



UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLÁS DE
HIDALGO

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS
"MAT. LUIS MANUEL RIVERA GUTIÉRREZ"

EFFECTO DE LA PRESENCIA DE MATERIA OSCURA
EN EL ESPECTRO DE RAYOS CÓSMICOS DE ALTAS
ENERGÍAS

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:
Licenciada en Ciencias Físico Matemáticas

PRESENTA:

Iveth Adaena Gaspar Gorostieta

ASESOR:

Dr. Juan Carlos Arteaga Velázquez
IFM-UMSNH



Morelia, Michoacán, Junio, 2018

*“Todo pasa y todo queda
pero lo nuestro es pasar,
pasar haciendo caminos,
caminos sobre la mar”.*
Antonio Machado

Agradecimientos

A mi familia. A mis papás, que siempre me han apoyado en todo lo que me propongo hacer; a ellos les debo lo que soy y las grandes experiencias que he vivido, agradezco bastante su comprensión y cariño. A mi hermana Ady y a don Dey, que siempre me han ayudado dentro de sus posibilidades.

A mi asesor, el Dr. Juan Carlos Arteaga Velázquez, por su paciencia, su guía en esta tesis y su excelente profesionalismo, que me ayudaron a realizar este trabajo y a concluir otra etapa de mi formación académica.

A mis amigos y familiares. A Ezequiel por su amistad y apoyo incondicional. A todos aquellos que me brindaron su valiosa amistad y con quienes pasé noches de desvelo por tareas y exámenes, pero también por fiestas. A quienes compartieron conmigo momentos emocionantes y viajes, cuyas experiencias llevaré en el fondo de mi corazón. A mis queridos primos y tíos que toda la vida me han apoyado y motivado a seguir mis objetivos.

A mis profesores. No sólo a quienes me impartieron cursos en la licenciatura, también a quienes me han dado clases desde pequeña, porque el aprendizaje y la formación de una persona es gradual, y parte de la alumna que soy ahora se los debo a todos mis maestros de mi educación básica que siempre recuerdo con mucho gusto y cariño. Agradezco infinitamente a todas las personas que han confiado en mí: a la profesora Adela Miranda Bello y a los profesores J. Jesús Salgado Villegas[†] y Jesús David Robles González, maestros de la secundaria que siempre me han alentado a seguir adelante, no sólo como profesional, sino también como persona, espero no defraudarlos nunca. A mi maestro de declamación y ajedrez: Jesús Isarrarás Gutiérrez, quien me ha preparado con disciplina y ahínco para lograr grandes metas en mi vida. Agradezco a la maestra Blanca Estela Mesina Camacho, quien supo encausar mi pasión por la astrofísica y me canalizó a quienes han sido mi inspiración y motivación en el mundo de la ciencia: el Dr. Luis Felipe Rodríguez Jorge y la Dra. Yolanda Gómez Castellanos[†]. Hago una mención especial a todos los astrónomos e ingenieros de cómputo del IRyA (UNAM) que me han apoyado desde mi educación media superior. Finalmente, a mis profesores de la licenciatura, excelentes investigadores que tuve la fortuna de tener como maestros

en alguno o varios cursos, porque no sólo conocí a investigadores de la facultad en Cs. Físico-Matemáticas, sino también del IFM y de la UNAM. Agradezco en especial a Julio César Magaña, Fernando Iguazú Ramírez Zavaleta y Gabriel Arroyo Correa, de quienes recibí excelentes cursos durante mis estudios de educación superior, así como a los profesores Fco. Siddarta Guzmán, Umberto Cotti Gollini y Luca Tessieri, por siempre confiar en mí y alentarme a seguir adelante.

Resumen

En este trabajo se estudia la dispersión de Compton entre materia bariónica y un fotón de Kaluza-Klein a energías cercanas a la resonancia de la reacción. Tomando en cuenta la distribución de materia oscura en nuestra galaxia y el modelo de partones para describir el interior de los protones, se calcula la influencia de la presencia de materia oscura en el espectro de energía de los rayos cósmicos que se mide en la Tierra ($E \sim 10^{16} - 10^{18}$ eV). Posteriormente, se compara el espectro final con el observado con el experimento KASCADE-Grande mediante un ajuste χ^2 y de aquí se calcula si la presencia de materia oscura en el universo como la aquí asumida es compatible con los datos experimentales.

Palabras clave: Rayos cósmicos, Kaluza-Klein, Dispersión Compton, Dimensiones extra, Materia oscura.

Abstract

In this work we study the Compton Scattering of baryonic matter and a Kaluza-Klein photon at energies that are close to the resonance. Taking into account the distribution of dark matter in our galaxy and the Parton Model to describe the interior of protons, we calculate the effect caused by the presence of dark matter in the energy spectrum of cosmic rays measured on Earth ($E \sim 10^{16} - 10^{18}$ eV). Subsequently, the final spectrum is compared with the observations of KASCADE-Grande experiment by using a χ^2 fit, and then, it is calculated whether the presence of dark matter in the universe that we have assumed here is compatible with experimental data.

Keywords: Cosmic Rays, Kaluza-Klein, Compton Scattering, Extra Dimensions, Dark Matter.

Índice general

Índice de figuras	XIII
Índice de tablas	XVII
1. Introducción	1
2. Materia oscura	3
2.1. Evidencias de presencia de materia oscura	3
2.2. Tipos de materia oscura	7
2.3. Candidatos a materia oscura y posibles interacciones	8
2.4. Detección indirecta de materia oscura	9
2.5. Modelo de Einasto para la distribución de materia oscura en la Vía Láctea	10
3. Modelo estándar y dimensiones extra	11
3.1. Short title	11
3.2. Modelo de partones	15
3.3. Dimensiones extra	17
3.4. Modelo de Kaluza-Klein	18
3.5. Fotón oscuro de Kaluza-Klein	20
4. Rayos cósmicos	23
4.1. Historia	23
4.2. Espectro de rayos cósmicos	27
4.3. Mecanismos de aceleración de los rayos cósmicos	33
4.4. ¿Cómo se detectan los rayos cósmicos?	35
5. Cálculo de la sección eficaz de interacción fermión-fotón oscuro	37
5.1. Diagrama de Feynman y amplitud de probabilidad	37
5.2. Sección eficaz de dispersión	55
5.3. Cálculo de la sección eficaz para la interacción de un protón con el bosón oscuro de Kaluza-Klein	62
5.4. Flujo de rayos cósmicos pesado	65

5.5. Densidad de materia oscura en la galaxia	67
5.6. Comparación del flujo estimado y el observado	68
6. Resultados	71
6.1. Resultados de la sección eficaz de dispersión entre un quark y un bosón oscuro de Kaluza-Klein	71
6.2. Resultados de la sección eficaz de dispersión entre un protón y un bosón oscuro de Kaluza-Klein	73
6.3. Longitud de atenuación y distancia recorrida por el rayo cósmico	76
6.4. Comparación entre el modelo teórico del flujo de rayos cósmicos después de interactuar con materia oscura y los datos experimentales del flujo medido con KASCADE-Grande	79
7. Conclusiones	83
A. Reglas de Feynman	85
B. Identidades	87
Bibliografía	89

Índice de figuras

2.1. Velocidades tangenciales en una galaxia. Los puntos representan las observaciones y la curva el cálculo teórico (1).	5
3.1. Las partículas que se incluyen en el Modelo Estándar de partículas elementales están agrupadas en tres bloques: leptones, quarks y bosones. .	14
3.2. Según el modelo partones, el protón se constituye por tres quarks de valencia (en color verde) unidos por gluones (representados por las espirales), además de gluones y un mar de pares de quarks y antiquarks (en color naranja) que interactúan entre sí.	16
3.3. Secuencia de procesos generados a partir de la colisión de dos protones. Aquí puede apreciarse que los protones descritos por sus funciones de distribución partónica producen el proceso de dispersión fuerte para seguir con la lluvia de partones, la hadronización y los decaimientos (2).	16
3.4. Esquema que representa la dispersión tipo Compton de un fermión de Dirac ($s = 1/2$) y un bosón ($\lambda = 1$) oscuro B_1 de Kaluza-Klein	19
3.5. Canales mediante los cuales puede llevarse a cabo un proceso de dispersión entre dos partículas.	19
4.1. Víctor Hess en la canasta de un globo aerostático aterrizando después de un vuelo en 1912 para realizar estudios de rayos cósmicos (3).	25
4.2. Experimento KASCADE-Grande ubicado en el KIT, Karlsruhe, Alemania. Se muestra a la izquierda un plano de la red de detectores y una fotografía de KASCADE a la derecha (4).	27
4.3. Espectro de rayos cósmicos detectado con diferentes experimentos (5). .	28
4.4. Espectro de energía de algunos elementos químicos presentes en los rayos cósmicos. (6).	29
4.5. Componentes total, ligera y pesada del flujo de rayos cósmicos medido por KASCADE-Grande en el intervalo $E = 10^{16} eV$ a $10^{18} eV$ (7). . . .	30

4.6. Espectro de energía total en la región de la segunda rodilla, medido por KASCADE-Grande multiplicado por E^3 : se grafica el número de partículas cargadas y número de muones (para protones y núcleos de hierro). Para realizar el ajuste se empleó la técnica de utilizar la diferencia de las tasas de las partículas cargadas y del hierro (4).	31
4.7. Mapa en coordenadas galácticas del flujo de rayos cósmicos con energía $E \geq 10^8$ EeV. Se muestra la dirección de los rayos cósmicos de la fuente (marcada con la cruz) en dirección al dipolo de rayos cósmicos de la distribución de galaxias 2MRS. Los contornos en la fuente delimitan una región con nivel de confianza del 68 % y 95 % (8).	32
4.8. Representación esquemática del modelo de “leaky box” (5).	34
5.1. Diagrama de Feynman para la dispersión de un fermión y un bosón oscuro de Kaluza-Klein en el canal s (9), (10), (11).	38
5.2. Ajuste χ^2 realizado a los datos de la componente pesada del flujo de rayos cósmicos medido por KASCADE-Grande (línea central). Se muestran los puntos y la banda de error resultado del ajuste (7).	65
6.1. Sección eficaz de dispersión entre un quark up y un bosón oscuro de Kaluza-Klein a muy altas energías para diferentes masas M_{B_1} del fotón oscuro y $\delta = 1$ GeV.	72
6.2. Sección eficaz de dispersión entre un protón y un fotón oscuro de Kaluza-Klein con $\delta = 10^{-3}$ GeV.	73
6.3. Sección eficaz de dispersión entre un protón y un fotón oscuro de Kaluza-Klein con $\delta = 10^{-1}$ GeV.	74
6.4. Sección eficaz de dispersión entre un protón y un fotón oscuro de Kaluza-Klein con $\delta = 1$ GeV.	75
6.5. Sección eficaz de dispersión entre un protón y un fotón oscuro de Kaluza-Klein con $\delta = 10$ GeV.	75
6.6. Sección eficaz de dispersión entre un protón y un fotón oscuro de Kaluza-Klein con $\delta = 100$ GeV.	76
6.7. Gráfica del logaritmo de la energía del rayo cósmico vs la longitud de atenuación del mismo (λ) para una masa M_{B_1} de 1.5 GeV. La curva superior representa la longitud de atenuación para $\delta = 1$ GeV, la siguiente curva tiene $\delta = 10^{-1}$ GeV y la tercer curva, $\delta = 10^{-2}$ GeV. En este último caso puede observarse que λ aumenta ligeramente a partir de $E = 10^{8.5}$ GeV debido a que las funciones de distribución partónica se extrapolan en un rango de x (fracción del momento del partón en el protón) donde las funciones no son válidas (12). También se muestra la distancia promedio recorrida por los rayos cósmicos dentro de la Vía Láctea, representada por la línea inferior ($d = 1.42 \times 10^{25}$ cm) (13). . .	77

6.8. Se compara el flujo de rayos cósmicos medido por KASCADE-Grande con el flujo de rayos cósmicos después de interactuar con materia oscura calculado con una $\delta = 1 \text{ GeV}$. Los dos flujos coinciden porque el efecto de la atenuación es pequeño.	78
6.9. Se compara el flujo de rayos cósmicos medido por KASCADE-Grande con el flujo de rayos cósmicos después de interactuar con materia oscura calculado con una $\delta = 10^{-1} \text{ GeV}$. Aquí puede verse que el efecto de la atenuación hace que ambos flujos dejen de coincidir a pesar de que se encuentran dentro de la banda de error del flujo medido experimentalmente (el flujo medido por KASCADE-Grande corresponde al flujo superior, y el de abajo, al flujo calculado en este trabajo).	78
6.10. Se compara el flujo de rayos cósmicos medido por KASCADE-Grande (curva central) con el flujo final de rayos cósmicos después de interactuar con materia oscura calculado con una $\delta = 10^{-2} \text{ GeV}$. En este caso, los flujos dejan de coincidir de tal manera que el flujo calculado sale de la banda de error del flujo medido por KASCADE-Grande. Esto nos indica que dicho proceso no puede ser encontrado en la naturaleza, por lo que este escenario para la interacción de rayos cósmicos y materia oscura debe descartarse.	79
6.11. En esta gráfica se muestran los resultados de la prueba $\chi^2/ndof$ aplicada al flujo de rayos cósmicos detectado con KASCADE-Grande y al flujo teórico de rayos cósmicos obtenido después de interactuar con la materia oscura para diferentes valores de M_{B_1} y δq . Las zonas con color claro indican regiones de $\chi^2/ndof \gtrsim 1$. Las regiones más oscuras muestran mayor concordancia entre los datos experimentales y la estimación teórica (región en la que la presencia de materia oscura no se descarta). Aquí, en la parte inferior izquierda se aprecian los escenarios de mayor discrepancia (donde la presencia de materia oscura entra en conflicto con los datos).	80
6.12. Se indica la probabilidad de acuerdo entre las estimaciones y las mediciones experimentales dados ciertos escenarios de materia oscura con fotón oscuro, para diferentes valores de δq y de la masa M_{B_1} (las regiones con los colores oscuros muestran las zonas menos probables de que haya materia oscura, es decir, donde la $Prob(\chi^2; N)$ se acerca a cero). En esta figura se aprecia que con una $Prob(\chi^2; N) = 68 \%$ podemos descartar los escenarios de materia oscura con M_{B_1} en un intervalo de $[1, 8.91] \text{ GeV}$ y δq en un intervalo de $[10^{-3}, 3.16 \times 10^{-2}]$. Así mismo, se observan aquí los límites actuales obtenidos por CDMS y XENON10 indicados con las líneas rectas y calculados también para una probabilidad de acuerdo del 68 % (9).	81
A.1. Fermión	85
A.2. Fermión que sale	85

ÍNDICE DE FIGURAS

A.3. Bosón que entra	85
A.4. Bosón que sale	85
A.5. Propagador	85

Índice de tablas

3.1. Sabores de los quarks y leptones (14)	12
5.1. Valores de diferentes constantes para los quarks que se requieren para el cálculo de la sección eficaz mostrado en 5.141.	65
5.2. Resultados del ajuste χ^2 realizado a los datos obtenidos por KASCADE-Grande para la componente pesada de los rayos cósmicos (7). Las unidades de c_0 son $[m^{-2}sr^{-1}s^{-1}eV^{1.7}]$ y la energía está dada en $[GeV]$. . .	66

Introducción

Desde el siglo pasado se ha realizado un gran esfuerzo por comprender la naturaleza de la materia oscura, esta sustancia que no interactúa electromagnéticamente, pero muestra efectos gravitacionales a escalas galácticas y que es necesaria para poder explicar la dinámica dentro de las galaxias. Se han propuesto muchos candidatos para explicar este problema, desde teorías de MOND (*MOdified Newtonian Dynamics*) (15) hasta partículas que se encuentran dentro o más allá del Modelo Estándar (*SM*, por sus siglas en inglés), por ejemplo, los modelos universales de dimensiones extra (*UED*, por sus siglas en inglés). Hasta ahora no hay evidencia de la existencia de dimensiones extra, sin embargo, hay grandes esfuerzos científicos a nivel internacional dedicados a su búsqueda, como en los experimentos ATLAS y CMS del LHC (16).

Por otro lado, la Astrofísica de Partículas se ha dedicado a buscar respuesta a cuestiones relacionadas con el origen, modo de aceleración y transporte de los rayos cósmicos, partículas cargadas que impactan en la Tierra desde el espacio exterior. Mediante las detecciones de rayos cósmicos de alta energía que se realizan en la Tierra, es posible encontrar cotas que permitan dar un límite a ciertos procesos físicos y más allá del SM. En el presente trabajo se realiza un estudio de la interacción entre el flujo de rayos cósmicos de la Vía Láctea con la materia oscura que también se encuentra en ella asumiendo que son partículas y se establece un límite para descartar escenarios de la presencia de materia oscura en el contexto de *UED*, tomando en cuenta las mediciones del flujo de rayos cósmicos obtenidas con el detector KASCADE-Grande.

En el contexto de los modelos universales de dimensiones extra (*UED*), uno de los candidatos a materia oscura es el fotón de Kaluza-Klein (KK) (17). Esta partícula es un bosón vectorial masivo correspondiente al primer modo de excitación KK del bosón de hipercarga. Se cree que puede ser estable y, además, ser la más ligera de todos los modos de Kaluza-Klein de los modelos UED. De existir como materia oscura, la propagación de rayos cósmicos en el universo a través de un fondo formado por esta clase

1. INTRODUCCIÓN

de partículas podría dar lugar a posibles señales en el espectro de los rayos cósmicos. Dada esta motivación, en este trabajo se estudia la dispersión de Compton entre materia bariónica y un fotón de Kaluza-Klein cerca de la resonancia a muy altas energías.

Bajo el entorno de las *UED*, en este trabajo se toma como candidato a materia oscura al bosón oscuro de Kaluza-Klein y se realiza el cálculo de la sección eficaz de dispersión del efecto Compton entre dicha partícula y un fermión (tomando en cuenta a un quark), y luego entre el fotón oscuro y un protón. Posteriormente, se analizan los resultados y, utilizando el modelo “leaky-box” de los rayos cósmicos en nuestra galaxia, se calculan los efectos de la materia oscura en el flujo pesado de rayos cósmicos galácticos. Finalmente, se compara la predicción del flujo atenuado de rayos cósmicos (que interactuó con materia oscura) con las mediciones de KASCADE-Grande. Después, se analiza la concordancia entre dicho flujo atenuado de rayos cósmicos calculado y las observaciones, para entonces descartar los escenarios del espacio fase donde éstos se encuentran en menor acuerdo, con un nivel de confianza del 68 %.

En el capítulo 2 se presenta lo concerniente a la materia oscura: esta sustancia de naturaleza hasta ahora desconocida. Aquí se habla sobre la historia de cómo surgió este concepto, sus características y los posibles candidatos, así como su distribución en la galaxia siguiendo el modelo de Einasto. En seguida, el capítulo 3 está dedicado a explicar la importancia del Modelo estándar y las dimensiones extra, así como el modelo de Kaluza-Klein con su respectivo candidato a materia oscura: el bosón de Kaluza-Klein. Posteriormente, en el capítulo 4 referente a los rayos cósmicos, se hace una reseña histórica de estas partículas, se hace énfasis en la componente pesada de los rayos cósmicos galácticos que arriban a la Tierra y se explican los mecanismos de aceleración de los rayos cósmicos y su detección en la Tierra.

En el capítulo 5 se explican los cálculos de la sección eficaz de dispersión del efecto Compton entre los fermiones y el fotón oscuro, y se analiza la interacción de protones con la materia oscura; a continuación se calcula la atenuación del flujo de la componente pesada de los rayos cósmicos galácticos (asumiendo que está dominada por núcleos de Fe) interactuando con la materia oscura presente en la galaxia, se hace una comparación entre este flujo teórico y el flujo de rayos cósmicos pesado medido por KASCADE-Grande, y se explica el método para descartar los escenarios que muestran efectos en el flujo de rayos cósmicos detectados en la Tierra más allá de lo permitido por las mediciones experimentales. En el capítulo 6 se analizan los resultados obtenidos con la presente tesis y las posibles explicaciones físicas: se analizan las gráficas de la sección eficaz de dispersión de materia bariónica con bosones oscuros de Kaluza-Klein, se presenta una gráfica con ejemplos de la longitud de atenuación de un rayo cósmico para analizar su efecto en el flujo de rayos cósmicos tomando en cuenta que interactúa con materia oscura, y se obtiene el rango permitido de los modelos de materia oscura para M_{B_1} y $\delta q = \frac{M_{B_1} - m_1}{m_1}$. Por último, en el capítulo 7 se muestran las conclusiones.

Materia oscura

Se ha estimado que el contenido de materia en el Universo se conforma en un 73 % por energía oscura, 23 % por materia oscura y 4 % por materia bariónica. Esto se observó con el satélite artificial WMAP (18). No se sabe con certeza qué es la materia oscura ni la energía oscura, hasta ahora han sido dos de los más grandes misterios por resolver.

2.1 Evidencias de presencia de materia oscura

En la década de 1930, J. H. Oort encontró que el movimiento de las estrellas en la Vía Láctea sugería la presencia de más masa galáctica de la que había en forma de estrellas y nebulosas. Al estudiar el corrimiento al rojo de las estrellas que se mueven cerca del plano galáctico, Oort calculó sus velocidades. Él predijo que debía haber más masa que no se observaba que pudiera mantener a las estrellas en sus propias órbitas. Ésta fue la primer evidencia de materia oscura en las galaxias. Sin embargo, Oort argumentó que otra posible explicación era que el 85 % de la luz del centro galáctico estaba oscurecida por polvo y más materia o que simplemente había un error en las medidas de velocidad de las estrellas en cuestión (19).

Fue aproximadamente un año después cuando Fritz Zwicky se ocupó de analizar la velocidad de algunas galaxias en el cúmulo de Coma. Pudo comprobar que una buena cantidad de ellas registraban unas velocidades tan elevadas que podrían desintegrar el cúmulo, aunque también había una clara evidencia de que tales conformaciones guardaban estabilidad. Para que se lograra una compensación de esa fuerza centrífuga alrededor del cúmulo a raíz de una fuerza gravitacional surgido dentro de esa formación, Fritz Zwicky concluyó que materia no luminosa aún sin detectar también debía estar contenida (20).

2. MATERIA OSCURA

En 1974 Jaan Einasto, Ants Kaasik y Enn Saar estudiaron las curvas de rotación de un grupo de galaxias espirales (publicadas posteriormente por Morton Roberts, en 1975 (21)) y las compararon con las curvas de rotación que tomaban en cuenta la masa de las estrellas. Ellos atribuyeron la diferencia entre la masa total y la masa estelar a la existencia de materia no detectada formando estructuras llamadas "halos" (22).

Por la década de los 70's, Vera C. Rubin y colaboradores investigaron 60 galaxias aisladas y mediante la medición del corrimiento al rojo calcularon las velocidades tangenciales de las curvas de rotación de cada galaxia. Tomaron como trazas al hidrógeno y helio presentes al rededor de las estrellas. Supusieron que las estrellas rotaban al rededor de la galaxia tal como los planteas alrededor del Sol y realizaron el siguiente cálculo (23):

Tomando en cuenta la segunda ley de Newton para un objeto de masa m que se mueve alrededor de la galaxia, la magnitud de la fuerza es

$$F = ma, \quad (2.1)$$

y la fuerza gravitacional entre un objeto de masa m y la masa $M(r)$ contenida dentro del radio r es

$$F = G \frac{mM}{r^2}, \quad (2.2)$$

donde G es la constante gravitacional. Entonces pueden igualarse estas dos últimas ecuaciones, obteniendo:

$$ma = G \frac{mM}{r^2}, \quad (2.3)$$

de donde se tiene que la aceleración es

$$a = G \frac{M}{r^2}. \quad (2.4)$$

Ahora bien, la aceleración centrífuga del objeto en cuestión a radio r es radial y dirigida hacia afuera, se encuentra en términos del módulo de la velocidad y es:

$$a = \frac{v^2}{r}. \quad (2.5)$$

Igualando la aceleración centrífuga con la aceleración obtenida en la ec. 2.4:

$$\frac{v^2}{r} = G \frac{M}{r^2}. \quad (2.6)$$

Al despejar el módulo de la velocidad se obtiene:

$$v = \sqrt{G \frac{M}{r}}. \quad (2.7)$$

En esta ecuación, tomando en cuenta que la masa $M(r)$ contenido hasta el radio r es materia bariónica y que su cantidad es conocida, se tomaba en cuenta como una cantidad constante. Esto indicaba que el módulo de la velocidad se comportaba como

$$v(r) \propto \frac{1}{\sqrt{r}}, \quad (2.8)$$

que implica un decremento en v cuando r aumenta a partir de la distancia donde termina la barra de la galaxia e inician los brazos espirales de la misma. Sin embargo, al comparar esta expresión con las curvas de rotación de las galaxias, grande fue la sorpresa cuando encontraron que a partir de cierto radio, la velocidad de rotación se mantenía prácticamente constante y no decaía como predecía la teoría 2.1.

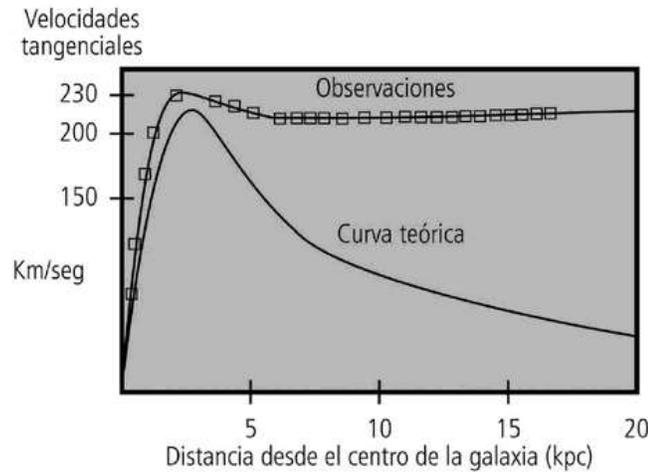


Figura 2.1: Velocidades tangenciales en una galaxia. Los puntos representan las observaciones y la curva el cálculo teórico (1).

Una manera de entender este resultado fue aplicar la ley de Gauss para el campo gravitacional:

$$\int_S \vec{g} \cdot d\vec{A} = 4\pi GM_{enc}, \quad (2.9)$$

donde el lado izquierdo es el flujo gravitacional a través de una superficie cerrada S . En el lado derecho está la masa total encerrada M_{enc} por esa superficie S . Si el radio de la superficie gaussiana se incrementa y la masa gravitacional se disminuye a lo largo de toda la galaxia, más masa gravitacional estará encerrada y el campo gravitacional crecerá. Así, las velocidades pueden aumentar o permanecer constantes como función del radio r . Por otra parte, si la masa se concentra en el núcleo galáctico, la masa encerrada disminuye a medida que nos alejamos del núcleo galáctico, y el campo gravitacional cae, ocasionando que las velocidades disminuyan cuando r aumenta. Entonces,

la conclusión fue que había materia no luminosa concentrada fuera del centro de las galaxias espirales (como los resultados de Zwicky, pero en galaxias) (24).

A partir de ahí se han desarrollado más trabajos sobre el cálculo de las curvas de rotación de diferentes galaxias espirales, y en todos los casos el resultado es el mismo. En resumen, se encontró que la velocidad tangencial se mantenía constante a partir de determinado radio r por el aumento de la masa M encerrada:

$$v(r) \propto \sqrt{\frac{GM(r)}{r}}. \quad (2.10)$$

Los análisis de la estructura a gran escala del universo también han encontrado evidencia de la existencia de materia oscura. Mediante el cálculo de la distancia entre nuestra galaxia y las demás, utilizando sus desplazamientos al rojo, los cosmólogos han sido capaces de mapear las localizaciones aproximadas de más de 1.5 millones de galaxias, midiéndolas, por ejemplo, con el *Sloan Digital Sky Survey* (SDSS). La estructura actual del Universo se debe a las fluctuaciones en la densidad inicial, magnificadas por la presencia de materia oscura. La fuente más probable de estas perturbaciones de densidad inicial son las fluctuaciones cuánticas magnificadas por la inflación, que fue un período de rápido crecimiento exponencial del Universos aproximadamente 10 ó 35 segundos después del Big Bang (23).

Cosmológicamente hay dos evidencias más que son importantes para la evidencia de materia oscura: el espectro angular de potencias (25) y el espectro de potencias de masa (26). El espectro medido de las fluctuaciones de la radiación cósmica de fondo del Universo (espectro angular de potencias), sólo coincide con el espectro teórico si a éste último se le agrega más materia en general. Las fluctuaciones de masa del Universo (espectro de potencias de masa) depende del contenido de materia que hay en el Universo; gracias a los experimentos MAXIMA (27) (*Millimeter Anisotropy eXperiment IMaging Array*) y BOOMERanG (28) (*Balloon Observations Of Millimetric Extragalactic RAdiation aNd Geophysics*), se sabe que el Universo es casi plano, ya que la densidad de éste está cercana a la densidad crítica.

En 1970 fue descubierto otro hecho que ayuda a sondear la cantidad y distribución de materia oscura: los lentes gravitacionales. Estos fenómenos son explicados por la teoría de la relatividad general de Einstein, y son resultado de que los objetos masivos curvan el espacio tiempo a su alrededor, afectando el movimiento de los objetos en su entorno, incluyendo la trayectoria de la luz (los objetos siguen las geodésicas en esta superficie curvada). Para ver lentes gravitacionales, los cosmólogos buscan objetos masivos y cercanos, como un cúmulo de galaxias, detrás del cual hay un objeto brillante, como otra galaxia. Si la galaxia estuviera justamente detrás del cúmulo, se formaría un “anillo de Einstein”, es decir, se observarían varias imágenes de la galaxia fuente, debido a que su luz es curvada por la presencia del cúmulo. Los físicos han encontrado que la masa calculada del lente gravitacional es mucho mayor a la visible (23).

Otra observación que sustenta la presencia de materia oscura son las mediciones de la temperatura que presenta el gas intergaláctico en los cúmulos de la galaxias, el cual se calienta debido a los efectos gravitacionales de las galaxias. La temperatura aumenta proporcionalmente a la cantidad de materia presente en el cúmulo, sin embargo, también muestra ausencia de materia luminosa (1). Hasta el momento, las observaciones del cúmulo de la Bala que se han hecho, se consideran una gran evidencia reciente sobre la presencia de materia oscura. Este cúmulo está formado por la colisión de dos subcúmulos de galaxias: un subcúmulo (la “bala”) y el gran cúmulo galáctico 1E 0657-56. Durante fenómeno, las galaxias dentro de los dos cúmulos pasan entre sí sin interactuar (una distancia típica entre galaxias es de aproximadamente 1 Mpc , ó 3.26 millones de años luz). Ahora bien, la mayoría de la masa bariónica de un cúmulo galáctico existe en forma de gas extremadamente caliente que se encuentra entre galaxias. La colisión entre los cúmulos (con una velocidad relativa de aproximadamente seis millones de millas por hora) comprime y calienta este gas. Como resultado, se emite una enorme cantidad de rayos X que ha sido detectada por el Observatorio Chandra de la NASA. Comparando la localización de esta radiación (que indica la ubicación de la mayoría de materia bariónica en los cúmulos) con la ubicación de la mayoría de la masa total de los cúmulos, muestra una discrepancia entre ellas: se encuentra que debería haber una mayor cantidad de masa en los cúmulos además de la materia bariónica, esa materia no bariónica es dominante (29).

Todos estos hechos parecen sustentar la existencia de materia que interactúa gravitacionalmente pero no ha sido observada (materia oscura). Una interpretación alterna es hacer modificaciones a la ley de gravitación universal (MOND) (30). La presencia de materia oscura abre preguntas bastante interesantes, tales como ¿cuál es su naturaleza?.

2.2 Tipos de materia oscura

En astrofísica, los especialistas han investigado las características que debe poseer la materia oscura y los físicos de partículas, de manera específica, han buscado nuevos modelos más allá del Modelo Estándar con la finalidad de encontrar partículas para obtener un buen candidato de materia oscura. Algunos ejemplos de características que deben cumplir los candidatos a materia oscura para explicar el hecho de no ser visible son: interactuar muy débilmente con el resto de la materia, no tener carga eléctrica y no presentar interacciones fuertes. Se requiere que la materia oscura interactúe poco con el resto de la materia para explicar que fluctuaciones desarrolladas desde el Universo temprano sean causantes de la formación de estructura. Dentro de la materia oscura con estas características existen dos tipos:

La Materia oscura fría ó CDM (*Cold Dark Matter*) (31) es la materia cuya energía

cinética es baja debido a no interactuar con la materia bariónica, *i.e.* las velocidades de vibración de sus partículas ya no son cercanas a la velocidad de la luz, así que la contribución cinética a su masa de partícula ya no es significativa. La Materia oscura caliente ó HDM (*Hot Dark Matter*) (32) es la materia que al dejar de interactuar con el resto en el universo temprano, tiene una temperatura tal que el movimiento cinético de sus partículas es comparable con la velocidad de la luz. Esto implica que, para cada partícula, la contribución cinética a la masa toma relevancia.

Ahora se ha sabido que la materia oscura caliente no puede explicar la formación de estructura en el universo desde el Big Bang, y las evidencias que se tienen de la materia oscura apuntan a la necesidad de que se trate de materia oscura fría. Sin embargo, la estructura que forma la materia oscura fría en las simulaciones numéricas no coincide con las observadas. Es ahí donde surge el concepto de “energía oscura” para explicar la aceleración del Universo. Actualmente, el modelo más utilizado es *Lambda Cold Dark Matter* (Lamda-CDM, ó Λ -CDM) (33), el cual considera materia oscura fría y una constante cosmológica causante de la expansión acelerada del universo.

2.3 Candidatos a materia oscura y posibles interacciones

Han surgido muchos candidatos a materia oscura, los más populares son neutrinos, axiones, partículas masivas que interactúan débilmente conocidas como WIMPs (*Weakly Interacting Massive Particle*), MACHOs (*MAssive Compact Halo Object*) como enanas blancas, estrellas de neutrones, agujeros negros, planetas inasociados, entre otros. Cada experimento de búsqueda de materia oscura se concentra en alguno de estos tipos de objetos o partículas (34).

Los neutrinos son muy ligeros, por lo cual se consideran como materia oscura caliente. No obstante, su contribución a la materia oscura es pequeña y contribuyen básicamente a la formación de estructura a muy grandes escalas. Los axiones son candidatos para materia oscura fría, su existencia no ha sido probada pero surgen en el marco de la teoría de las interacciones fuertes entre quarks al explicar la relación que une la conjugación de carga y la conjugación de paridad; la existencia de esa partícula está indicada por la ruptura de la simetría Peccei-Quinn, demostrada por Steven Weinberg y Frank Wilczek (1). Actualmente se ha encontrado que las formas de materia bariónica no pueden constituir la materia oscura, y la evidencia detrás de esta afirmación proviene de la Nucleosíntesis del Big Bang (*BBN*) y de mecanismos del Fondo Cósmico de Microondas o *Cosmic Microwave Background* (*CMB*) (23).

Un buen candidato a materia oscura es el bosón oscuro de Kaluza-Klein o fotón oscuro, el cual se desarrolla en el contexto de dimensiones extra. Ésta es la partícula con la que se trabaja en este proyecto. En el capítulo 3 se profundizará en el tema.

Las investigaciones realizadas sobre materia oscura y astropartículas dependen del tipo y fuerza de interacción que se tome en cuenta entre ambas partículas (35). Existen diferentes posibles interacciones entre partículas de materia oscura que pueden estudiarse. Las partículas con carga y que interactúan bajo las fuerzas fuerte y electromagnética sería materia ordinaria que forma isótopos anormalmente pesados. Sin embargo, ese tipo de isótopos no se han detectado, por lo que dichas partículas se excluyen como candidatos a materia oscura.

En este trabajo se utiliza la interacción tipo Compton entre un fermión y un bosón oscuro de Kaluza-Klein.

2.4 Detección indirecta de materia oscura

La “detección indirecta” de partículas de materia oscura es actualmente la técnica más utilizada, y consiste en medir los productos del decaimiento de los *WIMPs*, es decir, el proceso de aniquilación *WIMP-WIMP* (36). Las partículas generadas en dicha reacción pueden ser rayos γ , neutrinos o antimateria. Dado que la tasa de aniquilación de este proceso (Γ_A) es proporcional al cuadrado de la densidad de materia oscura (ρ_{DM}^2), se busca a las partículas resultantes en lugares donde se piensa que hay densidades grandes de *WIMPs*, por ejemplo, el sol, la tierra y el centro galáctico (23).

Se piensa que los rayos γ producidos en las aniquilaciones entre *WIMPs* provienen más frecuentemente del centro galáctico. Esta radiación puede provenir de dos reacciones diferentes:

-El decaimiento de dos *WIMPs* a un quark-antiquark, que a su vez produce un jet de partículas del cual es liberado un espectro de rayos gamma. Dicho jet puede ser un buen indicador de la presencia de materia oscura porque la creación y propagación de estos fotones es bastante predecible.

-El decaimiento de dos *WIMPs* a rayos γ proporcionales a la masa de los *WIMPs*, ya sea mediante el proceso $\chi\chi \rightarrow \gamma\gamma$ ó por la forma $\chi\chi \rightarrow \gamma Z$, donde χ es el *WIMP* y Z es un bosón.

Los neutrinos viajan a través del universo y, debido a las dispersiones con la demás materia, pierden la suficiente energía para cambiar de dirección o ser ocasionalmente capturados por el Sol y la Tierra (34). Con el paso del tiempo, estas partículas quedan atrapadas en el núcleo de cuerpos gravitacionales, hasta que su tasa de aniquilación iguale su tasa de captura. Dependiendo de la masa del *WIMP*, el proceso de aniquilación puede generar bosones Z , W^+ , W^- , quarks-antiquarks ó tauones, y estas partículas a

su vez pueden decaer a neutrinos u otros productos.

Dado que la presencia de antimateria en los procesos físicos es muy poco común, y los procesos en los que se encuentra están bien comprendidos, su detección podría indicar procesos de aniquilación de WIMPs. Estas partículas originadas tienen carga, por lo que son desviadas por los campos magnéticos y pierden energía por fenómenos tales como el efecto Compton inverso o el proceso del sincrotrón, debido a esto, se miden el flujo de partículas de antimateria que arriba de todas direcciones. Sin embargo, los resultados presentados en el 2008 con el experimento PAMELA (*Payload for Antimatter Matter Exploration and Light-nuclei Astrophysics*) (37), y que posteriormente fueron corroborados por AMS (*Alpha Magnetic Spectrometer*) (38), sugirió una de fuente de positrones que ha sido atribuída a una remanente de supernova (39).

2.5 Modelo de Einasto para la distribución de materia oscura en la Vía Láctea

Para estudiar la distribución de materia oscura en nuestra galaxia, utilizaremos en esta tesis el modelo propuesto por Jan Einasto en 1963. Este modelo puede utilizarse para describir la distribución de densidad para un sistema estelar esférico y, más específicamente, para describir la densidad de materia oscura que presenta el halo galáctico. El modelo de Einasto es el siguiente:

$$\rho_E = \rho_s \exp \left(-\frac{2}{\alpha} \left[\left(\frac{r}{r_s} \right)^\alpha - 1 \right] \right), \quad (2.11)$$

aquí r es la distancia medida al centro de la galaxia (la distribución de densidad de materia oscura depende del radio r al que se ajustan los cálculos), $\rho_s = 0.0715 \text{ GeV}/kpc^3$ es la densidad de materia oscura al radio $r_s = 6.48 \times 10^{22} \text{ cm}$, el cual representa el radio de la esfera que contiene la mitad de la masa total del halo, y $\alpha = 0.22$ es una constante.

Modelo estándar y dimensiones extra

El Modelo Estándar de partículas elementales (SM , por sus siglas en inglés) constituye uno de los más grandes logros en la física moderna, hasta el momento sus predicciones coinciden con gran precisión con los resultados de la mayoría de los experimentos. Consiste en una teoría de norma capaz de describir las partículas elementales de la materia y a tres de las cuatro fuerzas fundamentales a través de las que interacciona, es decir, la fuerza electromagnética, la fuerte y la débil, la gravitacional no se incluye en el SM .

El Modelo Estándar está conformado por la teoría de interacción fuerte (QCD , por sus siglas en inglés) y la teoría electrodébil las cuales han sido capaces de explicar varios de los fenómenos físicos e interacciones entre partículas que pueden ocurrir en el universo. Sin embargo, han surgido problemas para poder unificar esta teoría con la teoría de la relatividad general, y no sólo eso, continúan abiertas otras preguntas sobre la composición y las propiedades de nuestro universo que no pueden explicarse empleando el SM , por ejemplo, ¿cómo unificar la teoría de la relatividad general con la teoría cuántica de campos? ¿existen las dimensiones adicionales? ¿por qué se está acelerando el universo? ¿por qué actualmente vemos sólo materia y no antimateria, a parte de la producida en los laboratorios o que observamos en los rayos cósmicos? ¿hay más simetrías en la naturaleza? o ¿cuál es la naturaleza de la materia oscura?

3.1 Modelo estándar

El SM es una teoría de norma fundamentada en los grupos de simetría $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. Describe las interacciones fuertes, débiles y electromagnéticas entre la materia, por medio del intercambio de las correspondientes partículas portadoras de fuerza. Estos portadores de fuerza tienen espín 1 y son: ocho gluones sin masa para la interacción fuerte, un fotón sin masa para la interacción electromagnética, y tres

3. MODELO ESTÁNDAR Y DIMENSIONES EXTRA

bosones masivos (W^+ , W^- y Z) para las interacciones débiles (40). Los fermiones son las partículas que conforman la materia. En el *SM* éstos se subdividen en leptones y quarks. Aparte de la carga eléctrica y de la carga de color, los quarks tienen otro grado de libertad extra interno: el sabor, que determina las familias de los leptones y quarks en el Modelo Estándar. Los nombres de los sabores surgieron históricamente y se muestran en la tabla 3.1 (a cada una de estas partículas le corresponde una antipartícula) (14).

Tabla 3.1: Sabores de los quarks y leptones (14)

Símbolo	Nombre	Q/e	Símbolo	Nombre	Q /e
u	up	$+\frac{2}{3}$	e	electrón	-1
d	down	$-\frac{1}{3}$	ν_e	neutrino del electrón	0
c	charm	$+\frac{2}{3}$	μ	muón	-1
s	strange	$-\frac{1}{3}$	ν_μ	neutrino del muón	0
t	top	$+\frac{2}{3}$	τ	tauón	-1
b	bottom	$-\frac{1}{3}$	ν_τ	τ neutrino del tauón	0

Las partículas subatómicas tienen un espín correspondiente a un momento angular intrínseco, que siempre es un número entero o semientero múltiplo de

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}, \quad (3.1)$$

donde h es la constante de Plank.

Los bosones son aquellas partículas que tienen espín $n\hbar$, con $n = 0, 1, 2, \dots$, etc. y los fermiones, las que poseen espín $\frac{n\hbar}{2}$, con $n = 1, 3, 5, \dots$ (41). En unidades naturales se toma $\hbar = c = 1$.

Los fermiones se organizan en tres familias, las cuales se muestran a continuación, de izquierda a derecha, desde la más ligera a la más pesada:

$$\begin{bmatrix} \nu_e & u \\ e^- & d \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \nu_\mu & c \\ \mu^- & s \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \nu_\tau & t \\ \tau^- & b \end{bmatrix}. \quad (3.2)$$

Cada familia de partículas del Modelo Estándar se conforma por dos columnas o campos de quiralidad izquierda que se comportan como dobles de $SU(2)_L$ que es el llamado grupo de “isospín”:

$$\begin{bmatrix} \nu_l & q_u \\ l^- & q_d \end{bmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \nu_l \\ l^- \end{pmatrix}_L, \quad \begin{pmatrix} q_u \\ q_d \end{pmatrix}_L, \quad (3.3)$$

donde $q_u = u, c, t$ y $q_d = d, s, b$, y por campos derechos que se transforman como singletes de $SU(2)_L$:

$$l_R^-, \quad q_{uR}, \quad q_{dR}. \quad (3.4)$$

Las partículas organizadas de este modo son autoestados del operador T_3 de isospín y del operador Y de hipercarga, que son generadores diagonales de los grupos $SU(2)_L$ y $U(1)_Y$, respectivamente. Los operadores de isospín y de hipercarga determinan los números cuánticos T_3 y Y . Mediante ellos es posible conocer la carga eléctrica, de acuerdo a la relación de Gell Mann-Nishijima (42):

$$Q = T_3 + \frac{Y}{2}. \quad (3.5)$$

La helicidad de una partícula es la proyección del espín sobre el momento lineal. Los operadores de helicidad derecho e izquierdo son:

$$\Pi^L(P) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{P}}{|\vec{P}|} \right), \quad (3.6)$$

$$\Pi^R(P) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{P}}{|\vec{P}|} \right) \quad (3.7)$$

La quiralidad de una partícula se relaciona con el giro de la misma, y representa hacia qué lado (derecho o izquierdo) la partícula tiene preferencia en el sistema (43). Los campos derechos (R) o izquierdos (L) están dados en términos del operador de quiralidad γ^5 mediante (44):

$$\Psi_L = P_L \Psi, \quad \Psi_R = P_R \Psi, \quad (3.8)$$

los operadores de quiralidad derecho e izquierdo se definen como:

$$\begin{aligned} P_L &= \frac{1 - \gamma^5}{2}, & P_L^\dagger &= P_L, \\ P_R &= \frac{1 + \gamma^5}{2}, & P_R^\dagger &= P_R \end{aligned} \quad (3.9)$$

En el límite relativista (cuando $v=c$), se tiene que

$$\frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{P}}{|\vec{P}|} = \gamma^5, \quad (3.10)$$

lo cual implica que

$$\Pi^{L,R} = P_{L,R}, \quad (3.11)$$

y entonces, los operadores de helicidad corresponden a los de quiralidad en el límite relativista.

3. MODELO ESTÁNDAR Y DIMENSIONES EXTRA

En la figura 3.1 se muestra una imagen de las partículas que conforman el contenido de materia en el Modelo Estándar de partículas elementales.

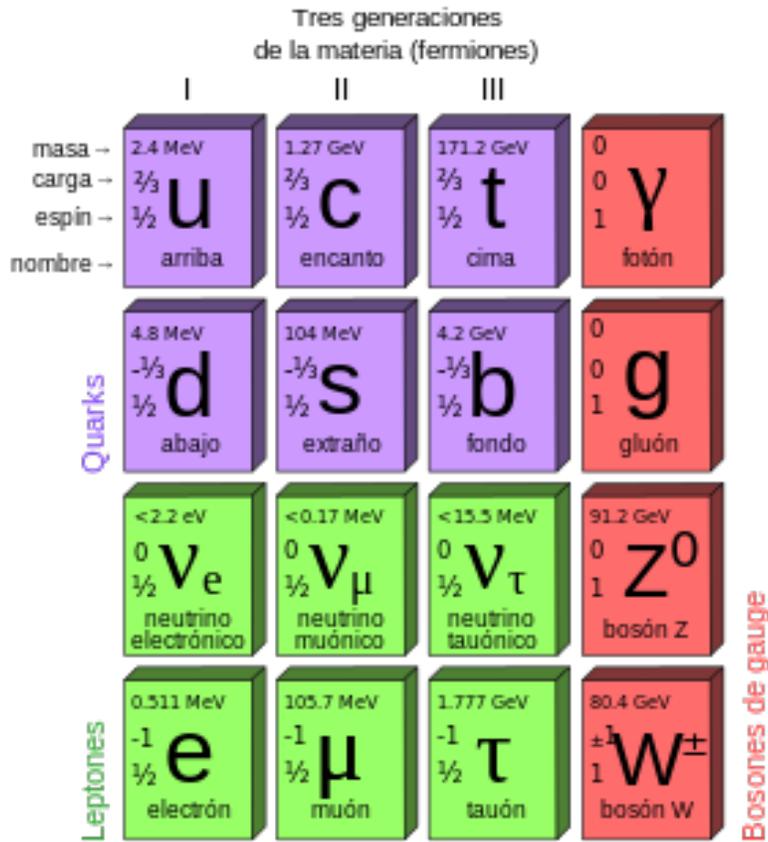


Figura 3.1: Las partículas que se incluyen en el Modelo Estándar de partículas elementales están agrupadas en tres bloques: leptones, quarks y bosones.

Uno de los misterios que hoy en día se trata de explicar dentro de la física de partículas es el confinamiento de los quarks, es decir, el hecho de que los quarks no puedan permanecer como partículas libres a bajas energías. De acuerdo al modelo de quarks, la fuerza fuerte entre ellos ocasiona que siempre se agrupen en componentes llamados hadrones, los cuales pueden ser de dos tipos: bariones, que se componen por tres quarks de valencia y tienen número bariónico 1, ó mesones, conformados por una pareja de quark-antiquark de valencia, por lo que su número bariónico es cero. Los quarks se mantienen juntos mediante los gluones, portadores de la fuerza fuerte. Además de los quarks de valencia, los hadrones también contienen quarks del mar, los cuales son pa-

res de quark-antiquark que aparecen como fluctuaciones en el vacío. Los quarks tienen carga eléctrica fraccionaria de $+\frac{2}{3}|e|$ y $-\frac{1}{3}|e|$, donde $|e|$ es el valor numérico de la carga del electrón (14).

De acuerdo a la cromodinámica cuántica (*QCD*, por sus siglas en inglés), la carga de color es un número cuántico cuyo campo asociado es descrito como un campo de norma $SU(3)$ no abeliano y para describirlo, el espacio vectorial requerido necesita tres dimensiones. Un quark puede tener una carga de color “rojo”, “verde” o “azul”, y un antiquark puede poseer tres anticolores diferentes, usualmente llamados “antirrojo”, “antiverde”, “antiazul” (45).

Un proceso importante en el estudio del *SM* es el rompimiento espontáneo de la simetría (*SSB*, por sus siglas en inglés). Mediante este proceso la simetría de norma es rota por el vacío (46): al introducir un campo escalar complejo isodoblete, éste adquiere un valor esperado del vacío no nulo a través de sus auto-interacciones, lo cual da lugar al rompimiento espontáneo de la simetría electrodébil $SU(3)_C \otimes SU(2)_L$ a la electromagnética $U(1)_{QED}$. En este proceso, las interacciones de los bosones de norma débiles y los fermiones con el campo de Higgs van generando sus masas, además, da lugar a la manifestación de una partícula escalar física: el bosón de Higgs. Esto se debe a que el sistema está definido por un lagrangiano simétrico respecto a un grupo de simetría y cae a un estado vacío que no es simétrico respecto a la simetría original:

$$SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y \xrightarrow{SSB} SU(3)_C \otimes U(1)_{QED}. \quad (3.12)$$

La QCD es descrita por el grupo $SU(3)_C$ y permite entender la estructura de los hadrones, ya sean bariones (partículas formados por tres quarks) o mesones (partículas formadas por un quark y un antiquark). Para tratar de comprender la composición de los bariones y mesones de manera simple y para realizar cálculos se utiliza el modelo de partones (componentes de los hadrones), donde los partones se identifican con los quarks de *QCD*.

3.2 Modelo de partones

El modelo de partones de Feynman propone que los hadrones están conformados por partones (estos constituyentes parecen estar cuasi-libres dentro del hadrón). En un sistema de referencia en el cual el momento del hadrón es muy grande (*IMF*), el mismo hadrón es descrito como una superposición incoherente de los partones (47). La figura 3.2 muestra una representación del protón con el modelo de partones: se conforma por tres quarks de valencia y un conjunto de gluones y de pares quark-antiquark, interactuando unos con otros (48). La figura 3.3 muestra un esquema simplificado de los procesos generados en la colisión de protones, y se aprecia que el origen son los protones descritos por sus funciones de distribución partónica.

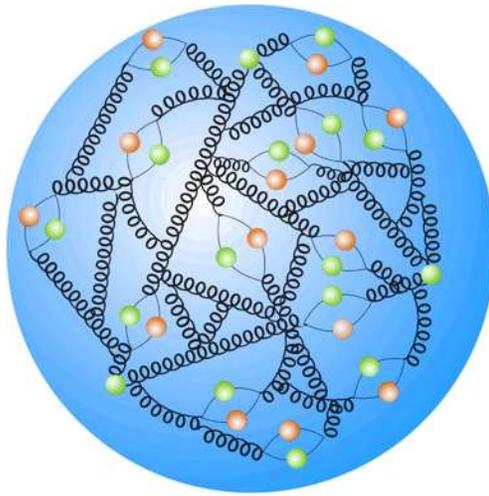


Figura 3.2: Según el modelo partones, el protón se constituye por tres quarks de valencia (en color verde) unidos por gluones (representados por las espirales), además de gluones y un mar de pares de quarks y antiquarks (en color naranja) que interactúan entre sí.

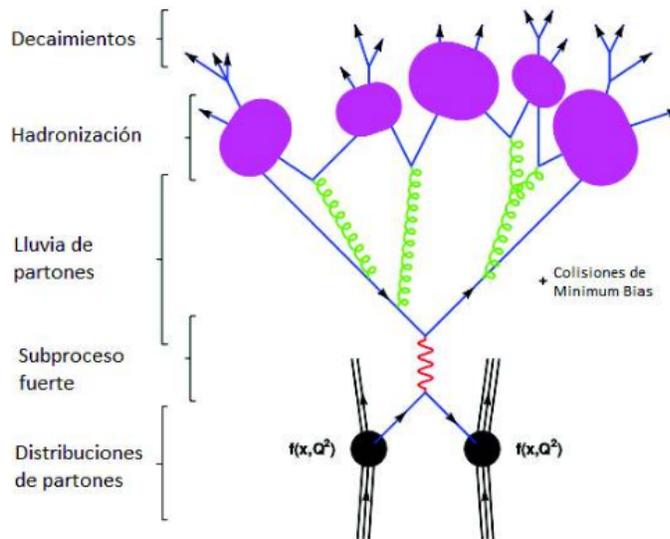


Figura 3.3: Secuencia de procesos generados a partir de la colisión de dos protones. Aquí puede apreciarse que los protones descritos por sus funciones de distribución partónica producen el proceso de dispersión fuerte para seguir con la lluvia de partones, la hadronización y los decaimientos (2).

La función de distribución partónica (*PDF*) se define como una función $P_i(x', Q^2)$ que representa la densidad de probabilidad de que el protón tenga un partón (quark o gluón) i con una fracción de energía x a una resolución de energía Q^2 (2). Actualmente se busca determinar densidades partónicas en hadrones y núcleos porque suelen ser utilizadas para calcular la producción de partículas en colisiones y para estudiar la estructura de los hadrones. Las *PDF* se utilizan, por ejemplo, al calcular la sección eficaz de dispersión de un fermión con un nucleón, y ésto se realiza mediante:

$$\sigma_{fN} = \sum_i \int \int dQ^2 dx' P_i(x', Q^2) \frac{d^2 \sigma_{fq_i}}{dx' dQ^2}, \quad (3.13)$$

donde se toma una suma incoherente sobre i de los términos σ_{fq_i} , que corresponden a la sección eficaz de interacción entre cada quark del nucleón (tanto de valencia como del mar) y la otra partícula en cuestión, para obtener así el valor de σ_{fN} , que es la sección eficaz de dispersión del fermión con el nucleón.

El Modelo Estándar en general no está completo y busca ser mejorado en algunos puntos. Una de las opciones es el estudio de teorías más allá del Modelo Estándar. Por otro lado, existen muchas teorías más allá del Modelo Estándar, que también son estudiadas activamente, por ejemplo, los modelos de dimensiones extra.

3.3 Dimensiones extra

Dentro de las teorías más allá del Modelo Estándar se encuentran los modelos de dimensiones extra (*UED*, por sus siglas en inglés), que se conforman por una métrica plana con una o más dimensiones extra compactas. El estudio de los *UED* tiene varias motivaciones, entre las que se encuentra el problema de la materia oscura, ya que el Modelo Estándar no admite un posible candidato. Una de las motivaciones del estudio de las dimensiones extra (*UED*) es que proporcionan un candidato viable para materia oscura, el estado más ligero de Kaluza-Klein, el cual es eléctricamente neutro y no tiene carga de color (49). Esta partícula podría ser el fotón oscuro de Kaluza-Klein.

Las dimensiones adicionales accesibles a todos los campos del modelo estándar, denominadas aquí dimensiones universales, pueden ser significativamente mayores. El elemento clave es la conservación del momento en las dimensiones universales. En la teoría cuantitativa equivalente esto implica la conservación del número de Kaluza-Klein (KK) (50). Las desintegraciones en cascada permitidas por la conservación del número KK han conducido a una mejor comprensión de señales similares en supersimetría, y han generado interés y una serie de estudios para desarrollar nueva física.

Los *UED* brindan una teoría de campos efectiva que se comporta como una teoría

de acoplamiento fuerte no confinada gracias a que los campos fermiónicos se propagan en las dimensiones extra. Más aún, varios problemas pueden resolverse más eficientemente en el marco de las *UED* que utilizando otros modelos, por ejemplo, la predicción para la tasa de decaimiento del protón o la cancelación anomalías, es decir, de simetrías clásicas (51).

3.4 Modelo de Kaluza-Klein

La ampliación del *SM* abre puertas a nueva física, los sectores comunicados con el *SM* se conocen como sectores ocultos u oscuros (“*hidden sectors*” o “*dark sectors*”, en inglés). En este marco se ubica la teoría de Kaluza-Klein. En este contexto surge la partícula que tomamos como candidato a materia oscura en este estudio (35).

En los modelos de *UED*, cada partícula del SM tiene una torre completa de modos de Kaluza-Klein, y sus estados de momento van de a cuerdo a n/R . El entero n corresponde al momento cuantizado p_5 en la dimensión compacta y se convierte en un número cuántico (número de KK) bajo una simetría $U(1)$ en la descripción 4-dimensional (52). Cuando se toma el límite de n/R con $R \rightarrow \infty$ la torre de modos KK se vuelve continua. En estos cálculos se trabajará asumiendo que el estado más ligero de Kaluza-Klein es el fotón oscuro (el primer estado excitado del bosón hipercarga B_1), el cual podría ser estable e interactuar con materia bariónica (f) (53). La reacción a tratar cerca de la resonancia es:

$$f + B_1 \rightarrow f_1 \rightarrow f + B_1, \quad (3.14)$$

aquí, f es un fermión del Modelo Estándar, f_1 es una partícula virtual (fermión de Kaluza-Klein), y el lagrangiano que rige a B_1 es igual al del bosón de hipercarga del SM (9), (10), (11).

En el caso de una dimensión extra universal, accesible a todos los campos del modelo estándar, el ajuste a los datos electrodébiles permite excitaciones en los modos de Kaluza-Klein tan ligeras como 300 GeV (50).

En esta tesis se estudia la reacción 3.14 cerca de la resonancia. Cuando se habla de una resonancia se está refiriendo a una partícula inestable alrededor de una energía dada a la cual ocurre una reacción, en ese caso, f_1 . La anchura de decaimiento (o anchura de la resonancia) Γ está relacionada con el tiempo de decaimiento τ de la siguiente manera:

$$\Gamma = \frac{\hbar}{\tau} \quad (3.15)$$

A mayor tiempo de vida, es decir, a mayor estabilidad de la partícula, la anchura de decaimiento disminuye, y cuando se grafica la sección eficaz de dispersión, puede apreciarse que el pico de la resonancia se sitúa a una energía determinada, esto significa

que la partícula posee una masa entorno a dicha energía. En cambio, cuando el tiempo de vida de la partícula es corto (la partícula es inestable), la anchura de decaimiento es más grande, y por ende el pico de la resonancia en la gráfica se vuelve más ancha, abarcando más rango de energía. Esto va en concordancia con el principio de Heisenberg, pues cuando se tiene un tiempo de vida largo, hay precisión en el valor de la energía, y cuando el tiempo de vida de la partícula es corto y puede determinarse, la incertidumbre en la energía incrementa.

La imagen 3.4 muestra el proceso estudiado: un rayo cósmico (f_1) golpea una partícula de materia oscura (B_1). Esta dispersión de partículas se trabaja en el canal s , que se aprecia en la figura 3.5, porque es el modo de interacción más dominante en la resonancia (9).

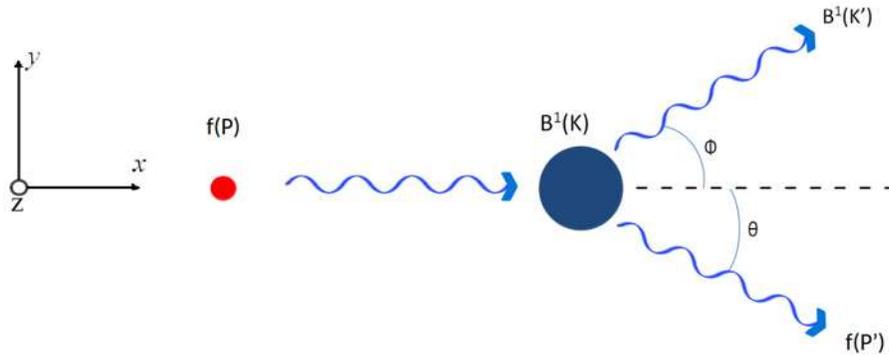


Figura 3.4: Esquema que representa la dispersión tipo Compton de un fermión de Dirac ($s = 1/2$) y un bosón ($\lambda = 1$) oscuro B_1 de Kaluza-Klein

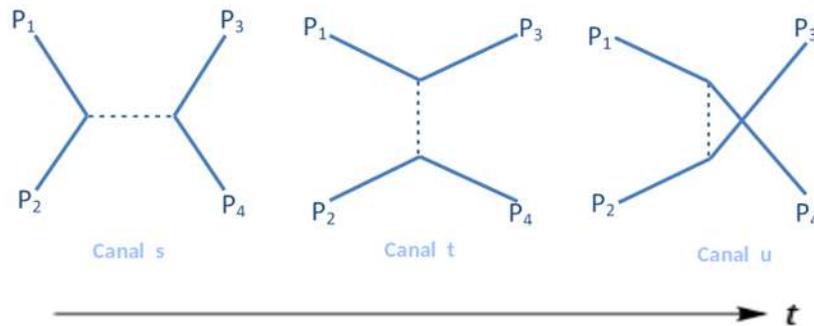


Figura 3.5: Canales mediante los cuales puede llevarse a cabo un proceso de dispersión entre dos partículas.

El lagrangiano utilizado en los cálculos de la interacción del bosón de Kaluza-Klein con materia bariónica es como el del bosón de hipercarga (54):

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}(x)^\mu &= \frac{-g'}{2} B_\mu \left[Y_L \bar{\Psi} \gamma^\mu P_L \Psi + Y_R \bar{\Psi} \gamma^\mu P_R \Psi \right] \\
 &= B_\mu \bar{\Psi} \left[\frac{-g'}{2} \gamma^\mu (Y_L P_L + Y_R P_R) \right] \Psi \\
 &= B_\mu \bar{\Psi} \left[-g \gamma^\mu (Y_L P_L + Y_R P_R) \right] \Psi
 \end{aligned} \tag{3.16}$$

donde Y_L, Y_R son las constantes de hipercarga del fermión, P_L y P_R son los operadores de quiralidad explicados en las ecuaciones 3.9, B_μ es el campo de norma del bosón oscuro de Kaluza-Klein, Ψ es el campo fermiónico, $\bar{\Psi}$ su adjunto, y la constante de acoplamiento que se utilizará en este estudio (54) es:

$$g = \frac{g'}{2} = 0.174834. \tag{3.17}$$

Este valor de g se obtuvo de la siguiente manera: partimos de que la constante g' se relaciona con la carga del electrón como:

$$e = g' \cos \theta_W, \tag{3.18}$$

donde θ_W es el ángulo de Weinberg (54), y

$$\cos \theta_W = \frac{M_W}{M_Z} = 0.881556, \tag{3.19}$$

donde M_W y M_Z son las masas de los bosones W y Z . También se tiene (54):

$$g' \cos \theta_W = g_W \sin \theta_W. \tag{3.20}$$

Por otro lado, la constante de acoplamiento débil del modelo estándar es:

$$g_W^2 = 4\sqrt{2} G_F M_W^2, \tag{3.21}$$

así que, sustituyendo 3.21 en 3.20 con el valor de θ_W que se extrae de 3.19 se obtiene un valor de $g' = 0.349669$, de donde se llega a 3.17.

3.5 Fotón oscuro de Kaluza-Klein

El problema de la materia oscura es una de las evidencias fenomenológicas de física nueva. Los modelos universales de dimensiones extra (UED) proporcionan un candidato específico para la materia oscura, la partícula más ligera de Kaluza-Klein, que es

una partícula masiva de interacción débil (WIMP, por sus siglas en inglés: Weakly Interacting Massive Particle) en los modelos universales de dimensiones extra (55), (56), (57), y puede ser el fotón oscuro de Kaluza-Klein, o bien, los neutrinos, el bosón Z y el Higgs, todos de Kaluza-Klein (53).

Kaluza y Klein explicaron que si las partículas se propagan en dimensiones de espacio-tiempo con dimensiones espaciales extra, entonces tendrán una torre infinita de estados asociados con números cuánticos idénticos, conocida como torre de modos de Kaluza-Klein (58). En el orden más bajo, con una dimensión extra de tamaño aproximado a $R \sim TeV$ y compactando en un orbifold S^1/Z_2 , las masas de las partículas de KK son simplemente los momentos a lo largo de la dimensión extra y se cuantifican en unidades de $1/R$ (52).

En la torre de modos de Kaluza-Klein, cada modo es etiquetado por un entero n llamado número de Kaluza-Klein, que es el número de unidades cuánticas de momento que lleva la partícula del Modelo Estándar a lo largo de la dimensión extra (9). La degeneración en cada nivel de la Torre de estados de KK se elimina mediante correcciones radiativas y términos de frontera (56). Existe un subgrupo de conservación del número de Kaluza-Klein, conocido como paridad de Kaluza-Klein, que asegura la paridad del número de Kaluza-Klein en una interacción. Esta paridad KK corresponde a la simetría de reflexión sobre el punto medio en la dimensión extra; es libre de anomalías y no está violado por los efectos de la gravedad cuántica. La conservación de la paridad de Kaluza-Klein implica que la partícula KK más ligera es estable (49). Los compañeros KK de los bosones de norma electrodébiles neutros y los neutrinos son posibles candidatos para la materia oscura (52).

En los modelos de UED, la paridad KK restringe los tamaños de las dimensiones extra (59). Esto parece indicar la existencia de estados KK genéricamente ligeros, lo que hace que UED, en principio, sea una teoría totalmente comprobable por experimentos tales como Tevatron, LHC, LC, etc. (9).

En la teoría de Kaluza-Klein una partícula de spín 1: el *Hidden photon*, también conocido como bosón oscuro de Kaluza-Klein o fotón oscuro, puede ser un gran candidato a materia oscura fría (la partícula es la primera excitación KK del bosón de hipercarga del ME) (49).

En los modelos de UED, las interacciones masivas de los modos KK son partículas del SM siguen el lagrangiano del Modelo Estándar (9). La materia oscura de Kaluza-Klein tiene la densidad reliquia deseada (60): la densidad reliquia del fotón Kaluza-Klein con masa de 900 GeV concuerda bien con la cantidad de materia oscura observada en nuestro Universo y, no obstante, el fotón de Kaluza-Klein en el mismo rango de masa también proporciona ajustes excelentes a los excesos observados recientemente en los flujos cósmicos de electrones y positrones (9). Además, esta partícula vectorial descrita

3. MODELO ESTÁNDAR Y DIMENSIONES EXTRA

bajo el grupo de simetría $U(1)$ puede ser estable (9). Para la elaboración del presente trabajo, consideramos fotones oscuros de Kaluza-Klein como candidatos a materia oscura.

Rayos cósmicos

Los rayos cósmicos (RC) son partículas de alta energía cargadas detectadas en la Tierra, o en el espacio alrededor de la Tierra, constituidas principalmente por protones (núcleos de hidrógeno), núcleos de helio (10 %), y núcleos de elementos más pesados, en menores proporciones, como del hierro (5) . El espectro de energías del flujo de rayos cósmicos detectado en la Tierra se extiende desde 10^6 - 10^{20} eV. Debido a que los campos magnéticos provocan el cambio en la trayectoria de estas partículas, su origen es desconocido, pues su dirección de llegada no apunta directamente a su fuente.

En este capítulo se presentará una reseña histórica sobre los rayos cósmicos, se hablará sobre su detección, las características de su espectro, medido en la Tierra, la presencia de estructuras en el espectro, así como de su composición. Posteriormente, se hará un enfoque especial sobre los rayos cósmicos de alta energía (a partir de $E = 10^{15}$ eV) y se discutirá sobre los experimentos de altas energías desarrollados para su medición. Después se explicarán los mecanismos de aceleración de partículas que podrían estar presentes en las fuentes de los rayos cósmicos y se mencionarán las posibles fuentes galácticas o extragalácticas de estas partículas. Finalmente, se hablará del modelo de “leaky box” que será utilizado para los cálculos en esta tesis.

4.1 Historia

A finales del siglo XIX e inicios del siglo XX, científicos como A. H. Becquerel, J. J. Thomson, M. Sklodowska-Curie, P. Curie, E. Rutherford, C. T. R. Wilson, J. Elster y H. F. Geitel (todos ellos acreedores de Premios Nobel) hicieron posible el descubrimiento de la ionización del aire que explicaba su conductividad eléctrica, pero se desconocía la causa (61). Era lógico suponer que los elementos radiactivos de la corteza terrestre eran quienes provocaban ese efecto. En 1901 C. T. R. Wilson desarrolló la cámara de

4. RAYOS CÓSMICOS

ionización para medir el potencial entre dos electrodos por medio de un electrómetro y obtener así la cantidad de iones formados en el proceso de ionización en la atmósfera. Él propuso alrededor de 1900 que la ionización podía deberse a un origen cósmico, pero no llevó a cabo un experimento que probara su hipótesis (62). Hasta esas fechas se pensaba que la ionización del aire se debía a la presencia de materiales radiactivos en la superficie terrestre y, entonces, al aumentar la altura, la ionización del aire debía de disminuir. Posteriormente, T. Wulf y W. Kohlhörster desarrollaron instrumentación más avanzada, con lo que obtuvieron mediciones más precisas y concluyeron que la ionización del aire ocurría aún alejándose de los materiales radiactivos presentes en la superficie terrestre (63).

Para confirmar los resultados de Wulf y verificar si la radiación provenía del suelo, se comenzaron a hacer experimentos en globos aerostáticos. Los primeros en detectar la ionización del aire de ese modo fueron Bergwitz (en Alemania) y A. Gockel (en Suiza) en 1909 (61). Para verificar si la radiación disminuía con la altura, en 1910 Theodor Wulf realizó mediciones de la radiación en la Torre Eiffel ayudado de un electrómetro elaborado por él mismo, y descubrió que la radiación en la base de la torre era menor que en la de la parte superior (64). Después se llevaron a cabo experimentos similares buscando siempre mayores alturas para verificar este fenómeno. En ese mismo año, A. Gockel realizó ascensiones en globos meteorológicos para realizar mediciones a altitudes entre 1100 m y 1800 m con ayuda de cámaras de ionización. Sus resultados lo condujeron a pensar que la radiación que provocaba la ionización del aire se debía a la misma atmósfera o a algún agente externo a la Tierra. Entre 1911 y 1912, el austríaco Víctor Hess (figura 4.1) efectuó los experimentos con los cuales se descubrió la presencia de una radiación muy penetrante cuya fuente se encuentra en el espacio exterior y que era causante de la ionización del aire(61).

Los rayos cósmicos se descubrieron en 1912 por el físico austríaco Víctor Franz Hess, él realizó varias ascensiones en un globo aerostático, elevándose hasta 5 km de altitud: con tres electros copios buscó el origen de la radiación que provocaba la ionización de la atmósfera. Además, obtuvo que el mínimo valor de sus mediciones estaba aproximadamente a 700 metros de altitud y que a partir de ese punto la ionización aumentaba lentamente y luego, cada vez más rápidamente con la altura a partir de los 1400 m de altitud, lo cual hacía pensar que este fenómeno se debía a la radiación de alta energía de origen extraterrestre. Esto le valió el Premio Nobel en 1936, pues dichas mediciones demostraron la existencia de una “radiación penetrante proveniente del espacio”, aunque no aportaron claves definitivas sobre su naturaleza (65).

En 1914, W. Kohlhörster corroboró los resultados de Hess, realizando varios vuelos en globos y publicó los resultados. De ellos se podía asumir la existencia de una radiación extraterrestre de alta energía responsable de la ionización del aire a grandes altitudes (66). Sin embargo, R. A. Millikan se mostraba escéptico ante dicha hipótesis, por lo que llevó a cabo experimentos sobre los lagos Muir (cerca del monte Whitney) y el

lago Arrowhead (en las montañas de San Bernardino, California) a diversas alturas buscando probar de manera precisa que la ionización no se producía en la atmósfera. El experimento consistió en lo siguiente: usando el coeficiente de absorción de ionización de una columna de aire que iba desde la superficie terrestre hasta las altitudes alcanzadas por el globo y el de otra columna de agua a nivel del globo que equivalía a la de aire, midió la ionización del aire a nivel del suelo y a nivel de las altitudes a las que ascendía. Lo que encontró fue que había más ionización conforme aumentaba la altura del globo aerostático y, entonces, si ambas columnas tenían la misma capacidad de absorción, la ionización no podía deberse al aire de la columna entre el globo y el suelo (67). Esto lo llevó a concluir que la ionización del aire no tenía sus orígenes en la atmósfera y llamó a la radiación penetrante descrita por Hess como “rayos cósmicos” (68). R. A. Millikan fue además uno de los primeros en darse cuenta de que la producción de partículas secundarias en la atmósfera terrestre por los rayos cósmicos pero no consideró la evidencia como convincente (67).

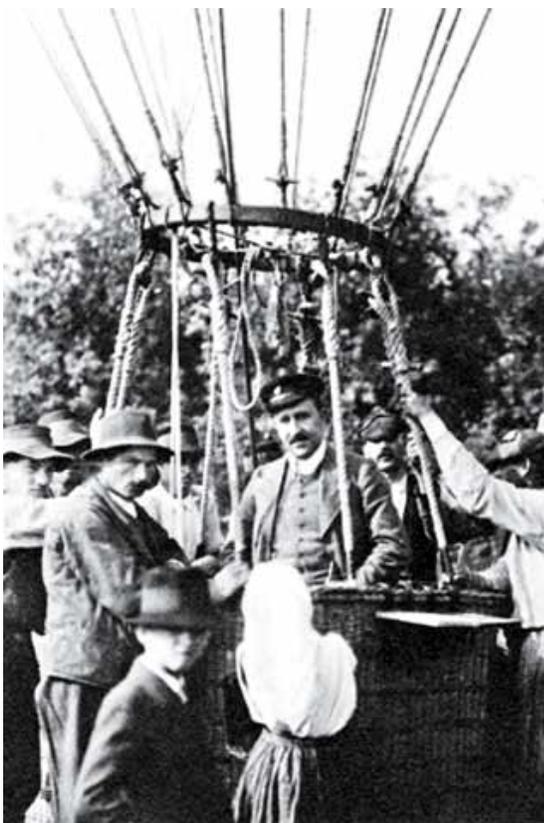


Figura 4.1: Víctor Hess en la canasta de un globo aerostático aterrizando después de un vuelo en 1912 para realizar estudios de rayos cósmicos (3).

4. RAYOS CÓSMICOS

En 1930, Bruno Rossi encontró que el espectro de esas partículas secundarias, es decir, el chubasco de partículas secundarias en la atmósfera formado por rayos cósmicos, tenía una componente pesada (capaz de atravesar una lámina de plomo de 1 m de espesor, equivalente a 10 km de aire) y una componente ligera (capaz de atravesar una lámina de plomo de 10 cm). Posteriormente, en las cámaras de niebla se hallaron varias trazas simultáneas de partículas cargadas, denominándolas “cascadas”, pero a partir de ahí, su estudio sistemático se debió en mayor parte a Pierre Auger y sus colaboradores (63), quienes utilizaron un arreglo de detectores en los Alpes para explicar la generación de partículas secundarias a través de la colisión de rayos cósmicos primarios de alta energía con el aire.

En otras investigaciones destacaron los experimentos realizados por C. D. Anderson, S. Neddermeyer (69) y P. M. S. Blackett (70), los cuales permitieron identificar rayos cósmicos primarios con energías de hasta 20 GeV e hicieron notar que el espectro medido obedece una ley de potencias. También se descubrieron en los productos de las interacciones de los rayos cósmicos el muón (71) y el positrón (72), que forman parte del Modelo Estándar de las partículas elementales. A partir de estos descubrimientos se estudiaron los rayos cósmicos con el propósito de encontrar nuevas partículas entre los productos secundarios de las interacciones de esta radiación penetrante. Dichos estudios continuaron hasta la llegada de los aceleradores de altas energías.

Mediante detección y medición de la componente cargada de los chubascos atmosféricos, G. V. Kulikov y G. B. Khristiansen (73) detectaron en 1958 un cambio en la pendiente del espectro de energía de rayos cósmicos alrededor de $E = 10^{15}$ eV conocido como “la rodilla”. A partir de entonces diferentes experimentos se dedicaron a estudiar esta anomalía. En 1996 se puso en funcionamiento el experimento KASCADE, en Karlsruhe, Alemania (74), formado por una red de detectores diseñada para registrar chubascos atmosféricos de partículas generados por rayos cósmicos primarios con energías entre de 10^{14} y 10^{16} eV, sobre un área de 200×200 m² (figura 4.2). KASCADE ha aportado información importante sobre la composición de los rayos cósmicos en la región de “la rodilla”: con dicho proyecto se descubrió que este fenómeno se debe a una disminución en la componente ligera de los rayos cósmicos. En el 2003, el experimento se amplió a KASCADE-Grande agregando 37 detectores de centelleo con el objetivo de extender las mediciones de rayos cósmicos hasta 10^{18} eV (75), con dicho proyecto se estudió la rodilla del Fe, concluyéndose que para que la componente ligera y pesada del espectro sufran estos efectos, la aceleración de los RC deben estar relacionados con la carga eléctrica y, en consecuencia, con el radio de Larmor de las partículas aceleradas, lo que nos dice que este fenómeno sólo puede deberse a campos magnéticos (de la galaxia y de la fuente).

Respecto a los mecanismos de aceleración de los rayos cósmicos, Enrico Fermi propuso en 1949 el mecanismo de Fermi de segundo orden, el cual consiste en la aceleración de partículas relativistas cargadas debido al aumento de velocidad provocado por la pre-

sencia de nubes magnéticas que viajan en el espacio (76). Posteriormente, se propuso un mecanismo más eficiente de primer orden mediante el cual se alcanzan energías muy altas en menos tiempo por ondas de choque de aceleración difusiva (DSA).

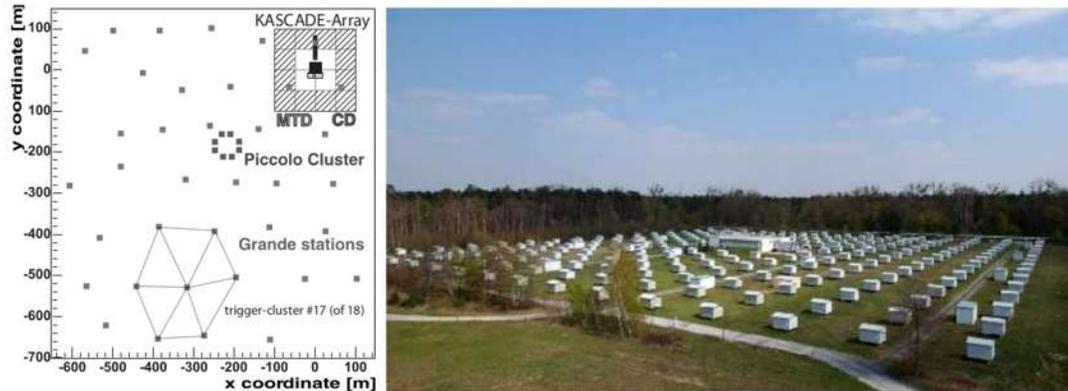


Figura 4.2: Experimento KASCADE-Grande ubicado en el KIT, Karlsruhe, Alemania. Se muestra a la izquierda un plano de la red de detectores y una fotografía de KASCADE a la derecha (4).

En 1961, J. Linsley dirigió un experimento en *Volcano Ranch*, en Nuevo México, con el cual se detectó la primera cascada con energía mayor a 10^{20} eV (77), conformada por 5×10^{10} partículas. Hasta la década de los 90's se detectaron más eventos de rayos cósmicos ultra energéticos: en 1991 Fly's Eye midió un evento de 3×10^{20} eV (78) y en 1994 AGASA encontró otro de 2×10^{20} eV (79), los cuales han sido los eventos ultraenergéticos detectados hasta nuestros días. Esto motivó la construcción del observatorio de rayos cósmicos ultraenergéticos Pierre Auger en Malargüe, Argentina, donde está involucrada una colaboración internacional de 18 países para el estudio de los rayos cósmicos (80). Este experimento está diseñado para estudiar el espectro de rayos cósmicos en la región de energía de “el tobillo” (ubicado alrededor de $E \sim 10^{18}$ eV, donde la pendiente del espectro de RC se recupera). El observatorio cubre un área superficial de 3000 m^2 y se constituye de 1600 detectores Cherenkov, un arreglo de superficies detectoras (SD) y un detector fluorescente (FD) (81).

4.2 Espectro de rayos cósmicos

Varios experimentos terrestres se han dedicado a estudiar la composición y la energía primaria del espectro de los rayos cósmicos, el cual se extiende desde $\sim \text{MeV}$ hasta 10^{20} eV. Como se trata de partículas cargadas, su trayectoria es desviada por los campos

4. RAYOS CÓSMICOS

magnéticos, por lo que no se puede averiguar directamente de dónde provienen ya que su dirección de llegada no apunta a la fuente. Por las altas energías de los rayos cósmicos ultra energéticos que se han registrado, se infiere que las fuentes pueden estar asociadas a eventos extremadamente energéticos, pero no se conocen aún qué fenómenos son, más adelante se discutirán algunas posibilidades.

La composición de los rayos cósmicos primarios es de, esencialmente, núcleos con carga positiva, de los cuales el 86 % son protones, 11 % partículas α , 1 % núcleos de elementos más pesados que el uranio y 2 % electrones. (14).

En la figura 4.3 se muestra el espectro del flujo de rayos cósmicos detectados por diferentes experimentos (5). En la región más energética se tienen menos mediciones, pues a 3×10^{20} eV el flujo es de 1 partícula por Km^2 cada 350 años (5). El flujo diferencial está dado por:

$$\frac{dN}{dE} \propto E^{-(\gamma+1)} \quad (4.1)$$

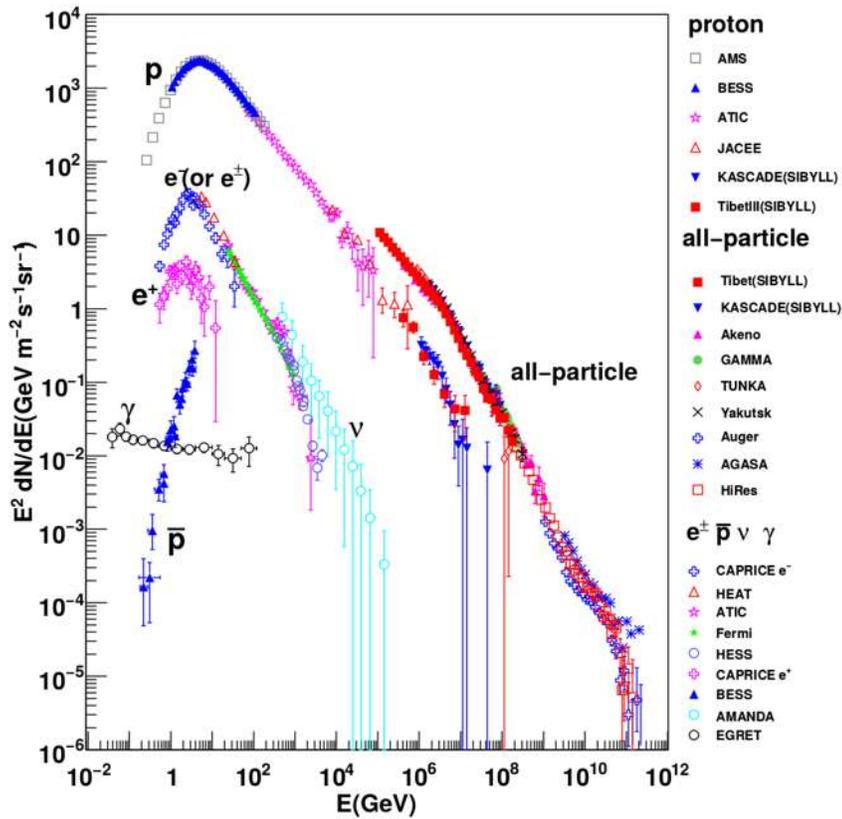


Figura 4.3: Espectro de rayos cósmicos detectado con diferentes experimentos (5).

Debido a variaciones en la composición química de los rayos cósmicos primarios, se observan tres cambios en la pendiente de la gráfica del flujo de rayos cósmicos primarios detectados que forman tres estructuras conocidas como “la rodilla”, “la segunda rodilla” y “el tobillo”. A energías cercanas a 3×10^{15} eV, donde el efecto del viento solar se vuelve insignificante, se presenta el primer cambio en la ley de potencias del flujo total de RC: se trata de “la rodilla”. Aquí se tiene un cambio en el índice espectral de $\Delta\gamma = -.3 - .4$ (7). Esta estructura fue estudiada a detalle por el experimento KASCADE desde 1996 (82) hasta el año 2003, cuando la red de detectores se extendió y se renombró KASCADE-Grande (83). A altas energías, donde γ es el índice espectral y vale $\gamma = -2.7$, el espectro de rayos cósmicos tiene dos estructuras conocidas como “la rodilla” (alrededor de $3 - 5 \times 10^{15}$ eV) donde γ cambia de -2.7 a -3.1 y “el tobillo” (entre 4 y 10×10^{18}) donde γ cambia de $+.3$ a $-.4$ (84).

Las mediciones de la composición química de los rayos cósmicos muestran que los núcleos con número atómico $Z > 1$ son relativamente más abundantes en los rayos cósmicos que en el material del sistema solar (6). Aún no se comprende a qué se debe esto, pero es posible que la causa sean las colisiones de rayos cósmicos en el medio interestelar. En la figura 4.4 puede observarse el espectro de energía de varios elementos que componen los rayos cósmicos de bajas energías. Para energías debajo de $E = 10$ GeV, el flujo varía de manera significativa debido a la “modulación solar”.

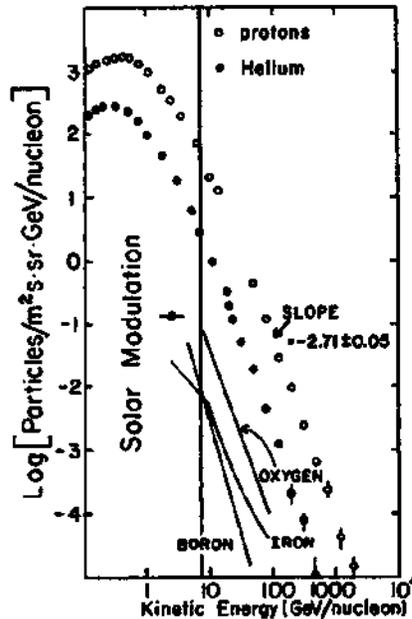


Figura 4.4: Espectro de energía de algunos elementos químicos presentes en los rayos cósmicos. (6).

4. RAYOS CÓSMICOS

El Experimento KASCADE-Grande (85) (KARlsruhe Shower Core and Array DETector with Grande extensión) fue un detector de rayos cósmicos de alta energía (1 PeV – 1 EeV) creado en 1996 por el Karlsruher Institut für Technologie. El objetivo más importante del proyecto KASCADE-Grande fue buscar una posible “rodilla” para el espectro de Hierro, pues tal vez esta estructura estaba relacionada con “la rodilla” del espectro primario de rayos cósmicos (86) por características que presentan de forma distinta las componentes ligera y pesada de los RC. Además, pretendió estudiar la composición de los rayos cósmicos primarios generados en la atmósfera y las interacciones hadrónicas en el rango de energía de 10^{16} - 10^{18} eV (7).

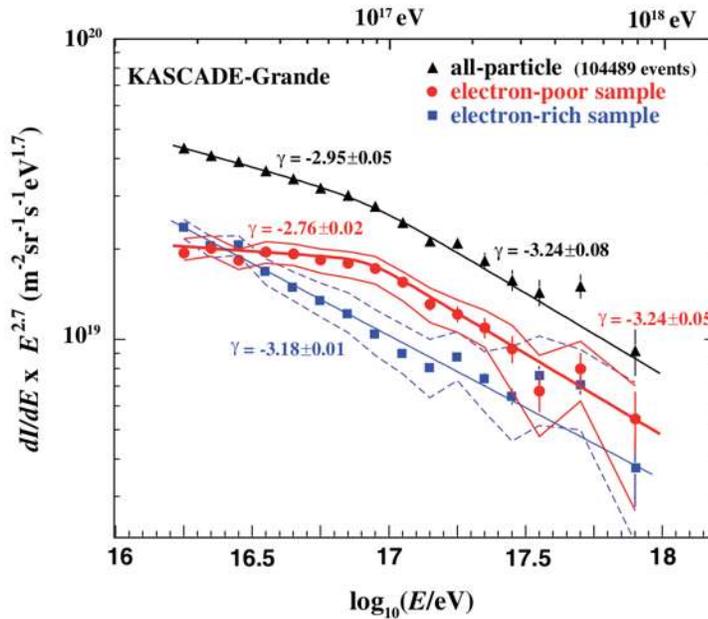


Figura 4.5: Componentes total, ligera y pesada del flujo de rayos cósmicos medido por KASCADE-Grande en el intervalo $E = 10^{16}$ eV a 10^{18} eV (7).

El origen de este fenómeno era desconocido hasta hace unos años, sin embargo, se decidió estudiarlo buscando la rodilla del Fe mediante el experimento KASCADE, dedicado a estudiar el espectro de rayos cósmicos a energías de 10^{16} – 10^{18} eV. Gracias a este proyecto se sabe que la rodilla es generada por una disminución en el flujo de rayos cósmicos primarios con masa ligera ($Z < 6$) (87), esto es debido a la pérdida de eficiencia en el campo magnético de los aceleradores o fuentes de RC dentro o fuera de nuestra galaxia, por lo que las partículas más masivas sufren un mayor efecto de aceleración que las ligeras, ocasionado que el flujo de la componente ligera de los rayos cósmicos disminuya (88), (84). Algunos astrofísicos atribuyen ésto a la ruptura de los núcleos primarios (89), (90). KASCADE muestra también evidencia de que la composi-

ción química de los RC cambia a través de la región de la rodilla con una tendencia a ser cada vez más dominada por núcleos pesados de alta energía, al menos hasta $E = 10^{17}$ eV (90).

Esta estructura se forma por un decremento de partículas electromagnéticas en el flujo de rayos cósmicos (88). La figura 4.5 muestra los puntos del flujo pesado detectado por KASCADE-Grande. En la gráfica 5.2 se muestra el ajuste χ^2 de los datos del flujo de espectro de energía de la componente pesada, con las bandas de error. Los resultados de los ajustes se muestran en la tabla 5.2.

Ahora se mostrará la región de más alta energía: 1 PeV-1 EeV. En la figura 4.6 se muestra el espectro de energía de todas las partículas detectado por KASCADE-Grande en la región de la segunda rodilla (4). Se grafica el número de partículas cargadas y el número de muones, y se utiliza la diferencia entre ambas cantidades para realizar el ajuste a los datos.

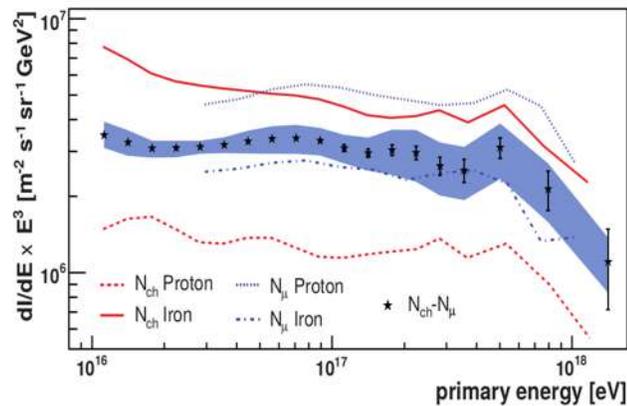


Figura 4.6: Espectro de energía total en la región de la segunda rodilla, medido por KASCADE-Grande multiplicado por E^3 : se grafica el número de partículas cargadas y número de muones (para protones y núcleos de hierro). Para realizar el ajuste se empleó la técnica de utilizar la diferencia de las tasas de las partículas cargadas y del hierro (4).

KASCADE-Grande se ubicó a 49.1° N, 18.4° E y 110 m sobre el nivel del mar en el Karlsruher Institut für Technologie de Alemania. Estuvo conformado por 37 estaciones con detectores de centelleo de un área de $10 m^2$ cada uno. Este experimento fue un detector de rayos cósmicos que empleó la técnica indirecta usando chubascos. Así mismo, fue una extensión de KASCADE: los detectores de Grande eran sensibles a partículas cargadas pero en KASCADE midió el componente muónico de manera independiente (7). Así, KASCADE-Grande cubría un área de $700 \times 700 m^2$ y contenía detectores

4. RAYOS CÓSMICOS

blindados y no blindados para medir diferentes tipos de partículas como electrones o fotones: las partículas atraviesan distintos materiales debido a las características de cada una, por ejemplo, los detectores de centelleo blindados son sensibles a los muones con energía umbral arriba de 230 MeV para la incidencia vertical (4). Además tenía un dispositivo de localización de muones y un calorímetro (91).

“El tobillo” se presenta a una energía de $4 - 10 \times 10^{18}$ eV y aquí la pendiente en el espectro de RC se aplanan con un cambio en el índice espectral de $\Delta\gamma = +.3 - .4$ (7). Se piensa que este fenómeno es provocado por cambios en la composición debido a una transición de la componente galáctica a extragaláctica. Se cree que los RC de energías de hasta 10^{18} eV son originados en nuestra galaxia, sin embargo, los que sobrepasan energías más allá de la región del “tobillo” (rayos cósmicos de ultra altas energías) no pueden confinarse a la galaxia, pues su radio de Larmor en el campo magnético galáctico típico es del mismo orden del tamaño del radio de la galaxia, o incluso más grande (5). Es posible que explosiones de remanentes de supernovas sean las fuentes de los rayos cósmicos con energías entre TeV - 10^{18} eV. Por ejemplo, el objeto W443 IC443, detectado por el observatorio Fermi-LAT, es un remanente de supernova cuya energía máxima para la aceleración de los protones es de $E < 10^{14}$ eV (92). Existe evidencia mostrada por el Observatorio Pierre Auger en el 2017 sobre la presencia de fuentes de rayos cósmicos extragalácticos (8): tal como se muestra en la figura 4.7.

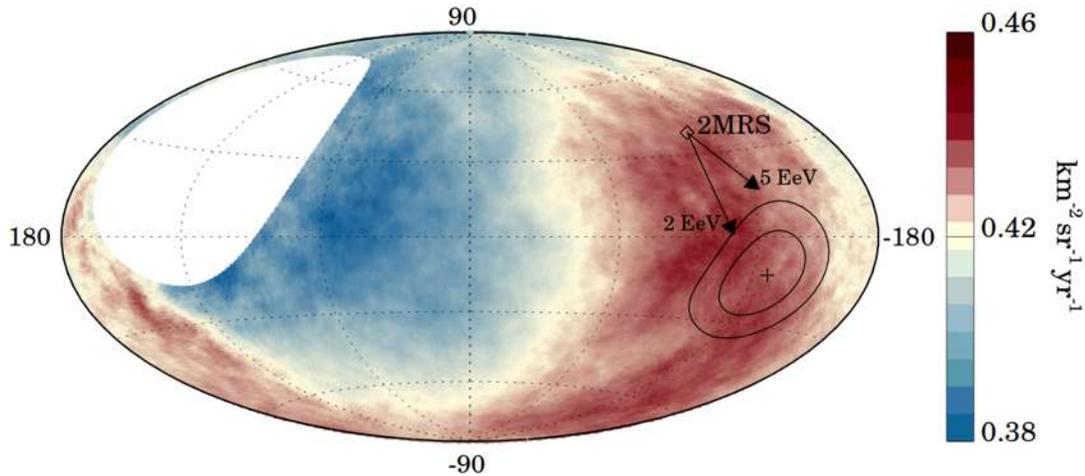


Figura 4.7: Mapa en coordenadas galácticas del flujo de rayos cósmicos con energía $E \geq 10^8$ EeV. Se muestra la dirección de los rayos cósmicos de la fuente (marcada con la cruz) en dirección al dipolo de rayos cósmicos de la distribución de galaxias 2MRS. Los contornos en la fuente delimitan una región con nivel de confianza del 68% y 95% (8).

4.3 Mecanismos de aceleración de los rayos cósmicos

Hay un mecanismo de aceleración conocido como “proceso de Fermi de segundo orden”, propuesto por Enrico Fermi en 1949 (93), donde se explica la aceleración de partículas relativistas y la existencia de nubes magnéticas que viajan en el espacio y que aumentan la velocidad de las partículas cargadas con las que se encuentran (76). Al reflejar las partículas, las nubes magnéticas actúan como “espejos magnéticos” (14). Como los rayos cósmicos pierden parte de la energía ganada por las interacciones con el gas interestelar o galáctico entre dos colisiones, se requiere aquí una inyección mínima de energía sobre la cual las partículas puedan acelerarse eficientemente (61). La energía promedio ganada por colisión es:

$$\left\langle \frac{\Delta E}{E} \right\rangle = \frac{8}{3} \left(\frac{v}{c} \right)^2, \quad (4.2)$$

siendo v la velocidad de la nube y c la de la partícula. El nombre de “proceso de Fermi de segundo orden” se debe a que la energía promedio es proporcional a $(v/c)^2$.

El espectro de energía que se tiene con este proceso es

$$N(E)dE = C \times E^{1+\frac{1}{\alpha\tau_{esc}}} dE, \quad (4.3)$$

donde C es una constante, $\alpha = \frac{4}{3} \frac{v^2}{cL}$, L es la distancia que recorre la partícula entre las nubes magnéticas y τ_{esc} es el tiempo característico en el que una partícula permanece en la región de aceleración.

Este modelo presenta problemas, pues tomando en cuenta la densidad de las nubes observada, la cantidad de energía que se gana con este proceso es muy baja. Además, este mecanismo falla al explicar el valor de 2.7 del coeficiente de absorción γ que se tiene en el espectro de energías de los rayos cósmicos.

El mecanismo de aceleración más común en astrofísica es la aceleración difusiva en ondas de choque de aceleración difusiva (DSA) también llamado “proceso de Fermi de primer orden” (94). Con este mecanismo los rayos cósmicos alcanzan energías muy altas, se asume que en explosiones de supernovas o núcleos activos galácticos se producen ondas de choque que transfieren energía a las partículas cargadas del medio. El propósito de este mecanismo es obtener una ganancia de energía que es lineal en (v/c) , lo cual haría más efectivo al proceso de aceleración. Aquí se tiene una total simetría cuando la partícula cruza la onda de choque corriente descendente a la ascendente o viceversa. Desde un punto de vista matemático, la difusión garantiza la isotropización de la distribución de partículas tanto en los marcos de referencia de corrientes ascendentes como descendentes. Por otro lado, desde el punto de vista físico, el proceso de dispersión entre las partículas y la turbulencia magnética es el verdadero responsable

4. RAYOS CÓSMICOS

de la transferencia de energía entre la energía cinética del plasma y las partículas no térmicas (5).

Considerando la energía promedio de las partículas después de una colisión como $E = \beta E_0$, donde E_0 es la energía después de la colisión, el espectro de energía en la aceleración de Fermi es:

$$N(E)dE = C \times E^{-1 + \frac{\ln P}{\ln \beta}} dE, \quad (4.4)$$

los parámetros P y β obtenidos con el mecanismo de segundo orden de Fermi pueden ser utilizados aquí. P es la probabilidad de que una partícula permanezca dentro de la región de aceleración después de la colisión. El promedio de energía ganada en un viaje es de:

$$\left\langle \frac{\Delta E}{E} \right\rangle = \frac{4v}{3c}, \quad (4.5)$$

Considerando también la probabilidad de escape de la partícula P_{esc} , donde $P_{esc} = 1 - P$, se tiene:

$$P_{esc} = \frac{4v}{3c}, \quad (4.6)$$

Sustituyendo las ecs. 4.2 y 4.6 en la ec. 4.3 se obtiene el flujo diferencial:

$$N(E)dE = C \times E^{-2} dE, \quad (4.7)$$

El mecanismo de aceleración de primer orden es el más eficiente y probable de ocurrir porque se espera que las ondas de choque sean producidas por varios fenómenos astrofísicos (94), además de que es posible obtener un valor numérico para el exponente a pesar de que aún no se obtenga el observado.

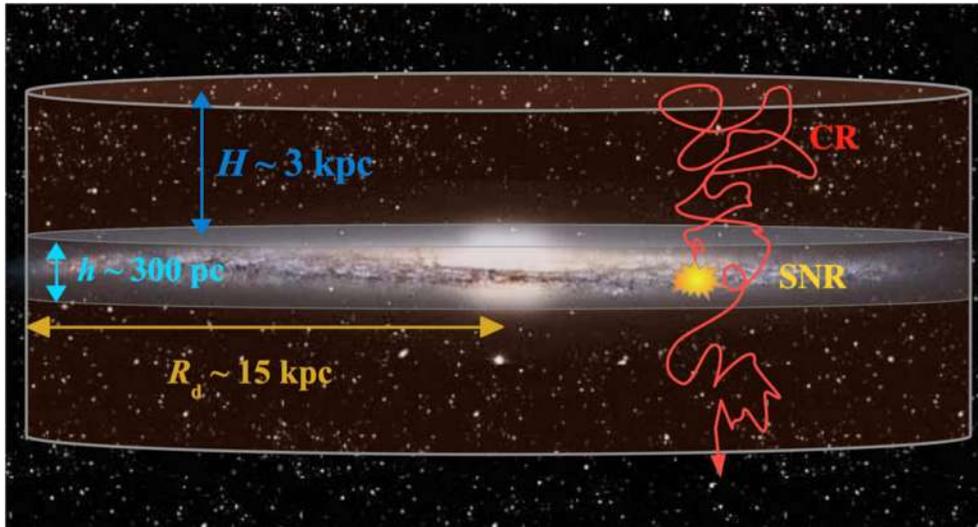


Figura 4.8: Representación esquemática del modelo de “leaky box” (5).

Para tomar en cuenta la propagación de rayos cósmicos en la galaxia, se asume que está descrito por el modelo conocido como “leaky box”, cuya representación esquemática se muestra en la figura 4.8, el explica que los RC son producidos por fuentes en el disco galáctico distribuidas en el halo magnético sobre y debajo del disco antes de escapar al medio intergaláctico (5).

En este modelo la galaxia se representa como un cilindro de radio ~ 15 kpc y grosor de ~ 300 pc. Los RC viajan de manera estocástica en un disco con altura de ~ 6 kpc a partir de las caras del cilindro de la galaxia. El tiempo de propagación de un rayo cósmico en la galaxia es de 10^8 años (53). El campo magnético de la galaxia provoca el confinamiento de rayos cósmicos dentro del cilindro, sin embargo, algunas de estas partículas logran escapar del mismo difusivamente. Mientras los RC se propagan en la galaxia van perdiendo energía por procesos, por ejemplo, la producción de pares, producción de piones o interacciones tipo Compton (95).

En este trabajo utilizamos el flujo de rayos cósmicos de la galaxia para calcular la interacción total entre los protones y la materia oscura presente en la Vía Láctea. Utilizando la sección eficaz de interacción que se calculó previamente con la aproximación, se programó el cálculo en Fortran. Los resultados se muestran en el capítulo 5.

4.4 ¿Cómo se detectan los rayos cósmicos?

El espectro de energía de los rayos cósmicos se extiende en el rango de MeV's hasta 10^{20} eV y es necesario utilizar diferentes técnicas especializadas para medir a distintos energía del espectro. Estas técnicas de medición se clasifican en directas e indirectas. El flujo de rayos cósmicos a bajas energías es muy grande y puede ser detectado directamente con globos aerostáticos y satélites, pero a altas energías este flujo disminuye de manera rápida y su medición directa se vuelve impráctica. Por ejemplo, a energías del orden de $E = 10^{17}$ eV se detecta una partícula por km^2 cada hora (96), mientras que a $E = 3 \times 10^{20}$ eV el flujo de RC es de una partícula por km^2 cada 350 años (5). Entonces se hace uso de detecciones indirectas, las cuales miden los chubascos de partículas generados por rayos cósmicos que se forman en la atmósfera, estas mediciones se hacen con experimentos montados en la superficie terrestre o debajo de ella. Se busca que estos arreglos cubran una superficie bastante amplia para que se compense el poco flujo de rayos cósmicos a estas energías.

Para realizar mediciones directas, se utilizan detectores cuyos principales componentes son imanes, plástico centellador, cámaras de emulsión y calorímetros. Los experimentos instalados en satélites o realizados en globos aerostáticos (como AMS (97), BESS (98), ATIC-2 (99), JACEE (100), CAPRICE (101), PAMELA (102), etc.) son limitados por el área efectiva sobre la cual trabajan y por el tiempo en que se realizan las mediciones.

4. RAYOS CÓSMICOS

Esto pone un límite de energía para los rayos cósmicos que pueden detectar, el cual es de 10^{15} eV.

Para poder medir rayos cósmicos de más altas energías ($E \geq 10^{15}$ eV), se han desarrollado técnicas de detección indirectas basadas en la observación de los chubascos de partículas secundarias generados por la interacción de los rayos cósmicos primarios con las partículas de la atmósfera, pues esto genera una cascada de partículas que puede ser detectada a nivel de la superficie terrestre. El chubasco de partículas está compuesto básicamente de la componente electromagnética (electrones y positrones), la muónica, la hadrónica y la del neutrino. De este modo, los detectores de rayos cósmicos de altas energías registran los fotones y partículas secundarias como muones y hadrones de las cascadas de partículas en la atmósfera producidas por los rayos cósmicos primarios, de donde reconstruyen su energía y dirección de arribo.

Los rayos cósmicos de altas energías se detectan con menor frecuencia: el flujo de rayos cósmicos con energía $E = 10^{18}$ eV es de una partícula por km^2 por semana, y con energía de $E = 10^{20}$ eV es de una partícula por km^2 por siglo. Como estos experimentos se encuentran a nivel del suelo, puede aumentarse el área efectiva de la medición, haciendo posible la detección de rayos cósmicos de energías superiores a 10^{15} eV. Algunos ejemplos de este tipo de experimentos son KASCADE-Grande (103), Pierre Auger (104), TIBET (105), IceCube (106), HAWC (107) y AGASA (108).

KASCADE, por ejemplo, fue un experimento que contaba con un área de 200×200 m^2 y se constituía principalmente por un arreglo de 252 estaciones detectoras dedicadas a medir la componente electromagnética y muónica y un detector central con un calorímetro que medía la componente hadrónica (74). Este arreglo se ubicaba en el Karlsruher Institut für Technologie, en Alemania, y en 2003 se extendió el área de detección agregando una nueva red llamada Grande, la cual se conformó por 37 detectores de 10 m^2 cada uno (75). El nuevo proyecto se llamó KASCADE-Grande, el cual trabajó hasta el 2013 (103) específicamente entre las energías de 10^{16} eV a 10^{18} eV, principalmente, en la región donde se localiza “la rodilla” en el espectro de rayos cósmicos (109).

Cálculo de la sección eficaz de interacción fermión-fotón oscuro

A continuación se muestran los cálculos realizados para obtener la amplitud de probabilidad, sección eficaz de dispersión y su respectiva gráfica de la interacción, así como los resultados de las gráficas de la sección eficaz de dispersión con diferentes valores de las variables energía constante de acoplamiento, masa del bosón y diferencia de masas entre el fermión y el bosón. Se estudia el caso de la interacción de un fotón oscuro de Kaluza-Klein con un electrón y después para un protón, y se explica la manera en que fueron programados algunos de los cálculos.

5.1 Diagrama de Feynman y amplitud de probabilidad

El proceso que se quiere estudiar es la colisión entre rayos cósmicos y partículas de materia oscura a muy altas energías. Para ello se usa el modelo de partones, el cual toma en cuenta que los rayos cósmicos son nucleones en su mayoría. Cada nucleón se conforma por partones, conformados por quarks (fermiones) que se encuentran confinados gracias a la fuerza fuerte mediada por los gluones (bosones). Se analiza la interacción fermión y bosón (fotón oscuro), la cual es una dispersión tipo Compton. En este tipo de reacciones se tienen tres posibles canales o modos de interacción: s , t y u , que se muestran en la figura 3.5 del capítulo 3. En este caso es utilizado el canal s porque ese modo es el dominante en la resonancia, que es donde se realiza este estudio (110).

Los canales se describen en términos de las variables de Mandelstam (s , t , u), las cuales son cantidades invariantes de Lorentz, es decir, son escalares y debido a ésto son convenientes para construir la amplitud invariante \mathcal{M} del diagrama de Feynman. Dichas

5. CÁLCULO DE LA SECCIÓN EFICAZ DE INTERACCIÓN FERMIÓN-FOTÓN OSCURO

variables contienen información del momento, la energía y el ángulo de dispersión de las partículas. La principal ventaja de su uso está en las aplicaciones de simetría cruzada para algunos procesos (111), se definen como:

$$\begin{aligned}
 s &= (p_1 + p_2)^2 = (p_3 + p_4)^2, \\
 t &= (p_1 - p_3)^2 = (p_2 - p_4)^2, \\
 u &= (p_1 - p_4)^2 = (p_2 - p_3)^2,
 \end{aligned}
 \tag{5.1}$$

Cada una de variables de Mandelstam es igual al cuadrado del cuatrimomento de la partícula intermediaria involucrada en cada proceso. Solamente dos de las tres variables son independientes, ya que $P_i^2 = m_i^2$ y $P_1 + P_2 = P_3 + P_4$ por conservación de momento y energía, de modo que cumplen $s + t + u = \sum_i m_i^2$ (110, 112). En este cálculo se toma en cuenta un fermión que colisiona a muy altas energías con un bosón oscuro de Kaluza-Klein, el cual se encuentra en reposo al momento del choque. En la figura 5.1 se muestra el diagrama de Feynman construido que representa esta interacción. En dicho proceso, el fermión interactúa con el bosón, se forma el propagador y después salen el fermión y el bosón con momentos diferentes a los iniciales. Ahí las partículas son representadas de la siguiente manera:

$f(P)$ es el fermión con cuatrimomento P que entra,
 $B_1(K)$ es el bosón con cuatrimomento K que entra,
 $f_1(q)$ es el propagador (partícula virtual) con cuatrimomento q ,
 $f(P')$ es el fermión con cuatrimomento P' que sale,
 $B_1(K')$ es el bosón con cuatrimomento K' que sale.

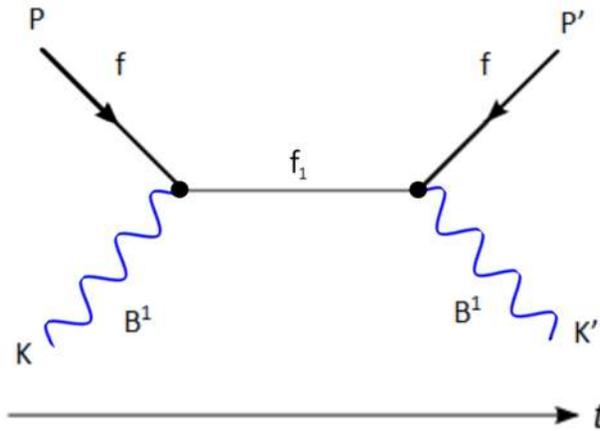


Figura 5.1: Diagrama de Feynman para la dispersión de un fermión y un bosón oscuro de Kaluza-Klein en el canal s (9), (10), (11).

Aquí se tiene que:

$$q^\delta = P^\mu + K^\nu, \quad (5.2)$$

$$q^\delta = P'^\alpha + K'^\beta. \quad (5.3)$$

Para construir la matriz reducida se usarán las reglas de Feynman y algunas identidades del álgebra de Dirac presentadas en el apéndice A, además, los espinores $f(p)$ son representados como: $u(p)$ para las partículas que entran y como $\bar{u}(p')$ para las partículas que salen. Por otra parte, serán utilizados los operadores de quiralidad 3.9 explicados en la sección 2.1.

Entonces, la matriz reducida del diagrama de Feynman 5.1 es:

$$\begin{aligned} -i\mathcal{M} = & \bar{u}(P')[-ig\gamma^\nu(P_L Y_L + P_R Y_R)]\epsilon_\nu^*(K') \left(\frac{i}{\not{q} - m_1} \right) \times \\ & \epsilon_\mu(K)[-ig\gamma^\mu(P_L Y_L + P_R Y_R)]u(P) \end{aligned} \quad (5.4)$$

donde $\epsilon_\mu(K)$ es el vector de polarización del bosón que entra con momento K , $\epsilon_\mu^*(K')$ es el vector de polarización del bosón que sale con momento K' , m_1 es la masa del fermión que se dispersa y

$$\not{q} = \gamma^\mu q_\mu. \quad (5.5)$$

Para una partícula virtual fuera de su capa de masa se cumple que $q^2 \neq m_1^2$ (off-shell).

En la figura 3.4 del capítulo 3 se presenta un diagrama de la interacción que estamos estudiando, donde el fermión colisiona con el bosón oscuro: el bosón se encuentra en reposo y el fermión se dispersa bajo un ángulo θ . Como el blanco está en reposo, la orientación del eje x del sistema de referencia coincide con la dirección de movimiento del fermión, es decir: $\vec{P} \parallel \hat{x}$, además, a lo largo del capítulo se utilizan unidades naturales ($c = 1$, \hbar). Despreciando la masa del fermión m_f , entonces: $E' = |\vec{P}'|$ y también $E = |\vec{P}|$. Ahora, para el bosón definimos:

$$K_0 = \omega = \omega'. \quad (5.6)$$

Así, los cuadrimomentos toman la forma:

$$\begin{aligned} P'^\mu &= (E', \vec{P}') = (E', P' \cos\theta, P' \sin\theta, 0) = (E', E' \cos\theta, E' \sin\theta, 0), \\ K^\mu &= (\omega, \vec{K}) = (M_{B_1}, \vec{0}), \\ K'^\mu &= (\omega', \vec{K}'), \\ P^\mu &= (E, \vec{P}) = (E, P, 0, 0) = (E, E, 0, 0). \end{aligned} \quad (5.7)$$

5. CÁLCULO DE LA SECCIÓN EFICAZ DE INTERACCIÓN FERMIÓN-FOTÓN OSCURO

A continuación se obtiene la forma de \mathcal{M}^\dagger :

$$\begin{aligned}
(-i\mathcal{M})^\dagger &= \{\bar{u}(P')[-ig\gamma^\nu(P_L Y_L + P_R Y_R)]\epsilon_\nu^*(K') \left(\frac{i}{\not{q} - m_1}\right) \epsilon_\mu(K)[-ig\gamma^\mu \\
&\quad (P_L Y_L + P_R Y_R)]u(P)\}^\dagger \\
&= u(P)^\dagger[-ig\gamma^\mu(P_L Y_L + P_R Y_R)]^\dagger (\epsilon_\mu(K))^* \left(\frac{i}{\not{q} - m_1}\right)^\dagger (\epsilon_\nu^*(K'))^* [-ig\gamma^\nu \\
&\quad (P_L Y_L + P_R Y_R)]^\dagger (\bar{u}(P'))^\dagger.
\end{aligned} \tag{5.8}$$

Se demuestra la siguiente igualdad:

$$\frac{1}{\not{p} - m} = \frac{1}{p^\mu \gamma_\mu - m} = \frac{p^\eta \gamma_\eta + m}{(p^\mu \gamma_\mu - m)(p^\eta \gamma_\eta + m)} = \frac{\not{p} + m}{(p^\mu \gamma_\mu)(p^\eta \gamma_\eta) - m^2} = \frac{\not{p} + m}{p^2 - m^2}. \tag{5.9}$$

Ahora se usa la identidad B.3 para llegar a:

$$\begin{aligned}
(-i\mathcal{M})^\dagger &= ig^2 u^\dagger(P) [\gamma^\mu (P_L Y_L + P_R Y_R)]^\dagger \epsilon_\mu^*(K) \left(\frac{\not{q} + m_1}{q^2 - m_1^2}\right)^\dagger \epsilon_\nu(K') \\
&\quad [\gamma^\nu (P_L Y_L + P_R Y_R)]^\dagger [(u(P'))^\dagger \gamma^0]^\dagger,
\end{aligned} \tag{5.10}$$

y entonces:

$$\begin{aligned}
(-i\mathcal{M})^\dagger &= ig^2 u^\dagger(P) [(P_L Y_L + P_R Y_R)^\dagger \gamma^{\mu\dagger}] \epsilon_\mu^*(K) \left(\frac{\gamma_\mu q^{\mu\dagger} + m_1}{q^2 - m_1^2}\right)^\dagger \epsilon_\nu(K') \\
&\quad [(P_L Y_L + P_R Y_R)^\dagger \gamma^{\nu\dagger}] (\gamma^0 u(P')).
\end{aligned} \tag{5.11}$$

Por la fórmula B.2:

$$\begin{aligned}
(-i\mathcal{M})^\dagger &= ig^2 u^\dagger(P) \underbrace{(\gamma^0)^2}_I [(P_L^\dagger Y_L + P_R^\dagger Y_R) \gamma^0 \gamma^\mu \gamma^0] \epsilon_\mu^*(K) \left(\frac{\gamma_\mu^\dagger q^{\mu\dagger} + m_1}{q^2 - m_1^2}\right) \epsilon_\nu(K') \\
&\quad [(Y_L P_L^\dagger + P_R^\dagger Y_R) \gamma^0 \gamma^\nu \gamma^0] \gamma^0 u(P') \\
&= ig^2 [u^\dagger(P) \gamma^0 \gamma^0] [(P_L^\dagger Y_L + P_R^\dagger Y_R) \gamma^0 \gamma^\mu \gamma^0] \epsilon_\mu^*(K) \left(\frac{\gamma_\mu^\dagger q^{\mu\dagger} + m_1}{q^2 - m_1^2}\right) \epsilon_\nu(K') \\
&\quad [(Y_L P_L^\dagger + P_R^\dagger Y_R) \gamma^0 \gamma^\nu \gamma^0] \{\gamma^0 u(P')\}.
\end{aligned} \tag{5.12}$$

Empleando nuevamente la fórmula B.3, se llega a que:

$$\begin{aligned}
 (-i\mathcal{M})^\dagger &= ig^2[\bar{u}(P)\gamma^0][(P_L^\dagger Y_L + P_R^\dagger Y_R)\gamma^0\gamma^\mu\gamma^0]\epsilon_\mu^*(K) \left(\frac{\gamma^0\gamma^\mu\gamma^0q_\mu^\dagger + m_1}{q^2 - m_1^2} \right) \epsilon_\nu(K') \\
 &\quad [(Y_L P_L^\dagger + P_R^\dagger Y_R)\gamma^0\gamma^\nu\gamma^0]\{\gamma^0 u(P')\}.
 \end{aligned} \tag{5.13}$$

como $P_{L,R}^\dagger = P_{L,R}$, se tiene entonces que:

$$\begin{aligned}
 (-i\mathcal{M})^\dagger &= ig^2\epsilon_\mu^*(K)\epsilon_\nu(K')\bar{u}(P)[\gamma^0 P_L Y_L + \gamma^0 P_R Y_R]\gamma^0\gamma^\mu\gamma^0 \left(\frac{\gamma^0\gamma^\mu\gamma^0q_\mu^\dagger + m_1}{q^2 - m_1^2} \right) \\
 &\quad [P_L + P_R]\gamma^0\gamma^\nu\gamma^0 u(P').
 \end{aligned} \tag{5.14}$$

Se multiplican por i ambos lados de la ecuación. Ahora, se tiene:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{M}^\dagger &= g^2\epsilon_\mu^*(K)\epsilon_\nu(K')\bar{u}(P)[P_R\gamma^0 Y_L\gamma^0\gamma^\mu\gamma^0 + P_L\gamma^0 Y_R\gamma^0\gamma^\mu\gamma^0] \\
 &\quad \left(\frac{\gamma^0\gamma^\mu\gamma^0q_\mu^\dagger + m_1}{q^2 - m_1^2} \right) [Y_L P_L\gamma^0\gamma^\nu + P_R Y_R\gamma^0\gamma^\nu]u(P') \\
 &= g^2\epsilon_\mu^*(K)\epsilon_\nu(K')\bar{u}(P)[P_R\gamma^\mu\gamma^0 Y_L + P_L\gamma^\mu\gamma^0 Y_R] \left(\frac{\gamma^0\gamma^\mu\gamma^0q_\mu^\dagger + m_1}{q^2 - m_1^2} \right) \\
 &\quad [P_L\gamma^0\gamma^\nu Y_L + P_R\gamma^0\gamma^\nu Y_R]u(P') \\
 &= g^2\epsilon_\mu^*(K)\epsilon_\nu(K')\bar{u}(P)\gamma^\mu[P_L Y_L + P_R Y_R]\gamma^0 \left(\frac{\gamma^0\gamma^\mu\gamma^0q_\mu^\dagger + m_1}{q^2 - m_1^2} \right) [P_L\gamma^0\gamma^\nu Y_L \\
 &\quad + P_R\gamma^0\gamma^\nu Y_R]u(P').
 \end{aligned} \tag{5.15}$$

Aplicando la identidad B.4, se obtiene:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{M}^\dagger &= g^2\epsilon_\mu^*(K)\epsilon_\nu(K')\bar{u}(P)\gamma^\mu[P_L Y_L + P_R Y_R] \left(\frac{\gamma^0\gamma^0\gamma^\mu\gamma^0q_\mu^\dagger + m_1\gamma^0}{q^2 - m_1^2} \right) \\
 &\quad [\gamma^0 P_R\gamma^\nu Y_L + \gamma^0 P_L\gamma^\nu Y_R]u(P'),
 \end{aligned} \tag{5.16}$$

y dada la identidad B.1, entonces:

5. CÁLCULO DE LA SECCIÓN EFICAZ DE INTERACCIÓN FERMIÓN-FOTÓN OSCURO

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}^\dagger = & g^2 \epsilon_\mu^*(K) \epsilon_\nu(K') \bar{u}(P) \gamma^\mu [P_L Y_L + P_R Y_R] \left(\frac{\hat{I} \gamma^\mu \hat{I} q_\mu + m_1 \gamma_0 \gamma^0}{q^2 - m_1^2} \right) \\
& [P_R Y_L \gamma^\nu + P_L Y_R \gamma^\nu] u(P') \\
& g^2 \epsilon_\mu^*(K) \epsilon_\nu(K') \bar{u}(P) \gamma^\mu [P_L Y_L + P_R Y_R] \left(\frac{\gamma^\mu q_\mu + m_1 \gamma_0 \gamma^0}{q^2 - m_1^2} \right) \\
& [P_R Y_L + P_L Y_R] \gamma^\nu u(P').
\end{aligned} \tag{5.17}$$

Haciendo uso de 5.5 y B.4, se tiene que:

$$\mathcal{M}^\dagger = g^2 \epsilon_\mu^*(K) \epsilon_\nu(K') \bar{u}(P) [P_R Y_L + P_L Y_R] \gamma^\mu \left(\frac{\not{q} + m_1}{q^2 - m_1^2} \right) [P_R Y_L + P_L Y_R] \gamma^\nu u(P'). \tag{5.18}$$

De las fórmulas 5.4 y 5.18 se obtiene:

$$\begin{aligned}
|\mathcal{M}|^2 = \mathcal{M}^\dagger \mathcal{M} = & [g^2 \epsilon_\nu^*(K) \epsilon_\mu(K') \bar{u}(P) (P_R Y_L + Y_R P_L) \gamma^\nu \frac{\not{q} + m_1}{q^2 - m_1^2} (P_R Y_L + P_L Y_R) \\
& \gamma^\mu u(P')] [g^2 \epsilon_\alpha^*(K') \epsilon_\beta(K) \bar{u}(P') \gamma^\alpha (P_L Y_L + P_R Y_R) \frac{\not{q} + m_1}{q^2 - m_1^2} \\
& \gamma^\beta (P_L Y_L + P_R Y_R) u(P)] \\
= & \frac{g^4}{(q^2 - m_1^2)^2} \epsilon_\nu^*(K) \epsilon_\beta(K) \epsilon_\alpha^*(K') \epsilon_\mu(K') [\bar{u}(P) (P_R Y_L + Y_R P_L) \\
& \gamma^\nu (\not{q} + m_1) (P_R Y_L + P_L Y_R) \gamma^\mu u(P') \bar{u}(P') \gamma^\alpha (P_L Y_L + P_R Y_R) \\
& (\not{q} + m_1) \gamma^\beta (P_L Y_L + P_R Y_R) u(P)].
\end{aligned} \tag{5.19}$$

Expresando las matrices en términos de sus elementos y reagrupando términos, se tiene la siguiente expresión:

$$\begin{aligned}
\Rightarrow |\mathcal{M}|^2 = & \frac{g^4}{(q^2 - m_1^2)^2} \epsilon_\nu^*(K) \epsilon_\beta(K) \epsilon_\alpha^*(K') \epsilon_\mu(K') Tr[u(P) \bar{u}(P) (P_R Y_L + Y_R P_L) \\
& \gamma^\nu (\not{q} + m_1) (P_R Y_L + P_L Y_R) \gamma^\mu u(P') \bar{u}(P') \gamma^\alpha (P_L Y_L + P_R Y_R) \\
& (\not{q} + m_1) \gamma^\beta (P_L Y_L + P_R Y_R)].
\end{aligned} \tag{5.20}$$

Ahora, se requiere obtener la probabilidad de que se lleve a cabo la colisión entre el fermión y el fotón oscuro, entonces se debe calcular la **probabilidad promedio de dispersión** $|\overline{\mathcal{M}}|^2$. Para ello se hace un promedio entre los posibles estados iniciales de los espines (asumiendo que el blanco y el haz no estén polarizados) y se realiza una sumatoria sobre todos los posibles estados finales (110). Para los fermiones hay dos posibles estados iniciales (espín $s = 1/2$ ó $s = -1/2$) y para los bosones hay 3 (espín $\lambda = -1, \lambda = 0$ ó $\lambda = 1$), en total son 6 posibles estados iniciales. Entonces:

$$|\overline{\mathcal{M}}|^2 = \frac{1}{6} \sum_{\substack{s, s' \\ \lambda, \lambda'}} |\mathcal{M}|^2, \quad (5.21)$$

donde:

s representa los posibles estados de los espines para el fermión que entra,
 s' los estados de los espines para el fermión que sale,
 λ son los estados de los espines para el bosón que entra,
 λ' son los estados para los espines del bosón que sale.

Entonces se tiene:

$$\begin{aligned} |\overline{\mathcal{M}}|^2 &= \frac{1}{6} \frac{g^4}{(q^2 - m_1^2)^2} \sum_{\substack{s, s' \\ \lambda, \lambda'}} \epsilon_\nu^*(K) \epsilon_\beta(K) \epsilon_\alpha^*(K') \epsilon_\mu(K') \text{Tr}[u_f(P) \bar{u}_f(P) \\ &\quad (P_R Y_L + Y_R P_L) \gamma^\nu (\not{H} + m_1) (P_R Y_L + P_L Y_R) \gamma^\mu u_f(P') \bar{u}_f(P') \gamma^\alpha \\ &\quad (P_L Y_L + P_R Y_R) (\not{H} + m_1) \gamma^\beta (P_L Y_L + P_R Y_R)] \\ &= \frac{1}{6} \frac{g^4}{(q^2 - m_1^2)^2} \sum_\lambda \epsilon_\nu^*(K) \epsilon_\beta(K) \sum_{\lambda'} \epsilon_\alpha^*(K') \epsilon_\mu(K') \text{Tr}[\sum_s u_f^s(P) \bar{u}_f^s(P) \\ &\quad (P_R Y_L + Y_R P_L) \gamma^\nu (\not{H} + m_1) (P_R Y_L + P_L Y_R) \gamma^\mu \sum_{s'} u_f(P') \bar{u}_f(P') \gamma^\alpha \\ &\quad (P_L Y_L + P_R Y_R) (\not{H} + m_1) \gamma^\beta (P_L Y_L + P_R Y_R)]. \end{aligned} \quad (5.22)$$

Se toma en cuenta que:

$$\begin{aligned} \sum_\lambda \epsilon_\nu(K)^* \epsilon_\beta(K) &= \sum_\lambda \epsilon_\nu^*(K, \lambda) \epsilon_\beta(K, \lambda) = -g_{\nu\beta} + \frac{K_\nu K_\beta}{M_{B_1}^2}, \\ \sum_s u(P) \bar{u}(P) &= \sum_s u(P, s) \bar{u}(P, s) = (\not{P} + m_f), \end{aligned} \quad (5.23)$$

donde m_f es la masa del fermión.

Así, se tiene que

5. CÁLCULO DE LA SECCIÓN EFICAZ DE INTERACCIÓN FERMIÓN-FOTÓN OSCURO

$$\begin{aligned}
|\overline{\mathcal{M}}|^2 &= \frac{1}{6} \frac{g^4}{(q^2 - m_1^2)^2} \left(-g_{\nu\beta} + \frac{K_\nu K_\beta}{M_{B_1^2}} \right) \left(-g_{\alpha\mu} + \frac{K'_\alpha K'_\mu}{M_{B_1^2}} \right) \text{Tr}[(\not{P} + m_f)(P_R Y_L + Y_R P_L) \\
&\quad \gamma^\nu (\not{H} + m_1)(P_R Y_L + P_L Y_R) \gamma^\mu (\not{P}' + m_f) \gamma^\alpha (P_L Y_L + P_R Y_R) (\not{H} + m_1) \\
&\quad \gamma^\beta (P_L Y_L + P_R Y_R)]
\end{aligned} \tag{5.24}$$

Aquí se desprecia la masa del fermión m_f en comparación con la energía del haz:

$$\begin{aligned}
|\overline{\mathcal{M}}|^2 &= \frac{1}{6} \frac{g^4}{(q^2 - m_1^2)^2} \left(-g_{\nu\beta} + \frac{K_\nu K_\beta}{M_{B_1^2}} \right) \left(-g_{\alpha\mu} + \frac{K'_\alpha K'_\mu}{M_{B_1^2}} \right) \text{Tr}[\not{P}(P_R Y_L + Y_R P_L) \gamma^\nu \\
&\quad (\not{H} + m_1)(P_R Y_L + P_L Y_R) \gamma^\mu \not{P}' \gamma^\alpha (P_L Y_L + P_R Y_R) (\not{H} + m_1) \gamma^\beta (P_L Y_L \\
&\quad + P_R Y_R)].
\end{aligned} \tag{5.25}$$

Al desarrollar el producto $\left(-g_{\nu\beta} + \frac{K_\nu K_\beta}{M_{B_1^2}} \right) \left(-g_{\alpha\mu} + \frac{K'_\alpha K'_\mu}{M_{B_1^2}} \right)$ resultan cuatro términos. De esta manera, se manejará la probabilidad $|\overline{\mathcal{M}}|^2$ como la suma de cuatro términos de probabilidad:

$$|\overline{\mathcal{M}}|^2 = |\overline{\mathcal{M}}|^2_{\textcircled{1}} + |\overline{\mathcal{M}}|^2_{\textcircled{2}} + |\overline{\mathcal{M}}|^2_{\textcircled{3}} + |\overline{\mathcal{M}}|^2_{\textcircled{4}}, \tag{5.26}$$

en donde,

$$\begin{aligned}
|\overline{\mathcal{M}}|^2_{\textcircled{1}} &= \frac{1}{6} \frac{g^4}{(q^2 - m_1^2)^2} (g_{\nu\beta} g_{\alpha\mu}) \text{Tr}[\not{P}(P_R Y_L + Y_R P_L) \gamma^\nu (\not{H} + m_1)(P_R Y_L + P_L Y_R) \\
&\quad \gamma^\mu \not{P}' \gamma^\alpha (P_L Y_L + P_R Y_R) (\not{H} + m_1) \gamma^\beta (P_L Y_L + P_R Y_R)],
\end{aligned} \tag{5.27}$$

$$\begin{aligned}
|\overline{\mathcal{M}}|^2_{\textcircled{2}} &= \frac{1}{6} \frac{g^4}{(q^2 - m_1^2)^2} \left(-g_{\nu\beta} \frac{K'_\alpha K'_\mu}{M_{B_1^2}} \right) \text{Tr}[\not{P}(P_R Y_L + Y_R P_L) \gamma^\nu (\not{H} + m_1) \\
&\quad (P_R Y_L + P_L Y_R) \gamma^\mu \not{P}' \gamma^\alpha (P_L Y_L + P_R Y_R) (\not{H} + m_1) \gamma^\beta (P_L Y_L + P_R Y_R)],
\end{aligned} \tag{5.28}$$

$$\begin{aligned}
|\overline{\mathcal{M}}|^2_{\textcircled{3}} &= \frac{-g^4 K_\nu K_\beta}{6(q^2 - m_1^2)^2 M_{B_1^2}^2} \text{Tr}[\not{P} \gamma^\nu (P_L Y_L + Y_R P_R) (\not{H} + m_1)(P_R Y_L + P_L Y_R) \gamma^\mu \not{P}' \gamma_\mu \\
&\quad (P_L Y_L + P_R Y_R) (\not{H} + m_1)(P_R Y_L + P_L Y_R) \gamma^\beta],
\end{aligned} \tag{5.29}$$

$$|\overline{\mathcal{M}}|_{\textcircled{4}}^2 = \frac{g^4 K_\nu K_\beta K_\alpha' K_\mu'}{6(q^2 - m_1^2)^2 M_{B_1}^4} \text{Tr}[\not{P}\gamma^\nu(P_L Y_L + Y_R P_R)(\not{H} + m_1)(P_R Y_L + P_L Y_R)\gamma^\mu \not{P}'\gamma^\alpha (P_L Y_L + P_R Y_R)(\not{H} + m_1)(P_R Y_L + P_L Y_R)\gamma^\beta]. \quad (5.30)$$

Comenzaremos a calcular la primer matriz:

$$|\overline{\mathcal{M}}|_{\textcircled{1}}^2 = \frac{1}{6} \frac{g^4}{(q^2 - m_1^2)^2} (g_{\nu\beta} g_{\alpha\mu}) \text{Tr}[\not{P}(P_R Y_L + Y_R P_L)\gamma^\nu(\not{H} + m_1)(P_R Y_L + P_L Y_R) \gamma^\mu \not{P}'\gamma^\alpha(P_L Y_L + P_R Y_R)(\not{H} + m_1)\gamma^\beta(P_L Y_L + P_R Y_R)]. \quad (5.31)$$

Contrayendo índices:

$$|\overline{\mathcal{M}}|_{\textcircled{1}}^2 = \frac{1}{6} \frac{g^4}{(q^2 - m_1^2)^2} \text{Tr}[\not{P}(P_R Y_L + Y_R P_L)\gamma_\beta(\not{H} + m_1)(P_R Y_L + P_L Y_R)\gamma_\alpha \not{P}'\gamma^\alpha(P_L Y_L + P_R Y_R)(\not{H} + m_1)\gamma^\beta(P_L Y_L + P_R Y_R)]. \quad (5.32)$$

Usando las fórmulas B.4, B.5, B.6 y B.7 se llega a la expresión

$$|\overline{\mathcal{M}}|_{\textcircled{1}}^2 = \frac{1}{6} \frac{g^4}{(q^2 - m_1^2)^2} \text{Tr}[\not{P}\gamma_\beta(P_L Y_L + Y_R P_R)(\not{H} + m_1)(P_R Y_L + P_L Y_R)\gamma_\alpha \not{P}'\gamma^\alpha(P_L Y_L + P_R Y_R)(\not{H} + m_1)(P_R Y_L + P_L Y_R)\gamma^\beta]. \quad (5.33)$$

Como se están manejando elementos de matrices, esta expresión puede reagruparse, entonces

$$\begin{aligned} |\overline{\mathcal{M}}|_{\textcircled{1}}^2 &= \frac{1}{6} \frac{g^4}{(q^2 - m_1^2)^2} \text{Tr}[\gamma^\beta \not{P}\gamma_\beta(P_L Y_L + Y_R P_R)(\not{H} + m_1)(P_R Y_L + P_L Y_R)\gamma_\alpha \not{P}'\gamma^\alpha(P_L Y_L + P_R Y_R)(\not{H} + m_1)(P_R Y_L + P_L Y_R)], \\ &= \frac{1}{6} \frac{g^4}{(q^2 - m_1^2)^2} \text{Tr}[-2 \not{P}(P_L Y_L + Y_R P_R)(\not{H} + m_1)(P_R Y_L + P_L Y_R) (-2 \not{P}') (P_L Y_L + P_R Y_R)(\not{H} + m_1)(P_R Y_L + P_L Y_R)]. \end{aligned} \quad (5.34)$$

A continuación se renombran algunos términos para simplificar los cálculos:

$$|\overline{\mathcal{M}}|_{\textcircled{1}}^2 = \frac{1}{6} \frac{g^4}{(q^2 - m_1^2)^2} 4\text{Tr}[\not{P}A(\not{H} + m_1)B(\not{P}')A(\not{H} + m_1)B], \quad (5.35)$$

5. CÁLCULO DE LA SECCIÓN EFICAZ DE INTERACCIÓN FERMIÓN-FOTÓN OSCURO

donde:

$$A = P_L Y_L + P_R Y_R, \quad (5.36)$$

$$B = P_R Y_L + P_L Y_R, \quad (5.37)$$

así se tiene que:

$$\begin{aligned} |\overline{\mathcal{M}}|_{\textcircled{1}}^2 &= \frac{1}{6} \frac{g^4}{(q^2 - m_1^2)^2} 4Tr[(\not{P}A \not{q}B + \not{P}ABm_1) \\ &\quad (\not{P}'A \not{q}B + \not{P}'ABm_1)]. \end{aligned} \quad (5.38)$$

Se desarrolla el producto dentro de la traza obteniendo:

$$\begin{aligned} |\overline{\mathcal{M}}|_{\textcircled{1}}^2 &= \frac{2}{3} \frac{g^4}{(q^2 - m_1^2)^2} Tr[(\not{P}A \not{q}B \not{P}'A \not{q}B + \not{P}A \not{q}B \not{P}'ABm_1 \\ &\quad + \not{P}ABm_1 \not{P}'A \not{q}B + \not{P}ABm_1 \not{P}'ABm_1)]. \end{aligned} \quad (5.39)$$

Entonces

$$\begin{aligned} |\overline{\mathcal{M}}|_{\textcircled{1}}^2 &= \frac{2}{3} \frac{g^4}{(q^2 - m_1^2)^2} Tr[(\not{P}A \not{q}B \not{P}'A \not{q}B + m_1 \not{P}A \not{q}B \not{P}'AB \\ &\quad + m_1 \not{P}AB \not{P}'A \not{q}B + m_1^2 \not{P}AB \not{P}'AB)]. \end{aligned} \quad (5.40)$$

Se define:

$$\begin{aligned} G(P, P') &= Tr[\not{P}A(\not{q} + m_1)B(\not{P}')A(\not{q} + m_1)B], \\ &\quad Tr[(\not{P}A \not{q}B \not{P}'A \not{q}B + m_1 \not{P}A \not{q}B \not{P}'AB \\ &\quad + m_1 \not{P}AB \not{P}'A \not{q}B + m_1^2 \not{P}AB \not{P}'AB)],, \end{aligned} \quad (5.41)$$

de esta manera, la ec. 5.40 toma la forma

$$|\overline{\mathcal{M}}|_{\textcircled{1}}^2 = \frac{2}{3} \frac{g^4}{(q^2 - m_1^2)^2} G(P, P'). \quad (5.42)$$

A continuación se trabajará con cada uno de los cuatro términos que contiene la traza en la ecuación anterior. Comenzamos notando que $A\not{q} = \not{q}B$ y que $B\not{P}' = \not{P}'A$, lo que se demuestra empleando el álgebra de Dirac. De este modo, se puede probar que los términos de la traza satisfacen las siguientes igualdades:

$$\not{P}A \not{q}B \not{P}'A \not{q}B = \not{P} \not{q} \not{P}' \not{q}B^4, \quad (5.43)$$

$$\not{P}A \not{q}B \not{P}'AB = \not{P} \not{q} \not{P}' A^3 B, \quad (5.44)$$

$$\not{P}AB \not{P}'A \not{q}B = \not{P} \not{P}' \not{q}AB^3, \quad (5.45)$$

$$\not{P}AB \not{P}'AB = \not{P} \not{P}' BA^2 B. \quad (5.46)$$

Ahora, por las ecs. B.11 y B.12 del apéndice se tiene

$$P_R^2 = P_R, \quad (5.47)$$

$$P_R P_L = 0, \quad (5.48)$$

entonces:

$$B^4 = \frac{a}{2} + \frac{bc}{2}\gamma^5, \quad (5.49)$$

$$A^3 B = \frac{ab}{2} - \frac{dc}{2}\gamma^5, \quad (5.50)$$

$$AB^3 = \frac{db}{2} + \frac{dc}{2}\gamma^5, \quad (5.51)$$

$$BA^2 B = \frac{b^2 - c^2}{4} = d^2, \quad (5.52)$$

$$(5.53)$$

donde

$$a = Y_L^4 + Y_R^4, \quad (5.54)$$

$$b = Y_L^2 + Y_R^2, \quad (5.55)$$

$$c = Y_L^2 - Y_R^2, \quad (5.56)$$

$$d = Y_L Y_R. \quad (5.57)$$

Se procede a calcular las trazas de las matrices utilizando propiedades de las matrices de Dirac. Primero, se tiene que:

$$\begin{aligned} Tr[\not{P} \not{A} \not{P}' \not{A}'] &= Tr[\not{P} \not{A} (q \cdot \not{P}' - \not{A} \not{P}')] \\ &= 2(q \cdot \not{P}') Tr[\not{P} \not{A}] - Tr[\not{P} \not{A} \not{A} \not{P}'] \\ &= 8(q \cdot \not{P}')(q \cdot P) - q^2 4(P \cdot P'). \end{aligned} \quad (5.58)$$

donde se usó B.8 y B.9.

Tomando la traza del término 5.43 y utilizando 5.49:

$$\begin{aligned} Tr[\not{P} A \not{A} B \not{P}' A \not{A} B] &= Tr[\not{P} \not{A} \not{P}' \not{A} B^4] \\ &= Tr[\not{P} \not{A} \not{P}' \not{A} \left(\frac{a}{2} + \frac{\gamma^5}{2} bc \right)] \\ &= \frac{a}{2} Tr[\not{P} \not{A} \not{P}' \not{A}] + \frac{bc}{2} Tr[\not{P} \not{A} \not{P}' \not{A} \gamma^5] \\ &= \frac{a}{2} 4[(P \cdot q)(P' \cdot q) - (P \cdot P')(q \cdot q) + (P \cdot q)(q \cdot P')] \\ &\quad + \frac{bc}{2} 4i \underbrace{\epsilon_{\eta\nu\lambda\rho}}_{T.\text{antisimétrico}} \underbrace{P^\eta q^\nu P'^\lambda q^\rho}_{T.\text{simétrico en } \nu\rho}, \end{aligned} \quad (5.59)$$

5. CÁLCULO DE LA SECCIÓN EFICAZ DE INTERACCIÓN FERMIÓN-FOTÓN OSCURO

donde se empleó B.10. Como la contracción de un tensor antisimétrico con un tensor simétrico da cero, entonces:

$$\begin{aligned}
 Tr[\not{P}A \not{q}B \not{P}'A \not{q}B] &= \frac{a}{2}4[(P \cdot q)(P' \cdot q) - (P \cdot P')(q \cdot q) + (P \cdot q)(q \cdot P')] \\
 &= 2a[2(P \cdot q)(P' \cdot q) - (P \cdot P')(q^2)].
 \end{aligned} \tag{5.60}$$

Así mismo, tomando la traza de 5.44 y empleando 5.50:

$$\begin{aligned}
 Tr[\not{P}A \not{q}B \not{P}'AB] &= Tr[\not{P} \not{q} \not{P}'A^3B] \\
 &= Tr[\not{P} \not{q} \not{P}' \left(\frac{db}{2} - \frac{cd}{2}\gamma_5 \right)] \\
 &= \frac{db}{2} \underbrace{Tr[\not{P} \not{q} \not{P}']}_0 - \frac{cd}{2} \underbrace{Tr[\not{P} \not{q} \not{P}' \gamma_5]}_0 \\
 &= 0.
 \end{aligned} \tag{5.61}$$

Para la traza de 5.45 se emplea 5.51:

$$\begin{aligned}
 Tr[\not{P}AB \not{P}'A \not{q}B] &= Tr[\not{P} \not{P}' \not{q}AB^3] \\
 &= Tr[\not{P} \not{P}' \not{q} \left(\frac{db}{2} - cd\gamma_5 \right)] \\
 &= \frac{db}{2} \underbrace{Tr[\not{P} \not{P}' \not{q}]}_0 - cd \underbrace{Tr[\not{P} \not{P}' \not{q} \gamma_5]}_0 \\
 &= 0.
 \end{aligned} \tag{5.62}$$

Y para la traza de 5.46 se emplea 5.52 y B.8:

$$\begin{aligned}
 Tr[\not{P}AB \not{P}'AB] &= Tr[\not{P} \not{P}' BA^2B] \\
 &= Tr[\not{P} \not{P}' d^2] \\
 &= d^2 Tr[\not{P} \not{P}'] \\
 &= d^2 4P \cdot P' \\
 &= 4d^2 P \cdot P'.
 \end{aligned} \tag{5.63}$$

Sustituyendo los resultados de las trazas 5.60, 5.61, 5.62 y 5.63 en la ec. 5.41 se obtiene:

$$G(P, P') = (2a[2(P \cdot q)(P' \cdot q) - (P \cdot P')(q^2)] + 4m_1^2 d^2 P \cdot P') \tag{5.64}$$

$$= \left(4a(P \cdot q)(P' \cdot q) + (4m_1^2 d^2 - 2aq^2)(P \cdot P') \right) \tag{5.65}$$

$$= 4 \left(a(P \cdot q)(P' \cdot q) + (m_1^2 d^2 - \frac{aq^2}{2})(P \cdot P') \right). \tag{5.66}$$

Se procede a calcular las otras tres matrices: $|\overline{\mathcal{M}}|_{\textcircled{2}}^2$, $|\overline{\mathcal{M}}|_{\textcircled{3}}^2$ y $|\overline{\mathcal{M}}|_{\textcircled{4}}^2$.

Para encontrar $|\overline{\mathcal{M}}|_{\textcircled{2}}^2$ partimos de la ec. 5.28. Contrayendo los índices β y utilizando las propiedades B.4, B.5, 5.5 y B.7:

$$\begin{aligned}
 |\overline{\mathcal{M}}|_{\textcircled{2}}^2 &= \frac{-g^4 K_\alpha' K_\mu'}{6(q^2 - m_1^2)^2 M_{B_1}^2} \text{Tr}[\not{P}(P_R Y_L + Y_R P_L) \gamma_\beta (\not{A} + m_1) (P_R Y_L + P_L Y_R) \gamma^\mu \\
 &\quad \not{P}' \gamma^\alpha (P_L Y_L + P_R Y_R) (\not{A} + m_1) \gamma^\beta (P_L Y_L + P_R Y_R)] \\
 &= \frac{g^4 (-K_\alpha' K_\mu')}{6(q^2 - m_1^2)^2 M_{B_1}^2} \text{Tr}[\not{P} \gamma_\beta (P_L Y_L + Y_R P_R) (\not{A} + m_1) (P_R Y_L + P_L Y_R) \\
 &\quad \gamma^\mu \not{P}' \gamma^\alpha (P_L Y_L + P_R Y_R) (\not{A} + m_1) (P_R Y_L + P_L Y_R) \gamma^\beta],
 \end{aligned} \tag{5.67}$$

y por la identidad B.7:

$$\begin{aligned}
 |\overline{\mathcal{M}}|_{\textcircled{2}}^2 &= \frac{-g^4 K_\alpha' K_\mu'}{6(q^2 - m_1^2)^2 M_{B_1}^2} \text{Tr}[-2 \not{P} (P_L Y_L + Y_R P_R) (\not{A} + m_1) (P_R Y_L + P_L Y_R) \\
 &\quad (\gamma^\mu \not{P}' \gamma^\alpha) (P_L Y_L + P_R Y_R) (\not{A} + m_1) (P_R Y_L + P_L Y_R)]. \\
 &= \frac{-g^4}{6(q^2 - m_1^2)^2 M_{B_1}^2} \text{Tr}[-2 \not{P} (P_L Y_L + Y_R P_R) (\not{A} + m_1) (P_R Y_L + P_L Y_R) \\
 &\quad K_\alpha' K_\mu' (\gamma^\mu \not{P}' \gamma^\alpha) (P_L Y_L + P_R Y_R) (\not{A} + m_1) (P_R Y_L + P_L Y_R)].
 \end{aligned} \tag{5.68}$$

Ahora bien, se tiene que

$$K_\alpha' K_\mu' (\gamma^\mu \not{P}' \gamma^\alpha) = \not{K}' \not{P}' \not{K}'. \tag{5.69}$$

Por otra parte, usando la ec. B.13 en la expresión anterior:

$$K_\alpha' K_\mu' (\gamma^\mu \not{P}' \gamma^\alpha) = \not{K}' (2\not{P}' \cdot \not{K}' - \not{K}' \not{P}'). \tag{5.70}$$

Entonces, sustituyendo en 5.69:

$$\begin{aligned}
 \not{K}_\nu \not{K}_\beta K_\alpha' K_\mu' (\gamma^\beta \not{P} \gamma^\nu) (\gamma^\mu \not{P}' \gamma^\alpha) &= \not{K} \not{P} \not{K} \not{K}' \not{P}' \not{K}' \\
 &= \not{K} \not{P} \not{K} \not{K}' (2\not{P}' \cdot \not{K}' - \not{K}' \not{P}) \\
 &= \not{K} (2\not{P} \cdot \not{K} - \not{P} \not{K}) \times \\
 &\quad \not{K}' (2\not{P}' \cdot \not{K}' - \not{K}' \not{P}'),
 \end{aligned} \tag{5.71}$$

5. CÁLCULO DE LA SECCIÓN EFICAZ DE INTERACCIÓN FERMIÓN-FOTÓN OSCURO

lo cual permite calcular:

$$\begin{aligned}
|\overline{\mathcal{M}}|_{\textcircled{2}}^2 &= \frac{2g^4}{6(q^2 - m_1^2)^2 M_{B_1}^2} \text{Tr}[\mathcal{P}(P_L Y_L + Y_R P_R)(\not{q} + m_1)(P_R Y_L + P_L Y_R) \times \\
&\quad (\mathcal{K}'(2\not{P}' \cdot \mathcal{K}' - \mathcal{K}' \not{P}'))(P_L Y_L + P_R Y_R)(\not{q} + m_1)(P_R Y_L + P_L Y_R)] \\
&= \frac{2g^4}{6(q^2 - m_1^2)^2 M_{B_1}^2} 2\not{P}' \cdot \mathcal{K}' \text{Tr}[\mathcal{P}(P_L Y_L + Y_R P_R)(\not{q} + m_1)(P_R Y_L + P_L Y_R) \times \\
&\quad (\mathcal{K}'(P_L Y_L + P_R Y_R)(\not{q} + m_1)(P_R Y_L + P_L Y_R)] - \text{Tr}[\mathcal{P}(P_L Y_L + Y_R P_R) \times \\
&\quad (\not{q} + m_1)(P_R Y_L + P_L Y_R) \mathcal{K}' \mathcal{K}' \not{P}'(P_L Y_L + P_R Y_R)(\not{q} + m_1) \times \\
&\quad (P_R Y_L + P_L Y_R)].
\end{aligned} \tag{5.72}$$

Por la identidad B.14, puede obtenerse:

$$\begin{aligned}
|\overline{\mathcal{M}}|_{\textcircled{2}}^2 &= \frac{2g^4}{6(q^2 - m_1^2)^2 M_{B_1}^2} 2\not{P}' \cdot \mathcal{K}' \text{Tr}[\mathcal{P}(P_L Y_L + Y_R P_R)(\not{q} + m_1) \times \\
&\quad (P_R Y_L + P_L Y_R)(\mathcal{K}'(P_L Y_L + P_R Y_R)(\not{q} + m_1)(P_R Y_L + P_L Y_R)] - \\
&\quad \mathcal{K}'^2 \text{Tr}[\mathcal{P}(P_L Y_L + Y_R P_R)(\not{q} + m_1)(P_R Y_L + P_L Y_R) \not{P}'(P_L Y_L + P_R Y_R) \\
&\quad (\not{q} + m_1)(P_R Y_L + P_L Y_R)].
\end{aligned} \tag{5.73}$$

La matriz $|\overline{\mathcal{M}}|_{\textcircled{2}}^2$ puede escribirse en términos de una función tipo $G(P, P')$ tal como se expresa en la ec. 5.41:

$$|\overline{\mathcal{M}}|_{\textcircled{2}}^2 = \frac{2g^4}{6(q^2 - m_1^2)^2 M_{B_1}^2} [(2\not{P}' \cdot \mathcal{K}')G(P, \mathcal{K}') - \mathcal{K}'^2 G(P, P')]. \tag{5.74}$$

Ahora se calcula la matriz $|\overline{\mathcal{M}}|_{\textcircled{3}}^2$. A partir de la ec. 5.29:

$$\begin{aligned}
|\overline{\mathcal{M}}|_{\textcircled{3}}^2 &= \frac{-g^4 K_\nu K_\beta}{6(q^2 - m_1^2)^2 M_{B_1}^2} \text{Tr}[\not{P}\gamma^\nu (P_L Y_L + Y_R P_R)(\not{q} + m_1)(P_R Y_L + P_L Y_R) \\
&\quad (-2\not{P}')(P_L Y_L + P_R Y_R)(\not{q} + m_1)(P_R Y_L + P_L Y_R)\gamma^\beta],
\end{aligned} \tag{5.75}$$

donde se usó la ec. B.7.

Procediendo como en el caso de $|\overline{\mathcal{M}}|_{\textcircled{2}}^2$, se llega a que:

$$|\overline{\mathcal{M}}|_{\textcircled{3}}^2 = \frac{2g^4}{6(q^2 - m_1^2)^2 M_{B_1}^2} [(2P \cdot K)G(K, P') - K^2 G(P, P')]. \tag{5.76}$$

Finalmente, para $|\overline{\mathcal{M}}|_{\textcircled{4}}^2$, contrayendo los cuadvectores K y K' con las respectivas matrices de Dirac se tiene que:

$$|\overline{\mathcal{M}}|_{\textcircled{4}}^2 = \frac{g^4}{6(q^2 - m_1^2)^2 M_{B_1}^4} \text{Tr}[\not{K} \not{P} \not{K} (P_L Y_L + Y_R P_R) (\not{A} + m_1) (P_R Y_L + P_L Y_R) \not{K}' \not{P}' \not{K}' (P_L Y_L + P_R Y_R) (\not{A} + m_1) (P_R Y_L + P_L Y_R)], \quad (5.77)$$

donde se movió $K^\beta \gamma_\beta$ al inicio del producto de la traza usando la propiedad de la misma. Ahora, por las propiedades 5.70 y la siguiente:

$$\not{K}_\nu \not{K}_\beta (\gamma^\beta \not{P} \gamma^\nu) = \not{K} \not{P} \not{K} = K(2P \cdot K - \not{K} \not{P}), \quad (5.78)$$

se tiene

$$|\overline{\mathcal{M}}|_{\textcircled{4}}^2 = \frac{g^4}{6(q^2 - m_1^2)^2 M_{B_1}^4} \text{Tr}[\not{K}(2P \cdot K - \not{K} \not{P})(P_L Y_L + Y_R P_R)(\not{A} + m_1) (P_R Y_L + P_L Y_R) \not{K}' (2P' \cdot K' - \not{K}' \not{P}') (P_L Y_L + P_R Y_R) (\not{A} + m_1) (P_R Y_L + P_L Y_R)], \quad (5.79)$$

y entonces:

$$|\overline{\mathcal{M}}|_{\textcircled{4}}^2 = \frac{g^4 K_\nu K_\beta K_\alpha' K_\mu'}{6(q^2 - m_1^2)^2 M_{B_1}^4} \text{Tr}[\not{K}(2P \cdot K)(P_L Y_L + Y_R P_R)(\not{A} + m_1) \times (P_R Y_L + P_L Y_R) \not{K}' (2P' \cdot K') (P_L Y_L + P_R Y_R) \times (\not{A} + m_1) (P_R Y_L + P_L Y_R)] + [\not{K}(\not{K} \not{P})(P_L Y_L + Y_R P_R)(\not{A} + m_1) (P_R Y_L + P_L Y_R) \not{K}' (\not{K}' \not{P}') \times (P_L Y_L + Y_R P_R)(\not{A} + m_1) (P_R Y_L + P_L Y_R)] - [\not{K}(2P \cdot K)(P_L Y_L + Y_R P_R)(\not{A} + m_1) (P_R Y_L + P_L Y_R) \not{K}' (\not{K}' \not{P}') \times (P_L Y_L + Y_R P_R)(\not{A} + m_1) (P_R Y_L + P_L Y_R)] - [\not{K}(\not{K} \not{P})(P_L Y_L + Y_R P_R)(\not{A} + m_1) (P_R Y_L + P_L Y_R) \not{K}' (2P' \cdot K') \times (P_L Y_L + Y_R P_R)(\not{A} + m_1) (P_R Y_L + P_L Y_R)]. \quad (5.80)$$

Sacando los productos punto de la traza, usando expresiones tipo 5.41, y utilizando

5. CÁLCULO DE LA SECCIÓN EFICAZ DE INTERACCIÓN FERMIÓN-FOTÓN OSCURO

B.14 para sacar K^2 y K'^2 de la traza, se tiene que:

$$|\overline{\mathcal{M}}|^2_{\textcircled{4}} = \frac{g^4 K_\nu K_\beta K_\alpha' K_\mu'}{6(q^2 - m_1^2)^2 M_{B_1}^4} [4(P \cdot K)(P' \cdot K')G(K, K') + K^2 K'^2 G(P, P') - (2P \cdot K)(K'^2)G(K, P') - K^2(2P' \cdot K')G(P, K')]. \quad (5.81)$$

Consecuentemente, se suman las expresiones 5.42, 5.74, 5.76 y 5.81, lo que da como resultado la probabilidad del proceso estudiado:

$$\begin{aligned} |\overline{\mathcal{M}}|^2 &= \frac{g^4}{6(q^2 - m_1^2)^2} 4G(P, P') + \\ &\frac{2g^4}{6(q^2 - m_1^2)^2 M_{B_1}^2} [(2P' \cdot K')G(P, K') - K'^2 G(P, P')] + \\ &\frac{2g^4}{6(q^2 - m_1^2)^2 M_{B_1}^2} [(2P \cdot K)G(K, P') - K^2 G(P, P')] + \\ &\frac{g^4}{6(q^2 - m_1^2)^2 M_{B_1}^4} [4(P \cdot K)(P' \cdot K')G(K, K') + K^2 K'^2 G(P, P') - \\ &(2P \cdot K)(K'^2)G(K, P') - K^2(2P' \cdot K')G(P, K')] \\ &= \frac{4g^4}{6(q^2 - m_1^2)^2} [G(P, P') + \frac{(P' \cdot K')}{M_{B_1}^2} G(P, K') - \frac{K'^2}{2M_{B_1}^2} G(P, P') + \\ &\frac{(P \cdot K)}{M_{B_1}^2} G(K, P') - \frac{K^2}{2M_{B_1}^2} G(P, P') + \frac{P \cdot K}{M_{B_1}^4} (P' \cdot K')G(K, K') + \\ &\frac{K^2 K'^2}{4M_{B_1}^4} G(P, P') - \frac{(P \cdot K)(K'^2)}{2M_{B_1}^2} G(K, P') - \frac{K^2(P' \cdot K')}{2M_{B_1}^4} G(P, K')] \\ &= \frac{2g^4}{3(q^2 - m_1^2)^2} [G(P, P') \left[1 - \frac{K'^2}{2M_{B_1}^2} - \frac{K^2}{2M_{B_1}^2} + \frac{K^2 K'^2}{4M_{B_1}^4} \right] + \\ &G(P, K') \left[\frac{(P' \cdot K')}{M_{B_1}^2} - \frac{K^2(P' \cdot K')}{2M_{B_1}^4} \right] + \\ &G(K, P') \left[\frac{(P \cdot K)}{M_{B_1}^2} - \frac{(P \cdot K)K'^2}{2M_{B_1}^4} \right] + G(K, K') \left[\frac{(P \cdot K)}{M_{B_1}^4} (P' \cdot K') \right]]. \quad (5.82) \end{aligned}$$

En seguida se trabaja con ésta amplitud de probabilidad para obtener una forma más sencilla. Dado que:

$$K^2 = K'^2 = M_{B_1}^2, \quad (5.83)$$

la probabilidad se reduce a:

$$\begin{aligned}
 |\overline{\mathcal{M}}|^2 &= \frac{2g^4}{3(q^2 - m_1^2)^2} \left[G(P, P') \left[\frac{1}{4} \right] + \right. \\
 &G(P, K') \left[\frac{(P' \cdot K')}{M_{B_1}^2} - \frac{K^2(P' \cdot K')}{2M_{B_1}^4} \right] + \\
 &G(K, P') \left[\frac{(P \cdot K)}{M_{B_1}^2} - \frac{(P \cdot K)M_{B_1}^2}{2M_{B_1}^4} \right] + G(K, K') \left[\frac{(P \cdot K)}{M_{B_1}^4} (P' \cdot K') \right] \left. \right].
 \end{aligned} \tag{5.84}$$

Ya que:

$$(P + K)^2 = (P' + K')^2, \tag{5.85}$$

entonces

$$P' \cdot K' = P \cdot K. \tag{5.86}$$

Sustituyendo esta última relación, en la ec. 5.84 tenemos que:

$$\begin{aligned}
 |\overline{\mathcal{M}}|^2 &= \frac{2g^4}{3(q^2 - m_1^2)^2} \left[\frac{G(P, P')}{4} + G(P, K') \frac{(P \cdot K)}{2M_{B_1}^2} + \right. \\
 &G(K, P') \frac{(P \cdot K)}{2M_{B_1}^2} + G(K, K') \frac{(P \cdot K)(P \cdot K)}{M_{B_1}^4} \left. \right].
 \end{aligned} \tag{5.88}$$

Sustituyendo las ecs. 5.42, 5.74, 5.76 y 5.81:

$$\begin{aligned}
 |\overline{\mathcal{M}}|^2 &= \frac{2g^4}{3(q^2 - m_1^2)^2} \left[[a(P \cdot q)(P' \cdot q) - \frac{q^2(P \cdot P')a}{2} + m_1^2 d^2 P \cdot P'] \right. \\
 &+ [2a[2(P \cdot q)(K' \cdot q) - q^2(P \cdot K')] + 4m_1^2 d^2 (P \cdot K')] \frac{(P \cdot K)}{2M_{B_1}^2} \\
 &+ [2a[2(K \cdot q)(P' \cdot q) - q^2(K \cdot P')] + 4m_1^2 4d^2 (K \cdot P')] \frac{(P \cdot K)}{2M_{B_1}^2} \\
 &\left. + [2a[2(K \cdot q)(K' \cdot q) - q^2(K \cdot K')] + 4m_1^2 4d^2 (K \cdot K')] \frac{(P \cdot K)^2}{M_{B_1}^4} \right].
 \end{aligned} \tag{5.89}$$

5. CÁLCULO DE LA SECCIÓN EFICAZ DE INTERACCIÓN FERMIÓN-FOTÓN OSCURO

A continuación se evaluarán los productos punto de los cuadvectores. Con las ecs. 5.7 y 5.3, usando conservación de cuadrimento y recordando que $s = (K + P)^2 = q^2$ es el centro de masa al cuadrado, se tiene:

$$\begin{aligned}
 P \cdot K &= P' \cdot K' = EM_{B_1}, \\
 P \cdot q &= EM_{B_1}, \\
 P' \cdot q &= P' \cdot (P + K) = P' \cdot P + E' M_{B_1}, \\
 P \cdot P' &= EE'(1 - \cos(\theta)), \\
 P' \cdot K &= P \cdot K' = EM_{B_1} - EE'(1 - \cos(\theta)), \\
 K' \cdot q &= K' \cdot (P' + K') = K' \cdot P' + K' \cdot K' \\
 &= K \cdot P + K' \cdot K' = EM_{B_1} + M_{B_1}^2 = M_{B_1}(E + M_{B_1}), \\
 K' \cdot K &= (\omega', \vec{K}')(M_{B_1}, -\vec{0}) = \omega' M_{B_1} = (M_{B_1} + E - E')M_{B_1} \\
 &= M_{B_1}^2 + (E - E')M_{B_1}, \\
 K \cdot q &= K \cdot (P + K) = K \cdot P + K \cdot K = EM_{B_1} + M_{B_1}^2, \\
 q^2 &= 2EM_{B_1} + M_{B_1}^2 = M_{B_1}(2E + M_{B_1}),
 \end{aligned} \tag{5.90}$$

Para la energía umbral, se sustituyen los productos de cuadrimentos anteriores en la expresión 5.26 y se llega a que:

$$\begin{aligned}
 |\overline{\mathcal{M}}|^2 &= \frac{2g^4}{3(q^2 - m_1^2)^2} \left\{ a(EM_{B_1})[EE'(1 - \cos\theta) + E' M_{B_1}] \right. \\
 &\quad - q^2 a \frac{EE'(1 - \cos\theta)}{2} + m_1^2 d^2 EE'(1 - \cos\theta) \\
 &\quad + \left[2a[2(EM_{B_1})(M_{B_1}(E + M_{B_1})) - q^2(E' M_{B_1})] + m_1^2 4d^2 E' M_{B_1} \right] \frac{EM_{B_1}}{2M_{B_1}^2} \\
 &\quad + \left[2a[2(EM_{B_1} + M_{B_1}^2)((EE'(1 - \cos\theta)) + E' M_{B_1}) - q^2 E' M_{B_1}] \right. \\
 &\quad \left. + m_1^2 4d^2 E' M_{B_1} \right] \frac{EM_{B_1}}{2M_{B_1}^2} \\
 &\quad + \left[2a[2(EM_{B_1} + M_{B_1}^2)(M_{B_1}(E + M_{B_1})) - q^2(M_{B_1}^2 + (E - E')M_{B_1})] \right. \\
 &\quad \left. + m_1^2 4d^2(M_{B_1}^2 + (E - E')M_{B_1}) \right] \frac{(EM_{B_1})^2}{M_{B_1}^4} \left. \right\}
 \end{aligned} \tag{5.91}$$

$$\begin{aligned}
 |\overline{\mathcal{M}}|^2 &= \frac{2g^4}{3(q^2 - m_1^2)^2} \left\{ EE' (1 - \cos\theta) \left[aEM_{B_1} - \frac{M_{B_1}(2E + M_{B_1})a}{2} + m_1^2 d^2 \right] \right. \\
 &+ aEE' M_{B_1}^2 + aE2[(EM_{B_1})(E + M_{B_1}) - \frac{M_{B_1}(2E + M_{B_1})E'}{2} + \frac{m_1^2 d^2 E'}{a}] \\
 &+ 2aE(E + M_{B_1})(EE' (1 - \cos\theta) + E' M_{B_1}) - aE(M_{B_1}(2E + M_{B_1})E') \\
 &+ 2EE' m_1^2 d^2 + 4a(EM_{B_1} + M_{B_1}^2) \frac{E^2}{M_{B_1}} (E + M_{B_1}) \\
 &\left. - 2aE^2(2E + M_{B_1})(M_{B_1} + (E - E')) + 4m_1^2 d^2 (M_{B_1} + (E - E')) \frac{E^2}{M_{B_1}} \right\} \\
 &= \frac{2g^4}{3(q^2 - m_1^2)^2} \left\{ EE' (1 - \cos\theta) \left[aEM_{B_1} - \frac{M_{B_1}(2E + M_{B_1})a}{2} + m_1^2 d^2 \right] \right. \\
 &+ 2aE(E + M_{B_1}) + E' [-aEM_{B_1}(2E + M_{B_1}) + 2Em_1^2 d^2 + aEM_{B_1} \\
 &+ 2aEM_{B_1}(E + M_{B_1}) - aEM_{B_1}(2E + M_{B_1}) + 2Em_1^2 d^2 + 4aE^2 M_{B_1} - \frac{4m_1^2 d^2 E^2}{M_{B_1}}] \\
 &+ 2aE^2 M_{B_1}(E + M_{B_1}) + 4aE^3(E + M_{B_1}) + 4aE^2 M_{B_1}(E + M_{B_1}) - 4aE^3 M_{B_1} \\
 &\left. - 4aE^4 - 2aE^2 M_{B_1}^2 - 2aE^3 M_{B_1} + 4m_1^2 d^2 E^2 + \frac{4m_1^2 d^2 E^3}{M_{B_1}} \right\}.
 \end{aligned} \tag{5.92}$$

Se simplifican y se agrupan los términos que contienen a $EE' (1 - \cos\theta)$, $E'E$ y E^2 . Así obtenemos que:

$$\begin{aligned}
 |\overline{\mathcal{M}}|^2 &= \frac{2g^4}{3(q^2 - m_1^2)^2} \left\{ EE' (1 - \cos\theta) \left[2a \left(E(E + M_{B_1}) - \frac{M_{B_1}^2}{4} \right) + m_1^2 d^2 \right] \right. \\
 &+ EE' 4 \left[a \left(\frac{M_{B_1}^2}{4} + E^2 \right) + m_1^2 d^2 \left(1 - \frac{E}{M_{B_1}} \right) \right] \\
 &\left. + E^2 4 \left[aM_{B_1}(M_{B_1} + E) + m_1^2 d^2 \left(1 + \frac{E}{M_{B_1}} \right) \right] \right\}.
 \end{aligned} \tag{5.93}$$

5.2 Sección eficaz de dispersión

La forma invariante de la sección eficaz σ para el proceso estudiado (ver figura 3.5, canal s) es (110):

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{1}{64\pi s} \frac{1}{|P_{cm}|^2} |\overline{\mathcal{M}}|^2, \tag{5.94}$$

5. CÁLCULO DE LA SECCIÓN EFICAZ DE INTERACCIÓN FERMIÓN-FOTÓN OSCURO

donde s es la energía total del sistema centro de masas (c.m.):

$$s = (P + K)^2 = M_{B_1}^2 + 2M_{B_1}E, \quad (5.95)$$

t es una variable de Mandelstem:

$$t = (P - P')^2 = -2EE'(1 - \cos\theta) = -4EE' \text{sen}^2\left(\frac{\theta}{2}\right), \quad (5.96)$$

y en el sistema c.m. el momento del fermión que incide es:

$$|P_{cm}^{\vec{}}| = \frac{|\vec{P}|M_{B_1}}{\sqrt{s}}. \quad (5.97)$$

En el sistema c.m. la energía del fermión incidente es:

$$E_{cm} = \frac{s + m_f^2 - M_{B_1}^2}{2\sqrt{s}}, \quad (5.98)$$

Tomando la masa del fermión $m_f \sim 0$ se tiene que $P_{CM} = E_{CM}$, así, sustituyendo 5.97 en donde se tiene que:

$$|P_{cm}^{\vec{}}| = \frac{s - M_{B_1}^2}{2\sqrt{s}}, \quad (5.99)$$

la ec. 5.94 se puede ver como:

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{1}{16\pi(s - M_{B_1}^2)^2} |\overline{\mathcal{M}}|^2. \quad (5.100)$$

Por otra parte, sabemos que:

$$\frac{d\sigma}{d(\cos\theta)} = \left| \frac{\partial t}{\partial \cos\theta} \right| \frac{d\sigma}{dt}. \quad (5.101)$$

Para encontrar el Jacobiano debemos hallar E'^{μ} como función de E y θ . Partimos de:

$$K'^2 = K'^{\mu}K'_{\mu} = M_{B_1}^2. \quad (5.102)$$

Por conservación de momento,

$$P^{\mu} + K^{\mu} = P'^{\mu} + K'^{\mu}, \quad (5.103)$$

entonces

$$K'^{\mu} = P^{\mu} + K^{\mu} - P'^{\mu}. \quad (5.104)$$

Así

$$\begin{aligned}
 (K'{}^\mu)^2 &= P \cdot P + K \cdot K + P' \cdot P' + 2P \cdot K - 2K \cdot P' - 2P \cdot P' \\
 &= \underbrace{m_f^2}_0 + M_{B_1}^2 + \underbrace{m_f^2}_0 + 2P \cdot K - 2K \cdot P' - P \cdot P',
 \end{aligned} \tag{5.105}$$

Sustituyendo las ecs. 5.90 para los momentos y sustituyendo el resultado en 5.102 se obtiene:

$$M_{B_1}^2 = M_{B_1}^2 + 2M_{B_1}(E - E') - 2EE'(1 - \cos\theta), \tag{5.106}$$

de donde:

$$E' = \frac{M_{B_1}E}{E(1 - \cos\theta) + M_{B_1}}. \tag{5.107}$$

Ahora, encontraremos t como función de E y θ que nos permitirá evaluar el Jacobiano en 5.101. Se sustituye 5.107 en 5.94 y se llega a que:

$$t = \frac{-2E^2 M_{B_1}(1 - \cos\theta)}{E(1 - \cos\theta) + M_{B_1}}. \tag{5.108}$$

Ahora se deriva parcialmente respecto a $\cos\theta$ y se llega a que:

$$\frac{\partial t}{\partial \cos\theta} = \frac{2M_{B_1}^2}{\left[(1 - \cos\theta) + \frac{M_{B_1}}{E}\right]^2}. \tag{5.109}$$

Se procede a sustituir 5.109 y 5.100 en 5.101, así:

$$\frac{d\sigma}{d(\cos\theta)} = \left| \frac{2M_{B_1}^2}{\left[(1 - \cos\theta) + \frac{M_{B_1}}{E}\right]^2} \right| \frac{1}{16\pi(s - M_{B_1}^2)^2} |\overline{\mathcal{M}}|^2. \tag{5.110}$$

Sustituyendo $|\overline{\mathcal{M}}|^2$ en esta última expresión, se tiene:

$$\begin{aligned}
 \frac{d\sigma}{d(\cos\theta)} &= \frac{1}{16\pi(s - M_{B_1}^2)^2} \frac{2M_{B_1}^2}{\left[(1 - \cos\theta) + \frac{M_{B_1}}{E}\right]^2} \frac{2g^4}{3(q^2 - m_1^2)^2} \\
 &\quad \left\{ EE'(1 - \cos\theta) \left[2a \left(E(E + M_{B_1}) - \frac{M_{B_1}^2}{4} \right) + m_1 d^2 \right] \right. \\
 &\quad + EE'4 \left[a \left(\frac{M_{B_1}^2}{4} + E^2 \right) + m_1^2 d^2 \left(1 - \frac{E}{M_{B_1}} \right) \right] \\
 &\quad \left. + E^2 4 \left[aM_{B_1} \left(M_{B_1} + E \right) + m_1^2 d^2 \left(1 + \frac{E}{M_{B_1}} \right) \right] \right\}.
 \end{aligned} \tag{5.111}$$

5. CÁLCULO DE LA SECCIÓN EFICAZ DE INTERACCIÓN FERMIÓN-FOTÓN OSCURO

Se está estudiando el fenómeno cerca de la resonancia, es decir, alrededor de $q^2 \sim m_1^2$. Debemos modelar entonces la resonancia. En física de partículas se puede utilizar la distribución de Breit-Wigner (113) para modelar resonancias a muy altas energías. Tomando la sugerencia del artículo (54), se hará el siguiente reemplazo en la sección eficaz 5.111:

$$\frac{1}{(q^2 - m_1^2)^2} \rightarrow \frac{1}{|q^2 - m_1^2 + im_1\Gamma|^2}. \quad (5.112)$$

Como habíamos comentado en el capítulo 3, la resonancia se refiere a una partícula inestable que decae muy rápidamente. La anchura de decaimiento se relaciona con el tiempo de decaimiento como:

$$\Gamma = \frac{1}{\tau}. \quad (5.113)$$

Ahora bien, de (113) tomamos el valor de Γ como:

$$\Gamma = \frac{3}{8\pi} \frac{\delta^2}{M_{B_1}} g^2 (Y_L^2 + Y_R^2), \quad (5.114)$$

con

$$\delta = m_1 - M_{B_1} \ll M_{B_1}, m_1. \quad (5.115)$$

Aquí δ es la diferencia de masas entre la resonancia y el bosón de Kaluza-Klein y Y_L^2, Y_R^2 son las constantes de acoplamiento de hipercarga de los fermiones el haz (54).

Ahora bien:

$$\begin{aligned} \frac{1}{|q^2 - m_1^2 + im_1\Gamma|^2} &= \frac{1}{[(K + P)^2 - m_1^2 + im_1\Gamma]^2} \\ &= \frac{1}{[m_f^2 + 2K \cdot P + M_{B_1}^2 - m_1^2 + im_1\Gamma]^2}. \end{aligned} \quad (5.116)$$

Como $K \cdot P = M_{B_1} E$, entonces:

$$\begin{aligned} \frac{1}{|q^2 - m_1^2 + im_1\Gamma|^2} &= \frac{1}{\underbrace{m_f^2}_0 + 2M_{B_1} E + M_{B_1}^2 - m_1^2 + im_1\Gamma} \\ &= \frac{1}{[(2M_{B_1} E)^2 + 4M_{B_1} E (M_{B_1}^2 - m_1^2) + (M_{B_1}^2 - m_1^2)^2 + (m_1^2 \Gamma^2)]}. \end{aligned} \quad (5.117)$$

Por otra parte, de 5.115:

$$M_{B_1} = m_1 - \delta. \quad (5.118)$$

Sustituyendo 5.118 en 5.117 se tiene:

$$\begin{aligned} \frac{1}{|q^2 - m_1^2 + m_1\Gamma|^2} &= \frac{1}{(2(m_1 - \delta)E)^2 - 4((m_1 - \delta)E)(2m_1 - \delta)\delta + (2m_1 - \delta)^2\delta^2 + (m_1\Gamma)^2} \\ &= \frac{1}{(4m_1^2E^2 + m_1^2\Gamma^2 - \delta(8m_1E(m_1 + E)) + \delta^2(4E^2 + 12Em_1 + 4m_1) - \delta^3(4(m_1 + E)) + \delta^4} \end{aligned} \quad (5.119)$$

Trabajando cerca de la resonancia, entonces $E \sim \delta$. Considerando esto en ec. 5.119 y despreciando términos de orden δ^3 y δ^4 :

$$\begin{aligned} \frac{1}{|q^2 - m_1^2 + m_1\Gamma|^2} &= \frac{1}{4m_1^2E^2 - \delta 8m_1E(m_1 + \underbrace{E}_{\sim\delta}) + \delta^2(4\underbrace{E^2}_{\delta^2}) + 12\underbrace{E}_{\delta}m_1 + 4m_1^2) + (m_1\Gamma)^2}, \\ &= \frac{1}{[4m_1^2E^2 + (m_1\Gamma)^2 - \delta 8m_1^2E + \delta^2 4m_1^2]}, \\ &= \frac{1}{4m_1^2[(E^2 - \delta)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}]}. \end{aligned} \quad (5.120)$$

Sustituyendo 5.112 y 5.120 en 5.111, obtenemos:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\cos\theta} &= \frac{g^4 M_{B_1}^2}{12\pi(s - M_{B_1}^2)^2 4m_1^2[(E - \delta)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}]} \frac{1}{[(1 - \cos\theta) + \frac{M_{B_1}}{E}]^2} \times \\ &\quad \left\{ EE' (1 - \cos\theta) \left[2a \left(E(E + M_{B_1}) - \frac{M_{B_1}^2}{4} \right) + m_1^2 d^2 \right] \right. \\ &\quad + EE' 4 \left[a \left(\frac{M_{B_1}^2}{4} + E^2 \right) + m_1^2 d^2 \left(1 - \frac{E}{M_{B_1}} \right) \right] \\ &\quad \left. + E^2 4 \left[a M_{B_1} \left(M_{B_1} + E \right) + m_1^2 d^2 \left(1 - \frac{E}{M_{B_1}} \right) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (5.121)$$

Como $\frac{E}{M_{B_1}} \sim \frac{\delta}{M_{B_1}} \ll \delta$, entonces 5.121 se reduce a:

5. CÁLCULO DE LA SECCIÓN EFICAZ DE INTERACCIÓN FERMIÓN-FOTÓN OSCURO

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d(\cos\theta)} = & \frac{g^4 M_{B_1}^2}{12\pi(s - M_{B_1}^2)^2 4m_1^2 [(E - \delta)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}]} \times \\ & \left[E^3 E' (1 - \cos\theta) \left[\frac{-2a}{4} + d^2 \right] \right. \\ & + E^3 E' 4 \left[\frac{a}{4} + d^2 \right] \\ & \left. + E^4 4 \left[a + d^2 \right] \right], \end{aligned} \quad (5.122)$$

donde se usó

$$M_{B_1} \sim m_1, \quad (5.123)$$

$$M_{B_1} + E \sim M_{B_1} \quad (5.124)$$

y la aproximación

$$\frac{1}{\left[(1 - \cos\theta) + \frac{M_{B_1}}{E} \right]^2} \sim \frac{E^2}{M_{B_1}^2}. \quad (5.125)$$

Ahora, de 5.107 y de $E/M_{B_1} \ll \delta$, tenemos que $E' \sim E \sim \delta$. Sustituyendo en 5.122 queda:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d(\cos\theta)} = & \frac{g^4 M_{B_1}^2}{12\pi(s - M_{B_1}^2)^2 4m_1^2 [(E - \delta)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}]} \times \\ & \left[E^4 (1 - \cos\theta) \left[\frac{-a}{2} + d^2 \right] \right. \\ & + E^4 [a + 4d^2] \\ & \left. + E^4 4 [a + d^2] \right]. \end{aligned} \quad (5.126)$$

Ahora se analizan los límites de integración para $\cos(\theta)$. Para ello se toman valores para el ángulo θ , se calcula en cada caso el valor de $\cos(\theta)$ y de aquí se obtiene E' para probar que no haya problemas con los posibles valores de E' :

Con $\theta = [0, \frac{\pi}{2}]$, $\cos(\theta) = [0, 1]$. En esos dos límites:

cuando $\theta = 0$, se tiene

$$E' = E,$$

y cuando $\theta = \frac{\pi}{2}$, se tiene

$$E' \sim \frac{EM_{B_1}}{M_{B_1} \left(1 + \frac{E}{M_{B_1}}\right)} \sim E \left(1 - \frac{E}{M_{B_1}}\right) \sim E.$$

Con $\theta = [\frac{\pi}{2}, \pi]$, $\cos(\theta) = [-1, 0]$. En dichos límites:

cuando $\theta = \frac{\pi}{2}$, se tiene

$$E' \sim E \left(1 - \frac{E}{M_{B_1}}\right) < E,$$

y cuando $\theta = \pi$ se tiene

$$E' \sim \frac{E}{1 + \frac{2E}{M_{B_1}}} \sim \frac{EM_{B_1}}{M_{B_1} + 2E} \sim \frac{EM_{B_1}}{M_{B_1} \left(1 + \frac{2E}{M_{B_1}}\right)} \sim E \left(1 - \frac{2E}{M_{B_1}}\right) < E \quad (5.127)$$

Con $\theta = [\pi, \frac{3\pi}{2}]$, $\cos(\theta) = [-1, 0]$. Entonces:

cuando $\theta = \pi$ se tiene

$$E' < E \quad (5.128)$$

y, cuando $\theta = \frac{3\pi}{2}$, se tiene

$$E' \sim \frac{EM_{B_1}}{M_{B_1} \left(1 + \frac{E}{M_{B_1}}\right)} \sim E \left(1 - \frac{E}{M_{B_1}}\right) < E.$$

Finalmente, con $\theta = [\frac{3\pi}{2}, 2\pi]$, $\cos(\theta) = [0, 1]$. En esos límites,

cuando $\theta = \frac{3\pi}{2}$ se tiene

$$E' < E,$$

5. CÁLCULO DE LA SECCIÓN EFICAZ DE INTERACCIÓN FERMIÓN-FOTÓN OSCURO

y cuando $\theta = 2\pi$ se tiene

$$E' = E.$$

Ninguno de estos valores superó los permitidos para $E' \in [0, E]$. Por lo tanto, estos límites se permiten para θ , así que $\cos(\theta)$ puede tomar valores en el intervalo $[-1, 1]$.

Ahora integraremos la expresión anterior; esto nos da de forma aproximada:

$$\begin{aligned}
 \sigma &= \int_{-1}^1 \frac{d\sigma}{d(\cos\theta)} d(\cos\theta) \\
 &= \frac{g^4 M_{B_1}^2}{12\pi (s - M_{B_1}^2)^2 4m_1^2 [(E - \delta)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}]} \times \\
 &\quad \int_{-1}^1 \left[E^4 (1 - \cos\theta) \left[\frac{-a}{2} + d^2 \right] + E^4 [a + 4d^2] + E^4 4[a + d^2] \right] d(\cos\theta) \\
 &= \frac{g^4 M_{B_1}^2}{12\pi (s - M_{B_1}^2)^2 4m_1^2 [(E - \delta)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}]} 9E^4 [a + 2d^2].
 \end{aligned} \tag{5.129}$$

$$\tag{5.130}$$

5.3 Cálculo de la sección eficaz para la interacción de un protón con el bosón oscuro de Kaluza-Klein

Para calcular la sección eficaz del protón se toma en cuenta el modelo de partones explicado en el capítulo 3. Así, se busca la sección eficaz de la interacción entre cada quark del nucleón (tanto de valencia como del mar) y el bosón oscuro de Kaluza-Klein y se suman incoherentemente para obtener la sección eficaz del protón. Para ello se introducen las funciones de distribución partónica, tal como se muestra a continuación:

$$\frac{d\sigma_{PB_1}}{d\cos\theta} = \sum_i \int_0^1 dx' P_i(x', Q^2) \frac{d\sigma_{q_i B_1}}{d\cos\theta}, \tag{5.131}$$

donde σ_{qB_1} es la sección eficaz del protón con el fotón oscuro. En la expresión anterior, la suma corre sobre los quarks y antiquarks que participan en la reacción (se toman en cuenta los quarks u, d, s y sus respectivas antipartículas, por simplicidad descartamos los quarks c, t y b), x' es la fracción de momento del protón que lleva un partón en el nucleón, $E = x'E_p$ es la energía del partón (en este caso, de los quarks o antiquarks), E_p es la energía primaria del protón, y la expresión $P_i(x', Q^2)$ es la probabilidad de

5.3. CÁLCULO DE LA SECCIÓN EFICAZ PARA LA INTERACCIÓN DE UN PROTÓN CON EL BOSÓN OSCURO DE KALUZA-KLEIN

encontrar un quark con una fracción de energía x' a una resolución de energía Q^2 .

Los valores de las funciones de distribución partónica del protón (*PDF*, por sus siglas en inglés) se obtuvieron del paquete CTEQ14 LO (LL) (114), (115), (116) (puede encontrarse en este enlace (12)). Trabajamos a la escala $Q^2 = M_{B_1}^2$. Sustituyendo la ec. 5.130 en 5.131 se tiene:

$$\frac{d\sigma_{PB_1}}{d\cos\theta} = \sum_i \int_0^1 dx' P_i(x', Q^2) \frac{g^4 M_{B_1}^2}{12\pi(s - M_{B_1}^2)^2 4m_1^2 [(E - \delta)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}]} \times \left[E^4(1 - \cos\theta) \left[\frac{-a_i}{2} + d_i^2 \right] + E^4[5a_i + 8d_i^2] \right], \quad (5.132)$$

y recordando que

$$E = x' E_p \quad (5.133)$$

entonces,

$$\frac{d\sigma_{PB_1}}{d\cos\theta} = \sum_i \int_0^1 dx' P_i(x', Q^2) \frac{g^4 M_{B_1}^2}{12\pi(s - M_{B_1}^2)^2 4m_1^2 [(x' E_p - \delta)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}]} \times (x' E_p)^4 \left[(1 - \cos\theta) \left[\frac{-a_i}{2} + d_i^2 \right] + [5a_i + 8d_i^2] \right]. \quad (5.134)$$

Como

$$\begin{aligned} \frac{1}{[(x' E_p - \delta)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}]} &= \frac{1}{E_p^2 (x' - \frac{\delta}{E_p})^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} \\ &= \frac{1}{E_p^2 \left[\left(x' - \frac{\delta}{E_p} \right)^2 + \frac{\Gamma^2}{4E_p^2} \right]}, \end{aligned} \quad (5.135)$$

cuando $x' \rightarrow \delta/E_p$, esta función se comporta como una delta de Dirac de la forma:

$$\frac{1}{[(x' E_p - \delta)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}]} \sim \frac{1}{E_p \Gamma} \delta\left(x' - \frac{\delta}{E_p}\right), \quad (5.136)$$

así que, sustituyendo 5.136 en 5.134 :

$$\frac{d\sigma_{PB_1}}{d\cos\theta} = \sum_i P_i(x, Q^2) \frac{g^4 M_{B_1}^2}{12\pi(s - M_{B_1}^2)^2 4m_1^2} \times \quad (5.137)$$

$$(x E_p)^4 \left[(1 - \cos\theta) \left[\frac{-a_i}{2} + d_i^2 \right] + [5a_i + 8d_i^2] \right] \int_0^1 dx' \frac{1}{E_p \Gamma} \delta\left(x' - \frac{\delta}{E_p}\right), \quad (5.138)$$

5. CÁLCULO DE LA SECCIÓN EFICAZ DE INTERACCIÓN FERMIÓN-FOTÓN OSCURO

donde $x = \delta/E_p$.

Entonces:

$$\frac{d\sigma_{PB_1}}{d\cos\theta} = \sum_i P_i(x, Q^2) \frac{g^4 M_{B_1}^2}{12\pi(s - M_{B_1}^2)^2 4m_1^2} \times \quad (5.139)$$

$$(\delta)^4 \left[(1 - \cos\theta) \left[\frac{-a_i}{2} + d_i^2 \right] + [5a_i + 8d_i^2] \right] \frac{1}{E_p \Gamma}, \quad (5.140)$$

por lo cual,

$$\begin{aligned} \sigma_{PB_1} &= \int \frac{d\sigma_{PB_1}}{d\cos\theta} d\cos\theta \\ &= \sum_i \frac{P_i(x, Q^2)}{E_p \Gamma} \frac{g^4 M_{B_1}^2}{12\pi(s - M_{B_1}^2)^2 4m_1^2} \times \\ &\quad (xE_p)^4 \int d\cos\theta \left[(1 - \cos\theta) \left[\frac{-a_i}{2} + d_i^2 \right] + [5a_i + 8d_i^2] \right] \\ &= \sum_i \frac{P_i(x, Q^2)}{E_p \Gamma} \frac{g^4 M_{B_1}^2}{12\pi(s - M_{B_1}^2)^2 4m_1^2} 9(\delta)^4 [a_i + 2d_i^2]. \end{aligned} \quad (5.141)$$

La sección eficaz calculada está dada en GeV^{-2} , sin embargo, las unidades pueden transformarse a cm^2 tomando en cuenta la relación entre un milibarn (mb) y un centímetro cuadrado (cm^2), i.e.,

$$1 mb = 10^{-27} cm^2, \quad (5.142)$$

así como también la relación entre GeV^{-2} y mb :

$$1 GeV^{-2} = 0.3894 mb, \quad (5.143)$$

y, entonces, para obtener la sección eficaz en centímetros cuadrados, el resultado de la expresión 5.141 debe multiplicarse por un factor de $0.3894 \times 10^{-27} cm^2/GeV^{-2}$.

A continuación se muestran en la tabla 5.1 los resultados de las constantes Y_{Li} , Y_{Ri} , a_i , $2d_i$, entre otras, que son relevantes en 5.141. Además, recordamos que del lagrangiano utilizado en este cálculo 3.16 que ya fue explicado previamente en el capítulo 3, el valor de la constante de acoplamiento es: $g = 0.174834$.

Tabla 5.1: Valores de diferentes constantes para los quarks que se requieren para el cálculo de la sección eficaz mostrado en 5.141.

Partícula	Y_L	Y_R	$a = Y_L^4 + Y_R^4$	$d = Y_L * Y_R$	$9[a+2d^2]$
u	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$	3.1728	0.44444	32.111
d	$\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$	0.20988	-0.22222	2.7778
s	$\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$	0.20988	-0.22222	2.7778
\bar{u}	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{1}{3}$	3.1728	0.44444	32.111
\bar{d}	$\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0.20988	-0.22222	2.7778
\bar{s}	$\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0.20988	-0.22222	2.7778

5.4 Flujo de rayos cósmicos pesado

En la figura 4.5 se muestra el flujo de rayos cósmicos pesado medido por KASCADE-Grande (7) utilizado para el cálculo realizado en esta tesis.

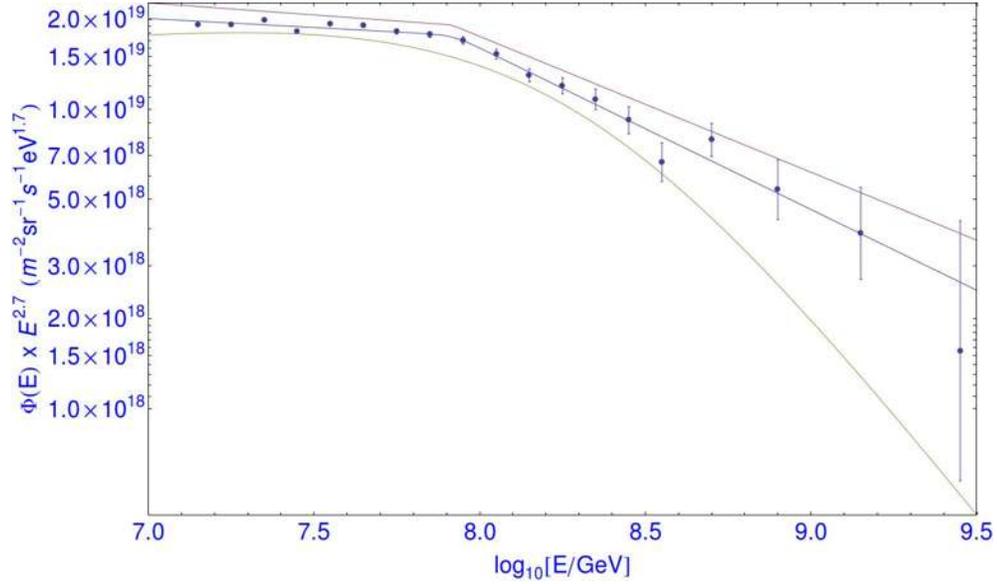


Figura 5.2: Ajuste χ^2 realizado a los datos de la componente pesada del flujo de rayos cósmicos medido por KASCADE-Grande (línea central). Se muestran los puntos y la banda de error resultado del ajuste (7).

5. CÁLCULO DE LA SECCIÓN EFICAZ DE INTERACCIÓN FERMIÓN-FOTÓN OSCURO

Este flujo fue parametrizado usando una ley de doble potencia de la forma:

$$\Phi(E) \times E^{2.7} = c_0 \left(\frac{E}{GeV} \right)^{\gamma_1} \left[1 + \left(\frac{E}{E_{knee}} \right)^\epsilon \right]^{\frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\epsilon}} \left(\frac{E}{GeV} \right)^{2.7}, \quad (5.144)$$

donde se tienen los siguientes parámetros libres: c_0 es el coeficiente de normalización del flujo, γ_1 es el índice espectral del flujo de rayos cósmicos antes de la rodilla, γ_2 es el índice espectral del flujo después de la rodilla, ϵ es la suavidad de la transición de un índice espectral al otro y E_{knee} es la energía de corte en el flujo a la cual se presenta la rodilla. En la tabla 5.2 se muestran los resultados del ajuste χ^2 de los datos con la función 5.144.

Tabla 5.2: Resultados del ajuste χ^2 realizado a los datos obtenidos por KASCADE-Grande para la componente pesada de los rayos cósmicos (7). Las unidades de c_0 son $[m^{-2}sr^{-1}s^{-1}eV^{1.7}]$ y la energía está dada en $[GeV]$.

Coeficientes	Valores
c_0	$(5.29^{+3.00}_{-4.89}) \times 10^{19}$
γ_1	$-2.76 \begin{pmatrix} +0.02 \\ -0.15 \end{pmatrix}$
γ_2	$-3.24 \begin{pmatrix} +0.09 \\ -0.86 \end{pmatrix}$
ϵ	$18.40 \begin{pmatrix} +170.6 \\ -17.22 \end{pmatrix}$
E_{knee}	$(8.32^{+0.09}_{-0.10}) \times 10^7$

Se asume que dicha componente pesada de los rayos cósmicos está dominada por núcleos atómicos de Fe (84), así que para encontrar la sección eficaz de dispersión entre un núcleo de Fe y un fotón oscuro de Kaluza-Klein, se multiplica la sección eficaz de dispersión obtenida anteriormente para el protón (ver ec. 5.141) por 56 que es la masa atómica del Fe. Ahora se toma en cuenta que este flujo de rayos cósmicos se propaga por la Vía Láctea e interacciona con la materia oscura que se encuentra distribuida en la galaxia. El flujo de rayos cósmicos se atenúa cuando se propaga por el universo debido a diferentes interacciones que pueden intervenir. El flujo medido por KASCADE-Grande debe contener todos los efectos de primer orden más relevantes que atenúan al flujo. La presencia de materia oscura es un efecto que podría contribuir a dicha atenuación y que se espera sea de segundo orden. Los cortes que se observan en los flujos individuales parecen estar de acuerdo con un origen asociado a confinamiento magnético dentro de la fuente y/o en nuestra galaxia (84). Así, el efecto de la materia oscura que se busca en el flujo de rayos cósmicos debe estar dentro de la banda de error del ajuste al flujo de rayos cósmicos pesado detectado por KASCADE-Grande, para que pueda ser considerado como un escenario posible. En caso de que se encuentre fuera de la banda de

error, es descartado.

Consideramos el flujo parametrizado por la ec. 5.144. Sobre este flujo, el efecto de atenuación debido a la presencia de la materia oscura es dado por:

$$\Phi^{Fe}(E) = \Phi(E) \exp\left(-\frac{d}{\lambda}\right), \quad (5.145)$$

donde $\Phi(E)$ es el flujo a primer orden parametrizado por la ec. 5.144, d es la distancia recorrida por los rayos cósmicos dentro de la Vía Láctea y λ (la longitud de atenuación del haz de rayos cósmicos con la materia oscura) dada por:

$$\lambda = \frac{1}{\rho_{B_1} \sigma_{FeB_1}}, \quad (5.146)$$

aquí

$$\sigma_{FeB_1} = A_{Fe} \sigma_{PB_1}, \quad (5.147)$$

el término σ_{PB_1} se calcula usando la ec. 5.141, $A_{Fe} = 56$ es la masa atómica del hierro, y ρ_{B_1} es la densidad de partículas de materia oscura por unidad de volumen.

Sabiendo que el tiempo de vida de un rayo cósmico en la Vía Láctea es de $\tau = 15 \times 10^6 \text{ Myr}$ (13), y que se trasladan casi a la velocidad de la luz, se tendría que $d = 1.41835 \times 10^{25} \text{ cm}$.

5.5 Densidad de materia oscura en la galaxia

Para obtener la densidad promedio de materia oscura, se realizó lo siguiente: se calculó la cantidad de masa, M_{DM} , de materia oscura contenida en el disco del “Leaky Box Model” donde se propagan los rayos cósmicos empleando para el cálculo la densidad de materia oscura según el modelo de Einasto, presentado en el capítulo 2. Así, tenemos que:

$$M_{DM} = \rho_s \int_0^R \int_0^{2\pi} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} r \exp\left(-\frac{2}{\alpha} \left[\left(\frac{r}{r_s}\right)^\alpha - 1\right]\right) dr d\theta dz, \quad (5.148)$$

las dimensiones del disco son: radio medido desde el centro de la galaxia $R = 4.63 \times 10^{22} \text{ cm}$ y la altura del disco sobre el que se integra es de $h = 1.85 \times 10^{22} \text{ cm}$. Como se toma en cuenta que el radio de la base del cilindro del modelo es muy grande comparado con la altura h , las coordenadas generalizadas para los cálculos que se utilizarán son cilíndricas, pues la elevación del radio desde el plano medio del cilindro hasta la cara superior/inferior del mismo es despreciable. Integrando la expresión con *MATHEMATICA*

5. CÁLCULO DE LA SECCIÓN EFICAZ DE INTERACCIÓN FERMIÓN-FOTÓN OSCURO

se obtuvo que $M_{DM} = 6.08156 \times 10^{67} \text{ GeV}$. Finalmente, la densidad promedio resulta al dividir la masa total de materia oscura entre el volumen del disco del modelo ($V = 1.25 \times 10^{68} \text{ cm}^3$). Entonces, la densidad promedio buscada es $\bar{\rho} = 0.488 \text{ GeV/cm}^3$, éste es el valor que usaremos en los cálculos de atenuación del flujo de rayos cósmicos.

5.6 Comparación del flujo estimado y el observado

Vamos a comparar el flujo estimado (ver ec. 5.145) con el observado (ver ec. 5.144) usando el cálculo de χ^2 , el cual permite probar qué tan bien se ajusta una muestra de datos a una distribución teórica. La fórmula para el cálculo es (117):

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \frac{(\Phi(E_i)_{\text{modelo}} - \Phi(E_i)_{\text{datos}})^2}{(\delta\Phi(E_i)_{\text{datos}})^2}, \quad (5.149)$$

donde la sumatoria sobre i corre sobre todos los puntos hasta N (número de grados de libertad ó número de puntos, por sus siglas en inglés: *ndof*, *number of degrees of freedom*), $\Phi(E)_{\text{modelo}}$ es el flujo estimado, $\Phi(E)_{\text{datos}}$ es el flujo obtenido a partir de los datos experimentales y $\delta\Phi(E)_{\text{datos}}$ es el error en el flujo de energía medido. Si $\chi^2/\text{ndof} \lesssim 1$ entonces no podemos descartar la presencia de materia oscura, ya que su efecto sobre el flujo es despreciable. De ocurrir lo contrario, sí se podrá descartar, ya que se verá una desviación entre las estimaciones y los datos experimentales.

También podemos calcular la probabilidad de acuerdo entre las estimaciones y las observaciones experimentales dados ciertos escenarios de materia oscura con fotón oscuro, para diferentes valores de δ y de la masa M_{B_1} . El cálculo de la probabilidad se realiza para saber en qué región del espacio fase la presencia de materia oscura no es permitida. Para ello necesitamos la distribución de probabilidad de χ^2 (117) dada por la siguiente expresión:

$$P(\chi^2; N) = \frac{2^{-N/2}}{\Gamma(N/2)} \chi^{N-2} e^{-\chi^2/2}. \quad (5.150)$$

Para tomar decisiones sobre el buen acuerdo entre los modelos y los datos (117), es importante la cantidad

$$\text{Prob}(\chi^2; N) = \int_{\chi^2}^{\infty} P(\chi'^2; N) d\chi'^2. \quad (5.151)$$

La expresión anterior es llamada *probabilidad* χ^2 (117) y es la que usaremos para nuestros cálculos. Nos da la probabilidad de que una función $f(x)$ que describe un grupo de “N” datos pueda dar un valor de χ'^2 igual o mayor a un valor χ^2 dado. Por lo tanto, si χ^2 es muy grande, $\text{Prob}(\chi^2; N)$ (probabilidad de acuerdo entre los datos y las

5.6. COMPARACIÓN DEL FLUJO ESTIMADO Y EL OBSERVADO

estimaciones) será pequeña y podremos descartar la presencia del escenario estudiado de materia oscura. Si la χ^2 es pequeña, $Prob(\chi^2; N)$ se acerca a 1, lo que implica un buen acuerdo entre las observaciones y el modelo, aquí no podemos descartar la presencia de materia oscura porque el efecto de materia oscura en el flujo es despreciable. Los resultados se muestran en el siguiente capítulo.

5. CÁLCULO DE LA SECCIÓN EFICAZ DE INTERACCIÓN FERMIÓN-FOTÓN OSCURO

Resultados

En este capítulo se analizan y discuten los resultados de los cálculos de la sección anterior, en particular, las gráficas de sección eficaz de dispersión entre una partícula, como quark o protón, y un bosón oscuro de Kaluza-Klein.

Además, se muestra el limite obtenido para posibles escenarios en que la presencia de materia oscura puede causar algún efecto en el flujo de rayos cósmicos de altas energías. Para ello se realizó una gráfica de la probabilidad χ^2 entre el modelo teórico trabajado en esta tesis y los resultados experimentales obtenidos con KASCADE-Grande.

6.1 Resultados de la sección eficaz de dispersión entre un quark y un bosón oscuro de Kaluza-Klein

La gráfica 6.1 muestra la sección eficaz de dispersión entre un quark up y un bosón oscuro de Kaluza-Klein a muy altas energías con $\delta = 1 \text{ GeV}$ (que es la diferencia de masas entre el bosón de Kaluza Klein y la partícula virtual intermediaria de la reacción) a partir de la fórmula 5.130. Se observa que la resonancia aparece a un valor de energía de $E = \delta = 1 \text{ GeV}$.

Para $E < \delta$, y como $M_{B_1} \sim m_1$, la sección eficaz σ aumenta de la forma $\sigma \propto E^2$, pues en la expresión 5.130, tomando en cuenta que $s = M_{B_1}^2(2E + M_{B_1}) = M_{B_1}^2 + 2EM_{B_1}$, podemos aproximar el término $(s - M_{B_1}^2)^2 \sim (2EM_{B_1})^2 = 4E^2M_{B_1}^2$, además, el término $(E - \delta)^2$ de la expresión 5.130 se comporta como δ^2 , entonces el propagador se comporta como $\delta^2 + \frac{\Gamma^2}{4}$, y el numerador se comporta como E^4 , de todo lo cual se deduce que $\sigma \propto E^2$.

6. RESULTADOS

Para el caso $E > \delta$ tenemos que $\sigma \sim cte$ gracias al efecto del propagador masivo.

En el punto $E = \delta$ se tiene la resonancia, así que el máximo de la sección eficaz (σ_{max}) se tiene aquí: para $E = \delta = 1 \text{ GeV}$ y $M_{B_1} = 10^2 \text{ GeV}$, el máximo de la sección eficaz equivale a $\sigma = 10^{-32} \text{ GeV}$. En nuestro ejemplo puede observarse que este máximo se da en $E = 1 \text{ GeV}$. Además, σ_{max} disminuye con la masa M_{B_1} , esto se puede ver de la siguiente manera: del párrafo anterior, obtuvimos $(s - M_{B_1}^2)^2 = 4E^2 M_{B_1}^2$, así que al hacer $E = \delta$ tenemos $(s - M_{B_1}^2)^2 = 4\delta^2 M_{B_1}^2$, y el denominador del propagador en la expresión 5.130 nos lleva a que $[(E - \delta)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}] = \frac{\Gamma^2}{4}$. Entonces, en el denominador de esa misma expresión se encuentra multiplicando el término $m_1^2 \sim M_{B_1}^2$ y en el numerador aparece un término aproximado a $M_{B_1}^2 \delta^4$. Al simplificar notamos que el comportamiento de la sección eficaz de dispersión es $\sigma \sim \frac{\delta^2}{M_{B_1}^2}$.

En general, si fijamos E , tenemos que al aumentar la masa M_{B_1} del blanco, disminuye la sección eficaz de dispersión, ya que es más difícil mover una partícula pesada.

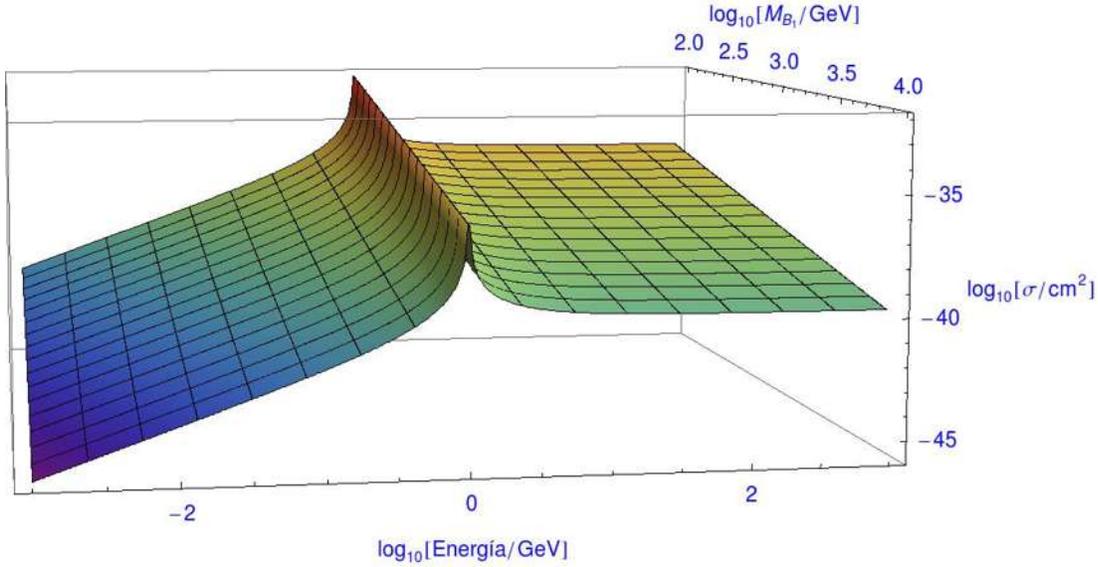


Figura 6.1: Sección eficaz de dispersión entre un quark up y un bosón oscuro de Kaluza-Klein a muy altas energías para diferentes masas M_{B_1} del fotón oscuro y $\delta = 1 \text{ GeV}$.

6.2 Resultados de la sección eficaz de dispersión entre un protón y un bosón oscuro de Kaluza-Klein

Ahora mostraremos las gráficas para la sección eficaz de dispersión de un protón con un bosón oscuro de Kaluza-Klein calculado con la ec. 5.141 para diferentes valores de δ (ver figs. 6.2, 6.3, 6.4, 6.5 y 6.6). Comparando las gráficas puede observarse que cuando δ crece, σ_{PB_1} decrece, ya que las distribuciones partónicas decrecen para $x = \delta/E$ creciente con $Q^2 = M_{B_1}^2 = cte$ y este factor domina sobre los otros términos que dependen de δ . Esta dependencia con $x = \delta/E$ se debe a que la mayor contribución a la sección eficaz protón-bosón oscuro (σ_{PB_1}) proviene de la sección eficaz (σ_{qB_1}) del proceso elemental $qB_1 \rightarrow B_1$ en la resonancia (la cual se comporta como $1/\Gamma^2$ para $E_q = xE = \delta$, con E_q siendo la energía del partón).

Ahora bien, en las gráficas de cada uno de estos casos, puede observarse que σ_{PB_1} crece con la energía debido al incremento de la densidad de partones cuando $x = \delta/E$ decrece (pues E aumenta) con $Q^2 = M_{B_1}^2 = cte$.

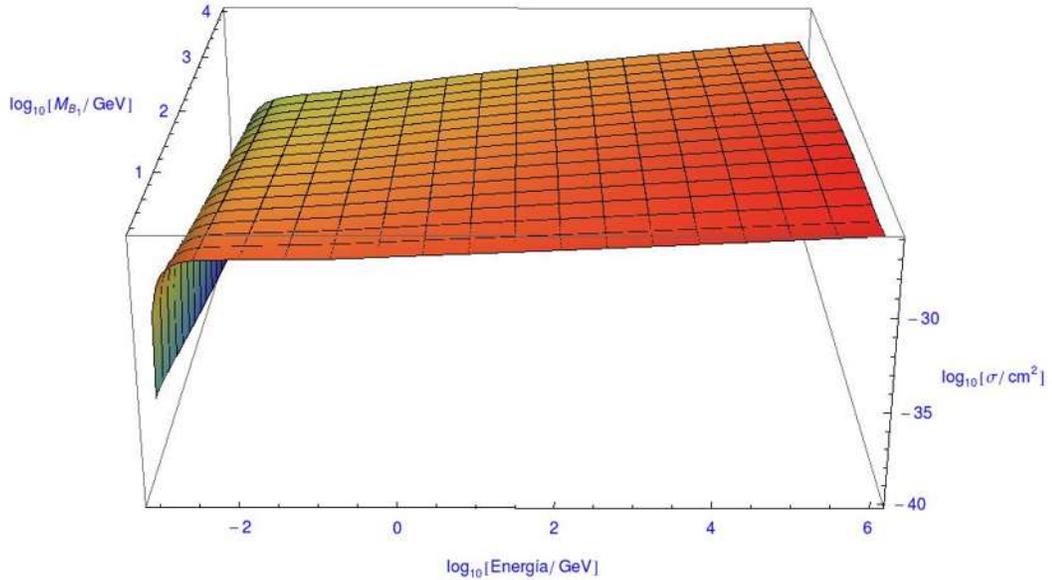


Figura 6.2: Sección eficaz de dispersión entre un protón y un fotón oscuro de Kaluza-Klein con $\delta = 10^{-3} GeV$.

6. RESULTADOS

En estas gráficas podemos apreciar que en la parte izquierda de cada una, al acercarnos a $E = \delta$, la sección eficaz σ_{PB_1} decrece. Esto se debe a que para $E_p \sim \delta$ no hay suficientes quarks con la energía $E_q \sim \delta$ necesaria para llevar a cabo la reacción. Mientras más cerca se esté a este umbral, es más complicado encontrarlos. En este caso las funciones partónicas decrecen. Ahora bien, de la ec. 5.141 observamos que si las funciones de distribución partónica decrecen, entonces σ_{PB_1} decrece.

Por otro lado vemos que σ_{PB_1} decrece con la masa M_{B_1} (tomando E fija), en parte por la dependencia de esta cantidad con σ_{qB_1} (la cual decrece con M_{B_1}), misma que gana sobre la contribución que proviene de las distribuciones partónicas con $Q^2 = M_{B_1}^2$.

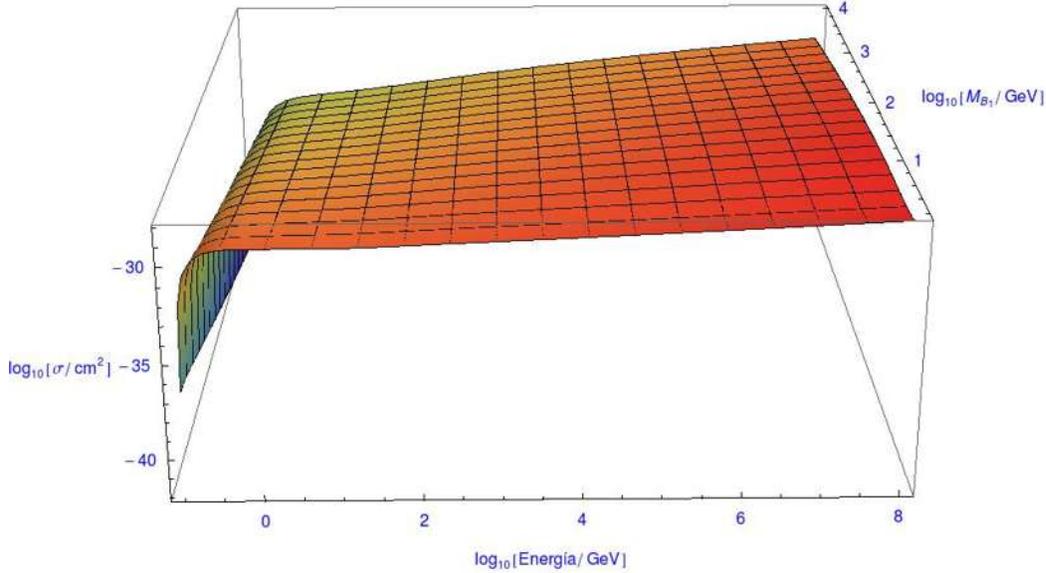


Figura 6.3: Sección eficaz de dispersión entre un protón y un fotón oscuro de Kaluza-Klein con $\delta = 10^{-1} \text{ GeV}$.

Sin embargo, a medida que δ aumenta, ese efecto deja de presentarse para energías altas. Por ejemplo, en las gráficas 6.5 y 6.6, cuyos valores de δ son sólo 10 GeV y 100 GeV , respectivamente, puede notarse que al fijar la energía con un valor grande, la sección eficaz de dispersión σ_{PB_1} crece y luego disminuye conforme aumenta la masa M_{B_1} . Este efecto es más notorio al aumentar los valores de δ , y se debe a que extrapolamos las funciones de distribución partónicas, lo cual subestima los valores de dichas funciones para x pequeño. El efecto parece ser mayor para $Q^2 = M_{B_1}^2$ pequeña.

6.2. RESULTADOS DE LA SECCIÓN EFICAZ DE DISPERSIÓN ENTRE UN PROTÓN Y UN BOSÓN OSCURO DE KALUZA-KLEIN

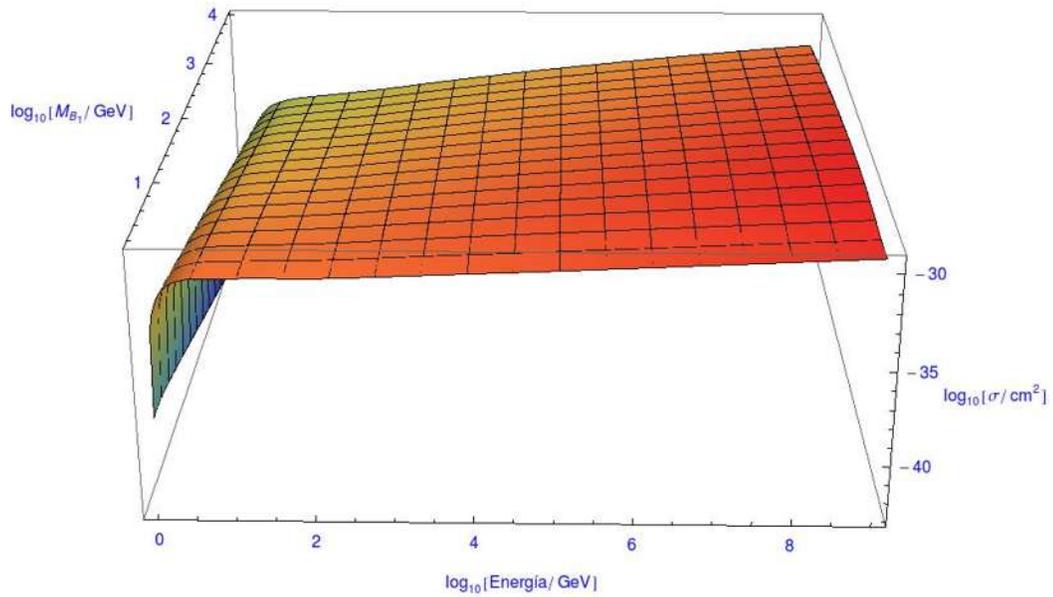


Figura 6.4: Sección eficaz de dispersión entre un protón y un fotón oscuro de Kaluza-Klein con $\delta = 1 \text{ GeV}$.

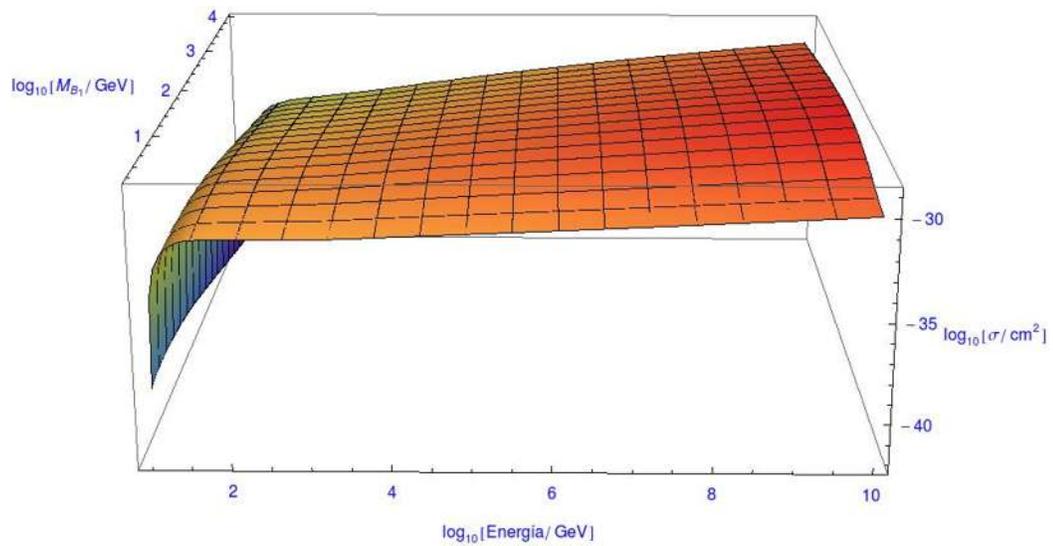


Figura 6.5: Sección eficaz de dispersión entre un protón y un fotón oscuro de Kaluza-Klein con $\delta = 10 \text{ GeV}$.

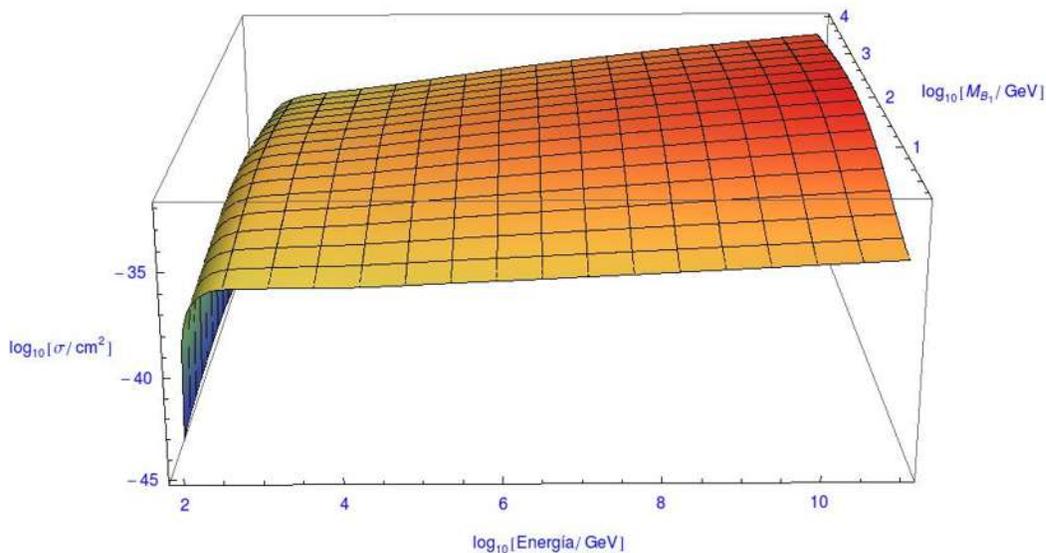


Figura 6.6: Sección eficaz de dispersión entre un protón y un fotón oscuro de Kaluza-Klein con $\delta = 100 \text{ GeV}$.

6.3 Longitud de atenuación y distancia recorrida por el rayo cósmico

La gráfica 6.7 muestra la relación entre la longitud de atenuación del haz de rayos cósmicos “ λ ” contra la energía. Se compara con la distancia “ d ” recorrida por los rayos cósmicos en la galaxia estimada de las abundancias de elementos que se producen preferentemente en colisiones de estas partículas con el medio interestelar (13).

Vemos que para los valores seleccionados de M_{B_1} y δ , λ es mayor que d , lo cual significa que el efecto en la atenuación del rayo cósmico es pequeño. Puede observarse que λ decrece con δ . Mientras δ se hace más pequeño, λ tiende a acercarse a d y el efecto de la atenuación se vuelve más importante.

También se presentan tanto las gráficas que muestran tanto el flujo de rayos cósmicos que fue medido con KASCADE-Grande con su banda de error, como el flujo teórico atenuado que calculamos con los valores de δ que fueron utilizados en la gráfica 6.7.

6.3. LONGITUD DE ATENUACIÓN Y DISTANCIA RECORRIDA POR EL RAYO CÓSMICO

La figura 6.8 muestra esta comparación para $\delta = 1 \text{ GeV}$, mientras que la imagen 6.9 fue realizada con $\delta = 10^{-1} \text{ GeV}$ y la gráfica 6.10 con $\delta = 10^{-2} \text{ GeV}$. Como podemos observar, para los valores de $\delta = 1 \text{ GeV}$ y $\delta = 10^{-1} \text{ GeV}$, el efecto que presenta el flujo calculado permite que éste se encuentre dentro de los límites permitidos en las observaciones de KASCADE-Grande, pero para un valor de $\delta = 10^{-2} \text{ GeV}$ el flujo calculado sale de la banda de error, lo cual significa que el efecto se aleja de lo observado experimentalmente, por lo cual debe descartarse.

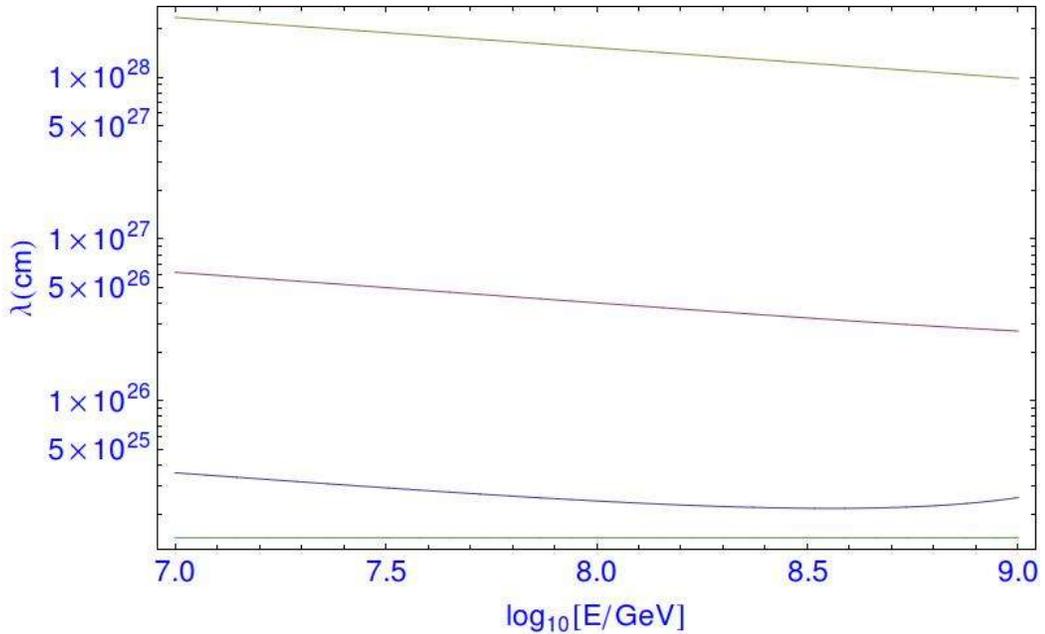


Figura 6.7: Gráfica del logaritmo de la energía del rayo cósmico vs la longitud de atenuación del mismo (λ) para una masa M_{B_1} de 1.5 GeV . La curva superior representa la longitud de atenuación para $\delta = 1 \text{ GeV}$, la siguiente curva tiene $\delta = 10^{-1} \text{ GeV}$ y la tercer curva, $\delta = 10^{-2} \text{ GeV}$. En este último caso puede observarse que λ aumenta ligeramente a partir de $E = 10^{8.5} \text{ GeV}$ debido a que las funciones de distribución partónica se extrapolan en un rango de x (fracción del momento del partón en el protón) donde las funciones no son válidas (12). También se muestra la distancia promedio recorrida por los rayos cósmicos dentro de la Vía Láctea, representada por la línea inferior ($d = 1.42 \times 10^{25} \text{ cm}$) (13).

6. RESULTADOS

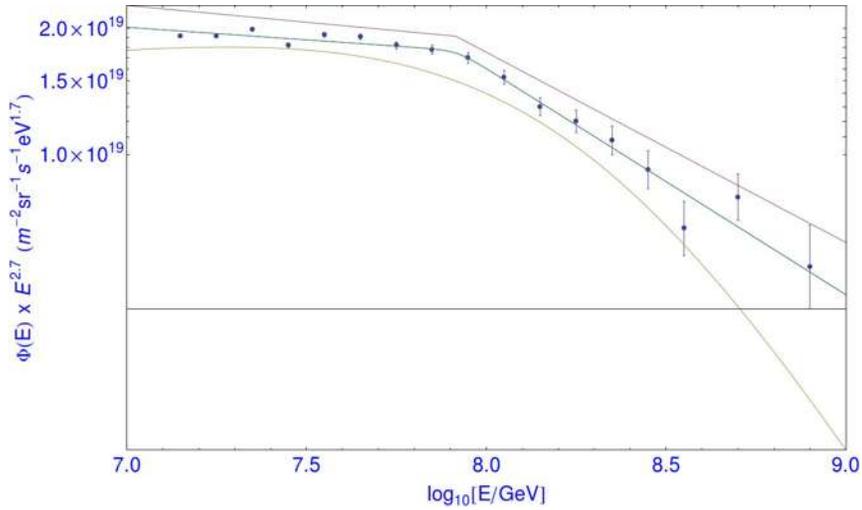


Figura 6.8: Se compara el flujo de rayos cósmicos medido por KASCADE-Grande con el flujo de rayos cósmicos después de interactuar con materia oscura calculado con una $\delta = 1 \text{ GeV}$. Los dos flujos coinciden porque el efecto de la atenuación es pequeño.

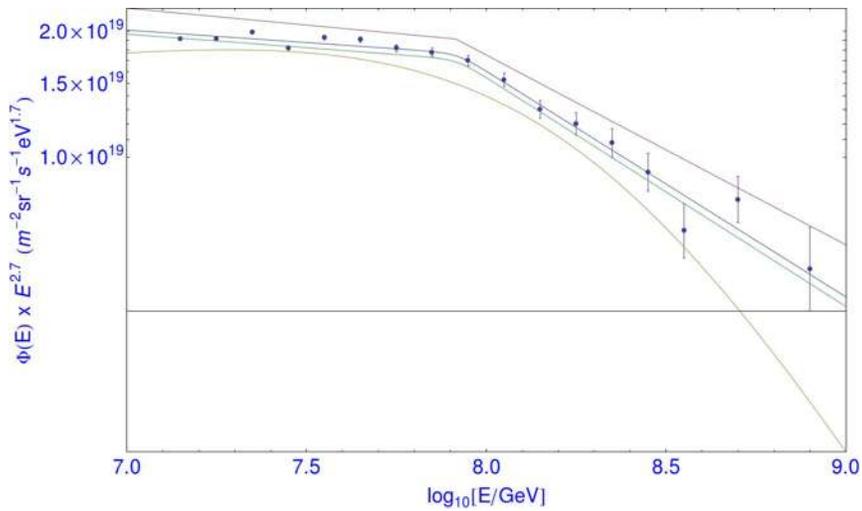


Figura 6.9: Se compara el flujo de rayos cósmicos medido por KASCADE-Grande con el flujo de rayos cósmicos después de interactuar con materia oscura calculado con una $\delta = 10^{-1} \text{ GeV}$. Aquí puede verse que el efecto de la atenuación hace que ambos flujos dejen de coincidir a pesar de que se encuentran dentro de la banda de error del flujo medido experimentalmente (el flujo medido por KASCADE-Grande corresponde al flujo superior, y el de abajo, al flujo calculado en este trabajo).

6.4. COMPARACIÓN ENTRE EL MODELO TEÓRICO DEL FLUJO DE RAYOS CÓSMICOS DESPUÉS DE INTERACTUAR CON MATERIA OSCURA Y LOS DATOS EXPERIMENTALES DEL FLUJO MEDIDO CON KASCADE-GRANDE

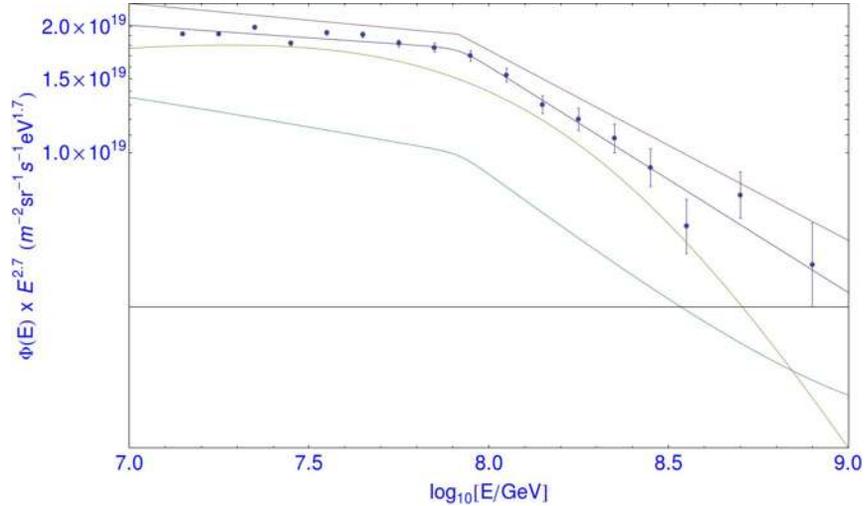


Figura 6.10: Se compara el flujo de rayos cósmicos medido por KASCADE-Grande (curva central) con el flujo final de rayos cósmicos después de interactuar con materia oscura calculado con una $\delta = 10^{-2} GeV$. En este caso, los flujos dejan de coincidir de tal manera que el flujo calculado sale de la banda de error del flujo medido por KASCADE-Grande. Esto nos indica que dicho proceso no puede ser encontrado en la naturaleza, por lo que este escenario para la interacción de rayos cósmicos y materia oscura debe descartarse.

6.4 Comparación entre el modelo teórico del flujo de rayos cósmicos después de interactuar con materia oscura y los datos experimentales del flujo medido con KASCADE-Grande

Para caracterizar qué tan importante es el efecto de atenuación en el flujo de rayos cósmicos presentamos la gráfica 6.11 que muestra la medida de desviación entre el flujo calculado bajo la presencia de materia oscura (donde ocurre el efecto de atenuación) y las mediciones experimentales como función de $\delta q = \delta/M_{B_1} y M_{B_1}$. Los valores de χ^2 sobre el número de grados de libertad menores o cercanos a 1 ($\chi^2/ndof \lesssim 1$) corresponden a las zonas oscuras, donde hay una alta probabilidad de acuerdo entre el cálculo teórico y el resultado experimental. Puede observarse que a valores pequeños de masa M_{B_1} y de δq , ambos, modelos y datos, difícilmente coinciden, puesto que $\chi^2/ndof$ es más grande que 1. Los escenarios con presencia de materia oscura con poco acuerdo con el experimento se encuentran en la región clara ubicada en la parte inferior

6. RESULTADOS

izquierda de la gráfica, ubicados entre los valores de $[1, 3.8] \text{ GeV}$ para la masa M_{B_1} y $[10^{-3}, 1.12 \times 10^{-3}] \text{ GeV}$ para los valores de δq .

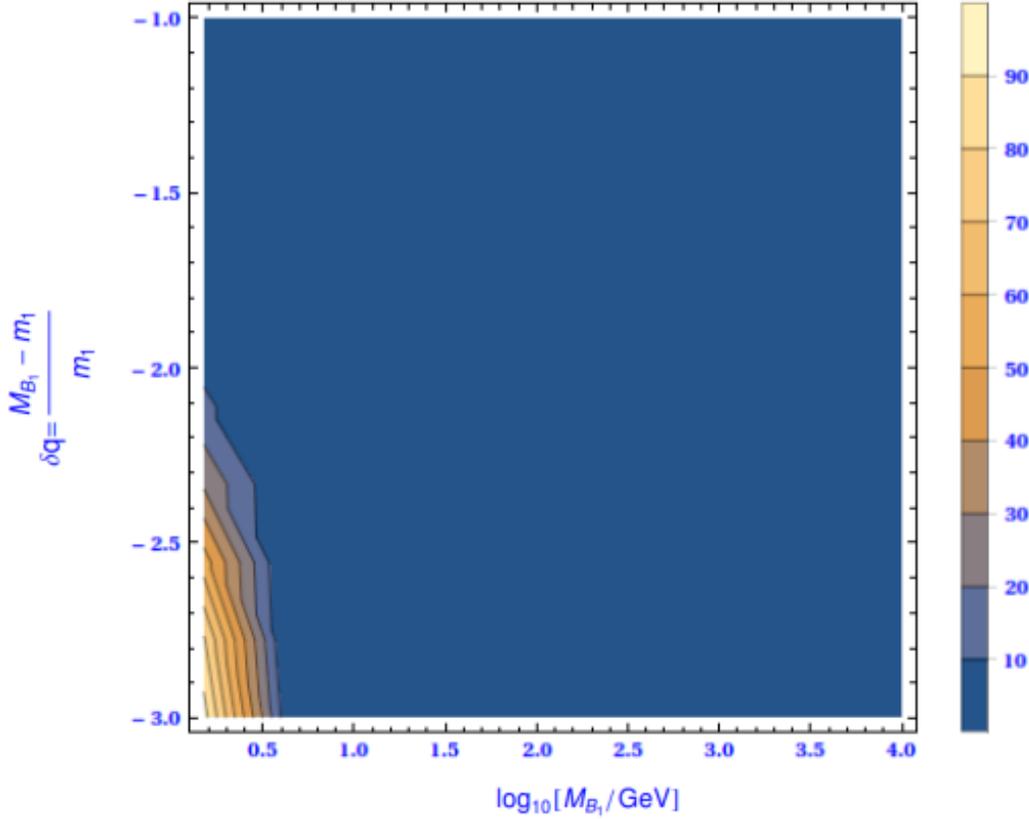


Figura 6.11: En esta gráfica se muestran los resultados de la prueba $\chi^2/ndof$ aplicada al flujo de rayos cósmicos detectado con KASCADE-Grande y al flujo teórico de rayos cósmicos obtenido después de interactuar con la materia oscura para diferentes valores de M_{B_1} y δq . Las zonas con color claro indican regiones de $\chi^2/ndof \gtrsim 1$. Las regiones más oscuras muestran mayor concordancia entre los datos experimentales y la estimación teórica (región en la que la presencia de materia oscura no se descarta). Aquí, en la parte inferior izquierda se aprecian los escenarios de mayor discrepancia (donde la presencia de materia oscura entra en conflicto con los datos).

Como se explicó en el capítulo anterior (5.6), para cuantificar el grado de acuerdo entre el resultado teórico y el experimental usaremos la probabilidad de χ^2 (ec. 5.150) con la que podemos saber en qué región del espacio fase no es permitida la presencia de materia oscura. Esta región está dada por los valores de probabilidad más cercanas a

6.4. COMPARACIÓN ENTRE EL MODELO TEÓRICO DEL FLUJO DE RAYOS CÓSMICOS DESPUÉS DE INTERACTUAR CON MATERIA OSCURA Y LOS DATOS EXPERIMENTALES DEL FLUJO MEDIDO CON KASCADE-GRANDE

ceros que se muestran como las zonas más oscuras de la gráfica 6.12. En dicha gráfica podemos observar cuál es la probabilidad de acuerdo entre las estimaciones y las observaciones experimentales dados ciertos escenarios de materia oscura con fotón oscuro, para diferentes valores de δq y de la masa M_{B_1} .

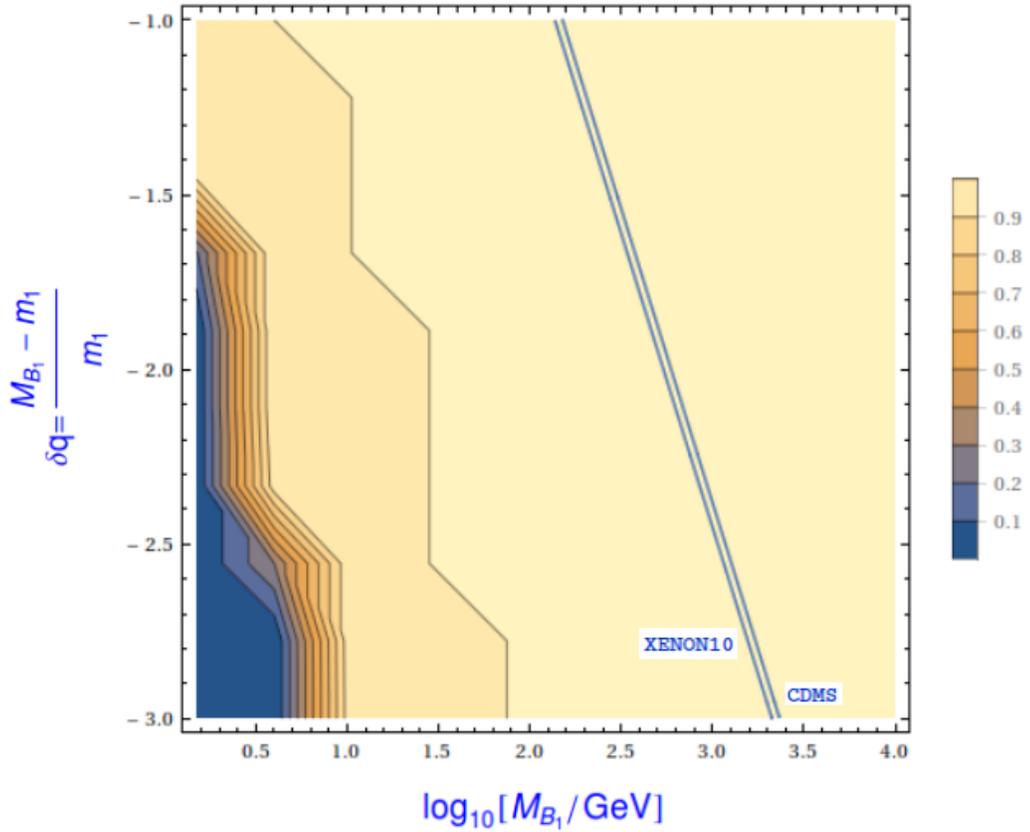


Figura 6.12: Se indica la probabilidad de acuerdo entre las estimaciones y las mediciones experimentales dados ciertos escenarios de materia oscura con fotón oscuro, para diferentes valores de δq y de la masa M_{B_1} (las regiones con los colores oscuros muestran las zonas menos probables de que haya materia oscura, es decir, donde la $Prob(\chi^2; N)$ se acerca a cero). En esta figura se aprecia que con una $Prob(\chi^2; N) = 68\%$ podemos descartar los escenarios de materia oscura con M_{B_1} en un intervalo de $[1, 8.91] \text{ GeV}$ y δq en un intervalo de $[10^{-3}, 3.16 \times 10^{-2}]$. Así mismo, se observan aquí los límites actuales obtenidos por CDMS y XENON10 indicados con las líneas rectas y calculados también para una probabilidad de acuerdo del 68% (9).

6. RESULTADOS

De esta manera, se obtienen límites que marcan el cambio entre las regiones de mayor y menor probabilidad de acuerdo entre el modelo teórico con las observaciones. En particular, para una probabilidad de acuerdo del $Prob(\chi^2; N) = 68\%$ podemos descartar los escenarios que incluyen una masa M_{B_1} con valores entre $[1, 8.91] GeV$ y un δq con valores entre $[10^{-3}, 10^{-1}]$, intervalos en los que no puede llevarse a cabo esta interacción de materia oscura con rayos cósmicos estudiada en esta tesis.

Puede observarse entonces que los escenarios con valores ubicados dentro de estos intervalos brindan una poca probabilidad de acuerdo entre ambos modelos, lo cual significa que hay una baja probabilidad de que este efecto se presente en la naturaleza. Por tanto, estas zonas mostradas con colores más oscuros en el espacio fase de la gráfica indican que la probabilidad de acuerdo entre la teoría y las observaciones es casi despreciable, lo cual indica que el efecto de materia oscura planteado en esta tesis es despreciable en el flujo de rayos cósmicos observado.

Además del límite calculado en el presente estudio, en la misma gráfica se muestran los límites obtenidos por los experimentos CDMS y XENON10 para una $Prob(\chi^2; N) = 68\%$. CDMS es una serie de experimentos diseñados para detectar materia oscura de manera directa en forma de *WIMP*, y se encuentra en un túnel bajo la universidad de Stanford (118). XENON10 es un experimento del laboratorio *Gran Sasso* en Italia dedicado a detectar materia oscura en forma de *WIMP*, investigando interacciones a través del centelleo y la ionización producida por la radiación de xenon líquido puro (119).

En la gráfica 6.12 puede verse la diferencia entre el límite calculado en esta tesis y los límites encontrados con CDMS y XENON10. Esta diferencia se debe a la mayor sensibilidad de dichos experimentos. Vemos que la cota encontrada en este trabajo para la probabilidad de acuerdo del 68% descarta escenarios que se encuentran dentro de los límites obtenidos por CDMS y XENON10. CDMS y XENON10 descartan valores que se encuentran debajo de las líneas mostradas, respectivamente, y son más amplias que nuestro límite. A pesar de ello es interesante observar que los observatorios de rayos cósmicos de altas energías pueden ser sensibles a la presencia de materia oscura, aunque en un rango limitado del espacio fase relevante $(M_{B_1}, \delta q)$.

Conclusiones

Una de las grandes preguntas abiertas en física hasta ahora es la naturaleza de la materia oscura. Existen varios candidatos que pueden explicar este problema, uno de ellos es el fotón oscuro que surge en la teoría de Kaluza-Klein, perteneciente a las llamadas teorías universales de dimensiones extra (UED).

Mediante el estudio de rayos cósmicos se pueden hacer especulaciones relativas a la materia oscura, pues los RC pueden tratarse como haces de partículas de alta energía provenientes de productos específicos de ciertos fenómenos físicos que pueden usarse para sondear el espacio intergaláctico.

Asumiendo la hipótesis de que el bosón oscuro de Kaluza-Klein pudiera constituir la materia oscura, prevemos que los rayos cósmicos de nuestra galaxia pueden interactuar con dichos bosones, por lo cual podría detectarse el efecto de esta interacción en el flujo de rayos cósmicos que se mide en la Tierra.

En este caso se estudió la dispersión tipo Compton entre materia bariónica y materia oscura. Se calculó la sección eficaz de dispersión de dicha interacción, primero entre un fotón oscuro de Kaluza Klein y un quark, y luego entre un fotón oscuro y un protón. Posteriormente se calculó el flujo pesado de rayos cósmicos galácticos atenuado al viajar en el fondo de materia oscura en la galaxia, y se comparó este modelo teórico con las mediciones del flujo pesado de rayos cósmicos realizadas por KASCADE-Grande. Se encontró una cota para descartar los escenarios de la presencia de materia oscura para este tipo de interacción y se comparó con el límite encontrado por los experimentos CMS y XENON10.

Con la técnica presentada en esta tesis descartamos algunos escenarios para la presencia de materia oscura bajo la hipótesis mencionada.

7. CONCLUSIONES

En el espacio fase M_{B_1} vs $\delta q = \frac{M_{B_1} - m_1}{m_1}$, la región que descartamos fue de $[1, 8.91]$ GeV para M_{B_1} y de $[10^{-3}, 3.16 \times 10^{-2}]$ para δq , con un nivel de confianza del 68%.

El calculo desarrollado en esta tesis es un nuevo método para restringir dichos escenarios, pero es muy limitado en su alcance: en este trabajo sólo se descarta una región pequeña del espacio cubierto por experimentos directos como XENON10 y CMS.

Reglas de Feynman

A continuación se muestran las reglas de Feynman utilizadas en este estudio.



Figura A.1: Fermión



Figura A.2: Fermión que sale



Figura A.3: Bosón que entra



Figura A.4: Bosón que sale



Figura A.5: Propagador

Identidades

Por el álgebra de Dirac se obtienen algunas identidades como las siguientes:

$$\gamma^0 \gamma^0 = \hat{I} \tag{B.1}$$

$$\gamma^{\mu\dagger} = \gamma^0 \gamma^\mu \gamma^0 \tag{B.2}$$

$$\bar{f} = f^\dagger \gamma^0 \tag{B.3}$$

$$\gamma^\beta P_L = (P_R) \gamma^\beta \tag{B.4}$$

$$\gamma^\beta P_R = (P_L) \gamma^\beta \tag{B.5}$$

$$\not{q} = \gamma_\eta q^\eta \tag{B.6}$$

$$\gamma^\nu \not{P} \gamma_\nu = -2\not{P}, \tag{B.7}$$

$$Tr[\not{P} \not{P}'] = 4P \cdot P' \tag{B.8}$$

$$Tr[\not{P} \not{q} \not{q} \not{P}'] = 4(P \cdot P') q^2 \tag{B.9}$$

$$Tr[\not{P} \not{q} \not{P}' q \gamma^5] = 4i \epsilon_{\eta\nu\gamma\rho} P^\eta q^\nu P'^\lambda q^\rho \tag{B.10}$$

$$P_L = \frac{1 - \gamma^5}{2}, P_L^\dagger = P_L \tag{B.11}$$

$$P_R = \frac{1 + \gamma^5}{2}, P_R^\dagger = P_R \tag{B.12}$$

$$\not{B} \not{A} = 2B \cdot A - \not{A} \not{B} \tag{B.13}$$

$$T[\not{A} \not{B} \not{B} \dots] = B^2 Tr[A \dots] \tag{B.14}$$

B. IDENTIDADES

Bibliografía

- [1] Tonatiuh Matos. *¿De qué está hecho el universo?* Fondo de Cultura Económica. 1a. ed., 2004. [XIII](#), [5](#), [7](#), [8](#)
- [2] Pablo Rivadeneira. Implementación de la cadena completa de simulación para el modelo de Materia Oscura Singlete Escalar (SSDM) como extensión del modelo estándar. *Escuela Politécnica Nacional. Quito, Ecuador.*, 2018. Tesis de licenciatura. [XIII](#), [16](#), [17](#)
- [3] M. Bertolotti. *Celestial Messengers. Cosmic rays: The Story of a Scientific Adventure.* Springer, 2013. [XIII](#), [25](#)
- [4] J C Arteaga-Velázquez, W D Apel, K Bekk, M Bertaina, J Blümer, H Bozdog, I M Brancus, E Cantoni, A Chiavassa, F Cossavella, K Daumiller, V de Souza, F Di Pierro, P Doll, R Engel, J Engler, B Fuchs, D Fuhrmann, H J Gils, R Glass-tetter, C Grupen, A Haungs, D Heck, J R Hörandel, D Huber, T Huege, K-H Kampert, D Kang, H O Klages, K Link, P Łuczak, M Ludwig, H J Mathes, H J Mayer, M Melissas, J Milke, B Mitrica, C Morello, J Oehlschläger, S Ostapchenko, N Palmieri, M Petcu, T Pierog, H Rebel, M Roth, H Schieler, F G Schröder, O Sima, G Toma, G C Trincherro, H Ulrich, A Weindl, J Wochele, and J Zabierowski. The kascade-grande observatory and the composition of very high-energy cosmic rays. *Journal of Physics: Conference Series*, 651(1):012001, 2015. [XIII](#), [XIV](#), [27](#), [31](#), [32](#)
- [5] Giovanni Morlino. High energy cosmic rays from supernovae. 2016. arXiv:1611.10054v1. [XIII](#), [XIV](#), [23](#), [28](#), [32](#), [33](#), [34](#), [35](#)
- [6] T. K. Gaisser. *Cosmic Rays and Particle Physics.* Cambridge University Press, 1999. [XIII](#), [29](#)
- [7] J. C. Arteaga et al. W. D. Apel. Kneelike structure in the spectrum of the heavy component of cosmic rays observed with kascade-grande. 2011. Physical Review Letters, PRL 107, 171104. [XIII](#), [XIV](#), [XVII](#), [29](#), [30](#), [31](#), [32](#), [65](#), [66](#)

BIBLIOGRAFÍA

- [8] A. Aab et al. Observation of a large-scale anisotropy in the arrival directions of cosmic rays above 8×10^{18} ev. *arXiv:1709.0732v1, astro-ph.HE*, 2017. [xiv](#), [32](#)
- [9] K. Kong K. T. Matchev J. Yoo S. Arrenberg, L. Baudis. Kaluza-klein dark matter: Direct detection vis-a-vis lhc. 2008. *arXiv:0805.4210 [hep-ph]*. [xiv](#), [xv](#), [18](#), [19](#), [21](#), [22](#), [38](#), [81](#)
- [10] Hsin-Chia Cheng, Jonathan L. Feng, and Konstantin T. Matchev. Kaluza-Klein dark matter. *Phys. Rev. Lett.*, 89:211301, 2002. [xiv](#), [18](#), [38](#)
- [11] Geraldine Servant and Timothy M. P. Tait. Elastic scattering and direct detection of Kaluza-Klein dark matter. *New J. Phys.*, 4:99, 2002. [xiv](#), [18](#), [38](#)
- [12] <http://hep.pa.msu.edu/cteq/public/ct14.html>. [xiv](#), [63](#), [77](#)
- [13] T. Stanev. *High Energy Cosmic Rays*. Springer Praxis Books. Springer Berlin Heidelberg, 2010. [xiv](#), [67](#), [76](#), [77](#)
- [14] D. Perkins. *Particle Astrophysics*. Oxford University Press, 2003. 1st edition. [xvii](#), [12](#), [15](#), [28](#), [33](#)
- [15] Mordehai Milgrom. MOND-theoretical aspects. *New Astron. Rev.*, 46:741–753, 2002. [1](#)
- [16] Sergei Shmatov. Search for Extra Dimensions with Atlas and CMS Detectors at the LHC. *Conf. Proc.*, C060726:1141–1145, 2006. [[1141\(2007\)](#)]. [1](#)
- [17] Geraldine Servant and Timothy M. P. Tait. Is the lightest Kaluza-Klein particle a viable dark matter candidate? *Nucl. Phys.*, B650:391–419, 2003. [1](#)
- [18] WMP Science Team NASA. <https://map.gsfc.nasa.gov/news/>, 2013. [3](#)
- [19] J. H. Oort. *The force exerted by the stellar system in the direction perpendicular to the galactic plane and some related problems*. Bulletin of the Astronomical Institutes of the Netherlands. 4, 249., 1932. [3](#)
- [20] G. Bertone2. A history of dark matter. 2016. *arXiv:1605.04909v2 [astro-ph.CO]*. [3](#)
- [21] M. S Roberts. Radio observations of neutral hydrogen in galaxies. 9, 1975. [4](#)
- [22] A. Kaasik Einasto, J. and E. Saar. Dynamic evidence on massive coronas of galaxies. 250:309, 1974. *Nature (London)*. [4](#)
- [23] Duda Gintaras. Garrett, Katherine. Dark matter: a primer. 2011. *arXiv:1006.2483v2*. [4](#), [6](#), [8](#), [9](#)
- [24] V. Rubin. *Dark matter in spiral galaxies*. *Scientific American*. 248 96-108, 1983. [6](#)

-
- [25] Mattia Fornasa et al. Angular power spectrum of the diffuse gamma-ray emission as measured by the Fermi Large Area Telescope and constraints on its dark matter interpretation. *Phys. Rev.*, D94(12):123005, 2016. [6](#)
- [26] Aravind Natarajan, Nick Zhu, and Naoki Yoshida. Probing the Small Scale Matter Power Spectrum through Dark Matter Annihilation in the Early Universe. 2015. [6](#)
- [27] Andrew H. Jaffe et al. Recent results from the maxima experiment. *New Astron. Rev.*, 47:727–732, 2003. [6](#)
- [28] S. Masi et al. The BOOMERanG experiment and the curvature of the universe. *Prog. Part. Nucl. Phys.*, 48:243–261, 2002. [,243(2002)]. [6](#)
- [29] D. et al. Clowe. *A direct empirical proof of the existence of dark matter*. The Astrophysical Journal. 648, L109-L113, 2006. [7](#)
- [30] J. D. Bekenstein. Relativistic gravitation theory for the mond paradigm. 2004. *Phys. Rev. D* 70, 083509. [7](#)
- [31] Katharine Kelley and P. J. Quinn. A Radio Astronomy Search for Cold Dark Matter Axions. *Astrophys. J.*, 845(1):L4, 2017. [7](#)
- [32] Joel R. Primack and Michael A. K. Gross. Hot dark matter in cosmology. 2000. [8](#)
- [33] James S. Bullock and Michael Boylan-Kolchin. Small-Scale Challenges to the Λ CDM Paradigm. *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, 55:343–387, 2017. [8](#)
- [34] Encyclopedia of astronomy and astrophysics, 2002. Editor: P. Murdin, Institute of Astronomy, Cambridge, UK. [8](#), [9](#)
- [35] Annika H. G. Peter. Dark matter. 2012. arXiv:1201.3942 [astro-ph.CO]. [9](#), [18](#)
- [36] Jan Conrad. Indirect Detection of WIMP Dark Matter: a compact review. In *Interplay between Particle and Astroparticle physics (IPA2014) London, United Kingdom, August 18-22, 2014*, 2014. [9](#)
- [37] Oscar Adriani et al. An anomalous positron abundance in cosmic rays with energies 1.5-100 GeV. *Nature*, 458:607–609, 2009. [10](#)
- [38] L. et al. Accardo. High statistics measurement of the positron fraction in primary cosmic rays of 0.5–500 GeV with the alpha magnetic spectrometer on the international space station. *Phys. Rev. Lett.*, 113:121101, Sep 2014. [10](#)
- [39] Pasquale Blasi. Origin of the positron excess in cosmic rays. *Phys. Rev. Lett.*, 103:051104, Jul 2009. [10](#)
- [40] A. Pich. The standard model of electroweak interactions. 2012. arXiv:1201.0537v1. [12](#)
-

BIBLIOGRAFÍA

- [41] Tom W. B. Kibble. The standard model of particle physics. 2014. arXiv:1412.4094v1. [12](#)
- [42] P. J. Mulders. The Roots of the Standard Model of Particle Physics. 2016. [13](#)
- [43] Sara Rebeca Juarez Wysozka. Conceptos básicos acerca del espín, helicidad, quiralidad y polarización de una partícula de dirac. 56:197–206, 12 2010. [13](#)
- [44] V V Dvoeglazov. Majorana neutrino: Chirality and helicity. *Journal of Physics: Conference Series*, 343(1):012033, 2012. [13](#)
- [45] Gouranga C. Nayak. General Form of Color Charge of the Quark. *Eur. Phys. J.*, C73(6):2442, 2013. [15](#)
- [46] M. Gomez-Bock, M. Mondragon, M. Muhlleitner, R. Noriega-Papaqui, I. Pedraza, M. Spira, and P. M. Zerwas. Rompimiento de la simetria electrodébil y la física del Higgs: Conceptos básicos. *J. Phys. Conf. Ser.*, 18:74–135, 2005. [15](#)
- [47] Tung-Mow Yan and Sidney D. Drell. The Parton Model and its Applications. *Int. J. Mod. Phys.*, A29:0071, 2014. [15](#)
- [48] DESY. http://www.desy.de/news/news_search/index_eng.html?openDirectAnchor=829. [15](#)
- [49] Dan Hooper and Stefano Profumo. Dark matter and collider phenomenology of universal extra dimensions. *Phys. Rept.*, 453:29–115, 2007. [17](#), [21](#)
- [50] Cheng H. Dobrescu B. A. Appelquist, T. Bounds on universal extra dimensions. 2001. arXiv:hep-ph/0012100v2. [17](#), [18](#)
- [51] Hsin-Chia Cheng, Bogdan A. Dobrescu, and Christopher T. Hill. Electroweak symmetry breaking and extra dimensions. *Nucl. Phys.*, B589:249–268, 2000. [18](#)
- [52] Matchev C. Schmaltz Martin. Cheng, H. Radiative corrections to kaluza-klein masses. 2002. arXiv:hep-ph/0204342v1. [18](#), [21](#)
- [53] G. Bertone. *Particle Dark Matter: Observations, Models and Searches*. Cambridge University Press, 2010. [18](#), [21](#), [35](#)
- [54] M. Gorchtein. Probing dark matter with agn jets. 1998. arXiv:1008.2230v1 [astro-ph.HE]. [20](#), [58](#)
- [55] E. Dudas K. R. Dienes and T. Gherghetta. Grand unification at intermediate mass scales through extra dimensions. 1999. hep-ph/9806292. [21](#)
- [56] K. T. Matchev H.-C. Cheng and M. Schmaltz. Radiative corrections to kaluza-klein masses. 2002. hep-ph/0204342. [21](#)
- [57] K. T. Matchev H.-C. Cheng and M. Schmaltz. 2002. Bosonic supersymmetry? Getting fooled at the CERN LHC. hep-ph/0205314. [21](#)

-
- [58] T. Kaluza. *Zum Unitatsproblem der Physik (On the Problem of Unity in Physics)*. Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Berlin(Math. Phys.), 1921. [21](#)
- [59] Konstantin Matchev. TASI lectures on precision electroweak physics. In *Particle physics and cosmology: The quest for physics beyond the standard model(s). Proceedings, Theoretical Advanced Study Institute, TASI 2002, Boulder, USA, June 3-28, 2002*, pages 51–98, 2004. [21](#)
- [60] G. D. Kribs F. Burnell. The abundance of kaluza-klein dark matter with coannihilation. 2005. arXiv:hep-ph/0509118. [21](#)
- [61] G. Claus. *Astroparticle Physics*. Springer, 2005. [23](#), [24](#), [33](#)
- [62] De Angelis A. Atmospheric ionization and cosmic rays: studies and measurements before 1912. 2012. arXiv: 1208.6527v1. [physics.hist-ph]. [24](#)
- [63] Manuel Aguilar. *Cien años de Rayos Cósmicos*. Revista de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales., 2011. Vol. 105, N^o. 1, pp 107-128. [24](#), [26](#)
- [64] T. Wulf. *Physikalische zeitschrift*. 811, 1910. no. 11. [24](#)
- [65] V. F. Hess. Durchdringende strahlung bei sieben freiballonfahrten. 1912. *Physik, Zeitschr.* 13, 1084. [24](#)
- [66] W. Kolhörster. Messungen der durchdringenden strahlung im freiballon in größeren höhen. 1914. *Phys. Z.* 1153. 14. [24](#)
- [67] R. A. Millikan. High frequency rays of cosmic origin. 1926. *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.* 12, 4855, p. 52. [25](#)
- [68] A.W. Wolfendale M. Walter. Early history of cosmic particle physics. 2012. *Eur. Phys. J. H* 37, 323–358. [25](#)
- [69] C.D. Anderson S.H. Neddermeyer. Cosmic-ray particles of intermediate mass. 1938. *Phys. Rev.* 54, 88. [26](#)
- [70] P. M. S. Blackett. Further measurements of the cosmic-ray energy spectrum. 1936. *Proc. Roy. Soc. (London)*, Vol.159A, p.1. [26](#)
- [71] C. Anderson. *Cosmic-Ray Positive and Negative Electrons*. *Phys. Rev.* 43, 491, 1936. [26](#)
- [72] S. Neddermeyer and C. Anderson. *Note on the Nature of Cosmic-Rays Particles*. *Phys. Rev.* 51, 884, 1937. [26](#)
- [73] Khristiansen G.B. Kulikov G.V. On the size spectrum of extensive air showers. 1958. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*,35, 635-640. [26](#)
- [74] F. Badea et al. T. Antoni, W. D. Apel. *The cosmic-ray experiment KASCADE*. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, Section A: Accelerators,

- Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, vol. 513, págs. 490-510, 2003. [26](#), [36](#)
- [75] et al. A. Haungs. High-energy cosmic rays measured with kascade-grande. 2013. arXiv:1308.1485v1, astro-ph.HE. [26](#), [36](#)
- [76] T. Stanev. *High Energy Cosmic Rays*. Springer, second edition., 2000. [27](#), [33](#)
- [77] J. Linsley. *Evidence for a Primary Cosmic-Ray Particle with Energy 10^{20} eV*. Phys. Rev. Lett. 10, 146, 1963. [27](#)
- [78] D. J. Bird, S. C. Corbató, H. Y. Dai, B. R. Dawson, J. W. Elbert, B. L. Emerson, K. D. Green, M. A. Huang, D. B. Kieda, M. Luo, S. Ko, C. G. Larsen, E. C. Loh, M. H. Salamon, J. D. Smith, P. Sokolsky, P. Sommers, J. K K Tang, and S. B. Thomas. The cosmic-ray energy spectrum observed by the fly’s eye. *Astrophysical Journal*, 424(1):491–502, 3 1994. [27](#)
- [79] M. Takeda, N. Hayashida, K. Honda, N. Inoue, K. Kadota, F. Kakimoto, K. Kamata, S. Kawaguchi, Y. Kawasaki, N. Kawasumi, H. Kitamura, E. Kusano, Y. Matsubara, K. Murakami, M. Nagano, D. Nishikawa, H. Ohoka, N. Sakaki, M. Sasaki, K. Shinozaki, N. Souma, M. Teshima, R. Torii, I. Tsushima, Y. Uchihori, T. Yamamoto, S. Yoshida, and H. Yoshii. Extension of the cosmic-ray energy spectrum beyond the predicted greisen-zatsepin-kuz’min cutoff. *Phys. Rev. Lett.*, 81:1163–1166, Aug 1998. [27](#)
- [80] <https://www.auger.org/>. [27](#)
- [81] et al. J. Abraham. Measurement of the energy spectrum of cosmic rays above 10^{18} eV using the pierre auger observatory. 2010. *arXiv : astro – ph.HE/1002.1975v1*. [27](#)
- [82] et al. T. Antoni. *Lage-Scale Cosmic-Ray anisotropy with KASCADE*. The Astrophysical Journal. 604, 687-692, 2004. [29](#)
- [83] et al. A. Haungs. *The KASCADE-Grande Experiment*. ISSN 0947-8620, 2007. Contributions to the 30th International Cosmic Ray Conference. [29](#)
- [84] W.D. Apel, J.C. Arteaga-Velázquez, K. Bekk, M. Bertaina, J. Blümer, H. Bozdog, I.M. Brancus, E. Cantoni, A. Chiavassa, F. Cossavella, K. Daumiller, V. de Souza, F. Di Pierro, P. Doll, R. Engel, J. Engler, M. Finger, B. Fuchs, D. Fuhrmann, H.J. Gils, R. Glasstetter, C. Grupen, A. Haungs, D. Heck, J.R. Hörandel, D. Huber, T. Huege, K.-H. Kampert, D. Kang, H.O. Klages, K. Link, P. Luczak, M. Ludwig, H.J. Mathes, H.J. Mayer, M. Melissas, J. Milke, B. Mitrica, C. Morello, J. Oehlschläger, S. Ostapchenko, N. Palmieri, M. Petcu, T. Pierog, H. Rebel, M. Roth, H. Schieler, S. Schoo, F.G. Schröder, O. Sima, G. Toma, G.C. Trinchero, H. Ulrich, A. Weindl, J. Wochele, M. Wommer, and J. Zabierowski. Kascade-grande measurements of energy spectra for elemental groups of cosmic rays. *Astroparticle Physics*, 47:54 – 66, 2013. [29](#), [30](#), [66](#)

-
- [85] J. C. Arteaga-Velazquez et al. A. Chiavassa, W. D. Apel. *Latest results from the KASCADE-Grande experiment*. ELSEVIER, 2013. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A. [30](#)
- [86] et al. A. Haungs. *Cosmic Rays from the Knee to the Ankle*. ELSEVIER, 2015. Physics Procedia 61, 425-434. [30](#)
- [87] et al. T. Antoni. (*KASCADE Collaboration*). *Astropart. Phys.* 24, 1, 2005. [30](#)
- [88] T. Antoni et al. (kascade coll.), *astropart. phys.* 24 (2005) 1. 2005. [30](#), [31](#)
- [89] B. Peters. *Nuovo cimento* 22, 800. 1961. [30](#)
- [90] J. R. Hörandel. *Models of the knee in the energy spectrum of cosmic rays*. ELSEVIER. *Astropart. Phys.* 21, 241-265. 2004. [30](#), [31](#)
- [91] W.D. Apel et al. (kascade-grande collaboration). 2010. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A* 620, 202. [32](#)
- [92] M. Cardillo et al. 2014. The Supernova Remnant W44: confirmations and challenges for cosmic-ray acceleration. *Astronomy & Astrophysics*. arXiv:1403.1250v2, astro-ph.HE. [32](#)
- [93] E. Fermi. On the origin of the cosmic radiation. *Phys. Rev.*, 75:1169–1174, Apr 1949. [33](#)
- [94] W. De Paula et al. M. Bustamante, G. D. C. Montoya. High-energy cosmic-ray acceleration. *Proceedings, págs. 533-539, 2010*, 2009. CERN-Latin-American School of High-Energy Physics, CLASHEP. [33](#), [34](#)
- [95] B. Dawson. Ultra-high energy cosmic rays ultra-high energy cosmic rays. 35:1845–1861, 2009. no. 6. [35](#)
- [96] Stefaan Tavernier. *Experimental Techniques in Nuclear and Particle Physics*. Springer, 2010. [35](#)
- [97] et al. M. Aguilar. *Precision Measurement of the Boron to Carbon Flux Ratio in Cosmic Rays from 1.9 GV to 2.6 TV with the Alpha Magnetic Spectrometer on the International Space Station*. American Physical Society, 2016. *Physical Review Letters*. [35](#)
- [98] et al. K. Abe. Measurements of cosmic-ray proton and helium spectra from the bipolar long-duration balloon flights over antarctica. 2016. arXiv:1506.01267v2, astro-ph.HE. [35](#)
- [99] et al. A. D. Panov. *Energy Spectra of Abundant Nuclei of Primary Cosmic Rays from the Data of ATIC-2 Experiment: Final Results*. Allerton Press, Inc., ISSN 1062-8738, *Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics*, Vol. 73, No. 5, págs. 564–567., 2009. [35](#)

- [100] K. Asakimori. Cosmic-ray proton and helium spectra: Results from the jacee experiment. 1998. *The Astrophysical Journal*, 502: 278-283. [35](#)
- [101] et al. M. Boezio. The cosmic-ray proton and helium spectra measured with the caprice98 balloon experiment. 2002. [arXiv:astro-ph/0212253v1](#). [35](#)
- [102] A. G. Mayorov. *Splash and Re-entrant albedo fluxes measured in the PAMELA experiment*. Elsevier B.V., 2015. *Physics Procedia* 74, 314-319. [35](#)
- [103] et al. J. R. Hörandel. Recent results from the cascade-grande cosmic-ray experiment - test of hadronic interaction models with air-shower data. 2017. [arXiv:1711.02643v2](#), [astro-ph.HE](#). [36](#)
- [104] et al. J. Abraham. The pierre auger collaboration, observation of the suppression of the flux of cosmic rays above $4 \cdot 10^{19} \text{ ev}$. 2008. [arXiv : astro - ph/0806.4302v1](#). [36](#)
- [105] et al. M. Amenomori. Northern sky galactic cosmic ray anisotropy between 10 and 1000 tev with the tibet air shower array. 2017. [arXiv:1701.07144v2](#), [astro-ph.HE](#). [36](#)
- [106] et al. M. G. Aartsen. Neutrinos and cosmic rays observed by icecube. 2017. [arXiv:1701.03731v1](#), [astro-ph.HE](#). [36](#)
- [107] et al. A. U. Abeysekera. Observation of small-scale anisotropy in the arrival direction of the tev cosmic rays with hawc. 2014. [arXiv:1408.4805v2](#), [astro-ph.HE](#). [36](#)
- [108] G. Medina-Tanco. *The energy spectrum observed by the AGASA experiment and the spatial distribution of the sources of ultra-high-energy cosmic rays*. The American Astronomical Society, 1999. *The Astrophysical Journal*. [36](#)
- [109] W. D. Apel. *The KASCADE-Grande experiment*. Elsevier B.V., 2010. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*, vol. 620, págs. 202-216. [36](#)
- [110] Martin A.D. Halzen, F. *Quarks and leptons: An introductory course in Modern Particle Physics*. John & Sons, 1984. [37](#), [38](#), [43](#), [55](#)
- [111] Martin A.D. Perelstein, M. Introduction to collider physics. 2010. [arXiv:1002.0274v2](#). [38](#)
- [112] Hey A. Aitchison, I. *Gauge theories in particle Physics*. Institute of Physics Publishing, 2004. [38](#)
- [113] Louis Lyons. *Statistics for Nuclear and Particle Physicists*. Cambridge University Press, 1992. [58](#)
- [114] Jun Gao, Marco Guzzi, Joey Huston, Hung-Liang Lai, Zhao Li, Pavel Nadolsky, Jon Pumplin, Daniel Stump, and C. P. Yuan. CT10 next-to-next-to-leading order global analysis of QCD. *Phys. Rev.*, D89(3):033009, 2014. [63](#)
- [115] Hung-Liang Lai, Marco Guzzi, Joey Huston, Zhao Li, Pavel M. Nadolsky, Jon Pumplin,

- and C. P. Yuan. New parton distributions for collider physics. *Phys. Rev.*, D82:074024, 2010. [63](#)
- [116] Sayipjamal Dulat, Tie-Jiun Hou, Jun Gao, Marco Guzzi, Joey Huston, Pavel Nadolsky, Jon Pumplin, Carl Schmidt, Daniel Stump, and C. P. Yuan. New parton distribution functions from a global analysis of quantum chromodynamics. *Phys. Rev.*, D93(3):033006, 2016. [63](#)
- [117] R. J. Barlow. *Statistics*. John Wiley Sons, 1989. [68](#)
- [118] P L Brink, Z Ahmed, D S Akerib, C N Bailey, D A Bauer, J Beaty, R Bunker, S Burke, B Cabrera, D O Caldwell, J Cooley, P Cushman, F DeJongh, M R Dragowsky, L Duong, E Figueroa-Feliciano, J Filippini, M Fritts, S R Golwala, D R Grant, J Hall, R Hennings-Yeomans, S Hertel, D Holmgren, M E Huber, R Mahapatra, V Mandic, K A McCarthy, N Mirabolfathi, H Nelson, L Novak, R W Ogburn, M Pyle, X Qiu, E Ramberg, W Rau, A Reisetter, T Saab, B Sadoulet, J Sander, R Schmitt, R W Schnee, D N Seitz, B Serfass, A Sirois, K M Sundqvist, A Tomada, G Wang, S Yellin, J Yoo, and B A Young. The cryogenic dark matter search (cdms) experiment: Results and prospects. *Journal of Physics: Conference Series*, 150(1):012006, 2009. [82](#)
- [119] J. Angle et al. First Results from the XENON10 Dark Matter Experiment at the Gran Sasso National Laboratory. *Phys. Rev. Lett.*, 100:021303, 2008. [82](#)