

UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO

FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

OBTENCIÓN DE LA CURVA DE
SATURACIÓN
EN NÚCLEOS DE TRANSFORMADORES
TRIFÁSICOS

TESIS

Que para obtener el título de
INGENIERO ELECTRICISTA

Presenta

David Esau Alejo Guerra

Asesor

Dr. Carlos Pérez Rojas

Morelia, Michoacán, Diciembre 2007

OBTENCIÓN DE LA CURVA
DE SATURACIÓN
EN NÚCLEOS DE TRANSFORMADORES

TESIS

Que para obtener el Título de
INGENIERO ELECTRICISTA

Presenta

David Esau Alejo Guerra

Asesor de tesis

Dr. Carlos Pérez Rojas

Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo

Diciembre del 2007

Resumen

La curva de saturación representa el comportamiento de un material magnético ante la presencia de un campo magnético. Esta curva comúnmente se representa en términos de voltaje y corriente, debido a que es sumamente sencillo obtenerla en base a estos parámetros, pero ésta no es la representación real del comportamiento del material porque no relaciona directamente la densidad de flujo y la intensidad de campo magnético.

En el presente trabajo se desarrolla un procedimiento teórico-experimental para la obtención de la curva característica de saturación en su representación real $H-B$, aplicado principalmente a núcleos de transformadores. Apoyándose en conocimientos básicos sobre la teoría magnética y utilizando el concepto de circuito magnético, análogo al circuito eléctrico, es posible obtener la curva $H-B$ de manera aproximada.

Comúnmente se considera al transformador de manera ideal debido a su gran eficiencia, pero si se hace una aproximación al transformador real será necesario considerar algunas pérdidas, en particular las pérdidas de flujo magnético.

El proceso desarrollado presenta la ventaja de obtener la curva $H-B$ a partir de bobinas de prueba, las cuales se instalan en algún trayecto del núcleo, evitando con ello separar el laminado del mismo para conocer el número exacto de vueltas de cada devanado.

Contenido

Resumen.....*iii*

Lista de figuras.....*vi*

Lista de símbolos y abreviaciones.....*viii*

Capítulo 1. Introducción **1**

1.1 Antecedentes.....1

1.2 Objetivo.....4

1.3 Justificación.....4

1.4 Metodología.....5

1.5 Contenido de la Tesis.....6

Capítulo 2. Conceptos generales **7**

2.1 Introducción.....7

2.2 Teoría magnética.....7

2.3 Encadenamiento de flujo.....12

2.4 Excitación en corriente alterna.....13

2.5 Propiedades de los materiales magnéticos.....17

Capítulo 3. Transformador monofásico	20
3.1 Introducción.....	20
3.2 Construcción física.....	21
3.3 Relación de tensión y corriente.....	22
3.4 Circuito equivalente aproximado.....	23
3.5 Obtención de los parámetros del transformador.....	25
3.6 Obtención de la curva de saturación $B-H$	29
Capítulo 4. Transformador trifásico	37
4.1 Introducción.....	37
4.2 Transformadores en circuitos trifásicos.....	37
4.3 Transformadores trifásicos de tres columnas.....	40
4.4 Obtención de la curva de saturación.....	41
Capítulo 5. Conclusiones	49
5.1 Conclusiones.....	49
Referencias	51

Lista de figuras

1.1 Esquema de dominios magnéticos de un material ferromagnético alineándose con un campo creciente.....	3
2.1 Circuito magnético simple.....	8
2.2 Comparación entre un circuito magnético y uno eléctrico.....	12
2.3 Curva de histéresis.....	16
2.4 Proceso de saturación.....	18
3.1 Vista esquemática de transformadores tipo núcleo y tipo blindado.....	21
3.2 Vista esquemática de los flujos mutuos y de dispersión en un transformador.....	24
3.3 Circuito equivalente T.....	25
3.4 Circuito simplificado equivalente.....	26
3.5 Dimensiones del núcleo monofásico.....	30
3.6 Circuito magnético análogo del núcleo monofásico.....	30
3.7 Curvas de saturación i vs v de las tres columnas del núcleo.....	31
3.8 Distribución de flujos magnéticos.....	32
3.9 Circuito equivalente monofásico con la fuente en la pierna central.....	33

3.10 Circuito equivalente monofásico reducido.....	33
3.11 Curvas de saturación H-B del núcleo monofásico.....	36
4.1 Unión de tres transformadores monofásicos.....	38
4.2 Transformador trifásico con núcleo asimétrico.....	38
4.3 Transformador trifásico con núcleo tipo acorazado.....	39
4.4 Distribución de flujos magnéticos en un transformador trifásico para tres momentos diferentes.....	40
4.5 Dimensiones del objeto de estudio, núcleo tipo asimétrico.....	41
4.6 Representación análoga del circuito magnético de un núcleo trifásico tipo asimétrico.....	42
4.7 Circuito magnético.....	43
4.8 Primera reducción del circuito magnético de la Figura 4.7.....	44
4.9 Segunda reducción del circuito magnético propuesto.....	44
4.10 Curva de saturación i vs v	47
4.11 Curva de saturación en función de H y B	48

Lista de símbolos y abreviaciones

H	Intensidad de campo magnético.
B	Densidad de flujo magnético.
μ	Permeabilidad magnética.
μ_0	Permeabilidad magnética del aire.
μ_r	Permeabilidad magnética relativa a la μ_0 .
N	Número de vueltas del devanado.
fmm	Fuerza magnetomotriz.
φ_c	Flujo magnético neto.
Wb	Weber.
B_c	Densidad de flujo en el núcleo.
A_c	Área de la sección transversal del núcleo.
l_c	Longitud media del núcleo.
T	Tesla.
R	Resistencia eléctrica.
\mathcal{R}_c	Reluctancia del núcleo.

λ	Encadenamiento de flujo.
L	Inductancia.
a	Relación de transformación.
A	Amperes.
i	Corriente eléctrica.
v	Voltaje.
f	Frecuencia.
Hz	Hertz.
ω	Frecuencia angular.
rms	Raíz media cuadrática.
φ_l	Flujo magnético de dispersión del devanado.
φ_m	Flujo magnético del núcleo.
Z_φ	Impedancia magnetizante.
I_φ	Corriente de excitación.
X_{l1}	Reactancia de dispersión del devanado primario.
X_{l2}	Reactancia de dispersión del devanado secundario.

X_m	Reactancia de magnetización.
R_c	Resistencia del núcleo.
R_1	Resistencia del devanado primario.
R_2	Resistencia del devanado secundario.
$e(t)$	Voltaje inducido instantáneo.
$E_{máx}$	Amplitud del voltaje inducido.
Z_{sc}	Impedancia de corto circuito.
I_{sc}	Corriente de corto circuito.
V_{sc}	Voltaje de corto circuito.
P_{sc}	Potencia de corto circuito.
R_{sc}	Resistencia de corto circuito.
Z_{oc}	Impedancia de circuito abierto.
V_{oc}	Voltaje de circuito abierto.
P_{oc}	Potencia de circuito abierto.

Capítulo 1

Introducción

La curva de saturación o de primera magnetización representa el comportamiento de un material ante la presencia de un campo magnético que lo perturbe. En ella se aprecia el proceso por el cual dicho material pasa para llegar a una imantación máxima, en el que todos sus dominios se encuentran completamente alineados con el campo magnético aplicado.

En el presente trabajo se describe un procedimiento mediante el cual se obtendrá la curva de saturación B-H para el material utilizado en núcleos de transformadores monofásicos y trifásicos, por medición y apoyándose en conceptos básicos sobre circuitos magnéticos así como el principio de funcionamiento del transformador.

1.1 Antecedentes

Los primeros fenómenos de origen eléctrico que estudió el hombre, fueron relacionados con cierta propiedad que adquieren algunos materiales al ser frotados. Los antiguos griegos observaron que al frotar el ámbar con una piel de gato, éste adquiría la propiedad de atraer cuerpos pequeños, entonces se decía que había adquirido una carga eléctrica, [Anaya 1969].

Fue hasta 1785 que Charles A. Coulomb mediante la formulación de experimentos, estableció que “Las fuerzas de atracción o repulsión entre dos cuerpos son directamente proporcionales al producto de las cantidades de cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que separa los cuerpos” [Kip 1994].

Otro fenómeno que llamó la atención de los antiguos griegos, fue la propiedad que ofrece la “magnetita” (Imán natural) de atraer el hierro. La magnetita es llamada así por ser descubierta en la ciudad de Magnesia en Asia Menor [Anaya 1969]. El efecto de atracción que tiene la magnetita con el hierro se le conoce como magnetismo y además de esto, se descubrió que un trozo de hierro adquiriría magnetismo al tener contacto con el imán natural, formándose un imán artificial ya que pierde esta característica con el paso del tiempo. Un ejemplo del conocimiento del magnetismo fue la brújula; consiste en el empleo de un imán natural suspendido de su centro de masa, interactuando con el campo magnético terrestre utilizado para guía de navegación.

En realidad, si se disponen de los instrumentos de medida adecuados, en toda la materia se pueden observar efectos más sutiles del magnetismo. Recientemente, estos efectos han proporcionado claves importantes para comprender la estructura atómica de la materia.

En 1819 el físico danés Hans Christian Oersted, descubre que una corriente eléctrica provoca la deflexión de la aguja de una brújula, llegando a la conclusión de que la corriente eléctrica actúa como fuente del magnetismo [Anaya 1969]; fue André-Marie Ampere quien en 1820 descubrió la ley que describe la relación entre una corriente eléctrica estacionaria y el campo magnético. Adelantándose a su época, supuso que la causa del magnetismo de los materiales se debe a pequeñísimas partículas cargadas en rotación [Kip 1994].

Pero en 1907 Pierre Weiss, se dio cuenta de que los materiales ferromagnéticos están formados por dominios, los cuales, si se encuentran orientados al azar hacen que el material no exhiba propiedades magnéticas. Estos dominios magnéticos permiten explicar porque el hierro no es espontáneamente ferromagnético. Esto fue probado por F. H. Bitter,

quien por medio de experimentos logró observar el movimiento de las paredes de los dominios bajo la acción de un campo magnético aplicado; espolvoreó un polvo magnético finamente dividido sobre la superficie de una muestra, observando mediante un microscopio las partículas de polvo reunidas en las fronteras de los dominios [Reitz *et al.* 1996].

En la Figura 1.1, se muestra el proceso de saturación de un material magnético que consiste en alinear completamente sus dominios magnéticos en dirección del campo magnético aplicado.

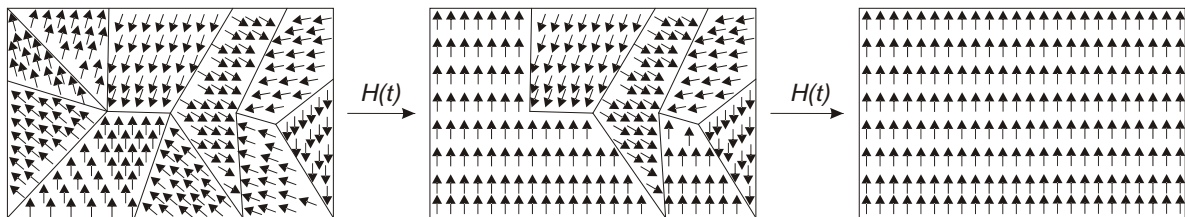


Figura 1.1 Esquema de dominios magnéticos de un material ferromagnético alineándose con un campo creciente.

Como ya se ha mencionado, la curva de saturación describe el comportamiento del material ante la presencia de un campo magnético, esto se puede ver como la relación existente entre la intensidad de campo magnético y la densidad de flujo magnético en dicho material.

Un método práctico de obtener la curva de saturación en transformadores es en base a mediciones experimentales punto por punto de corriente y voltaje. En este trabajo se obtendrá la relación que existe entre estos parámetros con la intensidad del campo magnético y la densidad de flujo, para obtener la curva de saturación $B-H$.

No todos los materiales tienen el mismo comportamiento ante un campo magnético, por ello se clasifican en grupos tales como: ferromagnéticos, paramagnéticos, diamagnéticos, etc. Si bien pocos materiales son ferromagnéticos entre ellos Fe, Ni, Co y aleaciones, por lo tanto son los más utilizados en máquinas eléctricas.

Otro fenómeno que se presenta en los materiales ferromagnéticos, que aunque no se analiza en el presente trabajo es conveniente mencionarlo, es la histéresis. La cual se produce cuando un campo magnético se aplica a un material ferromagnético y después gradualmente se disminuye a cero, sus dominios tienden a regresar de la saturación a su estado original pero tienen un cierto retraso, tal que cuando el campo magnético aplicado es cero aún existe una densidad de flujo (Magnetismo remanente), si ahora se aplica un campo magnético en sentido opuesto, los dominios tienden a alinearse con dicho campo hasta llegar a una saturación inversa y regresando de nuevo el campo aplicado a cero, existe una densidad de flujo remanente pero negativa. Si se incrementa el campo aplicado como la primera vez, el material llega al punto de la primera magnetización en la región de saturación, pero lo hace siguiendo otro camino.

Para representar el fenómeno de histéresis el ingeniero húngaro Ferenc Preisach a principios de los años 30, desarrolló el modelo conocido como Preisach clásico. En la actualidad el modelo de Preisach es considerado como un modelo basado en una aproximación física intuitiva del proceso de magnetización.

1.2 Objetivo

El objetivo es obtener la curva de saturación de núcleos magnéticos de transformadores monofásicos y trifásicos, sencillos y de varias columnas, por medio de la relación existente entre v e i con B y H , apoyándose en conocimientos básicos de circuitos magnéticos y mediciones experimentales, ya que en muchas ocasiones el fabricante no proporciona esta información que es necesaria para el análisis, diseño y/o reparación de transformadores.

1.3 Justificación

Hay gran variedad de estudios que se aplican a un transformador, en muchos casos no es necesario conocer el comportamiento del núcleo, es decir, no se necesita la curva característica del núcleo, únicamente con la relación de transformación basta en muchos casos ya que es una máquina muy eficiente, y si se trata al transformador como ideal es suficiente.

En la realidad existen situaciones en las que es necesario hacer un análisis de la situación en la que se encuentra un transformador, ya que debido a la carga instalada o diversas situaciones el transformador puede llegar a la saturación del núcleo y deformar la onda de la corriente provocando el mal funcionamiento de otros equipos. Las características de excitación de corriente alterna con las que se presentan los materiales magnéticos con frecuencia se describen en términos de volts amperes rms, en vez de una curva de magnetización que relacione B y H , puesto que esta información no es proporcionada por el fabricante del transformador, es necesario obtener la curva característica del núcleo para llevar a cabo un análisis detallado.

1.4 Metodología

En gran variedad de dispositivos prácticos, como motores, transformadores y en general máquinas eléctricas, se usan materiales ferromagnéticos, los cuales se caracterizan por tener grandes valores de permeabilidad magnética. Así cuando estos materiales forman parte de un circuito magnético, las líneas de flujo magnético tienden a concentrarse dentro del material ferromagnético. Estos materiales presentan la característica no lineal $B-H$, pero existe una región antes de la saturación que se considera lineal, por lo que:

$$B = \mu \cdot H \quad (1.1)$$

Siendo μ la permeabilidad magnética.

El procedimiento propuesto para obtener la curva $B-H$ se basa en lo siguiente; de forma experimental se obtendrá la curva de saturación en v vs i , y posteriormente se obtendrá la curva de saturación B vs H .

Para lo anterior se aplicará voltaje a una bobina de prueba para producir un flujo magnético en el núcleo, midiendo en ésta la corriente consumida, y utilizando otra bobina de prueba se medirá el voltaje inducido en la sección del núcleo que se considere en la saturación. Dependiendo de la forma física del núcleo se obtendrá un circuito magnético equivalente y con los datos obtenidos mediante mediciones y las relaciones que se

encontrarán de v e i con B y H se obtendrá la curva característica de saturación $B-H$ como realmente se representa en los materiales ferromagnéticos.

La bobina de prueba que sensa el voltaje inducido, indirectamente proporciona el flujo inducido, siendo éste el flujo que circula en el núcleo mas el flujo de dispersión producido por la misma bobina. Para mayor aproximación a la curva $B-H$ se consideraran las pérdidas de flujo por dispersión, por lo que se propone hacer la prueba de corto circuito al transformador para conocer la reactancia de dispersión, con ello el flujo de dispersión y al restar el flujo de dispersión al flujo inducido se estará trabajando únicamente con el flujo que circula en el interior del núcleo.

1.5 Contenido de la tesis

En el Capítulo 1 brevemente se tratan antecedentes y orígenes del magnetismo así como el proceso que lleva a la saturación.

En el Capítulo 2 se presentan conceptos básicos sobre circuitos magnéticos y propiedades de los materiales que posteriormente se utilizarán en los siguientes capítulos.

En el Capítulo 3 se introduce a los transformadores monofásicos, mencionando tipos de núcleos y el circuito equivalente para la obtención de sus parámetros. Se hacen las pruebas experimentales correspondientes y se hacen los cálculos necesarios para encontrar la curva característica $B-H$.

En el Capítulo 4 se introduce a los de transformadores trifásicos y su relación con los transformadores monofásicos para facilitar su análisis, de la misma manera se hacen pruebas experimentales y consecuentemente se hacen los cálculos necesarios para obtener la curva característica $H-B$.

En el Capítulo 5 se comparan los resultados entre núcleos de transformadores monofásicos y trifásicos para posteriormente obtener conclusiones y presentar algunas aportaciones.

Capítulo 2

Conceptos generales

2.1 Introducción

Se incluyen bajo la denominación general de transformador a aquellos dispositivos estáticos, es decir, sin partes móviles, destinados a transferir energía eléctrica de un circuito a otro, conocidos también como máquinas estáticas, siendo el enlace común entre ambos circuitos un flujo magnético.

El comportamiento y los métodos de análisis del transformador son prácticamente iguales a los del resto de las máquinas eléctricas y sirven en muchos casos de base para su estudio. Por ello se comenzará estudiando algunos conceptos fundamentales de la teoría de circuitos magnéticos y los tipos de magnetismo, que servirán de base para el resto de los capítulos.

2.2 Teoría magnética

La solución completa y detallada de los problemas de los campos magnéticos, implica la solución de las ecuaciones de Maxwell, además de numerosas relaciones que describen las propiedades del material. Aunque en la práctica las soluciones exactas con frecuencia son

inalcanzables, existen numerosas suposiciones simplificadoras que permiten la obtención de soluciones útiles.

En particular una suposición simplificadora involucra el concepto de circuito magnético. La solución general para la intensidad del campo magnético H y la densidad de flujo magnético B en una estructura geométrica compleja es extremadamente difícil. Sin embargo, un problema de campo tridimensional puede reducirse a un equivalente de circuito unidimensional, proporcionando soluciones de aceptable precisión en ingeniería [Fitzgerald *et al.* 2000].

Un circuito magnético es una estructura compuesta en su mayoría de materiales magnéticos de alta permeabilidad, limitando el flujo magnético generado a los patrones definidos por la estructura del núcleo, de la misma forma que las corrientes se limitan a la estructura de un circuito eléctrico.

En la Figura 2.1 se muestra un ejemplo simple de un circuito magnético; se asume que el núcleo está compuesto de material magnético cuya permeabilidad es mucho mayor que la del aire. El núcleo está formado por una sección transversal uniforme y se excita por un devanado de N vueltas que posee una corriente de i amperes. Este devanado produce un flujo magnético en el núcleo y un pequeño flujo de dispersión en el devanado.

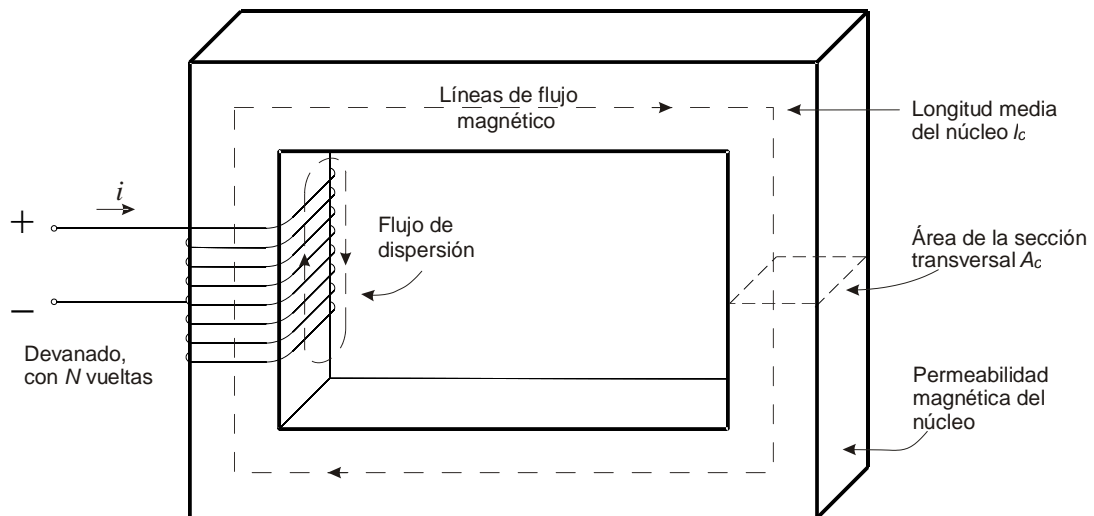


Figura 2.1 Circuito magnético simple.

La fuente de campo magnético en el núcleo es el producto ampere-vuelta Ni . En la terminología de circuitos magnéticos, Ni es la fuerza magnetomotriz (fmm) que actúa sobre el circuito magnético. Aunque la Figura 2.1 muestra sólo una bobina, los transformadores y la mayoría de las máquinas rotatorias poseen al menos dos devanados, y la fmm resultante deberá ser la suma algebraica del número de amperes-vueltas de todos los devanados.

El flujo magnético φ que atraviesa una superficie S , es la integral de la superficie del componente normal de B ; de esta forma,

$$\varphi = \int_S B \cdot da \quad (2.1)$$

En unidades SI, la unidad de φ es el weber (Wb).

El flujo magnético neto que entra o sale de una superficie cerrada es cero [Fitzgerald *et al.* 2000], esto es equivalente a señalar que todo el flujo entrante a una superficie que abarque un volumen, abandonará dicho volumen sobre alguna otra porción de la superficie debido a que las líneas del flujo magnético forman lazos cerrados.

Estos hechos pueden emplearse para justificar la suposición de que la densidad del flujo magnético en la Figura 2.1 es uniforme tanto en la sección transversal del circuito magnético como en el núcleo. En este caso de (2.1) se reduce a una ecuación escalar simple.

$$\varphi_c = B_c \cdot A_c \quad (2.2)$$

Donde φ_c = flujo en el núcleo

B_c = densidad de flujo en el núcleo

A_c = área de la sección transversal del núcleo

La relación entre fmm que actúa sobre un circuito magnético y la intensidad del campo magnético en ese circuito es:

$$fmm = Ni = \oint H \cdot dl \quad (2.3)$$

Las dimensiones del núcleo se encuentran estructuradas de tal forma que la longitud de la trayectoria magnética de cualquier línea de flujo es aproximada a la longitud principal del núcleo l_c . Como consecuencia, la integral lineal de la expresión (2.3) se convierte en el producto escalar $H_c l_c$ de la magnitud de H , y la longitud de la trayectoria del flujo l_c . De esta manera, la relación entre fmm y la intensidad de campo magnético puede representarse en la terminología de circuitos magnéticos de la siguiente forma:

$$fmm = Ni = H_c \cdot l_c \quad (2.4)$$

Donde H_c es el valor promedio de H en el núcleo.

La relación entre la intensidad de campo magnético H y la densidad de flujo magnético B es una propiedad del material en donde se crea el campo. Es común suponer una relación lineal; de esta forma:

$$B = \mu H \quad (2.5)$$

Donde μ se conoce como la permeabilidad magnética; constante para este caso. En unidades SI, H se mide en unidades de ampere-vuelta por metro, B se encuentra en webers por metro cuadrado, también conocidos como teslas (T), y μ en webers por ampere-vuelta-metro, o su equivalente en henrys por metro.

Es común expresar la permeabilidad de los materiales magnéticos con valor relativo a la permeabilidad del espacio libre ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ henrys por metro), de esta forma $\mu = \mu_r \mu_0$ por lo que la permeabilidad relativa de los materiales ferromagnéticos es muy elevada, normalmente entre 2,000 y 5,000, pudiendo llegar hasta 100,000 veces μ_0 para

determinadas aleaciones [Fitzgerald *et al.* 2000]. En cualquier caso, y debido al fenómeno de saturación magnética, la permeabilidad no es constante y la relación entre B y H no es lineal, sin embargo, en numerosos casos, el concepto de permeabilidad del material proporciona resultados con una precisión técnica aceptable, por ello, este concepto se utiliza con regularidad.

De las expresiones (2.2) y (2.5), se puede reescribir (2.4) de la siguiente forma:

$$fmm = \varphi_c \left(\frac{l_c}{\mu A_c} \right) \quad (2.6)$$

El término que multiplica al flujo en esta expresión se conoce como reluctancia (\mathcal{R}) del núcleo,

$$\mathcal{R}_c = \frac{l_c}{\mu A_c} \quad (2.7)$$

por lo tanto,

$$fmm = \varphi(\mathcal{R}_c) \quad (2.8)$$

Por último (2.8) puede invertirse para calcular el flujo:

$$\varphi = \frac{fmm}{\mathcal{R}_c} \quad (2.9)$$

Observe que las expresiones (2.8) y (2.9) son análogas a la relación que hay entre la corriente y el voltaje de un circuito eléctrico, esta analogía se muestra en la Figura 2.2. El inciso a) presenta un circuito eléctrico donde un voltaje v maneja una corriente i a través de las resistencias R_1 y R_2 ; el inciso b) de la misma figura muestra una representación esquemática y equivalente de un circuito con dos reluctancias. En este caso se observa que la fmm (análoga al voltaje dentro del circuito eléctrico) maneja un flujo φ (análogo a la

corriente del circuito) a través de la combinación de las reluctancias del núcleo. Esta comparación en la solución de circuitos eléctricos y magnéticos se realiza con frecuencia para encontrar soluciones simples para los flujos en circuitos magnéticos de complejidad considerable.

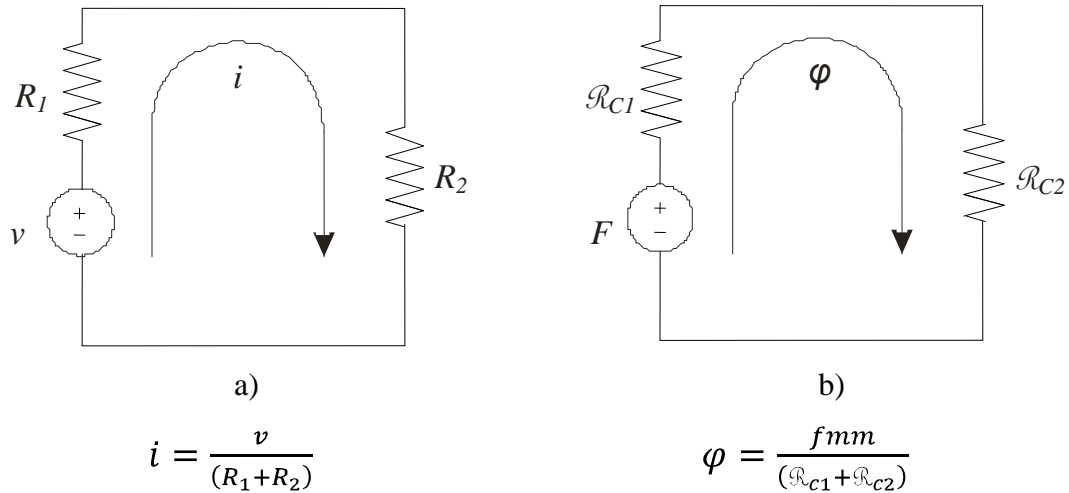


Figura 2.2 Comparación entre un circuito magnético y uno eléctrico.
a) Circuito eléctrico.
b) Circuito magnético.

2.3 Encadenamiento del flujo

Ya que las líneas de flujo forman un anillo por si mismas pueden encadenar circuitos eléctricos, por ejemplo cada vuelta de un devanado de N vueltas se encadena por el mismo valor del flujo φ , entonces el flujo encadenado es:

$$\lambda = N\varphi \tag{2.10}$$

Donde el flujo φ tiene dos componentes, la dispersión de flujo del devanado y el flujo que circula por el núcleo, es decir:

$$\varphi = \varphi_l + \varphi_m \tag{2.11}$$

El flujo equivalente es aquel valor requerido del flujo para encadenar todas las vueltas y producir un encadenamiento de flujo dado. [Matsch 1999].

Para un circuito magnético compuesto por material magnético con una permeabilidad magnética constante o que contenga un entrehierro dominante, la relación entre φ e i será lineal y se puede definir la inductancia L como:

$$L = \frac{\lambda}{i} \quad (2.12)$$

Sustituyendo las expresiones (2.3), (2.9) y (2.10) en (2.12), se tiene lo siguiente:

$$L = \frac{N^2}{\mathcal{R}_{tot}} \quad (2.13)$$

En esta expresión se observa que la inductancia del devanado en un circuito magnético es proporcional al cuadrado de las vueltas e inversamente proporcional a la reluctancia del circuito magnético que se asocia con el devanado.

2.4 Excitación en corriente alterna

En los sistemas de energía de corriente alterna, las configuraciones de onda de voltaje y flujo son muy aproximadas a las funciones sinusoidales en el tiempo. En esta sección, se utilizará como modelo un circuito magnético de núcleo cerrado, sin entrehierro, como el que se muestra en la Figura 2.1.

La longitud de la trayectoria magnética se identifica como l_c y A_c es el área de la sección transversal que se encuentra a lo largo de la longitud del núcleo. Se asume una variación sinusoidal del flujo del núcleo $\varphi(t)$; de esta forma:

$$\varphi(t) = \varphi_{max} \text{sen } \omega t = A_c B_{max} \text{sen } \omega t \quad (2.14)$$

Donde φ_{max} = amplitud del flujo del núcleo φ en webers.

B_{max} = amplitud de la densidad de flujo B_c en Teslas

ω = frecuencia angular = $2\pi f$

f = frecuencia en Hz

A partir de la ley de Faraday [Fitzgerald *et al.* 2000], el voltaje inducido en la vuelta N del devanado es:

$$e(t) = \omega N \varphi_{max} \cos(\omega t) = E_{m\acute{a}x} \text{sen } \omega t \quad (2.15)$$

Donde

$$E_{m\acute{a}x} = \omega N \varphi_{m\acute{a}x} = 2\pi f N A_c B_{m\acute{a}x} \quad (2.16)$$

En operaciones de corriente alterna del estado estacionario, generalmente se considera con mayor interés el valor eficaz o valor medio cuadrático (Valores *rms*) de voltajes y corrientes que los valores máximos o instantáneos. En general, el valor *rms* de una función periódica $f(t)$ con periodo T se define como:

$$F_{rms} = \sqrt{\left(\frac{1}{T} \int_0^T f^2 dt\right)} \quad (2.17)$$

De acuerdo con (2.17), es posible demostrar que el valor *rms* de una onda sinusoidal es $1/\sqrt{2}$ veces su valor máximo. Por lo tanto, el valor *rms* del voltaje inducido es:

$$E_{rms} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f N A_c B_{m\acute{a}x} = \sqrt{2} \pi f N A_c B_{m\acute{a}x} \quad (2.18)$$

Ahora bien, para producir un flujo en el núcleo, es necesario que circule una corriente en el devanado de excitación, conocida como corriente de excitación i_φ , pero las

propiedades magnéticas no lineales del núcleo requieren que la configuración de la onda correspondiente a la corriente de excitación difiera de la configuración de la onda sinusoidal del flujo, ya que si la densidad de flujo B_c corresponde a la zona de saturación de la característica $B-H$ del circuito magnético (lo cual ocurre a partir de $B_c \approx 1.0-1.1$ T), la relación entre el flujo e intensidad de corriente deja de ser lineal, de forma que si el flujo magnético varía de forma sinusoidal en el tiempo, la intensidad de corriente no puede hacerlo y como consecuencia la forma de la onda de la intensidad de corriente presenta un pico muy afinado generando un tercer armónico en el desarrollo de la serie de Fourier [Fitzgerald *et al.* 2000].

Entonces si consideramos que la forma de onda de la corriente no es sinusoidal, su valor *rms* $I_{\phi,rms}$ se define mediante (2.17). Este valor se relaciona con el valor *rms* correspondiente $H_{c,rms}$ de H_c mediante la expresión que se muestra a continuación:

$$I_{\phi,rms} = \frac{l_c H_{c,rms}}{N} \quad (2.19)$$

Hasta ahora se han manejado conceptos ideales; aunque el transformador es una máquina muy eficiente no se deben olvidar las pérdidas. Existen dos mecanismos de pérdida de energía que se relacionan con los flujos variantes en el tiempo en materiales magnéticos. El primer mecanismo es el calentamiento generado por i^2R , el cual se asocia con las corrientes inducidas (parásitas) en el núcleo del material. A partir de la ley de Faraday [Fitzgerald *et al.* 2000] los campos magnéticos variantes en el tiempo producen un aumento en los campos eléctricos, en materiales magnéticos dichos campos eléctricos resultan en corrientes inducidas, denominadas comúnmente corrientes de Eddy, las cuales circulan dentro del material del núcleo y se oponen a los cambios en la densidad del flujo del material; para contrarrestar el correspondiente efecto desmagnetizante, la corriente en el devanado de excitación deberá incrementarse. En general, las pérdidas por corrientes de Eddy tienden a incrementarse al cuadrado de la frecuencia de excitación y también al cuadrado del pico de la densidad de flujo.

Para reducir los efectos de las corrientes de Eddy, las estructuras magnéticas se fabrican con láminas delgadas de material magnético. Estas hojas, se alinean con las líneas de flujo magnético y se aíslan una de la otra por medio de una capa de óxido sobre sus superficies o mediante una fina capa de barniz o esmalte aislante.

El segundo mecanismo de pérdida se debe a la naturaleza de histéresis de los materiales magnéticos. En un circuito magnético como el que se ilustra en la Figura 2.1, una excitación de variación alterna causará que el material magnético sufra una alteración cíclica que se describe mediante una curva de histéresis, como se muestra en la Figura 2.2.

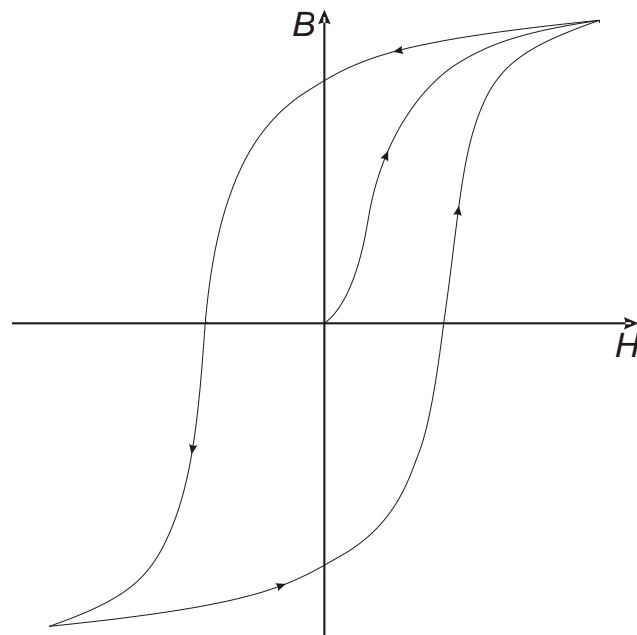


Figura 2.3 Curva de histéresis.

De esta manera, para un nivel de flujo específico, las pérdidas por histéresis correspondientes son proporcionales al área de la curva de histéresis y al volumen total del material. Al considerar que existe pérdida de energía por ciclo, la pérdida de potencia por histéresis es proporcional a la frecuencia de la excitación que se aplica [Fitzgerald *et al.* 2000].

Casi todos los transformadores y determinadas secciones de las máquinas eléctricas utilizan material de hojas de acero, ya que éstas presentan condiciones favorables de magnetización, lo cual permite que las pérdidas en el núcleo sean menores y que la permeabilidad alcance niveles elevados. La propiedad de este material subyace en la estructura atómica de un cristal formado por la aleación de hierro y silicio, este material se denomina acero de grano orientado.

2.5 Propiedades de los materiales magnéticos.

Dentro del contexto de los dispositivos de conversión de energía, se consideran de suma importancia a los materiales magnéticos, con ellos es posible obtener altas densidades de flujo magnético con relativamente bajos niveles de fuerzas magnetizantes.

Los materiales magnéticos pueden emplearse para forzar y dirigir los campos magnéticos dentro de patrones bien definidos, estos materiales son usados en transformadores para maximizar el acoplamiento entre los devanados y disminuir la corriente de excitación requerida para operar el transformador; mientras que en las máquinas eléctricas estos materiales se utilizan para obtener la producción deseada de par.

Los materiales ferromagnéticos, generalmente compuestos por hierro y aleaciones de hierro con cobalto, tungsteno, níquel, aluminio y otros metales, son por mucho los materiales magnéticos más comunes. Estos materiales están compuestos de una gran cantidad de dominios, por ejemplo, en una muestra de material sin magnetizar, los dominios magnéticos se encuentran orientados al azar y el flujo magnético neto resultante en el material es cero. Cuando una fuerza magnetizante externa se aplica a este material, los dominios tienden a alinearse con el campo magnético aplicado, añadiéndose a él y produciendo un valor mucho mayor de la densidad de flujo con respecto al que existiría debido únicamente a las fuerzas magnéticas, así la permeabilidad efectiva μ , es mayor en comparación con la permeabilidad del espacio libre μ_0 . Si continuamos con el proceso y se incrementa la fuerza magnetizante, continúa este comportamiento hasta que todos los dominios magnéticos se alinean con el campo aplicado; en este punto, los materiales no pueden seguir contribuyendo al incremento de la densidad del flujo magnético, entonces se

dice que este material se encuentra completamente saturado, como se muestra en la Figura 2.4.

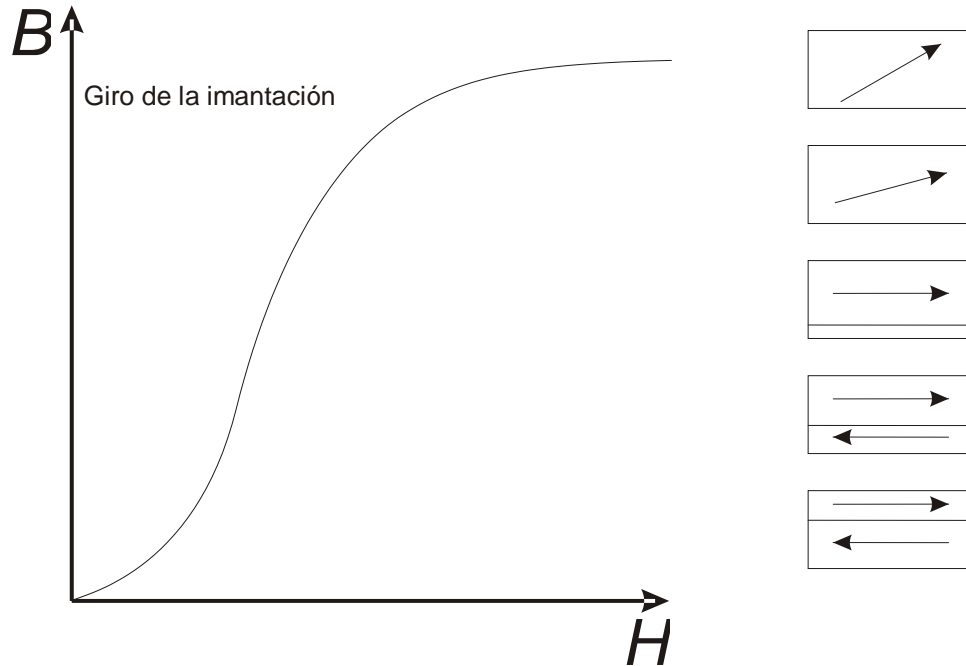


Figura 2.4 Proceso de saturación.

En la ausencia de la aplicación de una fuerza magnetizante externa, los momentos magnéticos de los dominios se alinean de acuerdo con ciertas direcciones asociadas con la estructura cristalina del dominio, denominadas ejes de fácil magnetización, de esta forma, si se reduce la fuerza magnetizante aplicada, los momentos magnéticos de los dominios se dirigen hacia las regiones de fácil magnetismo cercano al campo aplicado. Cuando se reduce a cero el campo aplicado, los momentos de dominio magnético ya no tendrán una orientación al azar; estos momentos conservarán un componente de magnetización neta que corresponda con la dirección del campo aplicado. Este es el efecto responsable del fenómeno magnético conocido como histéresis magnética, Figura 2.3.

Debido a este efecto de histéresis, la relación entre B y H para materiales ferromagnéticos es un tanto no lineal. Las características de estos materiales no pueden

describirse de forma analítica, se presentan comúnmente de forma gráfica como un conjunto de curvas determinadas empíricamente.

La curva más empleada para describir un material magnético es la curva $B-H$. Estas curvas presentan la relación que existe entre la densidad de flujo B y la intensidad de campo H . Cada curva se obtiene mientras que hay una variación de forma cíclica de la fuerza magnetizante aplicada. La histéresis ocasiona que estas curvas sean de valores múltiples. Después de varios ciclos, las curvas $B-H$ forman circuitos cerrados, como se muestra en la Figura 2.3. Es importante mencionar que si H se disminuye a cero, la densidad de flujo se reduce, pero no a cero. Por lo tanto, permanece una magnetización remanente cuando H es cero.

En resumen, los dispositivos electromecánicos que emplean campos magnéticos, con frecuencia utilizan materiales ferromagnéticos para guiar y concentrar estos campos. Debido a que la permeabilidad magnética de los materiales ferromagnéticos puede ser alta, la mayor parte del flujo magnético se limita a patrones bien definidos determinados mediante la geometría del material magnético.

Por lo tanto, la solución para los campos magnéticos en estas estructuras se obtiene en una forma regular por medio de las técnicas del análisis de circuitos magnéticos. Estas técnicas pueden emplearse para reducir una solución de campo magnético tridimensional a lo que es en esencia un problema unidimensional.

Los materiales ferromagnéticos están disponibles con una gran cantidad de características. En términos generales, su comportamiento es no lineal. Las pérdidas, tanto por histéresis como por corrientes parásitas (Eddy), son funciones del nivel de flujo y de la frecuencia de operación, así como de la composición del material y del proceso de fabricación que se utilizó. Una comprensión básica de estos fenómenos es muy útil en la aplicación de estos materiales en los dispositivos.

Capítulo 3

Transformador monofásico

3.1 Introducción

En esencia, un transformador se compone de dos o más devanados acoplados por medio de un flujo magnético mutuo, siendo el medio un núcleo magnético. Si uno de estos devanados, el primario, se conecta a una fuente de voltaje alterna, se producirá una corriente de excitación y por lo tanto un flujo alterno cuya amplitud dependerá del voltaje aplicado a dicho devanado así como de la frecuencia y del número de vueltas del devanado. El flujo mutuo se vinculará con el otro devanado, el secundario, y se inducirá un voltaje dentro del mismo cuyo valor dependerá del número de vueltas en el devanado secundario, así como de la magnitud del flujo mutuo y de la frecuencia.

La parte fundamental en el funcionamiento del transformador es que se requiere la existencia de un flujo mutuo alterno compartido por ambos devanados. Este hecho puede ocurrir en dos devanados acoplados en aire, pero dicho acoplamiento entre éstos se realiza de manera más efectiva al usarse un núcleo de hierro u otro material ferromagnético, debido a que el flujo se mantiene como ya se había mencionado dentro de un patrón definido de alta permeabilidad que une ambos devanados.

3.1 Construcción física

Como ya se ha descrito, para reducir las pérdidas causadas por las corrientes de Eddy en el núcleo, el circuito magnético generalmente está compuesto por una pila de láminas delgadas. En la Figura 3.1 se ilustran dos tipos comunes de construcción para dichas estructuras. En el transformador tipo núcleo (Figura 3.1a) los devanados se enrollan alrededor de dos columnas de un núcleo magnético rectangular; en el transformador tipo blindado o acorazado (Figura 3.1 b) los devanados se enrollan alrededor de la columna central y el flujo mutuo generado acopla al segundo devanado por dos trayectorias separadas formando una coraza que envuelve a los devanados acoplados.

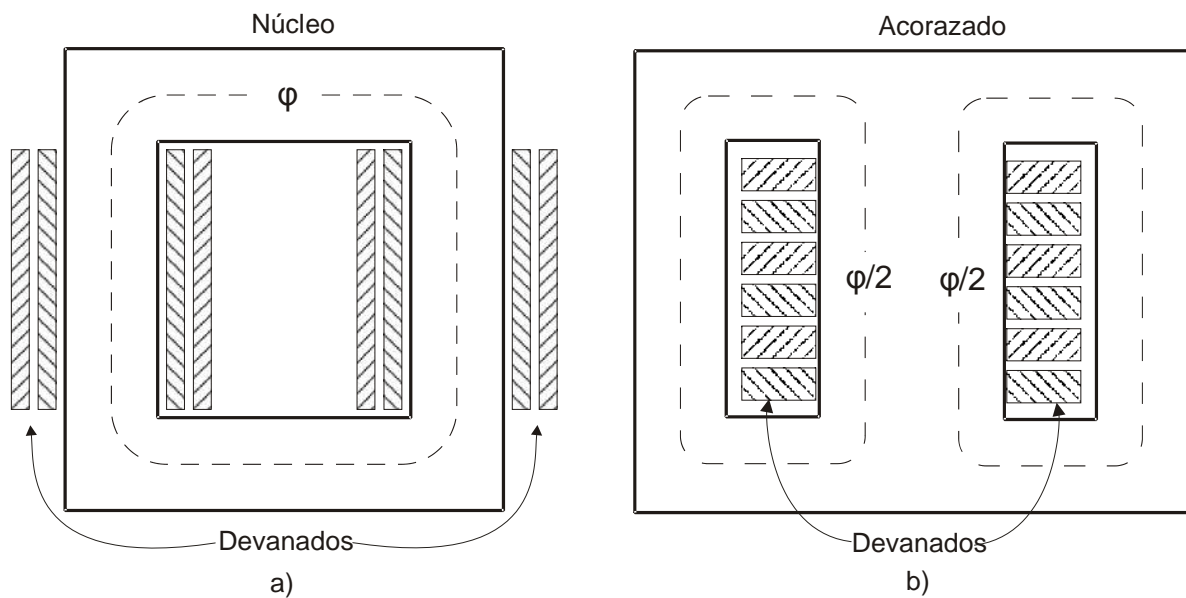


Figura 3.1 Vista esquemática de transformadores
a) tipo núcleo
b) tipo blindado.

En cada una de las configuraciones que se muestran en la Figura 3.1, la mayoría del flujo se limita al núcleo y por lo tanto vincula ambos devanados. Los devanados también producen flujo adicional, denominado flujo de dispersión, que atraviesa un devanado sin pasar al siguiente.

3.2 Relación de tensión y corriente

Considerando al transformador ideal, si se aplica un voltaje v_1 al devanado primario éste produce un flujo variable en el núcleo, encadenando de esta forma a todas las N espiras, por lo tanto:

$$v_1 = \frac{d\lambda_1}{dt} = N_1 \frac{d\varphi}{dt} \quad (3.1)$$

Donde λ_1 es el encadenamiento de flujo con el devanado primario y φ es el flujo en el núcleo. Debido a que no existe flujo de dispersión, todo el flujo encadena las N_2 espiras del devanado secundario y siendo cero la resistencia del conductor puesto que se trata de un transformador ideal el voltaje inducido del secundario es igual al voltaje en las terminales del secundario, entonces

$$v_2 = N_2 \frac{d\varphi}{dt} \quad (3.2)$$

Comparando (3.1) y (3.2) se muestra que en un transformador ideal la relación de voltaje es igual a la relación de las vueltas de los devanados, esto es:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{N_1}{N_2} = a \quad (3.3)$$

Donde a es la relación de transformación.

Si ahora se considera que al devanado secundario del transformador se conecta una carga éste consumirá una corriente i_2 y puesto que la potencia de entrada es igual a la potencia de salida se tiene:

$$v_1 \cdot i_1 \cdot \cos\theta_1 = v_2 \cdot i_2 \cdot \cos\theta_2 \quad (3.4)$$

Ya que se considera el caso ideal

$$\cos\theta_1 \cong \cos\theta_2 \quad (3.5)$$

Por lo tanto se puede reescribir (3.4) como:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{i_2}{i_1} = a \quad (3.6)$$

3.2 Circuito equivalente aproximado

Las diferencias entre la representación de un transformador real y transformador ideal deberán incluirse para un análisis de mayor aproximación del funcionamiento de un transformador; un ejemplo más completo deberá tomar en cuenta los efectos de la resistencia del devanado, los flujos de dispersión, así como la corriente de excitación limitada a la permeabilidad del material del núcleo, es decir, a su no linealidad.

Los métodos de análisis que toman en cuenta dichas diferencias son: 1) una técnica de circuito equivalente que se basa en el razonamiento físico y 2) una aproximación matemática que se fundamenta en la teoría clásica de circuitos acoplados magnéticamente. En esta ocasión se presenta la técnica de circuito equivalente.

En la elaboración de un circuito equivalente, se considerará en primer lugar al devanado primario; el flujo total que vincula el devanado primario se divide en dos componentes: el flujo mutuo resultante, que está limitado esencialmente al núcleo de hierro, producido mediante el efecto combinado de las corrientes primaria y secundaria y el flujo de dispersión principal, que comprende únicamente el devanado primario. Estos componentes se presentan en el transformador esquemático que aparece en la Figura 3.2, donde para fines de simplicidad, los devanados primario y secundario se ubican en columnas opuestas del núcleo.

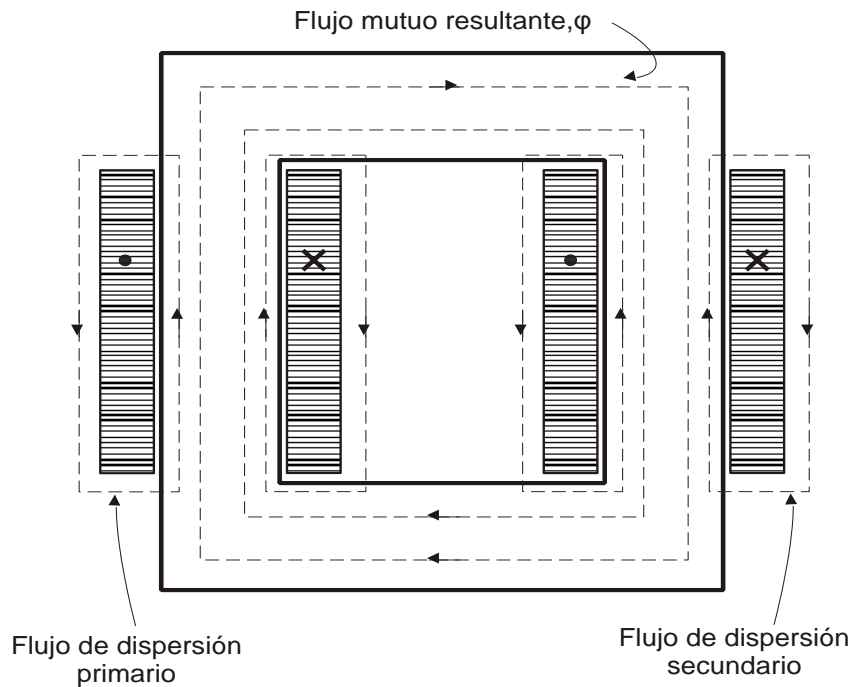


Figura 3.2 Vista esquemática de los flujos mutuos y de dispersión en un transformador.

El acoplamiento del flujo de dispersión induce un voltaje en el devanado primario que se añade al producido por el flujo mutuo. Debido a que el patrón de dispersión es mayor a través del aire, este flujo y el voltaje inducido por dicho patrón, varían linealmente con la corriente primaria i_1 , por lo tanto, puede representarse mediante una inductancia de dispersión primaria L_{i1} . La reactancia de dispersión primaria correspondiente X_{l1} se determina a partir de la ecuación

$$X_{l1} = 2\pi f L_{i1} \quad (3.7)$$

Además, existirá una caída de voltaje en la resistencia primaria R_l [Fitzgerald *et al.* 2000].

Siguiendo con el mismo análisis es posible observar que, el transformador real será equivalente a un transformador ideal más sus impedancias externas al referir todas las cantidades al devanado primario o secundario. El circuito equivalente por lo general se

esquemática como en la Figura 3.3, con todos los voltajes, corrientes e impedancias referidas ya sea al devanado primario o al devanado secundario.

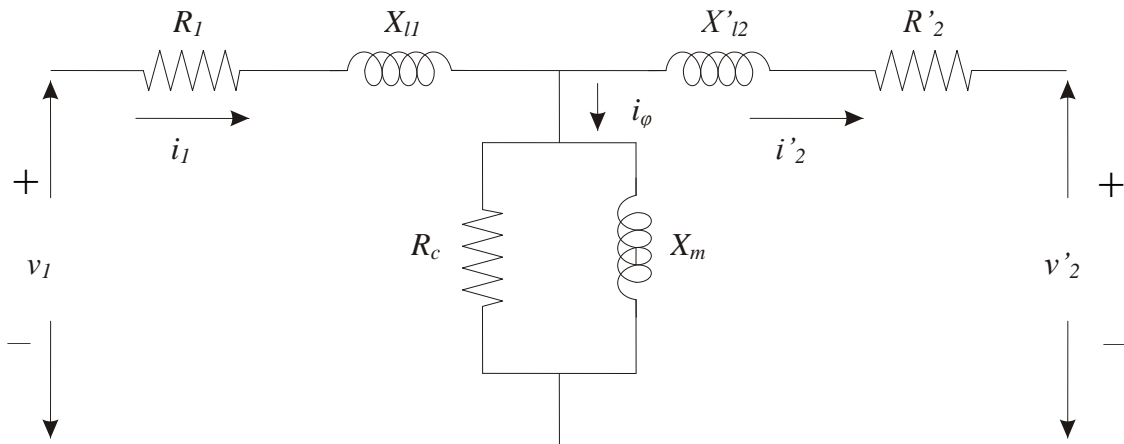


Figura 3.3 Circuito equivalente T.

Donde R_1 y R'_2 representan la resistencia del conductor; X_{l1} y X'_{l2} son las reactancias de dispersión de cada devanado; en la rama de excitación se encuentra i_ϕ que es la componente de la corriente de excitación con X_m siendo la reactancia magnetizante y R_c que es la resistencia de pérdidas en el núcleo.

De forma específica para la Figura 3.3, refiriendo todos los parámetros del transformador al lado primario, se tiene:

$$X'_{l_2} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 X_{l_2} \quad (3.8)$$

$$R'_2 = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 R_2 \quad (3.9)$$

3.3 Obtención de los parámetros del transformador

Los circuitos equivalentes aproximados que se utilizan más comúnmente en los análisis de transformadores de potencia, con frecuencia se resumen para su comparación como el

circuito de la Figura 3.3 con sus parámetros referidos al lado primario o al lado secundario y de la misma forma, la rama magnetizante se deja en terminales primarias o secundarias según convenga, como se muestra en la Figura 3.4.

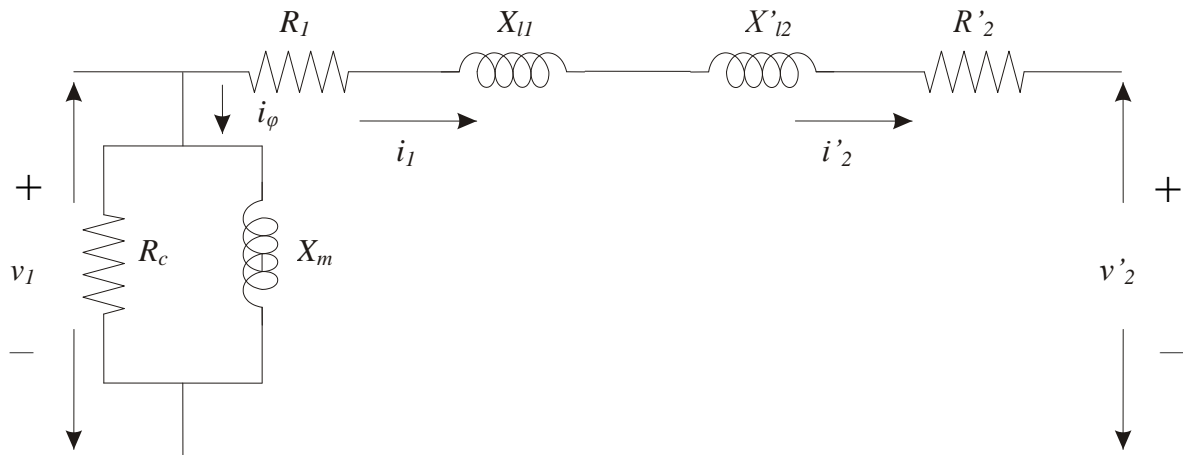


Figura 3.4 Circuito simplificado equivalente.

Las ramas en serie son el resultado de la combinación de la resistencia y de la reactancia de dispersión del devanado primario y secundario, que se han referido al mismo lado.

El circuito de la Figura 3.4 presenta la ventaja de que es posible calcular la resistencia R_{eq} y la reactancia equivalente X_{eq} a partir de una prueba muy simple en donde una terminal presenta un corto circuito. Por otra parte, se dificulta el proceso para determinar las reactancias de dispersión individual X_{l1} y X_{l2} , así como el conjunto completo de parámetros para el circuito equivalente T.

Dos pruebas muy simples son útiles para determinar los parámetros de los circuitos equivalentes de las figuras anteriores. Estas pruebas consisten en tomar mediciones del voltaje de entrada, la corriente y la potencia del primario; primero con el secundario en corto circuito y posteriormente con el secundario con circuito abierto.

Prueba de corto circuito. La prueba de corto circuito se utiliza para determinar la impedancia serie equivalente $R_{eq} + jX_{eq}$. Considerando que el corto circuito se aplica al secundario del transformador y el voltaje al primario. Por conveniencia se empleará el lado de alto voltaje como el primario. Debido a que comúnmente la impedancia serie equivalente en un transformador es relativamente pequeña, el voltaje aplicado al primario debe de estar dentro del rango de 10 a 15% del voltaje nominal, cuidando que la corriente tanto en el devanado primario y secundario no exceda los valores nominales.

La Figura 3.4 muestra el circuito equivalente con la impedancia del secundario del transformador referida al lado primario, de esta forma si se cortocircuitan las terminales del secundario, la impedancia del corto circuito Z_{sc} se recorrerá al lado primario bajo estas condiciones:

$$Z_{sc} = R_1 + jX_{l1} + \frac{Z_\phi(R_2 + jX_{l2})}{Z_\phi + R_2 + jX_{l2}} \quad (3.10)$$

Pero debido a que la impedancia Z_ϕ de la rama de excitación es mucho mayor que la impedancia de dispersión secundaria, la impedancia de corto circuito puede aproximarse mediante la siguiente expresión.

$$Z_{sc} \approx R_1 + jX_{l1} + R'_2 + jX'_{l2} = R_{eq} + jX_{eq} \quad (3.11)$$

La instrumentación empleada para esta prueba medirá la magnitud *rms* del voltaje V_{sc} , la corriente del corto circuito I_{sc} y la potencia P_{sc} . En base a estos parámetros, la resistencia equivalente y la reactancia (referidas al lado primario) pueden determinarse a partir de lo siguiente:

$$|Z_{eq}| = |Z_{sc}| = \frac{V_{sc}}{I_{sc}} \quad (3.12)$$

$$R_{eq} = R_{sc} = \frac{P_{sc}}{I_{sc}^2} \quad (3.13)$$

$$X_{eq} = X_{sc} = \sqrt{|Z_{sc}|^2 - R_{sc}^2} \quad (3.14)$$

En el circuito equivalente T de la Figura 3.3, es posible obtener los valores aproximados de la resistencia primaria y secundaria de manera individual, asumiendo que $R_1 = R_2 = 0.5R_{eq}$ y $X_{l_1} = X_{l_2} = 0.5X_{eq}$ refiriendo todas las impedancias al mismo lado.

Prueba de circuito abierto. La prueba de circuito abierto se lleva a cabo con el lado del secundario con el circuito abierto y el voltaje nominal aplicado al lado primario. Se elige el valor nominal del voltaje para asegurar que la reactancia magnetizante operará a un nivel de flujo aproximado al que existiría bajo condiciones normales de operación [Fitzgerald *et al.* 2000].

Nuevamente se considera el circuito de la Figura 3.4, con el lado secundario en circuito abierto, por lo que la impedancia del circuito abierto Z_{oc} reflejada hacia el lado primario bajo estas condiciones es

$$Z_{oc} = R_1 + jX_{l_1} + Z_{\varphi} = R_1 + jX_{l_1} + \frac{R_c(jX_m)}{R_c + jX_m} \quad (3.15)$$

Al igual que en el caso de la prueba de corto circuito, los instrumentos que se emplean para esta prueba medirán la magnitud del voltaje *rms* que se aplica V_{oc} , la corriente del circuito abierto I_{oc} y la potencia P_{oc} . Tomando en cuenta que se ignora la impedancia de flujo primaria por la mínima caída de voltaje en este elemento y en base a estas tres mediciones, la resistencia magnetizante y la reactancia (parámetros referidos al primario) pueden calcularse a partir de las siguientes expresiones:

$$R_c = \frac{V_{oc}^2}{P_{oc}} \quad (3.16)$$

$$|Z_{\varphi}| = \frac{V_{oc}}{I_{oc}} \quad (3.17)$$

$$X_m = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{|Z\phi|}\right)^2 - \left(\frac{1}{R_c}\right)^2}} \quad (3.18)$$

La prueba de circuito abierto se emplea para obtener el valor de las pérdidas en el núcleo mediante cálculos y también se utiliza para comprobar la magnitud de la corriente de excitación.

Como se mencionó, el circuito equivalente que se utiliza es una aproximación del transformador real, pero esta aproximación tiene resultados aceptables para resolver problemas.

3.4 Obtención de la curva de saturación

Como se mencionó anteriormente, la característica que presenta un material ferromagnético comúnmente se presenta en volts amperes, puesto que es una forma muy sencilla de representar la característica del material no es la representación que muestra el comportamiento real del mismo.

Haciendo un análisis un poco más detallado, se puede encontrar la curva característica de primera magnetización del material en función de B y H , en este caso se parte del estudio del núcleo de un transformador monofásico.

En base a la teoría que se ha revisado, se propone hacer un análisis y una serie de pruebas al núcleo monofásico que se presenta en la Figura 3.5.

En primer lugar se obtiene la curva de saturación $v-i$ por columna, haciendo mediciones de corriente en el primario y voltaje inducido en el secundario mientras se incrementa gradualmente el voltaje de alimentación. Se elaboraron bobinas de prueba, ya que se contaba con la facilidad de ello, con una relación de transformación de 1:1, el número de vueltas tanto del primario como del secundario es $N=100$.

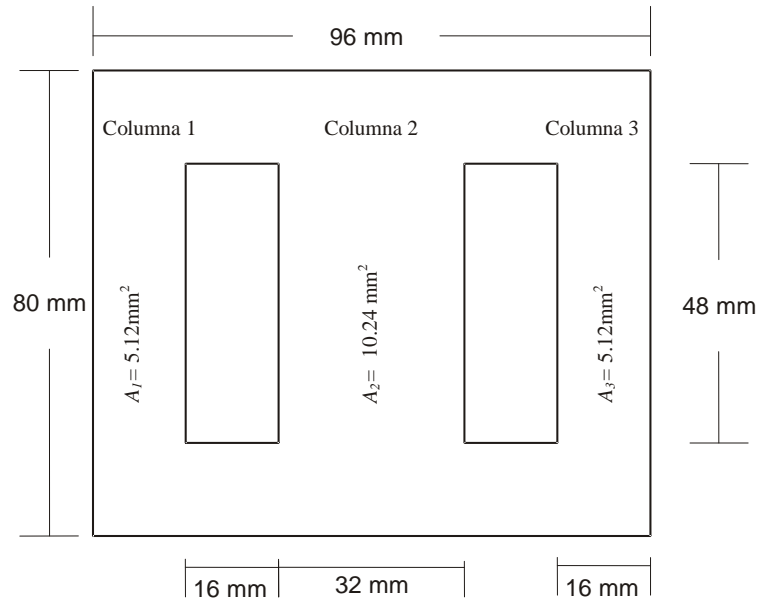


Figura 3.5 Dimensiones del núcleo monofásico.

Colocando la bobina de prueba primaria y secundaria en la misma columna que se pretende saturar, se procede con lo que se comentó anteriormente, Figura 3.6. En la Figura 3.7 se muestra el comportamiento del transformador al llegar a la saturación, en voltaje y corriente, de cada una de las columnas.

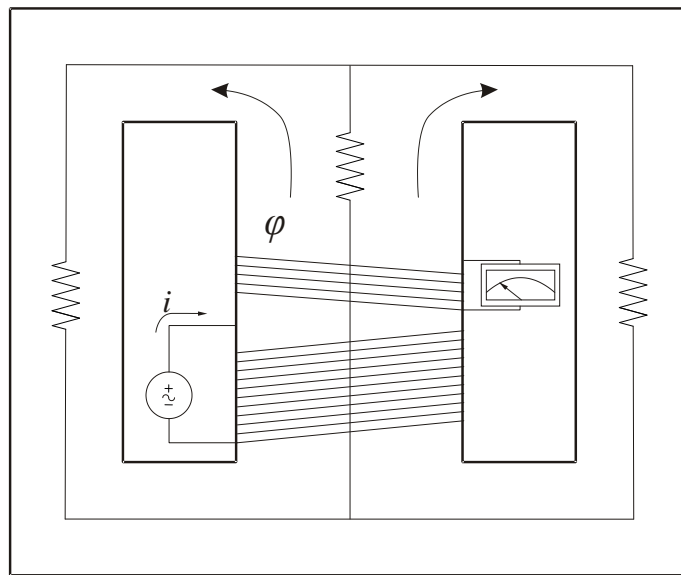


Figura 3.6 Circuito magnético análogo del núcleo monofásico.

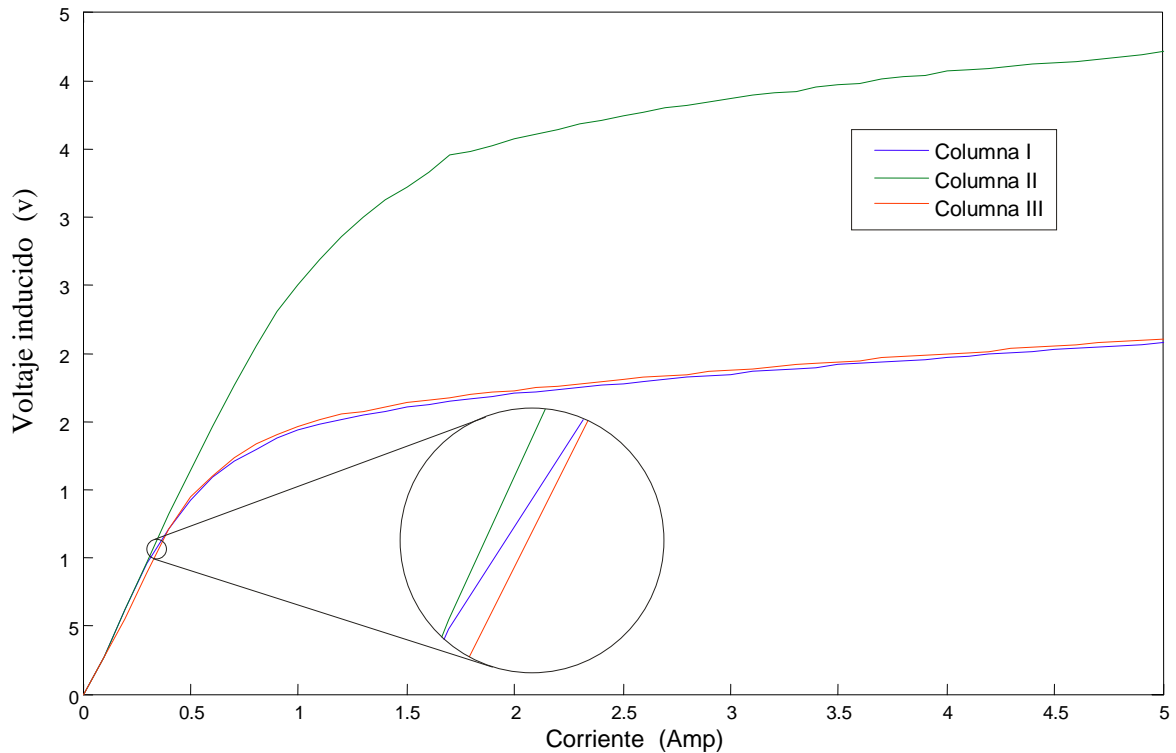


Figura 3.7 Curvas de saturación i vs v de las tres columnas del núcleo.

La Figura 3.7 muestra la curva característica de cada una de las columnas en función de voltaje y corriente, en el acercamiento se aprecia cómo se separan estas curvas y es lógico que suceda puesto que la densidad de flujo no es la misma en cada una de las columnas, esto sucede por la simetría del núcleo, en particular el área de la sección transversal que atraviesa el flujo y la longitud de cada columna. Se aprecia que las columnas que de forma aproximada coinciden en su comportamiento son las columnas uno y tres, es decir, las columnas de los extremos que de la misma forma coinciden en sus dimensiones.

El núcleo del transformador es de un solo material, entonces debería obtenerse la misma curva característica, vista desde cualquier punto del núcleo pero esto no se ve en la Figura 3.7 ya que no es una representación real de la característica del material del núcleo. Si de alguna forma directa se pudiera obtener la curva característica real $H-B$ desde cualquier punto del núcleo, debería ser una sola curva puesto que no cambia el material.

Para comprobar si esta hipótesis es cierta, se tiene que hacer una introducción a circuitos magnéticos, es necesario llegar a un circuito magnético equivalente para facilitar la conversión, pero antes es necesario hacer un análisis de los flujos.

Como se muestra en la Figura 3.8, aplicando voltaje al devanado primario localizado en alguna columna de los extremos, se puede lograr que esta columna llegue a la saturación aunque no necesariamente se encuentran saturadas las demás columnas, lo mismo pasa si se satura la columna del centro, entonces análogamente ocurre lo mismo que en un circuito eléctrico paralelo en donde la corriente principal se divide entre cada una de las ramas dependiendo de la característica de dicha rama, por lo tanto es necesario identificar la reluctancia por la cual pasa el máximo flujo y enfocarse con mayor grado a ella.

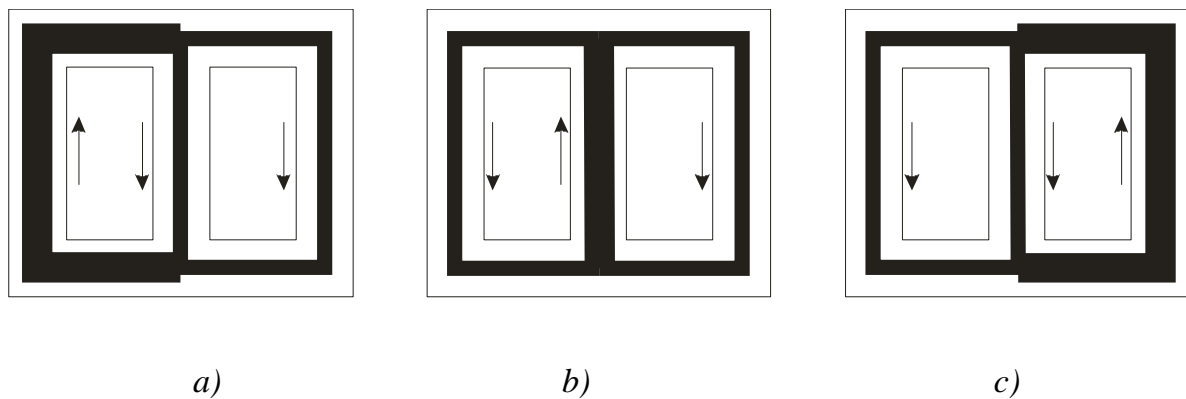


Figura 3.8 Distribución de flujos magnéticos.

Utilizando el concepto de circuito análogo que se mencionó en el Capítulo 2, se relaciona el circuito magnético con un circuito equivalente, Figura 3.6, donde se presentan todos sus componentes de forma gráfica, esto se presenta de forma más simple en la Figura 3.9.

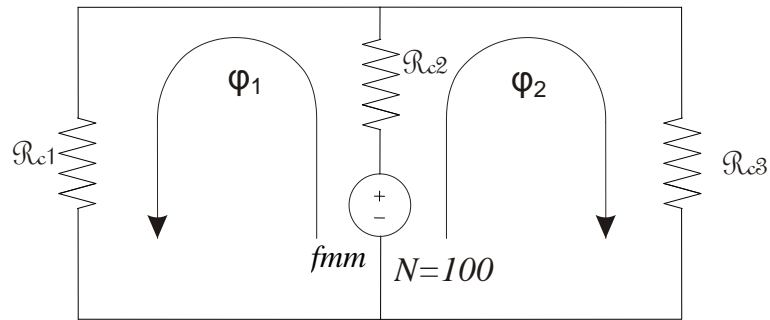


Figura 3.9 Circuito equivalente monofásico con la fuente en la pierna central.

Comenzando por el circuito equivalente alimentando en la columna del centro, como se sabe, cada uno de estos elementos es una reluctancia (2.7) y se aplican los mismos métodos de solución de circuitos eléctricos.

Es importante no perder de vista la reluctancia de interés puesto que como se vio en la Figura 3.8 la mayoría del flujo circula por la columna en la que se encuentra la fuerza magnetomotriz. Continuando con el procedimiento, se reduce el circuito magnético de la Figura 3.9; las reluctancias uno y tres se encuentran en paralelo por lo que se aplica la misma fórmula para reducir un circuito paralelo de resistencias. Como se muestra en la Figura 3.10, se obtiene un equivalente de las reluctancias 1 y 3.

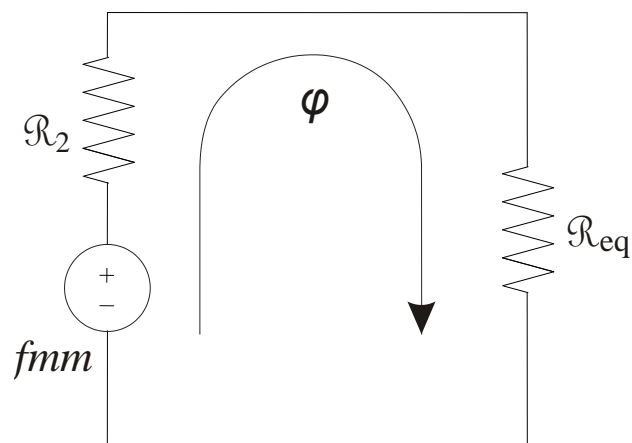


Figura 3.10 Circuito equivalente monofásico reducido.

La reluctancia total del circuito magnético está definida por la siguiente expresión

$$\mathcal{R}t = \mathcal{R}_2 + \mathcal{R}_{eq} = \frac{l_2}{\mu A_2} + \frac{l_1 l_3}{\mu(A_3 l_1 + A_1 l_3)} \quad (3.19)$$

Si se representa como una constante los valores conocidos y sabiendo que la única incógnita es la permeabilidad magnética, se puede reescribir (3.19) de la siguiente forma:

$$\mathcal{R}t = \frac{K_2}{\mu} + \frac{K_{eq}}{\mu} \quad (3.20)$$

Ya que en el circuito equivalente el mismo flujo pasa por \mathcal{R}_2 y \mathcal{R}_{eq} , partiendo de (2.8) se tiene lo siguiente

$$fmm = Ni = \mathcal{R}_2 \varphi + \mathcal{R}_{eq} \varphi \quad (3.21)$$

$$Ni = \frac{\varphi}{\mu} (K_2 + K_{eq}) \quad (3.22)$$

De (3.22) se puede obtener la relación entre φ y μ , debido a que las demás variables son valores conocidos. Con esta relación y sustituyendo las constantes en (3.22) se obtiene la fracción de Ni , es decir, la fracción de la fuerza magnetomotriz que le corresponde a la reluctancia de interés, pero lo que se quiere encontrar es la intensidad de campo H por lo que se recurre a la expresión (2.4), es necesario dividir entre una longitud, como se está analizando \mathcal{R}_2 esta longitud es la correspondiente de dicha reluctancia.

Siguiendo con el procedimiento, ahora es necesario conocer el flujo neto que circula por el núcleo, como se sabe existe un flujo de dispersión relativamente pequeño, éste se tomará en cuenta para tener mejor aproximación.

El flujo inducido que se obtiene a partir de las expresiones (2.2) y (2.18) y las mediciones de voltaje inducido tiene dos componentes (2.11), por lo que este flujo se

descompone en un flujo de dispersión de la bobina de prueba y el flujo que circula por el núcleo, siendo este último el de interés.

Para conocer el flujo de dispersión es necesario realizar la prueba de corto circuito (sección 3.3) donde se puede calcular la reactancia de dispersión, pero considerando que la reactancia de dispersión calculada comprende la suma de las reactancias primaria y secundaria referidas a uno de los devanados, se tomará un medio del valor calculado y con la expresión (3.7) se procede a obtener la inductancia de dispersión de la bobina de prueba. Finalmente en base a las expresiones (2.10) y (2.12) se obtiene el flujo de dispersión de dicha bobina.

Ahora ya se conoce el flujo total generado por el devanado primario, al restarle el flujo de dispersión se obtiene únicamente el flujo que circula por el núcleo, y en base a la expresión (2.2), se obtiene la densidad de flujo al dividir el flujo que circula por el núcleo lógicamente sobre el área de dicha permeabilidad, en este caso \mathcal{R}_2 .

Como se sabe, se partió de tomar varias mediciones de voltaje inducido y corriente del primario, por lo que los cálculos formulados anteriormente se realizan para cada medición a excepción de la prueba de corto circuito, esta no cambia ya que se parte de los valores nominales del transformador.

El mismo procedimiento se aplica a cada una de las columnas para obtener la curva característica $B-H$ desde distintos puntos del núcleo. En la Figura 3.11, se muestran los resultados de la conversión de corriente-voltaje a $B-H$, de cada una de las columnas, así como un promedio de las tres.

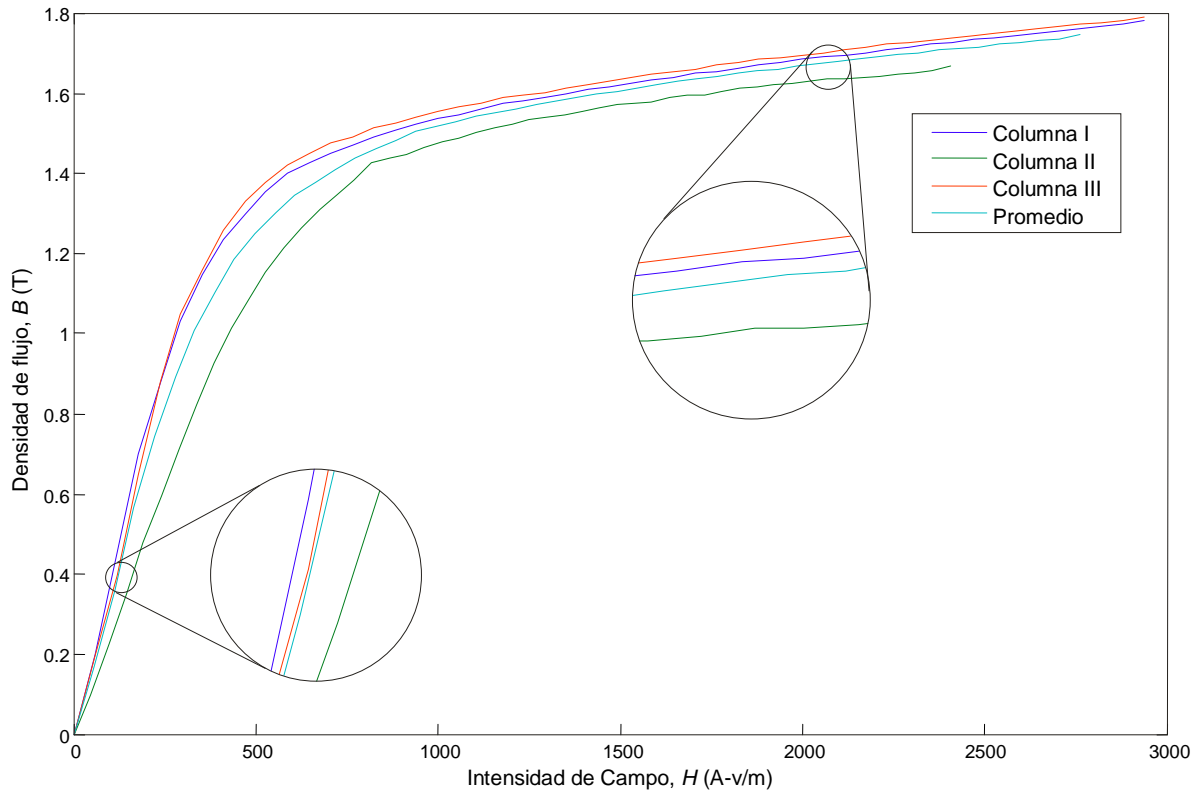


Figura 3.11 Curvas de saturación H-B del núcleo monofásico.

Aún se aprecia que las curvas $B-H$ de la Figura 3.11 no son exactamente iguales, esto se debe a diversas razones, una es que se despreciaron las pérdidas en el núcleo y las pérdidas en el conductor, otra razón es que para la inducción es necesario un flujo variante por lo que se trabaja en corriente alterna, pero esto genera un ciclo de histéresis en el material, por ello, se tomaron valores *rms* de voltaje y corriente, además de todas las aproximaciones que se hacen tales como la representación de un circuito magnético sencillo y el circuito equivalente aproximado al transformador real. Pero en general, se puede decir que sus valores se aproximan entre sí, esto es, anteriormente la curva obtenida de la columna dos era de mayor magnitud a las otras dos curvas, al hacer la conversión para representar estas curvas en función de B y H se obtienen curvas muy similares debido a que todo el núcleo del transformador se constituye de un solo material magnético por lo que para representar la característica de dicho material se puede lograr mediante una curva característica de alguna de las columnas, aunque para mejores resultados, en este caso se puede tomar un promedio de las tres curvas obtenidas.

Capítulo 4

Transformador trifásico

4.1 Introducción

La generación, transmisión y utilización de potencia de la energía eléctrica de ca a grandes niveles, comprende un tipo de sistema o circuito llamado sistema polifásico. En un sistema de este tipo cada fuente de voltaje consta de su magnitud y ángulo de fase. Por lo tanto, un sistema de n fases emplea fuentes de voltaje que, constan de n voltajes que en esencia son de igual magnitud y son desplazados en forma sucesiva en ángulo de fase de $360^\circ/n$. En un sistema trifásico se emplean tres fuentes de voltaje de la misma magnitud pero desplazadas con un ángulo de fase de 120° entre cada fuente. Debido a que posee ventajas económicas y de operación, es frecuente el uso de sistemas trifásicos.

4.2 Transformadores en circuitos trifásicos

La forma más inmediata de transformar un sistema de tensiones trifásico en otro de diferente tensión, consiste en transformar una a una cada una de las tensiones simples por medio de transformadores monofásicos a base de conectar sus primarios y sus secundarios por ejemplo en estrella. Esta disposición, conocida como banco trifásico de transformadores monofásicos, requiere el uso de tres unidades individuales, con tres núcleos magnéticos diferentes que al ser sus dimensiones idénticas entre sí, en principio

podrían combinarse en una única estructura magnética, tal como se muestra en la Figura 4.1.

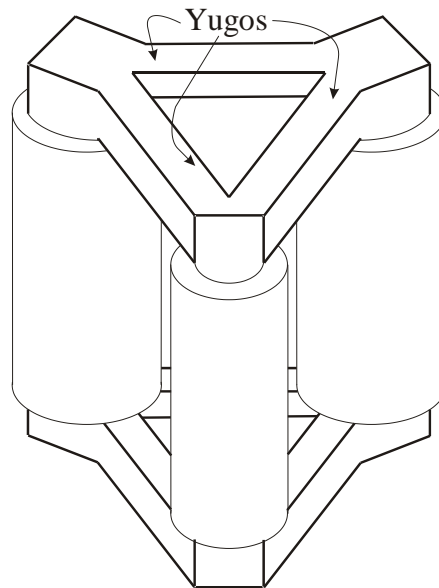


Figura 4.1 Unión de tres transformadores monofásicos.

Al realizar esta combinación, se pueden suprimir los yugos de una de las columnas y el circuito magnético de dicha fase resultará algo más corto que el de las demás como se muestra en la Figura 4.2.

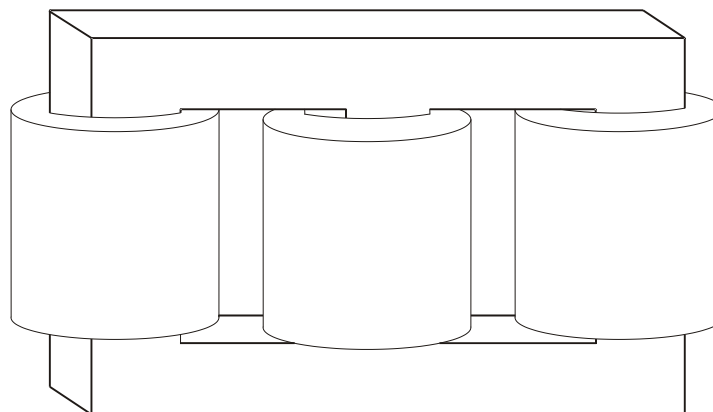


Figura 4.2 Transformador trifásico con núcleo asimétrico.

Esta modificación se traduce en que la corriente de magnetización de la fase central será algo menor, al ser su circuito magnético un poco más corto que en las otras dos fases, pero dado el pequeño valor de la intensidad de corriente de vacío respecto de la asignada del transformador, dicho desequilibrio de corriente apenas tiene reflejo en el funcionamiento normal. Por ello será suficiente, siempre que se analice un sistema trifásico equilibrado, el efectuar el análisis del funcionamiento en una sola de las fases [Fitzgerald *et al.* 2000].

Otra estructura del núcleo de un transformador trifásico se presenta en la Figura 4.3, a este tipo de núcleo se le conoce como acorazado, ya que envuelve a todos los devanados. La ventaja de esta estructura es que el flujo de dispersión es mucho menor que en las estructuras anteriores, mejorando en gran manera la eficiencia del transformador y reduciendo notablemente las dimensiones del mismo.

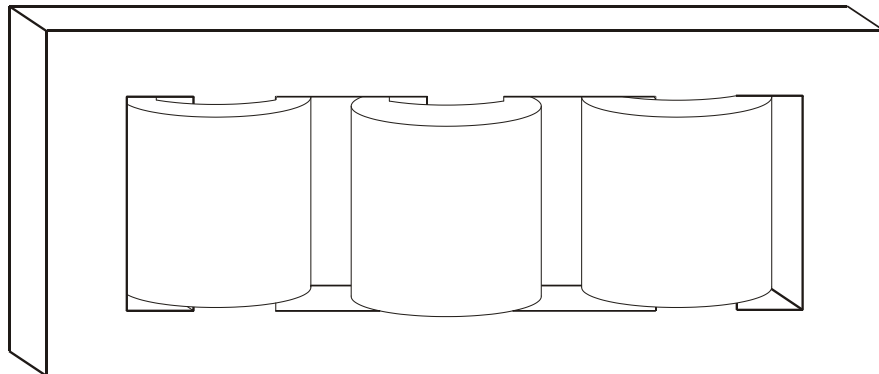


Figura 4.3 Transformador trifásico con núcleo tipo acorazado.

Ya que para formar un transformador trifásico se partió de tres transformadores monofásicos, el circuito equivalente de un transformador trifásico se puede reducir al de un transformador monofásico para su análisis, considerando la conexión del mismo para manejar correctamente los voltajes y las corrientes. El análisis completo comprende tres transformadores monofásicos desfasados 120° entre cada uno de ellos.

4.3 Transformadores trifásicos de tres columnas

En esta disposición, los yugos están magnéticamente conectados en estrella, se puede considerar que para cada una de las columnas activas el flujo retorna por las otras dos; este fenómeno sucede por el resultado de la secuencia de los flujos magnéticos.

Como se mencionó anteriormente existe un pequeño desequilibrio en los flujos magnéticos y en la corriente magnetizante de las tres fases, debido a que el circuito magnético de la columna central es más corto que el de las demás, pero a cambio de esto, se consigue una disposición física del núcleo mucho más sencilla. En la Figura 4.4 se presenta un análisis de la distribución de los flujos magnéticos para tres momentos distintos, por ejemplo la distribución del flujo cuando en la primer columna existe un flujo máximo (Figura 4.4 a), un flujo nulo en la segunda fase (Figura 4.4 b) y un flujo máximo negativo en la tercer fase (Figura 4.4 c).

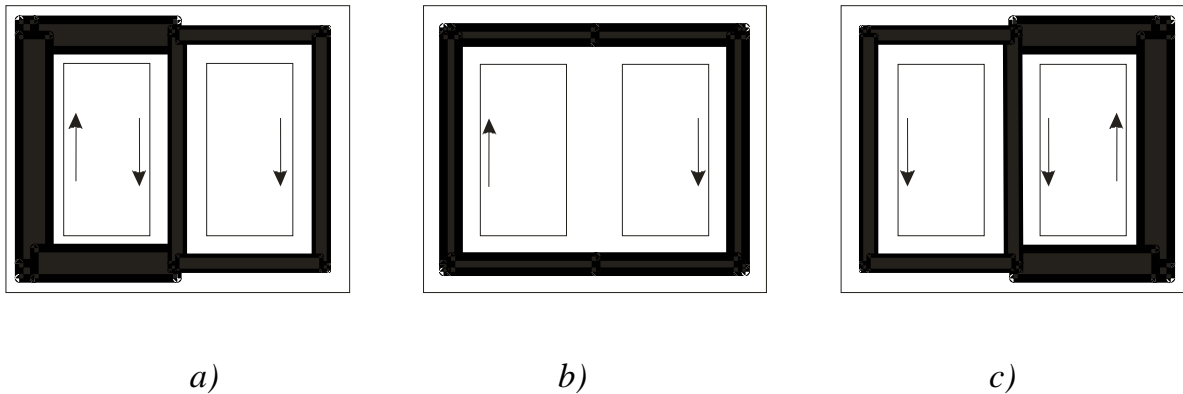


Figura 4.4 Distribución de flujos magnéticos en un transformador trifásico para tres momentos diferentes.

La disposición más empleada de los devanados en el núcleo es la de devanados concéntricos, es decir, montando concéntricamente en cada columna los devanados primario y secundario correspondientes a una fase, de tal forma que en cada columna se realiza la transformación de la potencia correspondiente a una fase.

De acuerdo a lo anterior el transformador trifásico se puede analizar de manera simplificada considerándolo como un transformador monofásico y puesto que la transformación de potencia se hace de manera individual en cada columna se puede aplicar el mismo procedimiento del Capítulo 3 para obtener la curva característica $B-H$, con la observación de que para representar el circuito magnético es necesario identificar las reluctancias del núcleo, es decir, se debe considerar como una reluctancia al trayecto del núcleo en el que su sección transversal no cambia, por ejemplo una reluctancia estaría definida a lo largo del trayecto l_{c1} en el cual se cumple que el área es A_{c1} , si el área es diferente en uno de los extremos se consideran otras reluctancias que de acuerdo a la estructura física del núcleo estarán interconectadas entre sí.

4.4 Obtención de la curva de saturación

Como se mencionó anteriormente, el transformador trifásico de núcleo asimétrico ha sido el más utilizado, por lo tanto es común encontrar uno de ellos. En esta sección se trata de obtener la curva característica de magnetización para un núcleo trifásico de tres columnas, es decir, un núcleo tipo asimétrico como el que se presenta en la Figura 4.5.

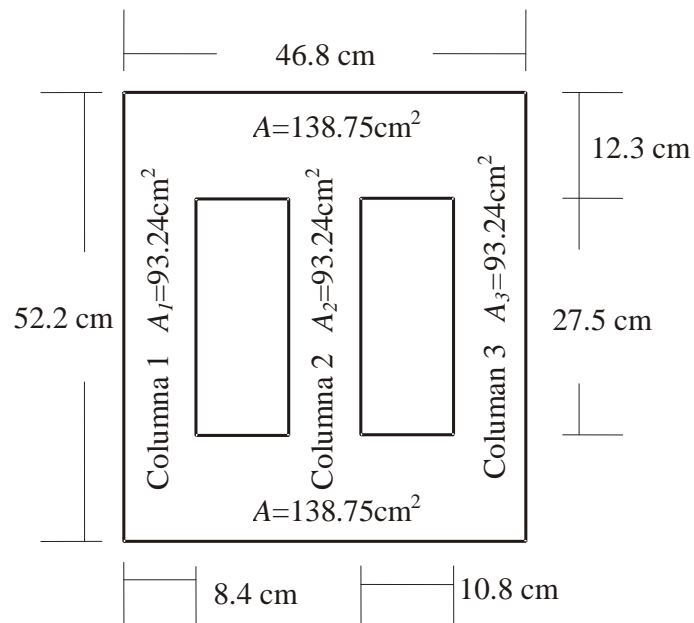


Figura 4.5 Dimensiones del objeto de estudio, núcleo tipo asimétrico.

También se mencionó que un circuito magnético se puede representar análogamente como un circuito eléctrico, entonces para este caso la fuente que proporciona la energía sería el devanado al que se le aplica voltaje, es decir el primario, ya que éste produce la fuerza magnetomotriz necesaria para generar un flujo magnético en el propio circuito magnético definido por la estructura física del núcleo, esto se presenta gráficamente en la Figura 4.6.

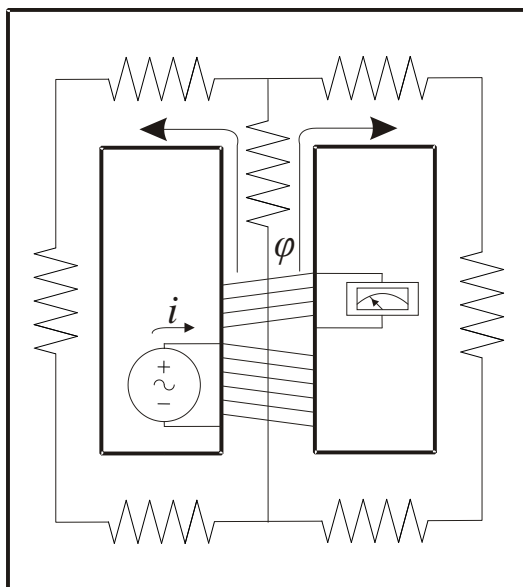


Figura 4.6 Representación análoga del circuito magnético de un núcleo trifásico tipo asimétrico.

De la Figura 4.5 se ve que los yugos, tanto el inferior como el superior, a lo largo de su trayecto el área de la sección transversal que los constituye no cambia, pero en la Figura 4.6 cada yugo se descompone en dos reluctancias, esto es porque exactamente a la mitad de la longitud de los yugos se encuentra interconectada otra reluctancia, entonces cada yugo se descompone en dos reluctancias iguales ya que son simétricos pero considerando que la longitud de cada una de estas nuevas reluctancias es la mitad de la longitud que abarca cada yugo. En la Figura 4.7 se representa únicamente el circuito magnético análogo del núcleo de la Figura 4.5, identificando cada una de las reluctancias.

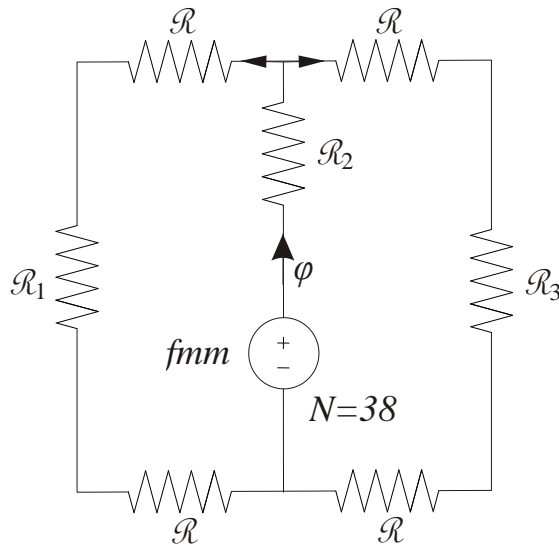


Figura 4.7 Circuito magnético.

Ahora que ya se cuenta con el circuito análogo del núcleo asimétrico, Figura 4.7, se continúa a reducir dicho circuito, como se mencionó anteriormente, utilizando los mismos métodos para reducción de circuito eléctricos, por ejemplo la reducción de circuitos serie y/o paralelo.

Recordando que la reluctancia de nuestro interés es \mathcal{R}_2 , puesto que en la columna dos es donde se encuentra la fuente magnetomotriz por lo tanto la mayor parte del flujo pasa por esta reluctancia, entonces se puede obtener una reluctancia equivalente de las demás reluctancias.

Se aprecia que existen dos juegos de reluctancias en serie, por lo que una primera reducción sería la que se muestra en la Figura 4.8, donde

$$\mathcal{R}_{eq1} = 2\mathcal{R} + \mathcal{R}_1 \quad (4.1)$$

$$\mathcal{R}_{eq3} = 2\mathcal{R} + \mathcal{R}_3 \quad (4.2)$$

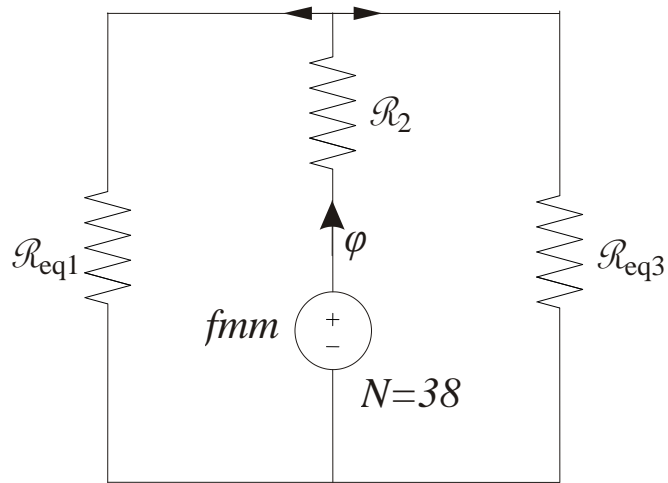


Figura 4.8 Primera reducción del circuito magnético de la Figura 4.7.

De esta primera reducción ya se ve un poco más sencillo el circuito magnético, pero aun se puede hacer otra reducción más, ya que R_{eq1} y R_{eq3} se encuentran conectadas en paralelo, entonces obteniendo una reluctancia equivalente de estas dos el circuito se simplifica como en la Figura 4.9, donde

$$R_{eq} = \frac{(R_{eq1}) \cdot (R_{eq3})}{R_{eq1} + R_{eq3}} \quad (4.3)$$

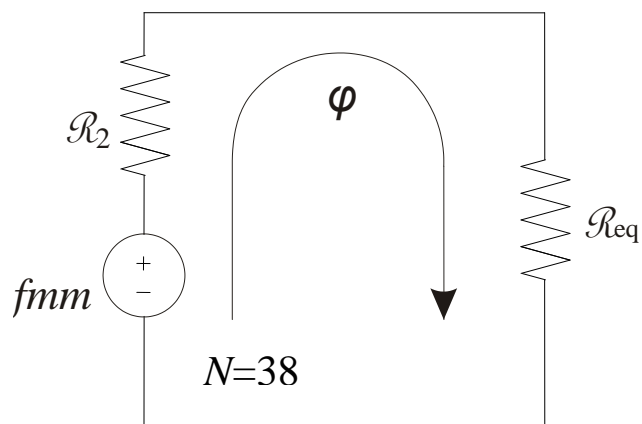


Figura 4.9 Segunda reducción del circuito magnético propuesto.

Entonces, la reluctancia total del circuito magnético es la suma de la reluctancia de la columna dos (\mathcal{R}_2) y la reluctancia equivalente del resto del circuito (\mathcal{R}_{eq}), es decir:

$$\mathcal{R}_t = \mathcal{R}_2 + \mathcal{R}_{eq} \quad (4.4)$$

Sustituyendo (2.7) en (4.4), se obtiene:

$$R_t = \frac{l_2}{\mu A_2} + \frac{4(A_1)(A_3)(l^2) + 2(A_3)(l_1)(A)(l) + 2(A)(A_1)(l)(l_3) + (A^2)(l_1)(l_3)}{\mu\{4(A)(A_1)(A_3)(l) + (A^2)(A_1)(l_3) + (A^2)(A_3)(l_1)\}} \quad (4.5)$$

Donde:

A_1, A_2 y A_3 son las áreas de la sección transversal correspondientes a cada columna, identificadas por el subíndice.

A es el área de la sección transversal de los yugos.

l_1, l_2 y l_3 son las longitudes de las reluctancias de las columnas, identificadas por el subíndice.

l es la longitud que representa a los yugos. Recuerde que es un medio de la longitud original de los yugos.

De la expresión (4.5) se aprecia que el término que se desconoce es la propiedad del material (μ), entonces (4.5) se puede representar de la misma forma que (3.20) y aplicando el mismo procedimiento del capítulo anterior se obtiene el porcentaje de la fuerza magnetomotriz que le corresponde a la reluctancia de interés por medio de la expresión (3.22) y sustituyendo el porcentaje de fmm que le corresponde a \mathcal{R}_2 en (2.4) se obtiene la intensidad de campo magnético en esta reluctancia, note que hasta ahora no se sabe de la magnitud de la corriente, ésta se conoce mediante mediciones que se toman de la bobina de prueba la cual es alimentada por una fuente de voltaje de corriente alterna, Figura 4.6.

Para obtener el flujo magnético que circula por el núcleo, se mide el voltaje inducido en otra bobina de prueba, como se muestra en la figura 4.6 y con la expresión (2.18) se obtiene la densidad de flujo en la sección del núcleo donde se está sensando el flujo magnético. Pero debido a que esta bobina de prueba sensa el flujo que circula por el núcleo más un flujo de dispersión de la misma bobina, para una mejor aproximación a la curva característica del material es recomendable obtener únicamente el flujo magnético que circula en el interior del núcleo descartando el flujo de dispersión.

Al igual que con el núcleo monofásico, para encontrar el flujo de dispersión se realiza la prueba de corto circuito en el transformador (sección 3.3), con esto se obtiene la inductancia de dispersión y mediante las expresiones (2.12) y (2.10) en donde i se refiere a la corriente de la prueba de corto circuito y N se refiere al número de vueltas de la bobina de prueba en la cual se mide el voltaje inducido, con esto se obtiene el flujo de dispersión y al ser restado al flujo sensado, se obtiene aproximadamente el flujo que circula en el interior del núcleo magnético.

Como se mencionó anteriormente, la corriente del primario se mide mientras el voltaje de alimentación se varía. Al mismo tiempo el voltaje inducido es medido en otra bobina de prueba, graficando estos valores se puede tener una idea del comportamiento del material que conforma al núcleo magnético, usualmente de esta forma se representa la característica de un material magnético ante la presencia de un campo magnético como se muestra en la Figura 4.10.

Sin embargo, la representación del comportamiento de un material magnético se representa de forma real en función de la densidad de flujo y la intensidad de campo magnético, ya que de lo contrario se obtendrían distintas curvas de magnetización en función de corriente y voltaje para un mismo material dependiendo de su forma física, siendo una sola curva de magnetización para un mismo material en función de B y H .

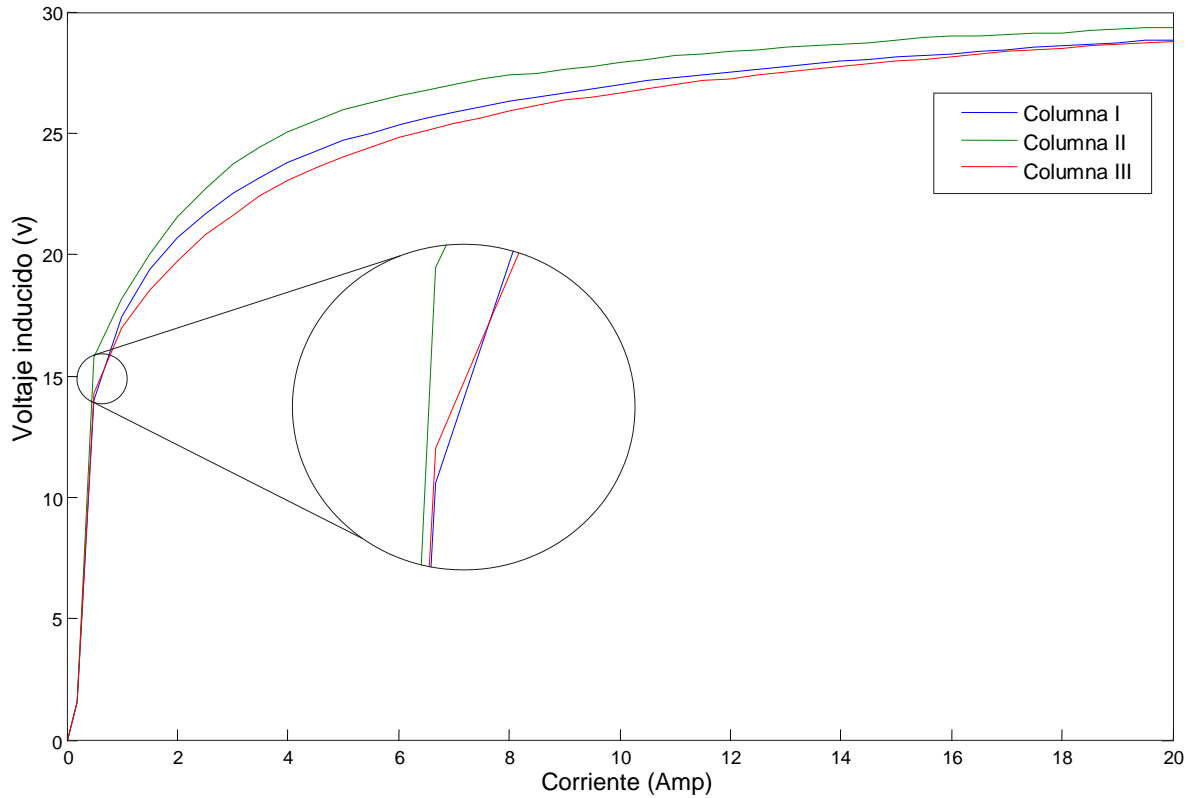


Figura 4.10 Curva de saturación i vs v .

En la Figura 4.10 se muestran gráficamente las mediciones que se tomaron de la columna dos y de la misma manera que en dicha columna, se tomaron mediciones de las columnas restantes. En este tipo de núcleos (núcleo asimétrico) las curvas características i vs v , se obtienen muy similares debido a la construcción física del núcleo, es decir, cada una de las tres columnas constan de las mismas dimensiones pero si se hiciera el mismo experimento en un trayecto de uno de los yugos, se obtendría una curva diferente aunque con el mismo comportamiento, esto debido a que las dimensiones de los yugos son distintas a las dimensiones de las columnas, de hecho, en el acercamiento de la Figura 4.10 se aprecia que por lo menos una de las curvas es de cierta manera más pronunciada a las otras dos curvas.

Para representar la curva característica del material del núcleo, se utilizan los valores medidos de corriente y voltaje que se muestran en la Figura 4.10 y se convierten a B y H

correspondientemente, siguiendo el procedimiento propuesto anteriormente para cada una de las columnas, el resultado de la conversión se muestra en la Figura 4.11.

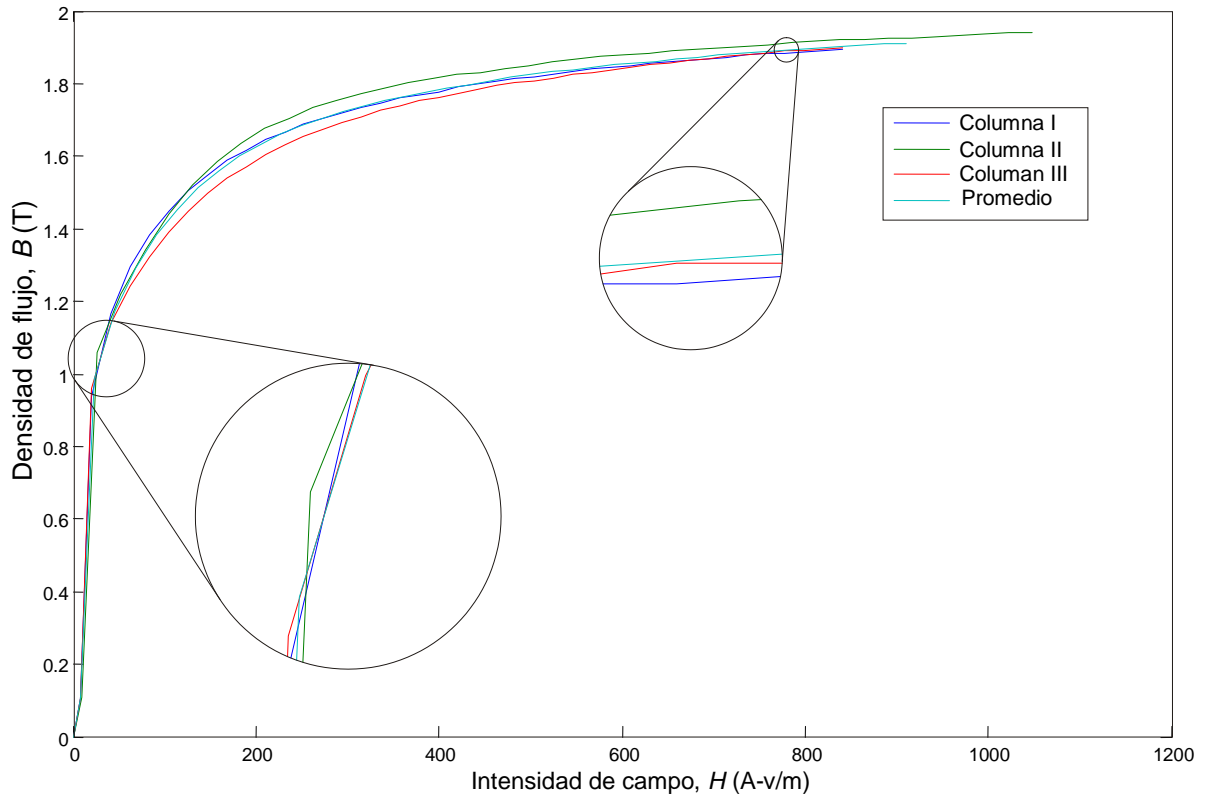


Figura 4.11 Curva de saturación en función de H y B .

Como se comentó antes, a un material magnético le corresponde una curva de magnetización que lo caracterice, esto se muestra en la Figura 4.11. Se han convertido los valores de corriente y voltaje a B y H correspondientemente obteniendo de manera muy aproximada la curva característica del material del núcleo desde distintos puntos del mismo que para mayor exactitud se pueden promediar las tres curvas obtenidas, en el acercamiento de la Figura 4.11 se puede ver que realmente el error entre cada curva es mínimo comprobando lo que se dijo anteriormente.

Capítulo 5

Conclusiones

5.1 Conclusiones

Como se observó en los capítulos anteriores, es fundamental tener conocimientos sobre circuitos magnéticos y de transformadores, enfocándose básicamente a la obtención de sus parámetros.

Aunque la teoría de circuitos magnéticos puede ser muy compleja, es posible obtener un circuito magnético análogo a un circuito eléctrico y con ello el análisis resulta mucho más sencillo, debido a que se pueden aplicar los mismos métodos de solución que a circuitos eléctricos.

La curva de saturación representa el comportamiento de un material magnético ante la presencia de un campo magnético que lo perturbe, comúnmente estas curvas se presentan en función de corriente y voltaje puesto que es muy sencillo obtener la curva de saturación en base a estos parámetros. Dependiendo de la forma física del núcleo de un transformador y del punto donde se toman las mediciones de voltaje y corriente, las curvas obtenidas pueden ser diferentes aunque el núcleo se conforme de un solo material.

La curva característica de saturación debe ser única para el núcleo de un transformador ya que se constituye de un solo material magnético, esto se comprueba al convertir las curvas $v-i$ obtenidas en distintos puntos del núcleo a curvas $H-B$, aún cuando estas últimas no son exactas se puede obtener un promedio de varias curvas para tener mayor aproximación al comportamiento real del material.

En un transformador trifásico de núcleo asimétrico las curvas $v-i$ de cada una de las columnas resultan muy similares debido a las dimensiones de cada una de las columnas del núcleo, pero aún con ello, estas curvas no representan el comportamiento real del material magnético, puesto que si se toman mediciones en uno de los yugos las curvas diferirán. Por lo que es necesario hacer la conversión de estas curvas en función de B y H .

Dependiendo de la aproximación al comportamiento real del material que se desee es posible considerar una sola curva $v-i$ de cualquier punto del núcleo, o el promedio de varias curvas para convertirlas a la curva única $B-H$. En este trabajo se consideró el promedio de varias curvas para una mayor aproximación.

Aunque para la obtención de la curva de saturación $B-H$ se consideró el flujo de dispersión de la bobina de prueba, que sensa el voltaje inducido, solo es una buena aproximación a la curva real de saturación, ya que existen otros factores que se deben tomar en cuenta, como considerar un factor de apilamiento en el laminado del núcleo, que afecte el área de la sección transversal del mismo, otro factor que se puede considerar es la histéresis que se produce al trabajar con voltaje de corriente alterna.

En general, se puede decir que el procedimiento planteado para encontrar la curva $B-H$ es aplicable a núcleos de transformadores de cualquier forma física, debido a que se analiza únicamente la fracción del núcleo que llega a la saturación mediante las pruebas preestablecidas y con esto se cumple el objetivo de esta tesis.

Referencias

[Anaya 1969]

R. Anaya Vázquez, Fundamentos de electricidad y magnetismo, México: Limusa, 1969.

[Kip 1994]

Arthur F. Kip, Fundamentos de electricidad y magnetismo, México: Mc. Graw Hill, 1994.

[Fitzgerald *et al.* 2000]

A.E. Fitzgerald, C. Kingsley Jr, S. D. Umans, Máquinas Eléctricas, México: Mc. Graw Hill, 2000.

[Matsch 1999]

L. A. Matsch, Máquinas eléctricas y electromecánicas, México: Alfaomega, 1999.

[Reitz *et al.* 1996]

J. R. Reitz, Frederick J. Milford, Robert W. Christy, Fundamentos de la Teoría Electromagnética, México: Pearson, 1996.