



UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

“Mat. Luis Manuel Rivera Gutiérrez”

**ESTUDIO NUMÉRICO DE LOS PLASMONES SUPERFICIALES EN
UNA GUÍA DE ONDAS DE CRISTAL FOTÓNICO QUE CONTIENE
METAMATERIAL**

TESIS

Para obtener el grado de

LICENCIADO EN CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

PRESENTA:

JOSÉ EDUARDO MEDINA MAGALLÓN

ASESOR DE TESIS:

Doctor en Ciencias en Óptica
HÉCTOR I. PÉREZ AGUILAR

Morelia, Michoacán, Febrero de 2016

RESUMEN

En el presente trabajo hemos mostrado un estudio teórico y numérico de la estructura de bandas y de la respuesta electromagnética de una guía de ondas de cristal fotónico (PCW) que está formada por dos placas conductoras planas que contienen un arreglo de inclusiones con geometrías arbitrarias y de materiales diferentes. El trabajo está motivado en gran parte por la necesidad de una nueva alternativa de desarrollo en la tecnología de telecomunicaciones que sea puramente fotónico; así como del desarrollo de la tecnología fotónica para dispositivos ópticos que sirvan de apoyo en las investigaciones en el área de las ciencias naturales particularmente en la medicina, ya que se pueden desarrollar dispositivos que permitan el tratamiento de enfermedades de una manera más eficaz. La técnica numérica que hemos aplicado es conocida como el “Método de la Ecuación Integral”, para calcular la estructura de bandas y la respuesta electromagnética de una PCW que contiene un arreglo de inclusiones con geometrías arbitrarias. Para el caso ideal consideramos una PCW perfectamente conductora de longitud infinita, que se modeló por medio de una celda unitaria cuadrada conteniendo la inclusión cilíndrica. En cambio, para el caso de una PCW real, consideramos una guía de ondas de longitud finita. Esto nos permitió llevar a cabo el cálculo de la respuesta electromagnética de este sistema, con el fin de comparar el comportamiento del sistema infinito por medio de las estructuras de bandas con el del sistema finito por medio de la reflectancia, teniendo una buena correspondencia de las zonas de máxima reflectancia con la posición de las bandas prohibidas en la estructura de bandas. De esta manera se puede tener un mayor control de la propagación electromagnética a través de la PCW, modelando solamente la estructura de bandas. Las estructuras de bandas calculadas para una PCW perfectamente conductora o de conductor real nos permite encontrar, que entre más grande sea la rugosidad o la fracción de llenado de la inclusión, la estructura de bandas presenta cambios importantes. Es decir, las bandas prohibidas se hacen cada vez más anchas y a frecuencias más altas aparecen nuevas bandas prohibidas. Similarmente, para la reflectancia vemos que si la rugosidad o la fracción de llenado de las inclusiones es cada vez más grande, las zonas de máxima reflectividad se hacen más anchas y a frecuencias más altas aparecen nuevas zonas donde la reflectancia es máxima. También hemos encontrado que si consideramos el material conductor como un medio dispersivo, el comportamiento reflectivo se aproxima muy bien con el de un conductor perfecto; así la forma correcta de modelar (en una primera aproximación) el comportamiento de un metal es a través del Modelo de Drude. Además, todo este estudio nos condujo a uno de los resultados más importantes de este trabajo, que fue encontrar la presencia de un modo de un polaritón de plasmón de superficie, a la frecuencia $\omega_r = 0.7206$, en una PCW de longitud infinita que contiene inclusiones de metamaterial con geometrías y tamaños arbitrarios.

Palabras clave: Polaritón de plasmón superficial, guía de ondas de cristal fotónico rugosa, metamaterial dispersivo, método de la ecuación integral, bandas prohibidas.

ABSTRACT

In the present work we have shown a theoretical and numerical study of the band structure and the electromagnetic response of a photonic crystal waveguide (PCW), which is formed by two conductive flat plates containing an array of inclusions with arbitrary geometries and different materials. The work is motivated to a great extent by the need for a new development alternative in the telecommunications technology that is purely photonic, as well as the development of photonics technology for optical devices that support on research in the area of natural science particularly in medicine, as it can develop devices that allow treatment of diseases more effectively. The numerical technique which we applied is known as the "Integral Equation Method" to calculate the band structure and the electromagnetic response of a PCW containing an array of inclusions with arbitrary geometries. For ideal case, we consider a perfectly conducting PCW of infinite length, which was modeled using an square unit cell containing the cylindrical inclusion. However, in the case of a real PCW, we consider a waveguide of finite length. This allowed us to carry out the calculation of the electromagnetic response of this system, in order to compare the behavior of the infinite system using the band structures with finite system by means of reflectance, having a good correspondence of the areas of maximum reflectance to the position of band gaps in the band structure. This way it can have more control of electromagnetic propagation through the PCW, modeling only the band structure. The band structures calculated for a perfectly conducting or real conducting PCW allows us to find, that the bigger roughness or filling fraction of inclusion, the band structure has significant changes. That is, the band gaps become ever wider and to higher frequencies new band gaps appear. Similarly, for the reflectance we see that if roughness or filling fraction of inclusions is getting larger, the areas of maximum reflectivity become wider and to higher frequencies appear new areas where the reflectance is maximum. We also found that if we consider the conductive material as a dispersive medium, the reflective behavior is approximated very well with a perfect conductor, so we find that the correct way to model (to a first approximation) the behavior of a metal is through Drude Model. In addition, throughout this study led us to one of the most important results of this study, that it was found the presence of a surface plasmon polariton mode, at $\omega_r = 0.7206$, in a PCW of infinite length containing metamaterial inclusions with arbitrary geometries and sizes.

Keywords: Surface plasmon polariton, rough photonic crystal waveguide, dispersive metamaterial, integral equation method

DEDICATORIA

Este trabajo de tesis está dedicado:

En especial a mis padres Berenice Magallón de la Cruz y José Eduardo Medina Ramírez por estar conmigo de manera incondicional en los momentos más difíciles de mi vida.

A mis hermanos Estefany Medina Magallón, Erick Daniel Medina Magallón y Nacxit Itzel Medina Magallón; sin embargo, me es propicio distinguir de forma especial a Itzel y a Erick que me han hecho fuerte dandome consejos y ayuda en este viaje que fue estudiar esta maravillosa carrera.

A mis sobrinos Yetzeli, Sebastian, Itzel y Meztli que los quiero mucho.

Sinceramente:

José Eduardo Medina Magallón.

Agradecimientos

De manera especial agradezco al Dr. Héctor I. Pérez Aguilar, por su apoyo invaluable para llevar a cabo este trabajo.

A la coordinación de Investigación Científica de la UMSNH que me apoyo con una beca del proyecto de investigación 9.33.

Agradezco también a los miembros que forman parte de mi comité el Dr. Mauricio Ortiz Gutiérrez, la Dra. Mary Carmen y Monserrat Peña Gomar, el Dr. Jorge Isidro Aranda Sánchez y a el M. C. José Vega Cabrera, por haber aceptado realizar la evaluación de este trabajo de tesis.

A la Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas y a mis maestros quienes desinteresadamente compartieron conmigo sus conocimientos y experiencias para beneficio de mi persona.

A todos mis compañeros, pero en especial a mis amigos Luis Eduardo Puente Díaz y Sergio Sánchez López por haber compartido conmigo las horas de estudio y nuestra segunda casa la FCFM.

A mi Abuelo que ya no está conmigo pues con su ejemplo, me enseñó principios y valores que me han servido para formarme como persona.

Por último, me es propicio agradecer a mis tíos Adolfo y Alberto Jesús Medina Ramírez, ya que gracias a su ayuda y consejos pude llegar a la meta.

Atentamente:

José Eduardo Medina Magallón.

Contenido

	Página
Resumen	i
Abstract	ii
Dedicatoria	iii
Agradecimientos	iv
Contenido	v
Lista de Figuras	vii
I. INTRODUCCIÓN	1
I.1. Estructura de la tesis	9
II. PLASMÓNICA	12
II.1. Nanociencia, una breve historia	12
II.1.1. Historia de la plasmónica	15
II.2. Propagación de la luz a través de la materia	18
II.2.1. Campos macroscópicos y ecuaciones de Maxwell	19
II.2.2. Modelo de Drude	20
II.3. Plasmones superficiales	26
II.3.1. Excitación de plasmones de superficie	29
II.3.2. Aplicaciones de la plasmónica	33
III. EL MÉTODO DE LA ECUACIÓN INTEGRAL	36
III.1. Descripción del método de la ecuación integral	36
III.1.1. Guía de cristal fotónico	37
III.1.2. Función de Green para la ecuación de Helmholtz	40
III.1.3. Representación integral de la ecuación de Helmholtz	40
III.1.4. Discretización de la ecuación integral	41
III.1.5. Verificación del método	46
III.1.6. Guía de ondas finita	46
III.1.7. El Campo Incidente	50
III.1.8. El Campo Esparcido	51
IV. RESPUESTA ELECTROMAGNÉTICA DE UNA GUÍA DE ONDAS DE CRISTAL FOTÓNICO	55
IV.1. Estructura de bandas y reflectancia de una guía de ondas de cristal fotónico con perfil arbitrario	56

Contenido (continuación)

	Página
IV.1.1. PCW perfectamente conductora	57
IV.1.2. PCW de conductor real	61
IV.1.3. PCW con inclusión de LHM	66
V. Conclusiones	71
REFERENCIAS	75

Lista de Figuras

Figura		Página
1	Ejemplos de una estructura fotónica unidimensional (a), bidimensional (b) y tridimensional (c).	3
2	Las alas de la mariposa, los escarabajos, las plumas de los pavo reales y los opalos contienen microestructuras periódicas naturales que son responsables del color iridiscente, dichas estructuras representan un cristal fotónico natural. Tomada de Centeno 2014.	4
3	Detalles que distingue una onda dependiendo de su longitud de onda. Si la estructura es mucho más pequeña que la longitud de onda, el medio se puede aproximar como continuo. Tomada de Puente 2015.	5
4	(a) Copa de Lycurgus, (b) Ventanas hechas por Marc Chagall para la Iglesia de San Esteban de Mainz.	14
5	Diagrama en el que se comparan las frecuencias de operación y los tamaños típicos de los dispositivos basados en las diferentes tecnologías mencionadas.	15
6	Las cargas y el campo electromagnético de SPs propagándose en la superficie.	28
7	Imagen obtenida de un microscopio electrónico, de una lámina de plata de 320 nm perforada con un conjunto periódico de agujeros dispuestos en una red cuadrada (17 × 17). El diámetro de los agujeros es de 280 nm y el periodo de la red, de 750 nm (tomada de García et al., 2008).	31
8	Sistema de una placa de metamaterial rodeada por medios dieléctricos.	32
9	Sección transversal de una fibra óptica contenida en una celda cuadrada y cavidad cilíndrica de un conductor perfecto.	33
10	Imagen tomada con un microscopio electrónico, de una estructura de “ojo de buey”. Un agujero central (de 250 nm de diámetro) está rodeado por un conjunto de trincheras concéntricas de 250 nm de anchura y 60 nm de profundidad. La separación entre las trincheras es de 500 nm. El espesor de la lámina de plata es de 300 nm.	34

Lista de Figuras (continuación)

Figura		Página
11	Esquema simple del funcionamiento de un dispositivo de resonancia de plasmones superficiales (un detector de moléculas). Está compuesta por una lámina metálica de oro (de espesor del orden de decenas de nanómetros). Por la superficie metálica expuesta al aire se hace circular un fluido compuesto por moléculas. Se manda luz, que pasa a través de un prisma e incide en la superficie metálica, que está en contacto con el vidrio. Este haz de luz genera un plasmón superficial, que se propaga por la superficie superior. Las propiedades de dicho plasmón superficial vienen determinadas por el tipo de moléculas absorbidas por el metal en la superficie.	35
12	Descripción gráfica de la PCW formada con dos superficies planas conductoras y un arreglo periódico de inclusiones cilíndricas, los contornos Γ 's definen la celda unitaria del sistema con la periodicidad en la dirección x .	38
13	Celda unitaria de un CF y una inclusión de forma arbitraria.	42
14	(a) Perfil de una PCW perfectamente conductora con una celda unitaria cuadrada que tiene una inclusión cilíndrica con una superficie lisa con $b = \pi$, $f = 0.005$. Funciones determinante con (b) $k = 0$ y (c) $k = 0.5$. (d) Estructuras de bandas	47
15	Esquema de una PCW perfectamente conductora de anchura l , longitud d y un arreglo periódico de inclusiones cilíndricas (en rojo) de algún material dispersivo. La longitud del sistema en la dirección x es $L_y = 2l + b$. La mitad de la anchura $1/e$ del módulo del haz gaussiano incidente proyectada en el plano $x = des g$. También se muestran los ángulos de incidencia θ_0 y dispersión θ_s (para la transmisión y reflexión); se definen como positivo en el sentido indicado en la figura.	48
16	(a) Perfil de una PCW con la distancia entre las superficies planas de $b = \pi$ y la fracción de llenado $f = 0.1$, (b) reflectancia R , (c) transmitancia T , (d) balance de la energía $R + T$.	54
17	(a) Perfil aleatoriamente rugoso que tiene una longitud de correlación $\delta = 0.1$ y desviación estandar de las alturas $\sigma = 0.1$. (b) Inclusión rugosa generada con el perfil aleatoriamente rugoso con una fracción de llenado $f = 0.05$.	56

Lista de Figuras (continuación)

Figura		Página
18	<p>(a) Estructuras de bandas de PCWs perfectamente conductoras con una celda unitaria cuadrada que tiene una inclusión cilíndrica con una superficie lisa (en azul) y rugosa (en rojo) con $b = \pi$, $f = 0.005$, (a) $\sigma = 0.005$ y $\delta = 0.005$, y (c) $\sigma = 0.15$ y $\delta = 0.15$. El recuadro derecho corresponde a la primera zona de Brillouin en el espacio k, respectivamente. El recuadro izquierdo muestra el perfil de la inclusión utilizado, respectivamente. (b) y (d) Reflectancias correspondientes a las mismas PCWs de longitud finita $d = 22\pi$ que son iluminadas a incidencia normal con un haz Gaussiano con semi ancho $g = 11.2$. Las líneas sólidas (rojo) corresponden a superficies con rugosidad (CR) y las líneas punteadas (azul) a superficies sin rugosidad (SR).</p>	58
19	<p>(a) Estructuras de bandas de PCWs perfectamente conductoras con una celda unitaria cuadrada que tiene una inclusión cilíndrica con una superficie lisa (en azul) y rugosa (en rojo) con $b = \pi$, $f = 0.05$, (a) $\sigma = 0.005$ y $\delta = 0.005$, y (c) $\sigma = 0.15$ y $\delta = 0.15$. El recuadro derecho corresponde a la primera zona de Brillouin en el espacio k, respectivamente. El recuadro izquierdo muestra el perfil de la inclusión utilizado, respectivamente. (b) y (d) Reflectancias correspondientes a las mismas PCWs de longitud finita $d = 22\pi$ que son iluminadas a incidencia normal con un haz Gaussiano con semi ancho $g = 11.2$. Las líneas sólidas (rojo) corresponden a superficies con rugosidad (CR) y las líneas punteadas (azul) a superficies sin rugosidad (SR).</p>	60
20	<p>(a) Estructuras de bandas de PCWs plateadas con una celda unitaria cuadrada que tiene una inclusión cilíndrica con una superficie lisa (en azul) y rugosa (en rojo) con $b = \pi$, $f = 0.005$, (a) $\sigma = 0.005$ y $\delta = 0.005$, y (c) $\sigma = 0.15$ y $\delta = 0.15$. El recuadro derecho corresponde a la primera zona de Brillouin en el espacio k, respectivamente. El recuadro izquierdo muestra el perfil de la inclusión utilizado, respectivamente. (b) y (d) Reflectancias correspondientes a las mismas PCWs de longitud finita $d = 22\pi$ que son iluminadas a incidencia normal con un haz Gaussiano con semi ancho $g = 11.2$. Las líneas sólidas (rojo) corresponden a superficies con rugosidad (CR) y las líneas punteadas (azul) a superficies sin rugosidad (SR).</p>	62

Lista de Figuras (continuación)

Figura		Página
21	Estructuras de bandas de PCWs plateadas con una celda unitaria cuadrada que tiene una inclusión cilíndrica con una superficie lisa (en azul) con $b = \pi$, $f = 0.005$, y rugosa (en rojo) (a) $\sigma = 0.005$ y $\delta = 0.005$, (c) $\sigma = 0.15$ y $\delta = 0.15$, respectivamente. El recuadro derecho corresponde a la primera zona de Brillouin en el espacio k , respectivamente. El recuadro izquierdo muestra el perfil de la inclusión utilizado, respectivamente. (b) Reflectancia correspondientes a la misma PCW de longitud finita $d = 22\pi$ que es iluminada a incidencia normal con un haz Gaussiano con semi ancho $g = 11.2$	64
22	Estructuras de bandas de PCWs perfectamente conductoras (curvas en negro) y plateadas (curvas en rojo y azul) con una celda unitaria cuadrada que tiene una inclusión cilíndrica con una superficie lisa (a) con $b = \pi$, $f = 0.005$ y (c) $b = \pi$, $f = 0.05$. El recuadro derecho corresponde a la primera zona de Brillouin en el espacio k , respectivamente. El recuadro izquierdo muestra el perfil de la inclusión utilizado, respectivamente. (b) y (d) Reflectancias correspondientes a las mismas PCWs de longitud finita $d = 22\pi$ que son iluminadas a incidencia normal con un haz Gaussiano con semi ancho $g = 11.2$	65
23	Función dieléctrica y permeabilidad magnética de un metamaterial dispersivo como una función de la frecuencia.	67
24	(a) Función $D(0, \omega_r)$ para una guía de onda de cristal fotónico, formado con dos superficies planas perfectamente conductoras y un arreglo periódico de inclusiones cilíndricas de LHM dispersivo. (b) Distribución de campo eléctrico a la frecuencia $\omega_r = 0.7519$	67
25	Funciones $D(0, \omega_r)$ para guías de ondas de cristal fotónico, formadas con dos superficies planas perfectamente conductoras y un arreglo periódico de inclusiones cilíndricas de LHM dispersivo. Con los parámetros $b = 4\pi$, $P = 2\pi$ y $r = 0.01b$ ($f = 0.005$) de inclusiones (a) con superficie lisa y rugosa con (c) $\sigma = 0.005$ y $\delta = 0.005$, (e) $\sigma = 0.15$, $\delta = 0.15$. Con los parámetros $b = 4\pi$, $P = 2\pi$ y $r = 0.2b$ ($f = 0.1$) de inclusiones (b) con superficie lisa y rugosa (d) con $\sigma = 0.005$, $\delta = 0.005$ y (f) $\sigma = 0.15$, $\delta = 0.15$	69
26	Reflectancia de una PCW de longitud finita con un arreglo de inclusiones de LHM dispersivo.	70

Capítulo I

INTRODUCCIÓN

El estudio del comportamiento de la luz revela una serie de características y efectos al interactuar con la materia, que nos permite desarrollar algunas teorías sobre su naturaleza. En los últimos sesenta años hemos presenciado un formidable desarrollo de nuevos dispositivos y materiales, ya que debido a el gran desarrollo de la tecnología microelectrónica de los últimos 50 años, ha permitido la fabricación de dispositivos electrónicos cada vez más eficientes como por ejemplo, la expansión de las computadoras personales (PC) cada vez más veloces, de los dispositivos de almacenamiento de información, de los láseres, etc (Bravo-Abad, 2006). Este progreso ha sido tan espectacular que actualmente los microprocesadores utilizan transistores cuyas dimensiones son del orden de 50 nm. Sin embargo, desde el principio de este siglo, este tipo de tecnología (basada en silicio) se enfrenta a una serie de problemas fundamentales que requieren ser resueltos. Entre estos problemas cabe destacar el hecho de que las interconexiones metálicas que transportan información digital dentro de los chips, disminuyen su capacidad a medida que el sistema se hace más pequeño (Cadien *et al.*, 2005). Esta limitación se ha hecho patente en los últimos años, en los que el ritmo de aumento de la velocidad de los microprocesadores ha disminuido en gran medida.

En las últimas décadas, muchos investigadores han hecho diversos estudios teóricos acerca de cómo controlar las propiedades electromagnéticas de los materiales y el comportamiento de la luz a través de estos. Es decir, se tiene interés en diseñar materiales que sean capaces de controlar la propagación de ondas electromagnéticas con una longitud de onda específica, que controlen las direcciones de propagación de ondas en el espacio; o bien, que permitan atrapar o localizar dichas ondas en una determinada región del espacio. Es por esto, que la tecnología nanofotónica se ha planteado como una candidata seria para resolver los problemas que acabamos de mencionar (Bravo-Abad, 2006).

Los dispositivos fotónicos ofrecen ciertas ventajas frente a los electrónicos. Principalmente, mayor velocidad de operación, derivada de la naturaleza intrínseca de los portadores (fotones frente a los electrones) y de los procesos involucrados en su funcionamiento (respuesta óptica frente a la electrónica de los materiales) que conllevan a una menor disipación. Es por ello, que se tiene interés en saber qué tipo de materiales nos permiten la manipulación de las propiedades ópticas; por lo que se darán las características de algunos materiales cuyas propiedades ópticas como electromagnéticas podamos controlar. Dentro de este tipo de materiales, tenemos a los cristales que se caracterizan por poseer una periodicidad perfecta en su estructura atómica y debido a ésta, presentan un potencial periódico para la propagación de electrones a través de estos. Por esta característica también se determina la mayor parte de las propiedades conductivas de dichos materiales (Kittel, 1996).

Los Cristales Fotónicos (CFs) se propusieron inicialmente como materiales capaces de localizar la luz y de inhibir la emisión espontánea de una fuente de luz contenida en su interior. En general, los CFs se construyen con materiales semiconductores o dieléctricos, aunque en los últimos años los CFs metálicos o metal-dieléctrico han demostrado

excepcionales propiedades ópticas (Miguez *et al.*, 2002). Estos sistemas constituyen arreglos periódicos de una, dos o tres dimensiones de diferentes materiales con una celda unitaria de la dimensión del orden de la longitud de onda como se aprecia en la Fig. 1. Un CF es un material en el que existe una modulación periódica y ordenada de la

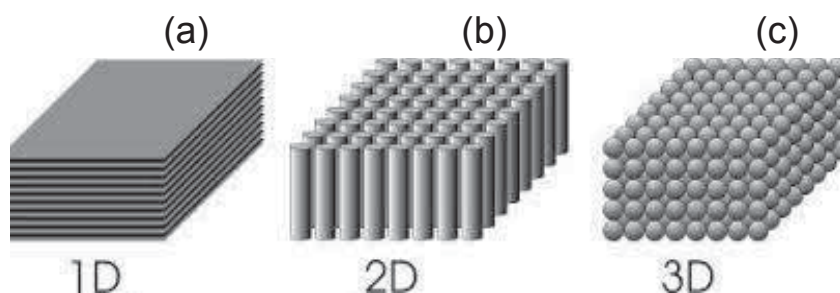


Figura 1. Ejemplos de una estructura fotónica unidimensional (a), bidimensional (b) y tridimensional (c).

constante dieléctrica (o índice de refracción), presenta bajas pérdidas por absorción. Esta característica les confiere interesantes propiedades en regiones concretas del espectro electromagnético delimitadas por la periodicidad de la estructura y origina la existencia de bandas fotónicas que definen sus propiedades para la propagación de la luz (Hernández-Juárez, 2005). Así cuando la radiación electromagnética incide sobre la superficie del CF o es emitida desde su interior, la interferencia entre las distintas ondas reflejadas en cada interfaz entre los medios de constante dieléctrica variable, da lugar a que ciertos rangos de frecuencias no puedan transmitirse en el cristal, por lo que, para esas energías no hay estados disponibles en el interior del material y son, por lo tanto, prohibidas. De esta manera, el valor de las constantes dieléctricas y el periodo espacial de su variación del CF determinan la posición y anchura de las bandas prohibidas. Debido a que presentan estas características, los CFs han sido objeto de investigación recientemente y tienen el potencial de desarrollar una nueva tecnología de circuitos ópticos integrados (Teo *et al.*, 2006; Puente-Díaz, 2015). Cabe mencionar

que en la naturaleza podemos apreciar cristales fotónicos naturales, como es en los escarabajos, en las alas de las mariposas, en las plumas de los pavo reales o en los ópalos (ver Fig. 2). Algunas de las aplicaciones de estos sistemas son el confinamiento de la



Figura 2. Las alas de la mariposa, los escarabajos, las plumas de los pavo reales y los opalos contienen microestructuras periódicas naturales que son responsables del color iridiscente, dichas estructuras representan un cristal fotónico natural. Tomada de Centeno 2014.

luz (Mengens *et al.*, 1999), las guías de ondas (Li *et al.*, 2006), la refracción negativa (Yuntuan *et al.*, 2006), la conmutación de la señal mediante la inclusión de defectos de materiales no lineales (Soljacic *et al.*, 2005), etc.

Otros materiales estructurados que presentan propiedades interesantes en el comportamiento de la luz al interactuar con estos, son los llamados “Metamateriales” o “Materiales Izquierdos” (LHMs¹) (Veselago, 1968). Los LHMs deben su nombre al hecho de que los vectores de campo eléctrico \mathbf{E} , del campo magnético \mathbf{H} y de la onda \mathbf{k} forman un sistema de vectores ortogonales con una orientación izquierda para una onda que se propaga a través de estos medios. Tales materiales artificiales poseen un índice de refracción negativo n debido a que tienen funciones de permitividad eléctrica ε y permeabilidad magnética μ simultáneamente negativas dentro de algún rango dado del espectro electromagnético. Estos materiales como no existen en la naturaleza, son fabricados artificialmente y, pueden ser diseñados para tener casi cualquier propiedad

¹Por sus siglas en inglés, Left Handed Material.

óptica que deseemos. Para esto se necesita que la unidad de estructura sea mucho más pequeña que el tamaño de la longitud de onda del modo, tal que al propagarse la luz no distinga los detalles de la estructura y “vea” un medio continuo como se muestra en la Fig. 3. Algunos de los fenómenos ópticos que los hacen potencialmente útiles para

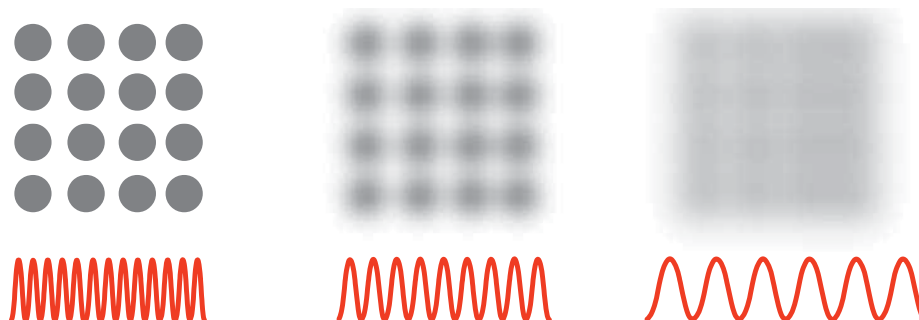


Figura 3. Detalles que distingue una onda dependiendo de su longitud de onda. Si la estructura es mucho más pequeña que la longitud de onda, el medio se puede aproximar como continuo. Tomada de Puente 2015.

nuevas aplicaciones tecnológicas son por ejemplo, la refracción negativa, la invisibilidad y la transmisión de información (Cui *et al.*, 2010). Como la disciplina de los LHMs aún se encuentra en desarrollo y no hay una definición universalmente aceptada para estos, tomaremos la definición de Vladimir Shalaev (Shalaev y Cai., 2010) que es:

“Un Metamaterial es un material estructurado artificialmente, que puede ser periódico o no periódico, que obtiene sus propiedades, no directamente de los materiales que lo constituyen (por ejemplo, la composición química del material), sino a partir de una unidad de estructura. Un Metamaterial tiene una escala mucho más pequeña que la longitud de onda de interés y su respuesta electromagnética se expresa en términos de parámetros de los materiales como por ejemplo: la permitividad, la permeabilidad y el índice de refracción”.

Es evidente que la luz desempeña un papel importante en nuestras vidas, es por

ello que ha sido estudiada durante siglos. Como consecuencia se tiene un importante bagaje de conocimientos y dispositivos ópticos que son útiles en nuestra vida diaria. Sin embargo, no han dejado de aparecer fenómenos relacionados con la luz que dan lugar a nuevos campos de investigación, como es la “plasmónica”, que surgió en los últimos años debido al avance de las nanotecnologías (García-Vidal y Moreno, 2008). Forma parte de una área más extensa denominada “nanofotónica”, que se caracteriza por el confinamiento de campos electromagnéticos en volúmenes inferiores a la longitud de onda como resultado de la interacción de una onda electromagnética y los electrones de conducción en interfaces metal-dieléctrico o en nanoestructuras metálicas (Santillán, 2013).

Los metales, además de reflejar la luz, poseen una propiedad óptica interesante, que bajo ciertas condiciones la luz puede viajar por las superficies metálicas sin alejarse de ella. Esta propiedad es muy peculiar, ya que en condiciones normales la luz viaja por las tres dimensiones del espacio y no se le confina con facilidad. En principio, la plasmónica se ocupa de la generación, propagación y detección de esta “luz superficial” que es una onda más complicada que la luz normal, ya que no consiste sólo en un campo electromagnético, sino que involucra también los electrones libres presentes en los metales. Estas ondas son las llamadas “ondas plasmónicas”, que son excitaciones electrónicas colectivas generadas por un campo electromagnético que excita a una interfaz metal-dieléctrico. Como resultado de esta interacción entre la materia y la radiación, cuando los campos electromagnéticos están confinados a la superficie y se propagan a lo largo de la interfaz, se les llama polaritones de plasmones de superficie (SPP²). Debido a este confinamiento del campo y al perfeccionamiento de las interfaces metal-dieléctrico, los SPP toman un papel importante en diversas áreas de la ciencia, como la óptica,

²Por sus siglas en inglés, Surface Plasmon Polariton.

la ciencia de los materiales, la biología y muy recientemente en la nanoelectrónica y la nanofotónica (Dragoman, 2007). Rufus Ritchie descubrió estas ondas, o SPP en los años cincuenta del siglo pasado (Ritchie, 1957).

Una de las propiedades más importantes del SPP, es que su longitud de onda, denotado por λ_{SPP} , es siempre menor que la longitud de onda λ_0 de excitación electromagnética. En el visible y en el espectro óptico de infrarrojos, los dispositivos plasmónicos tienen dimensiones en el rango de 300 – 1000 nm. Estos pequeños modos SPP, comparables con los de los dispositivos de nanoelectrónica, abren el camino para la integración en el mismo chip de componentes ópticos y electrónicos en la nanoescala, proporcionando una velocidad sin precedentes y la flexibilidad de tales circuitos (Dragoman, 2007). Como los electrones al moverse generan energía en forma de calor, a los SPP se les había tenido siempre como un sumidero de energía, por tanto, como un inconveniente para la utilización de metales como dispositivos ópticos que envíen energía (información) de un lugar a otro (García-Vidal y Moreno, 2008). En efecto, tras haber recorrido un SPP sólo una décima de milímetro, más de la mitad de la intensidad de la luz que lleva se ha disipado ya en forma de calor; es decir, estos no son adecuados si pretendemos usarlos para transportar energía a distancias mayores que las décimas de milímetro. Pero en ciertas aplicaciones ese margen ya no es tan pequeño. La continua miniaturización de los componentes electrónicos ha creado la necesidad de transportar información a escalas de unas pocas micras (Lezec *et al.*, 2002; Weeber *et al.*, 2001; García-Vidal y Moreno, 2008).

Los investigadores de numerosos grupos repartidos alrededor del mundo persiguen generar eficientemente estos SPP, moverlos sobre la superficie a nuestra voluntad (creando para ello los equivalentes a lentes, divisores de haz, guías de ondas, transistores y circuitos), y extraer la energía que llevan, probablemente en forma de luz o de señal

eléctrica, para poder transportarla a mayores distancias.

En un campo emergente como la plasmónica, no es difícil saber donde aparecerán las aplicaciones más interesantes; como por ejemplo, en la transmisión de la luz a través de agujeros pequeños, en los sensores moleculares basados en SPPs, en los circuitos plasmónicos, etc (Sergey *et al.*, 2006; García-Vidal y Moreno, 2008).

El interés de este trabajo es la generación de SPPs en guías de ondas de cristal fotónico (PCWs³) con superficies planas con un arreglo periódico de inclusiones cilíndricas suaves o aleatoriamente rugosas de distintos materiales. Cabe señalar que la guía de ondas tiene un tamaño finito; sin embargo, se puede modelar para un tamaño infinito. Para estudiar el comportamiento de la luz en este tipo de sistemas se requiere dominar no sólo los aspectos teóricos si no también los modelos numéricos. Así, el estudio de la propagación de la luz en PCWs se basa en métodos numéricos que ha desarrollado el grupo de cristales fotónicos de la FCFM de la UMSNH, para el estudio de estructuras de bandas en caso de tratarse de una guía de tamaño infinito y de la reflectancia R en caso de ser una guía de tamaño finito con geometrías diferentes. Dentro de los trabajos que ha realizado este grupo se encuentra el de Pérez-Aguilar y Mendoza-Suárez (2015) en el que hacen el estudio de la respuesta electromagnética de una guía de ondas de tamaño infinito con superficies planas perfectamente conductoras y un arreglo periódico de inclusiones cilíndricas de LHM dispersivo, donde encontraron un modo de SPP. Así, tomamos como punto de partida el trabajo anteriormente mencionado, pero haremos una generalización del mismo ya que, consideraremos que el arreglo de inclusiones presente geometrías arbitrarias. Las técnicas numéricas están basadas en métodos integrales. El Método de la Ecuación Integral parte de la segunda identidad de Green para resolver la ecuación de Helmholtz que se está considerando en este tra-

³Por sus siglas en inglés, Photonic Crystal Waveguides.

bajo (Maradudin *et al.*, 1990; Mendoza-Suárez *et al.*, 2006; Pérez-Aguilar, 2005). Este método presenta ventajas en la capacidad de estudiar diferentes aspectos de una guía de ondas que involucran geometrías complicadas (superficies aleatoriamente rugosas) y propiedades físicas muy novedosas, como las correspondientes de los LHMs dispersivos (Mendoza-Suárez *et al.*, 2006; Puente-Díaz, 2015).

I.1. Estructura de la tesis

Este trabajo de tesis está desarrollado de la siguiente manera.

En el capítulo II se presenta una breve historia de la plasmónica. Se muestra la teoría electromagnética básica de medios materiales con el Modelo de Drude para medios metálicos, lo que permite analizar los sistemas compuestos por guías de ondas con superficies planas con arreglos periódicos de inclusiones cilíndricas suaves o aleatoriamente rugosas de distintos materiales. Esto es usando para modelar numéricamente el comportamiento de estos sistemas con características particulares. Por último, se mencionan algunas aplicaciones.

En el capítulo III se da una descripción del método numérico, conocido como el Método de la Ecuación Integral (Mendoza-Suárez *et al.*, 2006), que se utiliza para obtener las estructuras de bandas de una guías de ondas de tamaño infinito con superficies planas y un arreglo periódico de inclusiones cilíndricas suaves o aleatoriamente rugosas que contienen algún material en una celda unitaria. Dicho método hace uso del segundo teorema integral de Green, donde se obtiene un par de ecuaciones integrales con las cuales se pueden determinar las estructuras de bandas en términos de un par de funciones fuente. Las funciones fuente están definidas por el campo magnético y su derivada normal, para el caso de la polarización TM, y por el campo eléctrico y su derivada normal, para la polarización TE, evaluados en la superficie de la celda

cuadrada con una inclusión que tiene superficies aleatoriamente rugosas. También se da la descripción de este método en el caso de tratarse de una guía de ondas de tamaño finito, permitiendo calcular la reflectancia de tal sistema. Todo esto con el fin de comparar el comportamiento de la luz en la guía de ondas de tamaño infinito con la de tamaño finito.

En el cuarto capítulo se aplica el método descrito en el capítulo III al problema de interés de esta tesis de investigación. En este capítulo se presentan los resultados numéricos de las estructuras de bandas para una PCW de tamaño infinito. Además se presentan resultados de la reflectancia para una PCW de tamaño finito, con superficies suaves y aleatoriamente rugosas en la inclusión cilíndrica.

Finalmente, en el capítulo V se dan las conclusiones principales de esta tesis de investigación.

Capítulo II

PLASMÓNICA

Durante los últimos años, ha adquirido importancia creciente el estudio de la interacción de radiación visible-materia (fotónica), en la que la primera queda confinada a volúmenes de dimensiones mucho menores que la longitud de onda de la luz. El conocimiento de los procesos físicos que ocurren en dicha interacción permiten, entre otras cosas, el desarrollo de innumerables aplicaciones en diversos campos de la ciencia y la tecnología que abarcan desde la biomedicina hasta las telecomunicaciones. En el presente capítulo se da una breve revisión de los fundamentos teóricos de la Plasmónica. Comenzando con una breve historia de la nanociencia, así como un enfoque de los conceptos principales de la plasmónica orientados hacia el problema de interés de esta tesis de investigación.

II.1. Nanociencia, una breve historia

La materia en escala nanométrica presenta propiedades ópticas, eléctricas, y magnéticas muy diferentes a las que posee en estado macroscópico. El estudio de las propiedades ópticas nanométricas constituye un área de gran importancia no totalmente resuelta para el posible desarrollo de nuevos materiales y aplicaciones.

La nanociencia es un rama de investigación que se ocupa del estudio de las propiedades físicas y químicas de materiales con dimensiones inferiores a los 100 nm. Dentro de esta área, la nanofónica, definida como la fusión de la nanotecnología y la fotónica, surge como un campo con nuevos desafíos tecnológicos en química, en electrónica, en ciencia de materiales, en la integración fotónica con dispositivos miniaturizados para su uso en nanosensores biológicos y en biomedicina (Santillán, 2013).

En 1959 cuando Richard Feynman en su conferencia titulada “There is plenty of room at the bottom” que presentó en Caltech, expresó por primera vez la posibilidad de la manipulación mecánica de átomos para realizar la síntesis de compuestos como alternativa a los métodos químicos tradicionales. Estas ideas motivaron el desarrollo de dispositivos de microscopía de alta resolución como el microscopio de fuerza atómica AFM¹ y el de efecto túnel STM².

Sin embargo, es conocido ya desde la época del imperio romano y pasando por la Edad Media, mucho antes de que los científicos hayan comenzado a investigar las propiedades ópticas de nanoestructuras metálicas, algunos alquimistas y artesanos utilizaban pequeñas partículas metálicas para generar los colores brillantes de artefactos y obras de arte de vidrio, que en la actualidad se atribuyen a efectos de interacción radiación-materia en escala nanométrica. Ejemplos famosos son la copa Lycurgus (imperio romano, del siglo IV d. C.), que tiene un color verde cuando se observa en el reflejo de la luz, mientras que brilla en rojo en la transmisión de la luz, y los vidrios de las ventanas de la iglesia de San Esteban en Mainz como se ve en la figura 4. El desarrollo de la tecnología microelectrónica en el último medio siglo ha permitido la fabricación de dispositivos electrónicos cada vez más eficientes. La ley de Moore, que predice que el número de dispositivos en un chip se dobla cada 18 meses, se ha cumplido

¹Por sus siglas en inglés, Atomic Force Microscope.

²Por sus siglas en inglés, Scanning Tunneling Microscope.



Figura 4. (a) Copa de Lycurgus, (b) Ventanas hechas por Marc Chagall para la Iglesia de San Esteban de Mainz.

desde los años 60. Este progreso ha llevado a que los microprocesadores actuales utilicen transistores cuyas dimensiones son del orden de alrededor de 50 nm. Sin embargo, desde el principio de este siglo, este tipo de tecnología basada en el silicio se enfrenta a una serie de problemas fundamentales que requieren ser resueltos. Entre estos problemas cabe destacar el hecho de que las interconexiones metálicas que transportan información digital dentro de los chips, disminuyen su capacidad a medida que el sistema se hace más pequeño. Esta limitación se ha hecho presente en los últimos años, en los que el ritmo de aumento de la velocidad de los microprocesadores ha disminuido en gran medida (Bravo-Abad, 2006).

Durante los últimos años, la tecnología nanofotónica se ha convertido en una seria candidata para resolver los problemas que acabamos de mencionar. Pero los dispositivos fotónicos presentan un aspecto fundamental que limita su miniaturización: el límite de difracción, que establece que no es posible confinar un haz tridimensional de luz en un volumen cuya sección lateral sea menor que la mitad de la longitud de onda. El valor de la longitud de onda usada en los circuitos fotónicos es de aproximadamente 1000 nm, lo que corresponde prácticamente al tamaño característico de los chips fabricados actualmente. Aunque la introducción de los cristales fotónicos ha aportado algunas soluciones en este aspecto, un cristal fotónico tiene un tamaño de varias longitudes de

onda, ya que su periodicidad típica es del orden de la mitad de la longitud onda (ver Fig. 5). Así, la nanofotónica basada en plasmones de superficie (SPs), también de-

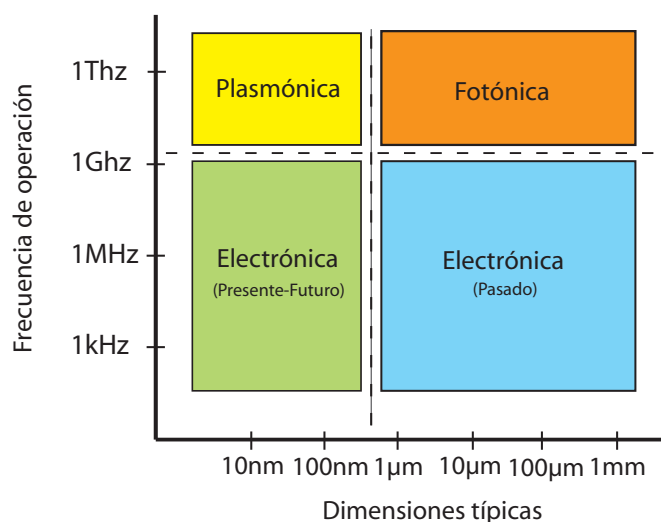


Figura 5. Diagrama en el que se comparan las frecuencias de operación y los tamaños típicos de los dispositivos basados en las diferentes tecnologías mencionadas.

nominada plasmónica, constituye uno de los caminos más prometedores para conseguir la miniaturización de circuitos fotónicos. Esto debido a que la plasmónica combina los dos ingredientes más importantes para el diseño de este tipo de circuitos: la rapidez de operación de la fotónica y la miniaturización de la electrónica (Atwater, 2007; Bravo-Abad, 2006).

II.1.1. Historia de la plasmónica

La plasmónica, se caracteriza por el confinamiento de campos electromagnéticos en volúmenes inferiores a la longitud de onda como resultado de la interacción de una onda electromagnética y los electrones de conducción en interfaces metal-dieléctrico o en nanoestructuras metálicas (Santillán, 2013). Se puede definir como el dominio de la óptica en la que la excitación y la propagación de plasmones de superficie tienen un papel clave.

La interacción de radiación electromagnética con nanoestructuras metálicas da origen a fenómenos ópticos característicos relacionados con la geometría de la nanoestructura, del tamaño y del medio circundante. En el caso de películas metálicas delgadas se generan ondas superficiales evanescentes acopladas a la oscilación de los electrones de conducción denominadas “polaritones de plasmones superficiales”, SPPs. En 1902 el astrónomo estadounidense Wood observó los espectros obtenidos usando una rejilla óptica de una fuente de luz continua producida por una lámpara incandescente (Wood, 1902). Se encontró con un fenómeno sorprendente: “Estaba asombrado al descubrir que bajo ciertas condiciones, la caída de la iluminación máximo al mínimo (una caída desde luego de 10 a 1), se produjo dentro de un rango de longitudes de onda no mayores que la distancia entre las líneas de sodio”, observó líneas claras y oscuras estrechas en diversos espectros obtenidos para diferentes condiciones de incidencia e hizo una observación, estas líneas estaban presentes sólo para la luz con polarización TM; es decir, cuando el campo magnético es paralelo a las ranuras de rejilla. En ese momento, la teoría electromagnética de rejillas estaba en una fase embrionaria y por lo tanto fue incapaz de dar alguna explicación a estos fenómenos. Esto que explicación que Wood les denomina “anomalías singulares”, concluyendo que este problema era “uno de los más interesantes con los que se ha encontrado”. Estas anomalías se observan en el espectro de la luz difractada por rejillas de difracción y en que se manifiestan por las rápidas variaciones en la intensidad de los órdenes espectrales difractados en bandas de frecuencia estrechas. Las anomalías de Wood se han considerado en todo el siglo XX como uno de los fenómenos más fascinantes en la óptica.

Durante mucho tiempo después del descubrimiento de las anomalías de Wood, los estudios sobre SPP quedaron íntimamente relacionados con las rejillas de difracción. En el caso ideal de medios no absorbentes, estos modos superficiales se conocen con el

nombre de modos de Fano (Maystre, 1982), quien fue el primero en introducirlos en la literatura para explicar las anomalías observadas por Wood en la respuesta óptica de una red de difracción metálica en el caso en que el campo magnético incidente es paralelo a los surcos de la red (polarización TM); Fano (Fano, 1941) propone la existencia de las ondas superficiales en la teoría de redes, hasta el momento desarrollada por Rayleigh, y muestra que en redes de surcos poco profundos la luz incidente podía excitar estos modos, dando lugar a las rápidas variaciones de intensidad observadas por Wood. Para Fano las ondas superficiales estaban asociadas al campo evanescente, que al no propagar energía en dirección perpendicular al plano medio de la superficie estaban condenadas a vivir en sus inmediaciones y su propagación era disipada por otros movimientos ávidos de energía, como las oscilaciones de plasma (Cuevas, 2011).

Hessel y Oliner haciendo uso de una superficie plana con una impedancia superficial periódica encuentran que, la respuesta electromagnética de estas estructuras es similar a la de las redes metálicas, permitiéndoles relacionar las anomalías de Wood con la excitación de las ondas superficiales propuestas por Fano. Dos años después de que Hessel y Oliner publicaran su trabajo, Teng y Stern presentaron un estudio experimental en el que se ponía en evidencia la existencia de plasmones superficiales, a los que ellos llamaron oscilaciones superficiales de plasma (SPO³). Estos eran excitados por un haz de electrones que impactaban sobre la red metálica, dicho experimento evidencio que la radiación emitida por la red tenia una distribución angular caracterizada por máximos bien definidos justamente en aquellas direcciones permitidas por el acoplamiento entre los SPOs y los fotones. Midiendo las posición de los mínimos del orden especularmente reflejado, obtienen la gráfica de dispersión de los plasmones superficiales, concluyendo que esta no varía apreciablemente con respecto a la curva correspondiente a una única

³Por sus siglas en inglés, Surface Plasma Oscillations.

superficie plana. Tiempo después, Ritchie (Ritchie *et al.*, 1968) mostró que la gráfica de dispersión de los SPPs sufre cambios importantes para frecuencias en los límites de la zona de Brillouin, donde aparece un intervalo de frecuencias prohibidas para la propagación de SPPs.

En los años 70's, el estudio de SPPs sobre redes metálicas fue impulsado enormemente debido a la aparición de computadoras que permitían manejar y procesar a altas velocidades una gran cantidad de cálculos. Como consecuencia de esto, muchos científicos comenzaron a desarrollar una gran cantidad de métodos numéricos para poder calcular la respuesta electromagnética de tales sistemas mediante una teoría que involucrara las ecuaciones de Maxwell, dando como resultado el surgimiento de los llamados métodos integrales. Estos métodos se basan en el teorema de Green que conllevan a un sistema de ecuaciones algebraico ((Maradudin *et al.*, 2001, 2010)).

II.2. Propagación de la luz a través de la materia

El estudio de la propagación de la luz a través de la materia, particularmente en estado sólido, comprende una de las ramas importantes e interesantes de la óptica. Los fenómenos ópticos exhibidos por sólidos incluyen la absorción selectiva, la dispersión, la doble refracción, los efectos de polarización y los efectos electro-ópticos y magneto-ópticos. Muchas de las propiedades ópticas de los sólidos se puede entender sobre la base de la teoría electromagnética clásica. En la presente sección se aplica la teoría de Maxwell macroscópica a la propagación de la luz a través de sólidos, en especial para metales.

II.2.1. Campos macroscópicos y ecuaciones de Maxwell

Todos los problemas sobre electromagnetismo, siempre que nos mantengamos en una situación macroscópica como es el caso de la propagación de la luz a través de sólidos, pueden tratarse a través de las ecuaciones macroscópicas de Maxwell

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} - \mu_0 \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t}, \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} + \mathbf{J}, \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = -\frac{1}{\epsilon_0} \nabla \cdot \mathbf{P} + \frac{\rho}{\epsilon_0}, \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = -\nabla \cdot \mathbf{M}. \quad (4)$$

Por otro lado, la respuesta de los electrones de conducción al campo eléctrico está dada por $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$ (Ley de Ohm) siendo σ la conductividad. Además, las relaciones constitutivas reescritas como

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} \quad \text{y} \quad \mathbf{B} = \mu \mathbf{H}, \quad (5)$$

describen la respuesta total de las cargas ligadas al campo electromagnético.

En nuestro estudio de la propagación de la luz a través de la materia nos ocuparemos únicamente en los medios no magnéticos y eléctricamente neutros. Por tanto, \mathbf{M} y ρ se toman igual a cero: Así, las ecuaciones de Maxwell, expresadas por las Ecs. (1) a (4), se reducen a:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad (6)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} + \mathbf{J}, \quad (7)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = -\frac{1}{\epsilon_0} \nabla \cdot \mathbf{P}, \quad (8)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0. \quad (9)$$

Tomando el rotacional de la Ec. (6) y la derivada respecto al tiempo de la Ec. (7) para eliminar \mathbf{H} , obtenemos la ecuación de onda para el campo eléctrico

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = -\mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t}. \quad (10)$$

Los términos del lado derecho de la ecuación anterior se llaman términos fuente. Se derivan de la presencia de las cargas de polarización y de conducción, respectivamente, dentro del medio. La manera en la que la propagación de la luz se ve afectada por los términos fuentes está incluida. En caso de tratarse de medios no conductores el término $-\mu_0 \partial^2 \mathbf{P} / \partial t^2$ es de importancia, ya que conduce a una explicación de muchos efectos ópticos como: la dispersión, la adsorción y la doble refracción, por mencionar algunos. En el caso de los metales, el término de conducción $-\mu_0 \partial \mathbf{J} / \partial t$ es el importante. Las soluciones resultantes de la ecuación de onda explican la gran opacidad y alta reflectancia de los metales. Es por esto que consideraremos el caso de interacción de la luz con los medios conductores metálicos utilizando el modelo de Drude.

II.2.2. Modelo de Drude

Las características esenciales de los metales se pueden describir teóricamente con el Modelo de Drude (Fowles, 1968). En este modelo, existe una frecuencia crítica llamada frecuencia de plasma, por debajo de la cual la permitividad eléctrica es negativa y en consecuencia la propagación de ondas electromagnéticas está prohibida. Por este motivo, metales como el oro y la plata se comportan reactivamente (buscar sinónimo) frecuencias ópticas e infrarrojas y los campos sólo pueden penetrar una pequeña distancia. Por encima de la frecuencia de plasma la permitividad es positiva, el medio es transparente y permite la propagación de ondas electromagnéticas.

Para analizar los efectos del comportamiento de la luz a través de medios metálicos, nos interesa el término de conducción en la ecuación de onda sin el término de polar-

ización. Debido a la inercia de los electrones de conducción, no podemos simplemente hacer uso de $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$ (Ley de Ohm) para la densidad de corriente donde σ es la conductividad estática. Se debe considerar el movimiento real de los electrones bajo la acción del campo eléctrico alterno de la onda luminosa.

Puesto que los electrones de conducción no están ligados, no existe una fuerza restauradora. Por consiguiente, la ecuación diferencial del movimiento del electrón es de la forma

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} + m\tau^{-1}\mathbf{v} = -e\mathbf{E}, \quad (11)$$

donde \mathbf{v} es la velocidad del electrón, $\tau = 1/\gamma \approx 10^{-4}s$ es el tiempo de relajación y m es la masa del electrón. Dado que la densidad de corriente es

$$\mathbf{J} = -Ne\mathbf{v}, \quad (12)$$

siendo N el número de electrones de conducción por unidad de volumen o densidad electrónica, entonces la Ec. (11) se puede expresar en términos de \mathbf{J} como

$$\frac{d\mathbf{J}}{dt} + \gamma\mathbf{J} = \frac{Ne^2}{m}\mathbf{E}. \quad (13)$$

Supongamos que el campo eléctrico aplicado y la densidad de corriente de conducción están dadas por

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{-i\omega t} \quad \text{y} \quad \mathbf{J} = \mathbf{J}_0 e^{-i\omega t}, \quad (14)$$

que sustituyendo en la ecuación de movimiento (Ec. 13) se obtiene

$$\frac{d[\mathbf{J}_0 e^{-i\omega t}]}{dt} + \gamma\mathbf{J}_0 e^{-i\omega t} = -i\omega\mathbf{J}_0 e^{-i\omega t} + \gamma\mathbf{J}_0 e^{-i\omega t} = \frac{Ne^2}{m}\mathbf{E}_0 e^{-i\omega t} \quad (15)$$

y multiplicando por $e^{+i\omega t}$ tenemos

$$(-i\omega + \gamma)\mathbf{J} = \frac{Ne^2}{m}\mathbf{E}. \quad (16)$$

Para el caso de campos estáticos, $\omega = 0$, se tiene que

$$\mathbf{J} = \frac{Ne^2}{m\gamma} \mathbf{E} = \sigma \mathbf{E}, \quad (17)$$

por lo que,

$$\sigma = \frac{Ne^2}{m\gamma} \quad (18)$$

que es la conductividad estática.

Ahora, para el caso general de un campo oscilante aplicado

$$\mathbf{J} = \left[\frac{\sigma}{1 - \frac{i\omega}{\gamma}} \right] \mathbf{E} = \sigma_\omega \mathbf{E}, \quad (19)$$

obtenemos

$$\sigma_\omega = \frac{\sigma}{1 - \frac{i\omega}{\gamma}} \quad (20)$$

que es la conductividad dinámica.

A frecuencias muy bajas ($\omega/\gamma \ll 1$), la conductividad dinámica es puramente real y los electrones siguen el campo eléctrico. Conforme el campo aplicado va incrementando, la inercia de electrones introduce un retardo de fase en la respuesta de electrones en el campo y la conductividad dinámica es compleja.

Para frecuencias muy altas ($\omega/\gamma \gg 1$), $\mathbf{J} \approx i\sigma \mathbf{E} = (e^{i\frac{\pi}{2}}) \sigma \mathbf{E}$ y la conductividad dinámica σ_ω es puramente imaginaria y las oscilaciones de los electrones tienen un desfase de $\pi/2$ con el campo aplicado.

Abordemos ahora, la propagación de ondas electromagnéticas en medios metálicos. Haciendo uso de la expresión dada en la Ec. (19) y que $c^2 = 1/\epsilon_0\mu_0$ en la Ec.(10) se encuentra la ecuación de onda para metales

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} + \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \left[\frac{\sigma}{1 - \frac{i\omega}{\gamma}} \right] \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}. \quad (21)$$

Para resolver la ecuación se propone un campo eléctrico oscilante, $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{z} - \omega t)}$, que representa una onda. Sustituyendo directamente la Ec. (21) se puede mostrar que esta

es una solución, siempre que

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} + i \left[\frac{\omega \mu_0 \sigma}{1 - i \frac{\omega}{\gamma}} \right], \quad (22)$$

donde $c^2 = 1/\epsilon_0 \mu_0$. Además por la forma de la ecuación anterior se puede considerar a $k = k(\omega)$ como una función de la frecuencia ω . Expresemos k en términos de la parte real e imaginaria como $k(\omega) = k_R(\omega) + ik_I(\omega)$. Esto es equivalente a introducir un índice de refracción complejo $n(\omega) = n_R(\omega) + in_I(\omega)$ en términos de la relación de dispersión

$$k(\omega) = \frac{\omega}{c} n(\omega). \quad (23)$$

En este capítulo para las expresiones siguientes ya no se escribirá explícitamente la dependencia de ω que tienen k y n .

Profundidad de piel (Skin Depth) a bajas frecuencias

Consideremos el caso en el que k^2 es suficientemente pequeño, es decir, dado por

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} + i \left[\frac{\omega \mu_0 \sigma}{1 - i \frac{\omega}{\gamma}} \right] \cong i \omega \mu_0 \sigma = \exp\left(i \frac{\pi}{2}\right) \omega \mu_0 \sigma. \quad (24)$$

Entonces,

$$\begin{aligned} k &\cong \sqrt{\exp\left(i \frac{\pi}{2}\right) \omega \mu_0 \sigma} = \exp\left(i \frac{\pi}{4}\right) \sqrt{\omega \mu_0 \sigma} \\ &= \left[\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \right] \sqrt{\omega \mu_0 \sigma} = (1 + i) \sqrt{\frac{\omega \mu_0 \sigma}{2}}. \end{aligned} \quad (25)$$

Por lo tanto, la parte real e imaginaria de k son iguales,

$$k_R = k_I = \sqrt{\frac{\omega \mu_0 \sigma}{2}}, \quad (26)$$

implicando que

$$n_R = n_I = \left[\frac{c}{\omega} \right] k_{R,I} = \sqrt{\frac{c^2 \mu_0 \sigma}{2 \omega}} = \sqrt{\frac{\sigma}{2 \omega \epsilon_0}}. \quad (27)$$

En un metal, para una onda que se propaga en la dirección z ,

$$\begin{aligned}\mathbf{E} &= \mathbf{E}_0 \exp(ikz) = \mathbf{E}_0 \exp(-k_I z) \exp[i(k_R z - \omega t)] \\ &= \mathbf{E}_0 \exp\left(-\frac{z}{\delta}\right) \exp[i(k_R z - \omega t)]\end{aligned}\quad (28)$$

se tiene que la profundidad de piel (Skin Depth) está dada por

$$\delta = \frac{1}{k_I} = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu_0 \sigma}} = \sqrt{\frac{2\epsilon_0 c^2}{\omega \sigma}}.\quad (29)$$

Por ejemplo, la profundidad de piel para el Cobre que tiene una conductividad estática $\sigma = 5.76 \times 10^7 \Omega^{-1}\text{m}^{-1}$ es $\delta_{copper} = 0.66 \mu\text{m}$.

Índice de Refracción en un metal

Considerando nuevamente el caso general descrito por la Ec. (22), obtenemos

$$n^2 = \frac{c^2}{\omega^2} k^2 = 1 + i \left[\frac{c^2 \mu_0 \sigma}{\omega \left(1 - i \frac{\omega}{\gamma}\right)} \right] = 1 + i \frac{i\gamma}{i\gamma} \left[\frac{c^2 \mu_0 \sigma}{\omega \left(1 - i \frac{\omega}{\gamma}\right)} \right]\quad (30)$$

$$\Rightarrow n^2 = 1 - \frac{c^2 \mu_0 \sigma \gamma}{\omega^2 + i\omega\gamma},\quad (31)$$

de donde se define la “frecuencia de plasma” como:

$$\omega_p^2 = c^2 \mu_0 \sigma \gamma = \gamma \left(\frac{Ne^2}{m\gamma} \right) c^2 \mu_0 = \frac{Ne^2}{m\epsilon_0}.\quad (32)$$

Así, el índice de refracción del medio conductor está dado por

$$n^2 = 1 - \left[\frac{\omega_p}{\omega^2 + i\omega\gamma} \right],\quad (33)$$

donde $\omega_p = \sqrt{\frac{Ne^2}{m\epsilon_0}}$ es la frecuencia de plasma.

Si los electrones en un plasma son desplazados de un fondo uniforme de iones, los campos eléctricos serán construidos en una dirección para restaurar la neutralidad del plasma regresando de vuelta a los electrones a sus posiciones originales. Debido a su

inercia, los electrones sobrepasan la oscilación alrededor de sus posiciones de equilibrio con una frecuencia característica conocida por la frecuencia de plasma. Además, existe una longitud de onda llamada crítica λ_c (o longitud de onda de oscilación de plasma) y es aquella en la que por debajo de ella los metales alcalinos se vuelven transparentes, y por encima de la cual son opacos y altamente reflectantes. Esta longitud de onda está dada por

$$\lambda_c = \lambda_p = \frac{2\pi c}{\omega_p}. \quad (34)$$

Analizando la expresión del índice de refracción para frecuencias altas ($\omega \gg \gamma$), se tiene que

$$n^2 \approx 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \quad (35)$$

donde hemos despreciado el término de γ .

Función dieléctrica de los metales

Considerando que $\varepsilon(\omega) = n(\omega)^2$ y haciendo uso de la Ec. (27), tenemos que

$$\begin{aligned} \varepsilon(\omega) &= \varepsilon_R(\omega) + i\varepsilon_I(\omega) = n(\omega)^2 \\ &= (n_R + in_I)^2 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + i\omega\gamma} \\ &= (n_R^2 - n_I^2) + i2n_Rn_I \\ &= \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \gamma^2}\right) + i\left(\frac{\omega_p^2\gamma}{\omega^3 + \omega\gamma^2}\right) \end{aligned} \quad (36)$$

es la *función dieléctrica* para materiales metálicos. Observamos que ya no es constante ya que depende de la frecuencia de la radiación que se utilice para iluminar el material.

- Para un caso particular, la función dieléctrica para $\omega \approx \omega_{visible}$, esto es cuando $\omega \gg \gamma$, es

$$\varepsilon(\omega) = \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right) + i\left(\frac{\omega_p^2}{\omega^2/\gamma}\right). \quad (37)$$

II.3. Plasmones superficiales

Muchas de las propiedades fundamentales del estado sólido pueden ser descritas con una analogía de un sólo electrón moviéndose en un arreglo periódico de átomos a los que se les asocia una carga positiva. En otras palabras utilizando el concepto de Plasma que, desde el punto de vista teórico los *plasmones superficiales* (SPs) se manejan como la representación de ondas electromagnéticas de superficie, cuyo máximo de intensidad se da en la superficie y con un decaimiento exponencial perpendicular a la superficie. Los SPs pueden ser generados por luz, los cuales producen un campo eléctrico mejorado en la superficie. Este campo producido en la superficie puede ser utilizado en muchas aplicaciones que se mencionarán más adelante.

De esta manera el *plasmón*, se define como un cuanto de energía asociado con ondas propagándose en la materia a través del movimiento colectivo de un gran número de electrones. Esto refleja el porqué un metal se considera como un plasma de alta densidad con un cierto número de electrones móviles. La dimensión de la energía de un plasmón es característica tanto del tipo de material como de la geometría del sistema. Si un campo eléctrico (invariante en el tiempo) actúa sobre una partícula u otra muestra delimitada, el campo polariza la muestra con una densidad de carga eléctrica (variante en el tiempo). Las cargas inducidas en la superficie actúan una sobre otra eléctricamente de una manera colectiva para regresar al equilibrio. Si dicho campo es suspendido, un regreso muy rápido hacia el equilibrio le da a las cargas más energía cinética, la cual les produce un equilibrio sobresaturado. El proceso es reversible y entonces, oscilaciones colectivas de carga superficial son establecidas y se les denomina Plasmones de Superficie (SPs).

Bajo la aplicación continua de un campo eléctrico, como el dado en la Ec. (14), los SPs aparecen como resonantes en la energía esparcida de la fuente. Desde una

perspectiva cuántica, a los SPs se les asocia además de energía, ondas electromagnéticas. Estas ondas, viajando a lo largo de la interfaz de dos medios diferentes se les conoce como “Ondas de Plasma Superficiales” (SPWs⁴).

La frecuencia natural de oscilación de los plasmones en un medio puede ser obtenida en función del número de electrones libres y su masa. A esta se le llama frecuencia de plasma que está dada por la Ec. (32). Usando el modelo de Drude podemos obtener la expresión de la función dieléctrica del gas de electrones libres (caso ideal en metales), en donde no hay decaimiento (tiempo de relajación infinito, $\tau \rightarrow \infty$ y $\gamma \rightarrow 0$) y no hay transiciones interbanda en términos de la frecuencia de plasma:

$$\varepsilon(\omega) \rightarrow \varepsilon(\omega) = \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right). \quad (38)$$

Vemos en este caso que la función dieléctrica del gas de electrones libres tiene la misma función dieléctrica que un conductor perfecto (Hecth y Zajac, 1974). De la ecuación anterior se deduce que la frecuencia de plasma ω_p sirve como parámetro que delimita si el índice de refracción del metal es real o complejo. Para la mayoría de los metales en frecuencias del espectro UV-visible ($\omega < \omega_p$), la parte real de la función dieléctrica es predominantemente negativa y en consecuencia el índice de refracción dado en la Ec. (33) será puramente imaginario. Por esta razón, la radiación es atenuada; es decir, la absorción es pequeña y el conductor será altamente reflejante. Para frecuencias mayores a la frecuencia de plasma ($\omega > \omega_p$), el índice de refracción es netamente real y la radiación es no atenuada. Así, la absorción será grande y el conductor será transparente a dicha luz. Es decir, las ondas electromagnéticas con frecuencias más altas se pueden propagar a través de los metales.

Los SPs son modos electromagnéticos que aparecen en una interfaz entre un dieléctrico $\varepsilon_D(\omega)$ y un metal $\varepsilon_M(\omega) = \varepsilon_{MR}(\omega) + i\varepsilon_{MI}(\omega)$, como consecuencia de la interacción

⁴Por sus siglas en inglés, Surface Plasma Waves.

entre la luz y los electrones de conducción de una superficie metálica. Estos modos se localizan por ejemplo, en la dirección z , son acompañados de campos electromagnéticos tanto longitudinales como transversales que desaparecen cuando $|z| \rightarrow \infty$ y tienen su máximo en la superficie $z = 0$ como se ve en la Fig. 6. Esto explica su sensibilidad a las propiedades de la superficie. Haciendo un análisis usando la teoría de Maxwell

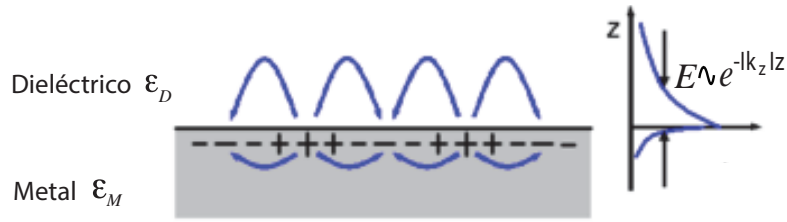


Figura 6. Las cargas y el campo electromagnético de SPs propagándose en la superficie.

descrita anteriormente, podemos considerar el campo eléctrico como

$$E_x^+ = E_x^{0+} \exp \{ i [\omega t - (k_x x + k_z^+ z)] \}, \quad (39)$$

$$E_z^- = E_z^{0+} \exp \{ i [\omega t - (k_x x - k_z^+ z)] \}, \quad (40)$$

donde el signo (+) es para $z \geq 0$ y (-) para $z \leq 0$. Con k_z imaginario causa el decaimiento exponencial de los componentes z del campo E_z . Si los modos aparecen en la interfaz, entonces el vector de onda en x (k_x) es paralelo al eje x y el valor de $k_x = 2\pi/\lambda_p$, en donde λ_p es la longitud de onda de oscilación de plasma dada en la Ec. (??). Finalmente llegamos a la ecuación de dispersión de los modos SPs dada por

$$k_x = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\epsilon_M \epsilon_D}{\epsilon_M + \epsilon_D}}. \quad (41)$$

Renombrando a k_x como k_{SP} y $k_0 = \omega/c$ que es el vector de onda de la luz incidente en el vacío, tenemos que la relación de dispersión de los SPs toma la forma de

$$k_{SP} = k_0 \sqrt{\frac{\epsilon_M \epsilon_D}{\epsilon_M + \epsilon_D}}. \quad (42)$$

Esto muestra que el vector de onda k_{SP} es mayor que el vector de onda de la luz k_0 . Por ello los plasmones superficiales no pueden ser excitados directamente por una onda incidente en la interfaz metal-dieléctrico. Para lograr excitar SPs existen algunos métodos, como por ejemplo, en guías de ondas ópticas (Weeber *et al.*, 2001), en rejillas de acoplamiento (Ritchie *et al.*, 1968), y reflexión total atenuada (Kretschmann y Raether, 1968; Sprokel *et al.*, 1981), entre otros. Para fines de esta tesis se considera el modelo de excitación de un SP en una guía de ondas óptica formada por dos placas paralelas y un arreglo periódico de inclusiones cilíndricas de metamateriales.

II.3.1. Excitación de plasmones de superficie

La forma de excitar plasmones está restringida, principalmente por la condición de dispersión dada por la Ec. (42), en la cual la constante de propagación k_{SP} del plasmón es mayor que la constante de la onda en el dieléctrico (Ec. (42)). Es decir, si se envía luz con frecuencia ω y una constante de propagación paralela a la interfaz en el lado dieléctrico, entonces debe incrementarse dicha constante en una cantidad Δk_{SP} , de manera tal que pueda lograrse el acoplamiento de las constantes de onda de la radiación electromagnética y las oscilaciones de carga. Existen distintas formas para la excitación de un plasmón superficial, como se mencionaron en la subsección anterior. A manera de ilustración didáctica, a continuación se dará una descripción de los diferentes tipos de excitación de los modos plasmónicos, que nos permitirá mostrar que nuestro método es novedoso.

Otto Andreas en 1968 publica su trabajo: “Excitation of nonradiative surface plasma waves in silver by the method of frustrated total reflection”, describiendo un método de excitación de ondas de plasma superficial (SPW) no radiantes sobre superficies lisas, causando también un fenómeno en la reflexión total (Otto, 1968). Puesto que la ve-

locidad de fase de la SPW en una superficie de metal-vacío es menor que la velocidad de la luz en el vacío, estas ondas no pueden ser excitadas por luz que incide sobre la superficie que es perfectamente lisa. Sin embargo, si un prisma se pone cerca de la interfaz metal-vacío, la SPW puede ser excitada ópticamente por la onda evanescente presente en la reflexión total. La excitación es vista como una fuerte disminución en la reflexión de la luz para un ángulo de incidencia especial.

Otra forma de excitación de los polaritones de plasmones de superficie es en una película metálica delgada que es extremadamente sensible al del entorno dieléctrico (Bouhelier y Wiederrecht, 2005). A. Bouhelier y G. P. Wiederrecht, presentaron un método de campo lejano para observar directamente la propagación de plasmones superficiales que se basa en la detección de los modos con pérdidas intrínsecas asociadas con la propagación de plasmones en películas delgadas.

El grupo de B. Hecht en 1996, mediante el uso de una sonda óptica de un microscopio óptico de escaneado de campo cercano mostró como actúa una fuente puntual de polaritones de plasmón superficial (SPP) sobre películas de oro y de plata (Hecht *et al.*, 1996). La excitación plasmónica se manifiesta por la emisión de luz en la dirección del ángulo de resonancia, procedente de un área con la forma de un diagrama de radiación de dipolo cuya extensión está dada por la longitud de decaimiento. La interacción con selección de heterogeneidades superficiales individuales dan lugar a modificaciones características de la radiación emitida, que proporcionan información detallada acerca de la dispersión del SPP, la reflexión y el fenómeno de interferencia.

Todos tenemos experiencia de cómo se comporta la luz al pasar por agujeros. Por lo común, se trata de perforaciones mayores que la longitud de onda de la luz. Pero cuando cuando las dimensiones de los agujeros son menores que la longitud de onda de la luz, nuestra intuición falla y aparecen fenómenos de otra naturaleza. Hans Bethe, en

los años 40's, encontró teóricamente que el porcentaje de la luz de longitud de onda λ que atraviesa un agujero circular de diámetro d en una lámina metálica es proporcional a (d/λ) (Bethe, 1944). Es decir, si el diámetro del agujero es mucho menor que la longitud de onda, la eficiencia en el proceso de transmisión resulta ser pequeñísima. Un gran avance en la superación de la baja transmisión a través de agujeros con diámetro mucho menor que la longitud de onda de la luz se produjo en 1998, cuando el grupo experimental dirigido por Thomas Ebbesen (Ebbesen *et al.*, 1998), descubrió que una colección ordenada de agujeros pequeños perforados en una lámina metálica (ver Fig. 7) , no sólo dejaba pasar toda la luz que incidía sobre ellos, sino más de la que cor-

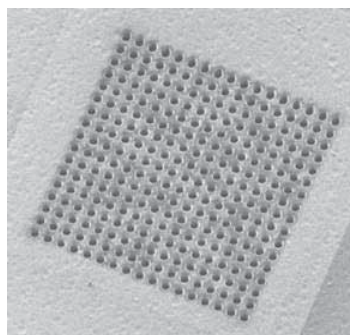


Figura 7. Imagen obtenida de un microscopio electrónico, de una lámina de plata de 320 nm perforada con un conjunto periódico de agujeros dispuestos en una red cuadrada (17×17). El diámetro de los agujeros es de 280 nm y el periodo de la red, de 750 nm (tomada de García *et al.*, 2008).

respondería a su área. Es decir, los agujeros colectan también gran parte de la luz que incidía sobre la lámina metálica, que prácticamente se volvía transparente. Este resultado sorprendente se conoce como “transmisión extraordinaria de la luz” y ocurre para ciertos valores de λ (es decir, para ciertos colores) relacionados directamente con el periodo del conjunto de los agujeros. De esta relación se dedujo que el fenómeno de transmisión extraordinaria de la luz está relacionado a la presencia del SPS.

Como podemos observar en los ejemplos anteriores, la forma para excitar un SPP, es por medio de un material altamente conductor. Sin embargo, ya es posible hacerlo con

otro tipo de materiales, como es el metamaterial. Enseguida se describen dos ejemplos con este sistema de una placa de metamaterial rodeada por medios dieléctricos

El grupo de Ricardo A. Depine (Depine *et al.*, 2011), en su trabajo del 2011 mostraron las características de la propagación de los polaritones de plasmones superficiales (modos propios superficiales) en sistemas ATR⁵ (configuración de Kretschmann) con metamateriales como se muestra en la Fig. 8. A diferencia del caso convencional,

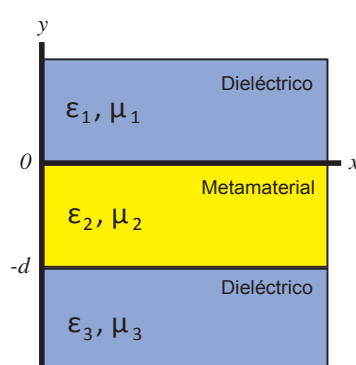


Figura 8. Sistema de una placa de metamaterial rodeada por medios dieléctricos.

donde los polaritones superficiales tienen velocidad de fase positiva y aparecen en una de las superficies de una guía metálica, en este caso los polaritones superficiales se propagan a lo largo de una de las superficies de una guía de metamaterial transparente con índice de refracción negativo. Dependiendo de la elección de los parámetros constitutivos del metamaterial, pueden tener velocidades de fase tanto positiva (progresivas) como negativas (regresivas).

Por otro lado Mendoza-Suárez (Mendoza-Suárez *et al.*, 2008) determinaron la presencia de modos de superficie plasmónicos para polarización TE en una fibra óptica formada de un metamaterial izquierdo (ver Fig. 9); por medio de un método integral. Este trabajo de investigación fue la motivación de esta tesis de investigación. .

⁵Por sus siglas en inglés, Atenued Total Reflection.

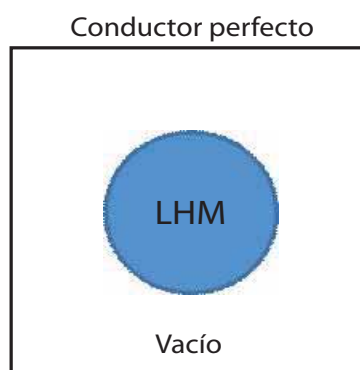


Figura 9. Sección transversal de una fibra óptica contenida en una celda cuadrada y cavidad cilíndrica de un conductor perfecto.

II.3.2. Aplicaciones de la plasmónica

Como consecuencia del descubrimiento de la transmisión extraordinaria de la luz se pueden diseñar metales con propiedades superficiales desconocidas en la naturaleza, extendió la posibilidad de que aparezca la transmisión extraordinaria a metales perforados con agujeros, en el rango de microondas o en el visible. Lo anterior ha dado lugar a la colimación de luz mediante plasmones creando, una estructura de “ojo de buey” en la superficie de salida de la lámina metálica como se ilustra en la Fig. 10, consiguiendo que la luz transmitida forme un finísimo haz (Lezec *et al.*, 2002). De modo que se supera la limitación asociada a la radiación isótropa de agujeros pequeños. El origen físico de este efecto de colimación reside en plasmones superficiales.

Al librarse la plasmónica de las limitaciones debidas a la baja transmisión y la radiación isótropa, resultan posibles nuevas aplicaciones. Entre ellas figura la escritura en regiones menores que la longitud de onda, ya sea para un almacenamiento óptico de más alta densidad (más información en menos espacio), o para miniaturizar circuitos integrados mediante litografía óptica de mayor resolución (García-Vidal y Moreno, 2008; Lezec *et al.*, 2002), esto puede dirigir luz de diferentes colores en distintas direcciones usando láminas metálicas de reducidas dimensiones que sería de gran ayuda en el diseño

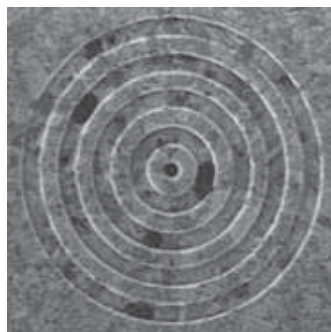


Figura 10. Imagen tomada con un microscopio electrónico, de una estructura de “ojo de buey”. Un agujero central (de 250 nm de diámetro) está rodeado por un conjunto de trincheras concéntricas de 250 nm de anchura y 60 nm de profundidad. La separación entre las trincheras es de 500 nm. El espesor de la lámina de plata es de 300 nm.

de nuevos dispositivos ópticos. Todas estas aplicaciones quizá aparezcan en un futuro no muy lejano.

Sin duda alguna, la aplicación principal está en el campo de los sensores moleculares (Lezec *et al.*, 2002). Existen ya comercialmente sensores basados en la “resonancia de los plasmones superficiales”, ya que, debido a su fuerte confinamiento en la superficie del metal, los plasmones superficiales se encuentran muy sensibles a las moléculas absorbidas por la superficie. Su objetivo es poder detectar una molécula para poder estudiar sus propiedades; pues, analizando la razón de dependencia de la intensidad de la luz reflejada respecto del ángulo de incidencia y de la longitud de onda utilizada, se puede determinar el tipo de moléculas que fluyen a través del sensor como se muestra en la Fig. 11. Esto tiene un gran impacto en el área de las Ciencias Naturales, en particular, en el área de las Ciencias de la Salud, pues estos pueden servir para detectar enfermedades más rápidamente y así, poder dar tratamientos médicos mas eficientes.

La aplicación técnica que genera más expectativas son los circuitos ópticos plasmónicos (Sergey *et al.*, 2006). Los SPs viajan en una superficie plana a velocidades cercanas a la de la luz. Por tanto, los circuitos ópticos miniaturizados serían mucho más rápidos que los circuitos electrónicos ordinarios. Podrían transportar señales ópticas, eléctricas

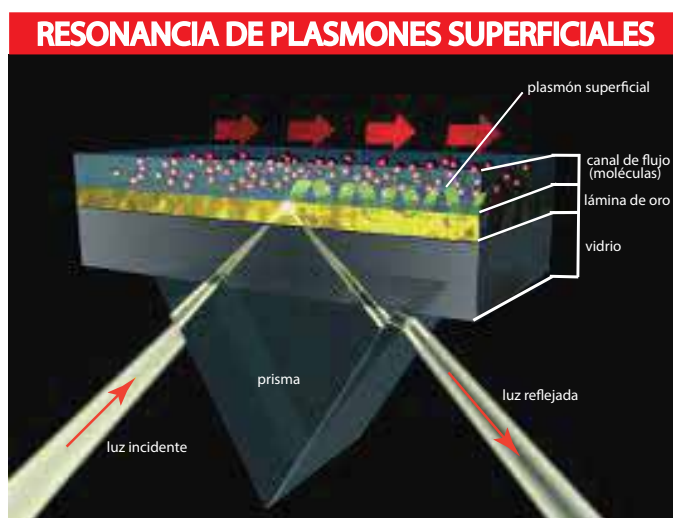


Figura 11. Esquema simple del funcionamiento de un dispositivo de resonancia de plasmones superficiales (un detector de moléculas). Está compuesta por una lámina metálica de oro (de espesor del orden de decenas de nanómetros). Por la superficie metálica expuesta al aire se hace circular un fluido compuesto por moléculas. Se manda luz, que pasa a través de un prisma e incide en la superficie metálica, que está en contacto con el vidrio. Este haz de luz genera un plasmón superficial, que se propaga por la superficie superior. Las propiedades de dicho plasmón superficial vienen determinadas por el tipo de moléculas absorbidas por el metal en la superficie.

o ambas según conviniera, ya que por la superficie de un metal pueden fluir también corriente eléctricas.

Se ha hecho mención de sólo algunas de las aplicaciones más interesantes de la plásmonica; sin embargo, no parece aventurado predecir que, en un futuro cercano, aparecerán nuevas aplicaciones basadas en las especiales propiedades que presentan los plasmones superficiales, como son en sistemas con metamateriales.

Capítulo III

EL MÉTODO DE LA ECUACIÓN INTEGRAL

En este capítulo se presenta una descripción del método de la ecuación integral, el cual nos permite calcular las estructuras de bandas y la reflectancia correspondiente a una guía de ondas de cristal fotónico, tanto de tamaño infinito como finito. Consideraremos que la guía de ondas está compuesta por superficies planas paralelas con un arreglo periódico de inclusiones con geometrías arbitrarias; en las que, tanto las superficies planas e inclusiones pueden ser de distintos materiales; como de, conductor perfecto o real, o bien, de metamaterial.

III.1. Descripción del método de la ecuación integral

En esta sección vamos a describir un método numérico para calcular las estructuras de bandas y la reflectancia correspondiente a una guía de ondas unidimensional (es decir, sólo hay periodicidad en una dirección), que puede ser de tamaño infinito o finito. Consideraremos que la guía de ondas está compuesta por superficies planas paralelas con un

arreglo periódico de inclusiones con geometrías arbitrarias de distintos materiales. Está técnica basada en la solución numérica de la ecuación de Helmholtz usando ecuaciones integrales (Mendoza-Suárez *et al.*, 2006). El método parte del segundo teorema integral de Green permitiendo obtener un par de ecuaciones integrales acopladas que involucran, como incógnitas el modo del campo y su derivada normal evaluados en las fronteras o superficies involucradas. La discretización del sistema resulta en una ecuación matricial homogénea cuya solución determina las funciones fuente, con las que se puede calcular las estructuras de bandas. Para sistemas con geometrías bidimensionales sólo toma en cuenta un número finito de puntos de muestreo a lo largo de los contornos que definen la superficie del sistema bajo estudio, lo que permite ahorrar recursos computacionales. Una vez calculadas las funciones nos permite modelar la propagación de ondas electromagnéticas a través de sistemas periódicos finitos, calculando la reflectancia de una guía de cristal fotónico.

Como la guía de ondas puede ser infinita o finita, daremos la descripción correspondiente del método para cada caso.

III.1.1. Guía de cristal fotónico

Como uno de los objetivos de esta tesis es estudiar la guía de cristal fotónico, compuesta por superficies planas paralelas con un arreglo periódico de inclusiones con geometrías arbitrarias de distintos materiales, vamos a describir el método bajo esta consideración. Para más detalles sobre el método integral aplicado a sistemas infinitos pueden encontrarse en Centeno (2014). Debido a que el sistema bajo estudio es unidimensionalmente periódico; es decir, sólo tiene periodicidad en una dirección del espacio, podemos considerar solamente una celda unitaria. En la Fig. 12, se muestra una guía de ondas con superficies planas y un arreglo periódico de inclusiones con geometría arbitraria. P es

el periodo del sistema en la dirección x , b es la distancia entre las superficies planas y la región encerrada por las curvas $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3, \Gamma_4$ y Γ_5 se puede considerar como la celda unitaria del sistema. El conjunto de un número infinito de celdas unitarias constituye una guía de ondas de longitud infinita.

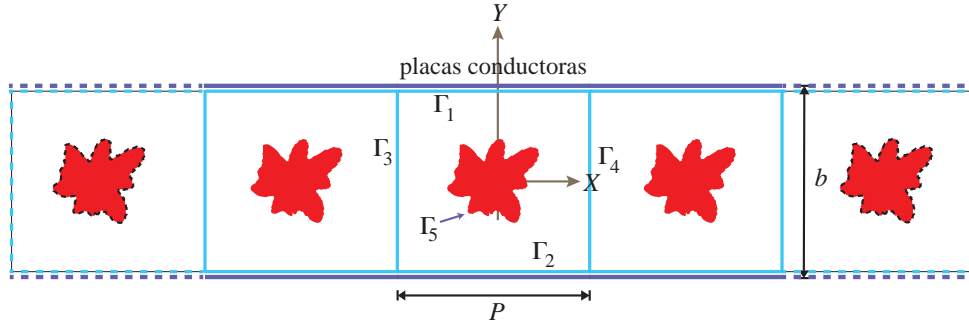


Figura 12. Descripción gráfica de la PCW formada con dos superficies planas conductoras y un arreglo periódico de inclusiones cilíndricas, los contornos Γ 's definen la celda unitaria del sistema con la periodicidad en la dirección x .

Para iniciar con el método integral vamos a obtener la ecuación de onda para nuestro sistema propuesto. Consideremos medios sin cargas ni corrientes $\rho = 0$ y $\mathbf{J} = 0$, cuyas propiedades del material dadas por la permitividad eléctrica $\varepsilon(\omega)$ y permeabilidad magnética $\mu(\omega)$ dependerán de la frecuencia ω . Asumiremos además, que la amplitud de los campos es lo suficientemente baja como para no exceder el régimen lineal.

Así, de las ecuaciones de Maxwell (Ecs. (1) a (4)), tenemos que las ecuaciones de onda para los campos eléctrico y magnético respectivamente son

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \mu(\omega)\varepsilon(\omega) \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0, \quad (43)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \mu(\omega)\varepsilon(\omega) \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = 0. \quad (44)$$

siendo el $\mu(\omega)\varepsilon(\omega) = 1/(v(\omega))^2$, donde $v(\omega)$ es la velocidad de la onda en el medio que depende de la frecuencia ω .

Como las ecuaciones de Maxwell son lineales, podemos separar la dependencia temporal de la dependencia espacial de los campos electromagnéticos, considerándolas inde-

pendientes. Para esto, supondremos que los campos tienen una dependencia armónica del tiempo, por lo que los campos los podemos expresar como

$$\mathbf{\Psi}(\mathbf{r}, t) = [0, \Psi(\mathbf{r}), 0] \exp(-i\omega t). \quad (45)$$

En esta expresión $\mathbf{r} = (x, y)$ es el vector de posición del punto de observación en el plano XY y $\Psi(\mathbf{r})$ una función escalar que representa a $E_z(x, y)$ (la tercer componente del campo eléctrico) para el caso de la polarización s o Transversal Eléctrica (TE), en la que el campo eléctrico es perpendicular al plano de incidencia y a $H_z(x, y)$ (la tercer componente del campo magnético) para el caso de la polarización p o Transversal Magnética (TM), en la que el campo magnético es perpendicular al plano de incidencia. Esto permite transformar a las ecuaciones de onda de los campos eléctrico y magnético como la ecuación de Helmholtz

$$\nabla^2 \Psi(\mathbf{r}) + k^2 \Psi(\mathbf{r}) = 0. \quad (46)$$

donde se ha definido $k^2 = \mu(\omega)\varepsilon(\omega)\omega^2$ como la magnitud del vector de onda y $\Psi(\mathbf{r})$ representa el campo eléctrico E_z y el campo magnético H_z . Al tomar en cuenta que la velocidad en el vacío está dada por $c = (\mu_0\varepsilon_0)^{-1/2}$ y que el índice de refracción está dado por $n(\omega) = c/v(\omega)$, se tiene que la relación de dispersión será $k_j = n_j(\omega)\frac{\omega}{c}$ para $j = 1, 0$. La región 0 caracterizada por el índice de refracción real $n_0(\omega) = \sqrt{\varepsilon_0(\omega)}$ y la región de la inclusión por $n_j(\omega) = \pm\sqrt{\mu_j(\omega)\varepsilon_j(\omega)}$ el índice de refracción que involucra las propiedades de los materiales que se dan en términos de la permeabilidad magnética $\mu(\omega)$ y de la permitividad eléctrica $\varepsilon(\omega)$ o, alternativamente, por las constantes dieléctricas $\varepsilon(\omega)$. El signo que aparece en la expresión del índice de refracción debe ser tomado como negativo cuando se considere un LHM y positivo para un medio dieléctrico.

III.1.2. Función de Green para la ecuación de Helmholtz

Para resolver la Ec. (46) consideramos una función de Green $G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$; como la solución de la ecuación

$$\nabla^2 G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + k_j^2 G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = 4\pi\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \quad (47)$$

donde $G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ representa el propagador del campo debido a una fuente de luz puntual que emite a la frecuencia ω en la posición \mathbf{r}' y correspondiente a cada medio. La $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ es la delta de Dirac. Una función de Green que es solución de la Ec. (47) está dada por

$$G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = i\pi H_0^{(1)}(k_j |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|), \quad (48)$$

siendo $H_0^{(1)}(z)$ la función de Hankel de primera clase y de orden cero. Esta función de Green para el vacío satisface una condición de radiación, mientras que para el interior del j -ésimo cuerpo satisface una condición de absorción.

III.1.3. Representación integral de la ecuación de Helmholtz

Aplicaremos el segundo teorema integral de Green (Jackson, 1999), que establece que

$$\int_V d^3x (u\nabla^2 v - v\nabla^2 u) = \int_S d^2x \left(u \frac{\partial v}{\partial n} - v \frac{\partial u}{\partial n} \right), \quad (49)$$

donde $u(x)$ y $v(x)$ son campos escalares arbitrarios definidos en un volumen V rodeado por una superficie cerrada S , y $\partial/\partial n$ es la derivada a lo largo de la normal a la superficie dirigida hacia afuera del volumen V . Así, haciendo uso de la Ec. (49) para las funciones $\Psi_j(\mathbf{r})$ y $G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ en cada región correspondiente al j -ésimo medio. Además multiplicando la Ec. (46) por $G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ y la Ec. (47) por $-\psi_j(\mathbf{r})$ y sumando ambas ecuaciones que al integrarlas sobre una superficie cerrada S_j que está limitada por un contorno cerrado C_j , se obtiene:

$$\frac{1}{4\pi} \oint_{C_j} [G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}')\nabla\Psi_j(\mathbf{r}) - \Psi_j(\mathbf{r})\nabla G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}')] \cdot \hat{\mathbf{n}} ds = \oint_{S_j} \Psi_j(\mathbf{r})\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') da, \quad (50)$$

siendo ds el diferencial de la longitud de arco y da el diferencial de área. Como la derivada normal está dada como $\partial u/\partial n = \hat{\mathbf{n}} \cdot \nabla u$, para función u que es diferenciable, entonces la Ec.(50) toma la forma

$$\frac{1}{4\pi} \oint_{C_j} \left[G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial \Psi_j(\mathbf{r})}{\partial n} - \Psi_j(\mathbf{r}) \frac{\partial G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n} \right] ds = \Psi_j(\mathbf{r}') \theta(\mathbf{r}'), \quad (51)$$

donde $\theta(\mathbf{r}')$ es la función escalón de Heaviside,

$$\theta(\mathbf{r}') = \begin{cases} 1 & \text{si } \mathbf{r}' \in S \\ 0 & \text{si } \mathbf{r}' \notin S \end{cases}. \quad (52)$$

Intercambiando \mathbf{r} y \mathbf{r}' para conservar la convención de que \mathbf{r} representa la posición del observador (donde se mide el campo), y que \mathbf{r}' los puntos de integración o de contorno, se obtiene la siguiente ecuación integral

$$\frac{1}{4\pi} \oint_{\Gamma_j} \left[G_j(\mathbf{r}', \mathbf{r}) \frac{\partial \Psi_j(\mathbf{r}')}{\partial n'} - \Psi_j(\mathbf{r}') \frac{\partial G_j(\mathbf{r}', \mathbf{r})}{\partial n'} \right] ds' = \Psi_j(\mathbf{r}) \theta(\mathbf{r}). \quad (53)$$

III.1.4. Discretización de la ecuación integral

Como el objetivo es calcular las estructuras de bandas para una guía de ondas que tiene un arreglo periódico de inclusiones de algún material dispersivo, consideramos una celda unitaria cuadrada y una inclusión con geometría arbitraria como se muestra en la Fig. 13. La celda está formada por la región 0 que está limitada por los contornos $C_1 = \Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3 + \Gamma_4 + \Gamma_5$ y por la región interior de la inclusión. Los vectores normales correspondientes a los contornos Γ_j son $\hat{\mathbf{n}}_1, \hat{\mathbf{n}}_2, \hat{\mathbf{n}}_3, \hat{\mathbf{n}}_4$ y $\hat{\mathbf{n}}_5$ hacia afuera de cada región, respectivamente.

De la Ec.(53) vamos a llamar

$$I_G(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \oint_{C_j} G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial \Psi_j(\mathbf{r}')}{\partial n'} ds', \quad (54)$$

$$I_\Psi(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \oint_{C_j} \Psi_j(\mathbf{r}') \frac{\partial G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n'} ds'. \quad (55)$$

Correspondientemente a cada una de las regiones de la celda unitaria.

Dividimos los contornos (C_1 y C_2) en pequeños segmentos de longitud de arco Δs suficientemente pequeños para poder realizar un muestreo fino. Así, podemos considerar

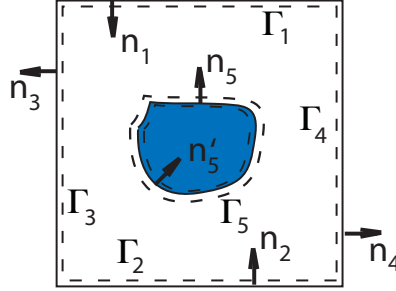


Figura 13. Celda unitaria de un CF y una inclusión de forma arbitraria.

que el campo y su derivada normal son aproximadamente constantes y los podemos sacar de la integral de la siguiente manera

$$I_G(\mathbf{r}) \approx \frac{1}{4\pi} \sum_n \Phi_n^j \oint_{s_n - \Delta s/2}^{s_n + \Delta s/2} G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}') ds', \quad (56)$$

$$I_\Psi(\mathbf{r}) \approx \frac{1}{4\pi} \sum_n \Psi_n^j \oint_{s_n - \Delta s/2}^{s_n + \Delta s/2} \frac{\partial G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n'} ds'. \quad (57)$$

En las Ecs. (56) y (57) hemos definido las funciones

$$\Phi_n^j = \left. \frac{\partial \Psi_j(\mathbf{r}')}{\partial n'} \right|_{\mathbf{r}'=\mathbf{r}'_n}, \quad (58)$$

$$\Psi_n^j = \Psi_j(\mathbf{r}')|_{\mathbf{r}'=\mathbf{r}'_n}. \quad (59)$$

Evaluando las integrales de las Ecs. (56) y (57) en el punto de observación $\mathbf{r} = \mathbf{r}_m$,

podemos definir los elementos de matriz como:

$$L_{mn} = \frac{1}{4\pi} \oint_{s_n-\Delta s/2}^{s_n+\Delta s/2} G_j(\mathbf{r}_m, \mathbf{r}') ds', \quad (60)$$

$$N_{mn} = \frac{1}{4\pi} \oint_{s_n-\Delta s/2}^{s_n+\Delta s/2} \frac{\partial G_j(\mathbf{r}_m, \mathbf{r}')}{\partial n'} ds', \quad (61)$$

donde el subíndice m indica el punto de observación y el subíndice n el punto de integración. Estos elementos de matriz (para más detalles de su deducción ver la Ref. (Centeno, 2014)), están dados por las expresiones:

$$\begin{aligned} L_{mn}^{(j)} &= \frac{i\Delta s}{4} H_0^{(1)}(k_j R_{mn})(1 - \delta_{mn}) + \left[\frac{i\Delta s}{4} H_0^{(1)} \left(k_j \frac{\Delta s}{2e} \right) \right] \delta_{mn}, \\ N_{mn}^{(j)} &= \frac{i\Delta s}{4} k_j H_1^{(1)}(k_j R_{mn}) \hat{\mathbf{n}}_n \cdot \frac{\mathbf{R}_{mn}}{R_{mn}} (1 - \delta_{mn}) + \left[\frac{1}{2} + \frac{\Delta s}{4\pi} \hat{\mathbf{n}}_n \cdot \hat{\mathbf{t}}'_n \right] \delta_{mn}, \end{aligned} \quad (62)$$

siendo

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{n}}_n \cdot \mathbf{R}_{mn} &= -y'(s)(x_m - x_n) + x'(s)(y_m - y_n), \\ \hat{\mathbf{n}}_n \cdot \hat{\mathbf{t}}'_n &= x'(s)y''(s) - y'(s)x''(s), \\ R_{mn} &= \sqrt{(x_m - x_n)^2 + (y_m - y_n)^2}. \end{aligned}$$

Así, haciendo uso de las Ecs. (60) y (61) podemos reescribir las Ecs. (56) y (57)

como:

$$\frac{1}{4\pi} \sum_n \Phi_n^j \oint_{s_n-\Delta s/2}^{s_n+\Delta s/2} G_j(\mathbf{r}_m, \mathbf{r}') ds' \approx \sum_{n=-\infty}^{\infty} L_{mn}^j \Phi_n^j, \quad (63)$$

$$\frac{1}{4\pi} \sum_n \Psi_n^j \oint_{s_n-\Delta s/2}^{s_n+\Delta s/2} \frac{\partial G_j(\mathbf{r}_m, \mathbf{r}')}{\partial n'} ds' \approx \sum_{n=-\infty}^{\infty} N_{mn}^j \Psi_n^j. \quad (64)$$

Sustituyendo las Ecs. (63) y (64) en las Ecs. (56) y (57) tenemos que

$$I_{G(\mathbf{r})} \approx \sum_{n=-\infty}^{\infty} L_{mn}^j \Phi_n^j, \quad (65)$$

$$I_{\Psi(\mathbf{r})} \approx \sum_{n=-\infty}^{\infty} N_{mn}^j \Psi_n^j, \quad (66)$$

y sustituyendo estas expresiones en la Ec. (53) para ambos contornos (C_1 y C_2) obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} & \left[\sum_{n=1}^{N_1} L_{mn(1)}^1 \Phi_{n(1)}^{(1)} - \sum_{n=1}^{N_1} N_{mn(1)}^1 \Psi_{n(1)}^{(1)} \right] + \left[\sum_{n=1}^{N_2} L_{mn(2)}^1 \Phi_{n(2)}^{(1)} - \sum_{n=1}^{N_2} N_{mn(2)}^1 \Psi_{n(2)}^{(1)} \right] \\ & + \left[\sum_{n=1}^{N_3} L_{mn(3)}^1 \Phi_{n(3)}^{(1)} - \sum_{n=1}^{N_3} N_{mn(3)}^1 \Psi_{n(3)}^{(1)} \right] + \left[\sum_{n=1}^{N_4} L_{mn(4)}^1 \Phi_{n(4)}^{(1)} - \sum_{n=1}^{N_4} N_{mn(4)}^1 \Psi_{n(4)}^{(1)} \right] \\ & + \left[\sum_{n=1}^{N_5} L_{mn(5)}^1 \Phi_{n(5)}^{(1)} - \sum_{n=1}^{N_5} N_{mn(5)}^1 \Psi_{n(5)}^{(1)} \right] = 0, \end{aligned} \quad (67)$$

$$\left[\sum_{n=1}^{N_5} L_{mn(5)}^2 \Phi_{n(5)}^{(2)} - \sum_{n=1}^{N_5} N_{mn(5)}^2 \Psi_{n(5)}^{(2)} \right] = 0, \quad (68)$$

La periodicidad que tienen el sistema en la dirección x es una condición de simetría que es especialmente considerada. Debido a esta propiedad y a la forma de la Ec. (46), el teorema de Bloch, establece una condición de periodicidad $\widehat{T}_{\mathbf{R}}\Psi(\mathbf{r}) = \Psi(\mathbf{r} + \mathbf{R}) = e^{i\mathbf{K}\cdot\mathbf{R}}\Psi(\mathbf{r})$, que se puede aplicar. Es decir, $\Psi(x - P, y) = \exp(-ikP)\Psi(x, y)$ por lo que las condiciones de periodicidad del campo en los contornos Γ_3 y Γ_4 son

$$\Psi_n^4 = \exp(-ikP)\Psi_n^3 \quad \text{y} \quad \Phi_n^4 = -\exp(-ikP)\Phi_n^3 \quad (69)$$

donde el signo menos está presente debido a que los vectores normales a los perfiles Γ_3 y Γ_4 son opuestos (ver Fig. 12). Además P y k son el periodo del sistema y el vector de Bloch, respectivamente. Por otro lado, tenemos que las condiciones de frontera para el contorno Γ'_5 que son:

$$\Psi_5^{(1)} = \Psi_5^{(2)} \quad \text{y} \quad \Phi_5^{(1)} = \frac{f_1}{f_2}\Phi_5^{(2)} \quad (70)$$

donde

$$f_j = \begin{cases} \mu_j(\omega) & \text{para pol. TE} \\ \epsilon_j(\omega) & \text{para pol. TM} \end{cases} \quad (71)$$

que en caso de tratarse de medios dieléctricos o metálicos $\mu_1 \approx \mu_2 \approx \mu_0$, pero de tratarse de metamaterial la condición anterior no se cumple, es decir, $\mu_1 \neq \mu_2$. Para cuerpos

perfectamente conductores el problema se simplifica considerablemente, debido a que una de las condiciones de frontera es cero. Es decir, para la polarización s la función $\Psi_n(s) = 0$ y para la polarización p la función $\partial\Psi_n(s)/\partial n = 0$.

Ahora aplicando las Ecs. (69), (70) y (71) en las Ecs. (67) y (68), obtenemos

$$\begin{aligned} & \left[\sum_{n=1}^{N_1} L_{mn(1)}^1 \Phi_{n(1)} - \sum_{n=1}^{N_1} N_{mn(1)}^1 \Psi_{n(1)} \right] + \left[\sum_{n=1}^{N_2} L_{mn(2)}^1 \Phi_{n(2)} - \sum_{n=1}^{N_2} N_{mn(2)}^1 \Psi_{n(2)} \right] \\ & + \left[\sum_{n=1}^{N_3} [L_{mn(3)}^1 + e^{-ikP} L_{mn(4)}^1] \Phi_{n(3)} - \sum_{n=1}^{N_3} [N_{mn(3)}^1 - e^{-ikP} N_{mn(4)}^1] \Psi_{n(3)} \right] \\ & + \left[\sum_{n=1}^{N_5} L_{mn(5)}^1 \Phi_{n(5)} - \sum_{n=1}^{N_5} N_{mn(5)}^1 \Psi_{n(5)} \right] = 0, \end{aligned} \quad (72)$$

$$\left[\sum_{n=1}^{N_5} \frac{f_1}{f_2} L_{mn(5)}^2 \Phi_{n(5)} - \sum_{n=1}^{N_5} N_{mn(5)}^2 \Psi_{n(5)} \right] = 0, \quad (73)$$

para $m = 1, 2, \dots, N - N_5$, en la Ec. (72) y $m = N - N_5 + 1, \dots, N$ en la Ec. (73), los subíndices $n(j)$, $j = 1, 2, 3, 4, 5$ denotan el n -ésimo punto a lo largo del contorno C_j , y las expresiones $f_{1,2}$ están dadas por las condiciones de frontera (70) y (71), dependiendo de la polarización y de los medios f_1 y f_2 .

Estas ecuaciones constituyen un sistema lineal $M(\omega)F(\omega) = 0$ que tiene una matriz representativa M , que depende de la frecuencia ω y el vector de Bloch k . Dado que el sistema es homogéneo, una solución no trivial puede obtenerse si el determinante de tal matriz es cero. Para determinar la frecuencia ω , definimos la función

$$D(k, \omega) = \ln |\det(M)|, \quad (74)$$

que numéricamente presenta puntos mínimos locales que nos darán la relación de dispersión numérica $\omega = \omega(k)$ que determina la estructura de bandas.

III.1.5. Verificación del método

Consideramos una guía de ondas de cristal fotónico (PCW) perfectamente conductora de tamaño infinito (ver Fig. 12). Además, haciendo uso del sistema de ecuaciones dado por (72) y (73) y de las condiciones de frontera (70) y (71) para el caso de polarización TE, tenemos que la función que representa el campo es $\Psi_n(s) = 0$. Por tanto, el sistema de ecuaciones se reduce a una sólo ecuación, que es

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{N_1} L_{mn(1)}^1 \Phi_{n(1)} + \sum_{n=1}^{N_2} L_{mn(2)}^1 \Phi_{n(2)} + \sum_{n=1}^{N_3} [L_{mn(3)}^1 + e^{-ikP} L_{mn(4)}^1] \Phi_{n(3)} \\ - \sum_{n=1}^{N_3} [N_{mn(3)}^1 - e^{-ikP} N_{mn(4)}^1] \Psi_{n(3)} + \sum_{n=1}^{N_5} L_{mn(5)}^1 \Phi_{n(5)} = 0 \end{aligned} \quad (75)$$

Para calcular la estructura de bandas, hacemos uso de la Ec. (45) para modelar numéricamente este sistema.

En este ejemplo hemos considerado una PCW perfectamente conductora con la distancia entre las superficies planas $b = \pi$ y fracción de llenado $f = 0.008$, para la polarización TE. El perfil de la PCW se muestra en la Fig. 17(a). En las Figs. 17(d) se muestra la estructura de bandas en términos de la frecuencia reducida $\omega_r = (P/2\pi)(\omega/c)$ y k dentro de la primera zona de Brillouin $-\pi/P \leq k \leq \pi/P$ con $P = 2\pi$ y en las Figs. 17(b) y (c) mostramos las funciones determinantes para $k = 0$ y $k = 0.5$, respectivamente .

III.1.6. Guía de ondas finita

El método desarrollado anteriormente puede calcular la estructura de bandas asociada a una PCW infinita. Sin embargo, en la realidad, una PCW tiene una longitud finita, por lo que vamos a verificar la existencia de bandas prohibidas mediante el cálculo de la reflectancia con el método integral.

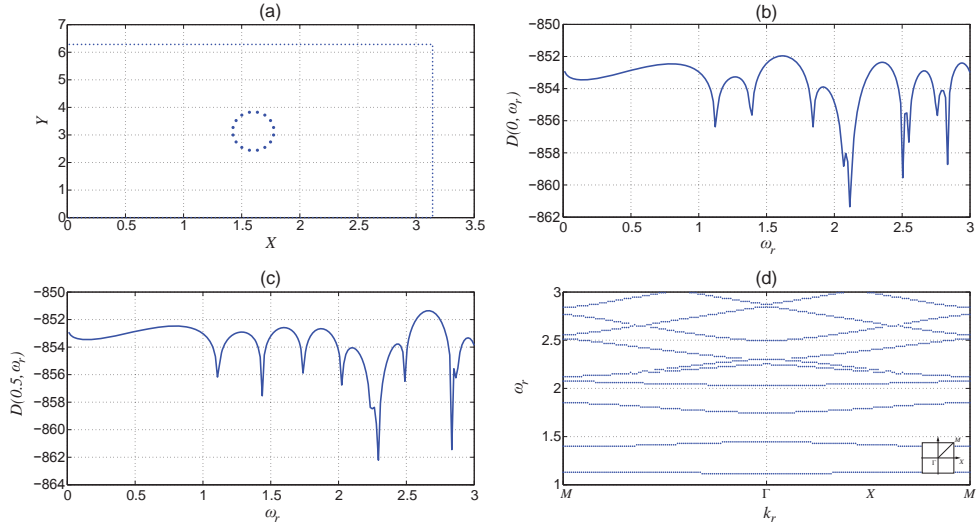


Figura 14. (a) Perfil de una PCW perfectamente conductora con una celda unitaria cuadrada que tiene una inclusión cilíndrica con una superficie lisa con $b = \pi$, $f = 0.005$. Funciones determinante con (b) $k = 0$ y (c) $k = 0.5$. (d) Estructuras de bandas

Para esto consideraremos el problema de una PCW finita que se ilumina con un campo incidente. El sistema está formado por dos placas paralelas y un arreglo periódico de inclusiones cilíndricas o con geometría arbitraria que se considera como un sistema de M cuerpos como se ve en la figura 15. La región 0 se caracteriza por un índice de refracción $n_0(\omega) = \sqrt{\varepsilon_0(\omega)}$ y las regiones desde 1 a M están definidas por las curvas C_j y se caracterizan por los correspondientes índices de refracción $n_j(\omega) = \pm \sqrt{\mu_j(\omega)\varepsilon_j(\omega)}$ que involucran las propiedades de los materiales que se dan en términos de la permeabilidad magnética $\mu_j(\omega)$ y de la permitividad eléctrica $\varepsilon_j(\omega)$ o, alternativamente por las constantes dieléctricas $\varepsilon_j(\omega)$.

Es importante mencionar que el método integral para esta parte será descrito muy brevemente, pero si el lector desea conocer el desarrollo detalladamente puede consultar la Ref. (Pérez, 2015)

De manera análoga al caso de una guía de ondas infinita, empleando las Ecs. (46),

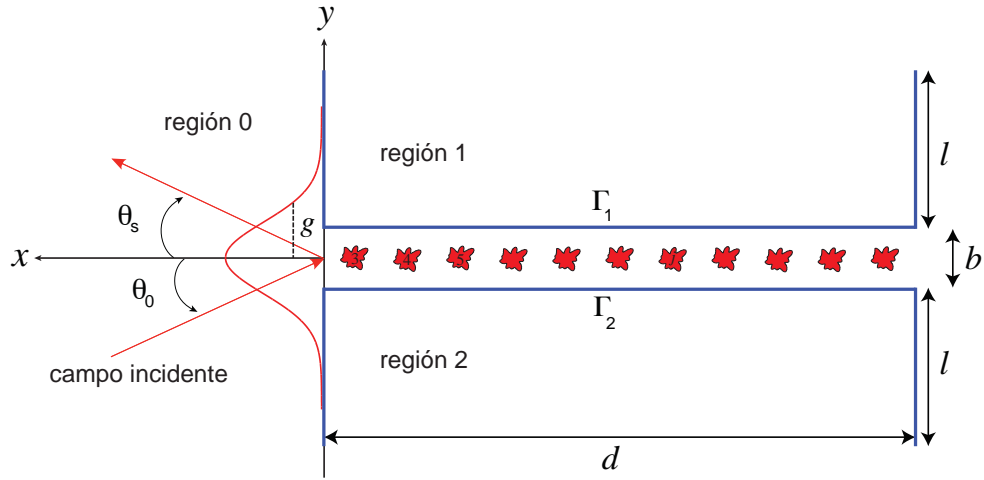


Figura 15. Esquema de una PCW perfectamente conductora de anchura l , longitud d y un arreglo periódico de inclusiones cilíndricas (en rojo) de algún material dispersivo. La longitud del sistema en la dirección x es $L_y = 2l + b$. La mitad de la anchura $1/e$ del módulo del haz gaussiano incidente proyectada en el plano $x = des$ g . También se muestran los ángulos de incidencia θ_0 y dispersión θ_s (para la transmisión y reflexión); se definen como positivo en el sentido indicado en la figura.

(47) y (49), el campo en la región 0 se expresa como

$$\Psi^{(0)}(\mathbf{r}) = \Psi_{inc}^{(0)}(\mathbf{r}) + \frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^M \int_{\Gamma_j} \left[G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial \Psi_j(\mathbf{r})}{\partial n} - \Psi_j(\mathbf{r}) \frac{\partial G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n} \right] ds. \quad (76)$$

En esta expresión, $\Psi_{inc}^{(0)}(\mathbf{r})$ representa el campo incidente y la suma de las integrales representa el campo esparcido.

Siguiendo los mismos pasos, para la j -ésima región (placas e inclusiones), el campo $\Psi^{(j)}(\mathbf{r})$ puede expresarse como

$$\Psi^{(j)}(\mathbf{r}) \theta_j(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \oint_{\Gamma_j} \left[G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial \Psi_j(\mathbf{r})}{\partial n} - \Psi_j(\mathbf{r}) \frac{\partial G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n} \right] ds, \quad (77)$$

donde $\theta_j(\mathbf{r})$ es la función escalón de Heaviside, es uno para puntos dentro del medio j y cero en otro caso. Las ecuaciones (76) y (77) forman un sistema de ecuaciones integrales con las que se puede obtener el campo total en el medio de incidencia y de esparcimiento.

Para encontrar el campo esparcido usando el segundo término del lado derecho de la ecuación (76), es necesario encontrar una forma de obtener las funciones fuente a partir de las ecuaciones integrales. Para esto, se hace una aproximación del punto de observación en la región 0 a la superficie de la región j . Por tanto, se obtienen las siguientes ecuaciones integrales acopladas

$$\Psi^{(0)}(\mathbf{r}) = \Psi_{inc}^{(0)}(\mathbf{r}) + \frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^M \int_{\Gamma_j} \left[G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial \Psi_j(\mathbf{r})}{\partial n} - \Psi_j(\mathbf{r}) \frac{\partial G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n} \right] ds. \quad (78)$$

$$0 = \frac{1}{4\pi} \oint_{\Gamma_j} \left[\frac{f_j}{f_0} G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial \Psi_j(\mathbf{r})}{\partial n} - \Psi_j(\mathbf{r}) \frac{\partial G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n} \right] \delta_{ij} ds \quad (79)$$

donde δ_{ij} es la delta de Kroneker y $G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ está dada por la Ec. (48), con $i = 1$ hasta M y las expresiones $f_{0,j} = \varepsilon_{0,j}(\omega)$ para polarización TE y $f_{0,j} = 1, \mu_{0,j}(\omega)$ para polarización TM, dependiendo de que material sea el j -ésimo medio.

Las ecuaciones (78) y (79) constituyen un conjunto de $2M$ ecuaciones integrales inhomogéneas acopladas que pueden resolverse numéricamente para obtener los valores límite del campo y su derivada normal sobre la superficie de los cuerpos esparcidos. Esto hace necesario discretizar las ecuaciones integrales (78) y (79) para obtener los elementos de matriz. Haciendo un procedimiento análogo al caso de la guía de ondas infinita; resulta que, los elementos de matriz del sistema formado por las Ecs. (78) y (79) también están dados por las expresiones (62).

Cabe mencionar que, para cuerpos perfectamente conductores el problema se simplifica considerablemente, debido a que una de las condiciones de frontera es cero. Es decir, para la polarización TE la función $\Psi_0(s) = 0$ y para la polarización TM la función $\partial \Psi_0(s)/\partial n = 0$, y en este caso se tiene un sistema de N ecuaciones integrales acopladas.

III.1.7. El Campo Incidente

Dado que el tamaño del sistema es finito, para evitar efectos de borde se ilumina con un haz gaussiano angosto cuya intersección con el plano de la guía de ondas tiene anchura media g . Este parámetro debe ser menor que la longitud total del sistema $L_y = 2l + b$, pero mucho más grande que la anchura de la abertura b (ver Fig. 15). Con estas consideraciones, el campo incidente se puede expresar en términos de su espectro angular

$$\Psi_{inc}(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-n_0(\omega/c)}^{n_0(\omega/c)} A(q, k) \exp [iqx - \alpha_0(q)y] dq,$$

donde $\alpha_0(q) = [(n_0(\omega/c))^2 - q^2]^{1/2}$, con $\Re\{\alpha_0(q)\} > 0$ y $\Im\{\alpha_0(q)\} > 0$. En nuestro caso elegimos

$$A(q, k) = \Psi_0 \sqrt{\pi} \exp \left[-g^2 (q - k)^2 / 4 + i\alpha_0(q)d \right],$$

siendo Ψ_0 una constante con unidades apropiadas.

Con este campo incidente podemos encontrar la *potencia incidente* total a través del plano $L_y L_z$, donde L_z es la longitud en la dirección z . Para esto, se emplea el vector de Poynting \mathbf{S} , que proporciona la dirección y la magnitud del flujo de energía por unidad de tiempo, que está dado por

$$\mathbf{S} = \frac{c}{8\pi} \mathbf{E} \times \mathbf{H}^*.$$

La parte real de esta expresión proporciona una medida de la irradiancia, o flujo de energía promedio por unidad de tiempo. Para el caso de polarización TE, de la ecuación anterior se tiene que la componente del vector de Poynting a lo largo del eje y es

$$S_y = \frac{c}{8\pi} \Re \{ H_x^* E_z \},$$

o bien, en términos del campo eléctrico

$$S_y = \frac{c^2}{8\pi\omega} \Re \left\{ -i E_z \frac{\partial E_z}{\partial y} \right\}. \quad (80)$$

Para el caso de la polarización TM, la componente del vector de Poyting es

$$S_y = \frac{c^2}{8\pi\omega\epsilon(\omega)} \Re \left\{ -iH_z^* \frac{\partial H_z}{\partial y} \right\}. \quad (81)$$

Por consiguiente, la potencia incidente total es

$$P_{inc}(k) = L_z \sqrt{\frac{\pi}{2}} g\alpha_0(k) \frac{c^2}{8\pi\epsilon\omega} |\Psi_0|^2 = L_z \sqrt{\frac{\pi}{2}} g\alpha_0(k) \frac{c^2}{8\pi\omega}. \quad (82)$$

donde se ha supuesto que $(\omega/c) \gg 1$.

III.1.8. El Campo Esparcido

El campo esparcido está representado por el segundo término del lado derecho de la Ec. (78). Partiendo de esta ecuación se puede obtener una expresión para los campos reflejado y transmitido en términos del espectro angular. Para esto, se usa una expansión en términos de ondas planas para la función de Green (Maradudin et al., 1990) definida como

$$G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dq}{2\pi} \frac{2\pi i}{\alpha_0(q)} \exp \{ iq(x - x') + i\alpha_0(q) |y - y'| \}, \quad (83)$$

que nos permite encontrar el campo esparcido de la forma

$$\begin{aligned} \Psi_{sc}^{(0)}(\mathbf{r}) = & \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dq}{2\pi} \frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^M \int_{\Gamma_j} \left[\frac{2\pi i}{\alpha_0(q)} [-i\mathbf{n} \cdot \mathbf{Q}] \Psi^{(0)}(s) - \frac{2\pi i}{\alpha_0(q)} \frac{\partial \Psi^{(0)}(s)}{\partial n} \right] \\ & \times \exp \{ iq(x - x'(s)) + i\alpha_0(q) |y - y'(s)| \} ds \end{aligned} \quad (84)$$

donde se ha definido como $\mathbf{Q} = (q, \pm\alpha_0(q))$.

Considerando nuestra geometría y la Ec. (84), para el espacio $x > d$ (ver Fig. 15), se tiene que el campo reflejado es

$$\Psi_{sc}^{(0)+}(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dq}{2\pi} S^+(q, k) \exp \{ iqx + i\alpha_0(q)y \} \quad (85)$$

donde

$$S^+(q, k) = \frac{-i}{2\alpha_0(q)} \sum_{j=1}^M \int_{\Gamma_j} \left[\mathbf{in} \cdot \mathbf{Q} \Psi_0(s) + \frac{\partial \Psi_0(s)}{\partial n} \right] \exp \{-i [qy'(s) - \alpha_0(q)x'(s)]\} ds$$

y para el espacio $x < 0$, el campo transmitido tiene la forma

$$\Psi_{sc}^{(0)-}(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dq}{2\pi} S^-(q, k) \exp \{iqx - i\alpha_0(q)y\} \quad (86)$$

con

$$S^-(q, k) = \frac{-i}{2\alpha_0(q)} \sum_{j=1}^M \int_{\Gamma_j} \left[\mathbf{in} \cdot \mathbf{Q} \Psi_0(s) + \frac{\partial \Psi_0(s)}{\partial n} \right] \exp \{-i [qy'(s) - \alpha_0(q)x'(s)]\} ds.$$

De aquí que el campo total, para la región $x < 0$ sea

$$\Psi_{tot}^{(0)-}(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dq}{2\pi} [A(q, k) + S^-(q, k)] \exp \{iqx - i\alpha_0(q)y\} \quad (87)$$

y para la región $x > d$ de la forma

$$\Psi_{tot}^{(0)+}(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dq}{2\pi} S^+(q, k) \exp \{iqx - i\alpha_0(q)y\}, \quad (88)$$

donde

$$S^\pm(q, k) = \frac{i}{2\alpha_0(q)} \sum_{j=1}^M \int_{\Gamma_j} \left\{ i [qx'(s) \mp \alpha_0(q)y'(s)] \Psi_0(s) - \frac{\partial \Psi_0(s)}{\partial n} \right\} \\ \times \exp \{-i [qy'(s) \pm \alpha_0(q)x'(s)]\} ds$$

representa el espectro angular del campo esparcido.

Para el caso de transmisión, $S^-(q, k)$ y $q < n_0(\omega/c)$, las componentes del vector de onda son $q = n_0(\omega/c) \sin \theta_t$ y $\alpha_0(q) = n_0(\omega/c) \cos \theta_t$, mientras que para el caso de reflexión $S^+(q, k)$ y $q < n_0(\omega/c)$, $q = n_0(\omega/c) \sin \theta_r$ y $\alpha_0(q) = n_0(\omega/c) \cos \theta_r$ (ver figura 15).

Haciendo uso de las Ecs. (80), (81), (85) y (86), se obtiene la expresión para la *potencia esparcida*, en términos del espectro angular,

$$\begin{aligned}
P_{sc}^{\pm}(k) &= \pm L_2 \frac{c^2}{8\pi\omega\varepsilon} \int dx_1 \Re e \int_{-n_0(\omega/c)}^{n_0(\omega/c)} \frac{dq}{2\pi} \int_{-n_0(\omega/c)}^{n_0(\omega/c)} \frac{dq'}{2\pi} \alpha_0(q) S^{\pm}(q, k) S^{\pm*}(q', k) \\
&\quad \times \exp\{i(q - q')x_1 \pm i(\alpha_0(q) - \alpha_0^*(q'))x_3\} \\
&= \pm L_2 \frac{c^2}{8\pi\omega\varepsilon} \int_{-n_0(\omega/c)}^{n_0(\omega/c)} \frac{dq}{2\pi} \alpha_0(q) |S^{\pm}(q, k)|^2.
\end{aligned} \tag{89}$$

Ahora, utilizando las ecuaciones (82) y (89), el coeficiente de reflexión diferencial (DRC¹) puede ser expresado como

$$\left(\frac{\partial R}{\partial k} \right) = \frac{P_{sc}^{\pm}(k)}{P_{inc}(k_y)} = \pm \frac{1}{F(k)} \int_{-n_0(\omega/c)}^{n_0(\omega/c)} \frac{dq}{2\pi} \alpha_0(q) |S^{\pm}(q, k)|^2 \tag{90}$$

donde

$$F(k) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} g \alpha_0(k) |\Psi_0|^2$$

Finalmente utilizando las Ecs. (82) y (89), se obtiene la Reflectancia R y la Transmancia T respectivamente, como:

$$R(k) = \frac{P_{sc}^+(k)}{P_{inc}(k)} = \frac{1}{F(k)} \int_{-n_0(\omega/c)}^{n_0(\omega/c)} \frac{dq}{2\pi} \alpha_0(q) |S^+(q, k)|^2 \tag{91}$$

$$T(k) = \frac{P_{sc}^-(k)}{P_{inc}(k)} = \frac{1}{F(k)} \int_{-n_0(\omega/c)}^{n_0(\omega/c)} \frac{dq}{2\pi} \alpha_0(q) |A(q, k) + S^-(q, k)|^2 \tag{92}$$

Es importante mencionar, que el campo incidenta aparece en la Ec. (??) porque el campo total en la región 0 es el resultado de la interferencia de los campos incidente y esparcido. Para el balance de la energía se debe tener que $R(k) + T(k) \leq 1$, donde la igualdad se debe de cumplir para el caso de conductores perfectos.

¹Por sus siglas en inglés, Differential Reflection Coefficient

Verificación del método

Consideraremos una PCW perfectamente conductora de tamaño finito (ver Fig. 15). Además, haciendo uso del sistema de ecuaciones dado por (78) y (79) y teniendo en cuenta condiciones de frontera, tenemos que para los M cuerpos la función que representa el campo es $\Psi_n(s) = 0$ para la polarización TE y $\partial\Psi_n(s)/\partial n = 0$ para la polarización TM.

En la Fig. 16(a) mostramos el perfil de una PCW con la distancia entre las superficies planas de $b = \pi$ y la fracción de llenado $f = 0.1$. En las Figs. 16(b) y (c), la reflectancia R y la transmitancia T , respectivamente, y la Fig. 16(d) el balance de la energía $R + T$.

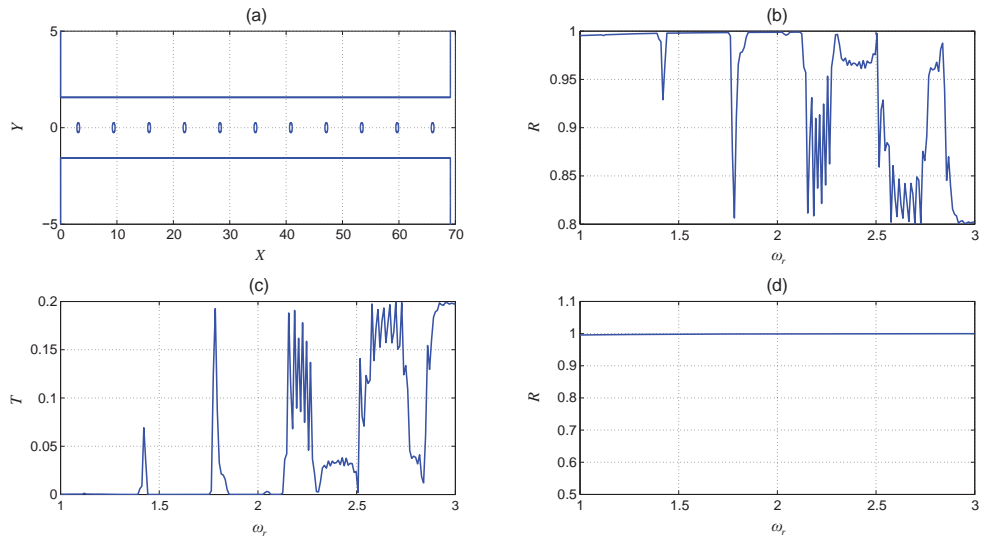


Figura 16. (a) Perfil de una PCW con la distancia entre las superficies planas de $b = \pi$ y la fracción de llenado $f = 0.1$, (b) reflectancia R , (c) transmitancia T , (d) balance de la energía $R + T$.

Observando la Fig. 16(d) vemos que el balance de la energía se cumple, pues tenemos un error numérico menor al 1%, esto nos asegura la validez del método integral utilizado.

Capítulo IV

RESPUESTA ELECTROMAGNÉTICA DE UNA GUÍA DE ONDAS DE CRISTAL FOTÓNICO

En este capítulo presentamos el análisis numérico de la respuesta óptica de una guía de ondas de cristal fotónico, de tamaño infinito o finito, que está compuesta por dos superficies planas y un arreglo de inclusiones con geometrías arbitrarias de distintos materiales; mediante el cálculo de la estructura de bandas para el caso de una guía de ondas infinita, y para el caso de una guía finita, con el cálculo de la reflectancia de tal sistema. Por tanto, presentamos la comparación numérica de ambos sistemas, tanto finito como infinito, haciendo uso de los resultados obtenidos por medio del método integral descrito en el capítulo anterior.

IV.1. Estructura de bandas y reflectancia de una guía de ondas de cristal fotónico con perfil arbitrario

A pesar de la existencia de una tecnología bien desarrollada se tienen defectos en la fabricación de superficies para los CFs. Por esta razón, estamos interesados en estudiar la influencia de la rugosidad en las paredes de un CF real. Para estudiar los efectos de la rugosidad, consideramos un perfil de superficie aleatorio sobre la inclusión cilíndrica de la celda unitaria. Este perfil está definido por una realización de un proceso aleatorio de correlación Gaussiana que obedece una función de densidad de probabilidad exponencial negativa como se ve en la Fig. 17 (para más detalles ver la Ref. Maradudin *et al.* (1990)).

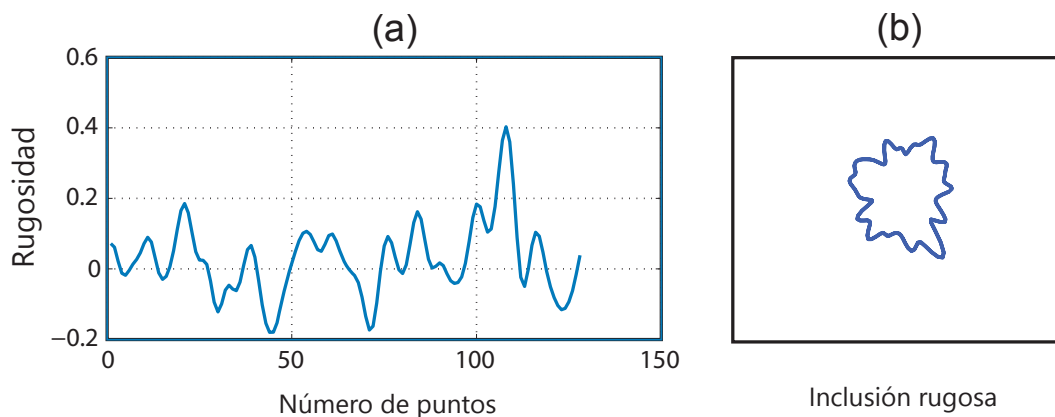


Figura 17. (a) Perfil aleatoriamente rugoso que tiene una longitud de correlación $\delta = 0.1$ y desviación estandar de las alturas $\sigma = 0.1$. (b) Inclusión rugosa generada con el perfil aleatoriamente rugoso con una fracción de llenado $f = 0.05$.

Para el cálculo de la estructura de bandas de una PCW de tamaño infinito, se considera el sistema propuesto mostrado en la Fig. 12. Además, hacemos uso del sistema de Ecs. (72) y (73), tomando en cuenta las condiciones de frontera (Ecs. (70)

y (71)) para cada tipo de polarización.

Para estudiar la respuesta electromagnética de una PCW de tamaño finito, lo haremos mediante el cálculo de la reflectancia del sistema. Para esto consideramos el sistema mostrado en la Fig. 15, el cual modelaremos haciendo uso del sistema de ecuaciones integrales dadas por las Ecs. (78) y (79). Considerando las condiciones de frontera (Ecs. (70) y (71)) y tomando en cuenta la polarización y los M cuerpos que componen la guía de ondas de longitud finita, se tiene que la reflectancia del sistema la podremos calcular con la Ec. (91).

Tomando en cuenta las consideraciones anteriores, es importante mencionar que se hicieron algunas pruebas para las polarizaciones TE y TM. Sin embargo, en este trabajo los resultados que presentaremos enseguida son exclusivamente para la polarización TE, ya que para la otra polarización (TM) requiere un tratamiento especial que se tratará como trabajo futuro.

IV.1.1. PCW perfectamente conductora

Primeramente, consideramos una PCW perfectamente conductora infinita (ver Fig. 12), con una celda unitaria cuadrada que contiene una inclusión con perfil arbitrario. Para el caso de una PCW perfectamente conductora finita (ver Fig. 15), consideramos que el sistema es iluminado con un haz Gaussiano de ancho finito para evitar los efectos de borde. La longitud de la guía de ondas finita, en todo el trabajo, se consideró con el valor de $d = 22\pi$ (sólo 11 periodos)

En las Figs. 18(a) y (c) mostramos las estructuras de bandas en términos de la frecuencia reducida $\omega_r = (P/2\pi)(\omega/c)$ y k dentro de la primera zona de Brillouin $-\pi/P \leq k \leq \pi/P$ con $P = 2\pi$ (unidades arbitrarias). Para modelar la PCW perfectamente conductora, consideramos la distancia entre las superficies planas de $b = \pi$ y

la fracción de llenado $f = 0.005$. Las curvas de la estructura de bandas en color azul corresponden a una inclusión cilíndrica lisa, y las curvas que están en rojo son para una inclusión rugosa con desviación estandar de las alturas $\sigma = 0.005$ (Fig.18(a)) y $\sigma = 0.15$ (Fig.18(c)), y longitudes de correlación $\delta = 0.005$ (Fig.18(a)) y $\delta = 0.15$ (Fig.18(c)). En la Figs. 18(b) y (d) mostramos la intensidad reflejada (reflectancia) del sistema, R , cuando una haz Gaussiano de anchura media $g = 11.2$ ilumina la guía de ondas a incidencia normal $\theta_0 = 0^\circ$.

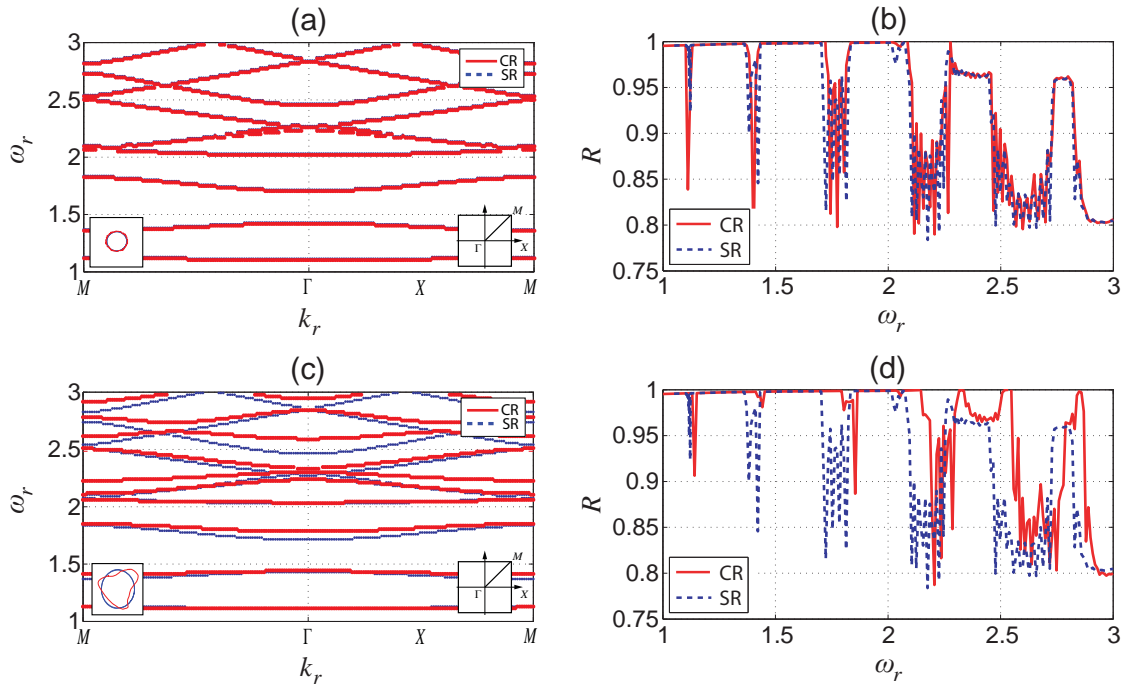


Figura 18. (a) Estructuras de bandas de PCWs perfectamente conductoras con una celda unitaria cuadrada que tiene una inclusión cilíndrica con una superficie lisa (en azul) y rugosa (en rojo) con $b = \pi$, $f = 0.005$, (a) $\sigma = 0.005$ y $\delta = 0.005$, y (c) $\sigma = 0.15$ y $\delta = 0.15$. El recuadro derecho corresponde a la primera zona de Brillouin en el espacio k , respectivamente. El recuadro izquierdo muestra el perfil de la inclusión utilizado, respectivamente. (b) y (d) Reflectancias correspondientes a las mismas PCWs de longitud finita $d = 22\pi$ que son iluminadas a incidencia normal con un haz Gaussiano con semi ancho $g = 11.2$. Las líneas sólidas (rojo) corresponden a superficies con rugosidad (CR) y las líneas punteadas (azul) a superficies sin rugosidad (SR).

Hacemos una comparación de la estructura de bandas para una inclusión cilíndrica

lisa con la de una de inclusión cilíndrica que tiene rugosidad aleatoria pequeña (Fig. 18(a)) y grande (Fig. 18(c)). Vemos que si la rugosidad de la inclusión contenida en la celda unitaria es pequeña se observa que, la estructura de bandas no presenta cambios importantes. En cambio si hacemos cada vez más grande la rugosidad de la inclusión contenida en la celda unitaria observamos que, las bandas prohibidas se hacen cada vez más anchas para frecuencias bajas. Por otro lado, a frecuencias más altas comienzan a aparecer nuevas bandas prohibidas. De manera simultánea, para la reflectancia vemos que si la rugosidad del arreglo periódico de inclusiones es pequeña, las zonas de máxima reflectividad, prácticamente no cambian (Fig. 18(b)). Si hacemos que la rugosidad del arreglo periódico de inclusiones sea cada vez más grande, las zonas de máxima reflectividad se hacen más anchas, y a frecuencias más altas comienzan a aparecer nuevas zonas donde la reflectancia es máxima (Fig. 18(d)). Esto nos permite concluir, que al hacer una comparación de la estructura de bandas con la reflectancia, correspondientes a los mismos parámetros de la PCW, observamos que las zonas de máxima reflectancia corresponden a la posición de las bandas prohibidas en la estructura de bandas.

Ahora consideraremos una PCW perfectamente conductora con una fracción de llenado más grande que el caso anterior. En las Figs. 19(a) y (c) mostramos las estructuras de bandas con los mismos parámetros de las Figs. 18(a) y (c), salvo que ahora la fracción de llenado es $f = 0.05$. Las curvas azules corresponden a una inclusión lisa y las rojas a inclusiones con rugosidad como se indica en el pie de figura correspondiente. Similarmente, en las Figs. 19(b) y (d) mostramos la reflectancia R del sistema bajo las mismas consideraciones .

Análogamente comparemos la estructura de bandas para una inclusión cilíndrica lisa con la de una de inclusión que tiene rugosidad aleatoria pequeña (Figs.19(a)) y

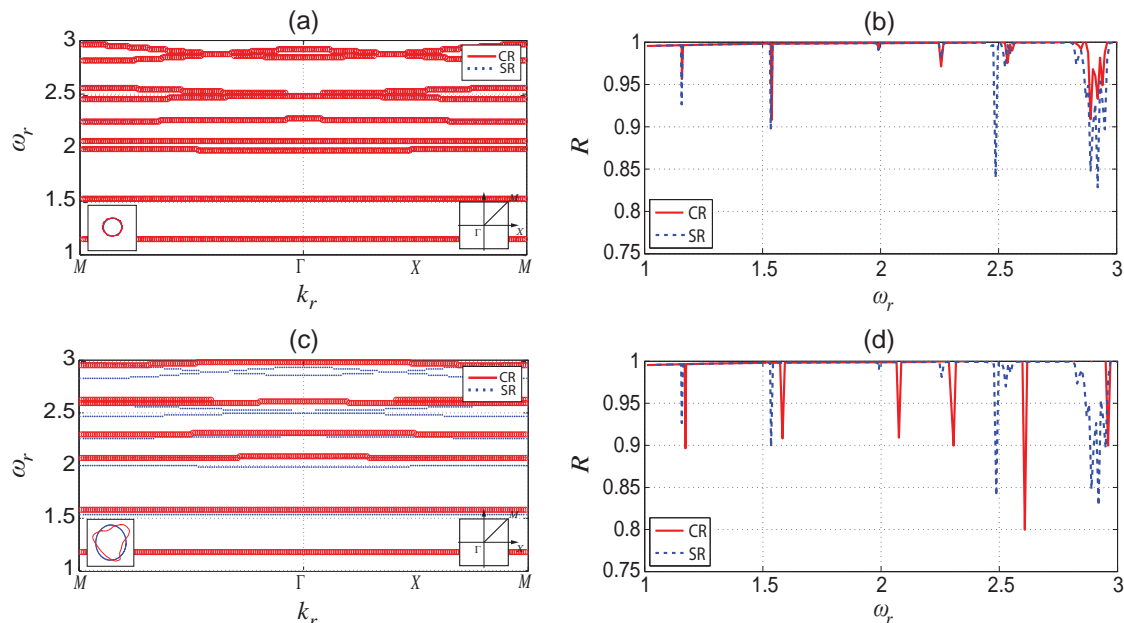


Figura 19. (a) Estructuras de bandas de PCWs perfectamente conductoras con una celda unitaria cuadrada que tiene una inclusión cilíndrica con una superficie lisa (en azul) y rugosa (en rojo) con $b = \pi$, $f = 0.05$, (a) $\sigma = 0.005$ y $\delta = 0.005$, y (c) $\sigma = 0.15$ y $\delta = 0.15$. El recuadro derecho corresponde a la primera zona de Brillouin en el espacio k , respectivamente. El recuadro izquierdo muestra el perfil de la inclusión utilizado, respectivamente. (b) y (d) Reflectancias correspondientes a las mismas PCWs de longitud finita $d = 22\pi$ que son iluminadas a incidencia normal con un haz Gaussiano con semi ancho $g = 11.2$. Las líneas sólidas (rojo) corresponden a superficies con rugosidad (CR) y las líneas punteadas (azul) a superficies sin rugosidad (SR).

grande (Figs. 19(c)). Vemos que si la rugosidad de la inclusión contenida en la celda unitaria es pequeña, tampoco la estructura de bandas prácticamente no cambia. Pero si hacemos cada vez más grande la rugosidad de la inclusión, las bandas prohibidas se hacen cada vez más anchas, se reduce el número de bandas permitidas en comparación con el caso de una superficie lisa. Similarmente, para la reflectancia vemos que si la rugosidad del arreglo periódico de inclusiones es pequeña (Figs.19(b)), las zonas de máxima reflectividad tampoco cambian y corresponden muy bien con la posición de las bandas prohibidas de la Fig.19(a). Por otro lado, si hacemos que la rugosidad del arreglo periódico de inclusiones sea cada vez más grande, las zonas de máxima reflectividad se

hacen más anchas, como se observa en el corrimiento de los picos invertidos en la Fig. 19(d). Además, podemos apreciar que con una fracción de llenado grande estamos obteniendo modos de transmisión localizados. Esto permite tener una aplicación de nuestro sistema como un filtro especial.

IV.1.2. PCW de conductor real

Es importante mencionar que en la sección anterior analizamos el caso de una PCW ideal (Conductor perfecto) porque requiere relativamente poco recurso computacional. Sin embargo, en la realidad para poder hacer un comparativo con resultados experimentales, es necesario considerar una PCW de material real. En este trabajo consideramos un buen conductor, como es la plata (Ag) con constante dieléctrica $\epsilon_{Ag} = 0.272 + i7.07$ a la longitud de onda de $\lambda = 1.033 \mu\text{m}$.

En las Fig. 20 (a) y (c), mostramos las estructuras de bandas de PCWs planteadas bajo las mismas consideraciones del caso ideal (Figs. 18(a) y (c)) para poder hacer una comparación entre ambos casos. Los parámetros de la PCW se siguen considerando los mismos ($b = \pi$ y $f = 0.005$). Las estructuras de bandas en azul son para cuando la inclusión cilíndrica es lisa y en color rojo cuando la inclusión tiene una rugosidad aleatoria con $\sigma = 0.005$ y $\delta = 0.005$ (Fig. 20(a)) y con $\sigma = 0.15$ y $\delta = 0.15$ (Fig.20(c)). También en las Figs. 20(b) y (d) mostramos las reflectancias, R , de los sistemas correspondientes a las PCWs de longitud $d = 22\pi$ iluminadas por el haz Gaussiano a incidencia normal .

Para este caso que consideramos una fracción de llenado pequeña ($f = 0.005$), hacemos una comparación de la estructura de bandas para una inclusión cilíndrica lisa con la de una inclusión cilíndrica que tiene rugosidad aleatoria pequeña (Figs. 20(a)) y grande (Figs. 20(c)). A diferencia de la PCW perfectamente conductora, podemos observar que si la rugosidad de la inclusión contenida en la celda unitaria es pequeña, la estruc-

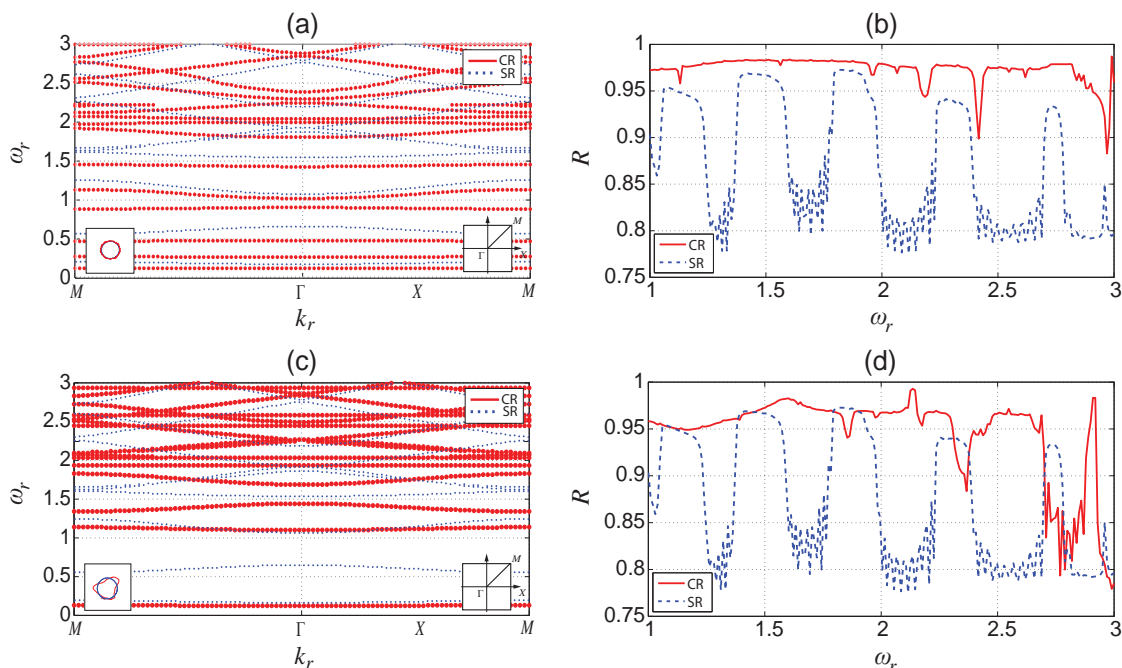


Figura 20. (a) Estructuras de bandas de PCWs plateadas con una celda unitaria cuadrada que tiene una inclusión cilíndrica con una superficie lisa (en azul) y rugosa (en rojo) con $b = \pi$, $f = 0.005$, (a) $\sigma = 0.005$ y $\delta = 0.005$, y (c) $\sigma = 0.15$ y $\delta = 0.15$. El recuadro derecho corresponde a la primera zona de Brillouin en el espacio k , respectivamente. El recuadro izquierdo muestra el perfil de la inclusión utilizado, respectivamente. (b) y (d) Reflectancias correspondientes a las mismas PCWs de longitud finita $d = 22\pi$ que son iluminadas a incidencia normal con un haz Gaussiano con semi ancho $g = 11.2$. Las líneas sólidas (rojo) corresponden a superficies con rugosidad (CR) y las líneas punteadas (azul) a superficies sin rugosidad (SR).

tura de bandas ya presenta ligeros cambios con respecto a una inclusión lisa. Pero si hacemos cada vez más grande la rugosidad, las bandas prohibidas se hacen poco a poco más anchas, y a frecuencias más altas comienzan a aparecer nuevas bandas prohibidas. De manera similar, hacemos una comparación de las reflectancias correspondientes a la PCWs de fracción de las Figs. 20(b) y (d). De acuerdo a estos resultados observamos que, para esta fracción de llenado, las gráficas de la reflectancia para la inclusión lisa y rugosa cambian drásticamente. Primeramente, tenemos que aún para la inclusión lisa, las zonas de la reflectancia que corresponden a las bandas prohibidas no están próximas al valor máximo de 1. Por otro lado, para el caso de inclusiones con rugosidades difiere

considerablemente del caso liso. Esto es debido a que el requerimiento computacional es muy grande, porque el tamaño de la matriz es el doble que para el caso de un material perfectamente conductor. Para estos cálculos tuvimos que utilizar una discretización del $ds = \lambda/10$ por la limitación de la memoria que utilizamos. Sin embargo, es posible mejorar los resultados usando la técnica de “Impedancia de frontera” (Mendoza-Suárez y Pérez-Aguilar, 2015) que reduce el tamaño de la matriz al equivalente de un conductor perfecto. Además es posible utilizar la programación en paralelo para reducir el tiempo de cómputo considerablemente.

Ahora consideraremos el caso de una PCW plateada para una fracción de llenado más grande. En las Figs. 21(a) y (c) mostramos las estructuras de bandas con los mismos parámetros de las Figs. 20 (a) y (c), pero ahora con la fracción de llenado $f = 0.05$. Similarmente, las curvas azules corresponden a superficies lisas y las rojas a superficies rugosas como se indica en el pie de figura correspondiente. Para los cálculos de la reflectancia del sistema considerado, de igual manera consideramos las mismas consideraciones del caso anterior .

Hagamos una comparación de la estructura de bandas para la inclusión cilíndrica lisa con la de una de inclusión cilíndrica que tiene una rugosidad aleatoria pequeña (Fig. 21(a)), y grande (Fig. 21(c)). Como en el caso anterior con fracción de llenado pequeña, si la rugosidad de la inclusión contenida en la celda es pequeña, la estructura de bandas no cambia; pero si la rugosidad es más grande, las bandas prohibidas se hacen ligeramente más anchas. Para esta fracción de llenado únicamente mostramos la reflectancia para cuando las inclusiones tienen una superficie lisa (Fig. 21(b)) y no se reportan resultados para cuando la inclusión es rugosa, ya que el error numérico producido al incorporar la rugosidad es grande y no se cumple la conservación de la energía. Lo anterior nos dice que de igual manera debemos hacer suficientemente pequeño

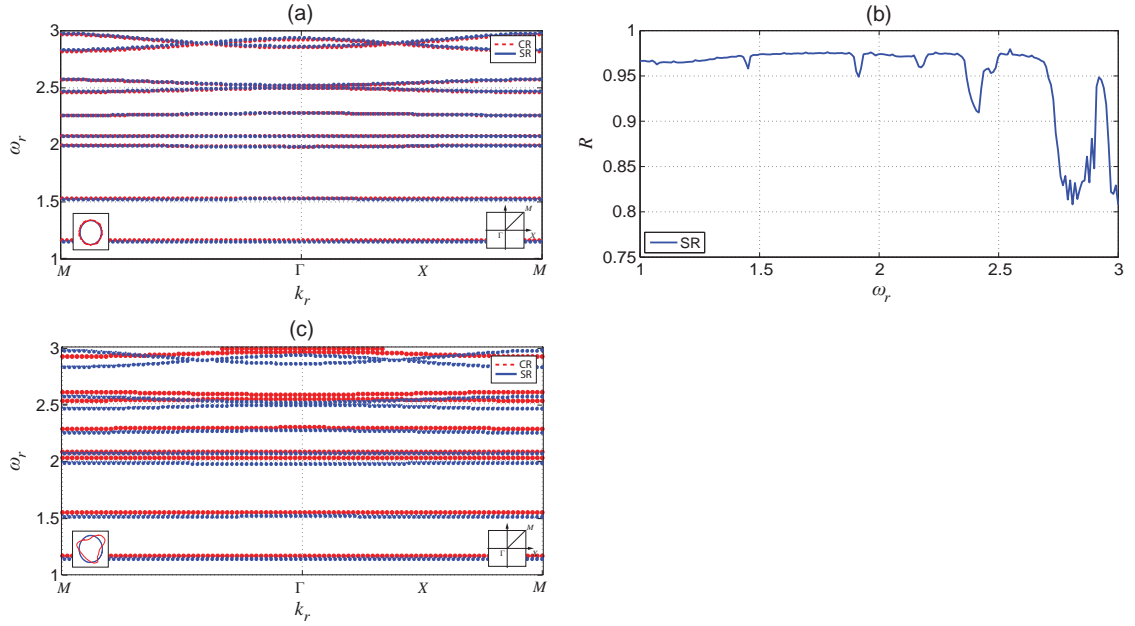


Figura 21. Estructuras de bandas de PCWs plateadas con una celda unitaria cuadrada que tiene una inclusión cilíndrica con una superficie lisa (en azul) con $b = \pi$, $f = 0.005$, y rugosa (en rojo) (a) $\sigma = 0.005$ y $\delta = 0.005$, (c) $\sigma = 0.15$ y $\delta = 0.15$, respectivamente. El recuadro derecho corresponde a la primera zona de Brillouin en el espacio k , respectivamente. El recuadro izquierdo muestra el perfil de la inclusión utilizado, respectivamente. (b) Reflectancia correspondientes a la misma PCW de longitud finita $d = 22\pi$ que es iluminada a incidencia normal con un haz Gaussiano con semi ancho $g = 11.2$.

el paso de discretización de los contornos que definen la PCW, pero esto provoca que la matriz que modela el sistema sea demasiado grande. Sin embargo, se pretende mejorar los resultados haciendo uso de un cluster o una estación de trabajo que contenga una tarjeta gráfica.

Como ya observamos en las Figs. 20(b) y 20(b), las curvas punteadas de la reflectancia de una PCW de conductor real difiere ligeramente del caso del conductor perfecto (Figs. 18(b) y 19(b)) para cuando las inclusiones tienen superficies lisas. Esto se debe a que en los cálculos anteriores consideramos que el material conductor no depende de la frecuencia, lo cual no es correcto como lo veremos enseguida. Para modelar un conductor real, es necesario considerar que el medio depende de la frecuencia y para

esto, es utilizar, en una primera aproximación, el Modelo de Drude (DM) como lo vimos en el capítulo II y sección II.2.2. Así, ilustraremos en la Fig. 22, como mejoran los resultados haciendo uso de la Ec. (36) del DM.

En las Figs. 22(a) y (c) mostramos las estructuras de bandas correspondientes a PCWs de materiales perfectamente conductores y de conductor real con o sin el modelo de Drude para calcular la función dieléctrica (en términos de la frecuencia) para la plata (Ag) con la frecuencia de plasma reducida $\omega_p = 45.65781$ y el parámetro de amortiguación $\gamma = 0.09116$ que se utilizaran para calcular la función dieléctrica de acuerdo al DM. Similarmente, en las Figs. 22(b) y (d), mostramos las gráficas de la reflectancia por una PCW perfectamente conductora y una PCW de conductor real, usando los dos métodos del cálculo de la estructura de bandas .

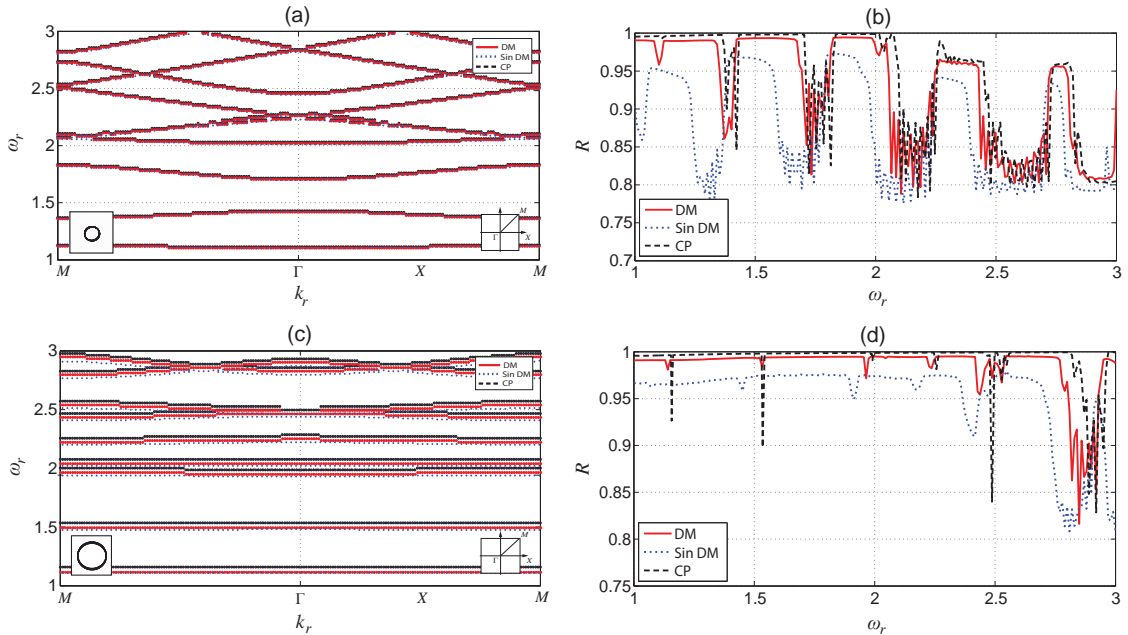


Figura 22. Estructuras de bandas de PCWs perfectamente conductoras (curvas en negro) y plateadas (curvas en rojo y azul) con una celda unitaria cuadrada que tiene una inclusión cilíndrica con una superficie lisa (a) con $b = \pi$, $f = 0.005$ y (c) $b = \pi$, $f = 0.05$. El recuadro derecho corresponde a la primera zona de Brillouin en el espacio k , respectivamente. El recuadro izquierdo muestra el perfil de la inclusión utilizado, respectivamente. (b) y (d) Reflectancias correspondientes a las mismas PCWs de longitud finita $d = 22\pi$ que son iluminadas a incidencia normal con un haz Gaussiano con semi ancho $g = 11.2$.

De la Fig. 22 observamos que si tomamos en el modelo de Drude (curvas en rojo) la estructura de bandas y la reflectancia de un conductor real se aproxima más al de un conductor perfecto (curvas en negro), a diferencia del caso no dispersivo (curvas en azul). De hecho el pequeño cambio que se ve en las reflectancias (curvas en rojo y negro) se debe a la profundidad de piel del metal, por lo que, encontramos que la forma correcta de modelar el comportamiento de un metal es a través del Modelo de Drude.

IV.1.3. PCW con inclusión de LHM

Como el objetivo de la tesis es estudiar (Titulo de la tesis) por medio de materiales artificiales conocidos como metamateriales dispersivos (Mendoza-Suárez *et al.*, 2006), vamos a considerar ahora una PCW formada con dos superficies planas perfectamente conductoras y un arreglo periódico de inclusiones de LHM dispersivo. Recordando que las propiedades ópticas del metamaterial están dadas por (Puente-Díaz, 2015)

$$\varepsilon(\omega) = \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right) \quad \text{y} \quad \mu(\omega) = 1 - \frac{F\omega^2}{\omega^2 - \omega_0^2}, \quad (93)$$

con la frecuencia de plasma ω_p y la frecuencia de resonancia ω_0 . Estas funciones se muestran en la Fig. 23 con los parámetros $\omega_p = 10/2\pi$, $\omega_0 = 4/2\pi$ y $F = 0.56$. La región donde el metamaterial presenta un índice de refracción negativo está dentro de la gama de frecuencias $\omega_0 < \omega < \omega_{LM}$ con $\omega_{LM} = \omega/\sqrt{1-F} = 0.9597$.

Tomamos como referencia los resultados obtenidos por (Pérez-Aguilar y Mendoza-Suárez, 2015), que muestran la presencia de un modo plasmónico (SPP) en una PCW de longitud infinita para posteriormente hacer una generalización. En la Fig. 24(a) se presentan los resultados de la función determinante D (Ec. (70)) como una función de la frecuencia. La posición del extremo mínimo identifica la frecuencia del modo con el valor $\omega_r = 0.7519$. Además, en la Fig. 24(b) se ilustra la intensidad del campo eléctrico dentro de la celda unitaria que contiene la inclusión de LHM dispersivo para

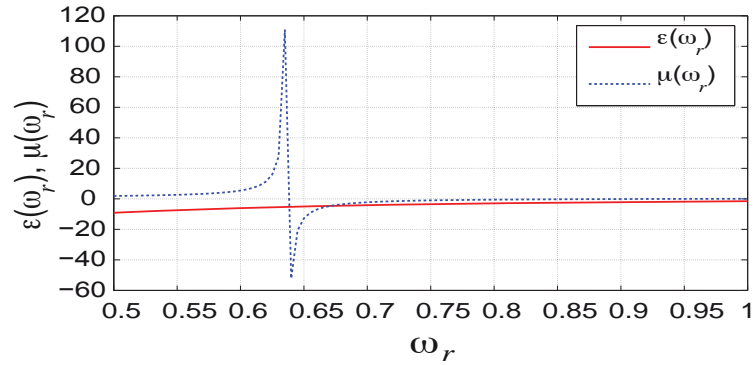


Figura 23. Función dieléctrica y permeabilidad magnética de un metamaterial dispersivo como una función de la frecuencia.

esta frecuencia. Este modo particular que existe en la interfaz LHM-vacío, se le conoce como un modo de SPP con una frecuencia $\omega_r^{PSW} = \omega_0 \sqrt{2/(2-F)} = 0.7502$ (Ruppín, 2004). Esto muestra que los resultados están bien fundamentados y por esta razón se cree que existe un modo de SPP para el sistema considerado. Este resultado fue obtenido para el caso de una celda unitaria con los parámetros geométricos: $b = 4\pi$, $P = 2\pi$ y $r = 0.1b$ ($f = 0.05$) el radio de la inclusión cilíndrica lisa.

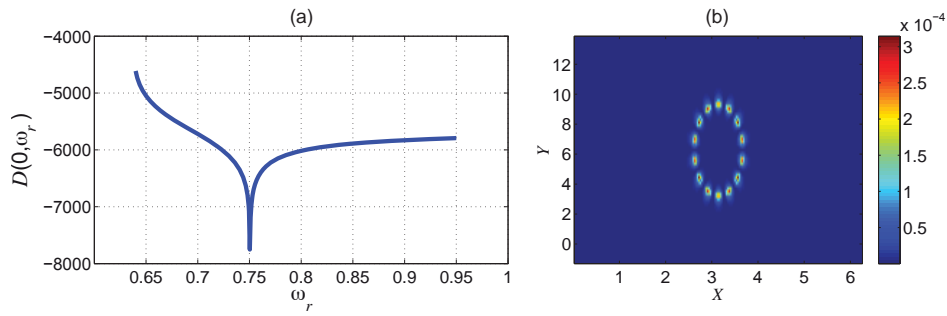


Figura 24. (a) Función $D(0, \omega_r)$ para una guía de onda de cristal fotónico, formado con dos superficies planas perfectamente conductoras y un arreglo periódico de inclusiones cilíndricas de LHM dispersivo. (b) Distribución de campo eléctrico a la frecuencia $\omega_r = 0.7519$.

Prestando atención a los resultados obtenidos por (Pérez-Aguilar y Mendoza-Suárez, 2015), procedemos a considerar que la inclusión contenida en la celda unitaria del sistema no sea únicamente cilíndrica de superficie totalmente lisa, sino que vamos a abordar el caso cuando la inclusión presente rugosidad aleatoria en su superficie; es

decir, consideraremos la inclusión con una geometría arbitraria.

En la Fig. 25 mostramos las funciones del determinante D en términos de la frecuencia. Para las funciones determinante de la Figs. 25(a), (c) y (e) se han tomado en cuenta los parámetros geométricos: $b = 4\pi$, $P = 2\pi$ y $r = 0.01b$ ($f = 0.005$) de la celda unitaria. La posición del extremo mínimo identifica la frecuencia del modo con el valor $\omega_r = 0.7506$, para todos los casos. En cambio para las funciones determinante mostradas en la Figs. 25(b), (d) y (f) las hemos obtenido considerando los parámetros geométricos: $b = 4\pi$, $P = 2\pi$ y $r = 0.2b$ ($f = 0.1$) de la celda unitaria. De igual manera, la posición del extremo mínimo identifica la frecuencia del modo con el valor $\omega_r = 0.7506$, para todos los casos.

En la Fig. 25(a) mostramos la función determinante para el caso de una inclusión cilíndrica lisa de LHM que tiene fracción de llenado $f = 0.005$, y en las Figs. 25(c) y (e), las funciones determinante para la misma fracción de llenado pero, la inclusión de LHM presenta rugosidad aleatoria con: $\sigma = 0.005$ y $\delta = 0.005$, y $\sigma = 0.15$ y $\delta = 0.15$, respectivamente. Comparando los resultados mostrados en estas figuras vemos que, la rugosidad no afecta la posición del modo, pues no importa que tan grande sea esta. Se encuentra un modo muy cerca de ω_r^{PSW} y por esta razón creemos que existe un modo de SPP para el sistema considerado, aún con una inclusión que tiene una geometría arbitraria.. De manera similar, en la Fig. 25(b) presentamos la función determinante para el caso de una inclusión cilíndrica lisa de LHM que tiene fracción de llenado más grande de $f = 0.1$, y en las Figs. 25(d) y (f) mostramos las funciones determinante para la inclusión de LHM que tiene rugosidad aleatoria con: $\sigma = 0.005$ y $\delta = 0.005$, y $\sigma = 0.15$ y $\delta = 0.15$, respectivamente. De igual manera, comparando vemos que, tampoco la rugosidad afecta la posición del modo de SPP, aún variando el tamaño y la forma de la inclusión de LHM.

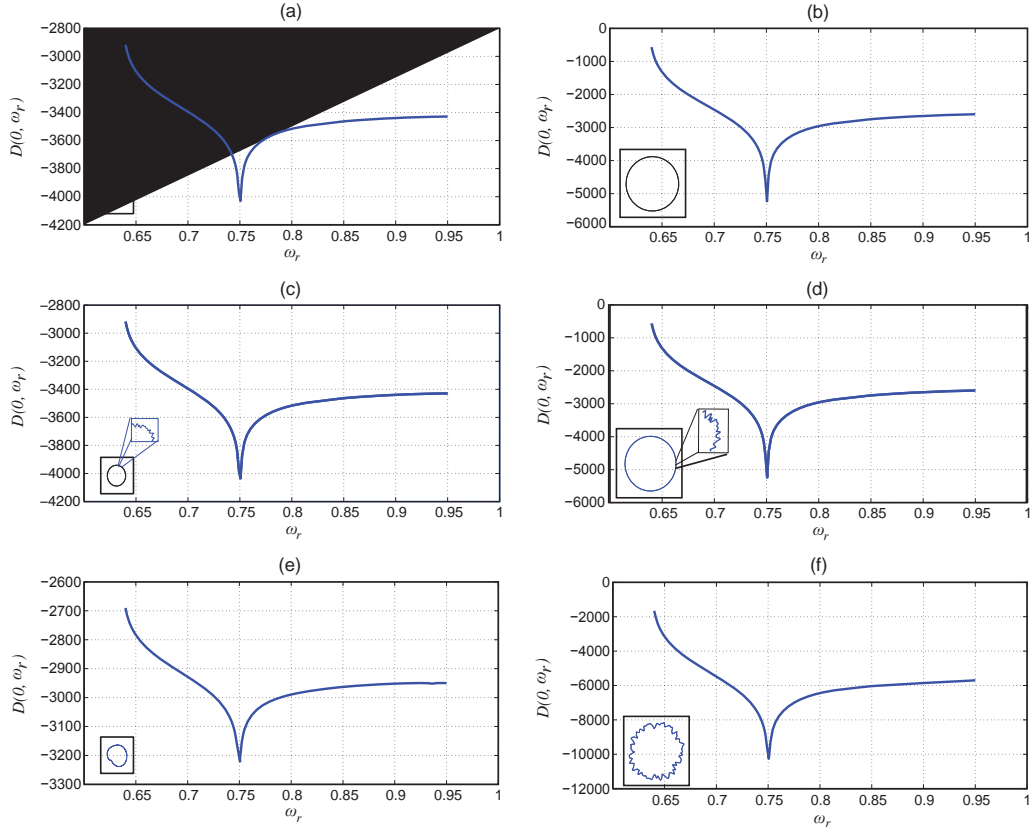


Figura 25. Funciones $D(0, \omega_r)$ para guías de ondas de cristal fotónico, formadas con dos superficies planas perfectamente conductoras y un arreglo periódico de inclusiones cilíndricas de LHM dispersivo. Con los parámetros $b = 4\pi$, $P = 2\pi$ y $r = 0.01b$ ($f = 0.005$) de inclusiones (a) con superficie lisa y rugosa con (c) $\sigma = 0.005$ y $\delta = 0.005$, (e) $\sigma = 0.15$, $\delta = 0.15$. Con los parámetros $b = 4\pi$, $P = 2\pi$ y $r = 0.2b$ ($f = 0.1$) de inclusiones (b) con superficie lisa y rugosa (d) con $\sigma = 0.005$, $\delta = 0.005$ y (f) $\sigma = 0.15$, $\delta = 0.15$.

Para llevar a cabo estos resultados interesantes a la práctica, es necesario considerar la PCW de longitud finita. Para esto, hemos considerado que las superficies planas sean de plata (Ag) y las inclusiones de LHM dispersivo. En la Fig. 26, usando los mismos parámetros de la Fig. 25 con longitud de la PCW de $d = 22\pi$ presentamos la reflectancia calculada con un error numérico de entre el 4% y 5% .

Del resultado mostrado en la Fig. 26, sólo observamos que puede existir un posible modo con frecuencia alrededor de $\omega_r = 0.93$. Desafortunadamente no corresponde a la misma frecuencia de $\omega_r = 0.7506$ del plasmón de superficie. Por lo que no podemos

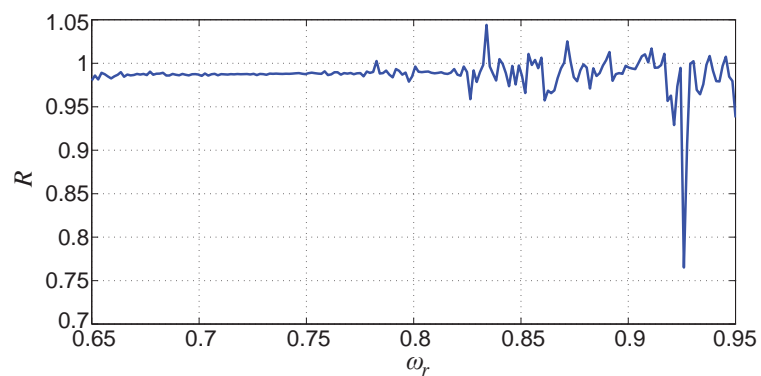


Figura 26. Reflectancia de una PCW de longitud finita con un arreglo de inclusiones de LHM dispersivo.

concluir, hasta el momento, la presencia de otro posible plasmón. Para esto necesitamos mejorar el error numérico haciendo suficientemente pequeño el paso de discretización de los contornos que definen la PCW.

Capítulo V

CONCLUSIONES

En este capítulo mencionamos un breve resumen y en base a los resultados obtenidos enunciamos las conclusiones más importantes del trabajo.

En el presente trabajo hemos mostrado un estudio teórico y numérico de las estructura de bandas, de la función determinante, y de la reflectancia de una PCW perfectamente conductora y/o de conductor real. La guía de ondas está formada por dos placas conductoras planas que contienen un arreglo periódico de inclusiones con geometrías arbitrarias y de materiales diferentes. Para el caso ideal en el que el tamaño de la PCW es de longitud infinita, se modeló por medio de una celda unitaria cuadrada conteniendo la inclusión cilíndrica. En cambio, para el caso de una PCW real, se consideró una guía de ondas de longitud finita de sólo de 11 periodos. Esto nos permitió llevar a cabo el cálculo de la reflectancia de este sistema, todo con el fin de comparar el comportamiento del sistema infinito por medio de las estructuras de bandas con el del sistema finito. Uno de los resultados más importantes de este trabajo, fue indicar la presencia de un modo de plasmón de superficie en una PCW que contiene inclusiones con geometrías arbitrarias de metamaterial dispersivo. El trabajo está motivado en gran parte por la necesidad de una nueva alternativa de desarrollo en la tecnología de

telecomunicaciones que sea puramente fotónico, así como del desarrollo de la tecnología fotónica para dispositivos ópticos que sirvan de apoyo en las investigaciones en el área de las ciencias naturales como: la biología, la química, la física y más importante aún en la medicina, ya que se pueden desarrollar dispositivos que permitan el tratamiento de enfermedades como, el cáncer.

La técnica numérica que se utilizó en este trabajo se le conoce como el método de la ecuación integral, el cual parte del segundo teorema integral de Green permitiendo obtener un par de ecuaciones integrales acopladas que involucran, como incógnitas el modo del campo y su derivada normal evaluadas en las fronteras o superficies involucradas. La discretización del sistema resulta en una ecuación matricial cuya solución determina las funciones fuente, con las que se puede obtener las estructuras de bandas, las funciones determinante y la reflectancia del sistema. Primeramente, con este método calculamos las estructuras de bandas de una PCW formada por dos superficies planas de conductor perfecto o real y un arreglo periódico de inclusiones cilíndricas que tienen una superficie lisa o aleatoriamente rugosa. Además, nos permitió calcular las funciones determinante de una PCW infinita con inclusiones de LHM dispersivo permitiendo la presencia de un modo SPP. Con este mismo método integral, también nos ayudó a calcular la reflectancia de una PCW de tamaño finito. Los resultados fueron analizados para el caso de la polarización del campo eléctrico transversal (TE).

El cálculo de las estructuras de bandas para una PCW perfectamente conductora o de conductor real nos permite concluir, que entre más grande sea la rugosidad o la fracción de llenado de la inclusión cilíndrica la estructura de bandas presenta importantes cambios. Es decir, las bandas prohibidas se hacen cada vez más anchas y a frecuencias más altas comienzan a aparecer nuevas bandas prohibidas. De manera simultánea, para la reflectancia vemos que si la rugosidad o la fracción de llenado del arreglo periódico

de inclusiones es cada vez más grande, las zonas de máxima reflectividad se hacen más anchas y a frecuencias más altas comienzan a aparecer nuevas zonas donde la reflectancia es máxima. Así, de una comparación de la estructura de bandas con la reflectancia correspondientes a los mismos parámetros de la PCW, se tiene que las zonas de máxima reflectancia corresponden a la posición de las bandas prohibidas en la estructura de bandas. Esto nos indica que se puede tener un mayor control de la propagación de la luz a través de la PCW, modelando solamente la estructura de bandas.

Comparando los resultados de las estructuras de bandas o de la respuesta electromagnética de la PCW perfectamente conductora con la PCW de conductor real, hemos observado que si consideramos el material conductor con la dependencia de la frecuencia (o longitud de onda), el comportamiento reflectivo se aproxima muy bien con el de un conductor perfecto. De hecho el pequeño cambio que se ve en la reflectancia con respecto a la PCW perfectamente conductora, se debe a la profundidad de piel del metal, por lo que, concluimos que la forma correcta de modelar (en una primera aproximación) el comportamiento de un metal es a través del Modelo de Drude; es decir es necesario considerar el conductor como un medio dispersivo.

Otro de los resultados interesantes que obtuvimos de una PCW infinita con una inclusión de LHM dispersivo, fue que, la rugosidad y el tamaño de la inclusión no afecta la posición del modo, ya que no importa que tan grande sea, de todas formas corresponde al modo de SPP a la frecuencia ω_r^{PSW} . Así, hemos encontrado un modo de SPP en la interfaz LHM-vacío del sistema propuesto sin importar la forma y el tamaño de la inclusión de LHM.

Para el caso de una PCW de longitud finita que contiene un arreglo de inclusiones de metamaterial, el resultado de la reflectancia muestra la presencia de otro posible modo alrededor de $\omega = 0.93$. Esta frecuencia no corresponde al SPP, por lo que no

podemos concluir, hasta el momento, la posible presencia de otro plasmón de superficie.

Como trabajo futuro, se pretende continuar con el estudio de la excitación de modos plasmónicos en PCWs de longitud finita que contienen metamateriales.

Referencias

- Atwater, H. A. (2007). The promise of plasmonics. *Scientific American*, páginas 39–45.
- Bethe, H. A. (1944). Theory of diffraction by small holes. *Phys. Rev.*, **66**: 163–182.
- Bouhelier, A. y Wiederrecht, G. P. (2005). Excitation of broadband surface plasmon polaritons: Plasmonic continuum spectroscopy. *Phys. Rev. B*, **71**(195406).
- Bravo-Abad, J. (2006). *Transmision resonante de luz a traves de laminas metalicas nanoestructuradas*. Departamento de Fisica Teorica de la Materia Condensada de la Universidad Autonoma de Madrid, Madrid, Espana. 170 págs.
- Cadien, K., Reshotko, M., Block, B. A., Bowen, A., Kencke, D., y Davids, P. (2005). Challenges for on-chip optical interconnects. *Proc. SPIE*, **5730**: 133.
- Centeno, T. P. (2014). *Estructuras de bandas de cristales fotónicos en 2D con superficies rugosas usando un método integral*. Tesis de Licenciatura, Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la UMSNH.
- Cuevas, M. (2011). *Plasmones y modos electromagnéticos superficiales en metamateriales*. Tesis de Doctorado, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad de Buenos Aires, Argentina.
- Cui, T. J., Smith, D. R., y Liu, R. (2010). *Metamaterials Theory, Design and Applications*. Springer, USA, primero edición.
- Depine, R. A., Cuevas, M., y Zeller, M. A. (2011). Polaritones superficiales plasmónicos en sistemas atr con metamateriales: problema homogéneo. *Anales AFA*, **22**: 11–18.
- Dragoman, M. (2007). *Plasmonics: Applications to nanoscale terahertz and optical devices*. Número 1.
- Ebbesen, T. W., Lezec, H. I., Ghaemi, H. F., Thio, T., y Wolff, P. A. (1998). Extraordinary optical transmission through subwavelength hole arrays. *Nature*, **391**: 667–669.
- Fano, U. (1941). The theory of anomalous diffraction gratings and of quasi-stationary waves on metallic surfaces (sommerfelds waves). *J. Opt. Soc. Am. B*, **31**: 213–222.
- Fowles, G. R. (1968). *Introduction to modern optics*. Dover Publications, Inc., New York, segundo edición.
- García-Vidal, F. J. y Moreno, L. M. (2008). *Plasmones superficiales*. Universidad Autónoma de Madrid, Investigacion y ciencia, Espana.

- Hecht, B., Bielefeldt, H., Novotny, L., Inouye, Y., y Pohl, D. (1996). Local excitation, scattering, and interference of surface plasmons. *Physical review letters*, **77**(9).
- Hecht, E. y Zajac, A. (1974). *Optics*. Addison-Wesley, Michigan, primera edición.
- Hernández-Juárez, B. (2005). *Síntesis de materiales de interés en el desarrollo de cristales fotónicos autoensamblados*. Tesis de Doctorado, Universidad Autónoma de Madrid, Departamento de Física de Materiales.
- Jackson, J. D. (1999). *Classical Electrodynamics*. John Wiley and Sons, New York, tercera edición.
- Kittel, C. (1996). *Introduction to Solid State Physics*. John Wiley and Sons, Inc., Madrid, España, 7ma edición. 804 págs.
- Kretschmann, E. y Raether, H. (1968). Radiative decay of nonradiative surface plasmons excited by light. *Z. Naturforsch*, (23): 2135–2136.
- Lezec, H., Degiron, A., Devaux, E., Linke, R., Martin-Moreno, L., García-Vidal, F., y Ebbesen, T. (2002). Beaming light from a subwavelength aperture. *Science*, **297**(5582).
- Li, J., Huang, W., y Han, Y. (2006). Tunable photonic crystals by mixed liquids. *Colloids Surf.*, **279**: 213–217.
- Maradudin, A. A., Michel, T., McGurn, R. A., y Méndez, E. R. (1990). Enhanced backscattering of light from a random grating. *Ann. Phys. (N.Y.)*, **203**: 255–307.
- Maradudin, A. A., Méndez, E. R., Leskova, T. A., y Simonsen, I. (2001). Localization of surface plasmon polaritons on a random surface. *Physica B: Condensed Matter*, **296**: 85–97.
- Maradudin, A. A., Leskova, T. A., García-Guerrero, E. E., y Méndez, E. R. (2010). The scattering of surface plasmon polaritons by nanoscale surface defects. *Low Temp. Phys.*, **36**: 1022–1028.
- Maystre, D. (1982). *General study of grating anomalies electromagnetic surface modes*. John Wiley and Sons, New York, edited by a. d. boardman edición.
- Mendoza-Suárez, A. y Pérez-Aguilar, H. (2015). Numerical integral methods to study plasmonic modes in a photonic crystal waveguide with circular inclusions that involve a metamaterial. *Opt. Mater*, **28**: 1156–1159.
- Mendoza-Suárez, A., Villa-Villa, F., y Gaspar-Armenta, J. A. (2006). Numerical method based on the solution of integral equations for the calculation of the band structure and reflectance of one and two dimensional photonic crystals. *J. Opt. Soc. Am. B*, **23**(10): 2249–2256.

- Mendoza-Suárez, A., Villa-Villa, F., y Gaspar-Armenta, J. A. (2008). Plasmonic modes in a dispersive left handed material optical fiber. *Rev. Mex. Fís. S*, **54**(2): 82–86.
- Mengens, M., Wijnhoven, J., Lagendijk, A., y Vos, W. L. (1999). Light sources inside photonic crystals. *J. Opt. Soc. Am. B*, **16**: 1403–1408.
- Miguez, H., Yang, S. M., Tetreault, N., y Ozin, G. A. (2002). Oriented free-standing three-dimensional silicon inverted colloidal photonic crystal microribers. *Advanced Materials*, **14**: 1805–1808.
- Otto, A. (1968). Excitation of nonradiative surface plasma waves in silver by the method of frustrated total reflection. *Zeitschrift fur Physik*, **216**: 398–410.
- Pérez, E. (2015). *Estudio numérico de la propagación de la luz en guías de ondas periódicas y onduladas usando la programación en paralelo*. Tesis de Licenciatura, Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la UMSNH.
- Pérez-Aguilar, H. y Mendoza-Suárez, A. (2015). Numerical study on a photonic crystal waveguide that include a dispersive metamaterial. *Mexican Optics and photonics meeting*, páginas 1–8.
- Pérez-Aguilar, H. I. (2005). *Propagación y esparcimiento de la luz en sistemas con geometrías confinantes*. Tesis de Doctorado, CICESE.
- Puente-Díaz, L. E. (2015). *Estructuras de bandas de cristales fotónicos en 2D con superficies rugosas que contienen metamaterial dispersivo*. Tesis de Licenciatura, Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la UMSNH.
- Ritchie, R. H. (1957). Plasma losses by fast electrons in thin films. *Physical Review*, **106**(5).
- Ritchie, R. H., Arakawa, E. T., Cowan, J. J., y Hamm, R. N. (1968). Surface-Plasmon Resonance Effect in Grating Diffraction. *Phys. Rev. Lett.*, **21**: 1530–1533.
- Ruppin, R. (2004). Surface polaritons and extinction properties of a left-handed material cylinder. *J. Phys. Condens. Matter*, **16**: 5991–5998.
- Santillán, J. M. (2013). *Estudio de las propiedades ópticas de materiales nanoestructurados y aplicaciones*. Facultad de Ciencias Exactas, Universidad de la Plata, Buenos Aires, Argentina. 1-10.
- Sergey, I., Bozhevolnyi, S., Volkov, V. S., Devaux, E., Laluet, J. Y., y Ebbesen, T. W. (2006). Channel plasmon subwavelength waveguide components including interferometers and ring resonators. *Nature*, **440**: 508–511.
- Shalaev, V. y Cai, W. (2010). *Optical Metamaterials*. Springer, USA.
- Soljacic, M., Luo, C., Joannopoulos, J. D., y Fan, S. (2005). Nonlinear photonic crystal microdevices for optical integration. *Opt. Lett*, **28**: 637–639.

- Sprokel, G. J., Santo, R., y Swalen, J. D. (1981). Determination of the surface tilt angle (in lc) by attenuated total reflection. *Mol. Cryst. Liq. Cryst.*, **68**: 29–38.
- Teo, S. H. G., Liu, A. Q., Yu, M. B., y Singh, J. (2006). Fabrication and demonstration of square lattice two-dimensional rodtype photonic band gap crystal optical intersections. *Photonics Nanostruct. Fundam. Appl.*, **4**: 103–115.
- Veselago, V. (1968). The electrodynamics of substances with simultaneously negative values. *Sov. Phys. Usp.*, **10**(4).
- Weeber, J. C., Kreen, J. R., Dereux, A., Lamprecht, B., Lacroute, Y., y Goudonnet, J. P. (2001). Near-field observation of surface plasmon polariton propagation on thin metal stripes. *Phys. Rev. B*, **64**(045411).
- Wood, R. W. (1902). On a remarkable case of uneven distribution of light in a diffraction grating spectrum. *Philos. Mag.*, **4**: 396–402.
- Yuntuan, F., Haijin, S., y Tinggen, S. (2006). New evidences of negative refraction in photonic crystals. *Opt. Mater.*, **28**: 1156–1159.