longitud donde se encuentra el contacto agua-aceite disminuye notablemente, pudiendo presentarse en un rango de aproximadamente 100 m sobre el acuífero subyaciendo el pozo petrolero.

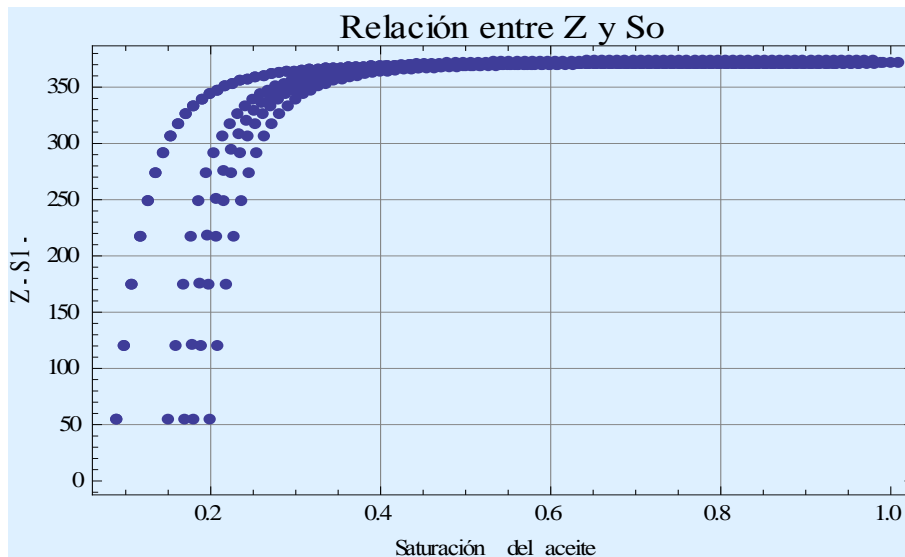


Fig. 5.8: Solución estacionaria para una saturación aceite con una saturación irreducible de fase de entre el 3% y el 12%, manteniendo fija la saturación salmuera con un valor del 5%.

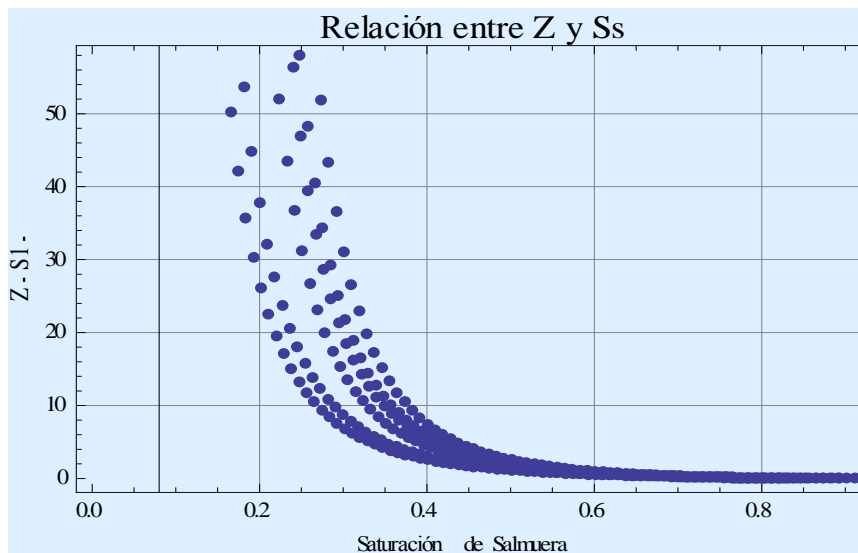


Fig. 5.9: Solución estacionaria para una saturación salmuera con una saturación irreducible de fase del aceite entre el 3% y el 12%, manteniendo fija la saturación salmuera con un valor del 5%.

Se llevaron a cabo todas las variaciones de saturación irreducible reales posibles para cada fase y en base a ello se pudo observar que la zona de contacto agua-aceite depende no solo de la velocidad de filtración de la salmuera, sino de la saturación irreducible de la fase mojanete, que como se mencionó en capítulos anteriores, en el campo Puerto ceiba es el aceite. Si se supone constante la saturación de la fase no mojanete y además es un dato conocido, entonces en base a la saturación irreducible de la fase mojanete se puede predecir, en base a condiciones de yacimiento, la posible longitud en la que se encuentra el plano de contacto agua-aceite.

Si el conocimiento de dicha zona es lo suficiente preciso, entonces se podría estimar en base al perfil unidimensional y los resultados de investigaciones previas (centradas en los procesos de invasión de salmuera en el tiempo) cuando se requiere parar el proceso de producción de petróleo en un yacimiento para que se regule la presión natural del reservorio y se tenga una recuperación mayor del recurso, equilibrando la producción actual que se tiene de agua en los diferentes yacimientos nacionales.

CAPÍTULO 6

Método de volúmenes finitos

El método de los volúmenes finitos (MVF) es una técnica numérica empleada para representar y evaluar ecuaciones diferenciales parciales (EDP) en forma de aproximaciones con ecuaciones algebraicas o como sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO). En su versión más simple, el MVF es similar al método de diferencias finitas (MDF); en su versión más avanzada es similar al método de elementos finitos (MEF). Algunas de las características más importantes del MVF son similares a las del método de elementos finitos: puede utilizarse en dominios de geometrías arbitrarias, utilizando mallas estructuradas o no estructuradas, llevando a la construcción de esquemas de aproximación robustos.

El método de los volúmenes finitos es una técnica de discretización bien adaptada para la simulación numérica de diversos tipos de EDP (elíptica, parabólica o hiperbólica) que representen leyes de conservación. Inicialmente se considera una malla de discretización del espacio fluido. En torno a cada punto de esta malla se construye un volumen de control que no se traslapa con los de los puntos vecinos. De esta forma el volumen total de fluido resulta ser igual a la suma de los volúmenes de control considerados. La ecuación diferencial a resolver se integra sobre cada volumen de control, lo cual entrega como resultado una versión discretizada de dicha ecuación. Para realizar la integración se requiere espaciar perfiles de variación de la variable dependiente entre los puntos de la malla, a modo de poder evaluar las integrales resultantes.

Los flujos se conservan localmente en forma numérica de un volumen o celda discretizada a sus vecinas, característica que hace al MVF sumamente atractivo para el modelado de problemas donde la conservación del flujo es de gran importancia; como ocurre en mecánica de fluidos, ingeniería geotérmica y de hidrocarburos.

El término "Volumen Finito" se refiere al pequeño volumen que rodea a cada punto nodal de la malla, pues al igual que en el MEF, es necesaria la construcción de una malla consistente en una partición geométrica del dominio espacial donde se encuentran las variables y la función incógnita está claramente definida. El MVF se considera un método conservador (acorde a las leyes de conservación de masa, energía, momentum y concentración de solutos). Esta propiedad es satisfecha exactamente en cualquier VF de control, así como en todo el dominio computacional con cualquier número de volúmenes de control. Incluso una malla burda exhibe balances integrales exactos.

El MVF es la técnica perfecta para computar soluciones discontinuas derivadas de flujos compresibles. Cualquier discontinuidad debe satisfacer la condición de salto de Rankine-Hugoniot, que es consecuencia de la ley de conservación. Dado que los volúmenes finitos son conservadores, cumplen automáticamente las condiciones de salto, y por consiguiente, dan soluciones débiles físicamente correctas.

En el MVF las condiciones de frontera pueden ser muy heterogéneas, porque los valores de las variables se conservan dentro del volumen finito mismo, no en los nodos.

El MVF es especialmente potente sobre mallas burdas, mal estructuradas y en interfaces con perturbaciones y heterogeneidades. La acción y técnica de promediado a través de las interfaces entre volúmenes adyacentes admite la aplicación de cualquier fórmula para calcular distintos promedios.

En la solución del problema mediante técnicas de métodos finitos normalmente existen varios pasos comunes.

- Preparación del problema (Preprocesamiento): en este paso se debe decidir una forma de representar el objeto de tal manera que se pueda verificar el planteamiento del problema, que permita su manipulación mediante rutinas de computo, que reduzca el número de cálculos necesarios mediante el aprovechamiento de simetrías y que su procesamiento sea eficiente. La preparación del problema tiene como resultado un sistema algebraico de ecuaciones que sirve como insumo de entrada para el procesamiento o solución del sistema, mismo que puede realizarse por métodos directos (problemas de poco tamaño) o iterativos (problemas de gran tamaño).

Los métodos finitos implican una discretización del sistema u objeto del estudio en el cual infinitos grados de libertad se representan por un conjunto finito de elementos cada uno con un número limitado de grados de libertad. La representación discreta del problema implica una descripción precisa de la geometría del sistema, las propiedades del mismo y las condiciones a las cuales está sometido; para lo cual se utilizan elementos geométricos tales como puntos, líneas, polígonos y volúmenes. Existen programas (UNAMalla que permiten tomar dibujos o esquemas del sistema para convertirlos en una malla de puntos y a partir de ellos generar automáticamente la descripción del sistema incluyendo su geometría, conectividad o topología, e incluso sus condiciones y propiedades de los materiales (COMSOL Multiphysics), etc.

- Solución del sistema (Procesamiento): En este paso generalmente se toma como insumo la solución obtenida en el preprocesamiento del problema, efectuándose cálculos adicionales. Incluso puede repetirse todo el proceso de solución variando las condiciones para realizar análisis de sensibilidad o para optimizar el sistema.
- Análisis y presentación de resultados (Postprocesamiento): Como su nombre lo indica, una vez que se optimiza el sistema, se grafican y analizan los resultados obtenidos.

6.1 Construcción del método de volúmenes finitos

El criterio que se sigue para la formulación y planteamiento de una solución por la técnica de volúmenes finitos sigue el esquema establecido previamente y se presenta en los apartados siguientes.

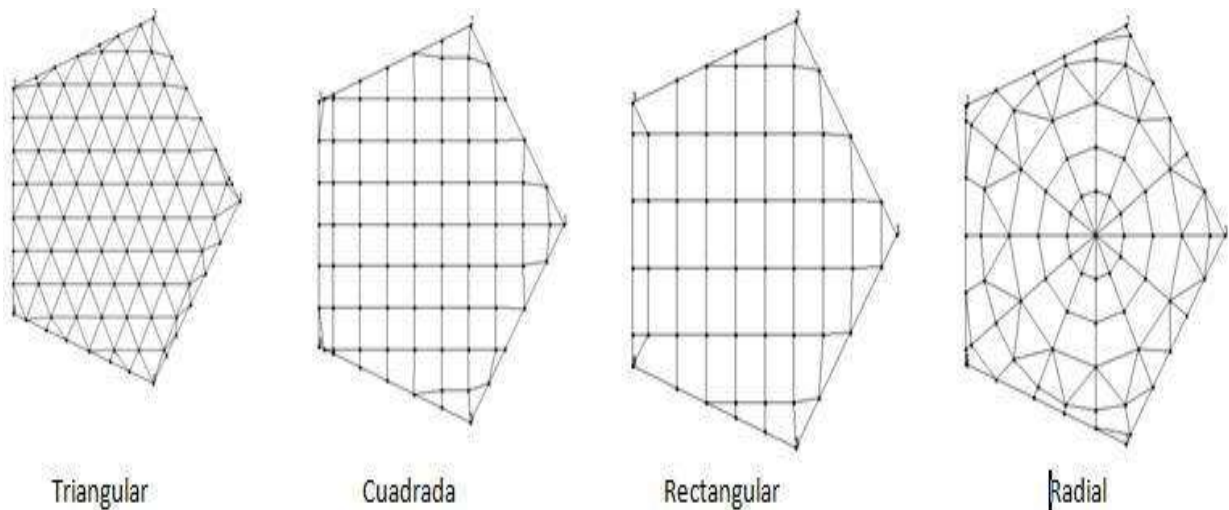


Fig. 6.1: Tipos de malla de acuerdo a la geometría empleada para su división.

6.1.1 Generación de la malla

El primer paso en el MVF consiste en generar una malla que represente aproximadamente la geometría real del dominio Ω ; dividir el dominio de la EDP en una serie de volúmenes de control donde la variable de interés se encuentra en el centroide del volumen finito. En torno a cada punto de esta malla se construye un volumen de control que no se traslapa con los de los puntos vecinos. De esta forma el volumen total de fluido resulta ser igual a la suma de los volúmenes de control considerados.

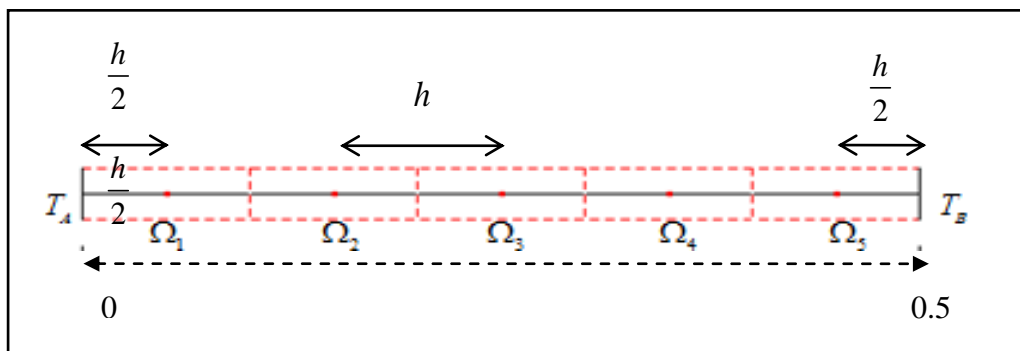


Fig. 6.2: Ejemplo de malla con 5 volúmenes finitos (ver sección de notación general para volúmenes finitos).

A diferencia del MDF, aquí no se requieren mallas rectangulares, sino que pueden usarse prácticamente cualquier clase de celdas con fronteras arbitrarias, curvas irregulares, rectas etc.

Para simplificar el problema se utilizan volúmenes con fronteras simples cuyas áreas, centros geométricos y distancias inter-centros, se pueden calcular fácilmente. Los volúmenes pueden ser de longitudes distintas de acuerdo al problema que estemos abordando. Un ejemplo de una malla empleando longitudes equidistantes entre cada centroide se muestra en la figura 6.2.

6.1.2 Discretización de la Ecuación Diferencial Parcial

El siguiente paso radica en integrar la forma diferencial de las ecuaciones que gobiernan el fenómeno en cada volumen de control lo cual entrega como resultado una versión discretizada de dicha ecuación. Para realizar la integración se requiere especificar perfiles de variación de la variable dependiente entre los puntos de la malla, a modo de poder evaluar las integrales resultantes. También se pueden usar funciones de interpolación para describir la variación de la función-variable entre cada par de centroides de dos VF o celdas adyacentes. De esta manera, la ecuación discretizada expresa un principio de conservación para la variable dentro del volumen de control. La propiedad principal del sistema de ecuaciones discretizadas resultante es que la solución obtenida satisface en forma exacta las ecuaciones de conservación consideradas, independientemente del tamaño de la malla.

A veces es posible discretizar los flujos en las fronteras del volumen de control usando el método de diferencias finitas (MDF). La especificidad del MVF con respecto a las DF es que la discretización se realiza en las ecuaciones de equilibrio local integradas, en lugar de hacerlo en la EDP misma: los flujos en las fronteras de los volúmenes de control son los discretizados y no el operador diferencial. El sistema resultante de las ecuaciones aproximadas depende de un conjunto discreto de incógnitas, las cuales pueden ser lineales o no lineales, dependiendo del problema original. Este sistema es resuelto exacta o aproximadamente, utilizando técnicas directas o iterativas (en el caso de ecuaciones lineales y métodos de punto fijo) o de Newton-Raphson (en el caso de ecuaciones no lineales).

Finalmente obtenemos una representación de la EDP original. Obtenemos un sistema tridiagonal de ecuaciones cuya solución nos proporciona los valores aproximados de la incógnita en cada volumen finito.

6.1.3 Programación y solución numérica de la EDP

Una vez estructurada la parte matemática del MVF para la EDP y obtenido su sistema de ecuaciones algebraicas correspondientes, se procede a su programación. El punto clave e inicio del algoritmo del método es la integración de la ecuación sobre un volumen de control (VC) representado por un volumen finito (VF) del dominio Ω .

6.1.4 Análisis y presentación de resultados

El último paso en la construcción del MVF consiste en el análisis físico de las gráficas obtenidas y los esquemas de solución.

6.2 Método de volúmenes finitos en ecuaciones diferenciales parciales

Es conveniente establecer la notación general que será empleada para el desarrollo del método de volúmenes finitos en sus aplicaciones a ecuaciones diferenciales parciales básicas que se presentan solo como un ejemplo para ilustrar el manejo teórico del método.

6.2.1 Notación General para la aplicación del método de volúmenes finitos

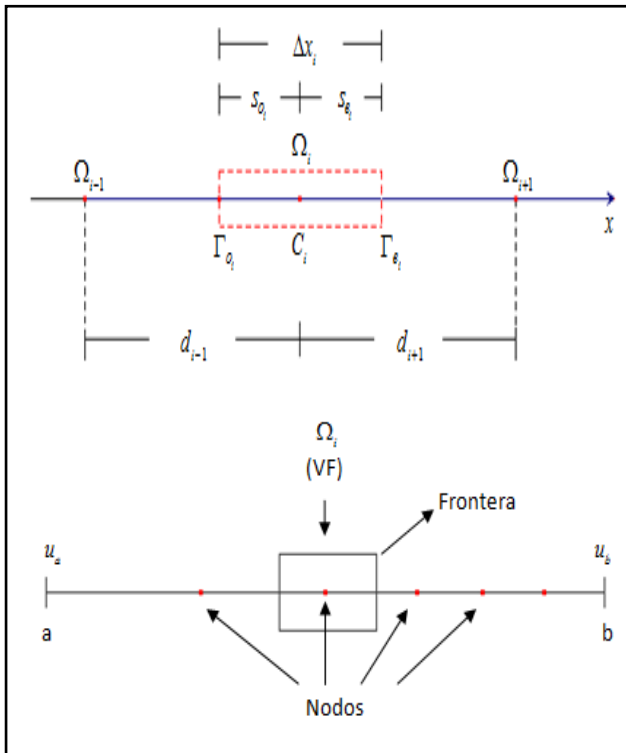


Fig. 6.3: Notación para la aplicación de la técnica de volúmenes finitos

Denotamos a cada VF como el elemento geométrico Ω_i , cuyo volumen es V_i , Γ_e y Γ_o su frontera derecha e izquierda respectivamente. S_{e_i} y S_{o_i} representan las distancias respectivas entre el centro C_i de Ω_i y cada frontera (ver figura 6.3). Frecuentemente $S_{o_i} = S_{e_i}$ pero en VF también puede darse el caso de que $S_{o_i} \neq S_{e_i}$.

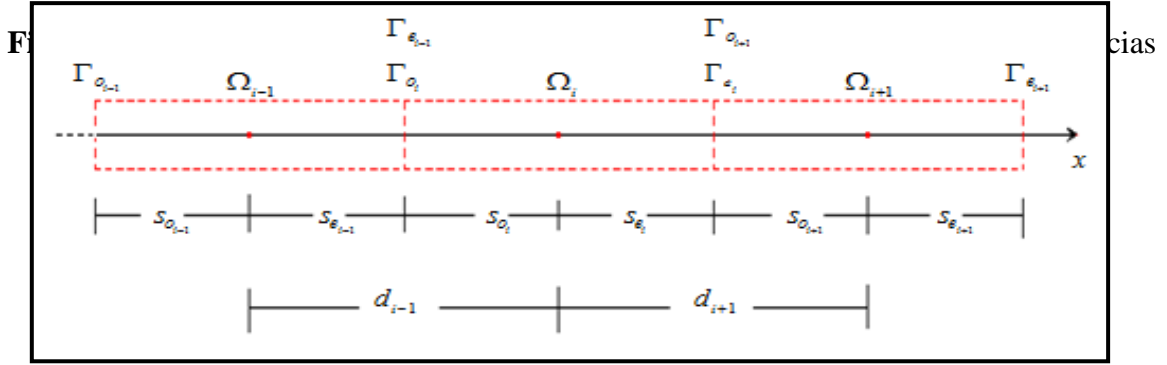
Los centros C_i son llamados nodos y pueden estar o no en el centro geométrico de Ω_i . Esto le da una flexibilidad extra al método, útil para modelar efectos especiales. Finalmente (d_{i-1}, d_{i+1}) son las distancias del centro C_i de Ω_i a los centros C_{i-1} y C_{i+1} de sus VF vecinos.

Una vez establecida la notación que se emplea para la aplicación y desarrollo del método, es necesario introducir un apartado que exprese las partes básicas del promediado intervolumen que, como se verá más adelante, es un concepto fundamental para el desarrollo de la técnica numérica.

6.2.2 Valores promedio

Las técnicas de promediado sirven para establecer la influencia promedio que determinada variable presenta dentro de un volumen finito. En caso de que C_i se localice exactamente en el centro geométrico del VF, empleamos el promediado aritmético.

Esto debido a que suponemos que recibe la misma influencia de los volúmenes derecho (este) e izquierdo (oeste) (y de arriba-abajo o norte-sur, en el caso de 2D). Si por el contrario no es el centro geométrico de Ω_i , podemos usar un promedio ponderado para la variable en cada frontera.



Los coeficientes de ponderación α_o y α_e cuantifican la influencia de las distancias de los centroides de cada VF a las fronteras correspondientes (este y oeste). De la figura 6.4 deducimos que:

$$\alpha_o = \frac{d_{i-1} - s_{o_i}}{d_{i-1}} = \frac{s_{e_{i-1}}}{d_{i-1}} \quad (6.1)$$

$$\alpha_e = \frac{d_{i+1} - s_{o_{i+1}}}{d_{i+1}} = \frac{s_{e_i}}{d_{i+1}} \quad (6.2)$$

Además se tienen los siguientes casos particulares:

$$s_e \square 0 \Rightarrow s_{o_i} \square d_{i-1} \Rightarrow \alpha_o \square 0 \Rightarrow k_o \square k_{i-1} \quad (6.3)$$

$$s_{e_{i-1}} \square d_{i-1} \Rightarrow s_{o_i} \square 0 \Rightarrow \alpha_o \square 1 \Rightarrow k_o \square k_i \quad (6.4)$$

$$s_{e_i} \square 0 \Rightarrow s_{o_{i+1}} \square d_{i+1} \Rightarrow \alpha_e \square 0 \Rightarrow k_e \square k_i \quad (6.5)$$

$$s_{e_i} \square d_{i+1} \Rightarrow s_{o_{i+1}} \square 0 \Rightarrow \alpha_e = 1 \Rightarrow k_e \square k_{i+1} \quad (6.6)$$

Si suponemos que $\alpha_o = \alpha_e = 0.5$, entonces de la ecuación 6.2 claramente podemos ver que $s_{e_i} = \frac{d_{i+1}}{2}$ y $s_{o_i} = d_{i-1} - \frac{d_{i-1}}{2} = \frac{d_{i-1}}{2}$, es decir, tenemos un promedio aritmético. Saber qué tipo de promediado emplear en la práctica dependerá del problema que estemos abordando y de la ponderación numérica que requerimos para expresar la influencia de lo que queremos encontrar en las fronteras de cada VF.

6.2.3 Aplicaciones del método de volúmenes finitos

6.2.3.1 Problemas estacionarios

La siguiente es una EDP tipo Poisson cuya solución se expresa por medio de la técnica de volúmenes finitos.

$$\frac{d}{dx} \left(k \frac{du}{dx} \right) + Q_u = 0 \quad (6.7)$$

Con dominio en un intervalo cerrado $x \in [a, b] \equiv \Omega$ y condiciones de frontera constantes tipo Dirichlet $u(a) \approx u_a$ y $u(b) = u_b$. Donde suponemos que u representa la temperatura, k es la conductividad térmica, $Ak \frac{du}{dx}$ es un flujo de calor a través del área A y Q es un término fuente de calor.

a) En el MVF inicialmente se divide el dominio $\Omega = [a, b]$ en una malla formada por VF. Los volúmenes finitos, como mencioné previamente, pueden ser de longitudes diferentes y sus nodos colocarse o no en el centro de cada VF. Para este ejemplo considero que los 5 VF empleados son de igual longitud y que sus nodos se encuentran en el centro de cada VF. Es así como la longitud, tamaño o volumen (en 1D) de Ω_i es en este caso $\Delta x_i = s_{o_i} + s_{e_i} = V_i = h_i$. Nótese además que $d_{i-1} = x_i - x_{i-1}$, $d_{i+1} = x_{i+1} - x_i$ (ver sección 6.2.1).

b) La 2a etapa en el MVF consiste en integrar la EDP y discretizarla sobre todos los volúmenes de la malla. Para 1D el proceso de discretización es muy simple.

$$\int_{\Omega_i} \frac{d}{dx} \left(k \frac{du}{dx} \right) dx + \int_{\Omega_i} Q_u dx = Ak \frac{du}{dx} \Big|_{\Gamma_o} + Q_i \int_{\Omega_i} dx = 0 \quad (6.8)$$

Considerando que tenemos aquí que $dV = dx$, así:

$$\left(Ak \frac{du}{dx} \right)_{\Gamma_e} - \left(Ak \frac{du}{dx} \right)_{\Gamma_o} + Q_i \Delta x = 0 \quad (6.9)$$

Los términos entre paréntesis en la ecuación (6.9) representan valores en las fronteras de Ω_i , Q_i es el valor promedio de la fuente Q_n en el volumen de Ω_i . A representa el área seccional en cada frontera este-oeste (derecha-izquierda), igual para ambas pues no consideramos que el área seccional cambie en alguno de los volúmenes finitos. La ecuación (6.9) nos dice que el flujo de calor que entra por una frontera menos el calor que sale por la otra es igual al calor producido dentro del VF. Esta es una ecuación de balance o equilibrio para la temperatura sobre Ω_i . Si k es heterogéneo en Ω_i entonces será diferente en cada frontera y puede estimarse como un valor promedio entre Ω_i y sus vecinos $\Omega_{i-1}, \Omega_{i+1}$.

Por ejemplo empleando un promedio aritmético:

$$\left(Ak \frac{du}{dx} \right)_{\Gamma_e} \cong A_e k_e \frac{du}{dx} \Big|_{\Gamma_e} \cong A_e \frac{k_i + k_{i+1}}{2} \frac{u_{i+1} - u_i}{d_{i+1}} \quad (6.10)$$

$$\left(Ak \frac{du}{dx} \right)_{\Gamma_o} \cong A_o k_o \frac{du}{dx} \Big|_{\Gamma_o} \cong A_o \frac{k_{i-1} + k_i}{2} \frac{u_i - u_{i-1}}{d_{i-1}} \quad (6.11)$$

k_i, k_{i-1} y k_{i+1} son los valores promedio de k en Ω_i, Ω_{i-1} y Ω_{i+1} respectivamente, mientras que $\frac{u_{i+1} - u_i}{d_{i+1}}$ es el valor aproximado de la derivada normal $\frac{du}{dx}$, etc. Previamente se menciona que existe más de una forma de calcular el promedio de k en las fronteras.

Finalmente la EDP 6.7 con la discretización usando el MVF es

$$A_e k_e \frac{u_{i+1} - u_i}{d_{i+1}} - A_o k_o \frac{u_i - u_{i-1}}{d_{i-1}} + Q_i \Delta V = 0 \quad (6.12)$$

como la incógnita es el valor aproximado de u en el VF Ω_i , $u_i = u(x_i)$ y así la ecuación 6.12 toma la forma siguiente:

$$\left(\frac{A_e k_e}{d_{i+1}} + \frac{A_o k_o}{d_{i-1}} \right) u_i = \frac{A_e k_e}{d_{i+1}} u_{i+1} + \frac{A_o k_o}{d_{i-1}} u_{i-1} + Q_i \Delta V \quad (6.13)$$

Identificando los coeficientes que acompañan a la incógnita en cada VF como c_i, a_{i+1}, b_{i-1} . Esta ecuación algebraica se puede escribir en forma más compacta:

$$c_i u_i = a_{i+1} u_{i+1} + b_{i-1} u_{i-1} + Q_i \Delta V \quad (6.14)$$

Para $i=2, n-1$; con n volúmenes finitos considerados en la malla. U_1 y u_n son los valores en la frontera (o u_0 y u_{n+1} son los valores en la frontera). Ordenando en orden creciente los subíndices de u_i obtenemos un sistema de ecuaciones algebraicas tridiagonal cuya solución nos proporciona los valores aproximados de u en cada volumen finito.

$$b_{i-1} u_{i-1} - c_i u_i + a_{i+1} u_{i+1} = -Q_i \Delta V = q_i \quad (6.15)$$

Su expresión matricial es

$$\begin{aligned} b_0 u_0 - c_1 u_1 + a_2 u_2 &= q_1 \\ b_1 u_1 - c_2 u_2 + a_3 u_3 &= q_2 \\ b_2 u_2 - c_3 u_3 + a_4 u_4 &= q_3 \\ b_3 u_3 - c_4 u_4 + a_5 u_5 &= q_4 \\ b_4 u_4 - c_5 u_5 + a_6 u_6 &= q_5 \end{aligned}$$

así entonces

$$\begin{pmatrix} -c_1 & a_2 & 0 & 0 & 0 \\ b_1 & -c_2 & a_3 & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & -c_3 & a_4 & 0 \\ 0 & 0 & b_3 & -c_4 & a_5 \\ 0 & 0 & 0 & b_4 & -c_5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_1 & -b_0 u_0 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 & -a_6 u_6 \end{pmatrix}$$

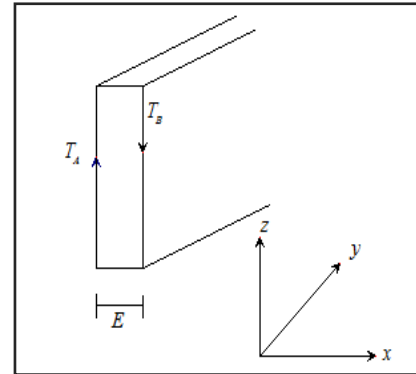


Fig. 6.5: Placa sólida.

Este sistema nos proporciona $u(x_i)$ en cada VF de la malla con las condiciones de frontera u_0 y u_6 incluidas en el sistema.

- Para ilustrar la parte técnica del MVF en un flujo estacionario de calor con una fuente interna de generación de energía, consideramos una placa solida de espesor E , longitud L y altura H .

Su conductividad térmica es de $k = 0.5 \text{ W/m}^\circ\text{C}$, constante en toda la placa, la cual tiene una fuente de calor producida por un alambre de cobre que genera $q = 10^6 \text{ W/m}^3$. Las condiciones de frontera son constantes, tipo Dirichlet $T_A = 100^\circ\text{C}$ y $T_B = 200^\circ\text{C}$ con $E = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ y suponemos que H y L son muy grandes y solamente hay cambios significativos en el eje OX , paralelo al espesor de la placa. La EDP está expresada en la ecuación 6.7:

$$\frac{d}{dx} \left(k \frac{du}{dx} \right) + Q_u = 0$$

Con condiciones de frontera $u(A) = T_A$, $u(B) = T_B$. Debido al espesor más pequeño de la placa (E) tomamos por conveniencia un espaciamento entre los nodos de cada VF constante e igual a $h = 4 \times 10^{-3} \text{ m}$ (4 mm) con un área unitaria de la placa de un metro cuadrado ($A = 1 \text{ m}^2$) en el plano OYZ . Considero una malla uniforme formada por 5 volúmenes finitos. La discretización de la ecuación diferencial parcial inicial es análoga a la que se realizó previamente. Sin embargo, el cálculo de los coeficientes matriciales cambia por los datos y los términos fuente.

$$c_2 = \frac{Ak}{h} + \frac{Ak}{h} = \frac{2 \times 0.5}{4 \times 10^{-3}} = 0.25 \times 10^3 = 250 = c_3 = c_4 \quad \text{Diagonal Principal}$$

$$b_1 = \frac{Ak}{h} = \frac{0.5}{4 \times 10^{-3}} = 0.5 \times 0.25 \cdot 10^3 = 125 = b_2 = b_3 = b_4 \quad \text{Diagonal Inferior}$$

$$a_2 = \frac{Ak}{h} = 125 = a_3 = a_4 = a_5 \quad \text{Diagonal Superior}$$

Con un volumen $\Delta V = A \cdot h = 4 \times 10^{-3} m^3$ y condiciones numéricas de frontera $u_0 = T_A = 100^\circ C$, $u_6 = T_B = 200$.

$$i = 1 \rightarrow c_1 \rightarrow Ak \left(\frac{1}{h} + \frac{1}{h/2} \right) u_1 = \frac{Ak}{h} u_2 + \frac{Ak}{h/2} u_0 + qh \quad \text{Frontera Oeste}$$

$$T_A$$

Finalmente entonces $375 u_1 = 125 u_2 + 29 \times 10^3$

$$i = 5 \rightarrow Ak \left(\frac{1}{h/2} + \frac{1}{h} \right) u_5 = \frac{Ak}{h/2} u_6 + \frac{Ak}{h} u_4 + qh \quad \text{Frontera Este}$$

$$T_B$$

Si y solamente si

$$375 u_5 = 125 u_4 + 0.25 \times 200 \times 10^3 + 4 \times 10^3$$

De esa forma se obtiene la siguiente expresión matricial

$$\begin{pmatrix} 375 & -125 & 0 & 0 & 0 \\ -125 & 250 & -125 & 0 & 0 \\ 0 & -125 & 250 & -125 & 0 \\ 0 & 0 & -125 & 250 & -125 \\ 0 & 0 & 0 & -125 & 375 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 29 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \\ 54 \end{pmatrix} \times 10 \rightarrow \begin{pmatrix} u_1 = 150^\circ C \\ u_2 = 218^\circ C \\ u_3 = 254^\circ C \\ u_4 = 258^\circ C \\ u_5 = 230^\circ C \end{pmatrix}$$

con solución exacta $u(x) = 100 + 2.5 \times 10^4 x - 10^6 x^2$.

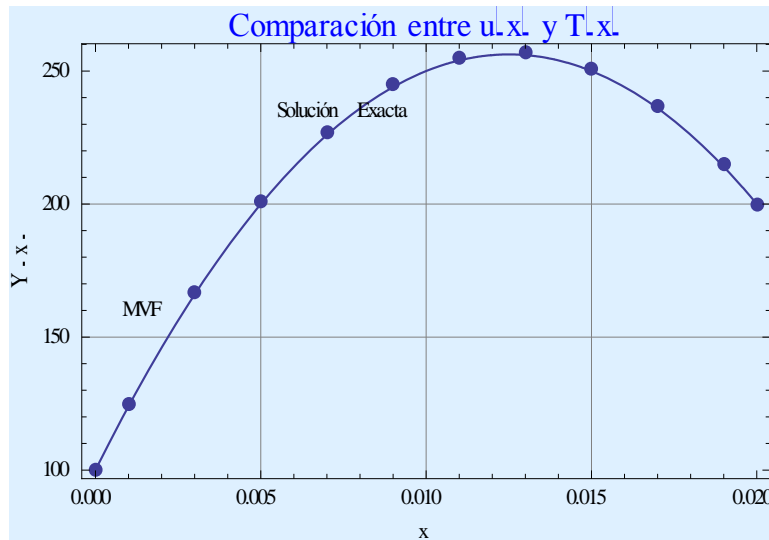


Fig. 6.6: Solución de la ecuación de difusión de calor (Poisson) 1D por VF, comparada con la solución analítica.

- Supongamos que tenemos un flujo estacionario de calor en una barra metálica aislada en sus paredes laterales, representada por la EDP tipo Laplace

$$\frac{d}{dx} \left(k \frac{du}{dx} \right) = 0 \quad (6.16)$$

las condiciones de frontera son tipo Dirichlet $u(a) = T_a = 100^\circ C$ y $u(b) = T_b = 500^\circ C$, donde $u(x)$ representa la temperatura. La conductividad térmica es de $k = 1000 W / m \text{ } ^\circ C$. El área seccional A es igual para las fronteras este y oeste de $10^{-2} m^2$ respectivamente y una longitud L de $0.5 m$. Dividimos el dominio Ω con cinco VF y un espaciamiento entre los nodos equidistantes e igual a $h = 0.1 m = d_{i-1} = d_{i+1}$, excepto en las fronteras donde $d_o = \frac{h}{2} = 0.05 = d_6$.

La EDP tiene solución analítica exacta, la cual se obtiene integrando dos veces y reemplazando las condiciones de frontera en la ecuación original. Para $u = T(x)$ tenemos que:

$$C_0 = \int \frac{d}{dx} \left(k \frac{dT}{dx} \right) dx = k \frac{dT}{dx} \Rightarrow \int k \frac{dT}{dx} dx = kT \quad (6.17)$$

Donde $C_1 = C_0 x$ y C_0, C_1 constantes de integración. Como

$$T(x) = \frac{C_0 x - C_1}{k} \quad (6.18)$$

Usando las condiciones de frontera se deduce que $C_1 = -10^5$ y $C_0 = 8 \cdot 10^5$. De aquí tenemos que

$$T(x) = 800x + 100 \quad (6.19)$$

Los VF, Ω_1 y Ω_5 son elementos en cada frontera y requieren atención especial. La ecuación (6.13) se reescribe en el nodo 1 para el coeficiente como:

$$C'_1 = Ak \left(\frac{1}{h} + \frac{1}{h/2} \right) = Ak \frac{3}{h} = 300 \quad (6.20)$$

Para mayor claridad en este primer ejemplo numérico, reescribo todas las ecuaciones algebraicas del sistema discretizado se reescriben

$$i=1 \rightarrow Ak \left(\frac{1}{h} + \frac{1}{h/2} \right) u_1 = \frac{Ak}{h} u_2 + \frac{Ak}{h/2} u_0 \rightarrow 300u_1 = 100u_2 + 200u_0$$

$$i=2 \rightarrow Ak \left(\frac{1}{h} + \frac{1}{h} \right) u_2 = \frac{Ak}{h} u_3 + \frac{Ak}{h} u_1 \rightarrow 200u_2 = 100u_3 + 100u_1$$

$$i=3 \rightarrow Ak \frac{2}{h} u_3 = \frac{Ak}{h} u_4 + \frac{Ak}{h} u_2 \rightarrow 200u_3 = 100u_4 + 100u_2$$

$$i=4 \rightarrow Ak \frac{2}{h} u_4 = \frac{Ak}{h} u_5 + \frac{Ak}{h} u_3 \rightarrow 200u_4 = 100u_5 + 100u_3$$

$$i=5 \rightarrow Ak \left(\frac{1}{h/2} + \frac{1}{h} \right) u_5 = \frac{Ak}{h/2} u_6 + \frac{Ak}{h} u_4 \rightarrow 300u_5 = 100u_6 + 200T_B$$

Simplificando cada ecuación se obtiene la expresión matricial siguiente:

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2u_0 = 2T_A \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 2u_6 = 2T_B \end{pmatrix}$$

Resolviendo:

$$T(0.05) = u_1 = 140^\circ C$$

$$u_2 = 220^\circ C = T(0.15)$$

$$T(0.25) = u_3 = 300^\circ C$$

$$u_4 = 380^\circ C = T(0.35)$$

$$T(0.45) = u_5 = 460^\circ C$$

El cálculo correcto en la inclusión de las condiciones de frontera, es crucial para que el MVF proporcione resultados correctos (en este caso simples, exactos).

De esta forma se puede ver que las diagonales de la matriz toman la forma siguiente:

$$C_i = \frac{Ak}{d_{i+1}} + \frac{Ak}{d_{i-1}} = Ak \left(\frac{2}{h} \right) = 200 \quad \forall i = 2, 3, \dots, n-1 \quad \text{Diagonal Principal}$$

$$b_{i-1} = \frac{Ak}{h} = 100; \quad a_{i+1} = \frac{Ak}{h} = 100 \quad \forall i = 2, n; \quad \forall i = 1, n-1 \quad \text{Diagonal Inferior y superior}$$

$$i = 1, C_1 = Ak \left(\frac{1}{d_2} + \frac{1}{d_0} \right) = Ak \left(\frac{1}{h} + \frac{1}{h/2} \right) = 300 \quad \text{Frontera oeste, con } x = a = 0 \text{ m}$$

$$i = 5, C_5 = Ak \left(\frac{1}{d_6} + \frac{1}{d_4} \right) = Ak \left(\frac{1}{h/2} + \frac{1}{h} \right) = 300 \quad \text{Frontera este con } x = b = 0.5 \text{ m}$$

d) La solución (en este caso exacta y numérica) se gráfica y se compara. Por último, se establece un análisis físico de la misma.

De esa forma la solución de la ecuación por el MVF se obtiene dando solución a la siguiente matriz:

$$\begin{pmatrix} 300 & -100 & 0 & 0 & 0 \\ -100 & 200 & -100 & 0 & 0 \\ 0 & -100 & 200 & -100 & 0 \\ 0 & 0 & -100 & 200 & -100 \\ 0 & 0 & 0 & -100 & 300 \end{pmatrix} u = \begin{pmatrix} 20,000 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 100,000 \end{pmatrix}$$

la solución analítica y numérica de la ecuación arrojan los mismos resultados:

$$T = \begin{pmatrix} 140 \\ 220 \\ 300 \\ 380 \\ 460 \end{pmatrix} ^\circ C \quad u = \begin{pmatrix} 140 \\ 220 \\ 300 \\ 380 \\ 460 \end{pmatrix} ^\circ C$$

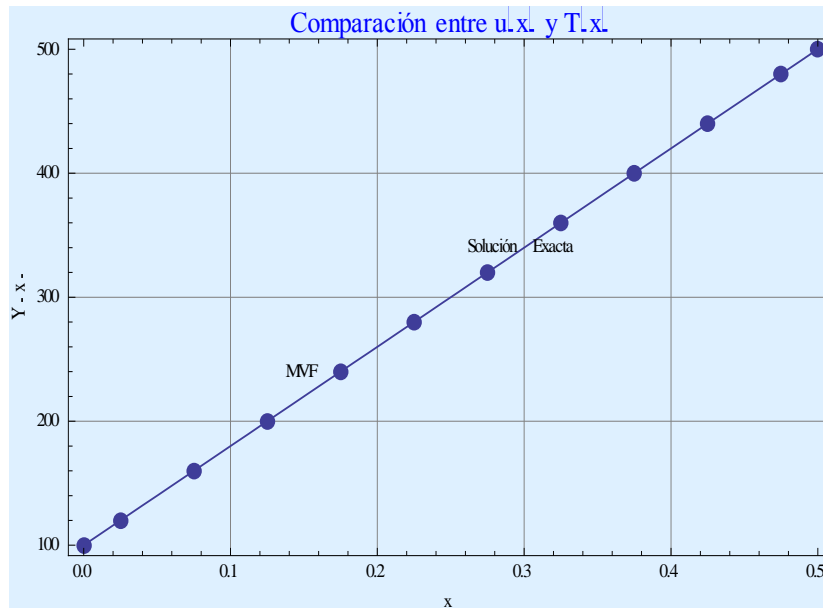


Fig. 6.7: Solución de la ecuación de Laplace 1D por VF comparada con la solución analítica de la ecuación.

Este sencillo problema de Laplace unidimensional es resuelto en forma exacta por el MFV para las condiciones de frontera dadas: $u(a) = Ta = 100^\circ\text{C}$, $u(b) = Tb = 500^\circ\text{C}$. La solución numérica reproduce exactamente la solución analítica.

- Consideremos ahora un proceso físico de difusión acompañado de convección (flujo, energía) o advección (flujo de solutos).

En el 1er caso, hay convección cuando, además de la transferencia de calor por conducción (difusión de energía térmica), en un fluido, existe movimiento del fluido, descrito por un campo vectorial de velocidades $\vec{v}(\vec{x}, t)$. En el 2º caso, supongamos un contaminante (soluta) que se disuelve por difusión en un fluido en movimiento (solvente); entonces, además de la difusión, hay advección del soluto debido a la velocidad del fluido. La EDP de advección-difusión es dada por la ecuación diferencial parcial de transporte:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u) + \vec{\nabla} \cdot (\rho u \vec{v}) = \vec{\nabla} \cdot (\mathbf{K} \cdot \vec{\nabla} u) + Q_u(\vec{x}, t) \quad (6.21)$$

Consideremos primero que el proceso es estacionario, así $\frac{\partial}{\partial t} = 0$. \mathbf{K} es el coeficiente tensorial de difusión (hidráulica, térmica, o difusión molecular). La función u representará presión, densidad, temperatura, concentración del soluto o energía interna. El punto clave e inicio del algoritmo del MFV es la integración de la ecuación 6.21 sobre un volumen de control (VC) representado por un volumen finito (VF) de Ω . Si consideramos que no existe el término fuente, es decir, $Q_u = 0$, entonces:

$$\int_{\partial\Omega_i} \rho \vec{v} \cdot \vec{n} ds = \int_{\partial\Omega_i} (K \cdot \vec{\nabla} u) \cdot \vec{n} ds, \quad \forall \Omega_i \quad (6.22)$$

En este caso una velocidad de flujo constante en 1D $\vec{v} = v_x = v$ y un coeficiente de difusión $K = K1$ uniforme y constante fueron supuestos. La ecuación anterior representa el balance de flujos en cada VF. El problema aquí es el computo efectivo de la función $u(x)$ en cada una de las interfaces o fronteras $\Gamma_i = \partial\Omega_i$ de cada VF. Si se trata del flujo de un fluido entonces $u(x)$ es la concentración del soluto y ρ es la densidad del fluido.

Considerando el principio de conservación de la masa en un fluido en el caso estacionario

$$\text{div}(\rho \vec{v}) = 0 \rightarrow$$

$$\int_{\Omega_i} \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) dV = \int_{\partial\Omega_i} \rho \vec{v} \cdot \vec{n} ds = (\rho v A)_{E_i} - (\rho v A)_{O_i} = 0 \quad (6.23)$$

donde $E_i = \Gamma_{E_i}$, $O_i = \Gamma_{O_i}$ son las fronteras derecha (E) e izquierda (O) de cada VF Ω_i . Al realizar la discretización de la integral se tiene que:

$$(\rho v A)_{E_i} - (\rho v A)_{O_i} = \left(Ak \frac{du}{dx} \right)_{E_i} - \left(Ak \frac{du}{dx} \right)_{O_i} \quad (6.24)$$

Las unidades de medida para $\rho v A$ son

$$[\rho v A] = \left[\frac{kg}{m^3} \frac{m}{s} m^2 u \right] = \left[\frac{kg}{s} u \right]$$

u tendrá unidades de concentración: $kg/kg, gr/kg, lt/m^3, cte$. El cálculo aproximado de $u(x)$ en cada frontera, empleando un promedio aritmético simple al cruzar Γ_{E_i} o Γ_{O_i} es :

$$u|_{E_i} = \frac{u_i + u_{i+1}}{2}, \quad u|_{O_i} = \frac{u_i + u_{i-1}}{2}$$

Suponiendo que el área lateral en todas las fronteras tiene la misma magnitud, podemos eliminar dicho termino y de esa forma

$$\rho_{E_i} v_{E_i} \frac{u_i + u_{i+1}}{2} - \rho_{O_i} v_{O_i} \frac{u_i + u_{i-1}}{2} = k \frac{u_{i+1} - u_i}{d_{i+1}} - k \frac{u_i - u_{i-1}}{d_{i-1}}$$

por el principio de conservación de la masa $\rho_{E_i} v_{E_i} = \rho_{O_i} v_{O_i} = \rho v$ y reemplazando esta expresión en la ecuación anterior

$$\rho v \frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{2} = - \left(\frac{k}{d_{i+1}} + \frac{k}{d_{i-1}} \right) u_i + \frac{k}{d_{i+1}} u_{i+1} + \frac{k}{d_{i-1}} u_{i-1}$$

De esa forma

$$\left(\frac{k}{d_{i+1}} + \frac{k}{d_{i-1}} \right) u_i = \left(\frac{k}{d_{i+1}} - \frac{\rho v}{2} \right) u_{i+1} + \left(\frac{k}{d_{i-1}} + \frac{\rho v}{2} \right) u_{i-1} \quad (6.25)$$

Que puede ser expresada como

$$c_i u_i = a_{i+1} u_{i+1} + b_{i-1} u_{i-1} \quad \forall i = 2, n-1 \quad (6.26)$$

La ecuación 6.26 es la ecuación diferencial parcial de difusión con advección discretizada para todos los nodos internos de la malla unidimensional de n volúmenes finitos. Para que la discretización sea correcta falta considerar la discretización de las condiciones de frontera Γ_A y Γ_B respectivamente. Esto debe realizarse con sumo cuidado, ya que tenemos términos extra de advección en cada frontera. Supongamos que tenemos condiciones de frontera tipo Dirichlet en Ω :

$$u|_{\Gamma_A} = u_a, \quad u|_{\Gamma_B} = u_b$$

para el nodo 1 que corresponde al VF Ω_1 vecino a la frontera Γ_A la EDP en la frontera oeste queda de la siguiente forma:

$$i=1: \quad \rho v \frac{u_1 + u_2}{2} - \rho v u_a = \frac{k}{d_2} (u_2 - u_1) - \frac{k}{d_0} (u_1 - u_a)$$

Nótese que en Γ_A usamos directamente al valor u_a que suponemos conocido en esa frontera (condiciones de Dirichlet). Agrupando términos semejantes:

$$\left(\frac{k}{d_2} + \frac{k}{d_0} + \frac{\rho v}{2} \right) u_1 = \left(\frac{k}{d_2} - \frac{\rho v}{2} \right) u_2 + \left(\frac{k}{d_0} + \rho v \right) u_a$$

Por tanto el primer coeficiente de la matriz para esta frontera es:

$$c_1 = \frac{k}{d_2} + \frac{k}{d_0} + \frac{\rho v}{2}$$

La ecuación discretizada para el nodo en la frontera este $n \rightarrow \Omega_n$ es:

$$i=n: \quad \rho v u_{n+1} - \rho v \frac{u_n + u_{n-1}}{2} = \frac{k}{d_{n+1}} (u_{n+1} - u_n) - \frac{k}{d_{n-1}} (u_n - u_{n-1})$$

Agrupando

$$u_{n+1} = u_b \rightarrow \left(\frac{k}{d_{n+1}} + \frac{k}{d_{n-1}} - \frac{\rho v}{2} \right) u_n = \left(\frac{k}{d_{n-1}} + \frac{\rho v}{2} \right) u_{n-1} + \left(\frac{k}{d_{n+1}} - \rho v \right) u_b$$

Lo cual implica que

$$c_n = \frac{k}{d_{n+1}} + \frac{k}{d_{n-1}} - \frac{\rho v}{2}$$

Es el último coeficiente en la diagonal Γ_B . Comparando los coeficientes calculados para este ejemplo de difusión- advección con el que solo tomamos en cuenta la difusión, la diferencia radica en el término $\frac{\rho v}{2}$ que se agrega o se resta en cada VF debido al movimiento del fluido. Si $v=0$, la ecuación anterior es la misma que la que se encontró para el caso de la difusión, únicamente.

Si para el problema esbozado se supone $[a,b]=[0,L]$, $v=0.1 \frac{m}{s}$, $a=0$, $b=L=1.0m$, $\rho=1.0 \frac{kg}{m^3}$, $k=0.1 \frac{kg \cdot s}{m}$. Con una malla uniforme donde $d_{i+1} = d_{i-1} = h$, $d_0 = h/2 = d_{n+1}$, $h=0.2$ con CF $u_a=1$ y $u_b = u_2 = 0$. La solución exacta de este problema es

$$u(x) = \frac{2.7183 - e^x}{1.7183}$$

entonces

$$\frac{u - u_a}{u_L - u_a} = \frac{\text{Exp} \left[\frac{\rho v x}{k} - 1 \right]}{\text{Exp} \left[\frac{\rho v L}{k} - 1 \right]}$$

El sistema matricial por VF es:

$$\begin{pmatrix} 1.55 & -0.45 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ -0.55 & 1.0 & -0.45 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & -0.55 & 1.0 & -0.45 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & -0.55 & 1.0 & -0.45 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.55 & 1.45 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.1 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \end{pmatrix} \rightarrow \vec{u} = \begin{pmatrix} 0.9421 \\ 0.8006 \\ 0.6276 \\ 0.4163 \\ 0.1579 \end{pmatrix}$$

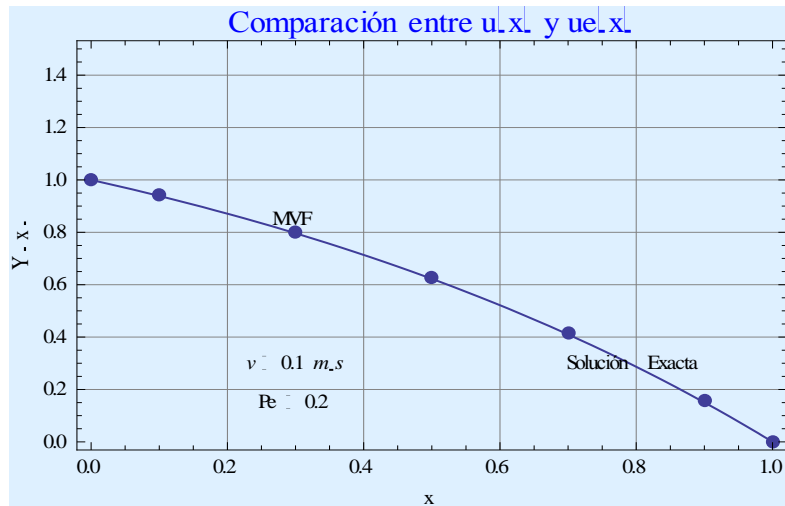


Fig. 6.8: Solución de la ecuación diferencial parcial de transporte 1D por VF comparada con la solución analítica de la ecuación ($v = 0.1 \text{ m/s}$).

Para $v = 0.1 \text{ m/s}$ esta aproximación es muy buena como se puede observar en la gráfica 6.8. Si la velocidad de flujo aumenta, el esquema en VF presenta divergencia y oscilaciones. Esto puede corregirse aumentando el número de VF o bien, utilizando otro método para aproximar u en la frontera de Ω_i .

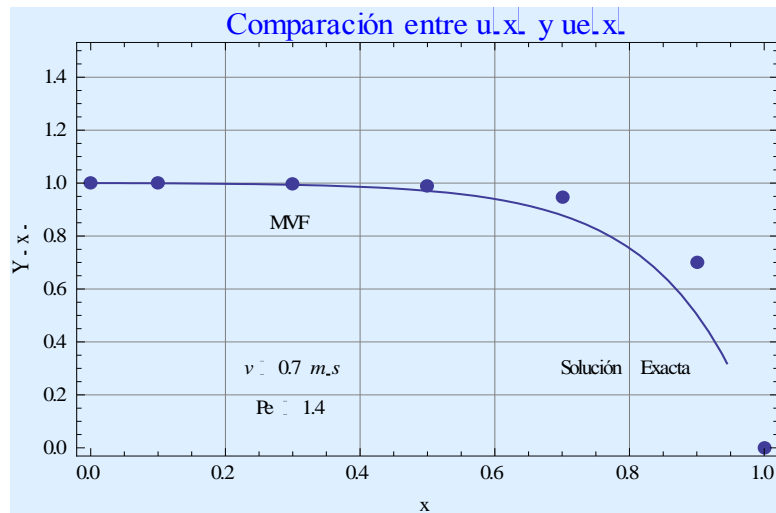


Fig. 6.9: Solución de la ecuación diferencial parcial de transporte 1D por VF comparada con la solución analítica de la ecuación ($v = 0.7 \text{ m/s}$).

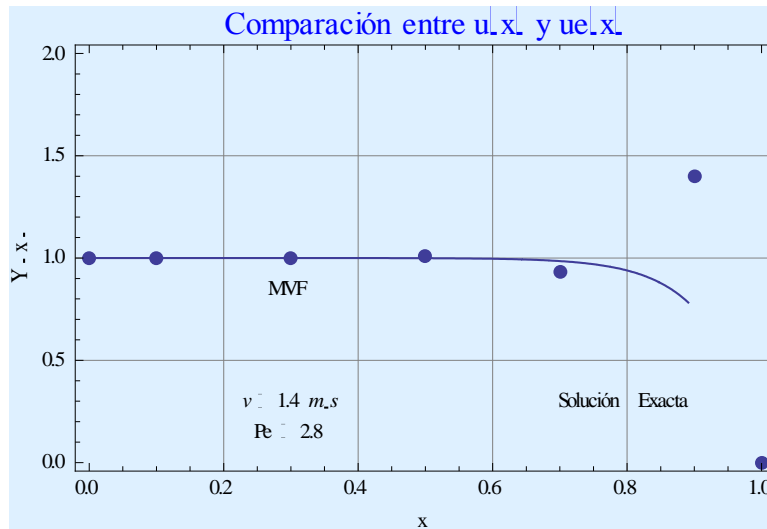


Fig. 6.10: Solución de la ecuación diferencial parcial de transporte 1D por VF comparada con la solución analítica de la ecuación ($v = 1.4 \text{ m/s}$, $n = 10$).

En la Fig. 6.10 se puede observar la divergencia del método al tener una velocidad relativamente mayor ($v = 1.4 \text{ m/s}$), sin embargo al aumentar el número de puntos en la malla aumenta considerablemente la precisión del método.

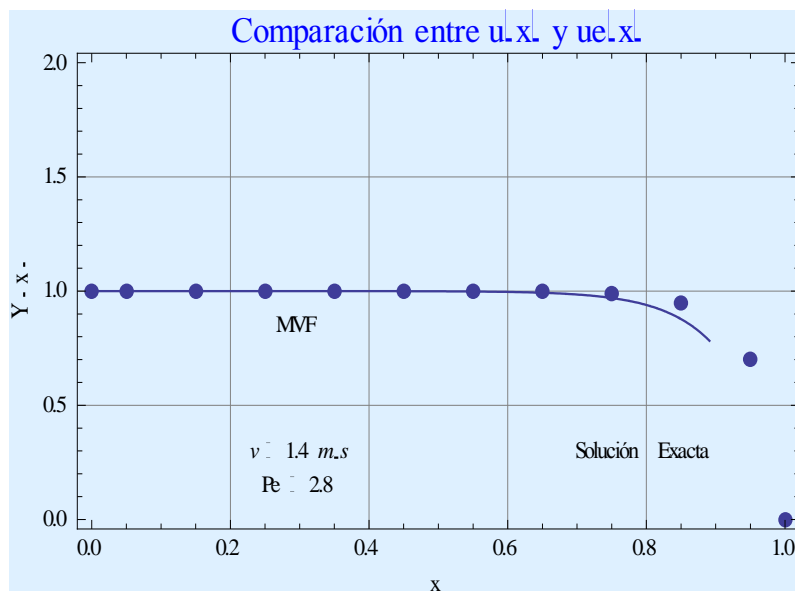


Fig. 6.11: Solución de la ecuación diferencial parcial de transporte 1D por VF comparada con la solución analítica de la ecuación ($v = 1.4 \text{ m/s}$, $n = 10$).

6.2.3.2 Problemas transientes

Reconsideramos la EDP general de transporte mostrada previamente

$$\int_{\Omega_i} \frac{\partial}{\partial t} (\rho u) dV + \int_{\partial\Omega_i} \rho u \vec{v} \cdot \vec{n} ds = \int_{\partial\Omega_i} (\mathbf{K} \cdot \vec{\nabla} u) \cdot \vec{n} ds + \int_{\Omega_i} Q_u dV \quad (6.27)$$

Consideremos que $u(\vec{x}, t)$ está variando en el tiempo $t \in [0, t_{\max}]$ y supongamos una variación temporal “pequeña” dada por un paso de tiempo $t \rightarrow t + \Delta t$. Integrando con respecto a t la ecuación anterior tenemos que

$$\int_{\Omega_i} \left(\int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial}{\partial t} (\rho u) dt \right) dV + \int_t^{t+\Delta t} \left(\int_{\partial\Omega_i} \rho u \vec{v} \cdot \vec{n} ds \right) dt = \int_t^{t+\Delta t} \left(\int_{\partial\Omega_i} (\mathbf{K} \cdot \vec{\nabla} u) \cdot \vec{n} ds \right) dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_{\Omega_i} Q_u dV dt \quad (6.28)$$

Para problemas transientes ($\partial/\partial t \neq 0$) las integrales sobre la frontera $\partial\Omega_i$ se evalúan igual. Queda por especificar la $\int_t^{t+\Delta t} \square dt$. El primer término a la izquierda por el teorema fundamental del cálculo es

$$\int_{\Omega_i} \left(\int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial}{\partial t} (\rho u) dt \right) dV = \int_{\Omega_i} \left[(\rho u)^{t+\Delta t} - (\rho u)^t \right] dV = \left((\rho_i u_i)^{t+\Delta t} - (\rho_i u_i)^t \right) \Delta \quad (6.29)$$

Donde $\rho_i u_i$ significan valores promedio en el VF Ω_i . Para ilustrar el método general de discretización en el tiempo consideremos la siguiente EDP del flujo de calor en un medio unidimensional: $u(x, t)$

$$\rho C_p \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial u}{\partial x} \right) + Q \quad (6.30)$$

Para $x \in \Omega = [a, b]$ y $t \in [0, t_{\max}]$. Donde $\rho \equiv$ densidad y $C_p \equiv$ calor específico. Integrando sobre cada Ω_i de la malla en 1D:

$$\begin{aligned} I_t &= \int_{\Omega_i} \left(\int_t^{t+\Delta t} \rho C_p \frac{\partial u}{\partial t} dt \right) dV = \int_t^{t+\Delta t} \left(\int_{\Omega_i} \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial u}{\partial x} \right) dV \right) dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_{\Omega_i} Q dV dt \\ &= \int_t^{t+\Delta t} \left(\int_{\partial\Omega_i} k \frac{\partial u}{\partial x} ds \right) dt + \int_t^{t+\Delta t} (Q dV) dt \end{aligned} \quad (6.31)$$

$$\begin{aligned} \rightarrow I_t &= \int_{\Omega_i} \rho C_p [u(t + \Delta t) - u(t)] dV \\ &= \rho_i C_{p_i} [u_i(t + \Delta t) - u_i(t)] \Delta V \quad (\rho_i, C_{p_i}, u_i \text{ Valores promedio en } \Omega_i) \end{aligned}$$

$$= \rho_i C_{p_i} (u_i^{k+1} - u_i^k) A \Delta x,$$

Donde $u_i^k = u_i(t)$, $u_i^{k+1} = u_i(t + \Delta t)$ y $\Delta V_i = A_i \Delta x_i$, $\Delta x_i = h_i$. La integral temporal se puede calcular usando un algoritmo ponderado en el tiempo, para $\theta \in [0,1]$:

$$\int_t^{t+\Delta t} f_i dt = [\theta f_i^{k+1} + (1-\theta) f_i^k] \Delta t \quad (6.32)$$

Aplicando este esquema a las integrales de frontera, la discretización en el tiempo de $\int_{\partial\Omega_i} f ds$:

$$\begin{aligned} \rho_i C_{p_i} (u_i^{k+1} - u_i^k) A h_i &= \int_t^{t+\Delta t} \left(\int_{\partial\Omega} k \frac{\partial u}{\partial x} ds \right) dt + \int_t^{t+\Delta t} (Q dV) dt \\ &= \int_t^{t+\Delta t} \left[\left(A k \frac{\partial u}{\partial x} \right)_{E_i} - \left(A k \frac{\partial u}{\partial x} \right)_{O_i} \right] dt + \int_t^{t+\Delta t} Q_i A \cdot h_i dt = \\ &= \int_t^{t+\Delta t} A_e k_e \frac{u_{i+1} - u_i}{d_{i+1}} dt - \int_t^{t+\Delta t} A_0 k_0 \frac{u_i - u_{i-1}}{d_{i-1}} dt + \int_t^{t+\Delta t} Q_i A \cdot h_i dt \\ &= \left(\theta A_e k_e \frac{u_{i+1}^{k+1} - u_i^{k+1}}{d_{i+1}} + (1-\theta) A_e k_e \frac{u_{i+1}^k - u_i^k}{d_{i+1}} \right) \Delta t - \\ &\quad - A_0 k_0 \left(\theta \frac{u_i^{k+1} - u_{i-1}^{k+1}}{d_{i-1}} + (1-\theta) \frac{u_i^k - u_{i-1}^k}{d_{i-1}} \right) \Delta t + (\theta Q_i^{k+1} + (1-\theta) Q_i^k) A_i h_i \Delta t \end{aligned}$$

Suponiendo que el Área transversal es la misma en todo el dominio unidimensional $[a,b]$ podemos simplificar la ecuación al dividir por $A \Delta t$:

$$\begin{aligned} \rho_i C_{p_i} \frac{\Delta x_i}{\Delta t} u_i^{k+1} &= \rho_i C_{p_i} \frac{\Delta x_i}{\Delta t} + \frac{\theta k_e}{d_{i+1}} u_{i+1}^{k+1} - \frac{\theta k_e}{d_{i+1}} u_i^{k+1} + (1-\theta) \frac{k_e}{d_{i+1}} u_{i+1}^k \\ &\quad - (1-\theta) \frac{k_e}{d_{i+1}} u_i^k - \frac{k_0 \theta}{d_{i-1}} u_i^{k+1} + \frac{k_0 \theta}{d_{i-1}} u_{i-1}^{k+1} - (1-\theta) \frac{k_0}{d_{i-1}} u_i^k + (1-\theta) \frac{k_0}{d_{i-1}} u_{i-1}^k \\ &\quad + \Delta x_i \theta Q_i^{k+1} + \Delta x_i (1-\theta) Q_i^k; \end{aligned}$$

Con $\Delta x_i = h_i$, $\Delta t = \zeta$, factorizando:

$$\left[\rho_i C_{p_i} \frac{h_i}{\zeta} + \theta \left(\frac{k_e}{d_{i+1}} + \frac{k_0}{d_{i-1}} \right) \right] u_i^{k+1} = \frac{k_e}{d_{i+1}} (\theta u_{i+1}^{k+1} + (1-\theta) u_{i+1}^k)$$

$$+ \frac{k_0}{d_{i-1}} (\theta u_{i-1}^{k+1} + (1-\theta)u_{i-1}^k) + \left[\rho_i c_{p_i} \frac{h_i}{\zeta} - (1-\theta) \left(\frac{k_e}{d_{i+1}} + \frac{k_0}{d_{i-1}} \right) \right] u_i^k + h_i (\theta Q_i^{k+1} + (1-\theta)Q_i^k)$$

Observamos que aparecen los mismos coeficientes c_i, a_{i+1}, b_{i-1} que se utilizó en páginas anteriores, de esa forma para áreas iguales $A = A_e = A_o$ se tiene que

$$c_i = \frac{k_e}{d_{i+1}} + \frac{k_o}{d_{i-1}}, \quad a_{i+1} = \frac{k_e}{d_{i+1}}, \quad b_{i-1} = \frac{k_o}{d_{i-1}}.$$

Sean $d_i = \rho_i c_{p_i} \frac{h_i}{\zeta} + \theta c_i$, $s_i = \rho_i c_{p_i} \frac{h_i}{\zeta} - (1-\theta)c_i$. Con esta notación para los coeficientes de la ecuación algebraica discretizada del problema transiente, la EDP toma la siguiente forma

$$d_i u_i^{k+1} = a_{i+1} [\theta u_{i+1}^{k+1} + (1-\theta)u_{i+1}^k] + b_{i-1} [\theta u_{i-1}^{k+1} + (1-\theta)u_{i-1}^k] + s_i u_i^k + [\theta Q_i^{k+1} + (1-\theta)Q_i^k] h_i. \quad (6.33)$$

La inclusión del tiempo se logra mediante un promedio ponderado por θ entre el tiempo $t \rightarrow k$ y el tiempo siguiente $t + \Delta t \rightarrow k + 1$. Si el término fuente Q_i no depende del tiempo, sólo del espacio, entonces el último coeficiente de la ecuación anterior se simplifica.

$$Q_i^k = Q_i^{k+1} = Q_i \quad \rightarrow \quad [\theta Q_i + (1-\theta)Q_i] \cdot h_i = Q_i h_i.$$

Ya sea que dependa o no del tiempo denota $q_i h_i$ al termino fuente. La ecuación 6.33 la puedo escribir de otra forma para hacer evidente el promedio en el tiempo t y $(t + \Delta t)$ del término u_i , a través del parámetro $\theta \in [0,1]$, restando

$$d_i u_i^{k+1} - s_i u_i^k = \left(\rho_i c_{p_i} \frac{h_i}{\zeta} u_i^{k+1} \right) + \theta c_i u_i^{k+1} - \left(\rho_i c_{p_i} \frac{h_i}{\zeta} u_i^k \right) + (1-\theta) c_i u_i^k \quad \text{se obtiene que :}$$

$$\rho_i c_{p_i} h_i \frac{u_i^{k+1} - u_i^k}{\zeta} + c_i (\theta u_i^{k+1} + (1-\theta)u_i^k) = a_{i+1} [\theta u_{i+1}^{k+1} + (1-\theta)u_{i+1}^k] + b_{i-1} [\theta u_{i-1}^{k+1} + (1-\theta)u_{i-1}^k] + q_i h_i \quad (6.34)$$

La ecuación anterior discretiza en el tiempo y espacio a la EDP de difusión pura en 1D. Pero el parámetro θ tiene, en teoría, una gama infinita de posibles valores para otros tantos esquemas de discretización. Sin embargo, existen tres algoritmos clásicos que prácticamente cubren todos los casos fundamentales. Estos son los siguientes:

$\theta = 0 \rightarrow$ Algoritmos totalmente Explícitos (**AE**)

$\theta = 1 \rightarrow$ Algoritmo totalmente Implícito (**AI**)

$\theta = 0.5 \rightarrow$ Algoritmo de Crank-Nickolson (ACN)

Nótese que la ecuación 6.34 tiene términos mixtos en ambos lados de la ecuación. Es decir, aparecen valores en el tiempo presente (que suponemos conocido) $t \rightarrow k$ y en el tiempo futuro $t + \Delta t \rightarrow k + 1$ donde se va a hacer la predicción del valor $u(x_i, t + \Delta t)$. Podemos arreglar otra vez todos los términos de dicha ecuación para separar claramente los que dependen de $t \rightarrow ()^k$, de los que dependen de $t + \Delta t \rightarrow ()^{k+1}$:

$$\begin{aligned} & \left(\rho_i c_{p_i} \frac{h_i}{\zeta} + c_i \theta \right) u_i^{k+1} - a_{i+1} \theta u_{i+1}^{k+1} - b_{i-1} \theta u_{i-1}^{k+1} = \\ & = \left[\rho_i c_{p_i} \frac{h_i}{\zeta} - c_i (1 - \theta) \right] u_i^k + a_{i+1} (1 - \theta) u_{i+1}^k + b_{i-1}^{(1-\theta)} u_{i-1}^k + q_i h_i = F_i^k \end{aligned}$$

Observamos que se obtiene de nuevo un sistema tridiagonal. Sea $D_i = \rho_i c_{p_i} \frac{h_i}{\zeta} + c_i \theta$, para $\theta \neq 0$

$$F_i^k = (D_i - c_i) u_i^k + a_{i+1} (1 - \theta) u_{i+1}^k + b_{i-1} (1 - \theta) u_{i-1}^k + q_i h_i$$

Es decir

$$D_i u_i^{k+1} - a_{i+1} \theta u_{i+1}^{k+1} - b_{i-1} \theta u_{i-1}^{k+1} = F_i^k \quad (6.35)$$

Todas las variables y coeficientes que dependen del tiempo presente $t \rightarrow k$ están incluidos en la función F_i^k y sólo depende de k . Por lo tanto, conociendo la distribución inicial de $u(x, t_0)$ para $t_0 = 0 \rightarrow k = 0$, la ecuación 6.35 nos permite calcular simultáneamente los valores de $u(x, t)$ en los nodos de los VF Ω_i, Ω_{i+1} y Ω_{i-1} en el tiempo siguiente (futuro) $(t + \Delta t) \rightarrow k + 1$.

- **(AE) \rightarrow Algoritmo Totalmente Explícito $\theta = 0$**

En este caso, la ecuación 6.35 se escribe como

$$D_i u_i^{k+1} = F_i^k \rightarrow u_i^{k+1} = \frac{F_i^k}{D_i} \quad (6.36)$$

Es decir, en el algoritmo explícito la función incógnita $u(x_i, t + \Delta t) \rightarrow u_i^{k+1}$ se calcula resolviendo la ecuación algebraica simple 6.36, donde $F_i^k = (D_i - c_i) u_i^k + a_{i+1} u_{i+1}^k + b_{i-1} u_{i-1}^k + q_i h_i$ y $D_i = \rho_i c_{p_i} \frac{h_i}{\zeta}$. El lado derecho de la ecuación 6.36 solamente contiene valores calculados en el tiempo presente $t \rightarrow k$, por tanto el lado izquierdo estima directamente el valor u_i^{k+1} avanzando $t + \Delta t$. Los coeficientes involucrados deben ser todos positivos en 6.33 y en 6.36.

En particular: $D_i - c_i > 0$. Para una malla uniforme $\Delta x = h$ esto equivale a que en cada volumen finito $D_i - c_i = \rho_i c_{p_i} \frac{h}{\zeta} - \frac{2k}{h} > 0$, es decir:

$$\rho_i c_{p_i} \frac{h}{\zeta} > \frac{2k}{h} \leftrightarrow \zeta < \frac{\rho_i c_{p_i}}{2k} h^2.$$

Esta condición restringe mucho el paso de tiempo $\zeta = \Delta t$.

- **(AI) → Algoritmo Totalmente Implícito $\theta = 1$**

En el algoritmo (AI) se simplifica el lado derecho de la ecuación 6.35 y toma la siguiente forma

$$D_i u_i^{k+1} - a_{i+1} u_{i+1}^{k+1} - b_{i-1} u_{i-1}^{k+1} = F_i^k \quad (6.37)$$

Donde $F_i^k = (D_i - c_i) u_i^k + q_i h_i$ y $D_i = \rho_i c_{p_i} \frac{h_i}{\zeta} + \epsilon$. En este caso la aproximación de $u(x_i, t) \rightarrow u_i^{k+1}$ se realiza resolviendo el sistema tridiagonal (6.37) en cada paso de tiempo $(t + \Delta t) \rightarrow k + 1$ a partir de la condición inicial $k = 0 \rightarrow F_i^0$ y luego para $k = 1, t_{\max} - 1$. La ecuación 6.37 es equivalente al siguiente sistema lineal:

$$\begin{pmatrix} D_1 & -a_2 & 0 & 0 \dots & 0 \dots & 0 \\ -b_1 & D_2 & -a_3 & 0 \dots & 0 & 0 \\ 0 & -b_2 & D_3 & -a_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -b_3 & D_4 & -a_{n-1} & 0 \\ & & 0 & -b_4 & D_{n-1} & -a_n \\ 0 & 0 & 0 & 0 \dots & -b_{n-1} & D_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ \dots \\ u_{n-1} \\ u_n \end{pmatrix}^{k+1} = \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ \dots \\ F_{n-1} \\ F_n \end{pmatrix} \quad (6.38)$$

Los términos F_1 y F_n engloban las condiciones de frontera. Los coeficientes

$D_i - c_i = \rho_i c_{p_i} \frac{h}{\zeta} > 0$, $a_{i+1} = \frac{k}{d_{i+1}} > 0$ y $b_{i-1} = \frac{k}{d_{i-1}} > 0$ son todos positivos, lo cual hace el algoritmo totalmente implícito incondicionalmente estable $\forall \zeta = \Delta t$.

- (ACN) → El Algoritmo de Crank-Nicholson $\theta=0.5$

Este algoritmo es importante históricamente, pues fue el primero en desarrollarse siguiendo el esquema general planteado en la ecuación 6.35 para $\theta=0.5$. Representa un promedio aritmético simple de la influencia de ambos tiempos $(t, t + \Delta t)$ (un promedio aritmético entre el tiempo presente y futuro) sobre el comportamiento de $u(x, t)$ al evolucionar en el tiempo (ver ecuación 6.34).

$$D_i u_i^{k+1} - \frac{a_{i+1}}{2} u_{i+1}^{k+1} - \frac{b_{i-1}}{2} u_{i-1}^{k+1} = F_i^k \quad (6.39)$$

Es decir, $F_i^k = (D_i - c_i) u_i^k + \frac{a_{i+1}}{2} u_{i+1}^k + \frac{b_{i-1}}{2} u_{i-1}^k + q_i h_i$ para $i=1, n$. Donde

$$D_i - c_i = \rho_i c_{p_i} \frac{h_i}{\zeta} - \frac{c_i}{2} > 0 \leftrightarrow \frac{2k}{2h} < \rho_i c_{p_i} \frac{h}{\zeta} \leftrightarrow \zeta < \frac{\rho_i c_{p_i}}{k} h^2.$$

Este paso de tiempo es sólo la unidad de restrictivo para el algoritmo explícito. Sin embargo ACN está basado en la diferenciación central y, por consiguiente, su precisión es de orden h^2 , por tanto es más preciso que el AE. Obviamente el algoritmo de Crank-Nicholson es un caso especial del algoritmo implícito (AI → ACN) para $\theta=0.5$. El sistema tridiagonal (6.38) es totalmente análogo, sólo hay que incluir $\theta=0.5$, pero es válido $\forall \theta \in (0, 1]$:

$$\begin{pmatrix} D_1 & -a_2\theta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -b_1\theta & D_2 & -a_3\theta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -b_2\theta & D_3 & -a_4\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -b_3\theta & D_4 & -a_5\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -b_4\theta & D_5 & -a_6\theta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -b_5\theta & D_6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \\ u_6 \end{pmatrix}^{k+1} = \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ F_5 \\ F_6 \end{pmatrix}^k \quad (6.40)$$

- Sea la EDP de calor transiente definida en el siguiente dominio metálico regular

$$\Omega = \{(x, y) \in \square^2 \mid x \in [0, a], y \in [0, b]\}$$

Donde para todo (y) del dominio Ω y todo tiempo mayor a cero

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{1}{\rho_{Al}} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (6.41)$$

Las condiciones de frontera e iniciales toman la siguiente forma:

$$T(0, y, t) = T(a, y, t) = T(x, 0, t) = T(x, b, t) = 0^\circ C$$

$$T(x, y, 0) = f(x, y)$$

Para aplicar la técnica de VF, inicialmente integro (6.41) sobre el dominio

$$\int_{\Omega} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} d\Omega = \int_{\Omega} \frac{1}{\rho_{Al}} \frac{\partial T}{\partial t} d\Omega$$

$$\rightarrow \int_{\Omega} \nabla \cdot (\nabla \cdot T) d\Omega = \frac{1}{\rho_{Al}} \frac{\partial T}{\partial t} \Delta V$$

$$\rightarrow \int_{\partial\Omega} (\nabla \cdot T) \cdot \vec{n} dS = \frac{1}{\rho_{Al}} \frac{\partial T}{\partial t} \Delta V$$

entonces

$$\int_{\partial\Omega} \left(\frac{\partial T}{\partial x} n_x + \frac{\partial T}{\partial y} n_y \right) dS = \frac{1}{\rho_{Al}} \frac{\partial T}{\partial t} \Delta V$$

Si se crea una malla rectangular para Ω con 512 VF, suponiendo que la normal a cada volumen finito es hacia afuera y las distancias entre sus centros es la misma para cualquiera dos volúmenes consecutivos. De esa forma

$$\int_{\partial\Omega} \left(\frac{\partial T}{\partial x} n_x + \frac{\partial T}{\partial y} n_y \right) dS = \int_{\Gamma_E} \frac{\partial T}{\partial x} dS + \int_{\Gamma_N} \frac{\partial T}{\partial y} dS - \int_{\Gamma_W} \frac{\partial T}{\partial x} dS - \int_{\Gamma_S} \frac{\partial T}{\partial y} dS = \frac{1}{\rho_{Al}} \frac{\partial T}{\partial t} \Delta V$$

donde $\Gamma_E, \Gamma_N, \Gamma_W, \Gamma_S$ representan las fronteras este, norte, oeste y sur respectivamente en cada volumen. Entonces,

$$\int_{\Gamma_E} \frac{\partial T}{\partial x} dS + \int_{\Gamma_N} \frac{\partial T}{\partial y} dS - \int_{\Gamma_W} \frac{\partial T}{\partial x} dS - \int_{\Gamma_S} \frac{\partial T}{\partial y} dS = A_E \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_E + A_N \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_N - A_W \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_W - A_S \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_S$$

Aproximando $\frac{\partial T}{\partial x}$ en la frontera este por $\frac{T_{i+1}^j - T_i^j}{dx_{i+1}}$, donde dx_{i+1} es la distancia de los centros

de los volúmenes $\Omega_{i,j}$ y $\Omega_{i+1,j}$. Aproximando $\frac{\partial T}{\partial y}$ en la frontera norte $\frac{T_i^{j+1} - T_i^j}{dy_{i+1}}$, donde dy_{i+1}

es la distancia de los centros de los volúmenes $\Omega_{i,j+1}$ y $\Omega_{i,j}$ y realizando una aproximación análoga para las fronteras oeste y sur:

$$\int_{\partial\Omega} \left(\frac{\partial T}{\partial x} n_x + \frac{\partial T}{\partial y} n_y \right) dS = A_E \left(\frac{T_{i+1}^j - T_i^j}{dx_{i+1}} \right) + A_N \left(\frac{T_i^{j+1} - T_i^j}{\partial y_{i+1}} \right) - A_W \left(\frac{T_i^j - T_{i-1}^j}{dx_{i-1}} \right) - A_S \left(\frac{T_i^j - T_i^{j-1}}{dy_{i-1}} \right)$$

$$= \frac{1}{\rho_{Al}} \frac{\partial T}{\partial t} A \Delta x_{i,j}$$

Si se considera que el área transversal es constante para todos los volúmenes y tomando en cuenta lo inicialmente estableció (es decir que se tiene una malla uniforme), podemos hacer varias simplificaciones:

Sea $h = dx_{i+1} = dy_{i+1} = dx_{i-1} = dy_{i-1} = \Delta x_{i,j}$ donde $\Delta x_{i,j}$ es el ancho de los volúmenes, entonces

$$(T_{i+1}^j - T_i^j) + (T_i^{j+1} - T_i^j) - (T_i^j - T_{i-1}^j) - (T_i^j - T_i^{j-1}) = \frac{1}{\rho_{Al}} \frac{\partial T}{\partial t} h^2$$

$$\rightarrow -4T_i^j + T_{i+1}^j + T_i^{j+1} + T_{i-1}^j + T_i^{j-1} = \frac{1}{\rho_{Al}} \frac{\partial T}{\partial t} h^2$$

Finalmente tenemos que integrar esta expresión en un paso de tiempo $t \rightarrow t + \Delta t$

$$\int_t^{t+\Delta t} -4T_i^j + T_{i+1}^j + T_i^{j+1} + T_{i-1}^j + T_i^{j-1} dt = \int_t^{t+\Delta t} \frac{1}{\rho_{Al}} \frac{\partial T}{\partial t} h^2 dt \quad (6.42)$$

La integral de la derecha en la expresión anterior se puede calcular con un algoritmo ponderado en el tiempo. Sea $\theta \in [0,1]$ entonces

$$\int_t^{t+\Delta t} -4T_i^j + T_{i+1}^j + T_i^{j+1} + T_{i-1}^j + T_i^{j-1} dt = \theta \left(-4T_{i,j}^{k+1} + T_{i+1,j}^{k+1} + T_{i,j+1}^{k+1} + T_{i-1,j}^{k+1} + T_{i,j-1}^{k+1} \right) \Delta t +$$

$$+ (1-\theta) \left(-4T_{i,j}^k + T_{i+1,j}^k + T_{i,j+1}^k + T_{i-1,j}^k + T_{i,j-1}^k \right) \Delta t$$

Si usamos un algoritmo explícito $\theta = 0$, para resolver este problema obtenemos

$$\left(-4T_{i,j}^k + T_{i+1,j}^k + T_{i,j+1}^k + T_{i-1,j}^k + T_{i,j-1}^k \right) \Delta t = \frac{1}{\rho_{Al}} h^2 (T_{i,j}^{k+1} - T_{i,j}^k)$$

$$\rightarrow \left[\left(-4\Delta t - \frac{1}{\rho_{Al}} h^2 \right) T_{i,j}^k + T_{i+1,j}^k \Delta t + T_{i,j+1}^k \Delta t + T_{i-1,j}^k \Delta t + T_{i,j-1}^k \Delta t \right] \frac{\rho_{Al}}{h^2} = T_{i,j}^{k+1} \quad (6.43)$$

Para un tiempo de 7 minutos, la gráfica que se obtiene al resolver la ecuación 6.43 por medio de la técnica de volúmenes finitos es la establecida en la figura 6.12, con una malla de 420 volúmenes internos y 92 fronteras.

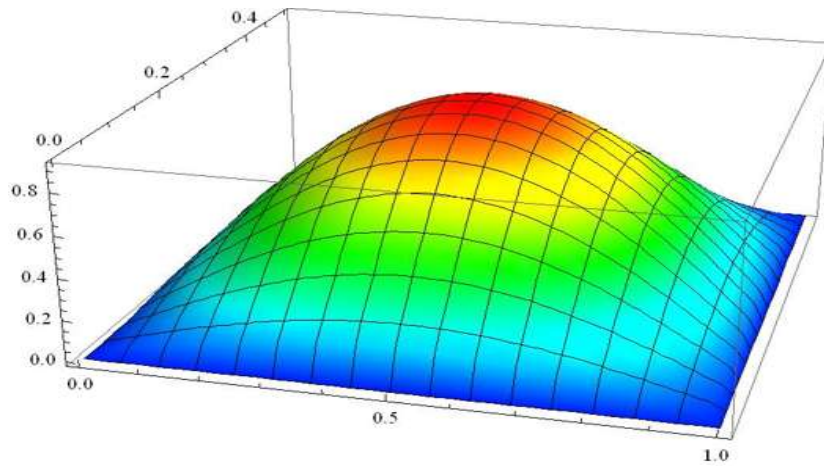


Fig. 6.12: Ecuación diferencial parcial transiente de calor por MVF ($t= 400$ s).

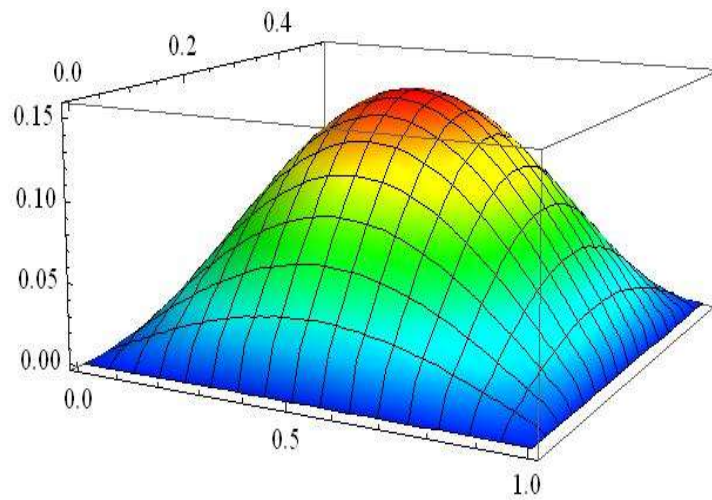


Fig. 6.13: Ecuación diferencial parcial transiente de calor por MVF ($t= 600$ s).

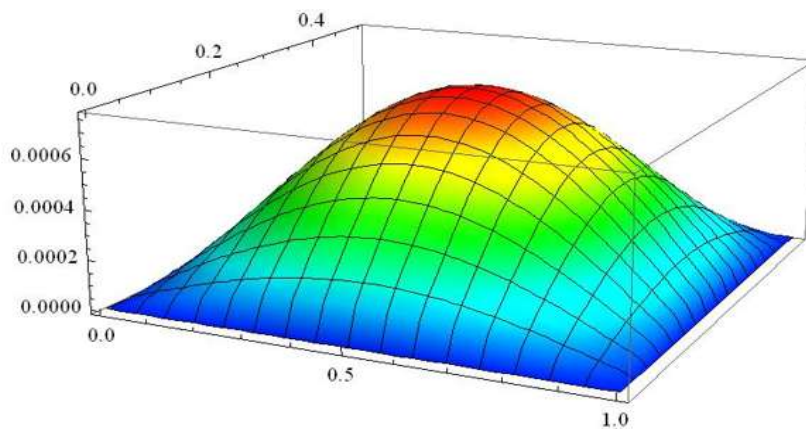


Fig. 6.14: Ecuación diferencial parcial transiente de calor por MVF ($t= 1200$ s).

CONCLUSIONES

Al inicio de este trabajo de tesis se plantearon las preguntas clave en torno a las cuales se desarrolló la investigación correspondiente. Dichas preguntas son:

- a) ¿La deformación de los domos salinos representa un problema para el manejo de hidrocarburos en las zonas en las que estos cuerpos se encuentran presentes?
- b) ¿La invasión de salmuera en yacimientos nacionales se ve afectada directa o indirectamente por la presencia o ausencia de domos salinos?

Independientemente de la magnitud y ubicación del domo salino en el campo Integral Puerto Ceiba, se puede concluir que existe una deformación del domo salino y que ésta se presenta en forma natural como una respuesta del medio para equilibrar al sistema geomecánico. El equilibrio natural se pierde por la depresión considerable del yacimiento causada por la extracción de hidrocarburos. Esta pérdida normal de presión es la que origina una deformación de la masa salina.

De esa forma se considera que la deformación de los domos salinos bajo las condiciones geofísicas del Golfo de México no es despreciable. Los trabajos de investigación de cuerpos salinos masivos permiten concluir que la probabilidad de que el domo cercano al yacimiento presente una deformación alarmante antes de que se extraiga el petróleo de él, y este sea taponeado y abandonado, son prácticamente nulas. Si existiera un proceso de extracción de hidrocarburos acelerado en el yacimiento las condiciones cambian; mas prontamente la presión natural del acuífero subyaciendo el yacimiento superaría el valor de presión del mismo y con ello se aceleraría la invasión de salmuera y la respuesta natural del domo sería distinta, causando con ello posibles efectos de deformación mayor. En ese caso los efectos de deformación pueden causar daños irreversibles en la trampa petrolera y el recurso se puede perder en su totalidad.

La invasión de salmuera al yacimiento es inevitable. El trabajo de modelación se centró en aportar un posible perfil unidimensional de la zona de contacto agua-aceite. Al conocer este perfil los operadores de campo pueden tomar decisiones de extracción del recurso y posteriormente ser considerada como una condición inicial para la solución transitoria del problema.

Los cálculos indican que una vez iniciado el proceso de invasión de salmuera, ésta tardará 56 días en llegar en forma inminente a las líneas de producción. Lo viable sería que transcurriera un lapso de tiempo igual o mayor sin producir hidrocarburos para que el yacimiento recuperara su presión natural y el sistema regresara al equilibrio inicial. Sin embargo, llevar esto a cabo es prácticamente imposible ya que esto repercute en los costos de producción del aceite en el yacimiento y con el paso del tiempo puede que el yacimiento deje de ser rentable.

Los modelos matemáticos dan la oportunidad de formular posibles perfiles de la superficie de contacto agua-aceite en base a las condiciones físicas del sistema, sin embargo, se requiere de un conocimiento amplio en geología e ingeniería del petróleo para que se puedan analizar los resultados obtenidos en forma satisfactoria. Por otro lado, la tecnología a la que se tiene

acceso hoy en día y los fundamentos matemáticos bajo los cuales operan, permiten realizar teorías sobre la deformación de los poco estudiados domos salinos; teorías que pueden ser refutadas o generalizadas si se analizaran las aguas de formación que se extraen con el petróleo. Los considerables aumentos de minerales en esta agua indicarían una interacción directa con los domos salinos y su posible deformación anual y posteriormente se podría generalizar el problema de invasión de salmuera geotérmica.

En este trabajo de investigación se elaboró un perfil unidimensional de la zona de contacto agua-aceite y una recopilación de los estudios que han sido realizados en evaporitas y domos salinos alrededor del mundo; un trabajo necesario para la comunidad petrolera de habla hispana y particularmente para México, un país aún dependiente al petróleo y su capacidad energética. En la tesis se presentaron los resultados iniciales del problema de investigación general.

Investigaciones posteriores requieren de la elaboración de perfiles bi- y tridimensionales de la zona de contacto agua-aceite para tener un conocimiento mayor de los planos en los que coexisten ambas fases y con ello llegar a una comprensión mayor del proceso de invasión de salmuera en yacimientos petroleros nacionales.

Si bien a la fecha no se dispone de una fuente de energía con la concentración y propiedades energéticas del petróleo, es inevitable el agotamiento del recurso. La investigación presentada en este trabajo de tesis resolvió parcialmente un problema común en yacimientos petroleros a nivel mundial, sin embargo, cada día con mayor frecuencia crecen los problemas de extracción de hidrocarburos y la rentabilidad de dichos procesos es cada vez menor. Se requiere investigar la forma de maximizar el petróleo, pero aún más importante es la inversión económica y científica para el desarrollo de fuentes de energía alterna en México. Cabe señalar que una vez que se termine la extracción de hidrocarburos en el yacimiento Puerto Ceiba, la fuente de calor interna que hace que la salmuera presente una temperatura elevada seguirá existiendo y la posible explotación de energía geotérmica en el Golfo de México es una posibilidad que debe estudiarse en forma cuidadosa.

Bibliografía

A

Alvarez de la Borda, J., 2006. *Crónicas del petróleo en México*. Disponible en: <http://petroleo.colmex.mx/index.php/component/content/article/116>. Pagina consultada por última vez el 26 de diciembre de 2012.

Arellano-Gil, J., Yussim-Guarneros, S. y Aguilar-Pérez, L. A., 2004. *Origen y características de los domos de sal de la Cuenca Salina del Istmo*. Libro de resúmenes de la IV Reunión Nacional de Ciencias de la Tierra, Juriquilla, Qro. Publicaciones UNAM.

Arellano Gil J., Yussim-Guarneros, S., 2002. *Estado de la Investigación sobre los Domos y Diapiros de sal de la Cuenca Salina del Istmo*. Disponible en: <http://www.cife.unam.mx>. Área: Ciencias Físico-Matemáticas e Ingeniería, UNAM. Pagina visitada el 16 de agosto, 2012.

B

Bauer Ephrussi M., García Colín L., 2013. *Energía en México, realidades y opiniones*. Publicaciones del programa universitario de energía, UNAM. México, 2012.

C

Chan, K.S., Brodsky, N.S., Fossum, A.F., Bodner, S.R., Munson, D.E. 1994. *Damage-Induced Nonassociated Inelastic Flow in Rock Salt*. Int. J. of Plasticity.

Chan K.S., Bodner S.R., Fossum A.F., and Munson D.E. 1992. *A Constitutive Model for Inelastic Flow and Damage Evolution in Solids Under Triaxial Compression*. Mechanics of Materials.

CNN Expansión, 2009. *Yacimientos Mexicanos aceleran declive*. Disponible en: <http://www.cnnexpansion.com>. Editado por José Manuel Martínez. Pagina visitada el 22 de agosto, 2012.

Consorcio ITANSUCA y FREYRE & ASOCIADOS, 2010. *fase i-b definición de alternativas y metodologías de remuneración*, informe preliminar. Disponible en: http://www.cnogas.org.co/documentos/CIRCULAR042_2010_Fase_IB.pdf. Pagina consultada el 21 de Agosto, 2012.

Criterio de fluencia Dricker-Prager, 2013. Disponible en http://es.wikipedia.org/wiki/Criterio_de_fluencia_de_Drucker-Prager. Pagina consultada el 4 de abril de 2013.

D

Davison I., Alsop, Blundell D. J., 1996. *Salt tectonics*. Londres, Reino Unido. Sociedad Geológica de Londres, publicaciones especiales. V. 100.

Diario Oficial de la Federación Mexicana, 2004. *Norma Oficial Mexicana NOM-145-SEMARNAT-2003, confinamiento de residuos en cavidades construidas por disolución en domos salinos geológicamente estables.* Disponible en : <http://www.profepa.gob.mx/innovaportal/file/1318/1/nom-145-semarnat-2003.pdf>. Pagina consultada el 21 de agosto de 2012.

Durham W.B., Heard H. C., Boro C. O., Keller K. T., Ralph W. E. and Trimmer D. A.. 1987. *Thermal properties of permian basin evaporites to 493 K temperature and 30 MPa confining pressure.* Reporte BMI/ONWI-633. Elaborado por Lawrence Livermore National Laboratory, CA, para la oficina de depósitos nucleares. Battelle Memorial Institute, Columbus.

F

Frost H.J. and Ashby M. F., 1982. *Deformation-Mechanism Maps.* Pergamon Press. New York. E. U.

G

González, G. R., y Holguín, Q. N., 1991a. *Geology of the source rocks of Mexico.* Source rock-geology, in XIII World Petroleum Congress, Topic 2, p. 1-10, Buenos Aires Argentina.

González, G. R., y Holguín, Q. N., 1991b, *Las rocas generadoras de México.* Boletín de la Asociación Mexicana de Geólogos Petroleros, v. 59, No. 1-2, p. 16-30.

Guillope, M. and J.P. Poirier,1979. *Dynamic Recrystallization during Creep of Single-Crystalline Halite: an Experimental Study.* J. Geophys. Res. Vol. 84, pp. 5557-5567, 1979.

H

Hansen F. D y Carter N. L., 1984. *Creep of Avery Island rock salt, First conf. Mechanical Behavior of Salt.* Universidad Park, PA.

Hansen F. D. and Mellegard K. D., 1980. *Quasi-static strength and deformation characteristics of domal salt from Avery Island, Louisiana.* Reporte ONW-116. Elaborado por RE/SPEC Inc. Para la oficina de desechos nucleares. Battelle Memorial Institute, Columbus, OH, E. U.

Hanson, B. 1999. *Black gold beneath the bayous, reservoir traps.* Universidad de Louisiana. Departamento de Recursos naturales. Estados Unidos.

Harry H. Posey, 1992. *Multiple fluid components of salt diapirs and salt dome cap rocks.* Costa Estadounidense del Golfo.

Hernández, C. E. y Fernández, G. 2006. *Generación de residuos peligrosos en México y su Situación con respecto a la Unión Europea. Memorias del III*

Simposio Internacional en Ingeniería y Ciencias para la Sustentabilidad Ambiental, Universidad Autónoma Metropolitana, campus Azcapotzalco. Junio de 2006. México DF. México.

Hunsche, U., Schulze, O., Walter, F. and Plischke, I. 2003. *Projekt Gorleben. Thermomechanisches Verhalten von Salzgestein.* Traducción al inglés por Walter (2005). 9G2138110000, BGR, Hannover.

J

Jean Moreno, 2009. *Permeabilidad vertical y horizontal.* Disponible en: <http://yacimientos-de-petroleo.lacomunidadpetrolera.com/2009/01/anlisis-de-porosidad-en-rocas.html>. Pagina consultada el 19 de octubre, 2012.

K

Kastelein, B. 2004. *Toxic disposal dilemma: Pemex targets salt domes as waste confinement centers.* All Business. Section: Business Mexico. August 2004.

L

La Jornada, 2012. *Pemex, la empresa que más genera en México y la segunda en LA.* Disponible en: <http://www.jornada.unam.mx>. Editado por Israel Rodríguez. Pagina visitada el 18 de octubre, 2012.

Land, L. S., and Macpherson, G. L., 1992. *Origin of saline formation waters, Cenozoic section, Gulf of Mexico sedimentary basin.* Asociación Americana del petróleo. V. 76.

Leith, W. 2001. *Geologic and engineering constraints on the feasibility of clandestine nuclear testing by decoupling in large underground cavities.* US Geological Survey, January, USA.

Light M. P. R., Posey H. H., Kyle J. R. and Price P. E., 1987. *Model for the origins of geopressed brines, hydrocarbons, cap rocks and metallic mineral deposits: Gulf Coast, U.S.A.* En el libro: *Dynamic Geology of Salt and Related Structures* (ed. I. LERCHE and J. J. O'BRIEN).

Linn J. K., and J. Culbert, 1999. *Experience in underground storage of crude oil in salt.* Publicación especial 90 del instituto Geo ASCE.

Lomeland F., Ebeltoft E. and Hammervold Thomas W., 2005. *A New Versatile Relative Permeability Correlation.* Reviewed Proceedings of the 2005 International Symposium of the SCA, Abu Dhabi, United Arab Emirates, October 31 - November 2, SCA 2005-32.

M

Martinez, J. D., K. S. Johnson y J. T. Neal, 1998. *Sinkholes in Evaporite rocks*. American Scientist. V. 86.

Méndez Ortiz, Blanca Adriana, 2007. *Geoquímica e isotopía de aguas deformación (salmueras petroleras) de campos mesozoicos de la cuenca del sureste de México: implicación en su origen, evolución e interacción agua-roca en yacimientos petroleros*. Doctorado en ciencias hidrogeoquímicas, Universidad Nacional Autónoma de México, 2007.

Adbou Medhat, Andrew Carnegie, S. George Methews, Kevin McCarthy, Michael O'Keefe, Bhavani Raghuraman, Wei Wei, Cheng Gang Xian, 2011. *Valor del agua de formación*. Traducción del artículo publicado en Oilfield Review, 2011: 23, no. 1.

Milenio, 2011. *Pemex se encarga de derrame de Salmuera*. Disponible en: <http://www.milenio.com/cdb/doc/impreso/8931598>. Página visitada el 27 de agosto de 2012.

Munson, D.E. and Dawson, P.R. , 1979. *Constitutive Model for the Low Temperature Creep of Salt (with Application to WIPP)*. SAND79-1853, Sandia National Laboratories, Albuquerque, New Mexico.

Munson D. E. 1980. *Preliminary deformation-mechanism map for salt*. Report SAND79-0076, Sandia National Laboratories, Albuquerque, NM.

N

Nair K. and Singh R. D., 1974. *Creep rupture criteria for salt*. Cuarto simposio internacional sobre sal. Sociedad de Geología de Ohio. Cleveland, OH., E.U.

Notimex, 2012. *Aumenta demanda petrolera mundial en 2012 y 2013*. Disponible en: http://www.elfinanciero.com.mx/index.php?option=com_k2&view=item&id=39355&Itemid=26. Pagina visitada el 4 de diciembre de 2012.

P

Pfeifle T. W., Mellegard K. D. and Senseny P. E., 1983. *Preliminary constitutive properties for salt and nonsalt rocks from four potential repository sites*. Reporte ONWI-450, elaborado por RE/SPEC Inc. para la oficina de depósitos nucleares. Battelle Memorial Institute, Columbus, OH.

PEMEX (Petróleos Mexicanos), 2008, *La industria petrolera en México*. Disponible en: <http://www.pemex.com>, página visitada el 12 de febrero de 2013.

PEMEX, 2010. *Anuario estadístico: producción de petróleo crudo en campos seleccionados*. Disponible en: <http://www.pemex.com>, página visitada el 23 de octubre de 2012.

PEMEX, 2011. *Anuario estadístico: producción de petróleo crudo en campos seleccionados.* Disponible en: <http://www.pemex.com>, página visitada el 23 de octubre de 2012.

PEMEX, 2012a. *Croquis de localización de campos del activo integral Bellota-Jujo.* Disponible en: <http://www.pemex.com>, página visitada el 23 de octubre de 2012.

PEMEX, 2012b. *Primer informe trimestral 2012.* Disponible en: <http://www.pemex.com>, página visitada el 23 de octubre de 2012.

Posey, H.H., Kyle, J.R., Jackson, T.J., Hurst, S.D. and Price, P.E., 1987. *Multiple fluid components of salt diapirs and salt dome cap rocks.* Costa del Golfo en E. U., aplicaciones geoquímicas.

R

Rivero O. et al. 1996, *Los residuos peligrosos en México,* Programa universitario del Medio Ambiente y Universidad Nacional Autónoma de México. UNAM, México DF.

S

Salvador, A. and Buffler, R.T., 1982. *The Gulf of Mexico Basin.* En: A.R. Palmer (Editor), *Perspectives in Regional Geological Synthesis.*

Sanchez Díaz, 2011. *Administración de proyectos de explotación: Bellota-Jujo.* Disponible en <http://es.scribd.com/doc/83086336/Activo-Integral-Bellota-Jujo>. Última visita el 09 de agosto de 2012.

Sandoval A. A., 1998. *Los crudos mexicanos; sus características.* Disponible en: <http://www.iie.org.mx>. Departamento de difusión tecnológica en el centro de investigaciones eléctricas. Pagina visitada el 24 de octubre de 2012.

Senseny P. E. 1985. *Determination of a constitutive law for salt at elevated temperature and pressure. In Measurement of rock properties at elevated Pressures and Temperatures.* ASTM American Society for Testing and Materials, College Station, TX, E. U.

Senseny P.E., Hansen F.D., Russell J.E., Carter N. J. L., and Handin J. 1992. *Mechanical Behavior of Rock Salt: Phenomenology and Micromechanisms.* Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr. Vol 29, No. 4.

Suárez, M.C., J. Bundschuh, 2010. *Introduction to the numerical modeling of groundwater and geothermal systems: Fundamentals of mass, energy and solute transport in poroelastic rocks.* 525 pp., ISBN: 978-0415401678. CRC Press, Taylor & Francis Group.

Suárez, M.C., Samaniego, F., 2007. “*Geothermal Brine Invasion in oil Reservoirs: A 3D Generalization of the Buckley-Leverett Model using Non-Linear Finite Elements*”. Vol. 32/1, pp 223-239. Stanford University Geothermal. Programa 32 (SGP-TR-183).

Suárez, M.C., Samaniego, F. and Pacheco, R., 2006. *Ingeniería del Activo Bellota-Jujo*. Reporte técnico No. 10/06_2. Diseño de Explotación, PEMEX-Exploración-Producción, Comalcalco, Tab., México.

T

Tensión de Von Mises, 2013. Disponible en:

http://es.wikipedia.org/wiki/Tensi%C3%B3n_de_Von_Mises. Pagina visitada el 4 de abril de 2013.

Teoría de Mohr-Coulomb, 2013. Disponible en:

http://es.wikipedia.org/wiki/Teor%C3%ADa_de_Mohr-Coulomb. Pagina visitada el 4 de abril de 2013.

Testa, G., and S. Luigi, 2000. *Gypsum-anhydrite transformations in Messinian evaporites of central Tuscany (Italy): Sedimentary Geology*, v. 130. Pp 249-268

Thoms R. L. , 2000. *Subsidence and sinkhole development over salt caverns: an introduction to the technology of solution mining*. Spring 2000 Technical class.

Thoms R. L., and R. M. Gehle, 2000. *A brief history of salt cavern use*. In R. M. Geertmann, ed. 8th World Salt Symposium, v. 1: Amsterdam, Elsevier. Pp 207-214

X

Xinpu Shen, Mao Bai and William Standifird, 2012. *Drilling and Completion in Petroleum Engineering. Theory and Numerical Applications*. Vol. 3, Multiphysics Modeling Series, 233 pp., ISBN: 978-041566527 CRC Press, Taylor & Francis Group.

W

Warren J. K., 2006. *Evaporites: Sediments, Resources and Hydrocarbons*. Departamento de Petróleo y Geo-ciencias en la Universidad de Brunei Darussalam. Brunei Asia.

Wolfram Mathematica, 2013. *Appell Hypergeometric Function*. Disponible en: <http://mathworld.wolfram.com/AppellHypergeometricFunction.html>, página visitada el 26 de marzo, 2013.

Y

Yang J. M. 1981. *Thermophysical properties*. En: Physical properties Data for rock salt. National Bureau of Standards Monograph 167 Washington, DC.

Yunqueland, 2013. *Historia del petróleo en México.* Disponible en:
<http://tobacco-box16.rssing.com/browser.php?indx=9370085&item=1>. Pagina visitada
el 18 de enero, 2013.

ANEXO A

GLOSARIO

A

Activo integral: Subdivisión administrativa de cada región. Como resultado de la reestructuración de las regiones en torno a sus principales activos integrales.

Anhidrita: El nombre anhidrita proviene del griego y significa “sin agua”. Hace referencia a la ausencia de agua en la cristalización del mineral, por contraposición al yeso (hidratado). El nombre se lo dio A.G. Werner, famoso geólogo alemán, cuando se descubrió en mineral en 1804. La anhidrita es un mineral compuesto de sulfato de calcio anhidro (CaSO_4). Es muy común en los depósitos de sal, pero es muy raro encontrarla bien cristalizada. Cuando se expone a la acción del agua, la anhidrita la absorbe y se transforma en yeso ($\text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$), esto es, sulfato de calcio hidratado. En los depósitos de sal, la anhidrita tiene un origen sedimentario evaporítico. Este mineral se deposita a partir de disoluciones acuosas de sulfato de calcio con un exceso de sodio o de clorato de potasio, si la temperatura supera los 40°C . En otro caso, se depositan cristales de yeso.

Arcilla: La arcilla está constituida por agregados de silicatos de aluminio hidratado, procedentes de la descomposición de minerales de aluminio. Presenta diversas coloraciones según las impurezas que contiene, siendo blanca cuando es pura. Surge de la descomposición de rocas que contienen feldespato, originada en un proceso natural que dura decenas de miles de años. La arcilla tiene propiedades plásticas, lo que significa que al humedecerla puede ser modelada fácilmente. Al secarse se torna firme y cuando se somete a altas temperaturas aparecen reacciones químicas que, entre otros cambios, causan que la arcilla se convierta en un material permanentemente rígido, denominado cerámica.

B

Barita: La baritina o barita, del griego *baros* ("pesado", palabra que también dio origen al bario), es un mineral de la clase de los sulfatos y del tipo AXO_4 . Químicamente es el sulfato de bario.

Butano: Un hidrocarburo que consiste de cuatro átomos de carbono y diez átomos de hidrógeno. Normalmente se encuentra en estado gaseoso pero se licúa fácilmente para transportarlo y almacenarlo; se utiliza en gasolinas, y también para cocinar y calentar.

C

Capa rocosa: Una capa impermeable de roca sobre un yacimiento rocoso que evita que los hidrocarburos escapen a la superficie.

Carbonato de Sodio: es una sal blanca y translúcida de fórmula química Na_2CO_3 , usada entre otras cosas en la fabricación de jabón, vidrio y tintes.

Clorohidrocarburos: Cadenas de hidrocarburos en los que un número variado de hidrógenos ha sido sustituido por átomos de cloro.

Cloruro de magnesio: de fórmula $MgCl_2$ es un compuesto mineral iónico a base de cloro, cargado negativamente, y magnesio, cargado positivamente. Se utiliza en la fabricación de productos textiles, papel, agentes ignífugos, cemento y en la refrigeración.

Compactación: Acción de aplicar durante la construcción del relleno, la energía necesaria para producir una disminución apreciable del volumen de huecos del material empleado y por tanto del volumen total del mismo.

Cuarzo: El cuarzo es un mineral muy abundante en las rocas graníticas. Se presenta en cristales a veces de tamaños considerables, hexagonales, coronados por una pirámide trigonal. El cuarzo, en estado puro y sin impurezas se denomina cristal de roca o "cuarzo hialino". Cuando su tono varía al pardo o grisáceo se le llama cuarzo ahumado; amatista si es violeta, citrino si es amarillo. Las cristalizaciones en una cavidad se llaman "geodas", y sobre una superficie plana o convexa se llaman "drusas". Las variedades en las que los cristales son tan pequeños que no se ven se denominan en general calcedonias.

Cuenca de hundimiento: depresión delimitada por fallas.

D

Deformación (rocas): Cambio en forma, tamaño y localización de una roca a causa de la presión aplicada en ella

Deformación axial o unitaria: se define como el cambio de longitud por unidad de longitud.

Deformación Dúctil: el cuerpo rocoso se deforma sin que se aprecien fácilmente fracturas del bloque de roca.

Deformación elástica: cambio temporal de forma producido por una fuerza mecánica dentro del límite elástico (proporcional) del material bajo presión, recuperándose la forma y dimensión originales al eliminar la fuerza deformante.

Deformación Frágil: El cuerpo de la roca se deforma mostrando a simple vista fracturas en la roca.

Deformación plástica o irreversible. Modo de deformación en que el material no regresa a su forma original después de retirar la carga aplicada. Esto sucede porque, en la deformación plástica, el material experimenta cambios termodinámicos irreversibles al adquirir mayor energía potencial elástica.

Deformación uniaxial: Deformación de un solo eje.

Diapirismo: También llamado halocinesis, es el proceso de ascensión tectónica de una roca poco densa y plástica a través de rocas subyacentes más densas y recientes.

Dolomita: Es un mineral compuesto de carbonato de calcio y magnesio [$CaMg(CO_3)_2$]. Es un importante mineral de rocas sedimentarias y metamórficas, encontrado

como mineral principal de las rocas llamadas dolomías y metadolomías, así como mineral importante en limolitas y mármoles donde la calcita es el principal mineral presente. También aparecen depósitos de dolomita en vetas hidrotermales, formando cristales que rellenan cavidades. Se ha encontrado también en serpentinitas y rocas similares. Se utiliza como fuente de magnesio y para la fabricación de materiales refractarios (es una roca sedimentaria química). También se utiliza como fundente en metalurgia, manufactura de cerámica, pinturas y cargas blancas y como componente para fabricar el vidrio.

Domos salinos: Masa salina en forma dómica de columna o de seta que se eleva en zonas débiles de la corteza terrestre perforando los estratos superiores. Su composición mineralógica es predominantemente halita (NaCl).

E

Empaque Cúbico: Es el arreglo de mínima compactación y por lo tanto máxima porosidad. Los ejes entre las esferas forman entre sí ángulos 90 grados.

Empaque ortorrómbico: las esferas se acomodan de manera que sus ejes formen ángulos entre sí de 60° grados en plano y de 90° en otro plano.

Empaque Tetragonal Esfenoidal: En este tipo de empaque, los ejes de las esferas forman entre sí en todas direcciones ángulos de 60°.

Empaque Rombohedral: En este tipo de empaque por su configuración es el arreglo de máxima compactación.

Esfuerzo isotrópico: Un sistema de esfuerzos en el que las tres componentes normales son iguales. También denominado esfuerzo hidrostático.

Expansión térmica: aumento de volumen de un cuerpo o sustancia debido a un aumento de su temperatura. La expansión térmica se mide en términos del coeficiente lineal de expansión, que es el aumento de longitud de un material por unidad de longitud cuando la temperatura se aumenta 1°C.

Ductilidad: es una propiedad que presentan algunos materiales, los cuales bajo la acción de una fuerza, pueden deformarse en forma sostenida sin romperse.

F

Fluencia: es una deformación irrecuperable, en la cual sólo se recuperará la parte de su deformación correspondiente a la deformación elástica, quedando una deformación irreversible.

L

Lixiviación: En geología se entiende como el proceso de lavado de un estrato de terreno o capa geológica por el agua. Como también por placas ácidas encontradas en las sales que disuelven casi cualquier material sólido.

M

Módulo de cizalla: es una constante elástica que caracteriza el cambio de forma que experimenta un material elástico (lineal e isótropo) cuando se aplican esfuerzos cortantes.

Módulo de Young (módulo de elasticidad longitudinal): es un parámetro que caracteriza el comportamiento de un material elástico, según la dirección en la que se aplica una fuerza.

P

Percloroetileno: es un líquido incoloro, no inflamable, pesado y con un olor parecido al éter. Normalmente usado como disolvente en limpieza de textiles y metales.

Petróleo crudo: excluye la producción de condensados y la de líquidos del gas natural obtenidos en plantas de extracción de licuables. El petróleo crudo producido se considera pesado o ligero según los siguientes criterios:

Pesado. Petróleo crudo con densidad API igual o inferior a 27°.

Ligero. Petróleo crudo con densidad API superior a 27° y hasta 38°.

Superligero. Petróleo crudo con densidad API superior a 38°.

Plasticidad: propiedad mecánica de un material inelástico, natural, artificial, biológico o de otro tipo, de deformarse permanente e irreversiblemente cuando se encuentra sometido a tensiones por encima de su rango elástico, es decir, su límite elástico.

Pliegues: Son estructuras de deformación, producto de esfuerzos compresivos generalmente. Se producen cuando las rocas se pliegan en condiciones de presión y temperatura altas, lo que les confiere la ductilidad necesaria para que se generen los pliegues.

Porosidad no efectiva: Es la fracción del volumen correspondiente al volumen de poros no interconectados.

Porosidad primaria: es la que posee la roca de la fase depositacional – inicio del enterramiento, los granos no han sido alterados, fracturados, disueltos.

Porosidad secundaria: espacio poroso adicional originado por modificación por procesos post-sedimentación y diagénesis.

Porosidad total: Es la fracción del volumen correspondiente al volumen de poros interconectados o no, entre sí.

Presión litostática: El peso de la columna de roca situado sobre un punto.

Presurización: Mantenimiento de la presión atmosférica de un recinto a niveles normales para los humanos, independientemente de la presión exterior.

Pozo en forma de “J”: Este tipo de pozos es muy parecido al tipo tangencial, pero el hoyo comienza a desviarse más profundo y los ángulos de desviación son relativamente altos y se tiene una sección de construcción de ángulo permanente hasta el punto final.

Pozo en forma de “S”: En este tipo de pozo la trayectoria está configurada por una zona de incremento de ángulo, otra tangencial y una de disminución de ángulo.

Pozo horizontal: Se refiere a pozos de 90 grados de inclinación con respecto a la vertical, pero también se denominan pozos horizontales aquellos con un ángulo de desviación no menor de 86 grados. Este presenta una fractura de conductividad finita donde la altura de la fractura es igual al diámetro de la sección horizontal del pozo. El interés en los pozos horizontales ha sido acelerado debido al mejoramiento de la tecnología de perforación y completación. Esta ha permitido aumentar la eficiencia y economía en el recobro de petróleo. Los pozos horizontales aumentan la tasa de producción y mejoran el recobro en los yacimientos maduros comparado con los pozos verticales. En general, los pozos horizontales tienen un costo de 1 a 2 veces más que los pozos verticales en la misma área; por ello, en muchas zonas se recurre a la reterminación de pozos verticales como pozos horizontales puesto que ello implica una reducción del costo del 12 hasta el 56 % por metro, si lo comparamos con un nuevo pozo horizontal.

Pozos Inclinados o de Alto Ángulo: Son pozos iniciados desde superficie con un ángulo de desviación predeterminado constante, para lo cual se utilizan taladros especiales inclinados. Los Taladros Inclinados son equipos cuya cabria puede moverse de 90° de la horizontal hasta un máximo de 45°.

Pozo Tangencial: La desviación deseada es obtenida a una profundidad relativamente llana y esta desviación se mantiene constante hasta el objetivo. Este tipo de pozo presenta muchas ventajas tales como; configuración de la curva sencilla a lo largo de un rumbo fijo, ángulo de inclinación moderado, generalmente puntos de arranques someros y menor riesgo de pega.

Pozo vertical: El pozo vertical atraviesa todo el espesor de la formación, mientras que en el horizontal la mecha penetra por el centro del espesor de la formación hasta la longitud que sea mecánicamente aconsejable. Entre sus ventajas tenemos la eficiencia de barrido, incrementa la productividad del yacimiento y mejora el recobro final del mismo, debido a que se incrementa el área de contacto entre el yacimiento y el pozo, además de que reduce la conificación y/o adedamiento de los fluidos viscosos. Sin embargo, la perforación de estos pozos tiene altos costos ya que el riesgo de problemas operacionales y el tiempo de perforación es mayor.

R

Reptación: es un tipo de corrimiento del suelo, provocado por la inestabilidad de una acumulación de fragmentos de rocas y la gravedad.

Reservas probables: aquellas reservas de las que, análisis geológicos y estudios de ingeniería sugieren que están más cercanas a ser recuperables que no recuperables.

Reservas probadas: volúmenes estimados de hidrocarburos a los que, mediante análisis geológicos y de ingeniería se ha demostrado con razonable certeza, que puedan ser

recuperados comercialmente en años futuros desde los yacimientos ya conocidos, bajo las condiciones económicas y de operación aplicables en el momento de la evaluación.

Reservas posibles: aquellas reservas de las que, análisis geológicos y estudios de ingeniería sugieren que son menos cercanas a ser recuperables que las reservas probables.

Rocas Ígneas: Se forman cuando el magma (roca fundida) se enfría y se solidifica.

Rocas Metamórficas: Se forman a partir de otras rocas mediante un proceso llamado metamorfismo. Los principales tipos de metamorfismo dependen del carácter de la energía aportada para su puesta en marcha, que puede ser en forma de calor o en forma de presión.

Rocas Sedimentarias: Son rocas que se forman por acumulación de sedimentos que, sometidos a procesos físicos y químicos (diagénesis), dan lugar a materiales más o menos consolidados de cierta consistencia.

Roca Siliciclástica: se generan por procesos de erosión, transporte y depositación. Posteriormente tras su enterramiento sufren una serie de procesos diagenéticos, al igual que las rocas carbonáticas, cuya consecuencia más importante es que la roca se litifica y la porosidad por lo general se ve reducida lo que puede afectar a las condiciones de esa roca como reservorio de petróleo, agua u otros fluidos.

S

Sedimento: es un material sólido acumulado sobre la superficie terrestre (litosfera) derivado de las acciones de fenómenos y procesos que actúan en la atmósfera, en la hidrosfera y en la biosfera (vientos, variaciones de temperatura, precipitaciones meteorológicas, circulación de aguas superficiales o subterráneas, desplazamiento de masas de agua en ambiente marino o lacustre, acciones de agentes químicos, acciones de organismos vivos).

Silvita: La silvita es una roca sedimentaria salina rica en minerales de potasio formada como evaporita, puede considerarse sinónimo de su componente fundamental, el mineral silvina. Muchas veces se presenta en camas de extensión irregular, es más rara que la halita que se forma cuando se evapora el agua salada; se localiza en depósitos salinos y fumarolas volcánicas. La silvita es usada en fuegos artificiales, perfumes, fotografía y producción de fertilizantes.

Sulfuros: Se denominan Sulfuros a las composiciones binarias del Azufre.

Sulfuros Metálicos: Reacción de un metal con el azufre. Generalmente estas composiciones se dan de manera muy sencilla.

T

Tubo capilar: Un tubo capilar es una conducción de fluido muy estrecha y de pequeña sección circular. Su nombre se origina por la similitud con el espesor del cabello. Es en estos tubos en los que se manifiestan los fenómenos de capilaridad.

Y

Yeso: El yeso es un producto preparado a partir de una roca natural denominada aljez (sulfato de calcio dihidrato: $\text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$), mediante deshidratación. En estado natural el aljez, piedra de yeso o yeso crudo, contiene 79,07% de sulfato de calcio anhidro y 20,93% de agua y es considerado una roca sedimentaria, incolora o blanca en estado puro, sin embargo, generalmente presenta impurezas que le confieren variadas coloraciones, entre las que encontramos la arcilla, óxido de hierro, sílice, caliza, vermiculita, etc.

Z

Zona barrida: Término empleado para describir las zonas invadidas por el fluido desplazante en operaciones de recuperación secundaria.