



UNIVERSIDAD MICHOACANA DE  
SAN NICOLAS DE HIDALGO

---



Facultad de Ciencias Físico Matemáticas  
Mat. Luis Manuel Rivera Gutiérrez

**Modelado Tridimensional del -Transporte de Solutos en  
Acuíferos y Sistemas Geotérmicos**

**Tesis**

Para Obtener El Título De:

**Licenciada En Ciencias Físico Matemáticas**

P R E S E N T A

**Ana Belem Vázquez Heredia**

Asesor

**Dr. Mario César Suárez Arriaga**

Doctorado en Ingeniería. Facultad de Ingeniería, Div. de Estudios de Posgrado UNAM, 2000.

Morelia, Michoacán, Diciembre de 2013

## *Agradecimientos*

Que mejor para agradecer primero que mis padres que a lo largo de este tiempo siempre me hicieron trabajar por ser un individuo distinto por medio del trabajo, los valores y sobre todo la familia. Inculcaron en mí un sinfín de gustos y habilidades para una fémina, mostrándome que en esta vida no importa que se quiere ser, siempre y cuando sea mi deseo, y a mi hermana que con el tiempo nos hecho cada vez más cómplices y no solo para quemar casas.

También agradezco a la gran institución de la cual estoy egresando que es la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo la cual apreció, quiero y pretendo defender.

A mis compañeros de clase como fueron Cristina, Rosa, Alan, Bedolla, Gabriel, Chepe, Lucas, Joss, Luis, Mares, Armando y muchos más que me acompañaron en esta travesía de desvelos, trabajos finales, exámenes y un sinfín de experiencias, a mi amiga y compañera de vivienda Miriam que le tocó levantarme, apurarme para ir a la escuela entre muchas otras cosas.

A todos los integrantes de ese famoso grupo de Matemáticas Aplicadas, que se convirtió como en una segunda familia, donde hubo charla con café, convivios, justificaciones de presupuesto con exactitudes cada vez más precisas, celebraciones de cumpleaños haciendo el mío especial con baguete de jamón Serrano y un compañerismo inmejorable, con nuestros doctores alrededor nuestro de los cuales nos decimos hijos aunque ellos nos nombran esclavos, por lo que somos hermanos o en algunos casos medios hermanos. Así que Lucy gracias por mandarme tanto a hacer cosas que nunca decidí y ser una gran amiga, a Mónica que me enseñó muchas cosas, a Yunnuen que se hizo una amiga entrañable, Erika que me recuerda que la inocencia aún existe, Pablo Michel que

enseñó la tolerancia pues aún no encuentro forma de defenderme de sus argumentos, Pablo Venegas que fue de las personas que le hable en mi ingreso a la carrera y continuamos hasta el final, conociendo sus formas tan directas de comportarse, a Tatus que siempre brinda el abrazo o la sonrisa que uno ocupa en aquellos momento de derrumbe ante la computadora y a Fernando que con sus frases cotidianas siempre nos sacaba alguna risa. Claro no olvidaré al mencionar a el Dr. Mota por apoyarme en la redacción de varios capítulos, así como el apoyo que siempre me brindo y mostrarme que se puede hacer una gran torre con pales, libros, cheques, manuales, etc. y tener en su cubo el juego de encuentra el libro. Al Dr. Tinoco que en alguna clase tras una mala calificación me dio ánimos lo cual se reflejó en un 10 para el próximo examen, por sus ocurrencias y su tan buen ánimo que mostraba con nosotros y por último de este gran cuerpo académico al Dr. Suárez quien desde aquella primera materia con el de Métodos Numéricos me brindó la oportunidad de trabajar con él, mostrarme el sin fin de aplicaciones de nuestra carrera y sobre todo como podemos mejorar el mundo con nuestros conocimientos.

A mi Salvador, que estuvo apoyándome tanto de lejos como cerca en éste proyecto, echándome porras todos los días por correo, que escucho un sinfín de quejas, malas caras, siendo siempre mi fan y mi gran amigo.

Y por último a mi gran familia que siempre me apoyo, por ahí hay algunos que no alcanzaron a verlo pero los quiero mucho aunque no se encuentran ya con nosotros, para conseguir “mis dineros”, a esos Vázquez tan odiosos que somos pero que estoy orgullosa de ser parte de ellos.

## **PREFACIO**

En este trabajo presentamos dos modelos matemáticos en general y simulaciones numéricas actualizadas del transporte de solutos en medios porosos, provenientes de salmuera geotérmica de desecho en el solvente formado por el agua de un acuífero y un contaminante como lo es la gasolina para aviones. El estudio analiza diferentes escenarios de inyección y recarga, evaluando numéricamente, en forma simultánea, la variación y propagación tridimensional de la concentración de sales o de gasolina en el acuífero por dispersión. Debido a la importancia e impacto que tienen en la sociedad, pues involucra un elemento vital que es el agua, con lo cual se tratará de mostrar su importancia tanto para la generación de energía así como para el consumo humano. Pudiendo así evidenciar la relevancia de estos casos para el ser humano y preocuparnos por su aprovechamiento al máximo de estos recursos que se tiene en el planeta.

# Contenido

CAPÍTULO 1.....	9
AGUA Y ACUÍFEROS .....	9
1.1 La Distribución del Agua en el Mundo.....	10
1.1.1 El agua en México.....	11
1.2 Agua Subterránea .....	13
1.2.1 El Agua Subterránea en México .....	14
1.3 Definición y Clasificación de un Acuífero.....	15
1.3.1 Clasificación de un Acuífero Según la Presión .....	16
1.3.2 Los Acuíferos En El Ciclo Hidrológico .....	17
1.3.3 Prueba De Bombeo.....	19
1.3.4 Causas de la Descarga de un Acuífero.....	19
1.3.5 Recarga de un Acuífero.....	20
1.4 Contaminación del Agua.....	20
1.4.1 Contaminación del agua subterránea.....	20
1.4.1.1 Contaminación por tanques sépticos.....	21
1.4.1.2. Contaminación por hidrocarburos.....	21
1.4.1.3. Aguas residuales y desechos materiales .....	22
1.4.1.4. Contaminación por actividades agrícolas .....	23
1.4.1.5. Lluvia ácida.....	23
1.4.1.6. Depósitos radioactivos .....	23
CAPÍTULO 2.....	25
ENERGÍA GEOTÉRMICA .....	25
2.1 La Geotermia. ....	25
2.1.1 Composición de la Tierra.....	25
2.1.2 Movimiento en el interior de la Tierra.....	27
2.2 La propagación del calor en la Tierra.....	28
2.2.1 Manifestaciones Geotérmicas .....	29
2.3 La Energía Geotérmica .....	30
2. 3. 1 Aplicaciones Y Tipos De Energía Geotérmica .....	31
2.4 Origen de la Generación de Electricidad A Partir De La Energía Geotérmica.....	33
2.4.1 Energía Geotérmica en México .....	35

2.5 Plantas Geotermoeléctricas .....	36
2.5.1 Funcionamiento dentro de las Centrales Geotermoeléctricas.....	36
2.6 Beneficios De La Geotermia .....	38
CAPÍTULO 3.....	41
CONCEPTOS Y ECUACIONES BÁSICAS .....	41
3.1. La conservación de la masa para fluidos .....	41
3.2 Modelo general del flujo de fluidos: las ecuaciones de Navier-Stokes.....	43
3.3 Ley de Darcy.....	45
3.4 Propiedades Geohidráulicas en los medios porosos .....	47
3.4.1 Porosidad.....	47
3.4.2 Permeabilidad ( $K_i$ ).....	48
3.4.3 Rendimiento Específico ( $S_y$ ).....	48
3.4.4 Almacenamiento Específico ( $S_s$ ).....	49
3.4.5 Conductividad Hidráulica.....	49
3.4.6 Transmisividad o transmisibilidad (T) .....	50
3.4. 7 Carga Hidráulica y Gradiente Hidráulico .....	51
3.5 Mecánica de la contaminación de acuíferos.....	53
3.6 Ecuación general de flujo subterráneo.....	55
3.7 Ecuación general de transporte de solutos.....	57
CAPÍTULO 4 .....	58
OBTENCIÓN DE LA ECUACIÓN EN DIFERENCIAS FINITAS .....	58
4.1 Visual MODFLOW .....	58
4.2. Discretización y ecuación en diferencias finitas en Visual Modflow.....	59
4.3. Iteraciones.....	67
4.4 Formulación de las ecuaciones para la solución en las ecuaciones en diferencia finitas .....	69
CAPÍTULO 5 .....	73
CASOS DE ESTUDIO DEL TRANSPORTE DE SOLUTOS EN MEDIOS POROSOS .....	73
5.1 Caso del aeropuerto de Waterloo.....	73
5.1.1 Vectores.....	74
5.1.2 Trayectorias .....	77
5.1.3 Concentración.....	77

Conclusiones.....	82
5.2 Caso de Transporte de solutos geotérmicos.....	82
5.2.1 Vectores.....	82
5.2.2 Trayectorias .....	85
5.2.3. Concentración .....	88
Conclusiones.....	93
REFERENCIAS .....	95



# CAPÍTULO 1

## AGUA Y ACUÍFEROS

El agua desde la antigüedad ha sido considerada como un elemento de suma importancia. Ésta influye en todo al planeta, es esencial para el desarrollo humano y subsistencia de la vida. Es una sustancia tan esencial que está presente en la composición de todos los seres vivos, no es de extrañar que el agua sea la sustancia más abundante que existe en la tierra.

La historia nos muestra esta gran relación entre el agua y la humanidad, pues las primeras civilizaciones proliferaron en zonas con agua, como lo es la civilización Egipcia a través del río Nilo, Mesopotamia que se da en el fértil valle del Éufrates y el Tigris.

Pero aun así las zonas donde se encuentra gran cantidad de agua no son las superficiales como ríos, lagos, lagunas, etc., ni toda el agua disponible se encuentra de esta forma y tampoco toda el agua que existe es consumible para el ser humano, como el agua salada. Si bien hay una gran cantidad de procesos para lograrla hacer consumible estos son muy caros y aún no son perfectos.

El agua no solo tiene uso para el consumo humano, sino también para otras diferentes actividades como lo son en procesos naturales, para la limpieza, la industria, generación de energías, etc.

## 1.1 La Distribución del Agua en el Mundo

Una vista del planeta tierra desde el espacio nos muestra una imagen en la cual se ve casi toda de un color azul y no es por demás ya que el agua se encuentra distribuida a lo largo y ancho de la corteza terrestre, cubriendo 3/4 partes de esta. Pero no solo se encuentra presente en la superficie, se calcula que en total hay 1,385,984,610 Km<sup>3</sup> de agua, los cuales se encuentran distribuidos en varias zonas del planeta como se muestra en la siguiente tabla:

Agua	Área (10 <sup>6</sup> Km <sup>2</sup> )	Volumen (Km <sup>3</sup> )	% Agua Total	% Agua Dulce
Océanos	361.3	1,338,000,000	96.5	
Agua Subterránea Dulce	134.8	10,530,000	0.76	30.1
Agua Subterránea Salada	134.8	12,870,000	0.93	
Humedad de Suelo	82	16,500	0.0012	0.05
Hielo Polar	16	24,023,500	1.7	68.6
Hielo No Polar y Nieve	0.3	340,600	0.025	1.0
Lagos Dulces	1.2	91,000	0.007	0.26
Lagos Salinos	0.8	85,400	0.006	
Pantanos	2.7	11,470	0.0008	0.03
Ríos	148.8	2,120	0.0002	0.006
Agua Biológica	510	1,120	0.0001	0.003
Agua Atmosférica	510	12,900	0.001	0.04
<b>Agua Total</b>	<b>510</b>	<b>1,385,984,610</b>	<b>100</b>	
<b>Agua Dulce</b>	<b>148.8</b>	<b>35,029,210</b>	<b>2.5</b>	<b>100</b>

Tabla1. Tabla de la distribución del agua en el mundo. <sup>1</sup>

Como vemos dentro de las distintas formas, el agua subterránea es la segunda fuente más importante de agua dulce, de ahí que su estudio sea tan importante, además de que es una de las fuentes más accesible a diferencia del hielo polar. Ya sea por medio de manantiales, pozos rústicos o por medio de bombeo.

<sup>1</sup> Tabla extraída de Chow V., Maidment D., Mays L. 1994. Hidrología Aplicada. Editorial McGraw Hill.

Lamentablemente su fácil acceso y formación, también son una desventaja, porque dependen de la precipitación anual, filtración de agua de otros medios, si se presenta alguna sequía no podrá recargarse el acuífero y si los escurrimientos de la superficie están cerca de un área de contaminación el acuífero se vería afectado, y dada su composición no podría ser limpiado para continuar haciendo uso de él.

### 1.1.1 El agua en México

En México hay una disponibilidad de 4 mil 547 metros cúbicos de agua por habitante al año. Pero existe mucho desperdicio ya que entre 40 y 50 por ciento del agua en México se desperdicia en fugas por la deficiente red hidráulica y son actualmente 11 millones de mexicanos los que no tienen acceso al agua potable, y 24 millones no tienen sistema de alcantarillado. (El Agua, La jornada 2005).

En el caso de México su distribución es de forma no equitativa. En el sureste de México se localiza el 68 por ciento del agua, donde solo hay un asentamiento del 23 por ciento de la población total, y se genera 14 por ciento del producto interno bruto. En el resto del país la situación es escasez. La Figura 1 ilustra esta situación.

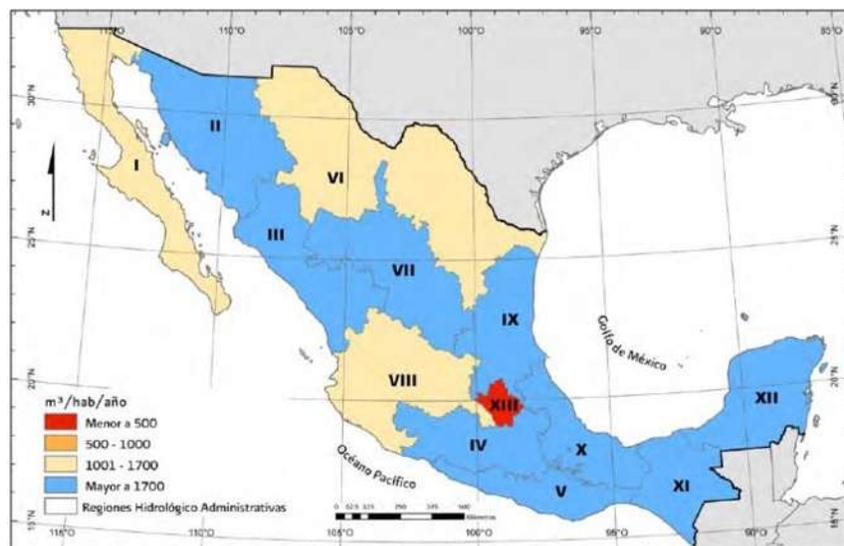


Figura1. Disponibilidad natural media del agua per cápita 2010<sup>2</sup>

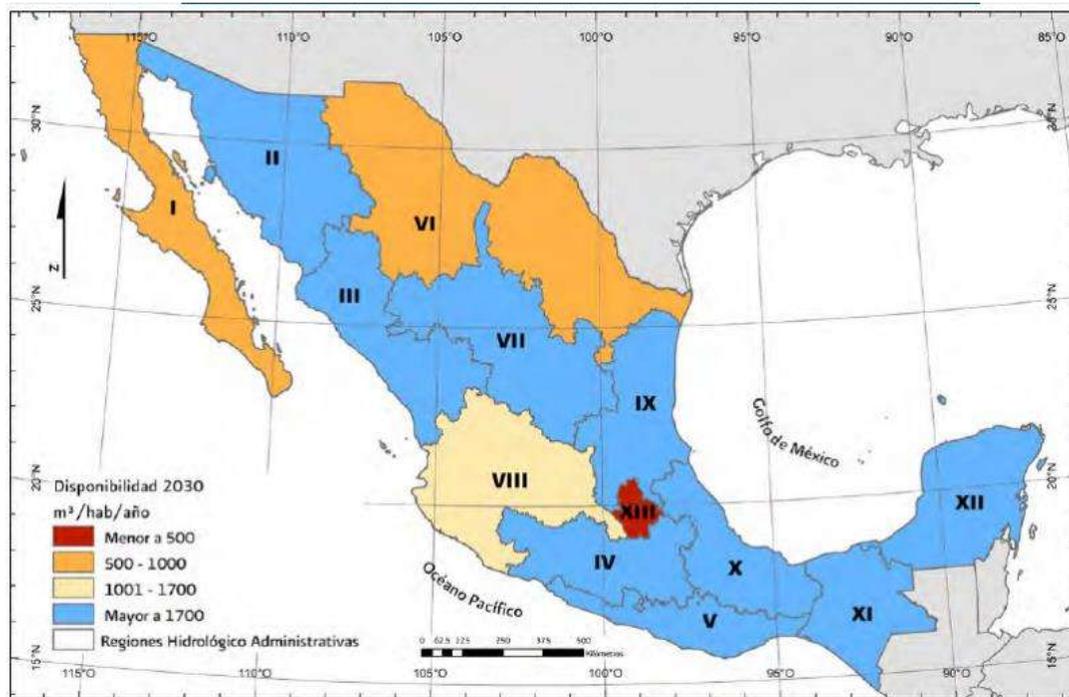
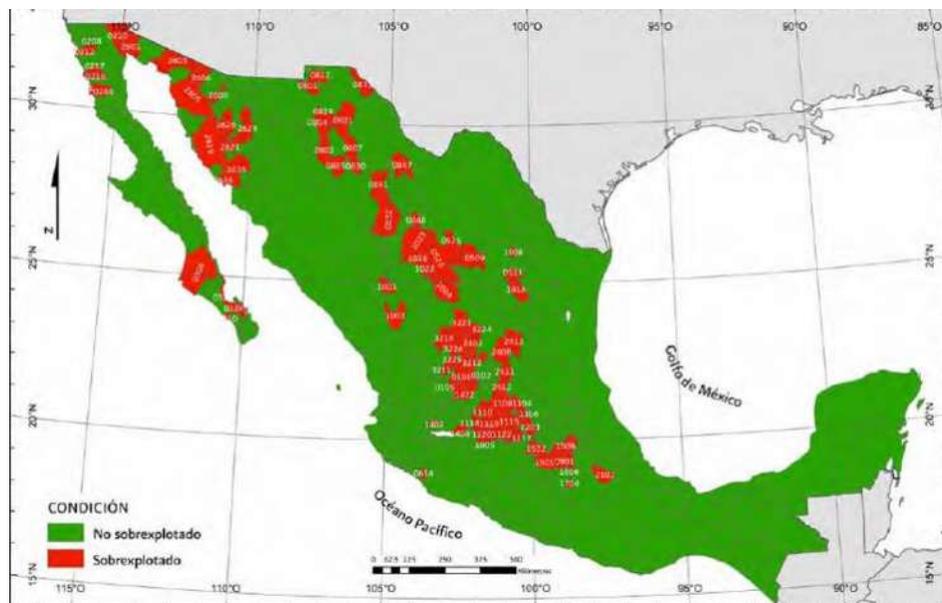


Figura 2. Disponibilidad natural media del agua per cápita 2012<sup>3</sup>



<sup>2</sup> Figura extraída del Atlas digital del agua México 2012

<sup>3</sup> Figura extraída del Atlas digital del agua México 2012

Figura 3. Condiciones de los acuíferos en México 2010<sup>4</sup>

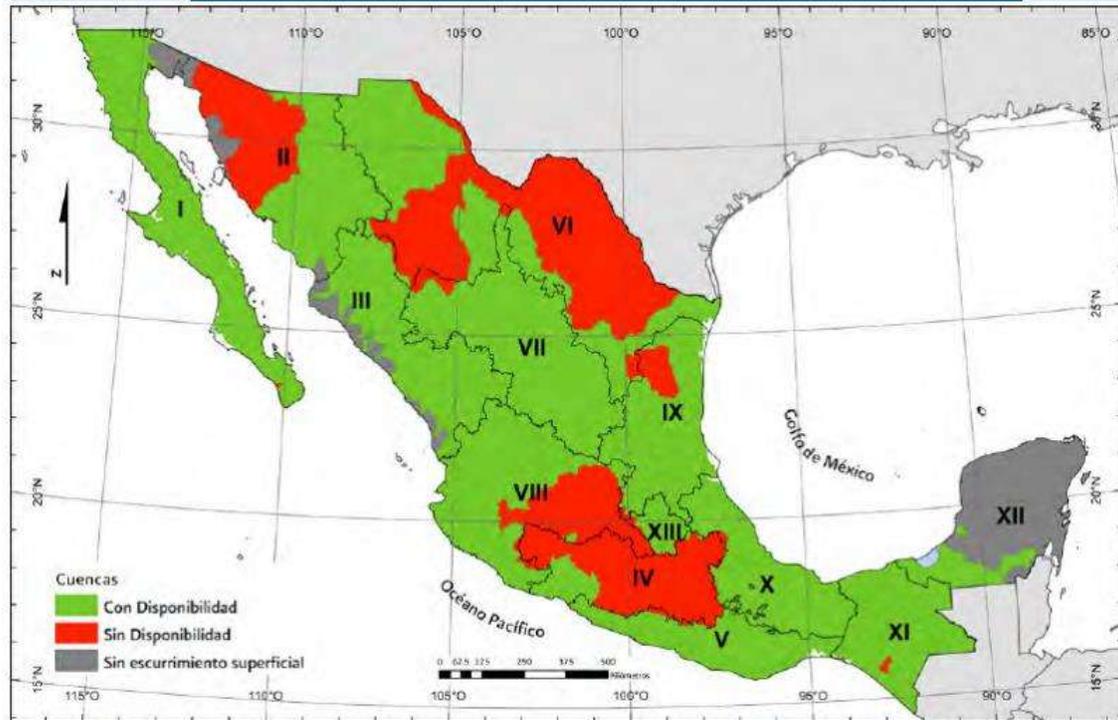


Figura 4. Cuencas con disponibilidad publicada a 2010<sup>5</sup>

## 1.2 Agua Subterránea

Los escritos de filósofos griegos y romanos donde explican los orígenes de fuentes y agua subterránea contienen teorías de formas fantásticas. Posteriormente se asumió que el agua emergía de fuentes que no derivaban de la lluvia, debido a que no se creía que el agua fuera capaz de penetrar la tierra. Su clasificación actual se describe a continuación.

Agua de sedimentación, que es la que después del escurrimiento del agua erosiva queda incluida en los suelos sedimentarios al producirse el depósito de sus partículas (Prieto, 2004).

El agua de infiltración, la cual proviene de lluvias o de corrientes de agua y penetra al suelo para formar el agua subterránea (edáfica) que ocupa poros de

<sup>4</sup> Figura extraída del Atlas digital del agua México 2012

<sup>5</sup> Figura extraída del Atlas digital del agua México 2012

suelos y rocas para luego brotar a la superficie o alimentar manantiales y corrientes de agua, la cual se estudia a continuación en dos capas de agua del suelo:

- **La capa freática.** La capa freática o nivel freático es una superficie de contacto irregular, entre las zonas de saturación y aireación, que siempre sigue el contorno general del terreno y que se aproxima más a la superficie en el fondo de los valles; en las tierras pantanosas o muy húmedas está prácticamente en la superficie. Bajo el nivel freático se halla el agua subterránea.
- **La capa confinante.** se encuentra a un nivel superior al de la capa freática regional, cuya posición se rige por la de la región. Esta capa de forma cuando una zona impermeable impide infiltración del agua.

### 1.2.1 El Agua Subterránea en México

Anualmente, México recibe del orden de 1.51 billones de metros cúbicos de agua en forma de precipitación. De esta agua, el 72.5% se evapotranspira y regresa a la atmósfera; el 25.6% escurre por los ríos o arroyos y el 1.9% restante se infiltra al subsuelo y recarga los acuíferos, de tal forma que los acuíferos del país reciben 78.5 mil millones de metros cúbicos de agua dulce renovable y se les extraen por medio de pozos, norias, galerías filtrantes y manantiales 27.5 mil millones de metro cúbicos. Así, el balance subterráneo refleja en principio una gran disponibilidad de agua en el subsuelo, sin embargo, esta situación es engañosa ya que gran parte de los principales acuíferos del país se encuentran seriamente sobreexplotados.

La unidad básica para el manejo del agua es la cuenca hidrológica, en la cual se considera la forma en que escurre el agua en la superficie (cuencas hidrográficas) y en el subsuelo (acuíferos). Con esta base, se integraron las trece regiones hidrológico-administrativas en que se organiza el país para fines de administración del agua.

En lo que se refiere a las aguas subterráneas, el país se divide en 653 acuíferos o unidades hidrogeológicas, conforme a lo publicado en el Diario Oficial de la Federación, el 5 de diciembre de 2001.

La importancia del agua subterránea queda de manifiesto al considerar que el 70% del volumen que se suministra a la población, el 33% del que se destina a la agricultura y el 62% del que utiliza la industria tienen ese origen.

A partir de la década de los años setenta, ha venido aumentando sustancialmente el número de acuíferos sobreexplotados: 32 en 1975, 36 en 1981, 80 en 1985, 97 en 2001, 102 en 2003 y 104 en 2006. De ellos se extrae casi el 60% del agua subterránea para todos los usos (CONAGUA, 2007)

### **1.3 Definición y Clasificación de un Acuífero**

El tratamiento de las aguas subterráneas requiere el acoplamiento de cambios en la densidad, también en fase de flujo bajo condiciones de vapor y, eventualmente, geoquímica y la termodinámica de los minerales disueltos. Esto lleva a un muy complejo problema, altamente no lineal, la solución numérica de este tipo de problemas hoy todavía presenta un DESAFÍO científico importante, por no hablar de los problemas asociados a la heterogeneidad natural de las propiedades del acuífero.

La palabra acuífero proviene de dos palabras latinas que son: aqua, que significa agua y ferre, lo que significa, soportar o llevar. Una definición más formal sería: Una formación, grupo de formaciones, o parte de una formación que contiene suficiente material permeable saturado para producir cantidades significativas de agua a pozos y manantiales. (Lohman, 1972)

Los tipos de acuíferos que se pueden encontrar son varios y su clasificación depende de las características que se tomen en cuenta. Existen acuíferos definidos por su textura, por el tipo de rocas, estructura, etc.

Dentro de los más utilizados están los que tienen una alta presión en el agua contenida en ellos; este es el punto de vista de la hidrogeología.

Dentro de la clasificación que se puede hacer tomando en cuenta las características de las rocas, se obtendrían los siguientes tipos:

- **Acuifugo:** No posee capacidad de circulación ni de retención de agua.
- **Acuicludo:** Contiene agua en su interior, incluso hasta la saturación, pero no la transmite.
- **Acuitardo:** Contiene agua y la transmite muy lentamente.

### 1.3.1 Clasificación de un Acuífero Según la Presión

Para hablar referente a captaciones de agua, la clasificación que mejor se adapta es la que toma en cuenta la función de la presión a la que se encuentra el agua en el interior de la masa de rocas. De acuerdo a esto los acuíferos pueden ser:

- **Acuífero libre:** Es aquel acuífero que se encuentra en directo contacto con la zona subsaturada del suelo. En este acuífero la presión de agua en la zona superior es igual a la presión atmosférica, aumentando en profundidad a medida que aumenta el espesor saturado.
- **Acuífero confinado:** Es aquel acuífero que se encuentra cubierto por algún nivel relativamente impermeable o un acuitardo. En estos acuíferos la presión del agua es mayor que la presión atmosférica, y cuando son perforados por un pozo, el nivel de agua en este asciende por sobre el nivel del acuífero. En los casos en que el nivel del agua asciende por sobre el nivel del suelo al pozo se le denomina pozo artesiano.



Figura1. Tipos de acuíferos<sup>6</sup>

### 1.3.2 Los Acuíferos En El Ciclo Hidrológico

El fenómeno de circulación del agua alrededor del planeta es llamado ciclo hidrológico el cual es producido en gran parte por la energía solar, e influenciado por las fuerzas de gravedad y la rotación de la Tierra.

Este proceso está dividido en 4 principales partes que son (Paris, 2009):

- a) **Precipitación.** La formación de este requiere que haya elevación de una masa de agua en la atmósfera de tal forma que se enfríe y parte de su humedad se condense.
  
- b) **Evaporación y evapotranspiración.** Se define como evaporación al proceso físico por el cual el agua pasa del estado líquido al gaseoso y representa la tasa neta de transporte de vapor hacia la atmósfera.

<sup>6</sup> Figura extraída de <http://water.usgs.gov/gotita/earthgwaquifer.html>

La evapotranspiración es esencialmente igual a la evaporación, debido a las hojas de plantas.

- c) **Infiltración, percolación y aguas subterráneas.** La infiltración al proceso de entrada de agua a través del suelo proveniente de lluvia, derretimiento nival o irrigación. Para que exista infiltración, debe existir: una fuente de abastecimiento de agua: lluvia, riego o agua acumulada en depresiones. un receptor de esa infiltración: el suelo, a través de su capacidad de almacenamiento. Se debe tener en cuenta que el movimiento de agua en el suelo continúa aun cuando ha finalizado el proceso de la infiltración, ya que el agua infiltrada se redistribuye también lateralmente. Una vez que el agua atraviesa el suelo, el proceso se denomina percolación.

Según la distribución en profundidad del contenido de agua, es posible distinguir dos zonas en el ambiente subterráneo:

- i. Zona saturada: está limitada superiormente por el nivel de agua. En esta zona el agua llena completamente todos los espacios (poros) existentes entre los materiales del suelo. Se trata del agua subterránea alojada en el acuífero.
  - ii. Zona no saturada: situada entre la superficie freática y la superficie del terreno. La porción superior es la más sometida a evapotranspiración. Está comprendida entre la superficie del terreno y los extremos radiculares de la vegetación (prácticamente es la capa de suelo). La zona inferior es la llamada franja capilar y es la transición a la zona saturada propiamente dicha.
- d) **Escurrimiento superficial, cuenca hidrográfica y aguas superficiales** Un río drena un área determinada que se denomina *área de captación o cuenca o cuenca hidrográfica (Figura 19)*. Los límites de esta área están

definidos por zonas más elevadas del terreno que constituyen las divisorias de agua. El conjunto de todos los cursos de agua (ríos principales, afluentes, tributarios, arroyos, etc.) que confluyen en un curso de agua principal, se denomina red de *drenaje superficial*.

### **1.3.3 Prueba De Bombeo**

La prueba de bombeo o ensayo de bombeo es un procedimiento que se aplica para la evaluación de acuíferos y/o capacitaciones. El análisis de los datos obtenidos en esta prueba permite estimar las propiedades hidráulicas del acuífero, así como la extensión del mismo. Con respecto a las captaciones, el análisis permite cuantificar la productividad del pozo de bombeo, evaluar la eficiencia y dimensionar el equipo óptimo para su explotación. (MUÑOZ, 2005)

Las propiedades del acuífero que son observadas en esta prueba son: conductividad hidráulica, transmisividad, coeficiente de almacenamiento, rendimiento específico o porosidad drenable, coeficiente de fuga o de pérdidas, los límites del acuífero y las distancias entre los pozos de bombeo.

### **1.3.4 Causas de la Descarga de un Acuífero**

En los acuíferos la forma desfogue natural del agua se presenta cuando el nivel freático se intercepta con la superficie dando así un manantial, donde fluctúa normalmente con la intensidad de la precipitación a lo largo de un año. O moviéndose a través del suelo y desemboque al mar.

Otras formas no naturales son por medio de pozos, ya sean artesanos o pozos que se perforan para llegar al nivel freático del acuífero o por bombas que extraen el agua desde el acuífero.

Aunque cuando hay escases de agua las otras razones tienen que ver con un clima seco, sequía de un suelo por deforestación o pastoreo y estrés del agua por el aumento en población en un área con agua insuficiente.

### **1.3.5 Recarga de un Acuífero**

La fuente de recarga de un acuífero son varias pues pueden ser, ríos, lagos, las lluvias el escurrimiento de algún sistema montañoso o por un sistema de riego y los mecanismos de recarga creados por el ser humano para rellenar espacios vacíos en el subsuelo, dentro de los cuales los que destacan son los pozos de inyección que consisten en la introducción de agua a través de pozos profundos

## **1.4 Contaminación del Agua**

La Comisión Nacional del Agua menciona que en México el 6 por ciento de los cuerpos acuíferos superficiales no se encuentran contaminados, el 20 por ciento se consideran como aceptables, el 51 por ciento están dentro de la categoría de poco contaminados, el 16 por ciento en contaminados y 6 por ciento como altamente contaminados.

### **1.4.1 Contaminación del agua subterránea**

El agua subterránea puede contaminarse de muchas maneras, entre las que se incluyen las actividades humanas. La manera de proteger las fuentes de agua subterránea es identificar las áreas y los mecanismos por los cuales los contaminantes entran al sistema. Muchos productos domésticos contienen gran cantidad de sustancias químicas orgánicas que al ser descargadas en tanques

sépticos y líneas de desagüe llegan hasta el nivel freático. De igual manera, algunas operaciones comerciales como servicios automotrices, lavado de autos e imprentas resultan ser los mayores contaminantes del agua subterránea. También algunas operaciones agrícolas afectan el agua subterránea elevando la cantidad de pesticidas y sales inorgánicas en ésta (Arizabalo, et. al., 1991).

#### **1.4.1.1 Contaminación por tanques sépticos.**

El uso de tanques sépticos para el almacenamiento del agua subterránea está bastante extendido, tanto en las zonas de abastecimiento como a nivel casero. Un buen sistema de tanques sépticos representa ~~usa~~ una buena alternativa para tener agua subterránea sin necesidad de tratarla; sin embargo, el mal diseño, la construcción y el pobre mantenimiento que les da en la mayoría de los casos dan lugar a la contaminación del agua.

La descarga de los tanques que se filtra en el suelo es una fuente potencial de contaminación de agua subterránea, ya que generalmente va cargada de agua sucia doméstica e industrial en la que comúnmente se encuentran bacterias, virus, nitratos, sintéticos orgánicos, sintéticos inorgánicos (sodio, cloro, potasio, calcio, magnesio y sulfatos) y metales.

#### **1.4.1.2. Contaminación por hidrocarburos**

Otra fuente potencial de contaminación del agua subterránea es la que aportan las fugas de los tanques de almacenamiento subterráneo que son usados principalmente por gasolineras. Esos tanques están construidos en acero y un pequeño número de ellos poseen además un recubrimiento anticorrosivo, así que el factor principal para que existan fugas es la corrosión de los tanques. Existen además tanques de fibra de vidrio que al fracturarse causan fugas.

Al escaparse la gasolina y el aceite crudo de los tanques, alcanzarán las formaciones de agua subterránea. Sin embargo, como son menos densos que el agua y no se mezclan con ésta, se mantendrán flotando sobre el nivel freático del agua. Desafortunadamente, tanto el crudo como la gasolina contienen componentes hidrocarbonados, solubles en el agua, que la contaminan seriamente.

#### **1.4.1.3. Aguas residuales y desechos materiales**

Todos los desechos sólidos que genera la población son depositados sobre el suelo o en excavaciones en éste, llamadas rellenos sanitarios. En estos depósitos, los desechos sólidos se reducen por compactación y después son cubiertos con tierra. Idealmente la operación de cubrir con tierra y aplanar debiera ser diaria, sin embargo, en la práctica, las aplicaciones para recubrir son pocos frecuentes.

Existen también muchos rellenos sanitarios o basureros que son abiertos, esto se debe a su bajo costo. El efecto que esto produce en el agua subterránea es el que cuando llueve o cae nieve sobre estos depósitos, filtra hacia el suelo un gran número de contaminantes. El líquido que se deriva de este proceso es conocido como lixiviado. El cual puede estar formado tanto por contaminantes orgánicos como inorgánicos.

Se ha mostrado a través de investigaciones que esta filtración provoca elevación en el nivel freático lo cual produce que al salir por la periferia causa manantiales con lixiviado y si sale por debajo acarrea contaminantes en la zona subterránea. Debido a que muchos rellenos sanitarios se localizan en zonas relativamente permeables, el movimiento del lixiviado puede contaminar áreas mucho mayores que la que ocupa el depósito, además de que la filtración puede tardar varias décadas y en algunos casos cientos de años. Debido a esto el consumo de agua de estos acuíferos no es posible.

#### **1.4.1.4. Contaminación por actividades agrícolas**

Las unidades de mayor asentamiento de población suelen coincidir con aquellas donde es frecuente el uso extendido de suelo agrícola. Por ello es habitual que las prácticas intensivas de riego y reutilización de las aguas provoquen la sobre concentración de compuesto nitrogenados, sulfatos, cloruros, etc.

#### **1.4.1.5. Lluvia ácida**

Varias investigaciones han demostrado que la lluvia ácida ocasiona que aumenta la movilidad y el lixiviado de metales pesados en el suelo. La mayoría de los contaminantes atmosféricos (gases y partículas) son solubles en la precipitación y acarreados al suelo. Lo que propicia reacciones químicas en el suelo y en las rocas, que afecta la calidad del agua debido a una creciente mineralización de ésta.

#### **1.4.1.6. Depósitos radioactivos**

En algunos países que producen energía atómica se generan desechos que contienen minerales radiactivos, los cuales representan un gran peligro para el medio ambiente. Por lo que la presencia de estos en acuíferos causaría daño al ser humano. Además de que el mayor problema con estos es que sus efectos podrían tardar muchos cientos de años. Un claro ejemplo de esto es el acuífero contaminado por radiación de Fukushima en Japon, por lo que se deben de tomar las medidas necesarias para hacer depósitos de estos desechos, para que no afecten la biosfera.



## CAPÍTULO 2

### ENERGÍA GEOTÉRMICA

#### 2.1 La Geotermia.

Geotermia es una palabra de origen griego, deriva de “*geos*” que quiere decir tierra, y de “*thermos*” que significa calor: el calor de la Tierra

La presencia de calor procedente del interior de la Tierra se manifiesta en la superficie de varias formas como son volcanes, géiseres, manantiales termales, etc. Localizándose en zonas específicas, donde la temperatura aumenta conforme se incrementa la profundidad a lo que se le conoce como gradiente geotérmico. Se tiene un valor medio de este gradiente para todo el planeta de 3.3°C cada 100 m, pero en determinadas zonas anómalas del planeta suele ser muy diferente, ya que con distancias de uno a dos kilómetros de profundidad podemos encontrar temperaturas superiores a 300 °C, por ejemplo en Los Azufres, Mich.

Al igual la estimación de la energía que llega cada segundo a la superficie terrestre, en sus distintas manifestaciones de calor, es de  $42 \times 10^{12}$  J (POUS, 2004). Esta energía se pierde constantemente, pero existen técnicas usadas para que en ciertos puntos se pueda recuperar y ser utilizada. Sus usos son diversos pues van desde la generación de energía eléctrica, en la industria, agricultura o doméstica.

##### 2.1.1 Composición de la Tierra

La Tierra está constituida por tres capas principales que forman la Tierra: corteza, manto y núcleo difieren de forma significativa en su composición. El

núcleo y el manto constituyen más del 99% de la masa total de la Tierra, pero su composición sólo puede ser inferida, en contraste con lo que ocurre con la de la corteza. Las cuales se describen a continuación.

- El núcleo, sólido en su parte interna y líquido en su parte exterior.

Su temperatura puede alcanzar los 4.200 °C. La densidad y el campo geomagnético, las conformaciones de tipo sísmico y la existencia de meteoritos compuestos fundamentales de Fe y Ni inducen a pensar que el núcleo de la Tierra está compuesto predominante de hierro, níquel y pequeñas proporciones de elementos de menor densidad. La naturaleza de los elementos ligeros es controvertida, pero podría tratarse de azufre, carbono, silicio y potasio.

- El manto que lo envuelve, con temperaturas que van desde los 3,000°C a 1,000°C. De textura plástica hacia el centro, se vuelve sólido hacia la superficie. El manto parece estar compuesto por dunita, peridotita y eclogita, rocas de composición similar a la de los meteoritos condriticos. El manto superior esta probablemente compuesto por silicatos densos de hierro y magnesio, con silicio y óxidos de magnesio cada vez más abundantes a mayores profundidades, Las informaciones en relación con la composición química general de la Tierra son especialmente importantes a la hora de estudiar las relaciones genéticas entre la Tierra y la Luna. Uno de los puntos clave en lo que se refiere a la composición de la Tierra quizá sea el contenido de K, U, y Th, ya que estos elementos radioactivos parecen ser los responsables de buena parte de la producción de calor interno y, por tanto, de la historia termal y geológica de la tierra.

- La corteza, que corresponde a la envoltura superficial. Su temperatura varía desde los 1.000 °C en su contacto con el manto, hasta los 15-20 °C de la superficie terrestre. La corteza terrestre es la capa exterior de la Tierra. Representa menos del 1% del volumen de la Tierra, tiene una densidad media de 2,800 kg/m<sup>3</sup> y un espesor variable entre unos 30 km bajo los continentes hasta 5 km bajo los océanos. Cartografiando los distintos tipos de roca y promediando sus

composiciones puede estimarse la composición de la corteza en su conjunto. La corteza se encuentra enriquecida en elementos incompatibles (p. ej. Cu o Sn). Como la corteza se formó a partir de material extruido por el manto se piensa que el manto está empobrecido en sus componentes “crustales”. El oxígeno (O) constituye casi el 50 % de la corteza terrestre en cuanto a peso, y es el elemento más abundante. Otros elementos mayores son el silicio, que constituye el 27.72%; el aluminio, que es el tercero, el sodio, magnesio, calcio y hierro. Otros elementos, incluyendo metales como el oro, la plata o el platino, en la corteza. Con la parte sólida del manto se constituye la litosfera, fragmentada en varias placas litosféricas que se desplazan lentamente, unas con relación a otras, pudiendo dar lugar a importantes anomalías térmicas en sus bordes.

### **2.1.2 Movimiento en el interior de la Tierra**

Aunque no son capas principales no podemos dejar de mencionar la litosfera una capa que a la vez está dividida en siete placas: Pacífica, Africana, Euroasiática, Antártica, Norteamericana, Sudamericana e Indoaustraliana. La litosfera es rígida mecánicamente, debajo de esta se encuentra otra capa llamada Astenosfera en la cual hay presencia de una elevada temperatura la cual ronda alrededor de los 1600°C haciendo que la viscosidad sea lo suficientemente baja como para comportarse como un fluido viscoso. Por lo que la litosfera se mueve rígidamente sobre la Astenosfera, ocasionando a la vez que las placas se muevan encima o sean arrastradas por ella.

En la litosfera el calor es propagado por conducción y en el resto del manto se transmite por convección. Los espesores de la litosfera varían pues en zonas oceánicas tiene un espesor menor (70-100 km) y en zonas continentales puede ser superior a 100 km (100-150 km). Aunque un régimen de esfuerzos extensivos, pueden provocar un adelgazamiento importante de la misma. Su base es una isoterma de aproximadamente 1300°C por lo que la distribución de temperaturas

en la litosfera depende de su espesor, así en las zonas de adelgazamiento litosférico la temperatura será más elevada.

## 2.2 La propagación del calor en la Tierra

Los mecanismos por los cuales se propaga el calor en cualquier medio son: conducción, convección y radiación (Llopis, 2008).

**Conducción** es la transferencia de calor a través de un medio por interacción entre partículas adyacentes. Se puede presentar en los estados sólidos, líquidos y gases, aunque principalmente se da en los sólidos.

**Convección** es la transferencia de la energía térmica por la interacción molecular entre una superficie sólida y un fluido adyacente ya sea un líquido o gas. Cuanto más rápido sea el movimiento del fluido, mayor será la transferencia de calor.

**Radiación** es el mecanismo por el cual el calor se transmite por medio de ondas electromagnéticas a distancia.

La forma de propagación de calor en la Tierra ocurre de distinta manera, dependiendo de la zona en la que nos encontremos así mismo será su presencia. El mecanismo de calor por conducción se lleva a cabo en la litósfera y en el núcleo interno de la Tierra, mientras que en el manto y en el núcleo externo el calor se transmite principalmente por convección. Parte de la energía generada en el interior de la Tierra se consume en los procesos que allí suceden, la demás energía del proceso de la desintegración de los isótopos radiactivos en el manto se transmiten sucesivamente a la corteza generando un flujo ascendente de calor que tras atravesarla se pierde en la atmósfera.

Como se mencionó anteriormente existen zonas en la litósfera con espesores distintos, por lo que existen áreas o puntos calientes donde el flujo de calor es mayor en la superficie y siempre se presenta en zonas con espesores más reducidos, por lo general se presentan en fondos oceánicos, zonas cercanas a los cordones montañosos y bordes continentales.

### **2.2.1 Manifestaciones Geotérmicas**

Existen ciertas regiones de la litosfera están sujetos a tensiones que generan gran cantidad de presión y calor, produciéndose fracturas y fallas por las cuales ascienden desde el manto distintos materiales como son: magmas, masas de rocas incandescentes, en estado de fusión total o parcial, con pequeñas cantidades de materias volátiles como agua, anhídrido carbónico, ácidos sulfúrico y clorhídrico, etc.

Si en estas regiones se presenta contacto con acuíferos confinados, el agua que llena los poros de ese estrato tiende a igualar su temperatura con la de la roca que la contiene. Por lo que el acuífero se encontraría en una zona con un gradiente alto, lo que daría, a una profundidad de pocos cientos de metros, temperaturas altas.

Por otra parte si hay contacto con un acuífero abierto o la zona del manantial o vertiente y se dan las condiciones tectónicas favorables, los magmas, por su movilidad, pueden actuar hacia arriba y romper la costra superficial de la Tierra, formando volcanes. Se considera que, de cantidad de magma arrojado por un volcán, un volumen diez veces mayor permanece debajo de la superficie formando cámaras magmáticas que calientan las rocas adyacentes. Si esas rocas son permeables o están fracturadas, y hay circulación de agua subterránea, esta última captará el calor de las rocas, pudiendo subir hasta la superficie a través

de grietas o fallas, dando lugar a la formación de aguas termales, géiseres, fumarolas y volcanes de fango.

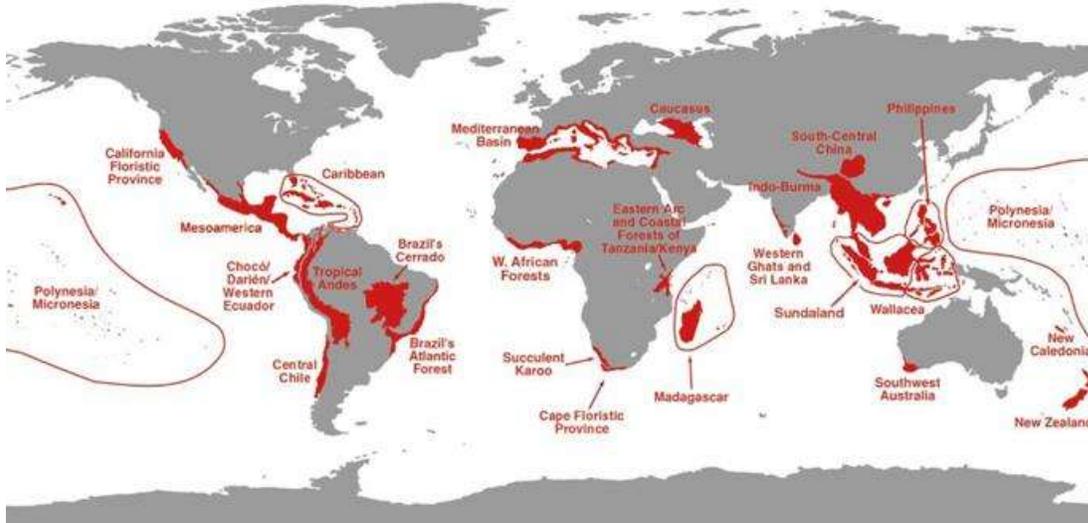


Imagen 2.1 Mapa mundial de puntos calientes (Nature Publishing Group, 2000).

## 2.3 La Energía Geotérmica

Energía geotérmica es la energía almacenada en forma de calor por debajo de la superficie de la Tierra o el lecho oceánico.

Esta definición es oficial en Alemania (VDI 4640) y ha sido adoptada por el Consejo Europeo de Energía Geotérmica (EGEC). Engloba el calor almacenado en rocas, suelos y aguas subterráneas, cualquiera que sea su temperatura, profundidad y procedencia.

## 2. 3. 1 Aplicaciones Y Tipos De Energía Geotérmica

Recurso geotérmico es una concentración de calor que existe en la corteza terrestre en forma y cantidad tales que su extracción económica es potencialmente posible (Llopis, 2008).

Con la tecnología que se ha desarrollado hasta la actualidad para la explotación de la energía geotérmica, se pueden alcanzar y, posteriormente, captar recursos geotérmicos hasta 5.000 m de profundidad y que no superen los 400 °C de temperatura.

Cuando en un área geográfica concreta se dan determinadas condiciones geológicas y geotérmicas favorables para que se puedan explotar de forma económica los recursos geotérmicos del subsuelo, se dice que allí existe un yacimiento geotérmico. Las condiciones no son las mismas para cada uno de los tipos de recursos geotérmicos. Los yacimientos geotérmicos pueden ser clasificados conforme a diferentes formas pero la clasificación más común es la del nivel de temperatura, y es la que se ha tenido en cuenta.

El contenido en calor es el que determina las aplicaciones que se pueden dar a un fluido geotermal, o lo que es lo mismo, de su entalpía.

**Entalpía** es la cantidad de energía térmica que un fluido, o un objeto, puede intercambiar con su entorno. Se expresa en kJ/kg o en kcal/kg.

Las categorías que existen para la clasificación del tipo de energía geotérmica son las siguientes:

- **Alta temperatura: más de 150 °C**  
Debido a su temperatura da la facilidad de transformar directamente el vapor de agua en energía eléctrica.
- **Media temperatura: entre 90 y 150 °C.**  
En este se puede realizar energía eléctrica por medio de un fluido de intercambio, que es el que alimenta a las centrales.
- **Baja temperatura: entre 30 y 90 °C.**  
Con contenido en calor no se puede producir energía eléctrica, aun así es adecuado para calefacción de edificios, para determinados procesos industriales y agrícolas.
- **Muy baja temperatura: menos de 30 °C.**  
Puede ser utilizada para calefacción y climatización, necesitando emplear bombas de calor.

## 2.4 Origen de la Generación de Electricidad A Partir De La Energía Geotérmica

Los primeros intentos de producción de electricidad proveniente de la energía geotérmica inician con los experimentos en Italia, del Príncipe Gionori Conti en 1904 el cual logró encender cinco focos gracias a la transformación en energía eléctrica de la fuerza del vapor extraído del subsuelo. Desde entonces en varios lugares del mundo se ha buscado mejorar el desarrollo de generación de energía a partir de este tipo de energía. La primera planta que era de 250 kWe se construyó en 1913 en Italia. En 1950 se alcanzan los 300 MWe en Italia, en el yacimiento de Lardarello. En 1958 comienza la producción geotermoeléctrica en Nueva Zelanda, con el yacimiento de Wairakei, en 1959 en México, yacimiento de Pathe y en 1960 en Estados Unidos con el yacimiento de The Geysers.

Pero la gran propagación de la búsqueda de usar la energía geotérmica viene hasta 1973, año en el cual hay una de las primeras crisis del petróleo, incorporándose más países posteriormente como son Japón, Islandia y El Salvador (1975), Indonesia, Kenia, Turquía y Filipinas (1980), Nicaragua (1985), Costa Rica (1995), Guatemala (2000), etc. (<http://www.igme.es/internet/Geotermia/La%20geotermia%20en%20el%20mundo.htm>).

País	Capacidad Geotérmica Instalada (MW)		Generación de Energía Geotérmica (GWh)
	MWe	% capacidad geotérmica mundial	
Estados Unidos	3,086	28.87	16603
Filipinas	1,904	17.77	10311
Indonesia	1,197	11.17	9600
México	958	8.94	7047
Italia	843	7.87	5520
Nueva Zelanda	628	5.86	4055
Islandia	575	5.37	4597
Japon	536	5.20	3064
El Salvador	204	1.90	1422
Kenya	167	1.56	1430
Costa Rica	166	1.55	1131
Nicaragua	88	0.82	310
Rusia	82	0.77	441
Turquía	82	0.77	490
Guinea Papau	56	0.52	450

Tabla 2.- Principales países productores del mundo (Pous, 2004).

La energía geotérmica se muestra como una de las energías más prometedoras y suscita un interés creciente en el conjunto de las estrategias que promueven la explotación de fuentes de energía versátil y renovable.

### 2.4.1 Energía Geotérmica en México

La generación de energía eléctrica a partir de la energía geotérmica ~~parte~~ empieza en México en 1959 con la primera unidad geotermoeléctrica que fue en Pathé, Hidalgo con una generación de 3.5MWe pero no se pudo obtener la producción de vapor necesaria ya que se obtenía alrededor de 600 kW por lo cual fue cerrada en 1973. En abril de ese mismo año se comenzó la producción en Cerro Prieto con una unidad de 37.5 MWe.

La capacidad Geotermoeléctrica instalada actualmente en México genera el 1.7 % de la producción nacional de energía eléctrica, siendo los campos que se tienen instalados actualmente: Cerro Prieto (BC) , Las Tres Vírgenes (BCS), Cerritos Colorados (Jal), Los Azufres (Mich.), Los Humeros (Pue.) siendo Cerritos Colorados sin actividad ya que nunca ha entrado en funcionamiento por razones políticas (Hiriart, 2011).

Campo Geotérmico	Capacidad Actual MW	Reserva probadas (1P) MW
Cerro Prieto, BC	720	25
Los Azufres, Mich.	188	40
Los Humeros, Pue.	40	50
Las Tres Vírgenes, BCS	10	0
Cerritos Colorados, Jal.	0	75
Total	958	186

Tabla 3.- Tabla de producción de energía en México (IIE, 2010)

## 2.5 Plantas Geotermoeléctricas

Como se ha mencionado los yacimientos geotérmicos presentan distintas temperaturas y presiones, por lo que dependiendo de esta condición se elige el tipo de planta geotermoeléctrica, las cuales pueden ser:

1) **Una central de vapor “seco”**. Se llama así debido a que su producción de agua es muy poca. En esta el vapor se entuba y con este se logra mover un generador acoplado a una turbina.

2) **Una central “flash”**. Esta se utiliza cuando el yacimiento que se tiene produce en su mayoría agua la cual se encuentra a una temperatura de 130° a 330° aproximadamente. El agua es extraída a la superficie por medio del pozo de producción donde, usando la presión del yacimiento, una parte del agua se transforma en vapor por medio del separador lo que hace mover las turbinas.

3) **Central Binaria**. Esta es empleada cuando el yacimiento geotérmico tiene una temperatura de 110°C y 160°C por lo que no puede producir el vapor necesario, por lo que el agua geotérmica con el que se cuenta se usa para calentar un segundo líquido el cual su punto de ebullición es a temperaturas más bajas, logrando así producir el vapor deseado. Este vapor es condensado para ser usado nuevamente.

### 2.5.1 Funcionamiento dentro de las Centrales Geotermoeléctricas

Para poder tener una planta geotermoeléctrica se necesita poder acceder al yacimiento, por lo que se ocupa un pozo de producción que permita elevar el agua caliente y/o el vapor hasta la superficie.

Si se cuenta con un yacimiento con una presión mayor al atmosférico el fluido brota de forma natural en el cabezal del pozo de producción, generando un pozo

artesiano. Pero si no se posee con esta condición se tendrá que bombearla por medio de una bomba que va sumergida entre 100 y 400 m, que en ocasiones funciona por la sobrepresión del agua geotérmica en superficie.

Al llevar a cabo la perforación se debe tener una estabilización del pozo para que su producción se mantenga por años. Se usa un tipo de tubos que resista la compresión, desgaste, corrosión.

Los tubos transportan el fluido hasta la superficie, en el extremo superior del campo se localizan las instalaciones para la generación de electricidad. Para la producción de corriente eléctrica se necesita inducir un campo electromagnético en unos bobinados especiales (estátor) al girar a gran velocidad otros bobinados en su interior (rotor), creando así una diferencia de potencial que constituye la corriente eléctrica. Para hacer funcionar al rotor se usa una turbina que funciona gracias al fluido, el cual debe tener un caudal aceptable y una presión suficiente para garantizar su continuidad en el tiempo.

La electricidad generada es enviada a la red, el vapor pasa a un condensador donde se transforma en agua líquida y se enfría, esta viene cargada con sales disueltas, por lo que tendrá que inyectarse a su acuífero original, mediante un pozo de inyección haciendo que no se agote el yacimiento geotérmico. Para la reinyección se emplean bombas de superficie de tipo clásico, o bien por gravedad como en Los Azufres. El agua debe devolverse al subsuelo en un punto relativamente alejado del punto de extracción, pues, al haber cedido gran parte de su calor en los intercambiadores de superficie, es devuelta al acuífero a menor temperatura que la de captación.

## 2.6 Beneficios De La Geotermia

La energía geotérmica es una alternativa adecuada para cubrir parte de la demanda futura de electricidad y para garantizar la seguridad energética. Dado que los recursos geotérmicos son propios, su uso hace que los países sean independientes de las importaciones de combustibles fósiles y los problemas relacionados causados por sus fluctuaciones del mercado mundial, y por lo tanto contribuye a la independencia energética tanto de los países en desarrollo como los desarrollados.

El uso de calor geotérmico reemplaza la necesidad de grandes cantidades de hidrocarburos combustibles. Millones de barriles de combustibles fósiles se guardan cada año en países en los que se emplea la geotermia en sus diferentes formas. La producción de sólo 45 MW de electricidad a partir de los yacimientos geotérmicos es equivalente a la quema de un millón de barriles de petróleo cada año para el mismo fin.

Otros puntos a destacar dentro de las ventajas que tiene la geotermia son:

- Las plantas de energía geotérmica no queman el combustible fósil y por lo tanto se producen muy pocas emisiones de gases.
- El uso de calor geotérmico reemplaza la necesidad de grandes cantidades de hidrocarburos combustibles.
- Las plantas de energía geotérmica no queman el combustible fósil y por lo tanto se producen muy pocas emisiones de gases. La emisión de CO<sub>2</sub>, óxidos de azufre y óxidos de nitrógeno procedentes de una planta geotérmica, están a menos de 2% en comparación con las plantas de energía basadas en combustibles fósiles.
- El Calor geotérmico se puede usar directamente para la calefacción y la refrigeración, suministro de agua caliente para las casas y propósitos industriales, la nieve y el hielo que se derrite, el baño, la calefacción de invernaderos, acuicultura, secado de frutas, etc.

- El silicio de la salmuera es útil para la fabricación de materiales de construcción.
- Es una energía limpia, es la que protege al medio ambiente.



## CAPÍTULO 3

### CONCEPTOS Y ECUACIONES BÁSICAS

Para poder describir el movimiento de los fluidos en medios porosos como un acuífero es necesario tomar en cuenta varios conceptos, los cuales serán descritos en este capítulo ya que si se pueden generalizar a pesar de la gran variedad de materiales que existen. Se han estudiado los fluidos por un largo tiempo, y se han obtenido sus características, pero aún no se puede describir su comportamiento y naturaleza en todos los fenómenos. Para su estudio los investigadores se han basado a lo largo de estos años en resultados obtenidos por medio de la teoría y del experimento, para poder ser cada vez más precisos. Un claro ejemplo de esto es la Ley de Darcy, que describe las características del movimiento de fluidos como el agua a través de un medio poroso, la cual fue obtenida tras un experimento clásico y es utilizada hoy en día en varias ramas de la ciencia.

#### 3.1. La conservación de la masa para fluidos

Del libro de Bundschuh y Suárez (2010) sabemos que la masa fluida total en un volumen poroso puede ser calculada usando su distribución de densidad en un volumen diferencial del medio poroso  $dV_\phi$

$$dM_f = \rho_f dV_\phi = \phi \rho_f dV \Rightarrow M_f = \int_{V_B} \phi \rho_f(\vec{r}, t) dV \quad (3.1)$$

$\vec{r}(x, y, z)$  es el vector posición de una partícula del fluido en  $V_\phi = \phi V_B; t \geq 0$ .

De esta ecuación podemos suponer que la densidad del poro fluido depende del espacio y el tiempo. Si la masa del fluido se conserva, debe mantenerse constante en el movimiento. Por lo que, la derivada total de la integral anterior es cero

$$\frac{DM_f}{Dt} = \frac{D}{Dt} \int_{v_s} \varphi \rho_f(\vec{r}, t) dV = \int_{v_s} \left( \frac{\partial \varphi \rho_f}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\varphi \rho_f \vec{v}_f) \right) dV = 0 \quad (3.2)$$

Esta ecuación es la forma integral del Principio de Conservación de la Masa Fluida en una roca porosa, válida para cualquier medio continuo. El vector  $v_f = (v_x, v_y, v_z)$  es el campo de velocidades de las partículas del fluido.

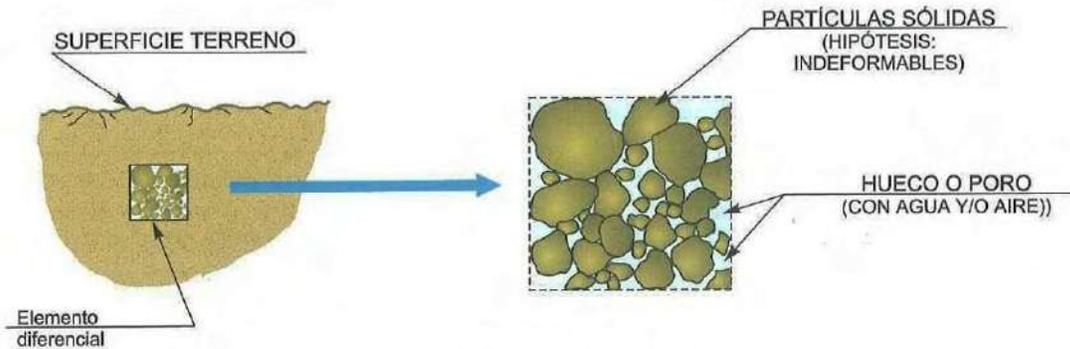


Figura 2.1: Constitución de un suelo. Tomada de González (2004).

La figura anterior muestra una representación esquemática de un diferencial de volumen de roca porosa con volumen mayor  $V_B$  y volumen de poro  $V_\phi$ . El volumen  $V_B$  puede ser una porción arbitraria de la roca porosa. Por ejemplo, sea  $V_B$  un volumen diferencial  $V_B \cdot dV$ , en consecuencia, la integral de la ecuación debe ser idénticamente cero.

$$\frac{\partial \varphi \rho_f}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\varphi \rho_f \vec{v}_f) = \frac{D(\varphi \rho_f)}{Dt} + (\varphi \rho_f) \vec{\nabla} \cdot \vec{v}_f = 0 \quad (3.3)$$

La fórmula pasada es la forma simple de la ecuación de continuidad. Si hay extracción o inyección de masa fluida en uno o más partes del reservorio:

$$\int_{V_B} \left( \frac{\partial \varphi \rho_f}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\varphi \rho_f \vec{v}_f) \right) dV = \int_{V_B} q_f(\vec{r}, t) dV \quad (3.4)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial \varphi \rho_f}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\varphi \rho_f \vec{v}_f) = q_f \left[ \frac{Kg}{m^3s} \right] \quad (3.5)$$

Donde  $q_f$  representa la extracción volumétrica del reservorio de agua (sumidero o pozo:  $q_f < 0$ ) o la inyección de fluido dentro del depósito de agua (fuente  $q_f > 0$ ) en los lugares específicos donde los pozos sean perforados (Bundschuh, 2010).

### 3.2 Modelo general del flujo de fluidos: las ecuaciones de Navier-Stokes

Las ecuaciones de Navier-Stokes son un sistema no lineal de ecuaciones diferenciales parciales que rigen el movimiento de un fluido newtoniano. Representan el equilibrio entre la velocidad de cambio de impulso de un elemento del fluido y las fuerzas que actúan sobre el mismo (Drazin, 1996).

En la tesis de Mónica Azucena Luna Andrade (2011) referente a las ecuaciones de Navier Stokes se definen las funciones principales y los coeficientes actuando en el fluido:  $\sigma$  es el tensor de tensiones,  $p$  es la presión del fluido y  $D$  es el tensor simétrico de cambios espaciales en la velocidad del fluido. El comportamiento de un fluido newtoniano está definido por las siguientes ecuaciones: (Bundschuh & Suárez, 2010):

$$\text{Forma tensorial: } \sigma = (-pI + \lambda_f D_{kk}) + 2\mu_f D \quad (3.6)$$

$$\text{Forma de los componentes: } \sigma_{ij} = (-pI + \lambda_f D_{kk})\delta_{ij} + 2\mu_f D_{ij}$$

$$\mu_f D_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right), \quad D_{kk} = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = \vec{\nabla} \cdot \vec{v}_f \quad (3.7)$$

Donde  $\lambda_f$  es la viscosidad de dilatación (o compresión) y  $\mu_f$  es la viscosidad de corte dinámica del fluido. Los tres coeficientes tienen unidades de  $[Pa \cdot s = kg/m/s = 1gr/cm/s = 1Poise]$ . La Ley Fundamental de Dinámica de Fluidos es:

$$\rho_f \vec{a} = \vec{\nabla} \cdot \sigma + \vec{F} \quad (3.8)$$

El vector  $a$  es la aceleración de las partículas del fluido y  $F$  es la fuerza vectorial externa aplicada al fluido. Calculando la divergencia del tensor  $\sigma$  en la ecuación y reemplazando el resultado en la ecuación anterior obtenemos:

la forma tensorial

$$\rho_f \vec{a} = \vec{F} - \vec{\nabla} p + (\lambda_f + \mu_f) \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{v}_f) + \mu_f \nabla^2 \vec{v}_f \quad (3.9)$$

y la forma de los componentes

$$\rho_f a_i = F_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} + (\lambda_f + \mu_f) \frac{\partial D_{kk}}{\partial x_i} + \mu_f \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j^2} \quad (3.10)$$

donde el vector del operador Laplaciano es

$$\Delta \vec{v}_f = \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} \vec{v}_f = \nabla^2 \vec{v}_f \quad (3.11)$$

Esta forma tensorial es equivalente a un grupo de tres ecuaciones escalares en componentes de la forma  $(i=1,2,3)$  y son conocidas como las ecuaciones de Navier-Stokes. Ellas pueden ser aplicadas a la descripción del flujo de algún fluido viscoso en algún medio, incluyendo la red de poros en las rocas del acuífero.

### 3.3 Ley de Darcy

Henry Philibert Gaspard Darcy nace en Dijon Francia, un 10 de Junio de 1810. A la edad de 18 años entró a la “Ecole Polytechnique” y posteriormente continuó sus estudios en la “Ecole des Ponts et Chaussées” (escuela de puentes y carreteras).

Durante su vida laboral tuvo varios cargos y proyectos en relación con los fluidos y distribución de agua por medio del alcantarillado, dentro de las que destacan, en 1840 el suministro de agua en la ciudad de Dijon fue el mejor suministro de agua en Europa después de Roma y mucho antes de París. En 1856 publica “Fuentes Públicas de la ciudad de Dijon” la cual contiene “la ley de Darcy” para estimar y definir la permeabilidad de un medio poroso. Y en 1857: Publica “Investigación Experimental sobre el Movimiento del agua en las tuberías” lo que prueba [experimental] la base para la ecuación de Darcy (Brown, 2003)

La ley de Darcy como se mencionó es una ecuación obtenida de forma experimental que describe el flujo de fluidos a través de un medio poroso. Esta surge por la necesidad de Darcy de desarrollar un filtro conveniente para el suministro de agua y así poder limpiar las aguas del abastecimiento público de Dijon las cuales estaban contaminadas por las grandes fábricas de mostaza. Quería obtener que obtener cuan largo debería ser el filtro requerido para la filtración de una cantidad específica de agua por día.

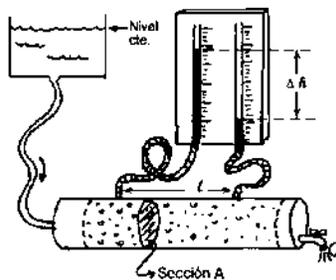


Figura1. Experimento de Darcy <sup>7</sup>

<sup>7</sup> Imagen obtenida de <http://poliyacimientos.blogspot.mx/2010/11/ley-de-darcy.html>

Para obtener los resultados se hicieron numerosas pruebas realizadas en la arena, con diferentes condiciones hidráulicas, Darcy estableció la siguiente relación cuantitativa, la cual es conocida como la ley de Darcy:

$$Q = KA \frac{\Delta h}{l} \quad \left[ \frac{m^3}{s} \right] \quad (3.12)$$

esta ley establece que la tasa de flujo(Q) del fluido a través de una muestra de arena es directamente proporcional al área de la sección transversal de flujo (A) y la pérdida de la carga hidráulica entre dos puntos de mediciones ( $\Delta h$ ), y es inversamente proporcional a la longitud de la muestra (Kresic, 2007).

Haciendo uso del principio de la conservación de la masa resulta la ecuación hidráulica general de la continuidad del flujo

$$Q = v_1 A_1 = v_2 A_2 = \text{constante} \quad (3.13)$$

Lo que significa que el flujo volumétrico (Q) en  $m^3/s$  a través de las áreas de sección transversal  $A_1$  y  $A_2$  la corriente de fluidos es la misma. Las velocidades medias de flujo en secciones transversales 1 y 2 son  $v_1$  y  $v_2$ , respectivamente. De la ecuación anterior la velocidad de flujo puede ser generalmente expresado como

$$v = \frac{Q}{A} \quad (3.14)$$

Ahora relacionando lo anterior con la ley de Darcy obtenemos la deducción de la velocidad, la cual es llamada velocidad de Darcy, que se refiere.

$$v = K \frac{\Delta h}{l} \quad (3.15)$$

### 3.4 Propiedades Geohidráulicas en los medios porosos

El flujo de agua subterránea, ya sea a escala local o regional, está en función de las propiedades del material geológico de la roca que constituya al acuífero en investigación por ejemplo hay mejor flujo dentro del subsuelo en granos grandes (grava, arena) que en granos finos (arcilla, limos). Estas propiedades son: el almacenamiento específico, el coeficiente de almacenamiento, el rendimiento específico y la capacidad específica. Todas ellas son las propiedades físicas que caracterizan la capacidad de un acuífero para liberar, almacenar y conducir las aguas subterráneas. En el campo de la hidrogeología, estas propiedades se determinan a menudo usando una combinación de pruebas de campo y pruebas de laboratorio de muestras de material del acuífero.

#### 3.4.1 Porosidad

Aquellas porciones de una roca o suelo no ocupado por la materia mineral sólida pueden ser ocupados por otro material como las aguas subterráneas. Estos espacios son conocidos como vacíos, intersticios, poros o espacios porosos, los cuales pueden usarse como almacén y conductor de agua. Se forman por los procesos geológicos. De aquí proviene el concepto de porosidad de una roca o del suelo y es una medida de los intersticios o huecos contenidos expresados como la relación entre el volumen de intersticios entre el volumen total de roca (Todd, 1923). Si  $\rho$  es la porosidad, entonces

$$\varphi = \frac{V_i}{V} \quad (3.16)$$

Donde  $v_i$  es el volumen de los intersticios y  $V$  es el volumen total. La porosidad también puede ser expresada como

$$\varphi = \frac{\rho_m - \rho_d}{\rho_m} = 1 - \frac{\rho_d}{\rho_m} \quad (3.17)$$

Donde  $\rho_m$  es la densidad del mineral y  $\rho_d$  es la densidad aparente o de volumen. Dentro de los conceptos de porosidad, existen más como la efectiva. El término porosidad efectiva se refiere a la cantidad de espacio de poros interconectados disponible para el flujo de fluido y también se expresa como una proporción de volumen total intersticios (Todd, 1923). Esta nos proporciona una medida directa del agua contenida por unidad de volumen lo cual no podría indicar un área de saturación.

### **3.4.2 Permeabilidad ( $K_i$ )**

Cuando se habla de aguas subterráneas el concepto de rocas permeables o medios permeables se menciona cuando la textura de la roca permite que el agua se mueva dentro de ésta por los intersticios, bajo la influencia de la gravedad y los gradientes hidráulicos que se encuentran en acuíferos. Si una roca o medio es impermeable, se quiere decir que no permite el movimiento del agua que se puede deber a intersticios muy pequeños o asilados (Kresic, 2007), ésta característica depende principalmente de la granulometría, densidad del suelo, forma, distribución de tamaños de los granos y orientación de las partículas (González ,2004).

### **3.4.3 Rendimiento Específico ( $S_y$ )**

El rendimiento específico de un suelo o de la roca es la relación entre el volumen de agua que, después de la saturación, se puede drenar por gravedad a su propio volumen (Todd, 1923).

### 3.4.4 Almacenamiento Específico ( $S_s$ )

El almacenamiento específico ( $S_s$ ) es la cantidad de agua, por unidad de volumen, que es almacenada o liberada debido a la compresibilidad del esqueleto mineral y del agua en los poros debido a un cambio unitario en el nivel de agua en el acuífero. De donde  $S_s$  se puede definir como

$$S_s = \rho_f g (C_B + \phi C_f) \quad (3.18)$$

Donde  $C_B$  es la compresibilidad del acuífero,  $C_f$  es la compresibilidad del agua. El coeficiente de almacenamiento  $S$  de un acuífero confinado es el producto del almacenamiento específico y del espesor del acuífero ( $b$ ).

$$S = b.S_s \quad (3.19)$$

### 3.4.5 Conductividad Hidráulica

La conductividad hidráulica es la medida de la capacidad del suelo para transmitir agua bajo condiciones de saturación (Klute, 1986). La conductividad hidráulica de suelos o rocas depende de una variedad de factores físicos, incluyendo porosidad, tamaño de la partícula, y distribución, forma de las partículas y otros factores. En general, para medios porosos no consolidados, la conductividad hidráulica varía con el tamaño de la partícula; en materiales arcillosos se exhibe una baja conductividad hidráulica, mientras que en arenas y gravas se muestran grandes valores (Todd, 1923). A continuación se muestran dos de las fórmulas que existen para calcular la conductividad hidráulica.

$$K = K_i \frac{\rho g}{\mu} \quad or \quad K = K_i \frac{\rho}{\nu} \quad (3.20)$$

Donde  $K_i$  es la permeabilidad,  $\rho$  es la densidad del material,  $g$  la gravedad,  $\mu$  es la viscosidad dinámica y  $\nu$  es la viscosidad de cinemática del agua a distintas temperaturas (Kresic, 2007).

### 3.4.6 Transmisividad o transmisibilidad (T)

Transmisividad es la capacidad del acuífero para transmitir fluidos. Coeficiente de almacenamiento es el volumen de agua que un acuífero confinado descarga en un cambio determinado de la carga hidráulica. Rendimiento específico es una medida de la cantidad de agua; en un acuífero no confinado se medirá cuando esté completamente agotada. El coeficiente de pérdidas es necesario cuando el acuífero está limitado por un acuitardo, que lentamente da al agua del acuífero, la reducción de agua para extraerse. La transmisividad es el producto de la conductividad hidráulica y el espesor saturado del acuífero.

$$T = b.K \quad (3.21)$$

Para un acuífero compuesto de muchos estratos la transmisividad total es la suma de las transmisividades de cada estrato.

$$T = \sum_{i=1}^n T_i \quad (3.22)$$

Donde  $n$  es el número total de estratos y  $T_i$  es la transmisividad del estrato  $i$ . (Espinoza, 2004).

### 3.4. 7 Carga Hidráulica y Gradiente Hidráulico

Del libro *Hydrogeology and groundwater modeling* de Neven Kresic tenemos la ilustración de la carga hidráulica y el gradiente hidráulico en la Figura 3.1. Vemos en la parte inferior del pozo de observación #1, donde se muestra que está en contacto con la zona saturada, por lo que la energía total (H) o la fuerza motriz para el agua en ese punto en el acuífero sería

$$H = z + h_p + \frac{v^2}{2g} \quad (3.23)$$

donde  $z$  es la elevación con respecto al nivel de referencia que se toma en cuenta, ya que puede ser con respecto al mar,  $h_p$  es la carga de presión debido a la presión del fluido (agua subterránea) por encima de ese punto,  $v$  es la velocidad del agua subterránea, y  $g$  es la gravedad. Debido a que la velocidad del agua subterránea en algunos casos puede ser muy lenta, el tercer miembro de la derecha de la ecuación puede ser ignorada para efectos prácticos y la ecuación 3.1 se convierte en

$$H = h = z + h_p \quad (3.24)$$

donde  $h$  es la carga hidráulica o el nivel piezométrico. La carga de presión representa la presión del fluido ( $p$ ) de la densidad constante ( $\rho$ ) en algún punto en el acuífero

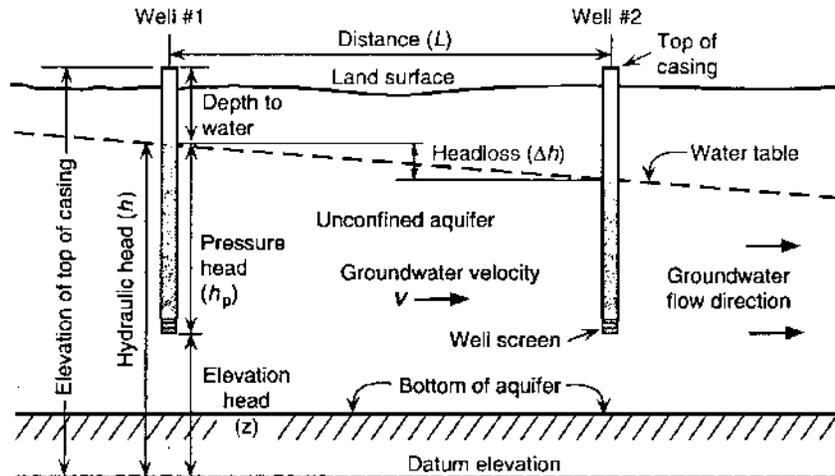


Figura 3.1 que muestra los elementos para determinar la carga hidráulica y el gradiente hidráulico en un acuífero libre.<sup>8</sup>

Cada día se determina la carga hidráulica por medio de los pozos de observación, viendo si se ha restado profundidad en la medida del nivel de elevación del agua de la parte superior del pozo.

$$h = \text{elevación de la parte superior de carcasa} - \text{profundidad del agua en el pozo}$$

como el agua subterránea fluye desde el pozo 1 a 2, se pierde energía debido a la fricción entre las partículas de agua subterránea y de los medios porosos. Esta pérdida equivale a la disminución de la carga hidráulica medida en los dos pozos

$$\Delta h = h_1 - h_2 \quad (3.25)$$

El gradiente hidráulico ( $i$ ) entre dos pozos se obtiene cuando hay una disminución en la carga hidráulica y es dividido por la distancia ( $L$ ) entre los pozos (Kresic, 2006)

$$i = \frac{\Delta h}{L} \quad (3.26)$$

<sup>8</sup> Imagen extraída de "Hydrogeology and Groundwater modeling, second edition, Neven Kresic 2006"

### 3.5 Mecánica de la contaminación de acuíferos

La dispersión en un medio poroso significa la diseminación o difusión de una corriente o flujo de un volumen discreto de contaminantes al estar fluyendo a través del medio.

Por ejemplo, si es un sistema cartesiano  $(x, y, z)$  en donde la velocidad promedio del flujo matemático, es paralela al eje  $OX$ , una pequeña esfera de tintura que se mueva a lo largo del eje  $OX$ , presentará un esparcimiento longitudinal paralelo a  $OX$  y también dispersiones paralela a  $OY$  y  $OZ$ . Entonces la mancha del tinte irá creciendo en tamaño conforme se mueva.

La dispersión provoca la mezcla con aguas no contaminadas, y por consiguiente, la dispersión es un mecanismo para la dilución. Es más, la dispersión causa que el contaminante se disemine sobre un volumen de acuífero mayor, que el que sería predicho únicamente por análisis del campo vectorial de velocidades del acuífero. Este efecto diseminante será particularmente importante cuando se trata de desechos tóxicos o peligrosos.

El fenómeno de dispersión es de gran interés porque es causa de que los contaminantes lleguen antes a un punto de descarga (corriente a un pozo), que el tiempo de llegada calculando a partir de la velocidad promedio.

La llegada acelerada de contaminantes a un punto de descarga es un aspecto característico de la dispersión, que es debido al hecho de que algunas partes de la pluma contaminante se mueven más rápida que la velocidad promedio del agua subterránea.

La dispersión se origina por efectos microscópicos y macroscópicos, La Dispersión Mecánica en escala microscópica (DMm) resulta de las variaciones de velocidad a microescala, de la velocidad promedio del agua subterránea.

Estas variaciones de velocidad ocurren porque el agua en el centro de un ~~de un~~ pozo viaja más rápido que el agua cercana a la pared del pozo y porque la

desviación de las trayectorias de flujo alrededor de granos individuales del material poroso provoca variaciones de velocidad promedio entre diferentes espacios porosos. Estos dos factores crean dispersión mecánica en una escala microscópica. Por costumbre se incluye la difusión molecular como una componente de la dispersión microscópica.

La difusión Molecular (DM) ocurre al moverse las sustancias de una alta hacia una baja concentración. Por lo tanto, la dispersión microscópica ( $D_m$ ) incluye los efectos de la dispersión mecánica y de la difusión molecular.

$$D_m = DM_m + DM \quad (3.27)$$

Dispersión Macroscópica (DMM). A escala macroscópica, la dispersión es provocada por la presencia de grandes heterogeneidades dentro del medio poroso. Actualmente es generalmente reconocido que la presencia de heterogeneidad subterránea, más que la Dispersión Microscópica sola, es responsable de la diseminación apreciable de contaminante documentada en varios estudios.

Desde 1921 datan los primeros estudios técnicos sobre la dispersión. Sin embargo aún hay una incertidumbre considerable en cuanto a los métodos para cuantificar la dispersión y para medir la dispersión en el medio poroso. A parte de los 80's ha habido algunos progresos en cuantificar la dispersión macroscópica (Suárez, 1987).

### 3.6 Ecuación general de flujo subterráneo

De Bundschuh y Suárez (2010) obtenemos que la ecuación de Darcy puede ser escrita en términos de la carga hidráulica y la conductividad como

$$\vec{v}_f = -K_H \vec{\nabla} h \quad (3.28)$$

Haciendo uso de esta ecuación, e introduciendo dos variables hidráulicas mencionadas anteriormente que son el coeficiente de almacenamiento  $S$  y Transmisividad  $T_v [m^2/s]$ .

Asumiendo que la porosidad del acuífero es constante y que la densidad del fluido depende sólo de la presión. Usando la definición de la compresibilidad del fluido tenemos:

$$\varphi \frac{\partial}{\partial t} \rho_f(p) = \varphi \frac{\partial \rho_f}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} = \varphi \rho_f C_f \frac{\partial p}{\partial t} = -\rho_f \vec{\nabla} \cdot \vec{v}_f + q_f \quad (3.29)$$

Suponemos despreciables los cambios en la densidad del fluido y en la elasticidad del acuífero en el término  $(\rho_f C_f g)$  del almacenamiento  $S_s$ . De la relación entre la presión y la carga hidráulica y con la ley de Darcy obtenemos:

$$\varphi \rho_f C_f \frac{\partial p}{\partial t} = (\varphi \rho_f C_f g) \rho_f \frac{\partial h}{\partial t} = S_s \rho_f \frac{\partial h}{\partial t} = -\rho_f \vec{\nabla} \cdot \vec{v}_f + q_f \quad (3.30)$$

$$\Rightarrow S_s \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\rho_f}{\rho_f} \vec{\nabla} \cdot (K_H \cdot \vec{\nabla} h) + \frac{q_f}{\rho_f} \quad (3.31)$$

$$q_v = \frac{q_f}{\rho_f} \left[ \frac{m^3}{s} \frac{1}{m^3} \right] \quad (3.32)$$

De esta manera, podemos construir otra ecuación general que controla el flujo transitorio de agua subterránea en rocas porosas, anisótropas y heterogéneas:

$$K_H = \begin{pmatrix} K_X & 0 & 0 \\ 0 & K_Y & 0 \\ 0 & 0 & K_Z \end{pmatrix}, \quad (3.33)$$

Forma tensorial:  $\vec{\nabla} \cdot (K_H \cdot \vec{\nabla} h) = S_s \frac{\partial h}{\partial t} - q_V$  (3.34)

Forma de los componentes:  $\frac{\partial}{\partial x_i} \left( K_j \frac{\partial h}{\partial x_j} \right) = S_s \frac{\partial h}{\partial t} - q_V$  (3.35)

Considerando todas las hipótesis que tenemos, la ecuación diferencial parcial de flujo de agua subterránea se convierte en

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( K_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) = S_s \frac{\partial h}{\partial t} \quad (3.36)$$

Esta ecuación cuando combinamos las condiciones iniciales y de frontera, describe el flujo de agua subterránea transiente tridimensional en un acuífero isotérmico, heterogéneo y anisótropo. El término  $q_V [m^3/s/m^3 = 1/s]$  es el cambio en el flujo volumétrico por unidad de volumen de las fuentes o sumideros de agua en la roca porosa;  $q_V < 0$  para flujo saliente del acuífero, y  $q_V > 0$  para inyección de líquido, recarga natural o acumulación de agua (Bundschuh, 2010).

### 3.7 Ecuación general de transporte de solutos

En general, el agua es el disolvente más eficaz de sustancias ambientales en las tres formas sólida, líquida y de gas. Las sustancias sujetas a disolución por el agua (u otro líquido) se llaman solutos. Suponiendo que no hay producción o extracción de solutos por reacción en el depósito, las ecuaciones diferenciales parciales que describen en forma general el transporte de un soluto en medios porosos es (Bundschuh, 2010).

Forma tensorial:

$$\vec{\nabla} \cdot (\varphi \mathbf{D} \cdot \vec{\nabla} C) - \vec{\nabla} \cdot (C \vec{v}) = \varphi \frac{\partial C}{\partial t} + C_{sol} q_v \quad (3.37)$$

En función de componentes:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left( \varphi D_j \frac{\partial C}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial x_i} (C v_i) = \varphi \frac{\partial C}{\partial t} + C_{sol} q_v \quad (3.38)$$

Con

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} D_X & 0 & 0 \\ 0 & D_Y & 0 \\ 0 & 0 & D_Z \end{pmatrix} \quad (3.39)$$

La función escalar  $C(x, y, z, t)$  es la concentración del soluto en moles por  $m^3$ ; la matriz  $\mathbf{D}$  contienen los eigenvalores de los coeficientes de dispersión o los principales valores del tensor de dispersión  $\mathbf{D}$ ;  $v_i$  es la componente de velocidad de Darcy. El termino  $C_{sol}$  es la concentración de soluto en el fluido fuente,  $q_v$  la tasa de flujo volumétrico por unidad de volumen de la fuente y  $\varphi$  es la porosidad efectiva (Bundschuh, 2010).

## **CAPÍTULO 4**

### **OBTENCIÓN DE LA ECUACIÓN EN DIFERENCIAS FINITAS**

Los distintos métodos numéricos han surgido como una necesidad de encontrar soluciones a aquellas ecuaciones en las cuales una solución analítica es difícil conseguirla o que en algunas ocasiones no se puede encontrar, un claro ejemplo de esto es la ecuación fundamental del flujo subterráneo. Dentro de los métodos destacados que se han venido desarrollando y continúa creciendo son las diferencias finitas, estas han dado pie a desarrollar programas que usan este método para modelar ciertos problemas físicos como lo es VISUAL MODFLOW, este programa se especializa en la modelación de flujo subterráneo. Por lo que en este capítulo, se mostrará cómo trabaja VISUAL MODFLOW al dar la solución a esta ecuación.

#### **4.1 Visual MODFLOW**

Visual MODFLOW es el entorno más completo para el modelado y aplicaciones prácticas en el flujo de las aguas subterráneas tridimensional y simulaciones de transporte de contaminantes. El modelo de flujo Visual MODFLOW corresponde a uno de los modelos más utilizados internacionalmente para este tipo de estudios (flujo de aguas subterráneas), siendo un modelo ampliamente probado y de comprobada eficacia en la resolución y representación de problemas de flujo en tres dimensiones. Por lo anterior, la utilización de Visual MODFLOW es favorablemente aceptada por los sectores industriales y gubernamentales en distintos países.

SWS ha sido el desarrollo de software de las aguas subterráneas a partir de 1989, es reconocido, aceptado y utilizado por profesionales de aguas subterráneas en más de 90 países de todo el mundo. Visual MODFLOW es continuamente siendo actualizado con nuevas.

El esquema de resolución numérico empleado por el modelo corresponde a un esquema de diferencias finitas, el cual entrega soluciones aceptables a los problemas modelados, a través de una metodología numéricamente sencilla.

La resolución numérica al utilizar el método de diferencias finitas trabaja mejor con acuíferos rectangulares o prismáticos y de composición uniforme, por lo que la modelación de acuíferos irregulares o curvos, con propiedades de anisotropía y heterogeneidad que son difíciles de resolver mediante esta metodología<sup>9</sup>.

## 4.2. Discretización y ecuación en diferencias finitas en Visual Modflow

El Desarrollo de la ecuación de flujo de agua subterránea en forma de diferencias finitas se desprende de la aplicación de la ecuación de continuidad: la suma de todos los flujos de entrada y salida de la celda debe ser igual a la tasa de cambio en el almacenamiento en la célula. Bajo el supuesto de que la densidad del agua del suelo es constante, la ecuación de continuidad que expresa el balance del flujo de una celda es

$$\sum Q_i = S_s \frac{\Delta h}{\Delta t} \Delta V \quad (4.1)$$

donde

$Q_i$  es una velocidad de flujo en la celda [ $L^3T^{-1}$ ];

$S_s$  es el almacenamiento específico en la formulación de diferencias finitas [ $L^{-1}$ ];

---

<sup>9</sup> Visual MODFLOW Premium, Demo Tutorial

$\Delta v$  es el volumen de la celda; y

$\Delta h$  es el cambio en la carga durante un intervalo de tiempo de longitud  $\Delta t$ .

El término en el lado derecho es equivalente al volumen de agua tomado en el almacenamiento durante un intervalo de tiempo  $\Delta t$  dado un cambio en la carga  $\Delta h$ . La ecuación se expresa en términos de la inyección de agua en el acuífero y la ganancia de almacenamiento, por lo que la extracción se toma una inyección negativa, y la pérdida como una ganancia negativa (McDonald, 1988).

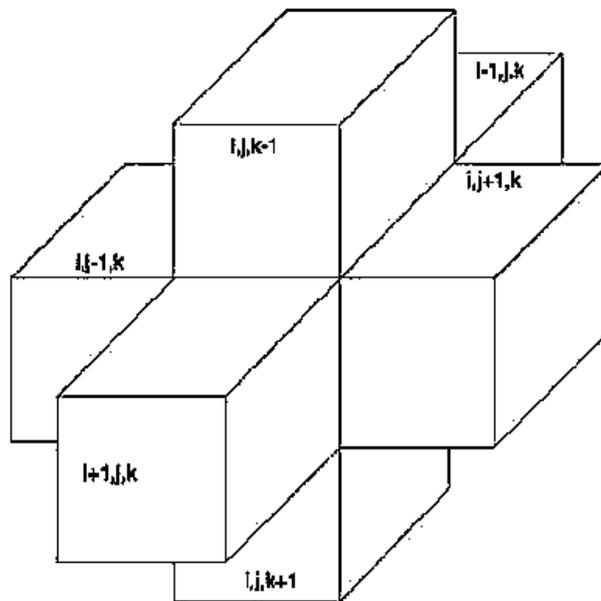


Figura 3.2: Índices para las seis celdas adyacentes alrededor de la celda  $i, j, k$ . Modificada de McDonald y Harbaugh (1988).

La figura representa seis celdas de un acuífero adyacente a la celda  $(i, j, k)$  en un acuífero;  $(i-1, j, k)$ ;  $(i+1, j, k)$ ;  $(i, j-1, k)$ ;  $(i, j+1, k)$ ;  $(i, j, k-1)$ ;  $(i, j, k+1)$ .

Ahora la figura de a continuación nos mostrará la forma en que se discretiza un acuífero, con un mallado de bloques llamados celdas, para ubicarse dentro de esto, se utiliza, filas, columnas y capas, que en este caso nos referiremos a estas con el nombre de NROW, NCOL y NLAY respectivamente. Un sistema de índices los cuales serán  $i$  para las filas, para las columnas y  $k$  para las capas. Por lo que

en la imagen mostrada tenemos un sistema que consta de  $NROW=5$ ,  $NCOL = 9$  y  $NLAY = 5$ .

En la figura de a continuación muestra un acuífero con una discretización hipotética, donde el ancho de las celdas en dirección de la fila, en la columna  $j$ , es  $\Delta r_j$ ; el ancho de las celdas en la dirección de la columna, en una fila  $i$ , se designa por  $\Delta c_i$ ; y el grosor de las celdas en una capa  $k$ , se denota por  $\Delta v_k$  (Luna, 2011).

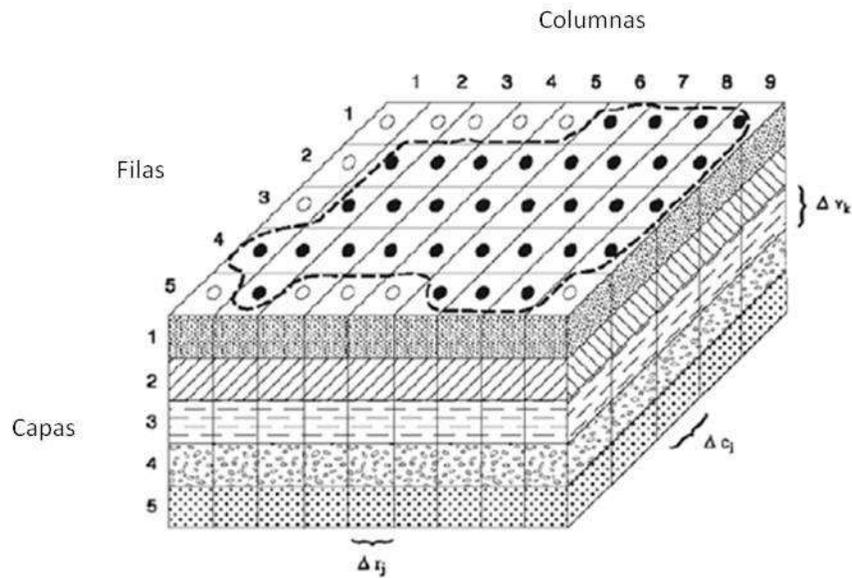


Figura 3.1: Discretización hipotética del acuífero. Modificada de McDonald and Harbaugh, (1988)

- - - Frontera del acuífero

- Celda activa
- Celda inactiva

$\Delta c_i$  Dimensión de la celda a lo largo de la dirección de la columna

El subíndice (i) indica el número de fila

$\Delta r_j$  Dimensión de la celda a lo largo de la dirección de la fila

El subíndice (j) indica el número de columna

$\Delta v_k$  Dimensión de la celda a lo largo de la dirección vertical

El subíndice (k) indica el número de capa

En coordenadas cartesianas tenemos que filas son paralelas al eje  $x$ , mientras que las columnas son paralelas al eje  $y$ .

Ahora tomando esta discretización en diferencias finitas centrales y haciendo uso de la ley de Darcy obtendríamos lo siguiente para un flujo de la celda con coordenadas  $(i,j-1,k)$  a la fila  $(i,j,k)$

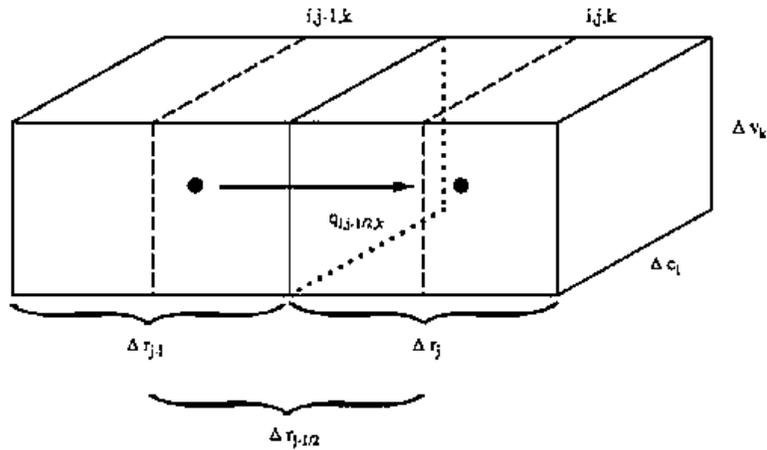


Figura 3.3: Flujo de la celda en la celda  $(i,j-1,k)$  a  $(i,j,k)$ . (Modificada de McDonald y Harbaugh, 1988)

$$q_{i,j-\frac{1}{2},k} = KR_{i,j-\frac{1}{2},k} \Delta c_i \Delta v_k \frac{(h_{i,j-1,k} - h_{i,j,k})}{\Delta r_{j-\frac{1}{2}}} \quad (4.2)$$

donde

$q_{i,j-\frac{1}{2},k}$  es la tasa de flujo volumétrico a través de la cara entre las celdas  $(i,j-1,k)$  e  $(i,j,k)$   $[L^3T^{-1}]$

$KR_{i,j-\frac{1}{2},k}$  es la conductividad hidráulica en la fila entre las celdas  $(i,j-1,k)$  e  $(i,j,k)$ ,  $[LT^{-1}]$

$\Delta c_i \Delta v_k$  es el área que existe entre las caras de la celda, la cual es normal a la dirección de la fila por lo que  $\Delta r_{j-\frac{1}{2}}$  es la distancia que hay entre las celdas  $(i,j-1,k)$  e  $(i,j,k)$

$h_{i,j-1,k}$  es la carga hidráulica para la celda  $(i,j-1,k)$  y  $h_{i,j,k}$  sería la carga hidráulica para la celda  $(i,j,k)$

De esta forma podríamos calcular el flujo para las demás caras, tomando en cuenta sus cargas hidráulicas, conductividades e índices

$$q_{i,j+\frac{1}{2},k} = KR_{i,j+\frac{1}{2},k} \Delta c_i \Delta v_k \frac{(h_{i,j+1,k} - h_{i,j,k})}{\Delta r_{j+\frac{1}{2}}} \quad (4.3) \quad \text{entre las celdas } (i,j+1,k) \text{ e } (i,j,k)$$

$$q_{i+\frac{1}{2},j,k} = KC_{i+\frac{1}{2},j,k} \Delta r_j \Delta v_k \frac{(h_{i+1,j,k} - h_{i,j,k})}{\Delta c_{i+\frac{1}{2}}} \quad (4.4) \quad \text{entre la celda } (i+1,j,k) \text{ e } (i,j,k)$$

$$q_{i-\frac{1}{2},j,k} = KC_{i-\frac{1}{2},j,k} \Delta r_j \Delta v_k \frac{(h_{i-1,j,k} - h_{i,j,k})}{\Delta c_{i-\frac{1}{2}}} \quad (4.5) \quad \text{entre la celda } (i-1,j,k) \text{ e } (i,j,k)$$

$$q_{i,j,k+\frac{1}{2}} = KV_{i,j,k+\frac{1}{2}} \Delta r_j \Delta c_i \frac{(h_{i,j,k+1} - h_{i,j,k})}{\Delta v_{k+\frac{1}{2}}} \quad (4.6) \quad \text{entre la celda } (i,j,k+1) \text{ e } (i,j,k)$$

$$q_{i,j,k-\frac{1}{2}} = KV_{i,j,k-\frac{1}{2}} \Delta r_j \Delta c_i \frac{(h_{i,j,k-1} - h_{i,j,k})}{\Delta v_{k-\frac{1}{2}}} \quad (4.7) \quad \text{entre la celda } (i,j,k-1) \text{ e } (i,j,k)$$

Se puede simplificar la notación a partir de hacer una constante con la combinación entre los índices y la conductividad hidráulica, nombrándola bajo el nombre de conductancia. Por lo que obtendríamos

$$CR_{i,j-\frac{1}{2},k} = \frac{KR_{i,j-\frac{1}{2},k} \Delta c_i \Delta v_k}{\Delta r_{j-\frac{1}{2}}} \quad (4.8)$$

donde

$CR_{i,j-\frac{1}{2},k}$  es la conductancia en la fila  $i$ , y la capa  $k$ , entre las celdas  $(i,j-1,k)$  e  $(i,j,k)$  [ $L^2 T^{-1}$ ]

Por lo que usando esta nueva notación para todas las caras obtendríamos

$$q_{i-\frac{1}{2},j,k} = CC_{i-\frac{1}{2},j,k} (h_{i-1,j,k} - h_{i,j,k}), \quad (4.9)$$

$$q_{i+\frac{1}{2},j,k} = CC_{i+\frac{1}{2},j,k} (h_{i+1,j,k} - h_{i,j,k}), \quad (4.10)$$

$$q_{i,j-\frac{1}{2},k} = CR_{i,j-\frac{1}{2},k} (h_{i,j-1,k} - h_{i,j,k}), \quad (4.11)$$

$$q_{i,j+\frac{1}{2},k} = CR_{i,j+\frac{1}{2},k} (h_{i,j+1,k} - h_{i,j,k}), \quad (4.12)$$

$$q_{i,j,k-\frac{1}{2}} = CV_{i,j,k-\frac{1}{2}} (h_{i,j,k-1} - h_{i,j,k}), \quad (4.13)$$

$$q_{i,j,k+\frac{1}{2}} = CV_{i,j,k+\frac{1}{2}} (h_{i,j,k+1} - h_{i,j,k}), \quad (4.14)$$

Las cargas son las entradas para la celda  $i, j, k$  de las seis celdas adyacentes dentro del acuífero. Las entradas a la celda  $i, j, k$  provenientes de otras fuentes se pueden hacer depender de la carga hidráulica de la celda que las recibe. La expresión general puede ser:

$$a_{i,j,k,n} = p_{i,j,k,n} h_{i,j,k} q_{i,j,k,n} \quad (4.15)$$

donde

$a_{i,j,k,n}$  representa el flujo de la fuente  $n$ ,

$p_{i,j,k,n}$  es una constante [ $L^2 T^{-1}$ ] y

$q_{i,j,k,n}$  es una constante [ $L^2 T^{-1}$ ].

Para todas las fuentes externas se puede llegar a una solución tal como:

$$\sum_{n=1}^N a_{i,j,k,n} = QS_{i,j,k} = \sum_{n=1}^N p_{i,j,k,n} h_{i,j,k} + \sum_{n=1}^N q_{i,j,k,n} \quad (4.16)$$

o bien, con las definiciones

$$P_{i,j,k,n} = \sum_{n=1}^N p_{i,j,k,n} \quad (4.17)$$

y

$$Q_{i,j,k,n} = \sum_{n=1}^N q_{i,j,k,n} \quad (4.18)$$

el flujo externo hacia la celda  $(i, j, k)$  se escribe como

$$QS_{i,j,k} = P_{i,j,k}h_{i,j,k} + Q_{i,j,k} \quad (4.19)$$

y el balance de flujo es:

$$\begin{aligned} q_{i-\frac{1}{2},j,k} + q_{i+\frac{1}{2},j,k} + q_{i,j-\frac{1}{2},k} + q_{i,j+\frac{1}{2},k} + q_{i,j,k-\frac{1}{2}} + q_{i,j,k+\frac{1}{2}} + QS_{i,j,k} \\ = S_{i,j,k} \frac{\Delta h_{i,j,k}}{\Delta t} \Delta r_j \Delta c_i \Delta v_k \end{aligned} \quad (4.20)$$

donde

$S_{i,j,k}$  es el almacenamiento específico [ $L^{-1}$ ],

$\frac{\Delta h_{i,j,k}}{\Delta t}$  es el cambio de  $h$  con respecto al tiempo  $t$  [ $LT^{-1}$ ],y

$\Delta r_j \Delta c_i \Delta v_k$  es el volumen [ $L^3$ ].

La ecuación (4.20) se puede utilizar para evaluar los términos de flujo en el tiempo avanzado  $t^m$  y la pendiente  $\frac{\Delta h}{\Delta t}$  se puede obtener como

$$\frac{\Delta h_{i,j,k}^m}{\Delta t^m} = \frac{h_{i,j,k}^m - h_{i,j,k}^{m-1}}{t^m - t^{m-1}} \quad (4.21)$$

Esta aproximación es hacia atrás, pues el valor de  $h_{i,j,k}^m$  depende del correspondiente  $h_{i,j,k}^{m-1}$  anterior en el tiempo  $t$ . De esta forma, la ecuación (4.20) queda expresada como:

$$\begin{aligned}
& CR_{i,j-\frac{1}{2},k}(h_{i,j-1,k}^m - h_{i,j,k}^m) + CR_{i,j+\frac{1}{2},k}(h_{i,j+1,k}^m - h_{i,j,k}^m) + CC_{i-\frac{1}{2},j,k}(h_{i-\frac{1}{2},j,k}^m - h_{i,j,k}^m) \\
& + CC_{i+\frac{1}{2},j,k}(h_{i+\frac{1}{2},j,k}^m - h_{i,j,k}^m) + CV_{i,j,k-\frac{1}{2}}(h_{i,j,k-1}^m - h_{i,j,k}^m) \\
& + CV_{i,j,k+\frac{1}{2}}(h_{i,j,k+1}^m - h_{i,j,k}^m) + P_{i,j,k}h_{i,k,j}^m + Q_{i,j,k} \\
& = SS_{i,j,k}(\Delta r_j \Delta c_i \Delta v_k) \frac{(h_{i,j,k}^m - h_{i,j,k}^{m-1})}{t^m - t^{m-1}} \quad (4.22)
\end{aligned}$$

En la ecuación (4.22) las 7 cargas se desconocen para en el paso de tiempo  $m$  ( $t^m$ ), las cuales serían las incógnitas del sistema para la celda  $(i, j, k)$ . Por lo tanto lo que se conoce son los coeficientes, la carga  $h_{i,j,k}^m$  y  $\Delta t^m = t^m - t^{m-1}$ . La solución se puede obtener en forma simultánea pues cada celda tiene 6 celdas adyacentes, o bien, se tiene 7 ecuaciones con 7 incógnitas. Cada celda tiene en promedio una incógnita, por lo que, para  $n$  celdas se tendrá  $n$  ecuaciones y el sistema tiene solución.

Sin embargo, no todas las celdas pueden tener una ecuación de este tipo, por lo que el número de ecuaciones es igual al número de celdas de carga variable, en las cuales la carga puede variar en el tiempo. El resto de las celdas son de carga no variable y pueden ser de carga constante o de no flujo; las de carga constante tienen celdas adyacentes donde se conoce el flujo de la celda que promedia esta; y las de no flujo no generan cargas desconocidas en las celdas adyacentes.

Las celdas pueden ser de varios tipos y representan las condiciones de frontera: cargas constantes, no flujo, flujo constante y flujo dependiente de carga.

Es importante tener en cuenta que el conjunto de ecuaciones en diferencias finitas es reformulada en cada paso de tiempo, es decir, a cada paso hay un nuevo sistema de ecuaciones simultáneas que hay que resolver. Las cargas al final del tiempo paso conforman las incógnitas para el que este sistema debe ser resuelto; Las cargas del comienzo de la etapa están entre los términos conocidos en las ecuaciones. El proceso de solución se repite en cada paso de tiempo dando una nueva gama de cargas para el paso de tiempo final (McDonald, 1988).

### 4.3. Iteraciones

La solución se puede obtener por métodos algebraicos directos, pero es preferible usar métodos iteración, ya que los algebraicos si bien nos puede dar una solución exacta para el conjunto de ecuaciones en diferencias finitas tiene un factor importante que es su limitación de precisión en el número de lugares que se realicen aritméticamente en los cálculos de los valores de carga.

Un método iterativo comienza con una solución de prueba inicial. Un procedimiento de cálculo se inicia a continuación, que utiliza la solución de la prueba inicial para calcular una solución provisional que satisface el sistema de ecuaciones. La solución provisional se convierte en la nueva solución de prueba y así continua convirtiéndose en un procedimiento es repetido. Cada repetición se denomina " iteración". El proceso se repite hasta que se " cierra", es decir, hasta que se produce una iteración en la que el juicio solución y la solución provisional son " casi " iguales. La solución de prueba y solución provisional se dice que son " casi " iguales si, para cada nodo, la diferencia entre el valor de prueba de la carga y el valor provisional de la carga es menor que un cierto valor establecido de forma arbitraria, por lo general denominado " criterio cierre". La solución provisional pasa a considerarse como una buena aproximación a la solución del sistema de ecuaciones. Este procedimiento se utiliza para cada incremento de tiempo (McDonald, 1988). En la figura siguiente, estos arreglos están representados en tres dimensiones, cada uno identificado por un símbolo de la matriz  $h$ , con dos exponentes. El superíndice primero indica el paso de tiempo durante el cual las cargas de la matriz son calculadas, mientras que el segundo indica el nivel de la iteración. En el ejemplo de la figura, un total de  $n$  iteraciones se requiere para lograr el *criterio de cierre* al final del tiempo en el paso  $m$  en el que debe parar (Luna, 2011).

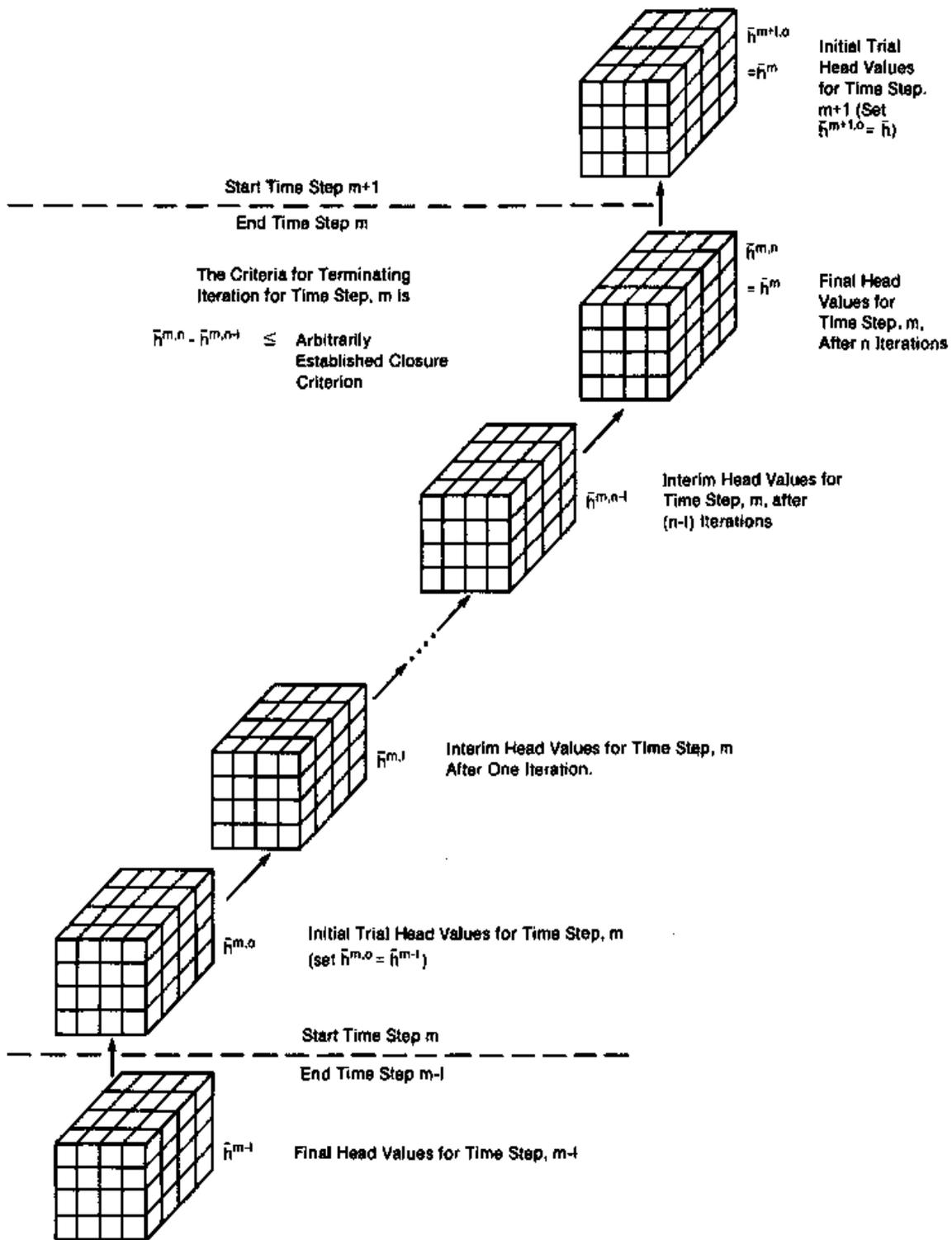


Figura 3.3: Iteraciones de la carga en un paso  $m+1$ . Modificada de McDonald y Harbaugh (1988).

#### 4.4 Formulación de las ecuaciones para la solución en las ecuaciones en diferencia finitas

Para resolver las ecuaciones anteriores MODFLOW incorpora varias opciones diferentes para la solución iterativa de un conjunto de ecuaciones en diferencias finitas, y está organizado de tal manera que los esquemas alternativos de solución se pueden agregar sin alterar la estructura del programa. En cualquier esquema de solución que se emplee, es conveniente reorganizar la ecuación de flujo para que todos los términos que contienen las cargas, al final del paso de tiempo se agrupen en el lado izquierdo de la ecuación, y todos los términos que son independientes de la carga al final del paso de tiempo estén en el lado derecho. Todos los coeficientes  $h_{i,j,k}^m$  que no incluyen conductancia entre los nodos están combinados en un solo término, HCOF, y todos los términos de la derecha están combinados en el término RHS (Luna, 2011).

Asumiendo que nos encontramos en el paso de tiempo  $m$ , la ecuación resultante sería

$$\begin{aligned}
 & CV_{i,j,k-\frac{1}{2}} h_{i,j,k-1} + CC_{i-\frac{1}{2},j,k} + CR_{i,j-\frac{1}{2},k} h_{i,j-1,k} + \left( -CV_{i,j,k-\frac{1}{2}} - CC_{i-\frac{1}{2},j,k} - CR_{i,j-\frac{1}{2},k} - \right. \\
 & \left. CR_{i,j+\frac{1}{2},k} - CC_{i+\frac{1}{2},j,k} - CV_{i,j,k+\frac{1}{2}} + HCOF_{i,j,k} \right) h_{i,j,k} + CR_{i,j+\frac{1}{2},k} h_{i,j+1,k} + CC_{i+\frac{1}{2},j,k} h_{i+1,j,k} + \\
 & CV_{i,j,k+\frac{1}{2}} h_{i,j,k+1} = RHS_{i,j,k} \quad (4.23)
 \end{aligned}$$

donde

$$HCOF_{i,j,k} = P_{i,j,k} - \frac{SS_{i,j,k}(\Delta r_j \Delta c_i \Delta v_k)}{t^m - t^{m-1}} \quad [L^2 T^{-1}]$$

$$RHS_{i,j,k} = -Q_{i,j,k} - \frac{SS_{i,j,k}(\Delta r_j \Delta c_i \Delta v_k) h_{i,j,k}^{m-1}}{t^m - t^{m-1}} \quad [L^3 T^{-1}]$$

Todo el sistema de ecuaciones de la forma de la ecuación anterior, que incluye una ecuación para cada celda de carga variable en la malla, se puede escribir en forma matricial como

$$[A]\{h\} = \{q\} \quad (4.24)$$

Donde

$[A]$  es una matriz con los coeficientes de la carga de la ecuación de balance de flujo, para todas las celdas activas en la malla;

$\{h\}$  es un vector de valores de carga al final del paso de tiempo  $m$  para todas las celdas en la malla; y

$\{q\}$  es un vector de términos constantes, RHS, para todos los nodos de la malla.

MODFLOW reúne el vector  $\{q\}$  y los términos que componen  $[A]$  a través de una serie de subrutinas. El vector  $\{q\}$  y los términos que comprende  $[A]$  se transfieren a las subrutinas que realmente resuelven las ecuaciones de la matriz para el vector  $\{h\}$  (Luna,2011).





## CAPÍTULO 5

### CASOS DE ESTUDIO DEL TRANSPORTE DE SOLUTOS EN MEDIOS POROSOS

#### 5.1 Caso del aeropuerto de Waterloo

Este caso de estudio hace referencia a un sitio que está ubicado cerca de un aeropuerto en las afueras de Waterloo. La geología superficial en el sitio consiste en una arena y grava acuífero superior, una arena más baja y acuífero de grava, y una arcilla y acuitardo que separa los sedimentos acuíferos superiores e inferiores. Las características del sitio relevantes consisten en un área del plano de reabastecimiento de combustible, un campo de pozos de suministro de agua municipal, y una zona acuitardo discontinuo. Estas características se ilustran en la siguiente figura:

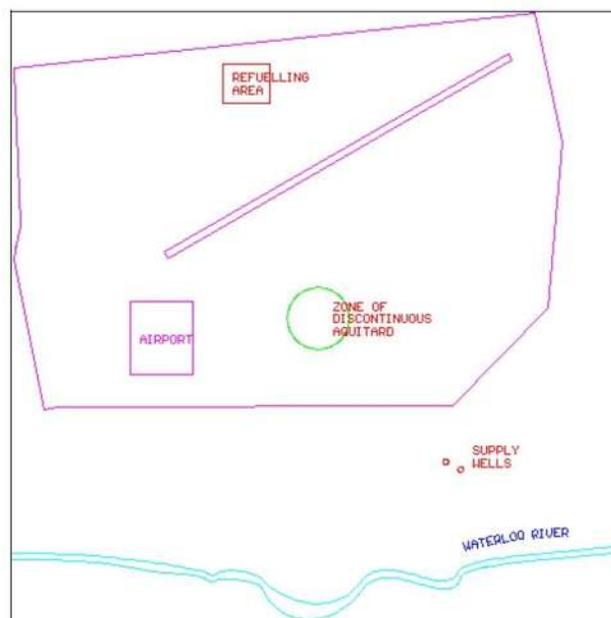


Figura 5.1. Mapa de la zona de estudio

El campo de pozos municipales consiste en dos pozos que durante los últimos diez años, combustible de avión nombrado j-4, se ha derramado periódicamente en el área de carga de combustible y la filtración natural hace que se produzca una pluma de contaminación en el acuífero superior. El pozo del este bombea a una velocidad constante de 550 m<sup>3</sup>/día, mientras el pozo oeste bombea a una velocidad constante de 400 m<sup>3</sup>/día. El flujo subterráneo es de norte a sur (de arriba abajo) en un sistema de tres capas que consiste en un acuífero superior no confinado, un acuitardo medio intermedio, y un acuífero confinado inferior, como se ilustra en la siguiente figura.

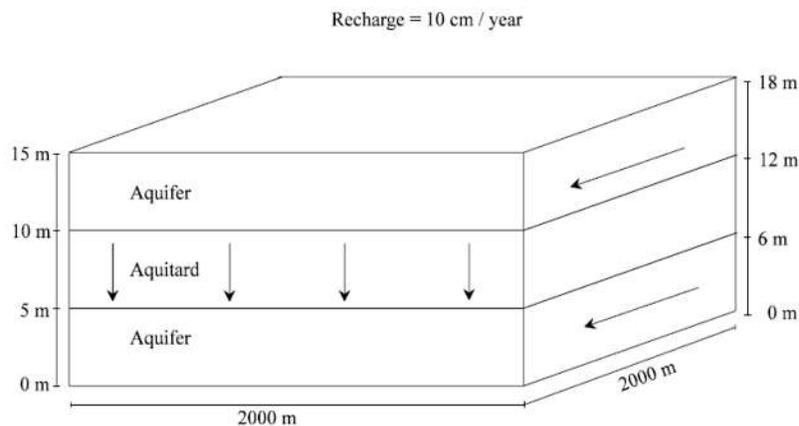


Figura 5.2. División en capas del modelo

El acuífero superior y acuíferos inferiores tienen una conductividad hidráulica de  $2 \times 10^{-10}$  m/s, y el acuitardo tiene una conductividad hidráulica de  $1 \times 10^{-10}$  m/s.

### 5.1.1 Vectores

Con las imágenes que muestran los vectores, podemos ver como después de hacer una división de capas debido al acuitardo que se encuentra y las distintas permeabilidades que hay conforme aumenta la profundidad del modelo, como los vectores van marcando un desplazamiento hacia la zona de pozos de extracción, para esto los vectores de color verde nos marcan un movimiento hacia adentro del modelo, los morados hacia afuera y los negros están en el mismo plano.

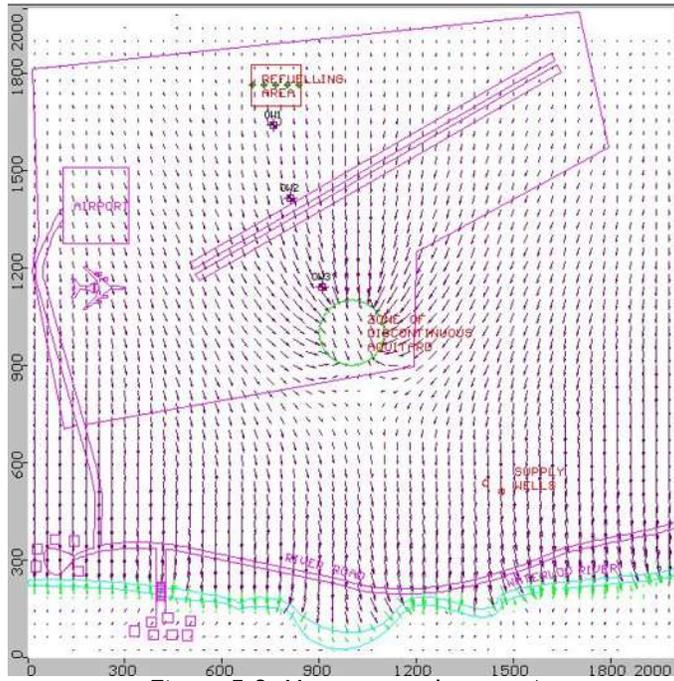


Figura 5.3. Vectores en la capa 1

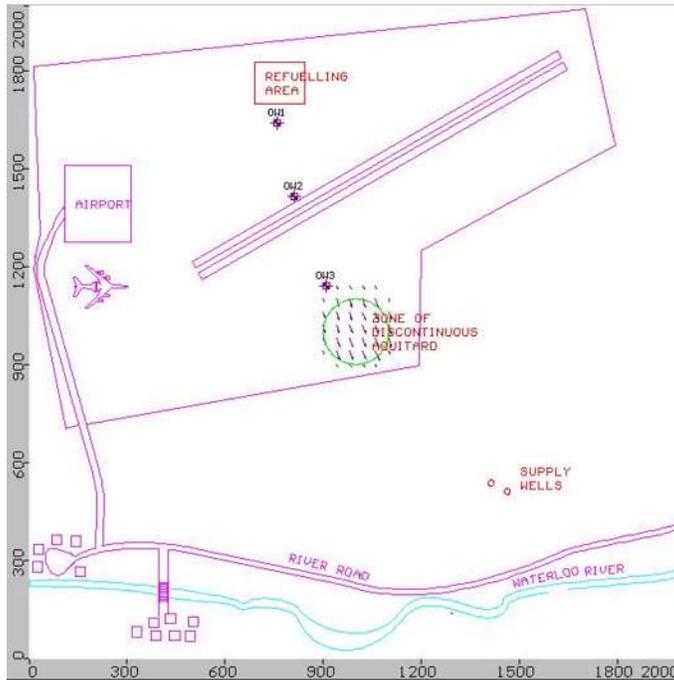


Figura 5.4. Vectores en la capa 3

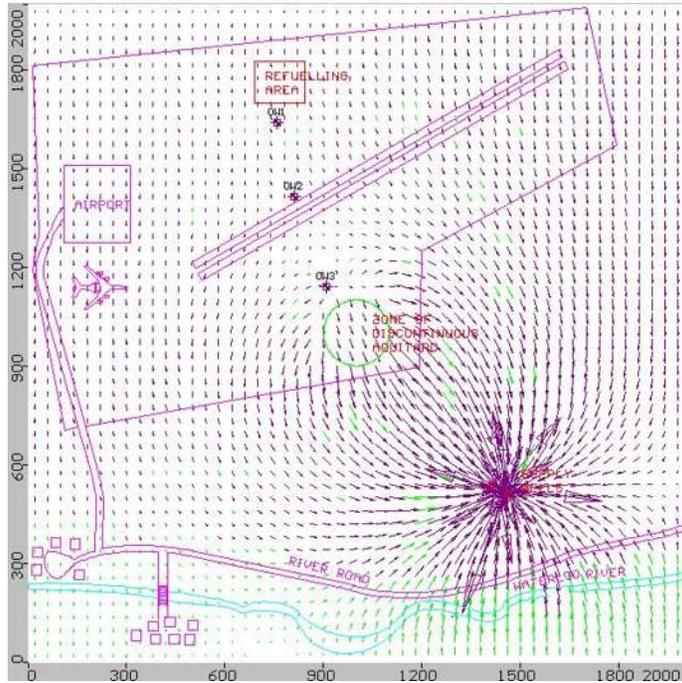


Figura 5.5. Vectores en la capa 5

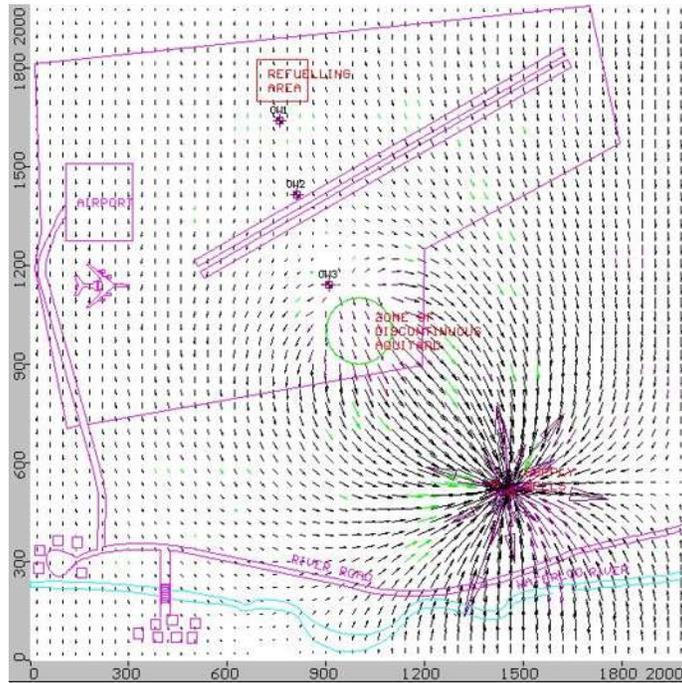


Figura 5.6. Vectores en la capa 6

### 5.1.2 Trayectorias

En las trayectorias de este modelo vemos el recorrido del soluto desde la zona donde se almacenaba el combustible continuando un recorrido en hacia los pozos de extracción de agua que forman parte del suministro del municipio.

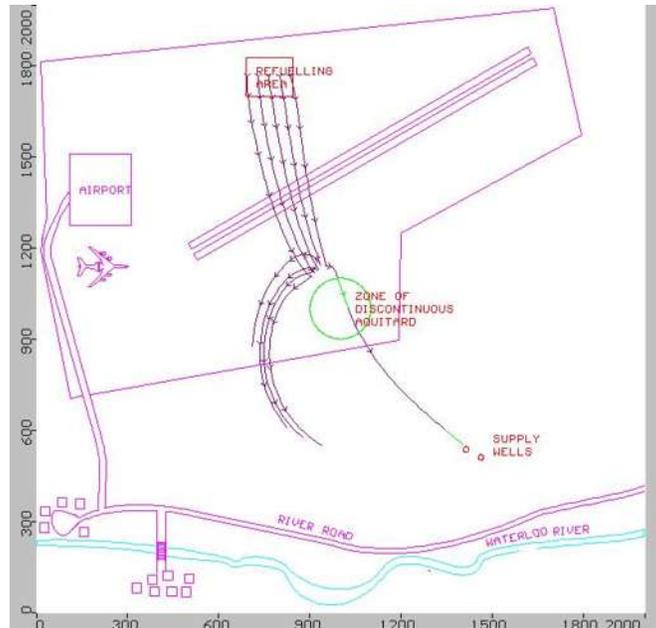


Figura 5.7. Trayectoria de la gasolina j-4

### 5.1.3 Concentración

En las siguientes imágenes vemos el recorrido horizontal que se tiene tras la filtración del soluto en el acuífero, además de que el recorrido de flujo subterráneo que se era de norte a sur, vemos como ayuda a la dispersión de éste.



Figura 5.8. Concentración para el día 730



Figura 5.9. Concentración para el día 2190

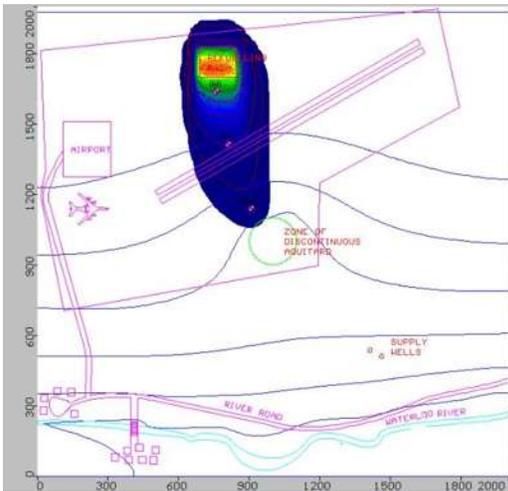


Figura 5.10. Concentración para el día 2960

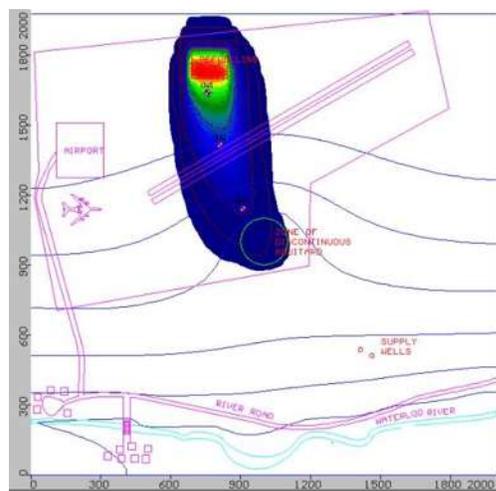


Figura 5.11. Concentración para el día 5475

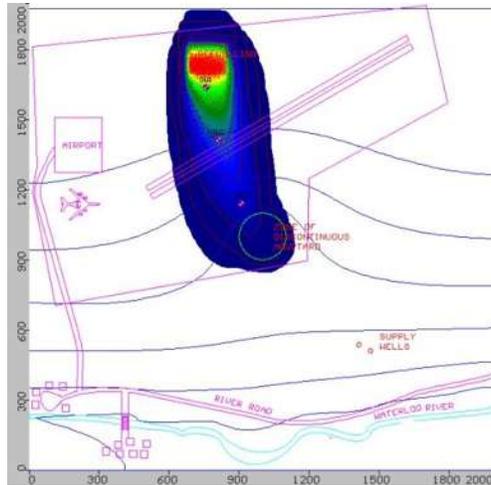


Figura 5.12 Concentración para el día 7300

La imagen de a continuación nos da una perspectiva de un corte, mostrándonos cómo aunque desde la parte de arriba no se aprecia el contaminante hace contacto con los pozos de extracción.

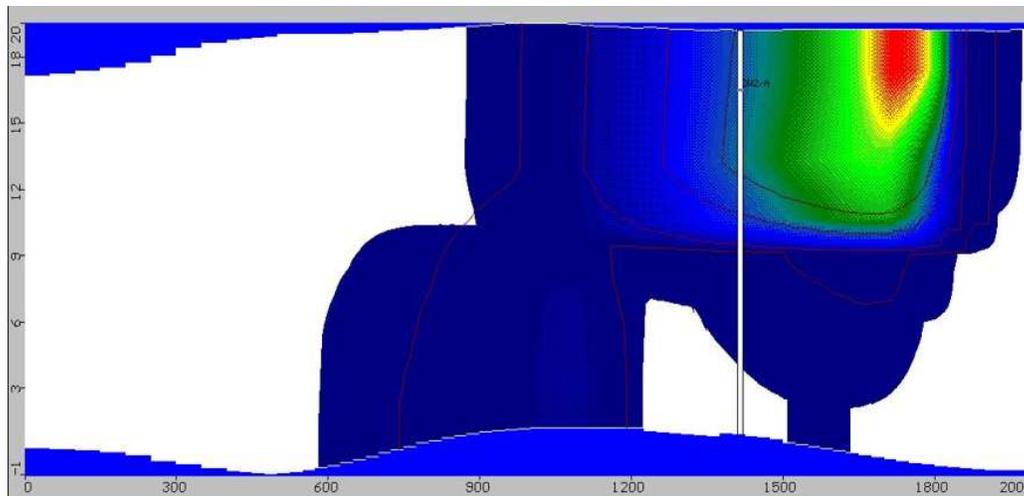


Figura 5.13 Concentración para el día 7300 en las columna 23

Las imágenes de a continuación, nos muestran mejor el trayecto que sucedió en los 20 años para que la gasolina j-4 llegará hasta los pozos que suministraban agua.

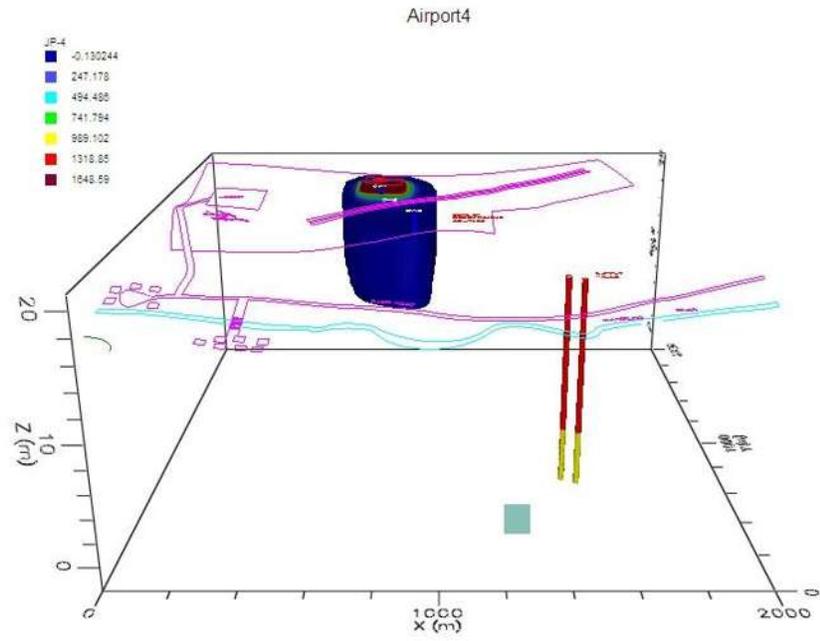


Figura 5.14. Concentración para el día 2373

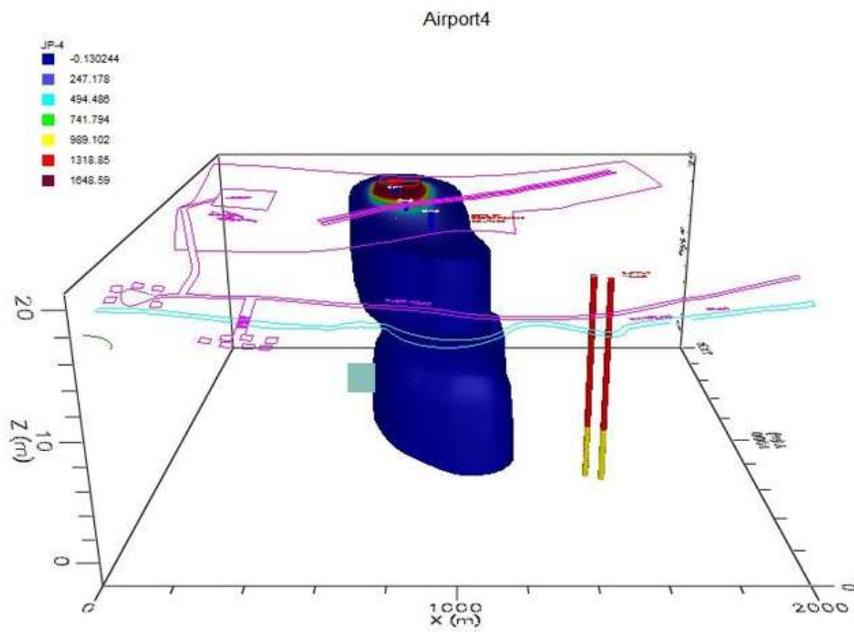


Figura 5.15. Concentración para el día 4672

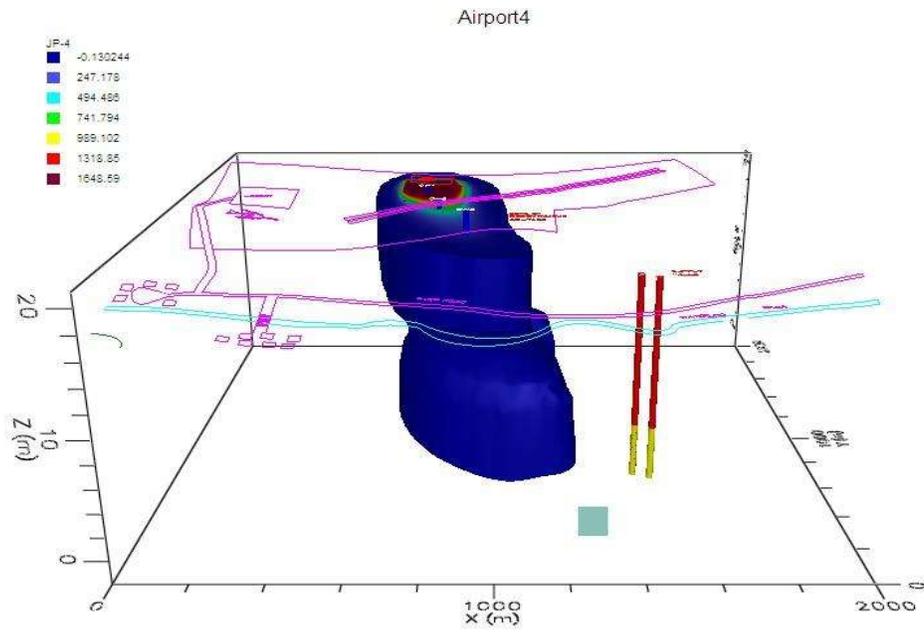


Figura 5.16. Concentración para el día 5329

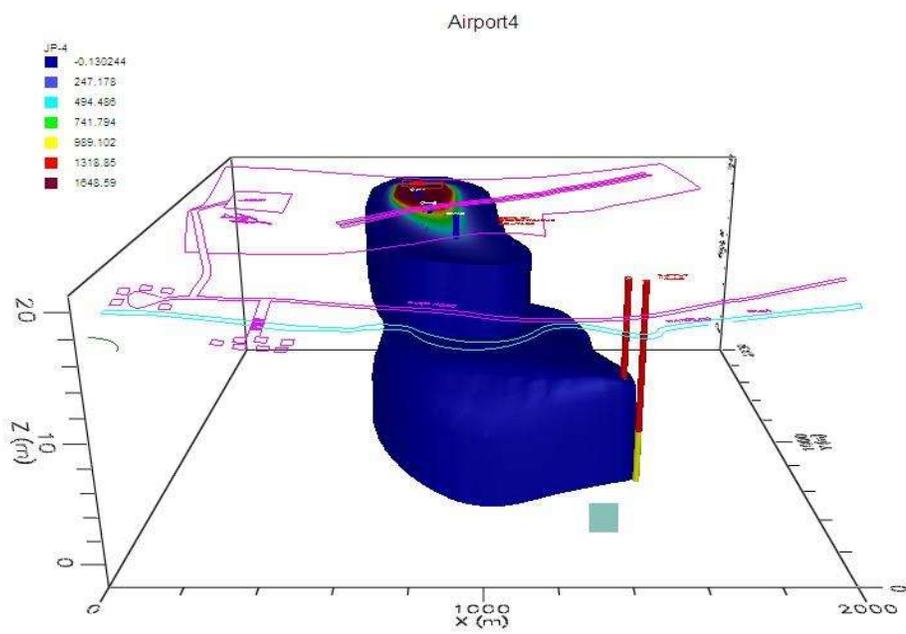


Figura 5.17. Concentración para el día 7300

## Conclusiones

Este modelo demuestra el potencial impacto de la contaminación del combustible en los pozos municipales de abastecimiento de agua. Además la modelación de la infiltración del contaminante bajo el aeropuerto de Waterloo se propagó en direcciones laterales por dispersión hidrodinámica

### 5.2 Caso de Transporte de solutos geotérmicos.

Dentro del área de la geotermia algo que se usa mucho son los pozos inyectoros que consiste en la reinyección de los líquidos obtenidos llamados salmuera, los cuales un alto contenido de sales debido a su composición natural, ésta es reinyectada para que el reservorio no pierda líquido y sea así reutilizado. Lo cual evitaría problemas relacionados con deficiencia de fluido para las turbinas del campo geotérmico.

Por lo que en éste caso se trata de ver el recorrido de la salmuera a través del acuífero.

Para esta modelación se tomaron como datos primero 4 capas, con distintas permeabilidades la superficial va con una mayor permeabilidad debido a que esta tiene material de un abanico aluvial.

Debido a que es un lugar donde llueve poco se tiene un valor de 100 (mm/año), con una evaporación de 2250 (mm/año), tomando en los pozos una concentración  $3.1 \times 10^{-7} \left[ \frac{L}{mg} \right]$

#### 5.2.1 Vectores

En las siguientes figuras se muestra el recorrido que existe en el acuífero, en la imagen se muestran los pozos de inyección B1, B2 y B3, los vectores de color morado son los vectores que van en sentido hacia el fondo de la capa y los que verde son los que van hacia la superficie de las capas. Como se aprecia en la

primera capa en general la trayectoria va hacia el fondo de las capas, en la segunda es un movimiento parecido a la primera, pero se ve la delimitación menos marcada debido a que en éste ya no hay tanta presencia del abanico aluvial y por último en la tercera se ve un movimiento más uniforme que va de la derecha hacia la izquierda lo cual se debe a las propiedades de conductividad de las capas.



Figura 5.18. Flujo de la primera capa

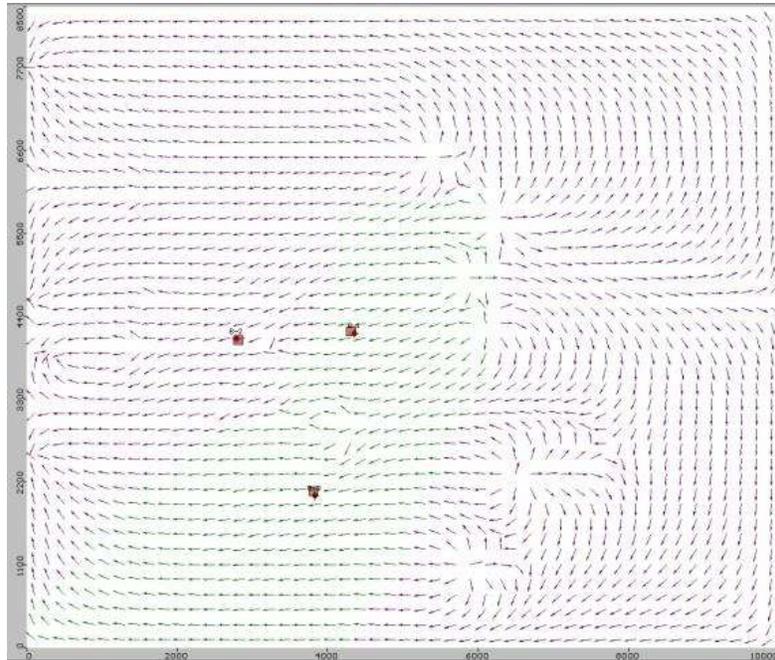


Figura 5.19 Flujo en la segunda capa

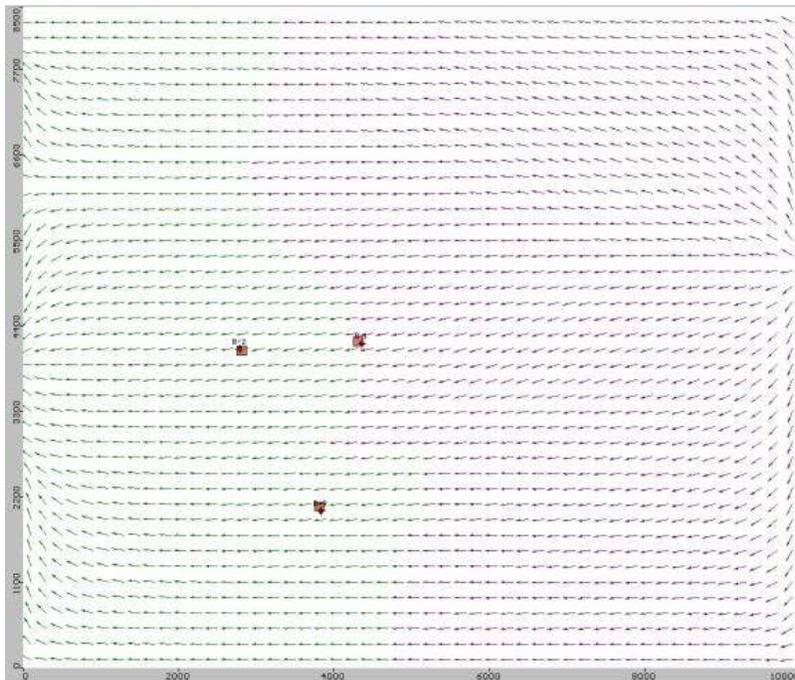


Figura 5.20. Flujo en la tercera capa

## 5.2.2 Trayectorias

En las siguientes imágenes se muestran las trayectorias de la salmuera, se puede ver como conforme pasa el tiempo en una primera instancia su movimiento es hacia la izquierda, lo cual se debe a que hay una mejor permeabilidad de ese lado por los abanicos aluviales. Posteriormente se puede ver que el movimiento del flujo al comienzo de la inyección se da hacia arriba lo cual se muestra con el color verde, después pasará a un color morado que muestra que cambia de trayectoria pues ahora va con un movimiento hacia el fondo de las capas.

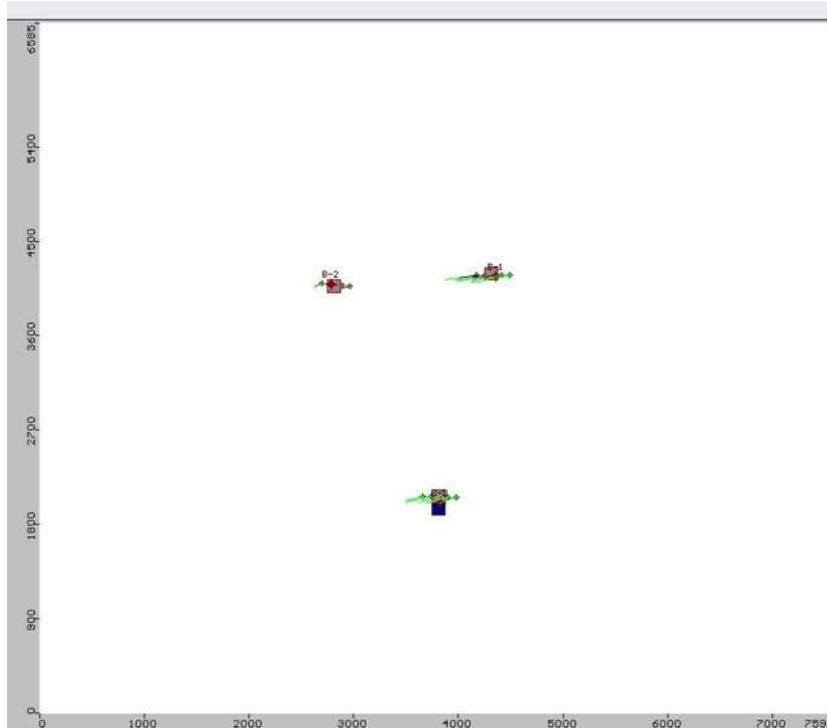


Figura 5.21 Trayectoria de la salmuera a día 91

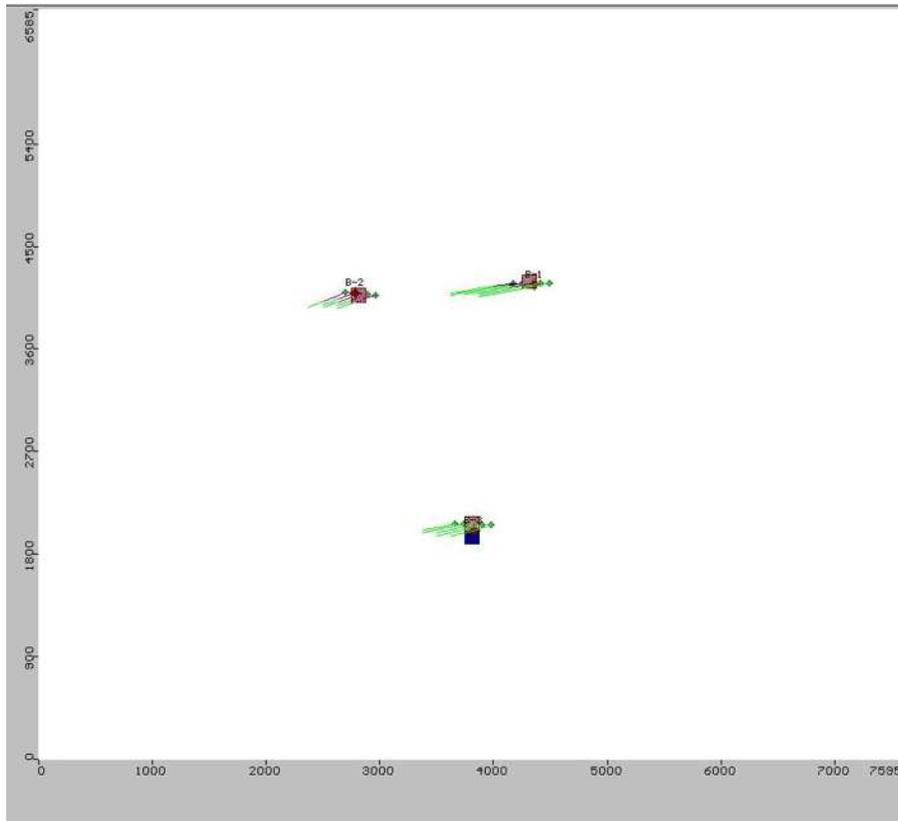


Figura 5.22. Trayectoria de la salmuer a día 181

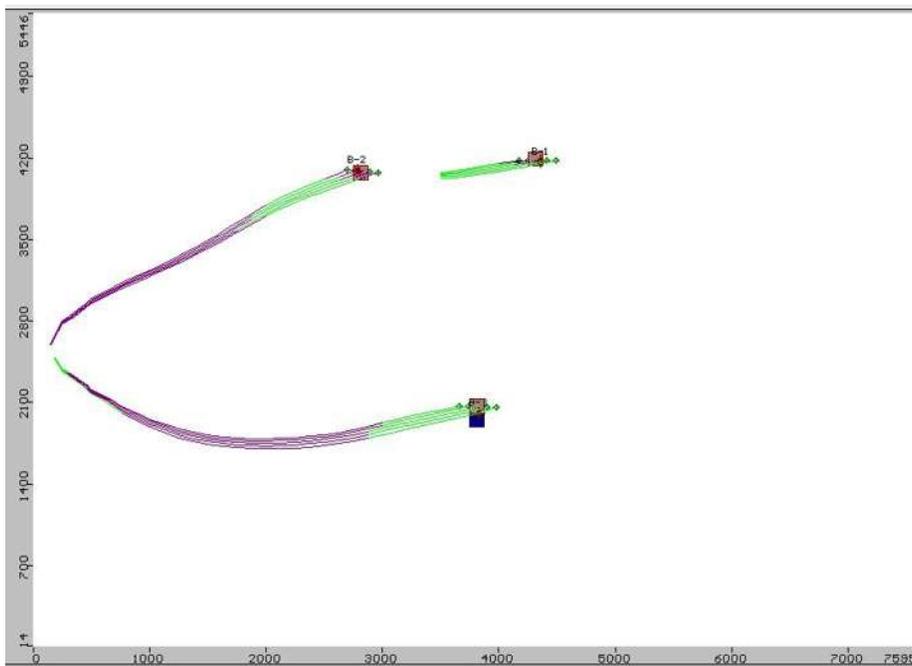


Figura 5.23. Trayectoria de la salmuer a día 369

A continuación una vista en 3D junto con los valores de concentración de las trayectorias.

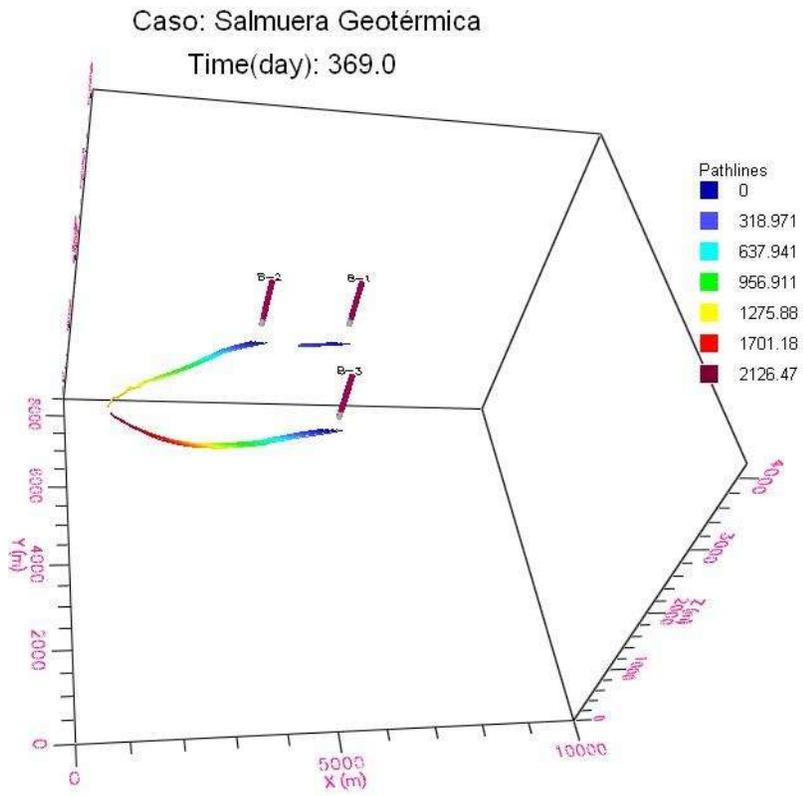


Figura 5.23. Trayectorias según su concentración

### 5.2.3. Concentración

Dentro de lo que mayor interés se le toma en la reinyección es ver la concentración ya que con esta podemos ver la alteración que puede presentar el reservorio y ver si realmente es recargado como se espera.

En éstas primera imágenes se muestra la concentración de la salmuera con una vista 2D acompañada de los vectores, para comprender mejor su transcurso con respecto a los tiempos 41, 164, 287y 369.

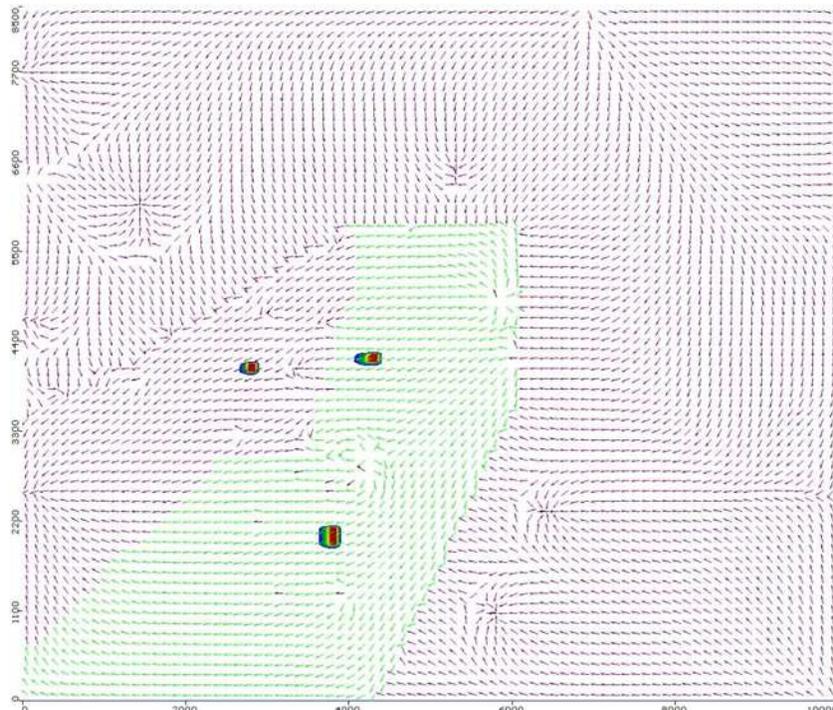


Figura 5.24. Concentración Salmuera para el día 41

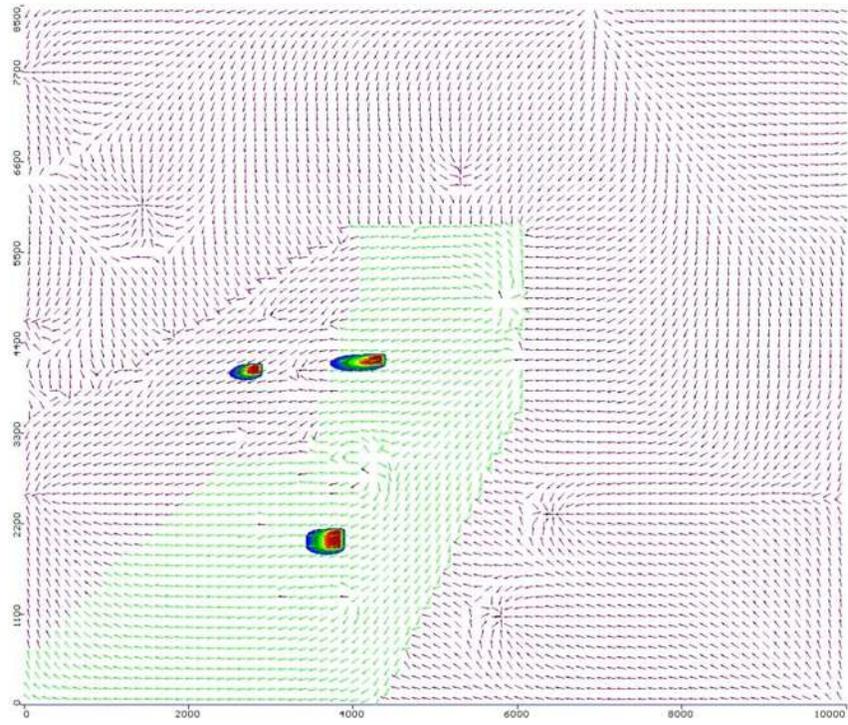


Figura 5.25. Concentración Salmuera para el día 164

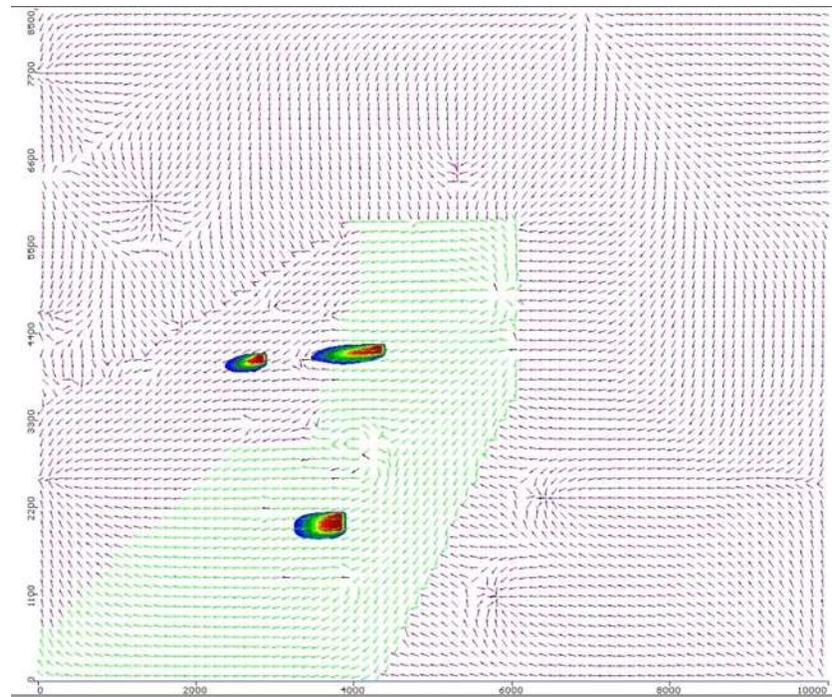


Figura 5.26. Concentración Salmuera para el día 287

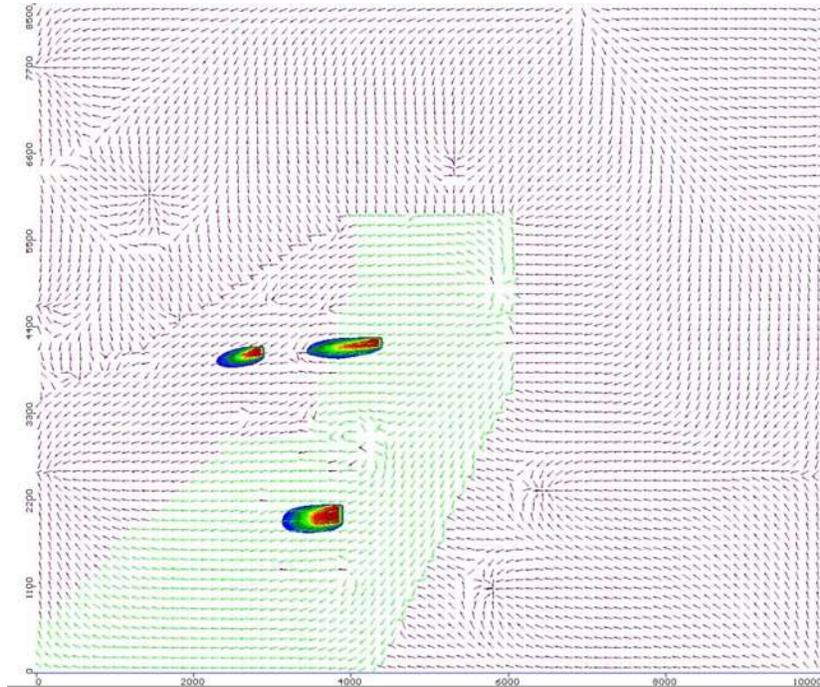


Figura 5.27 Concentración Salmuera para el día 369

A continuación se muestran unas imágenes de concentración usando la herramienta de 3D que posee Visual Modflow, si bien éstas primeras vistas son solo desde un panorama solo desde la superficie nos permite ver más específicamente los valores de la concentración para los días 1, 185 y 369.

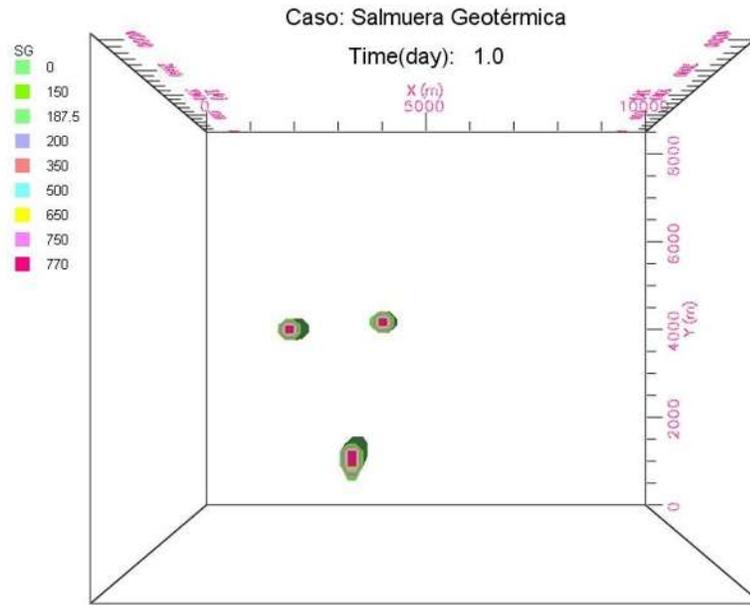


Figura 5.28. Concentración de Salmuera en el día 1

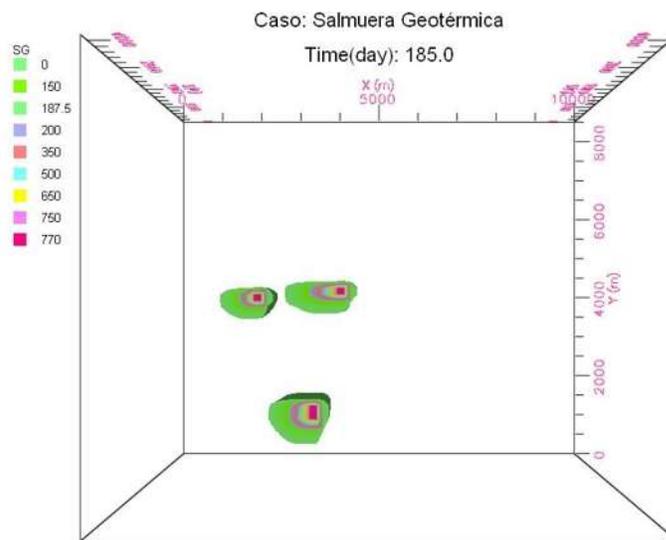


Figura 5.29. Concentración de Salmuera en el día 185

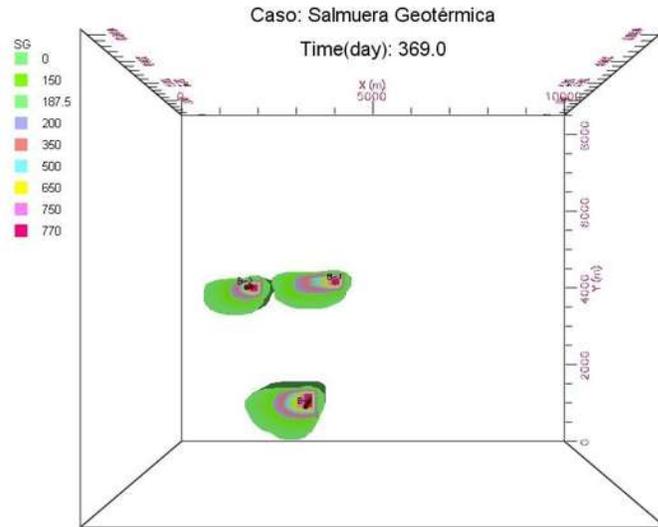


Figura 5.30 Concentración de Salmera en el día 369

A continuación se muestran imágenes de concentración pero vistas desde otro ángulo, además de poseer las distintas cargas para los días 185, 288 y 369.

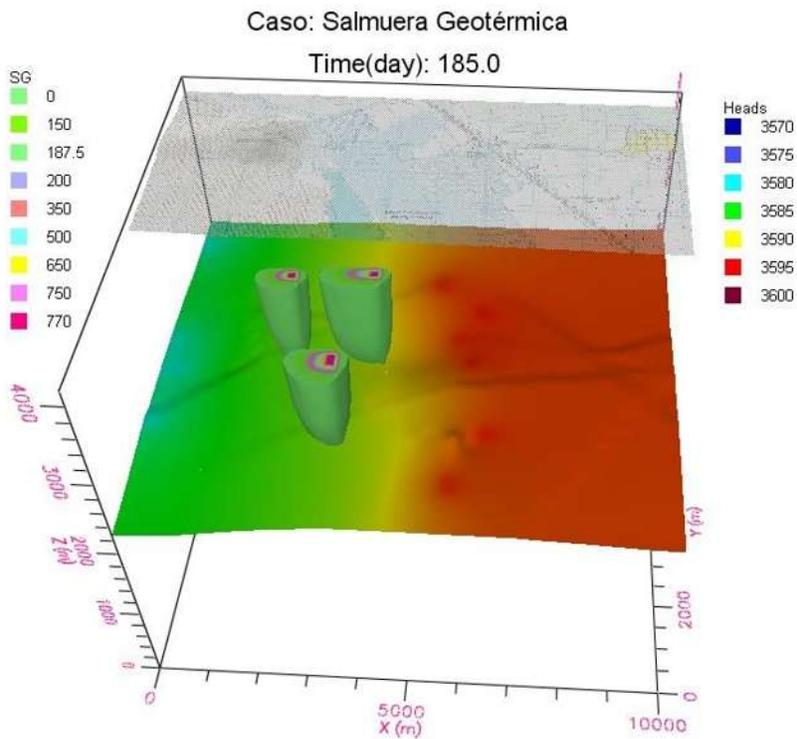


Figura 5.31 Concentración de Salmera y carga para el día 185

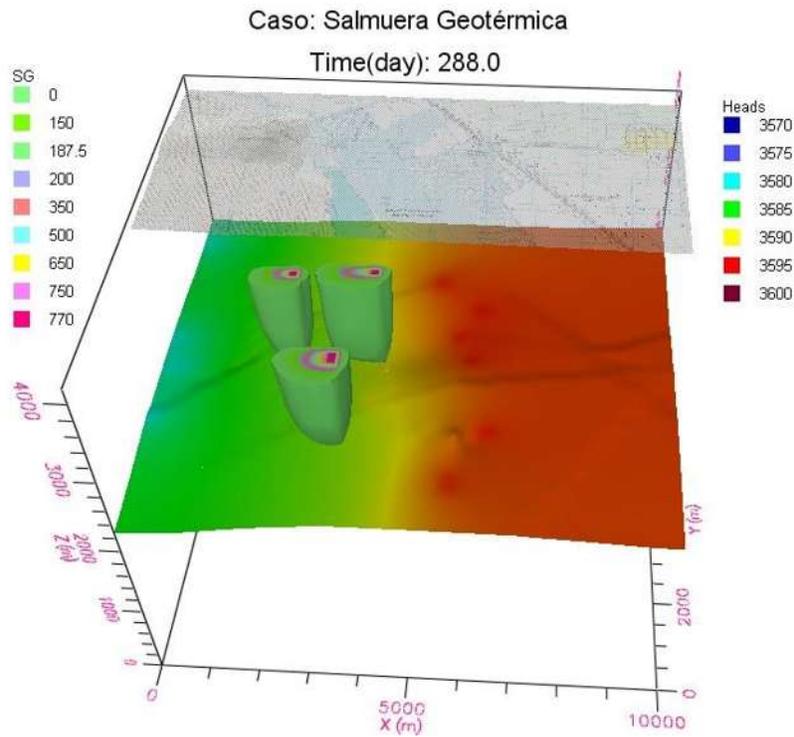


Figura 5.32 Concentración de Salmuera y carga para el día 288

## Conclusiones

En la imagen que se muestra a continuación reúne los valores de la concentración, las trayectorias y las cargas para el día 369 para éste caso de estudio, podemos ver como en esta se puede ver como la concentración si bien se dispersa de forma horizontal su movimiento lleva preferencia hacia el fondo de las capas, esto se debe a las características geológicas del lugar y sobre todo al efecto de la gravedad.

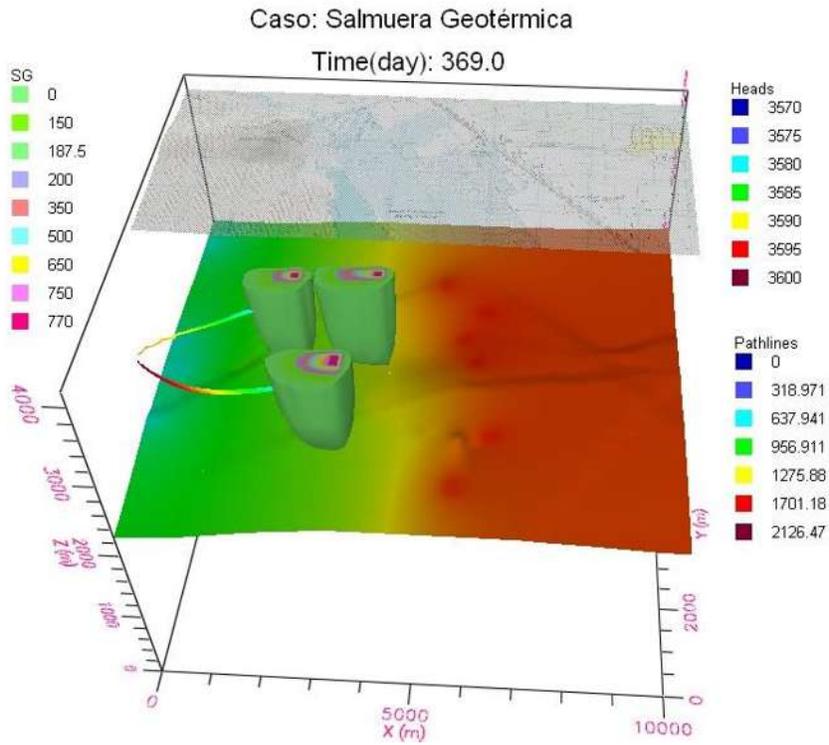


Figura 5.33. Concentración, trayectorias de la salmuera y carga en 3D

Ahora en esta imagen de corte transversal se puede apreciar de mejor forma el efecto de la gravedad en el transporte de solutos

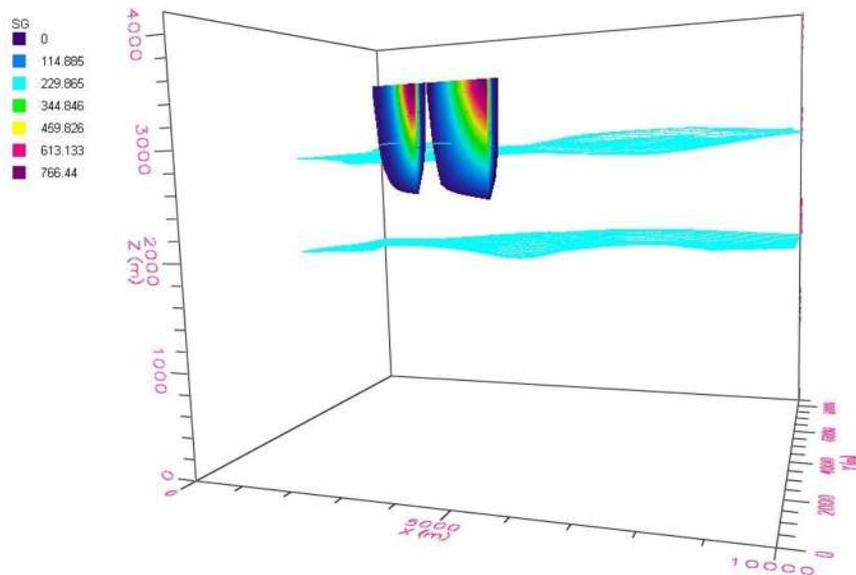


Figura 5.3. Corte del modelo que muestra la concentración de Salmuera

## REFERENCIAS

- ARLEN W. HARBAUGH, EDWARD R. BANTA, MARY C. HILL, AND MICHAEL G. MCDONALD, *The U.S. Geological Survey Modular Ground-Water Model— User Guide To Modularization MODFLOW Concepts And The Ground-Water Flow Process U.S. Geological Survey*, Open-File Report 00-92, 2000.
- AWWA, *Manual of Water Supply Practices M22*, 2003.
- CARLOS JAIME PRIETO BOLÍVA, *El agua. Sus formas, efectos, abastecimientos, usos, daños, control y ...* ecoe ediciones, 2004.
- CONAGUA, [http://www.imta.mx/index.php?option=com\\_content&view=article&id=181:agua-subterranea&catid=52:enciclopedia-del-agua&Itemid=80](http://www.imta.mx/index.php?option=com_content&view=article&id=181:agua-subterranea&catid=52:enciclopedia-del-agua&Itemid=80), 2007.
- CONAGUA. (Subdirección General de Programación. Elaborado a partir de datos de la Subdirección General Técnica).
- DRAZIN, PHILIP RILEY NORMAN, *The Navier-Stokes Equations: A Classification of Flows and Exact solutions*, Cambridge University Press, 2006 -C3.
- GERARDO HIRIART LE BERT, *Evaluación de la Energía Geotérmica en México*, Informe para el Banco Interamericano de Desarrollo y la Comisión Reguladora de Energía México, DF, mayo de 2011.
- GLEN O. BROWN, JÜRGEN D. GARBECHT, WILLI HAGER, 2003
- GLEN O. BROWN, JÜRGEN D. GARBECHT, WILLI HAGER, 2003 -C3
- GONZÁLEZ, *Ing. geológica*, Pearson Prentice Hall, 2004.
- JAUME POUS, *Energía Geotérmica*, 2004
- JULIÁN ADAME MIRANDA, *Potencial Nacional de las Energías Eólica y Geotérmica*, 2010.
- KLUTE AND DICKSON, *Hydraulic conductivity and diffusivity: laboratory methods. In: lute A (ed) Method of soils analysis, part 1*, pp 687-734. Madison, WE: Am. Soc. Agron, 1986.
- KRESIC, 2007.
- LLOPIS TRILLO GUILLERMO, *Guía de la energía Geotérmica*, 2008.
- LUNA ANDRADE MÓNICA AZUCENA, *Aplicación de un modelo de flujo de agua subterránea a la evaluación de recarga del acuífero en el valle de León, gto.*, 2011.
- MARTA DEL CARMEN PARÍS, MAG, GRACIELA VIVIANA ZUCARELLI MARI FERNANDA, *Conceptos hidrológicos básicos Red latinoamericana de desarrollo de capacidades para la gestión integrada del agua*, las miradas del agua, 2009.

- MICHAEL G. MCDONALD AND ARLEN W. HARBAUGH, *A Modular Three-Dimensional Finite-Difference Ground-Water Flow Model*, 1988.
- MUÑOZ RAFAEL, *Hidrología agroforestal*, 2005
- PROFESOR C. ESPINOZA SEMESTRE OTOÑO, <http://www.cec.uchile.cl/~ci51j/txt/Apuntes/Tema04.pdf> , PROPIEDADES FISICAS DEL AGUA SUBTERRANEA Y ACUIFEROS II CI51J Hidráulica de Aguas Subterráneas y Su Aprovechamiento, 2004.
- R.D. ARIZABALO Y G DIAZ, *La contaminación del agua subterránea y su transporte en medios porosos*, UNAM, 1991.
- TODD, 1923.