



UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO-MATEMÁTICAS

“MAT. LUIS MANUEL RIVERA GUTIÉRREZ”

**DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UN AMBIENTE TECNOLÓGICO PARA LA
ENSEÑANZA DEL ÁLGEBRA, EN PARTICULAR EL CASO DE LAS LEYES DE
EXPONENCIACIÓN**

Tesis

Para obtener el grado de

Licenciado en Ciencias Físico Matemáticas

Presenta

María Lourdes Pedroza Ceras

Asesor

Maestro en Ciencias Especialidad Educación Matemática Christian Morales
Ontiveros

Morelia, Michoacán, febrero de 2014

LA

DEDICATORIA

DE ESTA TESIS

SE DIVIDE

EN SIETE PARTES:

PARA MI MAMÁ,

PARA MI PAPÁ,

PARA ISA,

PARA RAÚL,

PARA MARGARITA,

PARA MI ASESOR,

Y PARA TI

SI SIGUES

LA LECTURA

DE ESTA TESIS

HASTA

EL FINAL.

ÍNDICE

PRESENTACIÓN.....	4
CAPÍTULO I. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	7
I. 1. INTRODUCCIÓN	7
I. 2. JUSTIFICACIÓN	9
I. 3. OBJETIVOS.....	13
I. 4. PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN.....	14
I. 5. METODOLOGÍA	16
CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO	18
II. 1. INTRODUCCIÓN	18
II. 2. FUNDAMENTOS METODOLÓGICOS PARA EL DISEÑO DE SOFTWARE EDUCATIVO.....	19
II. 3. LA ENSEÑANZA DEL ÁLGEBRA.....	26
II. 4. DISTINTAS FORMAS DE REPRESENTAR LOS OBJETOS MATEMÁTICOS, UN ASPECTO FUNDAMENTAL EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS	27
II. 5. AMBIENTES TECNOLÓGICOS PARA EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS	30
CAPÍTULO III. NÚMEROS EN POTENCIA.....	32
III. 1. IMPORTANCIA DE LAS LEYES DE LOS EXPONENTES.....	32
III. 2. LAS LEYES DE LOS EXPONENTES	34
III. 3. EXPONENTE RACIONAL.....	37
CAPÍTULO IV. DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DEL SOFTWARE.....	40
IV.1 DESARROLLO DE SOFTWARE	40
IV.2 UNA PRIMERA APLICACIÓN	41
IV.3 PROTOTIPOS EN PAPEL.....	42
CAPÍTULO V. DESCRIPCIÓN DE LA APLICACIÓN	47
V.1 FUNCIONAMIENTO DE LA APLICACIÓN	48
V.2 ANÁLISIS DEL CÓDIGO	53
CAPÍTULO VI. CONCLUSIONES	62
BIBLIOGRAFÍA.....	65
ANEXO 1.....	67
ANEXO 2.....	68

Resumen

El álgebra es de suma importancia para los modelos matemáticos en casi cualquier ciencia, por lo cual constituye una materia obligada en la curricula básica de los programas de estudio de los niveles básicos, medio superior y superior. Sin embargo, algunos reportes indican fallas en el aprendizaje del álgebra y por ello es uno de los problemas que más preocupa a la comunidad educativa.

En el álgebra uno de los temas obligados a tratar es el de las leyes de exponenciación, es por ello que pensando en los estudiantes que tienen dificultades, hemos desarrollado un Software Educativo que hemos denominado DineXponentes, el cual ha sido programado en su totalidad en un lenguaje de programación orientado a objetos, donde se han cuidado los aspectos tanto didácticos como computacionales.

Para el desarrollo del software se toma en cuenta la base teórica de las representaciones semióticas de Duval (1999), con la idea de ayudar al estudiante a transitar de la memorización de reglas exponenciales a la comprensión de que los números se pueden representar de muchas otras formas, para transitar de la representación numérica a la representación simbólica de una forma completamente dinámica e interactiva, que solo puede lograrse haciendo uso de la tecnología computacional.

Abstract

Algebra is very important to mathematical models in almost any science, so it is an obligatory subject in the curricula of basic levels, upper middle and upper. However, some reports indicate failures in learning algebra and this is one of the issues of greatest concern to the educational community.

In algebra one obligatory topic to deal with is the laws of exponentiation, that is why thinking about students that have difficulties, we have developed an educational software that we have called DineXponentes, which has been programmed entirely in programming language, object-oriented, which are care both educational and computational aspects.

For software development we consider the theoretical basis of semiotic representations of Duval (1999), with the idea of helping the students to move from memorizing exponential rules to compression that numbers can be represented in many other forms, to move from the numerical representation to the symbolic representation in a completely dynamic and interactive way, which can only be achieved using computer technology.

Palabras clave: Álgebra, Tecnología, Ambientes de aprendizaje.

PRESENTACIÓN

El aprendizaje de las leyes de exponenciación es uno de los puntos medulares en la asignatura de matemáticas, tanto en los estudios básicos de secundaria como en los estudios medio superior y superior; ya que su aplicación es muy importante en diversos contenidos de matemáticas. Sin embargo este tema en particular es uno de los más difíciles de entender por parte de algunos estudiantes; pues muchas veces o no son resueltas sus dudas, o simplemente prefieren no dar a conocer abiertamente que tienen dudas y que en sus estudios posteriores arrastran estas dificultades al plantear y resolver algún problema relacionado, en el que se requiera hacer uso de las reglas básicas de exponenciación.

Generalmente el estudio y aprendizaje de las leyes de exponenciación se basa en imitar la práctica de ejercicios, lo cual promueve un aprendizaje memorístico y que muchas veces no suele ser significativo. Este tipo de aprendizaje contribuye poco, y en ciertos casos, de manera negativa a la formación matemática de los estudiantes.

Cuando los estudiantes tienen la oportunidad de interactuar con objetos matemáticos tales como geométricos, simbólicos o numéricos su aprendizaje se transforma en un proceso investigativo en el que la exploración, el descubrimiento y el planteamiento de conjeturas juegan un papel más relevante.

En este sentido, una de las herramientas que mejor facilitan promover la exploración y hacer ambientes dinámicos en los cuales se pueden manipular de manera interactiva y constructiva a objetos matemáticos, son el uso de aplicaciones por computadora. Sin embargo, es necesario que se desarrollen aplicaciones más especializadas que puedan promover en el estudiante una mejor comprensión de los objetos matemáticos a estudiar, y que de manera visual provea la interacción individual, la discusión de resultados y diferencias, así como el análisis y autocorrección de los errores.

En este documento presentamos los resultados de un trabajo de investigación encaminado al desarrollo de software educativo en el área de las matemáticas así como

de la creación e implementación de algoritmos computacionales aplicados a la manipulación de objetos matemáticos.

Este trabajo se realiza bajo la visión de buscar mejores alternativas de enseñanza para el álgebra tanto en secundaria como en bachillerato. Se delinea la problemática general así como la metodología utilizada para el desarrollo del software y algunos de los resultados principalmente técnicos realizados a un grupo de estudiantes.

CAPÍTULO I

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

I. 1. INTRODUCCIÓN

Alrededor del mundo se ha reconocido que la educación en el futuro debe estar orientada a que el estudiante aprenda a pensar de forma independiente; a juzgar por sí mismo, basado en sus creencias y valores, así como en la información que recibe de las diferentes fuentes de información que todo individuo tiene. La educación en la cual se memorizaban las cosas ya quedó atrás. Hoy en día tenemos información al alcance de cualquier persona, incluso esta puede ser inconsistente, caduca, sesgada, falsa o trivial; la cual debiera ser filtrada y procesada por cualquier individuo de nuestra sociedad. En este contexto, las computadoras son hoy en día, las herramientas de trabajo y consulta en este proceso.

El incremento en el uso de los medios tecnológicos en general y de la computadora en la educación matemática en particular, ha ayudado a que las matemáticas sean una de las disciplinas más ligadas al desarrollo tecnológico y a su vez en una importante área de estudio.

En los últimos 30 años se han desarrollado una cantidad innumerable de investigaciones acerca del uso de tecnología en la clase de matemáticas en prácticamente todo el mundo (Lagrange, 2003), hecho que ha repercutido en la inserción del uso de tecnología como aspecto obligatorio del curriculum formal de diversos niveles educativos en nuestro país (SEP, 2006).

La tecnología puede brindar múltiples experiencias a los estudiantes en tareas y procesos de carácter experimental como son: ensayar, reconfigurar, conjeturar, y descubrir; lo cual permite que puedan adentrarse en procesos de resolución de problemas matemáticos, desarrollando actividades semejantes a las de los matemáticos (Thomas & Holton, 2003).

La problemática que se presenta en la enseñanza y aprendizaje del álgebra ha motivado a que algunos profesores busquen alternativas y recursos didácticos para su enseñanza con el fin de facilitar su aprendizaje. Hershkowitz (2002) sugiere que la tecnología en la enseñanza del álgebra debe apoyar a los alumnos en el desarrollo de procesos de generalización, matematización, y comunicación.

En particular, la asignatura de Matemáticas II a nivel secundaria así como la asignatura de Matemáticas I del bachillerato de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo (Anexo 1 y Anexo 2 respectivamente), incluye contenidos que pueden ser explorados utilizando recursos tecnológicos específicos.

En las dos asignaturas anteriores se incluyen el estudio de las leyes de exponenciación y es precisamente la generalización simbólica uno de los principales desafíos que se tiene en la enseñanza y aprendizaje del álgebra, ya que transitar la barrera entre la aritmética básica y la simbolización implica severas dificultades para algunos estudiantes. En este sentido, se pudiera decir que tal vez algunas de las dificultades asociadas a este fenómeno pudieran ser, la forma tradicionalista de ver esos conceptos en el aula, y es por ello, que una alternativa a estas es la utilización de software educativo como una herramienta que haga posible dar un tratamiento fenomenológico a los conceptos matemáticos.

Sin embargo, la inclusión de la tecnología computacional en el proceso de enseñanza aprendizaje requiere del uso de software especializado, tanto en aspectos didácticos como en aspectos computacionales (Clements & Battista, 2000).

Es por ello, que un diseño efectivo de software educativo debe estar basado en modelos de aprendizaje que puedan ser articulados en un ambiente tecnológico. Por otra parte, desde un punto de vista computacional, su implementación debe estar libre de errores computacionales; los cuales con frecuencia están asociados a las limitaciones de las computadoras para realizar algunos procesos matemáticos.

I. 2. JUSTIFICACIÓN

Como bien es sabido, el álgebra es una herramienta muy poderosa en la resolución de problemas matemáticos, es por ello que el dominio de sus conceptos básicos se hace esencial para que los estudiantes puedan aplicarlos en las diferentes circunstancias que se le presenten; sin embargo algunos estudiantes manifiestan ciertas dificultades de aprendizaje en el álgebra, las cuales se deben a muchos factores entre los que destacan principalmente, la pobre asimilación de los conceptos básicos y sus aplicaciones. En este sentido, la enseñanza tradicional juega un papel trascendente, ya que la metodología generalmente usada impone cierta memorización de reglas y su aplicación a través de una serie de repeticiones con diferentes ejercicios, e incluso en algunos casos, hasta los profesores abarcan toda una sesión de clase para argumentar y repetir esas reglas, que para los estudiantes son totalmente ajenas y sin sentido. Aunque esto no implica que la enseñanza basada en resolución de problemas sea mala, pero que si es trascendente principalmente para los estudiantes que no logran asimilar de manera tradicional los conceptos matemáticos.

Algunos errores muy comunes en secundaria, al tratar de utilizar las leyes de los exponentes de manera algebraica o aritmética, se tienen los siguientes ejemplos:

Multiplicar directamente el exponente con la base:

$$5^2 = 10$$

No tener cuidado con los signos:

$$(-3)^2 = -9$$

$$(-3)^3 = 27$$

En los cocientes, aplicar el exponente solo al numerador.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{3}$$

Aplicar el exponente solo a las literales y no a las constantes:

$$(3x)^2 = 3x^2$$

Aplicar la propiedad distributiva:

$$(x - 7)^2 = x^2 - 7^2$$

Sin embargo estos y otros errores se pueden arrastrar hasta la preparatoria e incluso en algunos casos hasta al nivel de licenciatura.

3a $y = x^2 \sqrt[3]{x^2}$
 $y = x^2 (x^{2/3})$
 $y = x^{8/3} = \frac{8}{3} x^{2/3}$

3b $y = x^2 \sqrt[3]{x^2}$
 $y' = (x^2) \cdot x^{2/3}$
 $y' = 2x \cdot \frac{2}{3} x^{1/3}$
 $y' = 2x \cdot \frac{2}{3x^{1/3}}$
 $y' = \frac{4x}{3x^{1/3}}$

Figura 1. Ejemplo de errores comunes; en ambos casos se pide derivar, sin embargo la cuestión algebraica no es correcta.

b)

$$y = \frac{x^3}{a^2 \sqrt{a^2 + x^2}}$$

$$y = \frac{x^3}{a^2 (a^2 + x^2)^{1/2}}$$

$$y = \frac{x^3}{(a^4 + a^2 x^2)^{1/2}}$$

$$y = (x^3) (a^4 + a^2 x^2)^{1/2}$$

$$y = (x^3 a^4 + x^3 a^2 x^2)^{1/2}$$

$$y = \frac{2x^3 a^4 a^2 x^2}{2}$$

$$y = \frac{x^5 + x^3 a^4 a^2}{2}$$

Figura 2. En el denominador el estudiante hace la multiplicación de los elementos sin considerar que existe otro elemento elevado a otra potencia.

Ante la problemática descrita anteriormente se podrían discutir algunas posibles causas que pueden estar inmersas en la problemática de la enseñanza de las matemáticas, particularmente del álgebra, las cuales pudieran ser: las metodologías de enseñanza de las matemáticas, las dificultades de las matemáticas en sí mismas, y por que no, la falta de motivación por aprender matemáticas por parte de los estudiantes.

Sin embargo, la propuesta de esta investigación va dirigida en hacer uso de la tecnología computacional para la enseñanza de las matemáticas particularmente de la enseñanza de las leyes de exponenciación, a través del uso de software educativo especializado. Sin embargo, son pocas las aplicaciones que existen en ese sentido, y es por ello, que se hace necesario el diseño y desarrollo de nuevas aplicaciones más adecuadas; tanto para que los profesores cuenten con más herramientas de enseñanza, como los estudiantes cuenten con mayores herramientas de aprendizaje.

Es por ello, que en el presente trabajo se muestra una propuesta de software

educativo especializada, desarrollada y diseñada para aquellos estudiantes que no logran tener la habilidad para memorizar reglas, que no logran pasar de una representación numérica a una representación simbólica y que muchas veces estos estudiantes son los que arrastran dificultades y dudas en otras materias diferentes al álgebra.

I. 3. OBJETIVOS

- El presente trabajo consistirá en el diseño y creación de un software educativo para la enseñanza y el aprendizaje de las leyes de exponenciación en la asignatura del álgebra tanto en secundaria o bachillerato, desarrollándose en el lenguaje de programación Java.

- Se diseñarán los aspectos de manipulación y navegación así como los aspectos didácticos de las actividades abordadas con el software.

- Se diseñarán y desarrollaran todos los métodos de interacción con los objetos matemáticos necesarios para las actividades del software.

- Realizar pruebas técnicas de la estabilidad del software.

I. 4. PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN

1.- ¿Qué características básicas requieren los objetos en el software, particularmente para el álgebra, para una manipulación dinámica y que representen los conceptos didácticos que complican el aprendizaje de las leyes de exponenciación?

Consideramos ésta como una pregunta fundamental en el desarrollo del software educativo a desarrollar, ya que para poder implementar en el software una ruta de aprendizaje, es necesario no desvirtuar los conceptos aritméticos sino más bien darles sentido. Sumado a esto, también es necesario contar con algoritmos eficientes libres de errores, que permitan al usuario manipular y no distraer de los objetivos de aprendizaje planteados.

2.- ¿Qué potencial ofrece el software para promover el desarrollo de ideas matemáticas en el aprendizaje de las leyes de exponenciación?

De acuerdo a la metodología utilizada para desarrollar este trabajo, una tarea fundamental para el diseño de cualquier software educativo es identificar los propósitos que se pretenden favorecer en el software.

En este sentido, consideramos que ésta es una pregunta interesante y fundamental para cuya respuesta se requiere hacer un análisis y selección de actividades y tareas basadas en los contenidos curriculares de las asignaturas del álgebra; que nos permitan lograr aquellos propósitos fundamentales de ese curso, en los que la tecnología puede lograr un papel importante.

3.- ¿Qué dificultades, técnicas y de coherencia entre acciones y objetos se presentaron en el software?

El software diseñado fue sometido a una evaluación técnica en una primera fase. De lo cual, se esperaba observar principalmente si la manipulación de los objetos era incomprensible, si el software es de fácil manejo, y si en ciertos entornos computacionales

el rendimiento e interacción de todos los métodos utilizados eran óptimos. Para en su caso, rediseñar e implementar aquellas acciones y objetos que resultase necesarios.

I. 5. METODOLOGÍA

Con el fin de dar respuesta a las preguntas de investigación y alcanzar los objetivos señalados, se utilizó como base la metodología sugerida por Clements y Battista (2000) para el diseño de software educativo. Si bien esta metodología es de carácter clínico, en el sentido de que implica un proceso continuo de evaluación y rediseño del software en construcción, en el presente trabajo se tomó en cuenta solamente la primera etapa cíclica de construcción, correspondiente a las siguientes fases:

1. Identificar los propósitos iniciales que se persiguen con el desarrollo del software. Entre ellos, la identificación del área de las matemáticas a desarrollar, la actividad matemática que realizan los estudiantes en esa área, los contenidos que se sugieren en diferentes propuestas curriculares y los propósitos que se persigue lograr.

2. Construcción de un modelo de aprendizaje de los estudiantes en el área de las matemáticas a desarrollar. En esta fase se recopilan y analizan los resultados de diferentes investigaciones con relación al aprendizaje de los conceptos del área; entre ellos, se deberán identificar diferentes concepciones, estrategias e ideas intuitivas utilizadas para resolver problemas.

3. Creación de un diseño inicial tanto del software como de las actividades de aprendizaje. En esta etapa se desarrolla el diseño del software tomando como base los propósitos y los resultados de la investigación descritos en las fases anteriores. Se implementa un prototipo del mismo y se desarrollan actividades basadas en el software.

4. Evaluación de los componentes del prototipo. En esta etapa de evaluación se prueban los componentes con un número reducido de estudiantes. Se trata de evaluar si los estudiantes son capaces de controlar las herramientas del software, y si pueden interpretar y entender las actividades que se les piden.

Además la metodología sugiere que el software debe someterse a otras etapas de evaluación, relacionadas con los modelos de aprendizaje de los estudiantes y el currículo del área que se pretende desarrollar. Por las características de este trabajo, estas etapas de evaluación serán omitidas, ya que requieren de periodos más largos de tiempo.

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

II. 1. INTRODUCCIÓN

Este capítulo contiene la revisión de literatura relevante para el presente trabajo, incluyendo algunos resultados de investigación publicados que están relacionados con el uso y diseño de software para la educación matemática.

La primera sección comprende una revisión del marco metodológico utilizado como base para el diseño y desarrollo de los algoritmos y del software objeto del trabajo.

Utilizando como base éste modelo, la segunda sección incluye un análisis de resultados de investigación relacionados con la enseñanza del álgebra en particular. Incluye también una descripción de los planes de estudio del curso de Matemáticas de la secundaria y de Matemáticas I del bachillerato de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo; medio escolar donde se pretende implementar el software propuesto en este trabajo, identificando aquellos aspectos curriculares en donde resultaría importante el uso de la tecnología.

En la tercera sección se incluye una descripción de lo que se entenderá por representación matemática y la definición de los elementos básicos relacionados con el uso de representaciones de acuerdo con la teoría de Duval (1993, 1995, 2004).

En la última sección se incluyen diferentes resultados de investigación relacionados con las ventajas y desventajas que se han presentado al usar la tecnología computacional para el aprendizaje de las matemáticas, tanto a nivel teórico como a nivel de implementación de dicha herramienta.

II. 2. FUNDAMENTOS METODOLÓGICOS PARA EL DISEÑO DE SOFTWARE EDUCATIVO

No hay duda de que la tecnología puede tener un impacto importante en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Sin embargo, la mayoría de las veces las industrias encargadas de producir y diseñar software educativo no cuentan con los elementos didácticos que les permitan producir software educativo efectivo (Clements & Battista, 2000), en el sentido tanto pedagógico como computacional. En este apartado, se incluye el modelo metodológico propuesto por Clements y Battista (2000) que guió el desarrollo del presente trabajo, relativo a la integración de los resultados de la investigación en educación matemática en el desarrollo de software que pueda ayudar a aprovechar el potencial de la tecnología en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

El diseño e implementación de software comercial generalmente pasa por una serie de etapas de diseño, construcción y prueba, que tienen como meta el generar productos eficientes y útiles para tareas que pueden ser muy específicas o más generales. En la mayoría de estos casos, es raro que se realicen ensayos con los usuarios finales para probar la utilidad real de los productos; el tipo de pruebas realizadas son de carácter técnico y consisten en tratar de detectar errores o posibles caídas de los sistemas de cómputo (los cuales conllevan a considerar a un software como de baja calidad). En ocasiones se cuenta con una prueba formativa mínima mediante los productos “beta”; sin embargo, este proceso generalmente lleva a cambios mínimos en los productos debido a que se dispone de un tiempo y recursos limitados, llevando a dichas pruebas a ser de carácter acumulativo en lugar de formativo (Schauble, 1990).

La mayoría de las investigaciones relacionadas con el diseño de software en la educación, han utilizado diseños cuantitativos en los que el aprendizaje se mide a través de resultados estadísticos arrojados por la calificación “correcto” o “incorrecto” producida por el software. Son pocos los que se rediseñan y reconfiguran como resultado de una investigación profunda con relación a su verdadero potencial educativo.

Por otro lado, es importante que el diseño de software se fundamente sobre una base teórica que incluya tanto enfoques de aprendizaje como aquellos relacionados con la construcción de algoritmos eficientes.

El diseño de software educativo debe tener un fundamento teórico explícito y empírico; además, debe interactuar con el desarrollo de la teoría y la investigación con el fin de alcanzar el ideal de examinar una teoría a través del software. Para que pueda contribuir al desarrollo de la educación matemática, tanto en el ámbito de la práctica educativa como en el desarrollo teórico y de investigación, el diseño e implementación de software educativo debe tomar en cuenta ciertas consideraciones y proceder en diferentes etapas que permitan aprovechar el potencial de la computadora para apoyar a la educación matemática.

La enseñanza y el aprendizaje a través de ambientes tecnológicos interactivos requieren un examen de los productos y procesos de aprendizaje, así como una variedad de transacciones sociales relevantes, lo cual es un proceso complejo que necesita del uso de múltiples metodologías (Clements & Sarama 1995; Thompson, 1992).

El modelo y diseño metodológico utilizado implica fases recursivas y lineales. Se comienza con el bosquejo de valores iniciales y objetivos educativos, y finaliza con una etapa de implementación en los salones de clase. Enseguida se describen con precisión estas etapas.

Fase 1. Bosquejo de los objetivos iniciales

Ésta fase consiste en identificar una problemática en el campo de las matemáticas; tomando en consideración que dicha situación, debe contribuir significativamente en la formación matemática de los estudiantes y así mismo, debe favorecer el desarrollo de la investigación y la teoría.

Se recomienda analizar diferentes propuestas de la reforma educativa, así como aspectos socioculturales y técnicos, ya que se espera que los usuarios finales sean estudiantes que puedan participar en investigaciones de campo.

Esta es una de las fases más importantes en el proceso de desarrollo de software educativo, ya que puede hacer la diferencia entre un software tecnocentrista, producto de un diseño en el que la computadora juega el papel principal, en contraposición al software que toma en cuenta aspectos relativos a la cultura de la clase, a las actividades curriculares y a los procesos de aprendizaje del contenido matemático.

El resultado de esta fase metodológica, consiste en la descripción de la problemática que será objeto de estudio para ayudar a los estudiantes a aprender procesos y conceptos matemáticos importantes, independientemente si se usa o no un ambiente tecnológico (Lehrer, 1995, citado por Clements & Battista, 2000).

Fase 2. Construcción de un modelo explícito del conocimiento y aprendizaje de los estudiantes, en el ámbito de los objetivos de la fase 1

Este paso consiste en construir un modelo de aprendizaje para los estudiantes, que sea suficientemente explícito para describir el proceso de construcción de los conceptos matemáticos. El modelo puede ser obtenido de resultados de investigaciones anteriores, aunque no se ajuste del todo a las necesidades del diseño del software. En este caso, es conveniente desarrollar y utilizar algunos métodos complementarios de información como entrevistas clínicas y observaciones de trabajo de campo que permitan valorar el conocimiento matemático, las ideas y estrategias utilizadas por los estudiantes para resolver problemas. Es conveniente propiciar un ambiente relajado en el que los estudiantes puedan expresar lo que están pensando.

Así mismo, si el uso del software requiere de la utilización de actividades adicionales en lápiz y papel, éstas también deberán ser evaluadas respecto a la conveniencia de los problemas propuestos. Los modelos mentales de los estudiantes, documentados por el investigador, deben guiar el diseño de las actividades.

El resultado final de esta fase debe ser un modelo hipotético explícito del aprendizaje de los estudiantes sobre los contenidos matemáticos involucrados. El uso constante de este modelo nos permitirá conectar con las siguientes fases.

Fase 3. Crear un diseño inicial del software y de las actividades

Corresponde a ésta fase el diseño del software que puede estar basado en diferentes enfoques e incluir:

- La construcción de sistemas basados en micromundos o ambientes de aprendizaje interactivos basados en el uso de computadoras (Papert, 1982); es decir, dominios en los que los estudiantes pueden explorar y aprender simultáneamente (Holyes & Noss, 2003).
- Diseño de herramientas cognitivas, es decir, generar programas que permitan utilizar a la computadora como un instrumento para facilitar el desarrollo de tipos específicos de procesos cognitivos.
- Generación de simulación de fenómenos.
- Construcción de lenguajes de programación y especializaciones de los mismos.
- Escritura de componentes modulares que puedan representar cualquiera de estos tipos.

Con base en el modelo de aprendizaje generado en la fase 2, se diseña un primer modelo para describir los objetos que podrían constituir el ambiente del software y las acciones que pueden realizarse con ellos, tratando de reflejar la actividad de los estudiantes. El diseño también describe la forma en que se accede a las acciones.

El diseño basado en objetos y acciones obliga al desarrollador a que se enfoque en acciones y procedimientos explícitos, que sean significativos para el estudiante. Estas características reflejan el beneficio atribuido al modelo de la ciencia cognitiva de cómo es que piensan los humanos; no permitiendo que las “cajas negras” oculten las debilidades en la teoría.

Durante la planeación de los objetos y acciones se debe considerar también el potencial de la computadora, ya que estos elementos estarán directamente ligados a las características propias del sistema de cómputo. Por ejemplo, las acciones sobre los objetos podrán ser dinámicas e interactivas si se cuenta con las herramientas físicas para

poder interactuar con ellas; o si se dispone de dispositivos de almacenamiento, es posible almacenar y recuperar posteriormente las acciones que los estudiantes efectúan sobre los objetos.

Fase 4. Evaluar los componentes del software

Se prueban técnicamente los componentes del software mediante la aplicación de actividades a un grupo pequeño de estudiantes y se realizan las observaciones pertinentes. Las preguntas que deberían responderse en ésta fase son: ¿Los estudiantes son capaces de tomar el control del software? ¿Cómo interpretan y entienden el diseño de la pantalla, de los objetos y las acciones? El objetivo es entender el significado que los estudiantes dan a los objetos y acciones que se han creado para tratar de promover su aprendizaje.

Si no se cuenta con un prototipo del sistema, se pueden usar actividades en lápiz y papel o material físico. También podría usarse algún otro software que permita crear prototipos rápidamente a partir de un lenguaje de programación de bajo nivel.

Es importante que exista un equipo de trabajo que incluya programadores, educadores matemáticos y diseñadores gráficos en comunicación constante. Clements y Battista (2000) señalan que, con base en su experiencia en el desarrollo de software educativo de matemáticas, este acercamiento tiene muchas ventajas para el desarrollo de software que apoye también a la investigación.

Fase 5. Evaluar el prototipo con respecto al currículo

En esta fase se continúa con la evaluación del software en su versión prototipo. El objetivo es evaluar si las características del ambiente computacional diseñado corresponden a los modelos de pensamiento de los estudiantes, a través de sus acciones sobre los objetos y su actividad matemática. A falta de esta correspondencia se deberá reformular ya sea el modelo mental o la forma en que se instancia dicho modelo a través del software.

También se evalúan aspectos pedagógicos poniendo atención en las interpretaciones que dan los estudiantes a la retroalimentación que les proporciona el software. En este sentido, puede ser útil un experimento de enseñanza con un grupo pequeño de estudiantes. Generalmente una exploración libre del software precede a la introducción de actividades. Esta información servirá para construir modelos más refinados además de contar con datos empíricos que apoyen la realización de investigaciones con respecto a la interacción de los estudiantes con la computadora.

Fase 6. Realizar un estudio piloto en el salón de clase

Esta fase tiene el objetivo de analizar si las actividades propuestas con el software tienen sentido para los estudiantes. Para ello se pueden realizar experimentos de enseñanza, primero con uno o dos alumnos en un ambiente naturalista y luego con un salón de clase normal. Se requiere realizar observaciones de campo y video grabaciones con el fin de poder examinar cómo actúan los estudiantes para inferir sus interpretaciones y su aprendizaje.

Fase 7. Realizar un estudio de campo en múltiples salones de clase

Esta fase consiste en realizar estudios de campo con diferentes profesores que no hayan sido parte del desarrollo del proyecto. Se desea saber si el software y sus materiales de soporte son suficientemente flexibles para tolerar múltiples situaciones, diferentes modelos de instrucción y diferentes formas de administración. También se trata de determinar el sentido que tienen varios materiales curriculares tanto para los maestros como para los estudiantes. Los métodos de investigación propicios para esta fase son estudios etnográficos.

Esta fase es una de las más extensas ya que se los estudiantes deben interactuar con los materiales y el software durante largos periodos de tiempo. Junto con las fases anteriores, ésta proporciona un enfoque detallado para obtener apoyo de los usuarios y datos importantes para la investigación.

Fases 8. Revisar, refinar y reconceptualizar el software

En esta etapa se realizan los cambios globales como resultado de la información que proporcionan las fases anteriores. Si bien se espera que el software sea revisado y sufra adecuaciones conforme se avanza en las fases anteriores, en ésta se espera una adecuación global.

Fase 9. Patentar y hacer público el software producido

El publicar y distribuir el software es una tarea que Clements y Battista (2000) incluyen como parte del proceso, ya que mucho del software educativo que se produce no se hace público lo cual causa daño, tanto al campo del desarrollo curricular y uso de tecnología como a la investigación.

La tecnología y su uso en la educación y en la vida diaria están cambiando rápidamente. El diseño de software, las preguntas de investigación y las metodologías asociadas deben ser sensibles a las nuevas posibilidades. Si bien, la metodología de diseño descrita hace énfasis en una visión constructivista para el desarrollo de software educativo, pueden considerarse modificaciones cuando se desea producir algún tipo de software en especial. Sin embargo, la base de los objetivos y procedimientos deberían ser muy similares.

En el desarrollo de este software, se han incluido las cuatro primeras fases propuestas por Clements y Battista (2000), ya que el diseño se ha restringido, por cuestiones de tiempo, a una prueba técnica únicamente. Posteriormente, se espera continuar con el desarrollo de las fases restantes del modelo metodológico.

II. 3. LA ENSEÑANZA DEL ÁLGEBRA

De acuerdo con Kieran (2006) la problemática asociada al aprendizaje del álgebra ha sido fundamental en las investigaciones llevadas a cabo en la Educación Matemática. Las más recientes se han enfocado a los conceptos y procedimientos algebraicos, resolución de problemas algebraicos y las dificultades de los estudiantes en la transición de la aritmética al álgebra. El simbolismo literal fue la primera forma en investigarse. Con el tiempo, se han ampliado para abarcar otras representaciones, haciendo uso de herramientas tecnológicas, diferentes perspectivas en los contenidos y una amplia variedad de marcos teóricos acerca del pensamiento algebraico.

Dado que el álgebra y la aritmética comparten varios signos y símbolos, incluso el uso de literales, se requiere de varios ajustes conceptuales para que los estudiantes que inician el estudio del álgebra, empiecen a ver el cambio en el significado de estos signos y símbolos. Los primeros estudios sobre la interpretación que hacen los estudiantes de los símbolos algebraicos tienden a enfocarse en niveles cognitivos previos a la experiencia aritmética, formas de pensamiento y dificultades en la notación. En un principio, el álgebra tiene sentido por el uso de literales en fórmulas que posteriormente son consideradas como incógnitas y variables; y más tarde como parámetros.

Sin embargo, las dificultades que los estudiantes enfrentan cuando inician el estudio del álgebra, es la introducción de representaciones formales y los métodos para resolver problemas; ya que hasta ese momento los problemas se han trabajado intuitivamente. Los procedimientos aritméticos se caracterizan por ser largos y los estudiantes están acostumbrados a pensar en las operaciones que usan para resolver el problema, en vez de las operaciones que deberían de usar para representar las relaciones de la situación del problema.

Pegg & Raden (1990) comentan que los estudiantes tienen problemas para comprender el álgebra, y que algunas de las dificultades provienen de que no entienden los conceptos y símbolos algebraicos, lo que les impide razonar algebraicamente.

II. 4. DISTINTAS FORMAS DE REPRESENTAR LOS OBJETOS MATEMÁTICOS, UN ASPECTO FUNDAMENTAL EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

El término *representación* es un término que ha adquirido relevancia en la literatura en educación matemática cuando se habla del uso de la tecnología y software educativo. Entenderemos como representación todos aquellos esquemas internos Dreyfus (1991) y externos Duval (1995) que permiten que un sujeto interactúe con los conceptos matemáticos, ya sea para entenderlos o para expresarlos. Esta interpretación también está de acuerdo con Goldin y Kaput (1996) quienes señalan que una representación es una configuración de algún tipo que interactúa con su representado; es decir, una representación y lo que representa se influyen mutuamente, sin ser ésta una relación fija o unidireccional. Duval (1995) la considera un elemento fundamental para acceder a los objetos matemáticos, ya que el uso de varias de ellas de manera simultánea, propicia un mejor entendimiento de los conceptos.

Duval (1993) señala que cada una de las diferentes formas en que puede representarse un objeto matemático proporciona diferente información acerca del mismo y, por tanto, el tener presentes varias de ellas de manera simultánea, permite tener un mejor entendimiento de él. Así mismo, las diferentes acciones que se pueden realizar sobre una representación influyen en nuestro entendimiento de los conceptos matemáticos.

Cuando se realiza un cambio de una representación a otra; es decir, cuando se realiza una conversión entre representaciones (Duval, 1993), se conecta y expande la cantidad de información que tenemos del objeto. Así mismo, cuando realizamos tratamientos sobre una representación, modificando algunas condiciones del objeto representado, se puede observar los invariantes y variaciones en los elementos característicos de los objetos, lo que puede llevar al planteamiento y verificación de conjeturas, y a trabajar en una matemática más experimental.

Duval (1995) señala al respecto:

Un aprendizaje específicamente centrado en el cambio y coordinación de los diferentes registros de representación semiótica, produce efectos espectaculares sobre las macrotareas de producción y de comprensión (Pág. 46).

Para él, las representaciones semióticas son sólo el medio del que dispone un individuo para exteriorizar sus representaciones mentales. El pensamiento matemático está estrechamente ligado al desarrollo de simbolismos para representar los objetos y sus relaciones. Así, la diversidad de sistemas semióticos incrementa la capacidad cognitiva del sujeto y, por ende, sus representaciones mentales.

Esta movilización simultánea es familiar en las actividades matemáticas, pero no es sencilla para todos los alumnos. Éstos deben tener oportunidades de interactuar con los objetos realizando tratamientos en una misma representación y conversiones entre representaciones, para propiciar un aprendizaje significativo y duradero (Carpenter & Lehrer, 1999).

Cuando incorporamos un medio tecnológico al proceso de enseñanza aprendizaje, el tipo de representaciones simultáneas accesible mediante una computadora, permite mirar a ésta como una herramienta representacional, en la que los objetos se vuelven tangibles, comparadas con las representaciones en un medio tradicional, como el lápiz y papel o el pizarrón. La computadora actúa como un mecanismo intermedio, entre lo concreto y lo abstracto. Si bien, no tenemos objetos físicos, ésta nos permite interaccionar dinámicamente con los objetos representados en su pantalla, para modificarlos y manipularlos de manera similar a como lo haríamos con objetos concretos.

Resumiendo, varios fenómenos importantes en el proceso de aprendizaje, relacionados con la teoría de representaciones semióticas, propuesta por Duval (1995) son:

- En matemáticas, las representaciones semióticas no solo son indispensables para fines de comunicación, sino también son necesarias para el desarrollo de la actividad matemática misma.
- El aprendizaje de las matemáticas se acompaña siempre de creación y desarrollo de sistemas semióticos nuevos, que al inicio están muy relacionados con el lenguaje natural, pero que van evolucionando a un sistema simbólico asociado con el desarrollo del pensamiento matemático.
- Por lo anterior, las representaciones mentales y las representaciones semióticas no pueden oponerse como dominios totalmente diferentes. El desarrollo de las representaciones mentales se efectúa como una interiorización de las representaciones semióticas; de la misma manera que las imágenes mentales son una interiorización de los perceptos (Gray & Tall, 1994).

II. 5. AMBIENTES TECNOLÓGICOS PARA EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

Un software para el aprendizaje de las matemáticas debe ser diferente a un software para hacer matemáticas; debido a que en el primero se busca el desarrollo cognitivo del estudiante y puede diferir significativamente de la estructura lógica de la asignatura formal.

A pesar de que el cerebro humano posee la habilidad de retener mucha información, éste tiene sus limitaciones. Es por eso que se emplean las representaciones, pues son más fáciles de manipular mediante algoritmos. Sin embargo al minimizar el esfuerzo cognitivo da paso a la automatización de procesos y estos a su vez quedan resumidos como objetos mentales. Este proceso es conocido por Piaget como conocimiento vertical, en contraste con el conocimiento horizontal que consiste en la comprensión y vinculación simultánea de dos o más representaciones diferentes. Tanto en el conocimiento vertical como horizontal existen dificultades en el estudiante y es aquí donde el uso de un ambiente tecnológico puede proporcionar apoyo. Para el conocimiento vertical el software puede proporcionar ambientes que permitan el estudio de conceptos de alto nivel de una forma intuitiva antes o durante la construcción de esos conceptos. Para el conocimiento horizontal el software debe mostrar las diferentes representaciones que estén vinculadas y hacer que el individuo interactúe con ellas (Tall, 1993).

Basándose en la teoría de las formas de construcción y prueba de las estructuras conceptuales de Skemp (1976), Tall (1989) agrega el uso de la tecnología y establece cuatro formas de ambientes o entornos:

1. *Inanimado*: Los estímulos provienen de los objetos de la realidad que el individuo también puede ser capaz de manipular.
2. *Cibernético*: Los estímulos provienen de los sistemas que están configurados para reaccionar de acuerdo a las normas pre-ordenadas.
3. *Interpersonal*: Los estímulos provienen de otras personas.
4. *Personal*: Los estímulos son de la propia estructura cognitiva del individuo.

En la educación tradicional se buscaba que el estudiante hiciera determinados procesos rutinarios antes de comenzar a comprender los conceptos. En cambio con ayuda de los ambientes tecnológicos, la computadora puede llevar a cabo estos procesos; así el usuario puede explorar, construir y probar sus propias construcciones mentales y conceptos resultantes, y centrarse en el aspecto del desarrollo cognitivo del conocimiento matemático. A este principio se le denomina el *principio de la construcción selectiva*. (Tall, 1989)

Hay tres aspectos importantes en un ambiente tecnológico para el aprendizaje y la enseñanza:

- La relación estudiante-maestro: El maestro tiene un papel fundamental como guía para la orientación y discusión.
- Las interacciones con el ambiente tecnológico: El entorno tecnológico brinda una fuente independiente de pruebas consistentes.
- Las construcciones personales del estudiante: Es el estudiante quien construye y relaciona las diferentes partes de la estructura del conocimiento.

De la idea de Ausubel, Novak y Hanesian (1978) sobre un *organizador avanzado* (material introductorio con un nivel más alto de abstracción), Tall (1989) introduce un *organizador genérico que* define como un entorno que permite al estudiante manipular *ejemplos y no ejemplos* de un concepto matemático y ayuda al alumno a ganar experiencias que le proporcionarán una estructura cognitiva en la puede construir los conceptos más abstractos. Sin embargo hay que estar atentos de extraer ejemplos inadecuados para los conceptos.

CAPÍTULO III

NÚMEROS EN POTENCIA

III. 1. IMPORTANCIA DE LAS LEYES DE LOS EXPONENTES

Los estudiantes de matemáticas comúnmente se preguntan la utilidad de aprender las leyes de exponentes, pues no encuentran su uso en la vida cotidiana. Pero es fácil encontrar ejemplos, como cuando decimos que un terreno tiene tantos metros cuadrados o que la capacidad de una computadora es de tantos gigabytes. Las leyes de los exponentes son de gran importancia no sólo para resolver problemas matemáticos, tales como los productos notables o la factorización; si no que también para comprender nuestro mundo cada vez más tecnológico.

Necesitamos un lenguaje común para comunicar ideas matemáticas de manera clara y eficiente, la notación exponencial es un ejemplo. La palabra “exponente” proviene del latín “expo” que significa “fuera de” y de “ponere” que significa “lugar”. El concepto de exponente nos ayuda a expresar números o expresiones complejas en una forma más concisa y comprensible. Por ejemplo: el producto $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ se expresa de la forma 2^5 . En general podemos expresar un número a con exponente n de la siguiente manera:

$$\begin{array}{ccc} a^n & \rightarrow & \text{Exponente} \\ \downarrow & & \\ \text{Base} & & \end{array}$$

La notación científica es un claro ejemplo de la aplicación de los exponentes, nos sirve para tratar con números muy grandes o muy pequeños usando potencias con base 10 y exponente entero. El efecto es desplazar el punto decimal tantas posiciones como indique el exponente, hacia la izquierda si el exponente es negativo o hacia la derecha si es positivo. Por ejemplo si queremos expresar la distancia entre la Tierra y el Sol que es aproximadamente 1.5×10^{11} m lo que queremos expresar es que son 10 ceros después del 15. Otro ejemplo es la masa del electrón que es de 9.1×10^{-31} kg donde habría 30 ceros después del punto decimal y antes del 91.

Prefijo	Símbolo	Factor	Equivalente	
Múltiplos	Exa	E	10^{18}	1000000000000000000
	Peta	P	10^{15}	1000000000000000
	Tera	T	10^{12}	1000000000000
	Giga	G	10^9	1000000000
	Mega	M	10^6	1000000
	Kilo	k	10^3	1000
	Hecto	h	10^2	100
	Deca	da	10^1	10
	Submúltiplos	Deci	d	10^{-1}
Centi		c	10^{-2}	0.01
Milli		m	10^{-3}	0.001
Micro		μ	10^{-6}	0.000001
Nano		n	10^{-9}	0.000000001
Pico		p	10^{-12}	0.000000000001
Femto		f	10^{-15}	0.000000000000001
Atto		a	10^{-18}	0.000000000000000001

Tabla No. 1

III. 2. LAS LEYES DE LOS EXPONENTES

Definición: Se llama potencia a una expresión de la forma a^n , donde a es la base y n es el exponente. Cuando el exponente es un número natural n , este indica las veces que aparece a multiplicando, siendo a un número cualquiera:

$$\begin{aligned} a^1 &= a \\ a^2 &= a \times a \\ \vdots & \quad \quad \quad \vdots \\ a^n &= \underbrace{a \times \cdots \times a}_{n \text{ veces}}, \end{aligned}$$

a) Multiplicación de potencias de igual base

El producto de dos potencias que tienen la misma base es igual a una potencia de dicha base que tiene como exponente la suma de los exponentes, n y m son enteros positivos y a es un número real.

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

b) Potencia de una potencia

La potencia de una potencia de base a es igual a la potencia de base a y cuyo exponente es el producto de ambos exponentes:

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

c) Potencia de un producto

La potencia de un producto es igual al producto de cada uno de los factores elevado al mismo exponente:

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

Si la base a tiene inverso aditivo, indicado mediante signo negativo $-a$, entonces se tiene:

$$(-a)^n = a^n, \text{ si } n \text{ es par}$$

$$(-a)^n = -(a^n), \text{ si } n \text{ es impar}$$

d) Cociente de potencias o división de potencias de igual base

El cociente de dos potencias con la misma base es igual a una potencia de dicha base con un exponente igual a la diferencia del exponente del dividendo menos el del divisor:

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Veamos los tres casos:

$$\frac{a^m}{a^n} = \begin{cases} a^{m-n} & \text{si } m > n \\ 1 & \text{si } m = n \\ \frac{1}{a^{n-m}} & \text{si } n > m \end{cases}$$

e) Potencia de un cociente

La potencia de un cociente es igual al cociente de cada uno de los números elevado al mismo exponente:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \quad \text{si } b \neq 0$$

f) Propiedad que no cumple la potenciación:

No es distributiva con respecto a la adición y sustracción:

$$(a \pm b)^n \neq a^n \pm b^n$$

Se han definido potencias con exponentes enteros positivos, el siguiente paso consiste en entender la idea de los exponentes de modo que incluya al cero y a los enteros negativos.

g) Potencia de exponente 0

Un número distinto de 0 elevado al exponente 0 da como resultado la unidad:

$$1 = \frac{a^n}{a^n} = a^{n-n} = a^0 \quad \text{con } a \neq 0$$

El caso particular de 0^0 no está definido.

h) Potencia de exponente negativo

¿Qué significado tiene a^{-n} ?

$$\text{Como: } a^{-n}a^n = a^{-n+n} = a^0 = 1$$

Por lo tanto a^{-n} debe ser el inverso multiplicativo de a^n esto es:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad \text{con } a \neq 0$$

Por supuesto según las propiedades de la igualdad se sigue que:

$$a^n = \frac{1}{a^{-n}}$$

Observación:

$$a^{-n} = \underbrace{(a^{-1})^n}_1 = \underbrace{\frac{1}{a} \times \dots \times \frac{1}{a}}_n = \frac{1}{\underbrace{a \times \dots \times a}_n} = \frac{1}{a^n}$$

III. 3. EXPONENTE RACIONAL

La potenciación con exponente racional viene de la necesidad de resolver una ecuación del tipo $x^n = a$, de manera que $x = \sqrt[n]{a}$, pero se ha de garantizar que dicha x sea un número real y esto sólo se puede garantizar para toda n si la base a es un número real positivo, por lo que existe un teorema que dice:

Dado un número real positivo a , este tiene una raíz n -ésima positiva.

$$\begin{array}{ccc} \text{índice} & \nearrow & \\ & \sqrt[n]{a} = b & \longleftarrow \text{raíz} \\ & \uparrow & \\ & \text{radicando} & \end{array}$$

Para notar la raíz se define el uso de fracciones en el exponente:

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

Observación:

$\sqrt[n]{a^n} = a$, pues viéndolo con fracciones:

$$\left(a^{\frac{1}{n}}\right)^n = a^{\frac{1}{n} \cdot n} = a^1 = a$$

Propiedades de los radicales:

a) Producto de raíces

$$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$(a \cdot b)^{\frac{1}{n}} = a^{\frac{1}{n}} \cdot b^{\frac{1}{n}}$$

b) Raíz de una raíz

$${}^m\sqrt{{}^n\sqrt{a}} = {}^{n \cdot m}\sqrt{a}$$

$$\left(a^{\frac{1}{n}}\right)^{\frac{1}{m}} = a^{\frac{1}{n} \cdot \frac{1}{m}}$$

c) Cociente de raíces

$$\frac{{}^n\sqrt{a}}{{}^n\sqrt{b}} = {}^n\sqrt{\frac{a}{b}}$$

$$\frac{a^{\frac{1}{n}}}{b^{\frac{1}{n}}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{n}}$$

d) Potencia de una raíz:

$$\left({}^n\sqrt{a}\right)^m = {}^n\sqrt{a^m}$$

$$\left(a^{\frac{1}{n}}\right)^m = a^{\frac{m}{n}}$$

Notación para las raíces. Para un número positivo a :

${}^n\sqrt{a}$ es la raíz n -ésima positiva de a

$-{}^n\sqrt{a}$ es el opuesto de la raíz n -ésima de a

${}^n\sqrt{-a}$ no es un número real

En general para las fracciones se define:

$$a^{\frac{n}{m}} = {}^m\sqrt{a^n}$$

$$a^{-\frac{n}{m}} = \frac{1}{a^{\frac{n}{m}}} = \frac{1}{{}^m\sqrt{a^n}}$$

Propiedades:

$$a^{\frac{n_1}{m_1}} \cdot a^{\frac{n_2}{m_2}} = a^{\frac{n_1+n_2}{m_1 \cdot m_2}}$$

$$(a^{\frac{n_1}{m_1}})^{\frac{n_2}{m_2}} = a^{\frac{n_1 \cdot n_2}{m_1 \cdot m_2}}$$

$$(a \cdot b)^{\frac{n}{m}} = a^{\frac{n}{m}} \cdot b^{\frac{n}{m}}$$

CAPÍTULO IV

DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DEL SOFTWARE

IV.1 DESARROLLO DE SOFTWARE

Existen diversas definiciones de software educativo a las que se han arribado luego de múltiples trabajos de investigación desarrolladas a lo largo del tiempo. La formulación de estas definiciones han surgido por el análisis de ciertas características, tales como:

- Función y finalidad del software.
- Modalidad.

Así, podemos enunciar, entre otras, las siguientes definiciones de acuerdo a distintos autores:

- “Entendemos que denota el software que se utiliza en un contexto educativo, es un término que abarca una variedad amplia y ecléctica de herramientas y recursos. De hecho engloba un conjunto de entidades tan variables que el hecho de depender de un entorno informatizado crea una impresión de homogeneidad que no resiste un análisis meticoloso” (McFarlane & Rijcke, 1999).

- “Son los programas de computación realizados con la finalidad de ser utilizados como facilitadores del proceso de enseñanza y consecuentemente del aprendizaje.”

IV.2 UNA PRIMERA APLICACIÓN

En términos de programación, la aplicación que se realizó para esta tesis tiene como base varias ideas que se desarrollaron en un trabajo final (ver Figura 3) de la materia de Diseño y Desarrollo de Software Educativo II, impartido en la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas. El trabajo que se realizó fue el siguiente:

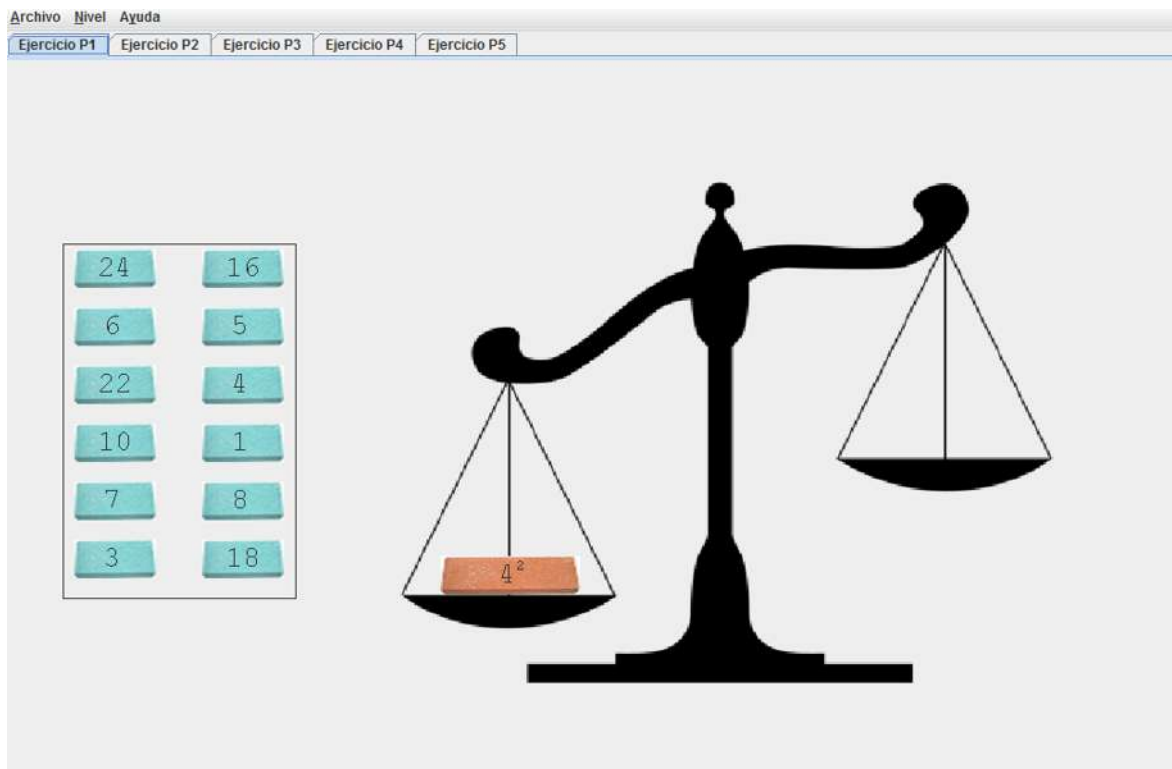


Figura 3. Primera aplicación desarrollada.

Se contaba con una sola balanza que tenía un ladrillo con un número elevado a una potencia y en el lado izquierdo una serie de respuestas que el alumno podía colocar del otro lado de la balanza.

De ese proyecto se retomó la idea para el movimiento de los elementos y su detección. También se idearon dos nuevas formas para ampliar la aplicación: una es la de agregar una segunda balanza y la otra es que se pueda interactuar más directamente con los exponentes.

IV.3 PROTOTIPOS EN PAPEL

Una primera idea es tener dos balanzas vacías y darle libertad al estudiante de colocar cualquier figura primero. Se observaron que puede haber 4 movimientos diferentes que el usuario puede hacer si quiere colocar un ladrillo (ver Figura 4). Y para quitar un ladrillo hay 24 formas posibles.

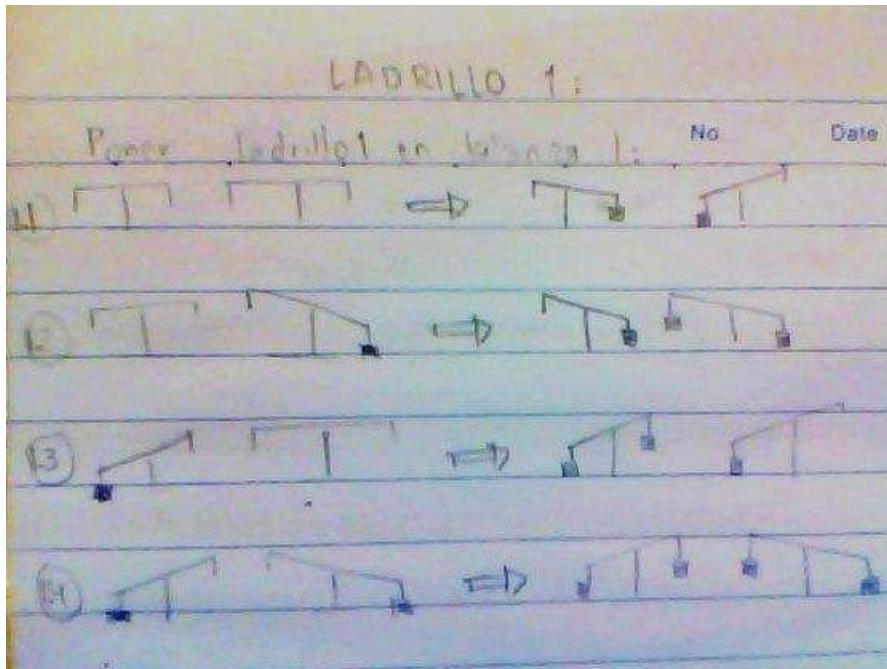


Figura 4. Análisis de algunos movimientos para la aplicación.

Para la segunda idea se busca ampliar más la idea de una sola balanza y se desarrollaron tres prototipos en papel. Con ayuda de estos prototipos se observaron los posibles movimientos que se debían programar y de qué forma se debía elaborar el programa para que fuera más intuitivo para el alumno.

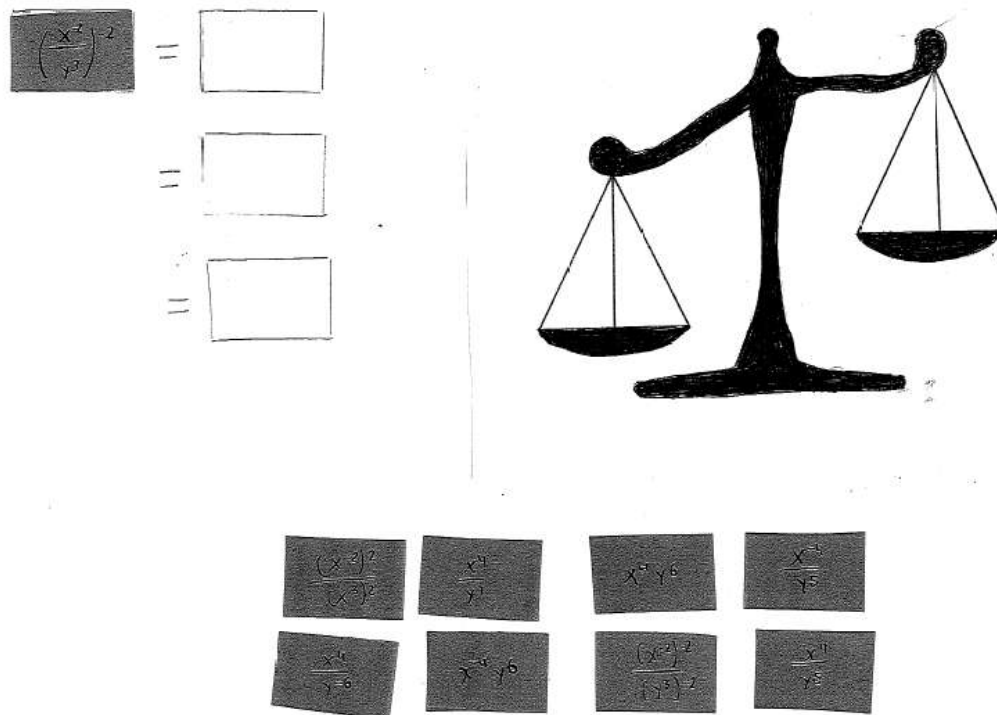


Figura 5. Primer prototipo en papel.

En el primer prototipo (ver Figura 5) se observó que se podía agregar a la balanza la misma figura que contiene el ejercicio, esto es para evitar que el alumno deduzca rápidamente la respuesta.

$3\sqrt{x \cdot y}$	+	$x\sqrt{4x^2 \cdot y}$	-	$x\sqrt{9y}$
	+		-	
	+		-	
	+		-	



$2x^2\sqrt{y}$	$x^2\sqrt{4y}$	$3\sqrt{x^2 \cdot y}$	$2x\sqrt{y}$	$3x^2\sqrt{y}$
$x^2 \cdot x\sqrt{y}$	$x^2 \cdot y\sqrt{y}$	$3x\sqrt{y}$	$3(x^2)\sqrt{y}$	$x\sqrt{y} \cdot x^2\sqrt{y}$

Figura 6. Segundo prototipo en papel.

En el segundo prototipo (ver Figura 6) se observó que es mejor darle más libertad al alumno haciendo que sea posible mover las figuras de la izquierda a la balanza. Así el alumno podrá elegir el elemento que desea comparar junto con las posibles respuestas de abajo.

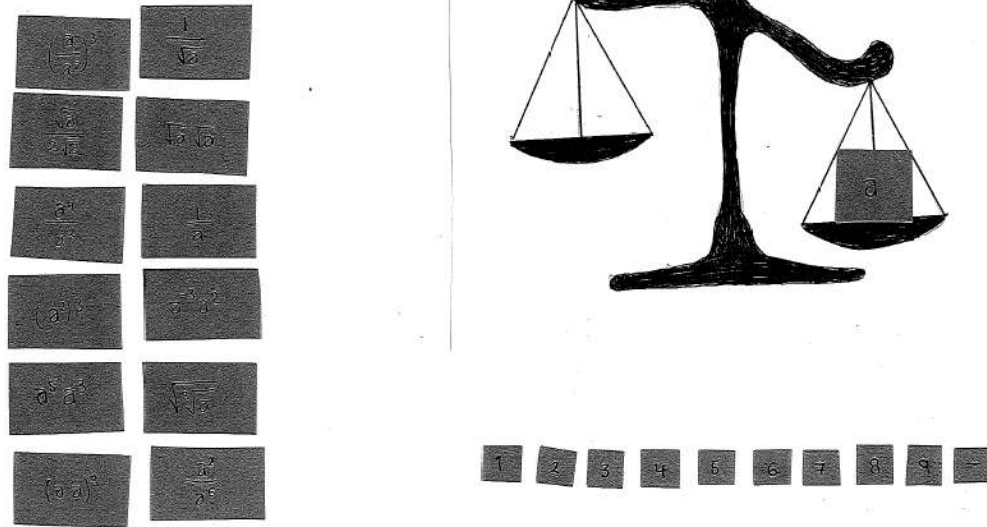


Figura 7. Tercer prototipo en papel.

En el tercer prototipo (ver Figura 7) se analizó de qué forma el alumno puede interactuar directamente con los exponentes de las expresiones. En un primer momento solo se manejaron los exponentes enteros, pero después esta idea se extendió también para los exponentes fraccionarios.

IV.4 PRUEBA TÉCNICA

Una vez desarrollada la aplicación en términos de programación, se realizó una prueba técnica con la finalidad de revisar los errores técnicos y corregirlos en el código. En ese momento surgieron nuevas dificultades que no se habían planteado en los prototipos de papel, por lo que se modificaron algunas partes de la idea original, para así facilitar y resolver la escritura del código.

Uno de los principales errores obtenidos en la prueba fue la falta de casos que se abarcaron al inicio para mover tres figuras distintas cualesquiera. Para resolver esto se optó por definir más variables que estuviesen involucradas en los métodos que se manejan a nivel de programación.

Otro error fue que no siempre se podía arrastrar los elementos en la ventana; así que se mejoraron a nivel de código, los métodos que se dedican a esto corrigiendo ciertos valores para detectar coordenadas.

Estos y otros errores técnicos fueron los que llevaron mayor tiempo en el desarrollo de la aplicación; debido a esto no se logró la siguiente fase que sería una prueba con alumnos. Definitivamente los resultados de esta prueba ayudarían a mejorar aún más la aplicación, pues no solo se verían errores técnicos, sino que se podría observar a qué nivel el software realmente ayuda al estudiante.

CAPÍTULO V

DESCRIPCIÓN DE LA APLICACIÓN

La aplicación está desarrollada en el lenguaje de programación Java, el cual es el lenguaje orientado a objetos más utilizado en el mundo. Estos programas orientados a objetos son a menudo más fáciles de entender, corregir y modificar, pues son sencillos y reutilizables.

Usando las normas de ingeniería de software tales como “modelo-vista-controlador”, la creación de la aplicación se enfocó en la parte del “controlador”.

Primero explicaremos lo que hace el programa y posteriormente analizaremos la parte del código y la programación.

V.1 FUNCIONAMIENTO DE LA APLICACIÓN

Al iniciar la aplicación se presenta la ventana principal con el *Ejercicio 1* donde se presentan ejercicios básicos de exponentes con números enteros. En la parte superior se encuentran los menús y las pestañas para cada ejercicio. En la parte central de la ventana se observan dos balanzas. La balanza 1 a la izquierda y la balanza 2 a la derecha. También están seis figuras de color azul que son las figuras tipo Numero1, que están en la parte inferior izquierda.

En la parte inferior en el centro se encuentran seis figuras color naranja y son los de tipo Ladrillo1, y en la parte inferior a la derecha están otras seis figuras azules que son los de tipo Numero2.

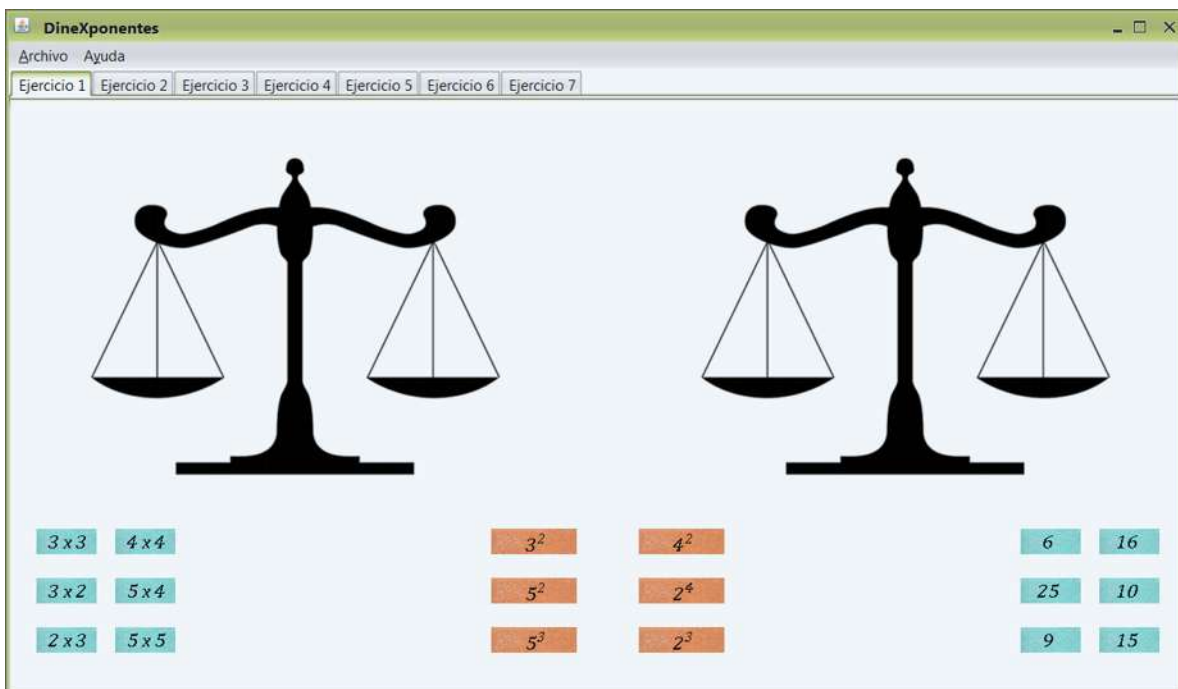


Figura 8. Ejercicio 1.

Los Numero1 solo se pueden colocar a la izquierda de la balanza 1, los Ladrillos1 se pueden colocar en la balanza 1 del lado derecho y en la balanza 2 del lado izquierdo y los Numero2 se pueden colocar en la balanza 2 del lado derecho. Las balanzas reaccionan al colocar las figuras y pueden equilibrarse o desequilibrarse según sea el caso.

En el *Ejercicio 2* se presentan expresiones algebraicas y una balanza, donde se pretende que el usuario maneje directamente con los exponentes de las literales.

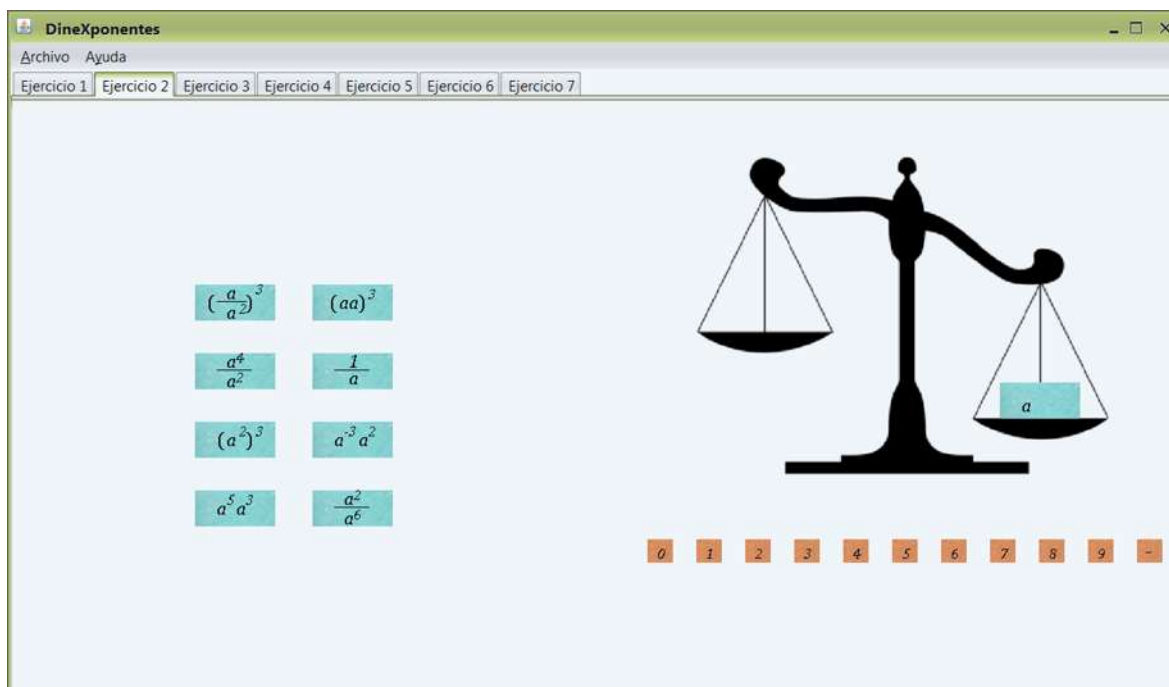


Figura 9. Ejercicio 2.

Se encuentran ocho figuras azules como respuestas a la izquierda y en la balanza se encuentra una figura azul con la letra "a", a la cual se le debe añadir una figura color naranja que son los exponentes y se encuentran debajo de la balanza.

El *Ejercicio 3* es similar dinámicamente al Ejercicio 1 solo que ahora se aumenta el nivel y se presentan expresiones algebraicas más complejas.

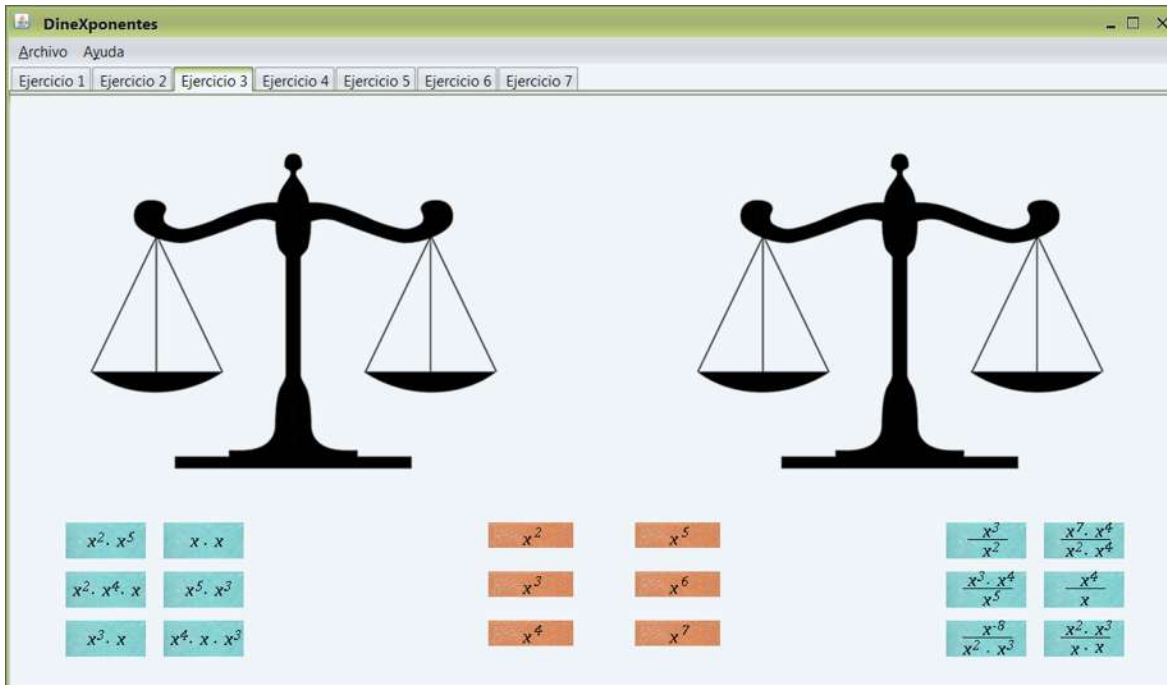


Figura 10. Ejercicio 3.

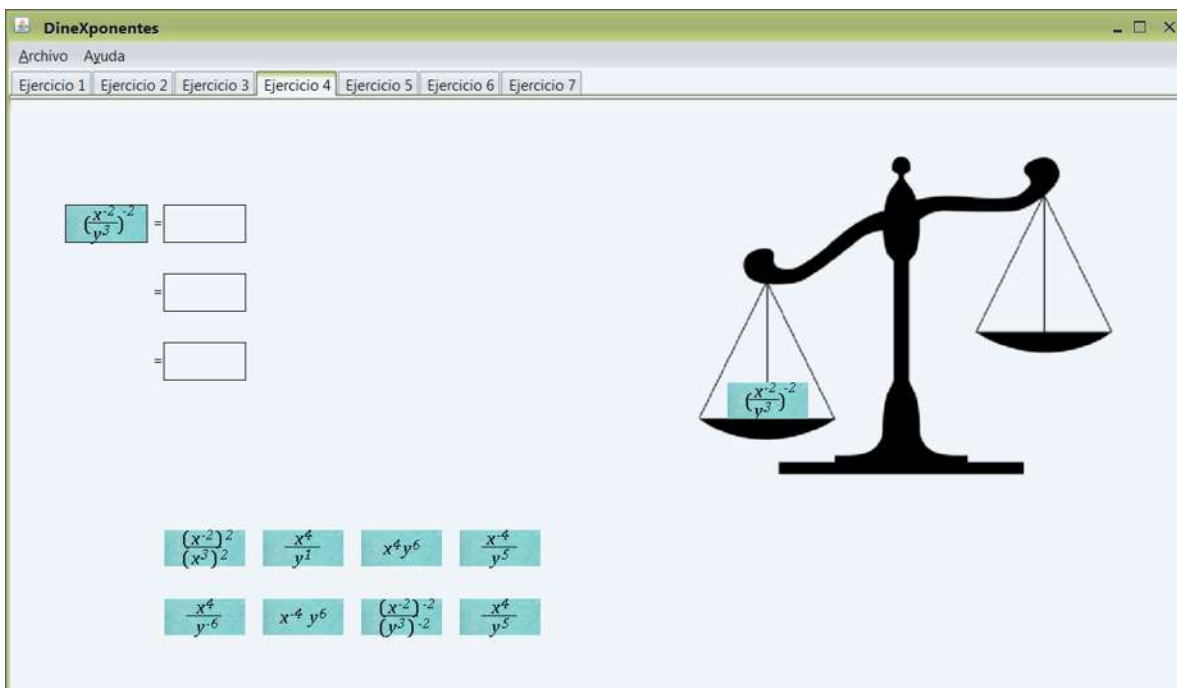


Figura 11. Ejercicio 4.

El *Ejercicio 4* sólo maneja un ejercicio y una balanza. Se encuentran diez figuras azules de tipo Numero, dos de ellas son fijas y son la misma expresión a resolver, una se encuentra en la balanza del lado izquierdo y la otra está afuera.

Las ocho figuras restantes son las expresiones desarrolladas que el usuario debe colocar en los tres cuadros de respuesta. Cuando el usuario coloca una respuesta en algún recuadro de arriba, ésta aparece inmediatamente en la balanza del lado derecho y se equilibra o desequilibra según sea el caso. Tiene que colocar las respuestas correctas en cierto orden ayudado por la balanza, cuando lo logre aparece una ventana de mensaje.

El *Ejercicio 5* es similar a los Ejercicios 1 y 3 pero con un grado de dificultad mayor, pues ahora se presentan expresiones algebraicas más complejas.

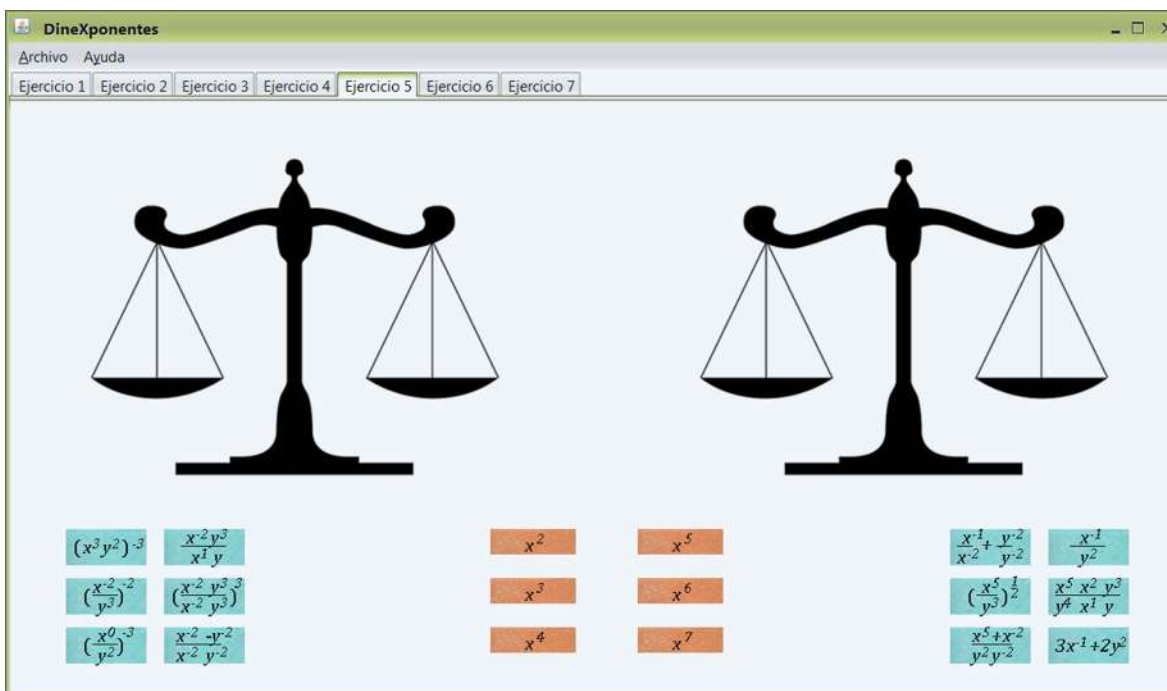


Figura 12. Ejercicio 5.

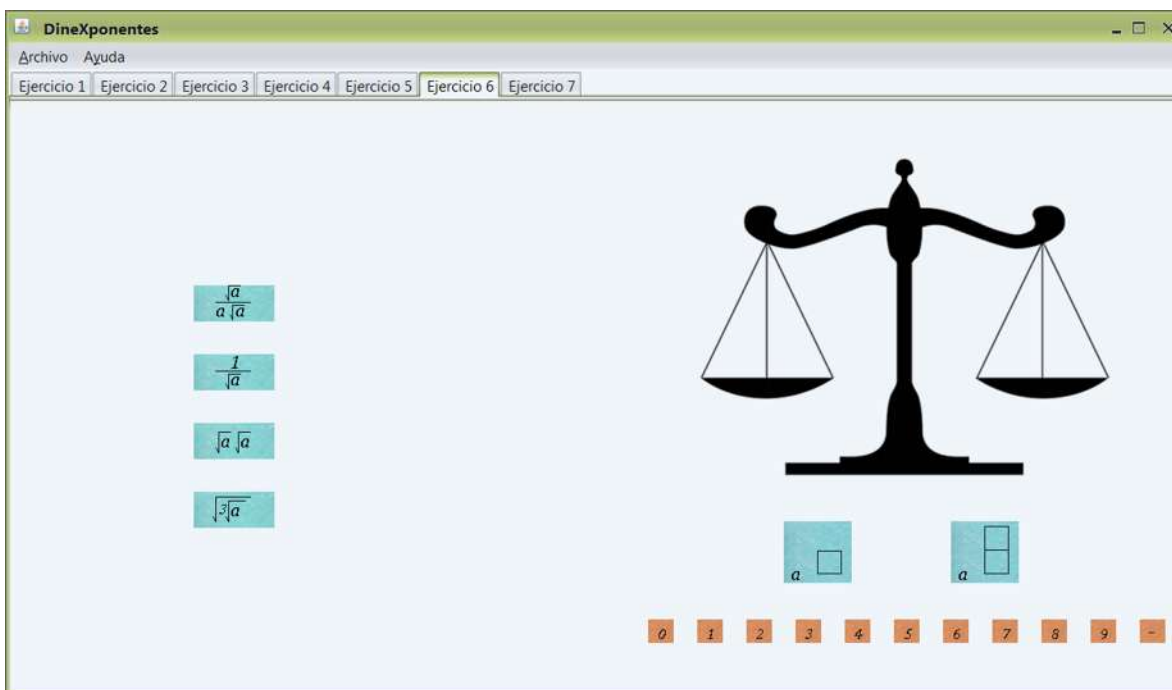


Figura 13. Ejercicio 6.

El *Ejercicio 6* es similar al *Ejercicio 2*, solo que ahora se pretende que el usuario pueda interactuar con exponentes de tipo entero o fraccionario.

Para poder hacerlo tiene que elegir alguna de las figuras azules de abajo que tienen una letra "a" y unos cuadritos, para colocarla en el lado izquierdo de la balanza y después colocar el o los exponentes según sea el caso. También puede elegir alguna de las figuras azules de la derecha para colocarlas justamente del lado derecho de la balanza.

El *Ejercicio 7* es similar al *Ejercicio 4*, pero ahora el ejercicio a resolver se conforma de tres expresiones. En la balanza no se cuenta con una figura fija, sino que todas las figuras se encuentran afuera de la balanza.

DineXponentes

Archivo Ayuda

Ejercicio 1 | Ejercicio 2 | Ejercicio 3 | Ejercicio 4 | Ejercicio 5 | Ejercicio 6 | Ejercicio 7

$3\sqrt{x^4 y}$ + $x\sqrt{4x^2 y}$ - $x^2\sqrt{9 y}$
 = + -
 = + -
 = + -
 =

$2x^2\sqrt{y}$ $x^2\sqrt{9\sqrt{y}}$ $3\sqrt{x^4\sqrt{y}}$ $2x^2\sqrt{y}$ $3x^2\sqrt{y}$
 $x(2)x\sqrt{y}$ $x^2(3)\sqrt{y}$ $3x^2\sqrt{y}$ $3(x)^{\frac{4}{2}}\sqrt{y}$ $x\sqrt{4}\sqrt{x^2}\sqrt{y}$




Figura 14. Ejercicio 7.

Las tres figuras que conforman la expresión a resolver están en la parte superior y las diez restantes son las respuestas que se deben colocar en los cuadros. Al colocar una respuesta en los cuadros, ésta no aparece directamente en la balanza, pues en éste ejercicio se ha buscado dar más libertad al usuario de interactuar con las figuras y darle a elegir cuáles de las figuras quiere comparar en la balanza. A determinado número de movimientos erróneos, se manda una ventana de mensaje.

ANÁLISIS DEL CÓDIGO

La clase Principal

La clase Principal abre una ventana y cuenta con el código para el Look and Feel, es decir, las propiedades y características visuales de la aplicación: tipo de letra, forma, color, disposición de elementos, efectos gráficos, botones, etc.

La clase Ventana

La clase Ventana abre un JFrame donde se crean los siete ejercicios así:

```
Ejercicio e = new Ejercicio();
```

También se crean JMenu con las opciones: Archivo y Ayuda, los cuales se agregaron elementos con JMenuItem.

```
JMenu menu = new JMenu("Menu");  
JMenuItem elemento = new JMenuItem("Elemento");
```

Se inicializan las expresiones algebraicas que van a estar en los cuadros móviles de la siguiente forma:

```
String[] expresion = {"elemento1","elemento2",...};
```

Se crean siete paneles para cada ejercicio con JPanel y se agregan a siete pestañas con addTab:

```
JPanel p = new JPanel();  
addTab (String, Icon, Component);
```

En donde el dato tipo String es para dar nombre a la pestaña, el Icon es para agregar un icono y el Component en nuestro caso sería el panel p.

Para cada ejercicio se agregan las "figuras" a cada panel de la siguiente manera:

```
nombreclase.nombremétodo(new TipodeFigura (int, int, String));
```

Donde los enteros son para las coordenadas iniciales de la figura y la cadena es para la expresión algebraica que llevará.

Las figuras

En nuestra aplicación manejamos diferentes figuras. Las de tipo “Ladrillo” son aquellas que contienen la pregunta o ejercicio a resolver y en su clase contiene el constructor que tiene cuatro componentes: dos enteros que son para las coordenadas y dos cadenas, una para la base y otra para el exponente.

Ladrillo (int, int, String, String)

Para las figuras de tipo “Ladrillo” se asigna la siguiente imagen:



Las figuras de tipo “Numero” son aquellas que contienen una respuesta.

Numero (int, int, String[])

Se compone de dos enteros para las coordenadas de su posición y un arreglo de cadenas para las expresiones que contenga. Se le asignó la siguiente imagen:



Las figuras de tipo “Potencia” son las que contienen los números para las potencias, ya sea el numerador o denominador cuando son fracciones. Su estructura es similar Numero:

Potencia (int, int, String[])

Y la imagen es como la del tipo Ladrillo, solo que es más pequeña:



Los métodos principales

a) Método estaDentro

Dentro de las clases de las figuras se crea el método estaDentro que consiste en revisar si el cursor esta dentro de la figura con un simple if.

```
if(valorx < x < valorx + ancho) && (valory < y < valory + largo)
    return true;
```

b) mouseDragged

Es el método para hacer que se muevan las figuras y consiste en una sentencia que revisa si la figura esta arrastrándose:

```
mouseDragged(MouseEvent e) {
    if(figuraArrastrandose==true)
        {
            Setposicion (xfigura + (xfinal_raton - xinicial_raton), xfigura +
                (yfinal_raton - yinicial_raton) );
        }
}
```

c) addFigura

En las clases de cada ejercicio se crean cuadro listas enlazadas de figuras con LinkedList, dos son de tipo ladrillo y dos de Numero:

```
LinkedList<figuras> listadefiguras
```

Con figuras = Numero, Ladrillo, Potencias, Letras.

Se crean cuatro métodos para agregar las figuras correspondientes a cada lista enlazada.

```
addFigura(figuras figura) {
```



```
listadefiguras.add(figura);
}
```

Las listas ligadas nos son útiles también para pintar las figuras de la siguiente manera:

```
for (figuras figura : listadefiguras) {
    figura.dibujate(g);
}
```

Y también sirven para que en el método `mouseReleased` podamos identificar cuando se soltó un Numero, Ladrillo, Potencia o Letra:

```
for (figuras figura : listadefiguras)
{
    if (figura.estaDentro(e.getX(), e.getY()))
    ...
}
```

d) `jala_figura`

Si el usuario ha soltado una determinada figura, se llama el método `jala_figura` donde usamos el siguiente algoritmo de detección para las coordenadas:

$$|x_o - x_m| < \delta \Rightarrow x_o = x_f$$

Donde x_o es la coordenada inicial de la figura, x_m otra coordenada que podemos encontrar dependiendo del valor de δ . La δ sería la distancia que queremos elegir. x_f es la coordenada final.

```
Jala_figura {
    if( $x_0 < x_{max}$  &&  $x_0 > x_{min}$ )
         $x_0 = x_f$ ;
    if(...)
    ...
}
```

Se utilizan varias sentencias para cada zona que se debe aplicar.

e) pone_figura 1

Los métodos para poner o quitar una figura de los primeros ejercicios como pone_numero, quita_ladrillo, quita_numero y quita_ladrillo funcionan de una manera muy parecida:

```
pone_figura(int, int, int) {
    if( $\bar{x} == \bar{x}_2$  &&  $i \neq -1$  &&  $j = -1$  &&  $k = -1$ )
        balanza1=derecha;
        balanza2=izquierda;
         $\bar{x} = \bar{x}_1$ ;
    if(...)
        ...
    if(...)
        ...
    ...
}
```

Los tres índices que se manejan son muy importantes, pues estos nos indican cual de las figuras están en las balanzas: Numero1, Ladrillo y Numero2. El vector \bar{x} es la posición de la figura que se colocó o se quitó y puede tomar tres valores \bar{x}_1 , \bar{x}_2 y \bar{x}_3 .

f) pone_figura 2

En el Ejercicio 4 el método para poner figura cambia un poco porque lo que hacemos es colocar la figura en los cuadros y no en la balanza, pues la figura se coloca automáticamente:

```
pone_figura(int) {
    if(posicion1(j)==true)
    {
         $\bar{x} = \bar{x}_{balanza}$ ;
        for(i=1; i<9; i++)
        {
            if(posicion2(i)==true)
                 $\bar{x} = \bar{x}_{afuera}$ ;
            if(posicion3(i)==true)
                 $\bar{x} = \bar{x}_{afuera}$ 
        }
    }
}
```

Los métodos `posicion1`, `posicion2` y `posicion3` nos indican si hay una figura en cada uno de los recuadros de respuestas.

En el *Ejercicios 6* este método es similar solo que con dos y cuatro variables respectivamente:

```
pone_figura(int, int)
```

Un entero es para el Numero y el otro para la Potencia.

En el *Ejercicio 7* los métodos `pone_numero`, `quita_numero`, `pone_letra`, `quita_letra`, `cambia_derecha`, `cambia_centro` y `cambia_izquierda` reciben cuatro variables tipo entero:

```
método (int, int, int int) {  
...  
}
```

Cada uno de los enteros sirve para especificar el número de las figuras que se encuentran en la balanza: Numero, Letra, Potencia1 y Potencia2.

g) Revisiones

El método `Revisiones` es para revisar si están dos figuras en una balanza, si es así manda llamar a `Comparaciones`:

```
Revisiones () {  
    for (i,j=0; i,j<6; i,j++)  
        {  
            if( $\bar{x} == \bar{x}_1$  &&  $\bar{y} == \bar{y}_3$ )  
                Comparaciones(i,j);  
            if( $\bar{x} == \bar{x}_3$  &&  $\bar{y} == \bar{y}_1$ )  
                Comparaciones(i,j);  
        }  
}
```

Los vectores \bar{x} y \bar{y} son los vectores de posición de las dos figuras en la balanza.

h) Comparaciones

El método Comparaciones es para revisar las tres posibilidades de las dos expresiones e_1 y e_2 que están en la balanza: $e_1 < e_2$, $e_1 > e_2$ ó $e_1 = e_2$.

```
Comparaciones (int, int) {  
    if(i = 0,1)  
        cambia_izquierda;  
    if(i = ...)  
        cambia_centro;  
    if(i = ...)  
        cambia_derecha;  
}
```

Los enteros que recibe son los números de las dos figuras que están en la balanza.

i) cambia_derecha

Para cada caso dentro del método anterior, se manda llamar ya sea cambia_izquierda, cambia_derecha o cambia_centro según sea el caso. Estos métodos hacen dos cosas: ajustan la dirección de la balanza y colocan en la posición correcta a las figuras:

```
cambia_derecha (int, int)  
{  
    balanza = derecha;  
     $\bar{x} = \bar{x}_1$   
     $\bar{y} = \bar{y}_3$   
}
```

j) posición

Para el *Ejercicio 4* se crearon los métodos denominados posicion() para conocer si cierta figura está en determinado cuadro de respuesta:

```

posicion(int) {
    if( $\bar{x}_0 = \bar{x}_p$ )
        return true;
    else
        return false;
}

```

k) detecta_numero

El método para detectar como lo son detecta_numero_en_cuadro, detecta_numero_en_balanza y detecta_letra_en_balanza se desarrollaron así:

```

detecta (int ) {
    if( $\bar{x}_0 == \bar{x}_1$ )
        return  $i$ ;
    if( $\bar{x}_0 == \bar{x}_2$ )
        return  $i$ ;
    ...
    else
        return -1;
}

```

l) jala_numero

Para el método que jala las figuras azules a los recuadros de respuestas del *Ejercicio 5*, se utilizó el mismo algoritmo de detección que se mencionó anteriormente, pero en este caso para cada región de los recuadros:

$$|x_o - x_m| < \delta \Rightarrow x_o = x_f$$

Con $m = 1,2,3, \dots, 10$.

```

jala_numero {
    if( $x_0 < x_{max} \ \&\& \ x_0 > x_{min}$ )
         $x_0 = x_f$ ;
    ...
}

```

CAPÍTULO VI

CONCLUSIONES

El desarrollo de un software educativo de matemáticas no es una tarea fácil. Debemos ser responsables de contar con cierto nivel de conocimientos en programación y a la vez cuidar que los objetos matemáticos a estudiar están presentados y sean manejados de una manera correcta para el estudiante en su propio contexto.

Contestando a la primera pregunta de investigación, la idea principal para construir los objetos en el software fue introducir a los estudiantes los exponentes mediante balanzas, pues es una forma intuitiva y sencilla que no requiere de muchas explicaciones para manejar el software. El alumno cuenta con suficiente conocimiento sobre cómo funcionan las balanzas, con esto se busca que dé un salto de conocimiento vertical. Por otro lado al contar con diferentes representaciones en las balanzas se cuenta que el alumno tenga un conocimiento horizontal.

Como se mencionó en el capítulo IV, durante el manejo de los prototipos de papel y las pruebas técnicas se observó que los objetos en el software requieren de una manipulación dinámica para el estudiante. Por eso se optó por que la aplicación se pudiera manejar únicamente mediante el ratón utilizando la idea planteado por (Guerrero, L. y Morales, C. 2011), evitando el ingreso de datos mediante el teclado; pues se consideró que es así como facilitamos al alumno el manejo de conceptos y representaciones que no sabe manejar. ¿Cómo podemos pedir a un alumno que utilice introduzca una fórmula o expresión algebraica si en algunos casos no sabe cómo manejar desde un principio los exponentes?

La segunda pregunta que planteamos fue referente al potencial del software para promover el aprendizaje de las matemáticas y podemos observar que éste es muy amplio, pues se pueden explorar más ideas que quedan por desarrollar. Se puede estudiar qué otro elemento puede agregarse a la aplicación además o en lugar de las balanzas, por

ejemplo una gráfica o un dibujo, etc. También podemos pensar en el manejo no sólo de los exponentes sino en general de las expresiones algebraicas que se ven en los cursos de álgebra. Esto podría enriquecer y mejorar de una manera notable nuestra aplicación, analizando estos programas observamos que algunos temas son fiables para incorporar en el software para un mayor y más amplio conociendo del álgebra:

- Grado de una expresión algebraica.
- Adición y sustracción de monomios y polinomios con coeficientes, enteros y fraccionarios.
- Multiplicación y división de polinomios.
- Productos notables.
- Factorización.

Sin embargo para enriquecer la aplicación serán necesarias mayores y más potentes herramientas a nivel de programación. Esto se observó y nos ayudó a contestar la tercera pregunta, ya que las mayores dificultades en la elaboración del software fueron precisamente las de éste carácter. Pues se requiere de un análisis largo y detallado, por poner un ejemplo, de todos los posibles casos en que el alumno vaya a poner o quitar un objeto. También sería útil elaborar ciertos métodos para comparar y revisar todas las respuestas que se puedan elegir para cada ejercicio. Un trabajo a futuro sería que se pudiera poner cualquier expresión algebraica que queramos para un ejercicio y que no se tenga que ir al código para hacerlo. Esto es para ayudar a los profesores a acoplar la aplicación a los temas que vayan llevando en la clase.

Una parte muy importante del desarrollo de la aplicación que siempre se tuvo en cuenta fue aunarla a una actividad con lápiz y papel. Como se mencionó anteriormente, esto tampoco se llevó a cabo debido al tiempo empleado para la programación. El desarrollo de la aplicación ha llevado un tiempo considerable debido a que se hacía el papel tanto de diseñador como de programador, cuando sabemos que en la vida real para

hacer un software ya sea didáctico o no, se debe de contar con un equipo donde se puede repartir el trabajo.

Hacemos una invitación para que los profesores se animen a crear una actividad según sus propias necesidades y ritmo en el aula. Porque sabemos que tanto el papel del maestro como el del software son importantes para guiar a los alumnos en el aprendizaje de las matemáticas. Y también invitamos a programadores a enriquecer el software, pues confiamos que la presente propuesta de un ambiente tecnológico es un medio de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y que será la base para futuros proyectos de software dinámico.

BIBLIOGRAFÍA

- Barnett, R. A. Nolasco, M. (1987). *Algebra elemental. Estructura y aplicaciones*. McGraw-Hill.
- Carpenter, T., Lehrer, R. (1999). Teaching and learning mathematics with understanding. En: Elizabeth Fennema y Thomas Romberg (Eds.). *Mathematics classrooms that promote understanding* (pp. 19-32). NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- CGB (2001). *Programa de matemáticas I*. Coordinación General del Bachillerato de la UMSNH, Morelia, Mich., México. Disponible en: <http://bachilleratonicolaita.umich.mx/>. Consultado el 10 de Octubre de 2012.
- Clements D., Battista, M. (2000). Designing effective software. En: Anthony E. Kelly y Richard A. Lesh (Eds.), *Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education* (pp. 761-776). NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Clements, D., Sarama, J. (1995). Design of a Logo environment for elementary geometry. *Journal of Mathematical Behavior* 14:381-398.
- David, T. (1993). *Computer environments for the learning of mathematics, Didactics of mathematics as a scientific discipline – The state of the art*, ed R. Biehler, R. Scholtz, R. W. Sträßer, B. Winkelmann. Dordrecht: Kluwer, 189– 199.
- Deitel, P. J. Deitel, H. M. (2008). *Cómo programar en Java*. Pearson Educación.
- Dreyfus, T. (1991). Advanced mathematical thinking processes. En: David Tall (Ed.) *Advanced Mathematical Thinking* (pp. 25-41). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Duval, R. (1993) Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. En: Fernando Hitt (Ed.) *Investigaciones en matemática educativa II*. Editorial Iberoamericana, p.p 173-201. Traducción del documento original publicado por Université Louis Pasteur de Strasbourg, France.
- Duval R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine. Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Berne: Peter Lang.
- Fuller, G. Wilson, W. L. Miller, H. C. (1986). *Algebra universitaria*. Cecsa.
- Gray, E. y Tall, D. (1994) Duality, ambiguity and flexibility: a proceptual view of simple arithmetic. *Journal for Research in Mathematics Education* 252, 116-141.

- Goldin, G., Kaput, J. (1996). A joint perspective on the idea of representation in learning and doing mathematics. En: Leslie P. Steffe, Pearla Nesher, Paul Cobb, Gerald A. Goldin, y Brian Greer (Eds.), *Theories of mathematical learning* (pp. 397-430). NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Guerrero, L. y Morales, C. (2011). Una mirada al interior del software dinámico : el caso de las cónicas. *Colección uso de tecnología en educación matemática*.
- Hitt, F. (1998) *Visualización matemática, representaciones, nuevas tecnologías y currículum*. *Revista de educación matemática*, Vol. 10, México.
- Hoyle, C, y Noss, R. (2003) Microworlds: the next generation. En: Eugenio Filloy (Ed.) *Matemática educativa. Aspectos de la investigación actual*. CINVESTAV-IPN, México, pp. 112-120.
- Kieran, C. (2006). Research on the learning and teaching of algebra. In A. Gutiérrez & P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education* (pp. 11-50).
- Kells, L. M. (1959). *Intermediate algebra*. Prentice-Hall Inc.
- McFarlane, A. y Rijcke, F. (1999). *Educational use of ICT, working paper, H13*. Disponible en: <http://bert.eds.udel.edu/ocde/quality/papers/papersframe.html>.
- Nichols, E. D. (1983). *Algebra moderna elemental*. Cecsa.
- Papert, S. (1982) *Desafío a la mente. Computadoras y educación*. Buenos Aires, Galápagos.
- Peggs, J. & Redden, E. (1990). Procedures for and experiences in algebra in New South Wales. En Barbara Moses (Ed). *Algebra thinking, grades K-12*. (pp. 71-75). National Council of Teachers of Mathematics. Edition 1999. Reston, VA.
- Schauble, L. (1990). Belief revision in children: The role of prior experience and strategies for generating evidence. *Journal of experimental child psychology: Human perception and performance*, 11, 443-456.
- SEP (2010). *Reforma de la Educación Secundaria. Fundamentación Curricular. Matemáticas*. Dirección General de Desarrollo Curricular, de la Subsecretaría de Educación Básica, Secretaría de Educación Pública, México.

ANEXO 1

Programa de Estudios Educación Básica Secundaria

Segundo Grado

Bloque I

COMPETENCIAS QUE SE FAVORECEN: Resolver problemas de manera autónoma • Comunicar información matemática • Validar procedimientos y resultados • Manejar técnicas eficientemente			
APRENDIZAJES ESPERADOS	EJES		
	SENTIDO NUMÉRICO Y PENSAMIENTO ALGEBRAICO	FORMA, ESPACIO Y MEDIDA	MANEJO DE LA INFORMACIÓN
<ul style="list-style-type: none"> Resuelve problemas que implican el uso de las leyes de los exponentes y de la notación científica. Resuelve problemas que impliquen calcular el área y el perímetro del círculo. Resuelve problemas que impliquen el cálculo de porcentajes o de cualquier término de la relación: Porcentaje = cantidad base x tasa. Inclusive problemas que requieren de procedimientos recursivos. Compara cualitativamente la probabilidad de eventos simples. 	<p>PROBLEMAS MULTIPLICATIVOS</p> <ul style="list-style-type: none"> Resolución de multiplicaciones y divisiones con números enteros. Cálculo de productos y cocientes de potencias enteras positivas de la misma base y potencias de una potencia. Significado de elevar un número natural a una potencia de exponente negativo. 	<p>FIGURAS Y CUERPOS</p> <ul style="list-style-type: none"> Identificación de relaciones entre los ángulos que se forman entre dos rectas paralelas cortadas por una transversal. Justificación de las relaciones entre las medidas de los ángulos interiores de los triángulos y paralelogramos. Construcción de triángulos con base en ciertos datos. Análisis de las condiciones de posibilidad y unicidad en las construcciones. <p>MEDIDA</p> <ul style="list-style-type: none"> Resolución de problemas que impliquen el cálculo de áreas de figuras compuestas, incluyendo áreas laterales y totales de prismas y pirámides. 	<p>PROPORCIONALIDAD Y FUNCIONES</p> <ul style="list-style-type: none"> Resolución de problemas diversos relacionados con el porcentaje, como aplicar un porcentaje a una cantidad; determinar qué porcentaje representa una cantidad respecto a otra, y obtener una cantidad conociendo una parte de ella y el porcentaje que representa. Resolución de problemas que impliquen el cálculo de interés compuesto, crecimiento poblacional u otros que requieran procedimientos recursivos. <p>NOCIONES DE PROBABILIDAD</p> <ul style="list-style-type: none"> Comparación de dos o más eventos a partir de sus resultados posibles, usando relaciones como: "es más probable que...", "es menos probable que...". <p>ANÁLISIS Y REPRESENTACIÓN DE DATOS</p> <ul style="list-style-type: none"> Análisis de casos en los que la media aritmética o mediana son útiles para comparar dos conjuntos de datos.

ANEXO 2

Programa de Estudios del 1er Semestre del Bachillerato de la UMSNH.



UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLAS DE HIDALGO
COORDINACION GENERAL DEL BACHILLERATO
PROGRAMA DE MATEMATICAS I
PRIMER SEMESTRE

UBICACIÓN DE LA ASIGNATURA:
TRONCO COMUN

HORAS SEMANALES	4
HORAS TOTALES	64
CLAVE	1 ^a

Morelia, Mich., Noviembre de 2001

MATEMÁTICAS I

INTRODUCCIÓN.

El empleo creciente de los métodos cuantitativos en diversas disciplinas como la economía, la psicología, y la sociología así como en las ciencias naturales y exactas, ha convertido a los procesos matemáticos y algebraicos en una importante herramienta para su estudio, ya que el lenguaje matemático ofrece la posibilidad de trabajar con conceptos en un nivel de formalidad tal, que permite la formulación de generalizaciones.

PROPOSITOS GENERALES.

Los propósitos generales de esta asignatura son que el alumno:

- Ubique los momentos clave en la historia de las matemáticas relacionadas con el desarrollo de la aritmética y el álgebra.
- Resuelva operaciones básicas entre polinomios y expresiones con potencias, e interprete problemas prácticos representándolos por medio de expresiones algebraicas.
- Domine todos los casos de productos notables y factorización, así como las ecuaciones lineales.
- Reconozca que la matemática está inmersa en un proceso histórico-social dinámico y complejo.

COMPETENCIAS.

Al término de este curso, el alumno estará capacitado para:

- Manipular todo tipo operaciones aritméticas, especialmente con fracciones.
- Enunciar las propiedades de los números reales.
- Trabajar con las operaciones básicas entre polinomios.
- Reconocer las formulas básicas de los productos notables y factorización.

EVALUACIÓN.

La evaluación del aprendizaje se define como el proceso por el cual se analiza y se valora el logro de las competencias planteadas en esta asignatura. De ahí que las estrategias de evaluación se aplicaran desde el inicio hasta el final del curso, de tal forma que sus resultados permitan, por un lado retroalimentar a profesores y alumnos acerca de las deficiencias de la enseñanza y de los progresos del aprendizaje y por otro, asignar una calificación al alumno que acredite o no el cumplimiento de las competencias establecidas para el curso.

En este sentido, se recomienda llevar a cabo tres tipos de evaluación:

- La diagnóstica.
- La formativa.
- La sumaria.

La evaluación diagnóstica se aplica al inicio del curso y tiene por objeto determinar si los alumnos poseen los conocimientos necesarios para el aprendizaje de los contenidos programados. Es importante destacar que los resultados de este tipo de evaluación no impactan de ninguna manera la calificación que se otorgue al alumno, al final del proceso.

La evaluación formativa se lleva a cabo durante el curso y tiene como propósito detectar deficiencias en el aprendizaje y en la enseñanza, valorando el progreso de los alumnos. Para tal efecto, se sugiere la aplicación de un examen parcial al finalizar cada unidad. Las calificaciones parciales se otorgarán considerando los resultados de los exámenes, así como la valoración que se haga de las siguientes actividades:

- Presentación de reportes de investigaciones bibliográficas.
- Presentación de ejercicios y problemas resueltos.
- Participación en exposiciones.

- Manejar las leyes de los exponentes.
- Resolver ecuaciones de primer grado.
- Traducir problemas prácticos al lenguaje algebraico, así como, encontrar soluciones e interpretar resultados.
- Resolver ecuaciones de primer grado.
- Traducir problemas prácticos al lenguaje algebraico, así como, encontrar soluciones e interpretar resultados.
- Reconocer e interpretar problemas prácticos por medio de ecuaciones lineales.
- Plantear un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas y encontrar sus soluciones.

UBICACIÓN CURRICULAR.

Esta asignatura se ubica en el primer semestre del plan de estudios y pertenece al núcleo de formación del tronco común y al campo de conocimiento matemático. Esta relacionada con el resto de las asignaturas de matemáticas de este núcleo, especialmente con Matemáticas II, con las materias de Física y Química, así como las asignaturas del núcleo de formación propedéutica: Cálculo Diferencial, Cálculo Integral, y Matemáticas Financieras.

LINEAMIENTOS DIDÁCTICOS.

Los lineamientos didácticos que se sugieren son los siguientes:

- Desarrollar el curso de modo que se tomen en cuenta los conocimientos previos de los estudiantes con el fin con el fin de generar un aprendizaje significativo.
- Vincular los conceptos teóricos con experiencias cotidianas y plantear problemas recreativos, con el objeto de eliminar el prejuicio de que las matemáticas son áridas y difíciles.
- Incluir comentarios históricos dando preferencia a lo anecdótico sobre lo historiográfico. No será imprescindible la evaluación de estos conocimientos.

La evaluación sumaria tiene como finalidad determinar el grado de dominio de las competencias, al término del curso, por lo que se recomienda, en este caso, la aplicación de un examen final.

La calificación del curso se determinará con base en el promedio de los resultados de las evaluaciones parciales y del examen final.

MATEMÁTICAS I
(NÚMEROS REALES)

UNIDAD 1 NÚMEROS REALES.

OBJETIVO: El alumno conocerá los principios y propiedades que rigen a los diferentes tipos de números y el lugar que les corresponde en la recta numérica, así como las operaciones que con ellos se efectúan.

HORAS ESTIMADAS PARA EL DESARROLLO DE LA UNIDAD: 8 HORAS.

TEMAS	ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE
<p>1. NÚMEROS NATURALES.</p> <p>1.1. Definición.</p> <p>1.2. Operaciones.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Consulta bibliográfica del tema. ▪ Elaboración en el cuaderno de trabajo investigación sobre los números naturales que incluyan: <ul style="list-style-type: none"> ✓ Operaciones. ✓ Representación en la recta numérica. ▪ Elaboración de un glosario de términos. ▪ Revisión del cuaderno de trabajo y glosario de términos. ▪ Resolución de ejercicios y problemas tipo sobre operaciones con números naturales.
<p>2. NÚMEROS ENTEROS.</p> <p>2.1. Definición.</p> <p>2.2. Orden.</p> <p>2.3. Operaciones</p>	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Consulta bibliográfica de tema. ▪ Elaboración en el cuaderno de trabajo investigación sobre los números enteros que incluyan: <ul style="list-style-type: none"> ✓ Operaciones. ✓ Propiedades de orden. ✓ Representación en la recta numérica. ▪ Elaboración continua del glosario de términos. ▪ Revisión del cuaderno de trabajo y glosario de términos. ▪ Resolución de ejercicios y problemas tipo sobre operaciones con números enteros.

MATEMÁTICAS I
(NÚMEROS REALES)

TEMAS	ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE
<p>3. NÚMEROS RACIONALES.</p> <p>3.1. Definición.</p> <p>3.2. Orden.</p> <p>3.3. Expresión decimal.</p> <p>3.4. Equivalencias.</p> <p>3.5. Operaciones fundamentales.</p> <p>3.6. Razones y proporciones.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Consulta bibliográfica del tema. ▪ Elaboración en el cuaderno de trabajo investigación sobre los números racionales que incluyan: <ul style="list-style-type: none"> ✓ Operaciones. ✓ Propiedades. ✓ Transformación a un decimal periódico. ✓ Representación en la recta numérica. ▪ Elaboración de glosario de términos. ▪ Revisión del cuaderno de trabajo y glosario de términos. ▪ Resolución de ejercicios y problemas tipo sobre operaciones con números racionales.
<p>4. NÚMEROS IRRACIONALES.</p> <p>4.1. Definición.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Consulta bibliográfica del tema.
<p>5. NÚMEROS REALES.</p> <p>5.1. Definición.</p> <p>5.2. Representación geométrica.</p> <p>5.3. Definición de igualdad y sus propiedades.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Consulta bibliográfica del tema. ▪ Elaboración en el cuaderno de trabajo investigación sobre los números reales que incluyan: <ul style="list-style-type: none"> ✓ Operaciones. ✓ Propiedades. ✓ Transformación a un decimal periódico. ✓ Representación en la recta numérica. ▪ Elaboración de glosario de términos. ▪ Revisión del cuaderno de trabajo y glosario de términos. ▪ Resolución de ejercicios y problemas tipo sobre operaciones con números reales.

MATEMÁTICAS I
(NÚMEROS REALES)

TEMAS	ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE
<p>6. APLICACIONES.</p> <p>6.1. Mínimo común múltiplo (M. C. M.)</p> <p>6.2. Máximo Común Divisor. (M. C. D.)</p> <p>6.3. Potencia y radicación.</p> <p>6.4. Notación científica.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Consulta bibliográfica del tema. • Elaboración en el cuaderno de trabajo una investigación sobre los procedimientos. <ul style="list-style-type: none"> ✓ Cálculo del m.c.m. ✓ Cálculo del m.c.d. ✓ Diferencia entre el m.c.m y m.c.d. ✓ Leyes de los exponentes. ✓ Notación científica. • Elaboración continua del glosario de términos. • Resolución de ejercicios tipo sobre potenciación, radicación, notación científica.

NOTA:

Por acuerdo de consejo de academias de matemáticas, esta unidad se acordó se impartiera a los alumnos de nuevo ingreso al bachillerato nocturno, durante las diez horas que se destinaron a la asignatura en el curso propedéutico; En caso de que no se hubiera impartido hay que comprenderla como introducción de este programa.

ATENTAMENTE

Universidad Michoacana a 12 de Octubre de 1991.

MATEMÁTICAS I
(ÁLGEBRA)

UNIDAD 2 LENGUAJE ALGEBRAICO.

OBJETIVO:

El alumno comprenderá las leyes que rigen el lenguaje algebraico identificando las expresiones dadas y aplicarlas a planteamientos dados.

HORAS ESTIMADAS PARA EL DESARROLLO DE LA UNIDAD:

4 HORAS.

TEMAS	ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE
<p>2. LENGUAJE ALGEBRAICO.</p> <p>2.1. Definición de Álgebra.</p> <p>2.2. Notación algebraica (lenguaje algebraico).</p> <p>2.3. Signos algebraicos de operación, de relación y de agrupación.</p> <p>2.4. Término algebraico y sus partes.</p> <p>2.5. Clasificación de los términos algebraicos; semejantes ó no semejantes.</p> <p>2.6. Clasificación de las expresiones algebraicas por su número de términos.</p> <p>2.7. Grado de una expresión algebraica.</p> <p>2.8. Ordenamiento de una expresión algebraica.</p> <p>2.9. Valor numérico de una expresión algebraica.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Consulta bibliográfica del tema. • Elaboración de un glosario de términos. • Resolución de ejercicios y problemas tipo resueltos por el profesor en clase, por el alumno en clase y casa sobre: <ul style="list-style-type: none"> ✓ Clasificación de las expresiones algebraicas. ✓ Grado de una expresión algebraica. ✓ Valor numérico de una expresión algebraica. • Revisión del cuaderno de trabajo y glosario de términos.

**MATEMATICAS I
(ÁLGEBRA)**

UNIDAD 3 OPERACIONES ALGEBRAICAS.

OBJETIVO:

Al terminar este bloque el alumno será capaz de realizar operaciones básicas con monomios y polinomios. Dominara las técnicas para el manejo de los productos notables, así como los diferentes procedimientos de factorización.

HORAS ESTIMADAS PARA EL DESARROLLO DE LA UNIDAD: 16 HORAS.

TEMAS	ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE
<p>3. OPERACIONES ALGEBRAICAS.</p> <p>3.1. Adición y sustracción de monomios y polinomios con coeficientes, enteros y fraccionarios.</p> <p>3.2. Introducción y supresión de signos de agrupación.</p> <p style="border: 1px solid red;">3.3. Leyes de los exponentes enteros para la multiplicación.</p> <p>3.4. Multiplicación por polinomios.</p> <p>3.5. Definición de producto y producto notable.</p> <p style="margin-left: 20px;">3.5.1. Cuadrado de un binomio.</p> <p style="margin-left: 20px;">3.5.2. Binomios conjugados.</p> <p style="margin-left: 20px;">3.5.3. Binomio con un término común.</p> <p style="margin-left: 20px;">3.5.4. Cubo de un binomio.</p> <p style="margin-left: 20px;">3.5.5. Teorema del binomio.</p> <p style="margin-left: 20px;">3.5.6. Binomio por un trinomio cuyo producto es igual a una suma o diferencia de cubos</p> <p style="margin-left: 20px;">3.5.7. Cuadrado de un trinomio.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Consulta bibliográfica del tema. ▪ Elaboración de glosario de términos. ▪ Resolución de ejercicios y problemas tipo resueltos por el profesor en clase, por el alumno en clase y casa sobre. <ul style="list-style-type: none"> ✓ Operaciones algebraicas. ✓ Productos notables. ✓ Factorizaciones ▪ Revisión del cuaderno de trabajo y glosario de términos.

**MATEMATICAS I
(ÁLGEBRA)**

TEMAS	ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE
<p style="border: 1px solid red;">3.6. Leyes de los exponentes enteros para la división.</p> <p>3.7. División de polinomios.</p> <p>3.8. División sintética.</p> <p>3.9. Factorización.</p> <p style="margin-left: 20px;">3.9.1. Factor común.</p> <p style="margin-left: 20px;">3.9.2. Diferencia de cuadrados.</p> <p style="margin-left: 20px;">3.9.3. Trinomios con término de segundo grado.</p> <p style="margin-left: 20px;">3.9.4. Suma y diferencia de cubos.</p> <p style="margin-left: 20px;">3.9.5. Por agrupación.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Consulta bibliográfica del tema. ▪ Elaboración de glosario de términos. ▪ Resolución de ejercicios y problemas tipo resueltos por el profesor en clase, por el alumno en clase y casa sobre. <ul style="list-style-type: none"> ✓ Operaciones algebraicas. ✓ Productos notables. ✓ Factorizaciones ▪ Revisión del cuaderno de trabajo y glosario de términos.

MATEMÁTICAS I
(ÁLGEBRA)

UNIDAD 4 FRACCIONES ALGEBRAICAS.

OBJETIVO:

El alumno será capaz de resolver problemas de operaciones con fracciones simples y complejas, aplicando las propiedades correspondientes.

HORAS ESTIMADAS PARA EL DESARROLLO DE LA UNIDAD:

8 HORAS.

TEMAS	ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE
<p>4. FRACCIONES ALGEBRAICAS.</p> <p>4.1. Definición y clasificación.</p> <p>4.2. Propiedades.</p> <p>4.3. Simplificación.</p> <p>4.4. Multiplicación de fracciones.</p> <p>4.5. División de fracciones.</p> <p>4.6. Obtener el mínimo común múltiplo de expresiones algebraicas.</p> <p>4.7. Suma y resta de fracciones.</p> <p>4.8. Simplificación de fracciones complejas.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Consulta bibliográfica del tema. ▪ Elaboración de glosario de términos. ▪ Resolución de ejercicios y problemas tipo resueltos por el profesor en clase, por el alumno en clase y casa sobre. <ul style="list-style-type: none"> ✓ Simplificación de fracciones algebraicas. ✓ Multiplicación y división de fracciones algebraicas. ✓ Suma y resta de fracciones algebraicas. ▪ Revisión del cuaderno de trabajo y glosario de términos.

MATEMÁTICAS I
(ÁLGEBRA)

UNIDAD 5 EXPONENTES FRACCIONARIOS Y RADICALES.

OBJETIVO:

El alumno aplicará las leyes de los exponentes y los radicales en la resolución de operaciones de expresiones algebraicas.

HORAS ESTIMADAS PARA EL DESARROLLO DE LA UNIDAD:

8 HORAS.

TEMAS	ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE
<p>5. EXPONENTES FRACCIONARIOS Y RADICALES.</p> <p>5.1. Propiedades de los exponentes fraccionarios.</p> <p>5.2. Operaciones con exponentes fraccionarios.</p> <p>5.3. Definición de raíz</p> <p>5.4. Propiedades de los radicales.</p> <p>5.5. Simplificación de un radical.</p> <p>5.6. Suma de radicales.</p> <p>5.7. Multiplicación y división de radicales.</p> <p>5.8. Racionalización.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Consulta bibliográfica del tema. ▪ Elaboración de glosario de términos. ▪ Resolución de ejercicios y problemas tipo resueltos por el profesor en clase, por el alumno en clase y casa sobre. <ul style="list-style-type: none"> ✓ Operaciones con exponentes enteros y fraccionarios. ✓ Operaciones con radicales. ✓ Racionalización de radicales. ▪ Revisión del cuaderno de trabajo y glosario de términos.

MATEMÁTICAS I
(ÁLGEBRA)

UNIDAD 6 ECUACIONES

OBJETIVO:

El alumno aplicará sus conocimientos para resolver ecuaciones lineales con una y dos incógnitas, así como ecuaciones cuadráticas por los diferentes métodos gráficos y analíticos, aplicándolos a problemas prácticos.

HORAS ESTIMADAS PARA EL DESARROLLO DE LA UNIDAD

16 HORAS.

TEMAS	ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE
<p>6. ECUACIONES.</p> <p>6.1. Definición, partes y clasificación en base al grado de número de incógnitas.</p> <p>6.2. Propiedades de las ecuaciones.</p> <p>6.3. Solución de ecuaciones de primer grado con una incógnita.</p> <p>6.4. Problemas que conducen a ecuaciones de primer grado con una incógnita.</p> <p>6.5. Solución gráfica de una ecuación de primer grado con dos incógnitas.</p> <p>6.6. Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.</p> <p>6.7. Método de solución (eliminación y por determinantes) e interpretación geométrica.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Consulta bibliográfica del tema. ▪ Elaboración de glosario de términos. ▪ Resolución de ejercicios y problemas tipo resueltos por el profesor en clase, por el alumno en clase y casa sobre: <ul style="list-style-type: none"> ✓ Ecuaciones de primer grado con una incógnita. ✓ Sistemas de ecuaciones con dos y tres incógnitas. ✓ Ecuaciones de segundo grado. ▪ Revisión del cuaderno de trabajo y glosario de términos.

MATEMÁTICAS I
(ÁLGEBRA)

TEMAS	ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE
<p>6.8. Problemas que conducen a un sistema de ecuaciones de lineales con dos incógnitas.</p> <p>6.9. Clasificación y solución de ecuaciones de segundo grado con una incógnita por:</p> <p>6.9.1. Factorización.</p> <p>6.9.2. Fórmula cuadrática.</p> <p>6.9.3. Completando el trinomio cuadrado perfecto.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Consulta bibliográfica del tema. ▪ Elaboración de glosario de términos. ▪ Resolución de ejercicios y problemas tipo resueltos por el profesor en clase, por el alumno en clase y casa sobre: <ul style="list-style-type: none"> ✓ Ecuaciones de primer grado con una incógnita. ✓ Sistemas de ecuaciones con dos y tres incógnitas. ✓ Ecuaciones de segundo grado. ▪ Revisión del cuaderno de trabajo y glosario de términos.

**MATEMÁTICAS I
(ÁLGEBRA)**

UNIDAD 7 LOGARITMOS

OBJETIVO: El alumno comprenderá las propiedades que rigen a los logaritmos y aplicarlos a problemas.

HORAS ESTIMADAS PARA EL DESARROLLO DE LA UNIDAD: **8 HORAS.**

TEMAS	ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE
<p>7. LOGARITMOS.</p> <p>7.1. Definición.</p> <p>7.2. Partes de un logaritmo.</p> <p>7.3. Sistemas logarítmicos.</p> <p>7.4. Propiedades de los logaritmos.</p> <p>7.5. Logaritmos decimales y neperianos.</p> <p>7.6. Problemas de aplicaciones de logaritmos.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Consulta bibliográfica del tema. ▪ Elaboración de glosario de términos. ▪ Resolución de ejercicios y problemas tipo resueltos por el profesor en clase, por el alumno en clase y casa sobre <ul style="list-style-type: none"> ✓ Las leyes fundamentales de los logaritmos. <ul style="list-style-type: none"> • El logaritmo de un producto. • El logaritmo de un cociente. • El logaritmo de una potencia. • El logaritmo de una raíz. ▪ Revisión del cuaderno de trabajo y glosario de términos.

**MATEMÁTICAS I
(ÁLGEBRA)**

BIBLIOGRAFIA

- ▶ Baldor Aurelio. "ÁLGEBRA", Editorial Publicaciones Culturales, México, 2000.
- ▶ Carter, Paul. "FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICAS I", Editorial Mc Graw Hill, México, 1991.
- ▶ O'Daffer, Pharis y otros. "PRE-ÁLGEBRA", Editorial Addison Wesley, México, 1994.
- ▶ Flores Meyer Marco Antonio y Antón Aguilón. "ÁLGEBRA", Editorial Progreso, México, 2000.
- ▶ Sobel Max A. y Lerner Norbert. "ÁLGEBRA", Editorial Prentice Hall Hispanoamericana, México, 1980.
- ▶ Ortiz Campos Francisco José. "MATEMÁTICAS I (ÁLGEBRA)", Editorial Publicaciones Culturales, México, 1996.
- ▶ Rees Paul K, Spuzka Fred, Spuzka Rees Charles. "ÁLGEBRA CONTEMPORÁNEA", Editorial Mc Graw Hill, México, 1990.
- ▶ Smith Stanley A. "ÁLGEBRA", Editorial Prentice Hall, México, 2001.
- ▶ Larson Roland E. y Hostetler Robert P. "ÁLGEBRA INTERMEDIA", Editorial Mc Graw Hill, México, 2000.