



**UNIVERSIDAD MICHUACANA DE
SAN NICOLÁS DE HIDALGO**



FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

**“ANÁLISIS DE CONTINGENCIAS EN
SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA
CON EL MÉTODO DE SENSIBILIDADES”**

TESIS

**Que para obtener el Título de
INGENIERO ELECTRICISTA**

**Presenta
PEDRO RAÚL VALENCIA ALVAREZ**

**Asesor de Tesis
DR. CLAUDIO RUBÉN FUERTE ESQUIVEL**

Morelia Michoacán Octubre del 2010

Agradecimientos

A mis Padres: Pedro Valencia, quien a pesar de la distancia siempre esta presente en mis actividades y Hortensia Álvarez, quienes me alentaron con el ejemplo todos los días de mi vida para llevar a cabo con éxito este objetivo.

A mi hermano Juan Pablo Valencia por ser ese gran motor e inspiración que me impulso a concluir con éxito este objetivo.

A mis hermanas Jocelyn, Paola y Miriam quienes estuvieron al pendiente de mi, me impulsaron y animaron a seguir esforzándome para logra mi sueño.

Y por supuesto, agradezco infinitamente a mi asesor el Dr. Claudio Rubén Fuerte Esquivel, por sus consejos, su confianza y su gran apoyo para llevar a cabo esta investigación.

A mi amigo Cesar Guzmán por su apoyo, lealtad, y palabras de aliento en los momentos difíciles, y todos los momentos gratos.

A DIOS por llenar mi vida de dicha y bendiciones.

A todos Gracias...

Dedicatoria

Este trabajo de tesis esta dedicado principalmente a las personas más importantes en mi vida: mis padres Pedro Valencia Rodríguez y Hortensia Álvarez Zetina, mi abuela Francisca Álvarez quien ya no esta conmigo, pero se, que desde donde se encuentre sabe que le cumplí la promesa que le hice algún día de concluir mi sueño. Por último y no menos importantes mi hermano Juan Pablo Valencia y mis hermanas Nadia Paola Valencia, Jocelyn Itzel Valencia y Miriam G. Valencia. Este trabajo es de todos ustedes.

Resumen

En la actualidad los sistemas eléctricos de potencia son de gran importancia, ya que son los encargados de proporcionar la energía necesaria para el desarrollo de un país. Es evidente que la falta de suministro eléctrico a los consumidores tiene un impacto muy grande, pudiendo ser de índole técnica, social y política.

Unos de los problemas que enfrentan las empresas de energía eléctrica, es la creciente complejidad de los sistemas eléctricos de potencia. Cada vez los equipos son operados cerca de sus límites de seguridad con el fin de satisfacer la demanda de energía; esto ha sido ocasionado por la construcción de grandes plantas de generación conectadas al sistema a través de líneas de transmisión muy largas, que impactan directamente en la estabilidad del sistema, aun en condiciones normales de operación.

En el presente trabajo se realiza un análisis del estado de operación de un sistema eléctrico de potencia ante cualquier evento o contingencia con el método de sensibilidades.

El análisis comienza por obtener los valores de flujos de potencia en las líneas de transmisión del sistema eléctrico de potencia, cuando ocurren las diferentes contingencias con el método NR en C.A, para realizar los cálculos se hace uso del software PowerWorld. Y posteriormente se analizan las mismas contingencias y se calculan los flujos de potencia en las líneas de transmisión, pero ahora con el programa computacional desarrollado en Matlab basado en el método de sensibilidades.

Finalmente se comparan los valores obtenidos con ambos métodos, y se redactan las conclusiones del análisis.

ÍNDICE

Lista de figuras	Pág. IV
Lista de tablas	V

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN

1.1 Introducción.....	1
1.2 Objetivo	2
1.3 Metas	2
1.4 Justificación	2
1.5 Metodología.....	3
1.6 Estructura de la tesis.....	3

CAPÍTULO 2. FLUJOS DE POTENCIA

2.1 Introducción.....	5
2.2 Ecuaciones de flujos de potencia	6
2.2.1 Formulación de balance energético nodal	10
2.2.2 Tipos de nodos	10
2.3 Técnicas de solución basadas en el método de Newton-Raphson	12
2.4 Solución de las ecuaciones convencionales de flujo de potencia	14
2.5 Caso de estudio(SEP)	15
2.6 Simulación de contingencias	16
2.6.1 Caso base	17
2.6.2 Contingencia 1	20
2.6.3 Contingencia 2	21

CAPÍTULO 3. MÉTODO DE SENSIBILIDADES

3.1 Introducción.....	28
3.2 Tipos de factores de sensibilidades.....	28
3.3 Flujos de C.D.....	31
3.4 Calculo de factores de sensibilidades.....	33
3.4.1 Factores de participación.....	33
3.4.2 Factores de distribución	36

CAPÍTULO 4. ANÁLISIS NUMÉRICO DE CONTINGENCIAS CON LOS FACTORES DE SENSIBILIDADES

4.1 Introducción.....	41
4.2 Análisis de contingencias en base a sensibilidades.....	41
4.2.1 Resultados que proporciona el programa desarrollado en Matlab.....	41
4.3 Comparación de resultados entre los métodos de C.A y Sensibilidades.....	44
4.4 Conclusiones del capítulo 4.....	53

CAPÍTULO 5. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

5.1 Conclusiones.....	54
5.2 Trabajos Futuros	56

APÉNDICE A

A.1 Programación en Matlab de las ecuaciones de Sensibilidades	57
--	----

BIBLIOGRAFÍA	62
---------------------------	-----------

LISTA DE FIGURAS

2.1 Circuito equivalente π de un elemento de transmisión	7
2.2 Balance de potencia en el nodo i ; a) potencia activa, b) potencia reactiva	9
2.3 Sistema eléctrico de potencia a analizar	15
2.4 Flujos de potencia del sistema en estudio (caso base)	17
2.5 Perdida de la línea de transmisión $l7$	20
2.6 Perdida de la línea de transmisión $l2$	21
2.7 Flujos de potencia en la línea de transmisión $l1$ ante las 2 contingencias	22
2.8 Flujos de potencia en la línea de transmisión $l2$ ante las 2 contingencias	22
2.9 Flujos de potencia en la línea de transmisión $l3$ ante las 2 contingencias	23
2.10 Flujos de potencia en la línea de transmisión $l4$ ante las 2 contingencias.....	23
2.11 Flujos de potencia en la línea de transmisión $l5$ ante las 2 contingencias.....	24
2.12 Flujos de potencia en la línea de transmisión $l6$ ante las 2 contingencias.....	24
2.13 Flujos de potencia en la línea de transmisión $l7$ ante las 2 contingencias.....	25
2.14 Flujos de potencia en la línea de transmisión $l8$ ante las 2 contingencias.....	25
2.15 Flujos de potencia en la línea de transmisión $l9$ ante las 2 contingencias.....	26
2.16 Flujos de potencia en la línea de transmisión $l10$ ante las 2 contingencias.....	26
2.17 Flujos de potencia en la línea de transmisión $l11$ ante las 2 contingencias.....	27
3.1 Circuito π de un elemento de transmisión	31
3.2 Simulación de la apertura de una elemento de transmisión	36
4.1 Comparación de resultados de C.A y Sensibilidades al salir de operación $l7$	46
4.2 Potencia activa obtenida con C.A y Sensibilidades al salir de operación $l7$	47
4.3 Potencia aparente calculada por C.A y Sensibilidades al salir de operación $l2$	49
4.4 Potencia activa calculada con C.A y Sensibilidades al salir de operación $l2$	50
4.5 Comparación de métodos al salir de operación el generador G1	51
4.6 Comparación de métodos al salir de operación el generador G2	53

LISTA DE TABLAS

2.0 Datos de las líneas de transmisión	16
2.1 Datos de los buses.....	16
2.2 Flujos de potencia en el nodo 1 (Slack)	18
2.4 Flujos de potencia en el nodo 2 (nodo generador).....	18
2.5 Flujos de potencia en el nodo 3 (nodo generador).....	18
2.6 Flujos de potencia en el nodo 4 (nodo de carga)	18
2.7 Flujos de potencia en el nodo 5 (nodo de carga)	19
2.8 Flujos de potencia en el nodo 6 (nodo de carga)	19
4.1 Datos de las líneas (reactancias y nodos de envío y recepción)	42
4.2 Factores de participación de los generadores	42
4.3 Factores de participación de la salida de un elemento de transmisión.....	42
4.4 Flujos de potencia activa al salir de operación las líneas de transmisión <i>l7</i> y <i>l2</i>	43
4.5 Flujos de potencia activa al salir de operación los generadores Gen1 y Gen2.....	44
4.6 Valores del caso base del sistema eléctrico de potencia	45
4.7 Valores de flujos de potencia calculados en C.A al salir <i>l7</i>	45
4.8 Valores de flujos de potencia calculados con sensibilidades al salir <i>l7</i>	45
4.9 Valores de flujos de potencia calculados en C.A al salir <i>l2</i>	48
4.10 Valores de flujos de potencia calculados con sensibilidades al salir <i>l2</i>	48
4.11 Valores de flujos de potencia calculados en C.A al salir Gen1	51
4.12 Valores de flujos de potencia calculados con sensibilidades al salir Gen1	51
4.13 Valores de flujos de potencia calculados en C.A al salir Gen2	52
4.14 Valores de flujos de potencia calculados con sensibilidades al salir Gen2.....	52

Capítulo 1

1.1 Introducción

En el nuevo contexto de operación de los sistemas eléctricos, donde se considera un mercado de energía y que participan unidades privadas de generación, varios grupos de investigación han realizado estudios de la operación de un sistema eléctrico de potencia desde un punto de vista económico. Sin embargo, un factor importante que afecta la operación del sistema es la preservación de su seguridad. La seguridad involucra prácticas operativas diseñadas para mantener al sistema íntegro ante eventos no previstos, tales como: la pérdida de elementos y fallas en equipo. Dentro de las pérdidas de elementos se tiene como ejemplo: la salida de operación de una línea de transmisión por la ruptura de algún conductor o una descarga atmosférica. Ante estos eventos, se pueden planear estrategias de operación tal que no se sobrecarguen los elementos de transmisión que permanecen conectados al sistema. Tales estrategias consisten en la redistribución de generación y/o conexión de elementos o, en el último de los casos, la desconexión de carga. Otro evento puede ser la salida de un generador por falla en alguno de sus componentes. Ante esto, la estrategia es mantener la cantidad de reserva rodante suficiente en el sistema, tal que cubra el déficit creado por el generador fallado, antes de que la frecuencia del sistema decaiga notoriamente o se tenga que efectuar el corte de carga.

Los componentes de un sistema eléctrico de potencia están diseñados para que operen dentro de ciertos límites y por ello tienen integrado equipo de protección para no operar fuera de estos, por lo tanto existe la posibilidad de que se desconecten ante tal situación. Si no se llegaron a tomar medidas correctivas ante alguna contingencia, esto podría provocar la salida en cascada de los elementos del sistema, ya que la salida de un elemento fallado puede provocar la violación de límites de operación de otro elemento del sistema, tal que este se salga de operación, provocando a su vez, la violación de límites operativos en otro elemento, y así sucesivamente hasta llegar al colapso del sistema.

La mayoría de sistemas eléctricos de potencia son operados de tal forma que si algún elemento del sistema falla y sale de operación, los demás elementos quedan

funcionando dentro de sus límites de operación, evitando así su posible desconexión y salida en cascada.

1.2 Objetivo

El objetivo de este trabajo, es realizar análisis del estado de operación del sistema eléctrico de potencia ante cualquier contingencia utilizando el método de sensibilidades.

1.3 Metas

Para lograr el objetivo de este trabajo se deben cumplir las siguientes metas:

- i)* Obtención del estado estacionario del sistema eléctrico donde se cumpla el balance de potencia en cada uno de los nodos que conforman al sistema.
- ii)* Derivación matemática de las ecuaciones de sensibilidades en estado estacionario.
- iii)* Realizar estudios comparativos de análisis estacionario de sistemas eléctricos de potencia ante cualquier contingencia por medio de estudios de flujos de potencia en corriente alterna (C.A) y por el método de sensibilidades.

1.4 Justificación

El estudio de sensibilidades es de gran importancia porque es una forma muy simple y rápida de obtener información aproximada del cambio de flujo de potencia en los elementos de transmisión debido a una alteración en la operación normal del sistema eléctrico al ocurrir una contingencia, tal como pérdida de generación o elementos de transmisión.

La determinación rápida de un nuevo punto de operación del sistema eléctrico después de ocurrir una contingencia permite al operador tener información en tiempo real del estado actual del sistema eléctrico de potencia, y así poder tomar las medidas preventivas o correctivas necesarias para que no se vea afectado el sistema.

1.5 Metodología

La metodología a seguir en esta tesis para el cumplimiento de las metas propuestas y el logro del objetivo se describen a continuación:

Se describirá la obtención del estado estacionario del sistema eléctrico donde se cumpla el balance de potencia en cada uno de los nodos que conforman al sistema mediante el método de Newton-Raphson. En base a lo anterior, se calculará el estado estacionario con sensibilidades y el paquete PowerWorld.

La derivación matemática de las ecuaciones de sensibilidades en estado estacionario se realizará basándose en la formulación de flujos de potencia de corriente directa.

En base a las ecuaciones matemáticas de sensibilidades, se realizará un programa computacional para el cálculo del estado estacionario de sistemas eléctricos en el que ocurre alguna contingencia.

En base al programa de sensibilidades desarrollado, se realizarán estudios comparativos de análisis estacionario de sistemas eléctricos de potencia ante cualquier contingencia por medio de estudios de flujos de potencia de C.A. y por el método de sensibilidades con la finalidad de demostrar la veracidad de este último método de estudio.

1.6 Estructura de la tesis

El presente trabajo quedará estructurado de la siguiente manera:

En el capítulo 1 se da una breve introducción a este trabajo, así como el objetivo y la importancia del método en estudio.

En el capítulo 2 se dará una introducción al tema de flujos de potencia y el método de solución. En particular el método de Newton-Raphson. Además de que se

presentará el sistema a analizar mediante este método, usando como herramienta el paquete PowerWorld.

En el capítulo 3 se analizará el método de sensibilidades y se hará un programa computacional para resolver el sistema presentado anteriormente. Se harán varios análisis de contingencias.

En el capítulo 4 se obtendrá mediante el método de sensibilidades el estado de operación del sistema eléctrico cuando acontecen diversas contingencias y estos se compararan con los resultados obtenidos en flujos de C.A.

En el capítulo 5 se presentaran las conclusiones de este trabajo.

Capítulo 2

Flujos de Potencia

2.1 Introducción

La transmisión de energía debe realizarse de una manera segura y confiable, tal que los consumidores siempre reciban la energía requerida dentro de los rangos de operación de los dispositivos eléctricos que la demandan. La seguridad de un sistema eléctrico de potencia está dada por el balance energético existente durante la transmisión de potencia, es decir, la potencia eléctrica generada debe de ser igual a la potencia eléctrica que circula por la red de transmisión más la potencia eléctrica demandada por los consumidores.

Debido a que la energía demandada está cambiando continuamente es necesario calcular el punto de operación donde se logra este balance de energía. Y esto se logra mediante un análisis de flujos de potencia.

Los estudios de flujos de potencia también son importantes en la planeación y expansión futura de los sistemas de potencia, así como también en la determinación de las mejores condiciones de operación de los sistemas existentes [1]. La información principal que se obtiene de un análisis de flujos de potencia es la magnitud y ángulo de fase del voltaje en cada nodo del sistema así como las potencias activa y reactiva que fluyen en cada línea de transmisión. El análisis se realiza partiendo de una condición operativa dada por las potencias activas y reactivas generadas por las plantas eléctricas y demandadas por los consumidores, la descripción topológica de la red de transmisión y los parámetros eléctricos de impedancia que caracterizan a los componentes. Sin embargo, debido a que la formulación matemática se realiza en base a inyecciones de potencia, las ecuaciones resultantes a resolver son ecuaciones algebraicas no lineales. Por lo tanto su solución necesariamente requiere de un método numérico iterativo. La solución del problema de flujos de potencia es obtenida cuando las magnitudes y los ángulos de los voltajes nodales tienen un valor, tal que la suma de la potencia total inyectada en cada nodo del sistema es cero.

2.2 Ecuaciones de Flujos de Potencia

Una forma de obtener el punto de operación del estado estacionario de la red eléctrica en base a un análisis de flujos de potencia es considerando que la potencia de generación, potencia de carga y la potencia intercambiada a través de los elementos de transmisión debe de sumar cero en cada nodo del sistema tanto para la potencia activa como para la potencia reactiva. Matemáticamente, estas ecuaciones son conocidas como ecuaciones de balance de potencia y se expresan de la siguiente manera[1].

$$\Delta P_i - P_{Gi} - P_{Li} - P_i - P_i^{sch} - P_i = 0 \quad (2.1)$$

$$\Delta Q_i - Q_{Gi} - Q_{Li} - Q_i - Q_i^{sch} - Q_i = 0 \quad (2.2)$$

Las variables P_{Gi} y Q_{Gi} representan las variables de la potencia activa y reactiva, respectivamente, que son inyectadas al nodo i por un generador. Las variables P_{Li} y Q_{Li} representan las potencias activa y reactiva, respectivamente, extraídas por la carga conectada al nodo i . En el problema de flujos de potencia estas variables son conocidas y pueden agruparse en variables conocidas como la potencia activa especificada P_i^{sch} y potencia reactiva especificada Q_i^{sch} . Sin embargo, las potencias activa y reactiva, P_i y Q_i , inyectadas en terminales de cada elemento de transmisión deben de ser calculadas por medio de las ecuaciones de flujo de potencia. La suma de estas potencias en un nodo i es igual a la potencia especificada en este mismo nodo, es decir el balance de potencia es satisfecho.

Con la finalidad de obtener las ecuaciones de flujos de potencia es necesario encontrar las relaciones existentes entre las corrientes y voltajes nodales en terminales de un elemento de transmisión. En base a la figura 2.1, la corriente total inyectada al nodo k , identificada por I_k , es igual a la suma de las corrientes fluyendo a través de los elementos serie y derivación que conforman al elemento de transmisión.

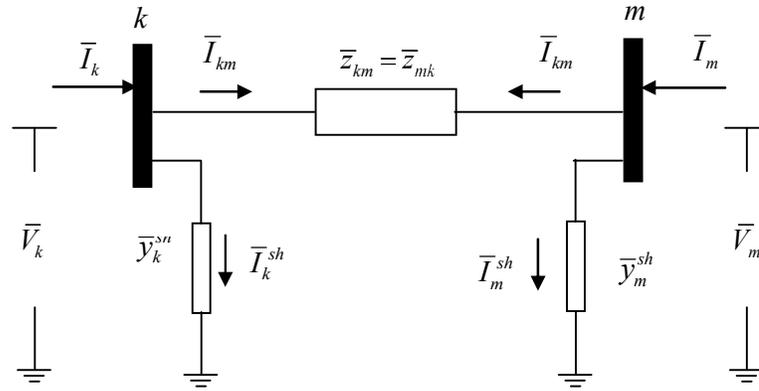


Figura 2.1 Circuito equivalente π de un elemento de transmisión.

$$\bar{I}_k = \bar{I}_{km} + \bar{I}_k^{sh} \quad (2.3)$$

La ecuación (2.3) puede ser expresada en función de los voltajes nodales \bar{V}_k y \bar{V}_m ,

$$\bar{I}_k = \frac{\bar{V}_k - \bar{V}_m}{\bar{Z}_{km}} + \bar{y}_k^{sh} \bar{V}_k \quad (2.4)$$

$$\bar{I}_k = \bar{y}_{km} (\bar{V}_k - \bar{V}_m) + \bar{y}_k^{sh} \bar{V}_k \quad (2.5)$$

$$\bar{I}_k = (\bar{y}_{km} + \bar{y}_k^{sh}) \bar{V}_k - \bar{y}_{km} \bar{V}_m \quad (2.6)$$

Similarmente para el nodo m ,

$$\bar{I}_m = (\bar{y}_{mk} + \bar{y}_m^{sh}) \bar{V}_m - \bar{y}_{mk} \bar{V}_k \quad (2.7)$$

Las ecuaciones anteriores pueden ser escritas de manera matricial,

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_k \\ \bar{I}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{y}_{km} + \bar{y}_k^{sh} & -\bar{y}_{km} \\ -\bar{y}_{mk} & \bar{y}_{mk} + \bar{y}_m^{sh} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_k \\ \bar{V}_m \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

o simplemente

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_k \\ \bar{I}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{kk} & \bar{Y}_{km} \\ \bar{Y}_{mk} & \bar{Y}_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_k \\ \bar{V}_m \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

donde los elementos de la matriz de admitancia y los voltajes nodales pueden ser expresados de coordenadas rectangulares y polares, respectivamente, como sigue,

$$\bar{Y}_{ik} = G_y + j B_y \quad (2.10)$$

$$\bar{V}_i = V_i e^{j\theta_i} = V_i (\cos \theta_i + j \sin \theta_i) \quad (2.11)$$

donde $i=k,m$ y $j=k,m$

La potencia compleja conformada por las potencias activa y reactiva puede calcularse en el nodo k por la siguiente ecuación,

$$\begin{aligned}\bar{S}_k &= P_k + jQ_k = \bar{V}_k \bar{I}_k^* \\ &= \bar{V}_k (\bar{Y}_{kk} \bar{V}_k + \bar{Y}_{km} \bar{V}_m)^*\end{aligned}\quad (2.12)$$

donde \bar{I}_k^* es la corriente compleja conjugada inyectada en el nodo k .

Las expresiones para P_k y Q_k pueden obtenerse al sustituir (2.10) y (2.11) en (2.12) e igualar la parte real e imaginaria de las ecuaciones resultantes. De lo anterior se obtiene,

$$P_k = V_k^2 G_{kk} + V_k V_m G_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) + B_{km} \sin(\theta_k - \theta_m) \quad (2.13)$$

$$Q_k = -V_k^2 B_{kk} + V_k V_m G_{km} \sin(\theta_k - \theta_m) - B_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) \quad (2.14)$$

Similarmente para el nodo m

$$P_m = V_m^2 G_{mm} + V_m V_k G_{mk} \cos(\theta_m - \theta_k) + B_{mk} \sin(\theta_m - \theta_k) \quad (2.15)$$

$$Q_m = -V_m^2 B_{mm} + V_m V_k G_{mk} \sin(\theta_m - \theta_k) - B_{mk} \cos(\theta_m - \theta_k) \quad (2.16)$$

Las ecuaciones (2.13) a (2.16) son llamadas ecuaciones de flujo de potencia. Estas ecuaciones calculan los valores de la potencia neta activa y reactiva inyectada a los nodos k y m . Asimismo, para el caso bajo análisis, estas potencias representan las potencias inyectadas a las terminales del elemento de transmisión; i.e, $P_i = P_{ij}$ y $Q_i = Q_{ij}$ donde $i=k,m$; $j=k,m$ y $i \neq j$.

En general, un sistema eléctrico consiste de más de dos nodos. De tal manera, la relación entre los voltajes y corrientes nodales en un sistema de N nodos es expresada por

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \\ \vdots \\ \bar{I}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{11} & \bar{Y}_{12} & \cdots & \bar{Y}_{1N} \\ \bar{Y}_{21} & \bar{Y}_{22} & \cdots & \bar{Y}_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{Y}_{N1} & \bar{Y}_{N2} & \cdots & \bar{Y}_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \\ \vdots \\ \bar{V}_N \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

o simplemente

$$\bar{I} = \bar{Y}_{bus} \bar{V} \quad (2.18)$$

donde \bar{I} es un vector complejo de $N \times 1$ que representa las inyecciones de corriente nodal, \bar{V} es un vector complejo de $N \times 1$ que representa los voltajes nodales, y \bar{Y}_{bus} es la

matriz de admitancia nodal de $N \times N$ elementos complejos \bar{Y}_{ij} . En este caso, la corriente total inyectada a cualquier nodo i es,

$$\bar{I}_i = \bar{Y}_{i1} \bar{V}_1 + \bar{Y}_{i2} \bar{V}_2 + \dots + \bar{Y}_{iN} \bar{V}_N = \sum_{j=1}^N \bar{Y}_{ij} \bar{V}_j \quad (2.19)$$

De tal manera, las potencias activa y reactiva netas inyectadas al nodo i son expresadas como,

$$P_i = V_i^2 G_{ii} + V_i \sum_{j=1}^N V_j G_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) + B_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j) \quad (2.20)$$

$$Q_i = -V_i^2 B_{ii} + V_i \sum_{j=1}^N V_j G_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j) - B_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) \quad (2.21)$$

La complejidad del problema de flujos de potencia es patente de las ecuaciones anteriores, que muestran que la potencia inyectada en un nodo cualesquiera es función de la magnitud y ángulo de voltaje existente en todos los nodos del sistema. De igual manera, y opuesto al caso de dos nodos, estas ecuaciones representan la suma de todas aquellas potencias inyectadas a cada elemento de transmisión conectado al nodo i , tal como se muestra en la figura 2.2.

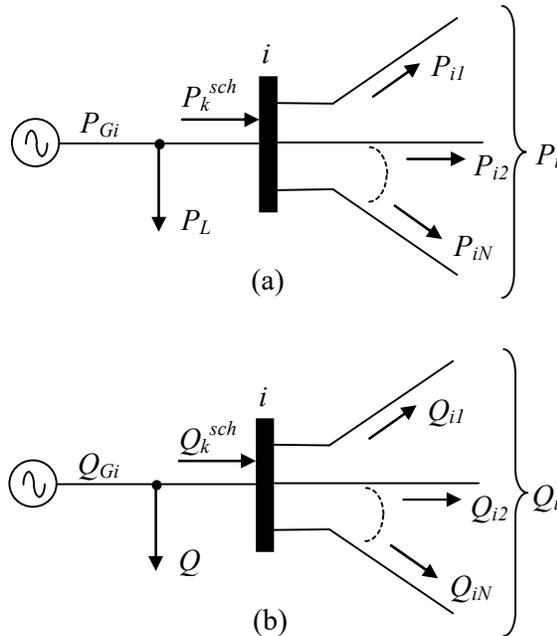


Figura 2.2 Balance de potencia en el nodo i . (a) Potencia activa (b) Potencia reactiva[1].

Debe puntualizarse que representaciones alternas de las ecuaciones de flujo de potencia pueden ser derivadas; sin embargo, la formulación descrita es la más conveniente para el desarrollo de las ideas contenidas en el presente capítulo.

2.2.1 Formulación de balance energético nodal

Una vez deducidas las ecuaciones de flujo de potencia, es posible obtener las ecuaciones de balance energético o de potencia en cada nodo del sistema.

Las ecuaciones de balance de potencia en el nodo k para el caso de dos nodos son,

$$\Delta P_k = P_{Gi} - P_{Li} - V_k^2 G_{kk} + V_k V_m G_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) + B_{km} \sin(\theta_k - \theta_m) = 0 \quad (2.22)$$

$$\Delta Q_k = Q_{Gk} - Q_{Lk} - V_k^2 B_{kk} + V_k V_m G_{km} \sin(\theta_k - \theta_m) - B_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) = 0 \quad (2.23)$$

Ecuaciones similares se obtienen para el nodo m al intercambiar los subíndices k por m .

Finalmente, las ecuaciones generales de balance de potencia en el nodo i son,

$$\Delta P_i = P_{Gi} - P_{Li} - \left\{ V_i^2 G_{ii} + V_i \sum_{j=1}^N V_j G_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) + B_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j) \right\} = 0 \quad (2.24)$$

$$\Delta Q_i = Q_{Gi} - Q_{Li} - \left\{ -V_i^2 B_{ii} + V_i \sum_{j=1}^N V_j G_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j) - B_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) \right\} = 0 \quad (2.25)$$

2.2.2 Tipos de Nodos

Las potencias reactiva y activa extraídas en cada uno de los nodos que forman al sistema eléctrico de potencia son variables no controladas, ya que estas son determinadas por los usuarios. Sin embargo, estas cantidades de potencia son consideradas variables controlables, porque ellas pueden ser modificadas para satisfacer el balance generación-carga.

Cada uno de los nodos del sistema eléctrico de potencia tiene cuatro cantidades potencialmente asociadas que deben ser calculadas: potencia activa, potencia reactiva, ángulo de voltaje y magnitud de voltaje. Los valores de voltaje determinan un único estado operativo del sistema eléctrico; es decir, estos valores son las variables de estado.

Debido a que solo hay dos ecuaciones disponibles para cada nodo, entonces dos de las cuatro variables que necesitamos deben de ser especificadas para poder resolver las ecuaciones de flujos de potencia. Sin embargo la elección está basada en cual variable puede ser físicamente controlada, así como los dispositivos conectados a un bus particular.

Los nodos se clasifican dependiendo de cuales de las cuatro variables anteriores son especificadas y cuales son calculadas. En la formulación básica de flujos de potencia, los nodos son clasificados como sigue:

- **Nodo Generador PV :** En cualquier nodo donde un generador es conectado, la magnitud de voltaje V_i puede ser mantenida constante ajustando la generación de potencia reactiva. Además, la generación de potencia activa P_{Gi} es también conocida. Las otras dos cantidades θ_i y Q_{Gi} son calculados. Los límites de generación de potencia reactiva son especificados dependiendo de la característica del generador individual, $Q_{Gi_min} < Q_{Gi} < Q_{Gi_max}$.
- **Nodo Generador PQ :** Si el generador no puede suministrar el soporte de potencia reactiva necesario para mantener la magnitud de voltaje en un valor específico, la potencia reactiva es fijada en el límite violado y la magnitud de voltaje es liberada. En este caso, la potencia activa generada P_{Gi} y la potencia reactiva Q_{Gi} están especificadas mientras los parámetros V_i y θ_i serán calculados.
- **Nodo de carga PQ :** Las variables de control P_{Gi} y Q_{Gi} son cero si no hay generador conectado en el bus i . También, las potencias activas y reactivas (P_{Gi} , Q_{Gi}) extraídas del nodo por la carga son conocidas mediante mediciones. De estas especificaciones, V_i y θ_i son calculados.
- **Nodo Slack (compensación):** Un nodo generador es seleccionado como nodo slack donde las variables de estado de voltaje V_{slack} y θ_{slack} son especificados. Sólo hay un nodo slack en un sistema de potencia y su función es absorber el desbalance de potencia de la red debido a las pérdidas del sistema las cuales no son conocidas antes del cálculo de flujos de potencia. Normalmente, θ_{slack} es

seleccionado como la referencia para los ángulos de fase de voltaje para los otros nodos.

2.3 Técnicas de solución basadas en el método de Newton-Raphson

Entre los métodos convencionales existentes de resolver el problema de flujos de potencia, el método de Newton-Raphson (NR) ha probado ser exitoso para el análisis de grandes sistemas debido a los beneficios sustanciales en términos de convergencia, velocidad y requerimientos de memoria de almacenamiento. El método NR es una técnica iterativa para resolver un conjunto de ecuaciones no lineales de la forma

$$\left. \begin{array}{l} f_1(x_1, x_2, \dots, x_N) = 0 \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_N) = 0 \\ \vdots \\ f_N(x_1, x_2, \dots, x_N) = 0 \end{array} \right\} \text{ o } \quad \mathbf{F}(\mathbf{X}) = \mathbf{0} \quad (2.26)$$

donde \mathbf{F} es usada para representar el conjunto de N ecuaciones no lineales y \mathbf{X} es el vector de N variables de estado desconocidas.

La técnica NR utilizada para encontrar \mathbf{X} es derivada al realizar la expansión en series de Taylor de $\mathbf{F}(\mathbf{X})$ alrededor de una estimación inicial \mathbf{X}^0

$$\begin{bmatrix} f_1(\mathbf{X}) \\ f_2(\mathbf{X}) \\ \vdots \\ f_N(\mathbf{X}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(\mathbf{X}^0) \\ f_2(\mathbf{X}^0) \\ \vdots \\ f_N(\mathbf{X}^0) \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(\mathbf{X})}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1(\mathbf{X})}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1(\mathbf{X})}{\partial x_N} \\ \frac{\partial f_2(\mathbf{X})}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2(\mathbf{X})}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2(\mathbf{X})}{\partial x_N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_N(\mathbf{X})}{\partial x_1} & \frac{\partial f_N(\mathbf{X})}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_N(\mathbf{X})}{\partial x_N} \end{bmatrix}}_{\mathbf{J}_{\mathbf{X}^0}} \underbrace{\begin{bmatrix} X_1 - X_1^0 \\ X_2 - X_2^0 \\ \vdots \\ X_N - X_N^0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{X} - \mathbf{X}^0} + t.a.o.$$

$t.a.o$ = termino de alto orden (2.27)

o en forma matricial,

$$\mathbf{F}(\mathbf{X}) \approx \mathbf{F}(\mathbf{X}^0) + \mathbf{J}_{\mathbf{X}^0}(\mathbf{X} - \mathbf{X}^0) + t.a.o. \quad (2.28)$$

donde $J(X^0)$ es la matriz Jacobiana de $F(X)$ evaluada en $X = X^0$. t.a.o. denota los términos de más alto orden que son despreciados con la finalidad de obtener una aproximación lineal del sistema bajo análisis.

Para obtener una fórmula recursiva apropiada para encontrar X , se asume que X^{i+1} es el valor calculado por el algoritmo en la iteración $i+1$ y está suficientemente cerca al valor X^i calculado en la iteración anterior i . En base a esta suposición, todos los términos de alto orden en la ecuación (2.28) pueden ser despreciados para obtener la relación aproximada siguiente,

$$F(X^{i+1}) \approx F(X^i) + J(X^i)(X^{i+1} - X^i) \quad (2.29)$$

Además, se asume que X^{i+1} está suficientemente cerca de la solución, es decir que $X^{i+1} = X^*$, por lo que se cumple la siguiente aproximación $F(X^{i+1}) \approx F(X^*) = 0$. Así, la ecuación (2.29) produce,

$$F(X^i) + J(X^i)(X^{i+1} - X^i) \approx 0 \quad (2.30)$$

Entonces, la fórmula que es la base del proceso iterativo NR para resolver un sistema de ecuaciones no lineal es,

$$X^{i+1} = X^i - [J(X^i)]^{-1} F(X^i) \quad (2.31)$$

La solución iterativa puede ser expresada como una función del vector de correcciones $\Delta X^i = X^{i+1} - X^i$ que es calculado por la ecuación siguiente,

$$\Delta X^i = -[J(X^i)]^{-1} F(X^i) \quad (2.32)$$

y las estimaciones iniciales son actualizadas por

$$X^{i+1} = X^i + \Delta X^i \quad (2.33)$$

El procedimiento es repetido para los valores actualizados de X en la ecuación (2.32). En resumen, el algoritmo NR produce una solución aproximada al problema no lineal resolviendo para ΔX en el problema lineal $J(X^i) \Delta X^i = -F(X^i)$. El método empieza de una suposición inicial X^0 y actualiza la solución en cada iteración i , es decir $X^{i+1} = X^i + \Delta X$, hasta que $F(X^{i+1})$ se aproxima a cero dentro de una tolerancia de convergencia especificada.

2.4 Solución de las ecuaciones convencionales de flujo de potencia

Para aplicar el método NR al problema de flujos de potencia, las ecuaciones deben expresarse en la forma de (2.26) donde X representa el conjunto de magnitudes y ángulos de voltaje nodales desconocidos. En este caso, las ecuaciones de desajustes de potencia $\Delta P = f(\theta, V)$ y $\Delta Q = g(\theta, V)$ son linealizadas alrededor de un punto base (θ^0, V^0) tal que el algoritmo NR de flujos de potencia pueda ser convenientemente expresado por la relación siguiente,

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix}}_{F_{k^i}} = - \underbrace{\begin{bmatrix} H & N \\ J & L \end{bmatrix}}_{J_{k^i}} \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \\ V \end{bmatrix}}_{X^i} \quad (2.34)$$

Debe notarse que las correcciones ΔV_k son divididas por V_k para tener términos similares en el cálculo de los elementos de las submatrices Jacobianas, las cuales están dadas por:

$$\begin{aligned} H_{km} &= \frac{\partial \Delta P_k}{\partial \theta_m} & N_{km} &= \frac{\partial \Delta P_k}{\partial V_m} V_m \\ J_{km} &= \frac{\partial \Delta Q_k}{\partial \theta_m} & L_{km} &= \frac{\partial \Delta Q_k}{\partial V_m} V_m \end{aligned} \quad (2.35)$$

Para los buses k y m que no están directamente conectados, los elementos Jacobianos correspondientes son nulos, produciendo un matriz Jacobiana altamente dispersa que es simétrica en estructura, pero no en valor.

Una vez deducidas las ecuaciones de flujo de potencia y el método de NR para la solución de estas, es posible obtener el punto de operación del sistema eléctrico de potencia recordando que para el análisis en C.A de dicho sistema se hará uso del paquete PowerWorld.

2.5 Caso de estudio (SEP)

El sistema eléctrico de potencia a analizar consta de 6 nodos, 11 líneas, 3 generadores conectados en los buses 1, 2 y 3 respectivamente [3]. Y 3 cargas conectadas en los buses 4, 5 y 6. Tal como se muestra en la fig. 2.3.

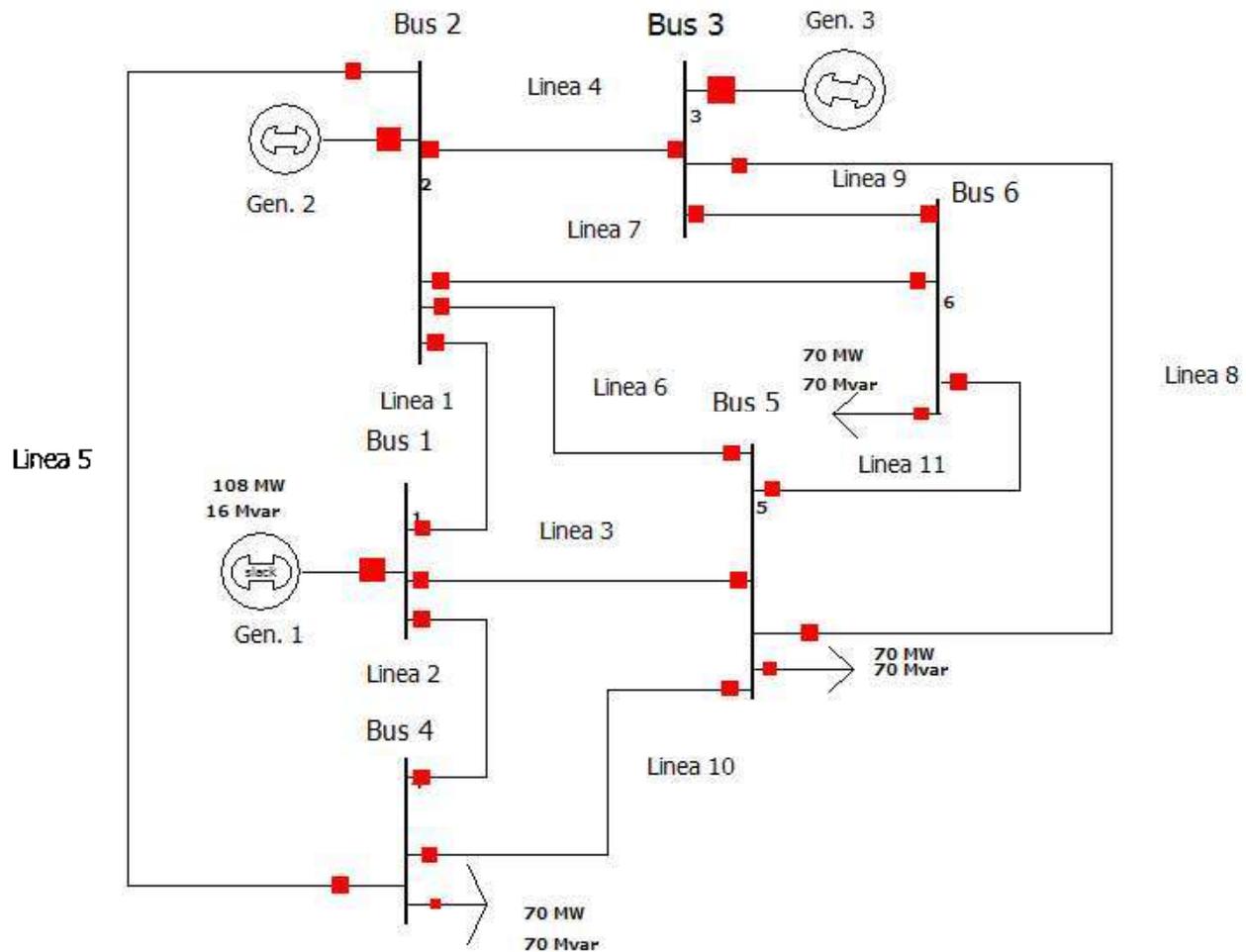


Fig.2.3 Sistema eléctrico de potencia a analizar.

En este caso de estudio la capacidad de potencia que pueden transportar las líneas es de 80 MVA. Este valor se toma para fines prácticos del análisis del sistema mostrado en la figura 2.3. Ya que en la práctica la potencia máxima que pueden transportar las líneas de transmisión están dadas por los parámetros físicos de las líneas. Otro factor que influye en la determinación de la potencia que transportaran es el medio ambiente

en el que estarán operando, es decir, si se instalaran en un medio húmedo, seco o templado.

A continuación se presentan los valores de los componentes del sistema eléctrico en las tablas 2.0 y 2.1 [3], y así hacer una simulación del sistema en PowerWorld, y obtener la operación de este en estado normal antes de que ocurra alguna contingencia.

Tabla 2.0. Datos de las líneas de transmisión

<i>Línea</i>	<i>De Bus</i>	<i>A Bus</i>	<i>R(pu)</i>	<i>X(pu)</i>	<i>BCAP(pu)</i>
1	1	2	0.01	0.20	0.02
2	1	4	0.05	0.20	0.02
3	1	5	0.08	0.30	0.03
4	2	3	0.05	0.25	0.03
5	2	4	0.05	0.10	0.01
6	2	5	0.10	0.30	0.02
7	2	6	0.07	0.20	0.025
8	3	5	0.12	0.26	0.025
9	3	6	0.02	0.10	0.01
10	4	5	0.20	0.40	0.04
11	5	6	0.10	0.30	0.03

Tabla 2.1. Datos de los buses

<i>Numero Bus</i>	<i>Tipo de Bus</i>	<i>Voltaje (pu)</i>	<i>P_{gen} (pu MW)</i>	<i>P_{carga} (pu MW)</i>	<i>Q_{carga} (pu MVAR)</i>
1	Slack	1.05			
2	Generador	1.05	0.50	0.0	0.0
3	Generador	1.07	0.60	0.0	0.0
4	Carga		0.0	0.7	0.7
5	Carga		0.0	0.7	0.7
6	Carga		0.0	0.7	0.7

2.6 Simulación de contingencias

La simulación del sistema eléctrico se presenta a continuación en la figura 2.4 en donde se puede observar que se cumple el balance energético, además que de que el sistema esta operando de forma segura, es decir no hay violaciones de limites de transmisión de potencia en las líneas.

2.6.1 Caso base

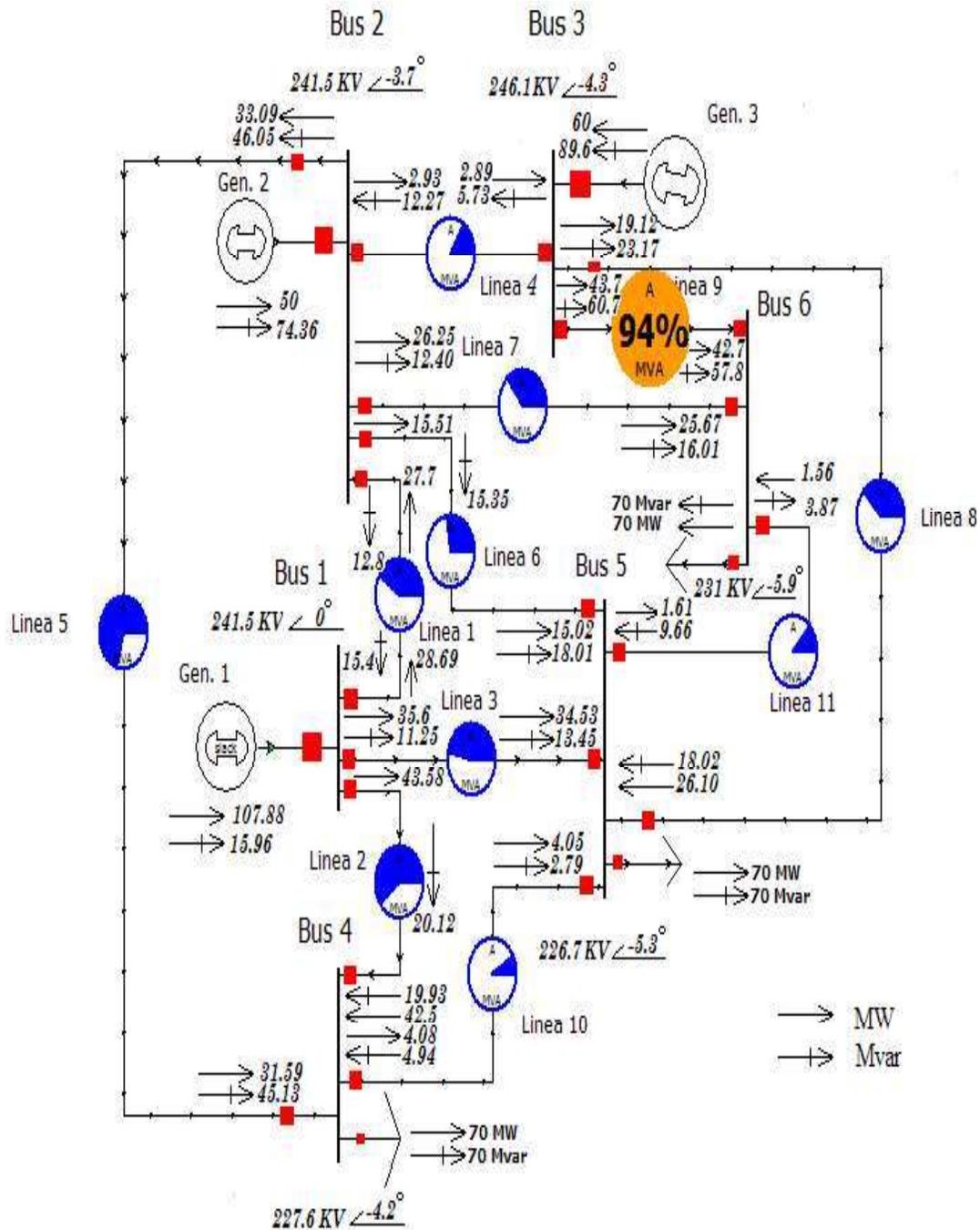


Fig. 2.4 Flujos de potencia del sistema en estudio

En la fig. 2.4 se muestra el resultado de la simulación en PowerWorld y se observa la dirección del flujo de la potencia activa y reactiva.

En las tablas de la 2.2 a la 2.7 se muestran los resultados de los flujos de potencia que resultaron de la corrida con el PowerWorld. Además de que se indica si es un nodo de carga o generador.

Tabla 2.2 Flujos de potencia en el nodo 1 (Slack)

BUS 1				
De Bus	A Bus	MW	MVAR	MVA
Genador 1		107.88	15.96	109
1	2	28.69	-15.42	32.6
1	4	43.58	20.12	48
1	5	35.60	11.25	37.3

Tabla 2.3 Flujos de potencia en el nodo 2 (nodo generador)

BUS 2				
De Bus	A Bus	MW	MVAR	MVA
Genador 2		50	74.36	89.6
2	1	-27.78	12.82	30.6
2	3	2.93	-12.27	12.6
2	4	33.09	46.05	56.7
2	5	15.51	15.35	21.8
2	6	26.25	12.40	29

Tabla 2.4 Flujos de potencia en el nodo 3 (nodo generador)

BUS 3				
De Bus	A Bus	MW	MVAR	MVA
Genador 3		60	89.63	107.9
3	2	-2.89	5.73	6.4
3	5	19.12	23.17	30
3	6	43.77	60.72	74.9

Tabla 2.5 Flujos de potencia en el nodo 4 (nodo de carga)

BUS 4				
De Bus	A Bus	MW	MVAR	MVA
Carga		70	70	99
4	1	-42.5	-19.93	46.9
4	2	-31.59	-45.13	55.1
4	5	4.08	-4.94	6.4

Tabla 2.6 Flujos de potencia en el nodo 5 (nodo de carga)

BUS 5				
De Bus	A Bus	MW	MVAR	MVA
Carga		70	70	99
5	1	-34.53	-13.45	37.1
5	2	-15.02	-18.01	23.4
5	3	-18.02	-26.10	31.7
5	4	-4.05	-2.79	4.9
5	6	1.61	-9.66	9.8

Tabla 2.7 Flujos de potencia en el nodo 6 (nodo de carga)

BUS 6				
De Bus	A Bus	MW	MVAR	MVA
Carga		70	70	99
6	2	-25.67	-16.01	30.3
6	3	-42.77	-57.86	72
6	5	-1.56	3.87	4.2

En las tablas anteriores se muestran los valores de las potencias activa y reactiva, además de que se da el valor de la potencia aparente. También se observa que en algunas tablas hay un signo negativo (-), lo que indica la dirección de la potencia activa o reactiva; es decir, que dependiendo del bus que se este analizando estará entrando o aportando potencia ya sea activa o reactiva. Por ejemplo si se analiza el bus 1, los valores para la potencia reactiva de la tabla 2.2 da un valor de (-15.42 Mvar) en la línea de transmisión que une al bus 1 al bus 2. Lo que indica que el bus 1 absorbe potencia activa que viene del bus 2. Y lo contrario ocurre con la potencia reactiva que transportan las líneas de transmisión que unen al bus 1 con el bus 4 y el bus 5, es decir, como son valores positivos indica que el bus 1 esta aportando potencia reactiva al bus 4 y al bus 5.

Una vez explicado el significado del signo negativo en las potencias activa y reactiva. Se analizarán las contingencias que más afectarían al sistema eléctrico de potencia. A partir del caso base que se muestra en la fig. 2.4. Utilizando el análisis de flujos de potencia en corriente alterna (C.A). Las contingencias analizadas y que se presentan a continuación van en el orden en el que más impacto tienen sobre el sistema.

2.6.2 Contingencia 1

Nuestro análisis partirá simulando y graficando el flujo de potencia activa, reactiva y aparente en las líneas que permanecen conectadas al sistema eléctrico de potencia, cuando se pierden las líneas de transmisión *l7* y *l2*, como se muestra en las figuras 2.5 y 2.6. Este análisis es en C.A y el resultado se comparará posteriormente con los que se obtenga con el método de sensibilidades.

Pérdida de la línea *l7*

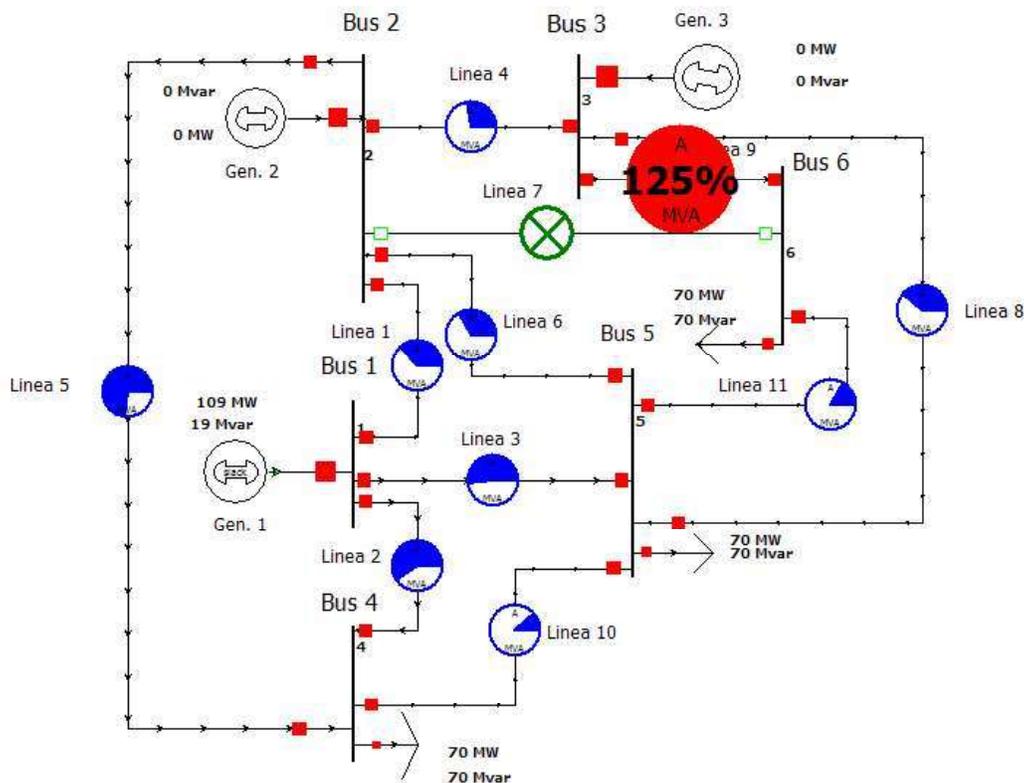


Fig.2.5. Pérdida de la línea de transmisión *l7*.

Al perder la línea *l7* que va del (Bus 2 – Bus 6), se sobrecarga la línea *l9* que va conectada del (Bus 3 – Bus 6), en un 125%, esto indica que se han violado los límites de transporte de potencia, considerando que cuando la línea de transmisión este operando al 100% estará en su limite de transporte. Ante este problema se debe de tomar alguna acción correctiva, antes de que el elemento salga de operación y pueda producirse una salida de elementos en cascada.

2.6.3 Contingencia 2

Pérdida de la línea l2

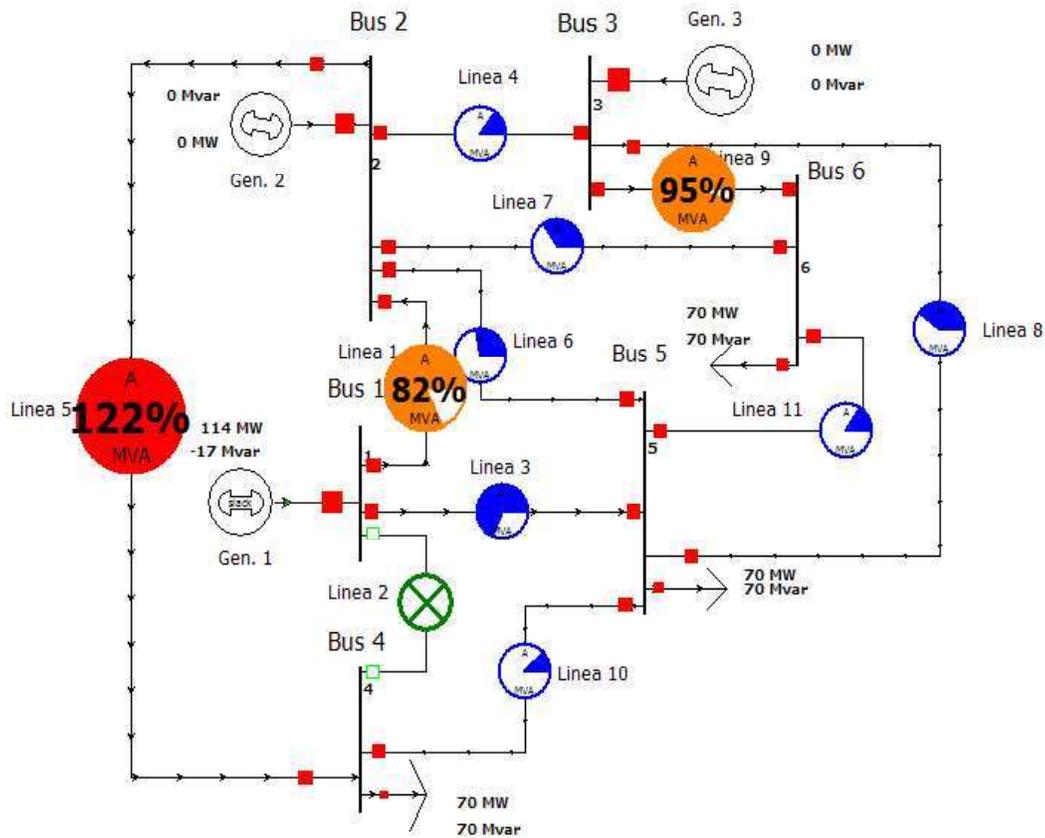


Fig.2.6. Pérdida de la línea de transmisión l2.

Al perder la línea l2 se observa como se sobrecarga la línea l5 en un 122%, lo que también indica que está violando los límites de capacidad de transmisión de potencia de la línea, esto se puede apreciar en las siguientes gráficas de las figuras 2.7 a la 2.17. En estas gráficas se muestran los valores del flujo de potencia en cada línea al ocurrir cada una de las contingencias.

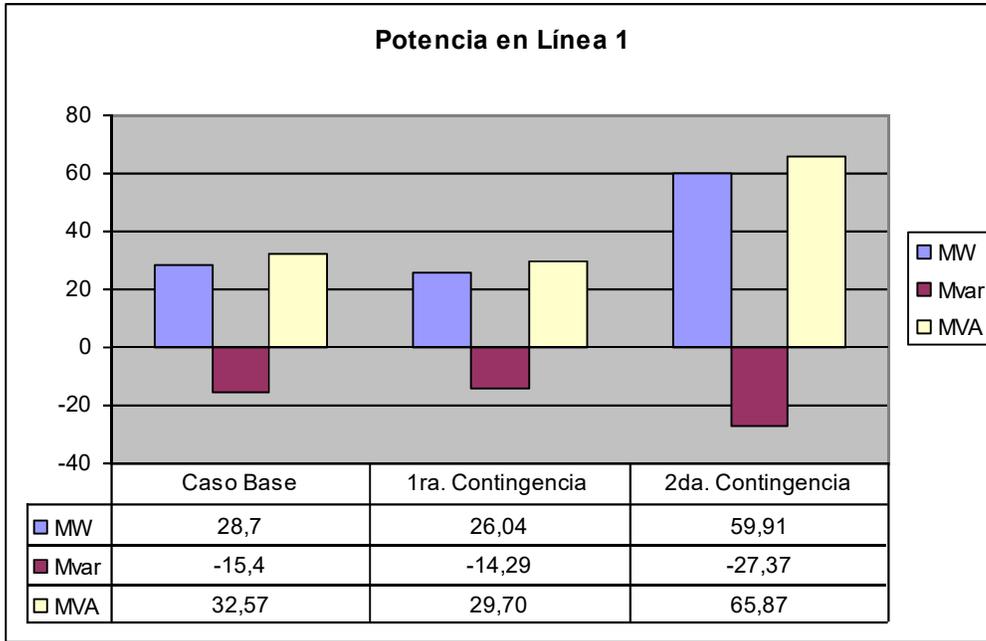


Fig. 2.7 Flujos de potencia en la línea de transmisión l1 ante las 2 contingencias.

En la gráfica 2.7 se observa los valores de las potencias activa, reactiva y aparente. Al ocurrir las diferentes contingencias. En este caso se aprecia que no hay violación de límite de transporte de potencia, ya que no tiene un valor mayor a 80 MVA. Este mismo resultado se observa en las gráficas 2.8, 2.9, 2.10, 2.12, 2.13, 2.14 y 2.16.

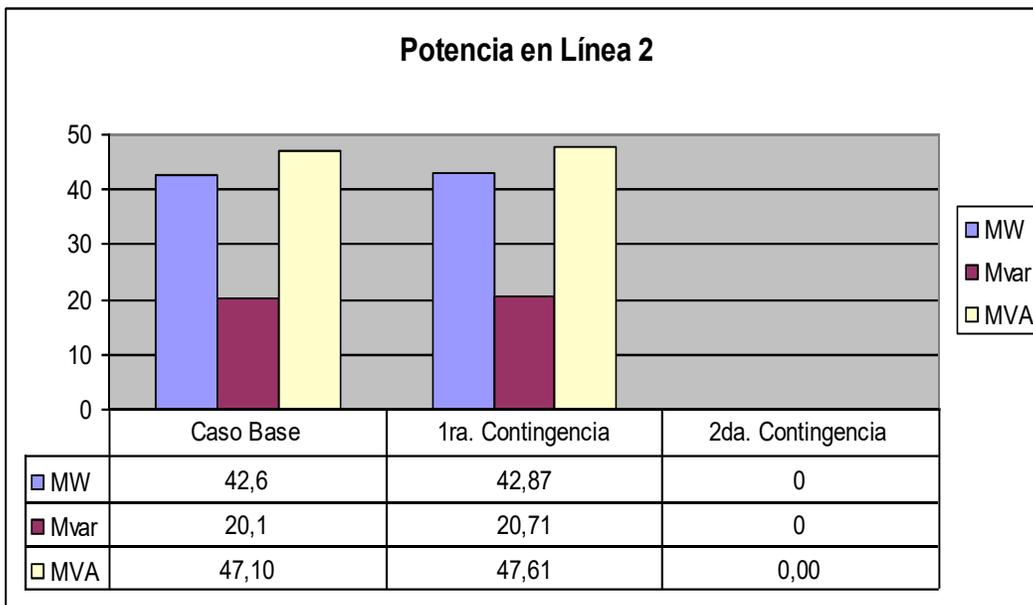


Fig. 2.8 Flujos de potencia en la línea de transmisión l2 ante las 2 contingencias.

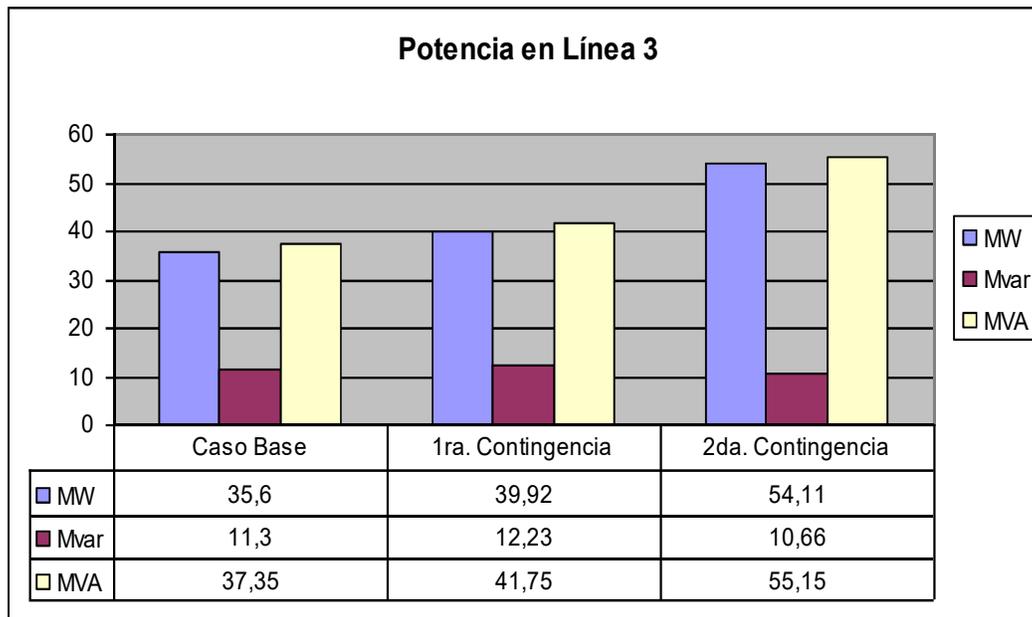


Fig. 2.9 Flujos de potencia en la línea de transmisión l3 ante las 2 contingencias.

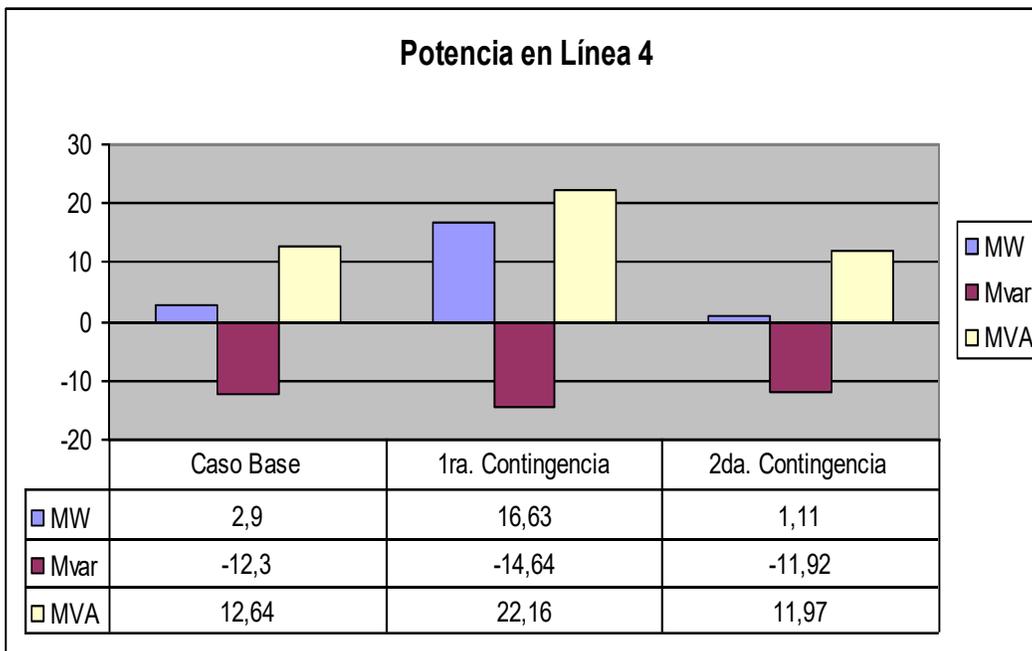


Fig. 2.10 Flujos de potencia en la línea de transmisión l4 ante las 2 contingencias.

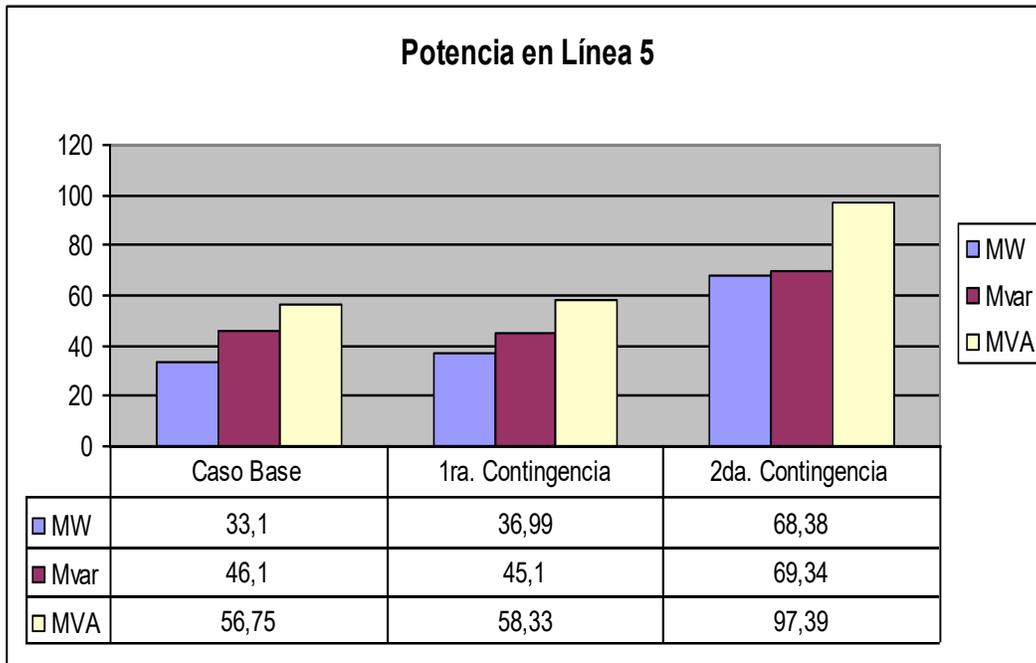


Fig. 2.11 Flujos de potencia en la línea de transmisión 15 ante las 2 contingencias.

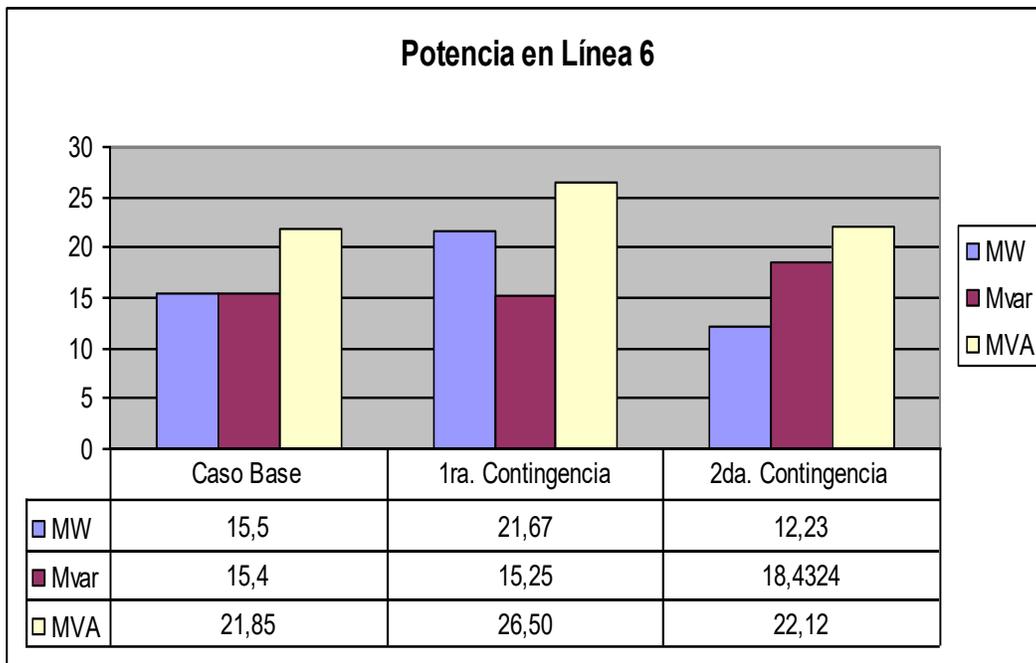


Fig. 2.12 Flujos de potencia en la línea de transmisión 16 ante las 2 contingencias.

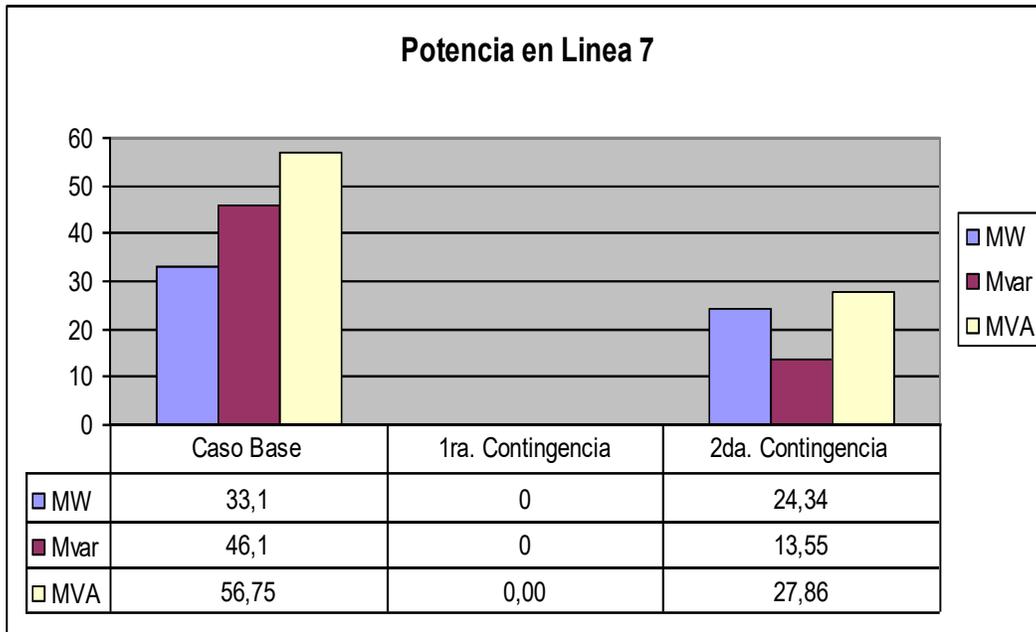


Fig. 2.13 Flujos de potencia en la línea de transmisión 17 ante las 2 contingencias.

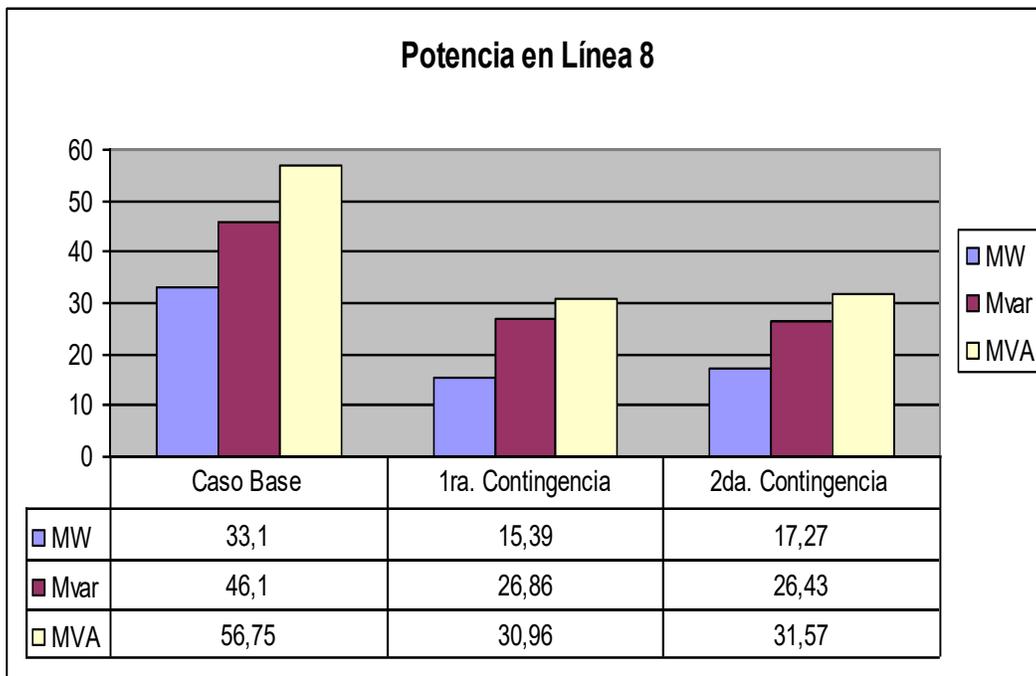


Fig. 2.14 Flujos de potencia en la línea de transmisión 18 ante las 2 contingencias.

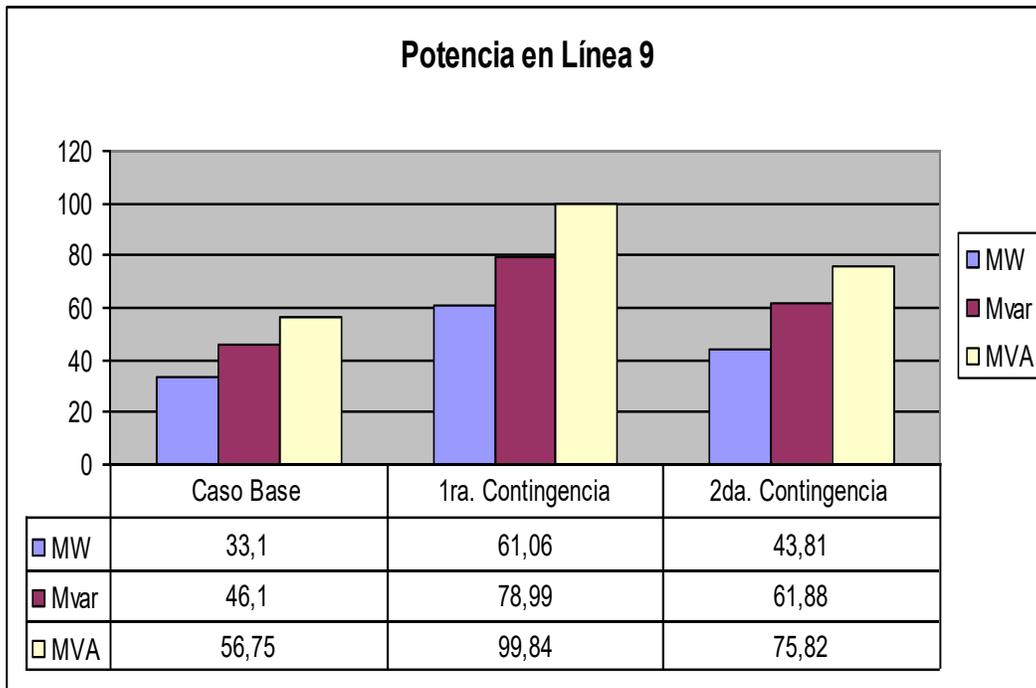


Fig. 2.15 Flujos de potencia en la línea de transmisión 19 ante las 2 contingencias.

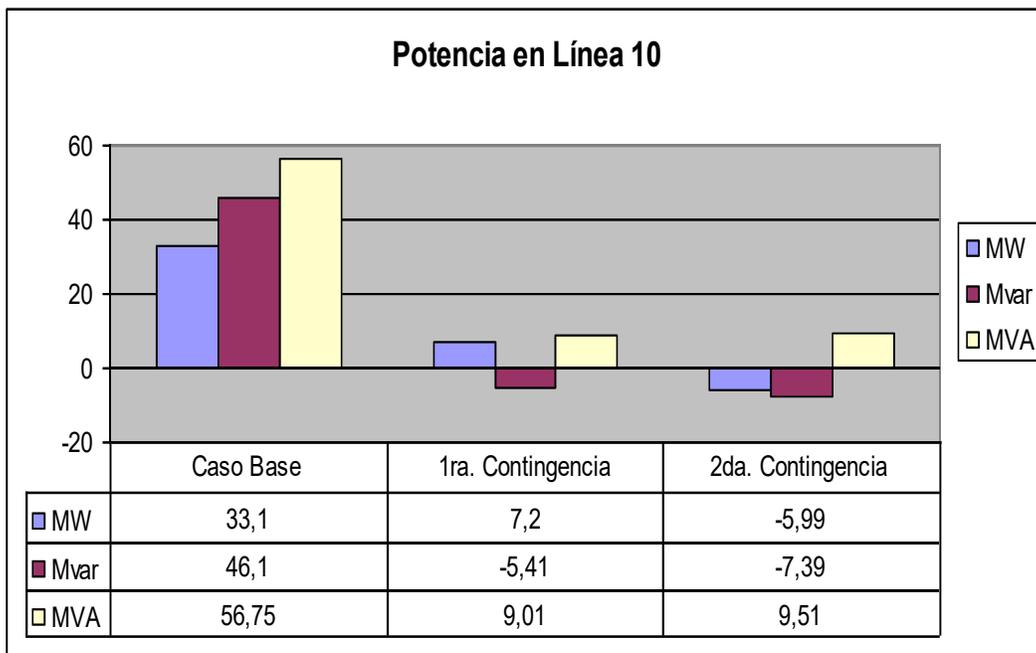


Fig. 2.16 Flujos de potencia en la línea de transmisión 110 ante las 2 contingencias.

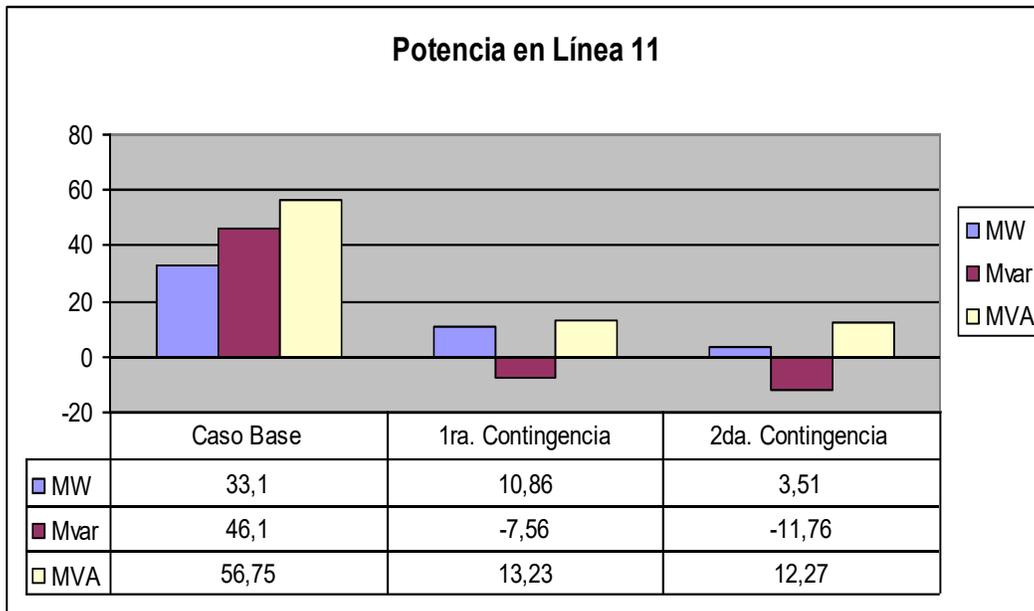


Fig. 2.17 Flujos de potencia en la línea de transmisión 111 ante las 2 contingencias.

En las gráficas 2.11 y 2.15 se observa que 2 líneas son las que más se sobre cargan y se pueden ordenar de la siguiente manera de acuerdo a su impacto sobre el sistema eléctrico de potencia:

1. Línea 9(Bus3 – Bus6), la cual se sobre carga en un 126% de su capacidad de transmisión de potencia, debido a la pérdida del elemento 17 (1er.contingencia).
2. Línea 5(Bus2 – Bus4), la cual se sobre carga en un 122% de su capacidad de transmisión de potencia, debido a la pérdida del elemento 12 (2da.contingencia).

Este análisis de contingencias es considerado como referencia para evaluar el grado de precisión de los resultados obtenidos mediante un análisis de contingencias basado en el método de sensibilidades.

Capítulo 3

Método de Sensibilidades

3.1 Introducción

El problema de estudiar cientos de posibles contingencias es difícil de resolver si se pretende presentar resultados rápidamente, tal que se tenga oportunidad de aplicar acciones correctivas que permitan operar al sistema eléctrico dentro de un estado normal.

Una de las formas más simples y rápidas de calcular los efectos que producen las fallas en un sistema eléctrico es mediante el uso de *factores de sensibilidades*[3]. Estos factores muestran el cambio aproximado de flujos en los elementos de transmisión debido a cambios de generación, el cual se puede derivar de cualquier formulación de flujos de potencia.

3.2 Tipos de factores de sensibilidades

La derivación de estos factores está basado en el método de flujos de C.D., el cual es un modelo lineal del problema de flujos de potencia de C.A, y básicamente son de dos tipos.

- 1.- Factores de participación de generadores
- 2.- Factores de distribución por salida de elemento de transmisión

Los factores de participación de generadores, denotados como a_{li} , se define como:

$$a_{li} = \frac{\Delta f_l}{\Delta P_i} \quad (3.1)$$

donde:

l = l -ésimo elemento de transmisión (línea o transformador).

i = i -ésimo generador.

Δf_l = cambio de flujo de potencia activa en el elemento de transmisión l -ésimo.

ΔP_i = cambio de flujo de potencia activa en el generador i -ésimo.

En esta definición, se supone que ΔP_l es compensado exactamente por un total de $-\Delta P_l$, considerando $\Delta P_L = 0$, cero cambios en las pérdidas, por el nodo compensador o nodo slack del sistema eléctrico de potencia. Por lo tanto a_{li} representa la sensibilidad del flujo en la línea o transformador l ante un cambio de potencia activa en el generador conectado al nodo i .

Ahora supóngase que se desea estudiar la salida de un generador conectado en el nodo i y que tal pérdida es absorbida por el nodo compensador (Slack). Si el nodo en cuestión está generando P_i^0 MW, su pérdida puede representarse como:

$$\Delta P_i = -P_i^0 \quad (3.2)$$

Y el nuevo flujo de potencia en cada elemento de transmisión del sistema podrá determinarse mediante la expresión:

$$f_l^{\text{nuevo}} = f_l^0 + a_{li} \Delta P_i; \quad l = 1, \dots, m \quad (3.3)$$

donde m es el número total de elementos de transmisión.

Para calcular los efectos de cambios simultáneos en varios de los nodos de generación, se puede usar superposición debido a que los a_{li} son factores lineales. Supóngase que, por ejemplo, la pérdida del generador en el nodo i fuera compensada por la acción del gobernador de otros generadores del sistema. Frecuentemente, se utiliza un método que supone que tales generadores compensan la pérdida del generador del nodo i en forma proporcional a su máxima capacidad en MW. Por lo tanto,

$$\gamma_{ij} = \frac{P_j^{\text{max}}}{\sum_{k=1}^j P_k^{\text{max}}} \quad (3.4)$$

donde:

P_k^{\max} = máxima capacidad del generador k -ésimo.

γ_{ij} = factor de proporcionalidad para compensar del generador j -ésimo cuando el generador i falla.

Por lo tanto, para calcular el flujo en el elemento l , bajo la suposición de que todos los generadores, sin considerar sus límites, participan para compensar ΔP_l , se obtiene:

$$f_l^{\text{muevo}} = f_l^0 + \sum_{\substack{j \\ j \neq l}} \gamma_{ij} a_{ij} \Delta P_l \quad l = 1, \dots, m \quad (3.5)$$

Los factores de distribución de salida de un elemento de transmisión son usados en forma similar, a fin de observar sobrecargas en elementos que permanecen conectados al sistema. Por definición:

$$d_{k,l} = \frac{\Delta f_k}{f_l^0} \quad (3.6)$$

Donde:

$d_{k,l}$ = Factor de distribución de la línea k cuando se tiene la salida del elemento l .

Δf_k = Cambio de flujo de potencia activa en el elemento de transmisión k -ésimo.

f_l^0 = Flujo inicial de potencia activa en el elemento de transmisión l -ésimo (antes de desconectarse).

Por lo tanto el nuevo flujo de potencia activa queda de la siguiente manera:

$$f_k^{\text{muevo}} = f_k^0 + \Delta f_k = f_k^0 + d_{k,l} f_l^0; \quad k = 1, \dots, m. \quad (3.7)$$

3.3 flujos de C.D

A continuación se analiza el circuito π de un elemento de transmisión, conectado a los nodos i y m , tal como se muestra en la figura 3.1. Con la finalidad de obtener las ecuaciones de sensibilidades.

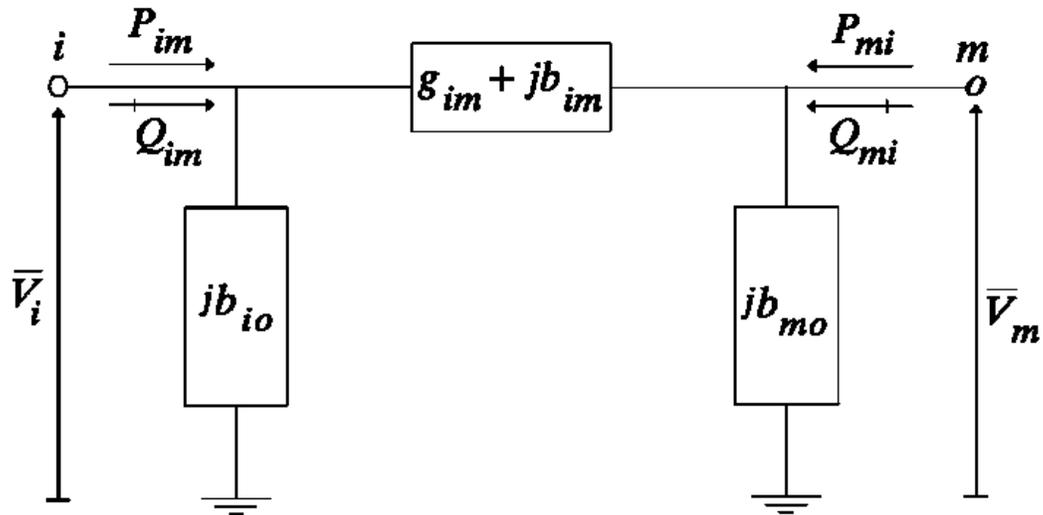


Figura 3.1 Circuito equivalente π de un elemento de transmisión.

El flujo de potencia del nodo i al nodo m estará dado por:

$$\begin{aligned}
 P_{im} + jQ_{im} &= \bar{V}_i \left[\bar{V}_i \quad \bar{V}_m \quad g_{im} + jb_{im} \right]^* + \bar{V}_i \cdot j\bar{V}_i b_{io} \\
 &= V_i e^{j\theta_i} \left[V_i e^{j\theta_i} - V_m e^{j\theta_m} \quad g_{im} + jb_{im} \right]^* - jV_i^2 b_{io} \\
 &= \left[V_i^2 - V_i V_m \cos(\theta_i - \theta_m) - jV_i V_m \sin(\theta_i - \theta_m) \right] g_{im} - j b_{im} \quad jV_i^2 b_{io} \quad (3.8)
 \end{aligned}$$

de donde:

$$P_{im} = V_i^2 g_{im} - V_i V_m g_{im} \cos(\theta_i - \theta_m) - V_i V_m b_{im} \sin(\theta_i - \theta_m) \quad (3.9)$$

Suponiendo que las siguientes condiciones se cumplen

$$a \quad V_i = V_m = 1 \quad (3.10)$$

$$b \quad x_{im} \ll r_{im} \quad (3.11)$$

Se tiene que las admitancias serie del elemento de las líneas de transmisión es:

$$g_{im} = \frac{r_{im}}{r_{im}^2 + x_{im}^2} \approx 0 \quad (3.12)$$

$$b_{im} = -\frac{x_{im}}{r_{im}^2 + x_{im}^2} \approx -\frac{1}{x_{im}} \quad (3.13)$$

Considerando además la siguiente suposición:

$$c \quad \theta_i - \theta_m \rightarrow 0 \quad (3.14)$$

Se tiene que:

$$\cos \theta_i - \theta_m \approx 1.0 \quad (3.15)$$

$$\text{sen } \theta_i - \theta_m \approx \theta_i - \theta_m \quad (3.16)$$

Por lo tanto, el flujo de potencia activa a través del elemento conectado a los nodos i y m se simplifica a:

$$p_{im} = \frac{1}{x_{im}} \theta_i - \theta_m \quad (3.17)$$

Se puede observar que la ecuación resultante es lineal y que puede ser utilizada para calcular todos los ángulos de fase θ_i del sistema.

La potencia neta inyectada puede expresarse en términos de los flujos de potencia incidentes al nodo i como:

$$p_i = \sum_{m \in i} p_{im} = \sum_{m \notin i} \frac{1}{x_{im}} \theta_i - \theta_m = \sum_{m \in i} \left(\frac{1}{x_{im}} \theta_i - \frac{1}{x_{im}} \theta_m \right) \quad (3.18)$$

Y expresando en términos de susceptancias.

si
$$B_{im} = \frac{1}{x_{im}} \quad (3.19)$$

entonces queda lo siguiente.

$$p_i = \sum_{m \in i} B_{im} \theta_i - B_{im} \theta_m \quad (3.20)$$

3.4 Cálculo de factores de sensibilidades

Para calcular los factores de participación de generadores y de distribución en elementos de transmisión se utilizará el modelo de flujos de C.D. Debe hacerse notar que esta aproximación puede diferir de los resultados obtenidos por el análisis de flujos de potencia en C.A, pero permite tener idea, en forma eficiente, del comportamiento de la potencia activa en el sistema ante contingencias.

3.4.1 Factores de participación

La ecuación (3.20) puede describirse de la siguiente forma:

$$P = B \cdot \theta \quad (3.21)$$

La cual representa al modelo matemático lineal de flujos de C.D., por lo que la determinación de los ángulos de fase es directa; es decir, no se requiere de un proceso iterativo para su solución.

Resolviendo para los ángulos de fase

$$\theta = F P \quad (3.22)$$

Donde:

$$F = B^{-1} \quad (3.23)$$

Debido a que el modelo de flujos de C.D. es lineal, se puede calcular el efecto de alguna perturbación alrededor del punto de operación del sistema eléctrico de potencia. En este contexto, si se tiene interés en determinar los cambios de ángulo de fase, $\Delta\theta$, para un conjunto dado de cambios en inyecciones de potencia, ΔP , se puede usar la ecuación:

$$\Delta\theta = F \Delta P \quad (3.24)$$

De forma expandida, la ecuación (3.24) puede escribirse como:

$$\begin{bmatrix} \Delta\theta_1 \\ \Delta\theta_2 \\ \vdots \\ \Delta\theta_i \\ \vdots \\ \Delta\theta_{n-1} \\ \Delta\theta_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & \cdots & F_{1,i} & \cdots & F_{1,n-1} & F_{1,n} \\ F_{21} & F_{22} & \cdots & F_{2,i} & \cdots & F_{2,n-1} & F_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ F_{i,1} & F_{i,2} & \cdots & F_{i,i} & \cdots & F_{i,n-1} & F_{i,n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ F_{n-1,1} & F_{n-1,2} & \cdots & F_{n-1,i} & \cdots & F_{n-1,n-1} & F_{n-1,n} \\ F_{n,1} & F_{n,2} & \cdots & F_{n,i} & \cdots & F_{n,n-1} & F_{n,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \\ \vdots \\ \Delta P_i \\ \vdots \\ \Delta P_{n-1} \\ \Delta P_n \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

De tal manera, el elemento F_{ij} se define como:

$$F_{ij} = \frac{\Delta\theta_i}{\Delta P_j} \quad (3.26)$$

Por otro lado los factores de participación se definen como:

$$a_{li} = \frac{\Delta f_l}{\Delta P_i} \quad (3.27)$$

Si la perturbación es pequeña,

$$a_{li} = \frac{df_l}{dP_i} \quad (3.28)$$

Del análisis de flujos de C.D se sabe que el flujo de potencia a través del elemento conectado entre los nodos k y m es:

$$F_l^{k,m} - P_{km} = \frac{1}{x_{km}} \theta_k - \theta_m \quad (3.29)$$

Sustituyendo la ecuación (3.29) en (3.27) y realizando operaciones algebraicas.

$$\begin{aligned} a_{li} &= \frac{df_l^{km}}{dP_i} - \frac{dP_{km}}{dP_i} - \frac{d}{dP_i} \left[\left(\frac{1}{x_{km}} \theta_k - \theta_m \right) \right] \\ &= \frac{1}{x_{km}} \frac{d \theta_k - \theta_m}{dP_i} \\ &= \frac{1}{x_{km}} \left[\frac{d\theta_k}{dP_i} - \frac{d\theta_m}{dP_i} \right] \\ &= \frac{1}{x_{km}} \left[\frac{\Delta\theta_k}{\Delta P_i} - \frac{\Delta\theta_m}{\Delta P_i} \right] \end{aligned} \quad (3.30)$$

De tal manera, el factor de participación puede ser expresado en función de los términos de la matriz F , es decir; sustituyendo (3.26) en la última ecuación de (3.30).

$$a_{li} = \frac{1}{x_{km}} F_{ki} - F_{mi} \quad (3.31)$$

Generalizando, los factores de participación debidos a cualquier cambio de inyección de potencia se expresan cómo:

$$a_{li} = \frac{1}{x_l} \left(\frac{d\theta_k}{dp_i} - \frac{d\theta_m}{dp_i} \right) = \frac{1}{x_l} F_{ki} - F_{mi} \quad (3.32)$$

donde k y m son los nodos de envío y recepción del elemento de transmisión l , y además indican renglones de la matriz \mathbf{F}^- .

3.4.2 Factores de distribución

Para poder simular la salida de un elemento de transmisión, se deben de agregar dos inyecciones de potencia en sus extremos, tal que el flujo a través de los interruptores del elemento aún conectado sea cero. Esto se ilustra en la figura 3.2.

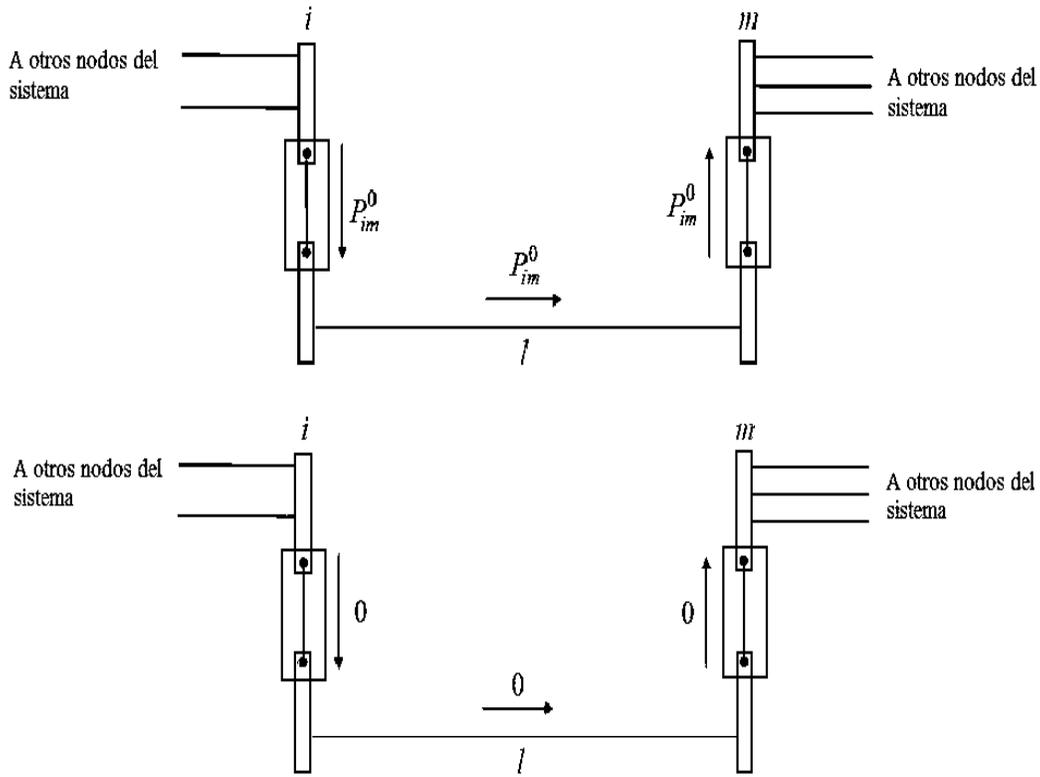


Fig.3.2. Simulación de la apertura de un elemento de transmisión

Definiendo $\Delta P_i = P_{im}^0$, y $\Delta P_m = -P_{im}^0$. Se puede aplicar la ecuación (3.24), y con

ΔP definido en la forma siguiente:

$$\Delta P = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \Delta P_i \\ 0 \\ \vdots \\ \Delta P_m \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \tag{3.33}$$

Para calcular variaciones de ángulo de voltaje por la apertura del elemento de transmisión. De lo anterior se tiene.

$$\Delta\theta_i = F_{ii}\Delta P_i + F_{im}\Delta P_m \quad (3.34)$$

$$\Delta\theta_m = F_{mi}\Delta P_i + F_{mm}\Delta P_m \quad (3.35)$$

Donde:

$\theta_i^0, \theta_m^0, P_{im}^0$ = Valores antes de la apertura del elemento.

$\Delta\theta_i, \Delta\theta_m, \Delta P_{im}$ = Cambios resultantes de la apertura del elemento.

$\theta_i^1, \theta_m^1, P_{im}^1$ = Valores después de la apertura del elemento.

Entonces, se requiere que ΔP_i y ΔP_m sean iguales al flujo del elemento después de su apertura. Si la reactancia del mismo es x_i , entonces,

$$P_{im}^1 = \Delta P_i = -\Delta P_m \quad (3.36)$$

Donde:

$$P_{im}^1 = \frac{1}{x_i} (\theta_i^1 - \theta_m^1) \quad (3.37)$$

Sustituyendo (3.36) en (3.34) y (3.35) y se obtiene.

$$\Delta\theta_i = (F_{ii} - F_{im}) \Delta P_i \quad (3.38)$$

$$\Delta\theta_m = (F_{mi} - F_{mm}) \Delta P_i \quad (3.39)$$

Las actualizaciones de los ángulos de voltaje son:

$$\theta_i^1 = \theta_i^0 + \Delta\theta_i \quad (3.40)$$

$$\theta_m^1 = \theta_m^0 + \Delta\theta_m \quad (3.41)$$

Las cuales pueden ser sustituidas en la ecuación (3.37), para obtener lo siguiente:

$$P_{im}^1 = \frac{1}{x_l} \theta_i^1 - \theta_m^1 = \frac{1}{x_l} \theta_i^0 - \theta_m^0 + \frac{1}{x_l} \Delta\theta_i - \Delta\theta_m \quad (3.42)$$

Sustituyendo (3.38) en (3.39), resulta lo siguiente:

$$P_{im}^1 = \frac{1}{x_l} \theta_i^0 - \theta_m^0 + \frac{1}{x_l} F_{ii} - F_{im} - F_{mi} + F_{mm} \Delta P_i \quad (3.43)$$

El flujo de potencia activa inicial a través del elemento l será igual a:

$$P_{im}^0 = \frac{1}{x_l} \theta_i^0 - \theta_m^0 \quad (3.44)$$

Substituyendo esta ecuación en (3.43), resulta:

$$P_{im}^1 = P_{im}^0 + \frac{1}{x_l} F_{ii} - F_{im} - F_{mi} + F_{mm} \Delta P_i \quad (3.45)$$

Por último suponiendo que $F_{im} = F_{mi}$, la ecuación (3.45) se simplifica a:

$$P_{im}^1 = P_{im}^0 + \frac{1}{x_l} F_{ii} + F_{mm} - 2F_{im} \Delta P_i \quad (3.46)$$

Se define a δ como un factor de sensibilidades relacionando el cambio en el ángulo de fase, $\Delta\theta$, respecto al flujo de potencia a través del elemento de transmisión l antes de desconectarse. Es decir,

$$\delta_{j,im} = \frac{\Delta\theta_j}{P_{im}} \quad (3.47)$$

Si i y m no son el nodo compensador (referencia) del sistema eléctrico, dos inyecciones ΔP_i y ΔP_m son impuestas en tales nodos, respectivamente, para simular la desconexión del elemento conectado a estos nodos. Esto proporciona un cambio en el ángulo de fase en el nodo j igual a:

$$\Delta\theta_j = F_{ji}\Delta P_i + F_{jm}\Delta P_m \quad (3.48)$$

Entonces al utilizar la relación existente ΔP_i y ΔP_m , el factor de sensibilidades resultante es:

$$\delta_{j,im} = \frac{F_{ji} - F_{jm} x_l}{x_l - F_{ii} + F_{im} - 2F_{im}} \quad (3.49)$$

Si i o m es el nodo de referencia, solamente se impone una inyección en el nodo que no es referencia. Los factores δ resultantes serán:

$$\delta_{j,im} = \frac{F_{ji} x_l}{x_l - F_{ii} - F_{im}}; \quad i \neq ref, m = ref \quad (3.50)$$

$$\delta_{j,im} = \frac{F_{ji} x_l}{x_l - F_{mm} - F_{im}} \quad i = ref, m \neq ref \quad (3.51)$$

Si j por si mismo es referencia, entonces $\delta_{j,im} = 0$, debido a que θ_j sería constante.

Si una línea o transformador k conecta a los nodos v y w , la expresión para $d_{k,l}$, es decir el factor de distribución para el elemento k , cuando el elemento l se desconecta del sistema, es:

$$d_{k,l} = \frac{\Delta f_k}{f_l^0} = \frac{1}{x_k} \frac{\Delta\theta_v - \Delta\theta_w}{f_l^0} \quad (3.52)$$

Puesto que,

$$\Delta f_k = \frac{1}{x_k} \Delta\theta_v - \Delta\theta_w \quad (3.53)$$

Se obtiene la siguiente expresión:

$$d_{k,l} = \frac{\Delta f_k}{f_l^0} = \frac{\frac{1}{x_k} \Delta \theta_v - \frac{1}{x_k} \Delta \theta_w}{f_l^0} = \frac{1}{x_k} \left(\frac{\Delta \theta_v}{F_{im}^0} - \frac{\Delta \theta_w}{F_{im}^0} \right) \quad (3.54)$$

Ahora substituyendo (3.24) en esta última expresión:

$$d_{k,l} = \frac{1}{x_k} \delta_{v,im} - \delta_{w,im} \quad (3.55)$$

Si v y w no son referencia, se tiene:

$$d_{k,l} = \frac{1}{x_k} \left[\frac{F_{vi} - F_{vm} x_l}{x_l - F_{ii} + F_{mm} - 2F_{im}} - \frac{F_{wi} - F_{wm} x_l}{x_l - F_{ii} + F_{mm} - 2F_{im}} \right] \quad (3.56)$$

Resultando en,

$$d_{k,l} = \frac{x_l}{x_k} \left[\frac{F_{vi} - F_{vm} - F_{wi} - F_{wm}}{x_l - F_{ii} + F_{mm} - 2F_{im}} \right] \quad (3.57)$$

Capítulo 4

Análisis Numérico de Contingencias Con Los Factores de Sensibilidades.

4.1 Introducción

En esta sección se analizarán numéricamente las contingencias con el método de sensibilidades, y se compararan con los resultados obtenidos con el paquete PowerWorld.

Una vez deducidas las ecuaciones de los factores de sensibilidades tanto para la participación de los generadores ecuación (3.32), como para los factores de distribución de la salida de un elemento de transmisión ecuación (3.57). Se realizó un programa computacional en Matlab para así obtener los factores de forma más rápida y con estos resultados calcular el cambio de flujo en las líneas, de tal manera que sea factible hacer la comparación de ambos resultados obtenidos y poder obtener las conclusiones del presente trabajo.

4.2 Análisis de contingencias en base a sensibilidades.

De acuerdo a la formulación obtenida en los capítulos anteriores, se realizó un programa para el cálculo de los factores de sensibilidad, cuyo código se muestra en el apéndice A. El análisis se realiza considerando el sistema eléctrico de potencia estudiado en el capítulo 2.

4.2.1 Resultados que proporciona el programa desarrollado en Matlab.

Los resultados que se obtengan con el programa hecho en Matlab de los factores de sensibilidades, van a ser comparados con los obtenidos en C.A. Tales resultados deben de dar la misma visión del problema; ambas metodologías deben indicar aproximadamente los mismos niveles de sobrecarga en elementos de transmisión.

Los datos proporcionados al programa son:

Tabla 4.1 Datos de las líneas (reactancias y nodos de envío y recepción).

N.Envío	N.Recepción	Reactancia
1.0000	2.0000	0.2000
1.0000	4.0000	0.2000
1.0000	5.0000	0.3000
2.0000	3.0000	0.2500
2.0000	4.0000	0.1000
2.0000	5.0000	0.3000
2.0000	6.0000	0.2000
3.0000	5.0000	0.2600
3.0000	6.0000	0.1000
4.0000	5.0000	0.4000
5.0000	6.0000	0.3000

En base a los valores de la tabla 4.1, el cálculo realizado por el programa desarrollado en Matlab de los factores de participación de los generadores y de participación por la salida de un elemento de transmisión, son reportados en las tablas 4.2 y 4.3.

Tabla 4.2 Factores de participación de los Generadores

Líneas	Bus1	Bus2	Bus3
Línea 1 (1-2)	0	-0.4712	-0.4035
Línea 2 (1-4)	0	-0.3153	-0.2955
Línea 3 (1-5)	0	-0.2149	-0.3033
Línea 4 (2-3)	0	0.0542	-0.3420
Línea 5 (2-4)	0	0.3118	0.2158
Línea 6 (2-5)	0	0.0992	-0.0343
Línea 7 (2-6)	0	0.0639	-0.2427
Línea 8 (3-5)	0	0.0623	0.2893
Línea 9 (3-6)	0	-0.0076	0.3697
Línea 10 (4-5)	0	-0.0035	-0.0797
Línea 11 (5-6)	0	-0.0566	-0.1275

Tabla 4.3 Factores de participación de la salida de un elemento de Transmisión

	k=1	k=2	k=3	k=4	k=5	k=6	k=7	k=8	k=9	k=10	k=11
L1	0	0.6366	0.5444	-0.1122	-0.5037	-0.2102	-0.1216	-0.1373	0.0133	0.0099	0.1319
L2	0.5963	0	0.4587	-0.0328	0.6120	-0.0617	-0.0355	-0.0405	0.0038	-0.3267	0.0389
L3	0.4065	0.3656	0	0.1463	-0.1094	0.2724	0.1585	0.1771	-0.0176	0.3178	-0.1702
L4	-0.1025	-0.0320	0.1790	0	0.1240	0.2263	0.4667	-0.3999	-0.5258	0.1708	0.1322
L5	-0.5896	0.7647	-0.1715	0.1589	0	0.2969	0.1722	0.1936	-0.0189	-0.6733	-0.1860
L6	-0.1876	-0.0588	0.3256	0.2211	0.2264	0	0.2396	0.2686	-0.0264	0.3111	-0.2581
L7	-0.1209	-0.0377	0.2110	0.5078	0.1462	0.2668	0	-0.1995	0.5844	0.2013	0.4436
L8	-0.1179	-0.0371	0.2036	-0.3759	0.1420	0.2584	-0.1723	0	0.4750	0.1948	-0.4249
L9	0.0144	0.0044	-0.0255	-0.6250	-0.0176	-0.0321	0.6384	0.6009	0	-0.0243	0.5568
L10	0.0067	-0.2353	0.2871	0.1261	-0.3880	0.2351	0.1366	0.1531	-0.0151	0	-0.1471
L11	0.1070	0.0337	-0.1850	0.1174	-0.1289	-0.2346	0.3621	-0.4016	0.4160	-0.1769	0

El programa de sensibilidades calcula los valores de las potencias activa, reactiva y aparente. Pero en las tablas 4.4 y 4.5 solo se hace referencia a la potencia activa. Posteriormente en las tablas 4.8, 4.10, 4.12 y 4.14, se muestran todos los valores correspondientes a las potencias activa y aparente, de las diferentes contingencias.

Debido a que se esta analizando posibles sobrecargas de potencia en las líneas de transmisión en las tablas y gráficas que se presentaran a continuación se trabaja con la potencia activa y aparente. Omitiendo los resultados de la potencia reactiva, ya que los cambios no son de mucha importancia para este caso de análisis.

En la tabla 4.4 se muestran los resultados obtenidos por el programa de sensibilidades. En la columna 2 se muestran los valores del flujo de potencia activa correspondientes a cada una de las líneas de transmisión que permanecen conectadas al sistema, por la salida de operación la línea 12. Para la salida de la línea 17 los valores del flujo de potencia activa correspondientes a cada línea de transmisión que permanece conectada en el sistema se muestran en la columna 3.

Tabla 4.4 Flujos de potencia activa (MW) en las líneas de transmisión al salir de operación 12, 17

Líneas	línea 2 (Fuera)	línea 7 (Fuera)
Línea 1 (1-2)	56.4407	25.4970
Línea 2 (1-4)	0	42.6569
Línea 3 (1-5)	51.5365	39.7603
Línea 4 (2-3)	1.5370	15.1803
Línea 5 (2-4)	66.4236	37.6099
Línea 6 (2-5)	12.9460	21.7990
Línea 7 (2-6)	24.6057	0
Línea 8 (3-5)	17.5010	14.5973
Línea 9 (3-6)	43.9638	60.5280
Línea 10 (4-5)	-6.1764	7.6668
Línea 11 (5-6)	3.0778	11.1156

Para complementar el uso del programa de sensibilidades, se analizó y calculó el flujo de potencia activa en las líneas de transmisión del sistema al salir de operación el generador Gen 1 y Gen 2. Conectados en los buses 2 y 3. Los resultados del análisis se muestran en la tabla 4.5.

Tabla 4.5 Flujos de potencia activa (MW) en las líneas de transmisión al salir de operación los generadores Gen.1 y Gen.2

Líneas	Gen. 1 (Fuera)	Gen. 2 (Fuera)
Línea 1 (1-2)	52.2504	52.8973
Línea 2 (1-4)	59.3561	61.3222
Línea 3 (1-5)	46.3473	53.7973
Línea 4 (2-3)	0.2199	23.4518
Línea 5 (2-4)	17.5013	20.1397
Línea 6 (2-5)	10.5503	17.5691
Línea 7 (2-6)	23.0532	40.8107
Línea 8 (3-5)	16.0032	1.7634
Línea 9 (3-6)	44.1517	21.5869
Línea 10 (4-5)	4.2574	8.8619
Línea 11 (5-6)	4.4385	9.2581

4.3 Comparación de resultados entre el método de C.A y Sensibilidades.

Con la finalidad de demostrar que el método de sensibilidades es una forma más rápida y aproximada de obtener resultados comparada con los métodos tradicionales de C.A en cuanto al cambio de flujo de potencia en las líneas ante algún evento o contingencia. Los resultados obtenidos con el programa computacional basado en el método de sensibilidades serán comparados con los obtenidos con el paquete PowerWorld.

En las siguientes tablas se muestran los resultados obtenidos mediante un análisis de flujos de C.A. y el método de sensibilidades. Las contingencias consideradas son: *i)* Desconexión de la línea *l7*, *ii)* Desconexión de la línea *l2*, *iii)* Salida del generador G1 y *iv)* Salida del generador G2.

El análisis de contingencias parte del caso base que se muestra en la tabla 4.6. El cual muestra los valores de flujos de potencia en las líneas de transmisión cuando el sistema esta operando de forma normal. Estos flujos cambiarán al presentarse la salida de algún elemento que compone el sistema. En esto se basará el análisis del presente trabajo, en encontrar los nuevos valores de los flujos de potencia mediante el método de C.A y el método de Sensibilidades.

Tabla 4.6 Valores del Caso Base del SEP

Caso Base		
Líneas	MW	MVA
<i>l1</i> (1-2)	28,69	32,83
<i>l2</i> (1-4)	43,59	48,01
<i>l3</i> (1-5)	35,6	37,34
<i>l4</i> (2-3)	2,93	12,61
<i>l5</i> (2-4)	33,09	56,71
<i>l6</i> (2-5)	15,51	21,82
<i>l7</i> (2-6)	26,25	29,03
<i>l8</i> (3-5)	19,12	30,04
<i>l9</i> (3-6)	43,77	74,85
<i>l10</i> (4-5)	4,08	6,41
<i>l11</i> (5-6)	1,61	9,79

En las tablas 4.7 y 4.8 se muestran los valores de los flujos de potencia en cada línea de transmisión al ocurrir la contingencia 1, pérdida de la línea *l7*.

Tabla 4.7 Valores obtenidos en C.A

Método en C.A con PowerWorld		
Pérdida de Línea <i>l7</i>		
Líneas	MW	MVA
<i>l1</i> (1-2)	26,04	29,70
<i>l2</i> (1-4)	42,87	47,61
<i>l3</i> (1-5)	39,92	41,75
<i>l4</i> (2-3)	16,63	22,16
<i>l5</i> (2-4)	36,99	58,33
<i>l6</i> (2-5)	21,67	26,50
<i>l7</i> (2-6)	0	0,00
<i>l8</i> (3-5)	15,39	30,96
<i>l9</i> (3-6)	61,06	99,84
<i>l10</i> (4-5)	7,2	9,01
<i>l11</i> (5-6)	10,86	13,25

Tabla 4.8 Valores obtenidos con Sensibilidades

Método de Sensibilidades		
Pérdida de Línea <i>l7</i>		
Líneas	MW	MVA
<i>l1</i> (1-2)	25,49	31,89
<i>l2</i> (1-4)	42,65	42,67
<i>l3</i> (1-5)	39,76	42,73
<i>l4</i> (2-3)	15,18	15,18
<i>l5</i> (2-4)	37,60	63,02
<i>l6</i> (2-5)	21,79	30,72
<i>l7</i> (2-6)	0	0,00
<i>l8</i> (3-5)	14,59	23,70
<i>l9</i> (3-6)	60,52	98,32
<i>l10</i> (4-5)	7,66	7,79
<i>l11</i> (5-6)	11,11	11,12

Si se observa la columna 3 de la tabla 4.7 y se compara con la otra columna 3 de la tabla 4.8, se nota que los valores están muy cercanos. Pero la importancia es que ambos métodos reportan la línea de transmisión que se sobrecarga al salir de operación la línea *l7*. En este caso, la línea que se sobrecarga es la *l9* con un transporte de potencia aparente de 99.85MVA (C.A) y 98.32MVA(sensibilidades), y su límite de transporte de potencia aparente es de 80MVA. Lo anterior permite que el operador tenga una visión más clara del problema y pueda tomar decisiones correctivas o preventivas de una manera más rápida.

Para un mejor análisis de la comparación de ambos métodos, los resultados obtenidos cuando sale de operación la línea 17 se presentan de manera gráfica en la figura 4.1.

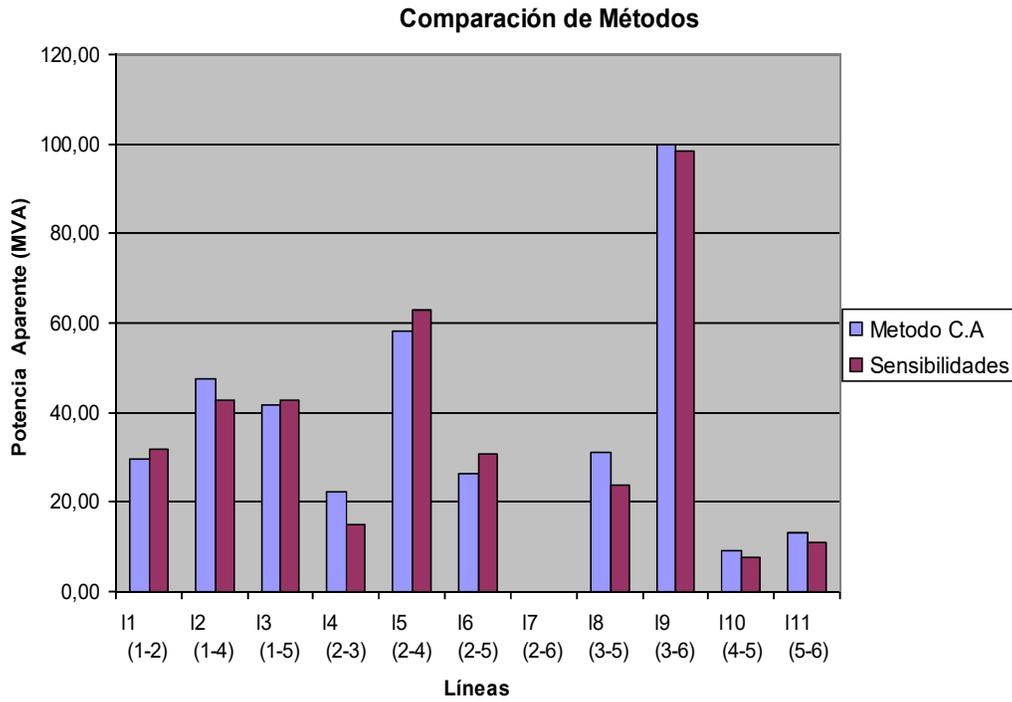
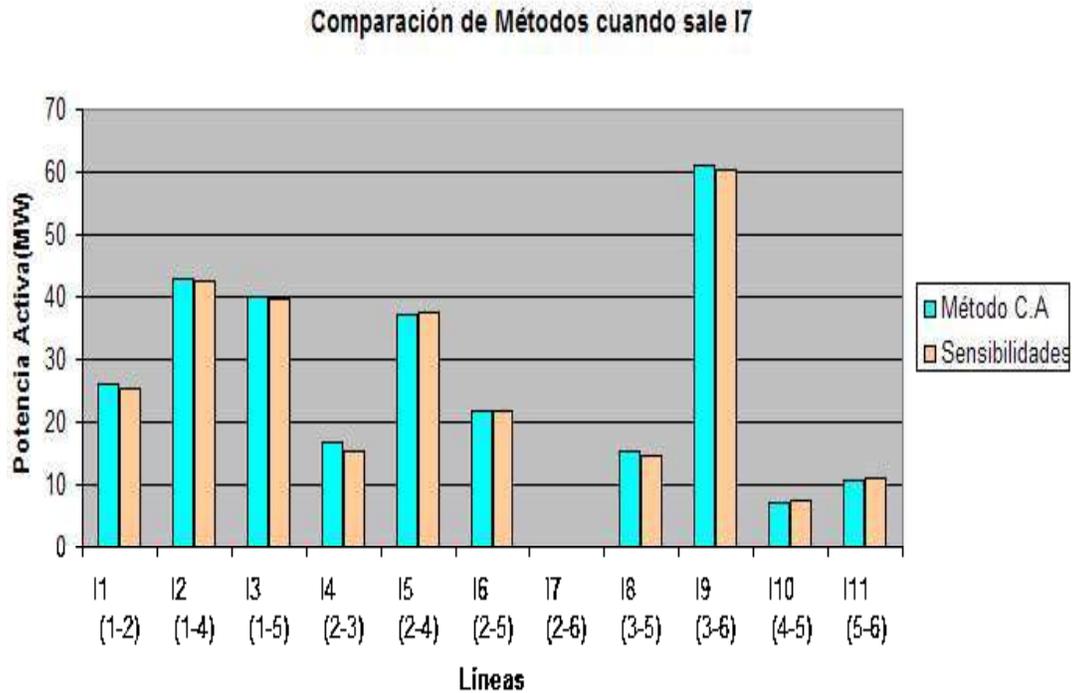


Figura 4.1 Comparación de resultados obtenidos por Métodos C. A y Sensibilidades Cuando sale de operación la línea 17.

Para complementar el análisis de comparación de resultados, se presenta en la figura 4.2, la gráfica de la potencia activa obtenida en C.A y Sensibilidades.



*Figura 4.2 Potencia activa obtenida por C.A y Sensibilidades
Cuando sale de operación la línea 17.*

En la figura 4.2 se puede observar que tan cercano es el método de sensibilidades (color naranja) al método convencional NR (color verde), para el cálculo de flujos de potencia cuando ocurre la salida de la línea 17. Sin embargo, se pueden observar pequeñas variaciones entre ambos métodos, pero lo importante es que los dos reportan lo mismo, es decir, en que línea de transmisión hay más flujo de potencia activa. En este caso de análisis la línea de transmisión 19 es por donde fluye más potencia activa al presentarse la contingencia.

Los valores de los flujos de potencia en las líneas de transmisión por la salida de operación de la línea l_2 , se muestran a continuación en las tablas 4.9 y 4.10.

Tabla 4.9 Valores obtenidos en C.A

Método en C.A con PowerWorld		
Perdida de Línea l_2		
Líneas	MW	MVA
l_1 (1-2)	59,61	65,59
l_2 (1-4)	0	0,00
l_3 (1-5)	54,11	55,15
l_4 (2-3)	1,11	11,97
l_5 (2-4)	68,38	97,39
l_6 (2-5)	12,23	22,12
l_7 (2-6)	24,34	27,86
l_8 (3-5)	17,27	31,57
l_9 (3-6)	43,81	75,82
l_{10} (4-5)	-5,99	9,51
l_{11} (5-6)	3,51	12,27

Tabla 4.10 Valores obtenidos con Sensibilidades

Método de Sensibilidades		
Perdida de Línea l_2		
Líneas	MW	MVA
l_1 (1-2)	56,44	57,66
l_2 (1-4)	0	0,00
l_3 (1-5)	51,53	58,38
l_4 (2-3)	1,53	13,75
l_5 (2-4)	66,42	103,51
l_6 (2-5)	12,94	18,20
l_7 (2-6)	24,60	26,85
l_8 (3-5)	17,50	27,76
l_9 (3-6)	43,96	75,12
l_{10} (4-5)	-6,17	16,40
l_{11} (5-6)	3,07	8,75

Al igual que en el análisis de la salida de operación de la línea de transmisión l_7 , los resultados obtenidos por sensibilidades para la salida de operación de la línea de transmisión l_2 son muy aproximados a los obtenidos en C.A. Analizando detalladamente los resultados de los métodos se observa que la línea de transmisión que esta sobrecargada por la salida de operación de la línea l_2 es la l_5 . La cual al ocurrir la contingencia, transporta potencia aparente de manera excesiva (97.39 MVA(C.A) y 103.51 MVA (Sensibilidades)), es decir esta violando su límite de transporte de potencia, porque solo puede transportar 80 MVA.

Para tener una visión más clara del resultado, se presenta de manera gráfica en la figura 4.3.

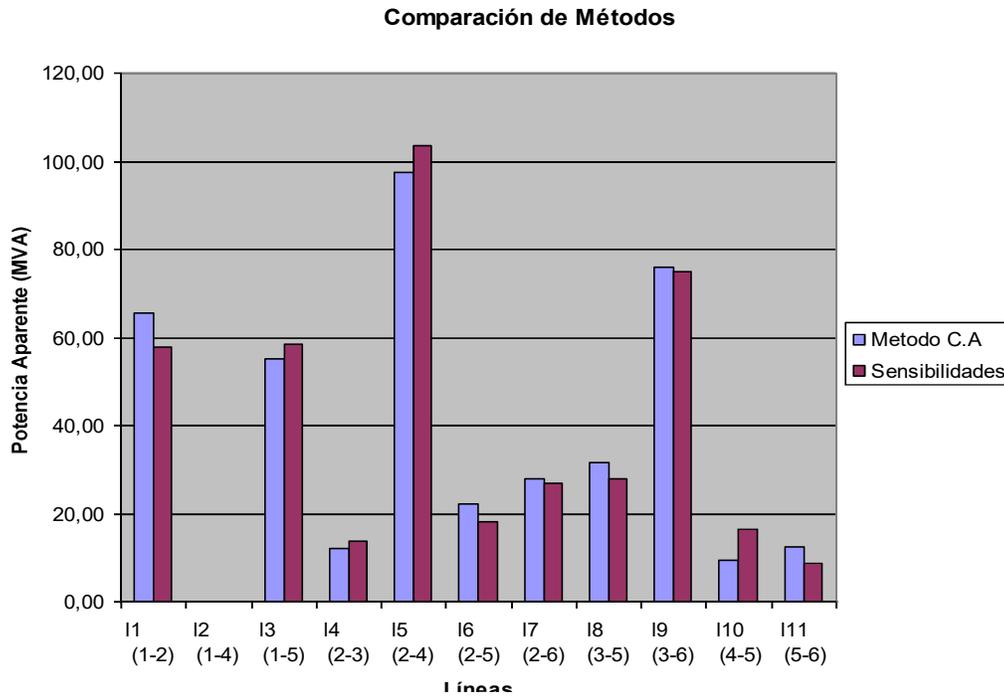


Figura 4.3 Potencia aparente calculada por C.A y Sensibilidades al salir de operación la línea de transmisión l2.

En la gráfica 4.3 se nota que la línea de transmisión 15, esta violando los límites de transporte de potencia, ya que transporta más de 80MVA que es la máxima potencia que puede transportar. Y que tanto el método en C.A y el de Sensibilidades me dan el mismo resultado.

En la figura 4.4 se grafican los resultados de C.A y Sensibilidades para la potencia activa, con la finalidad de observar la proximidad que sigue teniendo el método de sensibilidades al método convencional de C.A.

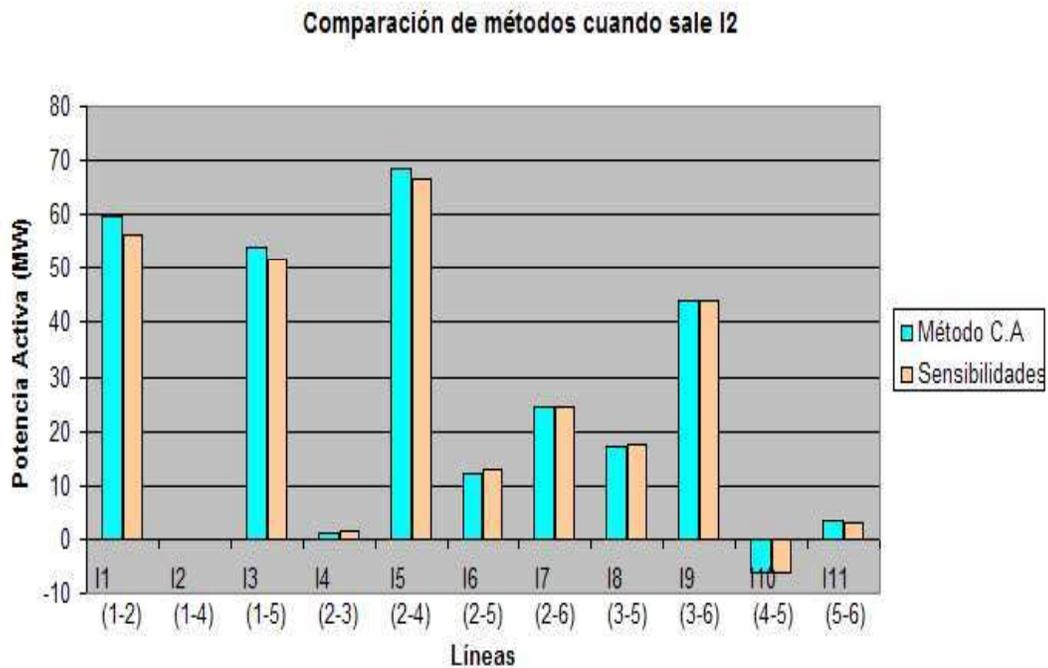


Fig. 4.4 Potencia activa calculada por el método de C.A y Sensibilidades al salir de operación la línea de transmisión l2.

Cabe mencionar que al analizar los resultados obtenidos tanto para l7 y l2, hay pequeñas diferencias entre los valores de C.A y sensibilidades que no van más allá de 4MW en el caso de la potencia activa. Pero la importancia del método no es esta pequeña diferencia, si no que ambos métodos me reportan lo mismo. Es decir, que líneas de transmisión se están sobrecargando o podrían sobrecargarse debido a la salida de operación de alguna línea de transmisión.

Para complementar el estudio de las contingencias con el método de sensibilidades, también se analiza la pérdida de 2 generadores los cuales están conectados en el bus 2 y el bus 3. Para este análisis se realiza la simulación en el software PowerWorld en C.A y el método de sensibilidades. Desconectando cada generador, uno a uno, y los resultados para la salida del generador G1 se presentan a continuación en las tablas 4.11, 4.12 y para la salida de operación del generador G2 se muestran los resultados en las tablas 4.13 y 4.14.

Tabla 4.11 Valores obtenidos en C.A

Método en C.A con PowerWorld		
Perdida del Generador G1		
Líneas	MW	MVA
<i>l1</i> (1-2)	54,6	54,62
<i>l2</i> (1-4)	59,99	69,61
<i>l3</i> (1-5)	47,32	50,26
<i>l4</i> (2-3)	2,78	33,03
<i>l5</i> (2-4)	16,47	35,80
<i>l6</i> (2-5)	10,05	11,48
<i>l7</i> (2-6)	22,58	22,96
<i>l8</i> (3-5)	17,65	37,25
<i>l9</i> (3-6)	44,68	93,01
<i>l10</i> (4-5)	3,52	8,21
<i>l11</i> (5-6)	4,74	12,03

Tabla 4.12 Valores obtenidos con Sensibilidades

Método de Sensibilidades		
Perdida del Generador G1		
Líneas	MW	MVA
<i>l1</i> (1-2)	52,25	52,80
<i>l2</i> (1-4)	59,35	61,99
<i>l3</i> (1-5)	46,34	51,41
<i>l4</i> (2-3)	0,21	14,98
<i>l5</i> (2-4)	17,50	35,13
<i>l6</i> (2-5)	10,55	14,81
<i>l7</i> (2-6)	23,05	24,82
<i>l8</i> (3-5)	16,00	25,66
<i>l9</i> (3-6)	44,15	75,38
<i>l10</i> (4-5)	4,25	6,39
<i>l11</i> (5-6)	4,43	8,15

Al igual que en el análisis de las líneas, se observa como los valores obtenidos por el método de sensibilidades también es muy aproximado al analizar la salida de operación de un generador. En este caso la diferencia no va más allá de 3 MW para la potencia activa, por lo que se comprueba una vez más que este método de sensibilidades es aproximado. Por no haber una diferencia muy grande entre ambos métodos.

**Comparación de Métodos
Al salir de Operación G1**

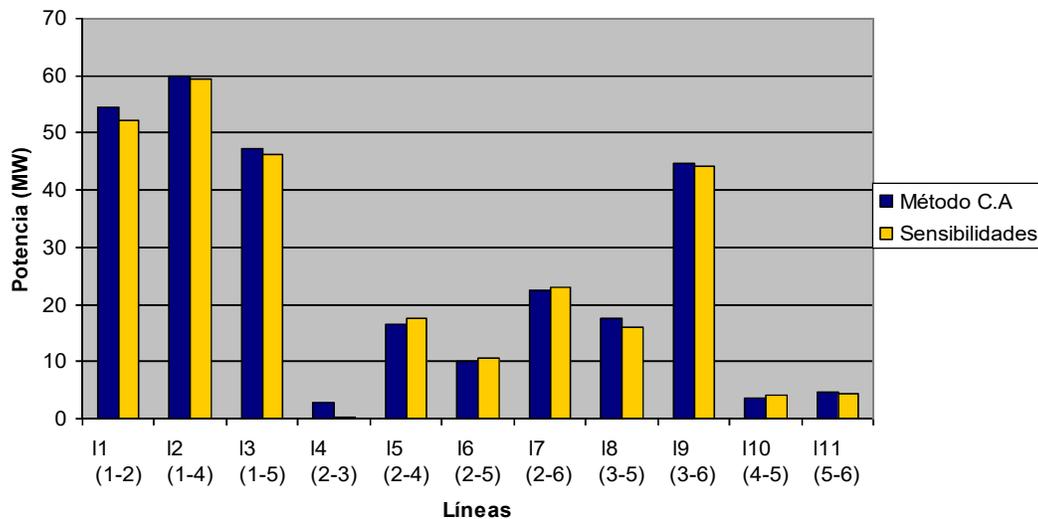


Figura 4.5 Comparación de métodos al salir de operación G1.

En la figura 4.5 se muestra de manera gráfica la comparación de los métodos. Esto ayuda en tener una visualización rápida del problema. Además de que se sigue demostrando la proximidad de sensibilidades al método de C.A.

Por último se presenta el análisis de la salida del generador G2. Cuyos resultados obtenidos tanto en C.A y sensibilidades se muestran en las tablas 4.13 y 4.14.

Tabla 4.13 Valores obtenidos en C.A

Método en C.A con PowerWorld		
Perdida del Generador G2		
Líneas	MW	MVA
<i>l1 (1-2)</i>	55,69	61,41
<i>l2 (1-4)</i>	64,09	66,97
<i>l3 (1-5)</i>	55,19	59,82
<i>l4 (2-3)</i>	21,14	35,52
<i>l5 (2-4)</i>	19,99	60,95
<i>l6 (2-5)</i>	18,33	34,60
<i>l7 (2-6)</i>	42,9	61,57
<i>l8 (3-5)</i>	0	6,15
<i>l9 (3-6)</i>	21,07	32,87
<i>l10 (4-5)</i>	10,26	10,36
<i>l11 (5-6)</i>	8,93	9,30

Tabla 4.14 Valores obtenidos con Sensibilidades

Método de Sensibilidades		
Perdida del Generador G2		
Líneas	MW	MVA
<i>l1 (1-2)</i>	52,89	53,54
<i>l2 (1-4)</i>	61,32	64,46
<i>l3 (1-5)</i>	53,79	61,45
<i>l4 (2-3)</i>	23,45	24,86
<i>l5 (2-4)</i>	20,13	38,75
<i>l6 (2-5)</i>	17,56	24,73
<i>l7 (2-6)</i>	40,81	48,91
<i>l8 (3-5)</i>	1,76	6,07
<i>l9 (3-6)</i>	21,58	44,17
<i>l10 (4-5)</i>	8,86	8,86
<i>l11 (5-6)</i>	9,25	9,47

En este caso se puede observar que no hay violación en el transporte de potencia en ninguna línea de transmisión. Para poderlo observar con mayor detalle se grafican los valores de la potencia activa en la figura 4.6. En esta misma figura se observa nuevamente la cercanía que tiene el método de sensibilidades al método de C.A.

**Comparación de Métodos
al salir de operación G2**

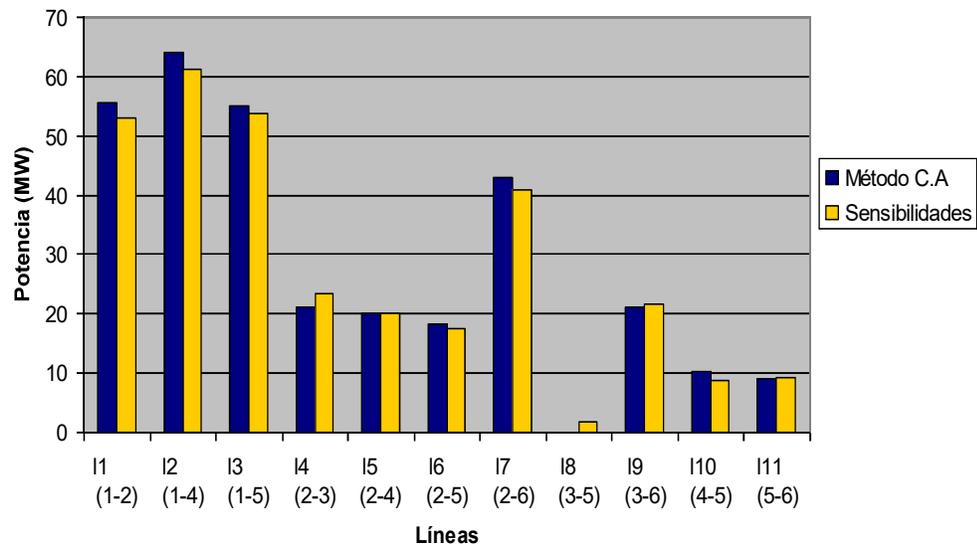


Figura 4.6 Potencia aparente en las líneas calculada en C.A y Sensibilidades al salir de operación G2.

4.3 Conclusiones del capítulo

En este capítulo se define el cálculo de los nuevos flujos de potencia en las líneas de transmisión que quedan conectadas al sistema cuando ocurre alguna contingencia, pero con el método de sensibilidades. Se hace la comparación de los resultados obtenidos con ambos métodos, resultando que tanto el método de C.A y Sensibilidades indican la misma línea de transmisión que se sobrecarga, debido a la presencia de una contingencia.

Los resultados también se compararon en la potencia activa, dando como resultado que los 2 métodos dan la misma información, es decir, cuanta potencia fluye por la línea de transmisión en análisis después de ocurrida la contingencia.

Capítulo 5

Conclusiones y trabajos futuros

5.1 Conclusiones

Las metodologías que se han venido usando para el cálculo de los flujos de potencia, son métodos iterativos, es decir que necesita de condiciones iniciales para poder iniciar el análisis y una vez iniciado el cálculo se obtendrá la solución hasta que este converja. Sin embargo, si estas condiciones iniciales no son las adecuadas, el proceso de solución requerirá de un gran número de iteraciones para encontrar la solución de flujos de potencia, o en el peor de los casos divergirá. Además otro problema que tiene dichos métodos es la memoria de computadora que utilizan al hacer las iteraciones.

Debido a toda esta problemática, en el presente trabajo se mostró el desarrollo matemático de un método para la solución de los flujos de potencia de manera no iterativa y aproximada a la encontrada con los métodos tradicionales como son el NR, Gauss-Seidel, etc. Es decir, este método obtiene los resultados de una manera rápida y sencilla, que es lo que necesita el operador para que pueda tener el conocimiento del problema, la magnitud de este y así rápidamente pueda tomar alguna acción correctiva y/o preventiva. Para poder lograr lo anterior, se dedujeron las ecuaciones de los factores de sensibilidades a partir del análisis de los flujos de potencia en C.D., el cual es un modelo lineal de los flujos de A.C.

El método de factores de sensibilidades no tiene la necesidad de suponer una condición inicial para comenzar el análisis. Por tal motivo es una herramienta computacional rápida y confiable para el cálculo del cambio de flujo de potencia en las líneas de transmisión que quedan conectadas al sistema ante alguna contingencia, como la salida de operación de alguna unidad generadora o la pérdida de una de las líneas de transmisión.

Los resultados obtenidos con el método de sensibilidades al realizar los análisis a las diferentes contingencias que más afectarían al nuestro sistema eléctrico son muy aproximados y no difieren mucho a los resultados que se obtuvieron con el programa PowerWorld el cual utiliza como método de solución al NR en C.A. Estos resultados se mostraron numéricamente y gráficamente en las tablas y gráficas del capítulo 4, en donde se puede observar resultados similares entre ambos métodos.

5.2 Trabajos futuros

En este apartado se enlistan dos ideas que pueden ser consideradas para extender el trabajo desarrollado en esta tesis.

- ❖ Difundir el uso del este método en las compañías eléctricas, ya que actualmente uno de los muchos programas que utilizan son el PowerWorld. Y este para encontrar la solución debe de estar iterando hasta que converja, para encontrar la solución. Lo que es tardado en dar resultados a comparación del método de sensibilidades.
- ❖ Para lograr la difusión y uso del método analizado en esta tesis, sugiero que a las empresas que se les exponga las ventajas del uso de sensibilidades, sigan investigando para que se desarrolle más este método y a futuro se pueda usar en el análisis de los sistemas eléctricos de la red nacional.

APENDICE A

A.1 Programación en Matlab de las Ecuaciones de los Factores de Sensibilidades

Las ecuaciones de sensibilidades las programe en Matlab, cuyo código se presenta a continuación.

```
%%%%%%%% Código del Programa de Sensibilidades en Matlab %%%%%%%%%
```

```
clear
clc

%%      MW      Mvar  %%
cbase=[ 28.69   -15.96
        43.59    2.12
        35.6     11.5
         2.93   -12.27
        33.09   46.05
        15.51   15.35
        26.25   12.4
        19.12   23.17
        43.77   60.72
         4.08   -4.94
         1.61   -9.66
        ];

disp('      N.Envío      N.Recepción      Reactancia ');
datos= [      1.0000      2.0000      0.2000
          1.0000      4.0000      0.2000
          1.0000      5.0000      0.3000
           2          3          .25
           2          4          .1
           2          5          .3
           2          6          .2
           3          5          .26
           3          6          .1
           4          5          .4
           5          6          .3]

%disp('      Matriz B');

B=[ 13.33  (-1/.2)      0      (-1/0.2) (-1/0.3) 0
    (-1/0.2) 27.33  (-1/0.25) (-1/0.1) (-1/0.3) (-1/0.2)
    0      (-1/0.25) 17.84 0 (-1/0.26) (-1/0.1)
    (-1/0.2) (-1/0.1) 0 17.5 (-1/0.4) 0
    (-1/0.3) (-1/0.3) (-1/0.26) (-1/0.4) 16.34 (-1/0.3)
    0 (-1/0.2) (-1/0.1) 0 (-1/0.3) 18.33 ];
```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% Haciendo el programa %%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

B1=[27.3300   -4.0000  -10.0000   -3.3333   -5.0000
    -4.0000   17.8400         0    -3.8462  -10.0000
   -10.0000         0   17.5000   -2.5000         0
    -3.3333   -3.8462   -2.5000   16.3400   -3.3333
    -5.0000  -10.0000         0   -3.3333   18.3300];
fprintf('\n\n')

```

```

%2do. Paso Matriz f

```

```

f=inv(B1);
G=zeros(length(f)+1 ,length(f)+1);
F(2:length(f)+1,2:length(f)+1)=f;
%disp('          Matriz F');
F;
fprintf('\n\n')

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%3er. Paso Calculando Factores de participación de generación%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

gen=3;
Lin=size(datos);
Lin=Lin(1,1);
res=zeros(Lin,gen);
for j=1:Lin
    for i=2:gen
        res(j,i)=1/datos(j,3)*(F(datos(j,1),i)-F(datos(j,2),i));
    end
end

disp('          -----')
disp('          | Bus1   Bus2   Bus3   |')
disp('          -----')
res

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% 4to. Paso Calculando Factores De Participación de Líneas %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

dis=zeros(Lin,Lin);

for l=1:Lin
    for k=1:Lin
        if k~=l
            v=datos(k,1);
            w=datos(k,2);
            i=datos(l,1);
            m=datos(l,2);

            dis(k,l)=datos(l,3)/datos(k,3)*((F(v,i)-F(v,m))-(F(w,i)-
F(w,m)))/(datos(l,3)-(F(i,i)+F(m,m)-2*F(i,m)));
            end
        end
    end

fprintf('\n')

disp('-----')
disp('| k=1  k=2  k=3  k=4  k=5  k=6  k=7  k=8  k=9  k=10 k=11 | ')
disp('-----')

dis

fprintf('\n\n')

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% 5to. Paso Calculando nuevos flujos de potencia %%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%fk (nuevo) = fk + d(k,l)*fl

for m=1:11
    for n=1:11

        line(n,m)=cbase(n,1)+(dis(m,n)*cbase(m,1));

    end
end

```

```

line;

l=26.25;
for t=1:11;
    if t==7
        disp('');
    else
        c(t)=cbase(t,1)+dis(t,7)*(l);
    end
end
c';

l=19.12;
for t=1:11;
    if t==8
        disp('');
    else
        s(t)=cbase(t,1)+dis(t,8)*(l);
    end
end
s';

l=43.59;
for t=1:11;
    if t==2
        disp('');
    else
        p(t)=cbase(t,1)+dis(t,2)*(l);
    end
end
p';

disp('-----')
disp('|  linea 2  linea 7  |')
disp('-----')
nuevos_flujos=[p' c' ]

fprintf('\n\n')

%% Calculando los nuevos flujos en las líneas al salirse los
%%generadores G1 y G2

g2=-60;
for t=1:11;
    x(t)=cbase(t,1)+res(t,3)*g2;
end
gen2=x';

g2=-50;
for t=1:11;
    y(t)=cbase(t,1)+res(t,2)*(g2);
end

```

```
gen1=y';

disp(' -----')
disp('|  Gen. 1   Gen. 2   |')
disp(' -----')
Flujos_debido_a_los_generadores=[gen1 gen2]

%% fin del programa
```

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Power System Analysis.
J.J Grainger, W. D. Stevenson Jr.
Ed. McGraw Hill. (1994).
- [2] Analisis y Diseño de Sistemas de Potencia.
D. Glover, M. Sarma. 3ra. Edición, (1996).
- [3] Power Generation, Operation and Control.
A.J. Wood y B. F. Woldenberg.
Jhon Wiley & Sons, inc. Second Edition, 1995.
- [4] Notas de Operación de Sistemas Eléctricos de Potencia.
J. Horacio Tovar.
Instituto Tecnológico de Morelia.
Disponibles en <http://elec.itmorelia.edu.mx/tovar/11modflujos-01.htm>.