



UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO

LICENCIATURA EN CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

“Mat. Luis Manuel Rivera Gutiérrez”

“EL VÉRTICE $\gamma W^+ W^-$ A UN LAZO EN EL MODELO ESTÁNDAR ”

TESIS

Para obtener el TÍTULO de:

LICENCIATURA EN CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

Presenta:

Juan Carlos Avilés Sánchez

Director de tesis:

Asesor: Dr. Eduardo Salvador Tututi Hernández

Morelia, Michoacán, febrero de 2019

Agradecimientos

Primeramente agradezco a mi madre, por sus sacrificios y esfuerzo, por darme una carrera para mi futuro, siempre ha estado brindándome su apoyo, comprensión, cariño y amor. Por ser la principal promotora de mis sueños, gracias por cada día confiar y creer en mí, y en mis expectativas, por desear y anhelar siempre lo mejor para mi vida.

A mi asesor por su paciencia, dedicación, motivación, criterio y aliento, por cada consejo, por cada una de sus palabras y enseñanzas que me guiaron durante la carrera.

A las personas que de alguna manera u otra han sido claves en mi vida estudiantil y en lo personal.

A mis amigos del alma, Isaí Raya (Gordo), Ricardo (chaparrito), Paco Santoyo, Luis David Trujillo (wicho), Alyabro, que sin esperar nada a cambio compartieron su conocimiento, alegrías y tristezas.

A mis profesores en especial a los doctores, Fernando Iguazu, Alberto Mendoza y por supuesto a mi asesor Eduardo Tututi, por resolver siempre mis dudas, dar siempre respuestas a todas mis preguntas, por su paciencia y motivación.

Y a todas aquellas personas que durante estos años estuvieron a mi lado apoyándome.

Gracias a todos.

*Es bello lo que vemos, y más aún lo que sabemos.
Pero aún es más bello lo que todavía no entendemos.*

Niel Stenses

Resumen

Los bosones de norma $W^\pm$ fueron descubiertos en el CERN en 1983, en un proceso de aniquilación electrón-positrón, desde entonces han sido objeto de gran estudio. En el presente trabajo se calculan las contribuciones fermiónicas al vértice $\gamma W^+ W^-$ a nivel de un lazo dentro del contexto del Modelo Estándar. Con el estudio de este vértice se podrán determinar las propiedades electromagnéticas de los bosones de norma; una vez obtenidas se pretende investigar el impacto del no cumplimiento de simetría de Lorentz sobre estas propiedades. En este trabajo de tesis se estará calculando de manera explícita y analítica los factores de forma de la parte fermiónica, estos factores de forma son de suma importancia para poder hacer comparaciones con los correspondientes factores de forma que contienen la violación de simetría de Lorentz.

Palabras clave: partículas elementales, bosones de norma, diagramas de Feynman, factores de forma, propiedades electromagnéticas.

Abstract

The gauge bosons $W^\pm$ were discovered at CERN in 1983, in a process of annihilation electron-positron, since then they have been the subject of great study. In the present work, we calculate the fermionic contributions to the vertex $\gamma W^+ W^-$ at the one loop level within the context of the Standard Model. With the study of this vertex the electromagnetic properties of the gauge bosons can be determined. In this thesis the explicit and analytical structure of the form factors of the fermionic part can be determined, this form factors are very important since they allow us to perform comparisons with the corresponding form factors coming from that which consider the violation of the Lorentz symmetry.

Key words: elementary particles, gauge bosons, Feynman diagrams, form factors, electromagnetic properties.

Índice general

1. Introducción	5
2. El Modelo Estándar	8
2.1. Antecedentes históricos	8
2.2. Modelo Estándar	9
2.3. Simetrías de norma	13
2.4. Grupos de simetrías en física de partículas	14
2.5. Lagrangiano del modelo estándar	15
2.5.1. Sector de los fermiones: $\mathcal{L}_F$	16
2.5.2. El sector de Yukawa: $\mathcal{L}_Y$	17
2.5.3. El sector de Higgs: $\mathcal{L}_H$	18
2.5.4. El sector de Yang Mills: $\mathcal{L}_{YM}$	19
2.6. Reglas de Feynman en el modelo estándar	20
3. Bosones de norma	23
3.1. Bosones W y Z	23
3.1.1. Propiedades	24
3.1.2. Bosones W y Z en la interacción débil	24
3.2. Gluones	25
3.2.1. Campo gluónico	26
3.3. Fotones	26
4. Cálculo a un rizo	28
4.1. Estructura de Lorentz para los leptones	30
4.2. Estructura de Lorentz para los quarks	34
5. Discusión y conclusiones	38

Capítulo 1

Introducción

Los bosones cargados $W^\pm$, cuyo estudio a un nivel introductorio de las propiedades electromagnéticas es el motivo de este trabajo de tesis de licenciatura, conjuntamente con el bosón neutro Z^0 y el fotón γ son partículas mediadoras de las interacciones débiles y electromagnéticas respectivamente y conforman el conjunto de bosones de norma del modelo estándar electrodébil $SU(2) \times U(1)$ propuesto por Weinberg, Glashow y Salam en 1967 [1], quienes posteriormente ganaron el premio Nobel de física por esta propuesta teórica de modelo de unificación de las interacciones electromagnéticas y débiles. Se puso en evidencia experimental la existencia de los bosones $W^\pm$ y Z^0 en el Centro Europeo de Investigaciones Nucleares (CERN por sus siglas en francés) en 1983 [2], su descubrimiento fue motivo del premio nobel de física para Carlo Rubbia (entonces director del CERN) y Simon van de Meer. Sin embargo la historia de los bosones de norma ($W^\pm$) se remonta a finales de los años 50's del siglo pasado con la propuesta de Feynman y Gell-Mann (1958) [3] y Lee y Yang [4] de la existencia de estas partículas como mediadores de la interacción débil cuya idea está basada en la propuesta sobre de los campos de Yang-Mills en 1954 [5].

No solo por su interés como mediador de la interacción débil, sino también por sus propiedades intrínsecas, el estudio del bosones $W^\pm$ ha sido de mucho esfuerzo desde que fue propuesta su existencia teórica. En efecto, algunos años después de la propuesta del modelo que propone la existencia los bosones vectoriales de espín isotópico (los campos de Yang-Mills), en 1961, Cabbibo y Gatto estudiaron los efectos de un mediador de la interacción débil con las características del boson W en experimentos de choques de haces de electrón-positrón [6]. Poco después de que se evidenció la existencia del bosón W , se

empezó a estudiar las propiedades electromagnéticas de esta partícula [7] y su posible medición experimental mediante procesos de producción de fotones a partir de la aniquilación de quark-antiquark $q + \bar{q} \rightarrow \gamma + W$ [8]. Uno de los principales intereses de estudio de estos bosones fue el de la producción de W 's en diferentes reacciones con la finalidad de estudiar intensidades de los acoplamientos de los bosones WWV , donde $V = \gamma$ o Z [9], con la finalidad de acotar los momentos dipolares de los bosones W . También se ha estudiado los efectos de acoplamientos no estándares de $WW\gamma$ a los factores de forma provenientes de contribuciones de quarks ligeros y leptones [10], dando contribuciones a los momentos dipolares magnéticos de los bosones en estudio. Este tipo de estudio se complementó posteriormente agregando a la teoría acoplamientos operadores de dimensión seis que incluyen bosones escalares y que son invariantes bajo el grupo $SU(2) \times U(1)$ y que conservan las operaciones de conjugación C y de paridad P . También ha sido de interés el estudio de las propiedades electromagnéticas de los bosones de norma en cuestión. En efecto en 2008 Novales y Toscano [11] estudiaron el impacto de un acoplamiento $WW\gamma$ con simetría CP -impar sobre los momentos dipolares de quarks y leptones cargados.

Por otro lado, una de las grandes suposiciones que se han tomado a priori en el estudio de las partículas fundamentales mediante la teoría cuántica de campos es la simetría de Lorentz. Una teoría de campos, en palabras de Einstein, debe ser local, causal e invariante de Lorentz. Local en el sentido de que las leyes de la física se deben establecer en términos de ecuaciones que contengan derivadas con respecto al espacio tiempo; causal, en el sentido de que cumpla con los efectos que preceden a la causa y que la rapidez de la información no debe exceder la rapidez de la luz; invariante de Lorentz en el sentido de que la teoría contenga la simetría bajo transformaciones de Lorentz. Sin embargo la simetría de Lorentz que debe poseer una teoría de campos se ha estado cuestionando; se han hecho propuestas de teorías que asumen no cumplir de manera explícita esta suposición [12, 13]. Resulta interesante estudiar los efectos de violación de la simetría de Lorentz que se puedan inducir en las mediciones experimentales en los diferentes procesos entre partículas fundamentales y en contextos astrofísicos [14, 15]. En física de partículas se han hecho algunos estudios del impacto de la violación de la simetría mencionada. Por ejemplo se han estudiado las señales sobre la mencionada violación que pudieran presentarse en la producción de quarks top-antitop o mediante la fusión de gluones con sus subsecuentes decaimientos semi-leptónicos [16]. También, como otro par de ejemplos a mencionar, está

el estudio que se realizó en el proceso de reacción $\gamma e \rightarrow W \nu_e$ para ser estudiado en un acelerador lineal a futuro como el ILC (por sus siglas en inglés de International Linear Collider) [17] o el estudio sobre el efecto de la violación de Lorentz en vértices de fermiones con fotones $f\bar{f}, \gamma$ a nivel de un lazo [18], entre muchos otros ejemplos.

La idea de este trabajo de tesis es sentar las bases para un estudio posterior con más profundidad y detalle del acoplamiento $WW\gamma$ a nivel de un lazo dentro del contexto del modelo estándar. Este trabajo se realiza dentro de un esquema de trabajo más amplio en que se pretende investigar el impacto del no cumplimiento de la simetría de Lorentz sobre las propiedades electromagnéticas de los bosones de norma electro-débiles y posible medición en aceleradores. Aunque el estudio de la propiedades electromagnéticas se ha llevado a cabo en estudios previos [8, 10], es importante tener expresiones analíticas completas de los factores de forma que resultan del mencionado acoplamiento para comparar con los resultados que se obtendrán cuando se viola la simetría de Lorentz. En particular como parte del trabajo y a manera de "calentamiento" se aprenderá como llevar a cabo los cálculos de diagramas de Feynman mediante la parametrización de Feynman, la cual es requisito indispensable para poder llevar a cabo estudios de contribuciones de fluctuaciones cuánticas de cantidades observables con una mayor profundidad y poder abordar otro tipo de problemas en teorías de campos más elaboradas.

La organización de esta tesis es como sigue. En el capítulo dos se explican brevemente las bases y los aspectos generales de lo que hoy conocemos como Modelo Estándar, estableciendo las reglas de Feynman correspondientes. En el capítulo tres se discute con más detalle acerca de los bosones de norma y algunas de sus propiedades. En el cuarto capítulo se muestran los cálculos realizados, como parte de este trabajo de tesis, los cuales son preliminares para el cálculo completo que se estará realizando en el futuro. Finalmente, en el capítulo cinco esta dedicado a las discusiones y conclusiones del trabajo realizado.

Capítulo 2

El Modelo Estándar

2.1. Antecedentes históricos

El ser humano en su afán de la comprensión de los fenómenos naturales, se ha planteado preguntas tales como: ¿De que está hecha la materia?, ¿Cuál es la componente más fundamental de la materia? Por el año 1900 los científicos se convencieron de que la materia está compuesta por un número de tipos diferentes de átomos, lo cual ya lo habían conjeturado los antiguos griegos. En la imagen atómica, los diferentes tipos de sustancias pueden ser vistas como configuraciones diferentes de arreglos de átomos. En un sólido, los átomos están relativamente inmóviles, en el caso de los cristales los átomos que lo conforman están asombrosamente ordenados en patrones. En el caso de los líquidos, los átomos se pueden mover libremente sobre ellos mismos, y en el caso de un gas éstos se encuentran separados grandes distancias y se mueven a una velocidad que depende de la temperatura del gas. A finales de 1890, J.J Thompson en los laboratorios de Cavendish, realizó experimentos para examinar el comportamiento de un gas dentro de un tubo de vidrio cuando se le aplicaba un campo eléctrico. Thompson llegó a la conclusión de que el tubo contenía en su interior una nube de partículas con carga eléctrica negativa, hoy en día a esta partícula se le conoce como electrón. Además Thompson concluyó que los electrones son partículas sin estructura interna es decir son indivisibles. En 1897 Thompson logró medir la relación entre la carga del electrón y su masa (e/m), con esto logró concluir que el electrón es miles de veces menos masivo que el átomo. Todos estos datos lo llevaron a proponer el primer modelo del átomo conocido como el pudín de pasas.

Después del descubrimiento del electrón, fueron descubiertas otras partículas como el protón y el neutrón, que durante largo tiempo fueron consideradas partículas elementales pero que posteriormente quedó claro que son partículas con estructura interna. Con el descubrimiento de las partículas elementales, se intentó construir un modelo que pudiera explicar la interacción entre estas partículas, con lo cual se llegó a construir lo que hoy conocemos como el Modelo Estándar (ME). Esta teoría afirma que toda la materia del universo está formada por fermiones que interactúan mediante campos, del cual ellos mismos son las fuentes. Las partículas asociadas con la interacción de los campos son los bosones [23].

2.2. Modelo Estándar

En la naturaleza existen 4 interacciones fundamentales entre partículas. La interacción electromagnética que es mediada por el fotón, una partícula sin masa y de espín 1, la interacción débil, que es mediada por las partículas masivas W^+ , W^- , Z , la interacción fuerte, que es mediada por las partículas sin masa denominadas gluones, y la interacción gravitacional, que es mediada por el gravitón (sin evidencia experimental). De todas estas interacciones, la interacción gravitacional se puede excluir del estudio de la física de partículas, debido a que su intensidad es extremadamente débil comparada con la intensidad del resto de las interacciones y no tiene un efecto significativo sobre las partículas elementales. Por ejemplo, la razón entre la fuerza gravitacional y la fuerza electromagnética entre dos protones separados a una distancia de 10^{-15}m es aproximadamente 10^{-36} .

El electrón es un lepton al igual que los muones y los tauones y sus respectivos neutrinos. Estas partículas tienen la característica que sienten las fuerza débil y la electromagnética pero no la fuerza fuerte. Estas partículas se asumen como partículas sin estructura y por ende fundamentales. Los quarks además de sentir las fuerzas eléctricas y débiles tienen la propiedad de sentir e interactuar mediante la fuerza fuerte. Esto es debido a la propiedad intrínseca que poseen los quarks y que es la carga de color. Cada uno de los quarks puede presentar un color (rojo, verde y azul). Las partículas que tienen estructura interna se llaman hadrones, los cuales están constituidos por quarks. Los hadrones se clasifican en bariones, que están formados por tres quarks o tres antiquarks, y mesones, que están constituidos por un quark y un antiquark. El protón y el neutrón son ejemplos de hadrones que se encuentran de manera

abundante en la materia ordinaria: el protón está constituido por dos quarks up y un quark down y el neutrón se compone de dos quarks down y un quark up. Una propiedad interesante de los quarks es que tienen carga eléctrica e fraccionaria. Sin embargo nunca se han detectado quarks libres ya que estos se encuentran siempre confinados en hadrones, de esta manera la suma algebraica de los quarks que constituyen un hadrón es siempre un múltiplo entero de e .

El sector electro-débil del ME unifica la interacción débil con la electromagnética [19, 20, 21, 22, 23, 24] fue propuesto con gran éxito por Glashow, Weinberg y Salam. En su modelo parten del supuesto de que dicho sector está inmerso en un grupo de simetría, $SU_L(2) \times U_Y(1)$ y usando el mecanismo de Higgs es posible explicar el origen de las masas de las partículas. Una consecuencia es que los neutrinos son partículas no masivas debido a que en el Lagrangiano no existe un término masivo. Esto es debido a que experimentalmente sólo se han observado neutrinos de una quiralidad bien definida, izquierda, y es necesario tener a los neutrinos de quiralidad derecha para poder identificar el término masivo. Sin embargo, las recientes observaciones de las oscilaciones de neutrinos requieren que estas partículas tengan una masa diferente de cero.

El ME es una teoría de norma basada en el grupo de simetrías locales

$$G_{ME} = SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y, \quad (2.1)$$

que describe las interacciones fuerte, débil y electromagnética, la cual se lleva a cabo mediante el intercambio de los correspondientes campos de espín 1 (bosones de norma): 8 gluones sin masa ($g_i, i = 1, \dots, 8$), 1 fotón (γ) sin masa para las interacciones fuertes y electromagnéticas, respectivamente y 3 bosones masivos ($W^\pm$ y Z^0) para la interacción débil. Actualmente todos los experimentos son consistentes con la noción de que los tres grupos simetrías son suficientes y necesarias para describir las interacciones de las partículas conocidas.

De acuerdo con el ME, los fermiones (leptones y quarks), son partículas elementales que entran en el ME como representaciones irreducibles del grupo de simetría de norma G_{ME} , es decir, no poseen estructura interna. Los estados de helicidad son estados cuánticos característicos de las partículas fermiónicas, y a ellos se asocian los operadores de proyección P_L y P_R , dados por

$$P_{L,R} = \frac{1}{2}(1 \mp \gamma^5) \quad (2.2)$$

donde $\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$, y γ^k , ($k = 0, 1, 2, 3$) son las matrices de Dirac. Estos operadores son hermíticos y proyectan espinores en estados de helicidad izquierda (P_L) y derecha (P_R). Un rasgo interesante de la interacción débil es su capacidad para distinguir la helicidad de los leptones y los quarks, pues los acoplamientos de los bosones de norma débiles a tales estados se llevan a cabo con distinta helicidad. A cada partícula le corresponde una antipartícula, existirían en total 12 leptones y 36 quarks. Cada familia está formada por dos partículas de espín $\frac{1}{2}$, f y $\bar{f}$, con cargas eléctricas $Q_f = Q_{\bar{f}} + 1$ en unidades de la carga del protón, y sus correspondientes antipartículas. En el ME los neutrinos tienen masas iguales a cero, por esa razón no tienen una componente de quiralidad derecha.

Los campos se agrupan en multipletes (representaciones irreducibles) bajo las transformaciones de grupo (Cuadro 2.1). Los quarks son tripletes y los leptones son singletes bajo el grupo $SU(3)_C$ de color. Bajo el grupo $SU(2)_L$ las componentes levóricas (left) se transforman de manera diferente que las dextróginas (right): los campos izquierdos son dobletes y los derechos son singletes de isospín débil T . En índice Y se refiere a la hipercarga. La carga eléctrica, el isospín y la hipercarga de los campos están relacionados mediante $Q = T_3 + Y$. Las tres familias de quarks y leptones tienen las mismas propiedades (interacciones de norma), solo difieren en las masas y en el número cuántico de sabor de sus campos.

Multipletes	$SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$	I	II	III
<i>Quarks</i>	$(3, 2, \frac{1}{6})$	$\begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} c_L \\ s_L \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} t_L \\ b_L \end{pmatrix}$
	$(3, 1, \frac{2}{3})$	u_R	c_R	t_R
	$(3, 1, -\frac{1}{3})$	d_R	s_R	b_R
Leptones	$(1, 2, \frac{1}{2})$	$\begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \nu_{\mu L} \\ \mu_L \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \nu_{\tau L} \\ \tau_L \end{pmatrix}$
	$(1, 1, -1)$	e_R	μ_R	τ_R
	$(1, 1, 0)$	ν_{eR}	$\nu_{\mu R}$	$\nu_{\tau R}$

Cuadro 2.1: Multipletes del ME

Las generaciones de fermiones se denotan por ψ_i , $i = 1, 2, 3$, donde i es el índice de familia o sabor. Las familias se enumeran en orden jerárquico de acuerdo a la magnitud de su masa.

1. Entonces la primera familia está formada por los fermiones más ligeros:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix} \quad y \quad \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}. \quad (2.3)$$

2. Segunda familia

$$\begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix} \quad y \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}. \quad (2.4)$$

3. Tercera familia

$$\begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix} \quad y \quad \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}. \quad (2.5)$$

Los términos dentro de los paréntesis indican las propiedades de transformación para cada fermión bajo la acción de los grupos $SU(3)_C$, $SU(2)_L$ y $U(1)_Y$, respectivamente. Los fermiones derechos e izquierdos, en el contexto del ME, tienen distintas propiedades de transformación bajo la acción del grupo de norma G_{ME} , bajo la acción del grupo $SU(2)_L$ los campos izquierdos y derechos se transforman como dobletes y singletes respectivamente. Los dobletes de $SU(2)_L$ se representan como:

$$Q_{L_i} = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_{L_i} \quad y \quad l_{L_i} = \begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix}_{L_i}, \quad (2.6)$$

y los singletes como

$$u_{R_i}, \quad d_{R_i} \quad y \quad l_{R_i}. \quad (2.7)$$

Los subíndices R y L denotan los estados propios de quiralidad derecha e izquierda respectivamente, e i es el índice de familia o sabor. En el ME los neutrinos tienen masa igual a cero, por esa razón no tienen una componente de quiralidad derecha. Los llamados neutrinos activos son aquellos que tienen interacciones débiles, por lo tanto residen en los dobletes leptónicos mientras que los neutrinos estériles son aquellos neutrinos que no tienen interacciones electrodébiles ni fuerte, sino solamente interacciones gravitacionales. Sus cargas o números cuánticos con respecto al grupo de norma del Modelo Estándar G_{ME} son (1,1,0), es decir, los neutrinos estériles son singletes del grupo de

norma del Modelo Estándar.

Hasta el momento se tienen un gran número de partículas elementales registradas, 12 leptones, 36 quarks, 12 mediadores y el recién descubierto bosón de Higgs, lo cual nos lleva a un total de 61 partículas que están contenidas en el modelo estándar de partículas. Algunas personas han sugerido que al menos alguna de las 61 partículas están compuestas de otras sub-partículas.

El modelo estándar no alcanza a ser una teoría completa de las interacciones fundamentales debido a varias cuestiones sin resolver.

2.3. Simetrías de norma

Uno de los conceptos más profundos en física de partículas se debe al hecho de que las interacciones están dictadas por los principios de simetría [22, 23]. La interacción entre todas las partículas debe estar determinada por simetrías de norma locales, lo cual está íntimamente conectado con la idea de que todas las cantidades físicas que se conservan (como la carga eléctrica, color, etc.) se conservan en regiones locales del espacio. La conexión entre las simetrías y las leyes de conservación se discute con mayor profundidad en el marco de la teoría de Lagrange. En mecánica clásica, la ecuación de movimiento para una partícula puede ser obtenida mediante las ecuaciones de Lagrange

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0, \quad (2.8)$$

donde q_i son las coordenadas generalizadas de la partícula y $\dot{q} = \frac{dq_i}{dt}$. Este formalismo se debe extender al caso de sistemas continuos,

$$L(q_i, \dot{q}_i, t) \rightarrow \mathcal{L}(\phi, \frac{\partial \phi}{\partial x_\mu}, x_\mu), \quad (2.9)$$

siendo el campo ϕ una función del parámetro continuo x_μ . Ahora las ecuaciones de movimiento son

$$\partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \phi)} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} = 0. \quad (2.10)$$

Nos interesamos en las transformaciones que dejan invariante la fase de alguna función de onda. Por ejemplo un electrón esta descrito por un campo complejo, el cual es invariante ante transformaciones del tipo

$$\psi(x) \rightarrow e^{i\omega} \psi(x), \quad (2.11)$$

donde ω es un parámetro real constante. La familia de transformaciones $U(\omega) = e^{i\omega}$ forman el grupo unitario $U(1)$.

Las interacciones se introducen en la teoría imponiendo la condición de que el Lagrangiano de la teoría contenga la invariancia de norma bajo las transformaciones de un grupo llamado grupo de norma. Los campos se deben transformar como

$$\psi \rightarrow U\psi, \quad (2.12)$$

de tal manera que U es una matriz unitaria de la forma $U = e^{i\omega_i \tau_i}$, con ω_i una función del espacio tiempo y τ_i los generadores del grupo y se sobre-entiende suma implícita sobre índices repetidos. Para que sea posible esta simetría es necesario introducir campos vectoriales A_i^μ que se conocen como campos de norma. Es necesario introducir un campo de norma por cada generador del grupo. Estos campos de norma están asociados a los bosones mediadores de la fuerza.

2.4. Grupos de simetrías en física de partículas

Una simetría S existe en un sistema físico cuando este sistema es invariante bajo una transformación dada por S , esto es, cuando el Hamiltoniano del sistema es invariante

$$H' = SHS^\dagger = H. \quad (2.13)$$

El conjunto de simetrías independientes de un sistema genera la estructura algebraica de un grupo, en este caso se dice que hay un grupo de simetría. Podemos clasificar las simetrías de acuerdo al tipo de parámetros de transformaciones en simetrías discretas y continuas. Describimos a continuación estas simetrías.

- **SIMETRÍAS DISCRETAS:** Los parámetros toman valores discretos, las transformaciones discretas más relevantes en la física de partículas son la paridad (P), la conjugación de la carga (C) y la reversión temporal

(T). En general, la transformación dada por cualquier combinación de C , P y T representa una simetría absoluta de la naturaleza, las interacciones débiles pueden violar P , C y parcialmente PC .

- **SIMETRÍAS CONTINUAS:** Los parámetros toman valores continuos, como por ejemplo:
 - Simetrías Espacio-Temporales o simetrías externas, son descritas por grupos tales como el grupo de Lorentz y el grupo de Poincaré; la traslación y rotación espaciales son los ejemplos más comunes de lo que es una simetría espacio-temporal. Estas transformaciones son consideradas como transformaciones continuas, ya que una transformación de este tipo puede realizarse a través de una serie de operaciones infinitesimales.
 - Simetrías Internas, las cuales actúan sobre los números cuánticos internos como: la simetría de isospín $SU(2)_L$ o la simetría bariónica $U(1)_B$ pertenecientes a grupos de Lie.

Hay dos tipos distintos de simetrías internas:

- Simetrías globales: los parámetros continuos de la transformación no dependen de las coordenadas espacio-temporales como por ejemplo la simetría de isospín $SU(2)$, la simetría de sabor $SU(3)$, la simetría bariónica $U(1)_B$.
- Simetrías locales: los parámetros continuos de la transformación dependen de las coordenadas espacio temporales como por ejemplo la simetría electromagnética $U(1)_{EM}$ [20], la simetría de hipercarga débil $U(1)_Y$, la simetría de isospín débil $SU(2)_L$ y la simetría de color $SU(3)_C$.

2.5. Lagrangiano del modelo estándar

El lagrangiano completo del modelo estándar, es el lagrangiano renormalizable más general consistente con el grupo de simetría de norma $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$. Este lagrangiano está compuesto por la suma de cuatro términos; lagrangiano fermiónico $\mathcal{L}_F$, lagrangiano de Yukawa $\mathcal{L}_Y$, lagrangiano de Higgs y el lagrangiano de Yang Mills $\mathcal{L}_{YM}$ cada uno de estos términos es invariante de norma.

$$\mathcal{L}_{ME} = \mathcal{L}_F + \mathcal{L}_Y + \mathcal{L}_H + \mathcal{L}_{YM}. \quad (2.14)$$

En la siguiente subsección se estará dando mayor detalle de cada una de las piezas del Lagrangiano del ME.

2.5.1. Sector de los fermiones: $\mathcal{L}_F$

Describe los campos fermiónicos y sus interacciones de norma. Los fermiones del modelo estándar pueden ser divididos en dos categorías: los quarks, que son tripletes bajo el grupo de norma de color y los leptones que no tienen color. Dentro de éstas categorías algunos se transforman como dobletes de $SU(2)$ y otros como singletes, donde ψ_L son los fermiones dobletes izquierdos de $SU(2)_L$ los cuales son:

$$l_{Li} = \begin{pmatrix} \nu \\ l \end{pmatrix}_{Li}, \quad (2.15)$$

con los l leptones (e^-, μ^-, τ^-) ,

$$Q_{Li} = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_{Li}, \quad (2.16)$$

con u los quarks tipo up (u,c,t) y d los quarks tipo down (d,s,b), ψ_R son los que corresponden a los singletes derechos de $SU(2)_L$ los cuales son:

$$l_{Ri} = (e^-, \mu^-, \tau^-), \quad (2.17)$$

singletes derechos de leptones y

$$u_{Ri} = (u_R, c_R, t_R), \quad (2.18)$$

$$d_{Ri} = (d_R, s_R, b_R), \quad (2.19)$$

los singletes derechos up y down del sector de quarks respectivamente. El índice i , corre sobre las tres familias de fermiones quirales.

El Lagrangiano de Dirac de una partícula libre es

$$\mathcal{L}_D = \bar{\psi} i \gamma^\mu \partial_\mu \psi. \quad (2.20)$$

La invariancia de norma se obtiene reemplazando la derivada ordinaria ∂_μ por la derivada covariante D_μ en el lagrangiano de partícula libre, con el

fin de mantener la invariancia de norma de los términos cinéticos, bajo la acción de grupo de simetría de norma G_{ME} . Entonces, para el sector de los fermiones, el lagrangiano Fermiónico para todo campo fermiónico ψ se puede representar por:

$$\mathcal{L}_F(\psi) = \sum_{\substack{\psi=l,q \\ k=L,R}} \bar{\psi} i \gamma^\mu D_\mu \psi. \quad (2.21)$$

De esta forma la derivada covariante está dada por:

$$D_\mu = \partial_\mu - i g_3 \frac{\lambda^a}{2} G_\mu^a - i g_2 \frac{\tau^i}{2} W_\mu^i - i g_1 \frac{Y}{2} B_\mu, \quad (2.22)$$

donde $i = 1, 2, 3$ y $a = 1, \dots, 8$. Aquí G_μ^a son los ocho campos de gluones, W_μ^i son los tres bosones intermediarios de las interacciones débiles y B_μ es el bosón de la hipercarga. Las matrices Gell-Mann λ^a son los generadores del grupo $SU(3)_C$ de las interacciones fuertes, las matrices de Pauli τ^i son los generadores del grupo $SU(2)_L$ de las interacciones débiles, finalmente Y es el generador de carga del grupo $U(1)_Y$. Las constantes de acoplamiento son: $g_1 = 2\sqrt{\alpha_1\pi} = \frac{e}{\cos\theta_w}$, $g_2 = 2\sqrt{\alpha_2\pi} = 2^{5/4}M_W\sqrt{G_F}$, $g_3 = g_s = 2\sqrt{\alpha_3\pi} \approx 2\sqrt{0,1\pi}$.

2.5.2. El sector de Yukawa: $\mathcal{L}_Y$

Esta parte del Lagrangiano del ME provee las masas a los fermiones cuando los dobletes de Higgs adquieren valor de expectación en el vacío (VEV). Como los neutrinos no tienen helicidad derecha, no tienen representación física en el sector de Yukawa. El Lagrangiano que describe la interacción de los bosones de Higgs y los fermiones está dado por:

$$\mathcal{L}_Y = -Y_{ij}^u \bar{\psi}_L \phi^c \psi_R - Y_{ij}^d \bar{\psi}_L \phi \psi_R + h.c., \quad (2.23)$$

donde ϕ^c se transforma de manera covariante bajo $SU_L(2)$, definido como:

$$\phi^c = i\tau_2 \phi^* = \begin{pmatrix} \phi^{0*} \\ -\phi^- \end{pmatrix}, \quad (2.24)$$

el isodoublet ϕ^c a veces denotado $\tilde{\phi}$ tiene hipercarga $Y = 1$, τ_2 es la segunda matriz de Pauli, ϕ^* el complejo conjugado del campo de Higgs. Las matrices de Yukawa Y_{ij}^u, Y_{ij}^d , son los parámetros libres que definen los vértices y

consecuentemente las reglas de Feynman del Lagrangiano, donde i, j son los índices de la familia. Este Lagrangiano es una cantidad invariante bajo el grupo de simetría $SU(2)_L \times U(1)_Y$, entonces el Lagrangiano de Yukawa se puede escribir de la siguiente forma:

$$\mathcal{L}_Y = -Y_{ij}^u \bar{Q}_L^i \phi^c u_R^j - Y_{ij}^d \bar{Q}_L^i \phi d_R^j - Y_{ij}^u \bar{l}_L^i \phi^c l_R^j - Y_{ij}^d \bar{l}_L^i \phi l_R^j + Lh.c., \quad (2.25)$$

el cual denota el Lagrangiano de Yukawa para los leptones y el lagrangiano de Yukawa para los quarks, los campos de Higgs pueden ser tantos como el modelo del mecanismo de Higgs lo permita, como por ejemplo para el MDDH se toman los dos dobletes de $SU(2)$. Por lo que el lagrangiano de Yukawa se puede escribir de forma más general de la siguiente manera:

$$\mathcal{L} = - \sum_{a,k} Y_a^k \bar{\psi}_L^k \phi_a^r \psi_a^k + h.c., \quad (2.26)$$

donde $k = l, u, d$ indica el tipo de fermión, $a = 1, 2, 3, \dots, n$ donde n indica el número de campos de Higgs del modelo y r indica que es el isodoublet del campo de Higgs ϕ^c o el campo de Higgs ϕ si los fermiones son del tipo up o down respectivamente.

2.5.3. El sector de Higgs: $\mathcal{L}_H$

El bosón de Higgs es una partícula prevista en 1964 por Peter Higgs . En la interacción electrodébil existía una contradicción muy seria referente a las partículas W^+, W^- y Z^0 . El corto alcance de sus interacciones exigía masas relativamente elevadas. Sin embargo, la simetría de esa teoría requiere que las masas sean nulas. Esta paradoja se supera si las masas de W^+, W^- y Z^0 , son proporcionadas por otras partículas que son los bosones de Higgs, mediante el llamado mecanismo de Higgs, el cual afirma que las partículas W y Z interactúan constantemente con campo de bosones de Higgs, lo que le proporciona masa. El mecanismo está considerado como el origen de las masas de todas las partículas elementales. Tanto las partículas W y Z , como el fotón son bosones sin masa propia. Los primeros muestran una enorme masa porque interactúan fuertemente con el campo de Higgs y el fotón no muestra ninguna masa porque no interactúa en absoluto con el campo de Higgs. El bosón de Higgs tiene espín cero, no posee carga eléctrica ni carga de color, por lo que no interacciona con el fotón ni con los gluones. Sin embargo interacciona con todas las partículas del modelo que poseen masa: los quarks, los leptones cargados y los bosones W^+, W^- y Z^0 .

La descripción de partículas libres bosónicas esta descrita por la ecuación de Klein-Gordon, que se obtiene del siguiente Lagrangiano

$$\mathcal{L}_{KG} = (\partial_\mu \phi)^\dagger (\partial^\mu \phi). \quad (2.27)$$

Introduciendo la derivada covariante

$$D_\mu = \partial_\mu + ig_2 \frac{\tau^i}{2} W_\mu^i + ig_1 \frac{Y}{2} B_\mu, \quad (2.28)$$

y el potencial $V(\phi^\dagger, \phi)$, obtenemos el Lagrangiano que contiene las interacciones del bosón de Higgs con los bosones de norma y los auto-acoplamientos de Higgs:

$$\mathcal{L}_H = (D_\mu \phi)^\dagger (D^\mu \phi) - V(\phi^\dagger, \phi). \quad (2.29)$$

El potencial del campo de Higgs es invariante bajo $SU(2)_L \times U(1)_Y$ y $SU(3)_C$, es renormalizable y contiene términos cuárticos en ϕ :

$$V(\phi) = -\mu^2 (\phi^\dagger \phi) + \lambda (\phi^\dagger \phi)^2, \quad (2.30)$$

donde μ es un parámetro con unidades de masa y λ es el parámetro o constante de acoplamiento adimensional tomado positivo para asegurar que $V(\phi)$ esté acotado inferiormente, estos deben ser elegidos para que el potencial sea mínimo para un campo de Higgs no nulo.

2.5.4. El sector de Yang Mills: $\mathcal{L}_{YM}$

Tiene la propiedad de ser invariante bajo una transformación de norma local, describe a los grupos de norma del modelo estándar, $SU(3)$ para el color, $SU(2)$ para el isoespín y $U(1)$ para la hipercarga.

$$\mathcal{L}_{YM} = -\frac{1}{4} \sum_{A=1}^8 G_{\mu\nu}^A G_a^{\mu\nu} - \frac{1}{4} \sum_{a=1}^3 W_{\mu\nu}^a W_a^{\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu}^a B_a^{\mu\nu}. \quad (2.31)$$

Los campos de fuerza de color están dados por

$$G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a + g_3 f^{ijk} G_\mu^i G_\nu^k \quad i, j, k = 1, \dots, 8, \quad (2.32)$$

donde $G_{\mu\nu}^a$ son los tensores de norma antisimétricos contruidos a partir de los ocho campos $G_\mu^a(X)$ de los gluones, correspondientes a los ocho generadores de $SU(3)$, f^{ijk} son las constantes de estructura del grupo $SU(3)$ y g_3 la constante de acoplamiento al color. Los campos de norma de isoespín,

$$W_{\mu\nu}^a = \partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a + g_2 \epsilon^{ijk} W_\mu^j W_\nu^k \quad i, j, k = 1, 2, 3, \quad (2.33)$$

con $W_{\mu\nu}^a$ los tensores de norma antisimétricos contruidos a partir de los campos de norma $W_\mu^a(X)$ correspondientes a los tres generadores de $SU(2)$, ϵ^{ijk} es la constante de estructura del grupo $SU(2)$ que coincide con el tensor de Levi-Civita y g_2 es la constante de acoplamiento del grupo de isoespín. Finalmente, el campo de norma de hipercarga es

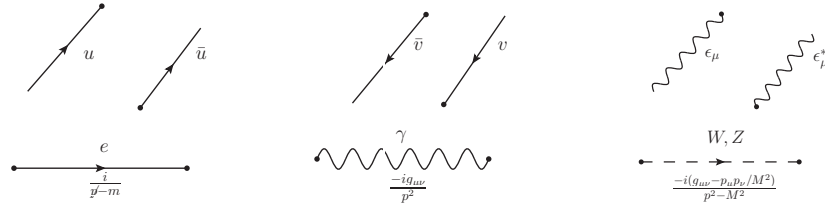
$$B_{\mu\nu}^a = \partial_\mu B_\nu^a - \partial_\nu B_\mu^a, \quad (2.34)$$

en donde $B_{\mu\nu}$ son los tensores antisimétricos contruidos a partir de los campos de norma $B_\mu(X)$ asociados a $U(1)$.

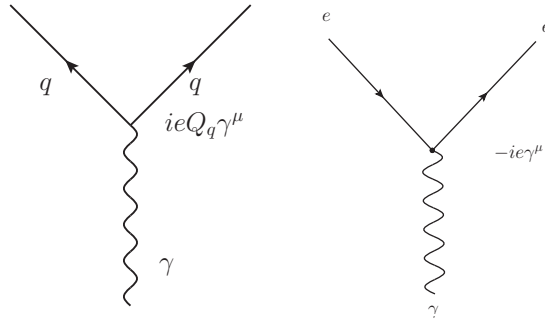
2.6. Reglas de Feynman en el modelo estándar

Para realizar predicciones en el modelo estándar, se debe establecer una serie de procedimientos de índole teórico. En primer lugar se hace necesario llevar a cabo la cuantización de la teoría mediante cuantización canónica o mediante integrales de trayectoria de Feynman. Después se realiza un desarrollo perturbativo de la matriz S o alternativamente de la funcional generatriz en el caso de la cuantización mediante integrales de trayectoria. No siempre es posible hacer un desarrollo perturbativo, pero cuando el acoplamiento de la teoría es pequeño es posible el desarrollo perturbativo, por ejemplo en QED el acoplamiento es la constante de estructura fina $\alpha = e^2/4\pi \approx 1/137$, la cual resulta pequeña en relación a la unidad. Excepto para la interacción fuerte, en la cual también es posible establecer un régimen perturbativo, en el ME es posible llevar a cabo el procedimiento de desarrollo perturbativo a todos los órdenes. Los cálculos de las predicciones teóricas se pueden facilitar mediante una taquigrafía para el desarrollo perturbativo, esto es mediante la técnica de los diagramas de Feynman. En estos diagramas las partículas son representadas por líneas y las interacciones por vértices en donde las partículas se crean o aniquilan. Se deben construir los diagramas de Feynman correspondientes a cada proceso a un cierto orden de teoría de perturbaciones

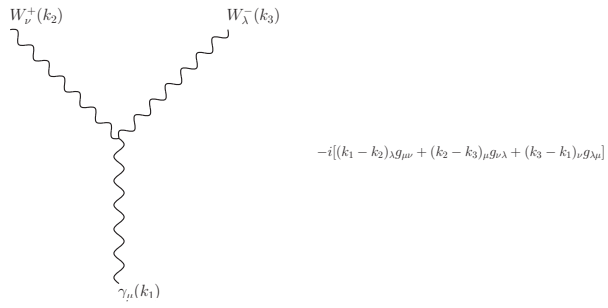
y posteriormente se aplican una serie de prescripciones para determinar la amplitud de transición del proceso. Estas prescripciones son conocidas como reglas de Feynman, y se obtienen directamente del Lagrangiano. A continuación mostraremos las reglas de Feynman más relevantes del modelo estándar.



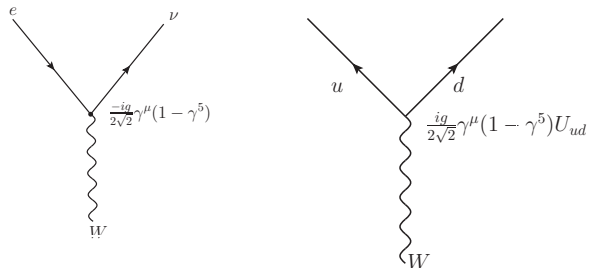
(a) Propagador de los fermiones (b) Propagador del fotón (c) propagador de los bosones W,Z



(d) vértice del fotón con quarks involucrados (e) vértice del fotón con leptones involucrados



(f) vértice del fotón con leptones involucrados



(h) vértice del boson W involucrando leptones (i) vértice del boson W involucrando quarks

Capítulo 3

Bosones de norma

En este capítulo estudiaremos con mayor detenimiento el sector de los bosones mediadores de la interacción débil. En el ME de partículas las partículas elementales, existen cuatro tipos de bosones de norma:

1. Bosones W y Z , para la interacción débil.
2. Gluones, para la interacción fuerte.
3. Fotones, para la interacción electromagnética.

La única fuerza fundamental que no tiene un boson de norma como resultado de un proceso de cuantización es la gravedad. Teóricamente el boson de norma para la gravedad es el gravitón.

3.1. Bosones W y Z

Los bosones W y Z son las partículas mediadoras de la interacción débil, una de las cuatro interacciones fundamentales de la naturaleza. Fueron descubiertas en el CERN, en 1983, aunque su existencia y sus características generales se habían predicho desde antes. El bosón W recibe ese nombre de la palabra inglesa "weak", por la interacción débil a la que caracteriza. El bosón Z se piensa que recibió ese nombre por ser el último de los tres en descubrirse, o tal vez por tener carga eléctrica cero (zero en inglés). También se les conoce como bosones mediadores. Son tres tipos de partículas fundamentales masivas que en general se encargan de cambiar el sabor de otras partículas.

3.1.1. Propiedades

Existen dos tipos de bosones W : uno con carga eléctrica positiva igual a la carga elemental W^+ y el otro con la misma carga pero negativa W^- , ambos son respectivamente antipartículas del otro. El bosón Z es eléctricamente neutro, y es su propia antipartícula. Las partículas $W^\pm$ tienen cargas electromagnéticas definidas de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} W^+ &= \frac{1}{\sqrt{2}}(W^1 - iW^2) \\ W^- &= \frac{1}{\sqrt{2}}(W^1 + iW^2). \end{aligned} \quad (3.1)$$

Las masas de los bosones son :

$$\begin{aligned} M_W &= 80,39 GeV/c^2 \\ M_Z &= 91,19 GeV/c^2, \end{aligned} \quad (3.2)$$

cuyas masas son superiores a la de los núcleos de hierro, lo que explica perfectamente que el alcance de ésta interacción sea tan pequeñas, del orden de $10^{-18}m$. Los tres bosones tienen espín 1, y una vida media muy corta del orden de 10^{-25} segundos.

3.1.2. Bosones W y Z en la interacción débil

Cuando un leptón o un quark se desintegra en uno más ligero (o decae), se dice que cambian de sabor. Todos los procesos de cambio de sabor se deben a la interacción débil, y en todas ellas interviene uno de los tres tipos de bosones intermedios. Uno de los procesos más importantes en el que intervienen los bosones W es la desintegración beta:

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e. \quad (3.3)$$

Como se puede observar, el neutrón se transforma en un protón y además emite un electrón y un antineutrino electrónico. El neutrón no es una partícula elemental, esta compuesta por tres quarks, dos quarks down y un quark up, y se transforma en protón porque uno de los quarks down cambia su sabor a up.

$$d \rightarrow u + e^- + \bar{\nu}_e. \quad (3.4)$$

El quark down no es el que emite el electrón y el antineutrino. De hecho, el quark down se convierte en quark up y en un bosón W^- (para que se

conserve la carga del sistema). Es el bosón W el que casi instantáneamente decae en los dos leptones:

$$d \rightarrow u + W^-, \quad W^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e. \quad (3.5)$$

En el caso de la emisión de positrones, el bosón intermedio implicado es el positivo; se trata de la conversión de un protón a neutrón, positrón y neutrino.

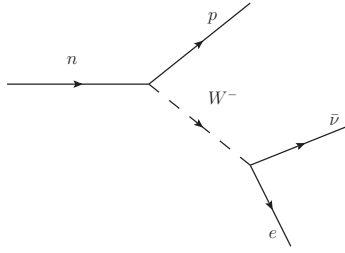


Figura 3.1: Decaimiento beta

Observando los casos anteriores, el bosón Z debería intervenir en los procesos que no implica el cambio en la carga eléctrica de la partícula afectada (pero sí cambio de sabor), pero no es el caso. Este bosón solo actúa como partícula portadora de momento lineal: cuando dos partículas intercambian un bosón Z , una le está pasando momento a la otra. A éste intercambio se le llama interacción de corriente neutra, ninguna de las partículas afectadas cambia de sabor y su estudio requiere el uso de los aceleradores de partículas más energéticos del mundo.

3.2. Gluones

El gluón es el bosón portador de la interacción fuerte. No posee masa ni carga eléctrica, pero sí carga de color, por lo que además de transmitir la interacción fuerte también la sufre. La teoría que postula la existencia de los gluones y describe su dinámica se denomina cromodinámica cuántica (QCD). El nombre hace alusión a pegamento (glue), ya que estas partículas son las que unen los quarks dentro de los nucleones. Al igual que el fotón, el gluón es un bosón sin masa, con espín 1. Como los quarks, los gluones tienen carga de color, que depende del cambio de color de los quarks. Los quarks

cambian de color cuando se intercambian gluones, de tal manera que la carga de color total del sistema formado por el quark y el gluón, antes y después de la emisión o absorción es la misma. Existen ocho tipos de gluones, siendo cada uno de ellos una combinación color-anticolor. Los quarks y los gluones forman partículas compuestas con carga de color total neutral (suele decirse que las partículas compuestas son blancas).

3.2.1. Campo gluónico

La descripción matemática de la interacción de los gluones entre sí y con los quarks es descrita por la cromodinámica cuántica. En ese contexto los gluones son descritos como un campo gluónico que es el campo de Yang-Mills asociado al grupo de simetría $SU(3)$. El lagrangiano que describe la interacción de los gluones entre sí y con los quarks viene dado por:

$$\mathcal{L}_{QCD} = \bar{q}i\gamma^\mu\partial_\mu q - \bar{q}mq - g\bar{q}\gamma^\mu\tau_a G_\mu^a q - \frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu}, \quad (3.6)$$

donde la intensidad del campo gluónico viene dada por el tensor antisimétrico o 2-forma $G_a^{\mu\nu}$, mientras que la distribución espacial de los quarks viene dada por el espinor multicomponente q .

3.3. Fotones

El fotón es la partícula elemental responsable de las manifestaciones cuánticas del fenómeno electromagnético. Es la partícula portadora de todas las formas de radiación electromagnética, incluyendo los rayos gamma, la luz ultravioleta, los rayos X, la luz infrarroja, la luz visible, las microondas y las ondas de radio. El fotón no tiene masa, y viaja en el vacío con una velocidad constante c . El fotón presenta tanto propiedades corpusculares como ondulatorias. Se comporta como una onda en fenómenos como la refracción que tiene lugar en una lente, o en la cancelación por interferencia destructiva de ondas reflejadas; sin embargo, se comporta como una partícula cuando interactúa con la materia para transferir una cantidad fija de energía, que esta dada por:

$$E = \frac{hc}{\lambda} = h\nu \quad (3.7)$$

donde h es la constante de Planck, c es la velocidad de la luz, λ es la longitud de onda y ν la frecuencia de la onda. Esto difiere de lo que ocurre con las

ondas clásicas, que pueden ganar o perder cantidades arbitrarias de energía. Para la luz visible, la energía portada por un fotón es de alrededor de 4×10^{-19} J, esta energía es suficiente para excitar las células oculares fotosensibles y dar lugar a la visión. Además de energía, los fotones llevan también asociado un momento lineal y tienen una polarización. Siguen las leyes de la mecánica cuántica, lo que significa que a menudo estas propiedades no tienen un valor bien definido para un fotón dado. En su lugar se habla de las probabilidades de que tenga una cierta polarización, posición o momento lineal. Por ejemplo, aunque un fotón puede excitar una molécula, a menudo es imposible predecir cuál será la molécula excitada.

Capítulo 4

Cálculo a un rizo

El objetivo de este trabajo se centra en el estudio del vértice $\gamma W^+ W^-$, a un lazo. Las contribuciones que provienen de quarks y leptones circulando internamente en el lazo se muestran en la Fig.4.1, en donde nos estaremos centrando en el estudio de estos dos diagramas de Feynman en la norma unitaria.

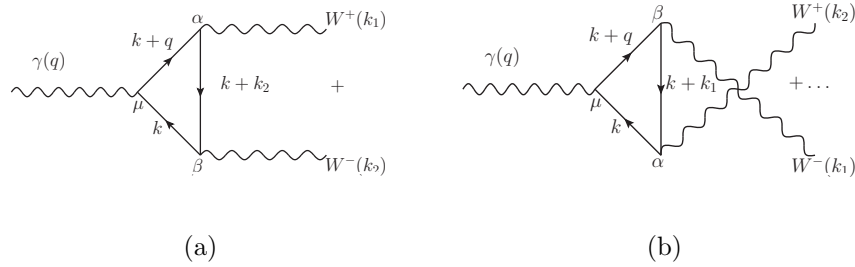


Figura 4.1: Diagramas de Feynman que contribuyen al vértice $\gamma W^+ W^-$

Otras contribuciones que se deben de tomar en cuenta se muestran en la Fig.4.2. Las contribuciones que provienen de lazos con bosones circulando internamente no se consideran en este cálculo y se deja como trabajo a futuro. Para poder realizar los cálculos de diagramas en la Fig.4.1, necesitamos las reglas de Feynman correspondientes. Los casos que se estarán analizando son los respectivos al vértice que involucra a los leptones $l(e, \mu, \tau)$ y a sus correspondientes neutrinos, y el vértice que involucra a los quarks (u,d,c,s,t,b) Fig. 4.3.

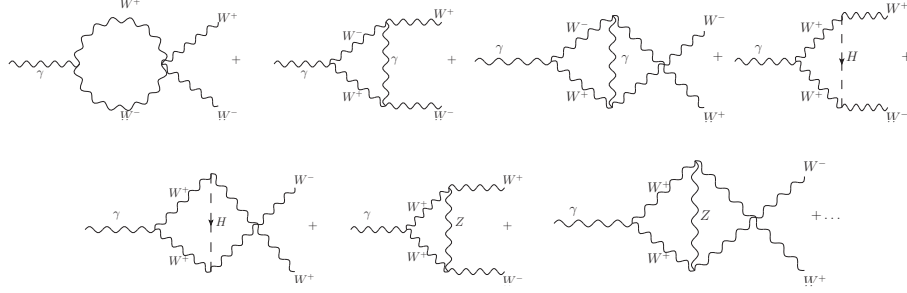


Figura 4.2: Otras contribuciones del vértice $\gamma W^+ W^-$

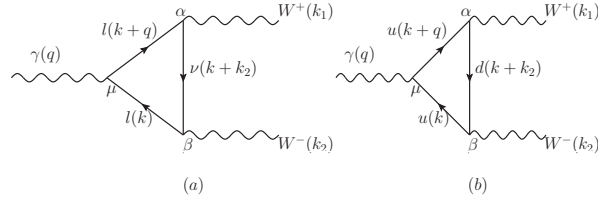


Figura 4.3: Vértices que involucran leptones y quarks del vértice $\gamma W^+ W^-$

Las condiciones cinemáticas necesarias se establecen como sigue:

$$q^2 = 0, \quad k_1^2 = k_2^2 = M_W^2, \quad (4.1)$$

donde q, k_1 y k_2 son los tetra-momentos del fotón y de los bosones W . A partir de la conservación de la energía-momento vemos que $q = k_1 + k_2$, por lo que

$$\begin{aligned} q^2 &= (k_1 + k_2)^2 = M_W^2 + 2k_1 \cdot k_2 + M_W^2 \\ &= 2(M_W^2 + k_1 \cdot k_2) = 0, \end{aligned} \quad (4.2)$$

de donde se obtiene la condición $k_1 \cdot k_2 = -M_W^2$.

En los diagramas de Feynman a nivel de un lazo, uno de los momentos de las líneas internas permanece indeterminado y se debe realizar la integración para todos los valores posibles de este momento. En este caso el momento indeterminado lo denotamos con la letra k . Cabe mencionar que es irrelevante qué partícula virtual interna lleva el momento indeterminado ya que el resultado será independiente de esta elección. Para obtener las amplitudes de los diagramas de Feynman del vértice $\gamma W^+ W^-$ haremos uso de las reglas

de Feynman descritas en la Secc.2.6. La amplitud invariante que involucra al vértice $\gamma W^+ W^-$ es

$$i\mathcal{M} = \epsilon_\alpha^*(k_1)\epsilon_\beta^*(k_2)(ie\Gamma^{\mu\alpha\beta})\epsilon_\mu(q), \quad (4.3)$$

donde la estructura de Lorentz se puede expresar como

$$ie\Gamma^{\mu\alpha\beta} = ie\Gamma_{leptones}^{\mu\alpha\beta} + ie\Gamma_{quarks}^{\mu\alpha\beta} + ie\Gamma_{bosones}^{\mu\alpha\beta}. \quad (4.4)$$

Como el subíndice denota son las diferentes contribuciones al vértice que provienen de considerar, leptones, quarks y bosones.

4.1. Estructura de Lorentz para los leptones

Para el diagrama del de la Figura 4.3a), la correspondiente expresión para el vértice

$$ie\Gamma_a^{\mu\alpha\beta} = (-1)\frac{eg^2}{8}\frac{\mu^{4-D}}{(2\pi)^D}\int d^Dk \frac{Tr\{k, k_1, k_2\}_a}{(k^2 - m_e^2)((k+q)^2 - m_e^2)((k+k_2)^2 - m_\nu^2)}, \quad (4.5)$$

donde

$$Tr\{k, k_1, k_2\}_a = Tr\{\gamma^\beta(1-\gamma^5)(\not{k}+m_e)\gamma^\mu(\not{k}+\not{q}+m_e)\gamma^\alpha(1-\gamma^5)(\not{k}+\not{k}_2+m_\nu)\}. \quad (4.6)$$

Hay que notar que el cálculo se estará realizando mediante el método de regularización dimensional, en el cual la integración se realiza en D-dimensiones.

Para calcular las integrales usaremos el método de parametrización de Feynman [25] para reescribir el denominador como un sólo término, por lo que expresamos el denominador de (4.5) de la siguiente forma

$$\frac{1}{\Delta_1\Delta_2\Delta_3} = 2\int_0^1 dx \int_0^{1-x} \frac{dy}{(\Delta_1x + \Delta_2(1-x-y) + \Delta_3y)^3}, \quad (4.7)$$

donde

$$\Delta_1 = k^2 - m_e^2. \quad (4.8)$$

$$\Delta_2 = (k+q)^2 - m_e^2. \quad (4.9)$$

$$\Delta_3 = (k+k_2)^2 - m_\nu^2. \quad (4.10)$$

De tal manera que al aplicar la parametrización de Feynman obtenemos

$$\begin{aligned}
\Delta &= \Delta_1 x + \Delta_2(1 - x - y) + \Delta_3 y. \\
&= x(k^2 - m_e^2) + (1 - x - y)((k + q)^2 - m_e^2) + y((k + k_2)^2 - m_\nu^2). \\
&= x(k^2 - m_e^2) + (1 - x - y)(k^2 + 2k \cdot q + q^2 - m_e^2) + y(k^2 + 2k \cdot k_2 + k_2^2 - m_\nu^2). \\
&= (k + P)^2 + C^2.
\end{aligned} \tag{4.11}$$

con

$$\begin{aligned}
P &= (1 - x - y)q + yk_2. \\
A^2 &= (y - 1)m_e^2 + y(M_W^2 - m_\nu^2). \\
C^2 &= A^2 - P^2.
\end{aligned} \tag{4.12}$$

considerando que $M_W^2 \gg m_\nu^2$, la Ec. (4.12) queda

$$C^2 = (1 - y)(yM_W^2 - m_e^2). \tag{4.13}$$

Reescribiendo (4.5)

$$ie\Gamma_a^{\mu\alpha\beta} = (-1)\frac{eg^2}{4}\frac{\mu^{4-D}}{(2\pi)^D}\int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy I_a(k, k_1, k_2), \tag{4.14}$$

con

$$I_a(k, k_1, k_2) = \int d^D k \frac{Tr\{k, k_1, k_2\}_a}{[(k + P)^2 + C^2]^3}. \tag{4.15}$$

Una propiedad importante de este tipo de integrales es que son invariantes ante desplazamientos de la variable de integración k , por lo que podemos hacer la siguiente sustitución $k \rightarrow k - P$ con $P = (1 - x - y)q + yk_2$. De esta manera podemos simplificar el denominador de (4.15) y la traza (4.6), por lo que

$$I_a(k - P, k_1, k_2) = \int d^D k \frac{Tr\{k - P, k_1, k_2\}_a}{[k^2 + C^2]^3}, \tag{4.16}$$

y,

$$\begin{aligned}
Tr\{k - P, k_1, k_2\}_a &= Tr\{\gamma^\beta(1 - \gamma^5)(\not{k} - \not{P} + m_e)\gamma^\mu(\not{k} - \not{P} + \not{k} + m_e) \\
&\quad \times \gamma^\alpha(1 - \gamma^5)(\not{k} - \not{P} + \not{k}_2)\},
\end{aligned} \tag{4.17}$$

donde

$$\begin{aligned}
\not{P} &= (1 - x - y)\not{q} + \not{k}_2 y \\
&= (1 - x - y)\not{k}_1 + (1 - x)\not{k}_2.
\end{aligned} \tag{4.18}$$

Al aplicar las reglas de Feynman para el diagrama de Feynman en la Fig. 4.1 (b) se obtiene

$$ie\Gamma_b^{\mu\alpha\beta} = (-1) \frac{eg^2}{8} \frac{\mu^{4-D}}{(2\pi)^D} \int d^D k \frac{Tr\{k, k_1, k_2\}_b}{(k^2 - m_e^2)((k+q)^2 - m_e^2)((k+k_1)^2 - m_\nu^2)}, \quad (4.19)$$

donde hemos puesto

$$Tr\{k, k_1, k_2\}_b = Tr\{\gamma^\alpha(1-\gamma^5)(\not{k}+m_e)\gamma^\mu(\not{k}+\not{q}+m_e)\gamma^\beta(1-\gamma^5)(\not{k}+\not{k}_1+m_\nu)\}. \quad (4.20)$$

Aplicando nuevamente la parametrización de Feynman obtenemos

$$ie\Gamma_b^{\mu\alpha\beta} = \frac{-eg^2}{4} \frac{\mu^{4-D}}{(2\pi)^D} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy I_b(k-P, k_1, k_2), \quad (4.21)$$

donde hemos hecho

$$I_b(k-P, k_1, k_2) = \int d^D k \frac{Tr\{k-P, k_1, k_2\}_b}{[k^2 + C^2]^3}, \quad (4.22)$$

y

$$\begin{aligned} Tr\{k-P, k_1, k_2\}_b &= Tr\{\gamma^\alpha(1-\gamma^5)(\not{k}-\not{P}+m_e)\gamma^\mu(\not{k}-\not{P}+\not{q}+m_e) \\ &\times \gamma^\beta(1-\gamma^5)(\not{k}-\not{P}+\not{k}_1)\}, \end{aligned} \quad (4.23)$$

donde ahora

$$\begin{aligned} \not{P} &= (1-x-y)\not{q} + \not{k}_1 y \\ &= (1-x-y)\not{k}_2 + (1-x)\not{k}_1. \end{aligned} \quad (4.24)$$

Se observa que el denominador de los casos (a) y (b) de la Figura (4.1) es el mismo por lo tanto

$$ie\Gamma_{leptones}^{\mu\alpha\beta} = \frac{-eg^2}{4} \frac{\mu^{4-D}}{(2\pi)^D} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy I(k-P, k_1, k_2), \quad (4.25)$$

donde

$$I(k-P, k_1, k_2) = \int d^D k \frac{Tr\{k-P, k_1, k_2\}_a + Tr\{k-P, k_1, k_2\}_b}{[k^2 + C^2]^3}. \quad (4.26)$$

Se puede observar que se necesita calcular integrales de la forma [25]

$$\{J_3, J_3^\mu, J_3^{\mu\nu}\} = \int d^D k \frac{\{1, k^\mu, k^{\mu\nu}\}}{[k^2 + C^2]^3}. \quad (4.27)$$

Por invariancia de Lorentz, la integral J_3 debe de ser igual a un escalar, la integral J_3^μ debe de ser igual a un tetra-vector y la integral $J_3^{\mu\nu}$ debe ser igual a un tensor de segundo orden. El integrando no contiene ningún tetra-vector constante, solo el escalar C^2 y el tetra-vector k , entonces se concluye que $J_3^\mu = 0$ ya que no es posible construir un tetra-vector a partir del integrando. En general las integrales sobre los tetra-vectores k impares son cero, lo cual nos permitirá simplificar la amplitud. El único tensor constante de segundo orden es el tensor métrico $g_{\mu\nu}$, por lo que

$$J_3^{\mu\nu} = \int d^D k \frac{k^\mu k^\nu}{(k^2 + C^2)^3} = \int d^D k \frac{k^2}{D} g^{\mu\nu}, \quad (4.28)$$

en donde hemos remplazado

$$k^\mu k^\nu \rightarrow \frac{k^2}{D} g^{\mu\nu}. \quad (4.29)$$

Entonces, regresando a nuestro problema, se puede resolver el integrando en la Ec. (4.26) haciendo uso de coordenadas esféricas en D dimensiones y obtener el resultado tomando el límite cuando $D \rightarrow 4$. En este límite se tiene

$$\int \frac{d^D k}{(k^2 + C^2)^3} = \frac{1}{2C^2} \frac{i}{16\pi^2}, \quad (4.30)$$

$$\int \frac{d^D k}{(k^2 + C^2)^2} = \frac{i}{16\pi^2} (\Delta_\epsilon - \log C^2), \quad (4.31)$$

donde el termino Δ_ϵ contienen la divergencia ultravioleta que ha surgido al tomar el límite y esta dada por

$$\Delta_\epsilon = \frac{2}{\epsilon} - \gamma + \log(4\pi). \quad (4.32)$$

Resolviendo la Ec.(4.26) con un poco de ayuda del programa Mathematica, haciendo uso de algunas propiedades de la función Gamma y algunas otras

propiedades las cuales se muestran en el apéndice A. Finalmente se obtiene el siguiente resultado, para el caso en el que los vértices involucran los leptones

$$\begin{aligned}
ie\Gamma_{leptones}^{\mu\alpha\beta} = & \frac{-i^2 e g^2}{32\pi^2} (a_1(\epsilon^{\alpha\mu\sigma\rho} k_{1\sigma} k_{2\rho} k_1^\beta + \epsilon^{\beta\mu\sigma\rho} k_{2\sigma} k_{1\rho} k_2^\alpha) \\
& + a_2(\epsilon^{\alpha\mu\sigma\rho} k_{1\sigma} k_{2\rho} k_2^\beta + \epsilon^{\beta\mu\sigma\rho} k_{2\sigma} k_{1\rho} k_1^\alpha) \\
& + a_3(\epsilon^{\beta\mu\sigma\rho} k_{1\sigma} k_{2\rho} k_2^\alpha + \epsilon^{\alpha\beta\sigma\rho} k_{1\sigma} k_{2\rho} k_1^\mu) \\
& + \epsilon^{\alpha\mu\sigma\rho} k_{2\sigma} k_{1\rho} k_1^\beta + \epsilon^{\alpha\beta\sigma\rho} k_{1\sigma} k_{2\rho} k_2^\mu \\
& - 2(\epsilon^{\beta\mu\sigma\rho} k_{1\sigma} k_{2\rho} k_1^\alpha + \epsilon^{\alpha\mu\sigma\rho} k_{2\sigma} k_{1\rho} k_2^\beta)) \\
& + a_4(\epsilon^{\alpha\beta\sigma\rho} k_{2\sigma} k_{1\rho} k_2^\mu) \\
& + (a_5 + b)(\epsilon^{\alpha\beta\mu\sigma} k_{2\sigma} - \epsilon^{\alpha\beta\mu\sigma} k_{1\sigma})) \\
& + b(\epsilon^{\alpha\mu\beta\rho} k_{1\rho} + \epsilon^{\beta\mu\alpha\rho} k_{1\rho} + \epsilon^{\alpha\beta\mu\rho} k_{1\rho} + \epsilon^{\alpha\mu\beta\rho} k_{2\rho} \\
& + \epsilon^{\beta\mu\alpha\rho} k_{2\rho} - \epsilon^{\alpha\beta\mu\rho} k_{2\rho}).
\end{aligned} \tag{4.33}$$

siendo

$$a_1 = \frac{4m_e^2 M_W^2 + 2(m_e^2 - M_W^2)(2m_e^2 + M_W^2)(\log(1 - \frac{1}{x}))}{3M_W^6}. \tag{4.34}$$

$$a_2 = \frac{-3M_W^4 - 2m_e^2 M_W^2 - 2(m_e^2 - M_W^2)(m_e^2 + 2M_W^2)(\log(1 - \frac{1}{x}))}{3M_W^6}. \tag{4.35}$$

$$a_3 = \frac{3M_W^4 - 2m_e^2 M_W^2 - 2(m_e^2 - M_W^2)^2(\log(1 - \frac{1}{x}))}{3M_W^6}. \tag{4.36}$$

$$a_4 = \frac{2M_W^2 + 2(m_e^2 - M_W^2)(\log(1 - \frac{1}{x}))}{3M_W^6}. \tag{4.37}$$

$$a_5 = \frac{M_W^6 + 9m_e^2 M_W^4 - 6m_e^4 M_W^2 - 6(m_e^3 - m_e M_W^2)^2(\log(1 - \frac{1}{x}))}{3M_W^6}. \tag{4.38}$$

$$b = \Delta_\epsilon - \log(C^2) + \sigma(\epsilon). \tag{4.39}$$

con $x = \frac{m_e^2}{M_W^2}$.

4.2. Estructura de Lorentz para los quarks

Para obtener la estructura de Lorentz que resulta del diagrama de Feynman en la Fig.4.1(a) y considerando ahora los vértices apropiados, mostrados en la Fig. 4.4(a) y (b), en donde Q_q es la carga del quark, para quarks

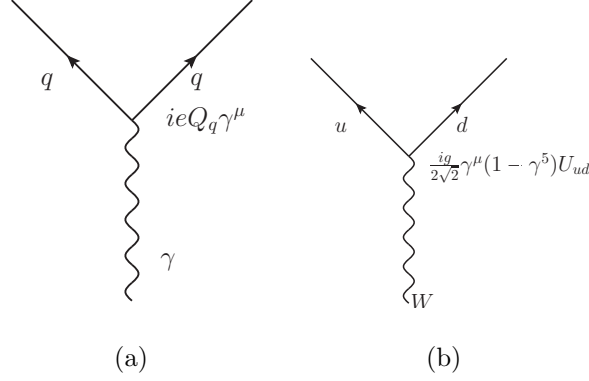


Figura 4.4: Reglas de Feynman para los vértices de interacción en el modelo estándar.

$u = (u, c, t)$, $d = (d, s, b)$ y U_{ud} es el elemento de la matrix CKM correspondiente. Aplicando las reglas de Feynman, obtenemos la expresión

$$ie\Gamma_{ab}^{\mu\alpha\beta} = (-1)\mu^{4-D} \sum_{u,d} \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{-iTr\{\dots\}_{ab}}{[k^2 - m_u^2][(k+q)^2 - m_u^2][(k+k_2)^2 - m_d^2]}, \quad (4.40)$$

en este caso

$$Tr\{\dots\}_{ab} = \frac{-ieg^2 Q_q U_{ud} U_{ud}^\dagger}{8} Tr\{\gamma^\beta (1 - \gamma^5)(\not{k} + m_u)\gamma^\mu (\not{k} + \not{k}_2 + m_d) \times \gamma^\alpha (1 - \gamma^5)(\not{k} + \not{k}_2 + m_d)\}. \quad (4.41)$$

Como se ve, la amplitud es la suma de las tres familias de quarks, tomando en cuenta que los términos que contribuyen son los de la tercera familia de quarks (t, b) ya que las masas de los demás quarks son muy pequeñas con respecto a los de la tercera familia.

Aplicando parametrización de Feynman se obtiene

$$ie\Gamma_{ab}^{\mu\alpha\beta} = \frac{eg^2 Q_t U_{tb} U_{tb}^\dagger}{4} \frac{\mu^{4-D}}{(2\pi)^D} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy I_{ab}(k - P, k_1, k_2), \quad (4.42)$$

donde

$$I_{ab}(k - P, k_1, k_2) = \int d^D k \frac{Tr\{k - P, k_1, k_2\}_{ab}}{[k^2 + C^2]^3}. \quad (4.43)$$

En este caso, la masa que vamos a despreciar será la del quark mas ligero, por lo que

$$\begin{aligned} Tr\{k - P, k_1, k_2\}_{ab} = Tr\{\gamma^\beta(1 - \gamma^5)(\not{k} - \not{P} + m_t)\gamma^\mu(\not{k} - \not{P} + \not{q} + m_t) \\ \times \gamma^\alpha(1 - \gamma^5)(\not{k} - \not{P} + \not{k}_2)\}. \end{aligned} \quad (4.44)$$

Para la contribución que resulta del correspondiente diagrama de cruzamiento en la Fig.4.1(b), se tiene

$$ie\Gamma_{bb}^{\mu\alpha\beta} = (-1)\mu^{4-D} \sum_{u,d} \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{-iTr\{\dots\}_{bb}}{[k^2 - m_u^2][(k+q)^2 - m_u^2][(k+k_1)^2 - m_d^2]}, \quad (4.45)$$

con

$$\begin{aligned} Tr\{\dots\}_{bb} = \frac{-ieg^2 Q_t U_{tb} U_{tb}^\dagger}{8} Tr\{\gamma^\alpha(1 - \gamma^5)(\not{k} + m_u)\gamma^\mu(\not{k} + \not{q} + m_u) \\ \times \gamma^\beta(1 - \gamma^5)(\not{k} + \not{k}_1 + m_d)\}. \end{aligned} \quad (4.46)$$

Nuevamente, realizando la parametrización de Feynman, obtenemos los siguientes resultados

$$ie\Gamma_{bb}^{\mu\alpha\beta} = \frac{eg^2 Q_t U_{tb} U_{tb}^\dagger}{4} \frac{\mu^{4-D}}{(2\pi)^D} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy I_{bb}(k - P, k_1, k_2), \quad (4.47)$$

con

$$I_{bb}(k - P, k_1, k_2) = \int d^D k \frac{Tr\{k - P, k_1, k_2\}_{bb}}{[k^2 + C^2]^3}, \quad (4.48)$$

siendo

$$\begin{aligned} Tr\{k - P, k_1, k_2\}_{bb} = Tr\{\gamma^\alpha(1 - \gamma^5)(\not{k} - \not{P} + m_t)\gamma^\mu(\not{k} - \not{P} + \not{q} + m_t) \\ \times \gamma^\beta(1 - \gamma^5)(\not{k} - \not{P} + \not{k}_1)\}. \end{aligned} \quad (4.49)$$

Dado que el denominador es el mismo que en el caso anterior (ver Ec.(4.42)), se obtiene que

$$ie\Gamma_{quarks}^{\mu\alpha\beta} = \frac{eg^2 Q_t U_{tb} U_{tb}^\dagger}{4} \frac{\mu^{4-D}}{(2\pi)^D} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy I(k - P, k_1, k_2), \quad (4.50)$$

con

$$I(k - P, k_1, k_2) = \int d^D k \frac{Tr\{k - P, k_1, k_2\}_{ab} + Tr\{k - P, k_1, k_2\}_{bb}}{[k^2 + C^2]^3}. \quad (4.51)$$

Nuevamente se obtienen integrales de la forma (4.27), (4.28), (4.30) y (4.31), dando como resultado la siguiente estructura de Lorentz

$$\begin{aligned}
ie\Gamma_{quarks}^{\mu\alpha\beta} = & \frac{i^2 eg^2 Q_t U_{tb} U_{tb}^\dagger}{32\pi^2} (a_1(\epsilon^{\alpha\mu\sigma\rho} k_{1\sigma} k_{2\rho} k_1^\beta + \epsilon^{\beta\mu\sigma\rho} k_{2\sigma} k_{1\rho} k_2^\alpha) \\
& + a_2(\epsilon^{\alpha\mu\sigma\rho} k_{1\sigma} k_{2\rho} k_2^\beta + \epsilon^{\beta\mu\sigma\rho} k_{2\sigma} k_{1\rho} k_1^\alpha) \\
& + a_3(\epsilon^{\beta\mu\sigma\rho} k_{1\sigma} k_{2\rho} k_2^\alpha + \epsilon^{\alpha\beta\sigma\rho} k_{1\sigma} k_{2\rho} k_1^\mu) \\
& + \epsilon^{\alpha\mu\sigma\rho} k_{2\sigma} k_{1\rho} k_1^\beta + \epsilon^{\alpha\beta\sigma\rho} k_{1\sigma} k_{2\rho} k_2^\mu \\
& - 2(\epsilon^{\beta\mu\sigma\rho} k_{1\sigma} k_{2\rho} k_1^\alpha + \epsilon^{\alpha\mu\sigma\rho} k_{2\sigma} k_{1\rho} k_2^\beta)) \\
& + a_4(\epsilon^{\alpha\beta\sigma\rho} k_{2\sigma} k_{1\rho} k_2^\mu) \\
& + (a_5 + b)(\epsilon^{\alpha\beta\mu\sigma} k_{2\sigma} - \epsilon^{\alpha\beta\mu\sigma} k_{1\sigma})) \\
& + b(\epsilon^{\alpha\mu\beta\rho} k_{1\rho} + \epsilon^{\beta\mu\alpha\rho} k_{1\rho} + \epsilon^{\alpha\beta\mu\rho} k_{1\rho} + \epsilon^{\alpha\mu\beta\rho} k_{2\rho} \\
& + \epsilon^{\beta\mu\alpha\rho} k_{2\rho} - \epsilon^{\alpha\beta\mu\rho} k_{2\rho}).
\end{aligned} \tag{4.52}$$

donde

$$a_1 = \frac{4m_t^2 M_W^2 + 2(m_t^2 - M_W^2)(2m_t^2 + M_W^2)(\log(1 - x_t))}{3M_W^6}. \tag{4.53}$$

$$a_2 = \frac{-3M_W^4 - 2m_t^2 M_W^2 - 2(m_t^2 - M_W^2)(m_t^2 + 2M_W^2)(\log(1 - x_t))}{3M_W^6}. \tag{4.54}$$

$$a_3 = \frac{3M_W^4 - 2m_t^2 M_W^2 - 2(m_t^2 - M_W^2)^2(\log(1 - x_t))}{3M_W^6}. \tag{4.55}$$

$$a_4 = \frac{2M_W^2 + 2(m_t^2 - M_W^2)(\log(1 - x_t))}{3M_W^6}. \tag{4.56}$$

$$a_5 = \frac{M_W^6 + 9m_t^2 M_W^4 - 6m_t^4 M_W^2 - 6(m_t^3 - m_t M_W^2)^2(\log(1 - x_t))}{3M_W^6}. \tag{4.57}$$

$$b = \Delta_\epsilon - \log(C^2) + \sigma(\epsilon). \tag{4.58}$$

siendo $x_t = \frac{M_W^2}{m_t^2}$.

Cabe señalar que nuestro cálculo satisface la siguiente identidad de Ward

$$q_\mu ie\Gamma^{\mu\alpha\beta} = 0, \tag{4.59}$$

la cual es una consecuencia de la conservación de la corriente eléctrica.

Capítulo 5

Discusión y conclusiones

En este trabajo de tesis se llevó a cabo el cálculo del vértice $\gamma W^+ W^-$ a nivel de un lazo dentro del contexto del ME, considerando solamente fermiones circulando dentro del lazo, quedando pendiente el correspondiente cálculo que involucra a bosones. En este sentido se han obtenido resultados preliminares dentro de un contexto de investigación más amplio y detallado, en el cual se pretende investigar el impacto del no cumplimiento de la simetría de Lorentz sobre las propiedades electromagnéticas de los bosones de norma. Mediante los cálculos realizados en el presente trabajo se obtuvieron las expresiones analíticas de los factores de forma de la parte fermionica. Cabe señalar que el conocimiento explícito de estos factores de forma contenidas en estructura de Lorentz del vértice en cuestión, es de suma importancia para poder hacer comparaciones cuando se obtenga los correspondientes factores de forma que contienen la violación de Lorentz de manera explícita. Sin embargo, como ya hemos mencionado, hace falta calcular las contribuciones que provienen de considerar los bosones de norma y escalares.

En general, quedan pendientes varios temas que se abordarán en el futuro inmediato:

1. Incluir las contribuciones de los bosones dentro del lazo.
2. Recurrir a las definiciones de los momentos dipolares para el análisis de los momentos.
3. Tomar el limite del bosón y del quark top muy grandes en relación a las otras y simplificar los factores de forma obtenidos.

Apéndice A

Apéndice

Integrales y propiedades que se utilizaron para los cálculos

$$\int \frac{d^D k}{(k^2 - m^2)^\alpha} = (-1)^{\frac{D}{2}} i \pi^{\frac{D}{2}} \frac{\Gamma(\alpha - \frac{D}{2})}{\Gamma(\alpha)} \frac{1}{(-m^2)^{\alpha - \frac{D}{2}}}. \quad (\text{A.1})$$

$$\int d^D k \frac{k^\alpha k^\beta}{(k^2 - m^2)^\alpha} = (-1)^{\frac{D}{2}} \frac{i \pi^{\frac{D}{2}}}{\Gamma(\alpha)} \frac{1}{(-m^2)^{\alpha - \frac{D}{2}}} \frac{1}{2} g^{\alpha\beta} (-m^2) \Gamma(\alpha - 1 - \frac{D}{2}). \quad (\text{A.2})$$

$$\int d^D k \frac{k^2}{(k^2 - m^2)^\alpha} = (-1)^{\frac{D}{2}} \frac{i \pi^{\frac{D}{2}}}{\Gamma(\alpha)} \frac{1}{(-m^2)^{\alpha - \frac{D}{2}}} \frac{D}{2} (-m^2) \Gamma(\alpha - 1 - \frac{D}{2}). \quad (\text{A.3})$$

$$\mu^{4-D} \frac{\pi^{\frac{D}{2}}}{(2\pi)^D} = \frac{1}{16\pi^2} (4\pi\mu^2)^{\frac{\epsilon}{2}}. \quad (\text{A.4})$$

$$\Gamma(\epsilon) = \frac{1}{\epsilon} - \gamma + \sigma(\epsilon). \quad (\text{A.5})$$

$$\Gamma(\frac{\epsilon}{2}) = \frac{2}{\epsilon} - \gamma + \sigma(\epsilon). \quad (\text{A.6})$$

$$\Gamma(-1 + \frac{\epsilon}{2}) = -[\frac{2}{\epsilon} + (1 + \gamma) + \sigma(\epsilon)]. \quad (\text{A.7})$$

$$\Gamma(1 + \epsilon) = 1 - \epsilon\gamma + \sigma(\epsilon^2). \quad (\text{A.8})$$

$$a^\epsilon = 1 + \epsilon \ln(a). \quad (\text{A.9})$$

$$a^{-\epsilon} = 1 - \epsilon \ln(a). \quad (\text{A.10})$$

$$(\text{A.11})$$

donde γ es el número de Euler, el cual es aproximadamente 0.5772.

Bibliografía

- [1] S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **19**, 1264 (1967).
- [2] UA1 Collaboration, G. Arnison *et al.*, Phys. Lett. **B122**, 103 (1983),
UA2 Collaboration, M. Banner *et al.*, *ibid*, **B122**, 476 (1983).
- [3] R. P. Feynman and M. Gell-Mann, Phys. Rev. **109**, 193 (1958).
- [4] T. D. Lee and C. N. Yang, Phys. Rev. **119**, 1410 (1960).
- [5] C. N. Yang and R. L. Mills, Phys. Rev. **96**, 191 (1954).
- [6] N. Cabibbo and R. Gatto, Phys. Rev. **124**, 1577 (1961).
- [7] W. Bardeen, R. Gastmans, and B. Lautrup, Nucl. Phys. **B46**, 319 (1972).
- [8] José Cortés, Kaoru Hagiwara, and Franz Herzog. Phys. Rev. D**28**, 2311 (1983).
- [9] K. Hagiwara, J. Woodside, and D. Zeppenfeld, Phys. Rev. D**41**, 2113 (1990).
- [10] F. Boudjema, K. Hagiwara, C. Hamzaoui, and K. Numata, Phys. Rev. D**43**, 2223 (1991).
- [11] H. Novales-Sánchez and J. J. Toscano, Phys. Rev. D**77**, 015011 (2008).
- [12] V. Alan Kostelecky, Phys. Rev. D**69**, 105009 (2003).
- [13] Ver, por ejemplo: Alan Kostelecky and Zonghao Li, eprint: arXiv: 1812.11672 y referencias contenidas.
- [14] V. Alan Kostelecky and Matthew Mewes, Phys. Lett. **B757**, 510 (2016).

- [15] V. Alan Kostelecky and Jay D. Tasson, Phys. Lett. **B749**, 551 (2015).
- [16] Micheal S. Berger, V. Alan Kostelecky, and Zhi Liu, Phys. Rev. **D93**, 036005 (2016).
- [17] J. I. Aranda, F. Ramírez Zavaleta, D. A. Rosete, F. J. Tlachino, J. J. Toscano and E. S. Tututi, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **41**, 055003 (2014).
- [18] A. Moyotl, H. Novales-Sánchez, J. J. Toscano and E. S. Tututi, Int. J. Mod. Phys. **A26**, 1450039 (2014).
- [19] Gordon Kane, *Modern Elementary Particle Physics*, (1993).
- [20] F. Halzen, and A.D. Martin, *Quarks and Leptons*, NY, Wiley (1984).
- [21] Cheng, Li. *Gauge theory of elementary particle physics. Corrected.*, (1982).
- [22] Q. Ho-Kim; Pham. *Elementary Particles and Their Interactions: Concepts and Phenomena*, Physics Departament University Laval, (1998).
- [23] W. N. Cottingham and D. A. Greenwood, *An Introduction to the Standard Model of Particle Physics*, Cambridge University Press, (2007).
- [24] Griffiths David J. *Introduction to Elementary Particles*, Weinhein, Wiley (2008).
- [25] Existe una gran cantidad de libros de teoría cuántica de campos donde se discute esta técnica, sin embargo encuentro útil y simple el libro: Michel E. Peskin, Daniel V. Schroeder, *An Introduction to Quantum Field Theory*, Perseus (1995).