



UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN

NICOLÁS DE HIDALGO

FACULTAD DE INGENIERÍA

ELÉCTRICA



**MODELADO Y SIMULACIÓN DE UNA SUSPENSIÓN
PASIVA Y ACTIVA EN BOND GRAPH**

T E S I S

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:
INGENIERO EN ELECTRÓNICA**

**PRESENTA:
JORGE ROBERTO GUERRERO PUERTOS**

**ASESOR:
DR. ING. ELÉCTRICA GILBERTO GONZÁLEZ AVALOS**

MORELIA MICHOACÁN, ABRIL DE 2013

Agradecimientos

Agradezco antes que nada a Dios por darme salud y permitirme llegar hasta donde estoy el día de hoy.

Muchas gracias a mi familia, por alentarme y apoyarme para realizar mis estudios universitarios y que en gran parte sin ellos tal vez no hubiera logrado concluir mi carrera, para ellos con cariño mil gracias.

Un especial agradecimiento a mi asesor de tesis, el Dr. Gilberto González Avalos, por sus conocimientos y enseñanzas, su tiempo y sus asesorías que me permitieron desarrollar el presente trabajo de tesis.

Un agradecimiento a mi profesor de seminario de tesis, Ing. Ignacio Franco Torres por atender mis dudas, recomendaciones, observaciones además de presentarme un panorama de la aplicación de mi tesis en el mundo laboral.

Gracias por las enseñanzas y conocimientos de cada uno de los profesores con los que conté a lo largo mi carrera en las diferentes materias que me impartieron.

Le doy gracias a la Facultad de Ingeniería Eléctrica, que es la escuela que me permitió desarrollarme como ingeniero y en general a la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, institución que me permitió ocupar un espacio en sus aulas para forjarme en la ingeniería.

Finalmente un agradecimiento especial a mis amigos, compañeros de clases y conocidos que me apoyaron en mis estudios de principio a fin.

Dedicatoria:

Dedico este trabajo de tesis a la sociedad en general para que puedan leer sobre mis investigaciones, a mis padres que por su gran esfuerzo al poner a mi disposición todos los recursos necesarios para mis estudios, a ellos les dedico el presente trabajo de tesis.

Este trabajo de tesis es dedicado también para todas las personas que gracias a sus recomendaciones y buenos principios que me transmitieron, puedo hoy realizar esta investigación de manera formal y profesional.

Resumen:

Todo sistema físico real tiene una representación matemática que modela el comportamiento del sistema, a esto se le llama teoría clásica de modelado la cual utiliza leyes, propiedades matemáticas, teoremas, igualdades entre teoremas matemáticos, entre otras propiedades con el objetivo de determinar el conjunto de ecuaciones que reflejan el comportamiento del sistema. Desarrollar el modelado de cualquier sistema es bastante tedioso y tardado además de que los sistemas presentan muchos detalles que no se pueden pasar por alto, ya que un pequeño error causará que el modelo matemático sea incorrecto.

Una de las técnicas que simplifica el desarrollo y la obtención de modelos matemáticos es la técnica de modelado llamada Bond Graph, esta técnica nos reduce el tiempo que tardamos en obtener las ecuaciones del modelo matemático del sistema, es más sencilla de comprender y de aplicar, ya que tomamos un sistema físico y lo representamos gráficamente.

En el presente trabajo de tesis, la aplicación de la técnica de Bond Graph nos permitirá modelar un sistema mecánico, como lo es la suspensión de un automóvil pasivo y activo que son sistemas físicos reales, además de utilizar esta técnica utilizo una herramienta de software llamada 20-Sim.

20-Sim es un software donde nos permite modelar sistemas físicos en Bond Graph, además de que por ser visual, podemos entender y simular el comportamiento del sistema por medio de la transferencia de energía a través de los diferentes elementos del sistema, obteniendo los resultados del análisis sobre la respuesta que tiene el sistema ante diferentes señales de entrada.

Por último realizando algunas variantes en el sistema de suspensión poder obtener una mejor respuesta, es decir ante señales de perturbación de entrada al sistema, poder probar distintas conexiones entre los elementos del sistema para mejorar la respuesta del mismo, y así obtener parámetros de comportamiento diferentes que modelan al sistema.

Contenido

Agradecimientos	i
Dedicatoria	ii
Resumen	iii
Contenido	iV
Índice de figuras	Vi
Índice de tablas	Viii

Capítulo 1.- Introducción

1.1. Modelado de autos	1
1.2. Objetivo	2
1.3. Justificación	2
1.4. Metodología	2
1.5. Contenido de la tesis	3

Capítulo 2.- Modelado de Sistemas en Bond Graph

2.1. Introducción	4
2.2. Bond Graph	4
2.3. Elementos básicos de Bond Graph	5
2.3.1. Puertos-1 pasivos	7
2.3.2. Puertos-1 activos	8
2.3.3. Elementos ideales puertos-2	9
2.3.3.1. Transformador TF	9
2.3.3.2. Girador GY	10
2.3.4. Elementos de unión puertos-3	10
2.4. Causalidad	12
2.5. Obtención de ecuaciones diferenciales por asignación de causalidad en un multipuerto	14
2.6. Causalidad derivativa en Bond Graph	14
2.7. Procedimiento para el modelado de sistemas en Bond Graph	15
2.8. Estructuras de unión en sistemas multipuerto	16

2.8.1. Vectores clave o vectores significativos	16
2.8.2. Ecuaciones de estado y relación de campo	17
2.8.3. Propiedades de la matriz S	18
Capítulo 3.- Modelado y Simulación de una Suspensión Pasiva en Bond Graph	
3.1. Introducción	20
3.2. Suspensión pasiva	20
3.3. El amortiguador	22
3.3.1. Amortiguamiento	23
3.4. Modelado y simulación de la suspensión pasiva para una rueda	24
3.5. Modelado y simulación de la suspensión pasiva para rueda delantera y trasera	31
Capítulo 4.- Modelado y Simulación de una Suspensión Activa en Bond Graph	
4.1. Introducción	39
4.2. Suspensión activa	39
4.3. Modelado y simulación de la suspensión activa para rueda delantera y trasera	42
Capítulo 5.- Conclusiones y recomendaciones	
5.1. Conclusiones	52
5.2. Recomendaciones	54
5.3. Bibliografía	55

Índice de figuras

2.1 Representación de un Bond	5
2.2 Bond con las variables de potencia	6
2.3 Tetraedro de estado	8
2.4 Bond para fuentes de entrada	8
2.5 Bond Graph del transformador	9
2.6 Bond Graph del girador	10
2.7 Unión-0	11
2.8 Unión-1	11
2.9 Causalidad de un Bond	12
2.10 Causal entre dos elementos	12
2.11 Circuito eléctrico en causalidad derivativa	14
2.12 Elemento C2 en causalidad derivativa	15
2.13 Reducción de Bonds en las uniones	15
2.14 Diagrama de bloques de la estructura de unión para un Bond Graph	16
3.1 Diseño de suspensión pasiva real para una rueda	21
3.2 Diseño de suspensión pasiva real para 2 ruedas en un mismo eje	21
3.3 Esquema de suspensión pasiva de una rueda	22
3.4 Equivalente del Bond Graph de la suspensión pasiva de una rueda	24
3.5 Bond Graph reducido de la suspensión pasiva de una rueda	25
3.6 Respuesta de e_3 del modelo de la suspensión pasiva para una rueda	30
3.7 Respuesta de f_3 del modelo de la suspensión pasiva para una rueda	31
3.8 Automóvil visto de 2 mitades simétricas	31
3.9 Modelo Bond Graph de la suspensión de una llanta delantera y trasera	32
3.10 Respuesta de e_4 del modelo de la suspensión pasiva de la rueda delantera	37
3.11 Respuesta de f_4 del modelo de la suspensión pasiva de la rueda delantera	37

3.12 Respuesta de e_{22} del modelo de la suspensión pasiva de la rueda trasera	38
3.13 Respuesta de f_{22} del modelo de la suspensión pasiva de la rueda trasera	38
4.1 Diseño físico de la suspensión activa	40
4.2 Diseño de suspensión activa real de una rueda	41
4.3 Esquema de la suspensión activa	41
4.4 Esquema de suspensión activa para rueda delantera y trasera en Bond Graph ..	42
4.5 Respuesta de e_{11} del modelo de la suspensión activa para el automóvil	49
4.6 Respuesta de f_{11} del modelo de la suspensión activa para el automóvil	49
4.7 Respuesta de e_4 del modelo de la suspensión activa para rueda delantera	50
4.8 Respuesta de f_4 del modelo de la suspensión activa para rueda delantera	50
4.9 Respuesta de e_{18} del modelo de la suspensión activa para rueda trasera	51
4.10 Respuesta de e_{18} del modelo de la suspensión activa para rueda trasera	51

Índice de tablas

2.1 Variables generalizadas para sistemas físicos	6
2.2 Puertos pasivos	7
2.3 Condiciones para el trazo causal	13

Capítulo 1

Introducción

1.1 Modelado de Autos

En el modelado de autos una parte muy importante es el modelado de la suspensión, el sistema de suspensión conecta el chasis con las ruedas. Esto gracias al ensamble de diferentes elementos mecánicos como resorte, amortiguador, parrillas de suspensión, eje y juntas. Los objetivos principales son: soportar las masas suspendidas, proporcionar el amortiguamiento del vehículo ante acciones dinámicas de impacto provocadas por el suelo, amortiguar las oscilaciones a las que se encuentra el vehículo dando como resultado asegurar el contacto del neumático con la superficie.

Para representar el modelado matemático de un sistema, es necesario representarlo en un conjunto de ecuaciones matemáticas. Las ecuaciones describen el comportamiento del sistema físico real. Para aplicar el modelo matemático seguimos los siguientes tres pasos:

- Establecer las señales de entrada y salida, perturbaciones, variables internas de la suspensión y parámetros según la utilidad del sistema.
- Definir relaciones matemáticas entre las variables de entrada y las de salida para cada elemento del sistema en conjunto.
- Definir las ecuaciones que ligan a un elemento con otro y así obtener un modelo en espacio de estado o mediante las funciones de transferencia.

Una vez obtenidas las ecuaciones del sistema, se utilizan para ver el comportamiento ante perturbaciones o condiciones de entrada, permitiéndonos obtener un comportamiento de salida que responde a las condiciones a las que estará sujeto el sistema, en este caso un sistema de suspensión.

1.2 Objetivo

El presente trabajo de tesis tiene como finalidad representar un sistema físico, en este caso, un sistema de suspensión en el dominio físico (Bond Graph), y a partir de esta técnica de modelado, obtener el modelo matemático que permita analizar y obtener el comportamiento del sistema. Cuando se obtengan las respuestas del sistema proceder a aplicar condiciones reales y realizar el mismo análisis.

1.3 Justificación

El utilizar el método desarrollado por el profesor Henry Martyn Paynter para implementar sistemas mecánicos, como lo es el modelado de una suspensión de un automóvil, podemos seguir explotando la técnica de modelado Bond Graph en el área de la mecánica, además de obtener el modelo matemático de la suspensión a partir del modelo en Bond Graph, recalando que la obtención del modelo se hace más sencillo por medio de esta técnica.

1.4 Metodología

La metodología a seguir o plan de investigación hace referencia al método científico, para el desarrollo del presente trabajo de tesis es necesario realizar una investigación sobre el método de modelado Bond Graph, aplicar el método para el sistema de suspensión y obtener los respectivos resultados del sistema.

Una vez obtenido los resultados, analizar el comportamiento del sistema tras haber obtenido el modelo, realizar pruebas con condiciones reales y condiciones especiales, así poder determinar el funcionamiento óptimo del sistema.

1.5 Contenido de la tesis

El desarrollo del presente trabajo de tesis consta de cinco capítulos descritos a grandes rasgos a continuación:

Capítulo 1.- se muestra una breve introducción sobre el contenido general de la tesis, para mostrar el porqué del presente trabajo de tesis.

Capítulo 2.- corresponde al “Modelado de sistemas en Bond Graph”, se muestra la técnica y su importancia de utilizarla en el modelado de una suspensión activa y pasiva, así como algunos elementos mecánicos utilizados en el modelado para el análisis.

Capítulo 3.- denominado “Modelado y simulación de una suspensión pasiva en Bond Graph”, en este capítulo se modela y se analiza el sistema de suspensión del tipo pasiva, la idea es obtener las ecuaciones matemáticas que modelan al sistema y por medio del software llamado 20-Sim simular el comportamiento del sistema, posteriormente dar una aplicación del sistema de suspensión pasiva.

Capítulo 4.- denominado “Modelado y simulación de una suspensión activa en Bond Graph”, para este capítulo se realizará el análisis de la suspensión tipo activa, desarrollando su modelo en el software 20-Sim para obtener su comportamiento, y por medio de la técnica de modelado Bond Graph obtener las ecuaciones matemáticas del sistema, una vez obtenido el modelo dar una aplicación sobre el sistema.

Capítulo 5.- finalmente, en este último capítulo se darán una serie de conclusiones, recomendaciones y comentarios finales sobre los resultados obtenidos de los análisis de los dos sistemas modelados.

Capítulo 2

Modelado de Sistemas en Bond Graph

2.1 Introducción

El objetivo principal de de los modelos de sistemas físicos es determinar sus ecuaciones matemáticas que rigen su comportamiento. Existen diferentes metodologías para la obtención del modelo matemático y su solución; la obtención de la Función de Transferencia (FT) es uno de los métodos y el método de las variables de estado. En el caso de la (FT) sólo se aplica para sistemas lineales, a diferencia del método de las variables de estado que estas se usan tanto para sistemas lineales como no lineales. En el caso del presente trabajo de tesis, en el sistema de suspensión se utilizará la técnica llamada Bond Graph que funciona también para sistemas lineales y no lineales.

2.2 Bond Graph

Bond Graph es una herramienta gráfica donde capturamos la estructura de los sistemas a modelar con flujos de energía entre los elementos del sistema. Bond Graph permite describir sistemas complejos rápidamente. Para observar el comportamiento de la energía en los sistemas modelados en Bond Graph existe la notación llamada causalidad en el esquema del sistema.

En el año de 1959, el profesor Henry M. Paynter cambio la idea de interpretar los sistemas en términos de bonds de potencia. Conectando a los elementos de un sistema físico a modelar por uniones.

El intercambio de potencia entre los elementos del sistema interactúa con puertos de energía formando así un esquema gráfico llamado modelo en Bond Graph. Más tarde la técnica Bond Graph siguió siendo desarrollada por diversos investigadores como Karnopp (1983), Breedveld (1984), Rosenberg (1990) y Thoma (1991).

Entre otros investigadores trabajaron sobre esta técnica para desarrollar nuevas aplicaciones de modelado sobre sistemas como, mecánicos, hidráulicos, sistemas eléctricos, sistemas termodinámicos en general y recientemente en sistemas electrónicos.

2.3 Elementos Básicos de Bond Graph

En la técnica de modelado Bond Graph, para representar el flujo de potencia entre sistemas y los elementos del sistema se representa mediante una semiflecha llamada Bond, como se muestra en la Figura 2.1 la dirección de la semiflecha indica la dirección del flujo de la potencia.

La potencia que varía en el tiempo se representa por un Bond en particular y es expresada por el producto de dos variables: el esfuerzo $e(t)$ y el flujo $f(t)$ siendo estas dos variables en función del tiempo, dando como resultado la siguiente ecuación.

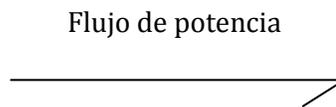


Figura 2.1 Representación de un Bond

$$Potencia = e(t) * f(t) \tag{2.1}$$

Las variables de esfuerzo y flujo dependerán del sistema a estudiar o a modelar por lo cual definiremos necesariamente estas variables más adelante.

Para los sistemas que requieren almacenar energía utilizan variables de energía, estas representan el estado del sistema, tales variables son: momento $p(t)$ o esfuerzo acumulado $e_a(t)$ y desplazamiento $q(t)$ o flujo acumulado $f_a(t)$. para $p(t)$ y $q(t)$ se denominan variables dinámicas o energéticas. La ilustración del comportamiento de la energía está representada por la Figura 2.2 con respecto al flujo de potencia y esfuerzo.

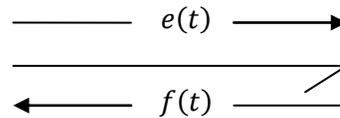


Figura 2.2 Bond con las variables de potencia

A continuación en la Tabla 2.1 se muestran las variables generalizadas que se utilizan en Bond Graph en las ecuaciones matemáticas que representan el modelado de diversos sistemas.

Tabla 2.1 Variables generalizadas para sistemas físicos

Variable	General	Eléctrico	Mecánico Traslacional	Mecánico rotacional	Hidráulico
Esfuerzo	$e(t)$	$v(t)$ Voltaje	$F(t)$ Fuerza	$\tau(t)$ Par	$P_e(t)$ Presión
Flujo	$f(t)$	$i(t)$ Corriente	$V(t)$ Velocidad	$\omega(t)$ Velocidad angular	$Q(t)$ Caudal
Momento	$p(t) = \int e(t)dt$	$\lambda(t)$ Enlace de flujo	$P_r(t)$ Momento rotacional	$H(t)$ Momento angular	$P_p(t)$ Integral de presión
Desplazamiento	$q(t) = \int f(t)dt$	$q(t)$ Carga	$X(t)$ Distancia	$\theta(t)$ Angulo	$V(t)$ Volumen
Potencia	$p(t) = e(t)i(t)$	$v(t)i(t)$	$F(t)V(t)$	$\tau(t)\omega(t)$	$P_e(t)V(t)$
Energía	$E(p) = \int f(p)dp$ $E(q) = \int e(q)dq$	$\int i(\lambda)dp$ $\int edq$	$\int V(P_R)dp$ $\int F(x)dq$	$\int \omega(H)dH$ $\int \tau(\theta)d\theta$	$\int Q(P_p)dP_p$ $\int P_e(V)dV$

Las ecuaciones y variables mostradas en la Tabla 2.1 son representaciones de la energía para poder representar cada sistema que se desee modelar.

En el modelado usando la técnica de Bond Graph es necesario conocer los elementos que esta técnica utiliza, ya que los sistemas físicos son representados por características reales, es necesario representar estas características con elementos de Bond Graph por lo que los describiremos a continuación.

2.3.1 Puertos-1 pasivos

Los puertos pasivos son elementos de disipación de potencia y dos formas de almacenar energía. La resistencia es un elemento que disipa energía mientras que la inductancia y el capacitor almacenan energía, estos elementos se les llama elementos pasivos.

En la Tabla 2.2 se muestran los elementos; R de disipación, C de almacenamiento de flujo e I para el almacenamiento de esfuerzo para sistemas eléctricos, mecánicos y sistemas hidráulicos.

Tabla 2.2 Puertos pasivos

Elemento	Relación	Sistemas		
		Eléctricos	Mecánicos	Hidráulicos
R	Lineal	$v(t) = Ri(t)$	$F(t) = bV(t)$	$\Delta P_r(t) = RQ(t)$
	No lineal	$v = \varphi(i)$	$F = \varphi(V)$	$\Delta P = \varphi(Q)$
C	Lineal	$v(t) = \frac{1}{C} \int idt$	$F(t) = k \int Vdt$	$P_r(t) = C \int \Delta Qdt$
	No lineal	$v = \varphi(q)$	$F(t) = \varphi(x)$	$P_r(t) = \varphi(V)$
I	Lineal	$i(t) = \frac{1}{L} \int vdt$	$V(t) = \frac{1}{M} \int Fdt$	$Q(t) = I \int \Delta P_r dt$
	No lineal	$i(t) = \varphi(\lambda)$	$V(t) = \varphi(P)$	$Q(t) = \varphi(P_r)$

Los elementos de sistemas que varían en el tiempo, indican que la energía almacenada o dispersada según sea el caso está cambiando constantemente, por lo que debe analizarse todos los elementos del sistema el mismo rango de tiempo.

En la Figura 2.3 se muestra el tetraedro de estado, este esquema facilita determinar la relación que existe entre las variables generalizadas por tres puertos-1 pasivos.

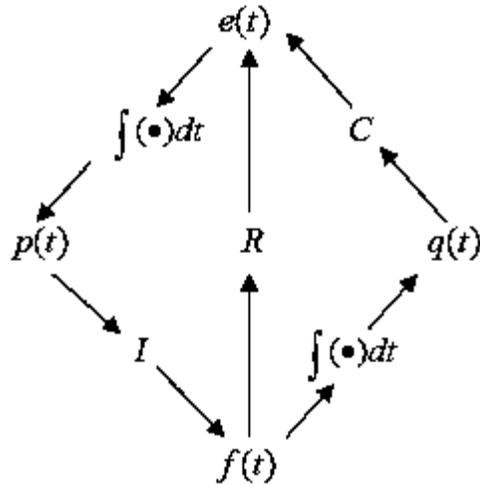


Figura 2.3 Tetraedro de estado

2.3.2 Puertos-1 activos

Los elementos activos en Bond Graph son aquellos elementos que proporcionan energía al sistema, en este método existen dos tipos de elementos que proporcionan energía al sistema, a estos elementos se les llaman fuentes las cuales son: fuentes de esfuerzo MSe (voltaje, fuerza o presión) y fuentes de flujo MSf (corriente, velocidad o caudal). El esquema de las fuentes está ilustrado en la Figura 2.4.

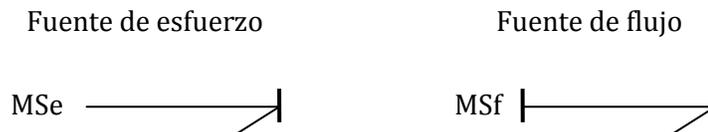


Figura 2.4 Bond para fuentes de entrada

2.3.3 Elementos ideales puertos-2

Existen solamente dos elementos ideales de puerto-2, estos elementos son el transformador **TF** y el girador **GY**, estos elementos cambian la relación de flujo y esfuerzo entre las variables, estos elementos tienen la característica de tener dos puertos y una relación lineal entre esfuerzos y flujos.

2.3.3.1 Transformador TF

En este elemento la función principal es convertir la energía entre dos puertos, en el transformador la energía no se destruye ni almacena sólo es transformada para ser transferida con ciertas condiciones. En la Figura 2.5 se muestra el esquema del transformador.

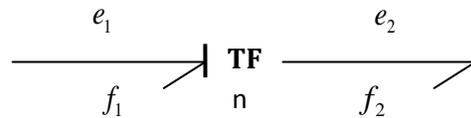


Figura 2.5 Bond Graph del transformador

Las relaciones de las variables de bond generalizadas para el transformador están dadas por las ecuaciones (2.2) y (2.3).

$$e_2(t) = ne_1(t) \quad (2.2)$$

$$f_2(t) = \frac{1}{n} f_1(t) \quad (2.3)$$

En el modelo del transformador en Bond Graph, se aplica el mismo concepto de relación de transformación que en el transformador eléctrico real, es decir, la relación de transformación en ambos casos indica cómo se afecta la transformación de la energía.

2.3.3.2 Girador GY

El elemento girador establece la relación entre flujo-esfuerzo y el esfuerzo-flujo, en el caso del transformador que establece la relación entre flujo-flujo y el esfuerzo-esfuerzo, para representar el elemento girador es necesario representarlo con Bonds al igual que el transformador, el girador tiene un módulo para la conversión de la energía llamado r , en la Figura 2.6 se muestra la representación del elemento girador en Bond Graph.

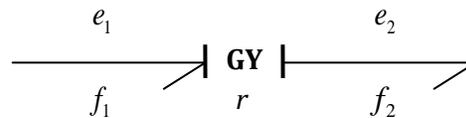


Figura 2.6 Bond Graph del girador

Las relaciones entre las variables de bond generalizadas para el girador están dadas por las siguientes ecuaciones:

$$e_1(t) = rf_2(t) \quad (2.4)$$

$$f_1(t) = \frac{1}{r} e_2(t) \quad (2.5)$$

2.3.4 Elementos de unión Puertos-3

Para unir dos o más Bonds son necesarios los nodos de unión, estos pueden ser en serie o en paralelo, es decir para unir los elementos que conforman a un sistema es necesario un nodo donde se conecten entre sí, esto para su transferencia de la energía a lo largo del sistema.

Existen solamente 2 tipos de uniones representados en Bond Graph, la unión **0** y la unión **1**, estos elementos de unión son elementos puertos-3. Estos conservan la potencia y son reversibles, representan las ideas fundamentales de Bond Graph, es decir, los dos tipos de conexiones (referido a la analogía de los circuitos eléctricos) serie y paralelo.

En la unión 0, unión de esfuerzo común o unión de flujo, conecta a dos o más elementos en paralelo, en la Figura 2.7 se muestra el esquema de la unión 0.

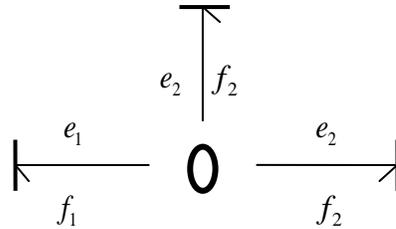


Figura 2.7 Unión-0.

Las relaciones de interconexión están dadas por las siguientes expresiones:

$$e_1(t) = e_2(t) = e_3(t) \quad (2.6)$$

$$f_1(t) + f_2(t) + f_3(t) = 0 \quad (2.7)$$

En la unión 1, unión de flujo común o unión de esfuerzo, conecta a dos o más elementos en serie, en la figura 2.8 se muestra el esquema de la unión 1.

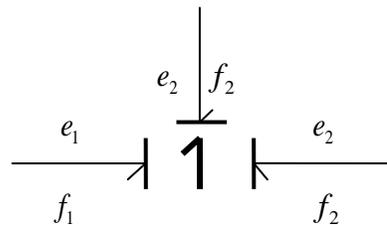


Figura 2.8 Unión-1.

Las relaciones de interconexión están dadas por las siguientes expresiones:

$$e_1(t) + e_2(t) + e_3(t) = 0 \quad (2.8)$$

$$f_1(t) = f_2(t) = f_3(t) \quad (2.9)$$

2.4 Causalidad

La causalidad es un elemento que establece la relación causa y efecto entre los diversos factores de potencia. En Bond Graph, entre las entradas y las salidas de los sistemas existen diversos elementos por los que fluye la energía, a este trayecto de recorrido de energía se le conoce como trazo causal.

El trazo causal indica la dirección en que el esfuerzo es dirigido, es decir, a través de los elementos, que caminos toma el esfuerzo y en contra respuesta el flujo fluye en sentido contrario al esfuerzo. En la Figura 2.9 se muestra el esquema de la causalidad que indica que el esfuerzo es transferido desde un punto **A** hasta un punto **B**.

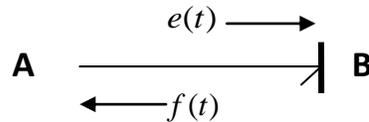


Figura 2.9 Causalidad de un Bond

En la Figura 2.10 se muestran los cuatro diferentes casos de causalidad para el esfuerzo y el flujo.

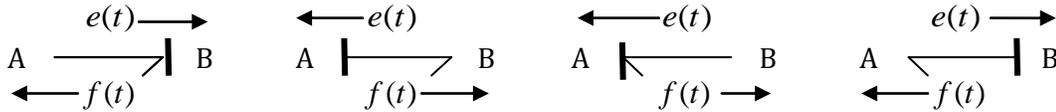


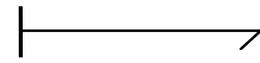
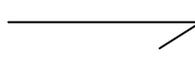
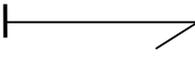
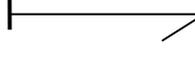
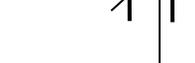
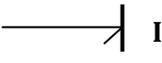
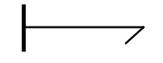
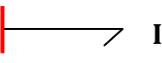
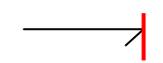
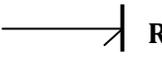
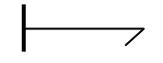
Figura 2.10 Causal entre dos elementos

En la Figura 2.10 se puede observar claramente que el flujo viaja en sentido contrario de la dirección del esfuerzo, cuando la transferencia de potencia se da de un elemento a otro dentro del sistema nos está indicando un camino, este recorrido de potencia nos indicará qué elementos están demandando o entregando potencia.

Cuando en un sistema se tienen contemplados varios elementos de diferentes tipos, se debe tener en cuenta que el causal no siempre se ubica en todos los elementos de la misma manera, es decir se debe de respetar ciertas reglas y características según sea el sistema a analizar o modelar.

En el caso de los diferentes elementos que se manejan en Bond Graph, el trazo causal debe de cumplir ciertas condiciones para cada elemento, en la Tabla 2.3 se muestran los trazos causales para cada elemento de Bond Graph.

Tabla 2.3 Condiciones para el trazo causal

Causalidad necesaria	MSe  <i>MSe</i>	MSf  <i>MSf</i>
Causalidad restrictiva	 TF  <i>TF</i>	 TF  <i>TF1</i>
	 GY  <i>GY</i>	 GY  <i>GY1</i>
	 0 	 0 
	 1 	 1 
Causalidad integral	 I <i>I</i>	 C <i>C</i>
Causalidad derivativa	 I <i>I</i>	 C <i>C</i>
Causalidad arbitraria	 R <i>R</i>	 R <i>R</i>

2.5 Obtención de ecuaciones diferenciales por asignación de causalidad en un multipuerto

1. Asignar causalidad requerida a todas las MSe y MSf, inmediatamente aplicar causalidad usando restricciones de 0, 1, TF y GY.

2. Asignar causalidad integral a los elementos C e I respetando las restricciones mencionadas en la Tabla 2.3.

3. Asignar a los elementos R causalidad arbitraria respetando las restricciones cuando se tienen uniones 0 y 1, y respetando restricciones cuando se tienen TF y GY.

2.6 Causalidad derivativa en Bond Graph

La causalidad derivativa es una situación que se presenta en un sistema cuando tiene dos o más elementos que almacenan energía que no son dinámicamente independientes, un caso típico se muestra en la Figura 2.11 donde se muestra un sistema con dos capacitores en paralelo, además de dos elementos resistivos.

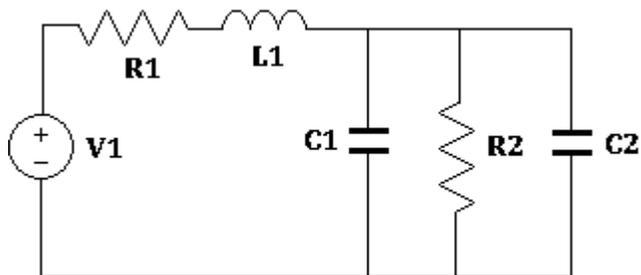


Figura 2.11 Circuito eléctrico en causalidad derivativa

En el circuito vemos que el capacitor 1 y 2 se encuentran en conexión paralelo, comúnmente los capacitores tienen causalidad integral sin embargo cuando se presenta este caso, a un capacitor se le asigna causalidad integral y al otro causalidad derivativa, tal como se muestra a continuación en la Figura 2.12.

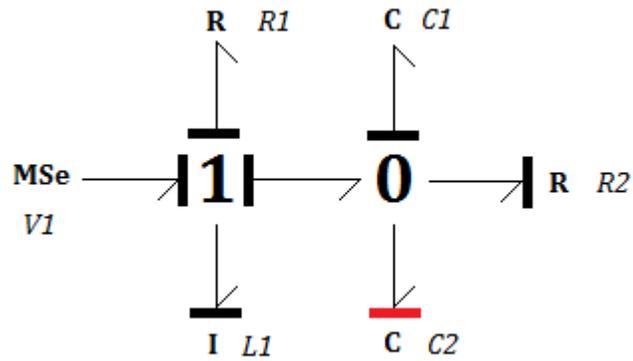


Figura 2.12 Elemento C2 en causalidad derivativa

2.7 Procedimiento para el modelado de sistemas en Bond Graph

Existen varios métodos para modelar sistemas y obtener sus ecuaciones matemáticas, sin embargo para modelar sistemas en Bond Graph es necesario seguir secuencias o procedimientos específicos, en Bond Graph debemos de seguir cierta metodología que es la siguiente:

1. Utilizando la unión **0** identificar cada nodo del sistema donde se unen dos o más elementos en paralelo.
2. Colocar la unión **1** a cada elemento que se encuentra en serie.
3. Colocar un bond que va de la unión 1 al elemento que se encuentra en serie, la dirección del bond depende del elemento.
4. Unir las uniones adyacentes con un bond y la dirección del bond es dependiendo del flujo de potencia del sistema que se esté analizando.
5. Identificar la unión **0** que representa el punto de referencia y eliminar los bonds que conectan a esa unión de referencia.
6. Reducimos el sistema realizando algunas simplificaciones en las uniones, siguiendo las consideraciones de la Figura 2.13.

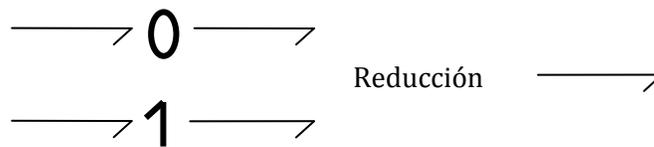


Figura 2.13 Reducción de Bonds en las uniones

2.8 Estructuras de unión en sistemas multipuerto

Algunos sistemas más grandes o de mayor complejidad como campos interconectados dan como resultado una estructura dinámica, la manipulación, generación y reducción de muchas ecuaciones, es realizada sistemáticamente para una implementación exitosa.

2.8.1 Vectores clave o vectores significativos

En la metodología Bond Graph se clasifican todos los bonds, estos pueden ser bonds externos que conectan a elementos como R , C , I , MSe y MSf así de la misma manera podemos clasificar como bonds internos a los que conectan elementos como 0 , 1 , GY y TF . Los bonds externos pueden ser clasificados de acuerdo a como usan y manifiestan su energía, para mostrar esto en la Figura 2.14 se muestra la estructura de unión de un Bond Graph.

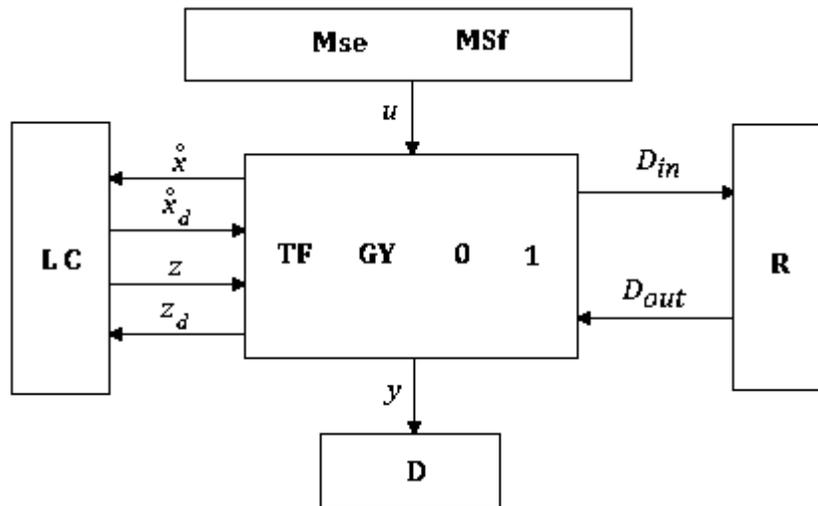


Figura 2.14 Diagrama de bloques de la estructura de unión para un Bond Graph

A los elementos o variables MSe , MSf , L , C y R son llamados bonds externos ya que denotan a los campos fuente de disipación y de almacenamiento de energía, respectivamente. El elemento D también llamado el detector, y los elementos 0 , 1 , TF , GY son llamados bonds internos por que denotan la estructura de unión con los giradores GY y los transformadores TF con las uniones 0 y 1 .

Ahora los vectores clave se les llama así porque son los vectores que modelan o representan al sistema, estos vectores se representan en la estructura de la Figura 2.14, en donde $u(t)$ es una matriz que tiene una dimensión de p , esta contiene los valores de flujo, esfuerzo y potencia que son denotados por los elementos de las fuentes de la estructura de unión.

Las variables $x(t)$ son los estados del sistema o el vector de estado, este es una matriz de dimensión n y la variable $x_d(t)$ tiene una dimensión m , estos estados están representados por variables de energía momento generalizado $p(t)$ para los elementos I y desplazamiento generalizado $q(t)$ para los elementos C en causalidad derivativa o integral.

Las variables D_{in} y D_{out} son matrices que tienen una dimensión r cada una, estas variables muestran los intercambios de flujos que se presentan entre la estructura de unión y el campo de disipación, también son variables que surgen de una mezcla de flujos y esfuerzo.

2.8.2 Ecuaciones de estado y relación de campo

En la Figura 2.14 se muestran relaciones de campo no lineales, estas relaciones son de almacenamiento y de dispersión de energía, dichas relaciones están definidas por las ecuaciones de la (2.10) a la (2.12).

$$z(t) = \phi_F(X) \quad (2.10)$$

$$z_d(t) = \phi_{Fd}(X_d) \quad (2.11)$$

$$D_{out} = \phi_L(D_{in}) \quad (2.12)$$

donde:

Φ_F .- Función que relaciona a cada Z_i con cada X_i para $i = 1, \dots, n$

Φ_{Fd} .- Función que relaciona a cada z_{di} con cada x_{di} para $i = 1, \dots, m$

Φ_L .- Función que relaciona a cada D_{out} con cada D_{in} para $i = 1, \dots, r$

En el caso contrario de que el comportamiento de algún elemento en específico haga que las relaciones de campo sean lineales, a este comportamiento se le conoce como relación constitutiva, entonces si las relaciones constitutivas son lineales tenemos que las ecuaciones son:

$$z(t) = FX(t) \quad (2.13)$$

$$z_d(t) = F_d X_d(t) \quad (2.14)$$

$$D_{out}(t) = LD_{in}(t) \quad (2.15)$$

donde:

L .- Es una matriz real de dimensión $r \times r$

F .- Es una matriz real de dimensión $n \times n$

F_d .- Es una matriz real de dimensión $m \times m$

y las relaciones de la estructura de unión están dadas por las siguientes expresiones.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ D_{in}(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & 0 \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z(t) \\ D_{out}(t) \\ u(t) \\ \dot{x}_d(t) \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

$$z_d(t) = -S_{14}^T z(t) \quad (2.17)$$

Los valores de los elementos S toman valores dentro del conjunto: $(0, \pm 1, \pm n, \pm r)$, en donde n y r son módulos del transformador y el girador.

2.8.3 Propiedades de la matriz S

Las propiedades de la matriz de estructura de unión S de un sistema modelado en Bond Graph:

1. S_{11} y S_{22} son matrices anti simétricas y cuadradas.
2. S_{12} es la matriz transpuesta negativa de S_{21} y viceversa.

Para representar los sistemas continuos e invariantes en el tiempo que tienen múltiples entradas y salidas (LTIMIMO) son representados por variables de estado como las siguientes ecuaciones:

$$\dot{x}(t) = A_p x(t) + B_p u(t) \quad (2.18)$$

$$y(t) = C_p x(t) + D_p u(t) \quad (2.19)$$

Para obtener las expresiones de las dos ecuaciones anteriores debemos relacionar las ecuaciones con la matriz S , dando como resultado las siguientes expresiones:

$$A_p = E^{-1}(S_{11} + S_{12}MS_{21})F \quad (2.20)$$

$$B_p = E^{-1}(S_{13} + S_{12}MS_{23}) \quad (2.21)$$

$$C_p = (S_{31} + S_{32}MS_{21})F \quad (2.22)$$

$$D_p = S_{33} + S_{32}MS_{23} \quad (2.23)$$

ademas:

$$E = I + S_{14}F_d^{-1}S_{14}^T F \quad (2.24)$$

$$M = (I - LS_{22})^{-1}L \quad (2.25)$$

Todas las expresiones anteriores son necesarias para representar sistemas en variables de estado, en Bond Graph son necesarias para su representación matemática, además de que el modelo obtenido en Bond Graph el sistema tiene relaciones causales que sirven para determinar las propiedades estructurales como controlabilidad y observabilidad.

Capítulo 3

Modelado y Simulación de una Suspensión Pasiva en Bond Graph

3.1 Introducción

En el diseño de suspensiones debemos decir que existen tres tipos de suspensión las cuales son suspensión pasiva, suspensión activa y suspensión semiactiva, en este caso nos enfocaremos en las suspensiones pasivas ya que es el sistema de amortiguamiento más robusto y mecánico.

El desarrollo de la suspensión pasiva surge de la necesidad de suavizar los impactos en vehículos móviles, sin embargo, el sistema abarca a otros dispositivos como por ejemplo un elevador mecánico, en donde se debe reducir el impacto cuando el elevador alcance su estado de reposo.

3.2 Suspensión pasiva

La suspensión pasiva corresponde a las suspensiones análogas y son las más utilizadas actualmente en vehículos pequeños y semipesados, estas suspensiones no son regulables automáticamente.

La suspensión o amortiguación pasiva está compuesta por dispositivos muy convencionales que tienen las características de rebote y amortiguación (absorción de impacto) que son invariables en el tiempo.

Este tipo de elementos pasivos únicamente pueden almacenar energía durante un pequeño periodo de tiempo del ciclo de suspensión, este trabajo lo realizan generalmente barras de metal (muelles), y para disipar la energía almacenada se usa generalmente un dispositivo tipo amortiguador. En la Figura 3.1 se muestra la suspensión pasiva real para una sola rueda, y en la Figura 3.2 para dos ruedas.



Figura 3.1 Diseño de suspensión pasiva real para una rueda



Figura 3.2 Diseño de suspensión pasiva real para 2 ruedas en un mismo eje

En la Figura 3.3 se muestra de forma esquemática la estructura de un sistema de amortiguación como las que se pueden encontrar en algunos automóviles.

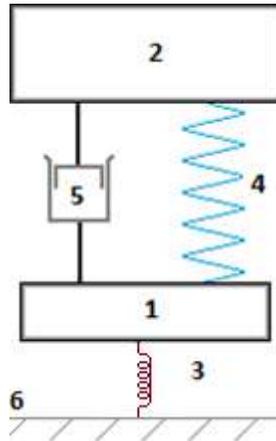


Figura 3.3 Esquema de suspensión pasiva de una rueda

De la Figura 3.3 corresponde a los elementos de una suspensión pasiva de un automóvil donde los elementos enumerados son:

1. Masa no suspendida (eje de los neumáticos)
2. Masa Suspendida (chasis)
3. Amortiguamiento de los neumáticos
4. Muelle de suspensión o resorte
5. Amortiguador
6. Superficie de perturbación (topes, baches, rocas, etc.)

3.3 El amortiguador

El amortiguador es un dispositivo que absorbe energía, utilizado normalmente para disminuir las oscilaciones no deseadas de un movimiento periódico o para absorber energía proveniente de golpes o impactos.

Los amortiguadores son un componente común de la suspensión de los automóviles y otros vehículos, para ayudar a que las ruedas se mantengan pegadas al suelo. Los elementos elásticos metálicos utilizados en la suspensión tienen la tendencia de rebotar.

Se han dado casos en pisos bacheados donde los coches se han despegado del suelo debido a que los movimientos de cada bache se sumaban aplicando una fuerza muy grande.

Para evitar este efecto, el que las ruedas se despeguen, los amortiguadores frenan las oscilaciones siguientes al movimiento inicial del bache. Este efecto de rebote se evita en las suspensiones neumáticas como la hidroneumática.

3.3.1 Amortiguamiento

El amortiguamiento se define como la capacidad de un sistema o cuerpo para disipar energía cinética en otro tipo de energía. Típicamente, los amortiguadores disipan la energía cinética en energía térmica (atenuador de impactos).

El amortiguamiento es un parámetro fundamental en el campo de las Vibraciones, fundamental en el desarrollo de modelos matemáticos que permiten el estudio y análisis de sistemas vibratorios, como lo son: estructuras metálicas, motores, maquinaria rotativa, turbinas, automóviles, etc.

Esto va encaminado a la teoría de que todo sistema vibratorio (regularmente sistemas mecánicos) tiene la capacidad de disipar energía. Para el control de vibraciones e impactos en maquinaria, se utiliza el concepto de amortiguamiento como una técnica para disipar energía del sistema, manipulando así la amplitud de vibración en el sistema y otros parámetros de estudio.

Por ejemplo, un sistema mecánico que posea masa y elasticidad tendrá una frecuencia natural y además la particularidad de llegar a vibrar, si se le proporciona energía al sistema este tenderá a vibrar.

Si una fuerza externa actúa en el sistema con cierta frecuencia, el sistema podría entrar en un estado de resonancia y esto a su vez significaría una condición de alta vibración y el sistema se vuelve inestable y dispuesto a fallar.

En todo esto se fundamenta la importancia del estudio del amortiguamiento, principalmente en ingeniería.

Asimismo, existen diferentes mecanismos o tipos de amortiguamiento, según sea su naturaleza:

- a) Amortiguamiento fluido. Se produce por la resistencia de un fluido al movimiento de un sólido, siendo este viscoso o turbulento.
- b) Amortiguamiento por histéresis. Se ocasiona por la fricción interna molecular o histéresis, cuando se deforma un cuerpo sólido.
- c) Amortiguamiento por fricción seca. Es causado por la fricción cinética entre superficies deslizantes secas ($F=\mu N$).

3.4 Modelado y simulación de la suspensión pasiva para una rueda

Tomando el diagrama de la Figura 3.3 tenemos que este diagrama corresponde al diseño de la suspensión de una sola rueda. Para poder analizar y modelar la suspensión pasiva de una sola rueda, debemos de tomar ese diagrama de bloques y representar sus elementos en un diagrama de Bond Graph.

En la Figura 3.4 podemos observar el equivalente en Bond Graph a partir del diagrama de la suspensión pasiva, tomando todos los elementos de la suspensión y uniéndolos por Bonds, que da como resultado final la representación en Bond Graph del sistema total para proceder a hacer su análisis y obtener su modelo matemático.

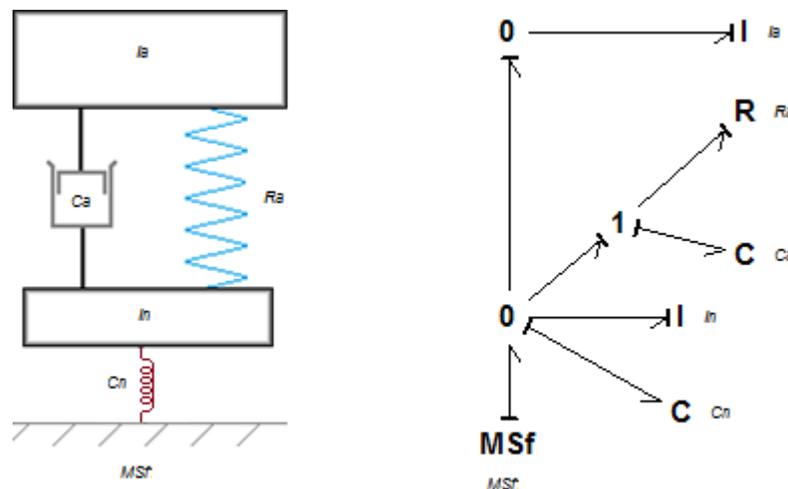


Figura 3.4 Equivalente del Bond Graph de la suspensión pasiva de una rueda

En la Figura 3.5 se muestra el Bond Graph final de la suspensión pasiva de una rueda, que a partir de este obtendremos el modelo matemático.

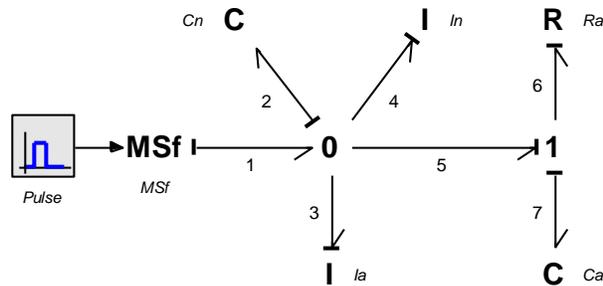


Figura 3.5 Bond Graph reducido de la suspensión pasiva de una rueda

Para poder iniciar el análisis del sistema de la Figura 3.5, se determinan los vectores clave del sistema, para ello se sabe que:

- El vector \mathbf{x} es conformado por los elementos que almacenan energía, \mathbf{C} que representan elementos capacitivos e \mathbf{I} que representan elementos de inercia.

La variable de los elementos \mathbf{I} y \mathbf{C} en Bond Graph son \mathbf{p} y \mathbf{q} respectivamente, acompañados por un número subíndice que indica el bond al que está conectado ese elemento.

- El vector $\dot{\mathbf{x}}$ representa el tipo de energía que esta almacenada en los elementos \mathbf{I} y \mathbf{C} .

Para \mathbf{I} y \mathbf{C} corresponde esfuerzo y flujo respectivamente \mathbf{e} y \mathbf{f} , conservando el numero subíndice del vector \mathbf{x} .

- El vector \mathbf{Z} está conformado por los elementos del vector $\dot{\mathbf{x}}$ y representan el tipo de energía que proporcionan los elementos \mathbf{I} y \mathbf{C} .

Para los elementos \mathbf{I} y \mathbf{C} proporcionan energía de tipo \mathbf{f} y \mathbf{e} respectivamente, conservando el subíndice del vector \mathbf{x} .

- El vector **Din** está constituido por los elementos que dispersan energía es decir los elementos **R**.

Este vector indica que tipo de energía le entra a los elementos **R**, una vez que se ha determinado la causalidad, si el causal de un bond se encuentra hacia un elemento **R** se dice que a ese elemento le entra esfuerzo (**e**), de lo contrario si el causal del bond se encuentra del lado opuesto al elemento **R** se dice que a dicho elemento le entra energía del tipo flujo (**f**).

Al formular el vector **Din** se le coloca un número subíndice a los elementos **e** o **f**, que indica el numero del bond de donde recibe la energía los elementos **R**.

- El vector **Dout** está conformado de igual manera por los elementos que dispersan energía **R**.

De igual manera que el vector **Din**, el vector **Dout** depende del causal del bond al que los elementos **R** son conectados, es decir, si al elemento **R** le entra energía del tipo esfuerzo (**e**) la energía de salida del elemento **R** es flujo (**f**) y viceversa, conservando el subíndice del vector **Din**.

- El vector **U** simplemente está compuesto por los elementos que proporcionan energía al sistema.

En el vector **U** se colocan todas las fuentes de energía del sistema, es decir, si se encuentran fuentes de esfuerzo, se coloca en el vector **U** la variable de esfuerzo (**e**), si se encuentran fuentes de flujo, se coloca en el vector **U** la variable de flujo (**f**), además se le coloca un subíndice que indica el número de bond al que están conectadas dichas fuentes.

Lo primero que se observa de la Figura 3.5 es que no se tiene elementos en causalidad derivativa por lo que los vectores clave quedan de la siguiente manera:

$$x = \begin{bmatrix} q_2 \\ q_7 \\ p_4 \\ p_3 \end{bmatrix} \dot{x} = \begin{bmatrix} f_2 \\ f_7 \\ e_4 \\ e_3 \end{bmatrix} Z = \begin{bmatrix} e_2 \\ e_7 \\ f_4 \\ f_3 \end{bmatrix} Din = [e_6] Dout = [f_6] U = [f_1] \quad (3.1)$$

Las relaciones de estructura de unión las definen la siguiente ecuación.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ D_{in} \end{bmatrix} = [S] \begin{bmatrix} z(t) \\ D_{out}(t) \\ u(t) \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Sustituyendo las variables por los valores en los vectores clave queda:

$$\begin{bmatrix} f_2 \\ f_7 \\ e_4 \\ e_3 \\ e_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_2 \\ e_7 \\ f_4 \\ f_3 \\ f_6 \\ f_1 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Para determinar la relación que existe entre la energía de entrada y salida debemos determinar la matriz L, que está definida por la siguiente ecuación:

$$[D_{out}] = [L][D_{in}] \quad (3.4)$$

Una vez entendida la expresión, la matriz L está conformada por los elementos que dispersan energía, debemos de tener en cuenta de que $f=e/R$ en este sistema sólo tenemos una R así que la matriz L queda de la siguiente manera.

$$[f_6] = \left[\frac{1}{R_a} \right] [e_6] \quad (3.5)$$

Una vez que obtuvimos la matriz L debemos encontrar la matriz F, que está definida por la siguiente ecuación:

$$[Z] = [F][X] \quad (3.6)$$

También debemos de considerar que: $(e = q/C)$ y $(f = p/I)$, así que la matriz F queda de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} e_2 \\ e_7 \\ f_4 \\ f_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{c_n} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{c_a} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{i_a} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{i_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_2 \\ q_7 \\ p_4 \\ p_3 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Una vez que tenemos todas las matrices que definen al sistema, como está marcado en el capítulo 2 debemos de determinar las ecuaciones de estado, que son las ecuaciones que modelan matemáticamente el comportamiento del sistema.

Ahora tomando la ecuación (2.18) la expresión general para obtener las ecuaciones de estado está definida por:

$$\dot{x}(t) = A_p x(t) + B_p u(t)$$

Como en el Bond Graph del sistema no contiene elementos en causalidad derivativa las matrices A y B serán obtenidas por las ecuaciones (3.8) y (3.9).

$$A = (S_{11} + S_{12} M S_{21})F \quad (3.8)$$

$$B = (S_{13} + S_{12} M S_{23}) \quad (3.9)$$

Como $S_{22} = [0]$; entonces $M=L$

Comenzamos a determinar las ecuaciones de estado que definen al sistema, implementando la ecuación (3.8) determinamos la matriz A.

$$A = \left(\begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{R_a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \frac{1}{C_n} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_a} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{I_a} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{I_n} \end{bmatrix}$$

Una vez realizadas todas las operaciones, la matriz A queda de la forma (3.10).

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_a C_n} & \frac{1}{R_a C_a} & -\frac{1}{I_a} & -\frac{1}{I_n} \\ \frac{1}{R_a C_n} & -\frac{1}{R_a C_a} & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_n} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_n} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Una vez obtenido A debemos obtener B utilizando la ecuación (3.9) y sustituir los valores de las matrices.

$$B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \left[\frac{1}{R_a} \right] [0]$$

Quedando B de la manera (3.13).

$$B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Recordando que de la ecuación (2.18), \mathbf{x} y \mathbf{u} son vectores claves que se definieron al inicio del análisis del sistema.

entonces:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = A_p \mathbf{x}(t) + B_p \mathbf{u}(t)$$

$$\begin{bmatrix} f_2 \\ f_7 \\ e_4 \\ e_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_a C_n} & \frac{1}{R_a C_a} & -\frac{1}{I_a} & -\frac{1}{I_n} \\ \frac{1}{R_a C_n} & -\frac{1}{R_a C_a} & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_n} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_n} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_2 \\ q_7 \\ p_4 \\ p_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [f_1] \quad (3.12)$$

La ecuación (3.12) muestra el modelo matemático final que define al sistema de suspensión pasiva de una sola rueda.

Una vez obtenida la ecuación de estado final se simula en 20-sim el sistema con los siguientes parámetros: Pulso = 0.5 que se activa en el periodo de tiempo desde el segundo 0.3 hasta 0.5, $C_n = 5.2631 \times 10^{-6}$ N/m, $I_a = 0.001$ N*S²/m, $I_n = 0.01666$ N*S²/m, $R_a = 100$ N*S/m y $C_a = 5.9481 \times 10^{-5}$ N/m.

Los elementos a los que se les dio valores, son características de los materiales y dispositivos que conforman al sistema. Asignar un valor a los elementos C (capacitancias) en este caso un amortiguador, quiere decir que tiene cierta capacidad de almacenamiento de energía cinética por un periodo de tiempo.

Los elementos I (Inercias), permiten el desplazamiento al transferir la energía de una parte del sistema a otro. Los elementos R, en el caso de este tipo de sistemas mecánicos, son la rigidez o resistencia del material, esta característica permite que los dispositivos puedan responder a las entradas de energía, en este caso movimiento.

Si existen dos o más elementos del mismo tipo, es común nombrarlos de diferentes maneras, esto con el fin de identificar los distintos elementos del sistema, por ejemplo si existen dos amortiguadores en el sistema, que es el caso del sistema de la Figura 3.5 se les asigna el nombre de Cn y Ca, así se sabe que existen dos elementos capacitivos en el sistema.

En la Figura 3.6, se muestra la respuesta de la fuerza aplicada a la inercia del automóvil por parte de una perturbación, cuyo valor máximo es: $e_3 = 26.6909637021553$, que en mecánica es equivalente a: fuerza = 26.6909637021553 N, por ende lo que siente el conductor. Como es un sistema compuesto por dos elementos, es decir, un amortiguador y resorte, se observan 2 perturbaciones, cabe señalar que el valor máximo es muy grande pero por un muy pequeño periodo de tiempo, lo cual causa que sea casi imperceptible.

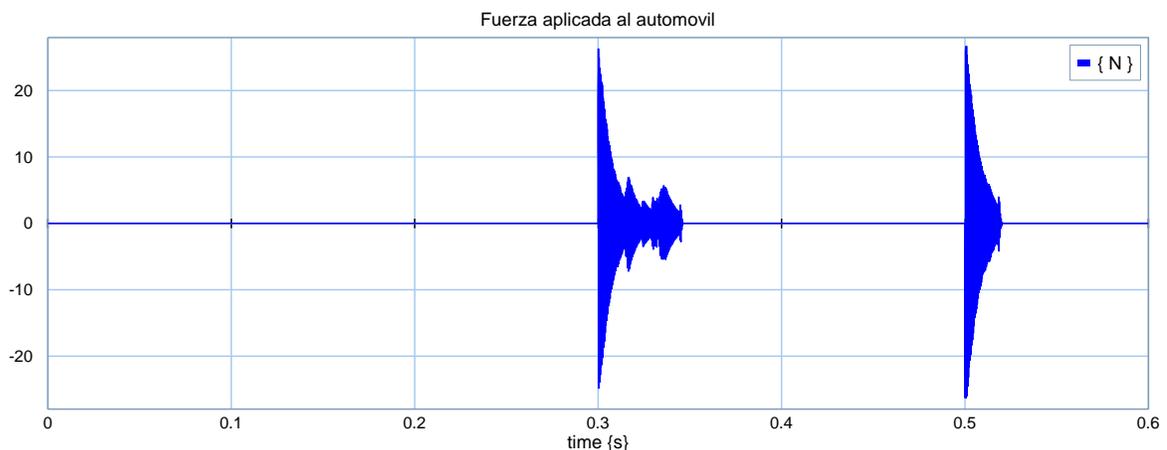


Figura 3.6 Respuesta de e_3 del modelo de la suspensión pasiva para una rueda

En la Figura 3.7, gráfica de la velocidad de la inercia del automóvil, cuyo valor máximo es: $f_3 = 3.62550040653387$ que en mecánica equivale a: velocidad = 3.62550040653387 m/s, lo cual causa un desplazamiento a cierta velocidad.

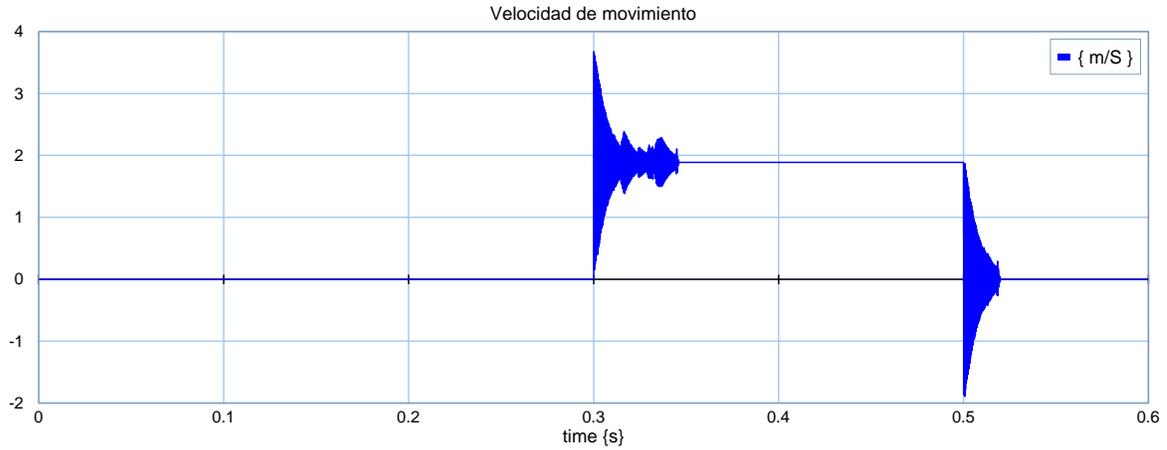


Figura 3.7 Respuesta de f_3 del modelo de la suspensión pasiva para una rueda

3.5 Modelado y simulación de la suspensión pasiva para rueda delantera y trasera

Considerando primeramente la Figura 3.8 donde se muestra un automóvil dividido en 2 mitades, tomaremos cualquiera de las 2 mitades para el análisis de la suspensión pasiva del neumático delantero y trasero.

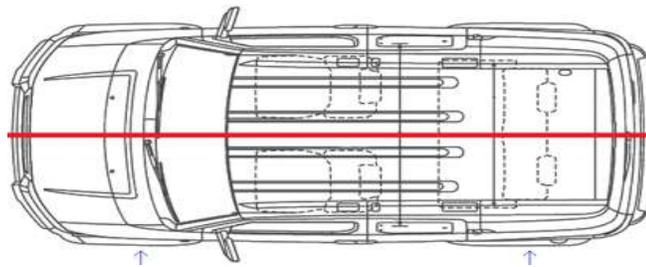


Figura 3.8 Automóvil visto de 2 mitades simétricas

En la Figura 3.8 podemos observar simetría en las mitades del automóvil, sin embargo debemos recordar que no es un sistema ideal debido a las variaciones del diseño cuando el sistema es construido, por eso nos enfocaremos en una mitad para analizar el sistema de amortiguamiento para la llanta trasera y delantera.

En la Figura 3.9 se muestra el esquema en Bond Graph de la suspensión pasiva para el neumático delantero y trasero de un solo lado del automóvil. Considerando que una perturbación afecta a la llanta delantera y trasera a destiempo, por lo cual las condiciones de los elementos que componen al sistema varían. El esquema del sistema presenta ahora 2 transformadores, cuya función es transformar la energía que inicia desde la superficie, hasta cuando llega al usuario pasando por una serie de modificaciones.

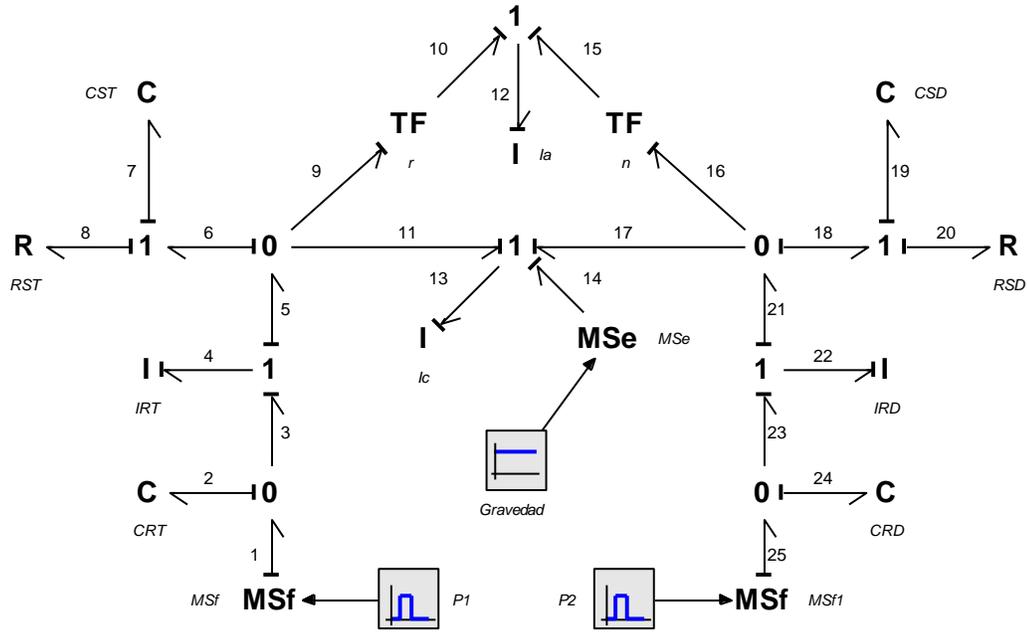


Figura 3.9 Modelo Bond Graph de la suspensión de una llanta delantera y trasera

Ahora se determinan los vectores clave del sistema, debemos de señalar que en el Bond Graph de la Figura 3.9 no tenemos ningún elemento en causalidad derivativa por lo que los vectores clave quedan de la siguiente manera:

$$x = \begin{bmatrix} q_2 \\ q_7 \\ q_{19} \\ q_{24} \\ p_4 \\ p_{12} \\ p_{13} \\ p_{22} \end{bmatrix} \quad \dot{x} = \begin{bmatrix} f_2 \\ f_7 \\ f_{19} \\ f_{24} \\ e_4 \\ e_{12} \\ e_{13} \\ e_{22} \end{bmatrix} \quad Z = \begin{bmatrix} e_2 \\ e_7 \\ e_{19} \\ e_{24} \\ f_4 \\ f_{12} \\ f_{13} \\ f_{22} \end{bmatrix} \quad Din = \begin{bmatrix} f_8 \\ f_{20} \end{bmatrix} \quad Dout = \begin{bmatrix} e_8 \\ e_{20} \end{bmatrix} \quad U = \begin{bmatrix} f_1 \\ e_{14} \\ f_{25} \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Las relaciones de la estructura de unión están dadas por:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ D_{in} \end{bmatrix} = [S] \begin{bmatrix} z(t) \\ D_{out}(t) \\ u(t) \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

Sustituyendo las variables de la ecuación (3.2) por los elementos de los vectores clave tenemos que:

$$\begin{bmatrix} f_2 \\ f_7 \\ f_{19} \\ f_{24} \\ e_4 \\ e_{12} \\ e_{13} \\ e_{22} \\ f_8 \\ f_{20} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -a & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -a & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -a & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -a & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_2 \\ e_7 \\ e_{19} \\ e_{24} \\ f_4 \\ f_{12} \\ f_{13} \\ f_{22} \\ e_8 \\ e_{20} \\ f_1 \\ e_{14} \\ f_{25} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

Ahora se determina la matriz L, que es la relación entre las entradas y las salidas de energía de los elementos que dispersan energía, de la fórmula (3.4).

$$[D_{out}] = [L][D_{in}] \quad (3.16)$$

Sustituyendo los valores de los vectores claves y recordando: que e = R f.

$$\begin{bmatrix} e_8 \\ e_{20} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{ST} & 0 \\ 0 & R_{SD} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_8 \\ f_{20} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

Ahora determinar la matriz F, de la fórmula (3.6).

$$[Z] = [F][X] \quad (3.18)$$

Para la matriz F se requiere saber si existen elementos en causalidad derivativa o integral, en el caso del sistema de la Figura 3.9 todos los elementos que almacenan energía se encuentran en causalidad integral por lo que solo es necesario determinar F y no F_d.

Recordando que: $(e = q/C)$ y $(f = p/l)$.

$$\begin{bmatrix} e_2 \\ e_7 \\ e_{19} \\ e_{24} \\ f_4 \\ f_{12} \\ f_{13} \\ f_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{C_{RT}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_{ST}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_{SD}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_{RD}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{I_{RT}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{I_a} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{I_c} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{I_{RD}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_2 \\ q_7 \\ q_{19} \\ q_{24} \\ p_4 \\ p_{12} \\ p_{13} \\ p_{22} \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

Una vez obtenidas todas las matrices que corresponden al sistema, de acuerdo con el capítulo 2, se debe determinar las ecuaciones de estado que modelan el comportamiento del sistema que se esté analizando.

Recordando que la ecuación de estado está definida por la ecuación (2.18).

$$\dot{x}(t) = A_p x(t) + B_p u(t)$$

Como en el sistema no existen elementos en causalidad derivativa, las ecuaciones para determinar la matriz de estado quedarán de la siguiente manera:

$$A = (S_{11} + S_{12} M S_{21})F \quad (3.20)$$

$$B = (S_{13} + S_{12} M S_{23}) \quad (3.21)$$

Como $S_{22} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$; entonces $M=L$

Entonces determinando primero la matriz A, se desarrolla la ecuación (3.8), sustituyendo sus elementos por valores y realizando las operaciones determina a:

$$A = (S_{11} + S_{12} M S_{21})F = \left(S_{11} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -1 & 0 \\ a & a \\ 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{ST} & 0 \\ 0 & R_{SD} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -a & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -a & -1 & 1 \end{bmatrix} \right) F$$

$$A = \left(\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -a & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -a & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + S_{12} M S_{21} \right) \begin{bmatrix} \frac{1}{C_{RT}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_{ST}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_{SD}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_{RD}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{I_{RT}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{I_a} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{I_c} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{I_{RD}} \end{bmatrix}$$

Al Final de todas las operaciones se obtiene la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{I_{RT}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{I_{RT}} & -\frac{a}{I_a} & -\frac{1}{I_c} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{a}{I_a} & -\frac{1}{I_c} & \frac{1}{I_{RD}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{I_{RD}} \\ \frac{1}{C_{RT}} & -\frac{1}{C_{ST}} & 0 & 0 & -\frac{R_{ST}}{I_{RT}} & \frac{aR_{ST}}{I_a} & \frac{R_{ST}}{I_c} & 0 \\ 0 & \frac{a}{C_{ST}} & \frac{a}{C_{SD}} & 0 & \frac{aR_{ST}}{I_{RT}} & -\frac{a^2R_{ST} - a^2R_{SD}}{I_a} & -\frac{aR_{ST} - aR_{SD}}{I_c} & \frac{aR_{SD}}{I_{RD}} \\ 0 & \frac{1}{C_{ST}} & \frac{1}{C_{SD}} & 0 & \frac{R_{ST}}{I_{RT}} & -\frac{aR_{ST} - aR_{SD}}{I_a} & -\frac{R_{ST} - R_{SD}}{I_c} & \frac{R_{SD}}{I_{RD}} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{C_{SD}} & \frac{1}{C_{RD}} & 0 & \frac{aR_{SD}}{I_a} & \frac{R_{SD}}{I_c} & -\frac{R_{SD}}{I_{RD}} \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

Una vez determinado A, se debe determinar B que está definida por la ecuación (3.9).

$$B = (S_{13} + S_{12} M S_{23}) = \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -1 & 0 \\ a & a \\ 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{ST} & 0 \\ 0 & R_{SD} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right)$$

Una vez realizadas todas las operaciones la variable B queda de la manera (3.11).

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

Así una vez que se determinaron todos los elementos de la ecuación de estado 2.18, procedemos a sustituir las variables.

$$\dot{x}(t) = A_p x(t) + B_p u(t)$$

$$\begin{bmatrix} f_2 \\ f_7 \\ f_{19} \\ f_{24} \\ e_4 \\ e_{12} \\ e_{13} \\ e_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{I_{RT}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{I_{RT}} & -\frac{a}{I_a} & -\frac{1}{I_C} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{a}{I_a} & -\frac{1}{I_C} & \frac{1}{I_{RD}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{I_{RD}} \\ \frac{1}{C_{RT}} & -\frac{1}{C_{ST}} & 0 & 0 & -\frac{R_{ST}}{I_{RT}} & \frac{aR_{ST}}{I_a} & \frac{R_{ST}}{I_C} & 0 \\ 0 & \frac{a}{C_{ST}} & \frac{a}{C_{SD}} & 0 & \frac{aR_{ST}}{I_{RT}} & -\frac{a^2R_{ST}-a^2R_{SD}}{I_a} & -\frac{aR_{ST}-aR_{SD}}{I_C} & \frac{aR_{SD}}{I_{RD}} \\ 0 & \frac{1}{C_{ST}} & \frac{1}{C_{SD}} & 0 & \frac{R_{ST}}{I_{RT}} & -\frac{aR_{ST}-aR_{SD}}{I_a} & -\frac{R_{ST}-R_{SD}}{I_C} & \frac{R_{SD}}{I_{RD}} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{C_{SD}} & \frac{1}{C_{RD}} & 0 & \frac{aR_{SD}}{I_a} & \frac{R_{SD}}{I_C} & -\frac{R_{SD}}{I_{RD}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_2 \\ q_7 \\ q_{19} \\ q_{24} \\ p_4 \\ p_{12} \\ p_{13} \\ p_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ e_{14} \\ f_{25} \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

Esta matriz de estado representa el modelo matemático final del sistema de suspensión en una rueda delantera y trasera, a este modelo matemático se le asignan valores reales para poder simular y observar la respuesta, comportamiento y parámetros.

Las graficas del comportamiento del sistema son obtenidas mediante la simulación del sistema en el software 20-Sim.

Los valores asignados a los elementos del sistema de de suspensión pasiva son:

CRD = CRT = 5.2631×10^{-6} N/m, CSD = CST = 5.9481×10^{-5} N/m, $I_a = 0.001$ N*S²/m, $I_c = 0.001739$ N*S²/m, IRD = IRT = 0.01666 N*S²/m, $r = 1$, $n = -1$, RSD = RST = 1000 N*S/m, P1 = 0.1 activado desde el segundo 1 hasta 1.1, P2 = 0.05 activado desde el segundo 2 hasta 2.2 y Gravedad = -9.81 m/S².

La Figura 3.10, muestra la fuerza aplicada a la inercia de la suspensión delantera, esfuerzo e_4 de acuerdo al Bond Graph del sistema, cuyo valor máximo obtenido es de: $e_4 = 28.6098927098926$, que en mecánica es equivalente a: fuerza = 28.6098927098926 N.

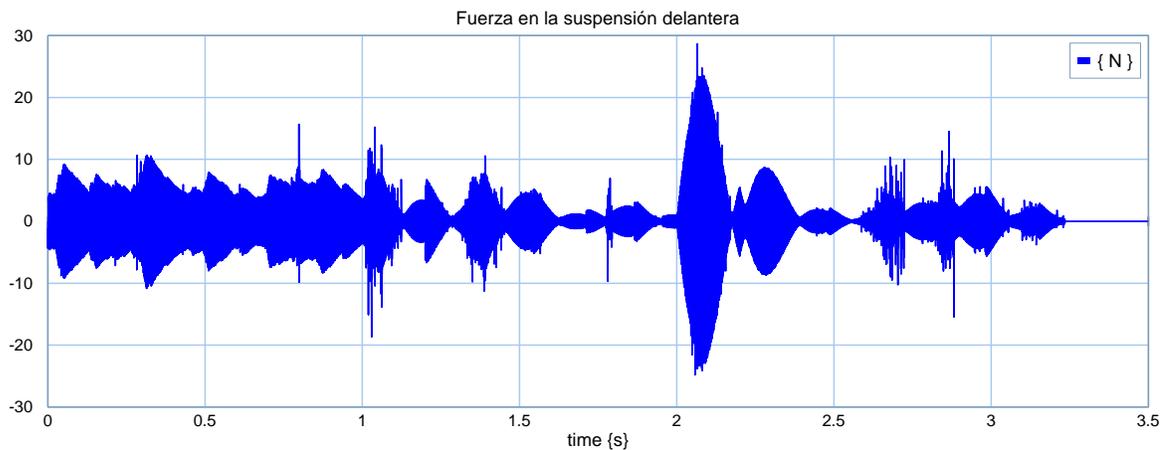


Figura 3.10 Respuesta de e_4 del modelo de la suspensión pasiva de la rueda delantera

En la Figura 3.11, gráfica de la velocidad de la suspensión delantera como respuesta al sistema, se muestra el flujo f_4 que corresponde en el Bond Graph, valor máximo obtenido es de: $f_4 = 0.430087897578071$, en mecánica equivale a: velocidad = 0.430087897578071 m/s.

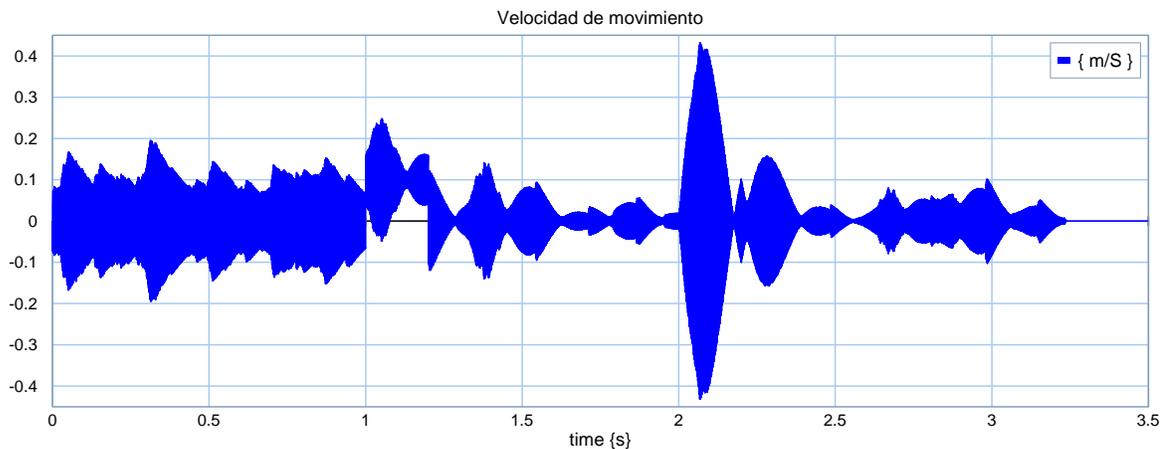


Figura 3.11 Respuesta de f_4 del modelo de la suspensión pasiva de la rueda delantera

La Figura 3.12, gráfica de la fuerza que se aplica a la inercia de la suspensión trasera cuyo valor máximo es: $e_{22} = 27.2364553656636$, que en mecánica equivale a: fuerza = 27.2364553656636 N, dando como resultado un desplazamiento.

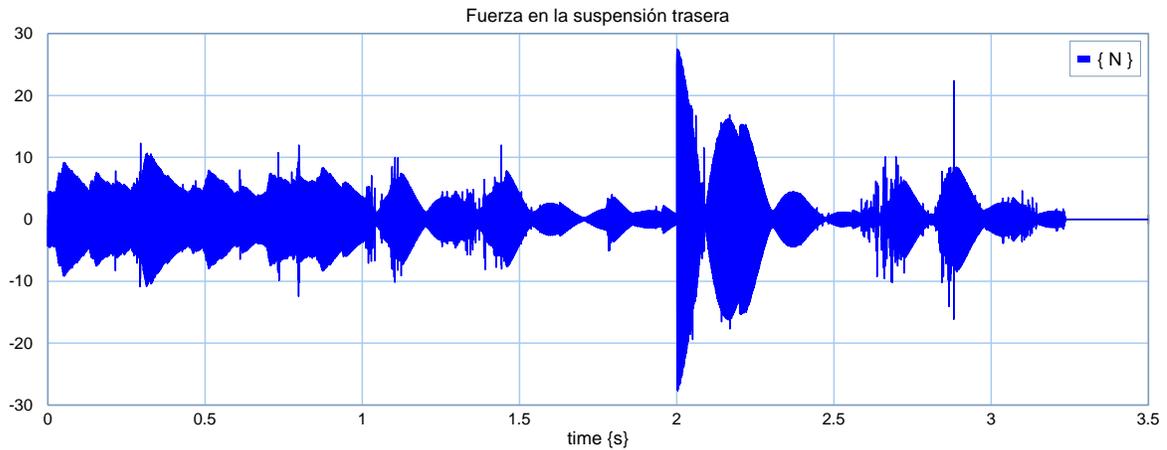


Figura 3.12 Respuesta de e_{22} del modelo de la suspensión pasiva de la rueda trasera

La Figura 3.13, gráfica de la velocidad de la inercia de la suspensión trasera, cuyo valor máximo es: $f_{22} = 0.992079819375759$, que en mecánica equivale a: velocidad = 0.992079819375759 m/s, dando como resultado un movimiento que afecta el estado de la suspensión trasera.

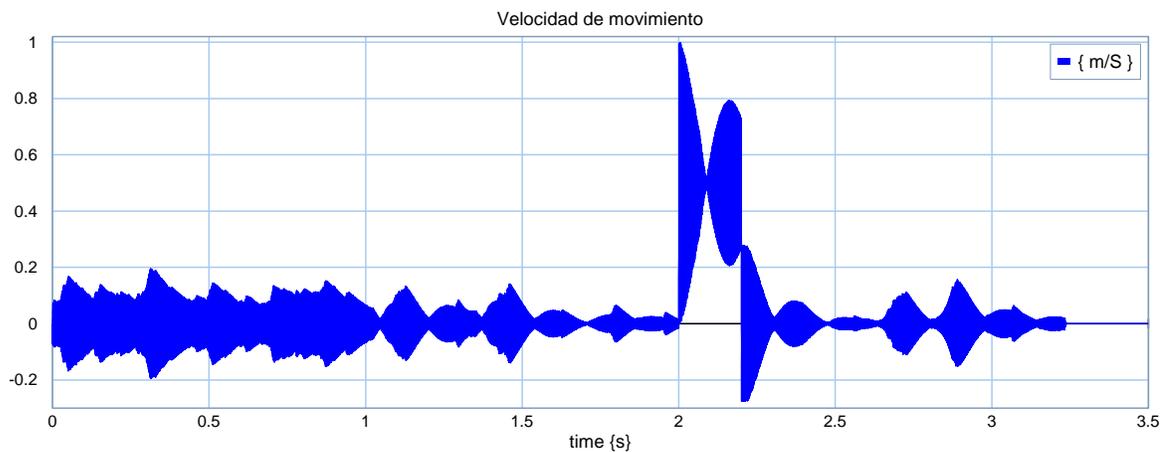


Figura 3.13 Respuesta de f_{22} del modelo de la suspensión pasiva de la rueda trasera

Las graficas fueron obtenidas tras la simulación en el software 20-sim, se graficaron esfuerzos y flujos que en mecánica es fuerza y velocidad respectivamente, estos datos muestran valores de respuesta ante una perturbación o señal de entrada.

Capítulo 4

Modelado y Simulación de una Suspensión Activa en Bond Graph

4.1 Introducción

A diferencia de las suspensiones pasivas las suspensiones activas fueron desarrolladas a causa de que las suspensiones pasivas eran demasiado rígidas, cuando se presentaban impactos por parte de la superficie rígida, el amortiguamiento de la energía liberada no es suficiente por parte de las suspensiones pasivas.

La suspensión activa reduce considerablemente el efecto de la energía por parte de una perturbación en la superficie rígida, es decir, la optimización del sistema de suspensión aumento dando como resultado mejor y mayor implementación de los sistemas de suspensión activos.

4.2 Suspensión activa

En la suspensión activa no hay muelle ni amortiguador tal cual, se compone de un sistema hidráulico o neumático que genera fuerzas para compensar el cabeceo o balanceo del vehículo, mientras que una computadora se encarga de monitorear constantemente (gracias a los sensores de presión he impacto), la tendencia de la superficie rígida como es el caso de la carretera en mal estado o un tope, esto para enviar señales eléctricas a la suspensión delantera y trasera según sea la necesidad del vehículo.

Los componentes como bombas, actuadores y servo válvulas actúan para mantener un nivel máximo de estabilidad.

En las perturbaciones por parte de la superficie rígida encontramos que estas pueden ser impulsos repetitivos, el tiempo de respuesta de la suspensión puede ser para altas y bajas frecuencias.

El tiempo de respuesta muestra el ancho de banda, si este abarca un rango de frecuencia entre 3 o 5 Hz el sistema es llamado de baja frecuencia (Low Bandwidth Systems), mientras que si el rango abarca frecuencias más elevadas, hasta 10 o 12 Hz, es llamado de alta frecuencia (High Bandwidth Systems).

El sistema pasivo funciona tanto para un alto y bajo rango de frecuencias, los sistemas activos pueden realizar el control en ambos rangos, la principal ventaja frente a la suspensión pasiva es que tiene el control de cada rueda independiente.

Gracias a este control se consigue mayor adherencia del vehículo al terreno, con lo que se aumenta la seguridad en la conducción. La principal desventaja de la suspensión activa es el alto costo de sus componentes, además de la energía externa que se necesita para operar el sistema.

En la Figura 4.1 se observa la estructura física y real de una suspensión activa de un automóvil.



Figura 4.1 Diseño físico de la suspensión activa

Para poder observar más de cerca la suspensión activa, en la Figura 4.2 se muestra sistema físico real para la suspensión activa de una sola rueda.

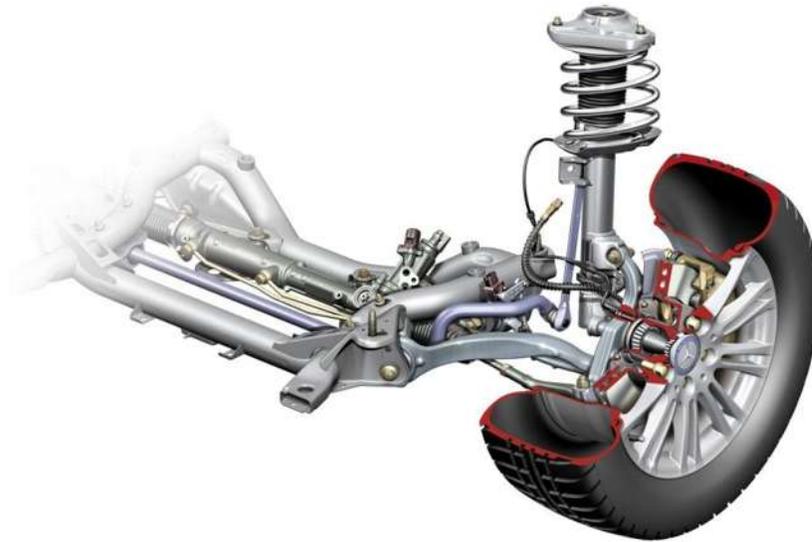


Figura 4.2 Diseño de suspensión activa real de una rueda

En la Figura 4.3 se muestra de forma esquemática el sistema de suspensión activa para una rueda.

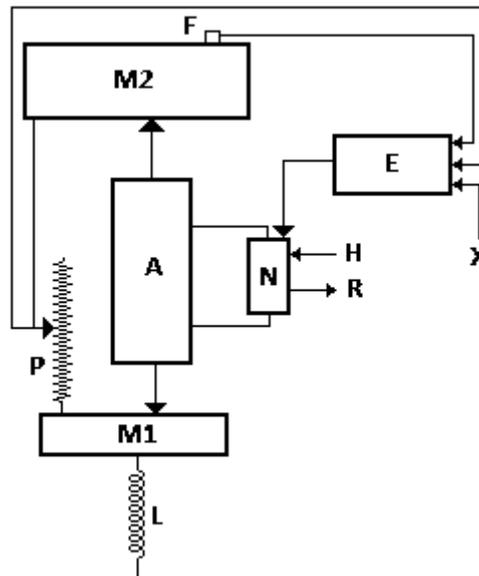


Figura 4.3 Esquema de la suspensión activa

Los elementos correspondientes a la Figura 4.3 son:

- M1 Masa no suspendida (Eje de los neumáticos)
- M2 Masa suspendida (Chasis)
- A Actuador (Amortiguación)
- N Accionador
- E Unidad de control
- F Captadores de la carrocería
- P Captadores de recorrido
- H Canal de entrada de energía
- R Canal de salida de energía
- X Otros captadores
- L Amortiguación de los neumáticos

4.3 Modelado y simulación de la suspensión activa para rueda delantera y trasera

En la figura 3.6 se muestra un automóvil dividido en dos mitades, en el capítulo 3 se analizó el sistema de suspensión tipo pasiva para una mitad del automóvil, a continuación se debe analizar el sistema de suspensión tipo activa para la misma mitad del automóvil. En la Figura 4.4 se muestra el esquema del sistema a analizar de la suspensión tipo activa para llanta delantera y trasera.

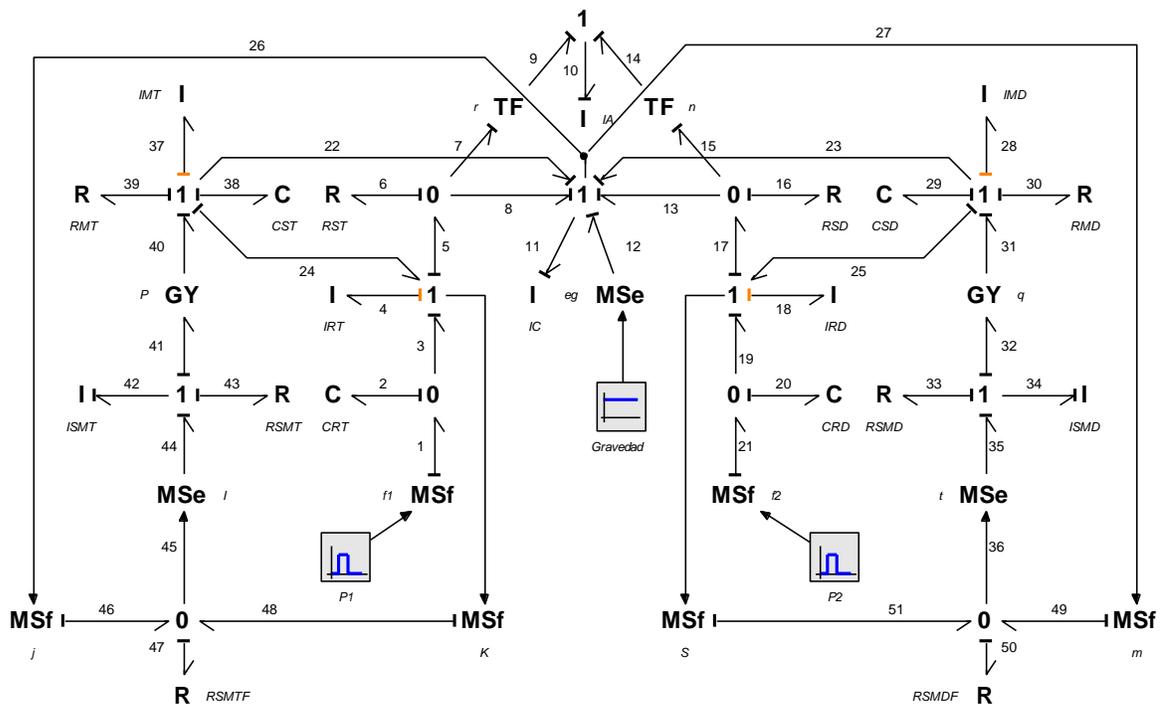


Figura 4.4 Esquema de suspensión activa para rueda delantera y trasera en Bond Graph

Ahora se debe determinar la matriz L, que es la relación entre las entradas y las salidas de energía de los elementos que dispersan energía de la fórmula (3.4).

$$[D_{out}] = [L][D_{in}]$$

Sustituyendo los valores de los vectores claves y recordando: que $e = R f$.

$$\begin{bmatrix} e_6 \\ e_{16} \\ e_{30} \\ e_{33} \\ e_{39} \\ e_{43} \\ e_{47} \\ e_{50} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} RST & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & RSD & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & RMD & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & RSMD & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & RMT & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & RSMT & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & RSMTF & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & RSMDF \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_6 \\ f_{16} \\ f_{30} \\ f_{33} \\ f_{39} \\ f_{43} \\ f_{47} \\ f_{50} \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Ahora se determina la matriz F de la fórmula (3.6).

$$[Z] = [F][X]$$

y recordando que: $(e = q/C)$ y $(f = p/I)$.

$$\begin{bmatrix} e_2 \\ e_{20} \\ e_{29} \\ e_{38} \\ f_{10} \\ f_{11} \\ f_{34} \\ f_{42} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{C_{RT}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_{RD}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_{SD}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_{ST}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{I_A} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{I_C} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{I_{SMD}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{I_{SMT}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_2 \\ q_{20} \\ q_{29} \\ q_{38} \\ p_{10} \\ p_{11} \\ p_{34} \\ p_{42} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

Ahora se debe obtener la matriz F_d , esta matriz representa a los elementos que tienen causalidad derivativa y está descrita por la fórmula (2.14) recordando que $(f = p / I)$.

$$z_d(t) = F_d X_d(t)$$

$$Z_d = \begin{bmatrix} p_4 \\ p_{18} \\ p_{28} \\ p_{37} \end{bmatrix} \quad X_d = \begin{bmatrix} p_4 \\ p_{18} \\ p_{28} \\ p_{37} \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Sustituyendo las variables de la ecuación (4.6) en la ecuación (2.14) queda:

$$\begin{bmatrix} f_4 \\ f_{18} \\ f_{28} \\ f_{37} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{IRT} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{IRD} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{IMD} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{IMT} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_4 \\ p_{18} \\ p_{28} \\ p_{37} \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Cuando se hayan determinado todas las matrices que corresponden al sistema, de acuerdo con el capítulo 2, ahora se determinan las ecuaciones de estado que modelan el comportamiento del sistema que se esté analizando.

Recordando que la ecuación de estado está definida por la ecuación (2.18).

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

Ahora existen variantes en las ecuaciones que definen a los elementos de la ecuación (2.8), ya que existen elementos que tienen causalidad derivativa, las ecuaciones son:

$$A = E^{-1}(S_{11} + S_{12}MS_{21})F \quad (4.8)$$

$$B = E^{-1}(S_{13} + S_{12}MS_{23}) \quad (4.9)$$

$$E = I + S_{14}F_d^{-1}S_{14}^T F \quad (4.10)$$

Como $S_{22} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$; entonces $M=L$

Entonces determinando primero la matriz E, se desarrolla la ecuación (2.24), sustituyendo sus elementos por las matrices correspondientes y realizando las operaciones queda:

$$E = [I \ 8 \times 8] + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} IRT & 0 & 0 & 0 \\ 0 & IRD & 0 & 0 \\ 0 & 0 & IMD & 0 \\ 0 & 0 & 0 & IMT \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{CRT} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{CRD} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{CSD} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{CST} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{IA} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{IC} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{TSMd} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{TSMt} \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & IC+IMD+IMT+IRD+IRT/IC & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

Una vez determinada E se determina A que está definida por la ecuación (4.8).

$$A_1 = (S_{11} + S_{12}MS_{21}) \quad (4.13)$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & q & p \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -p & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/a & 1/a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} RST & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & RSD & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & RMD & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & RSMD & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & RMT & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & RSMT & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & RSMTF \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -1/a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1/a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 100 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 100 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 001 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 000 \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & IC+IMD+IMT+IRD+IRT/IC & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} (A_1) \begin{bmatrix} \frac{1}{CRT} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{CRD} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{CSD} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{CST} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{IA} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{IC} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{ISMD} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{ISMT} \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

Al realizar todas las operaciones para determinar la matriz A, queda una expresión matricial bastante extensa, por lo que se debe asignar una variable **K** que representará la expresión que se repita en las diferentes posiciones de la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{IC} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{IC} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{IC} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{IC} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-RSC - RST}{IA^2} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{IC}{CRT \cdot K} & \frac{IC}{CRD \cdot K} & -\frac{IC}{CSD \cdot K} & -\frac{IC}{CST \cdot K} & 0 & \frac{-RMD - RMT}{K} & \frac{IC \cdot q}{ISMD \cdot K} & \frac{IC \cdot p}{ISMT \cdot K} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{q}{IC} & -\frac{RSMD}{ISMD} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{p}{IC} & 0 & -\frac{RSMT}{ISMT} \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

En donde **K** representa a la ecuación (4.16).

$$K = IC + IMD + IMT + IRD + IRT \quad (4.17)$$

$$\begin{bmatrix} f_2 \\ f_{20} \\ f_{29} \\ f_{30} \\ e_{10} \\ e_{11} \\ e_{34} \\ e_{42} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{IC} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{IC} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{IC} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{IC} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-RSC-RST}{IA \cdot a^2} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{IC}{CRT \cdot K} & \frac{IC}{CRD \cdot K} & \frac{IC}{CSD \cdot K} & \frac{IC}{CST \cdot K} & 0 & \frac{-RMD-RMT}{K} & \frac{IC \cdot q}{ISMD \cdot K} & \frac{IC \cdot p}{ISMT \cdot K} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{q}{IC} & \frac{RSMDF}{ISMD} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{p}{IC} & 0 & \frac{RSMDF}{ISMT} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_2 \\ q_{20} \\ q_{29} \\ q_{30} \\ p_{10} \\ p_{11} \\ p_{34} \\ p_{42} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{IC}{K} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ e_{12} \\ f_{21} \\ e_{35} \\ e_{44} \\ f_{46} \\ f_{48} \\ f_{49} \\ f_{51} \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

La ecuación (4.22) muestra el modelo matemático del sistema de suspensión tipo activa para la rueda delantera y trasera. Una vez que se tiene el modelo, se pasa a simular el sistema de Bond Graph en el software 20-Sim, asignando valores a las variables que conforman al sistema que se muestra en la Figura 4.4.

Los valores asignados a los elementos del sistema de suspensión son: CRD = CRT = 5.2631×10^{-6} N/m, CSD = CST = 5.9481×10^{-5} N/m, IA = 0.0001 N*S²/m, IC = 0.0015 N*S²/m, IRD = IRT = 0.01666 N*S²/m, j = l = k = p = s = m = t = 1, RMD = RMT = RSMDF = RSMT = RSMDF = 1 N*S/m, IMT = IMD = 1 N*S²/m, ISMT = ISMD = 0.91 N*S²/m, r = 1, n = -1, p = q = 1, RSD = RST = 1000 N*S/m, P1 = 0.5 activado el pulso desde el segundo 1 hasta 1.1 S, P2 = 0.05 activado desde el segundo 2 hasta 2.2 S, y Gravedad = -9.81 m/S².

En la simulación es necesario colocar valores cercanos o iguales a los reales, en el caso de P1 su valor es considerado cuando pasa el neumático delantero en alguna perturbación positiva, tal como un tope o una acera a cierta velocidad, por eso es notorio que la magnitud que afecta a la suspensión delantera es mayor que la magnitud que afecta a la suspensión trasera. El tiempo estimado para la suspensión delantera cuando pasa por cierta perturbación, es menor que la de la suspensión trasera, ya que suele ser en la realidad que el neumático delantero pasa más rápido la perturbación, por que se disminuye la velocidad al pasar cierta perturbación.

En la Figura 4.5 se muestra la gráfica que corresponde al comportamiento de la fuerza que ejerce la gravedad en el automóvil, la gráfica mostrada representa el esfuerzo e₁₁ de acuerdo al Bond Graph del sistema, este esfuerzo es el que se genera propiamente por la gravedad ante una perturbación, ya que el peso total hace que el sistema responda de manera particular.

En la Figura 4.5 se observa también que la magnitud de la fuerza de la gravedad aplicada en el sistema, es mucho menor que la fuerza aplicada en las suspensiones delantera y trasera, cuyo valor máximo obtenido es de: $e_{11} = 0.180078022289888$, que en mecánica equivale a: fuerza = 0.180078022289888 N.

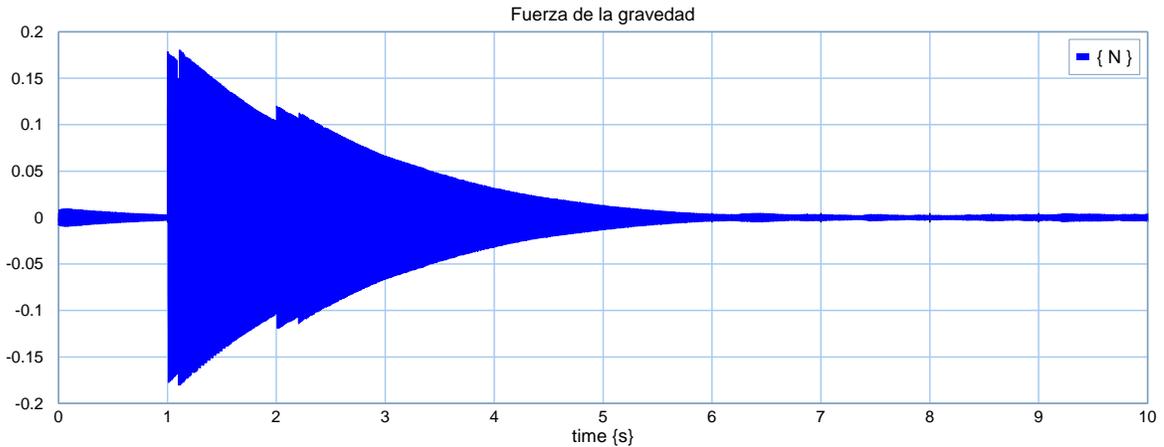


Figura 4.5 Respuesta de e_{11} del modelo de la suspensión activa para el automóvil

La Figura 4.6 se muestra la gráfica de la velocidad en que se transfiere la energía que aplica la gravedad al sistema, cuyo valor máximo es de: $f_{11} = 0.454862329880547$, que en mecánica equivale a: velocidad = 0.454862329880547 m/s, se transfiere la energía en un periodo de tiempo a diferentes velocidades. Sin embargo no existen sobre picos repetitivos en la gráfica los cuales indicarían una sensación de golpes repentinos. Por lo contrario la inestabilidad del automóvil va haciéndose estable gradualmente y no repentina.

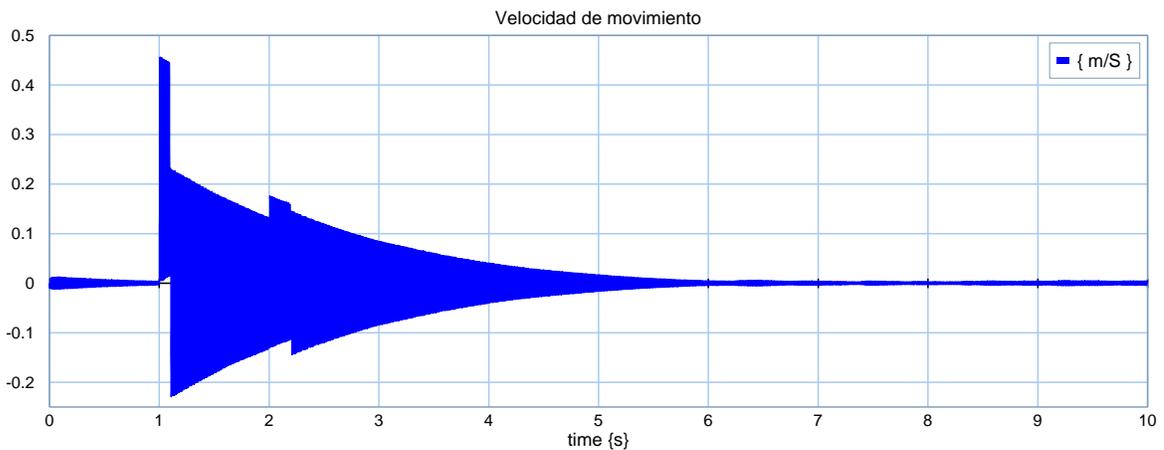


Figura 4.6 Respuesta de f_{11} del modelo de la suspensión activa para el automóvil

En la Figura 4.7 se muestra la gráfica correspondiente a la fuerza aplicada a la inercia de la suspensión delantera, el procesamiento de la señal de perturbación causa una atenuación gradual de la inestabilidad, cuyo valor máximo es de: $e_4 = 1.72518813840035$, que en mecánica es equivalente a: fuerza = 1.72518813840035 N.

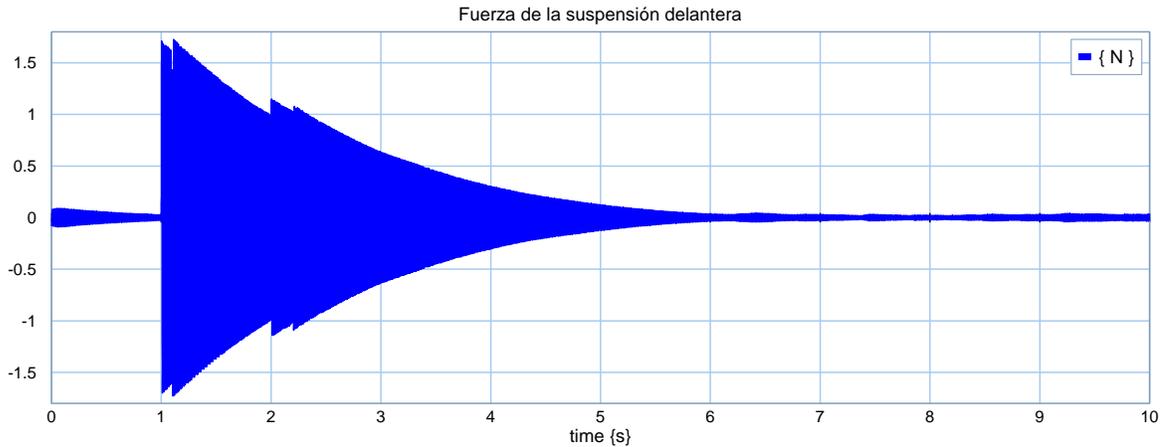


Figura 4.7 Respuesta de e_4 del modelo de la suspensión activa para rueda delantera

La Figura 4.8 muestra la gráfica de la velocidad del movimiento al aplicar una fuerza a la inercia de la suspensión delantera, se muestra cuando la señal de impulso es activada en el segundo 1, velocidad incremental positiva grande, se debe a que es más fuerte la energía en los primeros instantes, cuyo valor máximo es de: $f_4 = 0.445973139811458$, que en mecánica es equivalente a: velocidad = 0.445973139811458 m/s.

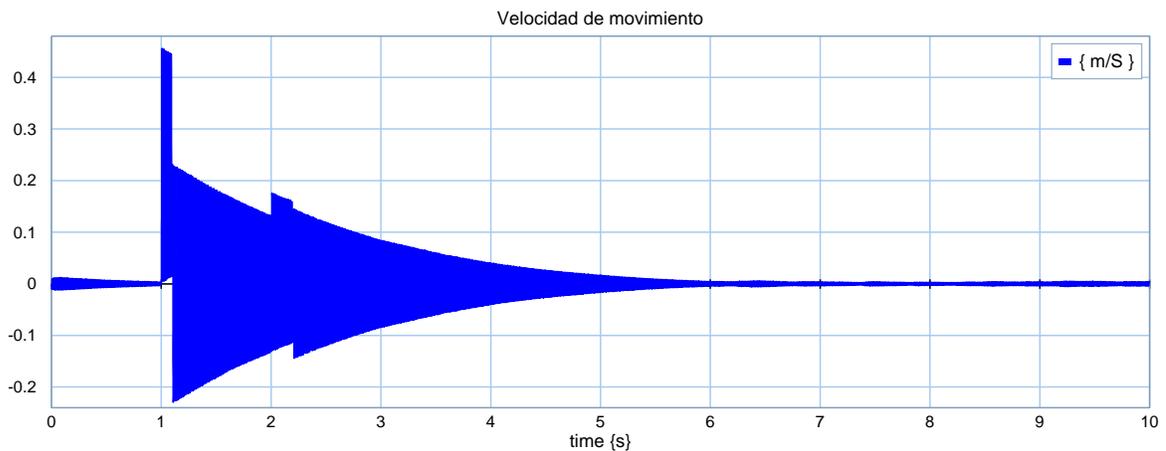


Figura 4.8 Respuesta de f_4 del modelo de la suspensión activa para rueda delantera

La Figura 4.9 muestra la respuesta de la fuerza aplicada a la inercia de la suspensión trasera cuyo valor máximo obtenido es de: $e_{18} = 1.72518813839623$, que en mecánica es equivalente a: fuerza = 1.72518813839623 N, que es la fuerza aplicada a la inercia de la suspensión trasera.

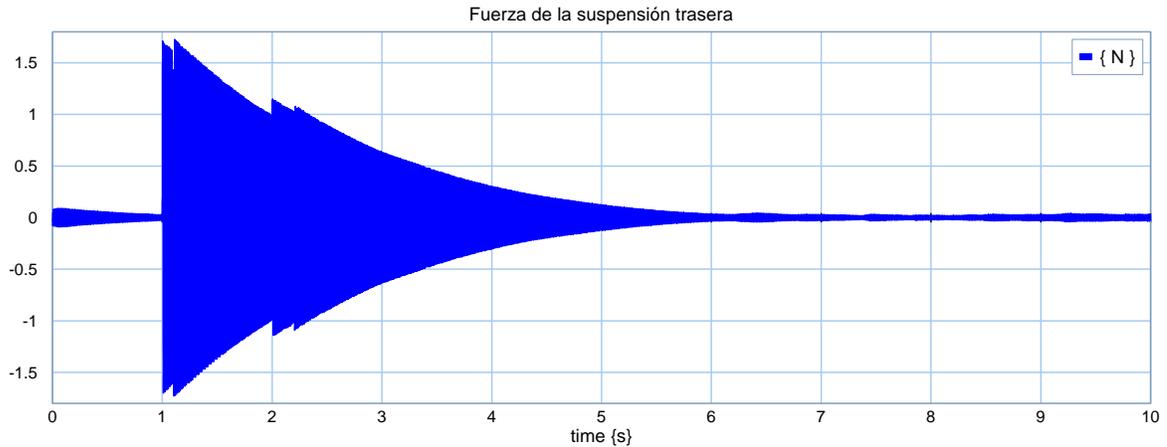


Figura 4.9 Respuesta de e_{18} del modelo de la suspensión activa para rueda trasera

La Figura 4.10 muestra la velocidad que adquiere el movimiento de la inercia de la suspensión trasera con un valor máximo de: $f_{18} = 0.456285190401628$, que en mecánica es equivalente a: velocidad = 0.456285190401628 m/s. velocidad a la que se mueve el componente con inercia de la suspensión trasera.

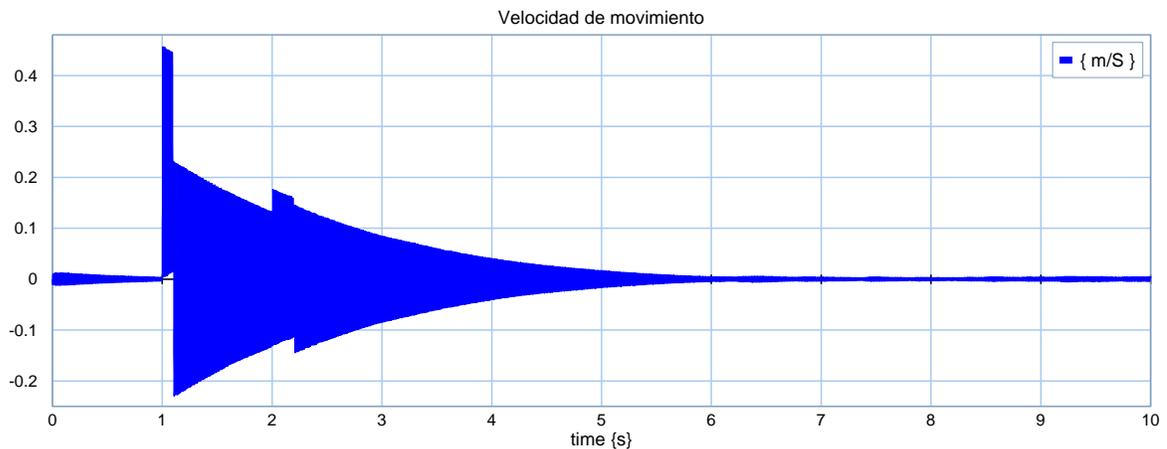


Figura 4.10 Respuesta de f_{18} del modelo de la suspensión activa para rueda trasera

Capítulo 5

Conclusiones y recomendaciones

5.1 Conclusiones

Con el desarrollo del presente trabajo de tesis, se ha demostrado que el uso del modelado de sistemas por medio de la técnica de modelado de Bond Graph es muy efectivo, en este caso la técnica satisface el análisis de sistemas mecánicos tales como la suspensión pasiva y activa de un automóvil. Se logró obtener el modelado matemático de los dos sistemas de suspensión además, de observar el comportamiento de los sistemas a las señales de entrada y su respuesta a la salida.

Bond Graph es una técnica que favorece y facilita el análisis matemático de sistemas por medio de una amigable y gráfica estructura, lo cual es fácil de interpretar para el usuario de esta técnica ya que tiene un panorama completo del comportamiento del sistema, aún si el usuario no conoce el modelo matemático del sistema.

Si el usuario conoce el flujo de potencia del sistema que vaya a analizar puede entender cómo se comporta los elementos del sistema a analizar, utilizando los elementos de Bond Graph y así lograr una descripción de lo que trata el análisis de sistemas.

Al finalizar el análisis de cualquier sistema en Bond Graph se observa que en el análisis de sistemas físicos, es viable en cuanto el ahorro de tiempo y facilidad computacional, ya que por ser una técnica que puede ser modelada por medio de software computacional, permite con mayor facilidad visual obtener los modelos matemáticos de cualquier sistema físico que se desee modelar, siempre y cuando Bond Graph contenga la lógica para cualquier sistema físico.

Con el desarrollo del presente trabajo de tesis, es claro que las suspensiones tienen claras diferencias con lo que respectan a la disminución de la sensación de impactos.

Las suspensiones pasivas muestran claramente una inestabilidad mucho mayor, mencionando también que la sensación del impacto es repentino y repetitivo, aunque tiene una clara ventaja frente a la suspensión activa, el tiempo en que dura inestable el sistema de suspensión es mucho menor, es decir, el sistema de suspensión tipo pasivo es más rudo, pero estabiliza al automóvil más rápido que la suspensión tipo activa, mencionando también que el costo es mucho menor ya que la tecnología aplicada a las suspensiones pasivas, es bastante simple.

En las suspensiones activas es muy notorio que los impactos que entran al sistema son transferidos al vehículo con mayor suavidad, esto sucede porque los actuadores que contrarrestan los impulsos de entrada, aplican un empuje contrario, es decir, negativo que contrarresta el impulso positivo de la entrada.

La principal ventaja que muestra la suspensión tipo activa con respecto al tipo pasiva es que la estabilización del vehículo es gradual y más suave mientras transcurre el tiempo, evitando los picos repentinos de impulso que siente el conductor, sin embargo, la tecnología usada en las suspensiones tipo activas, es considerablemente superior a la usada en las suspensiones tipo pasivas, lo cual causa que sea un sistema de suspensión más delicada y más costosa.

Si se requiere modelar sistemas físicos muy grandes o complejos, la técnica de modelado Bond Graph satisface ampliamente el desarrollo para la obtención de los modelos matemáticos de diversos tipos de sistemas, reduciendo el tiempo y los errores que puedan presentarse.

Con la aplicación de Bond Graph se ha logrado modelar la suspensión activa y pasiva de un automóvil, logrando obtener resultados y respuestas claras de los sistemas.

El modelado matemático Bond Graph simulado en el software 20-Sim, proporciona facilidad visual y facilita la comprensión matemática que representa la respuesta del sistema.

5.2 Recomendaciones

El presente trabajo de tesis muestra porque es recomendable usar la técnica de modelado Bond Graph, simplifica la obtención del modelo matemático de los sistemas físicos, en este caso sistemas mecánicos, el tiempo de desarrollo para la obtención del modelo es menor que la forma clásica, además de que la técnica tiene una forma más ordenada para desarrollar el análisis matemático para poder llegar al modelo final.

Aunque Bond Graph es una técnica que simplifica el modelado de sistemas, es recomendado realizar una investigación previa y completa sobre el sistema que se vaya a analizar, esto con el propósito de poder determinar si están correctos los resultados cuando se aplique la técnica de modelado Bond Graph, esto es claramente observable cuando se simula el sistema en algún software y se obtienen las respuestas gráficas, podemos saber si los resultados arrojados por el simulador son correctos, solo si se realiza una investigación previa del comportamiento del sistema.

Cuando se obtengan las variables matemáticas y se llegue a una ecuación de estado final que modela al sistema, la recomendación al simular cierto sistema en algún software, es que los valores de los elementos del sistema que se esté analizando, sean lo más reales o apegados a la realidad posible, esto con la finalidad de obtener resultados y respuestas más claras y fáciles de entender. Si los valores son elegidos completamente al azar, lo más seguro es que las graficas de respuesta arrojadas por el simulador que se esté usando, sean ilógicas o difíciles de interpretar, esto depende del nivel de complejidad del sistema.

Bibliografía

1. Mecánica para ingenieros “Dinámica” sexta edición
Russell C. Hibbert
Ed. CECSA
2. Vibraciones
Balakumar Balachandran y Edward B. Magran
Ed. THOMPSON
3. Mecánica de las vibraciones 5ta impresión
J. P. Den Hartog
Ed. CECSA
4. Ingeniería de control moderna 5ta edición
Katsuhiko Ogata
Ed. PEARSON
5. Álgebra lineal 5ta edición
Stanley I. Grossman
Ed. Mc Graw Hill