



**DISEÑO DE OBSERVADORES DE ENTRADAS
DESCONOCIDAS APLICADOS AL PROBLEMA DEL
DIAGNÓSTICO DE FALLAS**

TESIS

**Que para obtener el Título de
INGENIERO EN ELECTRÓNICA**

Presenta

Luis Alberto Torres Salomao

Asesor de Tesis

Dr. Juan Anzures Marín

Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo

Agosto de 2009

Agradecimientos

Mis más sinceros agradecimientos a todas las personas que directa o indirectamente apoyaron este trabajo de tesis. Un agradecimiento especial a mi asesor de tesis, el Dr. Juan Anzurez Marín por todo su apoyo y paciencia. Al M. I. Isidro Ignacio Lázaro Castillo por sus cuidadosas observaciones e interés en el desarrollo de la investigación. A la Dra. Elisa Espinosa Juárez por su acertadas indicaciones, al M. I. Salvador Ramírez Zavala por su apoyo para la concreción de este trabajo y un agradecimiento afectuoso al Dr. Edmundo Barrera Cardiel por su meticulosa revisión.

A profesores como el Ing. Félix Jiménez Pérez, Mtro. Pedro Ferreira Herrerón, Ing. Ignacio Franco Torres, Dr. Gilberto González Ávalos, que siempre motivaron mis inquietudes en la electrónica, resolvieron mis dudas y fomentaron mi formación en todos los aspectos.

A todos mis compañeros con quienes compartí diversas experiencias y en especial a Celso Cortés Cervantes con quien trabajé conjuntamente y sin cuyas observaciones no habría podido culminar este trabajo.

Dedicatoria

A mis padres, que sin su apoyo incondicional a lo largo de toda mi formación no habría podido concretar mis estudios. Por su ejemplo de dedicación en la investigación además de su ejemplo moral en todas sus acciones. Por inculcarme el amor hacia el conocimiento en general. Por sus consejos y todas las preocupaciones que por mi beneficio tuvieron.

A mi hermana Mariana, por fomentar siempre en mí el gusto por el conocimiento con sus regalos y por todo su apoyo brindado.

A Sandra por todo su amor y cariño. Por fomentar en mí el interés constante en seguir superándome, e impulsarme a mejorar en todos los aspectos de mi vida, incluso en el espiritual.

A mis mejores amigos Omar y Henry por brindarme su amistad y ayudarme a distraerme cuando es necesario.

Resumen

El trabajo de investigación presenta un esquema de diagnóstico de fallas basado en Observadores de Entradas Desconocidas, UIO's (Unknown Input Observers). La técnica propuesta se basa en la observación de señales de error conocidas como residuos y utiliza el modelo matemático del sistema a observar. Los residuos se obtienen al comparar la salida real del sistema con la salida estimada del observador, y su característica especial es que su vector de error tiene una tendencia asintótica a cero sin considerar las entradas desconocidas o disturbios.

En la literatura se señalan tres pasos esenciales para un esquema de diagnóstico de fallas. El primer paso trata la detección de las fallas, es decir, saber que una falla ha ocurrido. El siguiente paso se enfoca en el aislamiento de las fallas, saber dónde ocurrió la falla (sensor, actuador). El último paso corresponde a la identificación de la falla donde se debe estimar el tamaño, tipo y naturaleza de la falla.

El trabajo desarrollado se enfocó a los dos primeros pasos, siendo el correspondiente al aislamiento exclusivo para fallas en sensores. Se presenta el diseño de UIO's Robustos y su correspondiente modificación para lograr el aislamiento de las fallas.

El algoritmo presentado se probó satisfactoriamente mediante simulación en tres modelos dinámicos representados en espacio de estado: El modelo de un Sistema Hidráulico de Dos Tanques (SHDT), el modelo de un Motor de CD y en el modelo de un Sistema de $\frac{1}{4}$ de Suspensión de un Autobús. Se obtuvo un esquema de detección de fallas para todos ellos y adicionalmente uno de aislamiento para el caso del SHDT y el de suspensión.

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Antecedentes	3
1.2. Objetivo	6
1.3. Justificación	6
1.4. Metodología	6
1.5. Contenido	7
2. Marco Teórico	9
2.1. Obtención de Ecuaciones de Estado	9
2.1.1. Introducción	9
2.1.2. Forma canónica controlable	9
2.1.3. Forma canónica observable	13
2.2. Controlabilidad y Observabilidad	15
2.2.1. Controlabilidad	15
2.2.2. Observabilidad	15
2.3. Diagnóstico de Fallas Basado en el Modelo	16
2.4. Modelado de Sistemas con Fallas	19
2.5. Observadores de Entradas Desconocidad (UIO)	20
2.5.1. Introducción	20
2.5.2. Diseño de observadores de entradas desconocidas	21
2.5.3. Procedimiento general de diseño de un UIO	25
2.5.4. Esquemas de detección y aislamiento robusto de fallas basados en UIO's	26

3. Casos de Estudio	31
3.1. Sistema Hidráulico de Nivel de Líquido de Dos Tanques	31
3.1.1. Introducción	31
3.1.2. Modelado del sistema	32
3.1.3. Diseño de un observador de entradas desconocidas de orden completo . .	36
3.1.4. Simulación del UIO	38
3.1.5. Esquema de aislamiento de fallas robusto	40
3.2. Motor de Corriente Directa	45
3.2.1. Introducción	45
3.2.2. Modelado del sistema	45
3.2.3. Diseño de un observador de entradas desconocidas de orden completo . .	48
3.2.4. Simulación del UIO	49
3.3. Sistema de Suspensión de un Autobús	50
3.3.1. Introducción	50
3.3.2. Modelado del sistema	51
3.3.3. Diseño de un observador de entradas desconocidas de orden completo . .	53
3.3.4. Simulación del UIO	54
3.3.5. Esquema de aislamiento de fallas robusto	55
4. Conclusiones y Trabajo Futuro	63
4.1. Conclusiones	63
4.2. Trabajo Futuro	64
A. Programa en MatLab para el Diseño de un UIO	65
B. Programa UIO Robusto Sistema Hidráulico de Dos Tanques	67
C. Programa UIO con Aislamiento Sistema Hidráulico de Dos Tanques	69
D. Programa UIO Robusto Motor de CD	71
E. Programa UIO Robusto Sistema Suspensión	73

<i>ÍNDICE GENERAL</i>	3
F. Programa UIO con Aislamiento Sistema Suspensión	75

Índice de figuras

1.1. Ejemplo de una grabadora de impresión de puntos actual. Modelo: AL3000 Series Hybrid Recorders (Dot-printing Type).	4
1.2. Commodore 64, una de las microcomputadoras más populares y más vendidas. . .	5
2.1. Estructura conceptual del Diagnóstico de Fallas Basado en el Modelo	18
2.2. Diagnóstico de Fallas y lazo de control	19
2.3. Sistema en lazo abierto	19
2.4. Dinámica del Sistema	20
2.5. Estructura de un Observador de Entradas Desconocidas de orden completo . . .	22
2.6. Un esquema de Aislamiento Robusto de Sensores	29
3.1. Sistema hidráulico dos tanques (SHDT)	32
3.2. Residuo del SHDT libre de fallas	39
3.3. Residuo del SHDT falla en el sensor de nivel de líquido 1	39
3.4. Residuo del SHDT falla en el sensor de nivel de líquido 2	39
3.5. Residuos del UIO con aislamiento para SHDT libre de fallas	42
3.6. Residuos UIO con aislamiento para SHDT con falla en el sensor 1	43
3.7. Residuos del UIO con aislamiento para SHDT con falla en el sensor 2	44
3.8. Motor de corriente directa	46
3.9. Residuo para el motor de cd libre de fallas	49
3.10. Residuo para el motor de cd, falla en el sensor 1	50
3.11. Residuo para el motor de cd, falla en el sensor 2	50
3.12. Modelo del Sistema de Suspensión de $\frac{1}{4}$ de Autobús	51

3.13. Residuo para la Suspensión de un $\frac{1}{4}$ Autobús libre de fallas	55
3.14. Residuo para la Suspensión de un $\frac{1}{4}$ Autobús, falla en el estado 2	55
3.15. Residuo para la Suspensión de un $\frac{1}{4}$ Autobús, falla en el estado 3	56
3.16. Residuos del UIO con aislamiento para la Suspensión de un $\frac{1}{4}$ Autobús libre de fallas	58
3.17. Residuos del UIO con aislamiento para la Suspensión de un $\frac{1}{4}$ Autobús con falla en el sensor 1	59
3.18. Residuos del UIO con aislamiento para la Suspensión de un $\frac{1}{4}$ Autobús con falla en el sensor 2	60
A.1. Programa en MatLab para el diseño de un UIO	66
B.1. Modelo en Simulink del diseño de un UIO de un Sistema Hidráulico de Dos Tanques	68
C.1. Modelo en Simulink del diseño de un UIO con aislamiento de un Sistema Hidráulico de Dos Tanques	70
D.1. Modelo en Simulink del diseño de un UIO de un Motor de CD	72
E.1. Modelo en Simulink del diseño de un UIO de un Sistema de Suspensión de $\frac{1}{4}$ de Autobús	74
F.1. Modelo en Simulink del diseño de un UIO con aislamiento de un Sistema de Suspensión de $\frac{1}{4}$ de Autobús	76

Capítulo 1

Introducción

El presente trabajo de investigación aborda la problemática del diagnóstico de fallas. La investigación de los métodos para el diagnóstico de fallas no es una labor nueva sino que surge desde la década de los setenta. Desde ese entonces hasta la actualidad se le han dado diversos enfoques, sin embargo, aun no se ha encontrado una solución completa. Se puede vislumbrar el diagnóstico de fallas como un problema abierto.

El interés de trabajar con este tema surge debido a que se considera una aplicación de suma importancia dentro de la teoría de control moderno. En la actualidad existen muchos sistemas automatizados donde una falla puede llevar a catástrofes de diversas índoles. Es fácil imaginar las consecuencias desastrosas que se podrían originar cuando un sistema dinámico como un avión o una planta nuclear fallan. Existen muchos sistemas donde hay vidas humanas en riesgo, y la tarea primordial de cualquier sistema automatizado es garantizar la seguridad de los seres humanos que lo manipulan. Aquí, y en menor medida con pérdidas de índole monetaria o hasta ecológica, es donde entra la importancia de tener sistemas de monitoreo capaces de detectar una falla y en dado caso iniciar un proceso para su aislamiento, identificación y solución.

Gracias a la tecnología actual grandes mejoras se han llevado a cabo. Los métodos que se usan para el diagnóstico de fallas se basan principalmente en el uso de herramientas computacionales. Esta tecnología hace que año con año los accidentes que reclaman vidas humanas disminuyan. En nuestros días es difícil encontrar un sistema que no cuente con elementos de protección en caso de una falla, sin embargo, en algunos casos esto no es suficiente. Debido a que existen

algunos sistemas donde una falla puede ser catastrófica, el paso siguiente consiste en detectar la falla antes de que suceda para así tomar las providencias necesarias. En la industria una falla de una máquina puede resultar en pérdidas de millones de pesos, daños al medio ambiente o hasta en pérdidas de vidas humanas. Detectar una falla antes de que suceda puede ayudar a disminuir sus efectos negativos o hasta evitar que suceda en el mejor de los casos.

El presente trabajo se enfoca primordialmente en el estudio y aplicación en simulación de un algoritmo de detección de fallas propuesto por Chen y Patton¹ y conocido como diagnóstico de fallas con observadores de entradas desconocidas (UIO). Este método no necesita de gran inversión para su aplicación, funciona para muchos de los sistemas más comunes y es fácilmente aplicable.

También es importante mencionar que el método de diagnóstico de fallas que se aborda se basa en el uso de un modelo matemático.

Chen y Patton definen una falla como un cambio inesperado de una función de un sistema. Dicha falla o perturbación modifica el funcionamiento normal de un sistema automatizado y consecuentemente deteriora el desempeño del sistema y hasta puede llevar a situaciones peligrosas.

Isermann² en 1984 definió una falla como una desviación no permitida de una propiedad carac-

¹El Doctor Jie Chen ha trabajado en el Diagnóstico de Fallas por más de ocho años, escribiendo más de cincuenta artículos relacionados con el tema en periódicos internacionales y en conferencias. Es un miembro del comité técnico del IFAC en procesos seguros. En 1997 recibió, junto con R. J. Patton, el premio IEEE Kelvin por un artículo publicado. Su interés en investigación actual es en diagnóstico de fallas basado en modelos y aplicaciones para sistemas no-lineales, control robusto tolerante a fallas y en técnicas neurodifusas para control y diagnóstico de fallas.

El profesor Ron J. Patton tiene un gran número de contribuciones fundamentales al diagnóstico de fallas basado en modelos y al diseño de sistemas de control con asignación de estructura propia. Ha sido también presidente de diversos comités.

²Rolf Isermann es profesor de la Universidad de Stuttgart desde 1977. Ha sido jefe del Laboratorio de Ingeniería de Control y Automatización de Procesos en el Instituto de Control Automático en la Universidad Técnica de Darmstadt en Alemania. Su interés en investigación se centra en: procesos de modelado, identificación de procesos, sistemas de control digital, sistemas de control adaptivo, diagnóstico de fallas y sistemas mecatrónicos. Ha escrito diversos libros y artículos sobre estos temas. Fué presidente del Comité del Programa Internacional del 10º Congreso Mundial IFAC en Munich y del Symposium IFAC Safeprocess en Baden-Baden.

terística que lleva a la incapacidad de cumplir con el propósito deseado.

Un sistema de monitoreo que se use para detectar fallas y diagnosticar su localización y su impacto es llamado “Sistema de Diagnóstico de Fallas”. Un sistema de este tipo normalmente debe cumplir con las siguientes tareas:

1. Detección de Falla: Es tomar la decisión de que algo ha ido mal o de que todo funciona normalmente.
2. Aislamiento de Falla: Es detectar la localización de la falla. Por ejemplo detectar cual sensor o actuador ha fallado.
3. Identificación de la Falla: Es estimar el tipo, naturaleza o importancia de la falla.

La importancia de las tres tareas antes mencionadas es obvia, sin embargo, la detección de la falla se puede considerar como la más importante debido a que a partir de que se sabe que existe una falla en el sistema se puede definir un método para corregirla y contrarrestar sus efectos negativos.

En la actualidad muchos sistemas automáticos son tolerantes a fallas por lo que pueden continuar su operación a pesar de tener una. De cualquier forma, algunas fallas pueden llevar a una degradación paulatina del sistema y probablemente provocar una catástrofe. De ahí la importancia de poder identificar que una falla ha ocurrido para así mismo tomar las decisiones convenientes.

1.1. Antecedentes

El inicio del Diagnóstico de Fallas Basado en Modelos como lo conocemos actualmente se puede encontrar, como se puntualizó antes, a inicios de los años setenta gracias al desarrollo de las tecnologías computacionales. Sin embargo, el problema de la detección de fallas puede encontrarse desde finales del siglo XIX con el chequeo de límites en la instrumentación de máquinas. La supervisión de plantas se hacía usando tinta y después grabadoras de impresión de puntos. Esto era equipamiento estándar desde 1935 [1]. En la figura 1.1 se muestra una grabadora de impresión de puntos actual.



Figura 1.1: Ejemplo de una grabadora de impresión de puntos actual. Modelo: AL3000 Series Hybrid Recorders (Dot-printing Type).

Después, alrededor de 1960, controladores analógicos basados en amplificadores con transistores fueron usados de forma similar para el chequeo de límites. Los métodos basados en modelos de señales como el de análisis de espectro se realizaban con filtros analógicos pasa banda y osciloscopios. Alrededor de 1968 aparecieron los primeros controladores lógicos programables que reemplazaron a los basados en hardware (hardware controllers) por relevadores electro-mecánicos. Esto logró que se desarrollaran sistemas de protección más fácilmente [1].

A partir de 1971 es cuando se puede considerar el inicio formal del Diagnóstico de Fallas Basado en Modelos. Este año marca la creación de la microcomputadora. (Figura 1.2) Gracias al traslado de técnicas en hardware a basadas en software, se logró el desarrollo de algoritmos de supervisión y detección de fallas mucho más evolucionadas.

Los primeros trabajos realizados relacionados con métodos de detección de fallas basados en modelos surgen como consecuencia de sistemas aeroespaciales y en plantas químicas. Estos conceptos iniciales se pueden clasificar como Enfoques de Relaciones de Paridad. Este método es muy similar al que se desarrolló en el presente trabajo, ya que al igual que en el caso de los observadores de entradas desconocidas, basa su funcionamiento en un algoritmo que genera un residuo. Además, también se basa en la representación del sistema en ecuaciones de estado [2]. Este método se continuó desarrollando por Chow y Willsky (1984) y Gertler (1988) propuso un



Figura 1.2: Commodore 64, una de las microcomputadoras más populares y más vendidas.

método similar en el dominio z [3].

Otros desarrollos similares fueron propuestos alrededor de la misma época. Uno de ellos por Beard en el Massachusetts Institute of Technology (MIT), similar en el sentido de reemplazar la redundancia por hardware con la redundancia analítica, es decir, basada en software. En esta propuesta se generaron residuos direccionales haciendo uso de filtros de detección con el propósito de resolver el problema del diagnóstico de fallas. Así mismo se puede mencionar el método desarrollado por Mehra y Peschon (1971), donde introdujeron un procedimiento general para el diagnóstico de fallas usando residuos generados por un filtro de Kalman. Las fallas se diagnostican en este método con pruebas estadísticas, media y covarianza [3].

El siguiente paso fue el desarrollo de Métodos Basados en Observadores. Aquí aparece el muy conocido Observador de Estados de Luenberger, que fue utilizado para la detección de fallas por vez primera por Clark y sus colaboradores [4].

A partir de 1990 la investigación en el Diagnóstico de Fallas tomó diversos enfoques. Varios artículos se han publicado, y la serie de IFAC Symposium's de SAFE PROCESS son una buena fuente de trabajos relacionados con el tema. Algunos de los artículos y libros que pueden citarse son [5], [6], [7], [8], [9], [10], [11], [12], [13], [14], [15], [16], [17], [18], [19], [20], [21], [22], [23], [24], [25], [26], [27].

Las diversas aportaciones que se han desarrollado son muy variadas, y una visión completa

sería muy extensa. Además, debido a que el Diagnóstico de Fallas es un problema abierto, se puede resolver desde distintos enfoques. El método de Diagnóstico de Fallas con uso de Observadores de Entradas Desconocidas propuesto por Chen y Patton (1999) se considera como de propósito general, ya que puede ser aplicable para sistemas muy diversos. Aun cuando no es muy complicada su implementación, genera resultados bastante buenos.

1.2. Objetivo

El objetivo del presente trabajo es aplicar el método de Diagnóstico de Fallas con Observadores de Entradas Desconocidas a diferentes sistemas dinámicos lineales y no lineales, bajo un punto de operación linealizado.

1.3. Justificación

La generación de residuos robustos es la tarea más importante en el Diagnóstico de Fallas Basado en Modelos. Cuando se conocen los parámetros del sistema que se desea diagnosticar, los Observadores de Entradas Desconocidas surgen como un método sencillo y muy efectivo para solucionar el problema de la detección y el aislamiento de fallas en el sistema dado. De forma general, se conocen o se pueden obtener modelos matemáticos suficientemente exactos para la mayoría de los sistemas dinámicos físicos. Por lo mismo, el método propuesto es suficiente para los propósitos de la investigación.

1.4. Metodología

La metodología que se siguió para llevar a cabo la investigación se explica a continuación:

- **Revisión Bibliográfica**

Después de haber escogido el tema sobre el cual se planeó llevar a cabo la investigación, se inició una revisión bibliográfica del tema. Se revisaron diversos artículos publicados en eventos

y revistas del IEEE para conocer el estado del arte en investigación relacionada con Diagnóstico de Fallas. También se revisaron varios libros de autores reconocidos en el tema.

■ Selección de la técnica

El siguiente paso fue seleccionar la técnica a usar. Hay diversas técnicas para el Diagnóstico de Fallas y en la mayoría de los casos se seleccionan de acuerdo a la aplicación. En el presente trabajo, se escogió una técnica de carácter general aplicable a varios sistemas. Es en este punto en el que se basó la selección.

■ Simulación y aplicación a diversos modelos de sistemas

Después de seleccionar la técnica de diagnóstico de fallas basada en observadores de entradas desconocidas, fue aplicada a diversos modelos de sistemas físicos para así observar su efectividad. Todo este trabajo se basó en la simulación de los sistemas y de los observadores en Simulink de MatLab[®].

■ Análisis de los resultados

Con los resultados obtenidos de las diferentes simulaciones de los sistemas se procedió a organizar la información para su posterior análisis. Se compararon los resultados obtenidos para así poder generalizar los resultados.

■ Conclusiones

Con base en los resultados obtenidos se llegó a diversas conclusiones al respecto de la técnica usada.

1.5. Contenido

Esta tesis está organizada en cuatro capítulos.

En el *primer capítulo* se da un acercamiento de carácter general al Diagnóstico de Fallas. Se incluye un esbozo histórico de los inicios y del estado del arte en la investigación y aplicación

de las diversas técnicas usadas para la problemática tratada. Se plantea el objetivo del presente trabajo así como sus alcances.

En el *capítulo 2* se dan conceptos generales de Teoría de Control y de Observadores. Además se explica la técnica de Observadores de Entradas Desconocidas aplicada al Diagnóstico de Fallas. El *capítulo 3* es una recopilación de diversos ejemplos de sistemas físicos donde se simulan situaciones de fallas y se utiliza la técnica seleccionada para realizar la detección y el diagnóstico de las fallas.

En el *capítulo 4* se presentan los resultados y se dan conclusiones generales al respecto de los ejemplos de los sistemas escogidos. Se dan también las posibilidades consideradas como trabajos futuros.

Capítulo 2

Marco Teórico

2.1. Obtención de Ecuaciones de Estado

2.1.1. Introducción

En esta sección se aborda la problemática de determinar la descripción de un sistema en variables de estado a partir del conocimiento de su función de transferencia. Es importante mencionar que la representación en variables de estado no es única. Generalmente se recurre a la representación de las formas canónicas estándar, ya sea la forma canónica controlable o la forma canónica observable [28].

También se presenta la importancia que tiene la representación en variables de estado para el diseño de Observadores de Entradas Desconocidas.

2.1.2. Forma canónica controlable

Esta representación recibe este nombre por su uso en el diseño de controladores para la retroalimentación de variables de estado. Para comprender mejor como se deriva la forma canónica controlable a partir de una función de transferencia se considerará primeramente el caso de una función de transferencia en el dominio s y sin ceros finitos, esto es:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0} \quad (2.1)$$

La cual se puede escribir como:

$$(s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \cdots + a_1s + a_0)Y(s) = U(s) \quad (2.2)$$

Pasando la ecuación al dominio del tiempo:

$$\frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \cdots + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = u(t) \quad (2.3)$$

De aquí:

$$\frac{d^n y}{dt^n} = -a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} - \cdots - a_1 \frac{dy}{dt} - a_0 y + u(t) \quad (2.4)$$

Seleccionando como variables de estado:

$$\begin{aligned} x_1 &= y \\ x_2 &= \frac{dy}{dt} = \frac{dx_1}{dt} = \dot{x}_1 \\ x_3 &= \frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{dx_2}{dt} = \dot{x}_2 \\ &\vdots \\ x_n &= \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} = \frac{dx_{n-1}}{dt} = \dot{x}_{n-1} \end{aligned} \quad (2.5)$$

Sustituyendo las ecuaciones 2.5 en 2.4 :

$$\frac{d^n y}{dt^n} = \frac{dx_n}{dt} = -a_{n-1}x_n - a_{n-2}x_{n-1} - \cdots - a_1x_2 - a_0x_1 + u(t) \quad (2.6)$$

Al escribirla en forma matricial, se llega a:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \cdots & -a_{n-2} & -a_{n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \quad (2.7)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix}$$

Ahora considerando la forma más general, partiendo de la función de transferencia de orden n .

$$G(s) = \frac{b_{n-1}s^{n-1} + b_{n-2}s^{n-2} + \cdots + b_1s + b_0}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \cdots + a_1s + a_0} \quad (2.8)$$

Se definen las funciones de transferencia:

$$\frac{Y(s)}{Z(s)} = b_{n-1}s^{n-1} + b_{n-2}s^{n-2} + \cdots + b_1s + b_0 \quad y \quad (2.9)$$

$$\frac{Z(s)}{U(s)} = \frac{1}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \cdots + a_1s + a_0} \quad (2.10)$$

Las cuales se interpretan como dos funciones de transferencia en cascada de la forma:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{Y(s)}{Z(s)} \times \frac{Z(s)}{U(s)} \quad (2.11)$$

Transformando la ecuación 2.10 al dominio del tiempo:

$$\frac{d^n z}{dt^n} = -a_{n-1} \frac{d^{n-1} z}{dt^{n-1}} - a_{n-2} \frac{d^{n-2} z}{dt^{n-2}} - \cdots - a_1 \frac{dz}{dt} - a_0 z + u(t) \quad (2.12)$$

Mientras que para 2.9, se llega a:

$$y = b_{n-1} \frac{d^{n-1} z}{dt^{n-1}} + b_{n-2} \frac{d^{n-2} z}{dt^{n-2}} + \cdots + b_1 \frac{dz}{dt} + b_0 z \quad (2.13)$$

Definiendo las variables de estado:

$$\begin{aligned}
 x_1 &= z \\
 x_2 &= \frac{dz}{dt} = \frac{dx_1}{dt} = \dot{x}_1 = \dot{z} \\
 x_3 &= \frac{d^2z}{dt^2} = \frac{dx_2}{dt} = \dot{x}_2 \\
 &\vdots \\
 x_n &= \frac{d^{n-1}z}{dt^{n-1}} = \frac{dx_{n-1}}{dt} = \dot{x}_{n-1}
 \end{aligned} \tag{2.14}$$

Con lo cual:

$$\frac{d^n z}{dt^n} = \frac{dx_n}{dt} = -a_{n-1}x_n - a_{n-2}x_{n-1} - \cdots - a_1x_2 - a_0x_1 + u(t) \tag{2.15}$$

Mientras que de 2.13, se llega a:

$$y = b_{n-1}x_n + b_{n-2}x_{n-1} + \cdots + b_1x_2 + b_0x_1 \tag{2.16}$$

Escribiendo las ecuaciones 2.14 en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \cdots & -a_{n-2} & -a_{n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \tag{2.17}$$

$$y = \begin{bmatrix} b_0 & b_1 & \cdots & b_{n-2} & b_{n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix}$$

2.1.3. Forma canónica observable

Esta representación es llamada así por su uso en el diseño de observadores de estado. Para derivar su estructura general considerese la función de transferencia dada por 2.8:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_{n-1}s^{n-1} + b_{n-2}s^{n-2} + \cdots + b_1s + b_0}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \cdots + a_1s + a_0} \quad (2.18)$$

Reacomodando la ecuación anterior:

$$(s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \cdots + a_1s + a_0) Y(s) = (b_{n-1}s^{n-1} + b_{n-2}s^{n-2} + \cdots + b_1s + b_0) U(s) \quad (2.19)$$

O también:

$$s^n Y(s) + s^{n-1} [a_{n-1}Y(s) - b_{n-1}U(s)] + \cdots + s [a_1Y(s) - b_1U(s)] + [a_0Y(s) - b_0U(s)] = 0 \quad (2.20)$$

Despejando para $sY(s)$:

$$\begin{aligned} sY(s) &= -[a_{n-1}Y(s) - b_{n-1}U(s)] - s^{-1} [a_{n-2}Y(s) - b_{n-2}U(s)] \\ &\quad - \cdots - \frac{1}{s^{n-2}} [a_1Y(s) - b_1U(s)] - \frac{1}{s^{n-1}} [a_0Y(s) - b_0U(s)] \end{aligned} \quad (2.21)$$

Definiendo como variables de estado las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -(a_0y - b_0u) \\ \dot{x}_2 &= x_1 - (a_1y - b_1u) \\ \dot{x}_3 &= x_2 - (a_2y - b_2u) \\ &\vdots \\ \dot{x}_{n-1} &= x_{n-2} - (a_{n-2}y - b_{n-2}u) \\ \dot{x}_n &= x_{n-1} - (a_{n-1}y - b_{n-1}u) \end{aligned} \quad (2.22)$$

De acuerdo a esta definición se tiene:

$$\begin{aligned}
sx_1(s) &= -(a_0y - b_0u) \\
sx_2(s) &= -\frac{1}{s}(a_0y - b_0u) - (a_1y - b_1u) \\
sx_3(s) &= -\frac{1}{s^2}(a_0y - b_0u) - \frac{1}{s}(a_1y - b_1u) - (a_2y - b_2u) \\
&\vdots \\
sx_{n-1}(s) &= -\frac{1}{s^{n-2}}(a_0y - b_0u) - \frac{1}{s^{n-3}}(a_1y - b_1u) - \cdots - (a_{n-2}y - b_{n-2}u) \\
sx_n(s) &= -\frac{1}{s^{n-1}}(a_0y - b_0u) - \frac{1}{s^{n-2}}(a_1y - b_1u) \\
&\quad - \cdots - \frac{1}{s}(a_{n-2}y - b_{n-2}u) - (a_{n-1}y - b_{n-1}u)
\end{aligned} \tag{2.23}$$

Comparando esta última ecuación con 2.21, se llega a:

$$y = x_n \tag{2.24}$$

Así, las ecuaciones de estado para la forma canónica observable quedan de la forma:

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & -a_0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & -a_1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & -a_{n-2} \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & -a_{n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ b_{n-2} \\ b_{n-1} \end{bmatrix} u(t) \\
y &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.25}$$

2.2. Controlabilidad y Observabilidad

2.2.1. Controlabilidad

Se dice que un sistema es completamente controlable si es posible encontrar una entrada $u(t)$ tal que transfiera el sistema de cualquier estado inicial $x(t_0)$ a cualquier estado final $x(t_f)$ en un tiempo finito. Para determinar si un sistema es controlable se puede utilizar el modelo de la planta y el teorema de controlabilidad, el cual se enuncia a continuación [28].

Teorema 1 *El sistema $\dot{x} = Ax + Bu$ es controlable si y sólo si:*

$$\text{rango}(U) = \text{rango} \begin{bmatrix} B & AB & A^2B & \cdots & A^{n-1}B \end{bmatrix} = n \quad (2.26)$$

Donde n es la dimensión u orden del sistema, es decir:

$$\det(U) = \det \begin{bmatrix} B & AB & A^2B & \cdots & A^{n-1}B \end{bmatrix} \neq 0 \quad (2.27)$$

A la matriz U se le conoce como matriz de controlabilidad y se define por:

$$U = \begin{bmatrix} B & AB & A^2B & \cdots & A^{n-1}B \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

Observación 1 *Cuando se dice controlable significa que todas las variables de estado son controlables, es decir, que existe una ley de control que permite que un sistema modelado en variables de estado pueda ser controlado.*

2.2.2. Observabilidad

Se dice que un sistema es completamente observable cuando su estado puede determinarse al conocer su entrada $u(t)$ y salida $y(t)$ sobre un intervalo finito de tiempo. En otras palabras, es la capacidad de deducir las variables de estado a partir del conocimiento de la entrada $u(t)$ y la salida $y(t)$. La observabilidad es un concepto ampliamente utilizado en la Teoría de Control y es una etapa previa para el diseño de los sistemas de control óptimo. A continuación se muestran los requisitos para la observabilidad de un sistema [28].

Teorema 2 *Sea el sistema en espacio de estado el siguiente:*

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx\end{aligned}\tag{2.29}$$

Este sistema será observable si y sólo si:

$$\text{rango} \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} = n\tag{2.30}$$

Lo cual significa que:

$$\det \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \neq 0\tag{2.31}$$

Se puede definir a la matriz V como matriz de observabilidad y como:

$$V = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}\tag{2.32}$$

2.3. Diagnóstico de Fallas Basado en el Modelo

El enfoque del diagnóstico de fallas basado en modelos para procesos automatizados ha venido cobrando importancia tanto en investigación como en el ámbito de su aplicación en procesos reales.

La principal desventaja de los diversos métodos que se basan en modelos se debe al modelo mismo. Esto resulta evidente al recordar que el modelo matemático de un sistema físico nunca puede expresar de forma completa todas las variables que lo afectan en la realidad, siempre existirán incertidumbres debido al entendimiento incompleto del proceso que se desea monitorear. Sin embargo, si se compara el método clásico de diagnóstico de fallas basado en redundancia de hardware, se advierte una mejora en el costo al utilizar redundancia en el software (diagnóstico de fallas basado en modelos o redundancia analítica), al considerar el mantenimiento del equipo así como el espacio extra requerido para su montaje. Otra ventaja es el hecho de que al contar con un esquema basado en redundancia analítica no ocurren fallas por el hardware extra no existente, y por lo tanto, puede considerarse a la redundancia analítica como de mayor confiabilidad.

Chen y Patton definen el diagnóstico de fallas basado en modelos como la detección, aislamiento y caracterización de fallas en los componentes de un sistema gracias a la comparación de las mediciones disponibles con información *a priori* representada por el modelo matemático del sistema en cuestión [3].

La generación de residuos es el paso siguiente para detectar las fallas. Un residuo es una diferencia entre una medición del sistema real y su similar obtenida a partir del modelo matemático del sistema. A partir de definir un umbral adecuado, fijo o variable, es como se obtiene la detección de fallas.

Un esquema general ampliamente aceptado del diagnóstico de fallas fue primeramente propuesto por Chow y Willsky como se muestra en la figura 2.1 [29] [30].

El propósito de la generación de residuos es generar una señal que indique una falla usando la información disponible de las entradas y salidas del proceso monitoreado. Esta señal auxiliar se diseña para reflejar la posible presencia de una falla en el sistema analizado. El residuo debe ser normalmente cero o cercano a cero cuando no existe una falla. Sin embargo, cuando una falla ocurre, debe distinguirse en el umbral una diferencia considerable de cero. El algoritmo usado para generar residuos es comúnmente llamado generador de residuos.

En la etapa de toma de decisión se examinan los residuos para identificar la posibilidad de la existencia o no de una falla. En esta sección se aplica una regla para tomar una decisión. Esta

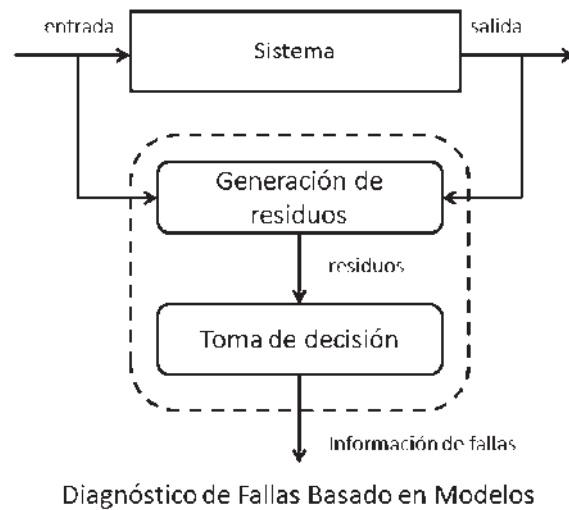


Figura 2.1: Estructura conceptual del Diagnóstico de Fallas Basado en el Modelo

regla puede ser simplemente la aplicación de un umbral o hasta puede basarse en métodos de toma de decisión basados en estadística.

La fase importante en el diagnóstico de fallas basado en modelos se enfoca en la generación de residuos debido a que la toma de decisiones basada en residuos efectivamente diseñados es relativamente fácil.

Otro aspecto importante que debe de considerarse es que el diagnóstico de fallas basado en modelos está interesado principalmente en el diagnóstico de fallas en línea, es decir, durante la operación del sistema. La información necesaria para llevar a cabo el diagnóstico de fallas se obtiene de las entradas a los actuadores y de las salidas de los sensores. Es importante resaltar que para el diagnóstico de fallas no es importante conocer el funcionamiento del sistema en lazo cerrado. Una vez que se conocen las entradas a los actuadores del sistema, el problema del diagnóstico de fallas es igual sin importar si el sistema trabaja en lazo abierto o cerrado. (figura 2.2)

En algunas ocasiones la entrada del sistema no está disponible y es necesario usar el comando de referencia del controlador para el diagnóstico de fallas. En esta situación el controlador juega un papel muy importante, y la mejor solución es diseñar el controlador y el esquema de diagnóstico de fallas simultáneamente.

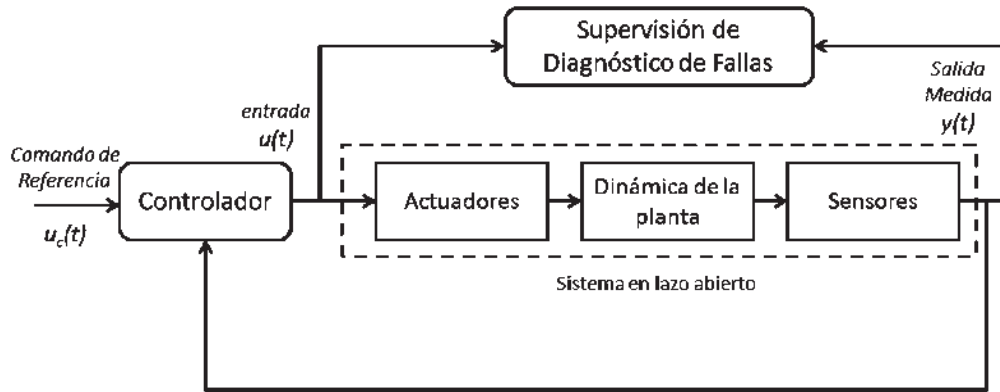


Figura 2.2: Diagnóstico de Fallas y lazo de control

2.4. Modelado de Sistemas con Fallas

El primer paso para el diagnóstico de fallas basado en modelos es construir un modelo matemático del sistema a monitorear. Como se explicó anteriormente se usa el modelo del sistema en lazo abierto, y por lo tanto, se puede separar el modelo en tres secciones: actuadores, dinámica del sistema y sensores. El sistema dinámico como el de la figura 2.3 puede ser descrito en espacio de estado como:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu_R(t) \\ y_R(t) = Cx(t) + Du_R(t) \end{cases} \quad (2.33)$$



Figura 2.3: Sistema en lazo abierto

Donde $x \in \mathbb{R}^n$ es el vector de estado, $u_R \in \mathbb{R}^r$ es el vector de entrada e $y_R \in \mathbb{R}^m$ es la salida del sistema real; A , B , C , y D son matrices conocidas con dimensiones apropiadas. Cuando una falla de componente ocurre en el sistema (figura 2.4), el modelo dinámico se puede describir como:

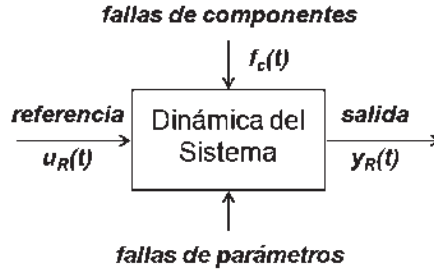


Figura 2.4: Dinámica del Sistema

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu_R(t) + f_c(t) \quad (2.34)$$

2.5. Observadores de Entradas Desconocidad (UIO)

2.5.1. Introducción

El esquema de Observadores de Entradas Desconocidas, UIO (*Unknown Input Observers*) basa su funcionamiento en la generación de señales comúnmente conocidas como residuos robustos a partir de la comparación de una señal medida en el sistema bajo prueba y una señal estimada por el observador. Estos residuos se dicen robustos en el sentido de que son insensibles a las variaciones o cambios en su operación acotados por un umbral, sin sufrir alteraciones importantes o pérdidas en su funcionalidad.

De esta forma, la generación de residuos robustos es la tarea de mayor importancia en el diagnóstico de fallas. Para generar residuos robustos las técnicas dominantes son las que tienen disturbios desacoplados. Los factores desconocidos en el modelado del sistema se consideran como entradas "desconocidas". A pesar de que el vector de la entrada desconocida no es "conocido", su matriz de distribución se asume. Con base en la información dada por la matriz de distribución, la entrada desconocida puede ser desacoplada del residuo.

El método de observadores con entradas desconocidas fué primeramente propuesto por Watanabe y Himmelblau (1982). Después, Wünnenberg & Frank (1987, 1989, 1990), generalizaron este esquema para detectar y aislar fallas en sensores y actuadores considerando el caso cuando

las entradas desconocidas aparecen en la ecuación de salida. Chen, Zhang y Patton junto con otros investigadores han contribuido al desarrollo de este método [3].

El esquema de diseño utilizado en este trabajo de investigación fue el propuesto por Chen y Patton [3], y basado en el trabajo realizado conjuntamente con Zhang en 1996. Propusieron un método matemático rigurosamente fundamentado y las condiciones suficientes y necesarias para el diseño del observador son expuestas y probadas a fondo. El proceso de diseño comparado con otros esquemas es relativamente sencillo, lo cual evita procesos computacionales complejos e innecesarios.

2.5.2. Diseño de observadores de entradas desconocidas

El diseño de observadores presentado a continuación está enfocado a una clase de sistemas en los cuales las incertidumbres se resumen como un término aditivo de un disturbio desconocido como se describe a continuación:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Ed(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (2.35)$$

Donde $x(t) \in \mathbb{R}^n$ es el vector de estados, $u(t) \in \mathbb{R}^r$ es el vector de entrada conocido, $y(t) \in \mathbb{R}^m$ es el vector de salida y $d(t) \in \mathbb{R}^q$ es el vector de la entrada desconocida o incertidumbre. A , B , C , D y E son matrices conocidas con dimensiones apropiadas.

Para el caso de los ejemplos mostrados en el presente trabajo de investigación, se asume que la matriz de distribución de entradas desconocidas E es de rango completo por columnas.

Definición 1 (*Observador de Entradas Desconocidas (UIO)*) Se dice que un observador es un observador de entradas desconocidas para el sistema descrito en 2.35 si su vector de estimación de error $e(t)$ se aproxima a cero asintóticamente sin considerar la presencia de una entrada desconocida (disturbio) en el sistema.

El problema en el diseño de observadores para sistemas lineales con entradas conocidas y

desconocidas es de gran importancia ya que, en la práctica, existen muchas situaciones en las cuales los disturbios están presentes. En ciertas ocasiones algunas de las entradas al sistema son inaccesibles o inmedurables, y por lo tanto, un observador convencional que use todas las seÑales de entrada no puede ser usado. En estas situaciones es mejor no asumir conocimiento *a priori* de ninguna de las entradas desconocidas. El esquema de Observadores de Entradas Desconocidas usado presenta características que permiten libertad en el diseño y sencillez en su cálculo.

La estructura de un observador de orden completo es la siguiente:

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = Fz(t) + TBu(t) + Ky(t) \\ \hat{x}(t) = z(t) + Hy(t) \end{cases} \quad (2.36)$$

Donde $\hat{x}(t) \in \mathbb{R}^n$ es el vector de estado estimado, $z \in \mathbb{R}^n$ es el estado del observador de orden completo, y F , T , K y H son matrices que deben diseñarse para lograr el desacoplamiento de las entradas desconocidas y otros requerimientos de diseño. El observador descrito en 2.36 se ilustra en la figura 2.5.

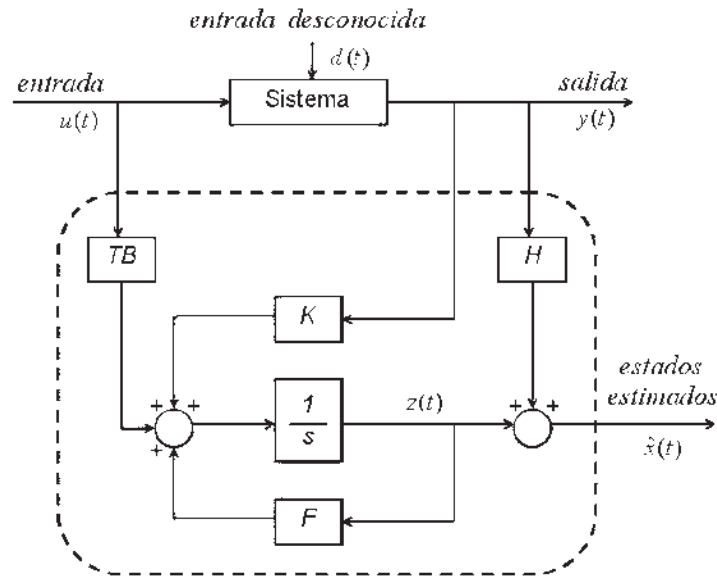


Figura 2.5: Estructura de un Observador de Entradas Desconocidas de orden completo

Cuando el observador 2.36 se aplica al sistema 2.35, el error estimado ($e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$) está gobernado por la ecuación:

$$\dot{e}(t) = \dot{x}(t) - \hat{x}(t) = [Ax(t) + Bu(t) + Ed(t)] - [Fz(t) + TBu(t) + Ky(y) + Hy(t)] \quad (2.37)$$

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) = & (A - HCA - K_1C)e(t) + [F - (A - HCA - K_1C)]z(t) \\ & + [K_2 - (A - HCA - K_1C)H]y(t) \\ & + [T - (I - HC)]Bu(t) + (HC - I)Ed(t) \end{aligned} \quad (2.38)$$

Donde

$$K = K_1 + K_2 \quad (2.39)$$

Si se logra calcular las matrices adecuadas para mantener las siguientes relaciones:

$$\left. \begin{aligned} (HC - I)E &= 0 \\ T &= I - HC \\ F &= A - HCA - K_1C \\ K_2 &= FH \end{aligned} \right\} \quad (2.40)$$

Entonces el error estimado será:

$$\dot{e}(t) = Fe(t) \quad (2.41)$$

De esta manera si F es Hurwitz, es decir, que todos sus estados sean estables, entonces $e(t)$ se aproximará a cero asintóticamente, $\hat{x} \rightarrow x$. Esto significa que el observador 2.36 es un UIO para el sistema 2.35 de acuerdo con la definición 1. Para diseñar el UIO, se deben resolver las ecuaciones 2.40 y hacer la matriz del sistema F Hurwitz. Antes de mencionar las condiciones necesarias y suficientes para la existencia de un UIO, se establecen dos lemas.

Lema 1 *La ecuación $(HC - I)E = 0$ del conjunto de ecuaciones de 2.40 tiene solución si y solo si:*

$$\text{rango}(CE) = \text{rango}(E) \quad (2.42)$$

Lema 2 *Sea:*

$$C_1 = \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

Entonces la detectabilidad del par (C_1, A) , es equivalente a la del par (C, A) .

Observación 2 *Cuando se habla de detectabilidad se entiende la condición en la cuál todos los modos no observables de un par, por ejemplo el par (C, A) , son estables. Nótese la diferencia con observabilidad definida en la sección anterior.*

Teorema 3 *Las condiciones suficientes y necesarias para que el observador 2.36 sea un UIO para el sistema definido en 2.35 son:*

- i. $\text{rango}(CE) = \text{rango}(E)$
- ii. *que el par (C, A_1) sea detectable, donde:*

Observación 3 *El máximo número de perturbaciones que pueden ser desacopladas no puede exceder el número de mediciones independientes, es decir, el número independiente de filas de la matriz C no puede ser menor que el número de columnas independientes de la matriz E para satisfacer la condición (i).*

La validez de las condiciones mencionadas en los *Lemas 1 y 2* y en el *Teorema 3* pueden verificarse en [3]. Es importante entender que estas condiciones surgen del arreglo de ecuaciones en 2.40 para satisfacer que el error se aproxime asintóticamente a cero.

Resulta evidente que uno de los pasos de mayor importancia para el diseño del UIO es estabilizar la matriz dinámica F (revisar el arreglo de ecuaciones 2.40) mediante la selección adecuada

de K_1 cuando el par (C, A_1) es detectable. La matriz K_1 no es única, debido a la naturaleza multivariable del problema. Esto quiere decir que existe una libertad de diseño en la selección de K_1 después de haber satisfecho las condiciones de disturbios de entradas desconocidas. Esta situación puede ser explotada para hacer que los residuos de diagnóstico tengan características direccionales o propiedades de variación mínima.

2.5.3. Procedimiento general de diseño de un UIO

A continuación se detalla el procedimiento simplificado de diseño de un UIO :

1. Checar la condición de rango para E y CE : Si $\text{rango}(CE) \neq \text{rango}(E)$, un UIO no existe, ve al paso 10.
2. Calcula H , T y A_1 :

$$H = E[(CE)^T CE]^{-1}(CE)^T \quad T = I - HC \quad A_1 = TA \quad (2.44)$$

3. Checa la observabilidad del par (C, A_1) . Si (C, A_1) es observable, un UIO existe y K_1 se puede calcular asignando polos, ve al paso 9.
4. Construye una matriz de transformación P para la descomposición en la forma canónica observable.

$$P = [p_1, \dots, p_{n_o}; p_{n_o+1}, \dots, p_n]^T \quad (2.45)$$

$$n_1 = \text{rango}(W_o) \quad (2.46)$$

Donde W_o es la matriz de observabilidad de (C, A_1) .

5. Realiza una descomposición canónica observable en (C, A_1) :

$$PA_1P^{-1} = \begin{bmatrix} A_{11} & 0 \\ A_{12} & A_{22} \end{bmatrix} \quad CP^{-1} = \begin{bmatrix} C^* & 0 \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

6. Checa la detectabilidad (Observación 2) de (C, A_1) : Si alguno de los valores propios o eigenvalores de A_{22} es inestable, un UIO no existe, ve al paso 10.
7. Selecciona n_1 valores propios o eigenvalores deseables y asignalos a $A_{11} - K_p^1 C^*$ usando asignación de polos.
8. Calcula:

$$K_1 = P^{-1}K_P = P^{-1} \begin{bmatrix} (K_P^1)^T & (K_P^2)^T \end{bmatrix}^T$$

Donde K_P^2 puede ser cualquier matriz de $(n - n_1) \times m$. Esta matriz es solo para rellenar la parte no observable del sistema.

9. Calcula F y K :

$$F = A_1 - K_1 C \quad (2.48)$$

$$K = K_1 + K_2 = K_1 + FH \quad (2.49)$$

10. FINALIZA

Es importante aclarar que en esta tesis no se trabajó con modelos de sistemas en los cuales el par (C, A_1) no fuera observable. Por lo tanto, los pasos del 4 al 8 del Procedimiento general de diseño de un UIO no se utilizaron.

2.5.4. Esquemas de detección y aislamiento robusto de fallas basados en UIO's

La tarea principal de la detección robusta de fallas es generar residuos que sean robustos a las incertidumbres del sistema. Para detectar una falla en particular, el residuo debe ser sensible a

la falla misma. Por lo tanto, el problema del aislamiento de fallas es localizar la falla, es decir, determinar en cuál sensor o actuador ha ocurrido.

Uno de los métodos para facilitar el aislamiento de las fallas es diseñar un residuo estructurado. Se entiende por estructurado que cada residuo sea diseñado sensible para cierto grupo de fallas e insensible para otro. La situación ideal en este método es hacer cada residuo solamente sensible a una falla en particular e insensible a todas las demás fallas que puedan ocurrir. Sin embargo esta situación ideal es normalmente difícil de alcanzar, e incluso si se logra, la libertad en el diseño se ve comprometida y la robustés no podría alcanzarse. La solución para lograr la máxima libertad en el diseño para obtener un sistema robusto es hacer cada residuo sensible a todas menos una de las fallas en los sensores o actuadores. Los ejemplos desarrollados en el presente trabajo de investigación se enfocan solamente al aislamiento robusto de fallas en sensores.

Aislamiento robusto de fallas en sensores

Para diseñar un esquema de aislamiento robusto de sensores, todos los actuadores se asumen libres de fallas. De esta forma las ecuaciones del sistema se pueden expresar como:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Ed(t) \\ y^j(t) = C^j x(t) + f_s^j(t) \\ y_j(t) = c_j x(t) + f_{sj}(t) \end{cases} \quad (2.50)$$

Para:

$$j = 1, 2, \dots, m$$

Donde $c_j \in \mathbb{R}^{1 \times n}$ es el j –ésimo renglón de la matriz C , $C^j \in \mathbb{R}^{(m-1) \times n}$ se obtiene a partir de la matriz C quitando el j –ésimo renglón c_j , y_j es el j –ésimo componente de y y $y^j(t) \in \mathbb{R}^{m-1}$ se obtiene a partir del vector y al eliminar el j –ésimo componente y_j . f_s^j representa la falla en el sensor j . De acuerdo con esta descripción un generador de residuos m basado en UIO's se puede construir como sigue:

$$\begin{cases} \dot{z}^j(t) = F^j z^j(t) + T^j Bu(t) + K^j y^j(t) \\ r^j(t) = (I - C^j H^j) y^j(t) - C^j z^j(t) \end{cases} \quad (2.51)$$

Para:

$$j = 1, 2, \dots, m$$

Donde las matrices de parámetros deben satisfacer las siguientes ecuaciones:

$$\left. \begin{aligned} H^j C^j E &= E \\ T^j &= I - H^j C^j \\ F^j &= T^j A - K_1^j C^j \quad \text{para estabilizar} \\ K_2^j &= F^j H^j \\ K^j &= K_1^j + K_2^j \end{aligned} \right\} \quad (2.52)$$

Para:

$$j = 1, 2, \dots, m$$

Resulta evidente al observar la ecuación 2.51 que cada residuo está manejado por todas las entradas y todas menos una de las salidas. Cuando todos los actuadores están libres de fallas y una falla ocurre en el j -ésimo sensor, el residuo debe satisfacer la lógica de aislamiento siguiente:

$$\|r^j(t)\| < T_{SFI}^j \quad (2.53)$$

Donde T_{SFI}^j para $j = 1, 2, \dots, m$, son los umbrales de aislamiento. En la figura 2.6 se ilustra un esquema de aislamiento robusto de sensores basado en UIO's.

El procedimiento de diseño con la modificación para lograr el aislamiento es el mismo que para el esquema de UIO robusto. La diferencia básica estriba en que la matriz de salida C se reduce al eliminar la fila correspondiente al observador del estado que se quiere monitorear, obteniendo así varias C_j para $j = 1, 2, \dots, m$. Las matrices A , B y E conservan su forma original. Es importante notar que con esta modificación se construye un observador para cada estado del sistema, y por lo mismo, el procedimiento se repite tantas veces como estados existan obteniendo m observadores para m estados diseñados con las matrices F_j , T_j , K_j y H_j para $j = 1, 2, \dots, m$.

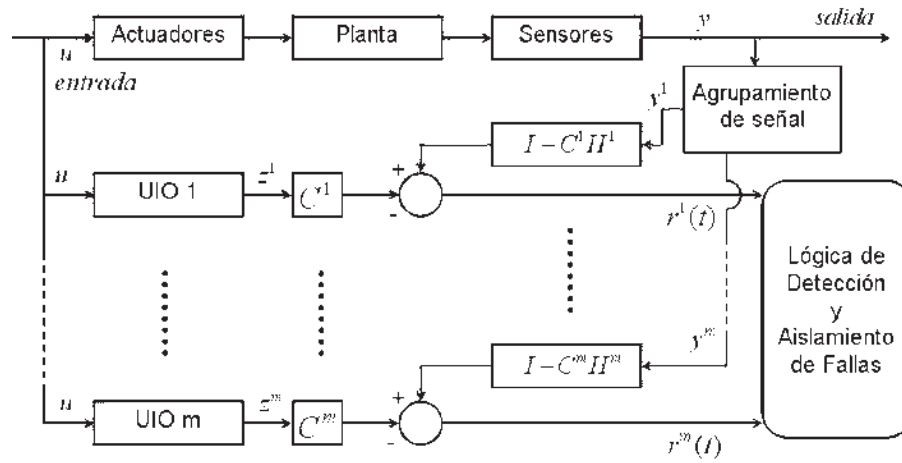


Figura 2.6: Un esquema de Aislamiento Robusto de Sensores

Capítulo 3

Casos de Estudio

3.1. Sistema Hidráulico de Nivel de Líquido de Dos Tanques

3.1.1. Introducción

El control de nivel de líquido en depósitos y el flujo entre ellos es uno de los problemas más comunes en los procesos industriales tales como: la industria petroquímica, la de fabricación de papel y las de tratamiento de agua. En estos procesos industriales, el líquido es procesado por tratamientos químicos en tanques donde el nivel de flujo entre ellos debe ser siempre controlado y regulado [28].

La simulación del método propuesto en el Capítulo 2 para el diagnóstico de fallas se apoyó primeramente en el modelo de un sistema hidráulico de dos tanques (SHDT). La información del modelo del SHDT se obtuvo de un prototipo construido en el *CINVESTAV-Guadalajara* [31]. Se pueden encontrar aplicaciones de diagnóstico de fallas para el modelo del SHDT en [4] y [32]. También en [33] se puede encontrar un modelo similar. El SHDT es un sistema dinámico no-lineal. Consiste de dos tanques de almacenamiento de líquido interconectados, dos sensores ultrasónicos de nivel, dos electro-válvulas industriales para el control de flujo de líquido y una bomba de suministro constante de líquido a la entrada.

Tiene una configuración tipo cascada donde cada una de las electro-válvulas se encuentran

conectadas a la salida de cada uno de los tanques. El flujo de salida del primer tanque es el flujo de entrada al segundo tanque, por esta razón, el sistema presenta una conexión entre las variables de control. El SHDT posee dos entradas y dos salidas; las entradas corresponden a los voltajes aplicados a cada una de las electro-válvulas mientras que las salidas son los niveles de líquido en cada tanque. La figura 3.1 ilustra un diagrama del SHDT.

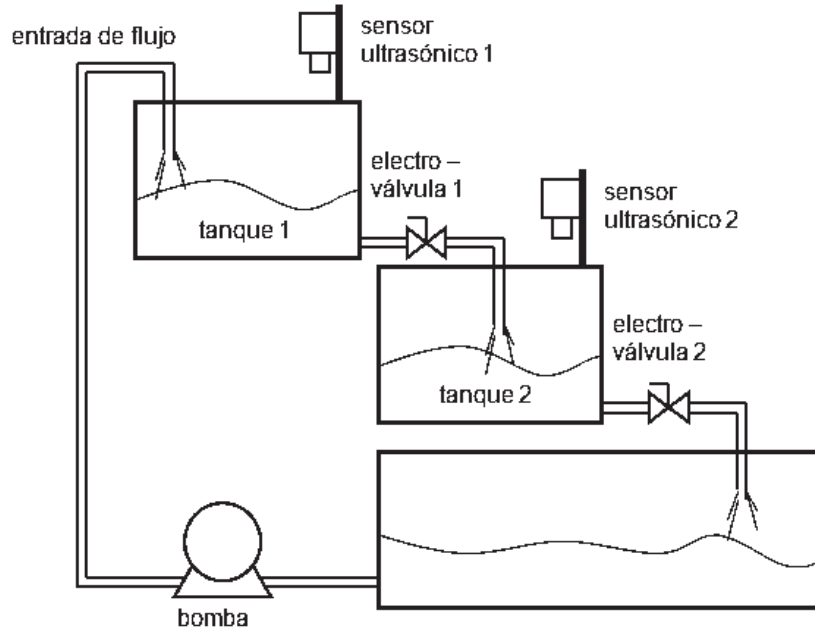


Figura 3.1: Sistema hidráulico dos tanques (SHDT)

3.1.2. Modelado del sistema

Para modelar cualquier sistema hidráulico o de nivel de líquido se deben de tomar en cuenta los parámetros que se definen a continuación [28]:

Resistencia. Se define la resistencia al flujo de líquido como la razón de la variación de nivel a la velocidad del caudal producido por éste y esta dada por:

$$R = \frac{\Delta h}{\Delta f} \quad (3.1)$$

Donde R es la resistencia, h es la altura de nivel de líquido y f es el flujo volumétrico de líquido.

Cuando se estudian sistemas donde intervienen movimientos de fluidos es necesario definir si se trata de un régimen de carácter laminar o de carácter turbulento. Esto es determinado por el número de Reynolds, que es un número adimensional utilizado en mecánica de fluidos para caracterizar el movimiento de un fluido. Para el caso del sistema en estudio se considera un sistema con un número de Reynolds mayor de 4000. Esto significa que se trata de un flujo turbulento, y su comportamiento es no lineal.

Cuando el flujo es turbulento el flujo está dado por:

$$f = w(t)\sqrt{h(t)} \quad (3.2)$$

Donde f es el flujo, w es el factor de apertura de la válvula y h es la altura de nivel de líquido. Capacitancia. Esta se define como la relación del cambio de volumen de líquido contenido a la variación de nivel.

$$C = \frac{\Delta v}{\Delta h} = \frac{dv}{dh} \quad (3.3)$$

Donde C es la capacitancia, v es el volumen y h es la altura de nivel de líquido.

Siempre y cuando el contenedor tenga paredes rectas, es decir sección transversal constante, la capacitancia corresponderá al área de sección transversal del contenedor.

$$C = \frac{dv}{dh} = A_t \quad (3.4)$$

Donde C es la capacitancia, v es el volumen, h es la altura de nivel de líquido y A_t es el área de sección transversal para un contenedor con paredes rectas.

La ecuación que describe el comportamiento de un sistema de nivel de líquido de un tanque con área de sección transversal constante y flujo turbulento donde intervienen un flujo de entrada y un flujo de salida se obtiene a partir de las siguientes consideraciones:

$$v = Ch(t) \quad (3.5)$$

$$f_e - f_s = \frac{dv}{dt} \quad (3.6)$$

Donde C es la capacitancia, v es el volumen, h es la altura de nivel de líquido, f_e es el flujo de entrada, f_s es el flujo de salida y t es el tiempo.

Si se deriva la ecuación 3.5 se obtiene:

$$\frac{dv}{dt} = C \frac{dh}{dt} \quad (3.7)$$

Utilizando las ecuaciones 3.2, 3.4, 3.6 y 3.7, la ecuación que modela un sistema de nivel de líquido de un tanque queda de la forma:

$$\frac{dh}{dt} = \frac{f_e}{A_t} - \frac{w(t)\sqrt{h(t)}}{A_t} \quad (3.8)$$

Para generalizar la ecuación 3.8 para un sistema de dos tanques se toma el flujo de salida del primer tanque como el flujo de entrada del segundo tanque. Así, el modelo matemático del sistema SHDT [32] queda definido por:

$$\begin{aligned} \dot{h}_1(t) &= \frac{f_e}{A_t} - \frac{w_1(t)\sqrt{(1+f_{s1})h_1(t)}}{A_t} \\ \dot{h}_2(t) &= \frac{w_1(t)\sqrt{(1+f_{s1})h_1(t)}}{A_t} - \frac{w_2(t)\sqrt{(1+f_{s2})h_2(t)}}{A_t} \\ \dot{w}_1(t) &= \frac{K_{e1}}{T}V_1(t) - \frac{1}{T}w_1(t) \\ \dot{w}_2(t) &= \frac{K_{e2}}{T}V_2(t) - \frac{1}{T}w_2(t) \end{aligned} \quad (3.9)$$

Donde h_i , w_i y V_i ; $i = 1, 2$, son los niveles del i –ésimo tanque, el factor de apertura de la i –ésima electro-válvula y el voltaje de entrada a la i –ésima electro-válvula respectivamente. A_t es el área de sección transversal de cada tanque; T , K_{e1} , K_{e2} son la constante de tiempo y las ganancias estáticas de las válvulas respectivamente; f_e es el flujo de entrada constante al tanque 1 (figura 3.1). Además, f_{s1} y f_{s2} modelan las fallas en los sensores de nivel ultrasónicos 1 y 2 respectivamente. Para este sistema se consideran fallas en ambos sensores de nivel, aunque no simultáneamente, es decir, no se consideran fallas múltiples.

Se debe recordar que el modelo SHDT es un modelo no lineal (flujo turbulento) y por lo tanto, no utilizable directamente. Para lograr un sistema en espacio de estado, el modelo debe de trabajarse en un punto de operación para de esta forma linealizar su comportamiento. Para el

ejemplo presentado en el presente trabajo de investigación se seleccionó un punto de operación 25-25. Esto es, 25 *cm* de líquido en el tanque 1 y 25 *cm* de líquido en el tanque 2. Las constantes del modelo descrito por las ecuaciones 3.9 se obtuvieron del prototipo construido en el *CINVESTAV-guadalajara* y se pueden encontrar en [4] y [32]. Son las que se presentan a continuación:

- Altura del tanque 1 (h_1) = 0,25 *m*
- Altura del tanque 2 (h_2) = 0,25 *m*
- Factor de apertura de la electro-válvula 1 (w_1) = $0,20795 \times 10^{-3}$
- Factor de apertura de la electro-válvula 2 (w_2) = $0,20795 \times 10^{-3}$
- Ganancia estática de la válvula 1 (K_{e1}) = $0,03528 \times 10^{-3}$
- Ganancia estática de la válvula 2 (K_{e2}) = $0,03528 \times 10^{-3}$
- Constante de tiempo (T) = 2,6525 *s*
- Área de sección transversal de los tanques (A_t) = 0,16 *m*²

Y el sistema en espacio de estado:

$$\begin{aligned}
\dot{x} &= \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{w_1}{2A_t \sqrt[2]{h_1}} & -\frac{\sqrt[2]{h_1}}{A_t} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T} & 0 & 0 \\ \frac{w_1}{2A_t \sqrt[2]{h_1}} & \frac{\sqrt[2]{h_1}}{A_t} & -\frac{w_2}{2A_t \sqrt[2]{h_2}} & -\frac{\sqrt[2]{h_2}}{A_t} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_1 \\ w_1 \\ h_2 \\ w_2 \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{K_{e1}}{T} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{K_{e2}}{T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \\
y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_1 \\ w_1 \\ h_2 \\ w_2 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{3.10}$$

Para el diseño de los observadores y de acuerdo con el sistema descrito en 2.35, la matriz E para incluir las incertidumbres se definió como:

$$E = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{3.11}$$

Se puede observar que la matriz se definió de forma tal que puedan ser simuladas fallas para todos los estados. Como se verá adelante, se simularon fallas solo para los sensores de nivel de líquido. Se hizo de esta manera para simplificar el diseño del observador para los diversos casos de estudio donde los estados en los que se simulan fallas aparecen en otras filas.

3.1.3. Diseño de un observador de entradas desconocidas de orden completo

El procedimiento seguido para el diseño del observador robusto de orden completo para el sistema hidráulico de dos tanques es el que se detalla en el capítulo 2 en la sección 2.5.3

del presente trabajo de investigación. Para calcular las matrices necesarias para el diseño del UIO se escribió un programa en MatLab que se incluye en el Apéndice A. De acuerdo con el procedimiento explicado la primera condición para el diseño de un UIO es checar la condición de rango de E y CE . Se obtuvo:

$$\text{rango}(E) = \text{rango}(CE) \quad (3.12)$$

Por lo tanto el UIO existe y procedemos, de acuerdo con 2.5.3, a calcular H , T y A_1 :

$$H = \begin{bmatrix} 0,25 & 0,25 & 0,25 & 0,25 \\ 0,25 & 0,25 & 0,25 & 0,25 \\ 0,25 & 0,25 & 0,25 & 0,25 \\ 0,25 & 0,25 & 0,25 & 0,25 \end{bmatrix}$$

$$T = \begin{bmatrix} 0,75 & -0,25 & -0,25 & -0,25 \\ -0,25 & 0,75 & -0,25 & -0,25 \\ -0,25 & -0,25 & 0,75 & -0,25 \\ -0,25 & -0,25 & -0,25 & 0,75 \end{bmatrix}$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} -0,0013 & -3,0307 & 0,0003 & 0,8755 \\ 0 & -0,2828 & 0,0003 & 0,8755 \\ 0,0013 & 3,2192 & -0,0010 & -2,2495 \\ 0 & 0,0942 & 0,0003 & 0,4985 \end{bmatrix}$$

El siguiente paso es checar la observabilidad del par (C, A_1) y calcular K_1 con asignación de polos. Se demuestra que el par (C, A_1) es observable y para calcular K_1 se asignaron polos en -1 , -2 , -3 y -4 . Los polos se asignan de forma que sean del mismo orden que el sistema que se requiere observar. Para la asignación se usó la función *place* en MatLab como se puede observar en el programa presentado en el apéndice A en el paso 4. A partir de la cual se obtiene K_1 como:

$$K_1 = \begin{bmatrix} 0,9987 & -3,0307 & 0,0003 & 0,8755 \\ 0 & 1,7172 & 0,0003 & 0,8755 \\ 0,0013 & 3,2192 & 2,999 & -2,2495 \\ 0 & 0,0942 & 0,0003 & 0,4985 \end{bmatrix}$$

Con K_1 calculado, y usando las ecuaciones 2.48 y 2.49, se obtuvieron F y K como:

$$F = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -4 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} 0,7487 & -3,2807 & -0,2497 & 0,6255 \\ -0,5 & 1,2172 & -0,4997 & 0,3755 \\ -0,7487 & 2,4692 & 2,2490 & -2,9995 \\ -1 & -0,9058 & -0,9997 & 3,4985 \end{bmatrix}$$

3.1.4. Simulación del UIO

La simulación se llevó a cabo en Simulink de MatLab. El modelo del UIO diseñado se ilustra en el Apéndice B.

Los resultados obtenidos a partir de la simulación surgen bajo dos condiciones: condiciones normales o libres de falla y condiciones de falla en el sensor de nivel de líquido 1 y el sensor de nivel de líquido 2.

La figura 3.2 muestra el residuo para el sistema cuando está libre de fallas. Se observa que el residuo permanece en cero después del tiempo de estabilización, es decir, los residuos no están activados. Por lo tanto, $\|r^j(t)\| \approx 0$.

La figura 3.3 muestra el comportamiento del residuo diseñado. A los diez segundos de simulación se introduce una falla de medio segundo de duración mediante una entrada tipo escalón. Se puede apreciar la forma en la que se activa un residuo para la falla provocada en el sensor 1. Resulta evidente que no satisface 2.53. Por lo tanto se advierte que el residuo ha detectado una falla.

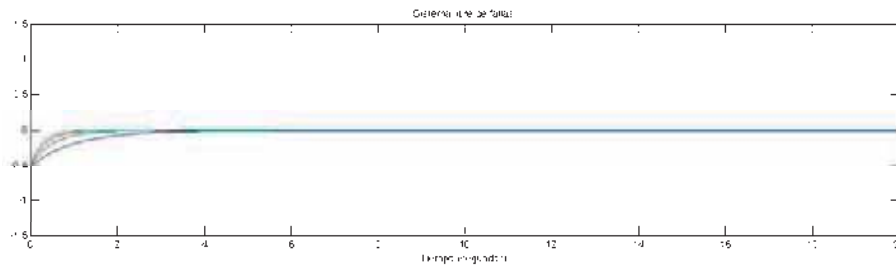


Figura 3.2: Residuo del SHDT libre de fallas

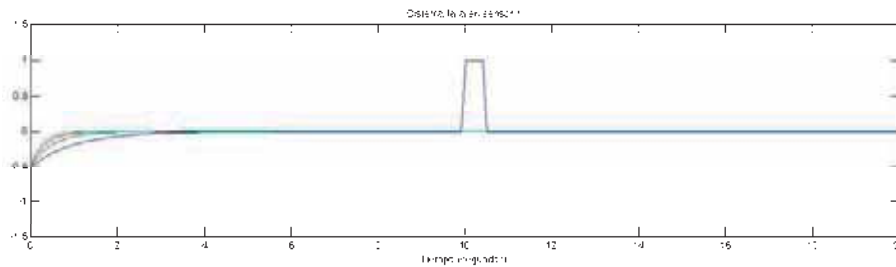


Figura 3.3: Residuo del SHDT falla en el sensor de nivel de líquido 1

En la figura 3.4 se observa el mismo comportamiento respecto al residuo que en el caso anterior. La diferencia estriba en que ahora la falla se introduce para el sensor 2 y a los cinco segundos de simulación. Se observa claramente que el residuo ha detectado una falla y que no satisface 2.53.

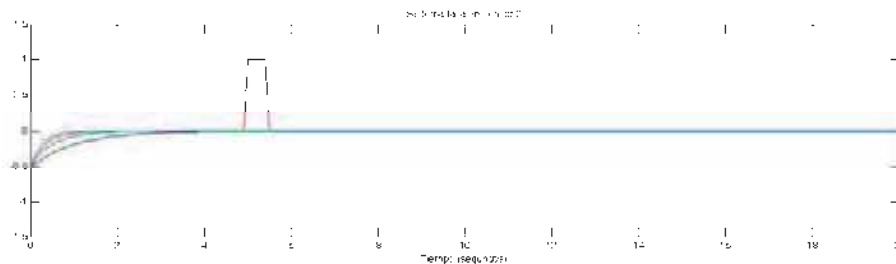


Figura 3.4: Residuo del SHDT falla en el sensor de nivel de líquido 2

3.1.5. Esquema de aislamiento de fallas robusto

Como se puede apreciar en las figuras 3.3 y 3.4 no es posible identificar en que sensor o estado está ocurriendo la falla. Para subsanar este problema se debe aplicar el esquema de aislamiento de fallas descrito en la sección 2.5.4. Se debe recordar que es un esquema de aislamiento exclusivo para sensores y por lo tanto, se asume que los actuadores son libres de fallas. El proceso seguido para obtener las matrices de diseño necesarias para el UIO con aislamiento robusto en sensores es el que se detalla a continuación:

Primero debe seleccionarse j y eliminar esa fila en la matriz C . En este caso $j = 1$.

$$C^1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Las matrices A y B permanecen igual.

Lo siguiente que se debe de hacer es seguir el mismo proceso que se explica en la sección 2.5.3 recordando de utilizar la C^j en lugar de la C . De esta forma se satisfacen las ecuaciones de diseño presentadas en las ecuaciones 2.52. Las matrices que se obtienen son las siguientes:

$$C^1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad C^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad C^4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$H^1 = \begin{bmatrix} 0,3333 & 0,3333 & 0,3333 \\ 0,3333 & 0,3333 & 0,3333 \\ 0,3333 & 0,3333 & 0,3333 \\ 0,3333 & 0,3333 & 0,3333 \end{bmatrix} = H^2 = H^4$$

$$T^1 = \begin{bmatrix} 1 & -0,3333 & -0,3333 & -0,3333 \\ 0 & 0,6667 & -0,3333 & -0,3333 \\ 0 & -0,3333 & 0,6667 & -0,3333 \\ 0 & -0,3333 & -0,3333 & 0,6667 \end{bmatrix} \quad F^1 = \begin{bmatrix} 0 & 3627,3 & -5980,1 & 2990 \\ 0 & -3,6 & 1 & -0,5 \\ 0 & 1,2 & -4,8 & 1,8 \\ 0 & -0,6 & 1,8 & -1,9 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
T^2 &= \begin{bmatrix} 0,6667 & 0 & -0,3333 & -0,3333 \\ -0,3333 & 1 & -0,3333 & -0,3333 \\ -0,3333 & 0 & 0,6667 & -0,3333 \\ -0,3333 & 0 & -0,3333 & 0,6667 \end{bmatrix} & K^1 &= \begin{bmatrix} -3418,9 & 6192,5 & -2776,4 \\ 1,3 & -2 & 0,6 \\ 0,5 & 4 & -4,2 \\ -0,6 & -2 & 2,4 \end{bmatrix} \\
T^4 &= \begin{bmatrix} 0,6667 & -0,3333 & -0,3333 & 0 \\ -0,3333 & 0,6667 & -0,3333 & 0 \\ -0,3333 & -0,3333 & 0,6667 & 0 \\ -0,3333 & -0,3333 & -0,3333 & 1 \end{bmatrix} & K^2 &= \begin{bmatrix} 2,2204 & -3,3881 & -0,7908 \\ -1,0304 & 0,8531 & 0,968 \\ -1,2337 & 4,4008 & -1,9993 \\ -0,3333 & -0,3329 & 1,457 \end{bmatrix} \\
F^2 &= \begin{bmatrix} -4,1797 & -3,125 & 1,4305 & 0 \\ 0,8311 & -0,377 & -1,052 & 0 \\ 1,1934 & 3,125 & -4,4433 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} & K^4 &= \begin{bmatrix} 2,4767 & -2,8792 & -1,556 \\ -0,3074 & 2,7079 & -1,6097 \\ -2,6035 & 0,7492 & 3,022 \\ 1,3264 & 1,7331 & -2,2687 \end{bmatrix} \\
F^4 &= \begin{bmatrix} -2,8192 & -0,4614 & 1,2152 & 1,0417 \\ -0,3662 & -3,6328 & 0,9365 & 1,0417 \\ 1,4149 & 1,3116 & -4,2127 & -2,0833 \\ -1,4213 & -1,7024 & 2,1742 & 0,6647 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Se puede observar en las matrices anteriores que faltan las correspondientes a $j = 3$. Sucede que para esta combinación el paso 3 del diseño presentado en la sección 2.5.3 dice que el par (C^j, A_1) debe ser observable, lo cual no se cumple y por lo tanto, no existe el observador 3.

La simulación se llevó a cabo en Simulink de MatLab. El modelo del UIO diseñado se ilustra en el Apéndice C. De igual forma que para el diseño del UIO sin esquema de aislamiento, en este caso los resultados se obtienen bajo condiciones libres de falla y condiciones de falla en el sensor de nivel de líquido 1 y en el sensor de nivel de líquido 2.

La figura 3.5 muestra el comportamiento de los residuos del sistema cuando está libre de fallas. Se observa que los residuos permanecen en cero después del tiempo de estabilización, es decir, los residuos no están activados. Por lo tanto, $\|r^j(t)\| \approx 0$.

La figura 3.6 muestra el comportamiento de los residuos diseñados. A los diez segundos de simulación se introduce una falla de medio segundo de duración mediante una entrada tipo

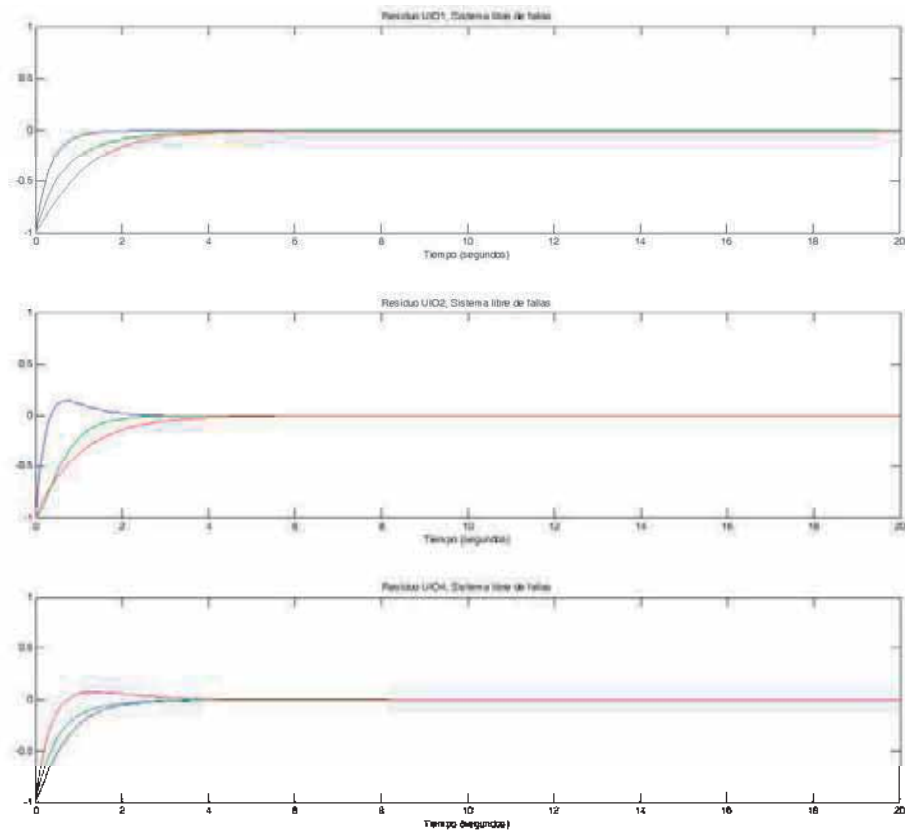


Figura 3.5: Residuos del UIO con aislamiento para SHDT libre de fallas

escalón. Se puede apreciar la forma en la que se activan un residuos para el UIO 2 y el UIO 4. Resulta evidente que no satisfacen 2.53. Por lo tanto se advierte que los residuos han detectado una falla.

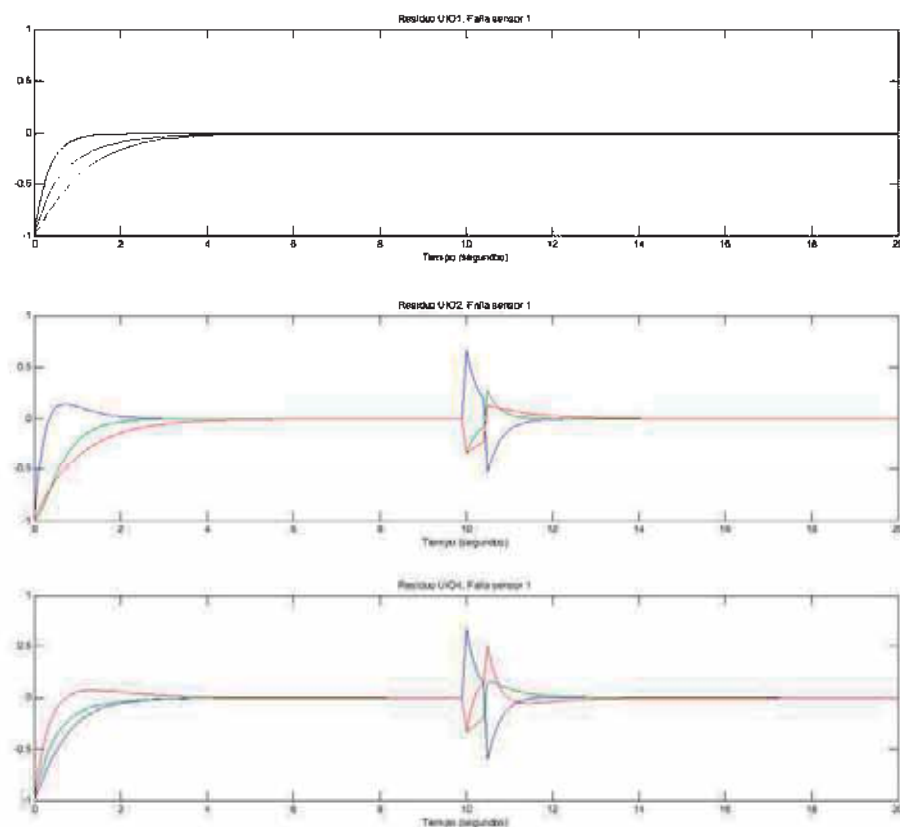


Figura 3.6: Residuos UIO con aislamiento para SHDT con falla en el sensor 1

La figura 3.7 en este caso muestra los residuos para una falla introducida en el sensor 2 a los cinco segundos de simulación. La falla introducida es de las mismas características que para el caso anterior. Se puede apreciar que se activan residuos para el UIO 1, el UIO 2 y el UIO 4. Resulta evidente que no satisfacen 2.53. Por lo tanto se advierte que los residuos han detectado una falla.

Es importante resaltar que el aislamiento de las fallas se da al considerar que existe una "Firma de fallas". De esta forma se advierte que siempre se activarán los residuos correspondientes a todos los estados menos el del estado donde ocurre la falla. En otras palabras, siempre que exista una falla en el sensor 1 se activarán los residuos para el UIO 2 y el UIO 4, permaneciendo

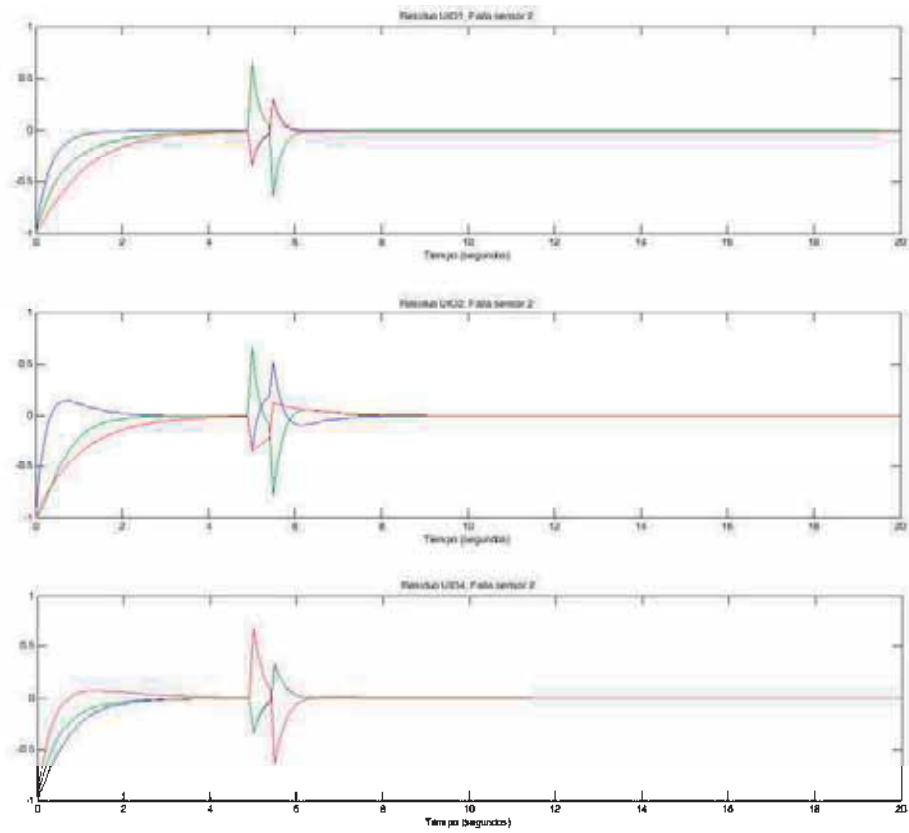


Figura 3.7: Residuos del UIO con aislamiento para SHDT con falla en el sensor 2

el residuo del UIO 1 sin alteración. Para el caso de una falla en el sensor 2, se activarán residuos en todos los UIO's diseñados.

3.2. Motor de Corriente Directa

3.2.1. Introducción

Las máquinas de corriente directa se caracterizan por su versatilidad. Por medio de varias combinaciones de devanados de campo excitados en derivación o en paralelo, en serie y de excitación separada, son diseñadas para mostrar una amplia variedad de características volt ampere o velocidad par; tanto para funcionamiento dinámico como para funcionamiento de régimen permanente. Estos sistemas se utilizan con frecuencia en aplicaciones que requieren una gran gama de velocidades de motor o el control preciso del rendimiento del motor. En años recientes, la tecnología de sistemas de control de corriente alterna de estado sólido se ha desarrollado lo suficiente al grado de que estos sistemas están reemplazando a las máquinas de corriente directa en aplicaciones que antes se asociaban casi exclusivamente con máquinas de corriente directa. No obstante, la versatilidad de las máquinas de corriente directa y la relativa simplicidad de sus sistemas de mando garantizan su uso continuo en diversas aplicaciones [34]. Una imagen de un motor de corriente directa se muestra en la figura 3.8.

3.2.2. Modelado del sistema

El ejemplo utilizado en la presente tesis es de una máquina permanentemente excitada de corriente directa con una potencia de $P = 550 \text{ W}$ a una velocidad de $n = 2500 \text{ rpm}$. La máquina tiene dos pares de escobillas, dos pares de polos, un tacómetro analógico para medir la velocidad y opera en contra de un freno de histéresis como carga. Las señales medidas son: el voltaje de armadura U_A , la corriente de armadura I_A y la velocidad angular w . Tiene también un servo-amplificador con voltaje de armadura modulado por ancho de pulso como salida y con velocidad y corriente de armadura como realimentación. Este sistema permite un control de velocidad en cascada. El freno de histéresis se controla con el servo-amplificador de ancho de pulso [1].



Figura 3.8: Motor de corriente directa

Los motores de corriente directa, como el del presente ejemplo, normalmente se describen por modelos dinámicos lineales. Sin embargo, la experimentación con este modelo usando parámetros constantes no corresponde al proceso en el rango completo de operación. De esta forma se incluyen dos no linealidades para el mejor funcionamiento del modelo.

Las ecuaciones diferenciales de primer orden resultantes son las siguientes:

$$L_A \dot{I}_A(t) = -R_A I_A(t) - \Psi w(t) - K_B |w(t)| I_A(t) + U_A \quad (3.13)$$

$$J \dot{w} = \Psi I_A(t) - M_{F1} w(t) - M_{F0} \text{sign}(w(t)) - M_L(t) \quad (3.14)$$

Donde U_A es la corriente de armadura y la entrada del sistema, R_A es la resistencia de armadura, L_A es la inductancia de armadura, Ψ es el flujo magnético, K_B es el factor de la caída de voltaje, J es la constante de inercia, M_{F1} es la fricción viscosa, M_{F0} es la fricción seca, M_L es la carga de entrada o fricción y w la velocidad angular.

El término $K_B |w(t)| I_A(t)$ compensa la caída de voltaje en las escobillas en combinación con una fuente de voltaje modulada por ancho de pulso. Los datos de los parámetros del motor se obtuvieron de uno de los ejemplos de diagnóstico de fallas publicados en [1] y son los siguientes:

- Resistencia de armadura (R_A) = 1,52 Ω

- Inductancia de armadura (L_A) = $6,82 \times 10^{-3} \Omega \text{ s}$
- Flujo magnético (Ψ) = $0,33 \text{ V s}$
- Factor de caída de voltaje (K_B) = $2,21 \times 10^{-3} \frac{\text{Vs}}{\text{A}}$
- Constante de inercia (J) = $1,92 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$
- Fricción viscosa (M_{F1}) = $0,36 \times 10^{-3} \text{ N m s}$
- Fricción seca (M_{F0}) = $0,11 \text{ N m}$

Como se explicó anteriormente las ecuaciones diferenciales 3.13 y 3.14 son no lineales. Si se define $U_A - K_B |w(t)| I_A(t)$ como entrada de voltaje y U_A y $M_{F0} \text{sign}(w(t))$ como carga de entrada, entonces M_L lleva a una descripción lineal. De esta forma, la representación en espacio de estado se convierte en:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \begin{bmatrix} \dot{I}_A \\ \dot{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_A}{L_A} & -\frac{\Psi}{L_A} \\ \frac{\Psi}{J} & -\frac{M_F}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_A \\ w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_A} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_A \\ M_L \end{bmatrix} \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_A \\ w \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.15)$$

Donde U_A es la corriente de armadura y la entrada del sistema, M_L es la carga de entrada o fricción, R_A es la resistencia de armadura, L_A es la inductancia de armadura, Ψ es el flujo magnético, K_B es el factor de la caída de voltaje, J es la constante de inercia, M_F es la fricción, I_A es la corriente de armadura y w la velocidad angular [1].

En el ejemplo desarrollado no se consideró necesario incluir otra entrada al sistema además de la corriente de armadura U_A , por lo tanto, se supuso el caso ideal con la fricción o carga de entrada $M_L = 0$. El sistema representado en espacio de estado quedó de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \begin{bmatrix} \dot{I}_A \\ \dot{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_A}{L_A} & -\frac{\Psi}{L_A} \\ \frac{\Psi}{J} & -\frac{M_F}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_A \\ w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_A} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_A \\ 0 \end{bmatrix} \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_A \\ w \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.16)$$

De igual forma que para el caso de estudio anterior, se incluye el término aditivo E :

$$E = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

3.2.3. Diseño de un observador de entradas desconocidas de orden completo

El procedimiento seguido para el diseño del observador robusto de orden completo para el motor de corriente directa es el que se detalla en el capítulo 2 en la sección 2.5.3 del presente trabajo de investigación. Para calcular las matrices necesarias para el diseño del UIO se escribió un programa en MatLab que se incluye en el Apéndice A. De acuerdo con el procedimiento explicado la primera condición para el diseño de un UIO es checar la condición de rango de E y CE . Se obtuvo:

$$\text{rango}(E) = \text{rango}(CE) \quad (3.18)$$

Por lo tanto el UIO existe y procedemos, de acuerdo con 2.5.3, a calcular H , T y A_1 :

$$\begin{aligned} H &= \begin{bmatrix} 0,5 & 0,5 \\ 0,5 & 0,5 \end{bmatrix} \\ T &= \begin{bmatrix} 0,5 & -0,5 \\ -0,5 & 0,5 \end{bmatrix} \\ A_1 &= \begin{bmatrix} -197,3745 & -24,0998 \\ 197,3745 & 24,0998 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

El siguiente paso es checar la observabilidad del par (C, A_1) y calcular K_1 mediante la asignación de polos. Se comprobó que el par (C, A_1) es observable y para calcular K_1 se asignaron polos en -1 y -2 ; de esta manera K_1 queda como:

$$K_1 = \begin{bmatrix} -196,3745 & -24,0998 \\ 196,3745 & 26,0998 \end{bmatrix}$$

Con K_1 calculado y usando las ecuaciones 2.48 y 2.49, el paso siguiente es calcular F y K . A partir de lo cual se obtiene:

$$F = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} -196,8745 & -24,5998 \\ 196,3745 & 25,0998 \end{bmatrix}$$

3.2.4. Simulación del UIO

La simulación se llevó a cabo en Simulink de MatLab. El modelo del UIO diseñado se ilustra en el Apéndice D.

Los resultados obtenidos a partir de la simulación surgen bajo dos condiciones: condiciones normales o libres de falla y condiciones de falla en el sensor 1 y sensor 2, corriente de armadura y velocidad angular respectivamente.

La figura 3.9 muestra el residuo para el sistema cuando está libre de fallas. Se observa que el residuo permanece en cero después del tiempo de estabilización, es decir, los residuos no están activados. Por lo tanto, $\|r^j(t)\| \approx 0$.

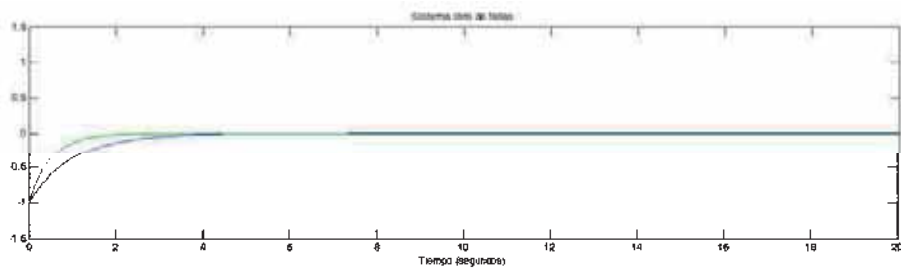


Figura 3.9: Residuo para el motor de cd libre de fallas

La figura 3.10 muestra la forma en la que se activa un residuo para una falla en el sensor 1, corriente de armadura. Resulta evidente que no satisface 2.53. Por lo tanto se advierte que el residuo ha detectado una falla.

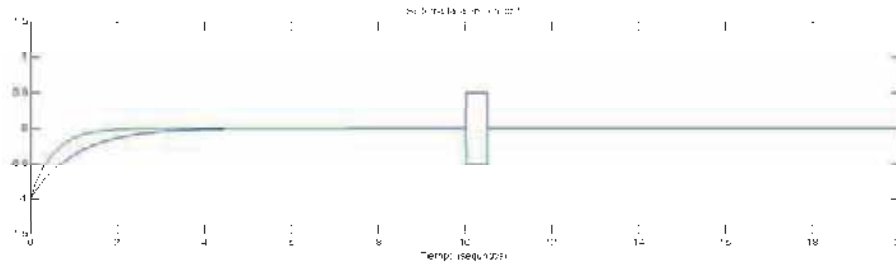


Figura 3.10: Residuo para el motor de cd, falla en el sensor 1

En la figura 3.11 se observa un residuo que se obtiene al simular una falla en el sensor 2. De igual forma no satisface 2.53.

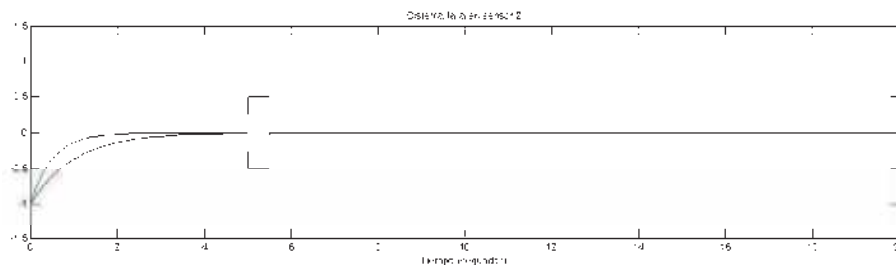


Figura 3.11: Residuo para el motor de cd, falla en el sensor 2

3.3. Sistema de Suspensión de un Autobús

3.3.1. Introducción

Otro ejemplo en el cual se apoyó el método de diagnóstico de fallas propuesto es el Sistema de Suspensión de un Autobús. Para efectos de simplificar el sistema se toma solamente una de las ruedas, es decir, un cuarto del sistema de suspensión. Un diagrama del modelo es el que se muestra en la figura 3.12.

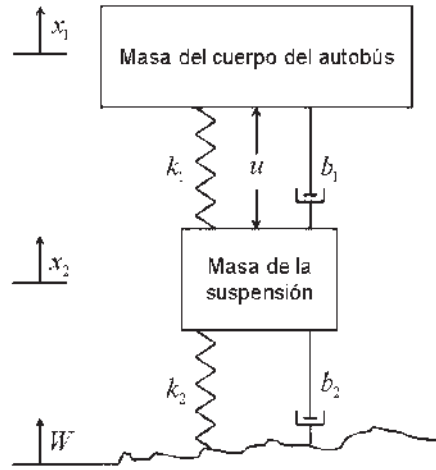


Figura 3.12: Modelo del Sistema de Suspensión de $\frac{1}{4}$ de Autobús

3.3.2. Modelado del sistema

Las ecuaciones dinámicas que describen el comportamiento del sistema de suspensión de $\frac{1}{4}$ de autobús ilustrado en la figura 3.12 son las siguientes [35]:

$$\begin{aligned} M_1 \ddot{x}_1 &= -b_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - k_1(x_1 - x_2) \\ M_2 \ddot{x}_2 &= b_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + k_1(x_1 - x_2) + b_2(\dot{W} - \dot{x}_2) + k_2(W - x_2) \end{aligned} \quad (3.19)$$

Donde M_1 y M_2 son la masa del cuerpo del autobús y la masa de la suspensión respectivamente, k_1 es la constante del resorte del sistema de suspensión, k_2 es la constante del resorte de la rueda y llanta, b_1 es la constante de deflexión del sistema de suspensión, b_2 es la constante de deflexión de la rueda y llanta, x_1 y x_2 son distancias y W es la referencia para cualquier disturbio del camino.

Las constantes para las ecuaciones dinámicas descritas en 3.19 para un autobús estándar se obtuvieron de [35] y son las siguientes:

- Masa del cuerpo del autobús (M_1) = 2500 kg
- Masa de la suspensión (M_2) = 320 kg

- Constante del resorte del sistema de suspensión $(k_1) = 80,000 \frac{N}{m}$
- Constante del resorte de la rueda y llanta $(k_2) = 500,000 \frac{N}{m}$
- Constante de deflexión del sistema de suspensión $(b_1) = 350 \frac{Ns}{m}$
- Constante de deflexión de la rueda y llanta $(b_2) = 15,020 \frac{Ns}{m}$

El sistema descrito en espacio de estado queda:

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \ddot{x}_1 \\ \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{b_1 b_2}{M_1 M_2} & 0 & \left(\frac{b_1}{M_1} \left(\frac{b_1}{M_1} + \frac{b_1}{M_2} + \frac{b_2}{M_2} \right) - \left(\frac{k_1}{M_1} \right) \right) & -\frac{b_1}{M_1} \\ \frac{b_2}{M_2} & 0 & -\left(\frac{b_1}{M_1} + \frac{b_1}{M_2} + \frac{b_2}{M_2} \right) & 1 \\ \frac{k_2}{M_2} & 0 & -\left(\frac{k_1}{M_1} + \frac{k_1}{M_2} + \frac{k_2}{M_2} \right) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \dot{x}_1 \\ y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{M_1} & \frac{b_1 b_2}{M_1 M_2} \\ 0 & -\frac{b_2}{M_2} \\ \frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} & -\frac{k_2}{M_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ W \end{bmatrix} \\
 y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \dot{x}_1 \\ y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{3.20}$$

Donde las nuevas variables $y_1 = x_1 - x_2$ y $y_2 = \dot{x}_1 - \dot{x}_2$.

Igualmente se incluye el término aditivo E :

$$E = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{3.21}$$

3.3.3. Diseño de un observador de entradas desconocidas de orden completo

El procedimiento seguido para el diseño del observador robusto de orden completo para el sistema de suspensión de $\frac{1}{4}$ de autobús es el que se detalla en el capítulo 2 en la sección 2.5.3 del presente trabajo de investigación. Para calcular las matrices necesarias para el diseño del UIO se escribió un programa en MatLab que se incluye en el Apéndice A. De acuerdo con el procedimiento explicado la primera condición para el diseño de un UIO es checar la condición de rango de E y CE . Se obtuvo:

$$\text{rango}(E) = \text{rango}(CE) \quad (3.22)$$

Por lo tanto el UIO existe y procedemos, de acuerdo con 2.5.3, a calcular H , T y A_1 :

$$H = \begin{bmatrix} 0,25 & 0,25 & 0,25 & 0,25 \\ 0,25 & 0,25 & 0,25 & 0,25 \\ 0,25 & 0,25 & 0,25 & 0,25 \\ 0,25 & 0,25 & 0,25 & 0,25 \end{bmatrix}$$

$$T = \begin{bmatrix} 0,75 & -0,25 & -0,25 & -0,25 \\ -0,25 & 0,75 & -0,25 & -0,25 \\ -0,25 & -0,25 & 0,75 & -0,25 \\ -0,25 & -0,25 & -0,25 & 0,75 \end{bmatrix}$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} -400,7 & 0,8 & 479,5 & -0,2 \\ -407,3 & -0,3 & 454,2 & -0,4 \\ -353,8 & -0,3 & 431,3 & 0,8 \\ 1161,8 & -0,3 & -1365 & 0,2 \end{bmatrix}$$

El siguiente paso es checar la observabilidad del par (C, A_1) y calcular K_1 con asignación de polos. Se demuestra que el par (C, A_1) es observable y para calcular K_1 se asignaron polos en -1 , -2 , -3 y -4 . Entonces K_1 queda como:

$$K_1 = \begin{bmatrix} -399,7 & 0,8 & 479,5 & -0,2 \\ -407,3 & 1,8 & 454,2 & -0,4 \\ -353,8 & -0,3 & 434,3 & 0,8 \\ 1161,8 & -0,3 & -1365 & 3,8 \end{bmatrix}$$

Con K_1 calculado y a partir de las ecuaciones 2.48 y 2.49, el paso siguiente es calcular F y K , que se obtienen como:

$$F = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -4 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} -400 & 0,5 & 479,2 & -0,5 \\ -407,8 & 1,3 & 453,7 & -0,9 \\ -354,5 & -1 & 433,6 & 0 \\ 1160,8 & -1,3 & -1366 & 2,8 \end{bmatrix}$$

3.3.4. Simulación del UIO

La simulación se llevó a cabo en Simulink de MatLab. El modelo del UIO diseñado se ilustra en el Apéndice E.

Los resultados obtenidos a partir de la simulación surgen bajo dos condiciones: condiciones normales o libres de falla y condiciones de falla en el estado 2 y 3, sensor 1 y sensor 2 que son $\dot{x}_1$ y y_1 respectivamente. Se escoge $\dot{x}_1$ en lugar de x_1 ya que es accesible para su medición. Se puede medir colocando un acelerómetro en el chasis del autobús.

La figura 3.13 muestra el residuo para el sistema cuando está libre de fallas. Se observa que el residuo permanece en cero después del tiempo de estabilización, es decir, los residuos no están activados. Por lo tanto, $\|r^j(t)\| \approx 0$.

La figura 3.14 muestra el comportamiento del residuo diseñado. A los diez segundos de simulación se introduce una falla de medio segundo de duración mediante una entrada tipo escalón. Se puede apreciar la forma en la que se activa un residuo para la falla provocada en el sensor

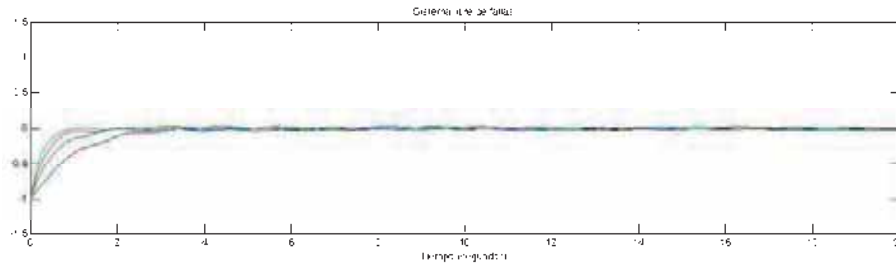


Figura 3.13: Residuo para la Suspensión de un $\frac{1}{4}$ Autobús libre de fallas

1. Resulta evidente que no satisface 2.53. Por lo tanto se advierte que el residuo ha detectado una falla.

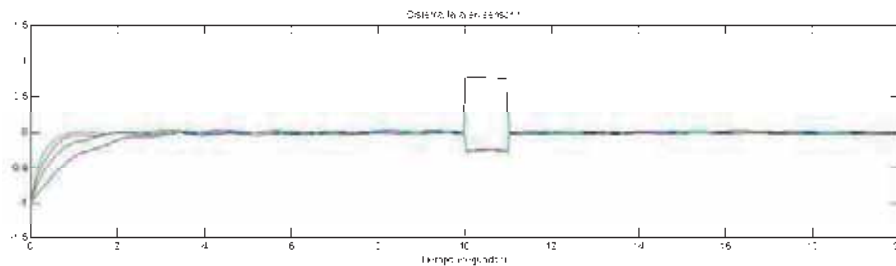


Figura 3.14: Residuo para la Suspensión de un $\frac{1}{4}$ Autobús, falla en el estado 2

En la figura 3.15 se observa el mismo comportamiento respecto al residuo que en el caso anterior. La diferencia estriba en que ahora la falla se introduce para el sensor 2 y a los cinco segundos de simulación. Se observa claramente que el residuo ha detectado una falla y que no satisface 2.53.

3.3.5. Esquema de aislamiento de fallas robusto

Al igual que en el caso del SHDT no es posible identificar en las figuras 3.14 y 3.15 en que sensor o estado ocurre la falla. Para solucionar este problema se debe aplicar el esquema de aislamiento de fallas descrito en la sección 2.5.4. Los polos se asignaron polos en -10 , -15 , -20 y -25 para obtener una respuesta adecuada de los observadores. Las matrices que se obtienen son las siguientes:

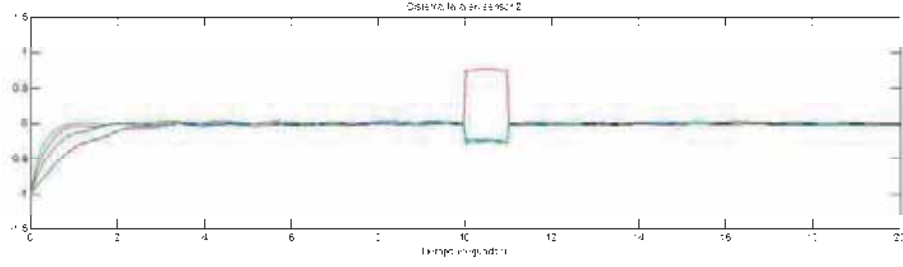


Figura 3.15: Residuo para la Suspensión de un $\frac{1}{4}$ Autobús, falla en el estado 3

$$\begin{aligned}
 C^1 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & C^2 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 C^3 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & C^4 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \\
 H^1 &= \begin{bmatrix} 0,3333 & 0,3333 & 0,3333 \\ 0,3333 & 0,3333 & 0,3333 \\ 0,3333 & 0,3333 & 0,3333 \\ 0,3333 & 0,3333 & 0,3333 \end{bmatrix} & & = H^2 = H^3 = H^4
 \end{aligned}$$

$$T^1 = \begin{bmatrix} 1 & -0,3333 & -0,3333 & -0,3333 \\ 0 & 0,6667 & -0,3333 & -0,3333 \\ 0 & -0,3333 & 0,6667 & -0,3333 \\ 0 & -0,3333 & -0,3333 & 0,6667 \end{bmatrix} \quad K^1 = \begin{bmatrix} -278,0603 & 391,2410 & -7,4471 \\ -273,1819 & 353,5446 & -7,5963 \\ -260,8223 & 371,5877 & -6,2656 \\ 539,9155 & -731,2532 & 14,0714 \end{bmatrix}$$

$$T^2 = \begin{bmatrix} 0,6667 & 0 & -0,3333 & -0,3333 \\ -0,3333 & 1 & -0,3333 & -0,3333 \\ -0,3333 & 0 & 0,6667 & -0,3333 \\ -0,3333 & 0 & -0,3333 & 0,6667 \end{bmatrix} \quad K^2 = \begin{bmatrix} -509,8 & 617,9 & -13,3 \\ -181,4 & 424,6 & -181,5 \\ -502,9 & 594,2 & 2,2 \\ 1012,7 & -1212,1 & 11,2 \end{bmatrix}$$

$$T^3 = \begin{bmatrix} 0,6667 & -0,3333 & 0 & -0,3333 \\ -0,3333 & 0,6667 & 0 & -0,3333 \\ -0,3333 & -0,3333 & 1 & -0,3333 \\ -0,3333 & -0,3333 & 0 & 0,6667 \end{bmatrix} \quad K^3 = \begin{bmatrix} -261,9911 & 367,8684 & -0,5549 \\ -297,5605 & 370,8519 & -0,9363 \\ -244,8422 & 348,7216 & 0,2093 \\ 557,1806 & -736,3204 & 1,4622 \end{bmatrix}$$

$$T^4 = \begin{bmatrix} 0,6667 & -0,3333 & -0,3333 & 0 \\ -0,3333 & 0,6667 & -0,3333 & 0 \\ -0,3333 & -0,3333 & 0,6667 & 0 \\ -0,3333 & -0,3333 & -0,3333 & 1 \end{bmatrix} \quad K^4 = \begin{bmatrix} -0,8 & -1,7 & 13,9 \\ -24,6 & 16,6 & -13,6 \\ 22,5 & -11,7 & -0,7 \\ 1461,7 & -134,1 & -1599,2 \end{bmatrix}$$

$$F^1 = \begin{bmatrix} -534,3 & 108,5 & 77,5 & -163,4 \\ -540,9 & 94,1 & 81,5 & -171,9 \\ -487,4 & 102,8 & 61,6 & -151 \\ 1028,2 & -217 & -151 & 308,6 \end{bmatrix}$$

$$F^2 = \begin{bmatrix} -33,0409 & 0,6667 & 6,6162 & 6,6162 \\ -359,9909 & -0,3333 & 182,6763 & 182,6763 \\ 6,5299 & -0,3333 & -18,3129 & -8,3129 \\ 6,5299 & -0,3333 & -8,3129 & -18,3129 \end{bmatrix}$$

$$F^3 = \begin{bmatrix} -31,2 & -141,7 & 623,3 & 226,1 \\ -13,1 & -156,6 & 598 & 215,4 \\ -14 & -136,2 & 575,1 & 213,7 \\ 30,8 & 280,1 & -1221,2 & -457,3 \end{bmatrix}$$

$$F^4 = \begin{bmatrix} -17,6741 & -2,7074 & 5,4865 & -0,2867 \\ -2,7351 & -24,2474 & 5,5453 & -0,4267 \\ 6,2617 & 6,5741 & -27,7918 & 0,7133 \\ 102,4161 & 148,8994 & -205,6751 & -0,2867 \end{bmatrix}$$

La simulación se llevó a cabo en Simulink de MatLab. El modelo del UIO diseñado se ilustra en el Apéndice F. De igual forma que para el diseño del UIO sin esquema de aislamiento en

este caso los resultados se obtienen bajo condiciones libres de falla y condiciones de falla en el sensor 1 y en el sensor 2.

La figura 3.16 muestra el comportamiento de los residuos del sistema cuando está libre de fallas. Se observa que los residuos permanecen en cero después del tiempo de estabilización, es decir, los residuos no están activados. Por lo tanto, $\|r^j(t)\| \approx 0$.

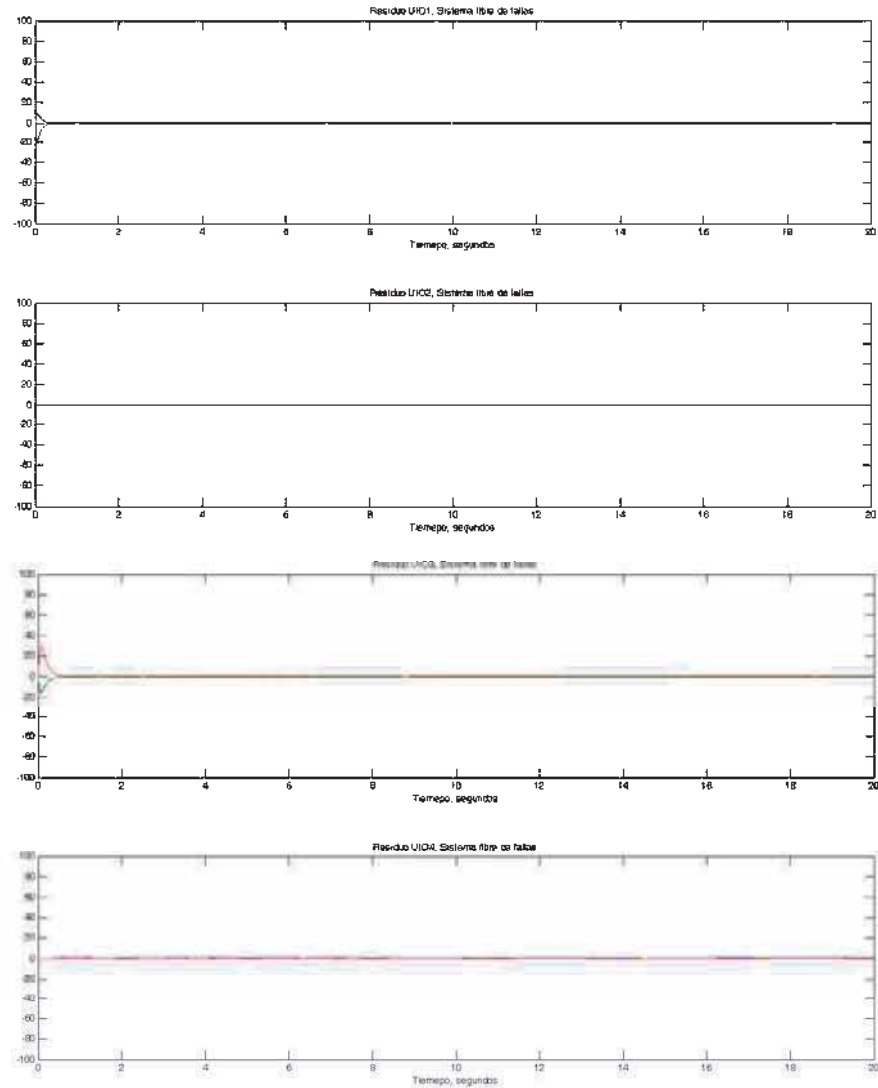


Figura 3.16: Residuos del UIO con aislamiento para la Suspensión de un $\frac{1}{4}$ Autobús libre de fallas

La figura 3.17 muestra el comportamiento de los residuos. Diez segundos después de introducir

una falla de medio segundo de duración mediante una entrada tipo escalón. Se puede apreciar la forma en la que se activan los residuos para todos los UIO's menos el UIO 2. Resulta evidente que no satisfacen 2.53. Por lo tanto se advierte que los residuos han detectado una falla en el sensor 1.

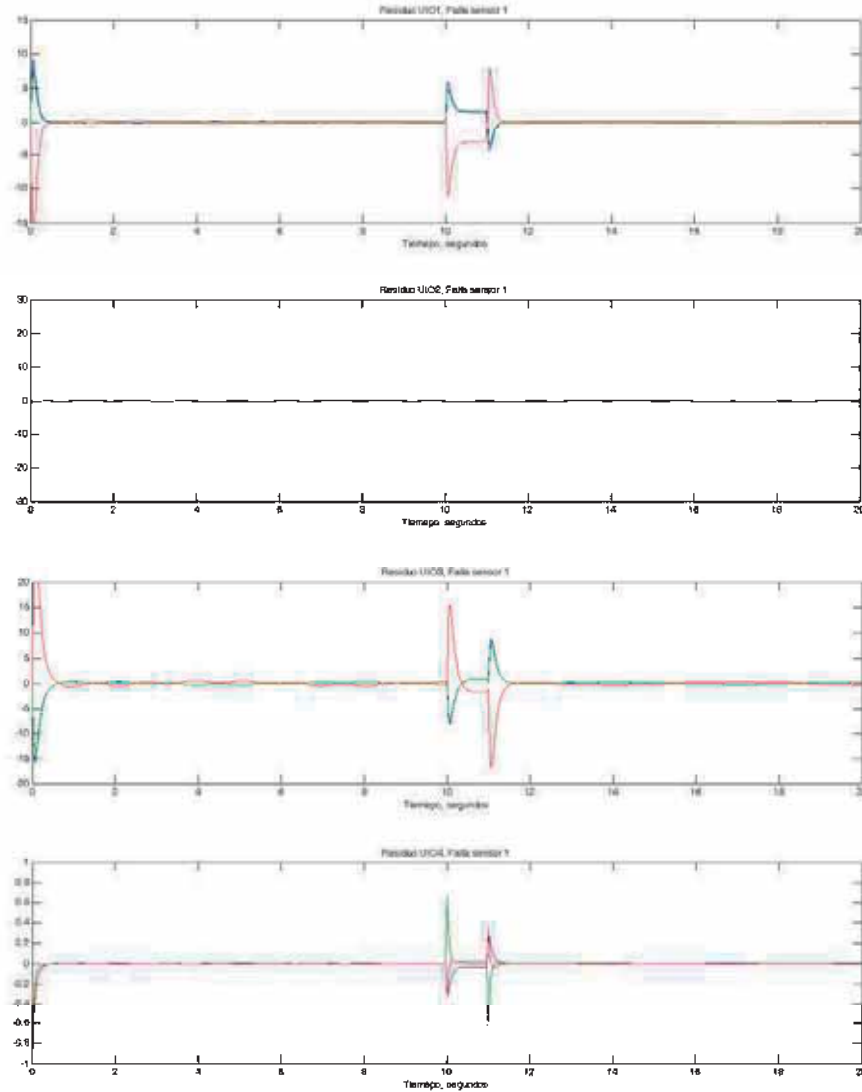


Figura 3.17: Residuos del UIO con aislamiento para la Suspensión de un $\frac{1}{4}$ Autobús con falla en el sensor 1

La figura 3.18 en este caso muestra los residuos para una falla introducida en el sensor 2 a los diez segundos de simulación. La falla introducida es de las mismas características que para

el caso anterior. Se puede apreciar que se activan residuos para el UIO 1, UIO 2 y el UIO 4. Resulta evidente que no satisfacen 2.53. Por lo tanto se advierte que los residuos han detectado una falla.

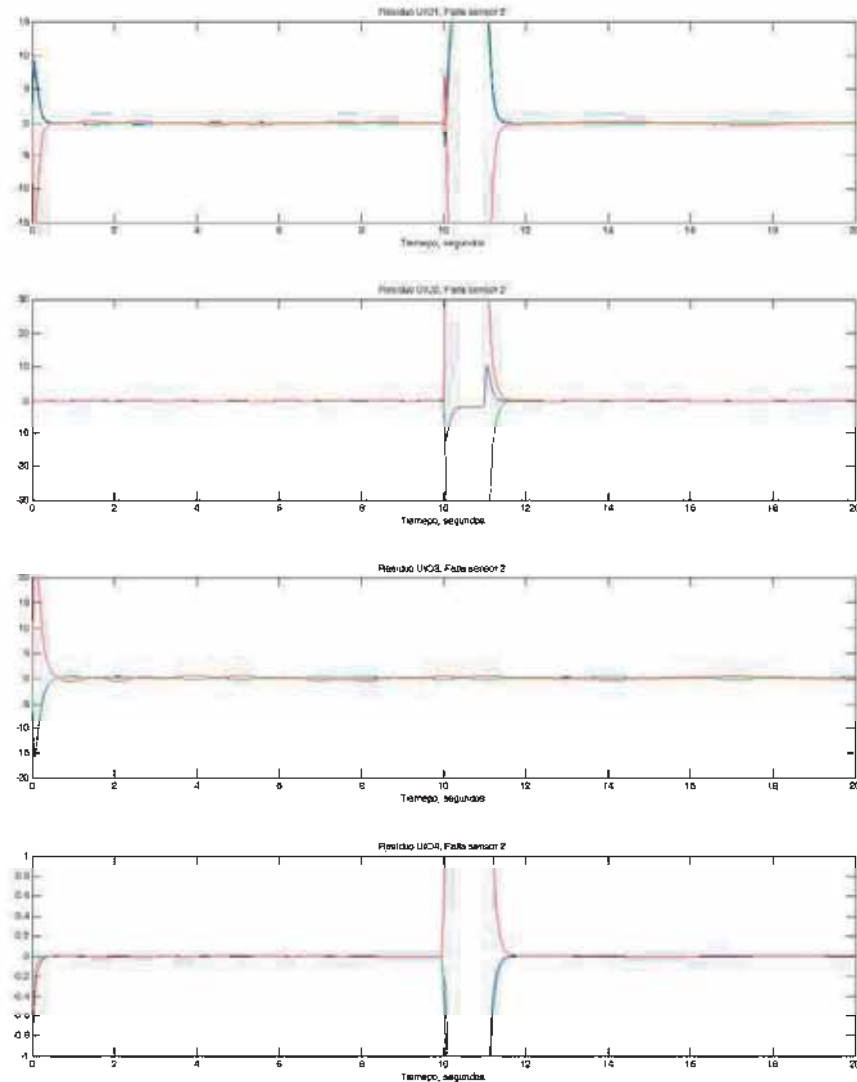


Figura 3.18: Residuos del UIO con aislamiento para la Suspensión de un $\frac{1}{4}$ Autobús con falla en el sensor 2

La firma de fallas para este caso es de activación de residuos en el UIO 1, 3 y 4 para una falla en el sensor 1 y de residuos en el UIO 1, 2 y 4 para una falla en el sensor 2. Igualmente puede apreciarse que en este ejemplo se activarán siempre todos los residuos menos el del estado donde

existe una falla, lo cual concuerda con lo que se esperaba.

Capítulo 4

Conclusiones y Trabajo Futuro

4.1. Conclusiones

En el presente trabajo de investigación se abordó la problemática del diagnóstico de fallas basado en el modelo para diversos sistemas lineales y no-lineales. El análisis del problema se realizó usando la técnica de Observadores de Entradas Desconocidas. La técnica usada incluyó además una modificación para lograr el aislamiento de las fallas. En todos los casos presentados se utilizaron señales conocidas como residuos para que mediante su análisis lógico y adecuado pueda lograrse la detección y aislamiento de las fallas ocurridas exclusivamente en sensores en algunos de los estados de la representación en espacio de estado de los sistemas ejemplificados. La importancia de la detección y el aislamiento de fallas se advierte al considerar sistemas dinámicos que pueden seguir funcionando con fallas presentes. En estos casos, es importante conocer que una falla ha ocurrido, detección, y saber dónde, lo que correspondería al aislamiento. En todos los ejemplos presentados, la técnica usada probó su efectividad en la detección de las fallas. Para el caso del Sistema Hidráulico de Dos Tanques (SHDT) y el Sistema de Suspensión de $\frac{1}{4}$ de Autobús se logró implementar un esquema de aislamiento para poder diagnosticar que una falla ocurrió y exactamente en cuál de los sensores mediante un adecuado análisis de la firma de fallas de los residuos diseñados. Por lo tanto, es adecuado decir que la técnica usada corresponde a una clasificada como diagnóstico de fallas basado en el modelo, aplicable a cualquier sistema donde se conozca el modelo matemático del mismo.

4.2. Trabajo Futuro

El diagnóstico de fallas es de suma importancia para los sistemas dinámicos actuales, sin embargo, existen temas de investigación aún abiertos y muchos problemas por resolver. Se propone como continuación a la presente investigación:

- La experimentación con un modelo real de la técnica simulada en el presente trabajo de investigación.
- Extender el enfoque de Observadores de Entradas Desconocidas hacia el estudio de fallas en actuadores.
- Una comparación de resultados con otro enfoque distinto para resolver la misma problemática de diagnóstico de fallas, ya que la solución presentada no es única y existen muchos otros esquemas ampliamente documentados en la investigación.
- Abordar la investigación para sistemas tolerantes a fallas, es decir, sistemas que en presencia de una falla sigan operando. Para ello se puede utilizar el concepto de Reconfiguración, el cual consiste en corregir el problema en línea y seguir operando.

Apéndice A

Programa en MatLab para el Diseño de un UIO

Nótese que en el paso 4 del programa que se muestra a continuación el comando "place" es el que asigna los polos. Para un sistema que requiera de más polos simplemente se agregan después del -2. Ejemplo: [-1 -2 -3 -4] para asignar polos en -1, -2, -3 y -4.

```

%PROGRAMA QUE OBTIENE LAS MATRICES PARA EL DISEÑO DE UN UIO
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function UIO(A,B,C,E)

%1- Checar que rank(E)=rank(CE)
rank(E);
rank(C*E);
if rank(E)==rank(C*E)
    'Existe un UIO'

%2- Calculo de H, T y A1
H=(E*(inv((transpose(C*E))*C*E))*(transpose(C*E)))
Tam=size(H*C);
I=eye(Tam(1),Tam(2));
T=I-(H*C)
A1=T*A

%3- Checar la observabilidad del par C y A1.
% Si es observable, el UIO existe y K1 puede
% calcularse obteniendo un polo
MatrizObservabilidad = obsv(A1,C);

%Obtiene el número de estados no observables
unob = length(A1)-rank(MatrizObservabilidad);

%4- Se checa la observabilidad y se calcula F y K
if unob==0
    K1=place(A1',C',[-1 -2]);
    K1=K1'|
    F=A1-K1*C
    K=K1+F*H
else
    'Construir una matriz de transformación'
    'P para la descomposición canónica observable'
end

else
    'El UIO no existe'
end
end

```

Figura A.1: Programa en MatLab para el diseño de un UIO

Apéndice B

Programa UIO Robusto Sistema Hidráulico de Dos Tanques

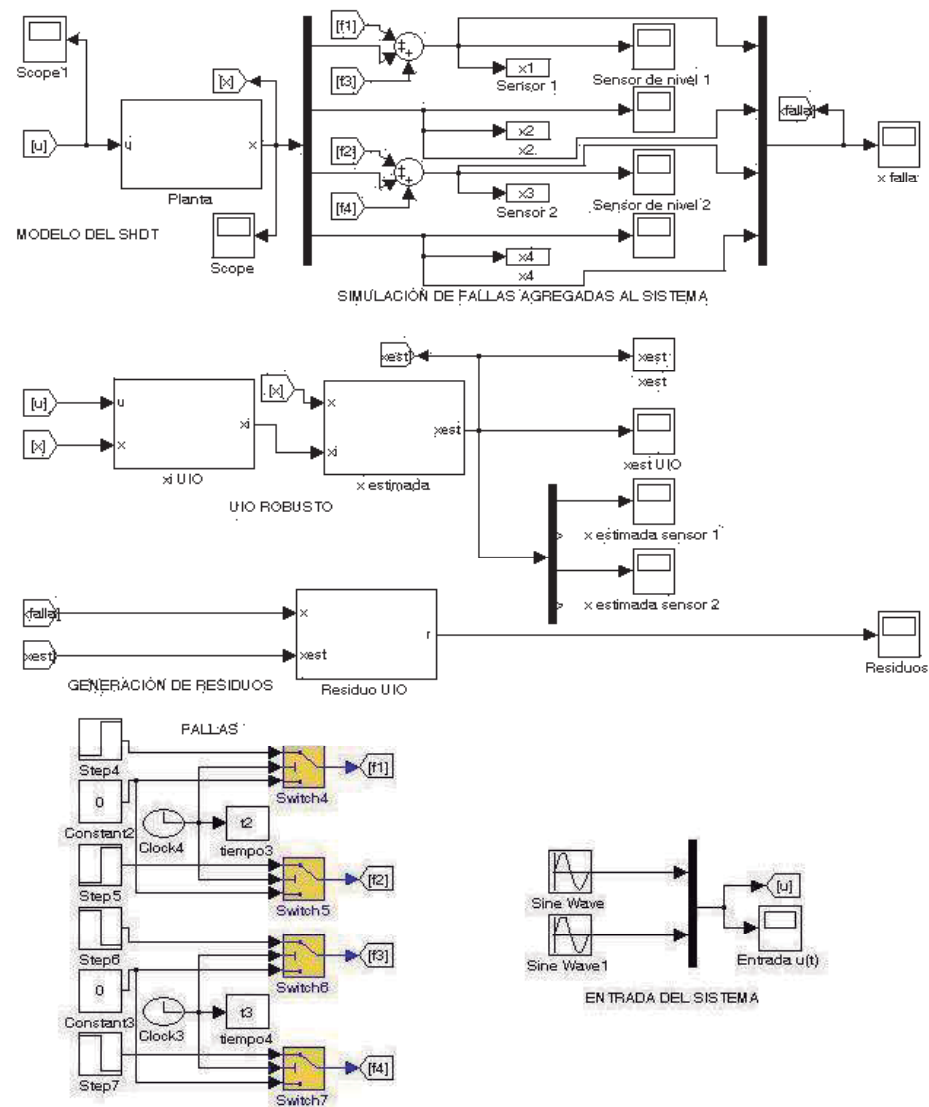


Figura B.1: Modelo en Simulink del diseño de un UIO de un Sistema Hidráulico de Dos Tanques

Apéndice C

Programa UIO con Aislamiento

Sistema Hidráulico de Dos Tanques

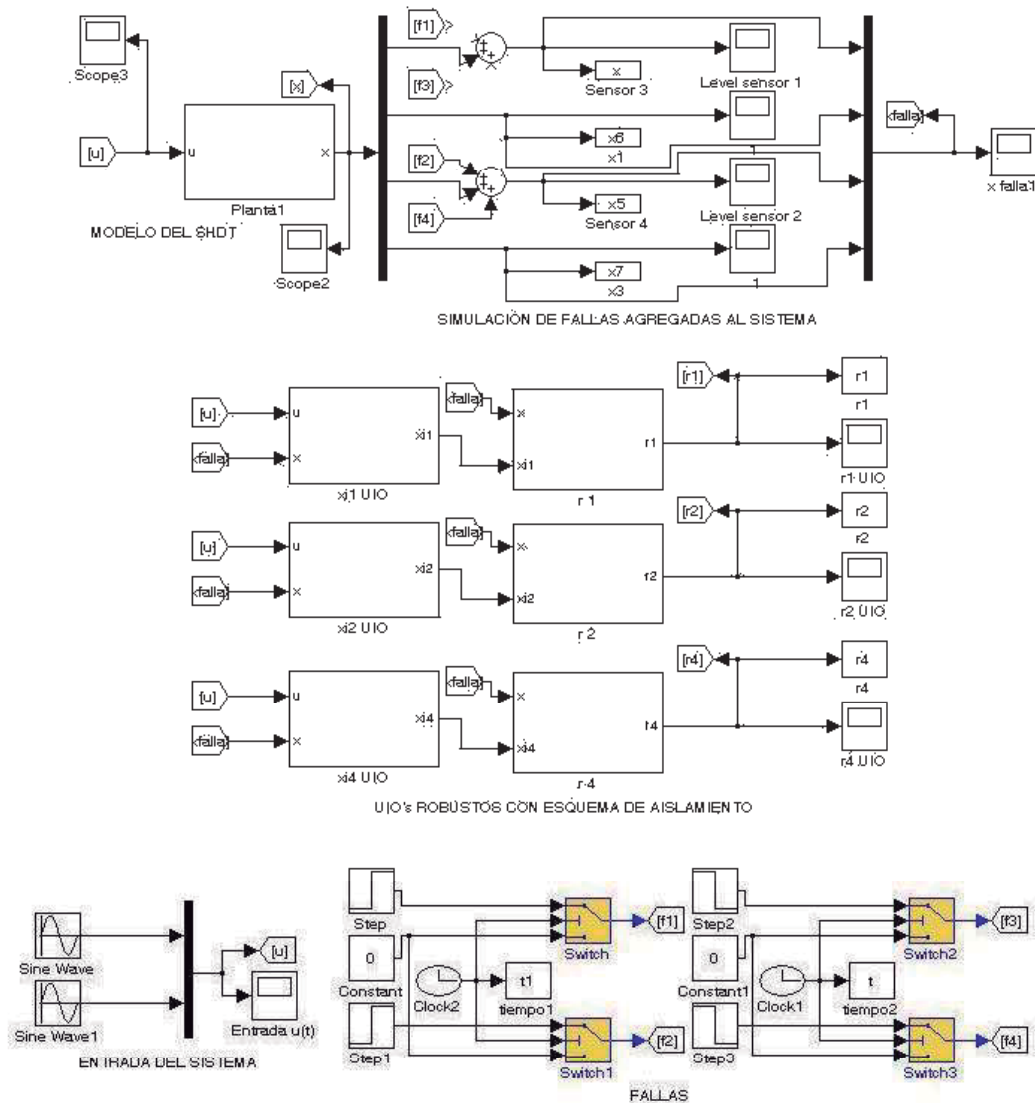


Figura C.1: Modelo en Simulink del diseño de un UIO con aislamiento de un Sistema Hidráulico de Dos Tanques

Apéndice D

Programa UIO Robusto Motor de CD

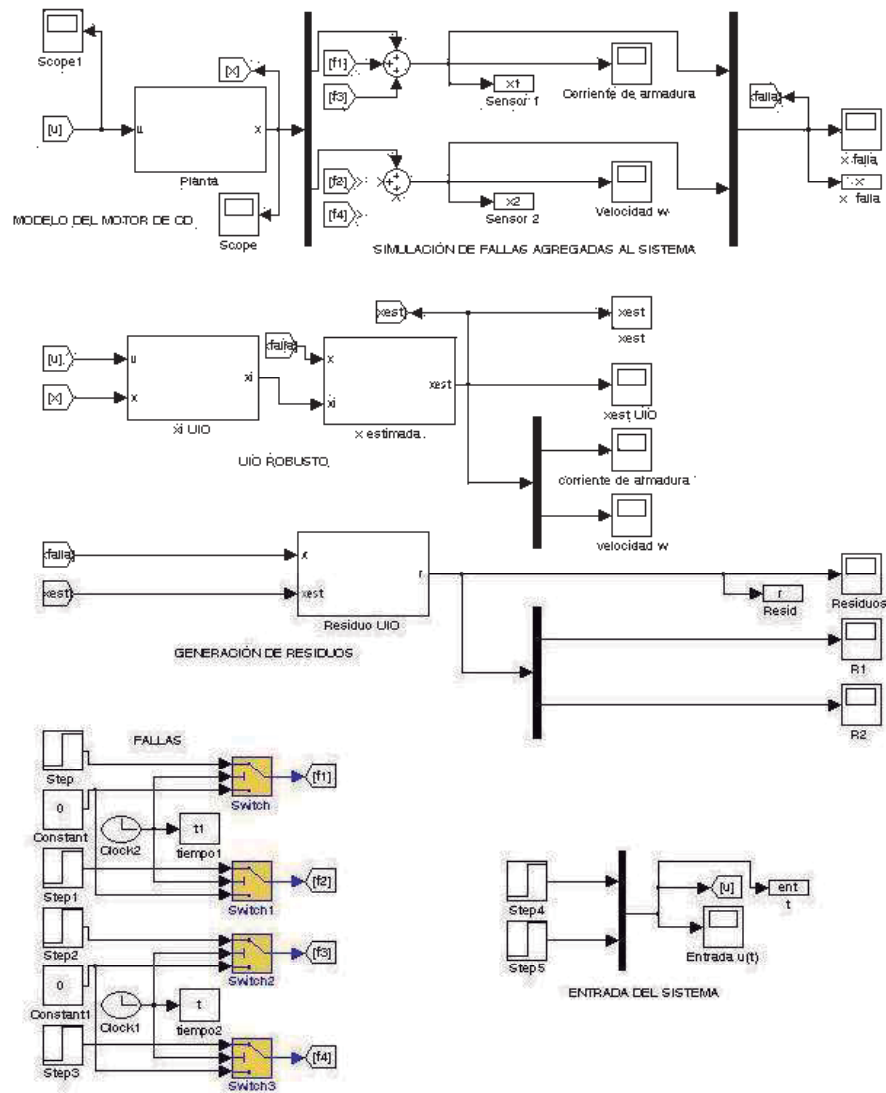


Figura D.1: Modelo en Simulink del diseño de un UIO de un Motor de CD

Apéndice E

Programa UIO Robusto Sistema Suspensión

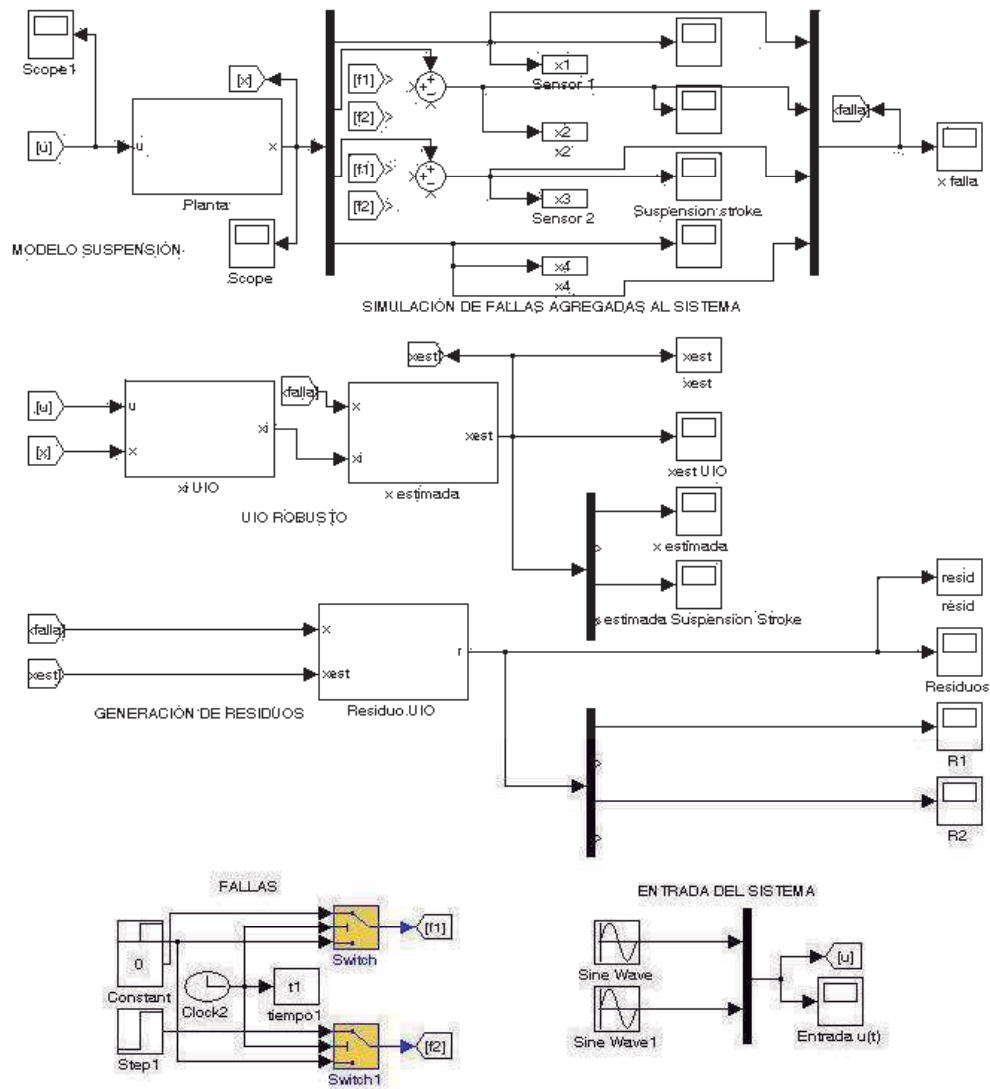


Figura E.1: Modelo en Simulink del diseño de un UIO de un Sistema de Suspensión de $\frac{1}{4}$ de Autobús

Apéndice F

Programa UIO con Aislamiento

Sistema Suspensión

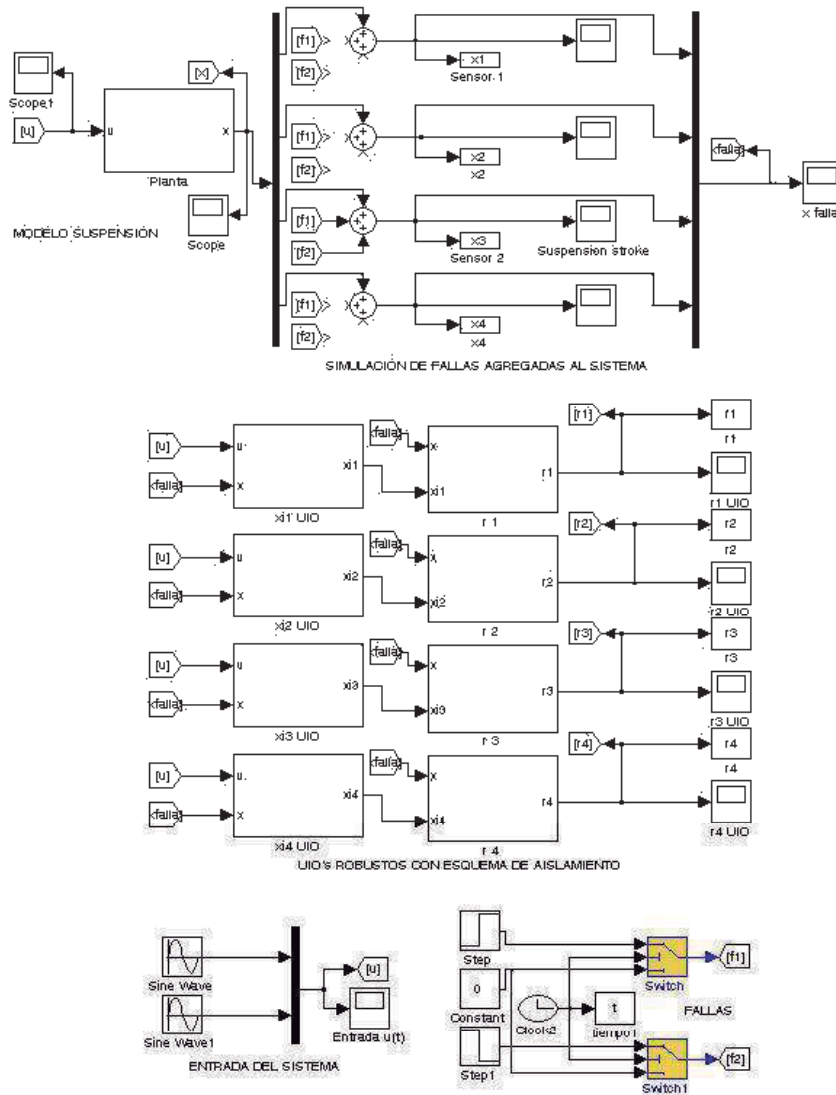


Figura F.1: Modelo en Simulink del diseño de un UIO con aislamiento de un Sistema de Suspensión de $\frac{1}{4}$ de Autobús

Bibliografía

- [1] R. Isermann, “Fault-Diagnosis Systems: An Introduction from Fault Detection to Fault Tolerance”, Springer, Germany, 2006.
- [2] J.J. Gertler, “Fault Detection and Diagnosis in Engineering Systems”, Marcel Dekker, 1998.
- [3] J. Chen and R.J. Patton, “Robust Model-Based fault Diagnosis for Dynamic Systems”, Kluwer Academic Publishers, 1999.
- [4] J. Anzures M., “Diagnóstico de fallas en sistemas no lineales usando lógica difusa y observadores con modos deslizantes”, Tesis para obtener el grado de doctor en ciencias especialidad ingeniería eléctrica, CINVESTAV unidad Guadalajara, México, 2007.
- [5] S. Nowakowski, M. Darouach and P. Pierrot, “A New Approach for Failure Detection in Uncertain Systems”, *Proceedings of the 32nd Conference on Decision and Control*, San Antonio, Texas, pp. 257-258, 1993.
- [6] W. V. Bernd Straube and C. Höhn, “On the Application of Fault Detection Observers to Analog Circuit Testing”, 1993.
- [7] Y. E. Faitakis and J. C. Kantor, “Residual based fault detection using an output observer”, *Proceedings of the American Control Conference*, Seattle, Washington, pp. 1255-1259, 1995.
- [8] H. H. Niemann and J. Stoustrup, “Filter Design for Failure Detection and Isolation in the Presence of Modeling Errors and Disturbances”, *Proceedings of the 35th Conference on Decision and Control*, Kobe, Japan, pp. 1155-1160, 1996.

- [9] S. A. Ashton, D. N. Shields and S. Daley, “Fault Detection in Pipelines using Nonlinear Observers”, 1996.
- [10] Y. Xiong and M. Saif, “Robust Fault Isolation Observer Design” *Proceedings of the American Control Conference*, San Diego, California, pp. 2077-2081, 1999.
- [11] W. Chen and M. Saif, “An Iterative Learning Observer-Based Approach to Fault Detection and Accommodation in Nonlinear Systems” *Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control*, Orlando, Florida, pp. 4469-4474, 2001.
- [12] S. Ibaraki, S. Suryanarayanan and M. Tomizuka, “Design of Luenberger State Observers Using Fixed-Structure H_∞ Optimization and its Application to Fault Detection in Lane-Keeping Control of Automated Vehicles”, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, Vol. 10, No. 1, pp. 34-42, 2005.
- [13] C. S. Kallesoe, V. Cocquempot and R. Izadi-Zamanabadi, “Model Based Fault Detection in a Centrifugal Pump Application”, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 14, No. 2, pp. 204-215, 2006.
- [14] S. Gayaka, B. Yao and P. Meckl, “Fault Detection for Nonlinear Systems in Presence of Input Unmodeled Dynamics”, 2008.
- [15] A. Korodi and T. L. Dragomir, “Mobile Fault Detection Module for Automatic Systems”, *2007 Mediterranean Conference on Control and Automation*, Athens, Greece, 2007.
- [16] H. Wang and H. Gao, “Robust Fault Detection for Uncertain Time-Delay Systems with Markovian Jump Parameters”, *Proceedings of the Sixth International Conference on Machine Learning and Cybernetics*, Honk Kong, pp. 1066-1071, 2007.
- [17] C. Lin, Q. Wang, T. H. Lee and Y. He, “Design of Observer-Based H_∞ Control for Fuzzy Time-Delay Systems”, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, Vol. 16, No. 2, pp. 534-543, 2008.

- [18] X. Dai, T. Breikin, Z. Gao and H. Wang, “Dynamic Modelling and Robust Fault Detection of a Gas Turbine Engine”, *2008 American Control Conference*, Seattle, Washington, pp. 2160-2165, 2008.
- [19] H. Wu and H. Li, “ H_∞ Fuzzy Observer-Based Control for a Class of Nonlinear Distributed Parameter Systems With Control Constraints”, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, Vol. 16, No. 2, pp. 502-516, 2008.
- [20] B. Chen, X. Liu, S. Tong and C. Lin, “Observer-Based Stabilization of T-S Fuzzy Systems With Input Delay”, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, Vol. 16, No. 3, pp. 652-663, 2008.
- [21] B. Castillo and J. Anzurez, Model-Based fault diagnosis using sliding mode observers to Takagi-Sugeno fuzzy model, *Proceedings of the 2005 IEEE International Symposium on Intelligent Control*, Cyprus, 2005, pp. 652-657.
- [22] E.Y. Chow and A.S. Willsky, “Analytical Redundancy and the Design of Robust Failure Detection Systems”, *IEEE Trans on Automatic Control*, Vol. 29, No. 7, pp. 603-614, 1984.
- [23] J.J. Gertler, “Survey of model-based failure detection and isolation in complex plants”, *IEEE Contr. Syst. Mag.* Vol. 8, No. 6, pp. 3-11, 1988.
- [24] J. A. Marin and B. C. Toledo, “An application of sliding mode observer to fault diagnosis”, *XXVI International Congress of electronic engineering ELECTRO 2004*, México, pp. 103-108, 2004.
- [25] R. J. Patton, P.M. Frank and R.N. Clark, “Fault Diagnosis in Dynamic Systems: Theory and Applications”, Prentice Hall, 1989.
- [26] R. J. Patton, P. M. Frank and R. N. Clark, “Issues of Fault Diagnosis for Dynamic systems”, Springer, 2000.
- [27] B. C. Toledo and J. A. Marin, “Model-Based Fault Diagnosis Using Sliding Mode Observers to Takagi-Sugeno Fuzzy Model”, *Proceedings of the 2005 IEEE International Symposium on Intelligent Control*, Cyprus, pp. 652-657, 2005.

- [28] I. I. Lázaro Castillo, “Ingeniería de Sistemas de Control Continuo”, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo (UMSNH), Consejo Estatal de Ciencia y Tecnología, Michoacán (COECYT), Facultad de Ingeniería Eléctrica (FIE), 2008.
- [29] A. S. Willsky, “A survey of design methods for failure detection in dynamic systems”, *Automatica*, Vol. 12, No. 6, pp 601-611, 1976.
- [30] A. S. Willsky, E. Y. Chow, S. B. Gershwin, C. S. Greene, P. K. Houpt and A. L. Kurkjian, “Dynamic Model-Based Techniques for the Detecion of Incidents on Freeways”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 25, No. 3, pp. 347-360, 1980.
- [31] C. A. Hernández R., “Control de un Sistema de Dos Tanques para Almacenamiento de Líquidos”, Tesis para obtener el grado de maestro en ciencias especialidad ingeniería eléctrica, CINVESTAV unidad Guadalajara, México, 2007.
- [32] J. A. Marin, N. Pitalúa-Díaz, O. Cuevas-Silva and J. Villar-García, “Unknown Inputs Observers Design for Fault Detection in a Two-tank Hydraulic System”, *2008 Electronics, Robotics and Automotive Mechanics Conference CERMA 2008*, México, pp. 373-378, 2008.
- [33] P. Zhang and S. X. Ding, “Fault Tolerant Measurement and Monitoring of a Nonlinear Two-Tank System”, *Proceedings of the 13th Mediterranean Conference on Control and Automation*, Cyprus, 2005, pp. 1355-1360.
- [34] A. E. Fitzgerald, C. Kingsley Jr. and S. D. Umans, “Máquinas Eléctricas, sexta edición”, McGrawHill, 2004.
- [35] Control Tutorials for MatLab and Simulink, bus suspension. April 2009, www.library.cmu.edu/ctms/