



UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLÁS DE
HIDALGO

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS
MAT. LUIS MANUEL RIVERA GUTIÉRREZ

**KINICH PAKAL: UN MÉTODO DE
CONVERGENCIA PARA MODELOS
SOLARES, CROMOSFÉRICOS
SEMI-EMPÍRICOS USANDO EL
MÉTODO DE
LEVENBERG-MARQUARDT**

TESIS

*Que para obtener el título de
Licenciado en Ciencias Físico Matemáticas*

PRESENTA

Francisco Tapia Vázquez

Asesor:

Doctor en Ciencias
Victor Hugo De la Luz Rodriguez



Morelia Michoacán, Junio 2017

“Somos polvo de estrellas que piensa acerca de las estrellas.”

Carl Sagan

Dedicatoria y Agradecimientos

Gracias a mis padres Santiago y Margarita por todo su apoyo.

Gracias a todas las personas que me ayudaron y alentaron durante la realización de este trabajo.

Gracias al Dr. Victor Hugo De la Luz Rodriguez por haber dirigido esta tesis y por las valiosas enseñanzas.

Gracias al Centro de Supercómputo de Clima Espacial (CESCOM) del Laboratorio Nacional de Clima Espacial (LANCE) por las facilidades otorgadas para ejecutar los códigos.

Índice general

Agradecimientos	II
Resumen	1
Abstract	2
1. Introducción	3
1.1. El Sol y las Estrellas de Tipo Solar	5
1.2. La Cromosfera	9
1.2.1. Observaciones	9
1.3. Modelos Atmosféricos	10
1.3.1. Modelos Empíricos	10
1.3.1.1. Athay	10
1.3.1.2. Zirin	10
1.3.1.3. Selhorst	11
1.3.2. Modelos Teóricos	12
1.3.2.1. CS00	12
1.3.3. Modelos Semi Empíricos	12
1.3.3.1. VAL	12
1.3.3.2. C7	13
1.4. Teoría de Emisión	14
1.4.1. Definiciones Básicas	15
1.4.1.1. Intensidad Específica	15
1.4.2. Ecuación de Transferencia Radiativa	17
1.5. Códigos	19
1.6. Métodos para el Ajuste No Lineal de Mínimos Cuadrados	19
1.7. Objetivos del Proyecto	20
2. Pakal-MPI	23
2.1. Introducción	23
2.2. Cálculo de Espectros Sintéticos	24
2.2.1. Parámetros de entrada	24
2.2.2. Equilibrio Hidrostático	26
2.2.3. Cálculo de Abundancias y Densidad Electrónica	28

2.2.4. Cálculo de la Ecuación de Transferencia Radiativa	28
2.2.5. Calculando los pasos de integración (dz) usando Inteligencia Artificial . .	29
2.3. Parámetros de Salida	30
3. Kinich-Pakal	32
3.1. Introducción	32
3.2. Método de Levenberg-Marquardt	34
3.2.1. Definiciones	34
3.2.2. Método de Gauss-Newton	35
3.2.3. Método de Descenso por Gradiente	35
3.2.4. Levenberg-Marquardt	35
3.2.5. LsqFit	36
3.3. Parametrizando PakalMPI	36
3.4. Kinich-Pakal	37
3.4.1. Parámetros iniciales	37
3.4.2. Parámetros de Salida	38
3.5. Autoconvergencia del Código	38
4. Caso de Estudio: α Cen A	43
4.1. Atacama Large Millimeter/submillimeter Array (ALMA)	43
4.2. Observaciones Realizadas	44
4.3. Cálculo del Modelo Cromosférico a Prueba-Error	45
4.4. Metodología para el Calculo usando Kinich-Pakal	45
4.5. Resultados	45
4.5.1. Sin restricciones	48
4.5.2. Temperatura Radial Positiva	49
4.5.3. Temperatura Radial Acotada	50
4.5.4. Refinamiento	51
4.6. Conclusiones	53
5. Conclusiones	56
5.1. Discusión	57
5.2. Trabajo Futuro	58
A. Código de Kinich-Pakal	59
Bibliografía	63
Lista de Figuras	63
Lista de Tablas	64

Dedicado a mi familia.

Resumen

En este trabajo presentamos el primer modelo de convergencia para modelos cromosféricos basado en el método de Levenberg-Marquardt. El modelo minimiza las diferencias entre el espectro observado y el sintético a longitudes de onda del radio, milimétrico, sub-milimétrico y lejano infrarrojo. El espectro sintético es calculado por un modelo de emisión y de equilibrio hidrostático que toma como valores iniciales el perfil de temperatura ajustado por Levenberg-Marquardt. El caso de prueba que presentamos es para la estrella de tipo solar Alpha Centauri A, cuya cercanía en términos astronómicos nos permite probar y refinar las pruebas de convergencia. Los resultados muestran que es posible adaptar un modelo cromosférico solar a las estrellas de tipo solar. Encontramos que el perfil de temperatura cromosférica de Alpha Centauri A presenta un mínimo de temperatura similar en altura al calculado en el Sol.

Palabras clave: Cromosfera, Sol, Alpha Centauri A, Submilimétrico, Milimétrico, Radioastronomía, Estrellas de tipo solar, ALMA.

Abstract

In this work we present the first convergence model using Levenberg-Marquardt method. The model minimize the differences between observed and synthetic spectrum at radio, millimeter, sub-millimeter, and far-infrared wavelengths. The syntethic spectrum is computed using an emission model with hydrostatic equilibrium taking into account a radial profile of temperature fitted by Levenber-Marquardt as initial condition. We used Alpha Centauri A as test case, their close distance (in astronomical context) allow us to test and improve the convergence in our model. The results show that is possible adjust a solar chomospheric model to solar-like stars. We found that the temperature profile of Alpha Centauri A show a minimal temperature region similar to the computed for the Sun.

Key Words: Chromosphere, Sun, Alpha Centauri A, Submillimeter, Millimeter, Radioastronomy, Solar type, ALMA.

Capítulo 1

Introducción

El estudio del Sol ha sido uno de los grandes temas de las civilizaciones antiguas, por ejemplo los Babilonios basados en observaciones indirectas predijeron 61 eclipses solares con una precisión aceptable (Steele et al. 1997[31]) lo cual permitió mejorar su calendario. En la Grecia antigua el Sol jugaba un papel importante en los modelos geocéntricos e incluso en las primeras propuestas de modelos heliocéntricos [1]. En civilizaciones como la Egipcia, la Azteca, la Inca, la Hindú, etc. la mitología consideraba al Sol como una deidad, pues lo relacionaban con factores que alteraban su bienestar, por ejemplo las sequías, plagas e incluso con la guerra. Durante la Edad Media los avances que se habían logrado en el entendimiento del Sol se vieron pausados en la parte occidental del planeta y no fue hasta el Renacimiento que el Sol volvió a ser un actor fundamental en la mecánica celeste. En el siglo pasado, el desarrollo de la ciencia y tecnología, permitieron un profundo entendimiento en los procesos físicos que gobiernan al Sol y es hasta hace una década que se tomó conciencia de la influencia que tiene sobre nuestra tecnología, tan es así que se mantiene un monitoreo en tiempo real de lo que hoy conocemos como clima espacial. (Gonzalez-Esparza et al. 2017 [15]).

La estructura del Sol se puede definir como una serie de capas estratificadas. En la capas internas se encuentran aquellas que dan soporte a la estructura solar, la más interna de ellas genera su propia energía mediante el proceso protón-protón, esta energía es transportada hacia afuera primero de forma radiativa y posteriormente en la última etapa de forma convectiva.

Las capas superiores se conocen como fotosfera, cromosfera y corona solar. La fotosfera, es la imagen clásica que se puede observar del Sol, es el disco amarillo que comúnmente se puede distinguir de forma indirecta, espectroscópicamente tiene la característica de que sobre su continuo se observan marcadas líneas de absorción y se estima que tiene una temperatura efectiva de 5700K. La cromosfera, por su parte, tiene un color rojizo debido a una fuerte emisión de $H\alpha$ y $CaII$, así como miles de líneas de emisión. Sus temperaturas son tan bajas como 4, 200K pero pueden llegar a alrededor de los 20,000K. La corona es la última capa atmosférica solar, en un

eclipse se observa como filamentos radiales de color blanco debido a la dispersión de Thompson; por sus líneas de emisión se estima una temperatura de mas de un millón de grados Kelvin.

Tomando en cuenta las propiedades de las diferentes capas de la atmósfera solar nos encontramos que la cromosfera presenta características muy particulares, por ejemplo su emisión a longitudes de onda sub-milimétrica e infrarroja nos permiten conocer de forma indirecta sus propiedades (temperatura y densidad) a diferentes alturas sobre la fotosfera dependiendo de la frecuencia a la que se observa [22]. Encontramos que su temperatura es menor a la de la fotosfera pero también a la de la corona. La Cromosfera no se puede definir como un gas ideal y su estudio nos obliga a utilizar modelos atmosféricos mas sofisticados.

Recientes observaciones del radio telescopio ALMA del cuál hablamos en el capítulo 4.1, han encontrado que estrellas parecidas al Sol (también conocidas como de Tipo Solar) presentan características similares a la cromosfera solar [20]. Los resultados demuestran que la emisión sub-milimétrica proveniente de esta capa atmosférica juega un papel importante en la caracterización de los procesos físicos que ocurren en las atmósferas estelares. Sin embargo, aun por su importancia, hasta la fecha no existía una metodología para el cálculo de las condiciones atmosféricas utilizando métodos numéricos y herramientas de cómputo modernas como lo son los métodos no lineales para barrer el espacio de parámetros y cómputo paralelo y distribuido.

En este trabajo presentamos un modelo de convergencia no lineal para el estudio de la cromosfera en estrellas de tipo solar utilizando observaciones a longitudes de onda del radio, milimétrico, sub-milimétrico e infrarrojo y como modelos iniciales los modelos de la cromosfera solar.

A lo largo de esta introducción explicaremos las características de una estrella y cuales se pueden considerar como de tipo solar (sección 1.1). Hablaremos a detalle sobre la cromosfera y sus observaciones (sección 1.2) así como los modelos atmosféricos (sección 1.3). Después daremos una introducción a la teoría de emisión (sección 1.4) y de los códigos que los implementan (sección 1.5). En la sección 1.6 presentaremos el método de convergencia no lineal que usamos en este trabajo. Finalmente en la sección 1.7 definiremos los objetivos del proyecto.

1.1. El Sol y las Estrellas de Tipo Solar

Una estrella se define como una esfera de gas autoconfinada gravitacionalmente que se encuentra en equilibrio entre la energía por fusión nuclear que produce en su interior y la presión producida por sus capas externas.

Las estrellas se clasifican de acuerdo a su tipo espectral, es decir, en base a la morfología de su espectro que se relaciona con su temperatura efectiva. Clasificarlas de esta manera nos brinda información acerca de la líneas de absorción así como de su masa y luminosidad. En el cuadro 1.1 se muestran las clases espectrales y sus principales características.

Dentro de la evolución estelar se pueden identificar tres etapas:

- Protoestrella.
- Estrella de secuencia principal.
- Estrella post-secuencia principal.

La etapa de interés de este trabajo es la secuencia principal, la cual comienza cuando la protoestrella se estabiliza dinámicamente y comienza a generar de manera estable su propia energía a partir de la fusión de Hidrógeno en Helio en el proceso conocido como protón-protón. El tiempo que pasan en esta etapa está determinado por su masa, a mayor masa mayor presión en su núcleo y por consiguiente una mayor tasa de fusión, lo que acorta el tiempo de vida en la secuencia principal. Se estima, para el caso del Sol, que lleva alrededor de 5 mil millones de años en la secuencia principal y los modelos de interior muestran que permanecerá otros 5 mil millones de años. Una vez que la estrella está a punto de agotar su Hidrógeno almacenado en el núcleo pasa a la etapa de post-secuencia principal, donde utiliza elementos más pesados en la fusión nuclear para mantener el equilibrio. En este proceso la estrella se expande y se contrae hasta llegar a un nuevo equilibrio como gigante roja. La gigante roja finalmente agotará también los elementos pesados en su núcleo y dependiendo de su masa puede evolucionar en una enana blanca, una estrella de neutrones, un agujero negro o incluso puede simplemente desaparecer en una explosión de supernova y contaminar el medio interplanetario que lo rodea.

Una manera de saber el tipo espectral de una estrella y su clase de luminosidad, es usar el diagrama de Hertzsprung-Russell (figura 1.1). Debido a sus características (cuadro 1.2), el Sol se puede clasificar como de tipo espectral G2V. G por su clasificación espectral, 2 por su subclase y V porque es de secuencia principal. Según Cayrel de Strobel et al. (1996) [32] existen tres clases de estrellas similares al Sol: las estrellas de tipo solar, estrellas análogas solares y las gemelas solares.

Las estrellas de tipo solar son las que tienen masas y temperaturas similares al Sol, se puede considerar estrellas tipo G y K como de tipo solar sin importar su edad, metalicidad o temperatura

efectiva. Las análogas solares son las que se encuentran mas cercanas a G2V y tienen propiedades casi idénticas al Sol excluyendo que se encuentren en un sistema binario. Una gemela solar implica una estrella de la misma clasificación espectral que el Sol así como su misma metalicidad y lo mas importante, la misma edad.

Para este trabajo se tomará en cuenta la estrella de tipo solar α Centauri A debido a que es la primera estrella de tipo solar que cuenta con observaciones en el rango de frecuencias de interés de este estudio. Además, debido a la distancia a la que se encuentra, el flujo observado promedia todas las estructuras que pueden presentar observaciones a una estrella cercana como el Sol. En el capítulo 4 abordaremos con detalle las características de α Centauri A.

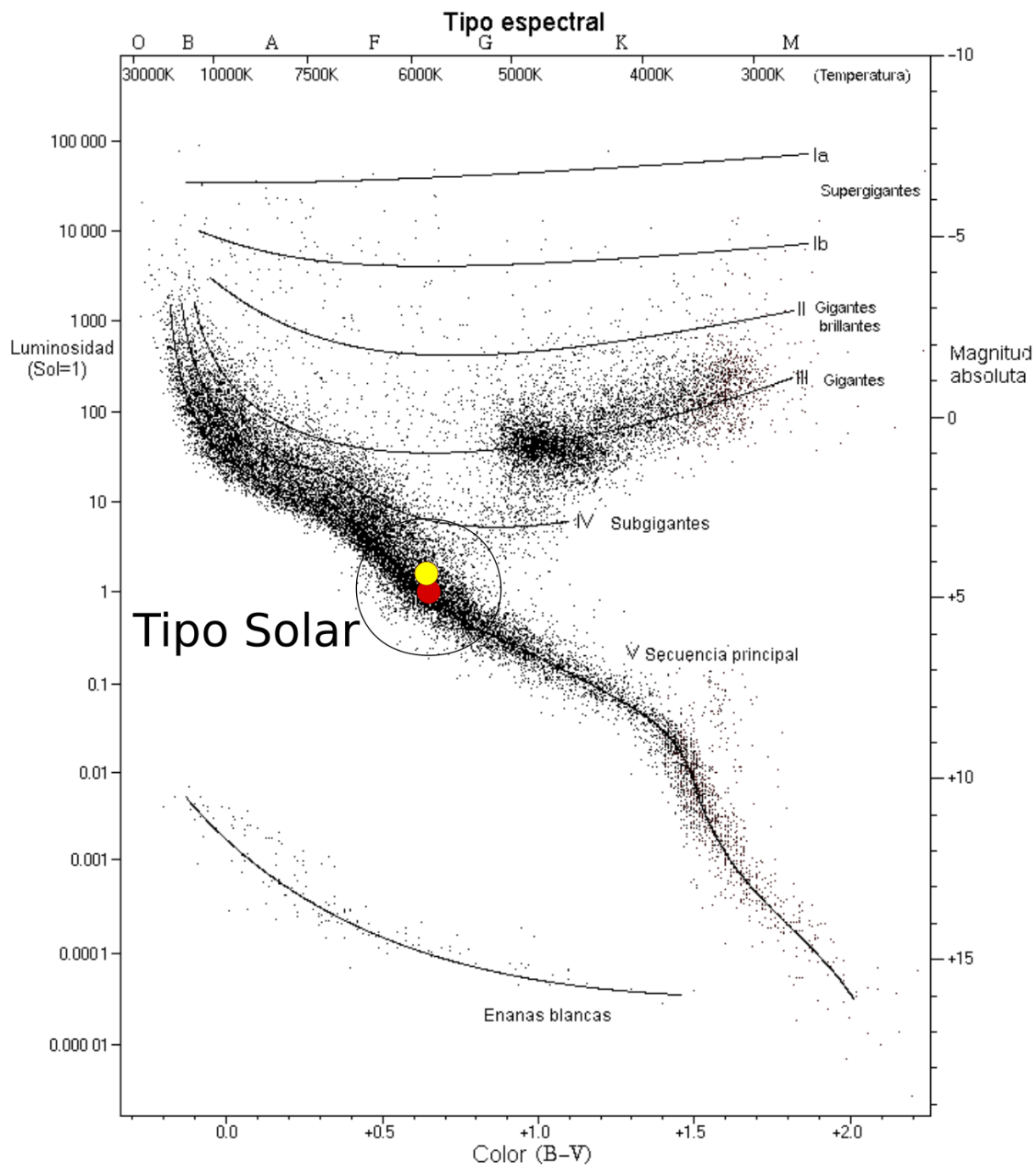


FIGURA 1.1: Diagrama Hertzsprung-Russell. En rojo se encuentra el Sol y en amarillo α Centauri A.

CUADRO 1.1: Clasificación espectral.

Clase	Temperatura efectiva	Color	Líneas de absorción
O	>25,000	Azul	H; HeI; HeII
B	11,000 - 25,000	Azul	H; HeI; HeII ausente
A	7,000 - 11,000	Azul - Blanco	H; CaII; HeI and HeII ausente
F	6,000 - 7,000	Blanco	H; Metales (CaII, Fe, etc)
G	5,000 - 6,000	Amarillo	H; Metales; Algunas especies moleculares
K	3,500 - 5,000	Rojo - Naranja	Metales; Algunas especies moleculares
M	<3,500	Rojo	Metales; Especies moleculares

CUADRO 1.2: Parámetros estelares para el Sol.

Parámetro	P (unidad)
Masa, $M_{\odot}$	$1.9891 \times 10^{30}(\text{kg})$
Radio, $R_{\odot}$	$6.9599 \times 10^8 \text{ (m)}$
Luminosidad, $L_{\odot}$	$3.8268 \times 10^{26}(\text{W})$
Temperatura efectiva, T_{ef}	5770 (K)
Edad, τ	4.57 (Gyr)

1.2. La Cromosfera

La cromosfera es la capa más delgada de la atmósfera solar con un espesor de alrededor de 2000 km y es la más compleja en términos de su espectro de emisión y de los procesos que ahí se originan. En ella las densidades de energía provenientes de las ondas, gases y campo magnético tienen un valor similar [27]. Su característica más importante es la baja temperatura calculada a partir de la línea de emisión de CO a $4.66 \mu\text{m}$ lo que obliga a establecer un mínimo de temperatura de alrededor de 4,200 K o incluso menor [28]. Es extremadamente dinámica y fuertemente estructurada [21]. Como es una capa intermedia entre la fotosfera y la corona, se dice que es una capa de transferencia de energía.

1.2.1. Observaciones

La primera vez que se logró observar la cromosfera, fue durante el eclipse de 1879 por C.A. Young. Después, las observaciones comenzaron a ser más regulares durante los eclipses subsecuentes. La falta de una técnica adecuada y una estandarización en la recolección de los datos hicieron que estos se volvieran inservibles. Fue hasta 1927 cuando David y Stratton comenzaron a estandarizar este tipo de mediciones.

Los datos recogidos en los eclipses permitieron hacer un análisis espectral donde se pudo observar líneas de emisión en $\text{H}\alpha$, K y CaII . Es por esta razón que en la región óptica del espectro la cromosfera se observa como un anillo rojo intenso.

Un problema que han enfrentado los expertos, es la incapacidad de establecer una altura respecto a la fotosfera. Los modelos teóricos que veremos más adelante en la sección 1.3, sitúan la cromosfera a una altura de entre 500 y 2000 Km sobre la fotosfera.

Cuando nos situamos a longitudes de onda milimétricas y submilimétricas, la temperatura de brillo del Sol es menor que 50000 K. El origen de esta radiación se encuentra en la cromosfera. Estas longitudes de onda tienen la propiedad tomográfica de poder medir de manera indirecta las propiedades físicas de la atmósfera a diferentes alturas sobre la fotosfera [25].

Al igual que las observaciones ópticas, las observaciones en el rango del radio comenzaron con datos poco confiables. En 1933 Jansky reportaba radio observaciones que se creía que provenían del Sol. Más tarde, en 1949 Pawsey y Yabsley hacían una recopilación de las observaciones entre 1 cm y 10 m. El artículo tuvo una gran relevancia pues las observaciones mostraban que la corona debería tener una temperatura de por lo menos un millón de grados Kelvin. Predecía además que existe emisión térmica en longitudes de onda más cortas como las milimétricas y submilimétricas. Debido a cuestiones técnicas las observaciones en este rango se realizaron años después. Las nuevas observaciones revelaron condiciones físicas imposibles de reproducir con modelos tradicionales y fue entonces que el problema atrajo la atención de la comunidad de física solar. Actualmente se están realizando observaciones solares con radio telescopios muy sensibles

como es el caso de ALMA (capítulo 4.1). Estas observaciones tienen como objetivo indicarnos de forma directa el campo magnético cromosférico, la estructura térmica y la dinámica de la estructura.

1.3. Modelos Atmosféricos

Existen tres tipos de modelos atmosféricos solares:

- Modelos empíricos: Son aquellos que sólo ajustan un modelo analítico a las observaciones y no toman de base un modelo teórico.
- Modelos teóricos: Son aquellos que tienen como base únicamente la teoría para modelar las propiedades con las que debería contar un sistema atmosférico.
- Modelos semi-empíricos: Son aquellos modelos que tienen una base teórica y que ajustan las condiciones físicas para tratar de reproducir las observaciones.

A continuación se presentan los trabajos más importantes que se han desarrollado para cada tipo de modelo.

1.3.1. Modelos Empíricos

1.3.1.1. Athay

La primera aproximación empírica la realizó Athay en 1959 [2], basado en 8 observaciones del Sol a longitudes de onda de mm y cm. El modelo define dos regiones: la fría y la caliente, las cuales se distinguen en base a la altura sobre la fotosfera. En la figura 1.2 se muestra el modelo esquemático donde se suponen dos diferentes temperaturas: una para el Hidrógeno y otra para los electrones.

1.3.1.2. Zirin

Después de Athay, en 1991 Zirin [37] propuso un modelo basado en observaciones realizadas en longitudes que van de los 16 mm a los 21 cm en las cuales tomaron a la Luna como una segunda fuente de radiación y se realizaron durante un mínimo solar enfocadas a regiones del Sol Quiet. Zirin propone que la contribución proviene de dos regiones: la corona y la cromosfera. Trató de describir que la emisión milimétrica provenían de la corona, sin embargo los intentos no fueron satisfactorios así que se concentró en la otra zona propuesta, la cromosfera.

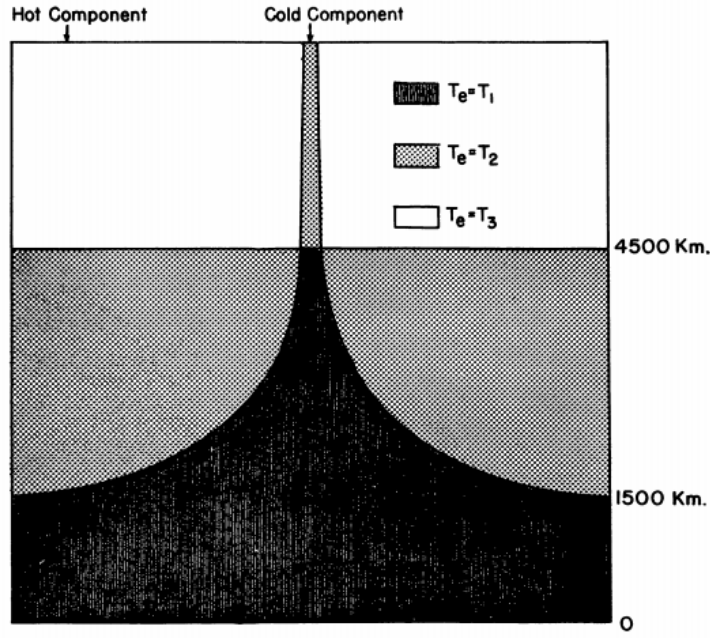


FIGURA 1.2: Modelo propuesto por Athay.

En su modelo propone que existe un aumento en la temperatura desde el mínimo (4000-4500 K) hasta la cromosfera superior donde la temperatura promedio debe ser alrededor de 11,000 K con una densidad de $4.5 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$. Encuentra que a 10 GHz la región de transición debe ser menor a $T_\tau < 1000 \text{ K}$ y a una altura de 3500 km sobre la fotosfera. Además supone que la región de transición está confinada a elementos con profundidad óptica pequeña en la ondas de radio.

1.3.1.3. Selhorst

Trabajos posteriores [30] sugieren que las microestructuras (principalmente espículas), pueden mejorar el abrillantamiento al limbo. Se puede modificar el perfil de temperatura de modelos actuales para ajustarse a la observaciones. Selhorst propone un modelo híbrido con una resolución espacial de 50 km donde los primeros 1800 km están representados por el modelo C de Fontenla [10], después desde 1800 hasta 3500 km utilizó el modelo de Zirin [37] y para la zona de transición y la región comprendida de la Corona entre 3500 y poca más de los 40000 km utiliza el modelo de Gabriel publicado en Schmelz & Brown (1992) [29]. Considera una atmósfera compuesta de Hidrógeno y totalmente ionizada arriba de los 1000 km. Utiliza la emisión de Bremsstrahlung. El modelo lleva la cromosfera hasta los 3500 Km y reproduce las observaciones, sin embargo no puede explicar la gran variación en la temperatura de brillo observada arriba de los 20 GHz. En su modelo incluye espículas distribuidas aleatoriamente.

1.3.2. Modelos Teóricos

1.3.2.1. CS00

Carlsson y Sten (2002) [5] nos proponen otra manera de construir atmósferas cromosfericas. Sus modelos se basan en el calentamiento acústico producido por ondas de choque las cuales modifican la densidad y la temperatura de forma temporal, cambiando la profundidad óptica dinámicamente y con ello la región de formación de algunas líneas de emisión. Mediante un código dependiente del tiempo resuelven las ecuaciones de la hidrodinámica y de transferencia radiativa en un dimensión. Como entrada utilizan un espectro de fluctuaciones de velocidades de baja frecuencia en la línea de Hierro. Como resultado se obtiene choques en la cromosfera y los comparan con puntos brillantes de la línea de emisión del CaII. Sus conclusiones muestran que ocasionalmente se producen fuertes pero solitarias ondas acústicas las cuales se repiten en un periodo de aproximadamente 3 minutos y se propagan en la atmósfera fría en equilibrio termodinámico calentando así la cromosfera solar. En 2005 Fossum & Carlsson [14] argumentan basado en simulaciones, que el flujo de energía observada es demasiado bajo por al menos un factor de 10, lo que demostraría que las ondas acústicas no proveen de un mecanismo dominante para el calentamiento de la cromosfera.

1.3.3. Modelos Semi Empíricos

1.3.3.1. VAL

Los modelos VAL fueron publicados por Vernazza, Avrett & Loeser en 1973, 1976 y 1981 ([35], [33], [34]) explicando de manera detallada la teoría involucrada en la definición de los modelos. Se publicaron 5 modelos diferentes cada uno relacionado a diferentes regiones de la cromosfera. El modelo C es el promedio de las 4 regiones de la cromosfera observadas en $H\alpha$ que se caracterizaron: obscuro (A), muy obscuro (B), brillante (D) y muy brillante (E).

Estos modelos son importantes porque son la base de los actuales modelos semi-empíricos. Se demostraba por primera vez que podía existir un mínimo de temperatura seguido de una subida importante en la cromosfera alta. La altura sobre la fotosfera a la cual se encuentra el mínimo de temperatura es actualmente un motivo de discusión ([19], [23]). En Vernazza et al. 1973 [35], se propone un modelo de la cromosfera basado en observaciones principalmente en el UV, para el caso de H, H^- , CI y SiI. En este modelo la atmósfera se trata en equilibrio hidrostático. Se dice que es un modelo empírico pues se usa la técnica de modificación-iteración de parámetros, con la finalidad de igualar las líneas de emisión teóricas con las observadas a diferentes alturas. Un aspecto que se tiene que tomar en cuenta, es que se usan las líneas de emisión que se forman en el centro del disco solar. Después en Vernazza et al. 1982 [33], se encuentra el espectro sintético desde el UV hasta el radio, resolviendo la ecuación de transferencia radiativa y las ecuaciones

para el H, C y otros 6 componentes que se encuentran en la cromosfera para el Sol Quiet. Mediante una distribución de temperatura se resuelven las ecuaciones de equilibrio estadístico para líneas de emisión y continuo. A partir de la ecuación de Saha se encuentran los estados de ionización y excitación con la función de poblaciones de Boltzman. Mediante ajustes arbitrarios en el perfil de temperatura, se obtiene un espectro lo más parecido al observado. Para ajustar este modelo se usaron las observaciones del Skylab EUV. El modelo se basa principalmente en la emisión UV y sólo llega a la cromosfera alta. Hasta el momento es el más completo y aceptado por la comunidad, ya que además de publicar sus perfiles de temperatura, densidad y presión, también se incluyen los coeficientes de despegue para los principales átomos. Los coeficientes de despegue son muy importantes ya que nos indican que tan fuera del equilibrio se encuentra el sistema. En el capítulo 2 abordaremos con más detalle este parámetro.

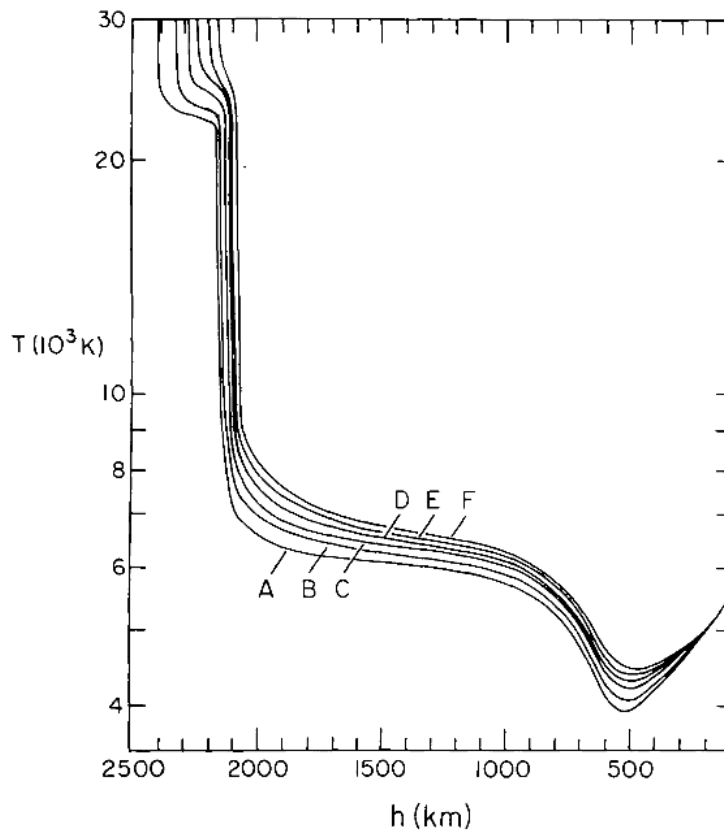


FIGURA 1.3: Perfiles de temperatura para los modelos VAL A-F.

1.3.3.2. C7

Fontella continuó con los cálculos de Vernazza y publicó varios artículos con mejoras a los modelos VAL ([12], [11], [13]). Uno de los puntos importantes que trata de resolver es la subida en la temperatura de cromosfera alta ubicada aproximadamente a 2000 km de altura sobre la fotosfera.

Para poder resolver este problema, introduce un nuevo mecanismo de difusión energética llamado difusión ambipolar. En artículos recientes, muestra que no es necesario aumentar de forma significativa la temperatura de la cromosfera alta, pues la difusión permite tener gradientes de temperatura suaves por regiones igual de extendidas que los modelos VAL. En Fontela et al., 2006 [12], se da a conocer un nuevo modelo llamado C7, el cual es una actualización del modelo C de VAL. En este trabajo usamos como base el modelo C7.

En el capítulo 2 explicaremos a detalle la teoría de emisión, que es la base de la ecuación de transferencia radiativa (sección 2.2.4) y mediante su resolución se puede obtener espectros sintéticos.

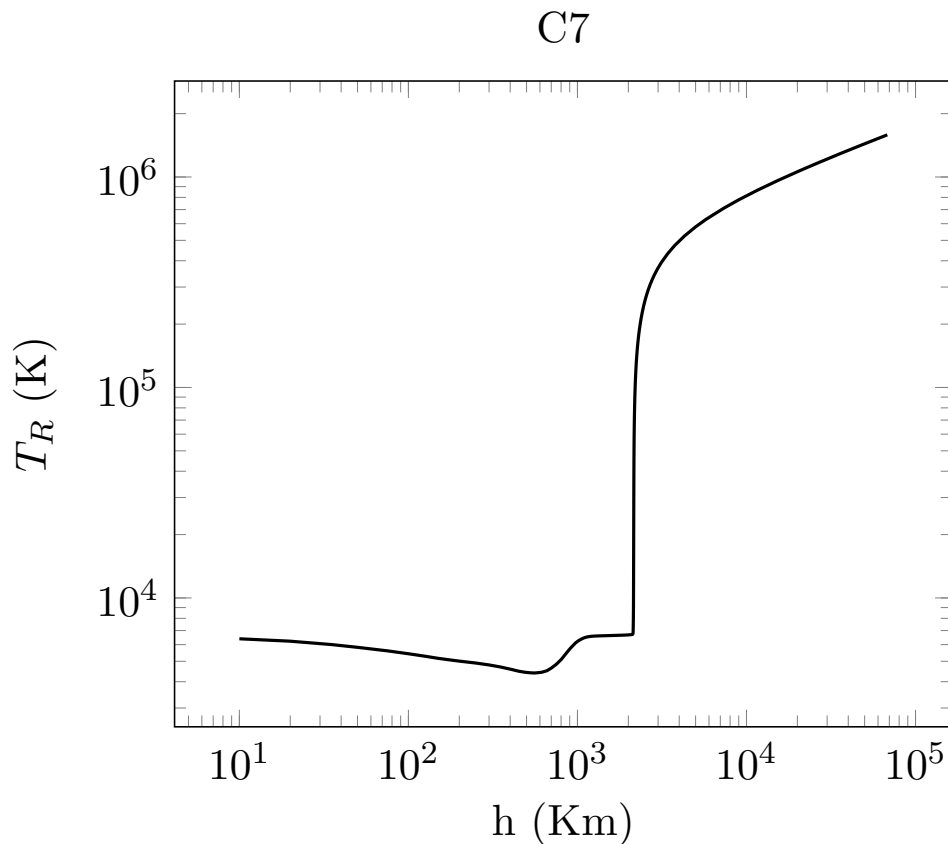


FIGURA 1.4: Perfil de temperatura del modelo C7.

1.4. Teoría de Emisión

Existen diversas maneras de abordar el problema del transporte radiativo. Para obtener un tratamiento más detallado, en las próximas secciones se presentan los procesos de emisión con intensidad específica, enfocándose principalmente en la emisión radio, milimétrica, sub-milimétrica e infrarroja. Es necesario estudiar como se transporta la radiación a través de un medio para abstraer las interacciones atómicas en procesos de gran escala.

1.4.1. Definiciones Básicas

La teoría del transporte radiativo fue desarrollada a mediados del siglo XX por el físico y matemático Subrahmanyam Chandrasekhar [8]. Esta Teoría define las bases que gobiernan un medio que absorbe, emite y dispersa la radiación. Deriva en la ecuación de transferencia radiativa que estudiaremos a detalle en la sección 1.4.2.

1.4.1.1. Intensidad Específica

El análisis de un campo de radiación requiere considerar una cantidad de energía, dE_ν , en un intervalo específico de frecuencia $(\nu, \nu + d\nu)$, el cual es transportado a través de un elemento de área dA en dirección a un elemento de ángulo sólido $d\omega$ durante un tiempo dt (figura 1.5). Esta energía dE_ν , es expresada en términos de intensidad específica I_ν como

$$dE_\nu = I_\nu dA d\omega d\nu dt \hat{r} \cdot \hat{n} \quad (1.1)$$

donde $\hat{r} \cdot \hat{n} = \cos(\theta) = \mu$ y θ es el ángulo entre la dirección considerada y la normal a dA . Tenemos entonces

$$I_\nu = \frac{dE_\nu}{dA d\omega d\nu dt \cos(\theta)} \quad (1.2)$$

Se espera de la definición de intensidad que en un medio que absorbe, emite y dispersa la radiación I_ν varíe de un punto a otro en función de su dirección y el tiempo. Si tenemos un superficie plana, suponemos una emisión isotrópica (figura 1.6), en cuyo caso es conveniente utilizar una simetría esférica. Para este caso la intensidad (I_ν) se puede escribir como

$$I_\nu = I_\nu(\theta, \phi, t) \quad (1.3)$$

Si integramos la ecuación 1.1, obtenemos el flujo total de energía sobre el ángulo sólido Ω_f subtendido por la fuente

$$F_\nu = \int_{\omega} I_\nu(\theta, \phi, t) \cos\theta d\omega \quad (1.4)$$

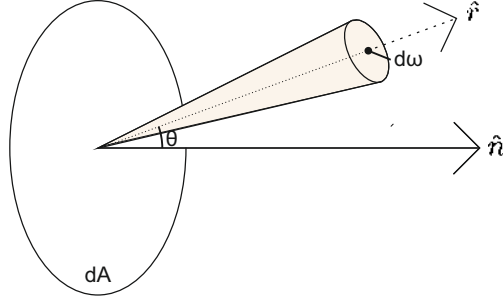


FIGURA 1.5: Intensidad específica.

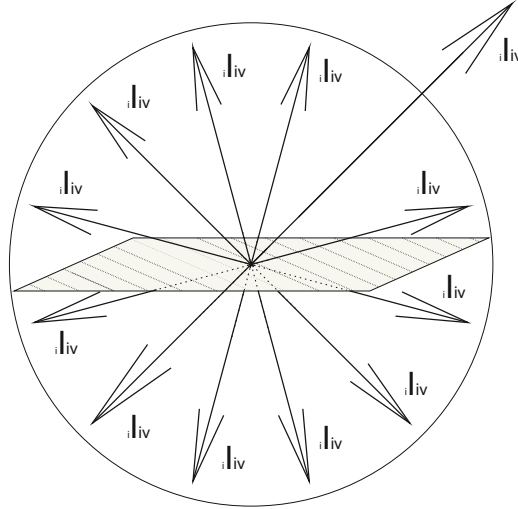


FIGURA 1.6: Emisión isotrópica.

La densidad de flujo es medida en unidades de $W m^{-2} Hz^{-1} ster^{-1}$. Usualmente la densidad de flujo de radio fuentes es muy pequeña. Especialmente en las radio fuentes astronómicas se utiliza el Jansky (Jy)

$$1 \text{ Jy} = 10^{-26} W m^{-2} Hz^{-1} = 10^{-23} erg s^{-1} cm^{-2} Hz^{-1}$$

Consideramos una esfera con un brillo uniforme I_ν con un radio R. La densidad de flujo total recibido por un observador a una distancia r es entonces de acuerdo a [1.4](#)

$$F_\nu = \int_{\omega} I_\nu(\theta, \phi, t) \cos \theta d\omega = F^+ - F^- \quad (1.5)$$

donde

$$\sin\theta_c = \frac{R}{r}$$

define el ángulo θ_c tal que el radio de la esfera subtiende a r . Después de integrar 1.5 obtenemos

$$S_\nu = \pi I_\nu \sin^2\theta_c$$

o

$$S_\nu = I_\nu \frac{\pi R^2}{r^2} = I_\nu \Delta\Omega \quad (1.6)$$

1.4.2. Ecuación de Transferencia Radiativa

Para conocer el cambio de la intensidad a lo largo de la línea de visión, es decir $\mu=1$, se introduce un término de pérdida $dI_{\nu-}$ y un término de ganancia $dI_{\nu+}$ y los definimos como:

$$\begin{aligned} dI_{\nu-} &= -\kappa_\nu I_\nu ds \\ dI_{\nu+} &= \varepsilon_\nu ds \end{aligned}$$

por lo cual

$$dI_\nu = dI_{\nu-} + dI_{\nu+}$$

Si tomamos un elemento de anchura ds como se muestra en la fig 1.7 y usamos las ecuaciones 1.1 y 1.2 tenemos que

$$[I_\nu(s+ds) - I_\nu(s)] dA d\nu d\Omega = [-\kappa_\nu I_\nu + \varepsilon_\nu] dA d\nu d\Omega ds$$

de la cual resulta la ecuación de transferencia

$$\boxed{\frac{dI_\nu}{ds} = -\kappa_\nu I_\nu + \varepsilon_\nu} \quad (1.7)$$

Si el elemento infinitesimal está en equilibrio térmico local, podemos usar la ley de Kirchhoff

$$B_\nu(T) = \frac{\varepsilon_\nu}{\kappa_\nu} \quad (1.8)$$

Definimos la profundidad óptica como

$$d\tau_\nu = -\kappa_\nu ds \quad (1.9)$$

Usando 1.9 podemos escribir la ecuación de transferencia radiativa como

$$\boxed{\frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = I_\nu - B_\nu(T)} \quad (1.10)$$

La solución general de la ecuación de transferencia radiativa se obtiene multiplicando por $\exp(-\tau_\nu)$ e integrando 1.10

$$I_\nu(\tau_2) = I_\nu(\tau_1)e^{-(\tau_1-\tau_2)} - \int_{\tau_1}^{\tau_2} B(T(\tau))e^{-(\tau_\nu-\tau_2)}d\tau_\nu \quad (1.11)$$

Si suponemos un medio isotérmico, es decir $T(\tau)=T(s)=T=\text{cte}$, tenemos

$$I_\nu(\tau_2) = I_\nu(\tau_1)e^{-(\tau_1-\tau_2)} + B(T)(1 - e^{-(\tau_1-\tau_2)}) \quad (1.12)$$

En el capítulo 2 mostraremos la forma de resolver la ecuación 1.12 de forma discreta.

1.5. Códigos

Las simulaciones numéricas de la cromosfera juegan un papel muy importante para planear, optimizar e interpretar resultados de observaciones. Se han creado códigos para condiciones físicas específicas, un ejemplo de ellos son ATLAS12 (Kurucz et al., 1979[6]), MARCS (Gustafsson et al., 1975[16]) y PHOENIX (Hauschildt et al., 1999[3]) los cuales toman en cuenta únicamente las líneas de emisión y absorción de la fotosfera. Existen otros como PANDORA (Vernazza et al., 1976[35]) y MULTI (Carlsson et al., 1992[4]) que simulan atmósferas estelares usando condiciones similares a la atmósfera solar pero en una región debajo de la corona.

Los códigos que nos permiten generar espectros sintéticos son complementarios a los del primer tipo y necesitan de ellos para poder calcular un espectro estelar el cual se puede comparar con las observaciones. Un ejemplo de estos códigos son: SYNTHE(Kurucz et al., 1979 [18]), SPECTRUM(Hubeny Lanz, 1995 [17]), FAN-TOM(Cayrel et al., 1991 [7]) y PAKAL-MPI (De la Luz et al., 2010[24]). Los códigos que estudian la cromosfera y la corona están orientados en reproducir el espectro visible, ultravioleta, infrarrojo, milimétrico y sub-milimétrico. Existen algunos códigos que nos permiten tanto simular la estructura estelar como obtener su espectro. PANDORA, CHANTI y PAKAL-MPI son algunos códigos que nos permiten obtener un espectro sintético a partir de condiciones físicas de equilibrio. Para este trabajo se utiliza PAKAL-MPI pues nos permite reproducir espectros en el rango radio, milimétrico, sub-milimétrico e infrarrojo, es decir, en condiciones físicas cromosfericas.

Una vez construido el espectro sintético se necesita implementar un modelo de convergencia para igualar el espectro sintético con un espectro observado a partir de un modelo cromosferico. A continuación mostraremos los métodos de ajustes no lineales para resolver este tipo de problemas.

1.6. Métodos para el Ajuste No Lineal de Mínimos Cuadrados

El problema de mínimos cuadrados no lineales es muy cercano al problema de resolver un sistema de ecuaciones no lineales y es un caso especial del problema general de optimización en $\mathbb{R}^n$.

El problema no lineal de mínimos cuadrados sin restricciones es encontrar un minimizador global para

$$f(x) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m r_i^2(x) \quad (1.13)$$

$$r_i(x) = y_i - g(x; t_i), \quad i = 1, \dots, m \quad (1.14)$$

Donde r_i es la función costo tal que $r_i : \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}$, $i=1, \dots, m$, $m \geq n$.

Un área donde los mínimos cuadrados no lineales son importantes es cuando nos planteamos problemas de ajuste de datos. En este caso se intenta ajustar datos dados (y_i, t_i) , $i=1, \dots, m$, a

una función modelo $g(x, t)$. Si representamos el error entre la observación y el modelo como $r_i(x)$ entonces estamos llevando el problema a la forma 1.13. La elección de utilizar mínimos cuadrados está justificada bajo ciertas consideraciones estadísticas de las cuales hablaremos en el capítulo 3.

Para lograr la minimización de 1.13 existen diversos métodos, los más modernos se basan en inteligencia artificial, estos tienen una mejor eficiencia frente a métodos tradicionales. En este trabajo abordaremos un método híbrido (capítulo 3.2), el cual brinda mejores resultados y nos permite hacer modificaciones de manera más simple.

1.7. Objetivos del Proyecto

El objetivo de este proyecto es desarrollar una metodología para aproximar un modelo de atmósfera solar a un modelo de estrella de tipo solar utilizando el código Pakal-MPI para reproducir observaciones del espectro electromagnético a longitudes de onda milimétricas, sub-milimétricas e infrarrojas mediante el método de Levenberg-Marquart, utilizando como caso de estudio las recientes observaciones de la estrella de tipo solar α Centauri A realizadas con el radiotelescopio ALMA.

Las metas son las siguientes:

- Calcular a prueba y error (e.d. sin usar un método automático de convergencia) el modelo cromosférico para la estrella de tipo solar α Centauri A tomando de base el modelo solar C7 y las observaciones provenientes del radiotelescopio ALMA.
- Parametrizar el código Pakal-MPI con el objetivo de volverlo una función de ajuste para el método de Levenberg-Marquart.
- Construir un código para utilizar el método de Levenberg-Marquart y tomar la parametrización de Pakal-MPI.
- Realizar pruebas de convergencia.
- Acotar el espacio de parámetros para garantizar la convergencia del método.
- Calcular con la metodología una atmósfera para la estrella de tipo solar α Centauri A y compararlo con el método no automatizado.

En el siguiente capítulo damos una introducción sobre el código Pakal-MPI y el proceso de parametrización. En el capítulo tres explicamos la implementación del algoritmo Kinich-Pakal utilizando Julia, así como las pruebas de convergencia. En el capítulo cuatro mostramos el proceso para acotar el espacio de parámetros teniendo como caso de estudio a Alpha Centauri A.

Finalmente en el capítulo cinco damos las conclusiones y hacemos un discusión sobre el trabajo a futuro.

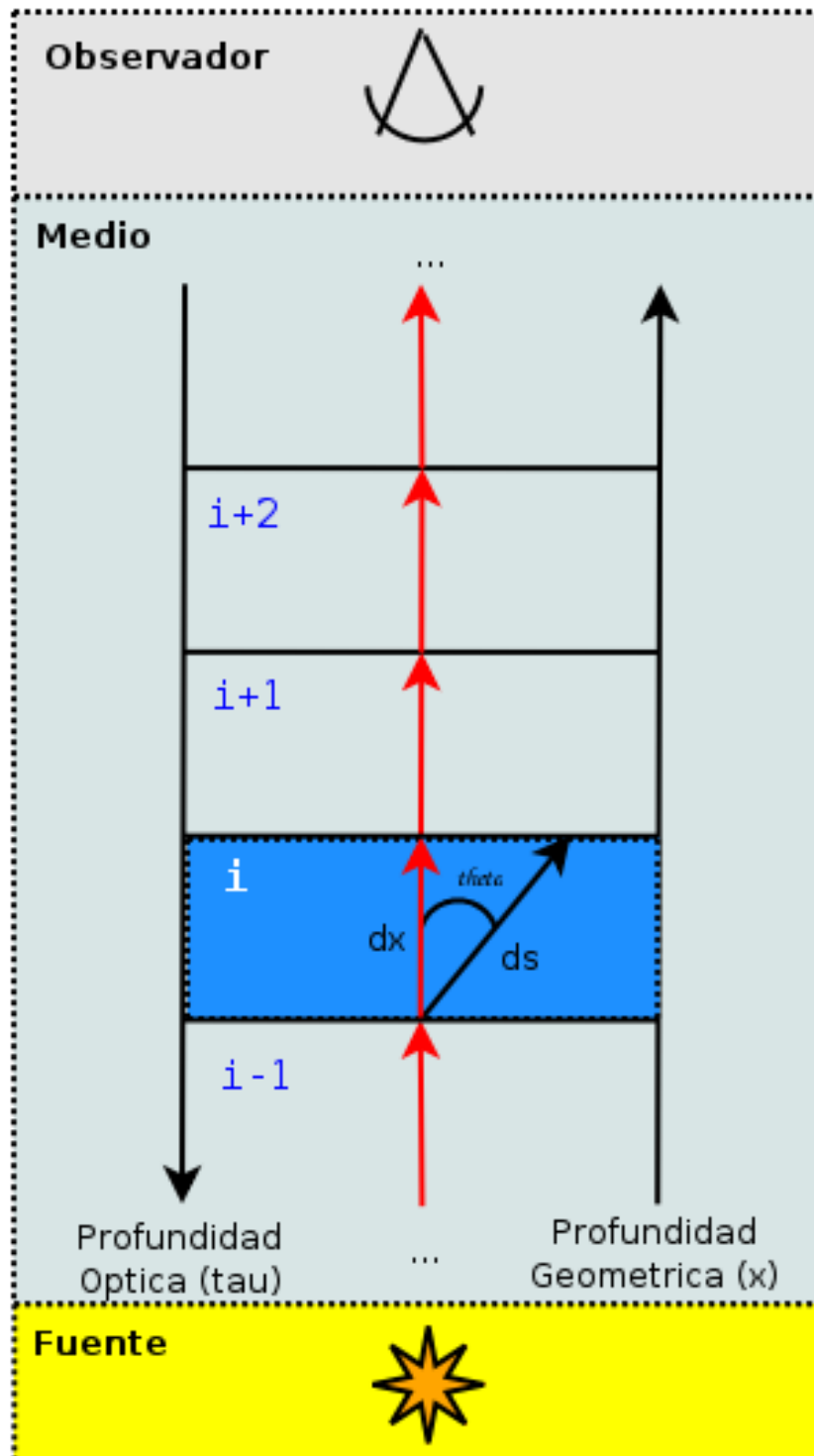


FIGURA 1.7: Geometría usada en el modelo numérico (De la Luz et al. 2010).

Capítulo 2

Pakal-MPI

En el capítulo anterior se revisaron los diversos códigos que existen para resolver la ecuación de transferencia radiativa y calcular la estructura de la atmósfera. Estos códigos pueden calcular la estructura de la atmósfera y también generar espectros sintéticos en diferentes longitudes de onda. Uno de estos códigos es Pakal-MPI, el cual vamos a utilizar para realizar nuestros cálculos. Pakal-MPI fue presentado en 2010 [24] y es un código pensado para obtener espectros sintéticos en el rango del radio, milimétrico, sub-milimétrico e infrarrojo. Se ha utilizado para probar el mínimo de temperatura [22] y para obtener espectros de estrellas distintas al Sol como α Centauri A [20].

2.1. Introducción

Pakal-MPI es un código especializado en emisión en el continuo a longitudes de onda de radio, milimétrico, submilimétrico e infrarrojo. Es un código modular, lo cual le permite adaptarse a diferentes geometrías, perfiles de temperaturas, etc. Los módulos que lo componen son los siguientes:

- Analizador dinámico para leer estructuras atómicas y las características de la estructura de la atmósfera.
- Modulo para calcular los estados de ionización.
- Modulo que implementa los métodos numéricos para resolver los pasos intermedios de la ecuación de transferencia radiativa.
- Solución discreta a la ecuación de transferencia radiativa.
- Modulo con funciones de opacidad y funciones fuente.

- Modulo de inteligencia artificial que optimiza la integración de la ecuación de transferencia radiativa.
- Modulo MPI que permite coordinar los cálculos que se realizan de forma paralela para obtener espectros sintéticos o imágenes bidimensionales.

El código está escrito en el lenguaje de programación C, utilizando el estándar MPI. Las pruebas de convergencia y estabilidad del código fueron llevadas a cabo en el Centro Nacional de Supercómputo y están explicada en De la Luz et al. 2010 [24].

Una de las ventajas de PakalMPI es que calcula los estados de ionización Fuera de Equilibrio Termodinámico Local (NLTE por sus siglas en ingles) para el caso de Hidrógeno, n_e y H- y en Equilibrio Termodinámico Local (LTE por sus siglas en ingles) para las demás especies.

El cálculo se basa en el parámetro de despegue b_1 para el Hidrógeno en su estado base. Este parámetro lo definió Menzel en 1937 [26]:

$$b_1 = \frac{n_1/n_1^*}{n_k/n_k^*}$$

donde n_1/n_k es la razón de la densidad de Hidrógeno en su nivel energético uno (n_1) y la densidad de Hidrógeno ionizado (n_k) en NLTE y n_1^*/n_k^* es la razón de la densidad de Hidrógeno en su nivel energético uno (n_1^*) y la densidad de Hidrógeno ionizado (n_k^*) en LTE, es decir, b_1 nos da la razón entre NLTE y LTE. Cuando $b_1=1$ el sistema se encuentra en LTE. PakalMPI no calcula b_1 , lo interpola de b_1 anteriormente publicados. En este trabajo usamos los b_1 publicados por Vernazza et al. 1973.

2.2. Cálculo de Espectros Sintéticos

2.2.1. Parámetros de entrada

La primer tarea que realiza PakalMPI es leer la estructura atmosférica. Para construir la estructura, busca 5 perfiles fundamentales en función de la altura sobre la fotosfera: temperatura, densidad de Hidrógeno, átomos presentes y el coeficiente de despegue b_1 . Estos valores le permiten generar una estructura lógica por capas, como se muestra en la figura 2.1. A cada capa de la atmósfera se le asigna un identificador, el cual es un valor de referencia para establecer una relación de la metalicidad en cada capa. Se conoce cuáles son los átomos presentes en cada capa, lo que no se conoce es la cantidad de ellos. Para resolver este problema, se tiene un modelo atómico con los valores fundamentales, como sus potenciales de ionización energéticos, los cuales se van a utilizar más adelante. Además del modelo atómico, existe un valor en cada capa relativo

al Hidrógeno de la cantidad del átomo en cuestión, no necesariamente constante entre cada capa.

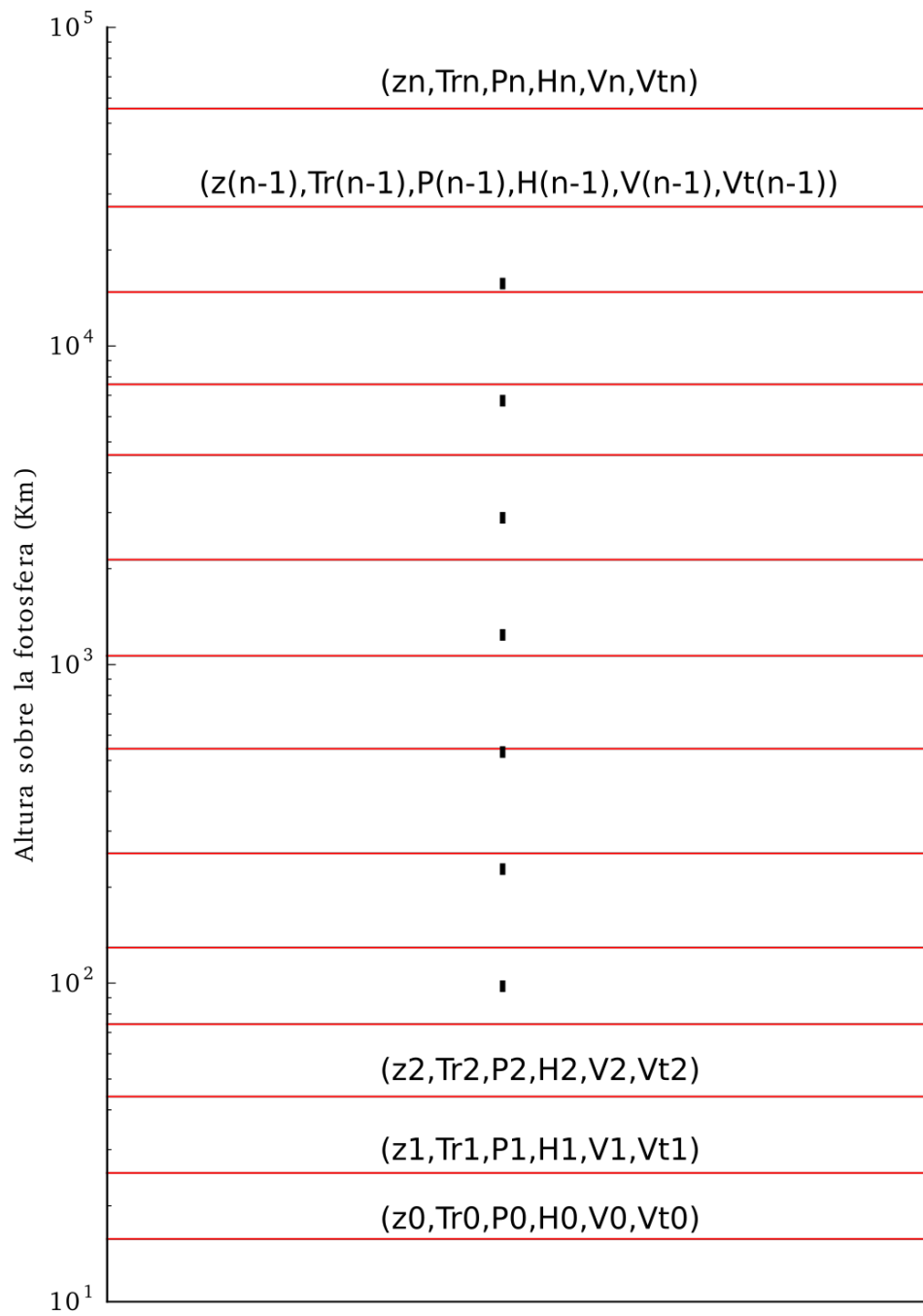


FIGURA 2.1: Atmósfera parametrizada.

2.2.2. Equilibrio Hidrostático

La presión interna de la estrella debe estar en equilibrio con la fuerza gravitacional. La fuerza gravitacional tiende a colapsar la estrella y su fuerza es proporcional a la masa. Estrellas masivas experimentan mayor presión interna por la tanto mayores tasas de fusión y temperaturas superficiales más altas. El equilibrio hidrostático utilizando la ley de gas ideal es una primera aproximación que describe el comportamiento de las estrellas en la secuencia principal. Durante su estadía en la secuencia principal, la fuerza gravitacional empuja la atmósfera hacia el núcleo dando como resultado una presión y temperatura constante, por otro lado la energía creada por la fusión en el núcleo es llevada hacia el exterior primero por los fotones (zona radiativa) y después por la partículas (zona convectiva). Los fotones que escapan chocan y empujan el material hacia el exterior, resultando en una presión hacia afuera. Esta presión se llama de radiación y contrarresta a el colapso gravitacional manteniendo un equilibrio hidrostático en la estrella. Definimos el equilibrio hidrostático como:

$$\frac{dp}{dz} = g\rho \quad (2.1)$$

Donde p es la presión, z es la profundidad geométrica, g es la aceleración debida a la gravedad y ρ la densidad. En el caso de la densidad tomamos las 2 partículas más abundantes y que por lo tanto aporta la mayor masa, hablamos del Hidrógeno y el Helio. Definimos la densidad como

$$\rho = m_H n_H + 4m_H n_{He} \quad (2.2)$$

donde m_H es la masa atómica del Hidrógeno, n_H la densidad de Hidrógeno y n_{He} la densidad de Helio. El peso atómico del Helio es 4 veces la masa atómica del hidrógeno.

Definimos $Y = \frac{n_{He}}{n_H}$ entonces la ecuación 2.2 se escribe

$$\rho = m_H(1 + 4Y)n_H \quad (2.3)$$

Para la presión tomamos en cuenta la presión del gas en equilibrio y la presión producida por la turbulencia.

$$p = p_g + \frac{1}{2}\rho v_t^2 \quad (2.4)$$

p_g es la presión del gas en equilibrio termodinámico.

Tenemos

$$p_g = n_t kT \quad (2.5)$$

$$n_t = n_H + n_{He} + n_e \quad (2.6)$$

sustituyendo 2.6 en 2.5 se tiene

$$p_g = [n_H(1 + Y) + n_e]kT$$

Para resolver la ecuación proponemos una función f tal que la densidad esté en términos de la presión

$$g\rho = fp \quad (2.7)$$

$$f = \frac{g\rho}{p} \quad (2.8)$$

sustituyendo 2.3 y 2.4 en 2.8

$$f = \frac{gm_H(1 + 4Y)n_H}{p_g + \frac{1}{2}\rho v_t^2}. \quad (2.9)$$

De 2.8 se tiene

$$\rho(z) = \frac{f(z)p(z)}{g}$$

sustituyendo ρ por 2.3

$$m_H(1 + 4Y)n_H = \frac{f(z)p(z)}{g}$$

Para obtener la densidad de Hidrógeno a una altura z tenemos

$$n_H = \frac{f(z)p(z)}{gm_H(1 + 4Y)} \quad (2.10)$$

Los detalles sobre el cálculo de la densidad de Hidrógeno se encuentran en De la Luz et al. 2011 [luz'11].

2.2.3. Cálculo de Abundancias y Densidad Electrónica

Se toma un conjunto de átomos y su abundancia relativa al Hidrógeno. Se calculan las abundancias a partir de la densidad total de Hidrógeno, la metalicidad y finalmente su temperatura. PakalMPI resuelve dinámicamente la ecuación de Saha haciendo uso de una matriz de $n \times n$ donde n es el número de especies involucradas en el cálculo y donde los valores iniciales son las abundancias absolutas de los elementos que se encuentran en cada capa. Para cada capa involucrada en el cálculo suponemos que la metalicidad es constante e igual para cada una. Para la densidad electrónica, simplemente tenemos que sumar la contribución de cada especie, incluyendo al átomo de Hidrógeno. Cuando tenemos el caso NLTE, el primer valor que nos arroja el cálculo, es el parámetro Z o la contribución de electrones que son diferentes al Hidrógeno. La solución de este parámetro es totalmente dinámica, ya que el modelo está creciendo dependiendo de la cantidad de átomos que deseamos calcular de forma automática. Después, necesitamos calcular el parámetro d , para ello es fundamental conocer el parámetro b_1 , el cual se extrapola de los valores publicados por Vernazza et al. 1973. Con el parámetro Z y d se calcula la densidad electrónica en NLTE. Finalmente se resta el número de electrones que se utilizan para formar H^- . Todo este proceso es iterativo y se encuentra detallado en De la Luz et al. 2010 [24]. La densidad electrónica se estabiliza en cada capa e iterativamente se va resolviendo toda la atmósfera capa por capa.

2.2.4. Cálculo de la Ecuación de Transferencia Radiativa

Una vez calculada la densidad electrónica y los iones, se resuelve la ecuación de transferencia radiativa a través de un camino óptico 3D. Para poder resolverla, se debe reescribir de forma discreta la ecuación 1.12.

Integrando la profundidad óptica (1.9) tenemos

$$\begin{aligned}\tau_{\nu 1} &= - \int_{\infty}^{s_1} \kappa_{\nu} ds \\ \tau_{\nu 2} &= - \int_{\infty}^{s_2} \kappa_{\nu} ds\end{aligned}\tag{2.11}$$

Haciendo $\tau_{\nu 1} - \tau_{\nu 2}$ se tiene

$$\tau_{\nu 1} - \tau_{\nu 2} = - \int_{\infty}^{s_1} \kappa_{\nu} ds + \int_{\infty}^{s_2} \kappa_{\nu} ds$$

De acuerdo a la figura 1.7, podemos reescribimos el primer término del lado derecho de la igualdad como

$$\int_{\infty}^{s_1} \kappa_{\nu} ds = \left[\int_{\infty}^{s_2} \kappa_{\nu} ds + \int_{s_2}^{s_1} \kappa_{\nu} ds \right] \quad (2.12)$$

Sustituyendo 2.12 en 2.11

$$\tau_{\nu 1} - \tau_{\nu 2} = - \left[\int_{\infty}^{s_2} \kappa_{\nu} ds + \int_{s_2}^{s_1} \kappa_{\nu} ds \right] + \int_{\infty}^{s_2} \kappa_{\nu} ds = - \int_{s_2}^{s_1} \kappa_{\nu} ds = \int_{s_1}^{s_2} \kappa_{\nu} ds \quad (2.13)$$

Utilizando la regla del trapecio, podemos resolver numéricamente 2.13 y generalizar para cualquier elemento entre $\tau_{\nu i}$ y $\tau_{\nu(i+1)}$

$$\tau_{\nu 1} - \tau_{\nu 2} = \frac{-\Delta s}{2} (\kappa(s_i) + \kappa(s_{i+1})) = \tau_L^i \quad (2.14)$$

Por lo tanto la ecuación 1.12 de forma discreta se resuelve como

$$I_{\nu}(s_{i+1}) = I_{\nu}(s_i) e^{-\tau_L^i} + S_{\nu}^i (1 - e^{-\tau_L^i}) \quad (2.15)$$

donde S_i es la posición de la celda i , Δs el paso de integración, S_{ν} la función fuente y κ_{ν} la función de opacidad.

2.2.5. Calculando los pasos de integración (dz) usando Inteligencia Artificial

El proceso de integración lo realiza el módulo Tulum (figura ??), el cual mediante un algoritmo inteligente busca en el camino óptico lugares donde la emisión es suficiente para ser integrada. El proceso de integración consta de 3 pasos:

- El Sistema Experto: tiene en principio una base de conocimiento para dar una recomendación sobre si es necesario integrar y recomienda un paso de integración.
- Autómata Celular: guarda el estado en que se encuentra la integración.
- Coordinador: decide que hacer a partir del estado de la integración y de la recomendación del sistema experto.

Esta forma de integrar reduce en un orden de magnitud el tiempo en comparación con una integración lineal.

PakalMPI tiene un sistema para coordinar de forma eficiente los procesos paralelos en el cálculo de espectros sintéticos o de imágenes bidimensionales.

2.3. Parámetros de Salida

PakalMPI tiene como salida una atmósfera en equilibrio, la cual se encuentra en

`data/atmosphere/model/hydrostatic.dat`

donde se encuentra el identificador de la capa, la altura sobre la fotosfera, la temperatura, la presión, la densidad de Hidrógeno, la velocidad Doppler y finalmente la velocidad de turbulencia.

Una vez finalizado el proceso de integración, PakalMPI nos da como resultado el cálculo del espectro sintético correspondiente al modelo cromosferico de entrada, ya sea en un solo punto sobre la superficie o bien una imagen 2D del sistema estudiado. El resultado se guarda en

`synthetic-spectrum.dat`

en el cual la primer columna nos indica la frecuencia (ν) y la segunda la temperatura de brillo (T_b).

En resumen, PakalMPI a partir de un perfil de temperatura radial, calcula la densidad necesaria para establecer el equilibrio hidrostático, después calcula los estados de ionización usando NLTE para el H, n_e y H- y LTE para las demás especies. Con los estados de ionización calcula las funciones de opacidad y con ellas resuelve la ecuación de transferencia radiativa para un conjunto de frecuencias y posiciones en el disco. Lo que nos entrega es un espectro sintético de la atmósfera calculada.

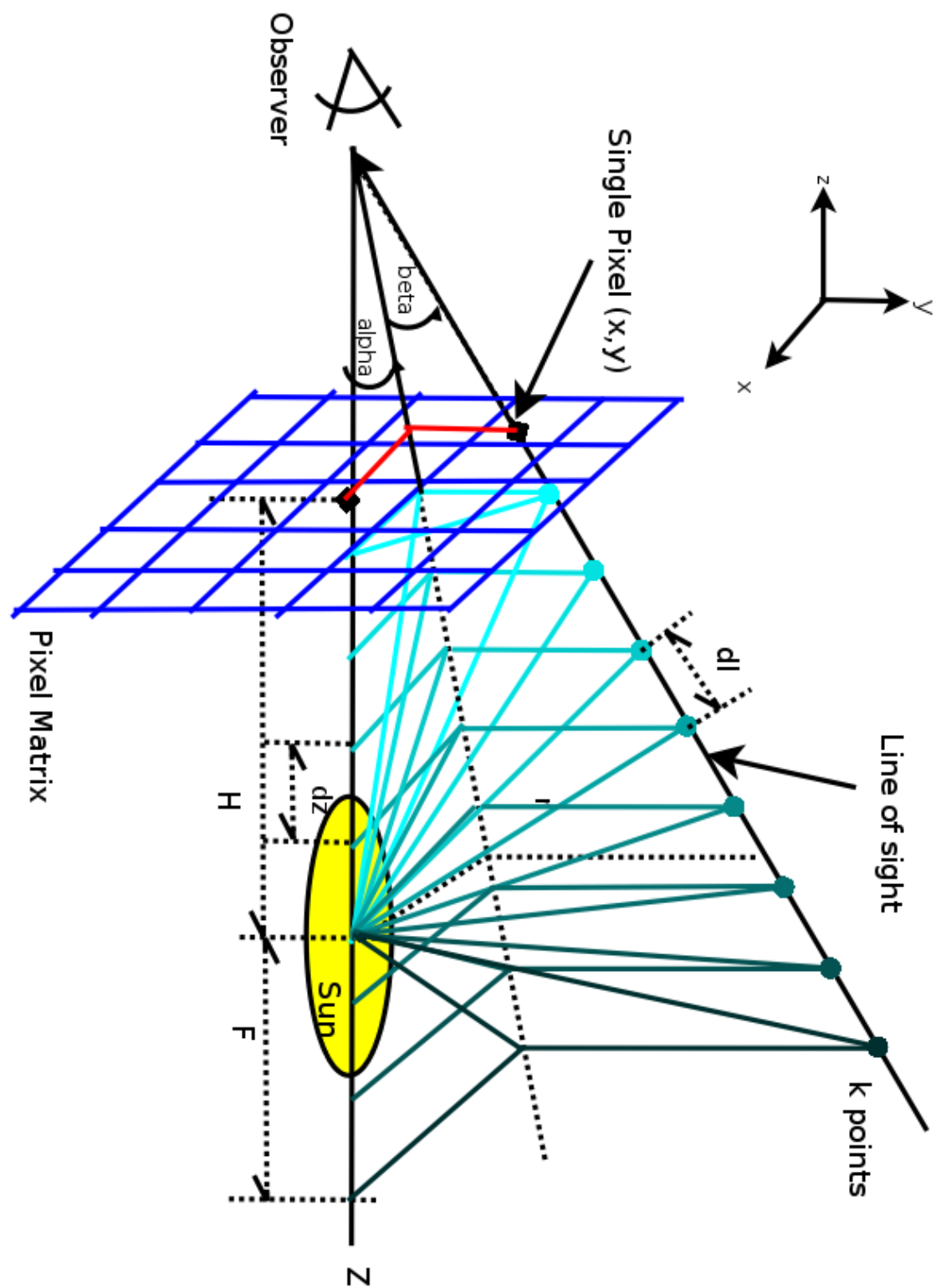


FIGURA 2.2: Integración usando el módulo Tulum (De la Luz et al., 2010).

Capítulo 3

Kinich-Pakal

3.1. Introducción

En las matemáticas existe un problema clásico que es el ajuste de parámetros de una función o modelo a un conjunto de datos.

Un modelo parametrizado M esta definido como

$$[y_1, y_2, y_3, \dots, y_k] = M(p_1, p_2, p_3, \dots, p_m)$$

donde p_i es el conjunto de parámetros y y_j es el codominio o resultado de evaluar la función o el método.

El reto es minimizar

$$error_j = y_j - Y_j$$

para toda j donde Y_j es el valor al que finalmente queremos ajustar. Existen varias metodologías para barrer el espacio de parámetros p_i , uno de ellos es Levenberg-Marquardt.

Como estudiamos anteriormente PakalMPI puede calcular un espectro sintético a partir de un modelo de temperatura. En el contexto del ajuste de parámetros, podemos convertir a PakalMPI en una función de tipo M , al perfil de temperatura en el conjunto p_i , al espectro sintético en y_j y las observaciones como Y_j .

El objetivo de Kinich-Pakal es encontrar los mejores parámetros p_i (es decir el perfil de temperatura en la cromosfera) que ajusten a las observaciones Y_j utilizando Levenberg-Marquardt a través de un modelo M en este caso PakalMPI.

El ajuste entre el espectro sintético y el observado se realiza a través de la modificación del perfil de temperatura. El perfil se convierte en una función parametrizada, cada parámetro es la temperatura a una altura dada y lo que regresa el modelo M es un espectro sintético

$$[(\nu_1, T_b^1), (\nu_2, T_b^2), \dots, (\nu_N, T_b^N),] = M(T_r(z_1), T_r(z_2), \dots, T_r(z_M))$$

donde ν_i es la frecuencia y T_b^i es la temperatura de brillo, es decir el espectro sintético y $T_r(z_j)$ es la temperatura radial a una altura z_j , o en otras palabras es el modelo parametrizado de la cromosfera solar. En este caso el modelo M es PakalMPI. Las observaciones a las que queremos converger sería el conjunto

$$[(\nu_1, T_o^1), (\nu_2, T_o^2), \dots, (\nu_n, T_o^n),]$$

donde T_o^i serían las observaciones en las frecuencias ν_i . Hay que recordar que la densidad la calcula PakalMPI como un paso intermedio al encontrar el equilibrio hidrostático.

Para hacer el ajuste de los parámetros $T_r(z_j)$, Kinich-Pakal utiliza una librería llamada LsqFit [36], una librería escrita en Julia bajo la licencia MIT, la cual implementa el método numérico de Levenberg-Marquardt.

LsqFit está definida en forma general como sigue:

```
fit = curve_fit(model, x, y, p0):
```

donde $model$ es una función que toma x y $p0$ como parámetros de entrada, x es el dominio del problema, y es el conjunto a donde queremos converger y $p0$ son los parámetros que se barren. Es decir para nuestro caso

- $model = M$
- $x = \nu_i$
- $y = T_o^i$
- $p0 = T(z_j)$
- $fit = T_b^i$

A continuación explicaremos de forma detallada la integración de todos los procesos involucrados en nuestro modelo.

3.2. Método de Levenberg-Marquardt

El método de Levenberg-Marquardt es una técnica estándar usada para resolver problemas no lineales de mínimos cuadrados. Como vimos en 1.3 los problemas de ajuste de datos se pueden llevar a uno de mínimos cuadrados donde el objetivo principal es minimizar la función 1.13. Este tipo de problemas surge cuando la función es no lineal en los parámetros. Este método (Levenberg-Marquardt) es una combinación de dos métodos de minimización: descenso por gradiente y Gauss-Newton. En el descenso por gradiente la suma de los cuadrados de los errores se reduce y se va actualizando en cada iteración buscando el camino por donde la pendiente es más pronunciada y que nos indicaría que la solución está próxima. En el método de Gauss-Newton, la suma del cuadrado de los errores se reduce asumiendo que la función 1.13 es localmente cuadrática y buscando el mínimo. El método de Levenberg-Marquardt se puede clasificar como un método híbrido y actúa más como descenso de gradiente cuando los parámetros están lejos del ajuste óptimo y más como Gauss-Newton cuando se encuentran cerca del parámetro óptimo.

3.2.1. Definiciones

Definimos la función costo como:

$$f(\theta) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m r_i(\theta)^2, \tag{3.1}$$
$$r_i(\theta) = \frac{y_i - M(t_i, \theta)}{\sigma_i},$$

Donde $M(t_i, \theta)$ es el modelo que deseamos ajustar, θ es un vector de argumentos el cual nos dará un valor mínimo dentro de una cierta región cuyo tamaño está dado por δ donde δ es un número no negativo pequeño y σ_i es la desviación de las observaciones. Los términos involucrados en la ecuación 3.1 son conocidos como residuales y pueden ser representados por términos adicionales representando información Bayesiana sobre los valores esperados de θ . Estamos en busca de un minimizador global para 3.1 pero este problema es muy difícil de resolver, ya que podemos encontrar mínimos locales que no necesariamente son el mínimo global, por lo cual nos limitaremos a encontrar una solución para un minimizador local de 3.1. Decimos entonces que existe un minimizador local x^* cuando $f(x^*) \leq f(x)$ para $\|x - x^*\| < \delta$.

3.2.2. Método de Gauss-Newton

Para problemas que no involucran muchos parámetros, el método de Gauss-Newton típicamente converge con mayor rapidez si los parámetros iniciales están cerca de la solución óptima. Asumimos que la función costo es diferenciable y muy suave tal que se puede hacer una expansión en serie de Taylor,

$$f(\theta + \delta\theta) = r_i(\theta) + J_{ij}\delta\theta^j \quad (3.2)$$

Donde J es la matriz jacobiana $J_{ij} = \partial r_i / \partial \theta_j$. El método de Gauss-Newton empieza a iterar de acuerdo a

$$\delta\theta_{gn} = (J^T J)^{-1} \nabla f = (J^T J)^{-1} J^T r \quad (3.3)$$

3.2.3. Método de Descenso por Gradiente

El método de descenso por gradiente es un método de minimización general el cual actualiza el valor de los parámetros en la dirección de mayor cambio. El método de descenso de gradiente es en algunos casos el único método viable para problemas que involucran cientos de parámetros o los parámetros iniciales se encuentran muy lejos de la solución óptima. El gradiente de la función costo lo definimos como

$$\frac{\partial f}{\partial \theta_j} = J^T r \quad (3.4)$$

en este caso el parámetro de actualización esta dado por

$$\delta\theta_{dg} = \alpha \nabla f = \alpha J^T r \quad (3.5)$$

donde α es un real no negativo el cual determina la longitud del paso en la dirección de cambio.

3.2.4. Levenberg-Marquardt

El algoritmo de Levenberg-Marquardt varía adaptativamente el parámetro de actualización entre el método de Gauss-Newton y Descenso por Gradiente.

$$\delta\theta_{lm} = (J^T J + \alpha D^T D)^{-1} \nabla f = (J^T J + \alpha D^T D)^{-1} J^T r \quad (3.6)$$

si el tamaño del paso es muy pequeño el método adopta la forma de Gauss-Newton y si es más grande se forma un método híbrido que nos produce un mejor resultado, ya que los parámetros óptimos se encuentran de forma más rápida.

3.2.5. LsqFit

LsqFit es un derivado del proyecto Julia Optim e implementa el método de Levenberg-Marquart. LsqFit [36] fue desarrollado por John Myles White y colaboradores (<https://github.com/JuliaNLSolvers/LsqFit.jl>) bajo licencia de tipo MIT en 2012. Julia nos ofrece una interfaz para ejecutar de manera nativa cualquier modelo que reproduzca espectros sintéticos lo que nos brinda una gran flexibilidad para abarcar el espectro electromagnético con distintos modelos.

3.3. Parametrizando PakalMPI

Para el objetivo de este trabajo parametrizamos el modelo PakalMPI. La función `curve_fit` modifica el espacio de parámetros p_0 en cada iteración, como estos parámetros son en realidad el perfil de temperatura de la cromosfera los usamos de base para construir un nuevo modelo cromosferico de entrada para PakalMPI.

PakalMPI utiliza el archivo

```
/data/atmosphere/hydrostatic/MODEL/hydrostatic.dat
```

como datos de entrada para el modelo de atmósfera. Modificamos el código intermedio jaguar para crear una copia de `hydrostatic.dat` en cada iteración.

Así mismo modificamos el algoritmo para guardar el resultado del espectro sintético en un archivo llamado

```
/synthetic-spectrum-i.dat
```

Estos archivos funcionan como interfaz para cambiar los parámetros iniciales de PakalMPI y como interfaz entre el lenguaje C y Julia. Así mismo modificamos los valores de entrada para discretizar las frecuencias que se van a calcular. Con estas modificaciones PakalMPI se vuelve un modelo parametrizado.

3.4. Kinich-Pakal

Kinich-Pakal es un modelo de ajuste atmosférico para estrellas de tipo solar a longitudes de onda de radio, milimétrico, submilimétrico e infrarrojo utilizando el lenguaje Julia. La principal función de Kinich-Pakal es encontrar el mejor modelo cromosférico que ajuste a las observaciones en el rango de longitudes utilizadas en este trabajo.

En la figura 3.1 podemos ver el diagrama de flujo del funcionamiento de Kinich-Pakal. El algoritmo tiene como entrada un modelo cromosférico solar parametrizado (p_0) y un espectro observado (y) en el rango de longitudes de onda antes mencionado (x). Al ejecutar el código se realiza una primera iteración utilizando el método `curve_fit` del paquete `lsqfit` con las siguientes variables

```
fit = curve_fit(model, x, y, p0),
```

Kinich-Pakal hace una llamada a `PakalMPI` para equilibrar la atmósfera definida en P_0 , la cual en esta primera iteración es el perfil inicial de temperatura radial del modelo cromosférico. Una vez que la atmósfera está en equilibrio, se procede a calcular los estados ionización asumiendo una metalicidad constante en todas las capas. `PakalMPI` resuelve la ecuación de transferencia radiativa y regresa a Kinich-Pakal el espectro sintético (ν, t_b) . Con esta información Kinich-Pakal obtiene el error entre el espectro observado y el espectro sintético. Si el error se encuentra fuera de una vecindad δs , entonces modifica al perfil de temperatura y vuelve a realizar todo el procedimiento; las variaciones sobre p_0 las realiza internamente `curve_fit` utilizando el método de Levenberg-Marquardt. Si el error se encuentra dentro de la vecindad δs , Kinich-Pakal detiene la ejecución y guarda el perfil de temperatura radial obtenido junto con el espectro sintético en

```
/data/atmosphere/MODEL/hydrostatic.dat  
/synthetic-spectrum.dat
```

respectivamente.

En todos los pasos intermedios se guarda la convergencia en la atmósfera así como su espectro sintético.

Este código es el primero en su tipo a nivel mundial que se implementa y puede obtener modelos atmosféricos de forma automática. Está diseñado para adaptarse a otros códigos que puedan generar espectros sintéticos en distintas longitudes de onda.

3.4.1. Parámetros iniciales

Kinich-Pakal necesita:

- Un conjunto de observaciones en el rango radio - infrarrojo.
- Un modelo inicial cromosferico.

3.4.2. Parámetros de Salida

Kinich-Pakal nos entrega:

- El mejor modelo cromosferico (temperatura y densidad) que ajusta a las observaciones.

3.5. Autoconvergencia del Código

Cuando trabajamos con métodos numéricos es importante realizar pruebas sobre el código con el objetivo de asegurar que el código es estable y determinar los error asociados al método. Una prueba importante es la autoconvergencia. La prueba consta de introducir un modelo atmosférico cromosférico que ya se encuentra en equilibrio hidrostático y generar un espectro sintético con valores de frecuencia arbitrarios

$$[(\nu_1^1, T_{b1}^1), (\nu_2^1, T_{b2}^1), \dots, (\nu_n^1, T_{bn}^1)]$$

como se muestra en la tabla 3.1. En este caso se tiene 40 espectros entre 90 y 10000 GHz obtenidos con el modelo cromosferico C7.

El espectro obtenido y el modelo cromosferico servirán como entrada para Kinich-Pakal que tendrá que realizar los ajustes sobre el perfil de temperatura del modelo de nueva cuenta el espectro generado. En este ajuste se deja sin restricciones al modelo.

En la figura 3.2 el histograma nos muestra que el error es 0. En la figura 3.3 se muestran los residuales.

Estos resultados nos indican que Kinich-Pakal es estable en su ejecución y que nos ofrece el mejor resultado numérico (figura 3.4).

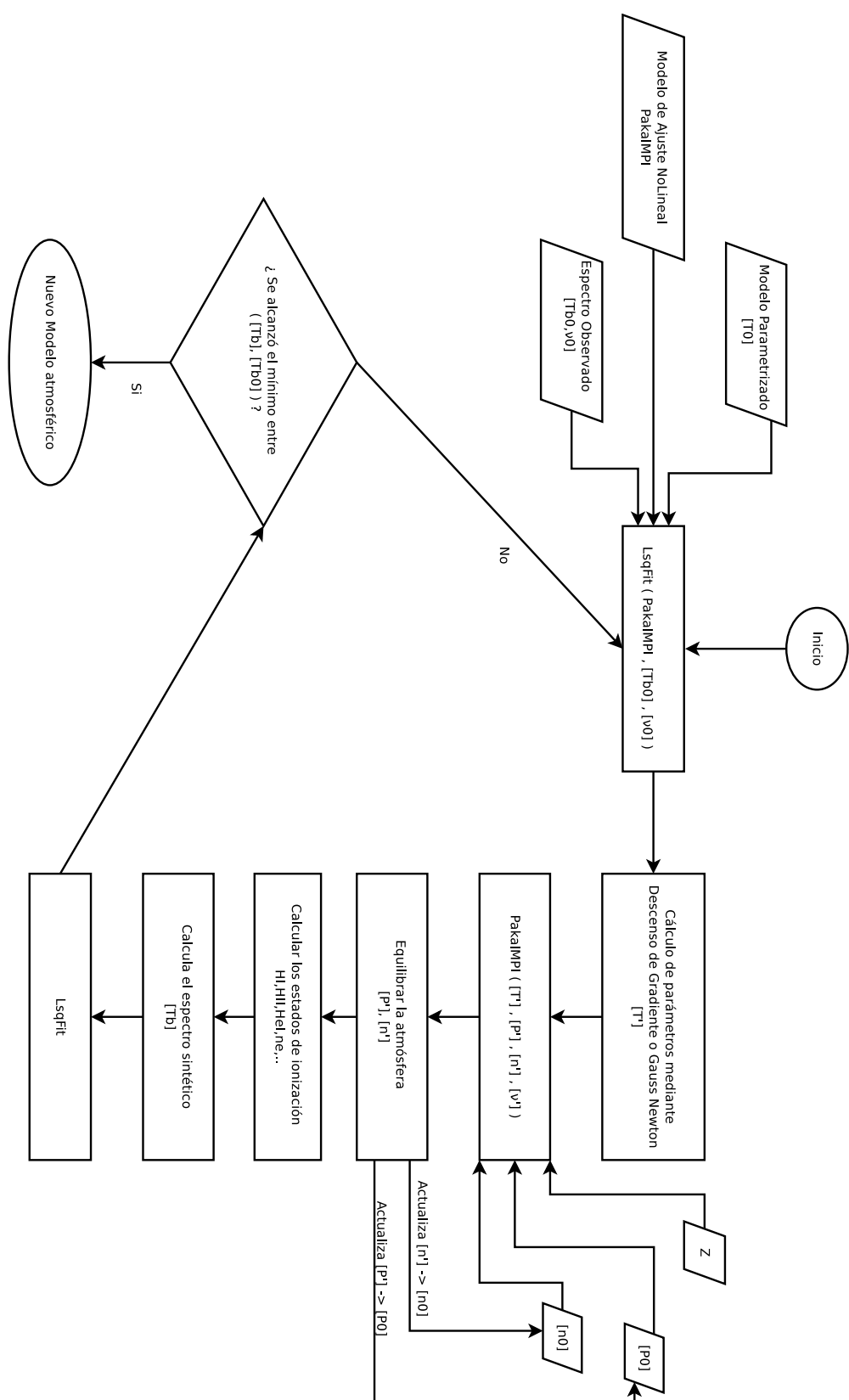


FIGURA 3.1: Diagrama de flujo para Kinich-Pakal.

CUADRO 3.1: Espectro sintético generado de manera arbitraria.

ν (GHz)	T_b (K)
90.0	6759.972825
344.0	6636.456647
598.0	6615.291016
852.0	6596.527376
1106.0	6555.038653
1361.0	6444.090076
1615.0	6257.040213
1869.0	6033.929555
2123.0	5814.366919
2377.0	5619.246188
2631.0	5454.989699
2885.0	5320.624519
3139.0	5212.330583
3393.0	5125.683012
3647.0	5056.441453
3902.0	5001.084542
4156.0	4957.247348
4410.0	4922.374761
4664.0	4894.671861
4918.0	4872.773028
5172.0	4855.564869
5426.0	4842.240332
5680.0	4832.176506
5934.0	4824.912854
6188.0	4820.632864
6443.0	4819.504072
6697.0	4821.398186
6951.0	4828.882244
7205.0	4837.705291
7459.0	4837.386188
7713.0	4837.621283
7967.0	4838.337767
8221.0	4839.464123
8475.0	4840.941401
8729.0	4842.719455
8984.0	4844.764325
9238.0	4847.023868
9492.0	4849.475033
9746.0	4852.091763
10000.0	4854.851815

Histograma de Residuales

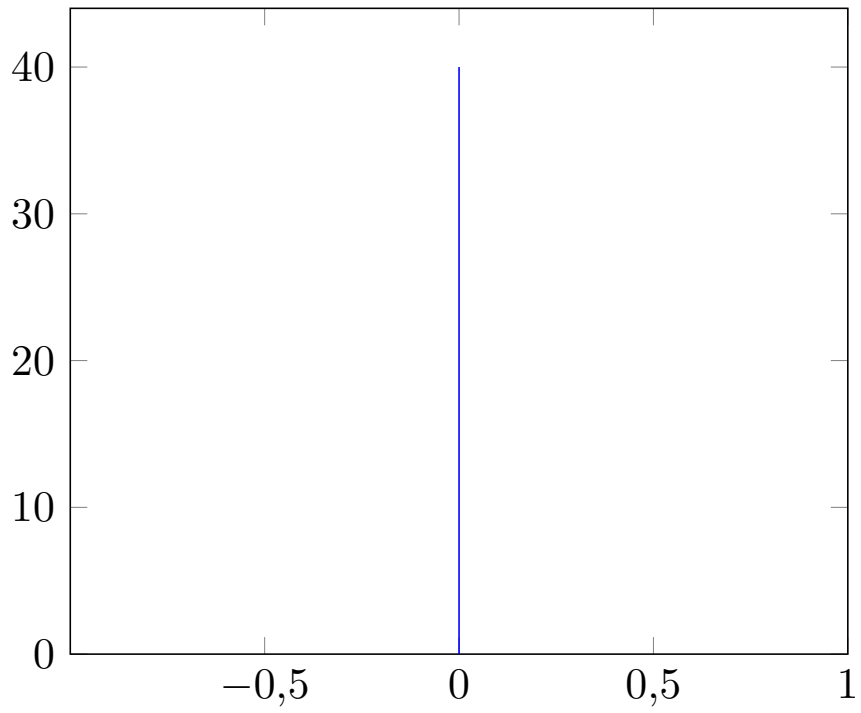


FIGURA 3.2: Histograma de residuales.

Gráfica de Residuales

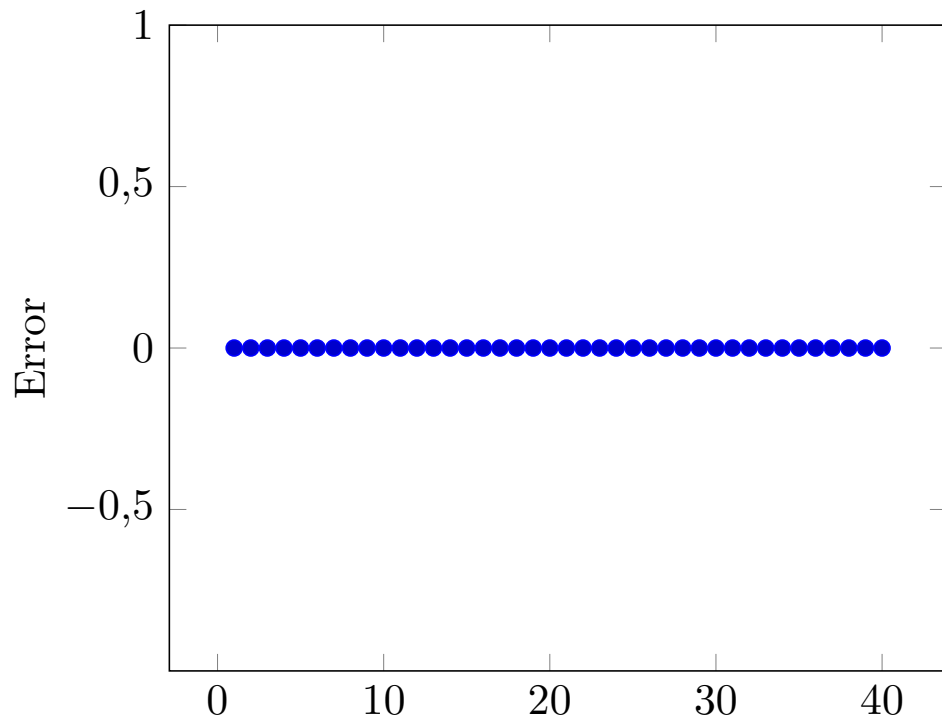


FIGURA 3.3: Gráfica de residuales.

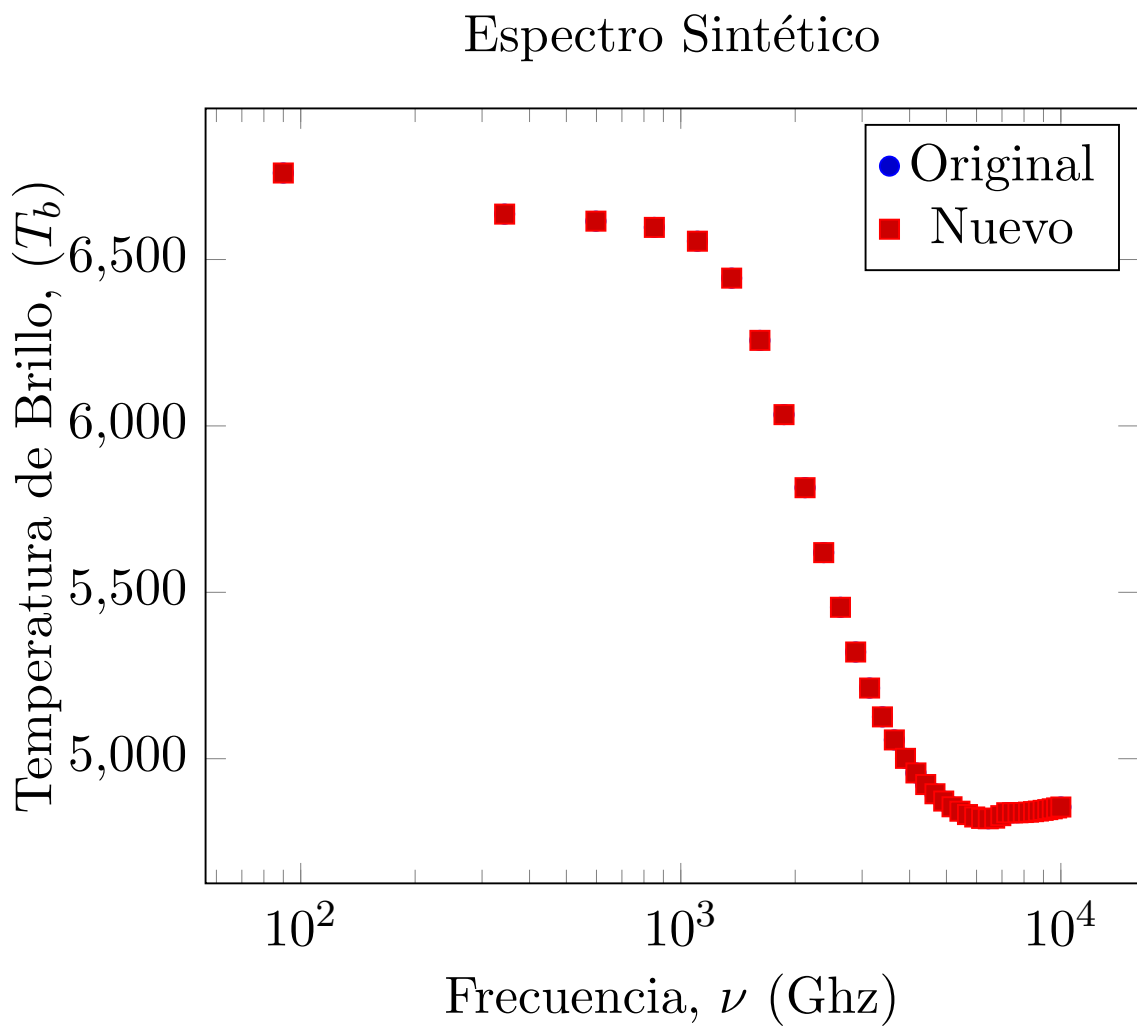


FIGURA 3.4: Espectro Sintético antes y después de la convergencia.

Capítulo 4

Caso de Estudio: α Cen A

4.1. Atacama Large Millimeter/submillimeter Array (ALMA)

El Atacama Large Millimeter/submillimeter Array (ALMA) es un radio interferómetro que estudia objetos astronómicos a longitudes de onda de 0,32 a 3,6 mm repartidas en 9 bandas de observación, cada una a distinta longitud. En estas longitudes de onda se puede estudiar los objetos más fríos del Universo, nubes moleculares, discos y estructuras particulares como la cromosfera de algunas estrellas. ALMA es una colaboración internacional de varios países y es el mayor proyecto astronómico basado en tierra que se ha desarrollado hasta el momento. ALMA está ubicado en el llano de Chajnantor, en el desierto de Atacama, en la zona norte de Chile a una altura de 5058 metros sobre el nivel del mar, cuenta con 66 antenas de alta precisión, 54 de ellas con 12 metros de diámetro y 12 más con 7 metros, todas ellas se pueden desplazar de un lugar a otro para en base a una configuración específica poder obtener mejores observaciones. Están repartidas a distancias que pueden alcanzar los 16 kilómetros. Tiene una precisión de 0.6 arcosegundos, suficiente para distinguir una pelota de golf a 15 kilómetros. La idea principal de su construcción es el poder combinar las señales provenientes de las diferentes antenas para que en conjunto brinden una mayor área de observación y funcione como un único telescopio.

Existen en el mundo pocos lugares que pueden captar estas longitudes de onda, debido a que el vapor de agua presente en la atmósfera bloquea la mayor parte de la radiación, es por eso se necesitan instalar este tipo de telescopios en lugares altos y con poca humedad. En México tenemos el Gran Telescopio Milimétrico (GTM/LMT) ubicado en el volcán Sierra Negra, en el estado de Puebla, cuya ubicación privilegiada nos permite realizar observaciones milimétricas y submilimétricas. En otras partes del mundo podemos encontrar a IRAM (España) y el telescopio James Clerk Maxwell (E.U.) de una sola antena.

4.2. Observaciones Realizadas

Debido a su línea base que va de los 150 m a los 16 Km, la sensibilidad de ALMA es suficientemente alta para poder llevar a cabo por primera vez observaciones de estrellas cercanas en la fase de secuencia principal a longitudes de onda submilimétricas y milimétricas. Se han realizado observaciones de este sistema en el rango de 24 a 3075 μm con telescopios espaciales como es el caso de Herschel, Spitzer y por telescopios basados en tierra como APEX y ALMA. En este trabajo haremos uso de los datos disponibles para este sistema, sin embargo, para el análisis se toman las observaciones de ALMA, que nos brindan la información necesaria para estudiar la emisión cromosférica del sistema α Centauri que está formado por α Cen A, la cual tiene el mismo tipo espectral que nuestro sol, es decir G2V y la secundaria es llamada α Cen B, una estrella más fría cuyo tipo espectral es K1V. La cercanía de α Cen, la gran similitud de α Cen A (cuadro 4.1) y las diferencias con α Cen B nos brindan una oportunidad de estudiar la relación de nuestra estrella (el Sol) con otras para entender mejor los procesos físicos involucrados.

En el cuadro 4.2 se muestran las observaciones que se realizaron en las seis bandas disponibles durante el ciclo 2 en el periodo de Julio de 2014 a Mayo de 2015. En el cuadro 4.3 se detallan las observaciones realizadas por los distintos telescopios de los cuales hay datos disponibles y abiertos. Las unidades de las observaciones a estas longitudes se dan en Jansky ($10^{-23}\text{erg s}^{-1}\text{cm}^{-2}\text{Hz}^{-1}$), cuya escala varía en función de la longitud de onda y de la configuración del instrumento, es por ello que se utiliza la temperatura de brillo T_B (K), la cuál es la temperatura de un cuerpo negro que emite la misma cantidad de radiación a la observada a una frecuencia dada y es una unidad normalizada para las observaciones al no depender de las particularidades del instrumento. Además, para el caso de las frecuencias de radio es útil trabajar con la temperatura de brillo ya que nos brinda información sobre la profundidad óptica y como es el medio por el que atraviesa, lo que revela estructuras que de otra manera sería imposible saber que existen.

CUADRO 4.1: Parámetros estelares para α Cen A
(Liseau et al. 2013).

Parámetro,P (unidad)	Sol	α Cen A	Ref.
Masa,M ($M_{\odot}$)	1.000	1.105	(1)
Radio,R ($R_{\odot}$)	1.000	1.224	(2)
Luminosidad,L ($L_{\odot}$)	1.000	1.549	(3)
Temperatura efectiva, T_{ef} (K)	5770	5824	(3)
Metalicidad, [Fe,H]	0.000	+0.24	(3)
Edad, τ (Gyr)	4.57	4.85	(1)

Referencias. (1) Thévenin et al. (2002); (2) Kervella et al. (2003); (3) Torres et al. (2010).

4.3. Cálculo del Modelo Cromosférico a Prueba-Error

En Liseau et al., 2016[20] realizamos un ajuste manual al perfil de temperatura. Este ajuste consistía en sumar o restar una curva gaussiana al perfil de temperatura del modelo cromosferico solar elegido. Este tipo de metodología permitió generar alrededor de una decena de ajustes que iban cambiando en base a prueba y error por lo que todos ellos fueron cambios arbitrarios. El espectro que se obtuvo como resultado de estas modificaciones presentaba una desviación importante a bajas frecuencias, debido a que sólo se modificaba la baja cromosfera y no la alta cromosfera. Sin embargo, estos cambios marcaron el camino que se debía seguir y mostró por primera vez que es posible adaptar un modelo cromosferico solar a una estrella de tipo solar. Los resultados de este ejercicio se puede encontrar en (Liseau et al., 2016[20]).

Esta fue la primera vez que se calculó un modelo cromosferico utilizando observaciones submilimétricas para una estrella de tipo solar y permitió al equipo a obtener tiempo de observación en ALMA para el ciclo 4 de observaciones.

4.4. Metodología para el Calculo usando Kinich-Pakal

Kinich-Pakal se ejecutó en el cluster del Centro de Supercómputo de Clima Espacial (CESCOM) perteneciente al Laboratorio Nacional de Clima Espacial (LANCE). Este cluster cuenta con 80 hilos de ejecución (4 Intel Xeon E52670 v2 a 2.5GHz), 128 GB de memoria RAM (DDR3-1866) y 4 TB de almacenamiento. Se realizaron en total 30 modelos con Kinich-Pakal. Algunos de estos modelos fueron la comprobación de los resultados. En promedio cada modelo realizó 20,000 iteraciones en un tiempo de 16 horas.

4.5. Resultados

Para poder realizar el ajuste del modelo, Kinich Pakal tiene como entrada observaciones realizadas por los distintos telescopios (cap. 4.2) las cuales tenemos que reproducir variando el modelo atmosférico de entrada que en este caso será C7 1.3.3.2. Como mencionamos en el capítulo 1.3, C7 es el modelo más aceptado para un atmósfera en equilibrio hidrostático. Para estrellas de tipo solar, C7 nos brinda una primera aproximación a la física involucrada en los procesos que se desarrollan en las cromosferas debido a que las propiedades físicas de una estrella de tipo solar son cercanas a las propiedades del Sol. Debido a su cercanía, el Sol presenta dificultades técnicas al momento de calcular un modelo cromosférico promedio ya que es posible resolver espacialmente las diferentes regiones que definen condiciones físicas locales las cuales muestran una superficie no homogénea. Para el caso de estrellas de tipo solar las grandes distancias hacen imposible poder distinguir estructuras tan pequeñas como lo podemos hacer con nuestro Sol. Las observaciones

que tenemos de estas estrellas promedian las estructuras locales y en este caso facilitan construir un modelo cromosférico promedio. Sin embargo, hay que considerar que el flujo cromosférico a las longitudes de onda bajo estudio es muy débil, por lo que solo estrellas relativamente cercanas pueden ser estudiadas. Podemos considerar a α Cen A con una atmósfera uniforme plano paralela sin estructuras y en equilibrio hidrostático. PakalMPI a partir de las variaciones que Kinich-Pakal hace sobre este modelo trata de reproducir las distintas temperaturas de brillo resolviendo la ecuación de transferencia radiativa. Recordemos que Kinich-Pakal se trata de un método numérico por lo que tratará de ajusta los parámetros de la atmósfera de forma libre. Para tener un resultado físicamente aceptable es necesario imponer una serie de restricciones. A continuación veremos las distintas condiciones que se fueron impuestas para obtener el mejor resultado.

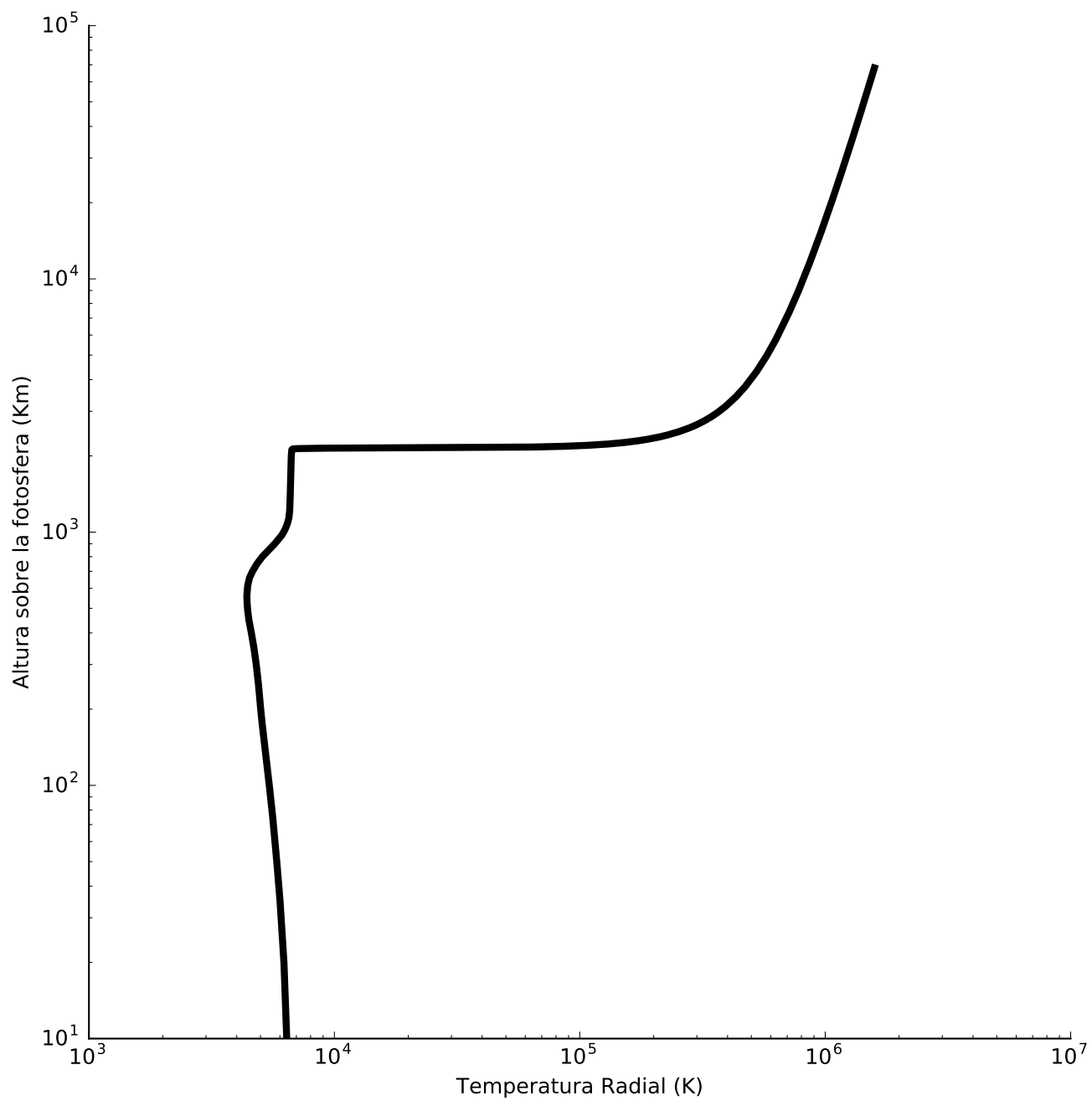


FIGURA 4.1: Perfil de temperatura del modelo atmosférico de entrada.

4.5.1. Sin restricciones

La primera aproximación se realizó dejando los parámetros libres con la finalidad de conocer el comportamiento de la solución. Se realizaron un total de 12730 iteraciones en un tiempo de 49.5 horas. Los resultados se muestran en la figura 4.2 donde se aprecia en la gráfica superior que el espectro obtenido pasa por la mayoría de los puntos y en algunos el error es muy bajo. El resultado es el mejor que se puede obtener de forma sintética. En la gráfica inferior observamos el perfil de temperatura en el rango que se asocia con la cromosfera. Para obtener el mínimo error, Kinich-Pakal toma parámetros negativos algo para lo que no se tiene una interpretación física. Haciendo un análisis sobre el origen de los valores negativos encontramos que el responsable es la función de opacidad de Bremsstrahlung ya que tiene la forma

$$k_\nu = C \frac{n_e n_i}{T^{3/2}} \nu^2$$

donde C es una constante, n_e es la densidad electrónica, n_i es la densidad de iones, T es la temperatura radial y ν la frecuencia. Si la temperatura es menor a 3000 K, la ecuación de Saha nos dice que la densidad de iones $n_i = 0$ ya que no existe la suficiente energía para ionizar los átomos que conforman la atmósfera volviendo $k_\nu = 0$ independientemente del valor de la temperatura, esto vuelve a la atmósfera completamente transparente. Aun así, los resultados pueden ser validos, sin embargo el método continua bajando la temperatura a valores negativos lo que no tiene ninguna interpretación física.

Por el otro lado también se obtuvieron súbitas elevaciones de temperaturas y en este caso ocurre que al tener temperaturas mayores a 20,000 K, la ecuación de Saha nos dice que prácticamente todo el material se encuentra ionizado, es decir, tenemos la siguiente condición para la función de opacidad

$$k_\nu \approx C \frac{n_e^2}{T^{3/2}} \nu^2$$

es decir, la función de opacidad deja de depender de la densidad de iones y se vuelve una función dependiente de la temperatura únicamente. La temperatura entre mas grande vuelve a la k_ν pequeña entonces de nuevo vuelve a la atmósfera transparente.

Entonces, temperaturas muy grandes o muy pequeñas vuelven a la cromosfera transparente. Aun así, aun sin restricciones el método llega a una solución pero sin interpretación física.

Esta primera aproximación hizo cambios en la cromosfera y algunos en la zona de transición y no afectó a la fotosfera ni a la corona. Se realizaron 3 pruebas más para conocer si este comportamiento de la solución es común o si es sólo un excepción. En las 3 pruebas posteriores se observó que nuevamente la solución tomaba valores negativos por lo cual se debe restringir la solución a un rango específico.

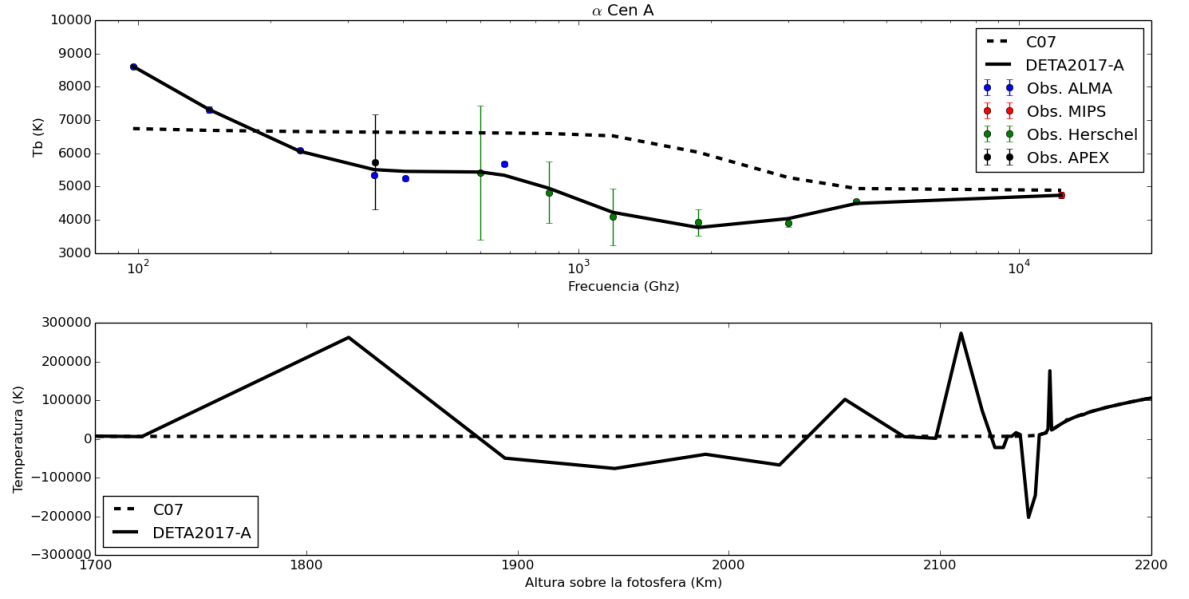


FIGURA 4.2: Espectro sintético generado por PakalMPI.

4.5.2. Temperatura Radial Positiva

En una nueva aproximación, se restringió la solución a una temperatura radial positiva y mayor a 3000 K. Kinich-Pakal realizó un total de 11300 iteraciones en un tiempo aproximado de 44 horas. En la gráfica superior de la figura 4.3 se aprecia que el espectro sintético se aproxima al observado y brinda una buena aproximación, sin embargo, si nos fijamos en la parte inferior de la gráfica notamos que en el perfil de temperatura radial la temperatura en la zona de la cromosfera incrementa en un orden de magnitud y en algunas capas presenta cambios de temperatura muy pronunciados que como mencionamos en el capítulo anterior no son físicamente posibles. Esta aproximación brinda un buen espectro pero del perfil radial de temperatura no es posible hacer una hipótesis del comportamiento atmosférico de la estrella. Nuevamente se observa que la zona de transición se ve afectada por elevaciones puntuales de temperatura. Se realizaron 4 pruebas más siguiendo estas restricciones y los resultados fueron los mismos.

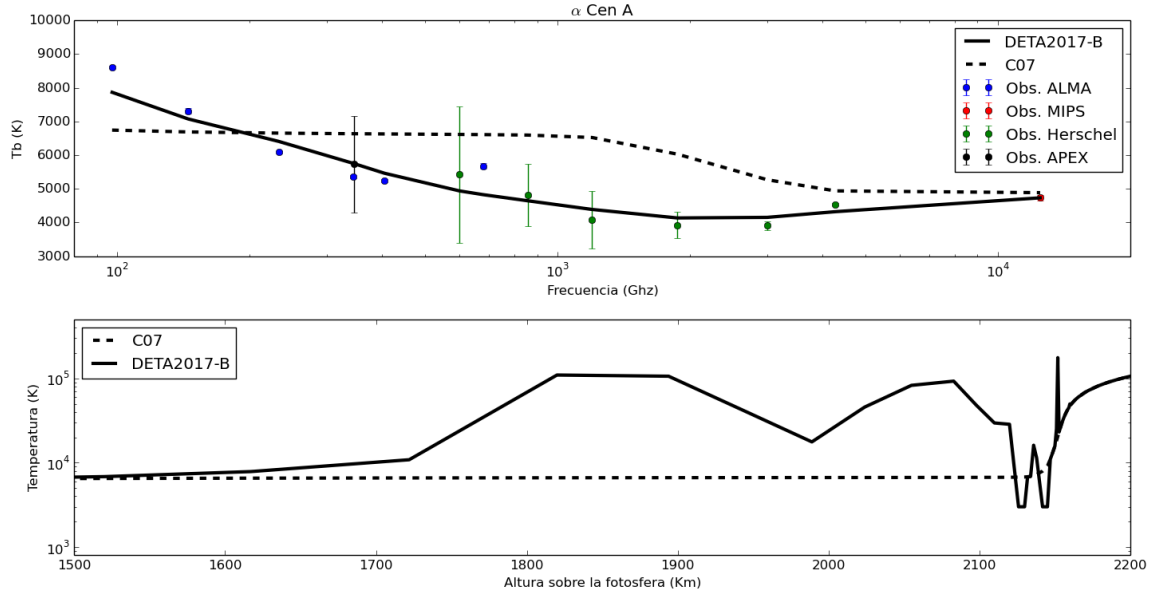


FIGURA 4.3: Espectro sintético generado por PakalMPI.

4.5.3. Temperatura Radial Acotada

Después de observar los resultados anteriores, se procedió a acotar la solución a un rango más específico, concretamente a ± 1000 K la temperatura radial de cada capa. Se restringió además la altura dejando sólo la cromosfera y la fotosfera. El aumento abrupto en zona de transición es un debate abierto en la física solar, pues no se conoce el mecanismo que lo provoca por lo que se toman los valores de temperatura establecidos en el modelo C7. Kinich-Pakal realizó 7968 iteraciones en un tiempo de 31 horas. En la parte superior de la gráfica 4.4 se observa un espectro que concuerda con la mayoría de la observaciones, pero en frecuencias más bajas se tiene un error de aproximadamente 1000 K, esto se debe principalmente a que la zona de transición tiene un papel fundamental en la emisión a longitudes de onda milimétricas (1mm-3mm). En la parte inferior de la gráfica se tiene un perfil de temperatura más suave, con algunos cambios repentinos de temperatura pero no mayores a 2000 K.

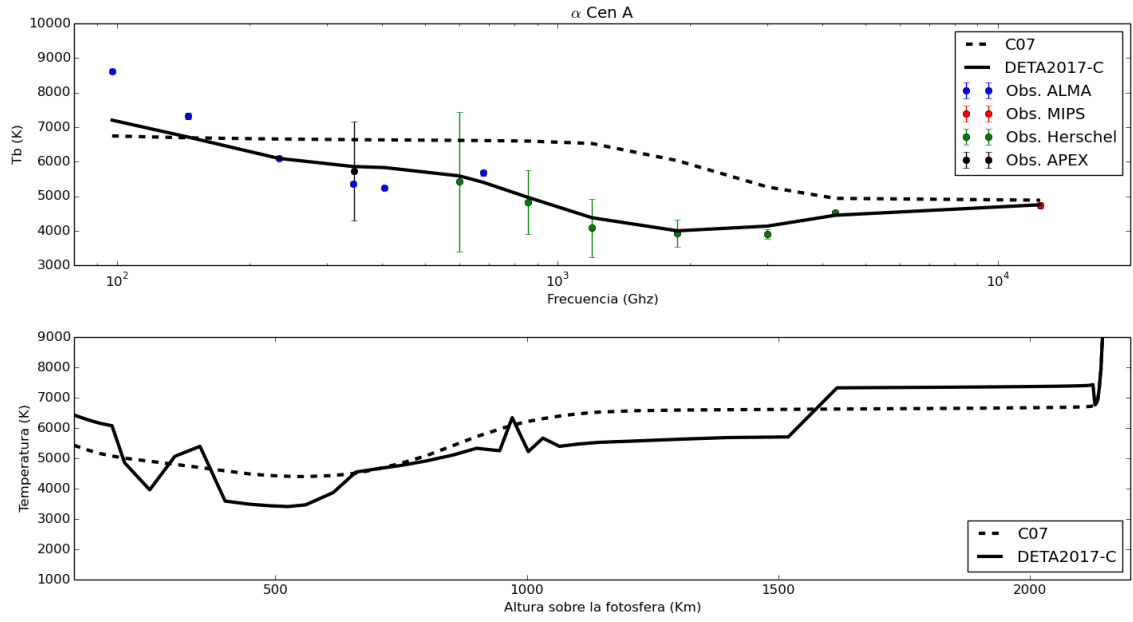


FIGURA 4.4: Espectro sintético generado por PakalMPI.

4.5.4. Refinamiento

Para tener una mejor resolución, se interpoló el perfil de temperatura para contar con más capas pero manteniendo la estructura de la atmósfera. Se pasó de 140 capas del modelo C7 a 385 capas teniendo la mayor densidad en la zona de la cromosfera. Al contar con más capas atmosféricas plano paralelas, el módulo Jaguar de PakalMPI tarda más tiempo en equilibrar hidrostáticamente la atmósfera por lo que el tiempo de convergencia se ve afectado de manera significativa. Kinich-Pakal realizó un total de 23585 iteraciones con un tiempo aproximado de 156 horas de procesamiento. El resultado se muestra en la figura 4.5. En la parte inferior de la gráfica se puede ver que la mayor resolución en la cromosfera nos proporciona un comportamiento similar al modelo DETA2017-C incluyendo pequeños incrementos de temperatura. Para tener un perfil radial sin cambios abruptos, se aplicó un suavizado el cual se muestra en color rojo.

En la parte superior de la gráfica, en color negro continuo se tiene el espectro obtenido con DETA2017-D y en rojo el espectro después de un suavizado DETA2017-S. Se observa que para el perfil de temperatura del modelo DETA2017-D, el espectro está de acuerdo con la mayoría de las observaciones y después con DETA2017-S se tiene un perfil que se ajusta tanto a las bajas como a las altas frecuencias, pero en frecuencias intermedias (600-1200 GHz) cae dentro del error reportado por el telescopio espacial Herschel y lejos de la banda 9 de ALMA. Revisando a detalle los datos recabados en la banda 9 de ALMA, se tiene un sobre flujo de radiación, lo que incrementa la temperatura de brillo. A esta anomalía se le atribuye el aumento repentino de temperatura a los 450 km y 1100 km de altura sobre la fotosfera. El modelo DETA2017-S nos da

una solución físicamente aceptable pues es un perfil suave sin cambios de temperatura abruptos. Este modelo nos muestra que el mínimo de temperatura en α Cen A se encuentra cercano al modelo actual que se tiene para el Sol y concuerda en la altura a la que se encuentra. Esta es la primera vez que se observa un mínimo de temperatura en un estrella distinta al Sol.

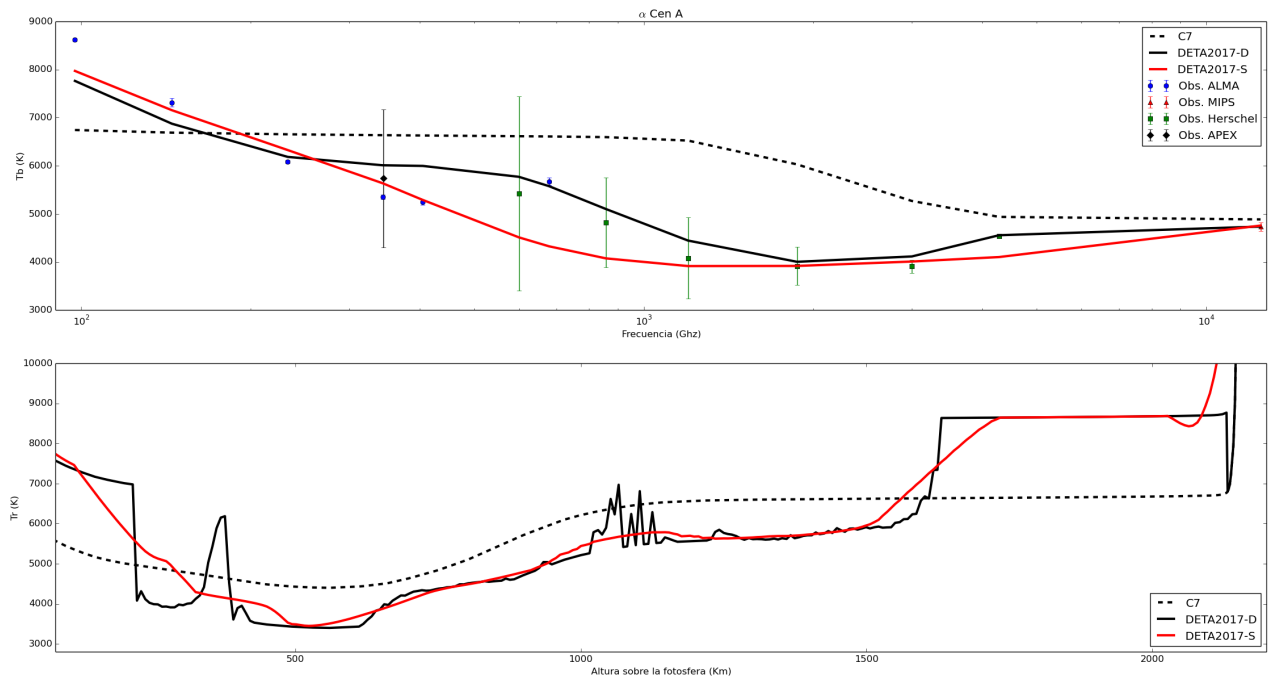


FIGURA 4.5: Espectro sintético generado por PakalMPI.

4.6. Conclusiones

En este capítulo estudiamos el comportamiento de Kinich-Pakal. Pudimos constatar que al ser un método numérico siempre busca la mejor solución numérica que no siempre tiene una interpretación física. Para obtener un modelo consistente con la física involucrada, es necesario imponer una serie de restricciones que evitarán tomar valores no deseados. Kinich-Pakal es un método más confiable para modificar perfiles de temperatura radial, pues a diferencia del método de prueba y error Kinich-Pakal puede realizar decenas de miles de iteraciones con un método que nos garantiza la mejor solución en un tiempo que humanamente no sería posible. Para el caso de α Cen A una estrella de tipo solar, se tomó una serie de observaciones con diferentes telescopios dentro del rango que puede reproducir PakalMPI y se realizó el ajuste variando los valores de temperatura radial para un modelo atmosférico solar. Kinich-Pakal encontró una serie de soluciones que reproducen el espectro observado con un mínimo error, sin embargo, ciertas soluciones toman valores que no tienen un fundamento físico y de las cuales no se puede hacer ninguna hipótesis. Poniendo una serie de restricciones se llegó a una solución que es consistente. Decimos entonces que α Cen A tiene un perfil de temperatura radial parecido a nuestro Sol con menor temperatura en su cromosfera pero situada a la misma altura.

Kinich-Pakal demostró que es sensible a las observaciones y puede identificar anomalías en la temperatura de brillo como es el caso de la banda 9 de ALMA y 3 bandas del telescopio espacial Herschel.

CUADRO 4.2: Observaciones realizadas con ALMA
(Liseau, De la Luz, O’Gorman, Bertone, Chávez, Tapia et al. 2016).

ALMA Banda	λ (μm)	ν (GHz)	Día yyyy-mm-dd	Inicio UTC hh min s	Fin UTC hh min s	α Cen A hh mm ss.s ^o ”	Flujo del haz principal $S_\nu \pm \Delta S_\nu$ (mJy), señal a ruido [S/N]	T_B (K)
3	3075	97.5	2014-07-03	00 47 20.4	01 38 19.4	14 39 28.893 -60 49 57.86	3.37 ± 0.012 [281]	8618 ± 31
7	873	343.5	2014-07-07	02 26 26.4	02 44 53.8	14 39 28.883 -60 49 57.84	26.06 ± 0.19 [137]	5351 ± 49
9	442	679	2014-07-18	00 56 05.7	01 26 49.4	14 39 28.870 -60 49 57.83	107.2 ± 1.50 [71]	5678 ± 79
6	1287	233	2014-12-16	11 04 36.6	11 18 34.2	14 39 28.650 -60 49 57.60	13.58 ± 0.08 [170]	6087 ± 36
4	2068	145	2015-01-18	13 35 24.5	13 59 40.8	14 39 28.624 -60 49 57.63	6.33 ± 0.08 [83]	7316 ± 88
8	740	405	2015-05-02	03 04 14.2	03 25 01.7	14 39 28.439 -60 49 57.44	35.32 ± 0.211 [168]	5242 ± 55

CUADRO 4.3: Observaciones realizadas con distintos telescopios
(Liseau et al. 2013).

λ (μm)	ν (GHz)	Flujo del haz principal $S_\nu \pm \Delta S_\nu$ (mJy)	Temperatura de brillo $T_B \pm \Delta T_B$ (K)	Telescopio
24	12491.5	28.53 ± 0.58	4736 ± 91	MIPS
70	4283	3.35 ± 0.028	4540 ± 37	Herschel
100	2998	1.41 ± 0.05	3909 ± 135	Herschel
160	1874	0.56 ± 0.06	3920 ± 394	Herschel
250	1199	0.24 ± 0.05	4084 ± 845	Herschel
350	857	0.145 ± 0.028	4822 ± 927	Herschel
500	600	0.08 ± 0.03	5421 ± 2018	Herschel
870	345	0.028 ± 0.007	5738 ± 1432	APEX

Capítulo 5

Conclusiones

Este trabajo tuvo como objetivo crear el primer modelo de ajuste automático para atmósferas de estrellas de tipo solar, tomando de base α Cen A. Para ello fue necesario conocer más a detalle el tipo de estrellas que se iban a estudiar así como los diversos modelos que tratan de explicar el comportamiento de la atmósfera solar y qué mecanismos físicos intervienen. El trabajo se centró en la cromosfera pues es un tema de debate en la comunidad de física solar ya que aún no se comprende el mecanismo exacto que permite la existencia del mínimo de temperatura y el cambio abrupto en la parte superior del perfil. Como vimos, estudiar una estrella de tipo solar nos da la ventaja de que podemos calcular un modelo promedio de las condiciones físicas en su cromosfera. Para encontrar un perfil de temperatura radial adecuado, se usaron observaciones en el rango milimétrico, sub-milimétrico y lejano infrarrojo tomadas por ALMA. De estas observaciones se puede obtener información acerca de la emisión cromosférica de la estrella. En trabajos anteriores (Liseau et al., 2016[20]) era necesario hacer cambios arbitrarios sobre el perfil de temperatura. La cantidad de cambios posibles estaba limitada a sólo unas cuantas decenas de cambios. El espectro obtenido tenía una desviación significativa respecto al observado. Para poder hacer el ajuste en el modelo atmosférico solar y reproducir con el mínimo error el espectro observado se desarrolló Kinich-Pakal. Este modelo de ajuste toma como entrada las observaciones realizadas por los telescopios, un modelo atmosférico solar parametrizado y un modelo de ajuste no lineal. Para poder reproducir el espectro milimétrico, se usó el modelo especializado en emisión milimétrica solar llamado PakalMPI. Para el modelo cromosférico solar se tomó como base C7 que es una actualización del modelo clásico VALC. La función principal de Kinich-Pakal es realizar cambios en los parámetros del modelo atmosférico solar mediante el método de Levenberg-Marquart de tal manera que PakalMPI nos pueda reproducir el espectro que tenga el menor error con las observaciones. Un caso de estudio fue α Cen A, una estrella de tipo solar que es la primera estrella que se le ha podido medir su emisión cromosférica debido a su distancia. Fue la mejor candidata debido a que sus características (cuadro 4.1) son ideales para probar el modelo Kinich-Pakal. Los resultados mostraron que el método funciona, siempre y

cuando imponamos una serie de restricciones que garanticen un resultado físicamente congruente. Kinich-Pakal demostró ser más eficaz para adaptar un modelo cromosferico solar a una estrella de tipo solar que cambios arbitrarios en el modelo. El perfil de temperatura radial modificado pudo reproducir el espectro observado. Dentro del perfil se encontraron anomalías térmicas que fueron asociadas a un sobre-flujo de radiación en los datos, pero se conservó la estructura típica que se observa en el Sol, es decir, un gradiente suave en la fotosfera, un mínimo de temperatura que indica una cromosfera, una zona de transición en donde la temperatura aumenta bruscamente y una corona con temperatura del orden de 10^6K . El resultado más importante fue que se pudo reproducir un mínimo de temperatura en un estrella similar al Sol a la misma altura.

5.1. Discusión

Durante el desarrollo de este trabajo, se observó que la banda 9 de ALMA y 3 bandas de Herschel presentaban anomalías en el flujo calculado. Estas anomalías se detectaron en el perfil de temperatura radial ya que presentaban cambios abruptos de temperatura entre una capa y otra. Después de hacer un suavizado en el perfil, se pudo observar que estas subidas intensas en temperatura tenían su origen en estas observaciones de la banda nueve de ALMA como se muestra en la figura 4.5. Existe la posibilidad de que el sobre flujo en las observaciones se debe a la reducción de datos de la banda 9 de ALMA. Aunque la opinión de algunos de los expertos en ALMA ven muy difícil que el sobre flujo registrado sea una falla en el sistema de adquisición de datos o en la reducción de los mismos. Otra de las hipótesis que nos planteamos es que la estrella presentaba actividad eruptiva propia de su clase espectral cuando se realizó la observación. Esto nos daría como resultado una emisión Sub-Thz que ha sido documentada por Fleishman y Kontar[9] y sería la primera vez que se observa en una estrella distinta al Sol.

Sin embargo este aumento en el flujo se observa tanto en α Centauri A como en su compañera α Centauri B por lo que el aumento de brillo en la banda 9 debería tener una relación en el sistema estelar binario al mismo tiempo lo cual también es complicado. Otra hipótesis que planteamos es que el sobre flujo provenga de otro mecanismo distinto a la estrella. El sobre flujo puede ser producto de un disco de escombros o algún objeto que rodea al sistema binario y que tiene su pico de emisión justo en las frecuencias afectadas.

Respecto a los modelos cromosfericos solares planteamos, que es posible que el mecanismo de difusión ambipolar no sea necesario. Se realizaron pruebas con las restricciones pertinentes y en todas se observó que es necesario un aumento de temperatura en la zona de transición. Cuando se hace el suavizado del perfil, se puede observar un gradiente de temperatura que se estabiliza antes de cambiar abruptamente. Este aumento nos indicaría que para bajas frecuencias es necesario un cambio controlado.

5.2. Trabajo Futuro

Durante este trabajo se consideró modelos plano paralelos en equilibrio hidrostático, sin embargo para futuros trabajos se pretende acoplar modelos que pueden reproducir estructuras más complejas como los modelos atmosféricos magnetohidrodinámicos (MHD). Kinich-Pakal está diseñado para acoplarlo con cualquier modelo que genere espectros sintéticos a cualquier longitud de onda y se adapta a modelos atmosféricos más complejos. Al ser el primer método que realiza ajustes de un modelo atmosférico solar a una estrella de tipo solar, no se tiene referencia sobre los resultados obtenidos. El trabajo futuro consistirá en analizar estadísticamente la solución obtenida a través de un análisis de varianza para cada observación con el fin de saber el error asociado a cada observación y la altura precisa que la afecta para tener una hipótesis más consistente.

Para tener un análisis más amplio de Kinich-Pakal, es necesario contar con más observaciones de estrellas de tipo solar, por lo que un trabajo posterior será recopilar las mayor cantidad de datos y analizarlos bajo este método y verificar si la estructura encontrada en α Cen A también se puede observar en otras estrellas similares.

Apéndice A

Código de Kinich-Pakal

```
#KinichPakal.jl is licensed under the MIT License:

#Copyright (c) 2017: Francisco Tapia and Victor De la Luz.

#Permission is hereby granted, free of charge,
#to any person obtaining a copy of this software and associated documentation files (the "Software"),
#to deal in the Software #without restriction, including without limitation the rights
#to use, copy, modify, merge, publish, distribute, sublicense, and/or sell copies of the Software, and
#permit persons to whom the Software is furnished to do so, subject to the following conditions:
#The above copyright notice and this permission notice shall
#be included in all copies or substantial portions of the Software.
#THE SOFTWARE IS PROVIDED "AS IS", WITHOUT WARRANTY OF ANY KIND,
#EXPRESS OR IMPLIED, INCLUDING BUT NOT LIMITED TO THE WARRANTIES OF MERCHANTABILITY,
#FITNESS FOR A PARTICULAR PURPOSE AND NONINFRINGEMENT. IN NO EVENT SHALL
#THE AUTHORS OR COPYRIGHT HOLDERS BE LIABLE FOR ANY CLAIM, DAMAGES OR OTHER LIABILITY,
#WHETHER IN AN ACTION OF CONTRACT, TORT OR OTHERWISE, ARISING FROM, OUT OF OR IN CONNECTION WITH THE SO

#Created by Francisco Tapia (ftapia@fismat.umich.mx) and Victor De la Luz(vdelaluz@igeofisica.unam.mx)

#Packages
using LsqFit
using PyPlot

#Head
star="AlphaCenA"
model="DELALUZ-TAPIA"
lowmin_1=100
upmax_1=1200
lowmin_2=1000.0
upmax_2=1000.0
layerlow_1=1
layerup_1=21
layerlow_2=22
layerup_2=85
dz=8
```

```

ia=3
emission=1e-40
today=Dates.today()

run('./clean.sh')

if star == "AlphaCenA"
    frequencies = "frequencies-acenA.dat"
    tb="tb-acenA.dat"
    processors = length(readdlm("$frequencies"))
    typeofmodel = readdlm("data/atmosphere/hydrostatic/$model/hydrostatic.bak")
    layers = length(typeofmodel[:,1])

    if layers == 52
        zend=698543
    elseif layers == 140
        zend=764084.4
    end

    elseif star == "Sun"
        frequencies="frequencies-sun.dat"
        tb="tb-sun.dat"
        processors=length(readdlm("$frequencies"))
        typeofmodel=readdlm("data/atmosphere/hydrostatic/$model/hydrostatic.bak")
        layers=length(typeofmodel[:,1])

        if layers == 52
            zend=698543
        elseif layers == 140
            zend=764084.4
        end
    end
end

println("frequencies\ttb\ttprocessors\ttzend\ttmodel\ttlayers")
println("$frequencies\t$t\tb\t$t$processors\t$t$zend\t$t$model\t$t$layers")

#Code
outfile = open("jaguar/julia-iteration.dat", "w")
write(outfile,"0")
close(outfile)

function syntetic_spectrum(nu, Tr)
    hydro=readdlm("data/atmosphere/hydrostatic/$model/hydrostatic.dat")

    outfile = open("data/atmosphere/hydrostatic/$model/hydrostatic.dat", "w")
    write(outfile,"# H\n")
    write(outfile,"# Header file to $model\n")
    write(outfile,"# By: Victor De la Luz and Francisco Tapia\n")
    write(outfile,"# vdelaluz@geofisica.unam.mx,ftapia@fismat.umich.mx\n")
    write(outfile,"# $today\n")
    write(outfile,"# Full Hydrostatic model (includes P and H)\n")
    write(outfile,"# id: Identification model\n")
    write(outfile,"# z : Height over the photosphere (km)\n")

```

```

write(outfile,"# T : Temperature (k)\n")
write(outfile,"# P : Pressure\n")
write(outfile,"# H : Hidrogen density (cm-3)\n")
write(outfile,"# [ne]: Calculada a partir de las especies\n")
write(outfile,"# V : Doppler Velocity\n")
write(outfile,"# vt: Turbulent Velocity\n")
write(outfile,"#id      z      T      P      H      V      vt\n")

for i=1:layerup_1
    id=round(Int,hydro[i,1])
    z=hydro[i,2]
    T=Tr[i]
    P=hydro[i,4]
    H=hydro[i,5]
    V=hydro[i,6]
    vt=hydro[i,7]
    write(outfile,"$id\t$z\t$T\t$P\t$H\t$V\t$vt\n")
end

for i=layerlow_2:layerup_2
    id=round(Int,hydro[i,1])
    z=hydro[i,2]
    T=Tr[i]
    P=hydro[i,4]
    H=hydro[i,5]
    V=hydro[i,6]
    vt=hydro[i,7]
    write(outfile,"$id\t$z\t$T\t$P\t$H\t$V\t$vt\n")
end

for i=(layerup_2+1):length(hydro[:,1])
    id=round(Int,hydro[i,1])
    z=hydro[i,2]
    T=hydro[i,3]
    P=hydro[i,4]
    H=hydro[i,5]
    V=hydro[i,6]
    vt=hydro[i,7]
    write(outfile,"$id\t$z\t$T\t$P\t$H\t$V\t$vt\n")
end

close(outfile)

i=parse(Int,readall("jaguar/julia-iteration.dat"))+1
outfile = open("jaguar/julia-iteration.dat", "w") #
write(outfile,"$i") #
close(outfile)

run('mpiexec -n 1 -f ./machinefile -iface ib0 ./pakal -model $model -hydro')
run('mpiexec -n $processors -f ./machinefile -iface ib0 ./pakal -model $model -spectrum $frequencies
7.3e5 -z-begin 0 -z-end $zend -xy 0 0 -restricted 10.0')

#####Output#####
data=readdlm("synthetic-spectrum.dat");

```

```

        return data[:,2]

end

nu = readdlm("$frequencies");
observed_spectrum = readdlm("$tb");
inicial=readdlm("data/atmosphere/hydrostatic/$model/hydrostatic.bak")

P1=inicial[layerlow_1:layerup_1,3];
P2=inicial[layerlow_2:layerup_2,3];

low=zeros(length(P1)+length(P2))
up=zeros(length(P1)+length(P2));

for i=1:length(P1)
    low[i]=P1[i]-lowmin_1
    up[i]=P1[i]+upmax_1
end

for i=1:length(P2)
    low[i+length(P1)]=P2[i]-lowmin_2
    up[i+length(P1)]=P2[i]+upmax_2
end

tic()
fit = curve_fit(syntetic_spectrum, nu[:,1], observed_spectrum[:,1], inicial[layerlow_1:layerup_2,3],low,up)
time_ex=toc()

parameter=fit.param
errors=estimate_errors(fit, 0.95)

outfile = open("data/atmosphere/hydrostatic/$model/hydrostatic-$model-acenA.dat", "w")
write(outfile, "#The time execution was: $time_ex \n")
write(outfile, "#Layer\tParameter\tError at 95% of confidence \n")

for i=1:length(parametros)
    param=parameter[i]
    err=errors[i]
    write(outfile, "$i\t$t$param\t$t$err \n")
end

close(outfile)

```

Índice de figuras

1.1. Diagrama Hertzsprung–Russell. En rojo se encuentra el Sol y en amarillo α Centauri A.	7
1.2. Modelo propuesto por Athay.	11
1.3. Perfiles de temperatura para los modelos VAL A-F.	13
1.4. Perfil de temperatura del modelo C7.	14
1.5. Intensidad específica.	16
1.6. Emisión isotrópica.	16
1.7. Geometría usada en el modelo numérico (De la Luz et al. 2010).	22
2.1. Atmósfera parametrizada.	25
2.2. Integración usando el módulo Tulum (De la Luz et al., 2010).	31
3.1. Diagrama de flujo para Kinich-Pakal.	39
3.2. Histograma de residuales.	41
3.3. Gráfica de residuales.	41
3.4. Espectro Sintético antes y después de la convergencia.	42
4.1. Perfil de temperatura del modelo atmosférico de entrada.	47
4.2. Espectro sintético generado por PakalMPI.	49
4.3. Espectro sintético generado por PakalMPI.	50
4.4. Espectro sintético generado por PakalMPI.	51
4.5. Espectro sintético generado por PakalMPI.	52

Índice de cuadros

1.1. Clasificación espectral.	8
1.2. Parámetros estelares para el Sol.	8
3.1. Espectro sintético generado de manera arbitraria.	40
4.1. Parámetros estelares para α Cen A (Liseau et al. 2013).	44
4.2. Observaciones realizadas con ALMA (Liseau, De la Luz, O’Gorman, Bertone, Chávez, Tapia et al. 2016).	54
4.3. Observaciones realizadas con distintos telescopios (Liseau et al. 2013).	55

Bibliografía

- [1] *Aristarchus of Samos, the ancient Copernicus ; a history of Greek astronomy to Aristarchus, together with Aristarchus's Treatise on the sizes and distances of the sun and moon : a new Greek text with translation and notes : Heath, Thomas Little, Sir, 1861-1940 : Free Download Streaming.* URL: <https://archive.org/details/aristarchusofsam00heatuoft>.
- [2] R. G. Athay. "A model of the chromosphere from radio and optical data". En: *URSI Symp. 1: Paris Symposium on Radio Astronomy*. Ed. por R. N. Bracewell. Vol. 9. IAU Symposium. 1959, pág. 98.
- [3] E. Baron y Peter H. Hauschildt. "Parallel Implementation of the PHOENIX Generalized Stellar Atmosphere Program. II. Wavelength Parallelization". En: *The Astrophysical Journal* 495.1 (1998), 370–376. DOI: 10.1086/305287.
- [4] M. Carlsson. "The MULTI Non-LTE Program (Invited Review)". En: *Cool Stars, Stellar Systems, and the Sun*. Ed. por M. S. Giampapa y J. A. Bookbinder. Vol. 26. Astronomical Society of the Pacific Conference Series. 1992, pág. 499.
- [5] M. Carlsson y R. F. Stein. "Dynamic Hydrogen Ionization". En: 572 (jun. de 2002), págs. 626-635. DOI: 10.1086/340293. eprint: [astro-ph/0202313](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0202313).
- [6] F. Castelli. "ATLAS12: how to use it". En: *Memorie della Societa Astronomica Italiana Supplementi* 8 (2005), pág. 25.
- [7] R. Cayrel y col. "A grid of synthetic spectra for the determination of effective temperature, gravity and metallicity of F, G, and K stars. I - Description of the method. II - Application to 41 stellar spectra taken in the Basel field of SA 141". En: 247 (jul. de 1991), págs. 108-129.
- [8] Subrahmanyan Chandrasekhar. *Radiative transfer*. Courier Corporation, 2013.
- [9] Gregory D. Fleishman y Eduard P. Kontar. "Sub-Thz Radiation Mechanisms in Solar Flares". En: *The Astrophysical Journal Letters* 709.2 (2010), pág. L127.
- [10] J. M. Fontenla, E. H. Avrett y R. Loeser. "Energy balance in the solar transition region. III - Helium emission in hydrostatic, constant-abundance models with diffusion". En: 406 (mar. de 1993), págs. 319-345. DOI: 10.1086/172443.

- [11] J. M. Fontenla, K. S. Balasubramaniam y J. Harder. “Semiempirical Models of the Solar Atmosphere. II. The Quiet-Sun Low Chromosphere at Moderate Resolution”. En: *The Astrophysical Journal* 667.2 (2007), 1243–1257. DOI: 10.1086/520319.
- [12] J. M. Fontenla y col. “Semiempirical Models of the Solar Atmosphere. I. The Quiet- and Active Sun Photosphere at Moderate Resolution”. En: *The Astrophysical Journal* 639.1 (2006), 441–458. DOI: 10.1086/499345.
- [13] J. M. Fontenla y col. “Semiempirical Models Of The Solar Atmosphere. III. Set Of Non-Lte Models For Far-Ultraviolet/extreme-Ultraviolet Irradiance Computation”. En: *The Astrophysical Journal* 707.1 (2009), 482–502. DOI: 10.1088/0004-637x/707/1/482.
- [14] A. Fossum y M. Carlsson. “High-frequency acoustic waves are not sufficient to heat the solar chromosphere”. En: 435 (jun. de 2005), págs. 919-921. DOI: 10.1038/nature03695.
- [15] J. A. Gonzalez-Esparza y col. “Mexican Space Weather Service (SCiESMEX)”. En: *Space Weather* 15.1 (2017), 3–11. DOI: 10.1002/2016sw001496.
- [16] B. Gustafsson y col. “A grid of model atmospheres for metal-deficient giant stars. I”. En: 42 (sep. de 1975), págs. 407-432.
- [17] I. Hubeny y T. Lanz. “Non-LTE line-blanketed model atmospheres of hot stars. 1: Hybrid complete linearization/accelerated lambda iteration method”. En: *The Astrophysical Journal* 439 (1995), pág. 875. DOI: 10.1086/175226.
- [18] R. L. Kurucz. “Model atmospheres for G, F, A, B, and O stars”. En: *The Astrophysical Journal Supplement Series* 40 (1979). DOI: 10.1086/190589.
- [19] Leenaarts, J. y col. “On the minimum temperature of the quiet solar chromosphere”. En: *AA* 530 (2011), A124. DOI: 10.1051/0004-6361/201016392. URL: <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201016392>.
- [20] Liseau, R. y col. “ALMA’s view of the nearest neighbors to the Sun - The submm/mm SEDs of the Centauri binary and a new source”. En: *AA* 594 (2016), A109. DOI: 10.1051/0004-6361/201629135.
- [21] Loukitcheva, M., Solanki, S. K. y White, S. “The dynamics of the solar chromosphere: comparison of model predictions with millimeter-interferometer observations”. En: *AA* 456.2 (2006), págs. 713-723. DOI: 10.1051/0004-6361:20053171. URL: <https://doi.org/10.1051/0004-6361:20053171>.
- [22] V. De La Luz y col. “The Relation Between the Radial Temperature Profile in the Chromosphere and the Solar Spectrum at Centimeter, Millimeter, Submillimeter, and Infrared Wavelengths”. En: *Solar Physics* 289.8 (2014), 2879–2889. DOI: 10.1007/s11207-014-0511-0.

- [23] Victor De La Luz, Jean-Pierre Raulin y Alejandro Lara. “The Chromospheric Solar Millimeter-Wave Cavity Originates In The Temperature Minimum Region”. En: *The Astrophysical Journal* 762.2 (2012), pág. 84. DOI: 10.1088/0004-637x/762/2/84.
- [24] Victor De La Luz y col. “Pakal: A Three-Dimensional Model To Solve The Radiative Transfer Equation”. En: *The Astrophysical Journal Supplement Series* 188.2 (2010), 437–446. DOI: 10.1088/0067-0049/188/2/437.
- [25] Victor De La Luz y col. “Solar limb theoretical tomography at millimeter, sub-millimeter, and infrared wavelengths”. En: *Advances in Space Research* 58.10 (2016), 2003–2006. DOI: 10.1016/j.asr.2016.04.016.
- [26] Donald H. Menzel. “Physical Processes in Gaseous Nebulae. I.” En: *The Astrophysical Journal* 85 (1937), pág. 330. DOI: 10.1086/143827.
- [27] V. G. Nagnibeda y M. A. Loukitcheva. “Diagnostics of solar chromosphere plasma based on observations of millimeter radiation”. En: *Chemical Physics* 398 (abr. de 2012), págs. 33-36. DOI: 10.1016/j.chemphys.2011.06.018.
- [28] R. W. Noyes y D. N. B. Hall. “Spectra of CO Fundamental Lines and the Structure of the High Photosphere”. En: 4 (jun. de 1972), pág. 389.
- [29] J. T. Schmelz y J. C. Brown, eds. *The Sun: A Laboratory for Astrophysics*. Vol. 373. NATO Advanced Science Institutes (ASI) Series C. 1992.
- [30] C. L. Selhorst, A. V. R. Silva y J. E. R. Costa. “What determines the radio polar brightening?” En: 440 (sep. de 2005), págs. 367-371. DOI: 10.1051/0004-6361:20053083.
- [31] J. M. Steele. “Solar Eclipse Times Predicted by the Babylonians”. En: *Journal for the History of Astronomy* 28.2 (1997), 133–139. DOI: 10.1177/002182869702800204.
- [32] G. Cayrel de Strobel. “Stars resembling the Sun”. En: *The Astronomy and Astrophysics Review* 7.3 (1996), págs. 243-288. DOI: 10.1007/s001590050006. URL: <http://dx.doi.org/10.1007/s001590050006>.
- [33] J. E. Vernazza, E. H. Avrett y R. Loeser. “Structure of the solar chromosphere. II - The underlying photosphere and temperature-minimum region”. En: *The Astrophysical Journal Supplement Series* 30 (1976). DOI: 10.1086/190356.
- [34] J. E. Vernazza, E. H. Avrett y R. Loeser. “Structure of the solar chromosphere. III - Models of the EUV brightness components of the quiet-sun”. En: *The Astrophysical Journal Supplement Series* 45 (1981), pág. 635. DOI: 10.1086/190731.
- [35] Jorge E. Vernazza, Eugene H. Avrett y Rudolf Loeser. “Structure of the Solar Chromosphere. Basic Computations and Summary of the Results”. En: *The Astrophysical Journal* 184 (1973), pág. 605. DOI: 10.1086/152353.
- [36] John Myles White y other contributors. *LsqFit.jl*. 2012. URL: <https://github.com/JuliaNLSolvers/LsqFit.jl> (visitado 2017).

- [37] H. Zirin, B. M. Baumert y G. J. Hurford. “The microwave brightness temperature spectrum of the quiet sun”. En: 370 (abr. de 1991), págs. 779-783. DOI: 10.1086/169861.