



**UNIVERSIDAD MICHOACANA
DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO**



Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas

“Mat. Luis Manuel Rivera Gutiérrez ”

**Un estudio preliminar de violación de sabor
en el decaimiento del quark top a un bosón Z
y un quark charm**

Tesis

que para obtener el título de:

Licenciado en Ciencias Físico-Matemáticas

Presenta:

Francisco Alberto Santoyo Valdez

Director de Tesis:

Dr. Fernando Iguazú Ramírez Zavaleta

Morelia, Michoacán. Febrero 2019

DEDICATORIA

A mi madre, Rosalba Valdez Arroyo, por haberme dado todo en la vida y por seguir apoyándome día a día en todas y cada una de mis decisiones, a pesar de que esté o no de acuerdo con ellas. Esto no hubiera sucedido de no ser por ella y se lo dedico con todo mi corazón.

Agradecimientos

- Principalmente a mi asesor, Dr. Fernando Iguazú Ramírez Zavaleta, primero porque gracias a él encontré el área de la física que me apasiona, por invitarme a realizar tesis, por apoyarme y dedicar su tiempo para resolver mis dudas sobre el proyecto. Por darme consejos sobre mi formación académica siempre de una manera objetiva.
- A mi padre, Francisco Santoyo García, que aunque ya no está conmigo me enseñó a luchar por conseguir siempre las cosas que me propongo y a levantarme de cualquier tropiezo que me ponga la vida. A tener un carácter fuerte para salir siempre adelante.
- A mi hermana, Paulina Santoyo Valdez, por darme consejos y apoyarme en este gran paso que no podía dejar sin cumplir. Por soportar mis malos humores y tratar siempre de alegrarme y motivarme.
- A mi novia, María Isabel López Huerta, por apoyarme en la realización de la tesis, por pasar tardes conmigo a pesar de estar trabajando cada quien en sus respectivos proyectos o tareas. Por ser paciente y acompañarme al conseguir un logro más.
- A mi profesor M. I. Cuauhtémoc Rivera Loaiza porque fue gracias a él que conocí la Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas y fue quien me impulsó a seguir realizando mis estudios.

Índice general

Resumen	1
Abstract	3
Introducción	6
1. Modelo Estándar	7
1.1. Rompimiento Espontáneo de Simetría	11
1.2. Lagrangiano del Modelo Estándar	12
1.2.1. Interacción electrodébil	12
1.2.2. Sector de Higgs	14
1.2.3. Sector de Yang-Mills	17
1.2.4. Sector de Yukawa	19
1.2.5. Sector de corrientes	22
1.3. El Lagrangiano de QCD	24
2. Modelos Extendidos	25
2.1. Corrientes neutras que cambian de sabor	25
2.2. Lagrangiano de corrientes neutras con cambio de sabor	26
2.3. Bosón de Norma neutro Z'	27
2.3.1. Modelo secuencial	27
2.3.2. Modelo con simetría izquierda-derecha	27
2.3.3. Modelo 3-3-1	28
2.3.4. Modelos de pequeño Higgs	28
2.3.5. Modelos de gran unificación E_6	28
2.4. Búsqueda experimental del bosón Z'	28
2.5. El quark Top	30
3. Decaimiento del quark top $t \rightarrow cZ$	31
3.1. Reglas de Feynman para la teoría Electrodébil	32
3.2. Cálculo de las Amplitudes	32
4. Conclusiones y perspectivas	41

A. Notación Relativista y Fundamentos de Teoría de Grupos	43
A.1. Cuadrivectores	43
A.2. Lagrangianos de campos escalares	44
A.3. Las matrices γ	44
A.4. Espinores de Dirac derechos e izquierdos	45
A.5. Fundamentos de Teoría de Grupos	46
A.5.1. Definición de Grupos	46
A.5.2. Grupo $SO(n)$	46
A.5.3. Representación de Grupos	48
A.5.4. Grupo $SU(n)$ y el álgebra de Lie	48
A.5.5. Representación del grupo $SU(n)$	49
A.5.6. Grupo de Poincaré	50
A.5.7. Grupo de Lorentz	50
B. Parametrización de Feynman y Reducción de Passarino-Veltman	53
B.1. Método de Parametrización de Feynman	53
B.2. Método de Reducción de Passarino-Veltman	56
Bibliografía	59

Resumen

Se presenta el análisis de violación de sabor en el sector de quarks mediada por un nuevo bosón de gauge neutro masivo, denotado como bosón Z' , sobre el decaimiento raro $t \rightarrow cZ$ en el contexto de modelos extendidos o de gran unificación. Se estudió la estructura analítica de la correspondiente amplitud a nivel de un lazo, la cual describe a dicho decaimiento. Sin embargo, con las amplitudes componentes que emanan del Lagrangiano extendido de corrientes neutras que cambian sabor mediadas por el Z' no es posible conseguir cancelación de divergencias ultravioletas. Por lo tanto, se piensa que es necesario considerar contribuciones adicionales de más sectores en los modelos extendidos estudiados, de tal suerte que sea posible probar dicha cancelación analíticamente.

Palabras clave: violación de sabor, nuevo bosón de norma neutro, sectores generalizados de corrientes, modelos extendidos, decaimiento raro.

Abstract

An analytical study for flavor violation, mediated by a new neutral massive gauge boson, denoted as Z' , on the rare decay $t \rightarrow cZ$ in the context of extended models or grand unification models is presented. It was studied the analytical structure of the one-loop level amplitude that describes this decay. However, by considering the component amplitudes that emerge from extended current sectors, mediated by the Z' boson, it was not possible to achieve cancelation of ultraviolet divergences. Therefore, it is thought be necessary to consider more sectors in the extended models studied in order to get such a cancelation.

Introducción

La posible existencia de procesos con cambio de sabor en corrientes neutras, que comúnmente es conocido como violación de sabor, resulta ser una de las curiosidades más interesantes que pueden poner a prueba el modelo estándar de interacciones fundamentales (ME) junto con la llamada nueva física, que surgiría en el contexto de teorías que contienen a dicho modelo y que obviamente son más generales. La versión primigenia del ME no contiene corrientes neutras que cambian sabor (CNCS) a nivel de acción clásica o de árbol, mientras que a órdenes perturbativos más altos (nivel de lazos), las CNCS están suprimidas debido al mecanismo de GIM [1] para quarks, y están ausentes a cualquier orden perturbativo en el sector de leptones, debido a la ausencia de masa de los neutrinos. Incluso, las fracciones de decaimiento calculadas dentro del ME para este tipo de procesos son muy pequeñas, por lo que naturalmente, son procesos susceptibles a recibir contribuciones mucho mayores en el contexto de modelos extendidos, lo cual está de más decir que es destacable. En ese tenor, se han estudiado diversos procesos que violan sabor, en particular, los decaimientos del tipo $t \rightarrow cV$, donde t representa al quark top, c refiere al quark charm y V simboliza cualquier bosón neutro del ME, a saber, el fotón, el gluón, el bosón Z y el bosón de Higgs. Búsquedas recientes en el Gran Colisionador de Hadrones (LHC por sus siglas en inglés) sobre el proceso $t \rightarrow cZ$ se están llevando a cabo en los detectores ATLAS y CMS [2]. El reporte experimental más reciente lo ofrece la Colaboración CMS [3], en donde se impone una cota sobre la fracción de decaimiento del mencionado proceso, la cual es menor que 4.9×10^{-4} , para una luminosidad integrada de 19.7 fb^{-1} en colisiones protón-protón a energía del centro de masas de $\sqrt{s} = 8 \text{ TeV}$, correspondiente a un nivel de confianza del 95%. Sin embargo, es de destacarse que a lo largo de más de 20 años de intentos de medición experimental sobre este decaimiento [2], el refinamiento de la fracción de decaimiento mencionada ha ido variando desde 10^{-1} hasta el actual orden de 10^{-4} , por lo que se espera que a mayor energía de colisión junto con una mayor luminosidad integrada recopilada la cota experimental sobre la fracción de decaimiento de $t \rightarrow cZ$ sea mucho más restringida. Por otra parte, en el contexto teórico, el decaimiento $t \rightarrow cZ$ es de gran importancia, pues su posible detección podría implicar la presencia de nueva física en el sector de Yukawa [4] o en el sector de corrientes [5].

Es bien sabido que el ME es una de las teorías más exitosas de la física y es el que mejor describe las interacciones entre partículas elementales, pero hasta ahora no ha podido explicar diversos problemas de física fundamental tales como la asimetría entre materia y antimateria, el problema de la jerarquía, la violación de sabor, etc. En específico, dado que se han probado experimentalmente las interacciones entre neutrinos solares de diferente sabor, el ME es considerado una teoría incompleta, pues en su versión original el ME no contiene este tipo de transiciones. En la versión original del ME, como ya se mencionó

antes, la violación de sabor está prohibida en interacciones entre leptones, mientras que en el sector de quarks estas resultan ser muy suprimidas debido al mecanismo de GIM. No obstante, al orden de un lazo se pueden inducir transiciones electromagnéticas con violación de sabor leptónico siempre y cuando se estén considerando neutrinos masivos [6] y [7].

La propuesta de esta tesis consiste en analizar efectos de violación de sabor en el sector de quarks, considerando la transición a nivel de un lazo, que es mediada por CNCS a través del hipotético bosón Z' , en donde se emite un quark charm y un bosón Z en el decaimiento del quark top. En la notación de reacción elemental, se propone estudiar el decaimiento $t \rightarrow cZ$ a nivel de un lazo, en donde se inducen acoplamientos que violan explícitamente el sabor por medio de un nuevo bosón de gauge neutro, que es identificado como bosón Z' . Acerca de este decaimiento raro se conocen muy pocas propuestas teóricas de estudio en la literatura. Por lo tanto, parece ser un observable con buen potencial para analizar efectos de nueva física relacionados con violación de sabor de quarks.

El contenido de esta tesis presenta la siguiente estructura: en el capítulo 1 se describe la estructura básica del ME. En el capítulo 2 se presenta el Lagrangiano renormalizable más general que incluye CNCS, en donde aparecen operadores de dimensión cuatro que violan sabor y aquellos que lo conservan, y que están mediados por el bosón de gauge Z' . En el capítulo 3 se explica el estudio analítico del decaimiento $t \rightarrow cZ$ mediado por el bosón Z' . Por último, en el capítulo 4 se presentan las conclusiones y perspectivas de este trabajo de tesis.

Capítulo 1

Modelo Estándar

El Modelo Estándar (ME) es la teoría física que describe a las partículas fundamentales y a las interacciones que existen entre ellas. Algunas de estas partículas son los constituyentes de materia más fundamentales (sin estructura interna) que componen el universo [8]. El ME es la teoría más precisa que tiene la física [2], [9], [10]. Este modelo describe la interacción entre materia a nivel fundamental junto con los portadores de interacciones. A manera de antecedente, Sheldon Glasgow [11], Steven Weinberg [12], Abdus Salam [13], entre otros, unificaron las siguientes teorías: la Electrodinámica Cuántica (QED, por sus siglas en inglés) y las interacciones débiles en una sola teoría, la teoría electrodébil (EW, por sus siglas en inglés). Posteriormente, a esta teoría se agregó una teoría de norma (gauge) de las interacciones fuertes llamada Cromodinámica Cuántica (QCD, por sus siglas en inglés), dando lugar a una de las teorías más exitosas conocida como el modelo estándar de las interacciones fundamentales [14], [15], [16]. Dentro del modelo se considera que hay dos tipos de partículas elementales: los bloques fundamentales de materia llamados fermiones y las partículas portadoras de las interacciones fundamentales llamadas bosones [17], [18]. (Ver Figura 1.1).

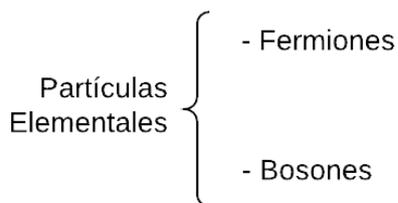


Figura 1.1: Partículas elementales: fermiones y bosones.

Estas partículas tienen diferentes características que las distinguen como puede ser la masa, la carga eléctrica, el espín, entre otras. Los fermiones se caracterizan por tener espín semientero, $s = \frac{1}{2}$, y con base a su masa son agrupados en tres familias o generaciones [2]. Cada familia tiene dos tipos de fermiones [18], [19]: quarks y leptones; la Tabla 1.1 muestra los elementos de las familias. En cada familia se aprecia el mismo patrón: los fermiones de helicidad izquierda son agrupados en una representación de dobletes en virtud del grupo

$SU_L(2)$, donde la L se refiere a estados izquierdos, mientras que los fermiones de helicidad derecha se agrupan en una representación de singuletes $SU_L(2)$.¹

Generación 1		Generación 2		Generación 3	
Partícula	Masa (GeV)	Partícula	Masa (GeV)	Partícula	Masa (GeV)
ν_e	$<4.5 \times 10^{-9}$	ν_μ	$<0.16 \times 10^{-3}$	ν_τ	<0.024
e^-	0.511×10^{-3}	μ^-	0.106	τ	1.777
u	$2-6.8 \times 10^{-3}$	c	1.1-1.4	t	173.8
d	$4-12 \times 10^{-3}$	s	$81-230 \times 10^{-3}$	b	4.1-4.4

Tabla 1.1: Generaciones de los fermiones en el Modelo Estándar.

En el entendimiento actual que se tiene de las interacciones fuertes, dadas por la teoría QCD, existen seis tipos de quarks, que son los siguientes: u (up), d (down), c (charm), s (strange), t (top) y b (bottom). Además de la carga, los quarks vienen en diferentes tipos y presentan seis grados de libertad denominados sabores, cada uno con su respectiva masa y carga, como se muestra en la Tabla 1.2. El sabor de un quark puede cambiar a otro sabor de quark mediante las interacciones débiles mediadas por los bosones W^\pm , lo que se describe a detalle en el Capítulo 2, en la sección del sector de corrientes. Cada quark posee también un número cuántico adicional, denominado color, que toma uno de tres valores posibles, generalmente llamados rojo (red), azul (blue) y verde (green). Este número cuántico cumple la función de “carga” para la teoría QCD [20] cuya interacción es mediada por los bosones de norma llamados gluones.

Quark	Carga eléctrica (e)	Masa (GeV)
Up (u)	$+2/3$	$2-6.8 \times 10^{-3}$
Down (d)	$-1/3$	$4-12 \times 10^{-3}$
Charmed (c)	$+2/3$	1.1-1.4
Strange (s)	$-1/3$	$81-230 \times 10^{-3}$
Top (t)	$+2/3$	173.8
Bottom (b)	$-1/3$	4.1-4.4

Tabla 1.2: Propiedades de los quarks.

Dado que el número cuántico de color no es observado en la naturaleza, los quarks deben estar confinados en partículas materiales incoloras, a las que se les denomina hadrones. Hay varios tipos de hadrones: algunos de estos están compuestos de tres quarks (qqq), llamados bariones, con número bariónico $B = 1$, como el protón $p = (uud)$, neutrón $n = (udd)$, $\Lambda = (uds)$, etc., los mesones que están compuestos por un quark q y un anti-quark \bar{q} con $B = 0$ como los piones $\pi^+ = (u\bar{d})$, $\pi^- = (\bar{u}d)$, kaones $K^+ = (u\bar{s})$, $K^- = (s\bar{u})$, etc. [8].

Por otro lado, el otro tipo de fermión que existe en la naturaleza es el leptón. Se tienen los siguientes leptones: electrón e , muón μ , tau τ , y sus correspondientes neutrinos ν_e , ν_μ , ν_τ , como muestra la Tabla 1.3. Los leptones son libres de interacción fuerte y no tienen

¹La teoría de grupos se desarrolla a detalle en el Apéndice A para disponibilidad del lector.

carga de color. Los neutrinos poseen solo interacción débil, mientras que e , μ y τ tienen ambas interacciones: débil y electromagnética.

Leptón	Masa (GeV)	Carga eléctrica (e)
Electrón (e^-)	0.511	-1
Neutrino del electrón (ν_e)	$<4.5 \times 10^{-9}$	0
Muón (μ^-)	0.106	-1
Neutrino del muón (ν_μ)	$<0.16 \times 10^{-3}$	0
Tau (τ)	1.777	-1
Neutrino del tau (ν_τ)	<0.024	0

Tabla 1.3: Propiedades de los leptones.

Los bosones son el segundo tipo de partícula fundamental y son los encargados de las interacciones fundamentales. Los bosones de norma tienen espín entero, $s=1$, y son los mediadores de las interacciones entre quarks o leptones.

El ME describe tres de las cuatro interacciones fundamentales que existen en la naturaleza: electromagnética, débil y fuerte. La interacción gravitacional no se describe ni es incluida debido a que es muy débil y como resultado de ello no tiene efectos medibles a la escala de energía de Fermi o hasta unidades de TeVs, ni manifestaciones que nos puedan guiar a establecer una teoría. La interacción electromagnética es mediada por los fotones (γ) sin masa ($m_\gamma = 0$) y $s = 1$; la interacción débil es mediada por los bosones masivos débiles (W^\pm, Z) con masa ($m_W \cong 80.4$ GeV, $m_Z \cong 91.2$ GeV) y $s = 1$; y la interacción fuerte es mediada por los gluones sin masa ($m_g = 0$) con espín=1, 4 como se menciona en la referencia [8]. En la Tabla 1.4 se muestran las interacciones fundamentales.

Interacción Fundamental	Mediador (Bosón)	Espín
Campo gravitacional	Gravitón (G)	2
Campo débil	Bosones de norma débiles (W^\pm, Z)	1
Campo electromagnético	Fotón (γ)	1
Campo fuerte	Gluón (g)	1

Tabla 1.4: Interacciones fundamentales.

El ME se describe explícitamente en términos del Lagrangiano del sistema. El Lagrangiano es el que nos permite desarrollar las ecuaciones de movimiento o hallar todas las posibles interacciones. La invariancia del Lagrangiano respecto a alguna transformación de simetría lleva a leyes de conservación. Además de invariancia de Lorentz, paridad, inversión del tiempo, etc., existen simetrías internas como isoespín, sabor, color, etc. El desarrollo que se tiene en la descripción de las interacciones está basado, en gran medida, en el entendimiento de dichas simetrías en la naturaleza. Estas teorías basadas en simetrías se clasifican en dos tipos: (1) sin rompimiento y (2) rompimiento espontáneo de la simetría [8].

La base matemática está sustentada por el grupo de norma $SU_C(3) \times SU_L(2) \times U_Y(1)$ [20]. En esta representación, la C en $SU_C(3)$ denota el color. La L en $SU_L(2)$ significa

que se actúa en los estados izquierdos. La Y en $U_Y(1)$ representa la hipercarga y se hace distinción para no confundir con el grupo electromagnético $U(1)_{em}$.

El ME posee un conjunto de campos de norma asociados al grupo $SU_C(3) \times SU_L(2) \times U_Y(1)$, el cual se puede dividir en tres conjuntos:

1. Para $SU_C(3)$ se asocian 8 campos de norma G_μ^a , llamados campos gluónicos,
2. Para $SU_L(2)$ se tienen 3 campos de norma W_μ^i ,
3. Un campo de norma B_μ llamado de hipercarga para $U_Y(1)$.

La interacción fuerte es mediada por los gluones, los cuales se acoplan exclusivamente a los quarks. La interacción débil resulta del intercambio de los bosones de norma masivos W^\pm y Z , mientras que la interacción electromagnética es mediada por el fotón. Tres de los cuatro campos de norma del sector electrodébil adquieren masa, sin embargo, el único campo superviviente sin masa es el fotón. Todo esto se debe al Rompimiento Espontáneo de la Simetría (RES) del grupo electrodébil a través del mecanismo de Higgs. El grupo $SU_C(3)$ no se ve afectado por el mecanismo de Higgs.

El bosón de Higgs es introducido por el campo de Higgs, el cual trabaja con el rompimiento espontáneo de la simetría, el cual se explica en la siguiente sección. En la Figura 1.2 se presenta un resumen de lo que es el Modelo Estándar actual.

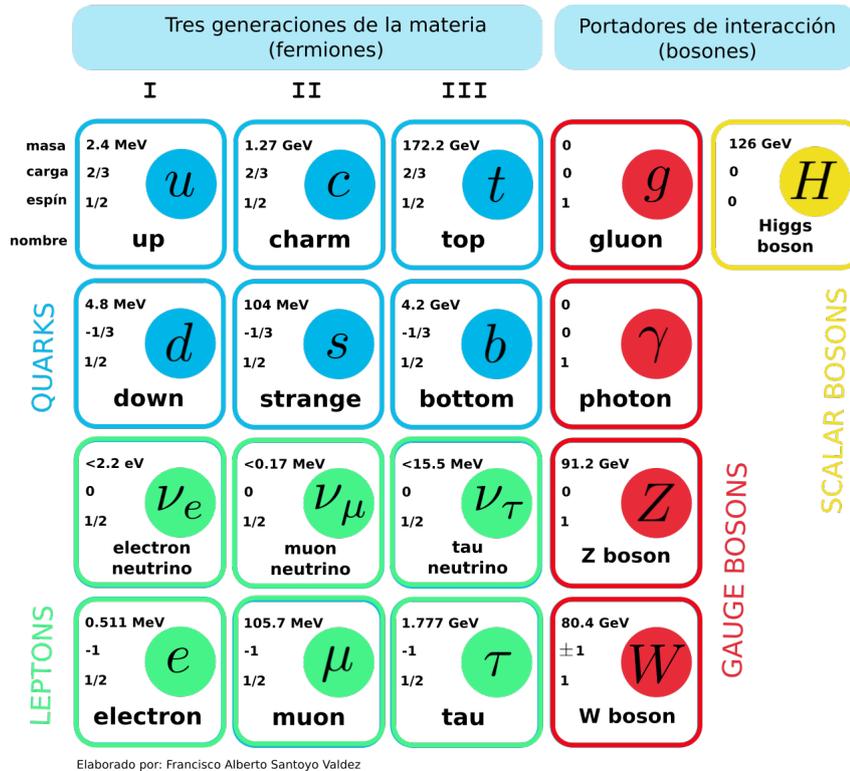


Figura 1.2: Descripción del ME.

1.1. Rompimiento Espontáneo de Simetría

Una cantidad es invariante cuando toma el mismo valor después de ser expuesta a cierta transformación, entonces se dice que exhibe cierta simetría. Uno de los principios fundamentales en física de partículas es que las interacciones entre las partículas elementales son descritas por principios de simetría. Un sistema invariante bajo traslación permanece igual ante cualquier traslación que se le aplique. Un sistema invariante ante rotaciones se ve idéntico aunque sea rotado alrededor de un eje arbitrario. Por tanto, se dice que un sistema posee una simetría particular si tiene una propiedad invariante ante cierta transformación. Por otro lado, se dice que una cantidad se conserva cuando toma el mismo valor después de un evento particular. Luego entonces, existe relación entre invariancia y conservación. Por ejemplo: la conservación del momento lineal se relaciona con las traslaciones espaciales; la conservación del momento angular se relaciona con la invariancia ante rotaciones; y la conservación de la energía se relaciona con la invariancia bajo traslaciones en el tiempo. La idea general es clara, invariancia lleva a leyes de conservación.

Una simetría S existe en un sistema físico cuando este sistema es invariante bajo una transformación dada por S , es decir, si el Hamiltoniano es invariante,

$$SHS^\dagger = H. \quad (1.1)$$

Se tiene un grupo de simetría cuando el conjunto de simetrías independientes forman la estructura algebraica de un grupo. Las simetrías se clasifican en: discretas y continuas.

- Simetrías discretas. Los parámetros a modificar toman valores discretos. Ejemplos de estas transformaciones son: de paridad (P), la conjugación de carga (C) y la reversión del tiempo (T). En general, cualquier combinación de P , C y T representa una simetría. Las interacciones electromagnéticas y las interacciones fuertes violan las simetrías P , C y T separadamente; y las interacciones débiles pueden violar P , C y PC
- Simetrías continuas. Los parámetros toman valores continuos. Ejemplos de estas son las simetrías espacio-temporales o simetrías externas tales como el grupo de Poincaré y el grupo de Lorentz, donde la traslación y la rotación son los ejemplos más comunes de lo que es una simetría espacio-temporal. Por otro lado, se tiene las simetrías internas las cuales actúan sobre los números cuánticos internos. Un ejemplo de esto es la simetría de isospín $SU_L(2)$ o la simetría bariónica $U_B(1)$ pertenecientes al grupo de Lie. Existen dos tipos de simetrías internas: globales y locales. En las simetrías globales los parámetros no dependen de las coordenadas espacio temporales; y en las simetrías locales los parámetros sí dependen de las coordenadas espacio-temporales.

En el sector electrodébil del ME se tiene que los bosones son partículas masivas, lo cual produce que el estado de vacío no sea invariante bajo el grupo $SU_L(2) \times U_Y(1)$, esto es, el hecho de que W^\pm y Z adquieran masa induce un rompimiento en la simetría de norma electrodébil. Este problema se soluciona con el sector de Higgs. A este fenómeno se le conoce como Rompimiento Espontáneo de Simetría (RES).

1.2. Lagrangiano del Modelo Estándar

La física teórica se basa en la construcción de modelos que describen el comportamiento de sistemas particulares en el Universo. El punto de partida para construir dichos modelos es haciendo uso de Lagrangianos. El Lagrangiano usualmente representa, matemáticamente, el modelo más simple que contiene las ideas físicas clave y tiene la simetría correcta para cada problema.

A continuación se hace una descripción del Lagrangiano del ME. Sus componentes son: la interacción electrodébil, el sector de Higgs, el sector de Yang-Mills, el sector de Yukawa y el sector de corrientes [21].

1.2.1. Interacción electrodébil

Los ingredientes esenciales para construir la interacción electrodébil, dada por $SU_L(2) \times U_Y(1)$, son la teoría de Yang-Mills y el RES (Rompimiento Espontáneo de la Simetría). Además, se necesita generar masa para los tres bosones de norma W^\pm y Z , pero el fotón debe permanecer sin masa. Para la interacción electrodébil se propone un Lagrangiano invariante bajo las transformaciones de norma (gauge) locales del grupo $SU_L(2) \times U_Y(1)$. Una característica interesante de la interacción electrodébil es que distingue estados de helicidad de fermiones, es decir, los bosones de norma W^\pm y Z se acoplan con diferentes intensidades a dichos estados, lo cual debe reflejarse en sus representaciones bajo el grupo de norma $SU_L(2)$. Así, los quarks y leptones son agrupados en dobletes izquierdos de $SU_L(2)$, de la siguiente manera:

$$Q_{iL} = \begin{pmatrix} u_i \\ d_i \end{pmatrix}_L, \quad L_{iL} = \begin{pmatrix} \nu_i \\ l_i \end{pmatrix}_L, \quad (1.2)$$

donde $u_i = u, c, t$, $d_i = d, s, b$, son quarks de tipo up y down, respectivamente. Por otra parte, $l_i = e, \mu, \tau$, son los leptones cargados y $\nu_i = \nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$, son sus respectivos neutrinos. En esta notación i representa un índice para el sabor. Por otra parte, los estados de helicidad derecha son introducidos como singuletes de $SU_L(2)$; l_{iR} , u_{iR} , y d_{iR} . Los estados de helicidad izquierda y derecha de un fermión Ψ son definidos por:

$$\Psi_{L,R} = \frac{1}{2}(1 \mp \gamma_5)\Psi, \quad \Psi \equiv P_{L,R}\Psi, \quad (1.3)$$

donde $P_{L,R}$ es el operador de proyección quiral. En el ME no se introducen los estados de helicidad derecha de neutrinos debido a que teóricamente los neutrinos sin masa sólo tienen helicidad izquierda. Es peculiar de la interacción electrodébil el producir sólo neutrinos con ese tipo de helicidad. No obstante, hoy en día se sabe que esto es sólo una aproximación, debido a que se ha verificado experimentalmente que los neutrinos poseen masa (se corroboró experimentalmente la existencia de oscilaciones de los neutrinos) [22], [23],[24], [25], [26]. Dicha evidencia experimental nos dice que en una versión moderna del ME se tienen que incluir neutrinos derechos.

Debido a que el grupo electrodébil es covariante bajo transformaciones de norma locales del grupo $SU_L(2) \times U_Y(1)$, la covarianza de la teoría electrodébil ante dichas transformaciones se logra al introducir una derivada covariante de la siguiente forma:

$$D_\mu = \partial_\mu - ig' \frac{Y}{2} B_\mu - ig \frac{\sigma^i}{2} W_\mu^i, \quad (1.4)$$

donde g' y g son las constantes de acoplamiento asociados a los grupos $U_Y(1)$ y $SU_L(2)$, respectivamente. B_μ y $\frac{Y}{2}$ representan el campo de norma y el generador asociado con el grupo abeliano $U_Y(1)$, respectivamente. Similarmente, W_μ^i ($i = 1, 2, 3$) y $\frac{\sigma^i}{2}$ son los campos de norma y los generadores, en la representación de dobletes, asociados con el grupo $SU_L(2)$. Los campos de norma ($W_\mu^1, W_\mu^2, W_\mu^3, B_\mu$) definen, mediante combinaciones lineales, a los campos de masa ($W_\mu^-, W_\mu^+, Z_\mu, A_\mu$) después del RES. También, la derivada covariante se introduce en los términos cinéticos fermiónicos, que a su vez inducen la presencia de acoplamientos entre fermiones y bosones de norma. Este tipo de interacciones conforman el llamado sector de corrientes.

Una característica importante de la interacción débil consiste en que los correspondientes bosones de norma son masivos. Sin embargo, se debe señalar que no es posible introducir los términos de masa de manera directa sin romper explícitamente la invariancia de norma de la teoría. Para evitar este problema, la solución más conocida para introducir en la teoría las masas de los mismos consiste en implementar el RES, lo cual sucede a través del mecanismo de Higgs. Como es sabido, el rompimiento espontáneo de una simetría global conduce a la presencia de campos escalares de masa cero, conocidos con el nombre de bosones de Goldstone. El rompimiento espontáneo de una simetría local o de norma da lugar a la absorción de los bosones de Goldstone y dotan de masa a los bosones de norma sin alterar la invariancia de norma o la renormalización de la teoría. A este mecanismo se le conoce como el mecanismo de Higgs [27], [28], [29], [30], [31]. Para generar las masas de los tres bosones de norma asociados con la interacción electrodébil se requieren al menos tres grados de libertad para los campos escalares pero la elección más simple es un doblete complejo del grupo $SU_L(2)$ de campos escalares [32]. El doblete que contiene a tales escalares es llamado doblete de Higgs. Esto se traduce, después de un rompimiento apropiado de la simetría, en la presencia de tres campos no masivos o pseudobosones de Goldstone y un campo escalar real físico, conocido con el nombre de escalar de Higgs. Los pseudobosones de Goldstone no representan grados de libertad verdaderos, por lo cual estos son eliminados en la norma unitaria. Al asignar un número de hipercarga Y igual a $+1$ al doblete escalar de Higgs, el grupo electrodébil es roto espontáneamente al grupo electromagnético $U_{em}(1)$, cuyo generador es expresado como una combinación lineal del generador $\frac{Y}{2}$ del grupo $U_Y(1)$, y del generador $T^3 = \sigma^3/2$ del grupo $SU_L(2)$, de acuerdo con,

$$Q = T^3 + \frac{Y}{2}, \quad (1.5)$$

donde el operador de carga Q genera el grupo $U_{em}(1)$.

El mecanismo de Higgs permite dotar de masa a todas las partículas del ME. En el sector de Higgs, el cual está formado por el sector cinético y el potencial de Higgs, se generan las masas de los bosones débiles provenientes del término cinético; también se genera la masa del bosón de Higgs, justamente del término de potencial. Por otra parte, las masas de los fermiones de la teoría son generadas cuando se forman invariantes con combinaciones entre el doblete de Higgs y los dobletes izquierdo y singuletes derechos de

los fermiones, donde todos estos invariantes son agrupados en el sector de Yukawa. Más aún, el ME contiene, además, el llamado sector de Yang-Mills, el cual contiene la esencia de la estructura de norma de la teoría.

El Lagrangiano de la teoría electrodébil se divide en dos partes: una que contiene solamente a los campos bosónicos (\mathcal{L}^B) y otra que contiene campos fermiónicos y bosónicos (\mathcal{L}^F) [33]. La parte bosónica se divide a su vez en los sectores de Higgs y de Yang-Mills. El sector bosónico-fermiónico está comprendido por los sectores de corrientes y de Yukawa. De este modo, el Lagrangiano se puede escribir como:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}^F + \mathcal{L}^B, \quad (1.6)$$

donde

$$\mathcal{L}^F = \mathcal{L}^C + \mathcal{L}^Y, \quad (1.7)$$

$$\mathcal{L}^B = \mathcal{L}^H + \mathcal{L}^{YM}, \quad (1.8)$$

con \mathcal{L}^C , \mathcal{L}^Y , \mathcal{L}^H y \mathcal{L}^{YM} representando los sectores de corrientes, Yukawa, Higgs y Yang-Mills, respectivamente. En las siguientes secciones se discute de manera breve cada uno de estos sectores.

1.2.2. Sector de Higgs

El bosón de Higgs es una partícula del ME que explica el origen de la masa de las otras partículas elementales. Así, en el sector de Higgs se analizan los efectos del bosón de Higgs en la teoría y de forma particular se determinan las interacciones entre esta partícula y los campos de norma del sector electrodébil. En este sector es donde se implementa el mecanismo de Higgs que permite dotar de masa a los bosones de norma débiles W^\pm y Z y también al bosón de Higgs. El Lagrangiano está dado por:

$$\mathcal{L}^H = (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) - V(\Phi^\dagger \Phi), \quad (1.9)$$

donde D_μ es la derivada covariante en la representación de dobletes, dada por la ecuación 1.4, y $V(\Phi^\dagger \Phi)$ es el llamado potencial de Higgs cuya estructura renormalizable tiene la forma:

$$V(\Phi^\dagger \Phi) = \mu^2 (\Phi^\dagger \Phi) + \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2, \quad (1.10)$$

donde $\Phi(x)$ está dado por la siguiente ecuación,

$$\Phi(x) = \begin{pmatrix} \phi_{1,1} + i\phi_{1,2} \\ \phi_{2,1} + i\phi_{2,2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_1(x) \\ \phi_2(x) \end{pmatrix}, \quad (1.11)$$

la cual es conocida como doblete de Higgs, al cual se le asigna un número de hipercarga $Y = +1$. En la expresión para el potencial, el coeficiente λ representa un número real positivo y μ es un parámetro con dimensiones de masa, por medio del cual se establece la condición esencial para realizar el RES en la teoría. De este modo, si $\mu^2 > 0$, el vacío Φ_0 es único y no es posible realizar el RES. De otro modo, si $\mu^2 < 0$, se tiene el caso de un

vacío degenerado, es decir, existen un número infinito de estados de mínima energía que satisfacen la siguiente condición,

$$\Phi_0^\dagger \Phi_0 = |\phi_1^0|^2 + |\phi_2^0|^2 = \frac{-\mu^2}{2\lambda} \quad (1.12)$$

donde $\Phi_0 = \langle |\Phi| \rangle$ es el valor esperado en el vacío del doblete de Higgs, el cual rompe espontáneamente la simetría electrodébil al grupo electromagnético. Esto significa que Φ_0 debe ser invariante bajo el grupo electromagnético (esto es necesario para garantizar la conservación de la carga eléctrica). Un ejemplo se muestra en la Figura 1.3.

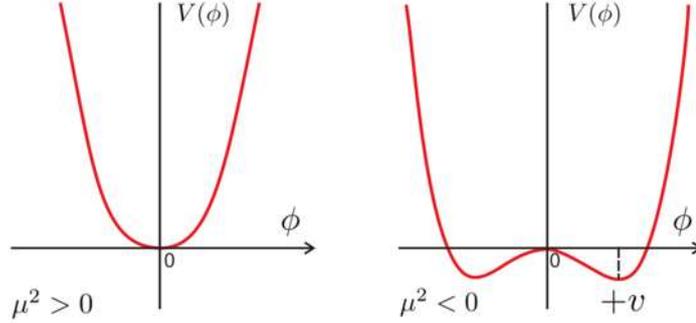


Figura 1.3: Ejemplo en 2D del potencial V de un campo escalar ϕ en el caso $\mu^2 > 0$ y $\mu^2 < 0$.

De esta manera se toma una dirección Φ_0 , tal que:

$$Q\Phi_0 = \left(\frac{\sigma^3}{2} + \frac{Y}{2} \right) \Phi_0, \quad (1.13)$$

y como Q se obtiene de la siguiente manera:

$$Q = \frac{1}{2} \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (1.14)$$

entonces, la única forma posible para Φ_0 es:

$$\Phi_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad (1.15)$$

en donde v se expresa como sigue,

$$v^2 = \frac{-\mu^2}{2\lambda}. \quad (1.16)$$

El RES aparece como consecuencia de elegir a uno sólo de los vacíos. Cabe mencionar también que cuando las simetrías involucradas son globales, el resultado es la presencia de campos escalares sin masa, conocidos con el nombre de bosones de Goldstone. Pero, cuando la simetría es de norma (local), el resultado es la presencia de bosones de norma masivos uno por cada generador roto de la simetría. A este fenómeno, donde los bosones de Goldstone son absorbidos por los campos de norma asociados con los generadores rotos, se le conoce con el nombre de mecanismo de Higgs.

La teoría debe ser considerada en el entorno de este estado de mínima energía. Así, que se introduce el desplazamiento,

$$\Phi \rightarrow \Phi_0 + \Phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} G_W^+ \\ (H + iG_Z)/\sqrt{2} \end{pmatrix}, \quad (1.17)$$

donde G_W^+ y G_Z son los bosones de Goldstone asociados a los bosones de norma débiles W^\pm y Z , respectivamente, en tanto que H representa el bosón de Higgs.

Sustituyendo esta relación en la parte cinética de \mathcal{L} , $(D_\mu \Phi)^\dagger (D_\mu \Phi)$ conduce a

$$\begin{aligned} (D_\mu \Phi)^\dagger (D_\mu \Phi) &= \left(\partial_\mu G_w^- \right) \left(\partial^\mu G_w^+ \right) + \frac{1}{2} \left(\partial_\mu G_z \right) \left(\partial^\mu G_z \right) \\ &+ \frac{(gv)^2}{4} W_\mu^- W^{+\mu} + \frac{v^2}{8} \left(-gW_\mu^3 + g'B_\mu \right) \left(-gW^{\mu 3} + g'B^\mu \right) \\ &+ \frac{g^2}{2} W_\mu^+ W^{-\mu} G_w^- G_w^+ + \dots, \end{aligned} \quad (1.18)$$

en la cual se utilizó la derivada covariante redefinida por la siguiente ecuación:

$$D_\mu = \partial_\mu - \frac{ig}{2} \left(W_\mu^+ \tau + W_\mu^- \tau^\dagger \right) - \frac{i}{2} \left(gW_\mu^3 \tau^3 + g'B_\mu Y \right), \quad (1.19)$$

con los campos $W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 \mp iW_\mu^2)$ y el operador $\tau = \frac{1}{2}(\tau^1 + i\tau^2)$. De la ecuación (1.18) se identifica un término de masa para W^\pm con $m_W = \frac{gv}{2}$. Si se aplica la siguiente rotación a los campos de norma W_μ^3 y B_μ ,

$$\begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_W & s_W \\ -s_W & c_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix}, \quad (1.20)$$

o expresado de la siguiente manera,

$$W_\mu^3 = c_W Z_\mu + s_W A_\mu, \quad (1.21)$$

$$B_\mu = -s_W Z_\mu + c_W A_\mu, \quad (1.22)$$

donde c_W y s_W están definidos como $c_W \equiv \cos \theta_W$ y $s_W \equiv \sin \theta_W$, siendo θ_W el ángulo débil dado por $\tan \theta_W = g'/g$. Por lo tanto, se tiene,

$$c_W = \frac{g}{\sqrt{g'^2 + g^2}} \quad (1.23)$$

y para s_W ,

$$s_W = \frac{g'}{\sqrt{g'^2 + g^2}} \quad (1.24)$$

de lo anterior se obtiene lo siguiente,

$$\frac{v^2}{8} \left(-gW_\mu^3 + g'B_\mu \right) \left(-gW^{\mu 3} + g'B^\mu \right) = \frac{v^2}{8} \left(g^2 + g'^2 \right) Z^\mu Z_\mu + (0) A^\mu A_\mu, \quad (1.25)$$

de donde se puede identificar un término de masa para Z_μ , dado por

$$m_Z = \frac{v\sqrt{g^2 + g'^2}}{\sqrt{2^3}}, \quad (1.26)$$

mientras que el campo A_μ permanece sin masa, debido a lo cual se asocia con el campo electromagnético.

Por otro lado, el potencial de Higgs toma la forma siguiente:

$$\begin{aligned} V(\Phi^\dagger\Phi) &= \mu^2(\Phi_0 + \Phi)^\dagger(\Phi_0 + \Phi) + \lambda[(\Phi_0 + \Phi)^\dagger(\Phi_0 + \Phi)]^2, \\ &= \frac{\lambda v^4}{4} - \frac{m_H^2}{2}H^2 - \lambda v H^3 - \frac{\lambda}{4}H^4 - 2\lambda v H(G_Z^2 + 2G_W^+ G_W^-) \\ &\quad - \frac{\lambda}{2}G_Z^2 H^2 - \lambda(H^2 + G_Z^2)G_W^+ G_W^- - \frac{\lambda}{4}G_Z^4 - \lambda(G_W^+ G_W^-)^2, \end{aligned} \quad (1.27)$$

de lo anterior se puede apreciar que solo el campo de Higgs, H , tiene masa distinta de cero dada por $m_H^2 = 2\lambda v^2$. Es en esta parte donde se dan los autoacoplamientos del bosón de Higgs.

1.2.3. Sector de Yang-Mills

La estructura de este sector está completamente determinada por el carácter no abeliano del grupo electrodébil. Los invariantes correspondientes no pueden ser construidos con los campos de norma directamente, sino por medio de las estructuras covariantes dadas por el tensor de campo $W_{\mu\nu} = T^i W_{\mu\nu}^i$, asociado con el grupo no abeliano $SU_L(2)$ y el correspondiente tensor $B_{\mu\nu}$ del grupo abeliano $U_Y(1)$, los cuales tienen la forma:

$$W'_{\mu\nu} = \partial_\mu W_\nu - \partial_\nu W_\mu + ig[W_\mu, W_\nu], \quad (1.28)$$

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu, \quad (1.29)$$

donde

$$W_{\mu\nu} = T^i W_{\mu\nu}^i, \quad (1.30)$$

siendo T^i los generadores del grupo, los cuales serán normalizados como $\text{Tr}[T^i, T^j] = \frac{\delta^{ij}}{2}$.

El tensor de campo de Yang-Mills en la siguiente forma,

$$W_{\mu\nu}^i = \partial_\mu W_\nu^i - \partial_\nu W_\mu^i + g\epsilon^{ijk}W_\mu^j W_\nu^k. \quad (1.31)$$

La transformación covariante de los tensores de campo bajo el grupo electrodébil está dada por

$$W'_{\mu\nu} = UW_{\mu\nu}U^\dagger, \quad U \in SU_L(2), \quad (1.32)$$

$$B'_{\mu\nu} = B_{\mu\nu} \quad (1.33)$$

De tal forma que el Lagrangiano invariante de norma para este sector es como sigue

$$\mathcal{L}^{YM} = -\frac{1}{2}\text{Tr}[W_{\mu\nu}W^{\mu\nu}] - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu}, \quad (1.34)$$

$$\mathcal{L}^{YM} = -\frac{1}{4}W_{\mu\nu}^i W^{i\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu}. \quad (1.35)$$

Se introducen los términos $\hat{W}_{\mu\nu}^\pm$, que se definen por las siguientes ecuaciones

$$\hat{W}_{\mu\nu}^+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_{\mu\nu}^1 - iW_{\mu\nu}^2), \quad (1.36)$$

$$\hat{W}_{\mu\nu}^- = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_{\mu\nu}^1 + iW_{\mu\nu}^2), \quad (1.37)$$

los cuales permiten reescribir el Lagrangiano \mathcal{L}^{YM} de la siguiente manera

$$\mathcal{L}^{YM} = -\frac{1}{2}\hat{W}_{\mu\nu}^+\hat{W}^{-\mu\nu} - \frac{1}{4}W_{\mu\nu}^3W^{3\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu}. \quad (1.38)$$

Se introducen de manera explícita los tensores con carga eléctrica, es decir, $W_{\mu\nu}^+$ y $W_{\mu\nu}^-$. Estos se definen a continuación,

$$\hat{W}_{\mu\nu}^+ = W_{\mu\nu}^+ + ig(W_\mu^+W_\nu^3 - W_\mu^3W_\nu^+), \quad (1.39)$$

$$\hat{W}_{\mu\nu}^+ = (\partial_\mu - igW_\mu^3)W_\nu^+ - (\partial_\nu - igW_\nu^3)W_\mu^+, \quad (1.40)$$

$$\hat{W}_{\mu\nu}^+ = \hat{D}_\mu W_\nu^+ - \hat{D}_\nu W_\mu^+, \quad (1.41)$$

donde \hat{D}_μ y \hat{D}_ν están dados como

$$\hat{D}_\mu = \partial_\mu - igW_\mu^3, \quad (1.42)$$

$$\hat{D}_\nu = \partial_\nu - igW_\nu^3, \quad (1.43)$$

por otro lado, la ecuación (1.36) cumple lo siguiente:

$$(\hat{W}_{\mu\nu}^+)^\dagger = \hat{W}_{\mu\nu}^-. \quad (1.44)$$

Los campos eigenestados de masa, definidos en el sector de Higgs, como, W_μ^+ y W_μ^- , asociados con los bosones W^\pm , se definen en términos de los campos de norma W_μ^1 y W_μ^2 por,

$$W_\mu^+ = \frac{1}{2}\left(W_\mu^1 - iW_\mu^2\right), \quad (1.45)$$

$$W_\mu^- = \frac{1}{2}\left(W_\mu^1 + iW_\mu^2\right), \quad (1.46)$$

por otro lado, los campos asociados al bosón Z y al fotón A , son introducidos a través de una matriz de rotación,

$$\begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_W & s_W \\ -s_W & c_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix}. \quad (1.47)$$

Al usar la ecuación (1.31) en términos de los campos de eigenestados de masa Z_μ , A_μ y W^\pm se encuentra el tensor neutro

$$\hat{W}_{\mu\nu}^3 = W_{\mu\nu}^3 = s_W F_{\mu\nu} + c_W Z_{\mu\nu} + ig(W_\mu^- W_\nu^+ - W_\mu^+ W_\nu^-), \quad (1.48)$$

donde

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu, \quad (1.49)$$

$$Z_{\mu\nu} = \partial_\mu Z_\nu - \partial_\nu Z_\mu, \quad (1.50)$$

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu, \quad (1.51)$$

lo cual implica que $\Rightarrow B_{\mu\nu} = c_W F_{\mu\nu} - s_W Z_{\mu\nu}$ con $F_{\mu\nu}$ representando el tensor de campo electromagnético.

De esta manera, el Lagrangiano del sector de Yang-Mills toma la siguiente forma

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{YM} = & -\frac{1}{2}W_{\mu\nu}^+W^{-\mu\nu} - \frac{1}{4}Z_{\mu\nu}Z^{\mu\nu} - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + ig s_w F_{\mu\nu}W^{-\mu}W^{+\nu} \\ & + ig c_w Z_{\mu\nu}W^{-\mu}W^{+\nu} - g^2(W_\mu^-W_\nu^+ - W_\mu^+W_\nu^-)(W^{-\mu}W^{+\nu} - W^{+\mu}W^{-\nu}). \end{aligned} \quad (1.52)$$

En este Lagrangiano se encuentran las partes cinéticas de los cuatro bosones de norma y sus autointeracciones.

1.2.4. Sector de Yukawa

En el ME, la masa de los fermiones es un resultado del Mecanismo de Higgs mediante la presencia de los acoplamientos de Yukawa de los campos fermiónicos con el doblete de Higgs [34]. Un término de masas de fermiones debe involucrar un acoplamiento de campos izquierdos y derechos. Así, se ve claro que los neutrinos son no masivos, puesto que estos campos no tienen componente derecha. Se empieza analizando el caso de los leptones y posteriormente el caso de los quarks.

Este sector tiene el propósito de dotar de masa a los fermiones vía el RES electrodébil; ya que los estados de helicidad se definen en diferentes representaciones del grupo, no es posible definir sus masas en forma invariante de norma. Además, dicho sector contiene invariantes que se construyen como productos de campos de norma que vinculan fermiones de diferente helicidad acoplados al doblete de Higgs. En la teoría electrodébil, debido a la ausencia de neutrinos de helicidad derecha, están prohibidos los acoplamientos de Yukawa que generarían su posibles masas, por lo tanto, éstos no tienen ninguna manifestación física en dicho sector.

El Lagrangiano renormalizable que representa al sector de Yukawa se puede descomponer en dos partes independientes, tal como se aprecia a continuación:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_q^Y + \mathcal{L}_l^Y, \quad (1.53)$$

donde \mathcal{L}_q^Y y \mathcal{L}_l^Y son los lagrangianos de los sectores de quarks y de leptones, respectivamente. A continuación se estudian brevemente cada uno de estos sectores.

Sector de Yukawa para quarks

Debido a que en el caso de los quarks existen estados derechos asociados a los dos miembros del doblete izquierdo, es necesario considerar otro objeto que transforme covariantemente bajo el grupo $SU_L(2)$, cuya forma está dada a continuación por,

$$\tilde{\Phi} = i\sigma^2\Phi^* = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi^- \\ \phi^+ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{v+H-iGz}{\sqrt{2}} \\ -G_W^- \end{pmatrix}, \quad (1.54)$$

donde σ^2 es una de las matrices de Pauli. $\tilde{\Phi}$ también tiene valor de hipercarga $Y = +1$. Con la ayuda de este objeto se puede escribir el Lagrangiano del sector de Yukawa de quarks como

$$\mathcal{L}_q^Y = -Y_{ij}^u \bar{Q}'_{iL} \tilde{\Phi} u'_{jR} - Y_{ij}^d \bar{Q}'_{iL} \Phi d'_{jR} + h.c., \quad (1.55)$$

donde Y_{ij}^u, Y_{ij}^d son constantes arbitrarias, llamadas constantes de acoplamiento de Yukawa. Aquí los símbolos primados denotan los estados de norma. Este Lagrangiano no conserva el sabor, ya que las matrices $Y^{u,d}$ no están sujetas a ningún tipo de restricción, en particular, no son diagonales y la presencia de dichas matrices indica que pueden existir mezclas entre fermiones, entonces es necesario diagonalizarlas para encontrar los eigenestados de masa.

En términos de los vectores en el espacio de sabor definidos por

$$U' = \begin{pmatrix} u' \\ c' \\ d' \end{pmatrix}, \quad D' = \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix}, \quad (1.56)$$

y de las matrices de masa se tiene que

$$M_{ij}^u = \frac{v}{\sqrt{2}} Y_{ij}^u, \quad M_{ij}^d = \frac{v}{\sqrt{2}} Y_{ij}^d, \quad (1.57)$$

por tanto, el Lagrangiano de Yukawa para quarks se puede escribir como sigue

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_q^Y = & - \left(1 + \frac{H}{v}\right) (\bar{U}'_L M^u U'_R + \bar{D}'_L M^d D'_R + \frac{i}{v} G_Z (\bar{U}'_L M^u U'_R - \bar{D}'_L M^d D'_R)) \\ & - \frac{\sqrt{2}}{v} G_W^- \bar{D}'_L M^u U'_R + \frac{\sqrt{2}}{v} G_W^+ \bar{U}'_L M^d D'_R + h.c. \end{aligned} \quad (1.58)$$

Las masas de los quarks se encuentran al diagonalizar la parte cuadrática del Lagrangiano. Es así que se definen los campos de masa mediante las siguientes transformaciones

$$U_{L,R} = V_{L,R}^u U'_{L,R}, \quad D_{L,R} = V_{L,R}^d D'_{L,R}, \quad (1.59)$$

donde las matrices $V_{L,R}^{u,d}$ son matrices unitarias.

En álgebra lineal existe un teorema que garantiza que para cualquier matriz M , es posible encontrar dos matrices unitarias A y B , tales que AMB sea real y diagonal. Dado que las matrices $V_{L,R}^{u,d}$ son unitarias, el teorema mencionado nos garantiza que las matrices $V_L^{u,d} M^{u,d} V_R^{u,d+}$ sean reales y diagonales, como debe ser ya que los elementos de la diagonal

representan a las masas de los quarks. Entonces, en términos de los campos de masa U y D , el Lagrangiano de Yukawa para quarks se puede escribir como,

$$\mathcal{L}_q^Y = - \left(1 + \frac{H}{v} \right) (\bar{U} \bar{M}^u U + \bar{D} \bar{M}^d D) + h.c., \quad (1.60)$$

con $\bar{M}^{u,d}$ siendo matrices de masas dadas por

$$\bar{M}^u = V_L^u M^u V_R^{u\dagger} = \begin{pmatrix} m_u & 0 & 0 \\ 0 & m_c & 0 \\ 0 & 0 & m_t \end{pmatrix} \quad (1.61)$$

y

$$\bar{M}^d = V_L^d M^d V_R^{d\dagger} = \begin{pmatrix} m_d & 0 & 0 \\ 0 & m_s & 0 \\ 0 & 0 & m_b \end{pmatrix}, \quad (1.62)$$

de esta manera, en términos de los campos de masa, el sector de Yukawa de quarks conserva el sabor, es decir, el bosón de Higgs sólo se acopla a pares del mismo tipo de quarks.

Sector de Yukawa para leptones

En el caso de los leptones, considerando que no existen estados de helicidad derecha de neutrinos, podemos escribir el Lagrangiano para este sector como

$$\mathcal{L}_l^Y = -Y_{ij}^l \bar{L}'_{iL} \Phi'_{jR} + h.c., \quad (1.63)$$

donde Y_{ij}^l son las componentes de la matriz de Yukawa.

En términos de los campos en el espacio de sabor

$$E' = \begin{pmatrix} e' \\ \mu' \\ \tau' \end{pmatrix}, \quad \nu' = \begin{pmatrix} \nu'_e \\ \nu'_\mu \\ \nu'_\tau \end{pmatrix} \quad (1.64)$$

y de la matriz de masa siguiente:

$$M_{ij}^l = \frac{v}{\sqrt{2}} Y_{ij}^l, \quad (1.65)$$

podemos escribir el Lagrangiano de Yukawa para leptones como

$$\mathcal{L}_l^Y = - \left(1 + \frac{H}{v} \right) \bar{E}'_L M^l E'_R - \frac{i}{v} G_Z \bar{E}'_L M^l E'_R - \frac{\sqrt{2}}{v} G_W^+ \bar{\nu}' M^l E'_R + h.c. \quad (1.66)$$

De manera análoga al caso de quarks, las masas de los leptones se definen diagonalizando la parte cuadrática del Lagrangiano anterior. Como antes, se definen los campos de masa mediante las siguientes transformaciones

$$E_{L,R} = V_{L,R}^l E'_{L,R}, \quad \nu = V'_{L} \nu'_L, \quad (1.67)$$

donde $V_{L,R}^l$ son matrices de rotación unitarias. Así, en términos de los campos de masa, el Lagrangiano de Yukawa para leptones se escribe como

$$\mathcal{L}_l^Y = - \left(1 + \frac{H}{v} \right) \bar{E} \bar{M}^l E - \frac{i\gamma^5}{v} G_Z \bar{E} \bar{M}^l E - \frac{\sqrt{2}}{v} (G_W^+ \bar{\nu} \bar{M}^l P_R E + G_W^- \bar{E} \bar{M}^l P_L \nu). \quad (1.68)$$

Puesto que siempre es posible encontrar las matrices unitarias $V_{L,R}^l$ tales que $\bar{M}^l = V_L^l M^l V_R^{l\dagger}$ sea real y diagonal, como se requiere para definir los términos de masa. La matriz \bar{M}^l queda dada por

$$\bar{M}^l = \begin{pmatrix} m_e & 0 & 0 \\ 0 & m_\mu & 0 \\ 0 & 0 & m_\tau \end{pmatrix}, \quad (1.69)$$

siendo los elementos de la diagonal las masas de los leptones cargados.

Como ocurre en el sector de quarks, en términos de los campos de masa, el sector de Yukawa para leptones conserva el sabor, es decir, el bosón de Higgs sólo se acopla al mismo tipo de leptón cargado.

1.2.5. Sector de corrientes

En esta sección nos enfocamos en los sectores cinéticos de quarks y leptones, ya que es ahí donde se presentan las interacciones de los campos de norma del grupo electrodébil con los fermiones. Esto se genera sustituyendo la derivada ordinaria en los términos cinéticos de los fermiones quirales por la derivada covariante asociada al grupo electrodébil, lo que da lugar a la presencia de términos de interacción caracterizados por las estructuras de Lorentz γ_μ y $\gamma_\mu \gamma_5$. A los acoplamientos de pares de fermiones con el bosón W^\pm se les conoce como corrientes cargadas. Las corrientes cargadas débiles son las únicas interacciones en el ME que cambian sabor, mientras que a los acoplamientos con los bosones Z y A se les denomina corrientes neutras. El Lagrangiano asociado, con la propiedad de invariancia de norma, se puede descomponer en dos partes, a saber,

$$\mathcal{L}^C = \mathcal{L}_q^C + \mathcal{L}_l^C, \quad (1.70)$$

donde \mathcal{L}_q^C y \mathcal{L}_l^C representan los sectores de corrientes de quarks y de leptones, respectivamente.

Sector de corrientes para quarks

El Lagrangiano para quarks en este sector, en términos de los campos de norma, conserva el sabor y está dado por

$$\mathcal{L}_q^C = i\bar{Q}'_{iL} \gamma^\mu D_\mu Q'_{iL} + i\bar{u}'_{iR} \gamma^\mu D_\mu u'_{iR} + i\bar{d}'_{iR} \gamma^\mu D_\mu d'_{iR}, \quad (1.71)$$

que se puede escribir de la siguiente manera,

$$\mathcal{L}_q^C = i\bar{Q}'_{iL}\not{D}Q'_{iL} + i\bar{u}'_{iR}\not{D}u'_{iR} + i\bar{d}'_{iR}\not{D}d'_{iR} \quad (1.72)$$

donde $Q' = \begin{pmatrix} u'_i \\ d'_i \end{pmatrix}_L$. Después de expresar en términos de los campos de masa el Lagrangiano de la ecuación (1.71) se reescribe como

$$\mathcal{L}_q^C = i\bar{U}\gamma^\mu\partial_\mu U + i\bar{D}\gamma^\mu\partial_\mu D + \frac{g}{\sqrt{2}}(W_\mu^+ J^{-\mu} + J_\mu^+ W^{-\mu}) + \frac{g}{2c_W}Z_\mu J_Z^\mu + eA_\mu J_A^\mu, \quad (1.73)$$

donde las corrientes cargadas, $J^{-\mu}$, y neutras, J_Z^μ y J_A^μ , están definidas de la siguiente manera:

$$J^{-\mu} = \bar{U}_L\gamma^5 K D_L, \quad (1.74)$$

$$J_Z^\mu = \bar{U}\gamma^\mu(g_V^u + g_A^u\gamma^5)U + \bar{D}\gamma^\mu(g_V^d + g_A^d\gamma^5)D, \quad (1.75)$$

$$J_A^\mu = \bar{U}\gamma^\mu U + \bar{D}\gamma^\mu D, \quad (1.76)$$

siendo $K = V_L^u V_L^{d\dagger}$ la matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM), mientras que $g_V^{u_i}$ y $g_A^{u_i}$ son constantes de acoplamiento que dependen esencialmente de la carga del quark u_i ($u_i = u, d$). Debido a la unitariedad de las matrices $V_{L,R}^{u,d}$, en el ME las corrientes neutras conservan el sabor, sin embargo, en las corrientes cargadas se dan transiciones entre diferentes familias a través de la matriz de CKM. La presencia de corrientes cargadas con cambio de sabor a nivel árbol da lugar a la aparición de corrientes neutras con cambio de sabor a nivel de un lazo.

Sector de corrientes para leptones

Debido a la ausencia de neutrinos derechos, el Lagrangiano de corrientes para leptones, está dado por

$$\mathcal{L}_l^C = i\bar{\mathcal{L}}'_{iL}\gamma^\mu D_\mu L'_{iL} + i\bar{l}'_{iR}\gamma^\mu D_\mu l'_{iR}, \quad (1.77)$$

el cual conserva sabor como en el caso de los quarks. En la base de masas este Lagrangiano se puede reescribir como

$$\mathcal{L}_l^C = i\bar{E}_i\gamma^\mu\partial_\mu E_i + i\bar{\nu}_L\gamma^\mu\partial_\mu\nu_L + \frac{g}{\sqrt{2}}(W_\mu^+ J^{-\mu} + J_\mu^+ W^{-\mu}) + \frac{g}{2c_W}Z_\mu J_Z^\mu + eA_\mu J_A^\mu, \quad (1.78)$$

donde al igual que para los quarks, se han introducido las corrientes cargadas $J^{-\mu}$ y neutras J_Z^μ y J_A^μ , que están dadas de la siguiente manera

$$J^{-\mu} = \bar{\nu}_L\gamma^\mu E_L, \quad (1.79)$$

$$J_Z^\mu = \bar{\nu}\gamma^\mu(g_V^\nu + g^\nu\gamma^5)\nu + \bar{E}\gamma^\mu(g_V^E + g_A^E\gamma^5)E, \quad (1.80)$$

$$J_A^\mu = \bar{\nu}_L\gamma^\mu\nu_L + \bar{E}\gamma^5 E, \quad (1.81)$$

con $g_L^{l_i}$ y $g_A^{l_i}$ ($l_i = \nu, E$) son constantes de acoplamiento que dependen de los números cuánticos con que se acomodan los leptones en el grupo electrodébil. En este caso, debido a la ausencia de neutrinos derechos, las corrientes cargadas y neutras conservan el sabor a todo orden en la serie perturbativa. Es importante señalar que la ausencia de interacciones entre leptones de diferentes familias mediadas por el bosón débil cargado, en contraste con lo que ocurre con los quarks, no sólo se debe a la inexistencia de neutrinos derechos, sino también a que el sector de corrientes es originalmente invariante de sabor.

1.3. El Lagrangiano de QCD

La Cromodinámica Cuántica (QCD, por sus siglas en inglés) es la teoría que describe las interacciones entre gluones y quarks mediante el requerimiento de invariancia de norma local. Al imponer la condición de renormalizabilidad se termina por delinear la forma del Lagrangiano asociado; es así que esta teoría es de tipo Yang-Mills cimentada en el grupo de norma $SU_C(3)$, por lo cual el Lagrangiano de QCD adquiere la siguiente forma

$$L^{QCD} = -\frac{1}{2}Tr[G_{\mu\nu}G^{\mu\nu}] + \bar{q}_i(i\gamma^\mu D_\mu - m_i)q_i, \quad (1.82)$$

donde $q_i = (u, d, s, c, b, t)$ son los campos de quarks con masas m_i y D_μ es la derivada covariante dada como

$$D_\mu = \partial_\mu - ig_s G_\mu \quad (1.83)$$

y

$$G_{\mu\nu} = \partial_\mu G_\nu - \partial_\nu G_\mu - ig_s [G_\mu, G_\nu], \quad (1.84)$$

con $G_\mu = G_\mu^a \lambda^a / 2$, siendo λ^a las matrices de Gell-Mann (que son los generadores del grupo $SU_C(3)$), las cuales satisfacen la siguiente relación de conmutación

$$[\lambda^a, \lambda^b] = 2if^{abc}\lambda^c, \quad (1.85)$$

cuya condición de normalización es:

$$Tr[\lambda^a, \lambda^b] = 2\delta^{ab}, \quad (1.86)$$

Los campos de norma de la interacción fuerte G_μ , son denominados “gluones” y existen 8 diferentes de acuerdo con la simetría de norma $SU_C(3)$. Incluso, como se trata de una teoría no abeliana, como en el caso de la interacción débil, los gluones interactúan entre sí, por lo tanto, surgen vértices trilineales y cuárticos. Además, en analogía con la parte electrodébil de la teoría en el Lagrangiano de interacción entre fermiones y bosones de norma aparecen los acoplamientos entre quarks y gluones.

Capítulo 2

Modelos Extendidos

En el presente trabajo se pretende analizar el proceso de decaimiento de un quark top a un quark $charm$ y un bosón Z con el objetivo de incorporar el cambio de sabor en presencia de corrientes neutras con cambio de sabor (CNCS). Se describen diferentes modelos extendidos del ME que proponen la existencia de un bosón neutro al que denominan Z' . La finalidad al resolver este problema es mostrar que la teoría que sustenta esta fenomenología se puede extender a muchos modelos de gran unificación. Experimentalmente, la violación de sabor se ha detectado en fermiones neutros, es decir, en oscilaciones de neutrinos, sin embargo, la propuesta de esta tesis es estudiarla en el contexto de fermiones cargados.

2.1. Corrientes neutras que cambian de sabor

Las corrientes neutras que cambian de sabor son transiciones de fermiones de distinto sabor en donde no cambia la carga eléctrica. Las corrientes neutras que cambian de sabor tienen similitud con la violación CP , con C simetría de carga y P simetría de paridad, y con momentos dipolares eléctricos, en el sentido de que en muchos casos son fenómenos altamente suprimidos en el ME, pero pueden verse aumentados en extensiones del ME. Los acoplamientos con el bosón Z en el ME son diagonales en sabor a nivel árbol debido al mecanismo de GIM [1]. Las CNCS ocurren en el ME solamente al nivel de correcciones en lazos cuánticos.

Muchos de los modelos propuestos presentan CNCS, y en ocasiones incluyen nuevas fuentes de violación CP . En varios casos los efectos nuevos surgen a nivel árbol, los cuales compiten con los efectos a nivel de lazos en el ME. Un caso particular en el ME es una simetría de sabor leptónico. Procesos tales como $\mu \rightarrow e\gamma$ están esencialmente prohibidos en el ME, pero permitidos en algunas extensiones del ME.

Un tipo diferente de nueva física, que lleva a CNCS, son efectos que involucran bosones de norma pesados, como el Z' , con acoplamientos no-universales que presentan violación de GIM [1].

Lo que es claro es que las CNCS y los decaimientos raros tienen un gran efecto en la búsqueda de nueva física. Los efectos que involucran al quark top y otros miembros de la tercera generación son de especial interés, ya que son mucho más pesadas que las otras dos generaciones y pueden jugar un papel fundamental en la nueva física. Los decaimientos

del quark *top* están siendo estudiados de manera extensa en el LHC ya que darían lugar a nuevas interacciones. A continuación se presenta el lagrangiano que describe a las CNCS.

2.2. Lagrangiano de corrientes neutras con cambio de sabor

En vista de que el objetivo principal de la tesis radica en analizar la finitud (se cancelen las divergencias) del proceso de decaimiento $t \rightarrow cZ$, inducido por el acoplamiento $Z'tc$, el enfoque se centra exclusivamente en el sector extendido donde ocurren las CNCS mediadas por el bosón de norma neutro Z' . El modelo extendido más simple que predice la existencia de este bosón de norma neutro débil tiene sus fundamentos en el grupo de norma electrodébil extendido $SU_L(2) \times U_Y(1) \times U'(1)$.

Por tanto, se utiliza el Lagrangiano renormalizable más general donde están incluidas las CNCS mediadas por el bosón de norma Z' . Dicho Lagrangiano se escribe de la siguiente manera:

$$\mathcal{L}_{NC} = \sum_{ij} \left[\bar{f}_i \gamma^\alpha (\Omega_{L f_i f_j} P_L + \Omega_{R f_i f_j} P_R) f_j + \bar{f}_j \gamma^\alpha (\Omega_{L f_j f_i}^* P_L + \Omega_{R f_j f_i}^* P_R) f_i \right] Z'_\alpha, \quad (2.1)$$

donde f_i y f_j son cualquier fermión del ME y Z'_α es el bosón de norma neutro predicho por diversas extensiones del ME [35], [36], [37]. Los parámetros $\Omega_{L f_i f_j}$ y $\Omega_{R f_i f_j}$ representan la intensidad del acoplamiento $Z' f_i f_j$. El Lagrangiano de la ecuación (2.1) se presenta en forma general, es decir, incluye aquellos acoplamientos que violan sabor como también aquellos que lo conservan. Estos acoplamientos son mediados por el bosón de norma Z' . Los acoplamientos a dos fermiones con el mismo sabor están relacionados con el parámetro Ω de la siguiente forma:

$$\Omega_{L f_i f_i} = -g_2 Q_L^{f_i}, \quad (2.2)$$

y por

$$\Omega_{R f_i f_i} = -g_2 Q_R^{f_i}, \quad (2.3)$$

donde los valores de $Q_{L,R}^{f_i}$ [38], [39], [40] se muestran en la Tabla 2.1 y al término g_2 se le denomina como el factor de acoplamiento del bosón de norma Z' .

En el presente trabajo de tesis se considera al bosón Z' proveniente de los siguientes modelos extendidos del ME: El modelo secuencial denotado por Z_S [41], el modelo con simetría izquierda-derecha denotado por $Z_{L,R}$ [36], el Z_χ que surge del rompimiento de $SO(10) \rightarrow SU(5) \times U(1)$, el Z_ψ que surge del grupo $E_6 \rightarrow SO(10) \times U(1)$ y el Z_η que aparece en diversos modelos inspirados en supercuerdas [42]. Para estos diferentes modelos extendidos los acoplamientos de norma de Z' son de la forma siguiente:

$$g_2 = \sqrt{\frac{5}{3}} \sin \theta_W g_1 \lambda_g, \quad (2.4)$$

donde $g_1 = g/\cos\theta_W$, g es la constante de acoplamiento débil, θ_W es el ángulo de mezcla débil y λ_g depende del patrón de ruptura de la simetría, $O(1)$ [38], [43]. En el modelo secuencial Z , el acoplamiento de norma $g_2 = g_1$.

	Q_L^u	Q_R^u	Q_L^d	Q_R^d	Q_L^e	Q_R^e	Q_L^ν
Z_S	0.3456	-0.1544	-0.4228	0.0772	-0.2684	0.2316	0.5
$Z_{L,R}$	-0.08493	0.5038	-0.08493	-0.6736	0.2548	-0.3339	0.2548
Z_χ	$\frac{-1}{2\sqrt{10}}$	$\frac{1}{2\sqrt{10}}$	$\frac{-1}{2\sqrt{10}}$	$\frac{1}{2\sqrt{10}}$	$\frac{3}{2\sqrt{10}}$	$\frac{-3}{2\sqrt{10}}$	$\frac{3}{2\sqrt{10}}$
Z_ψ	$\frac{1}{\sqrt{24}}$	$\frac{-1}{\sqrt{24}}$	$\frac{1}{\sqrt{24}}$	$\frac{-1}{\sqrt{24}}$	$\frac{1}{\sqrt{24}}$	$\frac{-1}{\sqrt{24}}$	$\frac{1}{\sqrt{24}}$
Z_η	$\frac{-2}{2\sqrt{10}}$	$\frac{2}{2\sqrt{15}}$	$\frac{-2}{2\sqrt{15}}$	$\frac{2}{2\sqrt{15}}$	$\frac{1}{2\sqrt{15}}$	$\frac{-1}{2\sqrt{15}}$	$\frac{1}{2\sqrt{15}}$

Tabla 2.1: Acoplamientos quirales en modelos extendidos.

2.3. Bosón de Norma neutro Z'

El bosón de norma neutro extra Z' es una partícula hipotética de carga neutra y cuya masa es mucho mayor respecto a la masa del bosón Z del ME. Ambas partículas comparten el mismo espín ($s = 1$); además de que Z' es su propia antipartícula. La búsqueda de esta partícula ha cobrado interés en la comunidad experimental debido a que actualmente se cuenta con un colisionador el cual alcanza energías del orden de TeV en su centro de masa. Las interacciones del bosón Z' con violación de sabor generalmente están presentes en modelos con una simetría de norma extra $U(1)$. A continuación se describen algunos aspectos importantes de los modelos que proponen la existencia del bosón Z' .

2.3.1. Modelo secuencial

En el LHC, particularmente en los detectores ATLAS y CMS, se llevan a cabo una gran cantidad de experimentos para la búsqueda del bosón Z' . Un modelo ampliamente utilizado en estas búsquedas es el Modelo Estandar Secuencial (MES). Este modelo propone un bosón de norma Z' con las mismas constantes de acoplamiento que tiene Z en el ME y con espín $s = 1$. Resultados de la búsqueda en colisiones protón-protón a $\sqrt{s} = 7.8$ y 13 TeV excluyen masas por debajo de 3.75 y 2.1 TeV en los canales $\mu\mu$ y $\tau\tau$ respectivamente [44].

2.3.2. Modelo con simetría izquierda-derecha

El modelo con simetría izquierda-derecha propone el bosón Z' identificado como $Z_{L,R}$ y está basado en un grupo de simetría de norma $SU_C(3) \times SU_L(2) \times SU_R(2) \times U_{B-L}(1)$. Este modelo a bajas energías reproduce todas las características del modelo $SU_L(2) \times U_Y(1)$ y además introduce neutrinos derechos. Otras de las consideraciones de este modelo es que también dota de masa a los neutrinos [45].

2.3.3. Modelo 3-3-1

El modelo 3-3-1 es una extensión del ME que propone la existencia de un Z' cuyo sustento matemático es el grupo de simetría $SU_C(3) \times SU_L(3) \times U_\chi(1)$. Algunas de las características interesantes de estos modelos es que surgen como una alternativa interesante para explicar el origen de las “generaciones de familias”, en donde las tres familias del ME son necesarias para cancelar las anomalías quirales [46].

2.3.4. Modelos de pequeño Higgs

Los modelos de pequeño Higgs (en inglés es “The Littlest Higgs”) están basados en un complejo sistema de simetrías y mecanismos de rompimiento de estas. La física de esta teoría proviene de un modelo sigma no lineal con un grupo de simetría global $SU(5)$ [47], [48]. Una de sus características es que la cancelación de sus divergencias cuadráticas ocurre entre las partículas con la misma estadística, es decir, divergencias debido a bosones de norma son canceladas por nuevos bosones de norma y lo mismo puede suceder para el caso de los quarks [48].

2.3.5. Modelos de gran unificación E_6

Los modelos de rompimiento E_6 estudian el bosón Z' basados en teorías de norma extendidas o en teorías de gran unificación. El bosón Z_χ proviene de modelos con rompimiento electrodébil de $SO(10) \rightarrow SU(5) \times U_\chi(1)$. El bosón Z' , llamado Z_ψ , aparece después del rompimiento del grupo E_6 a $SO(10) \times U_\psi(1)$. El bosón Z_η surge de una combinación lineal del bosón de norma Z_χ y del bosón de norma Z_ψ , dada explícitamente como $Z'_\eta = \sqrt{\frac{3}{8}}Z_\chi - \sqrt{\frac{5}{8}}Z_\psi$ [49]; este nuevo bosón de norma neutro surgirá de rompimientos de grupos de norma grandes que se asemejan a los que aparecen en teorías de supercuerdas. En particular, en el modelo E_6 con un grupo de norma extra $U'(1)$, la carga de $U'(1)$ es una combinación lineal de $U_\psi(1)$ y $U_\chi(1)$ tal que

$$Q = Q_\chi \cos \beta + Q_\psi \sin \beta, \quad (2.5)$$

donde β es un ángulo de mezcla con rango $0 \leq \beta \leq \pi$. Específicamente, en los modelos donde surgen Z_χ , Z_ψ y Z_η se tiene que $\beta = 0, \frac{\pi}{2}, -\arctan \sqrt{\frac{5}{3}}$ respectivamente [49], [50].

2.4. Búsqueda experimental del bosón Z'

En esta sección se discute brevemente la búsqueda experimental del bosón Z' en el Tevatrón (acelerador de partículas de Fermilab) y en el gran colisionador de hadrones LHC (The Large Hadron Collider, por sus siglas en inglés):

- El Tevatrón fue un colisionador de protones y antiprotones de alta energía; operó realizando colisiones a la escala de GeVs. Debido a la muy alta energía que llegó a disponer para estas colisiones hizo posible la producción de partículas pesadas, es así que haremos mención de algunos datos experimentales sobre el bosón pesado

Z' . En 2006, el Tevatrón de Fermilab excluye que los bosones Z' posean masas por debajo de 800 GeV con un 95 % de nivel de confianza [51]. Esto fue presentado en eventos de dielectrones producidos en colisiones protón-antiprotón ($p\bar{p}$) en CDF II (the Collider Detector at Fermilab II). En el año 2010, la colaboración experimental CDF de Fermilab establece que de existir un bosón Z' su masa debe ser mayor que 1071 GeV. Este resultado es obtenido a partir del hipotético decaimiento a pares de muones con 4.6 fb^{-1} de colisiones.

- En los experimentos del LHC, como lo son ATLAS (A Toroidal LHC ApparatuS, por su siglas en inglés) y CMS (Compact Muon Solenoid, por sus siglas en inglés) se están buscando evidencias de física más allá del ME. En la nueva era de las colisiones de partículas se explora física que pudiera estar presente a la escala de TeVs. En este sentido, se comentan algunos datos sobre la masa del bosón Z' . En 2012, el detector ATLAS indica que la masa de dicho bosón debe ser mayor que 2.49 TeV; este resultado se presenta con base al análisis de colisiones protón-protón (pp) a una energía en su centro de masa de 8 TeV con una luminosidad integrada de aproximadamente $5.9 (e^+e^-) / 6.1 (\mu^+\mu^-) \text{ fb}^{-1}$, a un 95 % de nivel de confianza [52]. En el mismo año, el CMS impone su límite experimental sobre la masa del bosón Z' , el cual dice que debe ser mayor a 2.59 TeV; este resultado es obtenido utilizando los datos de colisiones (pp) a una energía de centro de masa de 8 TeV, con una luminosidad integrada de 4.1 fb^{-1} , y a un 95 % de nivel de confianza [53]. Actualmente, las colaboraciones ATLAS y CMS han reportado nuevos límites experimentales sobre la masa del bosón Z' ; estos experimentos encuentran que la masa de dicho bosón debe ser mayor que 2.9 TeV [54] para el modelo estándar secuencial.

Hoy en día, la colaboración experimental ATLAS reporta límites inferiores sobre la masa del bosón Z' , a un 95 % de nivel de confianza, usando una interpretación Bayesiana. El límite sobre Z secuencial en el canal dileptónico es de 3.03 TeV y para el caso de modelos basados sobre E_6 tales como $Z'_\chi \times Z'_\psi$ son de 3.08 TeV y 2.79 TeV respectivamente. Estos resultados fueron obtenidos usando la masa espectral observada del canal ee y $\mu\mu$ en las colisiones pp operando a $\sqrt{s} = 13 \text{ TeV}$ con una luminosidad integrada de 3.2 fb^{-1} . Los límites inferiores observados para diversos escenarios sobre la masa del Z' son resumidos en la Tabla 2.2 (para mayores detalles consultar la referencia [55]).

Partícula	ee [TeV]	$\mu\mu$ [TeV]	ll [TeV]
Z'_χ	2.88	2.71	3.08
Z'_S	2.84	2.67	3.03
Z'_η	2.65	2.48	2.85
Z'_ψ	2.58	2.42	2.79

Tabla 2.2: Límites inferiores sobre la masa del bosón Z' para diferentes modelos extendidos.

2.5. El quark Top

Con el descubrimiento del quark top en el año de 1995 en el Tevatrón, la física del top ha pasado de la etapa de búsqueda a la etapa de estudio. Los experimentos de colisión entre protón-antiprotón mostraron la existencia del quark top sólo en una de varias millones de colisiones, fue necesario realizar trillones de colisiones para producirlo. El quark top es la partícula elemental más pesada predicha por el ME. La Tabla 2.3 muestra algunas de sus propiedades.

Quark	Masa (GeV)	Spin	Q	B
t	173.79	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$

Tabla 2.3: Propiedades del quark top.

Debido a que este quark es una partícula muy masiva, es muy inestable y decae muy rápidamente por lo que no forma hadrones con otros quarks. Además, al decaer tan rápidamente no permite que sea observado, sin embargo, deja tras de sí, partículas que indican o dan indicios de su existencia.

En las posteriores mediciones de la masa del quark top han participado varias colaboraciones experimentales, específicamente, ATLAS, CMS, CDF y D0; aquí, mencionaremos el valor reportado por ATLAS en donde, la masa del top en el canal dileptónico (ll), en colisiones pp con $\sqrt{s} = 7$ TeV usando 4.7 fb^{-1} de luminosidad integrada se mide que $m_t = 173.79 \pm 0.54$ (estat.) ± 1.30 (sist.) GeV [56].

Como es sabido, otras de las características principales de cualquier partícula elemental son el tiempo de vida (τ) y la anchura de decaimiento, denotada por $\Gamma = 1/\tau$. Debido a su gran masa, el quark top tiene un tiempo de vida muy corto (τ_t), la predicción del ME es que $\tau_t = 4.99 \times 10^{-25}$ s, lo cual implica que $\Gamma_t = 1.32$ GeV [57]. En contraste, las mediciones experimentales de Γ_t establecen lo siguiente: la colaboración D0 reporta que $\Gamma_t = 2.00^{+0.47}_{-0.43}$ GeV y $\tau_t = 3.29^{+0.90}_{-0.63} \times 10^{-25}$ s [58], mientras que el resultado obtenido por CMS es que $\Gamma_t = 1.36 \pm 0.02$ (estat.) $^{+0.14}_{-0.11}$ (sist.) GeV [59]. De acuerdo al Particle Data Group, el valor adoptado para la anchura total de decaimiento del quark top es de 1.55 GeV [2].

Capítulo 3

Decaimiento del quark top $t \rightarrow cZ$

Una de las posibilidades de decaimiento exótico del top quark (t) es por medio de CNCS a un quark charm (c) y un bosón Z . Este decaimiento es tratado por varios modelos extendidos. De ahí la importancia de este trabajo de tesis, ya que es un campo abierto de área de investigación. Estos decaimientos son altamente suprimidos en el ME y por lo tanto, de observarse, sería una clara señal de que existe nueva física detrás de ellos. En este Capítulo se presentan resultados analíticos en el cálculo de las amplitudes de este proceso. En la Figura 3.1 se muestra el diagrama de Feynman efectivo para el decaimiento $t \rightarrow cZ$ en donde el triángulo negro representa las fluctuaciones cuánticas a nivel de un lazo.

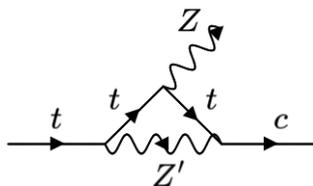


Figura 3.1: Decaimiento del top quark a un quark charm y un bosón de norma neutro mediado por CNCS.

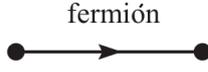
En este trabajo se presentan resultados para el caso del bosón Z . Los modelos referentes al fotón y al gluón ya fueron tratados y presentados con anterioridad en la referencia [60]. Cabe resaltar que para el caso del fotón y del gluón, se tienen bosones sin masa, mientras que el Z es un bosón masivo. Los decaimientos del quark top $t \rightarrow cZ$ han dado lugar a estudios en varios modelos de extensión o de gran unificación tales como el modelo de dos dobletes de Higgs Tipo III (THDM-III) [61], el modelo estándar mínimo supersimétrico (MSSM) [62], el modelo supersimétrico con violación de paridad R (MSSR) [63], el modelo Littlest Higgs con paridad T (LHT) [64], el modelo supersimétrico con simetría izquierda y derecha (Modelo LR) [65].

Para tratar el proceso de decaimiento se necesita construir la amplitud invariante \mathcal{M} y para esto es necesario conocer las reglas de Feynman que nos permitan construir dicha amplitud. En la siguiente sección se presentan las reglas de Feynman para la teoría

Electrodébil del ME que está mediada por los bosones pesados W^\pm y Z .

3.1. Reglas de Feynman para la teoría Electrodébil

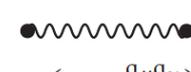
Como parte fundamental en el estudio del decaimiento se encuentra la construcción de las amplitudes para cada uno de los diagramas que describen el proceso. Es por ende importante mencionar y describir las reglas de Feynman que son las que permiten la traducción del diagrama a las amplitudes. En esta sección se describen las reglas de Feynman para la teoría electrodébil que son las necesarias para el decaimiento $t \rightarrow cZ$. Se presentan de manera específica las reglas de propagación y acoplamiento para el bosón de norma Z [66] y se muestran en la Figura 3.2.



$$\frac{i \not{p} + m_f}{p^2 - m_f^2 + i\epsilon}$$

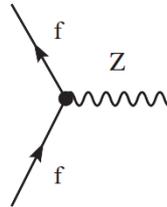
(a)

W, Z bosón



$$\frac{-i \left(g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{m_v^2} \right)}{q^2 - m_v^2 + i\epsilon} \quad m_v = m_W, m_Z$$

(b)



$$\begin{aligned}
 & -i \frac{g_Z}{2} \gamma^\mu [\epsilon_L(f)(1 - \gamma^5) + \epsilon_R(f)(1 + \gamma^5)] \\
 & = -i \frac{g_Z}{2} \gamma^\mu (v_f - a_f \gamma^5) \\
 & g_Z = \frac{e}{\sin \theta_W \cos \theta_W} \\
 & \epsilon_L(f) = I_{3f} - Q_f \sin^2 \theta_W \quad \epsilon_R(f) = -Q_f \sin^2 \theta_W \\
 & v_f = I_{3f} - 2Q_f \sin^2 \theta_W \quad a_f = I_{3f}
 \end{aligned}$$

(c)

Figura 3.2: Reglas de Feynman para la teoría electrodébil.

3.2. Cálculo de las Amplitudes

Para realizar el cálculo de las amplitudes del decaimiento $t \rightarrow cZ$ se necesitan las reglas de Feynman involucradas; las contribuciones de los vértices que violan sabor y las que lo respetan se pueden extraer del Lagrangiano dado por la ecuación (2.1), en específico, las reglas asociadas a los acoplamientos $Z'tc$ y $Z'tt$, siendo t el quark top y c el quark charm, quedan dadas por $-i\gamma^\alpha(\Omega_{Ltu_i}P_L + \Omega_{Rtu_i}P_R)$ y $-ig_2(Q_L^t P_L + Q_R^t P_R)$, respectivamente. Para realizar los cálculos de las amplitudes se utilizará la norma unitaria. Las condiciones cinemáticas para los decaimientos antes mencionados, al hacer uso de la aproximación $m_c = 0$, dado que $m_t \gg m_c$ (173 GeV contra 1.2 GeV), son las siguientes: $q^2 = m_z^2$, $p_t \cdot p_c = (m_t^2 - m_z^2)/2$, $p_t^2 = m_t^2$ y $p_c^2 = 0$, donde p_t es el cuadrimento del quark top, p_c es el cuadrimento del quark charm y q es el cuadrimento del bosón Z . La amplitud del proceso está dada por la siguiente ecuación:

$$\mathcal{M} = \mathcal{M}^\mu \epsilon_\mu^*(\vec{q}, \lambda), \quad (3.1)$$

donde, $\epsilon_\mu^*(\vec{q}, \lambda)$ es el vector de polarización del bosón Z . De tal forma que \mathcal{M}^μ es:

$$\mathcal{M}^\mu = \mathcal{M}_1^\mu + \mathcal{M}_2^\mu + \mathcal{M}_3^\mu \quad (3.2)$$

donde \mathcal{M}_i^μ representa la amplitud del diagrama $i = 1, 2, 3$.

Al seguir estas reglas se puede realizar la traducción de los diagramas de Feynman a sus respectivas amplitudes. En este proceso se tienen tres diagramas a un lazo, en donde están presentes un diagrama de triángulo y dos diagramas de burbuja, compuestos por espinores y partículas virtuales cumpliendo en cada vértice con la conservación de momento, la conservación de la carga y la conservación en el momento angular cuántico. A continuación se escriben las amplitudes de los diagramas mostrados en la Figura 3.3.

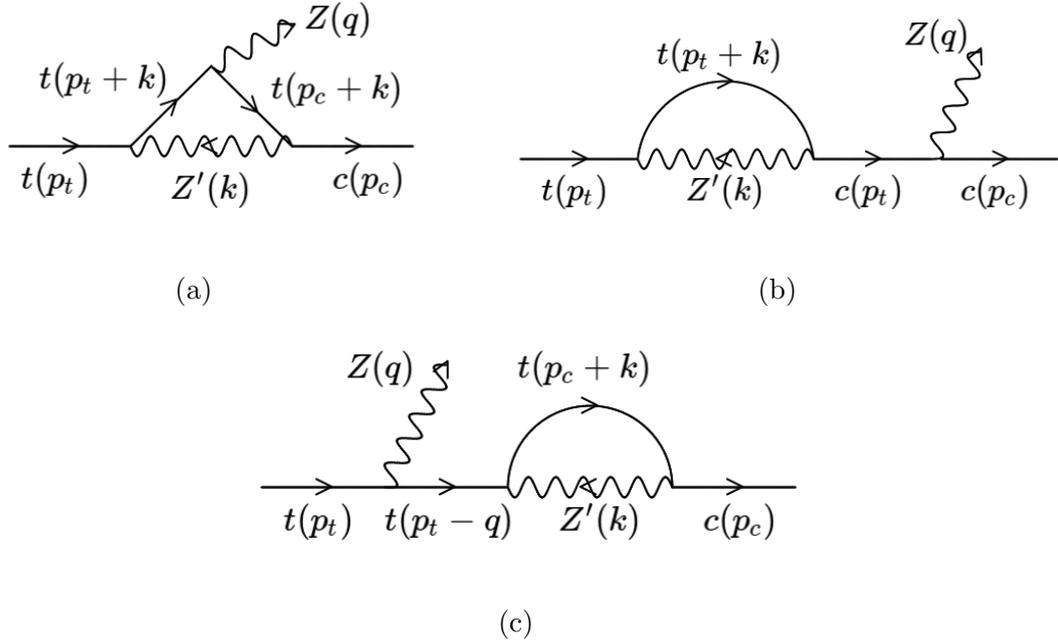


Figura 3.3: Diagramas de Feynman para decaimientos $t \rightarrow cZ$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_1^\mu &= \frac{(-1)^3 i^6 g_w g_2}{2 \cos \theta_w} \bar{u}(p_c) \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \gamma^\alpha (\Omega_{Ltc} P_L + \Omega_{Rtc} P_R) \frac{(\not{p}_c + \not{k} + m_t)}{(p_c + k)^2 - m_t^2} \gamma^\mu (v_f - a_f \gamma^5) \\ &\times \frac{(\not{p}_t + \not{k} + m_t)}{(p_t + k)^2 - m_t^2} \gamma^\beta (Q_L^t P_L + Q_R^t P_R) \frac{1}{k^2 - m_{Z'}^2} \left[-g_{\beta\alpha} + \frac{k_\beta k_\alpha}{m_{Z'}^2} \right] u(p_t), \end{aligned} \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_2^\mu &= \frac{(-1)^3 i^6 g_w g_2}{2 \cos \theta_w} \bar{u}(p_c) \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \gamma^\mu (v_f - a_f \gamma^5) \frac{(\not{p}_t + m_c)}{p_t^2 - m_c^2} \gamma^\alpha (\Omega_{Ltc} P_L + \Omega_{Rtc} P_R) \\ &\times \frac{(\not{p}_t + \not{k} + m_t)}{(p_t + k)^2 - m_t^2} \gamma^\beta (Q_L^t P_L + Q_R^t P_R) \frac{1}{k^2 - m_{Z'}^2} \left[-g_{\beta\alpha} + \frac{k_\beta k_\alpha}{m_{Z'}^2} \right] u(p_t), \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_3^\mu &= \frac{(-1)^3 i^6 g_w g_2}{2 \cos \theta_w} \bar{u}(p_c) \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \gamma^\alpha (\Omega_{Ltc} P_L + \Omega_{Rtc} P_R) \frac{(\not{p}_c + \not{k} + m_t)}{(p_c + k)^2 - m_t^2} \gamma^\beta \\ &\times (Q_L^t P_L + Q_R^t P_R) \frac{(\not{p}_c + m_t)}{p_c^2 - m_t^2} \gamma^\mu (v_f - a_f \gamma^5) \frac{1}{k^2 - m_{Z'}^2} \left[-g_{\alpha\beta} + \frac{k_\alpha k_\beta}{m_{Z'}^2} \right] u(p_t), \end{aligned} \quad (3.5)$$

El cálculo de estas amplitudes se puede realizar por medio de la parametrización de Feynman o utilizando el método de reducción de Passarino-Veltman, lo cual se explican a detalle en el Apéndice B. Nuestros resultados están expresados en términos de las funciones escalares de Passarino-Veltman B_0 y C_0 . Debido a que las funciones escalares B_0 son las que contienen las divergencias ultravioleta, se dice que el proceso es finito si la amplitud está libre de dichas divergencias, es decir, si la suma de funciones escales B_0 se cancelan o se hacen cero exactamente. El hecho de que el proceso sea finito es importante por que nos permite calcular la razón de decaimiento del proceso. Una vez obtenidas las amplitudes, se procede a sumar las tres contribuciones tensoriales y a realizar operaciones algebraicas al aplicar la identidad de Gordon [20], que se muestra en las siguientes ecuaciones:

$$\gamma^\mu = \frac{1}{m_t + m_c} (p_t^\mu + p_c^\mu - i\sigma^{\mu\alpha} q_\alpha), \quad (3.6)$$

$$\gamma^\mu \gamma^5 = \frac{(p_t^\mu + p_c^\mu) \gamma^5 - i\sigma^{\mu\alpha} q_\alpha \gamma^5}{m_c - m_t}. \quad (3.7)$$

Una vez hecho la sustitución de la identidad de Gordon de las ecuaciones anteriores la suma de las amplitudes queda con determinada estructura. La forma que debe tener la amplitud resultante total está dada por lo siguiente:

$$\mathcal{M}^\mu = \bar{u}(p_c) \left[F_1 \sigma^{\mu\alpha} q_\alpha + F_2 \sigma^{\mu\alpha} \gamma^5 q_\alpha \right] u(p_t), \quad (3.8)$$

donde F_1 y F_2 , son los factores de forma y están en términos de funciones escalares B_0 y C_0 . Para que el proceso sea finito se deben de cancelar las divergencias en los factores de forma de modo que la amplitud esté libre de divergencias en general. La amplitud total del proceso, después de aplicar el método de reducción de Passarino-Veltman, utilizando programación simbólica de FeynCalc versión 5.1, es la siguiente:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{M}^\mu = & -\frac{ig_2g_W}{64 \cos \theta_W m_t^3 (m_t^2 - m_z^2)^3 m_{zp}^2 \pi^2} \left[(Q_L^t \Omega_{Ltc} + Q_R^t \Omega_{Rtc}) (gV((m_z^2 m_t^8 - 2m_z^4 m_t^6 \right. \\
 & + 2m_z^2 m_{zp}^2 m_t^6 + m_z^6 m_t^4 - 4m_z^4 m_{zp}^2 m_t^4 + 2m_z^6 m_{zp}^2 m_t^2) + B_{03}(-2m_z^2 m_t^8 - 3m_z^4 m_t^6 \\
 & - 8m_z^2 m_{zp}^2 m_t^6 - m_z^6 m_t^4 + 8m_z^2 m_{zp}^4 m_t^4 - 4m_z^4 m_{zp}^2 m_t^4 + 4m_z^4 m_{zp}^4 m_t^2 + 6m_z^6 m_{zp}^2 m_t^2) \\
 & + B_{02}(4m_z^2 m_t^8 + 2m_z^4 m_t^6 + 16m_z^2 m_{zp}^2 m_t^6 - 16m_z^2 m_{zp}^4 m_t^4 - 9m_z^4 m_{zp}^2 m_t^4 + 6m_z^4 m_{zp}^4 \\
 & \times m_t^2 - m_z^6 m_{zp}^2 m_t^2 - 2m_z^6 m_{zp}^4) + B_{01}(-2m_z^2 m_t^8 + m_z^4 m_t^6 - 8m_z^2 m_{zp}^2 m_t^6 + m_z^6 m_t^4 \\
 & + 8m_z^2 m_{zp}^4 m_t^4 + 13m_z^4 m_{zp}^2 m_t^4 - 10m_z^4 m_{zp}^4 m_t^2 - 5m_z^6 m_{zp}^2 m_t^2 + 2m_z^6 m_{zp}^4) + C_{01} \\
 & \times (4m_z^2 m_t^{10} + 2m_z^4 m_t^8 + 12m_z^2 m_{zp}^2 m_t^8 - 20m_z^2 m_{zp}^4 m_t^6 - 4m_z^4 m_{zp}^2 m_t^6 + 8m_z^2 m_{zp}^6 \\
 & \times m_t^4 - 6m_z^4 m_{zp}^4 m_t^4 - 12m_z^6 m_{zp}^2 m_t^4 + 4m_z^4 m_{zp}^6 m_t^2 + 8m_z^6 m_{zp}^4 m_t^2 + 4m_z^8 m_{zp}^2 m_t^2)) \\
 & + (Q_L^t \Omega_{Ltc} - Q_R^t \Omega_{Rtc}) (gA((-m_z^2 m_t^8 + 2m_z^4 m_t^6 + 2m_z^2 m_{zp}^2 m_t^6 - m_z^6 m_t^4 - 4m_z^4 \\
 & \times m_{zp}^2 m_t^4 + 2m_z^6 m_{zp}^2 m_t^2) + B_{03}(10m_z^2 m_t^8 - 5m_z^4 m_t^6 - 16m_z^2 m_{zp}^2 m_t^6 + m_z^6 m_t^4 \\
 & + 8m_z^2 m_{zp}^4 m_t^4 - 8m_z^4 m_{zp}^2 m_t^4 + 4m_z^4 m_{zp}^4 m_t^2 + 6m_z^6 m_{zp}^2 m_t^2) + B_{02}(-4m_t^{10} - 4m_z^2 \\
 & \times m_t^8 + 2m_{zp}^2 m_t^8 + 2m_z^4 m_t^6 + 26m_z^2 m_{zp}^2 m_t^6 - 16m_z^2 m_{zp}^4 m_t^4 - 9m_z^4 m_{zp}^4 m_t^2 - 6m_z^4 \\
 & \times m_{zp}^4 m_t^2 - m_z^6 m_{zp}^2 m_t^2 - 2m_z^6 m_{zp}^4) + B_{01}(2m_t^{10} - 2m_{zp}^2 m_t^8 - 3m_z^4 m_t^6 - 10m_z^2 m_{zp}^2 \\
 & \times m_t^6 + m_z^6 m_t^4 + 8m_z^2 m_{zp}^4 m_t^4 + 17m_z^4 m_{zp}^2 m_t^4 - 10m_z^4 m_{zp}^4 m_t^2 - 5m_z^6 m_{zp}^2 m_t^2 + 2m_z^6 \\
 & \times m_{zp}^4) + C_{01}(-4m_t^{12} - 4m_z^2 m_t^{10} + 8m_{zp}^2 m_t^{10} + 2m_z^4 m_t^8 + 12m_z^2 m_{zp}^2 m_t^8 - 28m_z^2 \\
 & \times m_{zp}^4 m_t^6 + 20m_z^4 m_{zp}^2 m_t^6 + 8m_z^2 m_{zp}^6 m_t^4 - 10m_z^4 m_{zp}^4 m_t^4 - 20m_z^6 m_{zp}^2 m_t^4 + 4m_z^4 m_{zp}^6 \\
 & \times m_t^2 + 8m_z^6 m_{zp}^4 m_t^2 + 4m_z^8 m_{zp}^2 m_t^2)) + (Q_R^t \Omega_{Ltc} + Q_L^t \Omega_{Rtc}) (gV((-m_z^2 m_t^8 \\
 & \times + 2m_z^4 m_t^6 - m_z^6 m_t^4) + B_{03}(2m_z^2 m_t^8 + 3m_z^4 m_t^6 + 12m_z^2 m_{zp}^2 m_t^6 + m_z^6 m_t^4 - 18m_z^4 \\
 & \times m_{zp}^2 m_t^4) + B_{02}(-4m_z^2 m_t^8 - 2m_z^4 m_t^6 - 16m_z^2 m_{zp}^2 m_t^6 + 29m_z^4 m_{zp}^2 m_t^4 - 7m_z^6 m_{zp}^2 \\
 & \times m_t^2) + B_{01}(2m_z^2 m_t^8 - m_z^4 m_t^6 + 4m_z^2 m_{zp}^2 m_t^6 - m_z^6 m_t^4 - 11m_z^4 m_{zp}^2 m_t^4 + 7m_z^6 m_{zp}^2 \\
 & \times m_t^2) + C_{01}(-4m_z^2 m_t^{10} - 2m_z^4 m_t^8 - 16m_z^2 m_{zp}^2 m_t^8 + 12m_z^2 m_{zp}^4 m_t^6 + 36m_z^4 m_{zp}^2 m_t^6 \\
 & - 18m_z^4 m_{zp}^4 m_t^4 - 8m_z^6 m_{zp}^2 m_t^4)) + (Q_R^t \Omega_{Ltc} - Q_L^t \Omega_{Rtc}) (gA((m_z^2 m_t^8 - 2m_z^4 m_t^6 \\
 & + m_z^6 m_t^4) + B_{03}(-10m_z^2 m_t^8 + 5m_z^4 m_t^6 + 4m_z^2 m_{zp}^2 m_t^6 - m_z^6 m_t^4 + 2m_z^4 m_{zp}^2 m_t^4) \\
 & + B_{02}(4m_t^{10} + 4m_z^2 m_t^8 + 6m_{zp}^2 m_t^8 - 2m_z^4 m_t^6 - 26m_z^2 m_{zp}^2 m_t^6 + 21m_z^4 m_{zp}^2 m_t^4 \\
 & - 7m_z^6 m_{zp}^2 m_t^2) + B_{01}(-2m_t^{10} - 6m_{zp}^2 m_t^8 + 3m_z^4 m_t^6 + 22m_z^2 m_{zp}^2 m_t^6 - m_z^6 m_t^4 \\
 & - 23m_z^4 m_{zp}^2 m_t^4 + 7m_z^6 m_{zp}^2 m_t^2) + C_{01}(4m_t^{12} + 4m_z^2 m_t^{10} - 2m_z^4 m_t^8 - 16m_z^2 m_{zp}^2 m_t^8 \\
 & + 4m_z^2 m_{zp}^4 m_t^6 + 4m_z^4 m_{zp}^2 m_t^6 + 2m_z^4 m_{zp}^4 m_t^4)) \Big] p_c^\mu - \frac{ig_2g_W}{64 \cos \theta_W m_t^3 (m_t^2 - m_z^2)^3 m_{zp}^2 \pi^2} \\
 & \times \left[(Q_L^t \Omega_{Ltc} + Q_R^t \Omega_{Rtc}) (gA((-m_z^2 m_t^8 + 2m_z^4 m_t^6 + 2m_z^2 m_{zp}^2 m_t^6 - m_z^6 m_t^4 - 4m_z^4 \\
 & \times m_{zp}^2 m_t^4 + 2m_z^6 m_{zp}^2 m_t^2) + B_{03}(10m_z^2 m_t^8 - 5m_z^4 m_t^6 - 16m_z^2 m_{zp}^2 m_t^6 + m_z^6 m_t^4 \\
 & + 8m_z^2 m_{zp}^4 m_t^4 - 8m_z^4 m_{zp}^2 m_t^4 + 4m_z^4 m_{zp}^4 m_t^2 + 6m_z^6 m_{zp}^2 m_t^2) + B_{02}(-4m_t^{10} - 4m_z^2 \\
 & \times m_t^8 + 2m_{zp}^2 m_t^8 + 2m_z^4 m_t^6 + 26m_z^2 m_{zp}^2 m_t^6 - 16m_z^2 m_{zp}^4 m_t^4 - 9m_z^4 m_{zp}^4 m_t^2 + 6m_z^4 \\
 & \times m_{zp}^4 m_t^2 - m_z^6 m_{zp}^2 m_t^2 - 2m_z^6 m_{zp}^4) + B_{02}(2m_t^{10} - 2m_{zp}^2 m_t^8 - 3m_z^4 m_t^6 - 10m_z^2 m_{zp}^2 \\
 & \times m_t^6 + m_z^6 m_t^4 + 8m_z^2 m_{zp}^4 m_t^4 + 17m_z^4 m_{zp}^2 m_t^4 - 10m_z^4 m_{zp}^4 m_t^2 - 5m_z^6 m_{zp}^2 m_t^2 + 2m_z^6 \\
 & \times m_{zp}^4) + C_{01}(-4m_t^{12} - 4m_z^2 m_t^{10} - 2m_z^4 m_t^8 - 16m_z^2 m_{zp}^2 m_t^8 + 12m_z^2 m_{zp}^4 m_t^6 + 36m_z^4 m_{zp}^2 m_t^6 \\
 & - 18m_z^4 m_{zp}^4 m_t^4 - 8m_z^6 m_{zp}^2 m_t^4)) \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + C_{01}(-4m_t^{12} - 4m_z^2 m_t^{10} + 8m_{zp}^2 m_t^{10} + 2m_z^4 m_t^8 + 12m_z^2 m_{zp}^2 m_t^8 - 28m_z^2 m_{zp}^4 m_t^6 + 20m_z^4 \\
 & \times m_{zp}^2 m_t^6 + 8m_z^2 m_{zp}^6 m_t^4 - 10m_z^4 m_{zp}^4 m_t^4 - 20m_z^6 m_{zp}^2 m_t^4 + 4m_z^4 m_{zp}^6 m_t^2 + 8m_z^6 m_{zp}^4 m_t^2 + 4m_z^8 \\
 & \times m_{zp}^2 m_t^2)) + (Q_L^t \Omega_{Ltc} - Q_R^t \Omega_{Rtc})(gV((m_z^2 m_t^8 - 2m_z^4 m_t^6 + 2m_z^2 m_{zp}^2 m_t^6 + m_z^6 m_t^4 - 4m_z^4 \\
 & \times m_{zp}^2 m_t^4 + 2m_z^6 m_{zp}^2 m_t^2) + B_{03}(-2m_z^2 m_t^8 - 3m_z^4 m_t^6 - 8m_z^2 m_{zp}^2 m_t^6 - m_t^6 m_t^4 + 8m_z^2 m_{zp}^4 m_t^4 \\
 & - 4m_z^4 m_{zp}^2 m_t^4 + 4m_z^4 m_{zp}^4 m_t^2 + 6m_z^6 m_{zp}^2 m_t^2) + B_{02}(4m_z^2 m_t^8 + 2m_z^4 m_t^6 + 16m_z^2 m_{zp}^2 m_t^6 \\
 & - 16m_z^2 m_{zp}^4 m_t^4 - 9m_z^4 m_{zp}^2 m_t^4 + 6m_z^4 m_{zp}^4 + m_t^2 - m_z^6 m_{zp}^2 m_t^2 - 2m_z^6 m_{zp}^4) + B_{01}(-2m_z^2 m_t^8 \\
 & + m_z^4 m_t^6 - 8m_z^2 m_{zp}^2 m_t^6 + m_z^6 m_t^4 + 8m_z^2 m_{zp}^4 m_t^4 + 13m_z^4 m_{zp}^2 m_t^4 - 10m_z^4 m_{zp}^4 m_t^2 - 5m_z^6 m_{zp}^2 \\
 & \times m_t^2 + 2m_z^6 m_{zp}^4) + C_{01}(4m_z^2 m_t^{10} + 2m_z^4 m_t^8 + 12m_z^2 m_{zp}^2 m_t^8 - 20m_z^2 m_{zp}^4 m_t^6 - 4m_z^4 m_{zp}^2 m_t^6 \\
 & + 8m_z^2 m_{zp}^6 m_t^4 - 6m_z^4 m_{zp}^4 m_t^4 - 12m_z^6 m_{zp}^2 m_t^4 + 4m_z^4 m_{zp}^6 m_t^2 + 8m_z^6 m_{zp}^4 m_t^2 + 4m_z^8 m_{zp}^2 m_t^2)) \\
 & + (Q_R^t \Omega_{Ltc} + Q_L^t \Omega_{Rtc})(gA((m_z^2 m_t^8 - 2m_z^4 m_t^6 + m_z^6 m_t^4) + B_{03}(-10m_z^2 m_t^8 + 5m_z^4 m_t^6 \\
 & + 4m_z^2 m_{zp}^2 m_t^6 - m_z^6 m_t^4 + 2m_z^4 m_{zp}^2 m_t^4) + B_{02}(4m_t^{10} + 4m_z^2 m_t^8 + 6m_z^2 m_t^8 - 2m_z^4 m_t^6 - 26m_z^2 \\
 & \times m_{zp}^2 m_t^6 + 21m_z^4 m_{zp}^2 m_t^4 - 7m_z^6 m_{zp}^2 m_t^2) + B_{01}(-2m_t^{10} - 6m_{zp}^2 m_t^8 + 3m_z^4 m_t^6 + 22m_z^2 m_{zp}^2 m_t^6 \\
 & - m_z^6 m_t^4 - 23m_z^4 m_{zp}^2 m_t^4 + 7m_z^6 m_{zp}^2 m_t^2) + C_{01}(4m_t^{12} + 4m_z^2 m_t^{10} - 2m_z^4 m_t^8 - 16m_z^2 m_{zp}^2 m_t^8 \\
 & + 4m_z^2 m_{zp}^4 m_t^6 + 4m_z^4 m_{zp}^2 m_t^6 + 2m_z^4 m_{zp}^4 m_t^4)) + (Q_R^t \Omega_{Ltc} - Q_L^t \Omega_{Rtc})(gV((-m_z^2 m_t^8 + 2m_z^4 \\
 & \times m_t^6 - m_z^6 m_t^4) + B_{03}(2m_z^2 m_t^8 + 3m_z^4 m_t^6 + 12m_z^2 m_{zp}^2 m_t^6 + m_z^6 m_t^4 - 18m_z^4 m_{zp}^2 m_t^4) + B_{02} \\
 & \times (-4m_z^2 m_t^8 - 2m_z^4 m_t^6 - 16m_z^2 m_{zp}^2 m_t^6 + 29m_z^4 m_{zp}^2 m_t^4 - 7m_z^6 m_{zp}^2 m_t^2) + B_{01}(2m_z^2 m_t^8 \\
 & - m_z^4 m_t^6 + 4m_z^2 m_{zp}^2 m_t^6 - m_z^6 m_t^4 - 11m_z^4 m_{zp}^2 m_t^4 + 4m_z^6 m_{zp}^2 m_t^2) + C_{01}(-4m_z^2 m_t^{10} - 2m_z^4 m_t^8 \\
 & - 16m_z^2 m_{zp}^2 m_t^8 + 12m_z^2 m_{zp}^4 m_t^6 + 36m_z^4 m_{zp}^2 m_t^6 - 18m_z^4 m_{zp}^4 m_t^4 - 8m_z^6 m_{zp}^2 m_t^4)))] p_c^\mu \gamma^5 \\
 & - \frac{g_2 g_W}{128 \cos \theta_W m_t^3 (m_t^2 - m_z^2)^2 m_{zp}^2 \pi^2} [(Q_L^t \Omega_{Ltc} + Q_R^t \Omega_{Rtc})(gV((-m_t^8 + 2m_z^2 m_t^6 - 2m_{zp}^2 \\
 & \times m_t^6 - m_z^4 m_t^4 + 4m_z^2 m_{zp}^2 m_t^4 - 2m_z^4 m_{zp}^2 m_t^2) + B_{03}(m_z^2 m_t^6 + m_z^4 m_t^4 + 8m_z^2 m_{zp}^2 m_t^4 \\
 & - 4m_z^2 m_{zp}^4 m_t^2 - 6m_z^4 m_{zp}^2 m_t^2) + B_{01}(m_z^2 m_t^6 + 6m_{zp}^2 m_t^6 - m_z^4 m_t^4 - 4m_{zp}^4 m_t^4 - 11m_z^2 m_{zp}^2 m_t^4 \\
 & + 6m_z^2 m_{zp}^4 m_t^2 + 5m_z^4 m_{zp}^2 m_t^2 - 2m_z^4 m_{zp}^4) + B_{02}(-2m_z^2 m_t^6 - 6m_{zp}^2 m_t^6 + 4m_z^4 m_t^4 + 3m_z^2 m_{zp}^2 \\
 & \times m_t^4 - 2m_z^2 m_{zp}^4 m_t^2 + m_z^4 m_{zp}^2 m_t^2 + 2m_z^4 m_{zp}^4) + C_{01}(-2m_z^2 m_t^8 - 4m_{zp}^2 m_t^8 - 4m_z^2 m_{zp}^2 m_t^6 \\
 & + 14m_z^2 m_{zp}^4 m_t^4 + 12m_z^4 m_{zp}^2 m_t^4 - 4m_z^2 m_{zp}^6 m_t^2 - 8m_z^4 m_{zp}^4 m_t^2 - 4m_z^6 m_{zp}^2 m_{zp}^2 m_t^2)) \\
 & + (Q_L^t \Omega_{Ltc} - Q_R^t \Omega_{Rtc})(gA((m_t^8 - 2m_z^2 m_t^6 - 2m_{zp}^2 m_t^6 + m_z^4 m_t^4 + 4m_z^2 m_{zp}^2 m_t^4 - 2m_z^4 m_{zp}^2 \\
 & \times m_t^2) + B_{03}(-4m_t^8 + 3m_z^2 m_t^6 - m_z^4 m_t^4 + 12m_z^2 m_{zp}^2 m_t^4 - 4m_z^2 m_{zp}^4 m_t^2 - 6m_z^2 m_{zp}^4 m_t^2 \\
 & - 6m_z^4 m_{zp}^2 m_t^2) + B_{01}(-2m_t^8 + 3m_z^2 m_t^6 + 8m_{zp}^2 m_t^6 - m_z^4 m_t^4 - 4m_{zp}^4 m_t^4 - 13m_z^2 m_{zp}^2 m_t^4 \\
 & + 6m_z^2 m_{zp}^4 m_t^2 + 5m_z^4 m_{zp}^2 m_t^2 - 2m_z^4 m_{zp}^4) + B_{02}(4m_t^8 - 2m_z^2 m_t^6 - 8m_{zp}^2 m_t^6 + 4m_{zp}^4 m_t^4 \\
 & + m_z^2 m_{zp}^2 m_t^4 - 2m_z^2 m_{zp}^4 m_t^2 + m_z^4 m_{zp}^2 m_t^2 + 2m_z^4 m_{zp}^4) + C_{01}(4m_t^{10} - 2m_z^2 m_t^8 - 24m_z^2 m_{zp}^2 m_t^6 \\
 & + 18m_z^2 m_{zp}^4 m_t^4 + 20m_z^4 m_{zp}^2 m_t^4 - 4m_z^2 m_{zp}^6 m_t^2 - 8m_z^4 m_{zp}^4 m_t^2 - 4m_z^6 m_{zp}^2 m_t^2)) + (Q_R^t \Omega_{Ltc} \\
 & + Q_L^t \Omega_{Rtc})(gV((m_t^8 - 2m_z^2 m_t^6 + m_z^4 m_t^4) + B_{03}(-m_z^2 m_t^6 - m_z^4 m_t^4 + 2m_z^2 m_{zp}^2 m_t^4) + B_{01} \\
 & \times (-m_z^2 m_t^6 - 6m_{zp}^2 m_t^6 + m_z^4 m_t^4 + 13m_z^2 m_{zp}^2 m_t^4 - 7m_z^4 m_{zp}^2 m_t^2) + B_{02}(2m_z^2 m_t^6 + 6m_{zp}^2 m_t^6 \\
 & - 15m_z^2 m_{zp}^2 m_t^4 + 7m_z^4 m_{zp}^2 m_t^2) + C_{01}(2m_z^2 m_t^8 - 4m_z^2 m_{zp}^2 m_t^6 + 2m_z^2 m_{zp}^4 m_t^4)) + (Q_R^t \Omega_{Ltc} \\
 & - Q_L^t \Omega_{Rtc})(gA((-m_t^8 + 2m_z^2 m_t^6 - m_z^4 m_t^4) + B_{03}(4m_t^8 - 3m_z^2 m_t^6 + m_z^4 m_t^4 - 2m_z^2 m_{zp}^2 m_t^4)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + B_{01}(2m_t^8 - 3m_z^2m_t^6 - 8m_{zp}^2m_t^6 + m_z^4m_t^4 + 15m_z^2m_{zp}^2m_t^4 - 7m_z^4m_{zp}^2m_t^2) + B_{02}(-4m_t^8 \\
 & + 2m_z^2m_t^6 + 8m_{zp}^2m_t^6 - 13m_z^2m_{zp}^2m_t^4 + 7m_z^4m_{zp}^2m_t^2) + C_{01}(-4m_t^{10} + 2m_z^2m_t^8 + 4m_{zp}^2 \\
 & \times m_t^8 - 2m_z^2m_{zp}^4m_t^4)) \sigma^{\mu\alpha} q_\alpha - \frac{g_2g_W}{128 \cos \theta_W m_t^3 (m_t^2 - m_z^2)^2 m_{zp}^2 \pi^2} [(Q_L^t \Omega_{Ltc} - Q_R^t \Omega_{Rtc}) \\
 & (gV((-m_t^8 + 2m_z^2m_t^6 - m_z^4m_t^4 + 4m_z^2m_{zp}^2m_t^4 - 2m_z^4m_{zp}^2m_t^2) + B_{03}(m_z^2m_t^6 + m_z^4m_t^4 \\
 & + 8m_z^2m_{zp}^2m_t^4 - 4m_z^2m_{zp}^4m_t^2 - 6m_z^2m_{zp}^2m_t^2) + B_{01}(m_z^2m_t^6 + 6m_{zp}^2m_t^6 - m_z^4m_t^4 - 4m_{zp}^4 \\
 & \times m_t^4 - 11m_z^2m_{zp}^2m_t^4 + 6m_z^2m_{zp}^4m_t^2 + 5m_z^4m_{zp}^2m_t^2 - 2m_z^4m_{zp}^4) + B_{02}(-2m_z^2m_t^6 - 6m_{zp}^2 \\
 & \times m_t^6 + 4m_{zp}^4m_t^4 + 3m_z^2m_{zp}^2m_t^4 - 2m_z^2m_{zp}^2m_t^2 + m_z^4m_{zp}^2m_t^2 + 2m_z^4m_{zp}^4) + C_{01}(-2m_z^2m_t^8 \\
 & - 4m_{zp}^2m_t^8 - 4m_z^2m_{zp}^2m_t^6 + 14m_z^2m_{zp}^4m_t^4 + 12m_z^4m_{zp}^2m_t^4 - 4m_z^2m_{zp}^6m_t^2 - 8m_z^4m_{zp}^4m_t^2 \\
 & - 4m_z^6m_{zp}^2m_t^2)) + (Q_L^t \Omega_{Ltc} + Q_R^t \Omega_{Rtc}) (gA((m_t^8 - 2m_z^2m_t^6 - 2m_{zp}^2m_t^6 + m_z^4m_t^4 \\
 & + 4m_z^2m_{zp}^2m_t^4 - 2m_z^4m_{zp}^2m_t^2) + B_{03}(-4m_t^8 + 3m_z^2m_t^6 - m_z^4m_t^4 + 12m_z^2m_{zp}^2m_t^4 - 4m_z^2 \\
 & \times m_{zp}^4m_t^2 - 6m_z^4m_{zp}^2m_t^2) + B_{01}(-2m_t^8 + 3m_z^2m_t^6 + 8m_{zp}^2m_t^6 - m_z^4m_t^4 - 4m_{zp}^4m_t^4 \\
 & - 13m_z^2m_{zp}^2m_t^4 + 6m_z^2m_{zp}^4m_t^2 + 5m_z^4m_{zp}^2m_t^2 - 2m_z^4m_{zp}^4) + B_{02}(4m_t^8 - 2m_z^2m_t^6 - 8m_{zp}^2 \\
 & \times m_t^6 + 4m_{zp}^4m_t^4 + m_z^2m_{zp}^2m_t^4 - 2m_z^2m_{zp}^4m_t^2 + m_z^4m_{zp}^2m_t^2 + 2m_z^4m_{zp}^4) + C_{01}(4m_t^{10} - 2m_z^2m_t^8 \\
 & - 24m_z^2m_{zp}^2m_t^6 + 18m_z^2m_{zp}^4m_t^4 + 20m_z^4m_{zp}^2m_t^4 - 4m_z^2m_{zp}^6m_t^2 - 8m_z^4m_{zp}^4m_t^2 - 4m_z^6m_{zp}^2m_t^2)) \\
 & + (Q_R^t \Omega_{Ltc} - Q_L^t \Omega_{Rtc}) (gA((-m_t^8 + 2m_z^2m_t^6 - m_z^4m_t^4) + B_{03}(4m_t^8 - 3m_z^2m_t^6 + m_z^4m_t^4 \\
 & - 2m_z^2m_{zp}^2m_t^4) + B_{01}(2m_t^8 - 3m_z^2m_t^6 - 8m_{zp}^2m_t^6 + m_z^4m_t^4 + 15m_z^2m_{zp}^2m_t^4 - 7m_z^4m_{zp}^2m_t^2) \\
 & + B_{02}(-4m_t^8 + 2m_z^2m_t^6 + 8m_{zp}^2m_t^6 - 13m_z^2m_{zp}^2m_t^4 + 7m_z^4m_{zp}^2m_t^2) + C_{01}(-4m_t^{10} + 2m_z^2m_t^8 \\
 & + 4m_{zp}^2m_t^8 - 2m_z^2m_{zp}^4m_t^4)) + (Q_R^t \Omega_{Ltc} - Q_L^t \Omega_{Rtc}) (gV((-m_t^8 + 2m_z^2m_t^6 - m_z^4m_t^4) \\
 & + B_{03}(-m_z^2m_t^6 - m_z^4m_t^4 + 2m_z^2m_{zp}^2m_t^4) + B_{01}(-m_z^2m_t^6 - 6m_{zp}^2m_t^6 + m_z^4m_t^4 + 13m_z^2 \\
 & \times m_{zp}^2m_t^4 - 7m_z^4m_{zp}^2m_t^2) + B_{02}(2m_z^2m_t^6 + 6m_{zp}^2m_t^6 - 15m_z^2m_{zp}^2m_t^4 + 7m_z^4m_{zp}^2m_t^2) \\
 & + C_{01}(2m_z^2m_t^8 - 4m_z^2m_{zp}^2m_t^6 + 2m_z^2m_{zp}^4m_t^4)) \sigma^{\mu\alpha} \gamma^5 q_\alpha \tag{3.9}
 \end{aligned}$$

De la estructura que debería presentar la amplitud se extraen los llamados factores de forma. Cabe resaltar que para el caso general donde la masa m_c del quark charm no se hace cero la expresión para los factores cuenta con un gran número de términos adicionales. A continuación se presentan los factores de forma para este caso aproximado, los cuales se pueden escribir como

$$\begin{aligned}
 F_1 = & - \frac{g_2g_W}{128 \cos \theta_W m_t^3 (m_t^2 - m_z^2)^2 m_{zp}^2 \pi^2} [(Q_L^t \Omega_{Ltc} + Q_R^t \Omega_{Rtc}) (gV((-m_t^8 + 2m_z^2 \\
 & \times m_t^6 - 2m_{zp}^2m_t^6 - m_z^4m_t^4 + 4m_z^2m_{zp}^2m_t^4 - 2m_z^4m_{zp}^2m_t^2) + B_{03}(m_z^2m_t^6 + m_z^4m_t^4 \\
 & + 8m_z^2m_{zp}^2m_t^4 - 4m_z^2m_{zp}^4m_t^2 - 6m_z^2m_{zp}^2m_t^2) + B_{01}(m_z^2m_t^6 + 6m_{zp}^2m_t^6 - m_z^4m_t^4 \\
 & - 4m_{zp}^4m_t^4 - 11m_z^2m_{zp}^2m_t^4 + 6m_z^2m_{zp}^4m_t^2 + 5m_z^4m_{zp}^2m_t^2 - 2m_z^4m_{zp}^4) + B_{02} \\
 & \times (-2m_z^2m_t^6 - 6m_{zp}^2m_t^6 + 4m_{zp}^4m_t^4 + 3m_z^2m_{zp}^2m_t^4 - 2m_z^2m_{zp}^2m_t^2 + m_z^4m_{zp}^2m_t^2 \\
 & + 2m_z^4m_{zp}^4) + C_{01}(-2m_z^2m_t^8 - 4m_{zp}^2m_t^8 - 4m_z^2m_{zp}^2m_t^6 + 14m_z^2m_{zp}^4m_t^4 + 12m_z^4 \\
 & \times m_{zp}^2m_t^4 - 4m_z^2m_{zp}^6m_t^2 - 8m_z^4m_{zp}^4m_t^2 - 4m_z^6m_{zp}^2m_t^2)) + (Q_L^t \Omega_{Ltc} - Q_R^t
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \times \Omega_{Rtc}) (gA((m_t^8 - 2m_z^2 m_t^6 - 2m_{zp}^2 m_t^6 + m_z^4 m_t^4 + 4m_z^2 m_{zp}^2 m_t^4 - 2m_z^4 m_{zp}^2 m_t^2) \\
 & + B_{03}(-4m_t^8 + 3m_z^2 m_t^6 - m_z^4 m_t^4 + 12m_z^2 m_{zp}^2 m_t^4 - 4m_z^2 m_{zp}^4 m_t^2 - 6m_z^4 m_{zp}^2 m_t^2 \\
 & - 6m_z^4 m_{zp}^2 m_t^2) + B_{01}(-2m_t^8 + 3m_z^2 m_t^6 + 8m_{zp}^2 m_t^6 - m_z^4 m_t^4 - 4m_{zp}^4 m_t^4 - 13m_z^2 \\
 & \times m_{zp}^2 m_t^4 + 6m_z^2 m_{zp}^4 m_t^2 + 5m_z^4 m_{zp}^2 m_t^2 - 2m_z^4 m_{zp}^4) + B_{02}(4m_t^8 - 2m_z^2 m_t^6 - 8m_{zp}^2 m_t^6 \\
 & + 4m_{zp}^4 m_t^4 + m_z^2 m_{zp}^2 m_t^4 - 2m_z^2 m_{zp}^4 m_t^2 + m_z^4 m_{zp}^2 m_t^2 + 2m_z^4 m_{zp}^4) + C_{01} \\
 & \times (4m_t^{10} - 2m_z^2 m_t^8 - 24m_z^2 m_{zp}^2 m_t^6 + 18m_z^2 m_{zp}^4 m_t^4 + 20m_z^4 m_{zp}^2 m_t^4 - 4m_z^2 m_{zp}^6 m_t^2 \\
 & - 8m_z^4 m_{zp}^4 m_t^2 - 4m_z^6 m_{zp}^2 m_t^2)) + (Q_R^t \Omega_{Ltc} + Q_L^t \Omega_{Rtc}) (gV((m_t^8 - 2m_z^2 m_t^6 + m_z^4 \\
 & \times m_t^4) + B_{03}(-m_z^2 m_t^6 - m_z^4 m_t^4 + 2m_z^2 m_{zp}^2 m_t^4) + B_{01}(-m_z^2 m_t^6 - 6m_{zp}^2 m_t^6 + m_z^4 \\
 & \times m_t^4 + 13m_z^2 m_{zp}^2 m_t^4 - 7m_z^4 m_{zp}^2 m_t^2) + B_{02}(2m_z^2 m_t^6 + 6m_{zp}^2 m_t^6 - 15m_z^2 m_{zp}^2 m_t^4 \\
 & + 7m_z^4 m_{zp}^2 m_t^2) + C_{01}(2m_z^2 m_t^8 - 4m_z^2 m_{zp}^2 m_t^6 + 2m_z^2 m_{zp}^4 m_t^4)) + (Q_R^t \Omega_{Ltc} - Q_L^t \\
 & \times \Omega_{Rtc}) (gA((-m_t^8 + 2m_z^2 m_t^6 - m_z^4 m_t^4) + B_{03}(4m_t^8 - 3m_z^2 m_t^6 + m_z^4 m_t^4 - 2m_z^2 \\
 & \times m_{zp}^2 m_t^4) + B_{01}(2m_t^8 - 3m_z^2 m_t^6 - 8m_{zp}^2 m_t^6 + m_z^4 m_t^4 + 15m_z^2 m_{zp}^2 m_t^4 - 7m_z^4 m_{zp}^2 \\
 & \times m_t^2) + B_{02}(-4m_t^8 + 2m_z^2 m_t^6 + 8m_{zp}^2 m_t^6 - 13m_z^2 m_{zp}^2 m_t^4 + 7m_z^4 m_{zp}^2 m_t^2) + C_{01} \\
 & \times (-4m_t^{10} + 2m_z^2 m_t^8 + 4m_{zp}^2 m_t^8 - 2m_z^2 m_{zp}^4 m_t^4))), \tag{3.10}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_2 = & -\frac{g_2 g_W}{128 \cos \theta_W m_t^3 (m_t^2 - m_z^2)^2 m_{zp}^2 \pi^2} [(Q_L^t \Omega_{Ltc} - Q_R^t \Omega_{Rtc}) (gV((-m_t^8 + 2m_z^2 \\
 & \times m_t^6 - m_z^4 m_t^4 + 4m_z^2 m_{zp}^2 m_t^4 - 2m_z^4 m_{zp}^2 m_t^2) + B_{03}(m_z^2 m_t^6 + m_z^4 m_t^4 + 8m_z^2 m_{zp}^2 \\
 & \times m_t^4 - 4m_z^2 m_{zp}^4 m_t^2 - 6m_z^2 m_{zp}^2 m_t^2) + B_{01}(m_z^2 m_t^6 + 6m_{zp}^2 m_t^6 - m_z^4 m_t^4 - 4m_{zp}^4 \\
 & \times m_t^4 - 11m_z^2 m_{zp}^2 m_t^4 + 6m_z^2 m_{zp}^4 m_t^2 + 5m_z^4 m_{zp}^2 m_t^2 - 2m_z^4 m_{zp}^4) + B_{02}(-2m_z^2 \\
 & \times m_t^6 - 6m_{zp}^2 m_t^6 + 4m_{zp}^4 m_t^4 + 3m_z^2 m_{zp}^2 m_t^4 - 2m_z^2 m_{zp}^2 m_t^2 + m_z^4 m_{zp}^2 m_t^2 + 2m_z^4 \\
 & \times m_{zp}^4) + C_{01}(-2m_z^2 m_t^8 - 4m_{zp}^2 m_t^8 - 4m_z^2 m_{zp}^2 m_t^6 + 14m_z^2 m_{zp}^4 m_t^4 + 12m_z^4 m_{zp}^2 \\
 & \times m_t^4 - 4m_z^2 m_{zp}^6 m_t^2 - 8m_z^4 m_{zp}^4 m_t^2 - 4m_z^6 m_{zp}^2 m_t^2)) + (Q_L^t \Omega_{Ltc} + Q_R^t \Omega_{Rtc}) \\
 & \times (gA((m_t^8 - 2m_z^2 m_t^6 - 2m_{zp}^2 m_t^6 + m_z^4 m_t^4 + 4m_z^2 m_{zp}^2 m_t^4 - 2m_z^4 m_{zp}^2 m_t^2) + B_{03} \\
 & \times (-4m_t^8 + 3m_z^2 m_t^6 - m_z^4 m_t^4 + 12m_z^2 m_{zp}^2 m_t^4 - 4m_z^2 m_{zp}^4 m_t^2 - 6m_z^4 m_{zp}^2 m_t^2) \\
 & + B_{01}(-2m_t^8 + 3m_z^2 m_t^6 + 8m_{zp}^2 m_t^6 - m_z^4 m_t^4 - 4m_{zp}^4 m_t^4 - 13m_z^2 m_{zp}^2 m_t^4 + 6m_z^2 \\
 & \times m_{zp}^4 m_t^2 + 5m_z^4 m_{zp}^2 m_t^2 - 2m_z^4 m_{zp}^4) + B_{02}(4m_t^8 - 2m_z^2 m_t^6 - 8m_{zp}^2 m_t^6 + 4m_{zp}^4 \\
 & \times m_t^4 + m_z^2 m_{zp}^2 m_t^4 - 2m_z^2 m_{zp}^4 m_t^2 + m_z^4 m_{zp}^2 m_t^2 + 2m_z^4 m_{zp}^4) + C_{01}(4m_t^{10} - 2m_z^2 \\
 & \times m_t^8 - 24m_z^2 m_{zp}^2 m_t^6 + 18m_z^2 m_{zp}^4 m_t^4 + 20m_z^4 m_{zp}^2 m_t^4 - 4m_z^2 m_{zp}^6 m_t^2 - 8m_z^4 m_{zp}^4 \\
 & \times m_t^2 - 4m_z^6 m_{zp}^2 m_t^2)) + (Q_R^t \Omega_{Ltc} + Q_L^t \Omega_{Rtc}) (gA((-m_t^8 + 2m_z^2 m_t^6 - m_z^4 m_t^4) \\
 & + B_{03}(4m_t^8 - 3m_z^2 m_t^6 + m_z^4 m_t^4 - 2m_z^2 m_{zp}^2 m_t^4) + B_{01}(2m_t^8 - 3m_z^2 m_t^6 - 8m_{zp}^2 \\
 & \times m_t^6 + m_z^4 m_t^4 + 15m_z^2 m_{zp}^2 m_t^4 - 7m_z^4 m_{zp}^2 m_t^2) + B_{02}(-4m_t^8 + 2m_z^2 m_t^6 + 8m_{zp}^2 \\
 & \times m_t^6 - 13m_z^2 m_{zp}^2 m_t^4 + 7m_z^4 m_{zp}^2 m_t^2) + C_{01}(-4m_t^{10} + 2m_z^2 m_t^8 + 4m_{zp}^2 m_t^8 - 2m_z^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \times m_{zp}^4 m_t^4)) + (Q_R^t \Omega_{Ltc} - Q_L^t \Omega_{Rtc})(gV((-m_t^8 + 2m_z^2 m_t^6 - m_z^4 m_t^4) + B_{03} \\
 & \times (-m_z^2 m_t^6 - m_z^4 m_t^4 + 2m_z^2 m_{zp}^2 m_t^4) + B_{01}(-m_z^2 m_t^6 - 6m_{zp}^2 m_t^6 + m_z^4 m_t^4 + 13m_z^2 \\
 & \times m_{zp}^2 m_t^4 - 7m_z^4 m_{zp}^2 m_t^2) + B_{02}(2m_z^2 m_t^6 + 6m_{zp}^2 m_t^6 - 15m_z^2 m_{zp}^2 m_t^4 + 7m_z^4 m_{zp}^2 \\
 & \times m_t^2) + C_{01}(2m_z^2 m_t^8 - 4m_z^2 m_{zp}^2 m_t^6 + 2m_z^2 m_{zp}^4 m_t^4)))], \tag{3.11}
 \end{aligned}$$

donde $B_{01} = B_0(0, m_t^2, m_{zp}^2)$, $B_{02} = B_0(m_t^2, m_t^2, m_{zp}^2)$, $B_{03} = B_0(m_z^2, m_t^2, m_t^2)$ y $C_{01} = C_0(m_t^2, m_z^2, 0, m_{zp}^2, m_t^2, m_t^2)$ representan las funciones escalares de Passarino-Veltman de nuestro decaimiento [33].

Por inspección, se encuentra que las divergencias ultravioletas no se cancelan en los factores de forma F_1 y F_2 por lo tanto, el proceso de decaimiento no es finito.

Para que se vea de manera más clara que el proceso no es finito se renombran las funciones escalares B_0 , que son las que cuentan con la divergencia, por $\Delta\epsilon$ y se muestra el coeficiente de este término como sigue:

$$\left(\frac{1}{32} + \frac{i}{16}\right) \frac{g_2 g_A g_W m_t (m_t Q_L^t - m_t Q_R^t) \Delta\epsilon \Omega_{Ltc}}{\cos\theta_W m_t m_{zp}^2 \pi^2} \tag{3.12}$$

Es así que el proceso no es finito y no se pueden cuadrar las amplitudes para encontrar la fracción de decaimiento asociada. Esto implica que es necesario aplicar técnicas o teoría fuera del alcance de este trabajo para tener un estudio completamente terminado. Así, a futuro se espera retomar este cálculo haciendo uso del mecanismo de GIM bajo la consideración de una contribución adicional (otro diagrama de Feynman), en analogía con el decaimiento $H \rightarrow \ell_i \ell_j$ mediado por CNCS [67].

Capítulo 4

Conclusiones y perspectivas

Se estudió el decaimiento $t \rightarrow cZ$ mediado por el hipotético bosón de norma neutro Z' a nivel de un lazo, en el contexto de sectores de corrientes extendidos que aparecen en algunos modelos extendidos o de gran unificación. Para este estudio fue necesario usar el Lagrangiano renormalizable más general que incluye violación de sabor mediada por el bosón Z' , el cual es propuesto en varios modelos de extensión o de gran unificación. Específicamente, a través del mencionado Lagrangiano se encontraron las reglas de Feynman en términos de los parámetros Ω , para así poder establecer las amplitudes que representan el decaimiento $t \rightarrow cZ$. En el espíritu del método de Lagrangianos efectivos, el estudio analítico de la amplitud total del decaimiento $t \rightarrow cZ$ se plantea sin recurrir a ningún modelo en particular. Sin embargo, una vez implementado el esquema de reducción de Passarino-Veltman junto con las identidades de Gordon no se pudo hallar un resultado finito para los factores de forma asociados, los cuales representan la intensidad de operadores fermiónicos de tipo dipolar. Así, es evidente que se necesita estudiar con mayor detalle posibles contribuciones adicionales que nos ayuden a cancelar todas las divergencias ultravioletas presentes hasta ahora. Si bien en un principio esta tesis consideró únicamente la contribución de 3 diagramas de Feynman en analogía con los vértices $f_i f_j \gamma$ y $f_i f_j g$, en donde sólo son necesarios 3 diagramas de Feynman para cancelar divergencias ultravioletas, ahora sabemos que requerimos contribuciones adicionales para cancelar dichas divergencias. Por lo tanto, se concluye parcialmente que el estudio a nivel de un lazo del vértice $f_i f_j Z$, en donde el bosón neutro corresponde a un bosón masivo, tiene un comportamiento ultravioleta completamente diferente que cuando se trata de un bosón neutro sin masa. Entonces, hasta el momento no se tiene la posibilidad de continuar con el análisis numérico del decaimiento $t \rightarrow cZ$ y poderlo particularizar a los diferentes modelos extendidos propuestos en esta tesis.

Como perspectiva a mediano plazo, posiblemente en una tesis de maestría, se estaría estudiando complementariamente la finitud del proceso $t \rightarrow cZ$ considerando la renormalización del cálculo analítico presentado en este trabajo, para así ponerlo en comparación con los resultados obtenidos para la función vértice $f_i f_j Z$ en donde se implementará el mecanismo de GIM, considerándose uno o varios diagramas de Feynman adicionales que permitan la cancelación de divergencias ultravioletas de forma natural.

Apéndice A

Notación Relativista y Fundamentos de Teoría de Grupos

En la notación utilizada durante todo el texto se utilizaron unidades naturales para $\hbar(\equiv h/2\pi) = c = 1$, donde \hbar es la constante de Planck y c es la velocidad de la luz.

A.1. Cuadrivectores

Las coordenadas del espacio-tiempo $x \equiv (t, x, y, z) = (t, \vec{x})$ son descritas por 4-vectores que se describen a continuación.

$$x^\mu \equiv (x^0, x^1, x^2, x^3) = (t, x, y, z) \quad (\text{A.1})$$

El tensor métrico se define de la siguiente manera:

$$g^{\mu\nu} = g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.2})$$

y este produce un vector covariante,

$$x_\mu = g_{\mu\nu}x^\nu = (x_0, x_1, x_2, x_3) = (t, -x, -y, -z) \quad (\text{A.3})$$

Los índices repetidos indican suma por la notación de Einstein. Por tanto, el producto escalar objetos en el espacio-tiempo está dado por:

$$x^2 \equiv x^\mu x_\mu = g_{\mu\nu}x^\mu x^\nu = g^{\mu\nu}x_\mu x_\nu = t^2 - \vec{x}^2 \quad (\text{A.4})$$

El 4-momento está dado de manera análoga por:

$$p^\mu = (p^0, p^1, p^2, p^3) = (E, p_x, p_y, p_z) \quad (\text{A.5})$$

El 4-gradiente se define como $\partial_\mu \equiv \frac{\partial}{\partial x^\mu}$ o $\partial^\mu \equiv \frac{\partial}{\partial x_\mu}$. Luego, el operador de momento en la representación de coordenadas es:

$$p^\mu = i\partial^\mu = \left(i\frac{\partial}{\partial t}, -i\nabla \right) \quad (\text{A.6})$$

Entonces,

$$p^\mu p_\mu = -\partial^\mu \partial_\mu = -\frac{\partial}{\partial t^2} + \nabla^2 \equiv -\square \quad (\text{A.7})$$

donde ∇^2 se denomina Laplaciano y \square d'Alambertiano.

A.2. Lagrangianos de campos escalares

Por otro lado, el Lagrangiano para una campo escalar sin masa $\phi(x)$ cambia como función de las coordenadas espacio-tiempo y su gradiente es: $\partial_\mu \phi \equiv \partial\phi(x)/\partial x^\mu$. El Lagrangiano dependerá únicamente en la razón de cambio de ϕ en el tiempo $\partial_0\phi$ y en el espacio $\nabla\phi$. Por tanto, se tiene

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial^\mu \phi \partial_\mu \phi = \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi)^2 \quad (\text{A.8})$$

esto se puede expandir como $\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_0\phi)^2 - \frac{1}{2}\nabla\phi \cdot \nabla\phi$, que mantiene la forma de $\mathcal{L} =$ (energía cinética) - (energía potencial). El factor de $\frac{1}{2}$ se incluye para facilitar resultados futuros.

Para dos campos escalares ϕ_1 y ϕ_2 en el caso simple con la misma masa y que interactúan entre sí por medio de energía potencial $U(\phi_1, \phi_2) = g(\phi_1^2 + \phi_2^2)^2$ donde g es la fuerza de interacción. El Lagrangiano resultante es:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi_1)^2 - \frac{1}{2}m^2\phi_1^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi_2)^2 - \frac{1}{2}m^2\phi_2^2 - g(\phi_1^2 + \phi_2^2)^2 \quad (\text{A.9})$$

es de resaltar que se obtiene este mismo Lagrangiano si se cambian las definiciones de los campos. Por tanto, se dice que el Lagrangiano tiene una simetría.

Si se realiza una transformación en los campos utilizando el mapeo $\phi_1 \rightarrow \phi'_1$ y $\phi_2 \rightarrow \phi'_2$ donde,

$$\begin{pmatrix} \phi'_1 \\ \phi'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix} \quad (\text{A.10})$$

entonces el Lagrangiano es invariante con respecto a rotaciones en el plano $\phi_1 - \phi_2$ y expresa una simetría $SO(2)$.

A.3. Las matrices γ

Las matrices de Dirac de 4×4 satisfacen las siguientes relaciones de anticonmutación,

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu} I \quad (\text{A.11})$$

donde I es la matriz identidad de 4×4 . De esta relación se derivan las siguientes relaciones:

$$\gamma^\mu \gamma_\mu = 4, \quad (\text{A.12})$$

$$\gamma^\mu \gamma_\nu \gamma_\mu = -2\gamma_\nu, \quad (\text{A.13})$$

$$\gamma^\mu \gamma_\nu \gamma_\rho \gamma_\mu = 4g_{\nu\rho}, \quad (\text{A.14})$$

$$\gamma^\mu \gamma_\nu \gamma_\rho \gamma_\sigma \gamma_\mu = -2\gamma_\sigma \gamma_\rho \gamma_\nu, \quad (\text{A.15})$$

Se define el operador γ^5 como:

$$\gamma^5 = \gamma_5 \equiv i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 \quad (\text{A.16})$$

esta satisface lo siguiente:

$$\gamma_5^2 = 1, \quad (\text{A.17})$$

y

$$\{\gamma_5, \gamma^\mu\} = 0 \quad (\text{A.18})$$

El producto escalar entre una matriz γ y un 4-vector está dado por

$$\gamma_\mu a^\mu \equiv \not{a} = \gamma^0 a^0 - \vec{\gamma} \cdot \vec{a} \quad (\text{A.19})$$

de manera similar se tiene,

$$\gamma_\mu p^\mu = i\gamma_\mu \partial^\mu = i\not{\partial} = i\gamma^0 \partial_t + i\vec{\gamma} \cdot \nabla \quad (\text{A.20})$$

Se tienen dos formas comunes de representar las matrices γ : (1) representación con γ^0 diagonal:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}, \quad \vec{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ -\vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma_5 = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{A.21})$$

donde I es la matriz identidad de 2×2 y $\vec{\sigma}$ son las matrices de Pauli de 2×2 ,

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (\text{A.22})$$

A.4. Espinores de Dirac derechos e izquierdos

La ecuación de Dirac para un fermión libre con masa m está dada por,

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi(x) = 0, \quad (\text{A.23})$$

donde $\psi(x)$ representa un espinor de 4 componentes. Se definen los espinores derecho e izquierdo,

$$\psi_L = \frac{1 - \gamma_5}{2}\psi = P_L\psi \quad (P_L \equiv \frac{1 - \gamma_5}{2}), \quad (\text{A.24})$$

$$\psi_R = \frac{1 + \gamma_5}{2}\psi = P_R\psi \quad (P_R \equiv \frac{1 + \gamma_5}{2}) \quad (\text{A.25})$$

A.5. Fundamentos de Teoría de Grupos

El Lagrangiano es el objeto fundamental que describe la dinámica de los sistemas físicos y se construye de tal forma que las interacciones son invariantes bajo ciertas transformaciones de simetría. El requerimiento de invariancia bajo transformaciones de simetría es un principio guía para la construcción de las teorías de interacción de campos. Aquí se presenta aspectos básicos de simetría, i.e. teoría de grupos, en particular, el grupo $SU(n)$ y su álgebra.

A.5.1. Definición de Grupos

Un grupo G está definido como un conjunto de elementos $\{a, b, c, \dots\}$ y una operación (\cdot) que cumple lo siguiente:

1. Si a y $b \in G$, entonces $a \cdot b \in G$
2. Se cumple la asociatividad, $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$ para cualquier elemento en G
3. Existe un elemento identidad $e \in G$, que satisface $e \cdot a = a \cdot e = a$ para cualquier $a \in G$
4. Existe un inverso $a^{-1} \in G$ para cualquier $a \in G$ tal que $a \cdot a^{-1} = a^{-1} \cdot a = e$

Dentro de los muchos ejemplos que existen de grupos, el grupo ortogonal de dimensión n ($O(n)$) y el grupo especial unitario ($SU(n)$) son de interés para la física de partículas. $O(n)$ es el que cumple que $r^2 = x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2$ es invariante bajo rotación en el espacio de dimensión n . $U(n)$ es el que cumple que $s^2 = |x_1|^2 + |x_2|^2 + \dots + |x_n|^2$ en el espacio complejo de dimensión n , además, cuando el $\det U = 1$, se le denomina grupo $SU(n)$.

En caso de que $a \cdot b = b \cdot a$ para cualquier $a, b \in G$ se llama grupo Abeliano o conmutativo. En caso contrario, se dice que el grupo es no Abeliano o no conmutativo.

El grupo de rotaciones en 3 dimensiones $O(3)$ y el grupo especial unitario $SU(n)$ con $n \geq 2$ pertenecen a los grupos no abelianos.

A.5.2. Grupo $SO(n)$

Sea $O(n)$ el conjunto de las matrices reales de $n \times n$ que al actuar sobre puntos en \mathbb{R}^n deja invariante la distancia del origen al punto (x^1, x^2, \dots, x^n) , la cual es definida por,

$$x^2 = x^i x^i = \delta_{ij} x^i x^j = x^T \mathbb{I} x \quad (\text{A.26})$$

Luego entonces, al aplicar la transformación se tiene,

$$x'^i = O^{ij} x^j, \quad (\text{A.27})$$

la distancia queda como,

$$x'^2 = x'^i x'^j = (Ox)^i (Ox)^j = x^T (O^T \mathbb{I} O) x = x^2 \quad (\text{A.28})$$

lo cual implica que $O^T O = \mathbb{I}$. Entonces, $O(n)$ consta de todas las matrices cuya inversa coincide con su matriz transpuesta. Este tipo de matrices reciben el nombre de matrices ortogonales. Dichas matrices están definidas en espacios euclidianos, es decir, espacios cuyo tensor métrico es,

$$g_{ij} = \mathbb{I}_{ij} = \delta_{ij} \quad (\text{A.29})$$

En estos espacios, el elemento de longitud se define como,

$$ds^2 = \delta_{ij} dx^i dy^j = dx^i dx^i \quad (\text{A.30})$$

Por lo tanto, se tiene que estas matrices forman un grupo, siendo la operación del grupo, el producto entre matrices. De forma que,

1. Si $O_1, O_2 \in O(n)$, entonces $(O_1 O_2)^T (O_1 O_2) = O_2^T O_1^T O_1 O_2 = \mathbb{I}$,
2. Existe un elemento neutro \mathbb{I} ,
3. Existe un elemento inverso. Para cada O existe O^T tal que $O^T O = \mathbb{I}$,
4. Se cumple la asociatividad.

Las matrices O tienen n^2 componentes, pero no todos son independientes, ya que se debe cumplir la condición de ortogonalidad,

$$O^T O = \mathbb{I} \quad (\text{A.31})$$

lo cual proporciona $\frac{1}{2}n(n+1)$ elementos dependientes. Así que el número de elementos independientes de O es,

$$n^2 - \frac{1}{2}n(n+1) = \frac{1}{2}n(n-1) \quad (\text{A.32})$$

siendo este el número de parámetros de $O(n)$.

Por otro lado, se tiene que $\det(O^T O) = \det(\mathbb{I})$, por lo que

$$\det(O) = \pm 1 \quad (\text{A.33})$$

de acuerdo con esto, los elementos de $O(n)$ se pueden agrupar en dos categorías:

- Subconjunto de todas las matrices $O \in O(n)$ tales que $\det(O) = 1$. Dado que \mathbb{I} pertenece a esta categoría, este subconjunto forma el subgrupo $SO(n)$.
- El subconjunto formado por todas las matrices $O \in O(n)$ tales que $\det(O) = -1$. Estos elementos, los cuales no forman un subgrupo, son de la forma $O_p O$, con $O \in SO(n)$ y O_p una matriz diagonal formada con $+1$ y -1 , con un número impar de -1 .

Por otra parte, existe una relación uno a uno entre parámetros y los llamados generadores del grupo. Los elementos del grupo se pueden escribir como,

$$O(\theta) = e^{iT^a\theta^a} \quad (\text{A.34})$$

donde $\theta = (\theta^1, \theta^2, \dots, \theta^{\frac{1}{2}n(n-1)})$, con $a = 1, 2, \dots, \frac{1}{2}n(n-1)$, es el conjunto de parámetros del grupo. Los elementos de $SO(n)$ dependen de estos parámetros y de los generadores definidos por una transformación infinitesimal como sigue,

$$O(\delta\theta) = \mathbb{I} + \frac{dO}{d\theta^a} \Big|_{\theta^a=0} \delta\theta^a = \mathbb{I} + iT^a \delta\theta^a, \quad (\text{A.35})$$

con $T^a = \frac{1}{i} \frac{dO}{d\theta} \Big|_{\theta^a=0}$ los generadores del grupo.

A.5.3. Representación de Grupos

Sea G un grupo, si $g_i \in G$ entonces el objeto $D(g_i)$ es una representación de G si obedece la siguiente regla,

$$D(g_i)D(g_j) = D(g_i g_j) \quad (\text{A.36})$$

para todos los elementos de G .

Si se considera la transformación infinitesimal

$$x^i = O^{ij} x^j = (\delta^{ij} + w^{ij}) x^j = x^i + w^{ij} x^j \quad (\text{A.37})$$

entonces, la condición de ortogonalidad toma la forma:

$$\delta^{ij} = (\delta^{ki} + w^{ki})(\delta^{kj} + w^{kj}) = \delta^{ij} + w^{ij} + w^{ji}, \quad (\text{A.38})$$

de manera que $w^{ij} = -w^{ji}$.

Por tanto, la forma infinitesimal en esta notación, tiene la forma siguiente,

$$O(\mathbb{I} + w) = \mathbb{I} + \frac{i}{2} w_{ij} M^{ij} \quad (\text{A.39})$$

con M^{ij} los generadores del grupo. Después de aplicar un poco de álgebra, se llega a

$$[M_{kl}, M_{ij}] = i(\delta_{jl} M_{ik} - \delta_{jk} M_{il} + \delta_{ik} M_{lj} - \delta_{il} M_{kj}) \quad (\text{A.40})$$

que se conoce como el álgebra de Lie para $SO(n)$.

A.5.4. Grupo $SU(n)$ y el álgebra de Lie

El grupo $SU(n)$ está definido en el espacio complejo de dimensión n , que se expresa por una matriz unitaria de $n \times n$ con $\det U = 1$.

$$U^\dagger = U^{-1}, \quad (\text{A.41})$$

Una matriz compleja de $n \times n$ tiene $2n^2$ parámetros reales. Sin embargo, tiene n^2 restricciones sobre estos parámetros por la relación unitaria $U^\dagger U = 1$ y una restricción

adicional por $\det U = 1$. Por tanto, el número de parámetros reales de la matriz U es $2n^2 - (n^2 + 1) = n^2 - 1$. Por ejemplo, la matriz unitaria para $SU(2)$ y para $SU(3)$ tiene 3 y 8 parámetros respectivamente. Utilizando estos parámetros θ^i ($i = 1, 2, \dots, n^2 - 1$), la matriz unitaria U de $n \times n$ para $SU(n)$ se escribe como,

$$U(\theta) = e^{-i\theta^i L^i} = e^{-i\vec{\theta} \cdot \vec{L}} \quad (\text{A.42})$$

donde L^i son las matrices generadoras de $n \times n$ para el grupo $SU(n)$. Como U es una matriz unitaria, las matrices L^i son hermitianas. Además, $\text{Tr}[L^i] = 0$ ya que $\det U = 1$. De manera explícita, por ejemplo para $SU(2)$ las L^i son las matrices de espín de Pauli $\frac{\sigma^i}{2}$ ($i = 1, 2, 3$) de 2×2 .

El número de matrices generadoras es igual al rango del grupo. Para el grupo $SU(n)$ se tienen $n - 1$ matrices generadoras. De las propiedades de grupo de U , se tiene que las matrices generadoras satisfacen un álgebra que es llamada álgebra de Lie,

$$[L^i, L^j] = if_{ijk} L^k, \quad (i, j, k = 1, 2, \dots, n^2 - 1) \quad (\text{A.43})$$

donde if_{ijk} son las constantes de estructura del grupo correspondiente.

A.5.5. Representación del grupo $SU(n)$

Sea ϕ un campo compuesto por n campos complejos φ_a ($a = 1, 2, \dots, n$) y representada por un vector columna como sigue:

$$\phi = \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \varphi_n \end{pmatrix} \quad (\text{A.44})$$

Si ϕ cambia a ϕ' bajo una transformación $SU(n)$ de la forma siguiente:

$$\phi \rightarrow \phi' = U\phi, \quad \text{ó} \quad \varphi_a \rightarrow \varphi'_a = U_a^b \varphi_b \equiv U_{ab} \varphi_b, \quad (\text{A.45})$$

se dice que φ_a se encuentra en la representación fundamental de $SU(n)$ y se denota por n .

Para una transformación infinitesimal se tiene,

$$U(\theta) = e^{-i\vec{\theta} \cdot \vec{L}} \simeq \mathbb{I} - i\vec{\theta} \cdot \vec{L}, \quad \text{para } \theta \ll 1 \quad (\text{A.46})$$

Entonces, se puede escribir la transformación para el campo como

$$\varphi_a \rightarrow \varphi'_a \simeq \varphi_a - \delta\varphi_a \quad (\text{A.47})$$

con

$$\delta\varphi_a = i(\vec{\theta} \cdot \vec{L})_a^b \varphi_b = i\epsilon_a^b \varphi_b \quad (\text{A.48})$$

A.5.6. Grupo de Poincaré

Las coordenadas del espacio-tiempo son denotadas por x^0, x^1, x^2 y x^3 donde $x^0 \equiv t$ es la coordenada temporal y x^i son coordenadas espaciales ($i = 1, 2, 3$). El 4-vector posición se denota por,

$$x^\alpha = (x^0, \vec{x}), \quad \alpha = 0, i \quad (\text{A.49})$$

Por tanto, es de interés analizar las propiedades de simetría de los sistemas físicos cuando se realizan transformaciones de cierto tipo en el espacio-tiempo. Algunos ejemplos de estas transformaciones son:

- Rotaciones en el espacio, son transformaciones ortogonales en los planos: $x^1 - x^2$, $x^1 - x^3$, y $x^2 - x^3$.
- Transformaciones puras de Lorentz (boosts), los cuales conectan marcos de referencia inercial en movimiento relativo a lo largo de los ejes x^1, x^2, x^3 . Son transformaciones lineales en los planos espacio-temporales, $x^0 - x^1$, $x^0 - x^2$ y $x^0 - x^3$.
- Transformaciones a lo largo de los 4 ejes.

A.5.7. Grupo de Lorentz

La transformación más general de Lorentz está dada en términos de transformación de coordenadas conectando dos marcos de referencia inercial, siguiendo la notación usual de la Relatividad Especial, estas transformaciones se definen como sigue,

$$x'^\mu = \Lambda^\mu_\nu x^\nu, \quad (\text{A.50})$$

que debe cumplir la siguiente condición,

$$(x')^2 = (x)^2, \quad (\text{A.51})$$

expresado por un 4-vector covariante. El cuadrado de un 4-vector es definido por

$$x^2 = g_{\mu\nu} x^\mu x^\nu = x^\mu x_\mu = (x^0)^2 - (\vec{x})^2 \quad (\text{A.52})$$

con el tensor métrico $g_{\mu\nu} = g^{\mu\nu}$ cuya forma se menciona en la ecuación (A.2).

Para dos eventos separados infinitesimalmente, se puede escribir,

$$ds^2 = g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta = (dx^0)^2 - (dx^1)^2 - (dx^2)^2 - (dx^3)^2 \quad (\text{A.53})$$

Por otro lado, la longitud $x^2 = x_\alpha x^\alpha$ es un invariante de Lorentz, de donde se tiene que,

$$\Lambda^T g \Lambda = g, \quad (\text{A.54})$$

lo que nos indica que Λ es una transformación de Lorentz. Tomando el determinante a ambos lados se tiene

$$\det(\Lambda) = \pm 1 \quad (\text{A.55})$$

Las transformaciones con determinante +1, se llaman transformaciones propias de Lorentz. Y las transformaciones impropias de Lorentz son de la forma: $\Lambda_p \Lambda$ ó $\Lambda_T \Lambda$, con Λ una transformación propia.

Las propiedades del grupo de Lorentz son dictadas por el álgebra que satisfacen sus generadores. Para determinarlos, necesitamos 3 boosts y las 3 rotaciones. Las matrices para los 3 boosts son:

$$\Lambda(\xi_1) = \begin{pmatrix} \cosh \xi_1 & -\sinh \xi_1 & 0 & 0 \\ -\sinh \xi_1 & \cosh \xi_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \Lambda(\xi_2) = \begin{pmatrix} \cosh \xi_2 & 0 & -\sinh \xi_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sinh \xi_2 & 0 & \cosh \xi_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\Lambda(\xi_3) = \begin{pmatrix} \cosh \xi_3 & 0 & 0 & -\sinh \xi_3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\sinh \xi_3 & 0 & 0 & \cosh \xi_3 \end{pmatrix} \quad (\text{A.56})$$

Las matrices para las tres rotaciones son las siguientes:

$$\Lambda(\theta_1) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \theta_1 & \sin \theta_1 \\ 0 & 0 & -\sin \theta_1 & \cos \theta_1 \end{pmatrix}, \quad \Lambda(\theta_2) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_2 & 0 & -\sin \theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \sin \theta_2 & 0 & \cos \theta_2 \end{pmatrix}$$

$$\Lambda(\theta_3) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_3 & \sin \theta_3 & 0 \\ 0 & -\sin \theta_3 & \cos \theta_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.57})$$

Luego los generadores están dados por $K_i = \frac{1}{i} \frac{d\Lambda(\xi_i)}{d\xi_i} \Big|_{\xi_i=0}$ y $J_i = \frac{1}{i} \frac{d\Lambda(\theta_i)}{d\theta_i} \Big|_{\theta_i=0}$.

Apéndice B

Parametrización de Feynman y Reducción de Passarino-Veltman

B.1. Método de Parametrización de Feynman

La parametrización de Feynman se utiliza para resolver las amplitudes de los procesos que contiene lazos. Un ejemplo de estos procesos es la corrección al vértice del electrón que está dado por la siguiente,

$$\bar{u}(p')\delta\Gamma^\mu(p', p)u(p) = 2ie^2 \int \frac{d^4k}{(2\pi^4)} \frac{\bar{u}(p')[\not{k}\gamma^\mu\not{k}' + m^2\gamma^\mu - 2m(k+k')^\mu]u(p)}{((k-p)^2 + i\epsilon)(k'^2 - m^2 + i\epsilon)(k^2 - m^2 + i\epsilon)} \quad (\text{B.1})$$

Resolver esta integral luce imposible y de hecho no es para nada fácil. La evaluación de este tipo de integrales requiere utilizar métodos más sofisticados y uno de ellos es precisamente la Parametrización de Feynman.

El propósito de este método es transformar los tres términos en el denominador en un sólo término polinomial cuadrático en k , elevado a la tercera potencia. Después se hace un cambio de variable en k para completar el cuadrado del polinomio y evaluar la integral con simetría esférica resultante sin ninguna dificultad. Para ejemplificar el procedimiento, empezamos con el caso simple de dos términos en el denominador,

$$\frac{1}{AB} = \int_0^1 dx \frac{1}{[xA + (1-x)B]^2} = \int_0^1 dx dy \delta(x+y-1) \frac{1}{[xA + yB]^2} \quad (\text{B.2})$$

Un ejemplo del uso de esta ecuación es el siguiente:

$$\begin{aligned} \frac{1}{(k-p)^2(k^2-m^2)} &= \int_0^1 dx dy \delta(x+y-1) \frac{1}{[x(k-p)^2 + y(k^2-m^2)]^2} \\ &= \int_0^1 dx dy \delta(x+y-1) \frac{1}{[k^2 - 2xk \cdot p + xp^2 - ym^2]^2} \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

donde se utiliza que $x+y=1$. Si se hace $\ell \equiv k - xp$, se tiene que el denominador depende sólo de ℓ^2 . Integrar sobre d^4k se hace más fácil ya que $d^4k = d^4\ell$ y el integrando tiene

simetría esférica respecto de ℓ . Las variables x y y que hacen esto posible se conocen como parámetros de Feynman.

La integral de interés involucra tres términos, así que se necesita de una fórmula un poco diferente.

$$\frac{1}{AB^n} = \int_0^1 dx dy \delta(x + y - 1) \frac{ny^{n-1}}{[xA + yB]^{n+1}} \quad (\text{B.4})$$

sin embargo, aún no es suficiente para los requerimientos. La fórmula que se necesita es la siguiente,

$$\frac{1}{A_1 A_2 \dots A_n} = \int_0^1 dx_1 dx_2 \dots dx_n \delta(\sum x_i - 1) \frac{(n-1)!}{[x_1 A_1 + x_2 A_2 + \dots + x_n A_n]^n} \quad (\text{B.5})$$

Aplicando derivadas repetidamente se llega a la siguiente fórmula que es más general.

$$\frac{1}{A_1^{m_1} A_2^{m_2} \dots A_n^{m_n}} = \int_0^1 dx_1 \dots dx_n \delta(\sum x_i - 1) \frac{\prod x_i^{m_i-1} \Gamma(m_1 + \dots + m_n)}{[\sum x_i A_i]^{\sum m_i} \Gamma(m_1) \dots \Gamma(m_n)} \quad (\text{B.6})$$

Aplicando (B.6) al denominador de la ecuación (B.1) se tiene lo siguiente,

$$\frac{1}{((k-p)^2 + i\epsilon)(k'^2 - m^2 + i\epsilon)(k^2 - m^2 + i\epsilon)} = \int_0^1 dx dy dz \delta(x + y - 1) \frac{2}{D^3}, \quad (\text{B.7})$$

donde el denominador D está dado por,

$$\begin{aligned} D &= x(k^2 - m^2) + y(k'^2 - m^2) + z(k-p)^2 + (x+y+z)i\epsilon \\ &= k^2 + 2k \cdot (yq - zp) + yq^2 + zp^2 - (x+y)m^2 + i\epsilon \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

en la segunda línea se utiliza el hecho de que $x + y + z = 1$ y $k' = k + q$. Ahora se hace el cambio de variable de k para completar el cuadrado,

$$\ell \equiv k + yq - zp, \quad (\text{B.9})$$

después de bastante algebra se tiene,

$$D = \ell^2 - \Delta + i\epsilon, \quad (\text{B.10})$$

donde

$$\Delta \equiv -xyq^2 + (1-z)^2 m^2 \quad (\text{B.11})$$

Lo siguiente es expresar el numerador en términos de ℓ . Esto se simplifica al notar que el denominador D sólo depende de ℓ , por tanto los términos con un número impar de potencias de ℓ se hacen cero por simetría. Luego entonces, se tiene lo siguiente,

$$\int \frac{d^4 \ell}{(2\pi)^4} \frac{\ell^\mu}{D^3} = 0, \quad (\text{B.12})$$

$$\int \frac{d^4\ell}{(2\pi)^4} \frac{\ell^\mu \ell^\nu}{D^3} = \int \frac{d^4\ell}{(2\pi)^4} \frac{\frac{1}{4}g^{\mu\nu}\ell^2}{D^3}, \quad (\text{B.13})$$

la primera identidad se cumple por simetría. Para probar la segunda, se ve que la integral se hace cero si $\mu = \nu$. Por tanto, la invariancia de Lorentz requiere un término proporcional a $g^{\mu\nu}$.

Utilizando estas identidades se tiene,

$$\begin{aligned} \text{Numerador} &= \bar{u}(p')[\not{k}\gamma^\mu\not{k}' + m^2\gamma^\mu - 2m(k+k')^\mu]u(p) \\ &\rightarrow \bar{u}(p')\left[\frac{1}{2}\gamma^\mu\ell^2 + (-y\not{q} + z\not{p})\gamma^\mu((1-y)\not{q} + z\not{p}) + m^2\gamma^\mu\right. \\ &\quad \left. - 2m((1-2y)q^\mu + 2zp^\mu)\right]u(p). \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

Poner el denominador en una forma más útil es cuestión de aplicar un poco de álgebra de Dirac (tres o cuatro páginas). Eventualmente, se quieren agrupar los términos que contengan γ^μ y $i\sigma^{\mu\nu}q_\nu$. Con la mayoría del trabajo hecho, el objetivo principal es realizar la integral de momento. La parte ℓ^0 se evalúa como una integral de contorno, y las integrales de la parte espacial se realizan en coordenadas esféricas. Para realizarlo de manera más sencilla se utiliza lo que se llama rotación de Wick. Nótese que de no ser por el signo menos en la parte temporal la integral se podría realizar en coordenadas esféricas de cuatro dimensiones directamente. Haciendo una rotación en el plano complejo se tiene lo siguiente:

$$\ell^0 \equiv i\ell_E^0 \quad \vec{\ell} = -\vec{\ell}_E \quad (\text{B.15})$$

de esta forma se tiene,

$$\begin{aligned} \int \frac{d^4\ell}{(2\pi)^4} \frac{1}{[\ell^2 - \Delta]^m} &= \frac{i}{(-1)^m} \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4\ell_E \frac{1}{[\ell_E^2 + \Delta]^m} \\ &= \frac{i(-1)^m}{(2\pi)^4} \int d\Omega_4 \int_0^\infty d\ell_E \frac{\ell_E^3}{[\ell_E^2 + \Delta]^m} \end{aligned} \quad (\text{B.16})$$

el resto es puro cálculo. Además tenemos las siguientes integrales,

$$\int \frac{d^d\ell}{(2\pi)^d} \frac{1}{(\ell^2 - \Delta)^n} = \frac{(-1)^n i}{(4\pi)^{d/2}} \frac{\Gamma(n - \frac{d}{2})}{\Gamma(n)} \left(\frac{1}{\Delta}\right)^{n - \frac{d}{2}}, \quad (\text{B.17})$$

$$\int \frac{d^d\ell}{(2\pi)^d} \frac{\ell^2}{(\ell^2 - \Delta)^n} = \frac{(-1)^{n-1} i}{(4\pi)^{d/2}} \frac{d}{2} \frac{\Gamma(n - \frac{d}{2} - 1)}{\Gamma(n)} \left(\frac{1}{\Delta}\right)^{n - \frac{d}{2} - 1}, \quad (\text{B.18})$$

$$\int \frac{d^d\ell}{(2\pi)^d} \frac{\ell^\mu \ell^\nu}{(\ell^2 - \Delta)^n} = \frac{(-1)^{n-1} i}{(4\pi)^{d/2}} \frac{g^{\mu\nu}}{2} \frac{\Gamma(n - \frac{d}{2} - 1)}{\Gamma(n)} \left(\frac{1}{\Delta}\right)^{n - \frac{d}{2} - 1}, \quad (\text{B.19})$$

$$\int \frac{d^d\ell}{(2\pi)^d} \frac{(\ell^2)^2}{(\ell^2 - \Delta)^n} = \frac{(-1)^n i}{(4\pi)^{d/2}} \frac{d(d+2)}{4} \frac{\Gamma(n - \frac{d}{2} - 2)}{\Gamma(n)} \left(\frac{1}{\Delta}\right)^{n - \frac{d}{2} - 2}, \quad (\text{B.20})$$

Otra forma de realizar esto es utilizando el método de reducción de Passarino-Veltman que se describe a continuación.

B.2. Método de Reducción de Passarino-Veltman

Los factores de forma que describen los decaimientos con violación de sabor en el cálculo de las amplitudes se expresaron en términos de integrales de Passarino-Veltman. De esta forma, en este apéndice se discuten un poco a detalle las integrales de interés.

Para las integrales de dos y tres puntos en D dimensiones y siguiendo la notación de Passarino-Veltman se tiene lo siguiente:

$$\frac{i}{16\pi^2} \{B_0; B^\mu\}(q_1, m_1, m_2) = \mu^{4-D} \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{\{1; k^\mu\}}{[k^2 - m_1^2][(k^2 + q_1^2) - m_2^2]} \quad (\text{B.21})$$

$$\begin{aligned} \frac{i}{16\pi^2} \{C_0; \tilde{C}_0; C^\mu\}(q_1, q_2, m_1, m_2, m_3) = \\ \mu^{4-D} \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{\{1; k^2; k^\mu\}}{[k^2 - m_1^2][(k + q_1)^2 - m_2^2][(k + q_1 + q_2)^2 - m_3^2]} \end{aligned} \quad (\text{B.22})$$

se tienen como argumentos los momentos q_i correspondientes a las partículas externas y los argumentos de masas m_i correspondientes a los grados de libertad.

La integral \tilde{C}_0 se puede escribir en términos de la función escalar C_0 utilizando las definiciones de integrales (siempre y cuando estas funciones no tengan divergencias o estén aisladas). A continuación se presenta la relación de recurrencia:

$$\frac{i}{16\pi^2} \tilde{C}_0(q_1, q_2, m_1, m_2, m_3) = \quad (\text{B.23})$$

$$\mu^{4-D} \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{k^2}{[k^2 - m_1^2][(k + q_1)^2 - m_2^2][(k + q_1 + q_2)^2 - m_3^2]} = \quad (\text{B.24})$$

$$\mu^{4-D} \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{(k^2 - m_1^2) + m_1^2}{[k^2 - m_1^2][(k + q_1)^2 - m_2^2][(k + q_1 + q_2)^2 - m_3^2]} = \quad (\text{B.25})$$

$$\mu^{4-D} \int \frac{d^D(k + q_1)}{(2\pi)^D} \frac{1}{[(k + q_1)^2 - m_2^2][(k + q_1 + q_2)^2 - m_3^2]} \quad (\text{B.26})$$

$$+ m_1^2 \mu^{4-D} \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{1}{[k^2 - m_1^2][(k + q_1)^2 - m_2^2][(k + q_1 + q_2)^2 - m_3^2]} \quad (\text{B.27})$$

Esto resulta ser igual a lo siguiente:

$$\frac{i}{16\pi^2} (B_0(q_2, m_2, m_3) + m_1^2 C_0(q_1, q_2, m_1, m_2, m_3)) \quad (\text{B.28})$$

Por tanto, se presentan las funciones escalares B_0 y C_0 y las funciones tensoriales B^μ y C^μ . Para completar cuadrados en el denominador de sus definiciones integrales, utilizamos los parámetros de Feynman. Para la función C_0 se tiene lo siguiente:

$$\frac{i}{16\pi^2} C_0(q_1, q_2, m_1, m_2, m_3) = \quad (\text{B.29})$$

$$\mu^{4-D} \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{1}{[k^2 - m_1^2][(k + q_1)^2 - m_2^2][(k + q_1 + q_2)^2 - m_3^2]} = \quad (\text{B.30})$$

$$\mu^{4-D} \int_0^1 \int \frac{d^D l}{(2\pi)^D} \frac{2!}{(l^2 - \alpha_C)^3} \delta(x + y + z - 1) dx dy dz \quad (\text{B.31})$$

con $l = k + yq_1 + z(q_1 + q_2)$ y $\alpha_C = (yq_1 + z(q_1 + q_2))^2 - yq_1^2 - z(q_1 + q_2)^2 + xm_1^2 + ym_2^2 + zm_3^2$.
Las integrales en l son como sigue:

$$\int \frac{d^D l}{(2\pi)^D} \frac{1}{(l^2 - \alpha)^n} = \frac{(-1)^n i \Gamma(n - D/2)}{(4\pi)^{D/2} \Gamma(n)} \frac{1}{\alpha^{n-D/2}} \quad (\text{B.32})$$

$$\int \frac{d^D l}{(2\pi)^D} \frac{l^\mu}{(l^2 - \alpha)^n} = 0 \quad (\text{B.33})$$

siendo $n = 2, 3$ según sean las funciones tipo B o C respectivamente.

Para este trabajo de tesis interesa el caso de dimensión $D = 4$, en el cual las funciones de 2 puntos tienen una divergencia mientras que las funciones de tres puntos resultan finitas.

Explícitamente, tratamos la divergencia de la siguiente manera (utilizando $\epsilon = 4 - D$):

$$\int \frac{d^D l}{(2\pi)^D} \frac{\mu^{4-D}}{(l^2 - \Delta)^n} = \frac{i}{(4\pi)^2} \Gamma(\epsilon/2) \left(\frac{4\pi\mu^2}{\alpha} \right)^{\epsilon/2} \quad (\text{B.34})$$

$$= \frac{i}{16\pi^2} \left(\frac{2}{\epsilon} - \gamma_E + \mathcal{O}(\epsilon) \right) \left(1 - \frac{\epsilon}{2} \log \left(\frac{\alpha}{4\pi\mu^2} \right) + \mathcal{O}(\epsilon^2) \right) \quad (\text{B.35})$$

$$= \frac{i}{16\pi^2} \left(\frac{2}{\epsilon} - \gamma_E - \log \left(\frac{\alpha}{4\pi\mu^2} \right) + \mathcal{O}(\epsilon) \right) \quad (\text{B.36})$$

Por tanto, la divergencia queda definida por

$$\Delta = \frac{2}{\epsilon} - \gamma_E + \log(4\pi), \quad (\text{B.37})$$

siendo γ_E la constante de Euler-Mascheroni y $\epsilon \rightarrow 0$.

Renombrando el siguiente término,

$$\tilde{d}(x_1, x_2, \dots, x_n) = \delta(x_1 + x_2 + \dots + x_n - 1) dx_1 dx_2 \dots dx_n \quad (\text{B.38})$$

se tiene lo siguiente:

$$\frac{i}{16\pi^2} B_0(q_1, m_1, m_2) = \frac{i}{16\pi^2} \left(\Delta + \log(\mu^2) - \int_0^1 \log(\alpha_B) \tilde{d}(x, y) \right), \quad (\text{B.39})$$

$$\frac{i}{16\pi^2} B^\mu(q_1, m_1, m_2) = \frac{i}{16\pi^2} q_1^\mu \left(-\frac{\Delta}{2} - \frac{\log(\mu^2)}{2} + \int_0^1 y \log(\alpha_B) \tilde{d}(x, y) \right), \quad (\text{B.40})$$

$$\frac{i}{16\pi^2} C_0(q_1, q_2, m_1, m_2, m_3) = -\frac{i}{16\pi^2} \int_0^1 \frac{1}{\alpha_C} \tilde{d}(x, y, z), \quad (\text{B.41})$$

$$\frac{i}{16\pi^2} C^\mu(q_1, q_2, m_1, m_2, m_3) = \frac{i}{16\pi^2} \int_0^1 \frac{(y+z)q_1^\mu + zq_2^\mu}{\alpha_C} \tilde{d}(x, y, z), \quad (\text{B.42})$$

Bibliografía

- [1] S. L. Glashow, J. Iliopoulos, and L. Maiani. Weak interactions with lepton-hadron symmetry. *Phys. Rev. D*, 2:1285–1292 (1970).
- [2] M. Tanabashi *et al.* (Particle Data Group), *Phys. Rev. D* 98, 030001 (2018).
- [3] A. M. Sirunyan *et al.* (CMS Collaboration), *JHEP* 07, 003 (2017).
- [4] J. I. Aranda, A. Cordero-Cid, F. Ramírez-Zavaleta, J. J. Toscano and E. S. Tututi, *Phys. Rev. D* 81, 077701 (2010).
- [5] J. I. Aranda, F. Ramírez-Zavaleta, J. J. Toscano and E. S. Tututi, *J. Phys. G* 38, 045006 (2011); J. I. Aranda, J. Montaña, F. Ramírez-Zavaleta, J. J. Toscano and E. S. Tututi, *Phys. Rev. D* 86, 035008 (2012).
- [6] T-P. Cheng and L-F. Li, *Phys. Rev. D* 16, 1425 (1977); B. W. Lee and R. E. Shrock, *Phys. Rev. D* 16, 1444 (1977).
- [7] E. Arganda and M. J. Herrero, *Phys. Rev. D* 73, 055003 (2006).
- [8] T. Morii, C. S. Lim and S N Mukherjee. *The physics of the Standard Model and beyond.* World Scientific, Singapore (2004).
- [9] M. Herrero, *The Standard model*, NATO Sci. Ser. C. 534, 1 (1999).
- [10] G. Kane. *Modern Elementary Particle Physics*, (1988).
- [11] S. L. Glashow, *Partial Symmetries of Weak Interactions*, *Nucl. Phys.* 22, 579 (1961).
- [12] S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.* 19, 1264 (1967).
- [13] A. Salam, *Weak and Electromagnetic Interactions*, *Conf. Proc.* C680519, 367 (1968).
- [14] M. J. G. Veltman, *Unitarity and causality in a renormalizable field theory with unstable particles*, *Physica* 29, 186 (1963).
- [15] M. J. G. Veltman. *Perturbation theory of massive Yang-Mills fields*, (1967).
- [16] M. J. G. Veltman, *Phys. Rev. Lett.* 17, 553 (1966).
- [17] D. McMahon. *Quantum field theory demystified: A self-teaching guide*, (2009).

-
- [18] D. J. Griffiths. Introduction to elementary particles; 2nd rev. version. Physics textbook. Wiley, New York, NY (2008).
- [19] L. H. Ryder. Quantum Field Theory. Cambridge University Press (1996).
- [20] M. E. Peskin and D. V. Schroeder. An Introduction to quantum field theory. Addison-Wesley, Reading, USA (1995).
- [21] Ho-Kim Quang and Pham Xuan-Yem. Elementary Particles and their interactions. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Reading, USA (1998).
- [22] Y. Fukuda and T. Hayakawa, Phys. Rev. Lett. 81, 1562 (1998).
- [23] Y. Ashie and J. Hosaka, Phys. Rev. D 71, 112005 (2005).
- [24] M. B. Smy, Y. Ashie, and S. Fukuda, Phys. Rev. D 69, 011104 (2004).
- [25] S. N. Ahmed and A. E. Anthony, Phys. Rev. Lett. 92, 102004 (2004).
- [26] M. Apollonio and A. Baldini, The European Physical Journal C 27, 331 (2003).
- [27] P. W. Higgs, Phys. Rev. Lett. 13, 508 (1964).
- [28] P. W. Higgs, Phys. Rev. 145, 1156 (1966).
- [29] F. Englert and R. Brout, Phys. Rev. Lett. 13, 321 (1964).
- [30] G. S. Guralnik, C. R. Hagen and T. W. B. Kibble, Phys. Rev. Lett. 13, 585 (1964).
- [31] T. W. B. Kibble, Phys. Rev. 155, 1554 (1967).
- [32] A. Djouadi. The Anatomy of electro-weak symmetry breaking. I: The Higgs boson in the standard model. Phys. Rept. 457, 1 (2008).
- [33] G Shaw. Gauge theory of elementary particle physics. Physics Bulletin. 36, 221 (1985).
- [34] C. Giunti and C. W. Kim. Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics, (2007).
- [35] J. C. Pati and A. Salam, Phys. Rev. D 10, 275 (1974).
- [36] R. N. Mohapatra and J. C. Pati, Phys. Rev. D 11, 2558 (1975).
- [37] P. Langacker and M. Plümacher, Phys. Rev. D 62, 013006 (2000).
- [38] R. W. Robinett and J. L. Rosner, Phys. Rev. D 26, 2396 (1982).
- [39] A. Arhrib, K. Cheung, Cheng-Wei Chiang and Tzu-Chiang Yuan, Phys. Rev. D 73, 075015 (2006).
- [40] P. Langacker and Ming-xing Luo, Phys. Rev. D 45, 278 (1992).
-

-
- [41] G. Altarelli, B. Mele and M. Ruiz-Altaba, Z. Phys. C 45, 109 (1989). [Erratum: Z. Phys. C 47, 676 (1990)].
- [42] A. Aydemir, H. Arslan, and A. K. Topaksu, Phys. Part. Nucl. Lett. 6, 304 (2009).
- [43] R. W. Robinett, Phys. Rev. D 26, 2388 (1982).
- [44] A. Flórez, A. Gurrola, W. Johns, Y. Do Oh, P. Sheldon, D. Teague and T. Weiler, Phys. Lett. B 767, 126 (2017).
- [45] R. N. Mohapatra. Unification and Supersymmetry. Springer-Verlag New York, (1986).
- [46] A. Carcamo, R. Martínez and F. Ochoa, Phys. Rev. D 73, 035007 (2006).
- [47] N. Arkani-Hamed, A. G. Cohen, E. Katz and A. E. Nelson, JHEP 07, 034 (2002).
- [48] T. Han, H. E. Logan, B. McElrath and Lian-Tao Wang, Phys. Rev. D 67, 095004 (2003).
- [49] Gi-Chol Cho, K. Hagiwara and Y. Umeda, Nucl. Phys. B 531, 65 (1998).
- [50] P. Langacker and J. Wang, Phys. Rev. D 58, 115010 (1998).
- [51] A. Abulencia *et al.* (CDF Collaboration), Phys. Rev. Lett. 96, 211801 (2006).
- [52] Search for high-mass dilepton resonances in 6.1/fb of pp collisions at $\sqrt{s}=8$ TeV with the ATLAS experiment. Technical Report ATLAS-CONF-2012-129, CERN, Geneva, Sep (2012).
- [53] Search for Resonances in the Dilepton Mass Distribution in pp Collisions at $\sqrt{s}=8$ TeV. Technical Report CMS-PAS-EXO-12-015, CERN, Geneva, (2012).
- [54] G. Aad *et al.*, Phys. Rev. D 90, 052005 (2014).
- [55] The ATLAS collaboration. Search for new phenomena in the dilepton final state using proton-proton collisions at $\sqrt{s}=13$ TeV with the ATLAS detector, (2015).
- [56] G. Aad *et al.* (ATLAS Collaboration), The European Physical Journal C 75(7), 330 (2015).
- [57] J. Gao, C. Sheng Li and H. X. Zhu, Phys. Rev. Lett. 110, 042001 (2013).
- [58] V. M. Abazov *et al.*, Phys. Rev. D 85, 091104 (2012).
- [59] V. Khachatryan *et al.*, Phys. Lett. B 736, 33 (2014).
- [60] D. Espinosa Gómez. Decaimiento del quark top con cambio de sabor y bosones neutros en modelos extendidos. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Posgrado en Ciencias en Ingeniería Física. Tesis de Maestría, (2016).
- [61] D. Atwood, L. Reina and A. Soni, Phys. Rev. D 55, 3156 (1997).
-

- [62] J. L. Lopez, D. V. Nanopoulos and R. Rangarajan, Phys. Rev. D 56, 3100 (1997).
- [63] J. M. Yang, Bing-Lin Young and X. Zhang, Phys. Rev. D 58, 055001 (1998).
- [64] H. Hong-Sheng, Phys. Rev. D 75, 094010 (2007).
- [65] M. Frank and I. Turan, Phys. Rev. D 72, 035008 (2005).
- [66] Y. Nagashima. Elementary Particle Physics Volume 2: Foundations of the Standard Model. WILEY-VCH Verlag (2013).
- [67] G. González Estrada. Cambio de sabor leptónico en decaimiento del bosón de Higgs. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Posgrado en Ciencias en Ingeniería Física. Tesis de Maestría, (2018).