



UNIVERSIDAD MICHUACANA DE SAN  
NICOLÁS DE HIDALGO

---

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS  
"MAT. LUIS MANUEL RIVERA GUTIÉRREZ"

**DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE  
ACTIVIDADES PARA ABORDAR  
EL APRENDIZAJE DE LOS  
CONCEPTOS RELACIONADOS A  
FUNCIONES EN EL DESARROLLO  
CONCEPTUAL DEL CÁLCULO  
DIFERENCIAL, EN EL  
BACHILLERATO**

**T E S I S**

PARA OBTENER EL GRADO DE:  
**Licenciada en Ciencias Físico Matemáticas**

PRESENTA:

**Cintha Vanessa García Piña**



DIRECTOR DE TESIS:  
MC. CHRISTIAN MORALES ONTIVERO

Morelia Mich. Mayo, 2021.

# AGRADECIMIENTOS

Dedicado a las personas que me acompañaron durante todo este proceso y me ayudaron a que todo esto fuera posible:

Mis padres, por el esfuerzo tan grande que han hecho y sostenerme en todos esos momentos difíciles:

**Reymundo García Pedraza.**

**Amalia Piña Barocio.**

Mis hermanos:

**Norma Angélica García Piña.**

**Osiris Guillermo García Piña.**

Mi asesor, el cual fue pieza fundamental para esta investigación y que demostró con el ejemplo lo importante que es romper con las clases tradicionales para conseguir un mejor rendimiento.

**MC. Christian Morales Ontiveros.**

Mi compañera y amiga a lo largo de toda la carrera:

**Nadia Iveth Nambo Santiago.** Un camino largo y difícil, pero que recorrimos juntas en todo momento.

Un gran amigo que fue partícipe de este proceso:

**Víctor Hugo Méndez Bedolla**

Mis compañeros:

**Luis David Trujillo Silva.**

**Alyabra Alejandro Vargas Chávez.**

**Juan Carlos Aviles Sanchez.**

**Aarón Rivera Sánchez.**

**Eber Alejandro Rivera Zarco.**

---

## RESUMEN

Esta investigación se realizó con la finalidad de determinar si existe un cambio que genere resultados favorables en la comprensión de los conceptos matemáticos, al cambiar la técnica de enseñanza, pasando así de una clase tradicional, a una colaborativa y guiada en un ambiente tecnológico, usando en este caso, los softwares educativos que tenemos a la mano. Para esta experimentación se contó con la participación de 5 alumnos de cuarto semestre de bachillerato a los cuales se les entregó 2 actividades, las cuales están diseñadas para que ellos logren comprender los conceptos matemáticos y así traspolarlos a situaciones problema o ejercicios tradicionales que encontramos usualmente en los libros; se les pidió que primero las resolvieran de forma individual para posteriormente pasar a resolver esas mismas actividades de forma grupal junto con una actividad diseñada en la plataforma Kahoot. Los resultados que se presentaron fueron satisfactorios, se logró demostrar que es una gran opción el incluir herramientas lúdicas como lo fue la plataforma de Kahoot, que generen interés en ellos y además de eso incluir el aprendizaje colaborativo para que se interesen más en su aprendizaje.

**PALABRAS CLAVE:** educación matemática, metodología ACODESA, ambiente tecnológico, conceptos matemáticos, bachillerato.

---

## ABSTRACT

This research was realized in order to determine if there is a change that generates favorable results in the understanding of mathematical concepts, by changing the teaching technique, thus moving from a traditional class to a collaborative and guided one in a technological environment, using in this case, the educational software that we have at hand. For this experimentation 5 students from the fourth semester of high school participated, to whom 2 activities were delivered, which are designed so they can understand mathematical concepts and thus transpolate them to problem situations or traditional exercises that we usually find in the books; They were asked to first solve them individually and then go on to solve the same activities in a group along with an activity designed on the Kahoot platform. The results that were presented were satisfactory, it was possible to demonstrate that it is a great option to include playful tools such as the Kahoot platform, which generate interest in them and also include collaborative learning so that they are more interested in their learning.

KEY WORDS: mathematics education, ACODESA methodology, technological environment, mathematical concepts, high school

# ÍNDICE

<b>1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA</b>	<b>1</b>
1.1. INTRODUCCIÓN . . . . .	2
1.2. JUSTIFICACIÓN . . . . .	5
1.3. OBJETIVOS . . . . .	9
<b>2. MARCO TEÓRICO</b>	<b>10</b>
2.1. ANTECEDENTES HISTÓRICOS . . . . .	11
2.2. BASES TEÓRICAS . . . . .	18
2.3. CONCEPTOS BÁSICOS . . . . .	25
<b>3. DISEÑO METODOLÓGICO</b>	<b>27</b>
3.1. DISEÑO MUESTRAL . . . . .	29
3.2. TÉCNICAS DE RECOLECCIÓN DE DATOS . . . . .	30
<b>4. ANÁLISIS Y RESULTADOS</b>	<b>36</b>
4.1. ESTADÍSTICA . . . . .	37
<b>5. CONCLUSIONES</b>	<b>41</b>
<b>6. ANEXOS</b>	<b>45</b>
6.1. ACTIVIDADES DE EDMUNDO . . . . .	46
6.2. ACTIVIDADES DE JANAHI TZITZIKI . . . . .	50

6.3. ACTIVIDADES DE GALILEA . . . . .	54
6.4. ACTIVIDADES DE NOELIA . . . . .	58
6.5. ACTIVIDADES DE FATIMA . . . . .	61
<b>7. REFERENCIAS</b>	<b>64</b>

# Capítulo 1

## PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

## 1.1. INTRODUCCIÓN

Este trabajo tiene como propósito el contribuir en uno de los temas más investigados dentro del área de Educación Matemática, el cual se puede resumir en una pregunta: ¿cómo podemos conseguir un mejor aprovechamiento en el área Matemática?

En particular, este trabajo centra su atención hacia el nivel medio superior, enfocándose en un tópico llamado “FUNCIONES”. El tema de funciones tiene una gran trascendencia, puesto que encontramos aplicabilidad en ramas tales como, Matemáticas, Biología, Física, Economía, etc. . .

Guiándonos hacia el área de Matemáticas encontramos el Cálculo Diferencial, una de las asignaturas en la cual es fundamental este tema; tomando en cuenta la opinión de diversos autores, el obstáculo cognitivo que existe en conceptos referentes a funciones y representaciones de ellas, provoca un bajo rendimiento para tal asignatura. Como menciona Hitt (2018) el promover el aprendizaje conceptual del Cálculo causa muchas dificultades, por esta cuestión se han dado alternativas, una de ellas es optar por una enseñanza operacional, la cual se ha intentado y de igual forma ha fracasado. Es por esta razón que aquí se trata de buscar un equilibrio entre ambas partes y así conseguir tácticas diferentes que ayuden a combatir los problemas en el rendimiento.

Según (Piscoya, 2004) basándonos en las pruebas PISA, aplicadas a alumnos de entre 15 y 16 años. Existen 6 niveles de competencia, el nivel más alto está alrededor de los 750 puntos (comprende el nivel 6 y 5) en dicho nivel los alumnos tienen el dominio de ciertos procesos cognitivos, tales como la generalización, razonamiento y argumentación, en este nivel los estudiantes asumen un papel activo.

La siguiente puntuación es de 570 (nivel 4 y 3) en el cual los alumnos pueden manipular un modelo dado y tienen un buen manejo en álgebra y representaciones simbólicas, su trabajo es basado en estrategias.

La puntuación más baja es de 380 (nivel 2 y 1), siendo este el nivel más bajo en el que los



alumnos pueden reproducir hechos matemáticos simples que pueden identificar fácilmente (son hechos matemáticos visibles) y tienen habilidades computacionales básicas.

“Alrededor del 44% de los estudiantes en México alcanzó el nivel 2 o superior en matemáticas. Estos estudiantes pueden interpretar y reconocer, sin instrucciones directas, cómo se puede representar matemáticamente una situación (simple). Alrededor del 1% de los estudiantes obtuvo un nivel de competencia 5 o superior en matemáticas” (Salinas, 2019. p. 4)

Analizando el sistema educativo de los primeros lugares en las pruebas PISA 2018, se encuentra Hong Kong en cuarto lugar con 551 en el área de Matemáticas, su enfoque está en dejar a un lado el aprendizaje por memorización y adentrarse en la comprensión y construcción del conocimiento, lo que es llamado constructivismo.

Estonia ocupa el quinto lugar en las pruebas, el Blog de AULAPLANETA nos menciona las características que son fundamentales en el sistema educativo de Estonia: implementación de las TIC (Tecnologías de la Información y Comunicación), fomentar la innovación y la autonomía en los estudiantes y basar el aprendizaje a situaciones reales.

También se encuentra Japón dentro de los primeros lugares de las pruebas PISA, su aprendizaje es basado a la contemplación de problemas, los estudiantes buscan soluciones, las cuales son sometidas a debate y dicho debate es mediado por el profesor.

Tomando en cuenta todo lo mencionado anteriormente de los sistemas educativos de los primeros lugares en las pruebas PISA, es evidente que en México necesitamos reconsiderar el hacer modificaciones dentro del currículum educativo.

Un avance importante sin duda alguna es poder cambiar el papel pasivo del estudiante en clase. Despertar interés suele resultar un tanto complicado, para ello debemos considerar el entorno en el que se desenvuelven los estudiantes; la tecnología pasa a formar parte del día a día de todos, y, dentro de estos avances tecnológicos encontramos las TIC, utilizarlas como material didáctico para complementar las clases es una opción muy viable por las múltiples ventajas que presenta, entre las cuales destaca la eliminación de espacio-tiempo,

lo que permite generar una autonomía por parte del estudiante, destacando que es más atractivo para el alumno, ya que la tecnología pasa a ser parte de su entorno.

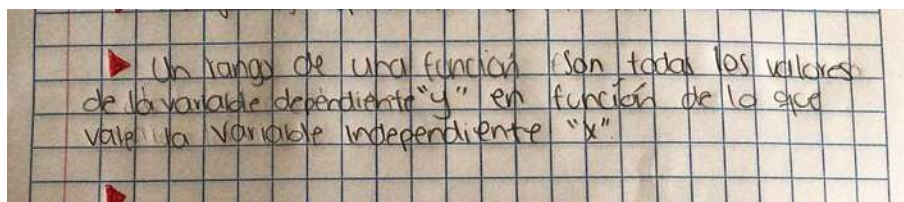
Emplear el uso de las TIC resulta oportuno, por el hecho de que los conceptos matemáticos pueden ser más digeribles mediante una representación visual; el tema de funciones posee numerosos conceptos que están ligados al Cálculo y fácilmente pueden ser representados de manera visual con ayuda de Softwares.

Sin embargo, es importante mencionar que no se puede dejar todo el trabajo a la tecnología. Como se mencionó, los países que más sobresalen operan fuera de una clase tradicional, es decir, su actividad esta basada en el constructivismo. Actualmente se cuenta con una metodología muy atractiva llamada ACODESA (Aprendizaje Colaborativo, Debate científico y Auto-Reflexión) cuyo objetivo es integrar el trabajo individual y el trabajo social en el momento de aprender. Por tal motivo esta investigación se inclina a la integración de la tecnología y la metodología ACODESA para así lograr colaborar en esta rama de investigación.

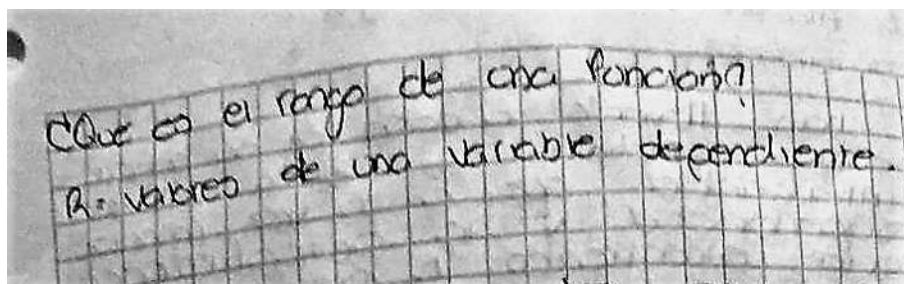
## 1.2. JUSTIFICACIÓN

Mencionado en la introducción, las estadísticas de las pruebas PISA marcan que México maneja un nivel 2 en competencia Matemática. Las capacidades de este nivel se encuentran un tanto limitadas, no existe una comprensión de la situación planteada, y las soluciones pasan a ser mecánicas; Esto quiere decir que en el ámbito matemático se busca semejanza en los problemas, para así poder aplicar un algoritmo ya conocido. Sin embargo, para el área introductoria a los conceptos del cálculo diferencial, este mecanismo no tiene ninguna eficacia. Haciendo una pequeña recopilación de los conocimientos previos al cálculo diferencial y que están contenidos en el tema de funciones encontramos con los siguientes: noción de función, variable dependiente e independiente, gráfica de una función, rango, dominio, puntos de intersección, entre otros. Al hacer un par de preguntas sobre funciones, a alumnos de diferentes instituciones, los cuales se encuentran cursando la materia de matemáticas 4 donde se ve todo lo relacionado al tema, podemos observar lo siguiente: La Figura 1.1(a) y la Figura 1.1(b) muestra la respuesta de dos alumnos a la pregunta: ¿qué es el rango de una función? Examinando dichas respuestas podemos observar que son memorizadas, no existe una comprensión a lo que se pide; esto nos demuestra que el aprendizaje la mayor parte del tiempo se rige por la memorización, lo cual impide establecer una conexión para las situaciones que se presentaran posteriormente.

La metodología ACODESA que es la protagonista de esta investigación, nos dice que trabajar en colaboración y promover el debate científico es una forma adecuada para hacer partícipes a los alumnos en la construcción de los conocimientos y así dejar de recurrir a la memorización. En el momento en que los individuos se involucran, se desarrolla una capacidad investigadora y una responsabilidad individual. Ahora, en el momento en que se trabaja en colaboración, llega un punto en el que es necesario compartir las ideas, y la opción más apropiada es el debate científico. Como bien sabemos, trabajar en colabora-



(a)

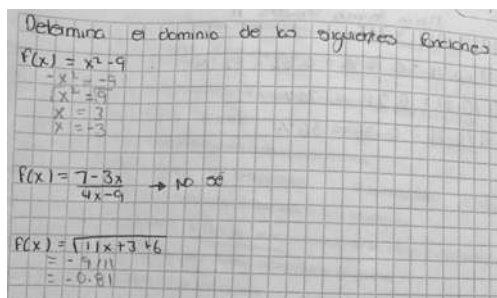


(b)

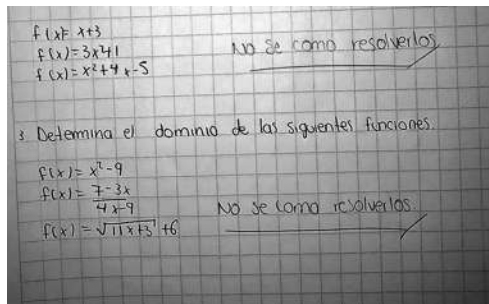
Figura 1.1: Respuesta a la pregunta: ¿Qué es el rango de una función?

ción tiene ciertos beneficios, el más importante es que los estudiantes comienzan a abrir su mente a diversas formas de pensar, ayudando así a la construcción de los conocimientos. “En el curso de la experiencia dada por el contacto con ejemplares determinados, el sujeto va construyendo hipótesis que definen el concepto de forma cada vez más precisa. Tales hipótesis van cambiando a medida que van apareciendo más y más ejemplares del concepto o categoría (Bruner et al., 1956).” (Camargo, 2010, p.331). A continuación, la Figura 1.2 presenta los resultados de tres estudiantes a la indicación de determinar el dominio de diferentes funciones matemáticas.

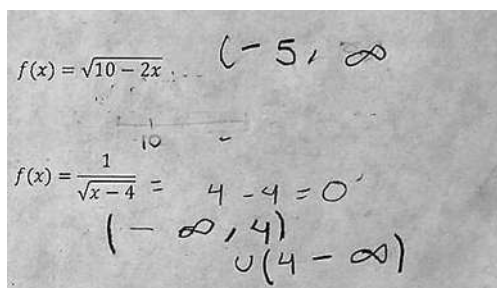
Comprobamos que no existe esta relación de conocimientos previos, que en este caso sería el comprender lo que significa dominio de una función; si bien, notamos que el estudiante llega a un resultado, dejando de lado si el resultado es el correcto o incorrecto, el camino que recorren para llegar a el se da a través del reconocimiento simbólico, se identifica una variable y una constante, se aplica un algoritmo para encontrar el valor de “X” (comúnmente llamado despeje), sin embargo no es lo que pide el ejercicio, aparte de conocer lo que significa el dominio de una función, es necesario tener en cuenta las



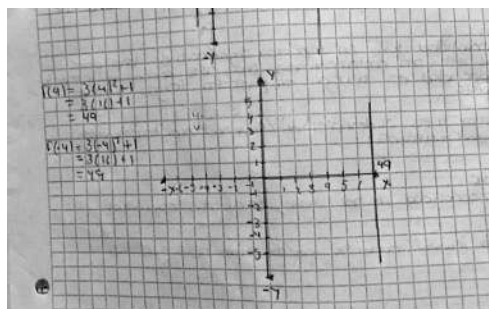
(a) Estudiante 1



(b) Estudiante 2



(c) Estudiante 3



(d) Estudiante 1

Figura 1.2: Dominio y gráficas de una función

propiedades básicas de cada operación aritmética con la que se trabaja, es por eso que en algunos ejercicios no es sencillo identificar un algoritmo para resolver el problema.

La Figura 1.2(b) corresponde al estudiante número 2, se puede observar que no hay conocimiento sobre la palabra dominio, lo que lleva a no intentar resolver los ejercicios dados. Para el estudiante número 3 Figura 1.2(c) el tema de dominio resulta familiar, el obstáculo en esta parte son los conocimientos previos tales como multiplicación de signos y propiedades de operaciones aritméticas básicas.

Otro de los ejercicios consiste en realizar la gráfica de la función  $f(x) = 3x^2 + 1$  en el intervalo de  $[-4, 4]$ , para este ejercicio se obtuvo una única respuesta, se puede apreciar en la Figura 1.2(d), también podemos notar que la respuesta no coincide con la gráfica de la función. Después de examinar estas situaciones es notable que los alumnos al pasar a la asignatura de cálculo diferencial, les costara más de lo normal por no llevar esos conocimientos totalmente claros. Si bien fue mencionado, los alumnos pertenecen a escuelas diferentes, sin embargo, dentro del aula existen muchos estudiantes que comparten las mis-

mas dificultades y cometen errores similares. El trabajar en colaboración puede conseguir mejores resultados. Tomando en cuenta que solamente un estudiante dio respuesta al ejercicio de la gráfica, ayudaría ampliamente el uso de las TIC, específicamente un software educativo que facilite la interpretación visual de las funciones. En este caso se puede decir que un graficador como GeoGebra pasa a ser útil en la comprensión de distintos conceptos, representaciones y características.

## 1.3. OBJETIVOS

### OBJETIVOS GENERALES:

¿Es posible elaborar alguna estrategia que logre aminorar las dificultades conceptuales que existen en el precálculo?

Desarrollar una táctica que involucre la interacción de los alumnos en su aprendizaje con la finalidad de despertar aptitudes positivas, entre ellas el razonamiento, con la cual se pretende guiar al estudiante fuera del camino de la memorización conceptual, de la misma forma resulta conveniente desvincular la dependencia existente entre alumno-profesor.

### OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

- Desarrollar autonomía en los estudiantes
- Modificar de la clase tradicional a un ambiente colaborativo mediante la metodología ACODESA.
- Enseñar el uso educativo que comprenden las TIC.

## Capítulo 2

# MARCO TEÓRICO



## 2.1. ANTECEDENTES HISTÓRICOS

La primera investigación a presentar corresponde a Francois Pluvinage, titulada “Experimentando la enseñanza del cálculo con el uso de las técnicas de información y comunicación”, la cual fue aplicada en la Universidad Autónoma de México.

Hace mención de que uno de los principales factores que lleva al fracaso de los estudiantes en los exámenes, es la deficiencia de los conocimientos previos. Explica la existencia de bloques llamados “estratos”, cada bloque o estrato hace referencia a los conocimientos que se van adquiriendo a lo largo del tiempo; por ende, si un primer estrato es dominado, se puede pasar a un segundo, sin embargo, si este segundo no es dominado, resulta sumamente difícil poder comprender este tercero. El no dominarlos provoca el déficit del que se ha venido hablando, las soluciones que se brindan es el recurrir a un curso de regularización, el cual no siempre arroja los resultados esperados ya que se siguen utilizando las mismas estrategias de aprendizaje que en un curso en forma.

El objetivo de esta investigación fue el aumentar el índice de aprobación, específicamente en el curso de Cálculo diferencial. Se utiliza la enseñanza basada en proyectos combinada con los recursos computacionales. Estas actividades permiten a los estudiantes adquieran los conocimientos necesarios para poder nivelarse, evitando un curso adicional. El principal problema al cursar la asignatura de Cálculo diferencial vine por la falta de conceptos fundamentales sobre las funciones. Se hace énfasis en que todas las actividades tengan un tratamiento verbal, simbólico, tabular y gráfico.

La idea de la actividad ilustrada en el artículo nombrada, “poleas”, fue cumplir con los 4 aspectos mencionados para cada tema. En esta primera actividad se realiza el acercamiento a los conceptos de variable dependiente e independiente, Rango y Dominio de una función; este primer acercamiento se hace mediante situaciones problema y no de manera formal, introduciendo desde el principio una definición. La actividad Poleas se divide en 2 partes; la primera hace referencia al tratamiento verbal y simbólico en el cual se les dio a los

estudiantes material concreto (polea y cuerda) para comprender el funcionamiento, después se hace una búsqueda en internet para conocer los diferentes tipos de poleas que existen. La segunda parte abarca el tratamiento tabular y gráfico, abarcar estos dos puntos es posible por el hecho de que la página web con la que se trabaja es interactiva, pero la actividad que se realiza va guiada de un cuestionario para lograr los objetivos que se desean.

Los resultados obtenidos fueron satisfactorios, antes de la implementación de la tecnología el índice de reprobados era de un 80 %, el cual fue disminuyendo con el paso del tiempo hasta un 25 %. El uso de una actividad web dinámica, no solamente ayudó a disminuir el índice de reprobados, también aumentó el interés de los estudiantes a las matemáticas experimentales.

El segundo estudio a presentar es titulado, “Situaciones problemáticas en contexto en el aprendizaje del Cálculo”, es una colaboración de David Benítez Mojica y Noelia Londoño Millan.

Los temas a tratar son dos, el primero es el llevar las situaciones problema al aula de clases y recurrir a la tecnología como herramienta de apoyo. Se contó con la participación de alumnos de primer semestre en la Licenciatura de Matemáticas Aplicadas de la Universidad Autónoma de Coahuila, se realizó la investigación con estudiantes de 16 a 21 años de edad, de los cuales el 87% de ellos curso y aprobó la asignatura de Cálculo en la preparatoria.

En el presente estudio se busca que el aprendizaje del Cálculo vaya más allá de la memorización, ya sea de conceptos o algoritmos para la resolución; se busca proporcionar en el aula un ambiente en el cual los alumnos puedan transmitir sus ideas, realizar preguntas, que los alumnos sean capaces de construir modelos matemáticos y por supuesto todo lo que conlleva la modelización matemática; sin embargo, se busca implementar la tecnología como herramienta de apoyo.

La actividad que se llevó a cabo es del tipo contexto real. Para poder llevar a cabo esta actividad, fue filtrada por 4 fases. La primera de ellas se llamó “Diseño”, la cual consta de la selección de actividades y cualidades que se necesitan para poder realizarla. La segunda fase “Uso de la tecnología”, aquí se capacito a los estudiantes para poder utilizarlas herramientas tecnológicas, en este caso, fue una calculadora Voyage 200 y una hoja de cálculo (Excel). Para la tercera fase “Recolección de información”, se les dio a los estudiantes las instrucciones de la actividad la cual consistía en obtener la modelización matemática del fenómeno de evaporación de un líquido. La experimentación consistía en colocar agua en un recipiente (se les dio la libertad de utilizar el recipiente que ellos quisieran), la observación tenía que ser de 6 días, para así poder diseñar un método que determinara la evaporación del líquido a lo largo de esos 6 días, se tenía que realizar una tabla donde mostraran los datos del tiempo y la cantidad de líquido evaporado, para después poder realizar una gráfica de tiempo vs liquido evaporado. La última parte

“Análisis de información”, para llevar a cabo esta última fase se dividió en dos partes; la primera de ellas consistió en el análisis de los métodos empleados para poder determinar la evaporación y la segunda parte fue para la revisión del modelo matemático obtenido.

Los resultados obtenidos fueron los esperados. En primer lugar, consiguieron involucrar a los estudiantes en su aprendizaje y se pudo dar solución al problema propuesto de contexto real. También se logró que los estudiantes pudieran enlazar sus conocimientos pasados para así poder darle solución a una situación desconocida, adicionando la creatividad que involucra obtener un método.

El uso de la tecnología les resulto muy efectivo. Los estudiantes de primer semestre no contaban con los conocimientos para realizar el análisis de regiones con lápiz y papel; la tecnología les brindo los recursos y ayudo a dar solución, al igual que se minimizo el tiempo para los cálculos y el uso de estas herramientas tecnológicas paso a formar parte de sus conocimientos.

La última investigación a presentar es titulada “Nuevas tendencias en la enseñanza del cálculo : la derivada en ambiente TICE” y por autor tenemos a Fernando Hitt.

Esta investigación fue enfocada a la materia de Cálculo en un nivel medio superior específicamente en la ciudad de Québec. El tema central es el diseño de actividades del tipo situaciones problema y que son apoyadas con material tecnológico, orientadas al tema de la derivada. ¿Cómo desarrollar en los estudiantes un pensamiento matemático ligado al cálculo? Esta ha sido una de las preguntas más frecuentes por diferentes investigadores matemáticos. Se ha llegado a la conclusión de que al momento de introducir el tema de la derivada uno de los errores frecuentes es hacerlo mediante un aprendizaje conceptual; otra situación es que los requisitos para llegar a este tema son amplios y se ha optado por dividirlo en diferentes cursos al igual que hacer una división del grupo por ser numerosos y no poder prestar mucha atención a ello, a todo esto, se le ha llamado “acercamiento clásico”.

El objetivo de la investigación se enfoca en analizar diferentes libros de texto, en especial en la parte introductoria a la derivada y analizar los resultados que se ha tenido con los libros, en base a estos resultados se hizo una propuesta de actividades para dale seguimiento desde un ambiente tecnológico.

Se analizaron dos libros, el primero de ellos es Cruse & Leman, fue elegido por ser el más cercano al curriculum que manejan en la ciudad de Québec. La propuesta introductoria son dos ejercicios de optimización; el primero de ellos consiste en la construcción de una caja de volumen máximo a partir de un determinado trozo de papel. El segundo libro es Hamel & Amyotte su introducción al concepto de derivada consiste en un ejercicio de registro algebraico sobre el cálculo del límite del volumen en un determinado momento al llenar un recipiente. Existe una investigación realizada por Doufour (2011) la cual consistió en la observación de dos profesoras que impartían el curso de cálculo y se apoyaron en el libro de Hamel & Amyotte, una de las maestras cuenta con 30 años de experiencia y una licenciatura en matemáticas, la segunda tiene licenciatura y maestría en matemáticas,

adicional una licenciatura en la enseñanza de las matemáticas, pero con pocos años de experiencia; justamente se analizó el problema introductorio al concepto de la derivada, las observaciones realizadas enlistan los obstáculos cognitivos de los alumnos en cada curso y otros que van relacionados a las técnicas de enseñanza.

Una observación en general fue que la clase de las profesoras se basa en una cátedra, la profesora realiza preguntas para darse cuenta de si están entendiendo los alumnos, pero, basta con que uno de ellos responda a la pregunta para continuar con la clase, sin tomar en cuenta si los demás estudiantes estaban entendiendo.

Los obstáculos cognitivos encontrados fueron los siguientes:

- Dificultades para entender el enunciado, ya que el libro no tiene algún dibujo de apoyo.
- El concepto de función y evaluación no son claros.
- Problemas con la notación.
- Problemas entre equivalencia de notaciones.
- Problemas para entender la derivada mediante su notación de límites.

En cuanto a los problemas de enseñanza de la primera profesora:

- La profesora le proporciona poca importancia al contexto físico de las actividades.
- Brinda poca importancia a las representaciones gráficas.
- Da prioridad absoluta a las representaciones algebraicas.

Problemas promovidos por la segunda profesora:

- La profesora pasa de una notación a otra sin proporcionar explicaciones.
- Otorga una gran importancia al contexto físico.

- Ejemplifica todo con una sola cosa, las representaciones gráficas no son prioridad y la representación algebraica si lo es.

Para un acercamiento en contexto físico, en la enseñanza de las matemáticas, se requiere la intervención del estudiante; una de las propuestas del autor de esta investigación, Fernando Hitt, son las situaciones problema que permiten la manipulación de objetos físicos y toma de datos. Para el diseño de las actividades también fue tomado en cuenta el punto de vista metodológico de la escuela de Freudenthal. Las matemáticas son vistas como una actividad y no como un sistema conformado por reglas que se tienen que memorizar.

Se establecieron ocho etapas para el diseño de las actividades:

- Etapa 1. Proposición de una situación problema que permita al alumno la manipulación física de objetos y de datos mediante un software (GeoGebra, calculadora, etc.).
- Etapa 2. Un análisis de los datos y discusión sobre el carácter continuo de la discusión.
- Etapa 3. Construcción visual.
- Etapa 4. Búsqueda de una expresión algebraica que modele el fenómeno.
- Etapa 5. Utilizar un método y ejemplificarlo con la ayuda de un software.
- Etapa 6. Discutir sobre la pertinencia del método.
- Etapa 7. Utilizar una situación problema en contexto de la física.
- Etapa 8. Proceso de institucionalización.

Una de las ideas principales es la de llevar a cabo estas actividades siguiendo las etapas que establece la metodología ACODESA.

## 2.2. BASES TEÓRICAS

### METODOLOGÍA ACODESA

Aprendizaje colaborativo, debate científico y auto-reflexión es el conjunto de características que engloba la metodología ACODESA, la cual se ha considerado como más ad hoc para regir esta investigación. ACODESA es una metodología diseñada por Fernando Hitt.

Recurriendo a Hitt & Quiroz (2017), la estructura de la metodología se divide en 5 etapas:

- **Etapa 1. Trabajo individual.** El trabajo individual permite al estudiante representarse la situación problema o el problema a fin de prepararse para una discusión en la cual sus ideas tengan mayor impacto. En esta etapa las representaciones funcionales-spontáneas emergen en forma natural.
- **Etapa 2. Trabajo en equipo sobre la misma tarea.** Procesos de discusión y validación.
- **Etapa 3. Discusión (podría provocar un debate científico).** Cada equipo propone sus resultados y los pone a consideración de toda la clase.
- **Etapa 4. Regreso a la tarea en forma individual (trabajo individual de reconstrucción y auto-reflexión).** La estabilidad del conocimiento adquirido en las etapas anteriores no podrá alcanzarse si no se pasa por un periodo de reconstrucción (Auto-Reflexión) de lo realizado.
- **Etapa 5. Institucionalización del conocimiento.** En esta etapa, el maestro resume los resultados de los equipos, muestra la evolución de las representaciones espontáneas que emergieron en las etapas anteriores y discute su eficacia antes de introducir las representaciones institucionales y los procesos correctos.

A continuación, se analizará detalladamente cada una de estas etapas.



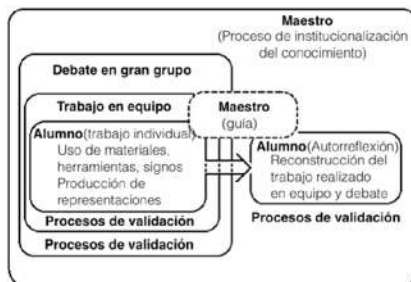


Figura 2.1: Estructura de la Metodología ACODESA

Comenzando con la etapa 1, “trabajo individual”, es una de las etapas que tienen mayor importancia, en este momento es cuando el alumno comienza a crear posibles soluciones a los problemas que se enfrentan. Camargo & Hernandez (2010), En su investigación mencionan que Bruner consideraba necesario enseñar a los estudiantes a utilizar su intuición, imaginación y creatividad al momento de enfrentarse a una situación problema (p. 338); ¿Cómo ayuda la creatividad en la resolución de problemas? tomando en cuenta la definición de creatividad encontrada en Wikipedia, es la capacidad de generar nuevas ideas o conceptos, de la misma forma en que ayuda a la asociación de ideas y conceptos ya conocidos, también es nombrado pensamiento creativo, una de las ventajas de desarrollar un pensamiento creativo, se torna a que el alumno ya no se ve limitado a aplicar solamente un algoritmo que le resulte conocido, ya que muchas de las ocasiones no es el adecuado o se cometen errores al momento de aplicarlo, como se menciona en la definición, la creatividad permite generar nuevas ideas y establecer conexión con los conocimientos que se requieren en ese momento.

Un método innovador en la enseñanza es el aprendizaje colaborativo. “Desde el enfoque socio-constructivista, la colaboración es vista como el trabajo que se realiza en conjunto entre un grupo de personas con intereses y objetivos comunes para maximizar no solamente su aprendizaje, sino también el de los demás” (Galindo et al. (2015), p.19). Lo que sostiene esta metodología resulta ser el trabajo en equipo, el cual tiene una relevancia importante en el aprendizaje; uno de los principales aspectos en el trabajo en equipo, es que deben de ser conformados por pocos integrantes, según Galindo (2015) menciona que

es recomendado que se conformen grupos de 4 a 7 integrantes, esto se debe a que a mayor cantidad de personas es menor el trabajo que realiza cada una de ellas, aparte, se tiene una mejor organización en un trabajo en equipo que en un trabajo grupal. Adentrándonos más en el trabajo en equipo desde un enfoque colaborativo, el apoyo suele ser recíproco, de tal manera que el éxito no es individual, es grupal, lo que nos indica que el trabajo no concluye hasta que cada uno de los integrantes haya comprendido la tarea que se les otorga; sin embargo, cabe resaltar que aunque existe el apoyo mutuo el estudiante debe crear una responsabilidad individual, de tal manera que debe ser responsable de su propio conocimiento, muchas de las veces se asignan roles dentro del equipo, y cada miembro debe cumplir con el rol asignado, si bien, esto no quiere decir que cada uno debe de realizar una tarea asignada y al final juntar todo; un rol en el equipo ayuda a establecer de qué función ejerce cada uno de los integrantes y es necesario que siempre exista una interacción cara a cara. Existen diversos roles: Galindo (2015) nos indica que hay dos tipos de roles, el formal y el personal; dentro del formal se encuentra el líder, secretario, animador, miembros activos y miembros nucleares y dentro de los personales existe el documentalista, innovador, organizador, evaluador y participativo. La interacción entre los miembros resulta ser la transición de la etapa 2 a la etapa 3. El interactuar entre ellos cara a cara permite que exista un intercambio de ideas o de información de tal manera que se presta para hacer refutaciones y argumentarlas, la importancia de ellas es que ayudan a generar un aprendizaje, ha esto se le denomina debate y es justamente la tercer etapa de la metodología; hablando históricamente, el debate se ha incluido debido al modelo tradicional de enseñanza que se ha manejado a lo largo del tiempo (la memorización), donde el alumno tiene un rol pasivo y sus conocimientos resultan a corto plazo, lo que actualmente se busca es un conocimiento a largo plazo y que exista un pensamiento crítico dentro de cara estudiante; “Jérez (2015), señala que en este paradigma el estudiante aprende en forma activa: adquiriendo, organizando y aplicando significativamente conocimientos e involucrándose en actividades de aprendizaje que promueven la (re)elaboración de conocimientos y repre-

sentaciones mentales personales, a partir de la interacción con contenidos de aprendizaje desde conocimientos previos” (Gonzales et al. (2017), p. 135), muchas de las veces el tener diferentes puntos de vista te ayuda a cuestionarte si lo que haces o estás haciendo es el camino indicado, de igual forma se puede tomar conciencia de las aptitudes que se carecen, esto es mejor conocido como la auto-reflexión siendo esta la última etapa por la que pasan los estudiantes.

La institucionalización pasa a ser la última de las etapas, en la cual entran los docentes; “ En esta etapa, el docente resume los resultados de los equipos, muestra la evolución de las representaciones espontáneas que emergieron en las etapas anteriores y discute su eficacia antes de introducir las representaciones institucionales y los procesos correctos” (Hitt & Quiroz, (2017), p. 161).

Si bien se ha comparado la eficacia que tiene un ambiente constructivista y colaborativo a un ambiente conductual, sin embargo, existe un tema más a tratar y es el interés de los jóvenes hacia el ámbito matemático, el cual resulta ser muy bajo; las causas resultan ser muchas, vamos a enlistar algunas de ellas:

- Son difíciles de entender.
- Los profesores no explican claro.
- El material utilizado en clase no es el adecuado.
- No se establece una relación de las matemáticas en el ambiente social.

Estos son los puntos más mencionados por los estudiantes cuando se les pregunta, “¿Por qué no te gustan las matemáticas?”, la falta de interés hacia esta materia hace que los estudiantes generen un rechazo y no tengan un buen desempeño. Vivimos en un mundo donde nuestro entorno social va cambiando día a día, este cambio implica una adaptación por parte de la sociedad, de tal manera que se modifican los intereses de cada individuo. Las TIC(Tecnologías de la Información y Comunicación) pasan a ser un auge en este momento, aparte de ser una herramienta indispensable hoy en día; Enfocándonos en las

TIC educativas, se cuenta con amplias herramientas: tabletas, libros digitalizados, audio-libros, software educativos, ordenadores, diversas plataformas, ente otros; ¿cuáles serían las aportaciones al ámbito educativo por parte de las TIC? La interactividad y flexibilidad pasan a ser una de las ventajas más notorias y favorecedoras al permitir el intercambio de información sin un horario limite, logrando así que el aprendizaje vaya al ritmo adecuado de cada persona, otra de sus aportaciones es el desarrollo de antonimia por parte de los estudiantes ya que están involucrados totalmente; Las TIC no solo permiten realizar lo antes ya mencionado, sino que ofrecen la oportunidad de seguir desarrollando nuevas herramientas de aprendizaje, tal es el caso de los softwares educativos, los cuales van a ser partícipes en esta investigación.

Para definir Software Educativo adoptaremos la siguiente: “ programas para ordenador creados con la finalidad específica de ser utilizados como medio didáctico, es decir, para facilitar los procesos de enseñanza y de aprendizaje” (Marqués). Dentro de su clasificación se cuenta con softwares del tipo “programas herramienta”, su diseño está hecho para facilitar diferentes trabajos que se realizan en el ámbito educativo día a día. tales como: realizar diversos cálculos, dibujar, transmitir cierta información, etc...

Si bien, para generar buenos resultados en el aprendizaje no basta con solo usar el software, “ En última instancia su funcionalidad y las ventajas e inconvenientes que pueda comportar su uso serán el resultado de las características del material, de su adecuación al contexto educativo al que se aplica y de la manera en que el profesor organice su utilización” (Marqués). El diseño de actividades escolares no es un trabajo sencillo; como ha sido mencionado anteriormente, la falta de interés por parte de los estudiantes obstaculiza su desempeño académico, la tecnología resulta ser el mayor punto de interés actualmente en la sociedad; es por eso que esta investigación tiene como objetivo no solo el crear un ambiente colaborativo en el aula, sino el de adecuar actividades matemáticas a recursos que sean de interés para los estudiantes, tal como los ordenadores y dispositivos móviles, para estas actividades se utilizara una plataforma interactiva llamada Kahoot y un software

matemático, GeoGebra.

kahoot es una plataforma basada en juegos y está diseñada para promover el aprendizaje de una manera divertida, el atractivo de esta plataforma no es solo el simple hecho de promover el aprendizaje mediante diferentes juegos, sino es el poder crear diferente contenido de acuerdo a las necesidades tanto del profesor como del alumno y tener acceso a el desde cualquier dispositivo con internet sin importar el lugar, aparte de que brinda la posibilidad de trabajar en equipo o de forma individual, una ventaja para el profesor es que al final de cada juego muestra una estadística de las cosas que el alumno hizo bien o hizo mal, otorgando ya un promedio tanto al alumno como al profesor. ¿De qué forma beneficia la plataforma a esta investigación? Las actividades que se presentaran en el siguiente capítulo son diseñadas para la asignatura de Matemáticas 4, impartida en bachillerato, asignatura en la cual se estudian a fondo las funciones, va desde su definición, características y su comportamiento en el plano; siendo esta una de las materias con mayor influencia para el ámbito universitario sin embargo también es una de las materias más confusas, esto se da por los diferentes conceptos existentes, tales como función, relación, rango, dominio, etc... Muchas de las veces el único conocimiento que tiene sobre estos conceptos resulta ser visual, lo cual no resulta suficiente al enfrentarse a situaciones problema. El hecho de trabajar con funciones implica desde conocer su composición, definición y aplicabilidad en la vida cotidiana, es por eso que este trabajo va a hacer énfasis en conocer cada uno de esos aspectos y dominarlos. Se eligió Kahoot porque permite crear actividades las cuales son de opción múltiple y al mismo tiempo permite ilustrarlas; otra de las ventajas es que al final del juego, permite que el alumno regrese a las preguntas que están mal y da la opción de contestar nuevamente, cada intento queda registrado en la hoja de resultados que es para el profesor. Como fue mencionado anteriormente, para lograr comprender distintos conceptos que a la vez resultan ser muy similares como con los que se van a trabajar, la mejor opción es tener una ayuda visual, y que el estudiante tenga la libertad de manejarla por sí mismo, para esto GeoGebra será de gran utilidad específicamente para comprender

los conceptos de rango y dominio.

## 2.3. CONCEPTOS BÁSICOS

- Aprendizaje en colaboración: Scagnoli (2006, p. 39); “El aprendizaje colaborativo es la instancia de aprendizaje que se concreta mediante la participación de dos o más individuos en la búsqueda de información, o en la exploración tendiente a lograr una mejor comprensión o entendimiento compartido de un concepto, problema o situación”.
- Debate científico: es un acto de comunicación en la que dos o más personas opinan acerca de uno o varios temas y en la que cada uno expone sus ideas y defiende sus opiniones e intereses
- Dominio: el dominio de una función son los valores para los cuales la función está definida o, en otras palabras, es el conjunto de todos los posibles valores que la función acepta
- Función: una función matemática es una relación que se establece entre dos conjuntos, a través de la cual a cada elemento del primer conjunto se le asigna un único elemento del segundo conjunto.
- Rango: el rango de una función es el conjunto de todos los valores de salida de una función o es el conjunto formado por todos los valores que puede llegar a tomar la función.
- Relación: una relación es una correspondencia de elementos entre dos conjuntos.
- Software educativo: programas para ordenador creados con la finalidad específica de ser utilizados como medio didáctico, es decir, para facilitar los procesos de enseñanza y de aprendizaje.
- Variable dependiente: una variable dependiente representa una cantidad cuyo valor depende de cómo se modifica la variable independiente.

- Variable independiente: un variable independiente es una variable que representa una cantidad que se modifica en un experimento.



## Capítulo 3

# DISEÑO METODOLÓGICO

En este capítulo se describe detalladamente el proceso que se llevó a cabo para comprobar si el uso de la metodología ACODESA aunada al uso de la tecnología otorga resultados favorables al aprendizaje. Para esta investigación se optó por trabajar con ciertos temas de la materia de matemáticas 4 impartida en bachillerato, los temas que se trabajaron fueron los siguientes: concepto de función, diferencia de una relación y función, definición de rango y dominio y por último método gráfico de funciones; para así poder crear un razonamiento que lleve al estudiante a poder aplicar con éxito sus conocimientos en situaciones problema ya sea dentro de la misma materia o en próximos cursos.

La experimentación se llevó a cabo en tres etapas.

**Etapas 1:** en esta primer etapa se hizo entrega a los alumnos de dos actividades, la primera constaba de cuatro ejercicios y la segunda contenía dos. Se pidió a los estudiantes respondieran las actividades de forma individual, otra de las indicaciones fue que las respuestas se escribieran con lapicero color negro ya que posteriormente se regresaría a trabajar en la actividad para la tercera etapa, para este primer parte se dio 50 minutos.

Para poder pasar a la siguiente etapa se dio la instrucción de que se anotaran en una hoja en blanco los temas que causaron problema, con la finalidad de hacer investigación sobre ellos.

**Etapas 2:** siendo esta una de las etapas más importantes, se pidió a los estudiantes formar un equipo para buscar y discutir sobre los temas que les causaron conflicto. Al finalizar el trabajo en equipo y haber llegado a la conclusión de que habían entendido los temas, ese conocimiento se reforzó mediante la plataforma ya mencionada anteriormente, kahoot, en la cual se elaboraron 14 preguntas de opción múltiple.

**Etapas 3:** para la parte final, se retomaron las dos actividades, teniendo como finalidad que los estudiantes pudieran hacer correcciones si ellos lo creían necesario, así se logró comparar si el trabajar en equipo brinda un cambio notorio de forma personal.

### 3.1. DISEÑO MUESTRAL

Para llevar a cabo esta investigación se contó con la colaboración del Mtro. Víctor Hugo Méndez Bedolla, quien es profesor de la preparatoria Melchor Ocampo (PREFECO) y se encontraba impartiendo la asignatura de Matemáticas 4, la cual hace referencia al tema de interés. Es importante mencionar que las actividades fueron diseñadas como herramienta de apoyo para esclarecer dudas previas al primer parcial, este primer parcial maneja la mayor parte conceptual de la asignatura. El tiempo estimado para estas actividades es de 2 horas , lo que equivale a una clase normal de ellos. Cinco de sus alumnos formaron parte de esta prueba, se eligió una población pequeña debido a la contingencia que se vive hoy en día, para así poder respetar las medidas de seguridad. También se considero este número por la cuestión del trabajo en equipo, para tener un desempeño favorable ya que el número de personas adecuadas va de tres a siete personas como máximo.

## 3.2. TÉCNICAS DE RECOLECCIÓN DE DATOS

Se mostrarán los instrumentos que fueron utilizados basándonos en el orden que se le dio a la investigación.

Para la etapa 1:

El primer ejercicio que se realizó se trata de completar un texto; en base a los errores que se repiten frecuentemente y que algunos de ellos fueron mencionados e ilustrados en el primer capítulo, se encuentra que se desconocen muchas de las propiedades algebraicas, haciendo énfasis las dificultades en la raíz cuadrada, lo que obstaculiza la resolución de problemas, otra cuestión se da al momento de interpretar la notación matemática que manejan distintos libros, pasa igual cuando se tiene distintos conceptos asociados al plano cartesiano. Es por esta razón que el primer ejercicio tiene como intención el hacer que los alumnos tengan presente las cosas que se necesiten para lograr un buen desempeño.

Figura 3.1

**1. Completa el texto. Escribe sobre las líneas la palabra que consideres que es correcta, utiliza solamente una de las siguientes:**

*Dominio, superior, vertical, resultado, cerrado, eje "x", limitantes, cero, resultados, número.*

Cuando se tiene una función, y se sustituye en ella un valor de "x", y se desarrolla la operación, no siempre se espera un resultado, en ocasiones, se sustituye en la función un \_\_\_\_\_ y no se puede realizar la operación. Es importante conocer para que conjunto de valores en "x" siempre se va a obtener un \_\_\_\_\_ en la función.

La expresión  $D = \chi \in [0, \infty]$  se lee "\_\_\_\_\_ de la función, es igual a todos los valores de "χ" que pertenecen al intervalo cerrado en cero hasta infinito".

Rango de una función son todos los \_\_\_\_\_ validos y de maneta gráfica, son todos los resultados que existen en el eje \_\_\_\_\_ (eje y), desde la parte inferior de la gráfica hasta la parte superior.

En una raíz cuadrada solo se puede resolver con números reales, cuando el radicando es \_\_\_\_\_ o mayor que cero.

Figura 3.1: Ejercicio 1

El segundo ejercicio busca ilustrar la definición de función mediante la asociación de dos conjuntos. Se pidió a los estudiantes que observaran los dos conjuntos que se daban

y con una flecha asociaran uno con otro, y que, además, al final determinaran si era una función o una relación; se utilizó este tipo de ejercicios para que el alumno pueda construir por si solo sus definiciones, y que no sea solamente el método de la línea vertical el que usen para determinar qué es una función. Figura 3.2

<b>Equipos</b>	<b>Liga de</b>		
Real Madrid	México		
Cruz Azul			
Juventus	España	<b>7 maravillas del mundo</b>	<b>ubicación</b>
Bayern de Múnich		Chichén Itzá	Perú
Napolis	Alemania	Coliseo Romano	India
Monterrey		La gran muralla China	India
Barcelona	Italia	Machu Picchu	Italia
		Petra	China
		Taj Mahala	Brasil

(a)	(b)
-----	-----

Figura 3.2: Ejercicio 2

De igual manera que en el ejercicio pasado, la intención es que los estudiantes tengan un manejo total sobre el tema, tanto en definiciones como en problemas matemáticos, es por eso que se da un salto de ejercicios con definiciones e ilustrativos al tipo matemáticos como son los que se muestran a continuación. Figura 3.3 :

Pasando a la segunda actividad, la cual consta de tres ejercicios; el primer ejercicio consis-

<p><b>3. De los siguientes ejercicios determina cuál es función y cuál es relación.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>3x^2 + 6y^2 = 18</math></li> <li>• <math>2x + 4y = 1 - 3 + y</math></li> <li>• <math>xy + 2x = 1 - x^2</math></li> </ul>	<p><b>4. Determina cuál es el rango y dominio de las siguientes funciones.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>f(x) = 2x - 5</math></li> <li>• <math>f(x) = 2\ln(x - 2) + 1</math></li> <li>• <math>f(x) = 4\sqrt[5]{2x}</math></li> <li>• <math>f(x) = 2x^2 - 6x</math></li> <li>• <math>f(x) = 3 - \frac{2}{x}</math></li> </ul>
(a)	(b)

Figura 3.3: Ejercicios 3 y 4

te en evaluar las funciones en un determinado intervalo, de forma indirecta estos ejercicios ayudan a poner en práctica todo lo repasado anteriormente desde un nuevo contexto, sin embargo y como en todos los casos, no solo ayuda para lo visto anteriormente, sino que

ayudara para las cosas que ellos vean en los próximos bloques o futuras materias.

Una cuestión relevante es que el tema de funciones a trozos pasa a ser uno de los temas

1. Evaluar cada una de las siguientes funciones en el siguiente intervalo  $[-4,4]$  y hacer su gráfica.

- $f(x) = x + 3$
- $f(x) = \sqrt{-x + 2}$
- $f(x) = 3x^2 + 1$
- $f(x) = \frac{x - 5}{\sqrt{x - 2}}$

Figura 3.4: Ejercicio 1, actividad 2

menos comprendidos, sin embargo, el objetivo con estos ejercicios es demostrar que teniendo una buena comprensión de “rango y dominio”, la dificultad cambia automáticamente, dejando de ser este un problema para convertirse en un ejercicio más. Los problemas que se utilizaron fueron los siguientes. 3.5

Al finalizar esta primera etapa, se pidió a los estudiantes que revisaran nuevamente las

2. Funciones a trozos. Realiza la gráfica de las siguientes funciones.

$$f(x) = \begin{cases} x + 1 & -3 \leq x < 0 \\ x^2 - 2x + 1 & 0 \leq x \leq 3 \\ 4 & 3 < x < 7 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & x < 1 \\ x^2 - 1 & \text{caso contrario} \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} + 1 & x < -4 \\ -1 & -4 \leq x \leq -2 \\ -x - 2 & -2 \leq x < 1 \\ -3 & \text{caso contrario} \end{cases}$$

Figura 3.5: Ejercicio 2, actividad 2

actividades e identificaran las cosas que les había causado conflicto, para así poder continuar con la segunda etapa. Cabe resaltar que la primera parte fue para ofrecernos un diagnóstico y posteriormente comparar el desempeño que se tuvo.

Continuando con la etapa 2:

Una vez comenzado se pidió que conformaran un equipo para debatir los temas con los que cada uno tuvo conflicto. Terminando el debate se recurrió a la plataforma (kahoot), con el propósito de una última verificación.

Dentro de esta plataforma se elaboraron en total catorce preguntas de opción múltiple, cada una de ellas ilustradas. La estructura que se le dio fue la siguiente: seis de las preguntas engloban el tema de variable independiente y dependiente con la intención de que se conocieran las partes de una función; sin embargo, las preguntas fueron basadas en un contexto fuera de lo matemático, tal y como lo muestra la Figura 3.6



(a)



(b)



(c)

Figura 3.6: Variable dependiente e independiente

Las siguientes cuatro preguntas plantean una situación de la vida cotidiana, en las cuales se pidió que de acuerdo a la situación respondieran si correspondía a una función o a una relación, se muestra a continuación, Figura 3.7

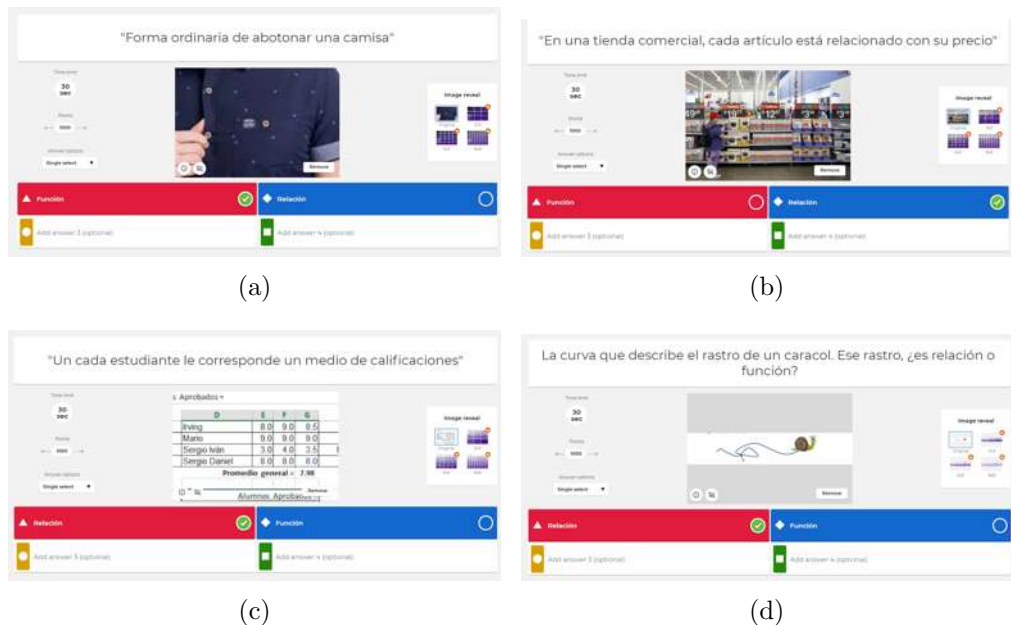


Figura 3.7: Relación y Función

Concluyendo con esta actividad, nuevamente se tocaron temas algebraicos que son relevantes en esta materia. De igual forma, las presentamos en la Figura 3.8

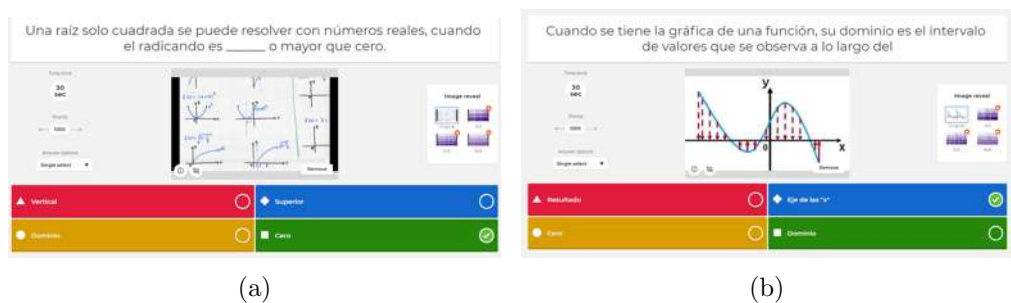


Figura 3.8: Plano cartesiano y propiedades algebraicas



Última etapa:

En esta última fase, próxima a concluir la recolección de datos, se proporcionó nuevamente las actividades que resolvieron al principio, en las cuales utilizando un color diferente hicieron cambios que consideraron necesarios, después de hacer autor-reflexionar sobre sus conocimientos iniciales; esta tarea se realizó de forma individual.

## Capítulo 4

# ANÁLISIS Y RESULTADOS

## 4.1. ESTADÍSTICA

Se tomaron en cuenta cinco aspectos para realizar la evaluación, de los cuales cuatro de ellos se calificó de la siguiente manera:

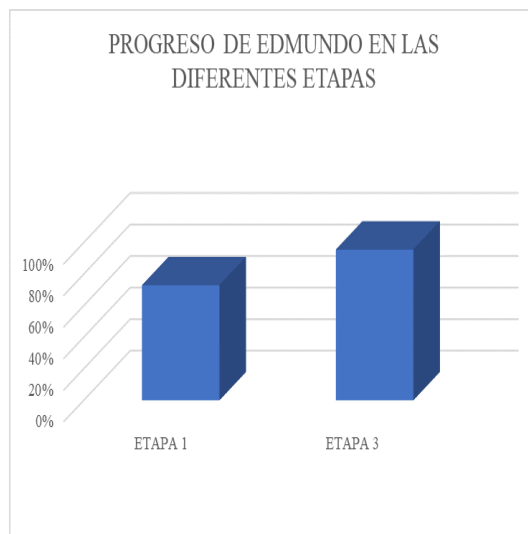
Se utilizó un ranking del 0 al 2, en el cual el cero (0) indico que ese aspecto a evaluar se encontraba deficiente, el uno (1) satisfactorio y el dos (2) excelente.

Primer estudiante: se pudo estimar el progreso, el cual fue de un 22.6 %, para este caso el progreso no parece ser mucho, sin embargo, en la tabla se muestra que el desempeño que se obtuvo desde la primera etapa resulto ser sobresaliente al resto, por tal motivo los detalles que se trabajaron en él fueron muy pocos. La Figura 4.1 muestra la estadística obtenida.

Alumno: Edmundo

Aspectos a evaluar	Primera etapa	Segunda etapa	Tercer etapa
Conocimientos previos	2	No necesario	2
Diagramas y dibujos	2	No necesario	2
Participación	2	2	2
Razonamiento matemático	2	2	2
<b>Total de aciertos</b>	<b>17/23</b>	<b>9/14</b>	<b>22/23</b>
	<b>73%</b>	<b>64.2%</b>	<b>95.6%</b>

(a)



(b)

Figura 4.1: Rubrica y progreso

Segundo estudiante: el progreso que se obtuvo fue de un 60.87 %. Este resultó ser un caso particular; cómo se puede apreciar en la tabla, en la primera y segunda etapa el rendimiento fue bajo, sin embargo, la evidencia presenta, que el razonamiento fue bueno, pero los conocimientos previos resultaron lo contrario, para la tercera etapa, pasaron de ser escasos a excelentes. Durante esta investigación se utilizaron dos tipos de evaluación,

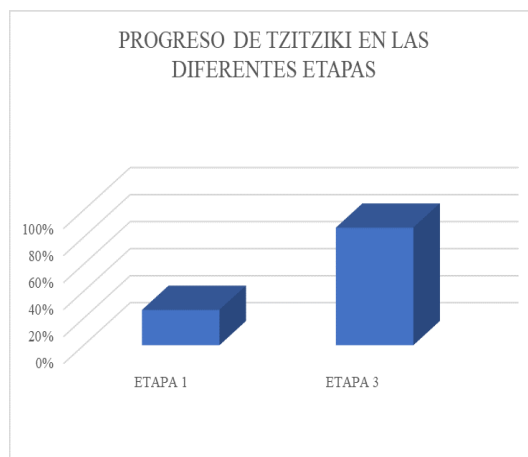
cuantitativa así como cualitativa; algo que mostró durante el desarrollo de las actividades este estudiante, fue que sus emociones juegan un papel importante, en este sentido, mostró mucha inseguridad al responder a las actividades. Ya que su forma de responder fue mediante algoritmos; realizó una identificación de problemas, sin embargo, no estaba segura de si era el algoritmo que se tenía que utilizar para llegar a la respuesta; como lo mencione, el razonamiento matemático que se maneja fue bueno, lo cual ayudo bastante a esclarecer todas sus dudas en la segunda etapa, para así pasar a la tercera y lograr el desempeño que se obtuvo, dejando de lado la asociación para pasar al razonamiento. Cabe mencionar que el razonamiento más los conocimientos previos o manipulación de ecuaciones matemáticas ayudaron a este excelente trabajo.

La Figura 4.2 muestra la estadística obtenida.

Alumno: Tzitziki

Aspectos a evaluar	Primera etapa	Segunda etapa	Tercer etapa
Conocimientos previos	0	No necesario	2
Diagramas y dibujos	1	No necesario	1
Participación	1	1	1
Razonamiento matemático	1	2	2
<b>Total de aciertos</b>	<b>6/23</b>	<b>7/14</b>	<b>20/23</b>
	<b>26.08%</b>	<b>50%</b>	<b>86.95%</b>

(a)



(b)

Figura 4.2: Rubrica y progreso

Tercer estudiante: las observaciones que se obtuvieron fueron las siguientes, la primer etapa se inició con un razonamiento escaso y con conocimientos previos deficientes, sin embargo al trabajar en equipo su razonamiento, en cuanto a conceptos, paso de ser escaso a excelente, sin embargo la cuestión de conocimientos previos siguió con dificultades; algo muy importante y que dio un giro aquí, es que tuvo la capacidad de razonar y utilizar todas las herramientas que se encontraban en la actividad, las cuales servían para dar

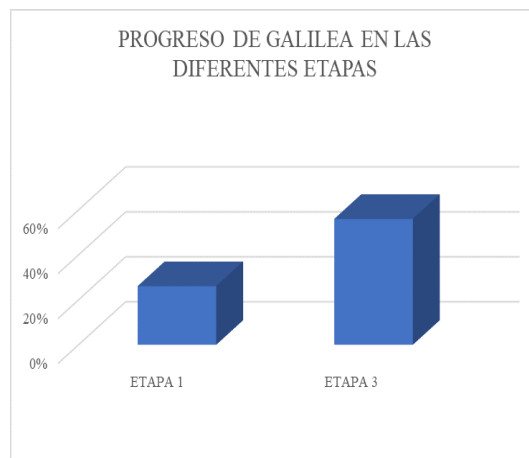
respuesta a los ejercicios; cabe señalar que los ejercicios que no tuvieron respuesta, no fue por falta de entendimiento, sino por confusión en el lenguaje matemático. El progreso que se obtuvo fue de un 29.92 %.

La Figura 4.3 muestra la estadística obtenida.

Alumno: Galilea

Aspectos a evaluar	Primera etapa	Segunda etapa	Tercer etapa
Conocimientos previos	0	No necesario	1
Diagramas y dibujos	1	No necesario	2
Participación	2	2	2
Razonamiento matemático	0	2	2
<b>Total de aciertos</b>	<b>6/23</b>	<b>9/14</b>	<b>13/23</b>
	<b>26.8%</b>	<b>64.2%</b>	<b>56%</b>

(a)



(b)

Figura 4.3: Rubrica y progreso

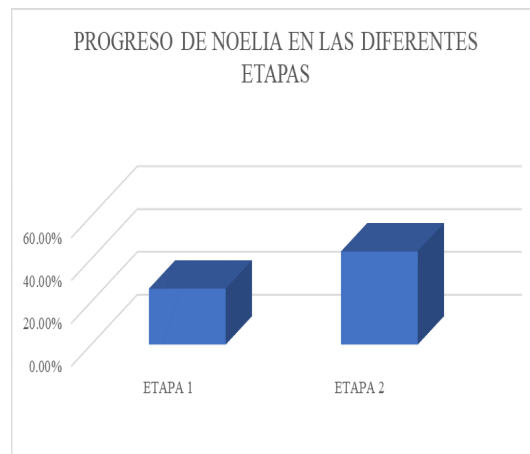
Cuarto estudiante: un cambio favorable pasa a ser el razonamiento matemático el cual comenzó con una puntuación deficiente y se transformó en una excelente, caso contrario con los conocimientos previos, los cuales no tuvieron una variación destacada. Cabe mencionar que el razonamiento matemático se dio únicamente en la conceptualización de los diferentes temas; al momento de manipular números y variables causo mucho conflicto, tanto así que se pasaron por alto detalles tal como, evaluar raíces con números negativos, incluso se dificultó la ley de los signos y elevar números a diferentes potencias. Los ejercicios matemáticos que se lograron desarrollar de forma positiva se dieron con funciones lineales. Por tal motivo el progreso que se obtuvo fue de un 17.39 %.

La Figura 4.4 muestra la estadística obtenida.

Alumno: Noelia

Aspectos a evaluar	Primera etapa	Segunda etapa	Tercer etapa
Conocimientos previos	0	No necesario	1
Diagramas y dibujos	1	No necesario	1
Participación	0	1	1
Razonamiento matemático	0	2	2
Total de aciertos	6/23	10/14	10/23
	26.8%	71.42%	43.47%

(a)



(b)

Figura 4.4: Rubrica y progreso

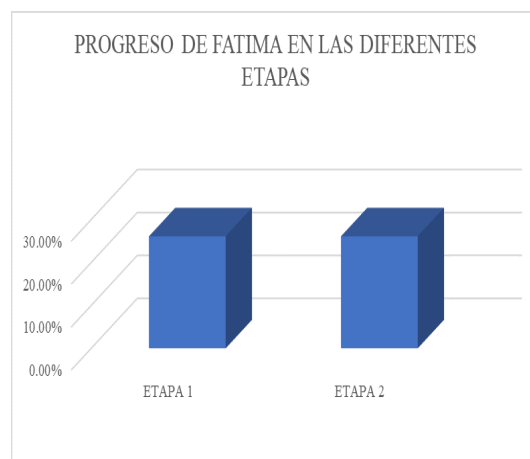
Quinto estudiante: este caso en particular no obtuvo ningún progreso, su desarrollo quedó en el 26.08 %. Analizando esta situación se notó desde la primera etapa la falta de interés hacia la materia, se puede visualizar en la tabla que sus participaciones en todo momento fueron nulas, en la segunda parte tampoco se observó interés alguno en investigar o intercambiar opinión con sus compañeros, para finalizar tomo la decisión de no realizar cambios en sus actividades, es por ello, que el progreso que se obtuvo fue de un 0%.

La Figura 4.5 muestra la estadística obtenida.

Alumno: Fátima

Aspectos a evaluar	Primera etapa	Segunda etapa	Tercer etapa
Conocimientos previos	0	No necesario	0
Diagramas y dibujos	0	No necesario	0
Participación	0	0	0
Razonamiento matemático	0	1	0
Total de aciertos	6/23	8/14	6/23
	26.8%	57.14%	26.8%

(a)



(b)

Figura 4.5: Rubrica y progreso

## Capítulo 5

# CONCLUSIONES

La inquietud que se presenta por adecuar las actividades escolares en las cuales se trata de conseguir un mayor rendimiento y mejor comprensión, en este caso, en el área Matemática, nos lleva a involucrarnos en los cambios existentes a nuestro alrededor, uno de los más influyentes y que fue de gran ayuda para esta investigación, es la corriente tecnológica. Es importante señalar por qué surgió la idea de adentrarse en este ambiente, justamente para tratar los temas de interés, que son: definición de función y relación, al igual que la distinción de cada una, definición de rango y dominio, apoyado de la visualización de cada tema mencionado, esto de forma gráfica. Desde mi experiencia como estudiante, comprender los conceptos Matemáticos, muchas de las veces no resulta una tarea sencilla y se opta por memorizarla como si fuera una “receta”, sin embargo a largo plazo trae sus consecuencias, una de ellas es la obstaculización del aprendizaje. ¿qué es lo que pasa cuando se comprenden las cosas? Al momento de comprender bien un tema, esto pasa a ser sencillo de reproducir y aplicarlo en otro contexto, ¿a qué me refiero? Cuando existe un buen dominio de los conceptos es menos probable que se cometan errores al llevarlo a la práctica en situaciones problema. El otro enfoque del que me atrevo a hablar, es desde la perspectiva como asesor, he tenido la oportunidad de apoyar con las asesorías sabatinas, curso con el que cuenta la preparatoria Melchor Ocampo, la cual me permitió realizar la investigación con parte de sus estudiantes; en diversas ocasiones me ha sido asignado el grupo de asesorías de Matemáticas 4, hay que mencionar que las asesorías van a la par con su asignatura; al observar los exámenes y analizar las dudas que presentan, destaca que el principal problema es la comprensión inadecuada de conceptos, existe una confusión grande en distinguirlos, ya que son muy parecidos entre sí, hablamos de las diferencias en funciones y relaciones, incluyendo las funciones inyectivas, biyectivas y sobreyectivas, es una de las principales causas por las que sus calificaciones no son aprobatorias, normalmente las preguntas de examen están conformadas por plantear situaciones problemas y que ellos distinguan a qué corresponden cada uno, ¿es o no una función y por qué? Me ha tocado ver en diversas ocasiones la forma en que distinguen el rango y



dominio, a lo largo del eje “X” escriben la frase, esto es el dominio, misma situación para el eje “Y” y el rango, el problema aquí es cuando en el examen les ponen una expresión matemática, en ese momento ya no saben como realizarlo, esto se debe a que solamente memorizaron que “X” es dominio y “Y” es rango. Me resulta importante hacer mención lo siguiente, la mayoría de las clases han sido impartidas de forma tradicional, al observar que esta táctica de enseñanza no ha dado grandes resultados, inspiró a que surgiera esta investigación y no solo eso, sino que tomara un camino distinto al método tradicional, orientándola hacia lo colaborativo (mediante la metodología ACODESA) y el ambiente tecnológico (utilizando Khoot y GeoGebra). Los resultados que se obtuvieron fueron satisfactorios; la observaciones realizadas destacaron que un ambiente colaborativo pasa a ser más funcional y divertido que un ambiente tradicional, se demostró que los conceptos matemáticos resultan mucho más accesibles cuando hay un intercambio de información con diversas personas, siendo así que en una de las pruebas en la que se obtuvo un 20 % de aciertos, paso a un 56 %; estos resultados podrían parecer insignificantes, sin embargo, el bajo porcentaje no se debe a la falta de comprensión conceptual, sino a la carencia para comprender y manipular el lenguaje algebraico. Tomando en cuenta esta última parte, la deficiencia en conocimientos previos, no es justo culpar solamente al método utilizado para enseñar, muchas de las veces influye el tiempo que se le da al docente para abarcar todo el temario correspondiente, lo que impide que se detengan varias clases en un mismo tema. Lo más adecuado sería una revisión al currículum y tal vez adaptarlo a uno abierto y flexible, con la finalidad de adecuarlo más hacia las necesidades de los estudiantes y con la facilidad de que el profesor pueda utilizar todas las herramientas que tiene a la mano. Una de las cosas más comunes y que esta establecido en el temario, es dar en primer instancia todas las definiciones, pasando a ejercicios con expresiones matemáticas, para concluir con situaciones problema, pongamos un ejemplo, comienzan a definir funciones lineales, cuadráticas e incluso llegan a ver funciones de grado 5, después ven todas sus características, se procede a dar formulas para encontrar puntos de intersección, puntos

máximos, mínimos, etc. . . y al final, concluyen con situaciones problemas, las cuales pueden ir de la mano con las definiciones y que muchas de las veces resulta que hay un mayor entendimiento a ver todo por separado, desde mi punto de vista, estas características, conceptos y situaciones pueden ser más accesibles si hay una representación gráfica mediante softwares; una ventaja a esta forma de enseñanza, es que puedes ahorrar tiempo, no refiriéndome a terminar el curso, sino que puedes ver dos cosas en conjunto con la facilidad de detenerte un poco más para combatir duda en los temas, lo que conlleva a un mejor aprovechamiento. Otra ventaja existente al elaborar actividades de este tipo, es la eliminación de la barrera espacio tiempo, las actividades diseñadas en los softwares cuentan con la opción de permanecer ahí todo el tiempo que el profesor quiera, brindando la posibilidad de que el estudiante entre a revisarlas y estudie con ellas, en el momento en el que el quiera. También salen a relucir oposiciones a este ambiente tecnológico, por el hecho de que existe una fácil distracción por parte de los estudiantes al tener acceso a los ordenadores o dispositivos móviles y en vez de dar resultados favorables, se obtiene todo lo contrario. Sin embargo, podemos auxiliarnos de la técnica utilizada en esta investigación, ya que nos produjo cambios favorables; la idea consiste en crear un ambiente colaborativo en el que se desarrolle una investigación, la cual les servirá para posteriormente defender sus puntos de vista frente a otras personas e incluso si es necesario llegar a cambiarlos si resultan incorrectos o menos óptimos a los del resto de la clase. También cabe señalar que hay problemas por tratar, los cuales obstaculizan el buen desempeño para trabajar en equipo. Se trata de la dificultad que presentan los estudiantes para compartir con otros sus conocimientos o bien, no lo hacen en su totalidad, y que es una de las conductas que pasó a relucir en la presente investigación, lo cual se debe a la falta de realizar constantemente esta actividad colaborativa. Es importante mencionar que no fue motivo que impidiera el hacer una buena investigación ya que es en esos momentos donde el docente ejerce su función de mediador o guía.

# Capítulo 6

## ANEXOS

# 6.1. ACTIVIDADES DE EDMUNDO

primer etapa  
17/23 //

tercer etapa  
22/23 //

### Actividad 1. Rango y dominio

Nombre: Edmundo Palomares Cruz  
 Profesor: Vanessa  
 Grupo: \_\_\_\_\_  
 Fecha: 12/09/2020

**1. Completa el texto. Escribe sobre las líneas la palabra que consideres que es correcta, utiliza solamente una de las siguientes:**

*Dominio, superior, vertical, resultado, cerrado, eje "x", limitantes, cero, resultados, número.*

6/6  
6/6  
 Cuando se tiene una función, y se sustituye en ella un valor de "x", y se desarrolla la operación, no siempre se espera un resultado, en ocasiones, se sustituye en la función un número y no se puede realizar la operación. Es importante conocer para que conjunto de valores en "x" siempre se va a obtener un resultado en la función.

La expresión  $D = x \in [0, \infty)$  se lee "Dominio de la función, es igual a todos los valores de "x" que pertenecen al intervalo cerrado en cero hasta infinito".

Rango de una función son todos los resultados validos y de maneta gráfica, son todos los resultados que existen en el eje vertical (eje y), desde la parte inferior de la gráfica hasta la parte superior.

En una raíz cuadrada solo se puede resolver con números reales, cuando el radicando es cero o mayor que cero.

**2. Relaciona la columna de la izquierda con la columna derecha. Utiliza una flecha para unir tus respuestas.**

Del lado izquierdo tenemos los nombres de equipos de futbol, del lado derecho esta el nomnre de los países a los que pueden pertenecer los equipos, utiliza la flecga para relacionarlos.

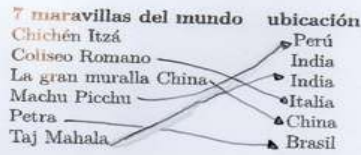
0/2  
2/2

Equipos	Liga de
Real Madrid	México
Cruz Azul	España
Juventus	Alemania
Bayern de Múnich	Italia
Napolis	
Monterrey	
Barcelona	

Relación ●  
función ●

Las siguientes columnas son el mismo caso, tenemos distinos lugares del mundo y su ubicación, usando la flecha, relaciona cada lugar con su ubicación.

1



Relación •  
 Ninguna de ellas •

2.1 Hecho lo anterior, escribe debajo de ellas si se trata de una función o una relación

3. De los siguientes ejercicios determina cuál es función y cuál es relación.

- 3/3  
 3/3
- $3x^2 + 6y^2 = 18$  Relación
  - $2x + 4y - 1 = 3 + y$  función
  - $xy + 2x - 1 = x^2$  función

4. Determina cuál es el rango y dominio de las siguientes funciones.

- 4/5  
 4/5
- $f(x) = 2x - 5$
  - $f(x) = 2\ln(x - 2) + 1$  No he visto ln
  - $f(x) = -4\sqrt{5 - 2x}$
  - $f(x) = 2x^2 + 6x$
  - $f(x) = 3 + \frac{2}{x}$

1.  $f(x) = 2x - 5$   
 Dominio: Son todos los reales  
 Rango: todos los números reales.

5. Dominio: Todos los números menos el cero.

Rango: Todos menos el tres.

3.  $5 - 2x$        $(-)(-) = +$   
 $5 = 2x$       Dominio:  $(-\infty, \frac{5}{2}]$   
 $\frac{5}{2} = x$       Rango:  $(-\infty, 0]$

4. Dominio =  $(-\infty, \infty)$   
 Rango =  $(-\infty, \infty)$

### Actividad 2. Gráfica de funciones

Nombre: Edmundo  
 Profesor: Vanessa  
 Grupo: \_\_\_\_\_  
 Fecha: 12/09/2020

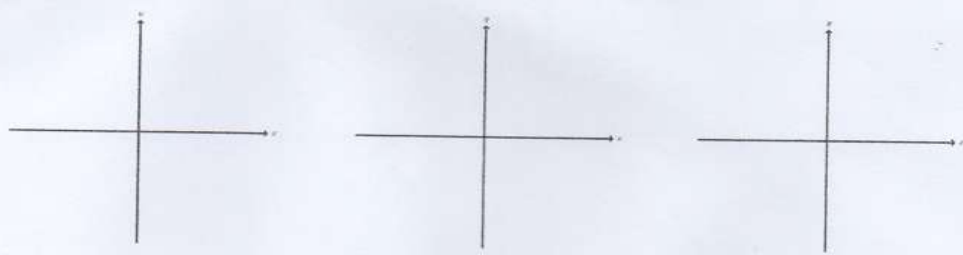
1. Evaluar cada una de las siguientes funciones en el siguiente intervalo  $[-4, 4]$  y hacer su gráfica.

- $f(x) = x + 3$   $f(-4) = -4 + 3 = -1$
- $f(x) = \sqrt{-x+2}$  Para las raíces no se pueden números positivos
- $f(x) = 3x^2 + 1$   $3(-4)^2 + 1 = 48 + 1 = 49$
- $f(x) = \frac{x-5}{\sqrt{x-2}}$  No se pueden los números negativos, ni el 1 y 2 positivos.

2. Funciones a trozos. Realiza la gráfica de las siguientes funciones.

0/3  
3/3

- $f(x) = \begin{cases} x+1 & -3 \leq x < 0 \\ x^2 - 2x + 1 & 0 \leq x \leq 3 \\ 4 & 3 < x < 7 \end{cases}$  ← En cada intervalo se dibuja la gráfica que está a la izquierda.
- $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & x < 1 \\ x^2 - 1 & \text{caso contrario} \end{cases}$
- $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} + 1 & x < -4 \\ -1 & -4 \leq x \leq -2 \\ -x - 2 & -2 \leq x < 1 \\ -3 & \text{caso contrario} \end{cases}$



**Función:** es una relación entre un conjunto dado  $X$  y otro conjunto de elementos  $Y$ , de forma que cada elemento  $x$  del dominio le corresponde un único elemento del dominio

¿función y Relación?

**Relación:** es una correspondencia. En el caso de la relación matemática, se trata de la correspondencia.

$$f(x) = \frac{x^2 - 9}{x - 3} \quad f(x) = x - 8$$

$$x - 3 = 0 \quad y = x - 8$$

$x = 3$  = Valor la resta del des e

$$-x = -8 \quad x = 8$$

$$x = 8 + y$$

$$D_f = [8, +\infty)$$

~~función porque~~

Relación, porque el dominio no es el que es dependiente.

X	Y
1	-7
2	-6

$y = x - 8$  Dominio

$y = 1 - 8 = -7$



## 6.2. ACTIVIDADES DE JANAHI TZITZIKI

primer etapa
tercer etapa.

(6/23)
(20/23)

Actividad 1. Rango y dominio

Nombre: Janahi Hernandez Villa  
 Profesor: Vanesa  
 Grupo: \_\_\_\_\_  
 Fecha: \_\_\_\_\_

5/6 **1. Completa el texto. Escribe sobre las líneas la palabra que consideres que es correcta, utiliza solamente una de las siguientes:**

6/6 *Dominio, superior, vertical, resultado, cerrado, eje "x", limitantes, cero, resultados, número.*

Quando se tiene una función, y se sustituye en ella un valor de "x", y se desarrolla la operación, no siempre se espera un resultado, en ocasiones, se sustituye en la función un número y no se puede realizar la operación. Es importante conocer para que conjunto de valores en "x" siempre se va a obtener un resultado en la función.

La expresión  $D = x \in [0, \infty]$  se lee "dominio" de la función, es igual a todos los valores de "x" que pertenecen al intervalo cerrado en cero hasta infinito".

Rango de una función son todos los resultados validos y de maneta gráfica, son todos los resultados que existen en el eje eje "x" (eje y), desde la parte inferior de la gráfica hasta la parte superior.

En una raíz cuadrada solo se puede resolver con números reales, cuando el radicando es cero o mayor que cero.

2/2 **2. Relaciona la columna de la izquierda con la columna derecha. Utiliza una flecha para unir tus respuestas.**

0/2 Del lado izquierdo tenemos los nombres de equipos de futbol, del lado derecho esta el nomnre de los paises a los que pueden pertenecer los equipos, utiliza la flecgá para relacionarlos.

Equipos	Liga de
Real Madrid	México
Cruz Azul	España
Juventus	Alemania
Bayern de Múnich	Italia
Napolis	
Monterrey	
Barcelona	

relación.  
función.

Las siguientes columnas son el mismo caso, tenemos distinos lugares del mundo y su ubicación, usando la flecha, relaciona cada lugar con su ubicación.

1





No es función y tampoco puede ser una relación. relación •

2.1 Hecho lo anterior, escribe debajo de ellas si se trata de una función o una relación

3. De los siguientes ejercicios determina cuál es función y cuál es relación.

- 1/3 •  $3x^2 + 6y^2 = 18$  Función Relación •
- 3/3 •  $2x + 4y - 1 = 3 + y$  Función Función •
- $xy + 2x - 1 = x^2$  relación Función •

4. Determina cuál es el rango y dominio de las siguientes funciones.

- 0/5 •  $f(x) = 2x - 5$   $D = \mathbb{R}$  y  $R = \mathbb{R}$
- $f(x) = 2\ln(x - 2) + 1$  No sé que es
- 4/5 •  $f(x) = -4\sqrt{5 - 2x}$  Dominio =  $\{-\infty \text{ a } 5/2\}$  Rango =  $\{-\infty \text{ a } 0\}$
- $f(x) = 2x^2 + 6x$  Dominio =  $\mathbb{R} (-\infty, \infty)$  Rango =  $\mathbb{R} (-\infty, \infty)$
- $f(x) = 3 + \frac{2}{x}$  Dominio =  $\{-\infty \text{ a } 0\} \cup \{0, \infty\}$  Rango =  $\{-\infty \text{ a } 0\}$

### Actividad 2. Gráfica de funciones

Nombre: \_\_\_\_\_  
 Profesor: \_\_\_\_\_  
 Grupo: \_\_\_\_\_  
 Fecha: \_\_\_\_\_

1. Evaluar cada una de las siguientes funciones en el siguiente intervalo  $[-4,4]$  y hacer su gráfica.

- 0/4 •  $f(x) = x + 3$  No se'  $1 \cdot x + 3$   
 4/4 •  $f(x) = \sqrt{-x+2}$  No se'  $F(-4) = -4 + 3$   $F(1) = 1 + 3$   
 •  $f(x) = 3x^2 + 1$  No se'  $F(-3) = -3 + 3$   $F(2) = 2 + 3$   
 •  $f(x) = \frac{x-5}{\sqrt{x-2}}$  No se'  $F(-2) = -2 + 3$   $F(3) = 3 + 3$   
 $F(-1) = -1 + 3$   $F(4) = 4 + 3$   
 $F(0) = 0 + 3$

2. Funciones a trozos. Realiza la gráfica de las siguientes funciones.

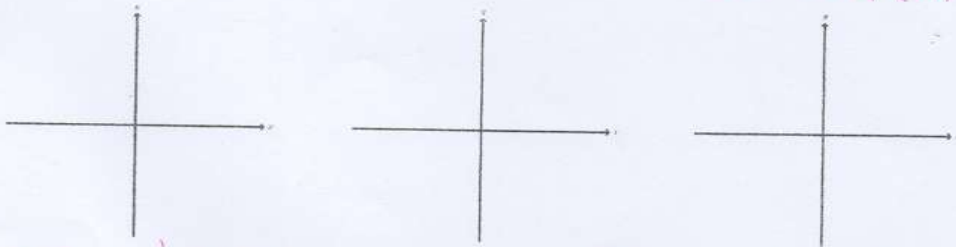
0/3  
1/3

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & -3 \leq x < 0 \\ x^2 - 2x + 1 & 0 \leq x \leq 3 \\ 4 & 3 < x < 7 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 2x+1 & x < -1 \\ x^2 - 1 & \text{caso contrario} \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} + 1 & x < -4 \\ -1 & -4 \leq x \leq -2 \\ -x - 2 & -2 < x < 1 \\ -3 & \text{caso contrario} \end{cases}$$

2.  $F(x) = \sqrt{-x+2}$   
 No se puede con 3 y 4 por que es negativo  
 $F(-4) = \sqrt{-(-4)+2}$   
 $F(-3) = \sqrt{-(-3)+2}$   
 $F(-2) = \sqrt{-(-2)+2}$   
 $F(-1) = \sqrt{-(-1)+2}$



Funciones a trozos:  
 $F(x) = \begin{cases} x+1 \\ x^2 - 2x + 1 \\ 4 \end{cases}$   
 $-3 \leq x < 0$   
 $0 \leq x \leq 3$   
 $3 < x < 7$

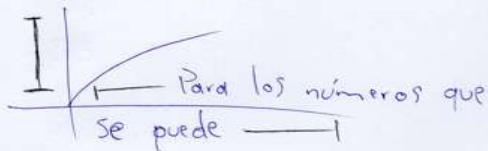
Tomo  $-3 \leq x < 0$   
 $[-3, 0]$  es una recta  
 $[0, 3]$  es  $x^2 - 2x + 1$   
 $4$  es constante de  $(3, 7)$

**Función:** Correspondencia que asigna a cada elemento de un conjunto  $A$  uno y solo un elemento del conjunto  $B$ .  $(1, 2), (2, 3), (3, 4)$

**Relación:** es el vínculo que existe entre los elementos de un subconjunto con respecto al producto de dos conjuntos.

**Dominio (x):** Todos los valores para los cuales la función está definida.

Ejemplo:  
 $\sqrt{x}$



Esta comienza en cero y se va al infinito, para arriba también va al finito.

$$2x + 4y - 1 = 3 + y$$

$$4y - y = -2x + 3 + 1$$

$$3y = -2x + 4$$

Rango                      Dominio

$$y = \frac{-2x + 4}{3}$$

$$y = \frac{-2 \cdot 1 + 4}{3} = \frac{2}{3}$$

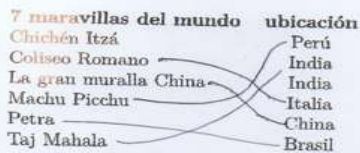
$$y = \frac{-2 \cdot 2 + 4}{3} = 3$$

x	y
1	2/3
2	0
3	-2/3

Es uno a uno por eso es una función.

$$y = \frac{-2 \cdot 3 + 4}{3}$$





• Relación Ninguna de ellas

2.1 Hecho lo anterior, escribe debajo de ellas si se trata de una función o una relación

3. De los siguientes ejercicios determina cuál es función y cuál es relación.

- 1/3
- $3x^2 + 6y^2 = 18$  No sé Relación
  - $2x + 4y - 1 = 3 + y$  No sé No se despejar
  - $xy + 2x - 1 = x^2$  No sé No se despejar

4. Determina cuál es el rango y dominio de las siguientes funciones.

- 1/5
- $f(x) = 2x - 5$  Todos los reales  $[-\infty, \infty]$
  - $f(x) = 2\ln(x - 2) + 1$  No sé
  - $f(x) = -4\sqrt{5 - 2x}$  Todos los reales La raíz no tiene que ser cero
- 2/5
- $f(x) = 2x^2 + 6x$  No sé  $[-\infty, \infty]$
  - $f(x) = 3 + \frac{2}{x}$  No sé  $[-\infty, \infty]$



### Actividad 2. Gráfica de funciones

Nombre: Galilea Tenorio Varela

Profesor: Vanessa

Grupo: \_\_\_\_\_

Fecha: 12. Sep. 20

0/4  
2/4

1. Evaluar cada una de las siguientes funciones en el siguiente intervalo  $[-4,4]$  y hacer su gráfica.

- $f(x) = x + 3$  No se
  - $f(x) = \sqrt{-x+2}$  No se
  - $f(x) = 3x^2 + 1$  No se
  - $f(x) = \frac{x-5}{\sqrt{x-2}}$  No se
- 1.-  $f(x) = -4+3 = -1$   
 $f(x) = 4+3 = 7$
- 2.-  $f(x) = \sqrt{-4+2}$   
 $f(x) = \sqrt{-(-4)+2}$
- 3.-  $f(x) = 3(-4)^2 + 1$   
 $f(x) = 3(4)^2 + 1$
- 4.-  $f(x) = \frac{-4-5}{\sqrt{-4-2}}$  (No se puede)  
 $f(x) = \frac{4-5}{\sqrt{4-2}}$

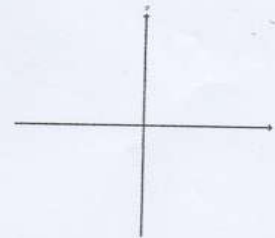
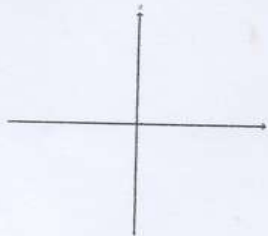
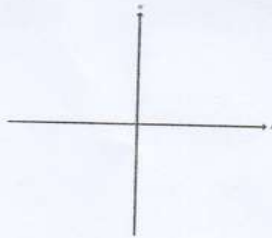
2. Funciones a trozos. Realiza la gráfica de las siguientes funciones.

0/3  
0/3

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & -3 \leq x < 0 \\ x^2 - 2x + 1 & 0 \leq x \leq 3 \\ 4 & 3 < x < 7 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 2x+1 & x < 1 \\ x^2-1 & \text{caso contrario} \end{cases}$$

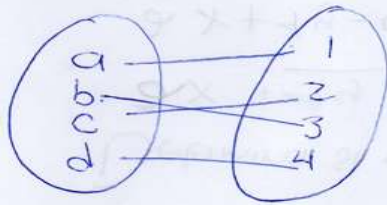
$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} + 1 & x < -4 \\ -1 & -4 \leq x \leq -2 \\ -x-2 & -2 < x < 1 \\ -3 & \text{caso contrario} \end{cases}$$



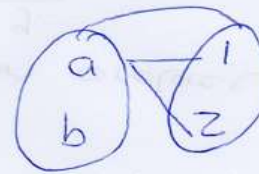
# Galilea

Temas a investigar

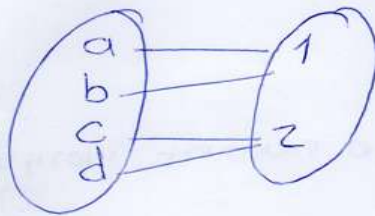
- Función
- Relación
- Gráficas
- Funciones a trazos



Función



No función  
y no  
relación



Función

Determina si es función o relación

$$2x + 4y - 1 = 3 + y$$

$$4y - y = -2x + 3 + 1$$

$$3y = 2x + 4$$

$$y = \frac{2x + 4}{3}$$

Rango

Dominio

Boyy

## 6.4. ACTIVIDADES DE NOELIA

primer etapa  
6/23

tercer etapa  
10/23

### Actividad 1. Rango y dominio

Nombre: Noelia Ruba Gil Ruiz  
 Profesor: \_\_\_\_\_  
 Grupo: \_\_\_\_\_  
 Fecha: 12-Sep-20

**1. Completa el texto. Escribe sobre las líneas la palabra que consideres que es correcta, utiliza solamente una de las siguientes:**

*Dominio, superior, vertical, resultado, cerrado, eje "x", limitantes, cero, resultados, número.*

5/6  
6/6

Cuando se tiene una función, y se sustituye en ella un valor de "x", y se desarrolla la operación, no siempre se espera un resultado, en ocasiones, se sustituye en la función un número y no se puede realizar la operación. Es importante conocer para que conjunto de valores en "x" siempre se va a obtener un resultado en la función.

La expresión  $D = x \in [0, \infty]$  se lee "Dominio de la función, es igual a todos los valores de "x" que pertenecen al intervalo cerrado en cero hasta infinito".

Rango de una función son todos los Resultados validos y de maneta gráfica, son todos los resultados que existen en el eje vertical (eje y), desde la parte inferior de la gráfica hasta la parte superior.

En una raíz cuadrada solo se puede resolver con números reales, cuando el radicando es Cero o mayor que cero.

**2. Relaciona la columna de la izquierda con la columna derecha. Utiliza una flecha para unir tus respuestas.**

Del lado izquierdo tenemos los nombres de equipos de futbol, del lado derecho esta el nomnre de los paises a los que pueden pertenecer los equipos, utiliza la flecha para relacionarlos.

1/2  
2/2

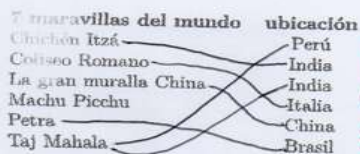
Equipos	Liga de
Real Madrid	México
Cruz Azul	España
Juventus	Alemania
Bayern de Múnich	Italia
Napolis	
Monterrey	
Barcelona	

Función

Las siguientes columnas son el mismo caso, tenemos distinos lugares del mundo y su ubicación, usando la flecha, relaciona cada lugar con su ubicación.

1





Ninguna.  
Chichen itza •  
queda solo.

Relación •

2.1 Hecho lo anterior, escribe debajo de ellas si se trata de una función o una relación

• 3. De los siguientes ejercicios determina cuál es función y cuál es relación.

0/3  
1/3

•  $3x^2 + 6y^2 = 18$

•  $2x + 4y - 1 = 3 + y$

•  $xy + 2x - 1 = x^2$

Función:

$2x + 4y - 1 = 3 + y$

$4y - y = 3 + 1 - 2x$

$3y = 4 - 2x$

$y = \frac{4 - 2x}{3}$

• 4. Determina cuál es el rango y dominio de las siguientes funciones.

0/5  
1/5

•  $f(x) = 2x - 5$

•  $f(x) = 2\ln(x - 2) + 1$

•  $f(x) = -4\sqrt{5 - 2x}$

•  $f(x) = 2x^2 + 6x$

•  $f(x) = 3 + \frac{2}{x}$

Se puede con  
todos los  
números.

$2x - 5$

### Actividad 2. Gráfica de funciones

Nombre: Noelia Rubi Gil Ruiz.

Profesor: \_\_\_\_\_

Grupo: \_\_\_\_\_

Fecha: 12-sep-20

- 1. Evaluar cada una de las siguientes funciones en el siguiente intervalo  $[-4,4]$  y hacer su gráfica.

0/4

- $f(x) = x + 3$
- $f(x) = \sqrt{-x+2}$
- $f(x) = 3x^2 + 1$
- $f(x) = \frac{x-5}{\sqrt{x-2}}$  NO SE

$$\begin{aligned}
 F(x) &= x + 3 \\
 &= -4 + 3 \\
 &\vdots \\
 &= 4 + 3 \\
 F(x) &= \sqrt{-4+2} \\
 &\vdots \\
 &= \sqrt{-4+2}
 \end{aligned}$$

- 2. Funciones a trozos. Realiza la gráfica de las siguientes funciones.

0/3

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & -3 \leq x < 0 \\ x^2 - 2x + 1 & 0 \leq x \leq 3 \\ 4 & 3 < x < 7 \end{cases} \text{ NO SE}$$

$$f(x) = \begin{cases} 2x+1 & x < 1 \\ x^2 - 1 & \text{caso contrario} \end{cases} \text{ NO SE}$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} + 1 & x < -4 \\ -1 & -4 \leq x \leq -2 \\ -x - 2 & -2 \leq x < 1 \\ -3 & \text{caso contrario} \end{cases} \text{ NO SE}$$

$$\begin{aligned}
 &\vdots \\
 &= 3 \cdot 4^2 + 1 \\
 &\vdots
 \end{aligned}$$



## 6.5. ACTIVIDADES DE FATIMA

6/23 primer etapa.

6/23 no se hicieron correcciones.

Actividad 1. Rango y dominio

Nombre: Fatima Gil Medina  
 Profesor: \_\_\_\_\_  
 Grupo: \_\_\_\_\_  
 Fecha: 17-sep-20

5/6

**1. Completa el texto. Escribe sobre las líneas la palabra que consideres que es correcta, utiliza solamente una de las siguientes:**  
*Dominio, superior, vertical, resultado, cerrado, eje "x", limitantes, cero, resultados, número.*

Cuando se tiene una función, y se sustituye en ella un valor de "x", y se desarrolla la operación, no siempre se espera un resultado, en ocasiones, se sustituye en la función un **NÚMERO** y no se puede realizar la operación. Es importante conocer para que conjunto de valores en "x" siempre se va a obtener un **Resultado** en la función.

La expresión  $D = \{x \in [0, \infty)\}$  se lee "**Dominio**" de la función, es igual a todos los valores de "x" que pertenecen al intervalo cerrado en cero hasta infinito".

Rango de una función son todos los **Resultados** validos y de maneta gráfica, son todos los resultados que existen en el eje **x** (eje y), desde la parte inferior de la gráfica hasta la parte superior.

En una raíz cuadrada solo se puede resolver con números reales, cuando el radicando es **cero** o mayor que cero.

**2. Relaciona la columna de la izquierda con la columna derecha. Utiliza una flecha para unir tus respuestas.**

Del lado izquierdo tenemos los nombres de equipos de futbol, del lado derecho esta el nomnre de los países a los que pueden pertenecer los equipos, utiliza la flecha para relacionarlos.

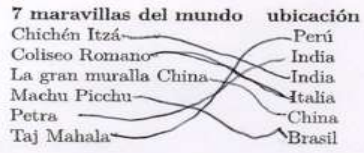
1/2

Equipos	Liga de
Real Madrid	México
Cruz Azul	España
Juventus	Alemania
Bayern de Múnich	Italia
Napolis	
Monterrey	
Barcelona	

**función.**

Las siguientes columnas son el mismo caso, tenemos distinos lugares del mundo y su ubicación, usando la flecha, relaciona cada lugar con su ubicación.

1



Relación•

2.1 Hecho lo exterior, escribe debajo de ellas si se trata de una función o una relación.

0/0

• 3. De los siguientes ejercicios determina cuál es función y cuál es relación.

- $3x^2 + 6y^2 = 18$
- $2x + 4y - 1 = 3 + y$
- $xy + 2x - 1 = x^2$

• 4. Determina cuál es el rango y dominio de las siguientes funciones.

0/0

- $f(x) = 2x - 5$
- $f(x) = 2\ln(x - 2) + 1$
- $f(x) = -4\sqrt{5 - 2x}$
- $f(x) = 2x^2 + 6x$
- $f(x) = 3 + \frac{2}{x}$

## Actividad 2. Gráfica de funciones

Nombre: Fátima Gil Medina

Profesor: \_\_\_\_\_

Grupo: \_\_\_\_\_

Fecha: 12-sep-20

- 1. Evaluar cada una de las siguientes funciones en el siguiente intervalo  $[-4,4]$  y hacer su gráfica.

0/0

- $f(x) = x + 3$
- $f(x) = \sqrt{-x+2}$
- $f(x) = 3x^2 + 1$
- $f(x) = \frac{x-5}{\sqrt{x-2}}$

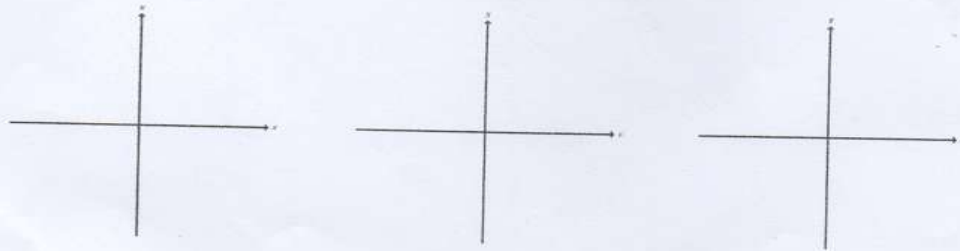
- 2. Funciones a trozos. Realiza la gráfica de las siguientes funciones.

0/0

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & -3 \leq x < 0 \\ x^2 - 2x + 1 & 0 \leq x \leq 3 \\ 4 & 3 < x < 7 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 2x+1 & x < 1 \\ x^2 - 1 & \text{caso contrario} \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} + 1 & x < -4 \\ -1 & -4 \leq x \leq -2 \\ -x - 2 & -2 \leq x < 1 \\ -3 & \text{caso contrario} \end{cases}$$



# Capítulo 7

## REFERENCIAS

CAMARGO, A. (2010). JEROME BRUNER: DOS TEORÍAS COGNITIVAS, DOS FORMAS DE SIGNIFICAR, DOS ENFOQUES PARA LA ENSEÑANZA DE LA CIENCIA. *Psicogente*, 330-344. <https://dialnet.unirioja.es>

CANO, M. (2004). DEBATES Y TUTORÍAS COMO HERRAMIENTAS DE APRENDIZAJE PARA ALUMNOS DE CIENCIAS: ANÁLISIS DE LA INTEGRACIÓN CURRICULAR DE RECURSOS DEL CAMPUS VIRTUAL. *ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS*, 167-177. <https://ensciencias.uab.es/>

Compare your country - PISA 2018. (2018). <https://www.oecd.org>.  
<https://www.compareyourcountry.org/pisa/country/MEX?lg=en>

Galindo, L. (20015). *EL APRENDIZAJE COLABORATIVO EN AMBIENTES VIRTUALES* (Primera edición, Vol. 1). cenid.

Mántica, A. M. and Freyre, M. L. (2019). Análisis de la relación entre imagen y definición en una situación problemática mediada por GeoGebra a partir de no ejemplos del concepto de poliedro regular. *Educación Matemática*, 31(1), 204-234. <https://doi.org/10.24844/em3101.08>.

PISA Test - PISA. (2015). <https://www.oecd.org>. <https://www.oecd.org/pisa/test/summary-description-seven-levels-of-proficiency-science-pisa-2015.htm>.

Pluvinage, F. (2012, noviembre 23–25). *EXPERIMENTANDO LA ENSEÑANZA DEL*

CÁLCULO CON EL USO DE LAS TÉCNICAS DE INFORMACIÓN Y COMUNICACIÓN [Presentación de un trabajo]. La enseñanza del calculo y las componentes de su investigación, Bucaramanga, Colombia.

VA / Innovación Educativa. (2012). <http://sitios.itesm.mx/va/diie/>. <http://sitios.itesm.mx/va/diie/>