



**UNIVERSIDAD MICHOACANA DE
SAN NICOLÁS DE HIDALGO**



FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

T E S I S

**LA LINEALIZACIÓN DE UNA CLASE DE SISTEMAS NO LINEALES EN BOND
GRAPH**

**Que para obtener el Título de:
INGENIERO ELECTRICISTA**

**Presenta:
VÍCTOR GABRIEL ALEJO DOMÍNGUEZ**

**Asesor de Tesis:
DR. GILBERTO GONZÁLEZ AVALOS**

Morelia Michoacán, Diciembre de 2012

Agradecimientos

En toda la experiencia universitaria y la conclusión del trabajo de tesis, ha habido personas que merecen las gracias porque sin su valiosa aportación no hubiera sido posible este trabajo y también hay quienes las merecen por haber plasmado su huella en mi camino.

Quiero agradecer primeramente a Dios por haberme ayudado siempre a encontrar la paz, la tranquilidad necesaria y por hacerme fuerte para superar cada uno de los problemas y obstáculos que he enfrentado a lo largo de toda mi vida.

Doy gracias a mi familia. A mis amados padres Irene y Feliciano, por todo, la ayuda y apoyo que me han brindado todos estos años que he estado fuera de casa. Gracias por brindarme la oportunidad de estudiar y crecer lejos de ellos, porque esa experiencia me ha hecho valorar mucho más lo importante que es tenerlos siempre cerca de mi corazón. Gracias por estar siempre conmigo, en los momentos buenos y malos. Gracias por todo su cariño.

A mis hermanos, que siempre me han apoyado e impulsado a llegar más lejos, gracias por su apoyo, su confianza, por ser parte principal del apoyo y motivación en mi vida.

Agradezco sinceramente a mi asesor de tesis, el Dr. Gilberto González Avalos, por el tiempo que dedico para ayudarme con el desarrollo de esta tesis, por su atención, paciencia y enseñanzas, por dirigirme y orientarme siempre a dar lo mejor de mí.

A mis sinodales los Ingenieros Alfredo Rocha, Enrique M. Báez, Gustavo Saucedo así como el M.C Miguel Angeles Arizpe por darme la retroalimentación necesaria para perfeccionar el trabajo.

A mis compañeros y amigos que hice durante todos los años de estudio a quienes no voy a mencionar porque son demasiados pero que saben que de igual forma les agradezco su apoyo incondicional en todo momento, sus comentarios, consejos y alientos. Que no me fallaron, compartiendo instantes de alegría y tristeza, pues de todos he aprendido mucho y ya son parte de mi formación.

Agradezco finalmente a la Facultad de Ingeniería Eléctrica así como a la universidad, por haber apoyado la elaboración de este proyecto tan importante para mí, por darme la oportunidad de forjarme bajo sus aulas y tantas experiencias de vida con las que me he hecho un mejor hombre.

Dedicatoria

Dedico este trabajo a mis padres, por inculcarme el hábito del estudio y hacer de mi una persona responsable, por su guía y su confianza en la realización de mis sueños, por estar siempre pensando en lo mejor para mí. A ti madre, por darme la vida, por todo su amor y apoyo incondicional que nunca he dejado de sentir a cada paso que doy en mi vida. Que mejor mamá puedo tener, Te Amo Mamá!!!

A ti papá, por todos los consejos que me has dado, principios y valores que me has enseñado, pero lo más importante papá, eres el mejor!!!

Soy afortunado de tenerlos en la culminación de esta etapa de mi vida, por contar con su amor, comprensión y ejemplo de calidad de personas. Esta tesis es suya.

Resumen

El presente proyecto de tesis tiene como objetivo implementar la forma de linealizar sistemas que producen un comportamiento no lineal mediante una poderosa herramienta de modelado y simulación poco aprovechada para representar sistemas en el dominio físico, denominada Bond Graph.

Esto se debe porque la mayoría de los sistemas físicos presentan este tipo de comportamiento y necesariamente para el estudio de ciertas aplicaciones y diseños se emplean modelos matemáticos lineales del proceso o sistema que se desea estudiar. Además, como se verá, la notación de Bond Graph permite visualizar el comportamiento del sistema en análisis más fácilmente que el conjunto de las ecuaciones de estado que lo rigen.

Se valora a partir de la descripción de sistemas en Bond Graph, se analizan diferentes casos de estudio aplicando la técnica de linealización en sus respectivas ecuaciones y posteriormente se incorpora la manera de linealizar cierto sistema o caso de estudio en Bond Graph. Observando la eficiencia que se tiene al emplear este conjunto de herramientas.

De manera que con la aportación de este trabajo facilitemos y minimicemos la complejidad de análisis que se tiene en un gran número de sistemas, procesos, que muchas veces no existe motivación para estudiarlos y dar como resultado una nueva aplicación.

Contenido

Agradecimientos.....	ii
Dedicatoria.....	iii
Resumen	iv
Contenido	v
Lista de figuras	vii
Lista de tablas	viii
Capítulo 1	
Introducción	1
1.1 Sistemas lineales y no lineales.....	1
1.2 Objetivo	2
1.3 Justificación	2
1.4 Metodología de la Investigación.....	3
1.5 Estructura de la Tesis.....	3
Capítulo 2	
Antecedentes de Linealización de Sistemas y Bond Graph	5
2.1 Introducción.....	5
2.2 Antecedentes de la linealización de sistemas	5
2.2.1 Linealización Algebraíca.....	6
2.3 Antecedentes de Bond Graph	8
2.3.1 Elementos básicos de un Bond Graph	9
2.3.1.1 Puertos-1 Pasivos.....	11
2.3.1.2 Puertos-1 Activos o Fuentes	12
2.3.1.3 Elementos ideales de Puerto-2.....	12
2.3.1.4 Elementos de unión Puertos-3	13
2.3.2 Causalidad	14
2.3.3 Causalidad derivativa en un Bond Graph	16
2.3.4 Bond activo.....	17
2.3.5 Procedimiento para el modelado de sistemas	18
2.3.6 Estructuras de unión en sistemas multipuerto	18
2.3.6.1 Vectores clave o vectores significativos.....	18
2.3.6.2 Relación de campo y ecuaciones de estado	19

Capítulo 3	
La Linealización en Bond Graph	22
3.1 Introducción	22
3.2 Linealización por Bond Graph	22
3.2.1 Procedimiento para obtener un Bond Graph linealizado	24
3.2.2 Ejemplo de un motor de CD	25
Capítulo 4	
Caso de Estudio	33
4.1 Introducción	33
4.2 Descripción matemática de la máquina síncrona	33
4.2.1 Representación esquemática de los circuitos de una máquina síncrona	35
4.2.2 Transformación de Park	36
4.2.3 Ecuaciones de enlace de flujo	37
4.2.4 Ecuaciones de voltaje	40
4.2.5 Formulación de ecuaciones en espacio de estado	41
4.2.6 Formulación de corriente	41
4.2.7 Ecuación de onda normalizada	42
4.3 El modelo de Bond Graph de la máquina síncrona	44
4.3.1 Linealización por Bond Graph de la máquina síncrona	45
4.3.2 Validación convencional de la linealización	50
Capítulo 5	
Conclusiones y Recomendaciones	55
5.1 Conclusiones	55
5.2 Recomendaciones	56
Bibliografía	57

Lista de figuras

	pág.
2.1 Representación gráfica del proceso de linealización.....	8
2.2 Representación de un bond.....	9
2.3 Tetraedro de estado.....	12
2.4 Puertos-1 activos.....	12
2.5 Bond Graph de un transformador.....	13
2.6 Bond Graph de un girador.....	13
2.7 Unión-0.....	14
2.8 Unión-1.....	14
2.9 Causalidad para un Bond.....	15
2.10 Circuito eléctrico en causalidad derivativa.....	16
2.11 Elemento C2 en causalidad derivativa.....	16
2.12 Bond activo.....	17
2.13 Bond Graph con un bond activo.....	17
2.14 Simplificación de bonds.....	18
2.15 Diagrama de bloques de la estructura de union de un Bond Graph.....	19
3.1 Estructura general de un sistema linealizado.....	23
3.2 Diagrama de un motor de CD con excitación independiente.....	26
3.3 Bond Graph del motor de CD.....	26
3.4 Bond Graph linealizado de la variable de estado L_a	30
3.5 Bond Graph linealizado del motor de CD con excitación independiente.....	31
4.1 Representación esquemática de una máquina síncrona.....	34
4.2 Diagrama esquemático de una máquina síncrona.....	35
4.3 Pares aplicados al rotor de una máquina síncrona.....	43
4.4 Modelo no lineal en Bond Graph de la máquina síncrona.....	44
4.5 Bond Graph linealizado de la variable de estado M_{dDF}	46
4.6 Bond Graph de la máquina síncrona linealizada.....	47

Lista de tablas

	Pág.
2.1 Variables generalizadas para sistemas físicos.....	10
2.2 Puertos pasivos.....	11
2.3 Reglas para el trazo causal.....	15

Capítulo 1

Introducción

1.1 Sistemas lineales y no lineales

Actualmente se puede considerar que la teoría básica de sistemas lineales e invariantes en el tiempo está plenamente desarrollada, en el sentido de que es global (aplicable a cualquier sistema lineal) y dispone de potentes herramientas de diseño y evaluación. Sin embargo, no ocurre lo mismo con los sistemas no lineales. En éstos, las soluciones que se obtienen suelen ser particulares y sólo aplicables a clases específicas de no linealidades. Además, con la dificultad añadida de que no se dispone de métodos sistemáticos de análisis y diseño, siendo muchos de ellos simples extrapolaciones de los típicos en sistemas lineales, y por ello poco adecuados al problema no lineal.

Prácticamente, todos los sistemas físicos son no lineales de por sí, aunque muchas veces es posible describir su funcionamiento de modo aproximado mediante un modelo lineal. La caracterización matemática del comportamiento de los sistemas lineales es posible hacerla o bien en el dominio temporal o bien en el dominio transformado. En el dominio temporal se trabaja con ecuaciones diferenciales lineales, compactables en la formulación en ecuaciones de estado. En el dominio transformado lo habitual es la caracterización mediante funciones de transferencia. En general, en un sistema lineal es posible simultanear estas dos posibilidades de caracterización.

Sin embargo, la formulación de sistemas no lineales es más rígida y no está tan homogeneizada. Cada tipo de sistema no lineal requiere un tipo de modelado, no habiendo tantas posibilidades de elección como en el caso lineal. Esto conlleva que sea difícil hallar la formulación de un sistema global formado por la interconexión de diversas no linealidades.

Para los sistemas lineales, bien descritos por un conjunto de ecuaciones diferenciales o bien en el dominio transformado, se conocen métodos con los que es posible obtener expresiones cerradas de la solución de dichas ecuaciones. En cambio, en general, esto no es posible en el caso de sistemas no lineales. En éstos, en muchas ocasiones lo máximo

posible es poder hacer ciertas predicciones acerca de su funcionamiento. La ausencia de expresiones cerradas para la solución de las ecuaciones de sistemas no lineales hace que este tipo de análisis predictivo aproximado sea muchas veces la única opción posible para el análisis de ciertos sistemas. En general, el análisis de sistemas no lineales requiere usar una mayor variedad de técnicas matemáticas que en el caso de sistemas lineales ya que no hay métodos universales aplicables a sistemas no lineales, sino que los métodos y soluciones suelen ser particulares a cada caso concreto.

1.2 Objetivo

El propósito de este trabajo de tesis consiste en desarrollar una manera alternativa de linealizar sistemas físicos que por naturaleza obedecen a un comportamiento no lineal, utilizando modelos en el dominio físico a través de Bond Graph. Lo anterior, comprende realizar el estudio preferentemente para el área de los sistemas eléctricos como lo son las máquinas eléctricas y particularmente en casos de estudio con aplicaciones de considerable importancia en el campo de la investigación en ingeniería.

1.3 Justificación

La aplicación del método convencional utilizado para linealizar sistemas los cuales describen su comportamiento a través de un conjunto de ecuaciones, resulta muchas veces no conveniente porque a medida que el sistema crece en cuanto a la magnitud (cantidad) de sus variables, el procedimiento para el análisis no resulta tan factible. Debido a esto y porque siempre es conveniente trabajar con sistemas que operen en condiciones de linealidad inclusive cuando haya sufrido alguna perturbación, se propone la demostración de este método alternativo para facilitar y reducir tiempo de análisis del comportamiento de las variables involucradas. Por lo anterior, en este proyecto se tiene una valiosa aplicación del método desarrollado por el profesor H. M Paynter para el modelado de sistemas y debido a que hasta el momento no se ha aprovechado para el desarrollo en nuevas aplicaciones esta importante aportación, limitándose aún dentro el área y disciplinas de la ingeniería eléctrica.

1.4 Metodología de la Investigación

El presente estudio se enmarcó siguiendo la metodología siguiente: Inicialmente, se aprendió a utilizar el conjunto de herramientas que dispone y proporciona la teoría de Bond Graph posteriormente, se aprendió mediante esta técnica a modelar sistemas físicos comprendiendo desde circuitos eléctricos sencillos hasta sistemas que implican un mayor grado de complejidad, es decir, considerando principalmente la presencia de subsistemas eléctricos, magnéticos y mecánicos.

También se reforzaron conceptos tanto de variables como ecuaciones de estado, elementos indispensables para trabajar con los sistemas y modelarlos mediante la formulación en ecuaciones de estado.

Consecuentemente, después de haber solidificado las bases anteriores se trabajó con la nueva técnica de linealización en Bond Graph propuesta en los ejemplos analizados, de tal manera que con la estructura de unión ya modificada, seguir obteniendo relaciones simples entre sus elementos. Con esto y mediante la teoría básica del modelado en Bond Graph finalmente concluir con el desarrollo del proyecto.

1.5 Estructura de la Tesis

Para la llevar a cabo los objetivos planteados, esta tesis se ha organizado en cinco capítulos, de los cuales el primero corresponde a esta introducción. A continuación se realiza una breve descripción de cada uno de ellos: En este primer capítulo se plantean los objetivos generales que se pretenden alcanzar. Se comienza con un análisis teórico de los sistemas lineales y no lineales. En general, se presenta a grandes rasgos el contenido global del trabajo de investigación.

En el capítulo 2 se establece la importancia y las razones principales por la cual es necesario linealizar un sistema. Se incorpora el método convencional para realizar la

linealización de manera algebraica. Posteriormente, se detalla los elementos esenciales que describen la forma de interpretar los sistemas mediante la teoría de Bond Graph

En el capítulo 3 se describe la linealización en Bond Graph con una técnica gráfica estructurada, de forma tal que se hace la explicación mediante un esquema linealizado que utiliza la estructura de unión, así, posteriormente se propone el procedimiento para obtener la linealización a partir del Bond Graph no lineal dado, para finalmente aplicarlo a un ejemplo habitual.

En el capítulo 4 se analiza como caso de estudio la máquina síncrona con un enfoque estructurado del modelado en Bond Graph, considerando previamente el estudio de la descripción matemática. Se analiza el modelo de la máquina en Bond Graph y se aplica el procedimiento descrito en el capítulo 3 para obtener el sistema linealizado.

Por último, en el capítulo 5 se exponen una serie de conclusiones acerca de los resultados obtenidos en la realización de la investigación, así como sugerencias para futuras líneas de trabajo que puedan relacionarse con este trabajo de tesis.

Capítulo 2

Antecedentes de Linealización de Sistemas y Bond Graph

2.1 Introducción

Los fenómenos que ocurren son generalmente de naturaleza no lineal, sin embargo, para perturbaciones sobre el estado de equilibrio, algunos de los sistemas no lineales pueden ser considerados a ser lineales en un rango de operación. Para comenzar a entender este tipo de conceptos se propone seguir el estudio de este capítulo el cual está organizado de la siguiente manera: Primeramente, se plasma la importancia así como las principales razones por las cuales es necesario linealizar un determinado sistema, seguido del procedimiento convencional que estudia la linealización algebraica de un sistema no lineal, después se presenta una breve reseña de Bond Graph y por último se indican los elementos esenciales que describen la forma de interpretar los sistemas en Bond Graph.

2.2 Antecedentes de la linealización de sistemas

Las teorías y los métodos para el análisis de sistemas no lineales constituyen un amplio campo de conocimiento, parte del cual es bastante complejo. La mayor dificultad con los sistemas no lineales, especialmente con los descritos mediante ecuaciones diferenciales ordinarias o ecuaciones de diferencia no lineales, es que las soluciones analíticas o de forma cerrada sólo son posibles para muy pocos casos especiales, y estos, por lo general no son de interés práctico para su análisis. A diferencia de los sistemas lineales, para los cuales pueden determinarse de manera separada las respuestas libre y forzada y luego superponer los resultados para obtener la respuesta total, en cambio las respuestas libre y forzada de los sistemas no lineales a menudo interactúan y no pueden estudiarse por separado y la superposición generalmente no se cumple para las entradas o las condiciones iniciales.

Por naturaleza, en la práctica podemos encontrar que algunos sistemas y dispositivos tienen características no lineales moderadas, o bien las propiedades no lineales ocurrirán cuando operan en ciertas regiones. Para estos dispositivos, la obtención de modelos con sistemas lineales, pueden producir resultados analíticos bastante precisos en un intervalo relativamente amplio de condiciones de operación. Sin embargo, existen muchos dispositivos físicos, que poseen características fuertemente no lineales. Para estos dispositivos, un modelo linealizado sólo es válido cuando se trata de un intervalo de operación bastante limitado, y con frecuencia sólo en el punto de operación en el que se llevó a cabo la linealización.

Más importante aún, cuando un sistema no lineal se linealiza en un punto de operación, el modelo lineal puede contener elementos que varían con el tiempo.

De acuerdo con lo señalado, se puede apreciar que la mayor parte de los sistemas físicos tienen características no lineales que suelen ser difíciles de analizar y diseñar por tal razón sería deseable llevar a cabo una linealización siempre que la situación lo justifique.

En esta sección se estudia la linealización convencional de un sistema no lineal al que puede ser aplicado la expansión en series de Taylor.

2.2.1 Linealización Algebraica

El tener un sistema con ecuaciones de estado lineales es útil como una aproximación de un sistema con ecuaciones de estado no lineales, en el cual los puntos de equilibrio estables permiten esta linealización. Considere el sistema no lineal,

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)); \quad x(t_0) = x_0 \quad (2.1)$$

Donde los estados $x(t) \in \mathbb{R}^n$ y la entrada $u(t) \in \mathbb{R}^p$.

Sea (2.1) resuelta para una señal de entrada particular llamada entrada nominal $\tilde{u}(t)$ y un estado inicial particular llamado estado inicial nominal \tilde{x}_0 . Esta solución única nominal es llamada frecuentemente trayectoria nominal $\tilde{x}(t)$.

$$\frac{d}{dt} \tilde{x}(t) = f(\tilde{x}(t), \tilde{u}(t)); \quad \tilde{x}(t_0) = \tilde{x}_0 \quad (2.2)$$

Considere señales alrededor de los valores nominales

$$u(t) = \tilde{u}(t) + u_\delta(t); \quad x_0 = \tilde{x}_0 + x_{0\delta} \quad (2.3)$$

Donde $\|x_{0\delta}(t)\|$ y $\|u_\delta(t)\|$ son apropiadamente pequeñas para $t \geq t_0$.

Suponemos que la solución correspondiente permanece próxima a $\tilde{x}(t)$, en cada t , y esta dada por;

$$x(t) = \tilde{x}(t) + x_\delta(t) \quad (2.4)$$

Sustituyendo las ecuaciones (2.3) y (2.4) en (2.1) tenemos,

$$\frac{d}{dt}\tilde{x}(t) + \frac{d}{dt}x_\delta(t) = f(\tilde{x}(t) + x_\delta(t), \tilde{u}(t) + u_\delta(t)), \quad \tilde{x}(t_0) + x_\delta(t_0) = \tilde{x}_0 + x_{0\delta} \quad (2.5)$$

Suponiendo que las derivadas de $f(x(t), u(t))$ existen, podemos expandir el lado derecho de (2.5) utilizando las series de Taylor alrededor de $\tilde{x}(t)$ y $\tilde{u}(t)$, y mantener solamente los términos de orden 1. Esta es una aproximación razonable dado que $\|u_\delta(t)\|$ y $\|x_\delta(t)\|$ son supuestas pequeñas para toda t .

En forma vectorial se tiene,

$$\frac{d}{dt}\tilde{x}(t) + \frac{d}{dt}x_\delta(t) \cong f(\tilde{x}(t), \tilde{u}(t)) + \frac{\partial f}{\partial x}(\tilde{x}(t), \tilde{u}(t))x_\delta(t) + \frac{\partial f}{\partial u}(\tilde{x}(t), \tilde{u}(t))u_\delta(t) \quad (2.6)$$

Donde $\frac{\partial f}{\partial x}$ denota el Jacobiano, con valores $\frac{\partial f_i}{\partial x_j} \quad i = 1, \dots, n$ y $j = 1, \dots, n$.

Considerando (2.2), la relación entre x_δ y u_δ es descrita aproximadamente por una ecuación de estado LTI de la forma:

$$\dot{x}_\delta(t) = A_{p\delta}(t)x_\delta(t) + B_{p\delta}(t)u_\delta(t) \quad (2.7)$$

Donde $A_\delta(t)$ y $B_\delta(t)$ son las matrices de derivadas parciales evaluadas en la trayectoria nominal las cuales son;

$$A_{p\delta} = \frac{\partial f}{\partial x}(\tilde{x}(t), \tilde{u}(t)) \quad (2.8)$$

$$B_{p\delta} = \frac{\partial f}{\partial u}(\tilde{x}(t), \tilde{u}(t)) \quad (2.9)$$

En la figura 2.1 se ilustra el efecto de la linealización de un sistema no lineal alrededor del punto de operación.

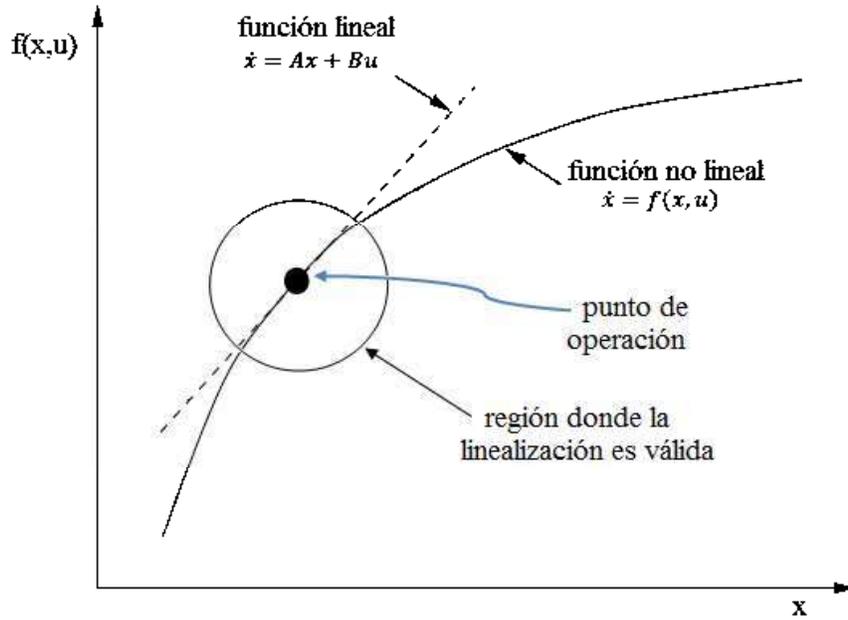


Figura 2.1 Representación gráfica del proceso de linealización

Para la ecuación de salida no lineal, a la forma,

$$y(t) = h(x(t), u(t)) \quad (2.10)$$

La función $h(x(t), u(t))$ puede ser expandida en series de Taylor sobre la trayectoria nominal, donde la descripción aproximada es de la forma,

$$y_\delta(t) = C_{p\delta}(t)x_\delta(t) + D_{p\delta}(t)u_\delta(t) \quad (2.11)$$

Aquí la desviación de la salida está dada por,

$$y_\delta(t) = y(t) - \tilde{y}(t); \quad \tilde{y}(t) = h(\tilde{x}(t), \tilde{u}(t)) \quad (2.12)$$

Donde,

$$C_{p\delta} = \frac{\partial f}{\partial x}(\tilde{x}(t), \tilde{u}(t)) \quad (2.13)$$

$$D_{p\delta} = \frac{\partial f}{\partial u}(\tilde{x}(t), \tilde{u}(t)) \quad (2.14)$$

2.3 Antecedentes de Bond Graph

El primer paso en el análisis de un sistema dinámico, es obtener su modelo. Los modelos pueden tomar muchas formas distintas, según el sistema particular de que se trate y las

circunstancias. Los modelos son normalmente contruídos para resolver un problema propuesto.

En particular el modelado en Bond Graph representa un enfoque unificado para el modelado y manipulación de sistemas dinámicos de ingeniería que permite obtener sus ecuaciones de estado y conocer sus propiedades de observabilidad, controlabilidad, y dependencia lineal de sus elementos, basado en una representación gráfica y la generalización de los conceptos de variable de flujo y esfuerzo.

Bond Graph es una herramienta gráfica para capturar la estructura de sistemas físicos con intercambio de energía. La forma de representación en Bond Graph da una descripción rápida de sistemas complejos. Además, la notación de causalidad proporciona una herramienta no sólo para la formulación de sistemas de ecuaciones, sino también proporciona una intuición básica del comportamiento del sistema.

En 1961, el profesor H. M. Paynter dio una revolucionaria idea de interpretar los sistemas en términos de Bonds de potencia, conectando los elementos de un sistema físico limitados por uniones. El intercambio de potencia en un sistema es descrito a través de los diferentes componentes que interactúan con puertos de energía formando así una representación gráfica llamada modelo en Bond Graph. Más tarde la teoría de Bond Graph fue desarrollada por muchos investigadores como Karnopp (1983), Breedveld (1984), Rosenberg (1990), y Thoma (1991), etc. Quienes trabajaron en la ampliación de esta técnica en el modelado de sistemas hidráulicos, mecatrónicos, sistemas termodinámicos en general y recientemente en sistemas electrónicos.

2.3.1 Elementos básicos de un Bond Graph

Mediante la técnica de Bond Graph el flujo de potencia entre los sistemas, incluso entre sus elementos se representa mediante una línea llamada bond, representada en la figura 2.2. La punta de la semiflecha del bond indica el sentido de la transmisión de potencia.

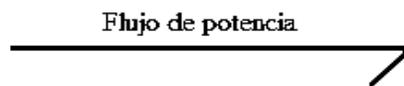


Figura 2.2 Representación de un bond

Por otra parte la potencia instantánea variable en el tiempo es transmitida por un bond en particular y puede ser expresada por el producto de dos variables: el esfuerzo $e(t)$ y el flujo $f(t)$ siendo ambas también en función del tiempo:

$$Potencia = e(t) * f(t) \tag{2.15}$$

Como se verá más adelante, el significado de las variables flujo y esfuerzo dependerá del sistema físico en estudio.

En sistemas que almacenan energía es necesario definir variables que representen el estado del sistema denominadas variables de energía, llamadas momento $p(t)$ o esfuerzo acumulado $e_a(t)$ y desplazamiento $q(t)$ o flujo acumulado $f_a(t)$. Donde $p(t)$ y $q(t)$ son denominadas variables energéticas o dinámicas.

En la tabla 2.1 se muestran las variables generalizadas utilizadas por un bond graph para las ecuaciones matemáticas que representan el modelado de diferentes sistemas físicos.

Tabla 2.1 Variables generalizadas para sistemas físicos

Variable	General	Eléctrico	Mecánico traslacional	Mecánico rotacional	Hidráulico
Esfuerzo	$e(t)$	$v(t)$ Voltaje	$F(t)$ Fuerza	$\tau(t)$ Par	$P_e(t)$ Presión
Flujo	$f(t)$	$i(t)$ Corriente	$V(t)$ Velocidad	$\omega(t)$ Velocidad angular	$Q(t)$ Caudal
Momento	$p(t) = \int e(t)dt$	$\lambda(t)$ Enlace de flujo	$P_R(t)$ Momento rotacional	$H(t)$ Momento angular	$P_p(t)$ Integral de presión
Desplazamiento	$q(t) = \int f(t)dt$	$q(t)$ Carga	$x(t)$ Distancia	$\theta(t)$ Angulo	$V(t)$ Volumen
Potencia	$P(t) = e(t)f(t)$	$v(t)i(t)$	$F(t)V(t)$	$\tau(t) \omega(t)$	$P_e(t)V(t)$
Energía	$E(p) = \int f(p)dp$ $E(q) = \int e(q)dq$	$\int i(\lambda) d\lambda$ $\int edq$	$\int V(P_R) dP_R$ $\int F(x) dx$	$\int \omega(H) dH$ $\int \tau(\theta) d\theta$	$\int Q(P_p)dP_p$ $\int P_e(V)dV$

Para realizar el análisis del modelado mediante la técnica de Bond Graph se deben conocer diferentes elementos que ayudarán a representar el sistema en diagramas de bond, estos se describen a continuación.

2.3.1.1 Puertos-1 Pasivos

Son elementos ideales que representan disipación de potencia y dos formas de almacenamiento de energía. Se consideran como elementos pasivos la resistencia, inductancia y capacitancia.

La tabla 2.2 muestra los elementos de disipación R , de almacenamiento de flujo C y de almacenamiento de esfuerzo I para sistemas eléctricos, mecánicos e hidráulicos.

Tabla 2.2 Puertos pasivos

Elemento	Relación	Eléctrico	Mecánico	Hidráulico
R	Lineal	$v(t) = Ri(t)$	$F(t) = bV(t)$	$\Delta P_r(t) = RQ(t)$
R	No lineal	$v = \varphi(i)$	$F = \varphi(V)$	$\Delta P = \varphi(Q)$
C	Lineal	$v(t) = \frac{1}{C} \int idt$	$F(t) = k \int Vdt$	$P_r(t) = C \int \Delta Qdt$
C	No lineal	$v = \varphi(q)$	$F(t) = \varphi(x)$	$P_r(t) = \varphi(V)$
I	Lineal	$i(t) = \frac{1}{L} \int vdt$	$V(t) = \frac{1}{M} \int Fdt$	$Q(t) = I \int \Delta P_r dt$
I	No lineal	$i(t) = \varphi(\lambda)$	$V(t) = \varphi(P)$	$Q(t) = \varphi(P_r)$

En la figura 2.3 se muestra el esquema denominado tetraedro de estado, el cual facilita determinar la relación de las variables generalizadas por tres puertos-1 pasivos:

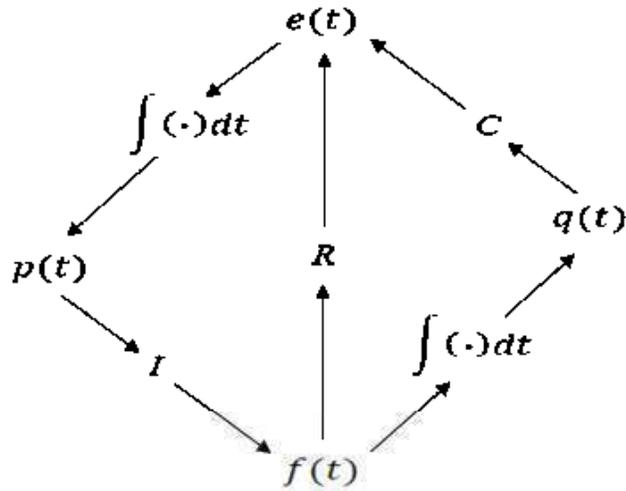


Figura 2.3 Tetraedro de estado

2.3.1.2 Puertos-1 Activos o Fuentes

Los puertos activos son los elementos que introducen energía al sistema. Además existen dos tipos de fuentes, fuentes de esfuerzo MSe y fuentes de flujo MSf cuya representación se muestra en la figura 2.4.



Figura 2.4 Puertos-1 Activos a) Fuente de esfuerzo b) Fuente de flujo

2.3.1.3 Elementos ideales de Puerto-2

Solamente hay dos tipos de elementos ideales de puerto-2 llamados transformador TF y girador GY son sistemas lineales que cambian la relación entre las variables de flujo y esfuerzo. Se caracterizan por tener dos puertos y una relación lineal entre esfuerzos y flujos.

Los bonds que representan al transformador se muestran en la figura 2.5, donde n es el módulo del transformador.

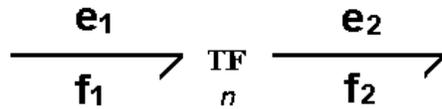


Figura 2.5 Bond Graph de un transformador

Las relaciones de las variables de bond generalizadas para el transformador están dadas por:

$$e_1(t) = ne_2(t) \quad (2.16)$$

$$f_1(t) = \frac{1}{n}f_2(t) \quad (2.17)$$

En un transformador se relaciona flujo-flujo y esfuerzo-esfuerzo, en cambio en un girador se establece la relación entre flujo-esfuerzo y el esfuerzo-flujo. Al igual que el transformador se representa por dos bonds, donde r es el módulo del girador que se muestra en la figura 2.6. Las relaciones de las variables de bond generalizadas para el girador están dadas por:

$$e_1(t) = rf_2(t) \quad (2.18)$$

$$f_1(t) = \frac{1}{r}e_2(t) \quad (2.19)$$

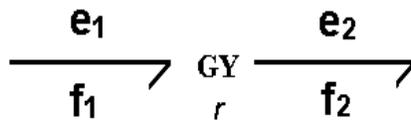


Figura 2.6 Bond Graph de un girador

2.3.1.4 Elementos de unión Puertos-3

Estos puertos-3 son utilizados para unir dos o más bonds. Existen solamente dos tipos de uniones, la unión θ y la unión l . Ellos representan una de las ideas fundamentales del formalismo de Bond Graph, es decir, los dos tipos de conexiones (haciendo una analogía con circuitos eléctricos) serie y paralelo.

La unión θ , unión de flujo o esfuerzo común representa la conexión paralelo de los elementos de un sistema. La figura 2.7 representa esta unión.

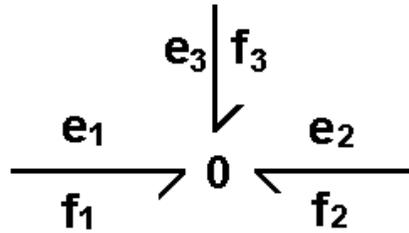


Figura 2.7 Union-0

Las relaciones de interconexión están dadas por:

$$e_1(t) = e_2(t) = e_3(t) \quad (2.20)$$

$$f_1(t) + f_2(t) + f_3(t) = 0 \quad (2.21)$$

La unión I , unión de esfuerzo o flujo común representa la conexión serie, se muestra en figura 2.8.

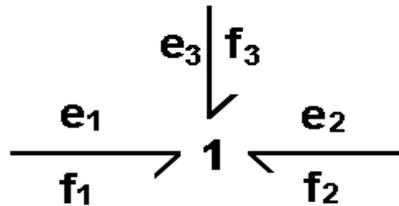


Figura 2.8 Union-1

Las relaciones de interconexión para este elemento son:

$$f_1(t) = f_2(t) = f_3(t) \quad (2.22)$$

$$e_1(t) + e_2(t) + e_3(t) = 0 \quad (2.23)$$

2.3.2 Causalidad

Para organizar las leyes constitutivas de componentes en conjunto de ecuaciones diferenciales es necesario definir relaciones de causa y efecto. La causalidad establece la relación causa y efecto entre los diferentes factores de potencia. En Bond Graph, las entradas y salidas están caracterizadas por un trazo causal. El trazo causal indica la dirección en que el esfuerzo es dirigido, en tal caso, la dirección del flujo será en sentido contrario de este, como se observa en la figura 2.9.

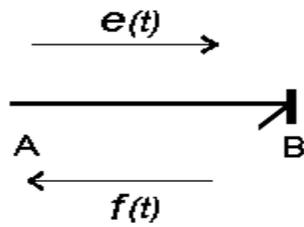


Figura 2.9 Causalidad para un Bond

Sin embargo para el trazo de la causalidad en Bond Graph se deben cumplir las reglas indicadas en la tabla 2.3.

Tabla 2.3 Reglas para el trazo causal

Causalidad Necesaria	$MSe \longrightarrow \nearrow$	$MSf \longleftarrow \nearrow$
Causalidad Restrictiva	$\longrightarrow \nearrow TF \longrightarrow \nearrow$	$\longleftarrow \nearrow TF \longleftarrow \nearrow$
	$\longrightarrow \nearrow GY \longleftarrow \nearrow$	$\longleftarrow \nearrow GY \longrightarrow \nearrow$
	$\longrightarrow \nearrow 0 \longrightarrow \nearrow$	$\longleftarrow \nearrow 0 \longrightarrow \nearrow$
	$\longrightarrow \nearrow 1 \longrightarrow \nearrow$	$\longleftarrow \nearrow 1 \longrightarrow \nearrow$
Causalidad Integral	$\longrightarrow \nearrow I$	$\longleftarrow \nearrow C$
Causalidad Derivativa	$\longleftarrow \nearrow I$	$\longrightarrow \nearrow C$
Causalidad Arbitraria	$\longrightarrow \nearrow R$	$\longleftarrow \nearrow R$

Procedimiento para la obtención de ecuaciones diferenciales por asignación de causalidad en un multipuerto:

1. Considerar cualquier MSe o MSf y asignar su causalidad requerida e inmediatamente extender las implicaciones causales, usando las restricciones de 0 , 1 , TF y GY .
2. Asignar causalidad integral a los elementos C e I respetando las restricciones de la tabla 2.3.
3. Escoger cualquier R que no esté asignado y dar una causalidad arbitraria a R . Extender las implicaciones usando 0 , 1 , TF y GY .

2.3.3 Causalidad derivativa en un Bond Graph

Se presenta cuando un sistema contiene elementos de almacenamiento de energía que no son dinámicamente independientes. Esto se presenta por ejemplo, cuando en un sistema eléctrico, se encuentran dos capacitores en paralelo como se ilustra en la figura 2.10.

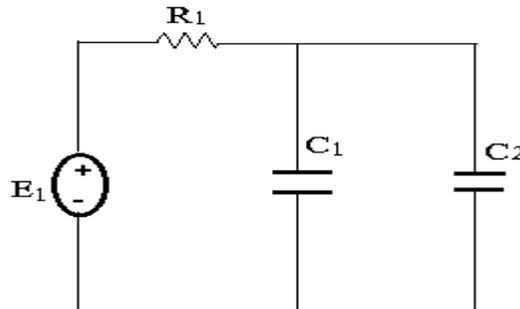


Figura 2.10 Circuito eléctrico en causalidad derivativa

Se tienen dos posibles esquemas de Bond Graph dependiendo si C_1 se le asigna una causalidad integral entonces C_2 tendrá una causalidad derivativa o viceversa.

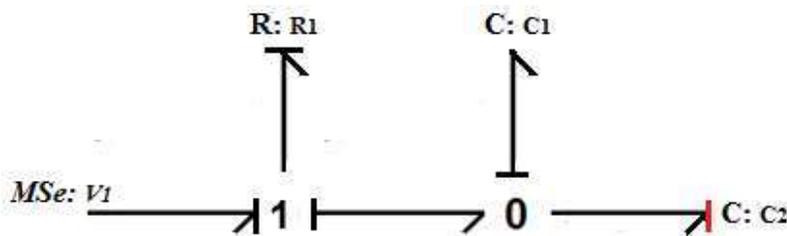


Figura 2.11 Elemento C_2 en causalidad derivativa

El número de elementos que almacenan energía en causalidad integral es el número de ecuaciones diferenciales linealmente independientes y el número de almacenadores en causalidad derivativa es el número de ecuaciones diferenciales linealmente dependientes.

2.3.4 Bond activo

Un bond activo comunica una de las dos señales posibles que contiene un bond normal en una sola dirección.

Se representa por una flecha completa, como se muestra en la figura 2.12 indicando un flujo de señal de potencia cero.

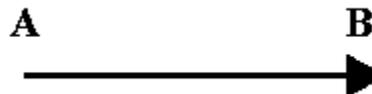


Figura 2.12 Bond activo

Un bond activo se utiliza como una señal en un diagrama de bloques, el cual conecta un bloque a otro sin consumir energía como se muestra en la figura 2.13.

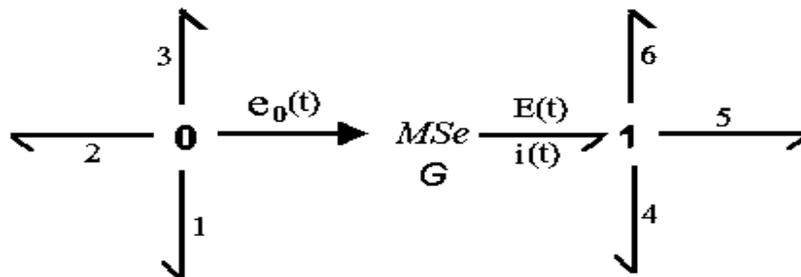


Figura 2.13 Bond Graph con un bond activo

El bond activo que entra a MSe indica que $E(t)$ es modulada por $e_0(t)$, así $E(t) = Ge_0(t)$, donde G es la ganancia de voltaje. El bond activo viene de una unión 0 , el voltaje $e_0(t)$ es el mismo que e_1, e_2, e_3 . Además, el bond activo tiene potencia cero debido a que se considera que la corriente correspondiente a $e_0(t)$ es despreciable. Es importante señalar que un bond activo de esfuerzo se obtiene a partir de una unión 0 y un bond activo de flujo se obtiene a partir de una unión 1 .

2.3.5 Procedimiento para el modelado de sistemas

Para representar un sistema físico cualquiera que este sea su modelo, en Bond Graph se sigue la siguiente metodología.

1. Dibujar una unión θ para cada nodo donde coincidan las trayectorias paralelas.
2. Insertar una unión I para cada uno de los componentes que se encuentran en serie y conectar a él bond o bonds apropiados a dicho componente.
3. Dibujar bonds entre uniones adyacentes, respetando la dirección del flujo de potencia.
4. Remover la unión θ que representa el punto de referencia y remover todos los bonds conectados a esta unión.
5. Simplificar la gráfica considerando las propiedades de la figura 2.14.

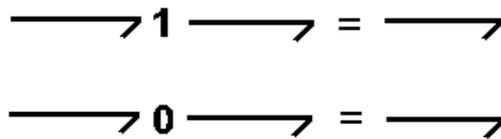


Figura 2.14 Simplificación de bonds

2.3.6 Estructuras de unión en sistemas multipuerto

Consideremos algunos tipos de sistemas grandes como campos interconectados, lo cual da una estructura dinámica, así la generación, manipulación y reducción de muchas ecuaciones es hecha sistemáticamente para una implementación exitosa.

2.3.6.1 Vectores clave o vectores significativos

En un Bond Graph en forma convencional, todos los bonds pueden ser clasificados en bonds externos, que conectan a los elementos R , C , I , MSe y MSf y en bonds internos que conectan a θ , I , TF y GY . Así mismo, los bonds externos pueden ser clasificados de acuerdo a su forma de manifestación de energía. La figura 2.15 muestra el diagrama a bloques de una estructura unión de un Bond Graph.

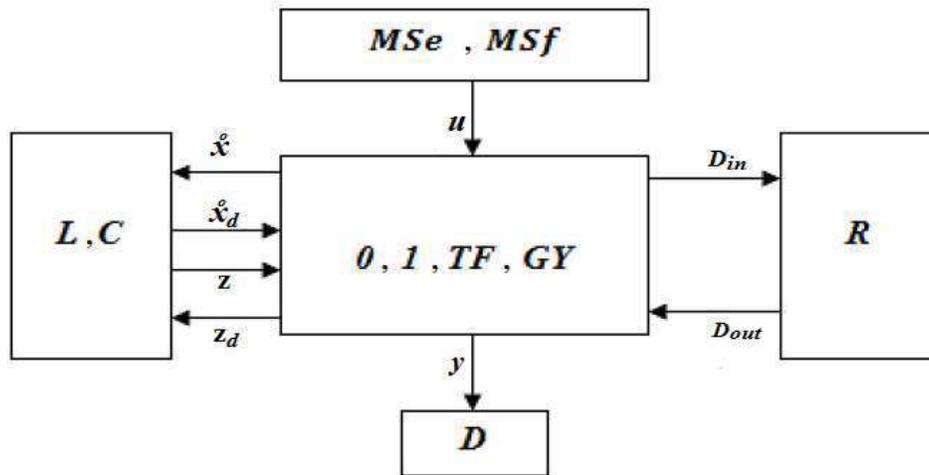


Figura 2.15 Diagrama de bloques de la estructura de unión de un Bond Graph

Las variables MSe , MSf , L , C y R denominados bonds externos denotan los campos fuente, de almacenamiento y de disipación respectivamente, D el detector, 0 , 1 , TF , GY llamados bonds internos representan la estructura de unión con transformadores TF , giradores GY , uniones 0 y 1 .

Los vectores que representan al sistema llamados vectores clave están representados en la figura 2.15 donde $u(t)$ tiene una dimensión de p que contiene las variables de potencia o los esfuerzos y flujos impuestos por los elementos de las fuentes en la estructura de unión. Los estados $x(t)$ tiene una dimensión de n y $x_d(t)$ tiene una dimensión de m están compuestos por variables de energía, momento generalizado $p(t)$ en elementos I y desplazamiento generalizado $q(t)$ en elementos C en causalidad integral y derivativa respectivamente, $D_{in}(t)$ tiene una dimensión de r y $D_{out}(t)$ tiene también una dimensión de r , son una mezcla de esfuerzos y flujos que muestran los intercambios energéticos entre el campo de disipación y la estructura de unión.

2.3.6.2 Relación de campo y ecuaciones de estado

Las relaciones de campo no lineales de la figura 2.15 son de almacenamiento y de disipación representadas por:

$$z(t) = \Phi_F(x) \quad (2.24)$$

$$z_d(t) = \Phi_{Fd}(x_d) \quad (2.25)$$

$$D_{out}(t) = \Phi_L(D_{in}) \quad (2.26)$$

Donde:

Φ_F denota una función que relaciona cada z_i con x_i para $i=1, \dots, n$

Φ_{Fd} denota una función que relaciona cada z_{di} con x_{di} para $i=1, \dots, m$

Φ_L denota una función que relaciona cada D_{out} con D_{in} para $i=1, \dots, r$

El comportamiento de un elemento específico está descrito por una ley física la cual es llamada como su relación constitutiva. Si las relaciones constitutivas son lineales tenemos:

$$z(t) = Fx(t) \quad (2.27)$$

$$z_d(t) = F_d x_d(t) \quad (2.28)$$

$$D_{out}(t) = L D_{in}(t) \quad (2.29)$$

Donde L , F y F_d son matrices reales de dimensiones $r \times r$, $n \times n$ y $m \times m$ respectivamente.

Las relaciones de la estructura de unión están dadas por:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ D_{in}(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & 0 \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z(t) \\ D_{out}(t) \\ u(t) \\ \dot{x}_d(t) \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

$$z_d(t) = -S_{14}^T z(t) \quad (2.31)$$

Los elementos de S toman valores dentro del conjunto $(0, \pm 1, \pm n, \pm r)$, donde n y r son módulos del transformador y girador respectivamente.

Las propiedades de la matriz de estructura de unión son;

- S_{11} y S_{22} son matrices cuadradas anti simétricas.
- S_{12} es la matriz transpuesta negativa de S_{21} y viceversa.

Un sistema continuo invariante en el tiempo con múltiples entradas y múltiples salidas está representado en variables de estado por:

$$\dot{x}(t) = A_p x(t) + B_p u(t) \quad (2.32)$$

$$y(t) = C_p x(t) + D_p u(t) \quad (2.33)$$

Relacionando todas las ecuaciones y matrices tenemos:

$$A_p = E^{-1}(S_{11} + S_{12}MS_{21})F \quad (2.34)$$

$$B_p = E^{-1}(S_{13} + S_{12}MS_{23}) \quad (2.35)$$

$$C_p = (S_{31} + S_{32}MS_{21})F \quad (2.36)$$

$$D_p = S_{33} + S_{32}MS_{23} \quad (2.37)$$

Donde:

$$E = I + S_{14}F_d^{-1}S_{14}^T F \quad (2.38)$$

$$M = (I - LS_{22})^{-1}L \quad (2.39)$$

Todas estas expresiones permiten la obtención del modelo de un sistema físico en variables de estado, utilizando la representación de Bond Graph, además es importante notar que un sistema representado en Bon Graph contiene las relaciones causales que determinan propiedades estructurales como controlabilidad y observabilidad.

Capítulo 3

La Linealización en Bond Graph

3.1 Introducción

Un sistema linealizado es apropiado para conocer el comportamiento del sistema cuando es perturbado, tal que el nuevo y viejo puntos de equilibrio son cercanamente iguales. Las ecuaciones del sistema están linealizadas alrededor de puntos de operación. Las nuevas ecuaciones lineales así obtenidas son supuestas a ser validas en una región cercana al punto de equilibrio.

Una propiedad valiosa de la teoría de Bond Graph es la trayectoria causal, así podemos determinar distintas características, dentro de estas se tienen las relaciones entre las variables de estado. Esta propiedad es utilizada en este capítulo para determinar las relaciones no lineales entre las variables de estado, con el propósito de linealizar una clase de sistemas no lineales llamada aquí sistema no lineal de productos de estados.

En este capítulo se describe la linealización con una técnica grafica estructurada de tal forma que, inicialmente se explica un esquema linealizado en Bond Graph que utiliza la estructura de unión, posteriormente se propone un procedimiento para obtener la linealización a partir del Bond Graph dado y finalmente se aplican los resultados a un ejemplo habitual.

3.2 Linealización por Bond Graph

La información de los esfuerzos, flujos, las relaciones constitutivas de los elementos, los lazos causales y las trayectorias causales son información grafica del Bond Graph que puede ser utilizada para diversos propósitos de análisis de los sistemas. La identificación de las secciones no lineales de un sistema físico es posible, así se presenta una técnica gráfica directa para obtener el Bond Graph linealizado.

Consideremos la linealización por Bond Graph del sistema (2.1), en el que se tienen productos de estados, donde la parte no lineal está formada por,

$$x_i(t)x_j(t), x_i(t)u_k(t); \quad \text{donde, } i \neq j; \quad i, j = 1, \dots, n \quad \text{y } k = 1, \dots, p \quad (3.1)$$

Primero, se considera la estructura general de un sistema linealizado mostrada en la figura 3.1, y posteriormente se da un procedimiento para obtener la linealización de (2.1) restringido a (3.1) utilizando Bond Graph.

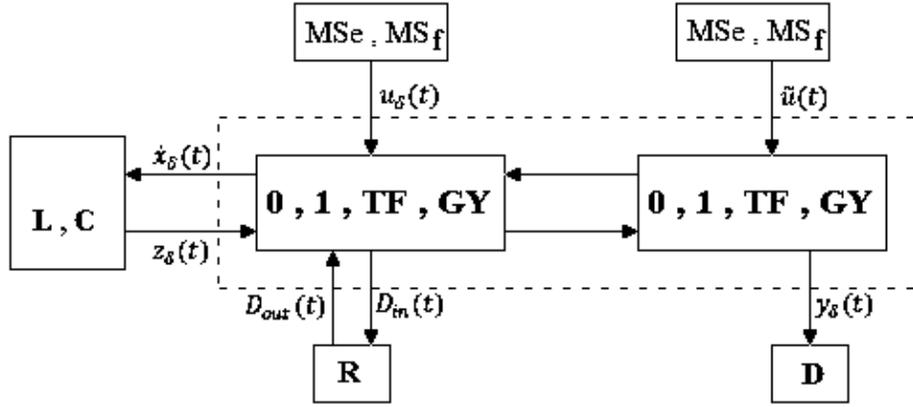


Figura 3.1 Estructura general de un sistema linealizado

El objetivo de representar un sistema linealizado de acuerdo a la figura 3.1 es obtener relaciones simples para la estructura de unión modificada, denotada por \bar{S} . Esto nos permite conocer el cambio de S debido a la linealización. A continuación se muestra como encontrar las matrices $(A_{p\delta}, B_{p\delta}, C_{p\delta}, D_{p\delta})$ del sistema linealizado a partir de \bar{S} .

Considere el esquema linealizado de la figura (3.1). La estructura unión está dada por,

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_\delta(t) \\ D_{in}(t) \\ y_\delta(t) \end{bmatrix} = \bar{S} \begin{bmatrix} z_\delta(t) \\ D_{out}(t) \\ u_\delta(t) \\ \tilde{u}(t) \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Donde,

$$\bar{S} = \begin{bmatrix} S_{11}^x + S_{11}^0 & S_{12} & S_{13}^x & S_{13}^0 \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & 0 \\ S_{31}^x + S_{31}^0 & S_{32} & S_{33}^x & S_{33}^0 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Los valores de $S_{11}^x, S_{13}^x, S_{31}^x$ y S_{33}^x , son las interconexiones de los elementos que no participan en la trayectoria nominal del sistema, y los valores de $S_{11}^0, S_{13}^0, S_{31}^0$, y S_{33}^0 son la trayectoria nominal; $u_\delta(t)$ es la entrada del sistema y $\tilde{u}(t)$ es la entrada nominal del sistema.

La representación del sistema en variables de estado está dado por,

$$A_{p\delta} = (S_{11}^x + S_{11}^0 + S_{12}MS_{21})F + S_{13}^1 \quad (3.4)$$

$$B_{p\delta} = S_{13}^x + S_{12}MS_{23} \quad (3.5)$$

$$C_{p\delta} = (S_{31}^x + S_{31}^0 + S_{32}MS_{21})F + S_{33}^1 \quad (3.6)$$

$$D_{p\delta} = S_{33}^x + S_{32}MS_{23} \quad (3.7)$$

Donde,

$$M = L(I - S_{22}L)^{-1} \quad (3.8)$$

y, S_{13}^1 y S_{33}^1 son tales que satisfacen,

$$S_{13}^0 \tilde{u}(t) = S_{13}^1 x_\delta(t) \quad (3.9)$$

$$S_{33}^0 \tilde{u}(t) = S_{33}^1 x_\delta(t) \quad (3.10)$$

En la siguiente sección se propone un procedimiento gráfico para construir el Bond Graph linealizado a partir de un sistema físico no lineal, donde la no linealidad es debida a productos de estados.

3.2.1 Procedimiento para obtener un Bond Graph linealizado

1. Obtener el Bond Graph no lineal del sistema físico.
2. Identificar el producto de dos variables de estado, mediante una trayectoria causal que contenga un transformador TF o un girador GY , cuyo módulo es una variable de estado de energía o coenergía.
3. La trayectoria causal comienza a partir de una variable de estado pasando a través del TF o GY del paso 2 y termina en otra variable de estado, esta trayectoria causal debe pasar sólo una vez por cada bond.
4. Dado que la linealización es alrededor de la trayectoria nominal $(\tilde{x}(t), \tilde{u}(t))$, el módulo de cada TF y/o GY del Bond Graph original del paso 1 se cambia por el valor de la trayectoria nominal de la variable de estado de coenergía respectiva.

5. Por cada trayectoria causal, se añaden bonds con los elementos que forman parte de la misma trayectoria. Los bonds añadidos forman otra trayectoria causal que empieza con un elemento de puerto-1, el cual representa a la variable de estado del paso 2, se sustituye este elemento por una fuente de esfuerzo si el elemento de la variable de estado es un elemento C o por una fuente de flujo si el elemento es I . A continuación se añaden bonds de la trayectoria causal respectiva, hasta llegar a la unión que conecta a la otra variable de estado de la trayectoria causal considerada. Así mismo, tomar en cuenta lo siguiente:
 - Si existe más de una trayectoria causal para cada variable de estado, se unen el inicio de estas trayectorias y la fuente del paso 5 a una unión-1 si la fuente es de flujo, en caso contrario si la fuente es de esfuerzo se unen con una unión-0.
 - El valor de la fuente del paso 5 es el de la trayectoria nominal de la variable de estado respectiva.
 - El módulo de los TF o GY de la trayectoria causal del paso 5 es el módulo de la trayectoria causal del paso 2 del Bond Graph original de la variable de estado de coenergía.
6. El modelo matemático que representa el Bond Graph linealizado, se obtiene utilizando las ecuaciones (3.4) a (3.7).

Después de haber analizado el procedimiento anterior en conjunto con el esquema linealizado de la figura (3.1) que utiliza la estructura de unión, se aplica esta técnica a un ejemplo práctico que se explica a continuación para comparar resultados apoyado de la linealización convencional para un sistema no lineal.

3.2.2 Ejemplo de un motor de CD

Considere el diagrama esquemático de un motor de CD con excitación independiente que se muestra en la figura 3.2.

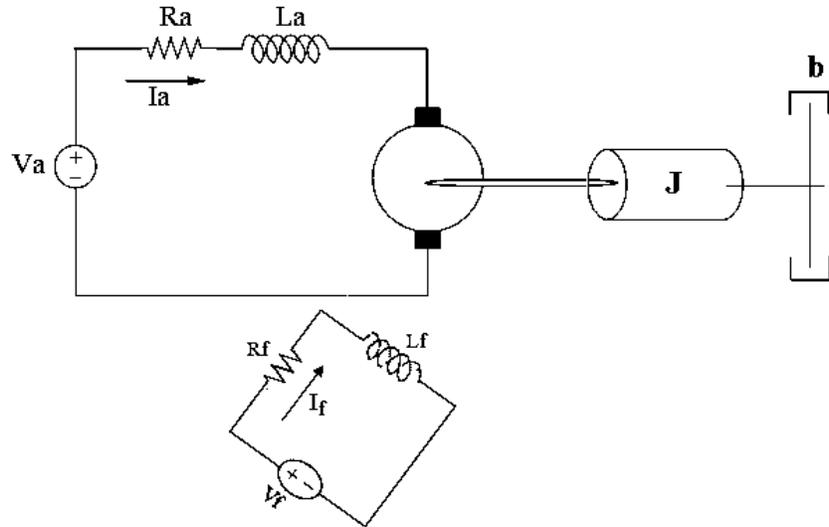


Figura 3.2 Diagrama de un motor de CD con excitación independiente

En la figura (3.3) se muestra el modelo en Bond Graph del motor de CD dado en el esquema de la figura (3.2).

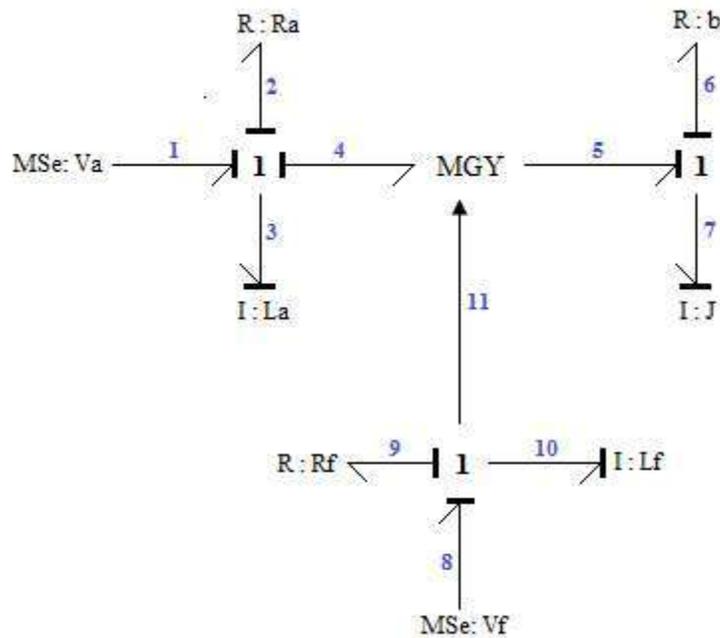


Figura 3.3 Bond Graph del motor de CD (modelo no lineal)

A partir del Bond Graph de la figura 3.3 y debido a que no existen elementos en causalidad derivativa, los vectores clave para la obtención del modelo matemático son:

$$x = \begin{bmatrix} p_3 \\ p_7 \\ p_{10} \end{bmatrix}; \dot{x} = \begin{bmatrix} e_3 \\ e_7 \\ e_{10} \end{bmatrix}; z = \begin{bmatrix} f_3 \\ f_7 \\ f_{10} \end{bmatrix}; D_{in} = \begin{bmatrix} f_2 \\ f_6 \\ f_9 \end{bmatrix}; D_{out} = \begin{bmatrix} e_2 \\ e_6 \\ e_9 \end{bmatrix}; u = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_8 \end{bmatrix}; y = [f_7] \quad (3.11)$$

Se observa que la matriz y está compuesta por f_7 esta es una variable de velocidad motivo por la que más nos puede interesar al momento de analizar un motor de CD.

Se tiene además que las relaciones constitutivas están dadas por:

$$D_{out} = LD_{in} \quad \rightarrow \quad \begin{bmatrix} e_2 \\ e_6 \\ e_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & R_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_2 \\ f_6 \\ f_9 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

De $z = Fx$ se tiene,

$$\begin{bmatrix} f_3 \\ f_7 \\ f_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/L_a & 0 & 0 \\ 0 & 1/J & 0 \\ 0 & 0 & 1/L_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_3 \\ p_7 \\ p_{10} \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Las relaciones de la estructura de unión están dadas por:

$$\begin{bmatrix} e_3 \\ e_7 \\ e_{10} \\ f_2 \\ f_6 \\ f_9 \\ f_7 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -f_{10} & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ f_{10} & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_3 \\ f_7 \\ f_{10} \\ e_2 \\ e_6 \\ e_9 \\ e_1 \\ e_8 \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

De acuerdo a la sección 2.3.6.2 del capítulo 2, se desea obtener la ecuación de estado representada por $\dot{x}(t) = A_p x(t) + B_p u(t)$. Debido a que no existe causalidad derivativa, la ecuación de estado A_p es entonces $A_p = (S_{11} + S_{12}MS_{21}) F$.

La matriz M se define como $M = (I - LS_{22})^{-1} L$, teniendo $S_{22} = 0$, $M = L$.

Sustituyendo valores en A_p queda como:

$$A_p = \begin{bmatrix} 0 & -f_{10} & 0 \\ f_{10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & R_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_p = \begin{bmatrix} -R_a & -f_{10} & 0 \\ f_{10} & -b & 0 \\ 0 & 0 & -R_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/L_a & 0 & 0 \\ 0 & 1/J & 0 \\ 0 & 0 & 1/L_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_a/L_a & -f_{10}/J & 0 \\ f_{10}/L_a & -b/J & 0 \\ 0 & 0 & -R_f/L_f \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

También $B_p = S_{13} + S_{12}MS_{23}$, debido a que $S_{23} = 0$, se tiene

$$B_p = S_{13} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Así la ecuación de estado queda como:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -R_a/L_a & -f_{10}/J & 0 \\ f_{10}/L_a & -b/J & 0 \\ 0 & 0 & -R_f/L_f \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u \quad (3.17)$$

A partir de la ecuación de estado obtenida, se procede a realizar la linealización convencional conocida como algebraica.

Considerando la ecuación de estado, el modelo matemático del sistema físico es,

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

Sustituyendo valores tenemos,

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -\frac{R_a}{L_a} x_1 - \frac{f_{10}}{J} x_2 + u_1 \\ \dot{x}_2 &= \frac{f_{10}}{L_a} x_1 - \frac{b}{J} x_2 \\ \dot{x}_3 &= -\frac{R_f}{L_f} x_3 + u_2 \end{aligned} \quad (3.19)$$

De las relaciones constitutivas nos queda,

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -\frac{R_a}{L_a} x_1 - \frac{x_3}{L_f J} x_2 + u_1 \\ \dot{x}_2 &= \frac{x_3}{L_f L_a} x_1 - \frac{b}{J} x_2 \\ \dot{x}_3 &= -\frac{R_f}{L_f} x_3 + u_2 \end{aligned} \quad (3.20)$$

Por lo tanto, linealizando el sistema alrededor de (x_{10}, x_{20}, x_{30}) se tiene,

$$\tilde{x} = A_L \tilde{x} + B_L \tilde{u} \quad (3.21)$$

Donde,

$$A_L = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{(x_{10}, x_{20}, x_{30})} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1}{\partial x_3} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_3} \\ \frac{\partial f_3}{\partial x_1} & \frac{\partial f_3}{\partial x_2} & \frac{\partial f_3}{\partial x_3} \end{bmatrix}_{(x_{10}, x_{20}, x_{30})} \quad (3.22)$$

Las derivadas parciales del Jacobiano son,

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} &= \frac{\partial}{\partial x_1} \left(-\frac{R_a}{L_a} x_1 - \frac{x_3}{L_f J} x_2 + u_1 \right) = -\frac{R_a}{L_a}; \quad \frac{\partial f_1}{\partial x_2} = -\frac{x_{30}}{L_f J}; \quad \frac{\partial f_1}{\partial x_3} = -\frac{x_{20}}{L_f J} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} &= \frac{x_{30}}{L_f L_a}; \quad \frac{\partial f_2}{\partial x_2} = -\frac{b}{J}; \quad \frac{\partial f_2}{\partial x_3} = \frac{x_{10}}{L_f L_a}; \quad \frac{\partial f_3}{\partial x_1} = 0; \quad \frac{\partial f_3}{\partial x_2} = 0; \quad \frac{\partial f_3}{\partial x_3} = -\frac{R_f}{L_f} \end{aligned}$$

También,

$$B_L = \left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_{(x_{10}, x_{20}, x_{30})} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_1} & \frac{\partial f_1}{\partial u_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial u_1} & \frac{\partial f_2}{\partial u_2} \\ \frac{\partial f_3}{\partial u_1} & \frac{\partial f_3}{\partial u_2} \end{bmatrix}_{(x_{10}, x_{20}, x_{30})} \quad (3.23)$$

Las derivadas son,

$$\frac{\partial f_1}{\partial u_1} = 1; \quad \frac{\partial f_1}{\partial u_2} = 0; \quad \frac{\partial f_2}{\partial u_1} = 0; \quad \frac{\partial f_2}{\partial u_2} = 0; \quad \frac{\partial f_3}{\partial u_1} = 0; \quad \frac{\partial f_3}{\partial u_2} = 1$$

Resumiendo,

$$A_L = \begin{bmatrix} -R_a/L_a & -x_{30}/L_f J & -x_{20}/L_f J \\ x_{30}/L_f L_a & -b/J & x_{10}/L_f L_a \\ 0 & 0 & -R_f/L_f \end{bmatrix}; \quad B_L = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

Recordando que $x_1 = p_3, x_2 = p_7, x_3 = p_{10}$, en las relaciones constitutivas, finalmente A_L es,

$$A_L = \begin{bmatrix} -R_a/L_a & -f_{10}^0/J & -f_7^0/L_f \\ f_{10}^0/L_a & -b/J & f_3^0/L_f \\ 0 & 0 & -R_f/L_f \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

A partir de la figura 3.3 que es el modelo no lineal en Bond Graph del sistema físico, se aplica el procedimiento 3.2.1 para efectuar la linealización, teniendo:

- Los términos no lineales se identifican por las trayectorias causales que pasan a través del *MGY* con variables de estado de coenergía ($bond\ 11 = f_{10}$) como módulo.
- Las trayectorias causales son:
para L_a {3 – 4 – 5 – 7
para J {7 – 5 – 4 – 3
- Linealizando alrededor de (f_{10}^0) y solo considerando la variable de estado L_a se aplican los pasos 4 y 5 del procedimiento 3.2.1. El Bond Graph resultante se muestra en la figura 3.4.

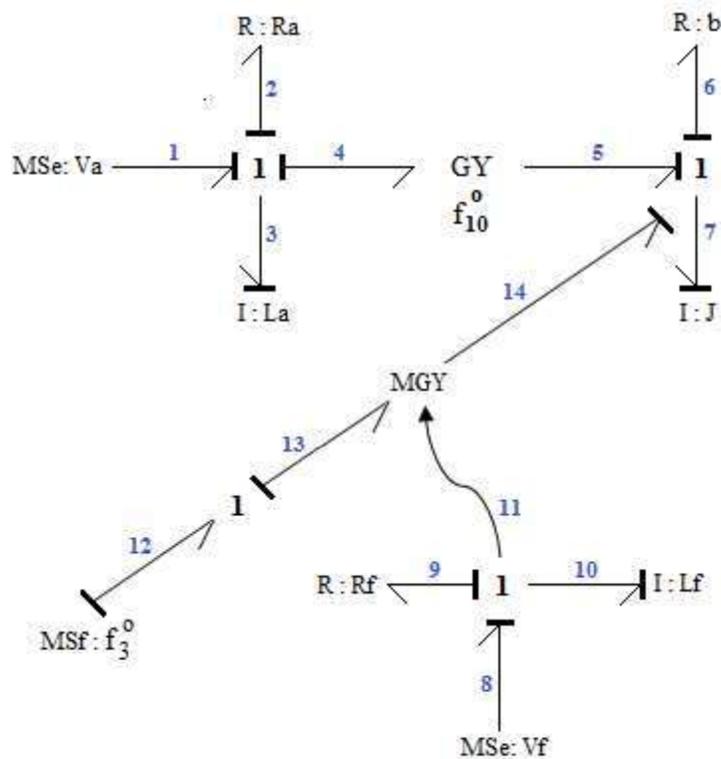


Figura 3.4 Bond Graph linealizado de la variable de estado L_a

Similarmente, aplicando el procedimiento 3.2.1 para la variable de estado J , se obtiene el Bond Graph linealizado del sistema que se indica en la figura 3.5.

$$\begin{bmatrix} e_3 \\ e_7 \\ e_{10} \\ f_2 \\ f_6 \\ f_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -f_{10}^o & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -f_{10} \\ f_{10}^o & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & f_{10} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_3 \\ f_7 \\ f_{10} \\ e_2 \\ e_6 \\ e_9 \\ e_1 \\ e_8 \\ f_3^o \\ f_7^o \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

Ahora es posible obtener las ecuaciones de estado de la estructura unión y utilizando las ecuaciones de (3.4) a (3.10), obtenemos,

Recordando que $M = (I - LS_{22})^{-1} L$, $S_{22} = 0$, $M = L$.

$$\begin{aligned} A_{p\delta} &= \begin{bmatrix} 0 & -f_{10}^o & 0 \\ f_{10}^o & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & R_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -R_a & -f_{10}^o & 0 \\ f_{10}^o & -b & 0 \\ 0 & 0 & -R_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/L_a & 0 & 0 \\ 0 & 1/J & 0 \\ 0 & 0 & 1/L_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_a/L_a & -f_{10}^o/J & 0 \\ f_{10}^o/L_a & -b/J & 0 \\ 0 & 0 & -R_f/L_f \end{bmatrix} + S_{13}^1 \quad (3.31) \end{aligned}$$

S_{13}^1 se determina de la ecuación (3.9),

Donde,

$$S_{13}^0 = \begin{bmatrix} 0 & -f_{10} \\ f_{10} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

Obteniendo

$$\begin{bmatrix} -f_{10}f_7^o \\ f_{10}f_3^o \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -f_7^o/L_f \\ 0 & 0 & f_3^o/L_f \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_3 \\ p_7 \\ p_{10} \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

Finalmente,

$$A_{p\delta} = \begin{bmatrix} -R_a/L_a & -f_{10}^o/J & -f_7^o/L_f \\ f_{10}^o/L_a & -b/J & f_3^o/L_f \\ 0 & 0 & -R_f/L_f \end{bmatrix}; \quad B_{p\delta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

Con lo que tenemos el sistema en variables de estado sin tomar en cuenta la salida. Sin embargo se observa que el procedimiento 3.2.1 permite linealizar directamente en forma gráfica un sistema no lineal de productos de estados modelado en Bond Graph.

Capítulo 4

Caso de Estudio

4.1 Introducción

La principal fuente de energía eléctrica en sistemas de potencia se conforma por generadores síncronos. Por otra parte también es sabido que grandes cargas eléctricas son manejadas por motores síncronos. Algunas veces condensadores síncronos son utilizados como un medio de proveer compensación de potencia reactiva y control de voltaje. Estos dispositivos operan bajo el mismo principio y son colectivamente llamados maquinas síncronas.

Debido al valor significativo que poseen estos dispositivos en sistemas eléctricos, el modelado y análisis de la maquina síncrona ha sido siempre un desafío. El problema ha sido tratado extensivamente desde 1920 y 1930, incluso ha sido sujeto de algunas de las más recientes investigaciones. En el presente capítulo se desarrolla el estudio con un enfoque estructurado del modelado de una maquina síncrona utilizando Bond Graph, comenzando por considerar previamente el estudio de la descripción matemática. Después se analiza el modelo de la maquina síncrona en Bond Graph y así posteriormente se aplica el procedimiento descrito en el capítulo 3 para obtener el Bond Graph linealizado.

4.2 Descripción matemática de la máquina síncrona

En el desarrollo de las ecuaciones de una máquina síncrona se deben satisfacer las siguientes suposiciones normalizadas:

- Sn1- Los devanados del estator están sinusoidalmente distribuidos.
- Sn2- Las ranuras del estator no causan variación apreciable de las inductancias del rotor con la posición del rotor.
- Sn3- La máquina es de polos salientes en el rotor.
- Sn4- La histéresis magnética es despreciable.

- Sn5- Los efectos de la saturación magnética son despreciables.
- Sn6- Se analiza una máquina de dos polos.

La figura 4.1 muestra una representación esquemática de una máquina síncrona.

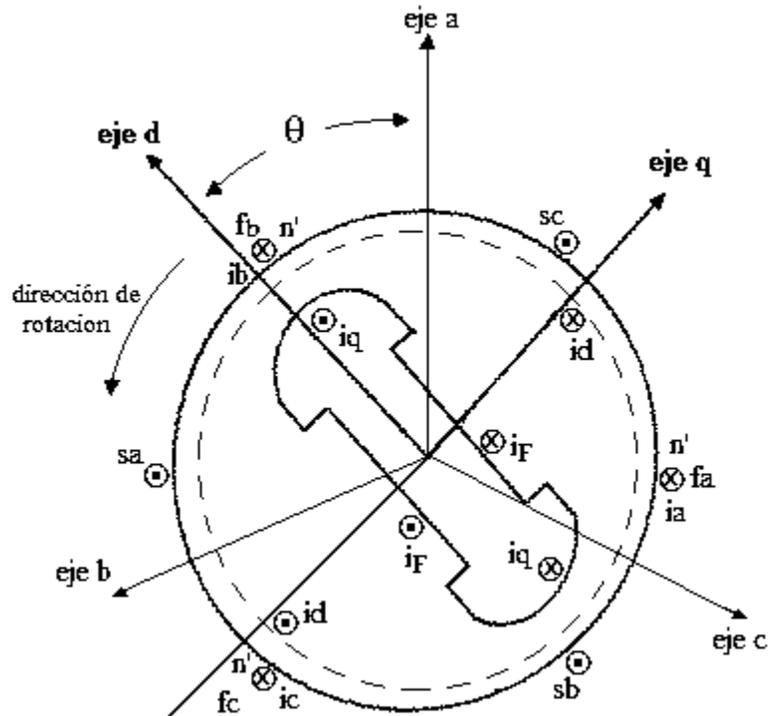


Figura 4.1 Representación esquemática de una máquina síncrona

En la figura 4.1, los circuitos del estator consisten de un devanado de armadura trifásico $sa - fa, sb - fb$ y $sc - fc$ que conducen corrientes alternantes i_a, i_b e i_c . Los circuitos del rotor comprenden devanados de campo $F - F'$, y de amortiguamiento $D - D'$ y $Q - Q'$. El devanado de campo se conecta a una fuente de corriente directa. Para propósitos de análisis, las corrientes en el amortiguamiento se suponen fluyendo en dos conjuntos de circuitos cortocircuitados: un conjunto cuyo flujo está en línea con el *eje-d* y otro conjunto cuyo flujo está a lo largo del *eje-q*.

Sin embargo, con la finalidad de identificar características de una máquina síncrona, se definen los dos ejes mostrados en la figura 4.1:

- El *eje directo*, d , alineado al eje del polo norte magnético.
- El *eje de cuadratura*, q , se encuentra a 90 grados eléctricos del *eje-d*.

4.2.1 Representación esquemática de los circuitos de una máquina síncrona

En la figura 4.2 se muestran los circuitos del estator y rotor de una máquina síncrona.

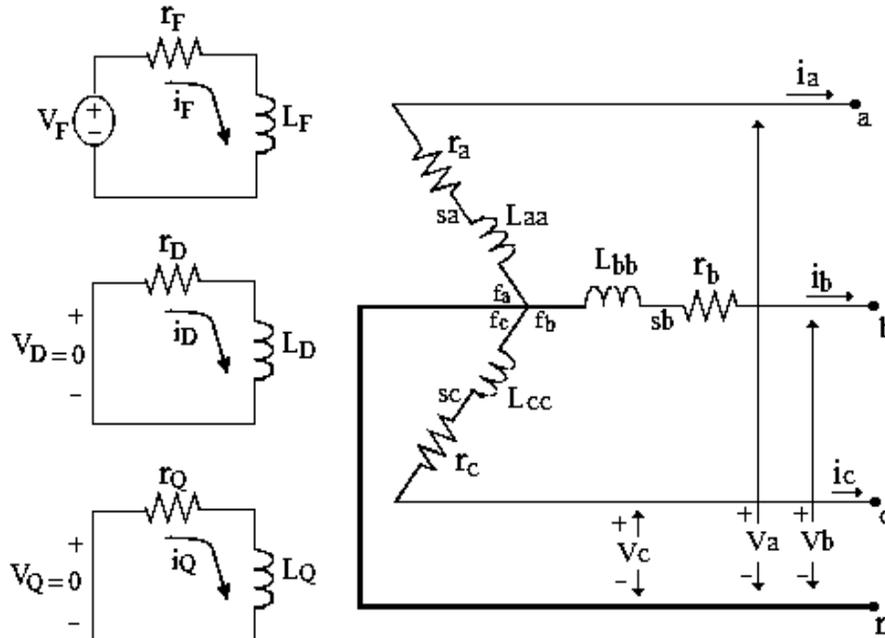


Figura 4.2 Diagrama esquemático de una máquina síncrona

La notación de subíndices que se utiliza en las figuras 4.1 y 4.2 es:

- a, b, c denotan devanados de fase del estator. Así, $i_a(t), i_b(t), i_c(t)$ denotan corrientes de fase del estator, $v_a(t), v_b(t), v_c(t)$ voltajes de fase del estator, r_a, r_b, r_c resistencias de fase del estator, y L_{aa}, L_{bb}, L_{cc} inductancias propias de fase del estator.
- F denota el devanado de campo. Así, $i_F(t)$ denota corriente en F , $v_F(t)$ voltaje en F , r_F resistencia de F , y L_F inductancia propia de F .
- D denota el circuito de amortiguamiento en el *eje-d*. Así, $i_D(t)$ denota corriente en D , $v_D(t)$ voltaje en D , r_D resistencia de D y L_D inductancia propia de D .
- Q denota el circuito de amortiguamiento en el *eje-q*. Así, $i_Q(t)$ denota la corriente en Q , $v_Q(t)$ voltaje en Q , r_Q resistencia de Q , y L_Q inductancia propia de Q .
- $\theta(t)$ denota el ángulo para el cual el *eje-d* adelanta al eje magnético del devanado de la fase a .

El acoplamiento magnético entre los devanados de la máquina síncrona de la figura 4.2 es una función de la posición del rotor $\theta(t)$. El voltaje instantáneo en terminales $v(t)$ de cualquier devanado está dado por:

$$v(t) = \pm \sum r i(t) \pm \sum \frac{d\lambda(t)}{dt} \quad (4.1)$$

Donde $\lambda(t)$ es el enlace de flujo, r es la resistencia en los devanados e $i(t)$ es la corriente en los devanados, con direcciones positivas de las corrientes del estator fluyendo hacia afuera de las terminales si opera como generador síncrono.

4.2.2 Transformación de Park

Usualmente, una gran simplificación en la descripción matemática de la máquina síncrona se obtiene mediante la transformación de variables, llamada transformación de Park, de manera que la máquina transformada debe tener la característica de funcionamiento idéntico a la original. Esta transformación expresa las variables del estator tales como corrientes, voltajes o enlaces de flujo en términos de un nuevo conjunto de variables. Las nuevas cantidades son obtenidas a partir de la proyección de las variables actuales en los tres ejes; una a lo largo del *eje-d*, una segunda a lo largo del *eje-q*, y una tercera en un eje estacionario.

El efecto de la transformación de Park es simplemente transformar todas las cantidades del estator a partir de las fases a, b y c en otras variables de referencia, las cuales se mueven con el rotor. Si tenemos tres variables $i_a(t), i_b(t)$ e $i_c(t)$, necesitamos tres nuevas variables de la transformación de Park, dos para los ejes d y q , las cuales son proporcionales a la corriente de secuencia cero. Un multiplicador es utilizado para simplificar los cálculos numéricos. Así, por definición

$$i_{0dq}(t) \triangleq P i_{abc}(t) \quad (4.2)$$

Donde,

$$i_{0dq}(t) = \begin{bmatrix} i_0(t) \\ i_d(t) \\ i_q(t) \end{bmatrix}; \quad i_{abc}(t) = \begin{bmatrix} i_a(t) \\ i_b(t) \\ i_c(t) \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Y donde la transformación de Park P , está definida por:

$$P = \sqrt{2/3} \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ \cos \theta(t) & \cos[\theta(t) - 2\pi/3] & \cos[\theta(t) + 2\pi/3] \\ \sin \theta(t) & \sin[\theta(t) - 2\pi/3] & \sin[\theta(t) + 2\pi/3] \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Dado que la transformación (4.4) es única, una transformación inversa también existe dada por:

$$i_{abc}(t) = P^{-1}i_{0dq}(t) \quad (4.5)$$

Donde,

$$P^{-1} = \sqrt{2/3} \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & \cos \theta(t) & \sin \theta(t) \\ 1/\sqrt{2} & \cos[\theta(t) - 2\pi/3] & \sin[\theta(t) - 2\pi/3] \\ 1/\sqrt{2} & \cos[\theta(t) + 2\pi/3] & \sin[\theta(t) + 2\pi/3] \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Notamos que $P^{-1} = P^T$ lo cual significa que la transformación P es ortogonal. Teniendo P ortogonal también significa que la transformación P es de potencia invariante, y entonces se tiene la misma expresión de potencia en términos de $a - b - c$ ó $0 - d - q$, es decir, se tiene

$$p(t) = v_{abc}^T(t)i_{abc}(t) = v_{0dq}^T(t)i_{0dq}(t) \quad (4.7)$$

4.2.3 Ecuaciones de enlace de flujo

Considerando la figura 4.1 la cual es una red que consiste de seis bobinas acopladas mutuamente. La ecuación de enlace de flujo para estos circuitos es

$$\begin{bmatrix} \lambda_a(t) \\ \lambda_b(t) \\ \lambda_c(t) \\ \lambda_F(t) \\ \lambda_D(t) \\ \lambda_Q(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} & L_{aF} & L_{aD} & L_{aQ} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} & L_{bF} & L_{bD} & L_{bQ} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} & L_{cF} & L_{cD} & L_{cQ} \\ L_{Fa} & L_{Fb} & L_{Fc} & L_{FF} & L_{FD} & L_{FQ} \\ L_{Da} & L_{Db} & L_{Dc} & L_{DF} & L_{DD} & L_{DQ} \\ L_{Qa} & L_{Qb} & L_{Qc} & L_{QF} & L_{QD} & L_{QQ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a(t) \\ i_b(t) \\ i_c(t) \\ i_F(t) \\ i_D(t) \\ i_Q(t) \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

Anderson, muestra que la mayoría de las inductancias en (4.8) son funciones de la posición angular del rotor $\theta(t)$. La descripción física de estas inductancias da a continuación:

1. Inductancias propias del estator

Las inductancias propias de cada devanado están dadas por:

$$\begin{aligned} L_{aa} &= L_s + L_m \cos 2\theta(t) \\ L_{bb} &= L_s + L_m \cos 2[\theta(t) - 2\pi/3] \\ L_{cc} &= L_s + L_m \cos 2[\theta(t) + 2\pi/3] \end{aligned} \quad (4.9)$$

Donde $L_s > L_m$ y ambos L_s y L_m son constantes.

2. Inductancias propias del rotor

Desde que la saturación y el efecto de la ranura son despreciados, todas las inductancias propias del rotor son constantes, las cuales son:

$$L_{FF} = L_F ; L_{DD} = L_D ; L_{QQ} = L_Q \quad (4.10)$$

Donde L_F, L_D y L_Q son constantes.

3. Inductancias mutuas del estator

Las inductancias mutuas entre fases son funciones de $\theta(t)$ y son simétricas,

$$\begin{aligned} L_{ab} &= L_{ba} = -M_s - L_m \cos 2[\theta(t) + \pi/6] \\ L_{bc} &= L_{cb} = -M_s - L_m \cos 2[\theta(t) - \pi/2] \\ L_{ca} &= L_{ac} = -M_s - L_m \cos 2[\theta(t) + 5\pi/6] \end{aligned} \quad (4.11)$$

Donde $|M_s| > L_m$

4. Inductancias mutuas del rotor

La inductancia mutua entre devanados F y D es constante y todos los pares de devanados con desplazamiento de 90° tienen inductancia mutua igual a cero.

$$L_{FD} = L_{DF} = M_R ; L_{FQ} = L_{QF} = 0 ; L_{DQ} = L_{QD} = 0 \quad (4.12)$$

5. Inductancias mutuas entre estator y rotor

Las inductancias mutuas entre estator y rotor, son funciones del ángulo del rotor $\theta(t)$. Del devanado de fase al devanado de campo se tiene:

$$\begin{aligned} L_{aF} &= L_{Fa} = M_f \cos \theta(t) \\ L_{bF} &= L_{Fb} = M_f \cos[\theta(t) - 2\pi/3] \\ L_{cF} &= L_{Fc} = M_f \cos[\theta(t) + 2\pi/3] \end{aligned} \quad (4.13)$$

Similarmente, del devanado de fase al devanado de amortiguamiento D ,

$$\begin{aligned} L_{aD} &= L_{Da} = M_D \cos \theta(t) \\ L_{bD} &= L_{Db} = M_D \cos[\theta(t) - 2\pi/3] \\ L_{cD} &= L_{Dc} = M_D \cos[\theta(t) + 2\pi/3] \end{aligned} \quad (4.14)$$

Y finalmente, de los devanados de fase al devanado de amortiguamiento Q ,

$$\begin{aligned} L_{aQ} &= L_{Qa} = M_Q \sin \theta(t) \\ L_{bQ} &= L_{Qb} = M_Q \sin[\theta(t) - 2\pi/3] \\ L_{cQ} &= L_{Qc} = M_Q \sin[\theta(t) + 2\pi/3] \end{aligned} \quad (4.15)$$

6. Modelo compacto de inductancias

Utilizando una notación simplificada, (4.8) puede describirse en modelo compacto

$$\begin{bmatrix} \lambda_{abc}(t) \\ \lambda_{FDQ}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{aR} \\ L_{Ra} & L_{RR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abc}(t) \\ i_{FDQ}(t) \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

Donde L_{aa} denota una matriz cuyos elementos son las inductancias estator-estator, L_{aR} , L_{Ra} las inductancias estator-rotor y L_{RR} las inductancias rotor-rotor.

7. Transformación de inductancias

Se observa que (4.8) con inductancias variantes en el tiempo puede ser simplificadas refiriendo todas las cantidades al marco de referencia del rotor a través de la transformación de Park (4.4) aplicada a la partición $a - b - c$.

Premultiplicando (4.16) por $\begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & I_{3 \times 3} \end{bmatrix}$ donde P es la transformación de Park,

tenemos

$$\begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & I_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{abc}(t) \\ \lambda_{FDQ}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & I_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{aR} \\ L_{Ra} & L_{RR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P^{-1} & 0 \\ 0 & I_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & I_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abc}(t) \\ i_{FDQ}(t) \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

Realizando la operación indicada en (4.17), obtenemos

$$\begin{bmatrix} \lambda_0(t) \\ \lambda_d(t) \\ \lambda_q(t) \\ \lambda_F(t) \\ \lambda_D(t) \\ \lambda_Q(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_d & 0 & M_{dF} & M_{dD} & 0 \\ 0 & 0 & L_q & 0 & 0 & M_{qQ} \\ 0 & M_{dF} & 0 & L_F & M_{DF} & 0 \\ 0 & M_{dD} & 0 & M_{DF} & L_D & 0 \\ 0 & 0 & M_{qQ} & 0 & 0 & L_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_0(t) \\ i_d(t) \\ i_q(t) \\ i_F(t) \\ i_D(t) \\ i_Q(t) \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

Donde

$$\begin{aligned} L_d &= L_s + M_s + (3/2)L_m; \quad M_{dF} = \sqrt{3/2} M_F; \quad M_{dD} = \sqrt{3/2} M_D \\ L_q &= L_s + M_s - (3/2)L_m; \quad L_0 = L_s - 2M_s; \quad M_{qQ} = \sqrt{3/2} M_Q \end{aligned}$$

En (4.18), $\lambda_d(t)$ es el enlace de flujo en un circuito moviéndose con el rotor y centrado en el eje. Similarmente $\lambda_q(t)$ es centrado en el eje q y $\lambda_0(t)$ es completamente un circuito que permite conocer si el sistema está desbalanceado.

También es importante observar que la matriz de inductancia (4.18) es una matriz de constantes. Así, la transformación de Park de potencia remueve los coeficientes

variantes en el tiempo de la ecuación (4.8). Así mismo se nota que la matriz transformada (4.18) es simétrica y por lo tanto es físicamente realizable por un circuito equivalente.

4.2.4 Ecuaciones de voltaje

Considerando los circuitos de la máquina síncrona que se muestra en la figura 4.2, para las condiciones indicadas por la figura 4.2, la ecuación matricial particionada está dada por:

$$\begin{bmatrix} v_{abc}(t) \\ v_{FDQ}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{abc} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & R_{FDQ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abc}(t) \\ i_{FDQ}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\lambda}_{abc}(t) \\ \dot{\lambda}_{FDQ}(t) \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

Donde,

$$v_{FDQ}(t) = \begin{bmatrix} v_F(t) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \begin{array}{l} R_{abc} = \text{diag}\{r_a, r_b, r_c\} \\ R_{FDQ} = \text{diag}\{r_F, r_D, r_Q\} \end{array} \quad (4.20)$$

Aplicando la transformación de Park a (4.19) se tiene,

$$\begin{bmatrix} v_{0dq}(t) \\ v_{FDQ}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{0dq} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & R_{FDQ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{0dq}(t) \\ i_{FDQ}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\lambda}_{0dq}(t) \\ \dot{\lambda}_{FDQ}(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{P}P^{-1}\lambda_{0dq}(t) \\ 0_{3 \times 1} \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

Donde,

$$\dot{P}P^{-1}\lambda_{0dq}(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ -\omega(t)\lambda_q(t) \\ \omega(t)\lambda_d(t) \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

Analizando para condiciones balanceadas, siendo la componente de secuencia cero igual a cero, obtenemos:

$$\begin{bmatrix} v_{dq}(t) \\ v_{FDQ}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{dq} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & R_{FDQ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{dq}(t) \\ i_{FDQ}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\lambda}_{dq}(t) \\ \dot{\lambda}_{FDQ}(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} S(t) \\ 0_{3 \times 1} \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

Donde,

$$S(t) = \begin{bmatrix} -\omega(t)\lambda_q(t) \\ \omega(t)\lambda_d(t) \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

4.2.5 Formulación de ecuaciones en espacio de estado

Recordando que nuestro objetivo es derivar un conjunto de ecuaciones que describan la máquina síncrona en la forma

$$\dot{x}(t) = f[x(t), u(t), t] \quad (4.25)$$

Donde $x(t) \in \mathfrak{R}^n$ denota un vector de variables de estado, $u(t) \in \mathfrak{R}^p$ las funciones de entrada del sistema y $f[x(t), u(t), t]$ un conjunto de funciones no lineales, representadas por el producto de algunas variables de estado.

Debido a que (4.25) contiene enlaces de flujo y corriente como variables. Entonces, podemos obtener dos modelos:

- Un conjunto basado en corrientes como variables de estado;

$$x(t)^T = [i_d(t) \quad i_D(t) \quad i_F(t) \quad i_Q(t) \quad i_q(t)]$$

- Un conjunto basado en enlaces de flujo como variables de estado

$$x(t)^T = [\lambda_d(t) \quad \lambda_D(t) \quad \lambda_F(t) \quad \lambda_Q(t) \quad \lambda_q(t)]$$

4.2.6 Formulación de corriente

Un modelo basado en corrientes como variables de estado tiene la ventaja de ofrecer relaciones simples entre los voltajes y las variables de estado. Podemos reemplazar los términos en $\lambda(t)$ y $\dot{\lambda}(t)$ por términos en $i(t)$ y $\frac{di(t)}{dt}$ utilizando las siguientes ecuaciones:

$$\lambda_{dDF}(t) = (M_{dDF})[i_{dDF}(t)] \quad (4.26)$$

$$\lambda_{Qq}(t) = (M_{Qq})[i_{Qq}(t)] \quad (4.27)$$

Donde:

$$M_{dDF} \triangleq \begin{bmatrix} L_d & M_{dD} & M_{dF} \\ M_{dD} & L_D & M_{DF} \\ M_{dF} & M_{DF} & L_F \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

$$M_{Qq} \triangleq \begin{bmatrix} L_Q & M_{qQ} \\ M_{qQ} & L_q \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

Reescribiendo (4.23), para sustituir (4.26) y (4.27) en (4.23), seleccionando las cantidades base para voltaje, corriente y tiempo en el sistema por unidad (pu) e incorporando todas las ecuaciones normalizadas en una expresión matricial y conservando la misma notación para las variables en pu que para las variables en la base original, dado que todos los valores son en pu , escribimos:

$$\begin{bmatrix} v_d(t) \\ v_D = 0 \\ v_F(t) \\ v_Q = 0 \\ v_q(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{dDF} & T_2 \\ 0_{1 \times 3} & 0_{2 \times 2} \\ T_1 & R_{Qq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d(t) \\ i_D(t) \\ i_F(t) \\ i_Q(t) \\ i_q(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M_{dDF} & 0_{3 \times 2} \\ 0_{2 \times 3} & M_{Qq} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d(t) \\ i_D(t) \\ i_F(t) \\ i_Q(t) \\ i_q(t) \end{bmatrix}, \quad pu \quad (4.30)$$

Donde,

$$\begin{aligned} R_{dDF} &= \text{diag}\{r_d, r_D, r_F\} \\ T_1 &= [-\omega(t)L_d \quad -\omega(t)M_{dF} \quad -\omega(t)M_{dD}] \\ T_2 &= [\omega(t)M_{qQ} \quad \omega(t)L_q] \end{aligned}$$

4.2.7 Ecuación de onda normalizada

Existen diversas formas de escribir la ecuación de onda en la dinámica de un sistema de potencia, mientras que el par está casi siempre dado en pu , frecuentemente no es claro para $\omega(t)$ y t .

Empezamos con $\omega(t)$ en $rad/seg.$, t en $seg.$ y T_a en pu tenemos:

$$\frac{2H}{\omega_B(t)} \frac{d\omega(t)}{dt} = 2H \frac{d\omega(t)}{dt_u} = T_a(t) \quad (4.31)$$

Donde: H denota la constante de inercia en pu , $\omega_B(t)$ la velocidad angular base y T_a el par acelerante en pu . Siendo $t_u = \omega_B(t) t$;

Si t y $\omega(t)$ están en pu , entonces,

$$T_j \frac{d\omega(t)}{dt} = T_a(t) \quad (4.32)$$

Donde,

$$T_j = 2H\omega_B \quad (4.33)$$

Los pares aplicados a un rotor de una máquina síncrona se indican en la figura 4.3.

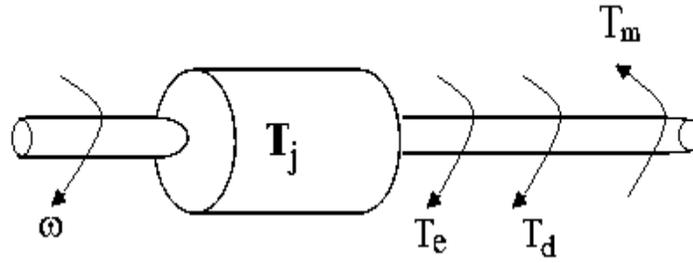


Figura 4.3 Pares aplicados al rotor de una maquina síncrona

Donde $T_e(t)$ denota el par electromagnético, $T_d(t)$ es el par de amortiguamiento y $T_m(t)$ es el par mecánico de la máquina síncrona.

De la figura 4.3, se tiene en *pu*:

$$T_a(t) = T_m(t) - T_e(t) - T_d(t) \quad (4.34)$$

Donde,

$$T_e(t) = i_q(t)\lambda_d(t) - i_d(t)\lambda_q(t) \quad (4.35)$$

$$T_d(t) = D\omega(t) \quad (4.36)$$

Siendo D la constante de amortiguamiento.

Sustituyendo (4.26), (4.27), (4.34) a (4.36) en (4.32), tenemos:

$$T_j \dot{\omega}(t) = T_m(t) + \begin{bmatrix} -L_d i_q(t) & -M_{Dd} i_q(t) & -M_{dF} i_q(t) & M_{qQ} i_d(t) & L_q i_d(t) & -D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d(t) \\ i_D(t) \\ i_F(t) \\ i_Q(t) \\ i_q(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix} \quad (4.37)$$

Finalmente, podemos determinar la formulación completa de corriente de la máquina síncrona incluyendo la ecuación angular de potencia la cual es

$$\dot{\delta}(t) = \omega(t) \quad (4.38)$$

Tomando (4.37) y (4.30) el modelo completo está dado por:

$$\begin{bmatrix} v_d(t) \\ v_D = 0 \\ v_F(t) \\ v_Q = 0 \\ v_q(t) \\ T_m(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{dDF} & T_2 & 0 \\ 0_{1 \times 3} & 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 1} \\ T_1 & R_{Qq} & 0_{2 \times 1} \\ T_3 & T_4 & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d(t) \\ i_D(t) \\ i_F(t) \\ i_Q(t) \\ i_q(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M_{dDF} & 0_{3 \times 2} & 0_{3 \times 1} \\ 0_{2 \times 3} & M_{Qq} & 0_{2 \times 1} \\ 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 2} & T_j \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d(t) \\ i_D(t) \\ i_F(t) \\ i_Q(t) \\ i_q(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix}, pu \quad (4.39)$$

Donde

$$T_3 = [L_d i_q \quad M_{Da} i_q \quad M_{dF} i_q]$$

$$T_4 = [-M_{qQ} i_d \quad -L_q i_d]$$

Esta ecuación matricial está en la forma (4.25), es claro notar que el sistema es no lineal, donde la no linealidad se debe a que existen productos de variables de estado.

4.3 El modelo de Bond Graph de la máquina síncrona

En la presente sección, se analiza el Bond Graph de la máquina síncrona. El modelo utilizado es el modelo simplificado en los ejes de referencia d y q que se muestra en la figura 4.2 que satisface Sn1 a Sn6.

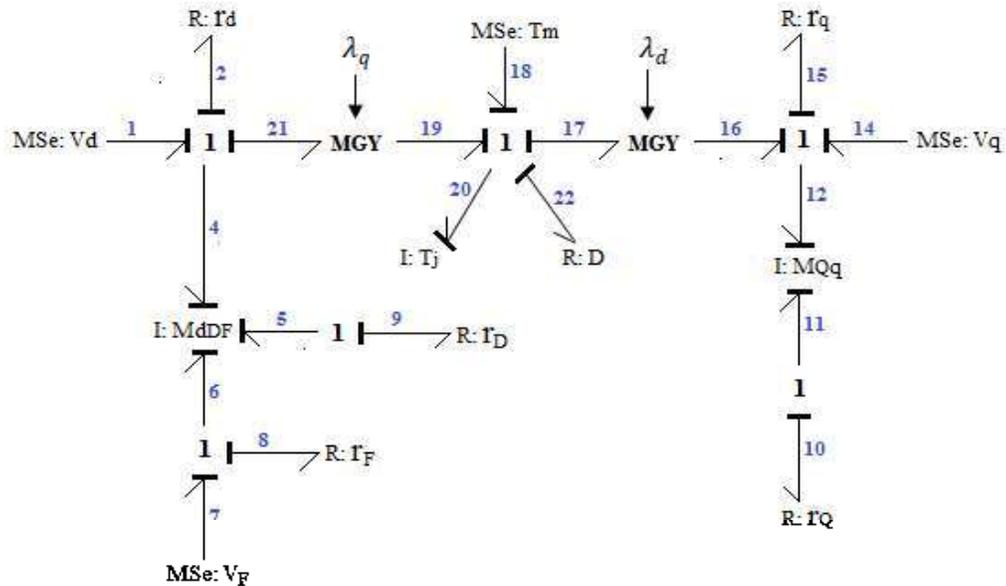


Figura 4.4 Modelo no lineal en Bond Graph de la máquina síncrona

En el diagrama de la figura 4.4, M_{dDF} representa los acoplamientos magnéticos propios y mutuos de los devanados en el eje d , M_{Qq} son los acoplamientos propios y mutuos de los devanados en el eje q . Los elementos disipadores de energía se representan por las resistencias de cada eje R_d y R_q , D es la fricción, T_j es la inercia, también las fuentes en cada eje v_d y v_q , además de la fuente relacionada con el par mecánico del movimiento giratorio en la masa conectada al rotor T_m . El devanado de amortiguamiento está representado por D en el eje d y por Q en el eje q , respectivamente; el devanado de excitación es F ; d y q representan los devanados de conmutación en los ejes d y q , respectivamente.

Los giradores se modulan en λ_q y λ_d debido a que son las variables de estado de coenergía respectivas.

4.3.1 Linealización por Bond Graph de la máquina síncrona

A partir de la figura 4.4 que es el modelo no lineal en Bond Graph de la máquina síncrona, se aplica el procedimiento 3.2.1 para efectuar la linealización en Bond Graph, teniendo:

- Los términos no lineales se identifican por las trayectorias causales que pasan a través de los MGY con variables de estado de coenergía $bond\ 23 = \lambda_q$, $bond\ 24 = \lambda_d$ como módulos.
- Las trayectorias causales son:
 para M_{dDF} {4 – 21 – 19 – 20
 para T_j { 20 – 19 – 21 – 4
 { 20 – 17 – 16 – 12
 para M_{Qq} {12 – 16 – 17 – 20

Linealizando alrededor de $(\lambda_d^0, \lambda_q^0)$ y considerando específicamente la variable de estado M_{dDF} se aplican los pasos 4 y 5 del procedimiento 3.2.1. El Bond Graph resultante se muestra en la figura 4.5.

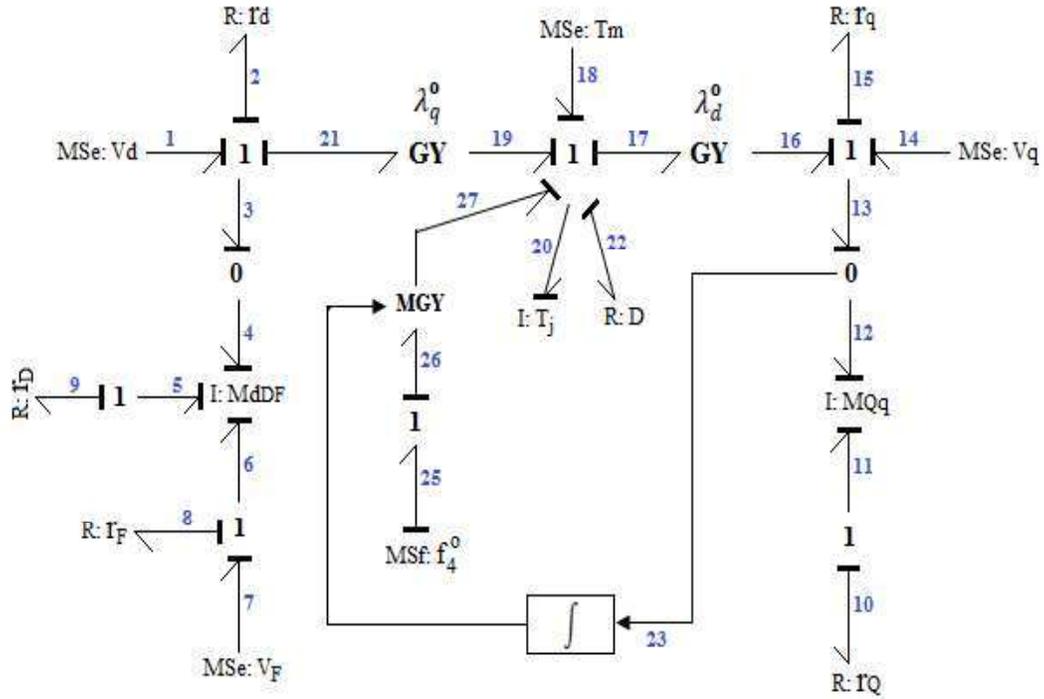


Figura 4.5 Bond Graph linealizado de la variable de estado M_{dDF}

Similarmente, aplicando el procedimiento 3.2.1 para las variables de estado T_j y M_{Qq} , se obtiene el Bond Graph linealizado del sistema que se indica en la figura 4.6.

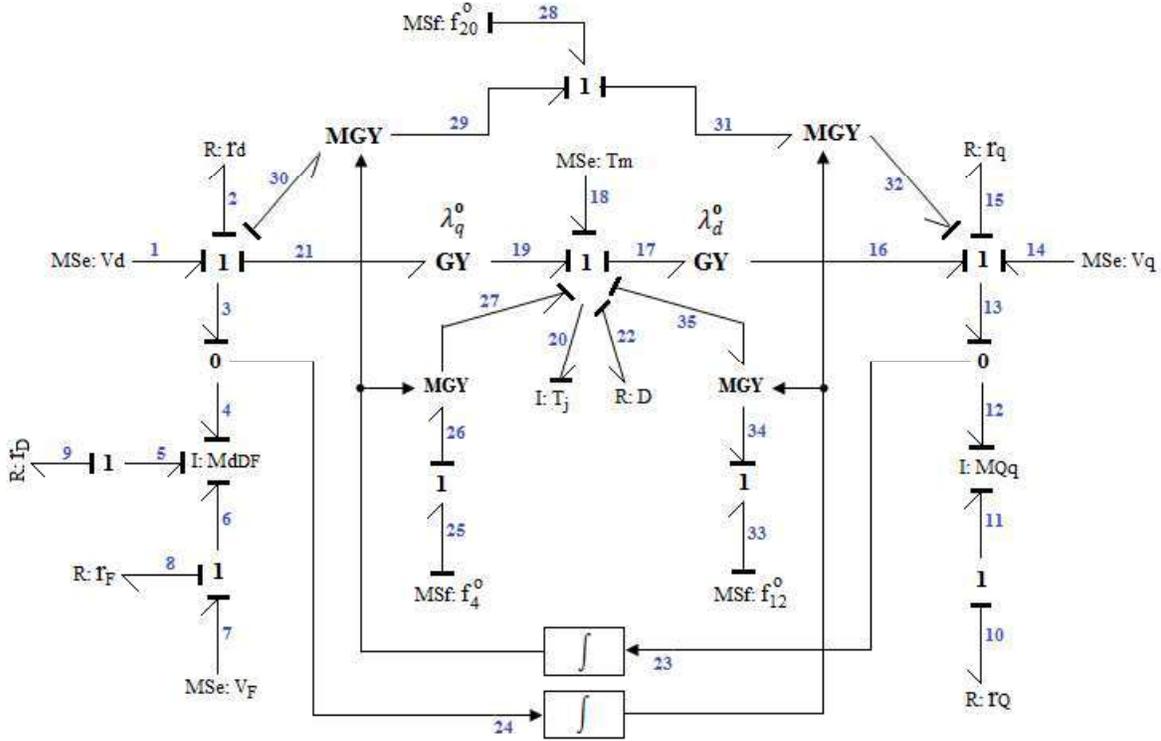


Figura 4.6 Bond Graph de la máquina síncrona linealizada

Los vectores clave del modelo de la máquina síncrona linealizada son,

$$\begin{aligned}
 x_{\delta} &= [p_4 \quad p_5 \quad p_6 \quad p_{11} \quad p_{12} \quad p_{20}]^T \\
 \dot{x}_{\delta} &= [e_4 \quad e_5 \quad e_6 \quad e_{11} \quad e_{12} \quad e_{20}]^T \\
 z_{\delta} &= [f_4 \quad f_5 \quad f_6 \quad f_{11} \quad f_{12} \quad f_{20}]^T \\
 D_{out} &= [e_2 \quad e_8 \quad e_9 \quad e_{10} \quad e_{15} \quad e_{22}]^T \\
 D_{in} &= [f_2 \quad f_8 \quad f_9 \quad f_{10} \quad f_{15} \quad f_{22}]^T \\
 u_{\delta} &= [e_1 \quad e_7 \quad e_{14} \quad e_{18}]^T \\
 \tilde{u} &= [f_4^0 \quad f_{12}^0 \quad f_{20}^0]^T
 \end{aligned} \tag{4.40}$$

La relación constitutiva es,

$$z_{\delta} = F x_{\delta} ; \quad x_{\delta} = F^{-1} z_{\delta}$$

$$\begin{bmatrix} p_4 \\ p_5 \\ p_6 \\ p_{11} \\ p_{12} \\ p_{20} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d & M_{dD} & M_{dF} & 0 & 0 & 0 \\ M_{dD} & L_D & M_{DF} & 0 & 0 & 0 \\ M_{dF} & M_{DF} & L_F & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_Q & M_{Qq} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_{Qq} & L_q & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & T_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_4 \\ f_5 \\ f_6 \\ f_{11} \\ f_{12} \\ f_{20} \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

$$L = \text{diag}\{r_d, r_F, r_D, r_Q, r_q, D\} \quad (4.42)$$

La estructura unión del modelo es,

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_\delta \\ D_{in} \end{bmatrix} = \bar{S} \begin{bmatrix} z_\delta \\ D_{out} \\ u_\delta \\ \tilde{u} \end{bmatrix} \quad (4.43)$$

Donde,

$$\bar{S} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\lambda_q^0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\lambda_q \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_d^0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \lambda_d \\ \lambda_q^0 & 0 & 0 & 0 & -\lambda_d^0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & \lambda_q & -\lambda_d & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.44)$$

Es decir,

$$S_{11}^x + S_{11}^0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\lambda_q^0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_d^0 \\ \lambda_q^0 & 0 & 0 & 0 & -\lambda_d^0 & 0 \end{bmatrix}; S_{12} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$S_{13}^x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; S_{13}^0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\lambda_q \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_d \\ \lambda_q & -\lambda_d & 0 \end{bmatrix}; S_{21} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.45)$$

$$S_{22} = S_{23} = 0$$

Ahora es posible obtener las ecuaciones de estado de la estructura unión en términos de flujos z como variables de estado, y auxiliándose de las ecuaciones (3.4) a (3.9), obtenemos,

$$\dot{z}_\delta = \bar{A}_\delta z_\delta + \bar{B}_\delta u_\delta \quad (4.46)$$

Donde,

$$\bar{A}_\delta = F((S_{11}^x + S_{11}^0 + S_{12}MS_{21}) + S_{13}^1) \quad (4.47)$$

Y recordando que $M = (I - LS_{22})^{-1}L$, teniendo $S_{22} = 0$, $M = L$.

$$\bar{A}_\delta = F \left(\begin{bmatrix} -r_d & 0 & 0 & 0 & 0 & -\lambda_q^0 \\ 0 & -r_D & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -r_F & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -r_Q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -r_q & \lambda_d^0 \\ \lambda_q^0 & 0 & 0 & 0 & -\lambda_d^0 & -D \end{bmatrix} + S_{13}^1 \right) \quad (4.48)$$

S_{13}^1 se obtiene similarmente de la ecuación (3.9), ahora en términos de z ,

$$S_{13}^0 \tilde{u} = S_{13}^1 z_\delta \quad (4.49)$$

$$S_{13}^0 \tilde{u} = \begin{bmatrix} -\lambda_q f_{20}^0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \lambda_d f_{20}^0 \\ \lambda_q f_4^0 - \lambda_d f_{12}^0 \end{bmatrix} \quad (4.50)$$

De las relaciones constitutivas se encuentra tanto λ_q como λ_d , debido a que una variable de *momento* es el equivalente a una de enlace de flujo para un sistema eléctrico.

$$S_{13}^1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -M_{Qq}f_{20}^0 & -L_q f_{20}^0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ L_d f_{20}^0 & M_{dD} f_{20}^0 & M_{dF} f_{20}^0 & 0 & 0 & 0 \\ -L_d f_{12}^0 & -M_{dD} f_{12}^0 & -M_{dF} f_{12}^0 & M_{Qq} f_4^0 & L_q f_4^0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.51)$$

Finalmente tenemos,

$$\bar{A}_\delta = F \begin{bmatrix} -r_d & 0 & 0 & -M_{Qq} f_{20}^\square & -L_q f_{20}^\square & -M_{Qq} f_{11}^\square - L_q f_{12}^\square \\ 0 & -r_D & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -r_F & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -r_Q & 0 & 0 \\ L_d f_{20}^\square & M_{dD} f_{20}^\square & M_{dF} f_{20}^\square & 0 & r_q & L_d f_4^\square + M_{dD} f_5^\square + M_{dF} f_6^\square \\ M_{Qq} f_{11}^\square + L_q f_{12}^\square & -M_{dD} f_{12}^\square & -M_{dF} f_{12}^\square & M_{Qq} f_4^\square & -L_d f_4^\square - M_{dD} f_5^\square & -D \\ -L_d f_{12}^\square & & & & -M_{dF} f_6^\square + L_q f_4^\square & \end{bmatrix} \quad (4.52)$$

y

$$\bar{B}_\delta = F(S_{13}^x + S_{12}MS_{23}) \quad (4.53)$$

$$\bar{B}_\delta = F \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.54)$$

Así mismo, se notan las principales características del modelo de la máquina en Bond Graph :

- Los subsistemas eléctrico, magnético, y mecánico se representan en un sólo Bond Graph.
- Se tiene en variables de energía todos los elementos que intervienen en la máquina.
- La formulación de corriente o de enlace de flujo se obtiene apartir del mismo Bond Graph.

4.3.2 Validación convencional de la linealización

Para probar la validez del proceso de linealización efectuado en Bond Graph, a continuación se realiza la linealización algebraica tomando el modelo matemático completo de la máquina dado en (4.39) indicado como,

$$F^{-1} \begin{bmatrix} \dot{f}_4 \\ \dot{f}_5 \\ \dot{f}_6 \\ \dot{f}_{11} \\ \dot{f}_{12} \\ \dot{f}_{20} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r_d & 0 & 0 & -M_{Qq}f_{20} & -L_qf_{20} & 0 \\ 0 & -r_D & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -r_F & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -r_Q & 0 & 0 \\ L_d f_{20} & M_{dD} f_{20} & M_{dF} f_{20} & 0 & -r_q & 0 \\ -L_d f_{12} & -M_{dD} f_{12} & -M_{dF} f_{12} & M_{Qq} f_4 & L_q f_4 & -D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_4 \\ f_5 \\ f_6 \\ f_{11} \\ f_{12} \\ f_{20} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 \\ 0 \\ e_7 \\ 0 \\ e_{14} \\ e_{18} \end{bmatrix} \quad (4.55)$$

Donde,

$$i_d = f_4, i_D = f_5, i_F = f_6, i_Q = f_{11}, i_q = f_{12}, \omega = f_{20}$$

$$v_d = e_1, v_F = e_7, v_q = e_{14}, T_m = e_{18}$$

$$F^{-1} = \begin{bmatrix} L_d & M_{dD} & M_{dF} & 0 & 0 & 0 \\ M_{dD} & L_d & M_{DF} & 0 & 0 & 0 \\ M_{dF} & M_{DF} & L_F & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_Q & M_{Qq} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_{Qq} & L_q & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & T_j \end{bmatrix} \quad (4.56)$$

Reordenando la ecuación de estado del sistema físico, se tiene,

$$\begin{bmatrix} \dot{f}_4 \\ \dot{f}_5 \\ \dot{f}_6 \\ \dot{f}_{11} \\ \dot{f}_{12} \\ \dot{f}_{20} \end{bmatrix} = F \left\{ \begin{bmatrix} -r_d & 0 & 0 & -M_{Qq}f_{20} & -L_qf_{20} & 0 \\ 0 & -r_D & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -r_F & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -r_Q & 0 & 0 \\ L_d f_{20} & M_{dD} f_{20} & M_{dF} f_{20} & 0 & -r_q & 0 \\ -L_d f_{12} & -M_{dD} f_{12} & -M_{dF} f_{12} & M_{Qq} f_4 & L_q f_4 & -D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_4 \\ f_5 \\ f_6 \\ f_{11} \\ f_{12} \\ f_{20} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 \\ 0 \\ e_7 \\ 0 \\ e_{14} \\ e_{18} \end{bmatrix} \right\} \quad (4.57)$$

Así,

$$f_4(z) = F_4 \{-r_d f_4 - M_{Qq} f_{20} f_{11} - L_q f_{20} f_{12} + e_1\}$$

$$f_5(z) = F_5 \{-r_D f_5\}$$

$$f_6(z) = F_6 \{-r_F f_6 + e_7\}$$

$$f_{11}(z) = F_{11} \{-r_Q f_{11}\} \quad (4.58)$$

$$f_{12}(z) = F_{12} \{L_d f_{20} f_4 + M_{dD} f_{20} f_5 + M_{dF} f_{20} f_6 - r_q f_{12} + e_{14}\}$$

$$f_{20}(z) = F_{20}\{-L_d f_{12} f_4 - M_{dD} f_{12} f_5 - M_{dF} f_{12} f_6 + M_{Qq} f_4 f_{11} + L_q f_4 f_{12} - D f_{20} + e_{18}\}$$

Linealizando el sistema alrededor de $(f_4^0, f_5^0, f_6^0, f_{11}^0, f_{12}^0, f_{20}^0)$ se tiene,

$$\dot{z}_L = \bar{A}_L z_L + \bar{B}_L u_L \quad (4.59)$$

Donde,

$$\bar{A}_L = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_4(z)}{\partial f_4} & \frac{\partial f_4(z)}{\partial f_5} & \frac{\partial f_4(z)}{\partial f_6} & \frac{\partial f_4(z)}{\partial f_{11}} & \frac{\partial f_4(z)}{\partial f_{12}} & \frac{\partial f_4(z)}{\partial f_{20}} \\ \frac{\partial f_5(z)}{\partial f_4} & \frac{\partial f_5(z)}{\partial f_5} & \frac{\partial f_5(z)}{\partial f_6} & \frac{\partial f_5(z)}{\partial f_{11}} & \frac{\partial f_5(z)}{\partial f_{12}} & \frac{\partial f_5(z)}{\partial f_{20}} \\ \frac{\partial f_6(z)}{\partial f_4} & \frac{\partial f_6(z)}{\partial f_5} & \frac{\partial f_6(z)}{\partial f_6} & \frac{\partial f_6(z)}{\partial f_{11}} & \frac{\partial f_6(z)}{\partial f_{12}} & \frac{\partial f_6(z)}{\partial f_{20}} \\ \frac{\partial f_{11}(z)}{\partial f_4} & \frac{\partial f_{11}(z)}{\partial f_5} & \frac{\partial f_{11}(z)}{\partial f_6} & \frac{\partial f_{11}(z)}{\partial f_{11}} & \frac{\partial f_{11}(z)}{\partial f_{12}} & \frac{\partial f_{11}(z)}{\partial f_{20}} \\ \frac{\partial f_{12}(z)}{\partial f_4} & \frac{\partial f_{12}(z)}{\partial f_5} & \frac{\partial f_{12}(z)}{\partial f_6} & \frac{\partial f_{12}(z)}{\partial f_{11}} & \frac{\partial f_{12}(z)}{\partial f_{12}} & \frac{\partial f_{12}(z)}{\partial f_{20}} \\ \frac{\partial f_{20}(z)}{\partial f_4} & \frac{\partial f_{20}(z)}{\partial f_5} & \frac{\partial f_{20}(z)}{\partial f_6} & \frac{\partial f_{20}(z)}{\partial f_{11}} & \frac{\partial f_{20}(z)}{\partial f_{12}} & \frac{\partial f_{20}(z)}{\partial f_{20}} \end{bmatrix}_{(f_4^0, f_5^0, f_6^0, f_{11}^0, f_{12}^0, f_{20}^0)} \quad (4.60)$$

Las derivadas parciales del Jacobiano son,

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_4(z)}{\partial f_4} &= F_4[-r_d]; \quad \frac{\partial f_4(z)}{\partial f_5} = 0; \quad \frac{\partial f_4(z)}{\partial f_6} = 0; \quad \frac{\partial f_4(z)}{\partial f_{11}} = F_4[-M_{Qq} f_{20}^0]; \\ \frac{\partial f_4(z)}{\partial f_{12}} &= F_4[-L_q f_{20}^0]; \quad \frac{\partial f_4(z)}{\partial f_{20}} = F_4[-M_{Qq} f_{11}^0 - L_q f_{12}^0] \\ \frac{\partial f_5(z)}{\partial f_4} &= 0; \quad \frac{\partial f_5(z)}{\partial f_5} = F_5[-r_D]; \quad \frac{\partial f_5(z)}{\partial f_6} = 0; \quad \frac{\partial f_5(z)}{\partial f_{11}} = 0; \quad \frac{\partial f_5(z)}{\partial f_{12}} = 0; \quad \frac{\partial f_5(z)}{\partial f_{20}} = 0 \\ \frac{\partial f_6(z)}{\partial f_4} &= 0; \quad \frac{\partial f_6(z)}{\partial f_5} = 0; \quad \frac{\partial f_6(z)}{\partial f_6} = F_6[-r_F]; \quad \frac{\partial f_6(z)}{\partial f_{11}} = 0; \quad \frac{\partial f_6(z)}{\partial f_{12}} = 0; \quad \frac{\partial f_6(z)}{\partial f_{20}} = 0 \\ \frac{\partial f_{11}(z)}{\partial f_4} &= 0; \quad \frac{\partial f_{11}(z)}{\partial f_5} = 0; \quad \frac{\partial f_{11}(z)}{\partial f_6} = 0; \quad \frac{\partial f_{11}(z)}{\partial f_{11}} = F_{11}[-r_Q]; \quad \frac{\partial f_{11}(z)}{\partial f_{12}} = 0; \\ &\frac{\partial f_{11}(z)}{\partial f_{20}} = 0 \\ \frac{\partial f_{12}(z)}{\partial f_4} &= F_{12}[L_d f_{20}^0]; \quad \frac{\partial f_{12}(z)}{\partial f_5} = F_{12}[M_{dD} f_{20}^0]; \quad \frac{\partial f_{12}(z)}{\partial f_6} = F_{12}[M_{dF} f_{20}^0] \\ \frac{\partial f_{12}(z)}{\partial f_{11}} &= 0; \quad \frac{\partial f_{12}(z)}{\partial f_{12}} = F_{12}[-r_q]; \quad \frac{\partial f_{12}(z)}{\partial f_{20}} = F_{12}[L_d f_4^0 + M_{dD} F_5^0 + M_{dF} F_6^0] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial f_{20}(z)}{\partial f_4} &= F_{20}[-L_d f_{12}^0 + M_{Qq} f_{11}^0 + L_q f_{12}^0]; & \frac{\partial f_{20}(z)}{\partial f_5} &= F_{20}[-M_{dD} f_{12}^0]; \\ \frac{\partial f_{20}(z)}{\partial f_6} &= F_{20}[-M_{dF} f_{12}^0]; & \frac{\partial f_{20}(z)}{\partial f_{11}} &= F_{20}[M_{Qq} f_4^0]; \\ \frac{\partial f_{20}(z)}{\partial f_{12}} &= F_{20}[-L_d f_4^0 - M_{dD} F_5^0 - M_{dF} F_6^0 + L_q f_4^0]; & \frac{\partial f_{20}(z)}{\partial f_{20}} &= F_{20}[-D]\end{aligned}$$

Similarmente,

$$\bar{B}_L = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_4(z)}{\partial e_1} & \frac{\partial f_4(z)}{\partial e_7} & \frac{\partial f_4(z)}{\partial e_{14}} & \frac{\partial f_4(z)}{\partial e_{18}} \\ \frac{\partial f_5(z)}{\partial e_1} & \frac{\partial f_5(z)}{\partial e_7} & \frac{\partial f_5(z)}{\partial e_{14}} & \frac{\partial f_5(z)}{\partial e_{18}} \\ \frac{\partial f_6(z)}{\partial e_1} & \frac{\partial f_6(z)}{\partial e_7} & \frac{\partial f_6(z)}{\partial e_{14}} & \frac{\partial f_6(z)}{\partial e_{18}} \\ \frac{\partial f_{11}(z)}{\partial e_1} & \frac{\partial f_{11}(z)}{\partial e_7} & \frac{\partial f_{11}(z)}{\partial e_{14}} & \frac{\partial f_{11}(z)}{\partial e_{18}} \\ \frac{\partial f_{12}(z)}{\partial e_1} & \frac{\partial f_{12}(z)}{\partial e_7} & \frac{\partial f_{12}(z)}{\partial e_{14}} & \frac{\partial f_{12}(z)}{\partial e_{18}} \\ \frac{\partial f_{20}(z)}{\partial e_1} & \frac{\partial f_{20}(z)}{\partial e_7} & \frac{\partial f_{20}(z)}{\partial e_{14}} & \frac{\partial f_{20}(z)}{\partial e_{18}} \end{bmatrix}_{(f_4^0, f_5^0, f_6^0, f_{11}^0, f_{12}^0, f_{20}^0)} \quad (4.61)$$

Las derivadas parciales son,

$$\begin{aligned}\frac{\partial f_4(z)}{\partial e_1} &= F_4[1]; & \frac{\partial f_4(z)}{\partial e_7} &= 0; & \frac{\partial f_4(z)}{\partial e_{14}} &= 0; & \frac{\partial f_4(z)}{\partial e_{18}} &= 0 \\ \frac{\partial f_5(z)}{\partial e_1} &= 0; & \frac{\partial f_5(z)}{\partial e_7} &= 0; & \frac{\partial f_5(z)}{\partial e_{14}} &= 0; & \frac{\partial f_5(z)}{\partial e_{18}} &= 0 \\ \frac{\partial f_6(z)}{\partial e_1} &= 0; & \frac{\partial f_6(z)}{\partial e_7} &= F_6[1]; & \frac{\partial f_6(z)}{\partial e_{14}} &= 0; & \frac{\partial f_6(z)}{\partial e_{18}} &= 0 \\ \frac{\partial f_{11}(z)}{\partial e_1} &= 0; & \frac{\partial f_{11}(z)}{\partial e_7} &= 0; & \frac{\partial f_{11}(z)}{\partial e_{14}} &= 0; & \frac{\partial f_{11}(z)}{\partial e_{18}} &= 0 \\ \frac{\partial f_{12}(z)}{\partial e_1} &= 0; & \frac{\partial f_{12}(z)}{\partial e_7} &= 0; & \frac{\partial f_{12}(z)}{\partial e_{14}} &= F_{12}[1]; & \frac{\partial f_{12}(z)}{\partial e_{18}} &= 0 \\ \frac{\partial f_{20}(z)}{\partial e_1} &= 0; & \frac{\partial f_{20}(z)}{\partial e_7} &= 0; & \frac{\partial f_{20}(z)}{\partial e_{14}} &= 0; & \frac{\partial f_{20}(z)}{\partial e_{18}} &= F_{20}[1]\end{aligned}$$

Resumiendo y sustituyendo valores, finalmente la ecuación de estado queda como,

$$\dot{z}_L = F \begin{bmatrix} -r_d & 0 & 0 & -M_{Qq}f_{20}^0 & -L_qf_{20}^0 & \sigma_3 \\ 0 & -r_D & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -r_F & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -r_Q & 0 & 0 \\ L_d f_{20}^0 & M_{dD} f_{20}^0 & M_{dF} f_{20}^0 & 0 & -r_q & \sigma_4 \\ \sigma_1 & -M_{dD} f_{12}^0 & -M_{dF} f_{12}^0 & M_{Qq} f_4^0 & \sigma_2 & -D \end{bmatrix} z_L$$

$$+ F \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} u_L$$

Donde,

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= -L_d f_{12}^0 + M_{Qq} f_{11}^0 + L_q f_{12}^0 \\ \sigma_2 &= -L_d f_4^0 - M_{dD} f_5^0 - M_{dF} f_6^0 + L_q f_4^0 \\ \sigma_3 &= -M_{Qq} f_{11}^0 - L_q f_{12}^0 \\ \sigma_4 &= L_d f_4^0 + M_{dD} f_5^0 + M_{dF} f_6^0 \end{aligned}$$

Del proceso de linealización algebraica anterior, se observa que efectivamente se obtiene la misma ecuación de estado linealizada que la obtenida cuando se aplica el procedimiento para obtener la linealización en Bond Graph. Con esto, se demuestra la validez de linealizar directamente en forma gráfica un sistema físico no lineal de productos de estados.

Es importante notar que los modelos matemático y gráfico de la máquina síncrona se determinaron considerando los circuitos del estator, rotor, y devanado de amortiguamiento en los ejes d y q , incluyendo las condiciones de carga y par mecánico.

Capítulo 5

Conclusiones y Recomendaciones

5.1 Conclusiones

A lo largo del trabajo de investigación en que se basa esta tesis se ha completado y llegado a un conjunto de conclusiones así como resultados obtenidos durante el desarrollo de la misma que a continuación se exponen.

Se presentó un procedimiento gráfico utilizando Bond Graph para la linealización de sistemas no lineales de productos de estados, en esta clase de sistemas no lineales se puede linealizar directamente con relativa particularidad, facilidad y comodidad en forma gráfica un sistema de esta clase no lineal.

El sistema y la linealización son determinados en el dominio físico, es decir, en el conjunto de elementos físicos del sistema lo cual facilita resultando más atractivo la obtención del modelo matemático linealizado.

En la representación gráfica presentada, específicamente se consideró como caso de estudio la máquina síncrona, se determina el modelo matemático linealizado de acuerdo a la estructura de unión definida en el capítulo 3, considerando en el mismo Bond Graph las inductancias propias, mutuas y resistencias en cada uno de los devanados así como la parte mecánica, y como consecuencia conociéndose el intercambio energético entre sus elementos. De acuerdo a este ejemplo y al presentado en el capítulo 2 se determina que el procedimiento es aplicable a cualquier sistema físico no lineal debido al producto de variables de estados.

La metodología de linealización propuesta mejora, facilita y disminuye tiempo así como el esfuerzo comparando con el método convencional. Sin embargo, debido a que la técnica de modelado es gráfica favorece visualmente el análisis para determinar las relaciones no lineales entre los elementos que constituyen esta clase de sistemas aún sin conocer el modelo matemático de este.

Esta metodología no requiere conocer las ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales de los sistemas que se describen mediante ellas, desapareciendo el desinterés común para su análisis.

Se logró cumplir con el propósito de este proyecto que consiste en obtener las mismas ecuaciones de estado aplicando la técnica mejorada de linealización por Bond Graph, esto de acuerdo cuando se realiza con el procedimiento de manera algebraica, alcanzando el objetivo perseguido desde el inicio de la investigación.

5.2 Recomendaciones

Los resultados obtenidos de esta tesis permiten abrir nuevas líneas de investigación en el campo de la ingeniería. Como sugerencias en posibles futuras líneas de trabajo que se desarrollen en relación al presente trabajo de investigación se proponen las siguientes:

- Como ampliación de este trabajo se propone implementar la linealización en Bond Graph para los modelos simplificados de la máquina síncrona, ejemplo de ello tenemos; sin devanados de amortiguamiento, a velocidad constante, entre otros. De igual forma aplicarlo para la máquina de inducción.
- Dado que el uso de la técnica de Bond Graph facilita la forma de obtener el modelo matemático linealizado, aún así se debe aplicar cuidadosamente para la obtención del mismo y así lograr obtener resultados satisfactorios del modelo en el sistema físico a estudiar.
- La técnica de la linealización en Bond Graph no está limitada para la aplicación a cualquier sistema físico no lineal en general, en el sentido de que siempre y cuando cumplan la característica de no linealidad ya aclarada, es decir, donde la no linealidad es debida a la existencia de productos de variables de estado.

Bibliografía

1. D. O' Kelly and Simmons
Introduction to Generalized Electrical Machine Theory
England, 1968.
2. Katsuhiko Ogata
Ingeniería de Control Moderna
Mexico: Prentice Hall, 2002
3. Dean C. Karnopp, Donald L. Margolis y Ronald C. Rosenberg
System Dynamics, Modelling and Simulation of Mechatronic Systems
Wiley Interscience, 2000
4. P. E. Wellstead
Physical System Modelling
Academic Press, 1979
5. Norman S. Nice
Sistemas de Control para Ingeniería
Mexico: CECSA, 2002
6. Stephen J. Chapman
Máquinas Eléctricas
Mexico: Mc Graw Hill, 2005
7. Peter Gawthrop y Lorcan Smith
Metamodelling
Prentice Hall, 1996