



UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO-MATEMÁTICAS
“MAT. LIC. LUIS MANUEL RIVERA GUTIÉRREZ”

SEGMENTACIÓN DE IMÁGENES MEDICAS OBTENIDAS POR
RESONANCIA MAGNÉTICA

TESIS

que para obtener el título de
LICENCIADA EN CIENCIAS FÍSICO-MATEMÁTICAS

PRESENTA
Paulina Villalón Valdez

Asesor
DOCTOR EN CIENCIAS
Rafael González Campos

MORELIA, MICHOACÁN, A FEBRERO DEL 2015

Índice general

| | |
|--|-----------|
| 1. Introducción | 1 |
| 1.1. Generalidades | 1 |
| 1.2. Contexto Histórico | 4 |
| 1.3. Resonancia Magnética | 5 |
| 1.3.1. Imágenes por RM | 6 |
| 1.3.2. Espectroscopía por RM | 8 |
| 1.3.3. Algoritmos de segmentación | 10 |
| 1.3.4. Diferentes métodos básicos de segmentación | 10 |
| 1.4. Bosquejo de esta tesis | 12 |
| 1.4.1. Objetivos | 12 |
| 1.4.2. Justificación | 12 |
| 2. Herramientas Matemáticas: Fourier, curvas de Bézier y métrica geométrica | 13 |
| 2.1. Fourier | 13 |
| 2.1.1. DFT y FFT | 16 |
| 2.1.2. El algoritmo XFT | 16 |
| 2.2. Curvas de Bézier | 17 |
| 2.3. Métrica geométrica | 19 |
| 3. Imágenes | 20 |
| 3.1. Procesamiento de Imágenes | 20 |
| 3.2. Segmentación de Imágenes | 22 |
| 3.2.1. Técnicas Comunes | 22 |
| 4. Segmentación de imágenes de RM mediante el algoritmo XFT | 26 |
| Conclusiones | 35 |
| Anexo | 37 |
| Referencias | 43 |

Resumen

El avance de la tecnología ha facilitado cada vez más el trabajo en cualquier ámbito profesional. Particularmente, ha sido eficaz en las ciencias de la salud debido a que la medicina fue revolucionada por técnicas como la obtención de imágenes de órganos del cuerpo humano por Resonancia Magnética. Gracias a Paul Laterbour, los trabajos que se habían realizado sobre resonancia magnética tomaron un nuevo enfoque dirigido al diagnóstico médico no invasivo. Pero para obtener estas imágenes se recurrieron a herramientas matemáticas, de las cuales las de gran importancia han sido las transformaciones de Fourier pues se utilizan tanto en la obtención de imágenes como en su procesamiento digital. El funcionamiento del escáner de imágenes está basado en la interpretación, que se hace con transformaciones de Fourier, de señales de la resonancia magnética provenientes de los núcleos de hidrógeno presentes en la grasa y el agua de los tejidos del cuerpo humano. Una vez obtenidas las imágenes, se hacen programas de computadora que utilizan las transformaciones de Fourier para definir los contornos de los elementos que las componen. Para poder procesar esa información se creó un programa de segmentación basado en el algoritmo eXtended Fourier Transformation, desarrollado en la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, para segmentar individualmente los tejidos que en dichas imágenes aparecen. Aunque en este trabajo se le da mayor importancia al uso de este programa en imágenes médicas, también se le dio uso a imágenes de otras características pero con el mismo éxito de segmentación. Palabras Clave: Resonancia Magnética, Imágenes, Segmentación.

Abstract

The advancement of technology has facilitated increasingly work in any professional field. Particularly, it has been effective in the health sciences because the medicine was revolutionized by techniques such as imaging of human organs by MRI. Thanks to Paul Laterbour, investigations were made on MRI taken a new approach to non-invasive medical diagnosis. But in order to obtain these images, they resorted to mathematical tools, of which the high importance are Fourier transformations that are used for both imaging and digital processing. The operation of the image scanner is based on the interpretation, which is made with Fourier transforms of magnetic resonance signals from hydrogen nuclei present in the fat and water from the tissues of the human body. After obtaining the images, computer programs are made using Fourier transformations to define the contours of the elements that compose them. To process this information, a program segmentation algorithm was created based on eXtended Fourier Transformation, which was developed at the Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, to individually target tissues that appear in these images. While in this work it is given greater importance to use this program in medical imaging, we also use images of other types but with the same success segmentation. Keywords: Magnetic Resonance, Images, Segmentation.

Capítulo 1

Introducción

1.1. Generalidades

Gracias al desarrollo de las tecnologías de la información han habido avances de técnicas cada vez más sofisticadas para obtener y analizar datos de interés. Las técnicas de imagen médica en sus múltiples modalidades como lo son la resonancia magnética, la topografía axial computarizada, la ecografía, el ultrasonido, etc. han sido beneficiadas por esta situación y gracias a estos avances también han sido herramientas ampliamente usadas como instrumento de diagnóstico. Una de las técnicas más importantes para esta tarea es la resonancia magnética nuclear que, aunque su análisis es cualitativo el posterior procesamiento de las imágenes es más útil para obtener información cuantitativa de valor clínico.

Recientemente, la obtención de imágenes por resonancia magnética ha sido uno de los descubrimientos físicos más útiles en el campo aplicado de las ciencias. El extenso desarrollo de la obtención de imágenes por resonancia magnética o de RMI por sus siglas en inglés, se debe al trabajo cooperativo de la medicina, la física, las matemáticas y la computación basados en los principios de la resonancia magnética nuclear, que dio pie a la invención de técnicas de adquisición y reconstrucción de imágenes. Gracias a ella se han podido hacer avances principalmente en el campo de la medicina y en otras ciencias como la física, la química, la antropología, la astronomía, la biología y muchas más. Gracias a esta técnica ha sido posible inspeccionar mediante imágenes de alta definición el cuerpo humano de manera no invasiva, es decir, sin necesidad de operar con bisturí para averiguar las causas de las enfermedades o el funcionamiento del cuerpo humano. En las figuras 1.1 y 1.2 se muestran imágenes obtenidas por resonancia magnética, las cuales, debido a la alta definición, muestran a simple vista los tejidos que corresponden a la parte del cuerpo observada: la cabeza y la parte posterior del abdomen, que es donde se encuentran los riñones.

El uso de esta técnica para la obtención de imágenes del cuerpo humano ha demostrado ser mejor que la utilizada con las topografías de rayos X, en el sentido de daños a la salud, pues no presenta la radiación ionizante que presentan los rayos X

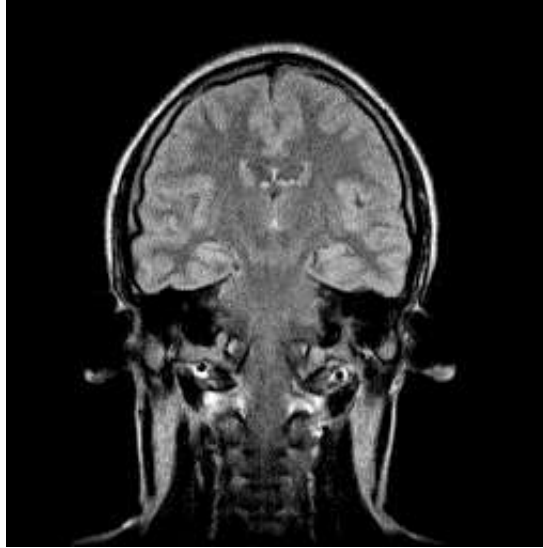


Figura 1.1: RMI cefalea coronal. A simple vista se pueden localizar el cerebro y el cráneo.

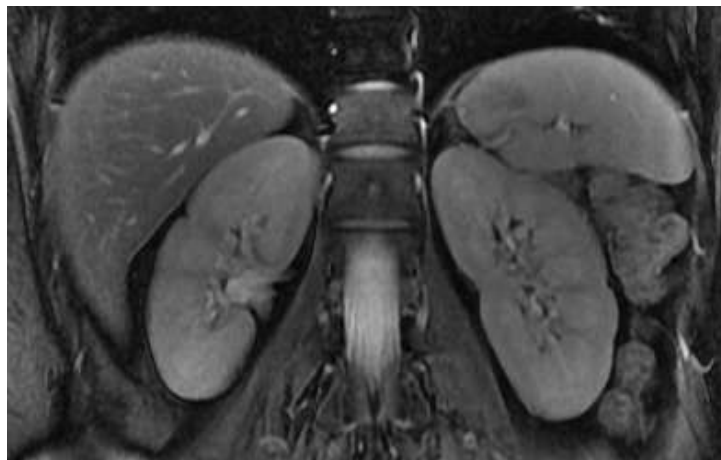


Figura 1.2: RMI de riñones.

y por lo tanto, ni la muestra ni el operador del escaner están expuestos a los riesgos de dicha radiación, que puede dañar al ADN y tener como consecuencia la aparición de mutaciones celulares, las cuales después de un tiempo pueden convertirse en tumores malignos o cancerígenos. Por otro lado, ha sido sobre todo 'útil en el campo neurológico pues, a través de las imágenes por RM se ha podido obtener información acerca del funcionamiento de los tejidos cerebrales y de su interacción recíproca en personas con vida, ya que de otra forma se necesitaría utilizar cadáveres, lo cual no tendría sentido pues el cerebro ya no presentaría actividad.

Las imágenes por RM, entre ellas las cerebrales, arrojan datos que pueden ser analizados mediante métodos de segmentación de imágenes. Estos métodos son técnicas de procesamiento digital de imagen con el fin de producir información cuantitativa que complementa el análisis y observación de los radiólogos.

A Paul Lauterbur se le debe la idea de obtener imágenes a partir del espectro creado por las señales emitidas por la frecuencia de resonancia magnética, pues según en una entrevista que concedió para la organización encargada de la realización del Premio Nobel que ganó en 2003, los estudios relacionados con esta técnica apuntaban inminentemente a este adelanto pues sólo era cuestión de darle otro enfoque y el que le dio él fue el del diagnóstico médico; fue así que hizo el salto de la imagenología por radiación a la proveniente de la magnetización de los núcleos atómicos que componen a los tejidos [1]. Los principios involucrados en la creación de estas imágenes son las bobinas de radiofrecuencia, los gradientes tanto del campo magnético como del eco producido por las señales, la localización, la selección de rodaja, el código de frecuencia y el de fase. Las técnicas para la obtención de imágenes es tan variada como el tipo de secuencias de vibración construidas manipulando la radiofrecuencia y los gradientes de vibración. La alta flexibilidad de la imagenología por RM permite esta variedad pues las señales de la resonancia magnética pueden ser manipuladas de muchas maneras. Esto también da una idea de la cantidad de objetivos para lo que estas imágenes están diseñadas en diferentes aplicaciones; por el lado clínico, el objetivo es que se puedan identificar fácilmente los tejidos sanos de los enfermos, y por otro lado, en el campo de la industria, se utiliza para la investigación de las estructuras de los materiales.

El propósito de esta tesis es estudiar un método de segmentación de imágenes obtenidas por Resonancia Magnética y compararlo con los que se usan comercialmente. Cabe mencionar que éste método está basado en un algoritmo llamado *eXtended Fourier Transform* o *XFT* desarrollado en la UMSNH. Como su nombre lo dice, este algoritmo es una extensión de la transformación de Fourier que puede ser utilizado en el proceso de segmentación de imágenes y en el caso de esta investigación este algoritmo ayudará a diferenciar los contornos cerebrales en las imágenes obtenidas por resonancia magnética, así como los 'órganos de interés en imágenes de otras partes del cuerpo.

1.2. Contexto Histórico

Indagando un poco en el contexto histórico, las investigaciones básicas que permitieron el estudio de la resonancia magnética se iniciaron en varios laboratorios de física en las primeras décadas del siglo XX cuando sólo se estaban indagando las propiedades físicas y químicas de la materia a nivel microscópico. Durante la década de los 30, en la Universidad de Columbia, Isidor Isaac Rabi profesor de mecánica cuántica junto con su equipo de investigación utilizó la técnica llamada *resonancia de haces moleculares* para estudiar las propiedades magnéticas de los átomos y las moléculas. Pero no fue hasta mediados del siglo, justo después de la Segunda Guerra Mundial, que se dieron los primeros avances importantes en lo que se refiere a los experimentos de resonancia magnética. Dos físicos de Estados Unidos, Edward Purcell de la Universidad de Harvard y Felix Bloch de la Universidad de Stanford, continuaron por separado con las investigaciones de la resonancia magnética que había comenzado Rabi. En 1945, con una diferencia de tres semanas, ambos crearon las condiciones necesarias para observar el *fenómeno de resonancia magnética nuclear en materia condensada*.

La resonancia magnética nuclear con transformación de Fourier fue propuesta a finales de la década de 1950 por Russell Varian, de Varian Associates, como un nuevo método de impulsos por información de frecuencias, y casi de manera simultánea Irving Lowe y Richard E. Norberg de la Universidad de Washington en St. Louis, demostraron que era posible obtener todos los resultados disponibles de los experimentos con onda continua mediante la manipulación matemática de las señales producidas en un experimento con vibraciones. Al análisis matemático de los datos en el espacio de frecuencias se le llama transformación de Fourier, pero para resultados prácticos esta técnica no era útil en esa época debido a las limitaciones tecnológicas.

Una vez que se pudo comprender el fenómeno se procedió a desarrollar nuevos experimentos que dieron lugar a la adquisición de imágenes por RM y posteriormente a la segmentación. En 1971, el químico Paul Lauterbur vio que la certeza para la diagnosis podría ser dada mediante la obtención de imágenes. Sólo hacía falta saber la posición de las señales proporcionadas por la resonancia magnética nuclear en la muestra y de allí elaborar un mapa de toda la muestra. En 1975 Richard Ernst propuso imágenes por resonancia magnética usando codificación de fase y frecuencia, y la Transformada de Fourier. Ésta es la base de las técnicas de imágenes por RM actuales. Algunos años después, en 1977, Peter Mansfield desarrolló la técnica de imágenes ecoplanares. Esta técnica se desarrollará años después para producir imágenes en rangos de video (*30 ms/imagen*). En 1980, Edelstein y sus colegas dieron a conocer imágenes del cuerpo utilizando la técnica de Ernst. Con esta técnica una sola imagen podía ser obtenida en aproximadamente cinco minutos.

Para 1986, el tiempo de la obtención de imagen se redujo a alrededor de cinco segundos, sin sacrificar la calidad de la imagen. En este mismo año se desarrolló el microscopio de resonancia magnética nuclear, el cual permitía una resolución de aproximadamente $10\ \mu m$ en aproximadamente $1\ cm$ de la muestra. En 1987

las imágenes ecoplanares fueron usadas para ejecutar una película de tiempo real de un solo ciclo cardiaco; también Charles Dumoulin perfeccionó la angiografía por resonancia magnética, la cual permitía obtener imágenes del flujo sanguíneo sin tener que usar agentes de contraste. En 1991, Richard Ernst fue premiado por sus logros en la técnica de análisis de frecuencias con la ayuda de la Transformada de Fourier en las señales de resonancia magnética nuclear y obtención de imágenes por resonancia magnética con el premio Nobel de Química. En 1992 se desarrolló la obtención de imágenes por resonancia magnética funcional (fMRI por sus siglas en inglés). Esta técnica permite el mapeo de la función de varias regiones del cerebro humano. Cinco años antes muchos clínicos pensaban que una de las aplicaciones básicas de las imágenes ecoplanares era la imagen en tiempo real del corazón. El desarrollo de la fMRI trajo consigo una nueva manera de aplicar las imágenes ecoplanares para ubicar regiones del cerebro responsables del pensamiento y del movimiento.

1.3. Resonancia Magnética

La resonancia magnética nuclear o RMN es la base de la imagenología de resonancia magnética o MRI. Sin embargo, debido a las connotaciones negativas de la palabra "nuclear" que se conocen debido a los eventos ocurridos en la Segunda Guerra Mundial sólo se le denomina resonancia magnética o RM. Esta técnica básicamente consiste en que si se coloca una muestra en un campo magnético externo potente producido por un magneto, las partículas de la muestra tienden a alinearse al campo externo. Se somete la muestra a ondas de radio provenientes de la antena de radiofrecuencia mientras se varía la potencia del campo magnético. Se llega a una determinada potencia del campo magnético externo que invierte los momentos magnéticos de los núcleos de los átomos de la muestra, esto sucede cuando la frecuencia de la señal de radio coincide con la frecuencia de precesión característica de los núcleos, es decir, cuando ocurre la frecuencia de resonancia magnética. Pero también existe en el núcleo una propiedad que es el corazón de este fenómeno: el espín. El espín se puede pensar como un pequeño campo magnético que causará que el núcleo produzca la señal de resonancia magnética nuclear.

Aprovechando la abundancia de hidrógeno en el cuerpo humano, esta característica puede utilizarse para excitar de forma selectiva el protón de los átomos de dicho elemento químico de un cuerpo y así recoger luego la señal inducida en el proceso de relajación. El proceso de relajación sucede después de que la frecuencia de resonancia ocurre. Un núcleo absorbe energía de la señal de radio, la cual es igual a la diferencia entre sus dos estados de energía, por lo tanto sube al siguiente nivel de energía; puede ocurrir, también, que se dé otra inversión de momento magnético cuando el núcleo emite esa misma energía que absorbió, al pasar del estado superior de energía al inferior. Esta misma señal inducida puede usarse para obtener la distribución de estas partículas en el cuerpo, lo que produce la imagen de RM, o para obtener la concentración de distintas sustancias, usando para ello su desplazamiento químico respecto a la frecuencia de resonancia o frecuencia de Larmor, y así producir

un espectro de RM. Para mayor claridad, la frecuencia de Larmor, físicamente hablando, es la frecuencia del fotón que causó la transición del espín entre dos niveles de energía.

1.3.1. Imágenes por RM

Para construir imágenes a partir de la señal de RM de los átomos de hidrógeno en un objeto se utiliza el principio que subyace detrás de dicha instrucción, la cual es la ecuación de la resonancia, que describe cómo la frecuencia ω de resonancia de un espín es proporcional al campo magnético B_o , al cual está sometido:

$$\omega = \gamma B_o$$

donde γ es la constante giromagnética, la cual indica la intensidad de la señal del átomo de hidrógeno o del isótopo que se esté usando en la RM.

En la figura 1.3 se despliega una representación esquemática de los principales componentes de un equipo de imágenes por resonancia magnética y sus principales interconexiones. En la parte superior del esquema se encuentran los componentes del resonador, que se sitúan dentro de la sala donde se realiza el examen. El magneto produce el campo B_o para el proceso de obtención de imágenes. Dentro del magneto se encuentran las bobinas de gradiente, que generan los gradientes de B_o en las direcciones X , Y y Z . Dentro de las bobinas de gradiente está la bobina de RF, que produce el campo magnético B_1 necesario para que los espines roten 90° , 180° o cualquier otro valor seleccionado según la secuencia de pulsos y, a su vez, detecta la señal de los espines del cuerpo. El paciente es posicionado dentro de la abertura del magneto mediante una camilla controlada por computadora que posiciona a la camilla con precisión de 1 mm. La sala de examen está protegida contra la RF mediante un blindaje, que evita que los pulsos de RF de alta potencia se irradien por todo el hospital. También evita que las diversas señales de RF, provenientes de estaciones de radio y televisión, sean detectadas por el resonador. Algunas salas de examen, también están rodeadas de un blindaje magnético que evita que el campo magnético se extienda demasiado lejos. En los nuevos resonadores, la protección magnética es parte integral del magneto.

El análisis de las señales inducidas en la antena de recepción del escáner proporciona información sobre el contenido de los distintos elementos de volumen, o voxels, que forman el objeto de estudio. Voxel, el cual proviene de VOlume y pi-XEL, es un elemento de volumen que contiene información gráfica asociada a un punto en un espacio tridimensional; es la mínima unidad de volumen que constituye un objeto en tres dimensiones.

Los tipos de imágenes se diferencian en base al fenómeno que más influya en su formación, estos fenómenos son llamados también potenciaciones; se consiguen al variar los pulsos de radiofrecuencia, los gradientes de campo magnético y al modificar los parámetros de contraste para potenciar o ponderar un efecto deseado tal que se maximice el contraste entre tejidos específicos. Las potenciaciones básicas en la

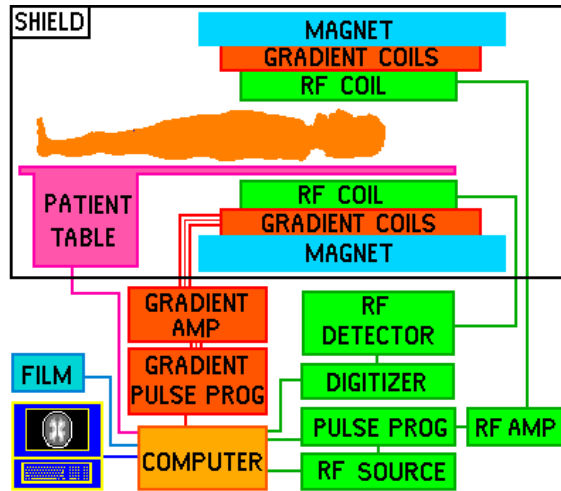


Figura 1.3: Esquema del funcionamiento del escáner de RMI

generación de imágenes son la densidad protónica DP , el tiempo de relajación longitudinal $T1$ y el tiempo de relajación transversal $T2$, entendiéndose como relajación al retorno de la magnetización, del espín del núcleo, a su equilibrio magnético.

En la relajación longitudinal sucede que el núcleo estando en presencia del campo magnético externo se alinea con este, pero al mandarle la radiofrecuencia su alineación cambia 180° ; en el caso de la relajación transversal la alineación cambia 90° y el tiempo que se toma es en lo que tarda el núcleo en volver a alinearse al campo magnético externo. $T1$ es el tiempo que tarda la magnetización longitudinal en regresar a su punto de equilibrio por un factor de e y $T2$ es el tiempo que tarda la magnetización transversal en hacer lo propio también por un factor de e , donde e es una constante matemática conocida como número de Euler, el cual tiene un valor aproximado de

$$e = 2,718281828459045235360287471352662497757247093669995\dots$$

Por lo tanto, en el contexto físico, el tiempo que tarda en relajarse el espín a su posición de equilibrio es aproximadamente un factor de $2.718281828459045235360287471352662497757247093669995\dots$ segundos.

En la densidad protónica, la intensidad del pixel de la imagen resultante es proporcional a la concentración de protones de hidrógeno del voxel. En $T1$, además de lo que sucede en la DP , la intensidad del pixel de la imagen depende del tiempo de relajación longitudinal propio de cada tejido y en $T2$, a diferencia de $T1$, la intensidad del pixel depende no del tiempo de relajación longitudinal sino del transversal propio de cada tejido.

Las imágenes de RM presentan ruidos propios de esta técnica como los llamados “artefactos”. Este término es utilizado en la ciencia, medicina y procesamiento de datos, para indicar cualquier distorsión percibida y/o cualquier otro error de datos causado por un instrumento de la observación o medición, el cual puede provocar

una mala interpretación o resultados erróneos [2]. Los artefactos más frecuentes son la cuadratura, la inhomogeneidad, el movimiento y el volumen parcial.

- La cuadratura es debida a un mal funcionamiento de los canales de la bobina o detector de radio frecuencia que a su vez fue provocado por un fallo del hardware. El detector de cuadratura, que es parte del detector de radiofrecuencia, comúnmente contiene dos mezcladores dobles balanceados, dos filtros, dos amplificadores, y un corrector de fase de 90° . Existen dos entradas y dos salidas en el dispositivo. Ingresan las frecuencias ω y ω_0 , y se obtienen las componentes M_x o M_y de la magnetización transversal. Este artefacto es causado por una diferencia en la ganancia de los canales de las componentes real e imaginaria del detector de cuadratura. Para que la transformada de Fourier funcione correctamente, la ganancia de ambos juegos de mezcladores, filtros y amplificadores doble balanceados de los canales de las componentes real e imaginaria del detector de cuadratura deben tener eficiencias idénticas. Cuando esto no ocurre, la transformada de Fourier puede incluir un pequeño componente negativo de cualquiera de las frecuencias presentes de la señal. Este pequeño componente negativo provoca imágenes fantasmas del objeto en forma diagonal [2].
- La inhomogeneidad se refiere a la variación lenta de la intensidad a lo largo de la imagen. Puede ser provocada por la desuniformidad del campo de radiofrecuencia, por la desuniformidad de la sensibilidad de la antena de recepción o por otras razones parecidas.
- El movimiento es un emborronamiento o es la aparición de imágenes fantasma en la dirección de la codificación de fase. Es causado por el movimiento de los objetos en el interior al momento de que el escáner va recopilando la información.
- El volumen parcial es el emborronamiento de las regiones límite entre los tejidos producido por la mezcla de distintos tejidos en un mismo voxel porque el tamaño del voxel es muy grande para el objeto. Se debe tomar en cuenta que el tamaño del voxel es proporcional a la relación señal-ruido. La relación señal-ruido (en inglés Signal to noise ratio, SNR) es la proporción existente entre la potencia de la señal que se transmite y la potencia del ruido que la corrompe y este margen se mide en decibelios.

1.3.2. Espectroscopía por RM

Al principio, la mayoría de los espectrómetros de RM eran de tipo onda continua, luego los de tipo pulsar comenzaron a esparcirse dando lugar a nuevas técnicas de medición, entre ellas, las técnicas por transformación de Fourier. Las técnicas previamente mencionadas son importantes en la RM porque el espectro medido como una función de frecuencia es la transformada de Fourier del decaimiento de

libre inducción después de un pulso de 90° (Ernst and Anderson, 1966; Haeberlen, 1976).

La espectroscopía de esta transformación es una técnica que lleva a cabo un experimento de RM en el dominio del tiempo y luego usa una computadora para calcular la transformada de Fourier de la señal proveniente de este dominio del tiempo para proporcionar el espectro del dominio de la frecuencia el cual es graficado en un registrador. Esta espectroscopía es bastante susceptible porque supera una mayor limitación de las técnicas de lento paso los cuales implican frecuencia o barridos de campo a través de la región de resonancia (Farrar and Becker, 1971). Estos métodos de paso lento sólo recopilan datos útiles mientras el escáner va pasando a través de una línea resonante, de otro modo registrarían sólo ruido. La medición del dominio del tiempo hace uso de un pulso suficientemente amplio para abarcar el espectro entero, y por lo tanto registra el decaimiento de todas las líneas del espectro simultáneamente. Como resultado, durante el proceso entero de medición se van adquiriendo datos útiles, con un consecuente incremento en la susceptibilidad fundamental.

Las imágenes que resultan por la obtención de los datos de las frecuencias de las señales a partir de la resonancia magnética se someten a una manipulación por medio de programas computacionales pues son imágenes digitales que se pueden procesar para poder obtener información a partir de ellas. Es decir, la imagen por resonancia magnética está compuesta de varios elementos denominados pixeles y la intensidad de cada uno de ellos es proporcional a la intensidad de la señal de RM del contenido del correspondiente elemento de volumen o voxel del objeto estudiado. La imagen por RM se basa en la absorción y emisión de energía, dentro del rango de la radiofrecuencia en el espectro electromagnético.

La segmentación de imágenes ha ayudado en el campo médico a conocer la anatomía de manera más clara pues con esta técnica en las estructuras neuroanatómicas de interés se puede realizar un análisis cuantitativo morfométrico que puede ayudar en el diagnóstico de distintas patologías y en la evaluación de la respuesta a un determinado tratamiento. Básicamente se trata de fraccionar a las imágenes para luego seleccionar alguna de estas partes para su estudio. Las imágenes proporcionadas por la resonancia magnética son analizadas mediante la segmentación de imágenes. Debido a que la producción de imágenes cada vez es mayor se ha acudido a las computadoras para que los radiólogos puedan organizarlas de manera eficiente.

Pero no todo es perfecto, ya que en el momento de realizar la segmentación de imágenes de RM se pueden encontrar varios problemas que son inherentes a esta técnica:

- Distintos tejidos tienen o pueden tener brillos similares.
- No hay valores absolutos en las unidades de intensidad.
- Ruidos característicos asociados a la técnica.

1.3.3. Algoritmos de segmentación

Los algoritmos para el delineamiento de estructuras anatómicas y otras regiones son los más utilizados para asistir y automatizar los trabajos de los radiólogos. Estos algoritmos de segmentación de imágenes son muy importantes en las aplicaciones biomédicas de tratamiento de imágenes.

Uno de estos algoritmos que es muy utilizado en el campo de la segmentación de imágenes es el algoritmo Expectation-Maximization. Éste se basa en las densidades de probabilidades de que ciertos píxeles de la imagen se encuentren en ciertos lugares. Funciona con dos pasos que se repiten de forma iterativa. Sea un conjunto x de N datos y sus correspondientes probabilidades de pertenencia a cada clase y . Donde y_{ik} es la probabilidad de que el dato x_i pertenezca a la clase k . La distribución de probabilidad de los datos se describe mediante $f(x|\phi)$, en la que ϕ son sus parámetros (media, varianza y frecuencia relativa).

En el primer paso que es el de “Expectation”, el algoritmo empieza asignando valores iniciales a los parámetros y calculando las probabilidades condicionales posteriormente a partir de los parámetros iniciales usando para ello la regla de Bayes. En el segundo paso, o de “Maximization”, se utilizan las probabilidades a posteriori para realizar una mejor estimación de los parámetros. Este proceso se itera hasta que la verosimilitud converge a un valor máximo.

1.3.4. Diferentes métodos básicos de segmentación

Hay varios métodos de segmentación y su existencia depende de las tareas para las que estén hechos. Es muy difícil encontrar un método general para el tratamiento de imágenes porque todavía no se ha encontrado un método que se pueda aplicar a cualquier tipo de imagen o a cualquier tipo de estudio. No son los mismos métodos los que se usan para la segmentación del hígado que los que hacen lo propio respecto al cerebro. Luego, la selección del método de segmentación puede ser muy difícil. El análisis y clasificación automática de imágenes se basa en general en las dos características fundamentales de las imágenes: la intensidad de la señal de los píxeles y su disposición geométrica en la imagen. La segmentación de una imagen se realiza con la clasificación de los píxeles en fondo o señal. Los métodos de segmentación están agrupados en cuatro tipos fundamentales: técnicas basadas en cotas, métodos basados en bordes, métodos basados en regiones y técnicas que combinan los métodos basados en bordes y regiones [3].

- Los métodos de umbralización se basan en el postulado de que todos los píxeles cuyo valor de intensidad caiga en un cierto rango pertenecen a una clase determinada [4]. Para ello se usa un valor de corte o umbral que permite definir cuando un píxel pertenece a la señal o al fondo.
- Los métodos de bordes se basan en el postulado de que los valores de los píxeles cambian bruscamente alrededor de los bordes de los objetos [5,6]. Permiten la

detección de bordes en las imágenes, con una precisión entre el borde detectado y el real dependiente del grado de variabilidad de ciertos parámetros.

- Los métodos de crecimiento de regiones se basan en el postulado de que pixeles vecinos dentro de una región dada tienen valores de intensidad similar [7,3]. El procedimiento general compara cada pixel con los de cierta región y si se satisface la condición de homogeneidad de interés se agrega a la misma. Parte de un conjunto de regiones semillas (representativas de la característica de interés) y a partir de estas comienza el crecimiento mediante la adición de pixeles [7].
- Los métodos que combinan estos dos últimos incluyen segmentación morfológica [8,3] y ajuste de superficie. Se aplica la transformada de Watershed [9] al gradiente de la imagen y se analiza la topografía de dicho gradiente con fronteras entre regiones como crestas.
- El uso de los campos aleatorios de Markov se basa en que la probabilidad de que un pixel pertenezca a una clase está condicionada por las clases de los pixeles vecinos. Este tipo de segmentación ha sido utilizado para minimizar el efecto del ruido que puede aparecer en las imágenes pero tiene un alto costo computacional.
- Por último, tenemos la etapa de extracción de características en la que se calculan diferentes medidas de interés para las regiones segmentadas en la imagen: áreas, volúmenes, longitudes, promedios. Generalmente, para estos cálculos se suele usar las intensidades de los pixeles de la región a medir, pero pudieran usarse también la cantidad de pixeles de los puntos pertenecientes a una región dada [10,11]. Por ejemplo, el área de un objeto de la imagen puede definirse a partir de la cantidad de pixeles que conforman dicho objeto. También puede definirse la distancia entre dos puntos de la imagen a partir de la cantidad de pixeles que conforman la línea recta que los une. Puede resultar también de interés evaluar la calidad de la segmentación a partir de ciertos parámetros conocidos de antemano y que deben cumplirse en la imagen segmentada. Por ejemplo, que un objeto tenga determinadas dimensiones o que esté ubicado en determinado lugar dentro de la imagen.

Se debe mencionar los diferentes métodos de segmentación que más se usan en la aplicación de las imágenes obtenidas por la resonancia magnética. Algunos métodos que son muy utilizados son: umbralización, localización de contornos, crecimiento de regiones, clasificadores, redes neuronales artificiales, entre otros. Los métodos de segmentación que permiten la diferenciación de los contornos en las imágenes cerebrales son los más usados por los que se dedican al estudio de este órgano vital, pues los bordes del cerebro por ser irregulares natos debido a sus rugosidades deben mostrarse más detallados en las imágenes para disminuir la dificultad de estudio. En este trabajo se utiliza la detección del contorno de la imagen a segmentar a partir

de la información proporcionada por la ubicación geométrica y la intensidad de la señal en el espacio de frecuencias de los píxeles involucrados.

1.4. Bosquejo de esta tesis

Los primeros tres capítulos de este trabajo exponen la base teórica. Primero se familiarizará con los conceptos y definiciones relevantes a la resonancia magnética para posteriormente, conocer sobre la herramienta matemática utilizada y más tarde involucrarse con el contexto de las imágenes y su procesamiento.

En el cuarto capítulo de esta investigación, se propone al algoritmo XFT como elemento principal en el método de segmentación de contornos en imágenes cerebrales obtenidas por resonancia magnética, y por lo tanto, como una aplicación en el diagnóstico médico.

Las imágenes que se utilizan en el procesamiento y posterior segmentación de las mismas, son digitalizadas pero manteniendo su alta fidelidad para detectar sus contornos en mayor detalle. Lo que se busca en estas imágenes es la diferencia de intensidad en los píxeles para aplicarle una umbralización y posteriormente se detecta la diferencia de energía producida por dicha intensidad en ciertos lugares de la imagen por medio de los bordes o contornos que destaca el algoritmo XFT. Una vez teniendo esta imagen de contornos se procede a segmentar.

1.4.1. Objetivos

Los objetivos a lograr con este trabajo de investigación es comprobar que la aplicación de este algoritmo en la segmentación de contornos cerebrales es rápido, sencillo y muy bien aproximado para que al compararlo con los demás métodos se pueda apreciar su eficacia.

1.4.2. Justificación

Se quiere hacer notar la importancia del uso de las computadoras como intérpretes de la información producida por un fenómeno de la física cuántica, en lo específico el fenómeno de la resonancia magnética nuclear. Los algoritmos matemáticos son excelentes herramientas matemáticas en el procesamiento de los datos de las imágenes de resonancia magnética, pues son rápidos y proporcionan soluciones con muy buena aproximación a la realidad. Se espera que con esta investigación también se pueda hacer evidente la conexión que existe entre la física, las matemáticas, la computación y la medicina. Que sea visible el vínculo de las diferentes ciencias y que esto ayude a abarcar aspectos diferentes de ellas para la construcción de nuevo conocimiento interdisciplinario.

Capítulo 2

Herramientas Matemáticas: Fourier, curvas de Bézier y métrica geométrica

2.1. Fourier

Las transformaciones lineales, especialmente las de Fourier y Laplace, son técnicas matemáticas conocidas por simplificar problemas que son parte de sistemas lineales, ya que se usan como herramienta tanto en la física como en la matemática para cambiar el problema en uno que se pueda resolver.

La transformada de Fourier se utiliza para pasar al dominio de la frecuencia una señal para así obtener información que no es evidente en el dominio temporal. Por ejemplo, es más fácil saber sobre qué ancho de banda se concentra la energía de una señal analizándola en el dominio de la frecuencia utilizando el teorema de Parseval.

La relación de Parseval en su equivalente a la transformada integral de Fourier se escribe:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)g^*(t)dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(w)G^*(w)dw$$

Haciendo $g = f$, se obtiene

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F(w)|^2 dw$$

$f(t)^2$ es el cuadrado de la amplitud, que a su vez está relacionada con la energía que es transportada por la onda en el dominio del tiempo. Al transformarse la función en el tiempo en la función en el espacio de la frecuencia w se puede localizar fácilmente y de manera más simple el problema en dicho espacio pues la información se concentra alrededor de las frecuencias dominantes de las cuales el origen es una de ellas. Es así que la relación de Parseval nos permite interpretar a $|F(w)|^2 dw$ como la energía que lleva la onda en el dominio de la frecuencia w . Por lo tanto, la cantidad de energía que es transportada por la onda en el espacio temporal es la misma que en el espacio de las frecuencias y entonces se conserva.

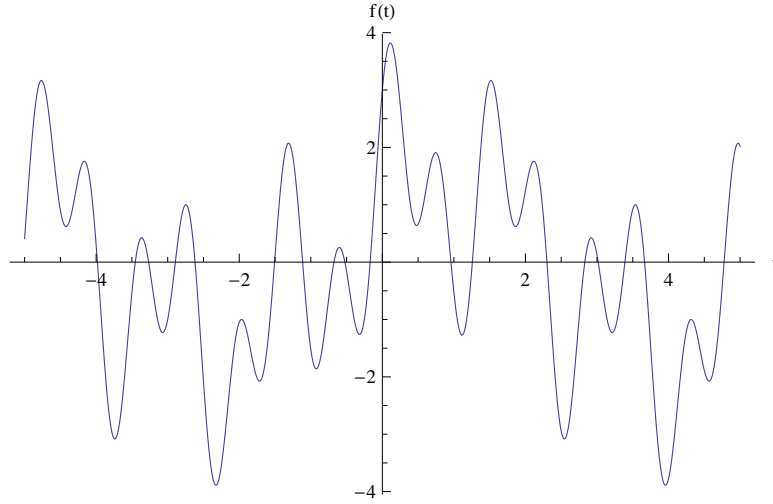


Figura 2.1: Gráfica en el espacio temporal de $f(t) = sent + cost + sen4t + cos4t + sen9t + cos9t$.

Como ejemplo, utilizaremos un polinomio trigonométrico con frecuencias $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ diferentes. Un polinomio trigonométrico es una combinación lineal de senos y cosenos que tienen un período común T , entonces

$$f(t) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{n_0} [a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)].$$

Haciendo un caso numérico muy sencillo con $a_0 = 0, n_0 = 3, \omega_1 = 1, \omega_2 = 2, \omega_3 = 3, a_n = b_n = 1$, se tiene:

$$f(t) = sent + cost + sen4t + cos4t + sen9t + cos9t,$$

cuya gráfica es la que se muestra en la Figura 2.1.

Ahora al calcular la transformada de Fourier de la función $f(t)$, se obtiene:

$$F(\omega) = (1+i)\sqrt{\frac{\pi}{2}}\delta(-9+\omega) - (1+i)\sqrt{\frac{\pi}{2}}\delta(-4+\omega) + (1+i)\sqrt{\frac{\pi}{2}}\delta(-1+\omega) + \\ + (1-i)\sqrt{\frac{\pi}{2}}\delta(1+\omega) - (1-i)\sqrt{\frac{\pi}{2}}\delta(4+\omega) + (1-i)\sqrt{\frac{\pi}{2}}\delta(9+\omega),$$

luego se calcula $|F(\omega)|^2$ cuya gráfica es la que aparece en la Figura 2.2.

En el dominio finito los teoremas de Plancherel y Parseval establecen que si X_k y Y_k son las DFT's de x_n y y_n respectivamente, entonces el teorema de Plancherel establece que:

$$\sum_{n=0}^{N-1} x_n y_n^* = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X_k Y_k^*$$

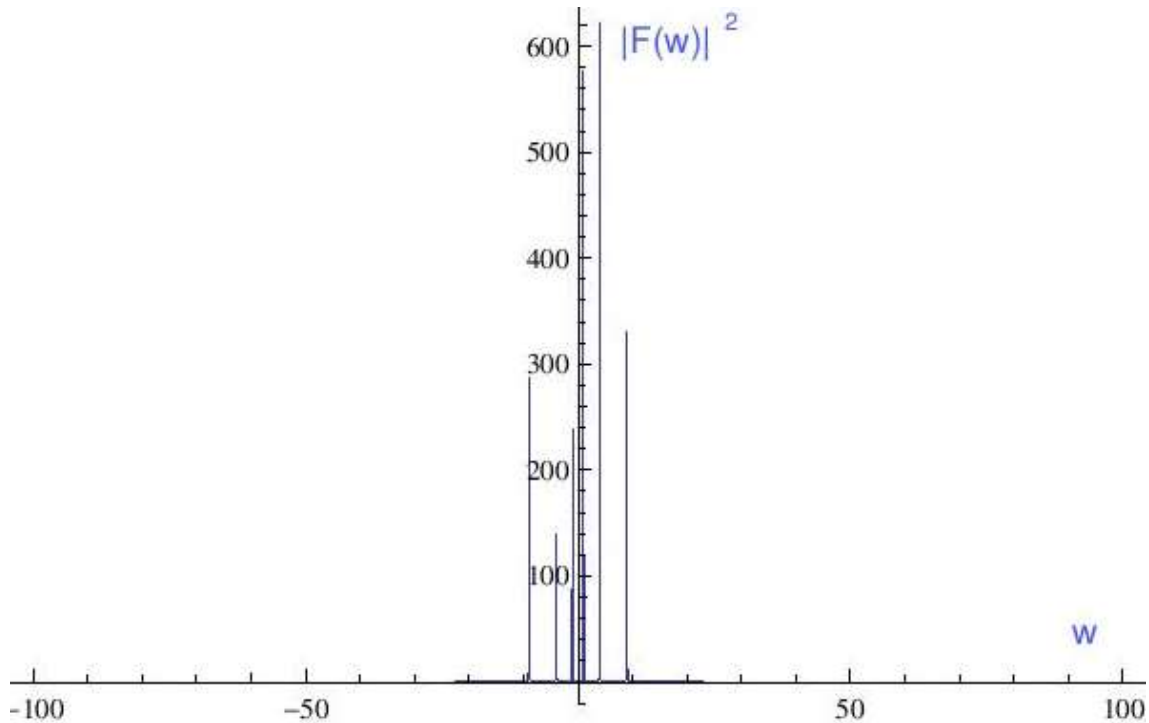


Figura 2.2: Gráfica de $|F(\omega)|^2$. La información se concentra alrededor de las frecuencias dominantes de las cuales el origen es una de ellas.

donde el asterisco denota conjugación compleja. El teorema de Parseval es un caso especial del teorema de Plancherel, y dice que:

$$\sum_{n=0}^{N-1} |x_n|^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} |X_k|^2.$$

y esto muestra la relación entre cantidades medibles en el espacio de la frecuencia y en el espacio del tiempo. Estos teoremas son también equivalentes a la condición de unicidad.

Una de las aplicaciones más importantes de las transformaciones de Fourier es la de transformar operadores diferenciales con coeficientes constantes en multiplicación por polinomios de acuerdo a la fórmula $\hat{f}' = 2i\hat{f}\pi\gamma$

La transformada de Fourier también se utiliza en el ámbito del tratamiento digital de imágenes, como por ejemplo para mejorar o definir más ciertas zonas de una imagen fotográfica o tomada con una computadora, como es el caso de las imágenes obtenidas por resonancia magnética. En realidad, el teorema de Parseval, el cual es una propiedad de la transformada de Fourier, es el que se utiliza para manejar las diferentes intensidades que puede haber en una imagen digital. Esto se verá mas adelante.

2.1.1. DFT y FFT

La transformada discreta de Fourier DFT transforma un conjunto de valores del espacio temporal de una función a sus correspondientes valores en el espacio de las frecuencias. Pero la DFT requiere que la función de entrada sea una sucesión discreta y de duración finita. Dichas sucesiones de valores se pueden generar a partir del muestreo de una función continua, como puede ser la voz humana. Esta transformación únicamente evalúa suficientes componentes temporales para reconstruir el segmento finito que se analiza. Utilizar la DFT implica que el segmento que se analiza es un único período de una señal periódica que se extiende de forma infinita; si esto no se cumple, se debe utilizar una ventana para reducir los elementos falsos del espectro. Por la misma razón, la DFT inversa (IDFT) no puede reproducir el dominio del tiempo completo, a no ser que la entrada sea periódica indefinidamente. Por estas razones, se dice que la DFT es una transformada de Fourier para análisis de señales de tiempo discreto y dominio finito que sean *periódicas*. Como ya se dijo, la entrada de la DFT es una sucesión finita de números reales o complejos, de modo que es ideal para procesar información almacenada en soportes digitales, como es el caso de las imágenes.

La DFT puede ser calculada de forma eficiente en la práctica utilizando el algoritmo de la transformada rápida de Fourier o FFT (Fast Fourier Transform). Los algoritmos FFT se utilizan tan habitualmente para calcular DFT's que el término "FFT" muchas veces se utiliza en lugar de "DFT" en lenguaje coloquial. Formalmente, hay una diferencia clara: "DFT" hace alusión a una transformación o función matemática, independientemente de cómo se calcule, mientras que "FFT" se refiere a una familia específica de algoritmos para calcular DFT's.

2.1.2. El algoritmo XFT

Las transformaciones integrales más conocidas, como las transformadas Fraccional de Fourier, de Laplace y de Fresnel, son casos especiales de la Transformada Canónica Lineal (o LCT por sus siglas en inglés) y como se vio en la sección anterior, se buscan algoritmos rápidos para computarla de manera precisa. En la Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas de la UMSNH se desarrolló un algoritmo $O(N \log N)$ para computar la Transformada Canónica Lineal mediante el uso de una transformación chirp-FFT-chirp producida por una fórmula de cuadratura convergente para la Transformada Fraccional de Fourier porque es de un procedimiento convergente para funciones no periódicas. En el caso de la Transformada de Fourier ordinaria este algoritmo mejora la salida de la Transformada Fraccional de Fourier.

La transformación canónica lineal (LCT) de una función $f(x)$ dada es una transformación integral de cuatro parámetros que fue obtenida en conexión con transformaciones canónicas en la mecánica cuántica. Está definida por

$$L^{\{a,b,c,d\}}[f(x), y] = \frac{1}{\sqrt{2\pi ib}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{i}{2b}(ax^2 - 2xy + dy^2)} f(x) dx$$

para $b \neq 0$, y por $\sqrt{de^{\frac{i}{2}cdy^2} f(dy)}$, si $b = 0$. Los parámetros a, b, c y d son los elementos de una matriz de 2×2 cuya determinante es unitaria.

El algoritmo XFT se deriva de la Transformación Canónica Lineal y se diferencia de otras discretizaciones debido a que es un algoritmo rápido basado en la descomposición de la LCT en una transformación scaling-chirp-DFT-chirp scaling producto de la fórmula de cuadratura de la Transformada Fraccional de Fourier continua la cual usa algunas propiedades asintóticas de los polinomios de Hermite.

El contorno en una imagen es una frontera entre regiones que reflejan cantidades diferentes de energía y por lo tanto en algún punto de valor cero en el espectro de la energía respecto al tiempo de la imagen para valores más grandes que un valor umbral G_t , el algoritmo XFT definirá la frontera en el dominio espacial. La idea es aplicar el algoritmo XFT de dos dimensiones a imágenes en escala de grises, como las imágenes de RM, con parámetros a_1, b_1 y d_1 para una dimensión y a_2, b_2 y d_2 para la otra.

$$L \left\{ \begin{matrix} a_1, b_1, c_1, d_1 \\ a_2, b_2, c_2, d_2 \end{matrix} \right\} [f(x, y), w, n] = \frac{1}{2\pi i \sqrt{b_1 b_2}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{i(a_1 x^2 - 2xy + d_1 y^2)}{2b_1}} e^{\frac{i(a_2 x^2 - 2xy + d_2 y^2)}{2b_2}} F(x, y) dx dy$$

Al variar los parámetros se producen imágenes con diferentes contornos y los valores altos de umbrales producen bordes imprecisos. Como la frecuencia está directamente relacionada con la velocidad de los cambios en el nivel de gris, es fácil asociar intuitivamente las frecuencias en la Transformada Discreta de Fourier con patrones en las variaciones de la intensidad del nivel de gris.

2.2. Curvas de Bézier

Cuando se tiene una colección de puntos, por ejemplo en el contorno de una imagen, la interpolación es la herramienta para obtener a partir de ellos una función simple que pueda ser fácilmente manipulable. Consiste en usar los puntos intermedios entre dos puntos extremos dados de tal manera que la curva que resulta sea la más aproximada posible al contorno real de la imagen. La interpolación es lineal cuando se toman dos puntos, cuadrática cuando se toman tres, cúbica si se toman cuatro y hasta de orden n si se toman n puntos. Las curva de Bézier es parecida a la interpolación en el sentido que se toman puntos para poder trazar lo más aproximadamente posible una función o curva que pueda describir la mayoría de puntos que se tienen en una muestra o los pixeles que tenemos en la imagen que se está procesando. En principio, a partir de la ubicación de dos puntos en la imagen se puede trazar una curva entre ellos siguiendo como guía puntos de la imagen que en el contexto de Bézier se les llama puntos de control.

Las curvas de Bézier son curvas polinomiales que tienen una representación matemática particular. Poseen propiedades matemáticas que facilitan su manipulación y análisis de tal manera que no se necesita un entrenamiento matemático particular para su uso. Una curva de Bézier de grado n es especificado por una secuencia de

$n + 1$ puntos de control. Al unir los puntos de control con segmentos de línea en el orden prescrito se obtiene un polígono llamado *polígono de control*.

Dados $n + 1$ puntos de control b_0, b_1, \dots, b_n la curva de Bézier de grado n está definida como

$$B(t) = \sum_{i=0}^n b_i B_{i,n}(t),$$

donde

$$B_{i,n}(t) = \begin{cases} \frac{n!}{(n-i)!i!} (1-t)^{n-i} t^i, & \text{si } 0 \leq i \leq n \\ 0, & \text{otro} \end{cases}$$

son los polinomios de Bernstein o las funciones base de Bernstein de grado n .

Las curvas de Bézier $B(t)$ de grado n con puntos de control b_0, \dots, b_n satisfacen las siguientes propiedades.

- Propiedad del punto final de interpolación: $B(0) = b_0$ y $B(1) = b_n$. Es decir, la curva comienza en b_0 y termina en b_n .
- Propiedad del punto final tangente: $B'(0) = n(b_1 - b_0)$ y $B'(1) = n(b_n - b_{n-1})$. Esto quiere decir que el comienzo de la curva es tangente a la primera sección del polígono de Bézier o viceversa, el final de la curva es tangente a la última sección del polígono de Bézier.
- Propiedad de la envolvente convexa (CHP): Para todo $t \in [0, 1]$, $B(t) \in CH\{b_0, \dots, b_n\}$. Por lo tanto todo punto de una curva de Bézier se encuentra dentro de la envolvente convexa de sus puntos de control definidos. La envolvente convexa de los puntos de control es frecuentemente referida como la envolvente convexa de la curva de Bézier.
- Invarianza bajo las transformaciones afines: Sea T una transformación (afín) (por ejemplo, una rotación, reflexión, translación, o escala). Entonces

$$T\left(\sum_{i=0}^n b_i B_{i,n}(t)\right) = \sum_{i=0}^n T(b_i) B_{i,n}(t).$$

Para efectuar una transformación afín de la curva es suficiente efectuar la transformación sobre todos los puntos de control.

- Propiedad de la Variación Despreciable (VDP): Para una curva plana de Bézier $B(t)$, esta propiedad estipula que el número de intersecciones de una línea dada con $B(t)$ es menor o igual al número de intersecciones de esa línea con el polígono de control. Esto significa que las curvas de Bézier son más suaves que el polígono de control definido por los puntos de control. Si se traza una línea a través de la curva, el número de intersecciones con la curva será menor o igual al número de intersecciones con el polígono de control. Esto puede ser generalizado en dimensiones superiores[11].

2.3. Métrica geométrica

Un espacio métrico es un conjunto M a cuyos elementos se les denomina puntos y cuenta con una función distancia asociada, también llamada métrica, tal que $d : M \times M \rightarrow R$ (donde R es el conjunto de los números reales). Para todo x, y, z en M , esta función debe satisfacer las siguientes condiciones o propiedades de una distancia:

- $d(x, y) \geq 0$
- $d(x, x) = 0$
- $d(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y$ (identidad de los indiscernibles)
- $d(x, y) = d(y, x)$ (simetría)
- $d(x, z) \leq d(x, y) + d(y, z)$ (desigualdad triangular)

La distancia métrica es la herramienta principal para obtener imágenes similares de grandes bases de datos de imágenes de todas las categorías de búsqueda. También sirve para medir la similitud entre vectores n-dimensionales de numerosas propiedades que representen algún objeto; si éstos representan imágenes, los valores de esas propiedades pueden corresponder a los píxeles de una imagen.[14] Esto último quiere decir que en función de la distancia entre dos píxeles, se puede decidir si pertenecen al mismo objeto. Cada píxel se representa mediante un vector de i elementos y la mínima distancia que se pueda obtener entre estos dos vectores en la métrica de manhattan nos ayuda a reconocer su vecindad en el contorno.

La métrica geométrica, métrica del taxista o también llamada métrica de Manhattan, es un espacio métrico representado como un espacio discreto, o sea, una cuadrícula cuyos cuadros son obstáculos para describir la trayectoria y el desplazamiento a diferencia de la métrica euclidiana en la cual no hay obstáculo alguno. Se le llama del taxista porque una manera de entender como funciona esta métrica es imaginando al plano cartesiano o cuadrícula como una ciudad, cuyas cuadras son del mismo tamaño las cuales están separadas por calles todas paralelas de tal manera que la distancia d más corta que recorre un taxista de un punto $O(a, b)$ de la ciudad a otro $D(x, y)$ es la ecuación

$$d(O, D) = |x - a| + |y - b|$$

Esta distancia es diferente de la euclidiana porque el taxista no puede atravesar las cuadras que lo separan de su destino, sino que tiene que rodearlas de tal forma que no dé mucha vuelta ya que así no le convendría.

La distancia de la métrica de Manhattan, descrita en la ecuación anterior, es frecuentemente la más usada en la implementación de modelos computacionales porque reduce la complejidad de las operaciones ya que si se usara la distancia euclidiana se tendría que computar cálculos con raíces cuadradas las cuales son algoritmos complejos además que la pérdida de información que puede haber al escoger la primera en vez de la segunda es muy poca.[13,14]

Capítulo 3

Imágenes

Una imagen digital es una representación bidimensional de una imagen a partir de una matriz numérica, frecuentemente en binario (unos y ceros). Dependiendo de si la resolución de la imagen es estática o dinámica, puede tratarse de una imagen matricial (o mapa de bits) o de un gráfico vectorial. El mapa de bits es el formato más utilizado en la informática general. una imagen de este tipo se puede obtener mediante dispositivos de conversión analógica digital como los escáneres. La mayoría de formatos de imágenes digitales están compuestos por una cabecera que contiene atributos (dimensiones de la imagen, tipo de codificación, etc.), seguida de los datos de la imagen en sí misma. La estructura de los atributos y de los datos de la imagen es distinto en cada formato. Si una imagen representada en dominio espacial la pasamos a dominio frecuencial utilizando la transformación de Fourier, podemos modificar los valores de la luminosidad (que en dominio frecuencial se ven representados como componente de frecuencia w) de tal manera que podemos ampliar, decrementar o eliminar su amplitud y de esta forma modificamos la imagen.

3.1. Procesamiento de Imágenes

Como una imagen puede ser vista como una señal de dos dimensiones, el procesamiento de imágenes es parte del análisis y procesamiento de señales. El procesamiento de imágenes se entiende como la manipulación de una imagen de entrada dando como resultado la imagen de salida que presenta los cambios ya hechos en la imagen original. La manipulación de las imágenes está asociado a la visión de la computadora la cual está compuesta por filtros los cuales son arreglos de algoritmos basados en modelos geométricos.

La transformada de Fourier es una herramienta matemática que se utiliza para convertir información en el dominio del tiempo a información en el dominio de la frecuencia y viceversa. Nos permite ver como es que al utilizarla como filtro pone mayor o menor énfasis, dependiendo que se quiera, en frecuencias desde pequeñas hasta muy altas. Generalmente la receta de la transformación es convolucionar señales de impulsos entrantes con un filtro y observar el resultado final: la magnitud

y el desplazamiento de la fase si el impulso entrante fue una señal sinusoidal por ejemplo, y repetir.

Tanto la forma integral o continua y la forma discreta de la transformada de Fourier se aplican a filtros y a señales o imágenes pero al trabajar con éstas últimas, debido a que están conformadas por píxeles que son como trozos de señal, es conveniente usar la forma discreta de Fourier o DFT por sus siglas en inglés. Sin embargo, al utilizar la DFT el costo computacional es alto porque se utiliza mucho tiempo en procesar cada píxel pero afortunadamente existe la transformación rápida de Fourier o FFT la cual puede procesar cada píxel mediante operaciones del orden de $O(N \log_2 N)$ que son mucho más rápidas que las operaciones de $O(N^2)$ que utiliza la DFT.

Esta herramienta se usa en varias aplicaciones en el procesamiento digital de señales e imágenes y proporciona información más detallada cuando se usa en el diseño y desarrollo de algoritmos para la implementación y decodificación de lenguajes de programación. Cuando es aplicada a imágenes que contienen formas geométricas sencillas permite realizar un proceso de segmentación, cuando es aplicada a imágenes con bordes poco diferenciados produce un realce de los mismos y cuando es aplicada a imágenes con ruido produce una reducción. (Goodman, 1996). Por lo tanto es una herramienta útil en cuanto al procesamiento de imágenes de bordes irregulares para el estudio del contorno cerebral.

Mientras la transformada de Fourier es una herramienta útil para el análisis de la frecuencia característica de un filtro o imagen también puede ser usada para analizar el espectro de frecuencia de varias clases de imágenes[13]. Los filtros en el dominio de la frecuencia se usan, principalmente, para eliminar altas o bajas frecuencias de la imagen, lo que se traduce en suavizar la imagen, o bien, realzar o detectar bordes.

Los datos crudos, o el espacio-k como se lo denomina a veces, es generalmente un conjunto de 256x256 datos complejos que se presentan en la forma de una imagen. Los datos tienen normalmente una amplitud de resolución de 16 bits. A veces resulta útil suavizar el espectro de frecuencias mediante la operación de convolución con una función Lorentziana. Multiplicar el dominio temporal por una función exponencial decreciente, que corresponde al par de Fourier de la función Lorentziana, es equivalente a convolucionar en el dominio de la frecuencia. Por esta razón, los datos crudos se multiplican a veces por un cono de perfil exponencial antes de aplicar la Transformada de Fourier.[2]

La Transformada de Fourier se aplica primero en la dirección vertical y luego en la dirección horizontal. Después de aplicar ambas Transformadas de Fourier, se calcula la magnitud. El cálculo de la magnitud reduce la amplitud de la información a 15 bits de resolución. Como se utiliza la magnitud de la imagen, nunca habrá píxeles con intensidades negativas. La magnitud de los datos se expande luego a una matriz de datos de 512x512 ya sea por interpolación o replicación de píxeles. La replicación de píxeles duplica los píxeles de valor par con píxeles del valor impar inmediato inferior. La interpolación de píxeles inserta un píxel de valor par promediando los píxeles de valor impar adyacentes. [2]

3.2. Segmentación de Imágenes

La segmentación de imágenes es a groso modo el proceso de clasificación de píxeles y su objetivo es extraer o segmentar objetos o regiones del fondo. Hay varias técnicas de segmentación y que se basan en diferentes tipos de algoritmos dependiendo de lo que se quiera y de cómo se quiera segmentar. Además, seleccionar una apropiada técnica de segmentación depende del tipo de imágenes y aplicaciones. Hay cuatro tipos primarios de técnicas de segmentación: de umbral, de frontera o borde, de region e híbridas.

- El método del valor umbral está basado en la suposición de que las agrupaciones en el histograma corresponden ya sea al fondo o a los objetos de interés que se pueden extraer mediante la separación de estos grupos de histograma. El histograma de una imagen es un gráfico de puntos del número de píxeles que tienen cierto valor. Además de umbral, muchos algoritmos de segmentación de imágenes se apoyan en dos propiedades básicas de las intensidades de los píxeles en relación con su entorno local: discontinuidad y similitud.
- El método basado en fronteras se apoya en la discontinuidad de los píxeles ya que asume que las propiedades de los píxeles, tales como la intensidad, el color, y la textura, deben cambiar abruptamente entre las diferentes regiones. Nuestro método es de este tipo, pues se basa en el cambio de la intensidad de los píxeles.
- El método de regiones se basa en la similitud de píxeles pues supone que los píxeles vecinos, dentro de la misma región deben tener valores similares (por ejemplo, intensidad, color, textura).
- Los métodos híbridos combinan los dos métodos anteriores en conjunto para lograr una mejor segmentación. Hay que tener en cuenta que ambos resultados deben lograr la segmentación de primer plano y de fondo coherentemente.

3.2.1. Técnicas Comunes

A continuación se describe una serie de técnicas de segmentación de imágenes, utilizadas en imágenes cerebrales, que incluye umbralización o método del valor umbral, clasificadores o etiquetado de componentes, localización de contornos de objetos por el modelo de serpiente (snake model), el método de crecimiento de regiones, y redes neuronales artificiales se describen a continuación.

Umbralización

El método del valor umbral se basa en las diferentes intensidades de los objetos en la imagen que pueden decir si el objeto está en el fondo o en el frente de la misma. Si es notorio que la distribución de intensidades de la region del fondo es diferente a la de la región del frente en el histograma (función de densidad de probabilidad de los brillos de la imagen) entonces este método se puede aplicar para la segmentación.

En este caso, uno espera ver distintos picos en el histograma correspondientes a los objetos del fondo, de manera que los valores de umbral pueden ser recogidos para aislar esos picos como corresponde. Si ese pico no existiera, entonces la segmentación por este método no sería buena.

Hay varios métodos para encontrar el mejor valor umbral λ . Por ejemplo:

- Umbralización bimodal: Se calcula el histograma, se suaviza y se calcula el umbral como el valor valle entre las dos agrupaciones de datos (normalmente fondo y objeto). El valor universal de umbralización por Donoho et al. [16] establece:

$$\lambda = \frac{\sigma\sqrt{2\log n}}{\sqrt{n}}$$

donde σ es la desviación estándar de los coeficientes de la wavelet y n es el total de muestras. La wavelet u ondícula es como un paquete de señal que no está compuesto por ondas sinusoidales puras (a diferencia de lo paquetes de señales de Fourier que así están constituidos) puesto que de esta manera es posible condensar la información tanto en el dominio del tiempo como en el de la frecuencia.

- Umbralización por porcentajes (P-Tile): Si ya se sabe acerca del número de pixeles del objeto, el umbral se calcula como el valor que hace que el objeto tenga dicho número o su mayor aproximación.
- Otro método para elegir automáticamente al mejor valor umbral λ consiste en cuatro pasos: (i) Elegir un λ inicial estimado; (ii) Calcular los dos valores medios μ_1 y μ_2 dentro de los dos grupos de pixeles después de umbralizar en λ ; (iii) Calcular el nuevo umbral $\lambda = (1/2)(\mu_1 + \mu_2)$; (iv) Si el nuevo valor de umbral tiene un pequeño cambio (i.e., más pequeños que una constante predefinida), entonces termina la selección de umbral; de otro modo, se tiene que volver al paso 2.[17]

Clasificadores o Etiquetado de Componentes

Al ser posible tener más de un objeto en una imagen todos los objetos deben ser extraídos de forma individual para establecer la base del modelo de objetos. Entonces se etiquetan los objetos, de modo que la representación de matriz de éstos es una imagen de varios valores, en el que cada punto de cada componente tiene una etiqueta única distinta de cero y los puntos del fondo son todos ceros.[17]

Se establece que el valor de los puntos del objeto sea "1", y el de los puntos del fondo sea "0". Por lo tanto, si los cuatro vecinos de arriba del punto P son ceros, entonces P se asigna como una nueva etiqueta. Si uno de los cuatro vecinos es 1, entonces a P se le asigna la misma etiqueta que a ese vecino. Si dos o más de ellos son 1, entonces a P se le pone cualquiera de sus etiquetas, y la tabla de equivalencia es establecida marcando las diferentes etiquetas juntas para un ajuste posterior. El procesamiento de equivalencia consiste en la fusión de la pareja equivalente a la misma clase; es decir, una etiqueta única se asigna a cada clase. Por último, un

segundo análisis se realiza para reemplazar cada etiqueta por el representante de su clase. Cada componente ha sido calificado de forma única. Después de estos procesos, cada objeto de modelo individual puede ser traído por su etiqueta.[17]

Snake Model

En el procesamiento de imágenes, el método snake model define una serpiente como una acanaladura minimizadora de energía guiada por fuerzas de restricción externa e influenciada por ellas de manera que la obligan a resaltar características de la imagen tales como líneas y bordes. Es una especie de modelo de contorno activo en la forma en que se cierra en los bordes cercanos, localizándolos con precisión.

Hay dos partes en la función de energía de este modelo. La primera parte refleja las propiedades geométricas del contorno, y la segunda parte utiliza el campo de fuerza externa para conducir a la serpiente. La primera parte sirve para imponer una restricción de suavidad a trozos, y la segunda parte es responsable de poner la serpiente cerca del mínimo local de energía. Sin embargo, este modelo presenta inconvenientes cuando un objeto se encuentra en un fondo complejo pues los bordes fuertes pueden no ser los bordes de los objetos de interés.

Por lo tanto, investigadores han propuesto métodos estadísticos y variacionales para enriquecer la función de energía y extender su flexibilidad. Calcularon la diferencia entre el objeto destino y el fondo usando análisis estadístico, pero estas limitaciones venían de los requisitos de conocimientos a priori. Por desgracia, ese conocimiento a priori no está generalmente disponible a menos que las imágenes capturadas estén bajo ajustes muy limitados. Un problema con este modelo es que un usuario tiene que colocar los puntos iniciales de la serpiente lo suficientemente cerca de la característica de interés.

Crecimiento de Regiones

Se inicia con semillas asignadas, y crecimiento de regiones mediante la fusión de un pixel en la región de la semilla vecina más cercana. Este método tiene dos dependencias de orden de pixel inherentes que provocan diferentes segmentos resultantes. La dependencia de primer orden se produce cuando varios pixeles tienen la misma medida de diferencia a sus regiones vecinas. La dependencia de segundo orden se produce cuando un pixel tiene la misma medida de diferencia de varias regiones. Usando procesamiento en paralelo y un nuevo examen para eliminar las dependencias de orden Fan et al.[18] presentaron un algoritmo automático de segmentación de imágenes a color mediante la integración de extracción de bordes de color y la región sembrada creciente en el espacio de color YUV. Bordes en Y, U, y V son detectados por un detector de bordes isotrópico, y los tres componentes se combinan para obtener bordes. Los centroides entre las regiones de borde adyacentes se toman como las semillas iniciales. La desventaja es que sus semillas se sobregeneran [17].

Redes Neuronales Artificiales

Las redes neuronales artificiales es una metodología, la cual pertenece al área de Inteligencia Artificial, que trata de imitar el comportamiento de las neuronas reales del cerebro, mediante el aprendizaje del comportamiento de un sistema complejo, utilizando datos representativos del mismo. Como consecuencia, forman un modelo del sistema complejo, que permite obtener resultados del mismo ante las diferentes

condiciones de los datos que se introducen en estas redes. En el caso de la segmentación, aprenden los contenidos de los diferentes píxeles de las imágenes generadas por RM, interpretando los valores de tonos de grises que, para cada tejido, generan las diferentes imágenes. Se basa en el procesamiento de pequeñas áreas de una imagen, el cual es un proceso de decisión, para después construir un mecanismo que marca las áreas de una imagen de acuerdo a la categoría reconocida [19].

La red neuronal de parejas de pulsos (PCNN) es de dos dimensiones. Cada neurona en la red corresponde a un píxel en una imagen de entrada, recibiendo la información del color de su correspondiente píxel como un estímulo externo. Cada neurona se conecta con sus neuronas vecinas, recibiendo estímulos locales de ellas. Los estímulos externos y locales se combinan en un sistema de activación interna, que acumula los estímulos hasta que se excede un umbral dinámico, dando como resultado una salida de pulsos. A través de cálculos iterativos, las neuronas PCNN producen series temporales de impulsos de salidas. La serie temporal de impulsos de salidas contiene información de la imagen de entrada y puede ser utilizado para la segmentación de la imagen.

Comparado con los medios convencionales de procesamiento de imágenes, tiene varias ventajas importantes, como la robustez frente al ruido, la independencia de las variaciones en los patrones geométricos de entrada y la capacidad para pasar por pequeñas variaciones en los patrones de intensidad de entrada.

Capítulo 4

Segmentación de imágenes de RM mediante el algoritmo XFT

Para el experimento de la segmentación se utilizó el software de programación Mathematica y en él se creó un archivo en el cual se hizo un pequeño programa compuesto de algoritmos básicos para el procesamiento de imágenes, los cuales están escritos detalladamente. Como ejemplo de estos algoritmos básicos están los que hacen referencia a la transformada extendida de Fourier o XFT por sus siglas en inglés y para términos prácticos, el cual es el principal algoritmo porque nos permite empezar a procesar la imagen digitalizada de una imagen cerebral obtenida por resonancia magnética. La XFT ayuda en la diferenciación del contorno de la imagen pues, con base en la relación de Parseval, lo delimita debido a la diferencia de intensidades que para la relación se califican como distintas cantidades de energía.

A continuación se describe el procedimiento básico para el procesamiento de la imagen a utilizar. Primero, se le aplica el filtro, nuestro algoritmo XFT, a la imagen a procesar (Figura 4.1) aplicando la Transformación Canónica Lineal a la imagen para que arroje los valores de la imagen a analizar en el dominio de la frecuencia. Lo siguiente es aplicar la transformación inversa para que devuelva la imagen con el contorno resaltado (Figura 4.2) el cual se refina una vez definido. Una vez refinado el contorno, se busca la posición en el plano de los píxeles del contorno de la imagen a segmentar.

Las curvas de Bézier (Figura 4.3) es otra herramienta matemática importante que se utilizó en este trabajo. Esta herramienta consiste básicamente en tomar la mínima distancia entre los puntos del contorno y luego trazar líneas entre estos puntos, lo cual ayuda a rellenar los puntos del contorno que hayan estado vacíos o en los puntos donde los píxeles casi están unos encima de otros le da orden a la posición y así el algoritmo de segmentación puede hacer una mejor distinción de estos píxeles para que la imagen segmentada esté mejor definida (Figura 4.5).

Para hacer la segmentación de la parte de la imagen deseada, en nuestro caso la del cerebro, con mejor aproximación a lo que se quiere se tiene que comenzar la curva de Bézier en algún punto en específico del contorno y utilizar el algoritmo de la métrica del taxista o de Manhattan ya que, al utilizar la distancia del espacio

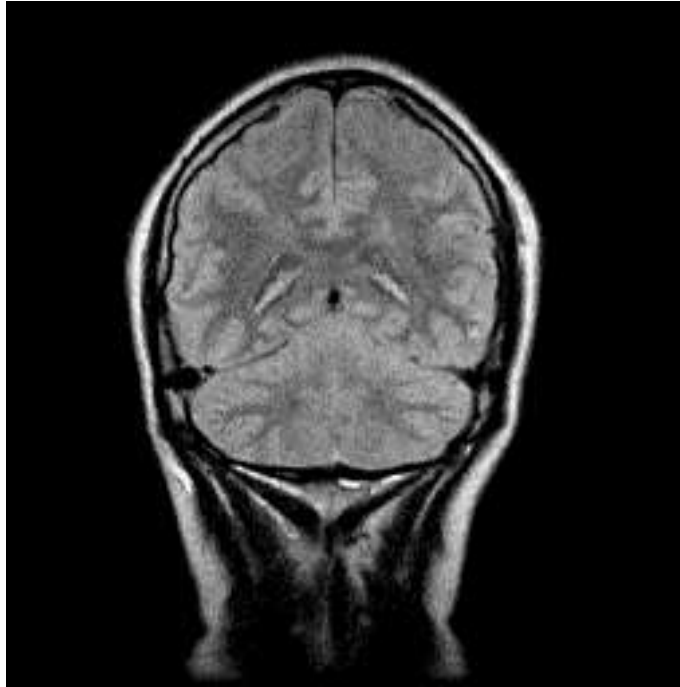


Figura 4.1: Imagen cerebral sagital obtenida por RM.

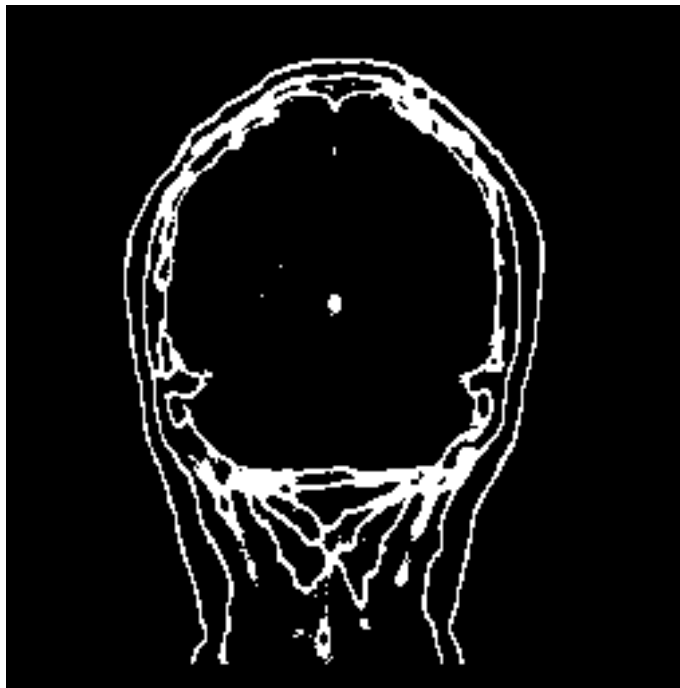


Figura 4.2: Imagen cerebral obtenida por RM filtrada con XFT.



Figura 4.3: Gráfica de curvas de Bézier de la imagen cerebral procesada.

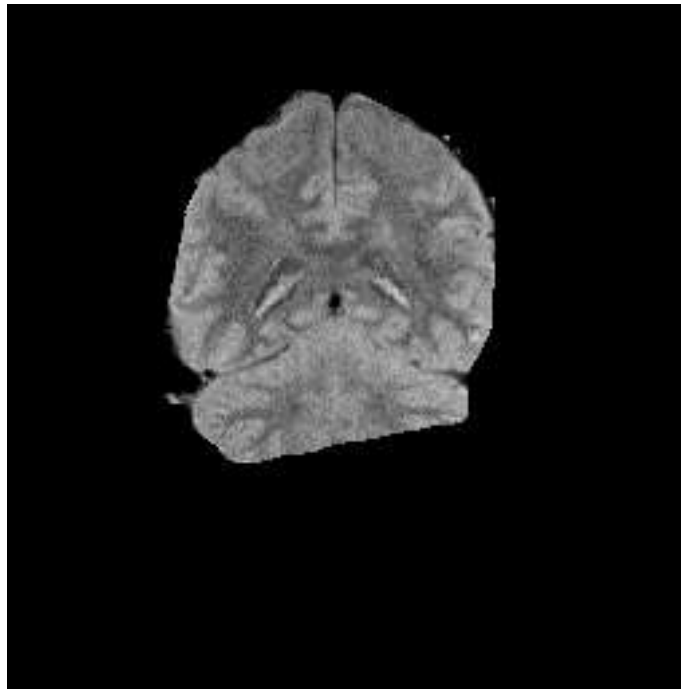


Figura 4.4: Imagen cerebral obtenida por RM segmentada.



Figura 4.5: Imagen de riñones obtenida por RM.



Figura 4.6: Imagen filtrada por el algoritmo XFT.

métrico donde se desarrolla dicha norma, los puntos o píxeles dibujados por la curva de Bézier se van aproximando a los puntos objetivo que están en el contorno de la imagen. Esto da como resultado la descripción gráfica del contorno la cual se puede manipular para seguir segmentando. A estos datos gráficos se les da un orden y se les interpola para que devuelvan la imagen segmentada.

Debido a las irregularidades de la superficie que estamos manejando el programa no devuelve a la primera segmentación la imagen deseada sino que se requieren de varias iteraciones aplicando el mismo procedimiento hasta que se llegue al resultado deseado.

No sólo imágenes cerebrales se pueden procesar con este algoritmo sino que se pueden segmentar imágenes de otras partes del cuerpo. Como ejemplo de esto, a continuación se presentan imágenes del procesamiento de un par de riñones.

Para el procesamiento de las imágenes de estos riñones se tuvo que dividir la imagen pues ésta es más grande que la imagen cerebral. También se utilizó un programa para cada parte de la imagen de tal manera que la precisión del contorno

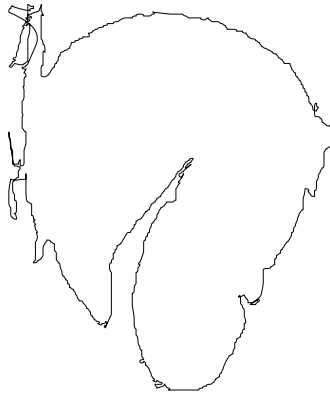


Figura 4.7: Gráfica de curvas de Bézier de la parte izquierda de la imagen procesada.

fuera más aproximado al borde real. Luego, y por último, se juntaron estas imágenes que estaban separadas en una sola para mostrar el resultado final.

Para procesar la parte izquierda se usaron las siguientes líneas de programación las cuales generan la curva de Bézier de la parte correspondiente:

```
Print[Length[qcnt]]; prov = Join[qcnt[[71 ;; Length[qcnt]]], qcnt[[1 ;; 70]]]; pt =
{prov[[1]]}; pt1 = prov[[1]]; prov = Drop[prov, {1}]; mcont = 0;
While[Length[prov] >= 3, mcont = mcont + 1; Label[begin];
dst = Table[Norm[prov[[m]] - Last[pt], 1.5], {m, Length[prov]}]; mdst = Min[dst];
mf = First[Flatten[Position[dst, mdst]]];
If[mdst >= 20, prov = Join[{Floor[(prov[[mf, 1]] + Last[pt][[1]])/2],
Floor[(prov[[mf, 2]] + Last[pt][[2]])/2]}], prov];
Print[{mcont, "Distancia  $\geq 20$ "}]; Goto[begin];];
pt = Join[pt, {prov[[mf]]}]; prov = Drop[prov, {mf}];
If[Norm[pt1 - Last[pt], 1] <= 10 && Length[pt] > 50,
pt = Join[pt, {pt1}]; Break[];]
]; Cizq = pt;
Graphics[Rotate[BezierCurve[Cizq], -90 Degree]]
```

En cuanto a la parte derecha de la imagen se utilizó el mismo subprograma pero con la diferencia que se empezó en otro punto del contorno el cual es parte del contorno del riñón derecho.

Gracias a la versatilidad de las imágenes con las que este algoritmo puede trabajar, no sólo procesa las de origen médico, sino que también se puede usar para segmentar imágenes de cualquier otro tipo. Como ejemplo se tiene la imagen de una flor. El procesamiento de esta imagen fue el mismo que se utilizó para la segmentación cerebral.

El formato de las imágenes que se utilizaron para su procesamiento son TIFF (Tagged Image File Format); este formato básicamente es para almacenar imágenes como fotografías y gráficos ya que al ser comprimida pierde pocos datos por lo que TIFF se puede usar para preservarlos y procesarlos con menos errores.

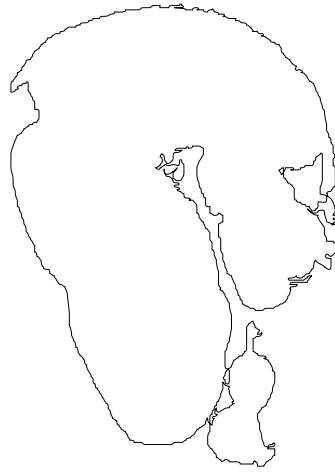


Figura 4.8: Gráfica de curvas de Bézier de la parte derecha de la imagen procesada.

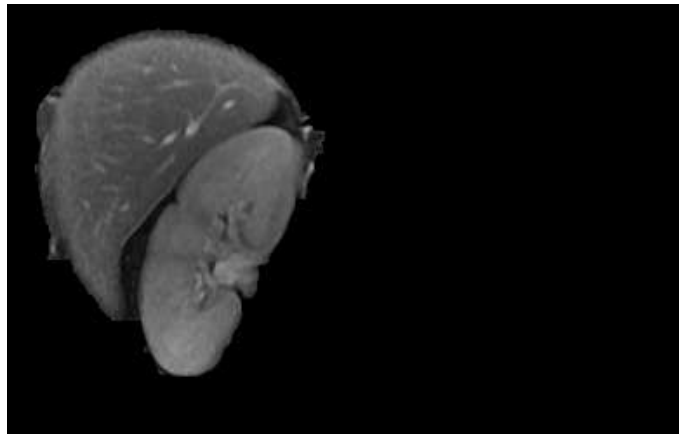


Figura 4.9: Imagen izquierda segmentada.

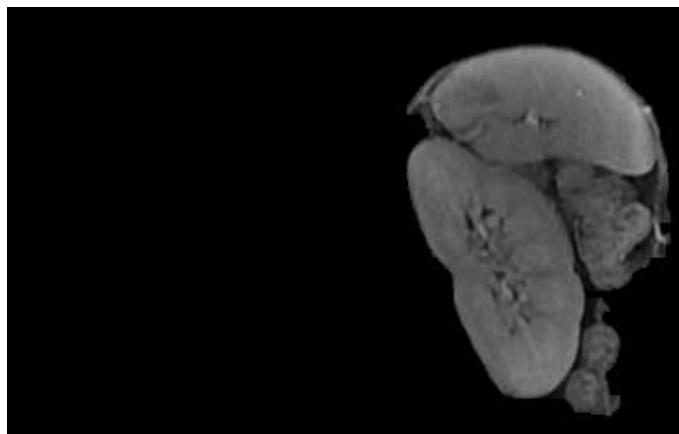


Figura 4.10: Imagen derecha segmentada.

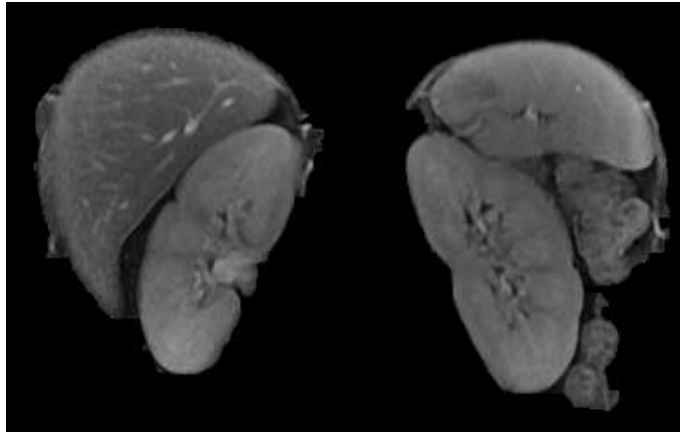


Figura 4.11: Imagen segmentada completa.



Figura 4.12: Flor de Loto.



Figura 4.13: Contorno filtrado de la imagen Flor de Loto.

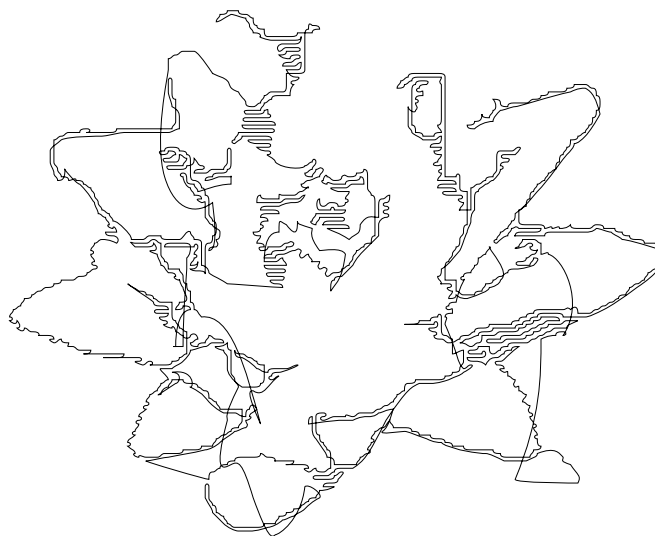


Figura 4.14: Gráfica de Bézier de “Flor de Loto”.



Figura 4.15: Imagen “Flor de Loto” segmentada.

Conclusiones

Se dice que la técnica ideal para obtener imágenes tiene que ser rápida para conseguir los datos que proporcionen una buena resolución temporal, una alta resolución espacial para que sea fácil ver los pequeños detalles en la anatomía, y una alta proporción entre señal-ruido (SNR) para distinguir tejidos de interés por las diferencias de señal de RM que estos tejidos generan. Es por esto que las técnicas de segmentación son particularmente importantes en aplicaciones como: extracción de características anatómicas, medición volumétrica, visualización 3D, compresión de datos, planeamiento de radioterapia y planeamiento de cirugía.

Hay muchas técnicas de segmentación disponibles y cada vez se producen más de ellas que son combinaciones de las anteriores. Esto ocurre porque se quiere mejorar la segmentación de las imágenes para que sea de mejor calidad, con mejor precisión y más rapidez para la valoración de éstas. Entonces se debe analizar las ventajas y desventajas de las más comunes para poder mejorar las técnicas que puedan surgir a partir de ellas.

El método de Umbralización es uno de las técnicas de segmentación más populares y por lo tanto fácil de conseguir pero tiene la desventaja que para asegurarse que este método funcione hay que revisar que en la imagen a tratar se puedan diferenciar claramente el fondo del frente porque de lo contrario la segmentación no sería buena.

Al utilizar clasificadores se puede confiar en tener orden en los datos para tener precisión y rapidez en el procesamiento de la imagen. Sólo se debe poner especial atención en saber dónde poner cada una de las etiquetas para que las clases de cada componente no se mezclen.

El método Snake Model o modelo de la serpiente es un método muy preciso pero su problema es que no puede distinguir los contornos de interés si la imagen deseada se encuentra inmersa en un fondo complejo. Otro problema que tiene es que el usuario debe colocar los puntos iniciales de la serpiente en una cercanía difícil de definir de la característica de interés.

En el Crecimiento de Regiones, la ventaja principal es que es sencillo de utilizar pues el algoritmo principal en el que se basa este medio de segmentación es verdaderamente simple. Sin embargo, este sistema tiene como desventajas las dependencias de orden de pixel las cuales derivan en trazos de varios segmentos resultantes en el borde que pueden solucionarse pero como consecuencia de esta solución se deriva otra desventaja: la sobregeneración de semillas iniciales, que pueden entorpecer la

velocidad de procesamiento.

En cuanto a la segmentación por medio de Redes Neuronales Artificiales, comparado con los medios convencionales de procesamiento de imágenes, tiene como ventaja el no fallar si hay problemas de irregularidades en la imagen; otra es que los patrones geométricos en la imagen de entrada son independientes de las variaciones que suceden a lo largo del procesamiento y también es un programa capaz de minimizar las pequeñas variaciones en los patrones de intensidad de los datos entrantes. Su desventaja es, que al ser un programa más complejo, es necesario utilizar una computadora capaz de soportar el procesamiento de tantos datos generados.

Puede ser que nuestro programa de segmentación que funciona con el algoritmo XFT sea otro programa de segmentación de imágenes más pero, como todos los demás, tiene sus pros y sus contras. Una de las ventajas que tiene es que es muy sencillo de manejar pues sólo hay que introducir la imagen a procesar, escoger el punto del contorno de la parte de la imagen que se quiere segmentar e iterar el procedimiento. Otra ventaja es que procesa rápido y no es necesaria una supercomputadora para ello. Sin embargo tiene la desventaja de segmentar dependiendo de las características de la imagen a tratar, pues hay que buscar el punto del contorno que mejor se preste para la segmentación pues, cuando se itera el programa, no siempre es el mismo incluso si se deriva de la misma imagen.

Anexo. Programa de segmentación de RMI

Transformación canónica lineal, definida de acuerdo a

$$G(\omega, \eta) = \mathcal{L} \left[\left(\begin{array}{cc} a1 & b1 \\ c1 & d1 \end{array} \right), \left(\begin{array}{cc} a2 & b2 \\ c2 & d2 \end{array} \right) \right] [F(x, y); \omega, \eta] =$$

$$\frac{1}{2\pi i \sqrt{b1 * b2}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{i}{2b1}(a1x^2 - 2x\omega + d1\omega^2)} e^{\frac{i}{2b2}(a2x^2 - 2x\eta + d2\eta^2)} F(x, y) dx dy, \quad (b1, b2 \neq 0)$$

CLct[Fxy_,b1_,b2_,Ampf_,Aumbrl_] :=

Module[ny= Dimensions[Fxy][[1]],nx=Dimensions[Fxy][[2]],
 c1,c2,a1=1,d1=1,a2=1,d2=1,
 parx,pary,epsx,epsy,
 x,y,xp,yp,?x,?y,
 S1x,S1y,S2x,S2y,M,Mp,
 fsx,fsy,G,Gabs,Fas,Gabsp,Gw,
 axi,ayi,S1xi,S1yi,S2xi,S2yi,cnt,

c1=(a1 *d1-1)/b1;c2=(a2 *d2-1)/b2;

parx=4. N[b1/Pi]; epsx=Pi/Sqrt[2. nx]; x=Table[(k-nx/2.-1./2) epsx,{k,nx}];
 pary=4. N[b2/Pi]; epsy=Pi/Sqrt[2. ny]; y=Table[(k-ny/2.-1./2) epsy,{k,ny}];
 yp=pary y;

$$\alpha x = N \left[\frac{\pi}{\sqrt{2nx}} e^{i \frac{2\pi}{nx} \left(\frac{nx-1}{2} \right)^2} \right]; \quad \alpha y = N \left[\frac{\pi}{\sqrt{2ny}} e^{i \frac{2\pi}{ny} \left(\frac{ny-1}{2} \right)^2} \right];$$

$$S1x = N \left[\sqrt{\frac{1}{2\pi i b1}} \text{Table} \left[N \left[e^{-i \pi \frac{nx-1}{nx} (j-1)} e^{\frac{id1}{2b1} (xp[[j]])^2} \right], \{j, nx\} \right];$$

$$S2x = \text{Table} \left[N \left[e^{-i \pi \frac{nx-1}{nx} (j-1)} e^{\frac{ia1}{2b1} x[[j]]^2} \right], \{j, nx\} \right];$$

$$S1y = N \left[\sqrt{\frac{1}{2\pi i b2}} \text{Table} \left[N \left[e^{-i \pi \frac{ny-1}{ny} (j-1)} e^{\frac{id2}{2b2} (yp[[j]])^2} \right], \{j, ny\} \right];$$

$$S2y = \text{Table} \left[N \left[e^{-i \pi \frac{ny-1}{ny} (j-1)} e^{\frac{ia2}{2b2} y[[j]]^2} \right], \{j, ny\} \right];$$


```

M=Table[0,{j,ny},{k,nx}];
Mp=Transpose[M];
For[l = 1, l ≤ ny, l++, fsx = S2x * Ampf * Fxy[[l]]; M[[l]] =
αx * S1x * Fourier[fsx, FourierParameters → {1, -1}];]; Mt = Transpose[M];
For[l = 1, l ≤ nx, l++, fsy = S2y * Mt[[l]]; Mp[[l]] =
αy * S1y * Fourier[fsy, FourierParameters → {1, -1}];]; G = Transpose[Mp];
Gabs=Abs[G]; Fas=ArcTan[Re[G],Im[G]]; Gabsp=Gabs;
For[j = 1, j ≤ ny, j++, For[k = 1, k ≤ nx, k++, If[Gabsp[[j, k]] ≥
Aumbrl, Gabsp[[j, k]] = 0]];
(*SeapicalainversayseregresalaimagenF(x, y) =

$$\left[ \mathcal{L} \left[ \begin{pmatrix} a1 & b1 \\ c1 & d1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a2 & b2 \\ c2 & d2 \end{pmatrix} \right] \right]^{-1} [G(\omega, \eta); x, y]^*$$

Gw = GabspExp[IFas];
αxi = N  $\left[ \frac{\sqrt{2nx}}{\pi} e^{-i \frac{2\pi}{nx} \left( \frac{nx-1}{2} \right)^2} \right]$ ;
αyi=N  $\left[ \frac{\sqrt{2ny}}{\pi} e^{-i \frac{2\pi}{ny} \left( \frac{ny-1}{2} \right)^2} \right]$ ;
S1xi= N  $\left[ \sqrt{2\pi i b1} \right]$  Table  $\left[ N \left[ e^{i \pi \frac{nx-1}{nx} (j-1)} e^{-\frac{id1}{2b1} (xp[[j]])^2} \right], \{j, nx\} \right]$ ;
S2xi=Table  $\left[ N \left[ e^{i \pi \frac{nx-1}{nx} (j-1)} e^{-\frac{ia1}{2b1} x[[j]]^2} \right], \{j, nx\} \right]$ ;
S1yi= N  $\left[ \sqrt{2\pi i b2} \right]$  Table  $\left[ N \left[ e^{i \pi \frac{ny-1}{ny} (j-1)} e^{-\frac{id2}{2b2} (yp[[j]])^2} \right], \{j, ny\} \right]$ ;
S2yi=Table  $\left[ N \left[ e^{i \pi \frac{ny-1}{ny} (j-1)} e^{-\frac{ia2}{2b2} y[[j]]^2} \right], \{j, ny\} \right]$ ;
M=Table[0,{j,ny},{k,nx}]; Mp=Transpose[M];
For[l=1,l≤ ny, l++, fsx = S1xi * Gw[[l]]; M[[l]] =
αxi*S2xi*InverseFourier[fsx, FourierParameters → {1, -1}];]; Mt = Transpose[M];
For[l=1,l≤ nx, l++, fsy = S1yi * Mt[[l]];
Mp[[l]] = αyi*S2yi*InverseFourier[fsy, FourierParameters → {1, -1}];];
cnt=Transpose[Re[Mp]]
Lct[Fxy_,b1_,b2_,Ampf_] := Module[{ny = Dimensions[Fxy][[1]], nx = Dimensions[Fxy][[2]],
c1,c2,a1=1, d1=1,a2=1, d2=1,
parx,pary,epsx,epsy,x,y,xp,yp,
αx,αy,S1x,S1y,S2x,S2y,
M,Mp,fsx,fsy,G},
c1=(a1 *d1-1)/b1;c2=(a2 *d2-1)/b2;
parx=4. N[b1/Pi]; epsx=Pi/Sqrt[2. nx]; x=Table[(k-nx/2.-1./2) epsx,{k,nx}];
xp=parx x;
pary=4. N[b2/Pi]; epsy=Pi/Sqrt[2. ny]; y=Table[(k-ny/2.-1./2) epsy,{k,ny}];
yp=pary y;
αx=N  $\left[ \frac{\pi}{\sqrt{2nx}} e^{i \frac{2\pi}{nx} \left( \frac{nx-1}{2} \right)^2} \right]$ ;
αy=N  $\left[ \frac{\pi}{\sqrt{2ny}} e^{i \frac{2\pi}{ny} \left( \frac{ny-1}{2} \right)^2} \right]$ ;

```

```

S1x= N[√(1/(2πib1))] Table [N [e-i π (nx-1)/(nx) (j-1) ei d1/(2b1) (xp[[j]])2 ], {j, nx}];
S2x=Table[N [e-i π (nx-1)/(nx) (j-1) ei a1/(2b1) x[[j]]2 ], {j, nx}];
S1y= N[√(1/(2πib2))] Table [N [e-i π (ny-1)/(ny) (j-1) ei d2/(2b2) (yp[[j]])2 ], {j, ny}];
S2y=Table[N [e-i π (ny-1)/(ny) (j-1) ei a2/(2b2) y[[j]]2 ], {j, ny}];
M=Table[0,{j,ny},{k,nx}]; Mp=Transpose[M];
For[l=1,l≤ ny, l++, fsx = S2x * Ampf * Fxy[[l]]; M[[l]] =
αx * S1x * Fourier[fsx, FourierParameters → {1, -1}];]; Mt = Transpose[M];
For[l=1,l≤ nx, l++, fsy = S2y * Mt[[l]];
Mp[[l]] = αy * S1y * Fourier[fsy, FourierParameters → {1, -1}];]; G = Transpose[Mp]
LctInv[Gxy_, b1_, b2_] := Module[{ny = Dimensions[Gxy][[1]], nx = Dimensions[Gxy][[2]], c1,
c2, a1=1, d1=1, a2=1, d2=1,
parx, pary, epsx, epsy,
x, y, xp, yp, M, Mp, fsx, fsy,
αxi, αyi, S1xi, S1yi, S2xi, S2yi, cnt},
c1=(a1 * d1-1)/b1; c2=(a2 * d2-1)/b2;
parx=4. N[b1/Pi]; epsx=Pi/Sqrt[2. nx]; x=Table[(k-nx/2.-1./2) epsx, {k, nx}];
xp=parx x;
pary=4. N[b2/Pi]; epsy=Pi/Sqrt[2. ny]; y=Table[(k-ny/2.-1./2) epsy, {k, ny}];
yp=pary y;
αxi=N [√(2nx)/π e-i 2π (nx-1)/(2) (j-1)];
αyi=N [√(2ny)/π e-i 2π (ny-1)/(2) (j-1)];
S1xi= N[√(2πib1)] Table [N [ei π (nx-1)/(nx) (j-1) e-i d1/(2b1) (xp[[j]])2 ], {j, nx}];
S2xi=Table[N [ei π (nx-1)/(nx) (j-1) e-i a1/(2b1) x[[j]]2 ], {j, nx}];
S1yi= N[√(2πib2)] Table [N [ei π (ny-1)/(ny) (j-1) e-i d2/(2b2) (yp[[j]])2 ], {j, ny}];
S2yi=Table[N [ei π (ny-1)/(ny) (j-1) e-i a2/(2b2) y[[j]]2 ], {j, ny}];
M=Table[0,{j,ny},{k,nx}]; Mp=Transpose[M];
For[l=1,l≤ ny, l++, fsx = S1xi * Gxy[[l]]; M[[l]] =
αxi * S2xi * InverseFourier[fsx, FourierParameters → {1, -1}];]; Mt = Transpose[M];
For[l=1,l≤ nx, l++, fsy = S1yi * Mt[[l]];
Mp[[l]] = αyi * S2yi * InverseFourier[fsy, FourierParameters → {1, -1}];];
Transpose[Re[Mp]]
Se inserta manualmente (copiar y pegar) la imagen a segmentar y se declara como
Fi:
Fi= [Figura insertada]; FxyR=ImageData[Fi,Byte]; nyR= Dimensions[FxyR][[1]];
nxR= Dimensions[FxyR][[2]];
nyR, nxR
fmax=150; Fp1=3 FxyR;

```

```

For [j=1,j≤ nyR, j++, For[k = 1, k ≤ nxR, k++, If[Fp1[[j, k]] ≤ fmax, Fp1[[j, k]] =
0, Fp1[[j, k]] = 255]];
Image[Fp1,Byte] (*Regresa la imagen filtrada.*)
Ampf=1.8; Aumbrl=13; b1=20;
b2=20;Cxy1=CLct[Fp1,b1,b2,Ampf,Aumbrl];fmax=150;
For [j=1,j≤ nyR, j++, For[k = 1, k ≤
nxR, k++, If[Abs[Cxy1[[j, k]]] ≤ fmax, Cxy1[[j, k]] = 0, Cxy1[[j, k]] = 255]];
cnt1= Image[Cxy1,Byte] (*Regresa la imagen sólo con contornos*)
Ampf=1; Aumbrl=5; b1=20; b2=25;
G=Lct[Fp1,b1,b2,Ampf]; ListContourPlot[Abs[G]]
(* QUITANDO EFECTO DE BORDE *)
nx=nxR; ny=nyR; cnt=Cxy1; nb=10; cnt[[1;; nb, ;;]]=0;
cnt[[ny-nb+1;;ny,;;]]=0; cnt[[;;,1;;nb]]=0; cnt[[;;,nx-nb+1;;nx]]=0;
(*OBTENIENDO LOS PUNTOS(x,y) DEL CONTORNO cnt(x,y) *)
cnto=cnt;qcnt={};
For[j=1,j≤ ny, j++, lv = 0;
If[TrueQ[Position[cnto[[j]],255]=={}],lv=lv+1,pc=Flatten[Position[cnto[[j]],255]];
qcnt=Join[qcnt,Table[{j,pc[[k]]},{k,Length[pc]}]];];
Image[cnto,Byte] (*Se obtiene un contorno más fino de la imagen*)

```

————— CIZQ ————— Con este pequeño programa se define el contorno izquierdo.

Comenzando en `pcnt[[71]]` y usando `FIRST`, `pcnt` es el punto del contorno donde se quiere comenzar a reconocer el borde de la imagen.

```

Print[Length[qcmt]];prov=Join[qcmt[[71;;Length[qcmt]]],qcmt[[1;;70]];
pt={prov[[1]]; pt1=prov[[1]]; prov=Drop[prov,{1}]; mcont=0;
While[Length[prov] ≥ 3, mcont = mcont + 1; Label[begin];
dst=Table[Norm[prov[[m]]-Last[pt],1.5],{m,Length[prov]}];mdst=Min[dst];
mf=First[Flatten[Position[dst,mdst]]];
If[mdst ≥ 20, prov = Join[{Floor[(prov[[mf, 1]] +
Last[pt][[1]])/2], Floor[(prov[[mf, 2]] + Last[pt][[2]])/2]}], prov];
Print[{mcont,Distancia ≥20}]; Goto[begin];];
pt=Join[pt,{prov[[mf]]}]; prov=Drop[prov,{mf}];
If[Norm[pt1-
Last[pt],1] ≤ 10&&Length[pt] > 50, pt = Join[pt, {pt1}]; Break[;] ]; Cizq = pt;
Graphics[Rotate[BezierCurve[Cizq,-90Degree]] (*Esto nos da como resultado una
curva de Bézier del contorno*)
dst=Table[Norm[Cizq[[m]]-
Cizq[[1]],1],{m,Length[Cizq]}];{ListPlot[dst],ListPlot[Table[Norm[Cizq[[m]]-
Cizq[[1]],1],{m,550}],GridLines→ Automatic]}
prov=Drop[Cizq,{98,280}];
dst=Table[Norm[prov[[m]]-
prov[[1]],1],{m,Length[prov]}];{ListPlot[dst[[1;;400]],GridLines→ Automatic]}
prov=Drop[prov,{140,250}];
dst=Table[Norm[prov[[m]]-
prov[[1]],1],{m,Length[prov]}];{ListPlot[dst[[1;;400]],GridLines→ Automatic]}

```

```

Cizq=prov;Graphics[Rotate[BezierCurve[Cizq],-90Degree]] (*Nos ayuda a refinar el
contorno*)
————— CDER ————— Definamos el contorno derecho.
Comenzando en pcnt[[1845]] y usando FIRST
Print[Length[qcnt]];prov=Join[qcnt[[1845;;Length[qcnt]]],qcnt[[1;;1844]]];
pt={prov[[1]]; pt1=prov[[1]]; prov=Drop[prov,{1}]; mcont=0;
While[Length[prov]≥ 3, mcont = mcont + 1; Label[begin];
dst=Table[Norm[prov[[m]]-Last[pt],1.5],{m,Length[prov]}]; mdst=Min[dst];
mf=First[Flatten[Position[dst,mdst]]];
If[mdst≥ 20, prov = Join[{Floor[(prov[[mf, 1]] +
Last[pt][[1]])/2], Floor[(prov[[mf, 2]] + Last[pt][[2]])/2]}], prov];
Print[{mcont,Distancia ≥20}]; Goto[begin];];
pt=Join[pt,{prov[[mf]]}]; prov=Drop[prov,{mf}];
If[Norm[pt1-
Last[pt],1]≤ 10&&Length[pt] > 50, pt = Join[pt, {pt1}]; Break[;] ]; Cder = pt;
Graphics[Rotate[BezierCurve[Cder],-90Degree]]
————— Imagen Izquierda ————— Con este programa se regresa la imagen
segmentada por el contorno izquierdo
prov={}; pt=Cizq;
For[m=1,m<Length[pt],m++,
If[Abs[pt[[m+1,1]]-pt[[m,1]]]≤ 1, prov = Join[prov, {pt[[m]]}]; ,
sk=Sign[pt[[m+1,1]]-pt[[m,1]]];
prov=Join[prov,Table[{k,Floor[Interpolation[{pt[[m]],pt[[m+1]]],InterpolationOrder→
1][k]}], {k, pt[[m, 1]], pt[[m + 1, 1]] - sk, sk}];]
]; pth=prov;
m1=Min[pth[[1;;Length[pth],1]]; m2=Max[pth[[1;;Length[pth],1]];
prov=pth; rfg={};
For[m=m1,m≤ m2, m++,
tm=Flatten[Position[prov[;:,1],m]];
rfg=Join[rfg,Sort[Table[prov[[tm[[k]]]],{k,Length[tm]}],#1[[2]]<#2[[2]]&]];];
ff=Table[0,{j,ny},{k,nx}]; Table[ff[[rfg[[m,1]],rfg[[m,2]]]]=1,{m,Length[rfg]}];
seg=Table[0,{j,ny},{k,nx}];
For[j=1,j<=ny,j++,If[TrueQ[Position[ff[[j]],1]!={}],
(pc0=Min[Flatten[Position[ff[[j]],1]]];pc1=Max[Flatten[Position[ff[[j]],1]]];
Table[seg[[j,k]]=FxyR[[j,k]},{k,pc0,pc1}];)];Iizq=Image[seg,Byte]
————— Imagen Derecha ————— En esta parte se obtiene la imagen
segmentada del contorno derecho.
prov={}; pt=Cder;
For[m=1,m<Length[pt],m++,
If[Abs[pt[[m+1,1]]-pt[[m,1]]]≤ 1, prov = Join[prov, {pt[[m]]}]; ,
sk=Sign[pt[[m+1,1]]-pt[[m,1]]];
prov=Join[prov,Table[{k,Floor[Interpolation[{pt[[m]],pt[[m+1]]],InterpolationOrder→
1][k]}], {k, pt[[m, 1]], pt[[m + 1, 1]] - sk, sk}];]
]; pth=prov;

```

```

m1=Min[pth[[1;;Length[pth],1]]; m2=Max[pth[[1;;Length[pth],1]];
prov=pth; rfg={};
For[m=m1,m<= m2, m++,
tm=Flatten[Position[prov[[;;,1]],m]];
rfg=Join[rfg,Sort[Table[prov[[tm[[k]]]],{k,Length[tm]}],#1[[2]]<#2[[2]]&]];
ff=Table[0,{j,ny},{k,nx}]; Table[ff[[rfg[[m,1]],rfg[[m,2]]]]=1,{m,Length[rfg]};
seg=Table[0,{j,ny},{k,nx}];
For[j=1,j<=ny,j++,If[TrueQ[Position[ff[[j]],1]!={}],
(pc0=Min[Flatten[Position[ff[[j]],1]]];pc1=Max[Flatten[Position[ff[[j]],1]]];
Table[seg[[j,k]]=FxyR[[j,k],{k,pc0,pc1}];];];Ider=Image[seg,Byte]
----- Imagen Segmentada ----- Como resultado de la unión de las
imágenes segmentadas anteriormente.
ImageAdd[Iizq,Ider]

```

Referencias

- [1]"Paul C. Lauterbur - Interview". Nobelprize.org. Nobel Media AB 2014. Web. 5 Nov 2014.
< http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/medicine/laureates/2003/lauterbur-interview.html >
- [2] HORNAK, J. P. (2013): The Basics of MRI, Digital Book, Copyright 1996-2013 J.P. Hornak
- [3] GONZÁLES, R.C. and WOODS, R.E. (2002): Digital Image Processing, Prentice Hall, New Jersey.
- [4] SAHOO, P.K., SOLTANI, S. and WONG, A.K.C. (1988): A survey of thresholding techniques, Comput. Graphical Image Processing, 41, 233-260.
- [5] CANNY, J.F. (1986): A Computational Approach to Edge Detection, IEEE PAMI, 8, 679-698.
- [6] DAVIS, L.S. (1975): A survey of edge detection techniques, Comput. Graphical Image Processing, 4, 248-270.
- [7] ADAMS, R. and BISHOF, L. (1994): Seeded Region Growing, IEEE PAMI, 16, 641-647.
- [8] ANGULO, J. and SERRA, J. (2003): Automatic analysis of DNA microarray images using mathematical morphology, Bioinformatics, 19, 553-562.
- [9] BEUCHER, S. and MEYER, F. (1992): The morphological approach to segmentation: the watershed transformation, Mathematical Morphology in Image Processing, Marcel-Dekker, New York.
- [10] BUHLER, J., IDEKER, T. and HAYNOR, D. (2000): Dapple: Improved Techniques for Finding Spots on DNA Microarrays. UV CSE Technical Report UWTR 2000-08-05.
- [11] WANG, X., GHOSH, S. and GUO, S.W. (2001): Quantative quality control in microarray image processing and data acquisition, Nucleic Acids Research, 29, 2-8.
- [12] RIDA, T. F. (2007): Variation-diminishing Property, Pythagorean-Hodograph Curves: Algebra and Geometry Inseparable, Springer, p. 298, ISBN 9783540733973
- [13] SZELISKI, R. Computer Vision: Algorithms and Applications, Springer, p. 123.
- [14] MEDRANO MARQUÉS, N. J. and MARTÍN DEL BRÍO B.: Topology Preservation in SOFM: An Euclidean versus Manhattan Distance Comparison. Dpt. Ingeniería Electrónica y Comunicaciones. Universidad de Zaragoza. 50009 - Spain

E-mail: nmedrano@posta.unizar.es

[15] VADIVEL, A., MAJUMDAR, A. K. and SURAL, S.: Performance comparison of distance metrics in content-based Image retrieval applications. Dept. of Computer Science and Engineering. School of Information Technology. Indian Institute of Technology, Kharagpur, India. vadi@cc.iitkgp.ernet.in, akmj@cse.iitkgp.ernet.in, shamik@cse.iitkgp.ernet.in.

[16] DONOHO D., JOHNSTONE I., KERKYACHARIAN G., and PICARD D.: Density estimation by wavelet thresholding. *Ann. Statist.*, 24:508-539, 1996.

[17] FRANK, Y. S.: Image Segmentation. New Jersey Institute of Technology, Newark, NJ, USA

[18] FAN J., YAU D.K., ELMAGARMID A.K., and AREF W.G.: Automatic image segmentation by integrating color-edge extraction and seeded region growing. *IEEE Trans. Image Process.*, 10(10):1454 -1466, 2001.

[19] DROZDOWICZ B., BERNASCONI G., REYES M., SABA F., SIMÓN G.: Segmentación semiautomática de imágenes de resonancia magnética, basada en redes neuronales artificiales. *Ciencia, Docencia y Tecnología*, vol. XVI, núm. 30, mayo, 2005, pp. 117-155, Universidad Nacional de Entre Ríos Argentina.

[20] ALEGRE GUTIÉRREZ E., SÁNCHEZ GONZÁLEZ L., FERNÁNDEZ DÍAZ R. A., MOSTAZA ANTOLÍN J.C.: *Procesamiento digital de imagen: fundamentos y prácticas con matlab*. Secretariado de Publicaciones y Medios Audiovisuales. 2003. Universidad de León, León, España.