



**UNIVERSIDAD MICHOCANA DE
SAN NICOLÁS DE HIDALGO**

“FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA”

**“MODELADO Y SIMULACIÓN DE LA MÁQUINA SÍNCRONA EN
BOND GRAPH”**

TESIS

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:
INGENIERO ELECTRICISTA**

**PRESENTA:
CEILÁN RENDÓN CARRANZA**

**ASESOR DE TESIS:
DR. GILBERTO GONZÁLES AVALOS**

Morelia Michoacán, Agosto de 2013



Agradecimientos

Primero quiero agradecer a Dios, por darme la fortaleza y las ganas de seguir adelante en todos los momentos difíciles, también por poner a mi lado la gran familia que tengo.

A mis padres Vicente Rendón Cornelio y Socorro Carranza Gil por darme el apoyo, la confianza y su gran paciencia sin poner ninguna condición.

A mi hermano Eli Rendón Carranza, por estar conmigo en todos los momentos difíciles y de alguna forma u otra darme el apoyo necesario para seguir adelante.

A mi asesor el Dr. Gilberto González Avalos, por darme el apoyo, los conocimientos y los consejos que muchas veces sonaron a regaño y que al final solo eran muy buenos consejos para el desarrollo de esta tesis así como una buena orientación de cómo conducirme en la vida. Así como también dedicar una gran parte de su tiempo para ayudarme a pesar del gran número de asesorados.

A la Lic. Yajaira Zavala Villarreal por su apoyo incondicional en el transcurso de la carrera así como el tiempo de la realización de esta tesis.

A mis amigos de la Facultad que de alguna u otra manera me apoyaron a continuar en la hermosa travesía de la carrera; Así también a mis amigos del coro por su apoyo y la confianza para poder continuar con este sueño.

¡Gracias a todos!

Dedicatoria:

Esta tesis está dedicada a las personas más importantes en mi vida: mis padres Vicente Rendón Cornelio y Socorro Carranza Gil que me han conducido con amor y paciencia hoy ven forjado un anhelo, una ilusión, un deseo.

Gracias por enseñarme lo que han recogido a su paso por la vida y por darme la libertad de elegir mi futuro, por brindarme con las manos abiertas su apoyo, su confianza y su paciencia su apoyo en mi preparación, por ultimo y no menos importante a mi hermano Eli Rendón Carranza. Este trabajo es de todos ustedes.

Porque hoy he recibido su más valiosa herencia.

Mi Profesión

Por ustedes la obtuve y a ustedes se las brindo con admiración y respeto

Ceilán Rendón Carranza

Resumen:

Las máquinas síncronas se utilizan en mayor medida como generadores de corriente alterna que como motores de corriente alterna, ya que no presentan par de arranque y hay que emplear diferentes métodos de arranque y aceleración hasta la velocidad de sincronismo. También se utilizan para controlar la potencia reactiva de la red por su capacidad para, manteniendo la potencia activa desarrollada constante, variar la potencia reactiva que absorbe o cede a la red.

El método Bond Graph representa un enfoque para realizar modelos agrupados para diferentes dominios físicos, que manipula y muestra la estructura física de intercambio de potencias en el sistema. Aun conservando esta propiedad, el método permite encontrar el modelo matemático directamente desde el Bond Graph, además de poder observar el desempeño, tener el control del sistema y ver la dependencia lineal de cada elemento, todo basado en una representación grafica y la generalización de variables de flujo y esfuerzo.

Bond Graph estriba en que se puede representar una gran variedad de medios de energía (eléctrica, hidráulica, térmica, etc.) con el mismo conjunto de símbolos, y se puede describir como la potencia fluyente a través del sistema.

El modelo de la máquina síncrona por medio del método de Bond Graph reduce bastante en cuanto al número de operaciones así como también lo complicado de las mismas, en el modelado se necesito aplicar la transformación de Park la cual también fue modelada en el Bond Graph sin ninguna complicación, en el modelo de la máquina se obtuvieron las ecuaciones de estado y las ecuaciones de voltaje que después se compararon con las ecuaciones que podemos encontrar en los libros de máquinas eléctricas. Se simuló el modelo de la máquina síncrona en el software 20-sim el cual permite modelar gráficamente el Bond Graph, en los resultados obtenidos se puede observar en las gráficas el desempeño de la máquina síncrona.

Contenido

Agradecimiento.....	i
Dedicatoria.....	ii
Resumen.....	iii
Contenido.....	iv
Lista de figura	viii
Lista de tablas	xi
Lista de símbolos y abreviaturas.....	xii

CAPÍTULO 1

Introducción

1.1 La máquina síncrona y su modelado.....	1
1.2 Objetivo	1
1.3 Justificación	2
1.4 Metodología.....	2
1.5 Estructura de la tesis	2

CAPÍTULO 2

Modelado de Sistemas

2.1 Introducción.....	4
2.2 Modelado de sistemas eléctricos.....	4
2.2.1 Elementos pasivos lineales	5
2.3 Modelado de sistemas mecánicos	6
2.3.1 Sistemas con desplazamiento lineal.....	6
2.3.2 sistemas con masa y rozamiento viscoso	6
2.3.3 Sistemas con fuerzas elásticas	7
2.3.4 Sistema con desplazamiento angular	7
2.3.5 Sistemas de transmisión con ruedas.....	8
2.3.6 Sistemas térmicos	9
2.3.7 Sistemas Hidráulicos.....	10

2.4 Modelado en Bond Graph.....	11
2.5 Componentes básicos de Bond Graph	12
2.6 Elementos básicos de Bond Graph	15
2.6.1 Puerta resistencia	15
2.6.2 Puerta resorte	18
2.6.3 Puerta inercial	22
2.6.4 Nodo de unión.....	24
2.6.5 Nodo de unión 0.....	25
2.6.6 Nodo de unión 1.....	26
2.6.7 Elementos Fuente.....	26
2.6.8 Fuentes de esfuerzo.....	26
2.6.9 Fuentes de flujo.....	27
2.6.10 Elementos ideales puertos-2	28
2.6.11 Transformador TF.....	28
2.6.12 Girador GY	29
2.6.13 Causalidad.....	30
2.6.14 Obtención de las ecuaciones diferenciales por asignación de causalidad en un multipuerto.....	31
2.6.15 Causalidad derivativa en Bond Graph	32
2.6.16 Procedimiento para el modelado de sistemas en Bond Graph.....	33
2.6.17 Estructura de unión en un sistema multipuerto.....	33
2.6.18 Vectores clave o vectores significativos	34
2.6.19 Ecuaciones de estado y relación de campo	35
2.6.20 Propiedades de la matriz S.....	36

CAPÍTULO 3

Modelado de un generador síncrono

3.1 Introducción	38
3.2 Principios de la máquina síncrona	39
3.2.1 Leyes básicas del electromagnetismo	39

3.2.2 El campo magnético.....	39
3.2.3 La ley de Faraday de la inducción electromagnética	40
3.2.4 La ley de Lenz.....	41
3.2.5 Ley de Ampere.....	43
3.3 Perdidas en la máquina de corriente alterna	44
3.3.1 Perdidas eléctricas o en el cobre	44
3.3.2 Perdidas en el núcleo	45
3.3.3 Perdidas mecánicas	45
3.3.4 Perdidas dispersas	45
3.3.5 Diagrama de flujo de potencia	46
3.4 Modelado de un generador síncrono.....	46
3.4.1 El rotor	48
3.4.2 Velocidad de rotación de un generador síncrono.....	51
3.4.3 Circuito equivalente de un generador síncrono	52
3.4.4 El generador en vacío	52
3.4.5 El generador con carga	53
3.5 Simulación de un generador síncrono.....	53
3.5.1 Descripción matemática de la máquina síncrona.....	54
3.5.2 Ejes directos en cuadratura	56
3.5.3 Representación esquemática de los circuitos de la máquina síncrona.....	56
3.5.4 Transformación de Park.....	57
3.5.5 Ecuaciones de enlace de flujo.....	59
3.5.6 Ecuaciones de voltaje.....	62
3.5.7 Formulación de ecuaciones en espacio de estado.....	63
3.5.8 Formulación de corriente	64
3.5.9 La ecuación de onda normalizada.....	65

CAPITULO 4

Modelado y simulación en Bond Graph de la máquina síncrona.

4.1 Modelado en Bond Graph de la dinámica de la máquina síncrona	68
4.2 Modelos simplificados de la maquina síncrona utilizando Bond Graph	72
4.2.1 Sin devanados de amortiguamiento	72
4.2.2 A velocidad constante	75
4.3 Modelado de un turbogenerador en Bond Graph utilizando 20-sim	77
4.3.1 Introducción	77
4.3.2 Simulación de la máquina síncrona en 20-sim	80
4.4 Diagrama de la máquina síncrona en 20-sim	83

CAPITULO 5

Conclusiones y recomendaciones

5.1 Conclusiones	88
5.2 Recomendaciones	89
Bibliografía	90

Lista de figuras

2.1 Resistencia lineal	5
2.2 Inductor lineal	5
2.3 Condensador lineal	5
2.4 Sistema mecánico con desplazamiento lineal	6
2.5 Sistema con fuerza elástica	8
2.6 Sistema de transmisión con ruedas	8
2.7 Diagrama simbólico del sistema de calentamiento y su diagrama de bloques	10
2.8 Modelado de un depósito	11
2.9 Un bond.....	12
2.10 Un bond con variables	13
2.11 Una resistencia.....	15
2.12 Un bond de resistencia.....	16
2.13 Respuesta del flujo y esfuerzo para una resistencia.....	16
2.14 El amortiguador hidráulico	17
2.15 Variables para representar un amortiguador	17
2.16 Pérdida de energía por rozamiento	18
2.17 Pérdida de carga en una tubería	18
2.18 Un resorte.....	18
2.19 Desplazamiento instantáneo generado por el resorte.....	19
2.20 Representación no lineal entre el esfuerzo y el desplazamiento.....	19
2.21 Bond que describe un resorte.....	19
2.22 Acumulador hidroneumático	20
2.23 Bond que describe un acumulador hidroneumático.....	20
2.24 Bond que describe la presión, flujo y caudal	21
2.25 El capacitor	21
2.26 Representación del capacitor en Bond Graph.....	21
2.27 Representación del desplazamiento	22
2.28 El desplazamiento representado en Bond Graph	22

2.29 Representación de un puerto inercial en Bond Graph	23
3.30 Para sistemas lineales.....	23
2.31 Para sistemas no lineales.....	23
2.32 Momento de inercia polar	24
2.33 Nodo de unión.....	24
2.34 Nodo de unión 0.....	25
2.35 Nodo de unión 1.....	26
2.36 Fuente de esfuerzo	26
2.37 Distintas fuentes de esfuerzo.....	27
2.38 Fuentes de flujo.....	27
2.39 Otras fuentes de flujo.....	27
2.40 Tetraedro de estado	28
2.41 Bond Graph del transformador	28
2.42 Bond Graph del girador	29
2.43 Causalidad de un bond.....	30
2.44 Causal entre dos elementos.....	30
2.45 Circuito eléctrico en causalidad derivativa	32
2.46 Elemento C2 en causalidad derivativa.....	32
2.47 Reducción de bons en las uniones	33
2.48 Diagrama de bloques de la estructura unión para un Bond Graph	34
3.1 Generador trifásico	38
3.2 Generación de un voltaje inducido	40
3.3 La ley de Lenz.....	41
3.4 Ley de Lenz, si en lugar de un imán permanente el flujo magnético es causado por una corriente alterna sinusoidal	42
3.5 Diagrama de flujo de potencia	46
3.6 El generador síncrono	47
3.7 Rotor del generador síncrono.....	47
3.8 Esquema de un turbogenerador.....	48
3.9 Tipos de polos para el generador síncrono	49

3.10 Esquema de un generador síncrono con sus devanados	50
3.11 Esquema de un generador síncrono con circuito excitado sin escobillas	50
3.12 Alternador en vacío.....	52
3.13 Diagrama de un generador síncrono	54
3.14 Representación esquemática de una máquina síncrona	55
3.15 Diagrama esquemático de una máquina síncrona.....	56
3.16 Pares aplicados al rotor de una máquina síncrona	66
4.1 Bond Graph de la máquina síncrona.....	69
4.2 Modelo de Bond Graph de la máquina síncrona despreciando devanados de amortiguamiento	73
4.3 Bond Graph a velocidad constante de la máquina síncrona	75
4.4 Modelado y simulación en 20-sim.....	78
4.5 Esquema de las líneas de alimentación del generador que van hasta el bus infinito	81
4.6 Líneas en Bond Graph de alimentación trifásica para el generador	81
4.7 Voltajes de entrada.....	82
4.8 Corrientes de entrada	82
4.9 Modelo de la máquina síncrona en 20-sim	83
4.10 Devanados de amortiguamiento RD	84
4.11 Devanado de amortiguamiento en RQ	84
4.12 El flujo en el campo de las inductancias L_{dDF}	85
4.13 Corrientes en la inductancia L_{qQ}	86
4.14 Corrientes en la resistencia R_f	86
4.15 Líneas de alimentación con el multiplicador para obtener la potencia aparente	87
4.16 Potencia aparente de la máquina síncrona	87

Lista de tablas

Tabla 2.1 Variables en diferentes dominios de energía	14
Tabla 2.2 Condiciones para el trazo causal.....	31
Tabla 3.1 Velocidad de un generador síncrono en (r.p.m) a 50Hz y 60Hz	51
Tabla 4.1 Valores de los elementos de la máquina síncrona	80

Lista de símbolos y abreviaturas

i	Corriente.
v	Voltaje.
q	Carga.
R	Resistencia.
C	Capacitancia.
L	Inductancia.
P	Potencia.
F	Fuerza.
T	Temperatura.
A	Área.
m	Masa.
v	Velocidad.
Q	Caudal.
Φ	Campo Magnético.
λ	Enlace de flujo.
f	Frecuencia eléctrica.
n	Velocidad del campo magnético.
e(t)	Esfuerzo.
f(t)	Flujo.
Tf	Transformador.

GY	Girador.
MSe	Fuente de esfuerzo.
MSf	Fuente de flujo.
a, b, c	Devanados de fase del estator.
i_a, i_b, i_c	Corrientes de fase del estator.
v_a, v_b, v_c	Voltajes de fase del estator.
r_a, r_b, r_c	Resistencias de fase del estator.
L_{aa}, L_{bb}, L_{cc}	Inductancias propias de fase del estator.
F	Devanado de campo.
i_F	Corriente en F .
v_F	Voltaje en F .
r_F	Resistencia en F .
L_F	Inductancia propia en F .
D	Circuito de amortiguamiento en el eje d.
i_D	Corriente en D .
v_D	Voltaje en D .
r_D	Resistencia en D .
L_D	Inductancia propia en D .
Q	Circuito de amortiguamiento en eje q.
i_Q	Corriente en Q .
v_Q	Voltaje en Q .

r_Q	Resistencia de Q .
L_Q	Inductancia en Q .
$\theta(t)$	Velocidad angular del rotor en rad/seg.
$\omega(t)$	Velocidad angular del campo magnético en rad/seg.
T_e	Par electromagnético.
T_d	Par de amortiguamiento.
T_m	Par mecánico de la máquina síncrona.

Capítulo 1

Introducción

1.1 La máquina síncrona y su modelado [1]

Actualmente, el modelado de sistemas físicos y en especial, obtener el modelo de una máquina eléctrica no es un problema fácil de resolver; sobre todo porque generalmente se emplean relaciones algebraicas, dinámicas y de interconexión de los elementos que la forman para encontrar su modelo matemático.

De esta forma, se propone en este trabajo de tesis el modelar y simular una máquina síncrona como generador utilizando la metodología gráfica de modelado en bond graph.

El modelado en bond graph está basado en una representación gráfica, en donde sus componentes interactúan unos con otros a través de puertos de energía, estos componentes describen el flujo de potencia a través del sistema, además se pueden representar una gran variedad de medios de energía (eléctrica, térmica, hidráulica, etc.)

Una máquina síncrona es una máquina eléctrica rotativa de corriente alterna que convierte energía eléctrica en energía mecánica, siendo en este caso utilizada como motor síncrono, o bien convierte energía mecánica en energía eléctrica, siendo en este caso utilizada como generador síncrono.

1.2 Objetivo

En este trabajo de tesis se pretende realizar el modelado y simulación en Bond Graph de una máquina síncrona como generador bajo la plataforma de 20-sim, en donde se observará lo atractivo que puede ser el método de Bond Graph para modelar diferentes sistemas físicos; el software utilizado para lograr dicha simulación es el 20-sim.

1.2 Justificación

Los generadores síncronos trifásicos son la fuente principal de toda la energía eléctrica que consumimos. Estas máquinas son los convertidores de energía más grande del mundo. Convierten energía mecánica en energía eléctrica, en potencias de hasta 1500 MW.

¿Porque Bond Graph? Trabajar bajo el modelado de Bond Graph tiene varias ventajas, siendo una de las más importantes la factibilidad del uso de su método para simular así como la enorme ventaja que este tiene al analizar sistemas físicos, matemáticos etc., ya que el trabajar con sistemas aplicando las leyes de la física es un gran problema cuando nos encontramos con ecuaciones diferenciales y los cálculos matemáticos que un análisis así conlleva. Bond Graph ofrece un método sencillo, fácil de utilizar y sin tantos cálculos lo cual nos facilita el modelado de sistemas eléctricos en el caso propio y que es en el que nos enfocaremos en esta tesis.

1.4 Metodología

La metodología a seguir en este trabajo es primeramente estudiar y aprender el método de Bond Graph. Después conocer todo lo necesario de los turbo generadores para enseguida aplicar la técnica de Bond Graph y así hacer la simulación del turbogenerador con el software 20-sim.

1.5 Estructura de la tesis

En el capítulo 2. Se observa un poco del modelado de algunos sistemas físicos, de los cuales sólo se analizan sus ecuaciones de estado ya que el resolverlos paso por paso sería un poco complicado y no es la finalidad de este trabajo. También realizamos una breve reseña del modelado en Bond Graph así como la descripción de los elementos principales que se utilizan en la realización de esta tesis.

En el capítulo 3. Haremos una reseña de las leyes del electromagnetismo; base para el análisis de las máquinas eléctricas. Así como también un análisis matemático de la máquina síncrona que en esta tesis es utilizada como generador.

En el capítulo 4. Se realiza el modelado y simulación de la máquina síncrona representado en Bond Graph utilizando el 20-sim.

En el capítulo 5. Se anotarán las conclusiones del trabajo realizado así como también se hará notar las recomendaciones a seguir para trabajos futuros con el método gráfico de Bond Graph.

Capítulo 2

Modelado de Sistemas

2.1 Introducción [4]

Los modelos son simplificaciones de la realidad. Existen varios tipos de modelos y su forma depende de su aplicación. Los modelos físicos son frecuentemente usados en ingeniería cuando no es práctico usar sistemas reales. Una idea central que envuelve el estudio de la dinámica de un sistema real es la de su modelo. Los modelos son construcciones simplificadas y abstractas utilizadas para estudiar y determinar el comportamiento de sistemas.

Cuando la representación de la dinámica de un sistema se expresa en términos de operadores y variables se tiene otro tipo de modelo llamado modelo matemático. Este tipo de modelo es más abstracto que el modelo físico y tiene fuertes similitudes con el mismo. El modelo matemático representa solamente propiedades esenciales o primordiales de un fenómeno de interés.

2.2 Modelado de un sistema eléctrico.

El modelado de un circuito eléctrico consiste en la descripción del mismo mediante una serie de ecuaciones diferenciales que ligue las tensiones e intensidades de interés (entradas y salidas, etc.).

Una vez que se disponen las ecuaciones que describen cada uno de los elementos del circuito, la aplicación de las leyes de Kirchhoff permite describir las ecuaciones diferenciales.

Las señales más utilizadas en el modelado de circuitos eléctricos son las tensiones $v(t)$ y las intensidades $i(t)$, aunque pueden considerarse flujos $\lambda(t)$, cargas $q(t)$, potencia $p(t)$, energía $w(t)$ etc.

2.2.1 Elementos pasivos lineales

En una resistencia de valor R la relación entre la tensión y la corriente que se muestra en la figura 2.1, el valor de la corriente es:

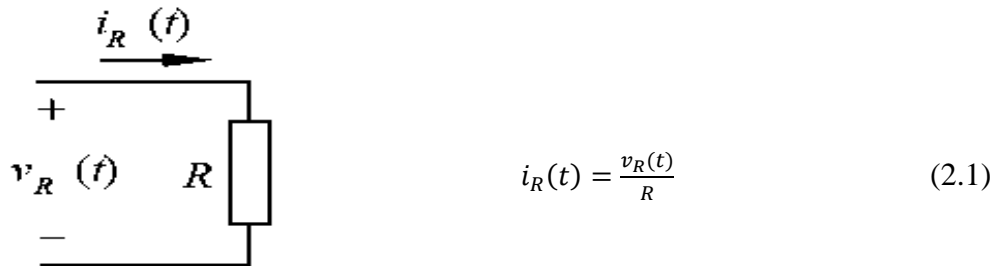


Figura 2.1 Resistencia lineal

En el inductor lineal que se muestra en la figura 2.2 (sin considerar la saturación) la relación entre la tensión y la corriente es:

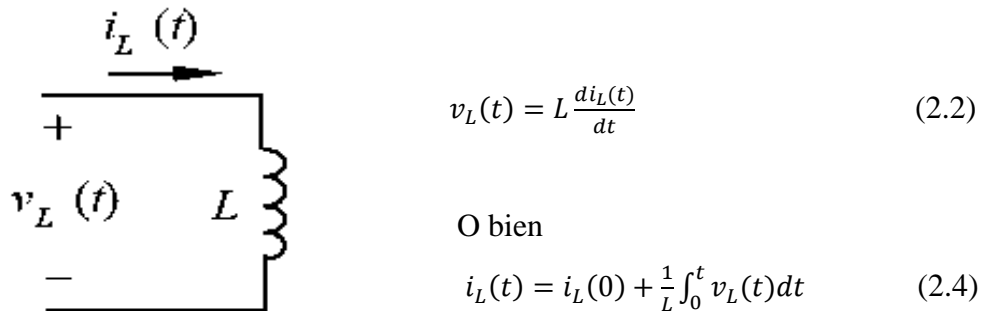


Figura 2.2 Inductor lineal

En un capacitor que se muestra en la figura 2.3 la capacidad C la relación es:

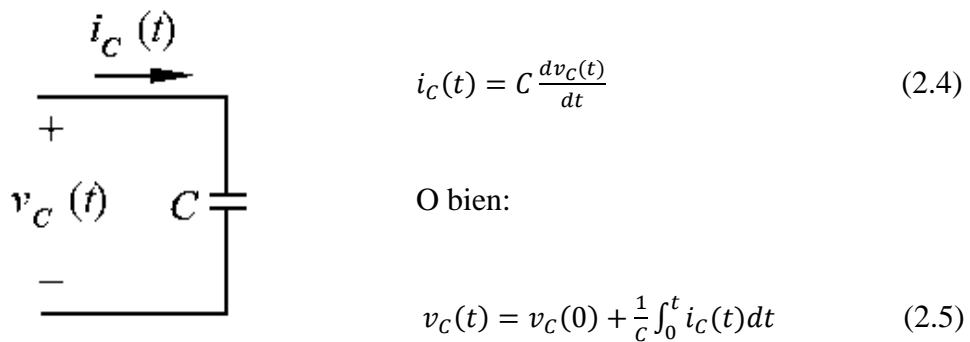


Figura 2.3 Capacitor lineal

2.3 Modelado de sistemas mecánicos

En los sistemas mecánicos las fuerzas, desplazamiento y velocidades son las variables comúnmente encontradas. La ecuación fundamental de la 2ª ley de Newton

$$\vec{f}(t) = M\vec{a}(t) = M \frac{d\vec{x}(t)}{dt} \quad (2.6)$$

Que indica que la suma de fuerzas que actúan sobre un cuerpo es igual al producto de su masa por la aceleración.

2.3.1 Sistemas con desplazamiento lineal

2.3.2 Sistemas con masas y rozamiento viscoso

Considérese una masa M situada sobre una superficie horizontal sobre la cual actúa una fuerza exterior $f(t)$ que se muestra en la figura 2.4. El rozamiento de la masa con la superficie da lugar a otra fuerza que se opone al desplazamiento y se supondrá proporcional a la velocidad con constante de proporcionalidad B . la aplicación de la ley de Newton da:

$$f(t) - B \frac{dx}{dt} = M \frac{d^2x}{dt^2} \quad (2.7)$$

Si se conoce la fuerza aplicada $f(t)$, y las condiciones iniciales (posición y velocidad) puede determinarse la posición $x(t)$ en cualquier instante. Las derivadas sucesivas darán la velocidad y la aceleración.

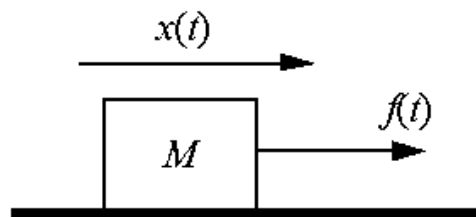


Figura 2.4. Sistema mecánico con desplazamiento lineal.

2.3.3 Sistemas con fuerzas elásticas

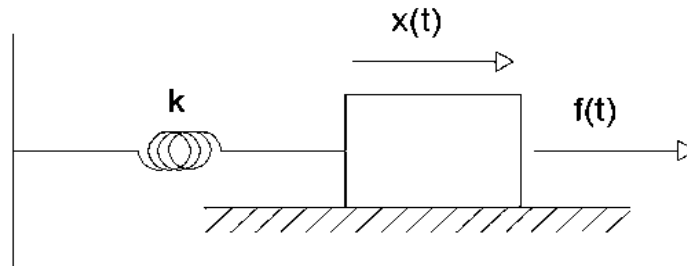


Figura 2.5 Ejemplo de un sistema con fuerza elástica

Considérese un sistema que se muestra en la figura 2.5. Una fuerza exterior $f(t)$ actúa sobre una masa M unida a una pared con un muelle elástico. El muelle presenta una fuerza que se opone al desplazamiento y que puede suponerse proporcional a la elongación con constante de proporcionalidad K . El rozamiento de la masa con la superficie da lugar a otra fuerza que se opone al desplazamiento y que puede suponerse proporcional a la velocidad con constante de proporcionalidad B . La aplicación de la ley de Newton da:

$$f(t) - B \frac{dx}{dt} - Kx = M \frac{d^2x}{dt^2} \quad (2.8)$$

Como en el caso anterior, si se conoce la fuerza aplicada $f(t)$, y las condiciones iniciales (posición y velocidad) puede determinarse la posición $x(t)$ en cualquier instante. Las derivadas sucesivas darán la velocidad y la aceleración.

2.3.4 Sistema con desplazamiento angular

Para sistemas con desplazamiento angular en una dimensión la ley de Newton se modifica; el par neto es igual al momento de inercia multiplicado por la aceleración angular:

$$m(t) = J\alpha(t) = J \frac{d\omega}{dt} = J \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (2.9)$$

Donde $m(t)$ es el par aplicado, J el momento de inercia, y $\{\theta, \omega, \alpha\}$ la posición, velocidad y aceleración angulares, respectivamente. En estos sistemas puede haber también pares resistentes debidos a la elasticidad de los ejes y al rozamiento.

2.3.5 Sistemas de transmisión con ruedas

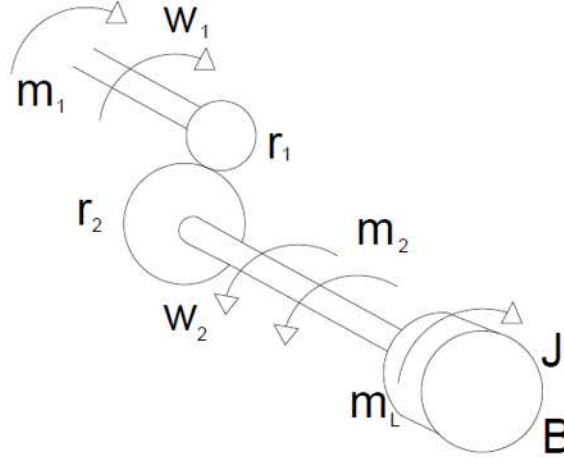


Figura 2.6 Sistema de transmisión con ruedas.

Considérese el sistema de la figura 2.6. Sobre un eje 1 se aplica un par $m_1(t)$ haciéndolo girar a una velocidad $\omega_1(t)$. Está acoplado a otro eje 2 a través de dos ruedas de radios r_1 y r_2 , que ruedan sin deslizar (es lo mismo que dos ruedas dentadas con números de dientes N_1 y N_2 , siempre que $r_1 / r_2 = N_1 / N_2$). En este segundo eje hay una carga que tiene un momento de inercia J y sobre el que actúa un par resistente (de carga) m_L . Además sobre el tambor hay un par de rozamiento viscoso proporcional a la velocidad, con constante de proporcionalidad B .

En las ruedas se conserva la potencia (par \cdot velocidad angular) de forma que se tiene la relación:

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{m_2(t)}{m_1(t)} = \frac{\omega_1(t)}{\omega_2(t)} = \frac{\theta_1(t)}{\theta_2(t)} \quad (2.10)$$

Donde $m_2(t)$ es el par aplicado al eje 1 "visto" en el eje 2, θ_1 y θ_2 los ángulos giratorios para cada uno de ellos. Como:

$$m_2(t) = J \frac{d\omega_2}{dt} + B\omega_2 + m_L \quad (2.11)$$

2.3.6 Sistemas térmicos

En los sistemas térmicos las señales comúnmente empleadas son la temperatura T (a veces se manejan diferencias o gradientes de temperatura) y las potencias $p(t)$ (flujo de calor por unidad de tiempo).

El modelado es en principio complicado, ya que la temperatura no suele ser homogénea en los cuerpos, lo que dará lugar a ecuaciones diferenciales en derivadas parciales y, por lo tanto, a modelos de parámetros distribuidos. Se suele simplificar en muchos casos dividiendo el cuerpo en varias partes, o considerando una sola, suponiendo temperatura homogénea. Así se obtienen ecuaciones diferenciales ordinarias y, por lo tanto, modelos de parámetros concentrados.

El calor puede fluir por conducción, por convección y por radiación. El primer fenómeno es prácticamente lineal, el flujo de calor es proporcional a la diferencias de temperaturas. La convección es debida al flujo, sobre la superficie del cuerpo de sustancias gaseosas o líquidas. La refrigeración de semiconductores en pequeñas potencias se realiza principalmente por convección de aire. En transformadores de potencias elevadas la refrigeración se hace por aceite. La convección no es estrictamente un fenómeno lineal, aunque puede suponerse así en márgenes discretos de temperaturas. La radiación es un fenómeno no lineal, depende de T^4 .

La resistencia térmica R ($^{\circ}\text{K}/\text{W}$ o $^{\circ}\text{C}/\text{W}$) es un parámetro utilizado en conducción y, linealizando (para pequeñas variaciones), en convección y radiación. Es la relación entre el flujo de calor por unidad de tiempo evacuada a través de un conductor térmico y el gradiente de temperaturas:

$$p(t) = \frac{T_1(t) - T_2(t)}{R} = \frac{\Delta T(t)}{R} \quad (2.12)$$

Cuanto mayor es la resistencia menor es el flujo de calor para igual salto térmico.

La capacidad térmica C ($\text{J}/^{\circ}\text{K}$ o $\text{J}/^{\circ}\text{C}$) de un cuerpo es la cantidad de calor que hay que darle para aumentar su temperatura un grado. Es decir:

$$T(t) = T(0) + \frac{1}{C} \int_0^t p(t) dt \quad (2.13)$$

Ejemplo (Calentamiento de un cuerpo). El calentamiento de un horno, de una máquina eléctrica o de un componente electrónico se suele modelar, en primera aproximación con un modelo muy sencillo que supone temperatura homogénea. En un punto del cuerpo se genera una potencia calorífica P de la que parte se emplea en calentar el cuerpo P_c , y parte fluye hacia el exterior P_f . Si el cuerpo tiene una capacidad térmica C y una resistencia

térmica R , T es su temperatura y T_e la temperatura exterior, se tiene el modelo que se da en la figura 2.7 en forma de diagrama de bloques. Es un modelo lineal descrito por:

$$C \frac{dT}{dt} = P_c = p - p_f = p - \frac{T - T_e}{R} \quad (2.14)$$

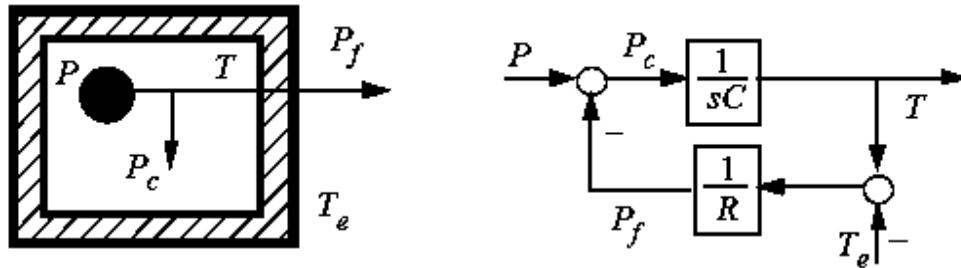


Figura 2.7 Diagrama simbólico del sistema de calentamiento y su diagrama de bloques mostrando las variables de interés.

2.3.7 Sistemas hidráulicos

En un sistema hidráulico las variables normalmente encontradas son niveles, caudales, presión, velocidad, etc. El siguiente ejemplo muestra el modelado de un depósito de líquidos.

Ejemplo (Modelado de un depósito) Un gran depósito de agua de sección constante A (m^2). Y altura H_{Max} (m) figura 2.8a, tiene un orificio en el fondo de área a (m^2). En el depósito entra una caudal $q(t)$ (m^3/s). La velocidad de salida del agua a través del orificio del fondo es $v = \sqrt{2gh}$ donde h es el nivel del agua y g es la aceleración de la gravedad. Por lo tanto el caudal de salida es av y la ecuación que define el sistema figura 2.8b es:

$$A \frac{dh(t)}{dt} = q(t) - a\sqrt{2gh(t)} \quad (2.15)$$

Es decir, la variación del volumen del depósito es igual al caudal de entrada menos el caudal de salida. Este es un sistema no lineal, ya que en la ecuación diferencial aparece la raíz cuadrada de la variable dependiente.

Si el caudal de entrada es constante $q(t) = Q$, se alcanza un punto de equilibrio que corresponde a $Q = a\sqrt{2gh}$, donde H es el nivel constante que alcanzará el agua. Linealizando el modelo en un entorno de este punto de equilibrio se tiene el siguiente

modelo lineal de primer orden:

$$A \frac{dh(t)}{dt} = q(t) - \frac{a^2 g}{Q} h(t) \quad (2.16)$$

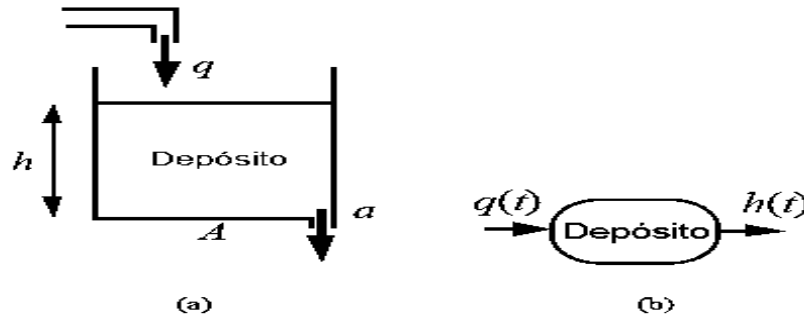


Figura 2.8 Modelado de un depósito. (a) Diagrama de funcionamiento. (b) Diagrama de bloques mostrando las variables de entrada y de salida.

2.4 Modelado en Bond Graph

La herramienta de Bond Graph definida por Paynter (1961), formalizada por Karnopp (1983), Rosenberg (1990), Thoma (1991) y Breedveld (1994), está situada entre el sistema físico y los modelos matemáticos asociados. Debe ser señalado que esta técnica no tiene la intención de ser universal. Sin embargo, ha demostrado su eficiencia en gran número de aplicaciones para el diseño de sistemas, simulaciones y determinación de las leyes de control, y de esta manera puede ser ubicada entre los métodos necesarios para la construcción de modelos.

El modelado en Bond Graph representa un enfoque unificado para el modelado y manipulación de sistemas dinámicos de ingeniería que permite obtener sus ecuaciones de estado y conocer sus propiedades de observabilidad, controlabilidad y dependencia lineal de sus elementos, basado en una representación gráfica y la generalización de los conceptos de variables de flujo y esfuerzo.

Un Bond Graph es una representación gráfica de un sistema dinámico donde una colección de componentes interactúan unos con otros a través de puertos de energía. Estos

componentes colocados en el sistema describen como fluye la potencia a través del sistema.

Bond Graph es un enfoque general que permite construir modelos de sistemas eléctricos, magnéticos, mecánicos, hidráulicos, neumáticos y térmicos utilizando solamente un pequeño conjunto de elementos ideales. Técnicas estándares expresan los modelos en ecuaciones diferenciales o en esquemas de simulación por computadora.

A continuación, se definen los elementos básicos que componen a un modelo representado en Bond Graph.

2.5 Componentes básicos de un Bond Graph

El componente fundamental de un Bond Graph es un *bond* de energía utilizado para acoplar los puertos de energía de los componentes del sistema.

El bond es representado por una semiflecha indicando la dirección de esta como fluye la energía.

En un sistema físico cualquiera, la energía puede almacenarse, disiparse o intercambiarse. Cuando posteriormente se unen dos sistemas, aparecen distintos flujos de potencia entre ellos.

Mediante la técnica de Bond Graph, el flujo de potencia entre los sistemas o incluso entre sus elementos se representa mediante una línea llamada Bond, representada en la figura 2.9. La punta de la flecha del Bond indica el sentido de transmisión de la potencia.

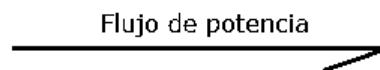


Figura 2.9 Un bond

Por otra parte, la potencia instantánea, variable en el tiempo, es transmitida por un Bond particular y puede ser expresada como el producto de dos variables: el esfuerzo $e(t)$ y el flujo $f(t)$, siendo ambas también variables en función del tiempo.

$$Potencia = e(t) \cdot f(t) \quad (2.17)$$

Como se verá más adelante, el significado físico de las variables esfuerzo y flujo dependerá del dominio físico en que se encuadre el sistema en estudio. Por ejemplo, en el caso de la mecánica, $e(t)$ es la fuerza y $f(t)$ es la velocidad, cumpliéndose que:

$$Potencia = Esfuerzo \times Velocidad$$

En el Bond Graph a las variables $e(t)$, $f(t)$ se les denomina variables del sistema y sus valores definen el Bond. En definitiva, cada Bond lleva dos valores asociados: esfuerzo y flujo, cuyo producto es la potencia, como se muestra en la figura 2.10.

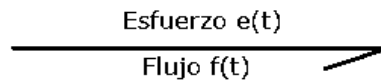


Figura 2.10 Un bond con variables.

Además de las ya mencionadas, se utilizan dos variables más, denominadas variables energéticas o dinámicas. Estas dos variables son: el desplazamiento $q(t)$ y la integral del esfuerzo en el tiempo $P(t)$.

$$P(t) = \int_0^t e(t) \cdot dt \quad (2.18)$$

Según esto, en mecánica $P(t)$ es la cantidad del movimiento, por tanto se cumplirá que:

$$\frac{dP(t)}{dt} = e(t) \quad (2.19)$$

En cuanto al desplazamiento, se define como la integral del flujo en el tiempo.

$$q(t) = \int_0^t f(t) \cdot dt \quad (2.20)$$

O también:

$$\frac{dq(t)}{dt} = f(t) \quad (2.21)$$

Por otra parte, la energía transmitida por el Bond $E(t)$, es la integral de la potencia en el tiempo, por lo que:

$$E(t) = \int_0^t Potencia \cdot dt = \int_0^t e(t) \cdot f(t) \cdot dt \quad (2.22)$$

Como se ha comentado anteriormente, las variables de esfuerzo y flujo tienen un significado diferente en función del dominio físico al que pertenezca el sistema en estudio. En la tabla 2.1, puede verse el significado de estas variables en diferentes dominios de la Física.

Tabla 2.1 Variables en diferentes dominios de energía.

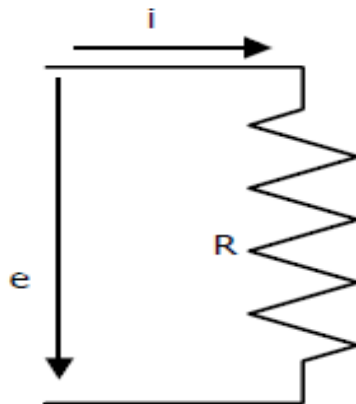
Sistema Físico	Esfuerzo e	Flujo f	Momento p	Desplazamiento q
Mecánica Traslación	Fuerza $f(N)$	Velocidad $V(m/s)$	Momento Lineal $P(N \cdot s)$	Desplazamiento $X(m)$
Mecánica Rotación	Par $M(N \cdot n)$	Vel. angular w (rad/seg)	Mom angular $H(N \cdot m \cdot s)$	Angulo girado $O(rad)$
Hidráulica	Presión $p(N/m^2)$	Caudal $Q(m^3/s)$	Momento $P(n \cdot s/m^2)$	Volumen $V(m^3)$
Electricidad	Voltaje $e(V)$	Intensidad $i(Amp)$	Flujo $F(v \cdot s)$	Carga (Q)
Sistema Térmico	Temperatura $T(k)$	Flujo de calor $q(w)$		Calor (Q)
Acústica	Presión $p(N/m^2)$	Velocidad $V(m^2/s)$	Momento $P(N \cdot s/m^2)$	Volumen $V(m^3)$

2.6 Elementos básicos de Bond Graph

En las siguientes secciones se van a presentar un conjunto de elementos básicos que podrán ser usados para modelizar cada sistema. Estos elementos aparecen como componentes elementales del sistema representando su idealización matemática. Ejemplos claros de estos componentes son: resistencias, condensadores, masas, resortes, tuberías, bombas hidráulicas, etc. La técnica de Bond Graph permite que, con la clasificación de variables presentada en la sección anterior, sólo se necesite una pequeña cantidad de elementos para poder representar modelos de cualquier dominio físico. Además, como se verá posteriormente, la notación de Bond Graph permite visualizar el comportamiento del sistema más fácilmente que el conjunto de las ecuaciones de estado.

2.6.1 Puerta Resistencia

Representará a aquellos elementos o situaciones donde haya una pérdida de energía. Un ejemplo claro es el de la resistencia eléctrica que al paso de una intensidad de corriente produce una caída de tensión, como se ilustra en la figura 2.11.



Donde:

e = tensión (Volts)

i = corriente (Amper)

r = resistencia (Ohms)

Figura 2.11 Una resistencia.

Este elemento se representaba en Bond Graph mediante la figura 2.12.

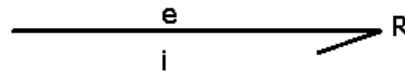


Figura 2.12 Un bond de resistencia.

En él, el esfuerzo (en este caso, tensión) y el flujo f (intensidad) están relacionados por la conocida expresión:

$$e = R \cdot i \quad (2.23)$$

En la representación mediante Bond Graph, se dirá que el esfuerzo asociado a un bond de puerta resistencia es igual al valor R que define la puerta por el flujo asociado al mismo bond. Es decir, en estas puertas existe una relación entre el esfuerzo y el flujo del bond, pudiendo ser esta relación lineal o no lineal, tal como se muestra en la figura 2.13.

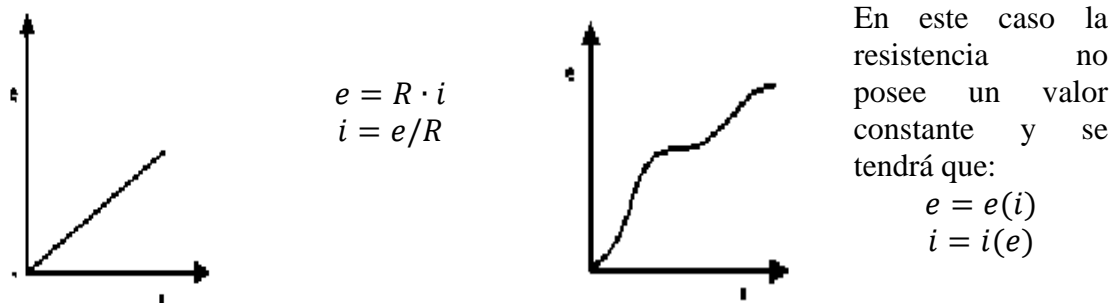
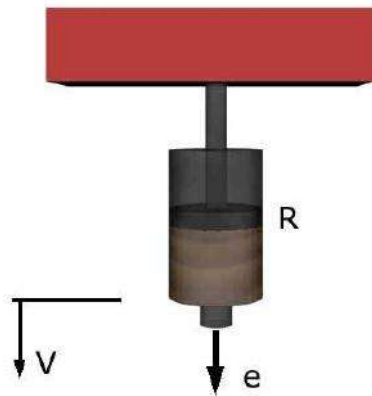


Figura 2.13 Respuesta del flujo y esfuerzo para una resistencia.

Al igual que en el caso de la resistencia eléctrica, toda pérdida de energía se representa en Bond Graph mediante una puerta tipo resistencia.

Otro ejemplo claro lo constituye el amortiguador hidráulico. Este elemento opone una resistencia a su desplazamiento proporcional a la velocidad a la que se lo quiere desplazar, tal como se muestra en la figura 2.14.



e = Esfuerzo

V = Velocidad de desplazamiento

R = Constante del amortiguador

Figura 2.14 El amortiguador hidráulico.

Si la característica R del amortiguador se considera constante, el esfuerzo necesario para desplazar el amortiguador viene dado por:

$$e = v \cdot R \quad (2.24)$$

En donde v es la diferencia de velocidad entre sus extremos.

Sin embargo, el amortiguador una vez que se ha desplazado no vuelve a su posición inicial, es decir, que ha habido una pérdida de energía. Uniendo esto al hecho de que existe una relación entre el esfuerzo y la velocidad, el amortiguador vendrá representado en Bond-Graph mediante una puerta resistencia, como se ilustra en la figura 2.15.

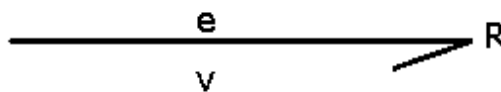


Figura 2.15 Variables para representar un amortiguador.

Cumpléndose que:

$$e = v \cdot R ; \quad v = \frac{1}{R} \cdot e \quad (2.25)$$

En estas expresiones el valor de R puede ser constante o variable.

Otro ejemplo claro de pérdida de energía es el rozamiento mecánico de un sólido de masa m que se desplaza sobre un plano.

Se cumplirá que $e = v \cdot R$. Evidentemente, se está considerando que la fuerza de rozamiento depende de la velocidad de desplazamiento. En la realidad, las fuerzas de rozamiento dependen de la velocidad pero de una forma no lineal. Otro elemento (figura 2.16) que se comporta como puerta resistencia es la pérdida de carga que se produce en una tubería. Hay que recordar que en este caso, las dos variables que acompañan el grafo son la presión y el caudal.

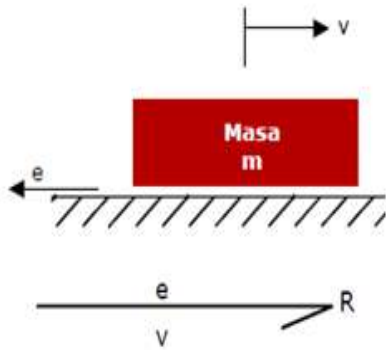


Figura 2.16 Pérdida de energía por rozamiento.

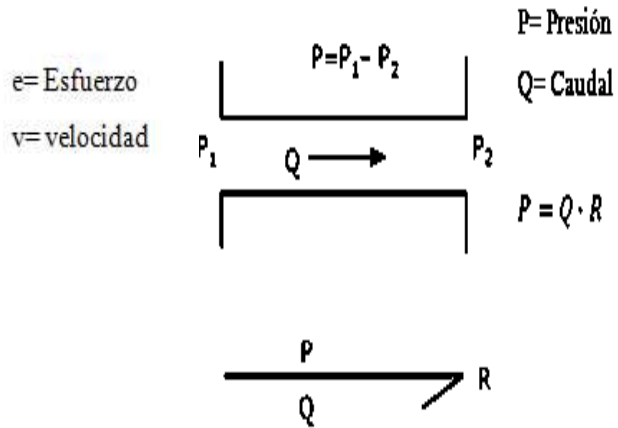


Figura 2.17 Pérdida de carga en una tubería.

2.6.2 Puerta resorte

Se representa como puerta resorte todo elemento que es susceptible de almacenar energía y de devolverla íntegramente al sistema sin ninguna pérdida, tal como se muestra en la figura 2.18.

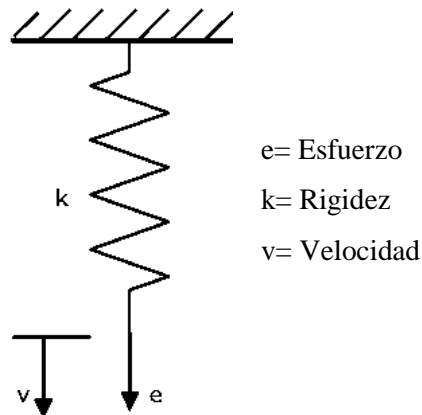


Figura 2.18 Resorte.

Dado un resorte ideal (sin pérdidas) se cumple que:

$$E = K \cdot x \quad (2.26)$$

En donde x representa el desplazamiento instantáneo generado por el movimiento del resorte. Si la rigidez K se considera constante, la relación entre el esfuerzo y el desplazamiento es lineal, como se indica en la figura 2.19.

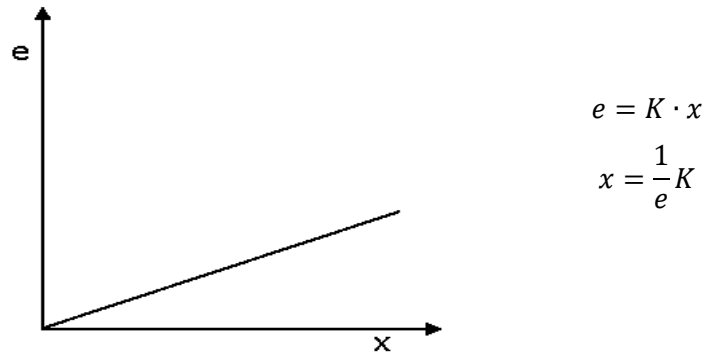


Figura 2.19 Desplazamiento instantáneo generado por el resorte.

Si la rigidez K es variable, la relación entre el esfuerzo y el desplazamiento es no lineal (figura 2.20).

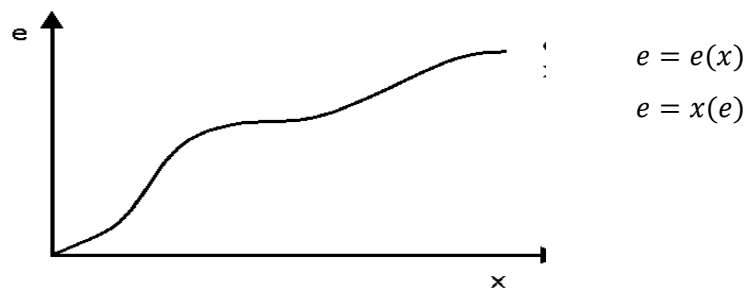


Figura 2.20 Representación no lineal entre el esfuerzo y el desplazamiento.

La representación de un resorte mediante Bond Graph, es la indicada en la figura 2.20

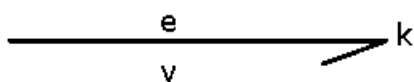


Figura 2.21 Bond que representa un resorte.

Ahora, contrariamente a la puerta resistencia, se relaciona el esfuerzo asociado al bond con el desplazamiento originado. Teniendo en cuenta que el desplazamiento puede definirse como la integral de la velocidad en el tiempo, en las puertas resorte se cumplirá que:

$$e = k \cdot \int^t v \cdot dt \quad (2.27)$$

Si en lugar de la mecánica se pasa al campo de la hidráulica, puede considerarse como puerta resorte el acumulador hidroneumático. Este elemento está formado por un recipiente en donde se encuentran un gas comprimido y un volumen de aceite separados por una membrana de goma, tal como se muestra en la figura 2.22.

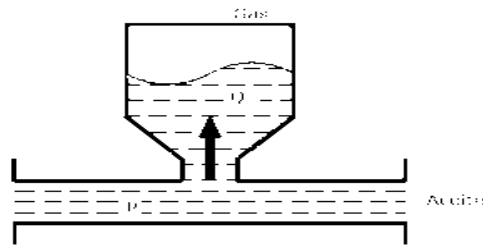


Figura 2.22 Acumulador hidroneumático.

El acumulador hidroneumático funciona como un resorte y su representación en Bond-Graph es idéntica al resorte mecánico antes expuesto, como se muestra en la figura 2.23.

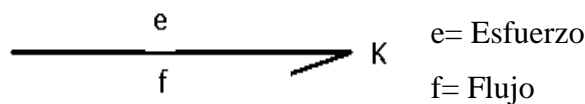


Figura 2.23 Bond que describe el acumulador hidroneumático.

$$e = K \cdot \int^t f \cdot dt \quad (2.28)$$

En este caso, el esfuerzo representa el incremento de presión, el flujo y el caudal de aceite, lo cual se ilustra en la figura 2.23.

$$e = K \cdot \int^t Q \cdot dt \quad (2.29)$$

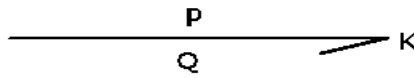


Figura 2.24 Bond que describe la presión, flujo y caudal.

Otro fenómeno de acumulación de energía es el originado por el capacitor en un circuito eléctrico, como se muestra en la figura 2.25.

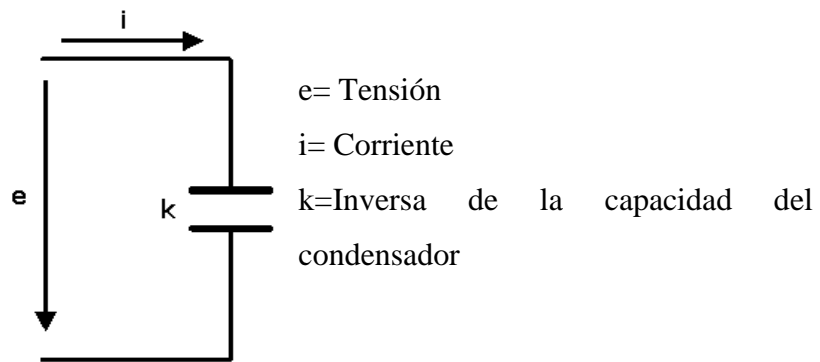


Figura 2.25 El capacitor.

Se representará por la figura 2.26.

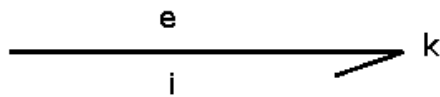


Figura 2.26 Representación del capacitor en Bond Graph.

Denominando a la carga y recordando que es igual a la integral de la intensidad en el tiempo, tenemos:

$$q = K \int^t i \cdot dt \quad (2.30)$$

La ecuación característica del capacitor será

$$q = K \cdot \int^t i \cdot dt \quad (2.31)$$

2.6.3 Puerta Inercial

Se representan mediante puertas inercia todos aquellos elementos o fenómenos en los que existe una relación matemática entre el flujo y la variable P , que se había definido como la integral del esfuerzo en el tiempo y que en mecánica es la cantidad de movimiento.

Como primer ejemplo, puede plantearse el caso de un móvil, de masa m , que se desplaza sin rozamiento a una velocidad v , lo cual se muestra en la figura 2.27.

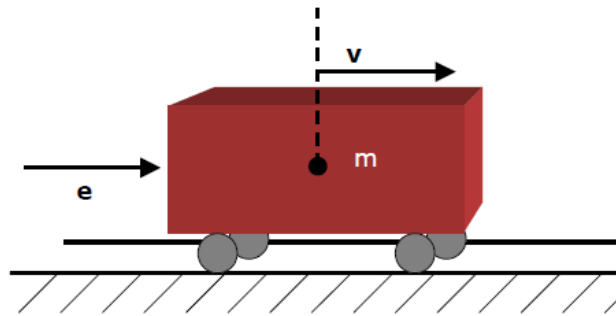


Figura 2.27 Representación del desplazamiento.

Se representará en Bond-Graph mediante, la figura 2.28

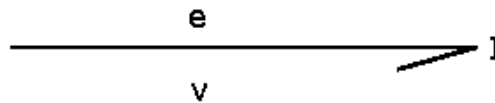


Figura 2.28 El desplazamiento representado en Bond Graph.

El valor asociado al representar la masa del elemento, y P , el producto de esta masa por su velocidad. Se puede decir que:

$$\begin{aligned}
 P &= m \cdot v \quad ; \quad I = m \\
 v &= \frac{1}{I} \cdot p \\
 P &= I \cdot v
 \end{aligned}
 \tag{2.32}$$

Lo cual, como se indicaba anteriormente, determina una relación entre P y el flujo. En general, podrá decirse que en toda puerta inercia se tiene el Bond-Graph indicado en la figura 2.29

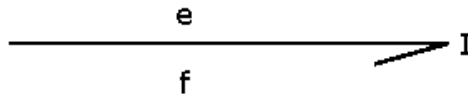
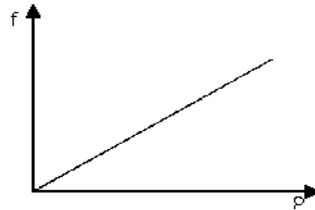


Figura 2.29 Representación de un puerto inercial en Bond Grpah.

Para sistemas lineales, figura 2.30.

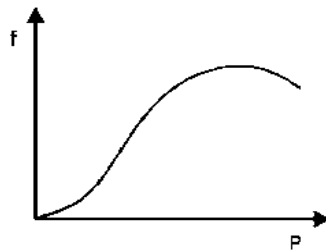


$$f = \frac{1}{I}P$$

$$P = I \cdot f$$

Figura 2.30 Para sistemas lineales.

Y para no lineales, figura 2.31



$$f = f(P)$$

$$P = P(f)$$

Figura 2.31 Para sistemas no lineales.

Otros ejemplos de puertas inercia son el giro de un cuerpo rígido y la inductancia eléctrica, se da en la figura 2.32.

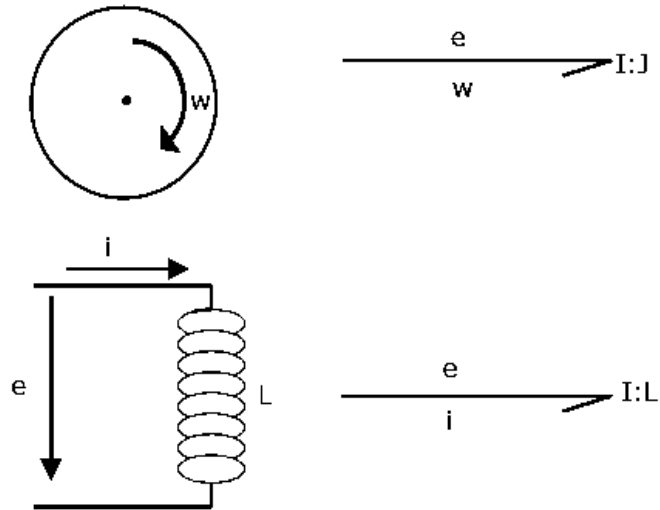


Figura 2.32 Momento de inercia polar.

2.6.4 Nodos de Unión

En aquellos puntos del sistema donde existen una o varias entradas de energía y una o varias salidas de ésta, se forma un nodo cuya característica fundamental es que en él se cumple el principio de conservación de la energía, esto se ilustra en la figura 2.33.

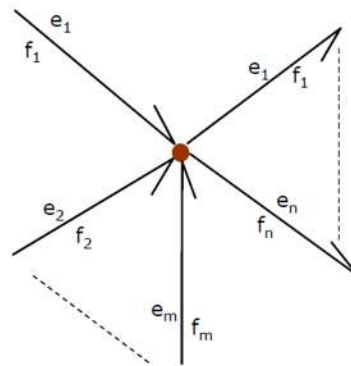


Figura 2.33 Nodo de unión.

Debido al principio de conservación de energía se cumplirá que:

$$\sum_{i=1}^m e_i \cdot f_i = \sum_{j=1}^n e_j \cdot f_j \quad (2.33)$$

Es decir, la suma de los productos $e \cdot f$ asociados a cada bond de entrada es igual a la suma de los productos de salida, lo que equivale a decir que no ha habido pérdida de energía en el nodo. Por tanto, en los nodos se cumple que:

$$\Sigma(e \cdot f)_{\text{entrada}} = \Sigma(e \cdot f)_{\text{salida}} \quad (2.34)$$

Existen dos tipos de uniones que se denominan tipo 0 y tipo 1.

2.6.5 Nodo de Unión 0

En este tipo de nodo todos los bonds que entran y salen del nodo llevan asociado el mismo esfuerzo, lo cual se muestra en la figura 2.34.

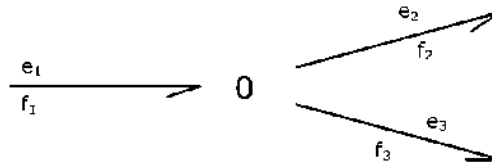


Figura 2.34 Nodo de unión 0.

Por ser nodo 0 se cumple que:

$$e_1 = e_2 = e_3 \quad (2.35)$$

Y debido a la conservación de energía, tenemos que:

$$e_1 \cdot f_1 = e_2 \cdot f_2 + e_3 \cdot f_3 \quad (2.36)$$

En consecuencia

$$\begin{aligned} e_1 \cdot f_1 &= e_1 \cdot f_2 + e_1 \cdot f_3 \\ e_1 \cdot f_1 &= e_1 \cdot (f_2 + f_3) \\ f_1 &= f_2 + f_3 \end{aligned} \quad (2.37)$$

Lo que significa que en los nodos tipo 0, la suma de los flujos de entrada es igual a la suma de los flujos de salida.

2.6.6 Nodo de Unión 1

Al contrario que en el caso anterior, en los nodos de unión 1 se mantiene constante el flujo de los bonds que entran y salen de la unión, esto se ilustra en la figura 2.35.

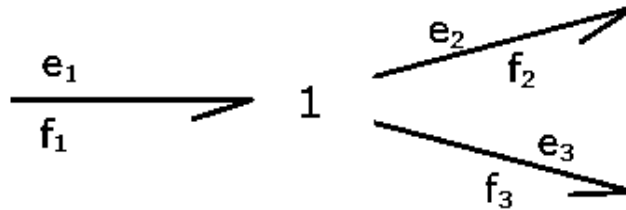


Figura 2.35 Nodo de unión 1.

$$f_1 = f_2 = f_3 \quad (2.38)$$

Por conservación de la energía:

$$\begin{aligned} e_1 \cdot f_1 &= e_2 \cdot f_2 + e_3 \cdot f_3 \\ e_1 \cdot f_1 &= e_2 \cdot f_1 + e_3 \cdot f_1 \\ e_1 &= e_2 + e_3 \end{aligned} \quad (2.39)$$

Lo que significa que, en los nodos tipo 1 la suma de esfuerzos de entrada es igual a la suma de los esfuerzos de salida.

2.6.7 Elementos Fuente

Los elementos fuente son aquellos que proporcionan potencia al sistema. Esta potencia puede ser suministrada mediante un flujo o un esfuerzo conocidos. Así pues, habrá dos tipos de fuentes, las de esfuerzo conocido y las de flujo conocido.

2.6.8 Fuentes de Esfuerzo

Son aquellas que provocan una entrada de esfuerzo al sistema. Se representan por la figura 2.36.

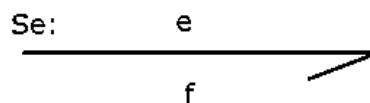


Figura 2.36 Fuente de esfuerzo.

Como ejemplos físicos de estas fuentes de esfuerzo pueden mencionarse las fuerzas de excitación en sistemas mecánicos y los generadores de tensión en circuitos eléctricos, lo cual se muestra en la figura 2.37.

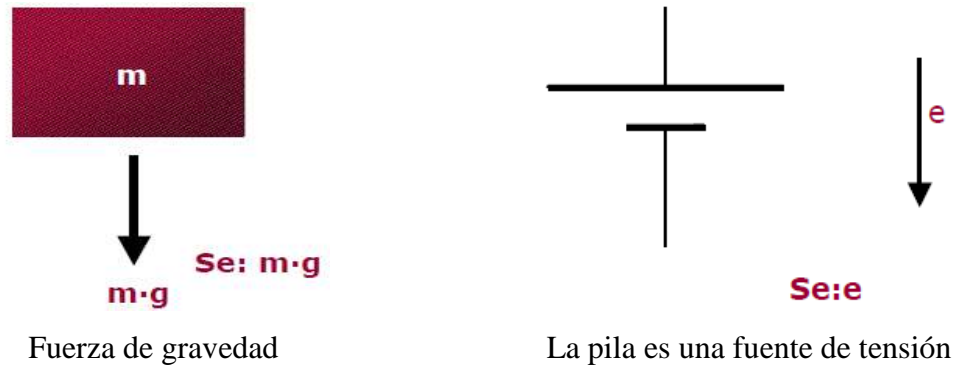


Figura 2.37 Distintas fuentes de esfuerzo.

2.6.9 Fuentes de flujo

Son aquellas que suministran flujo al sistema. Se representan por la figura 2.38

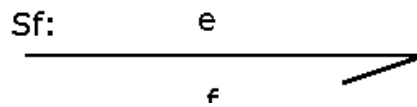


Figura 2.38 Fuente de flujo.

Como ejemplos físicos pueden indicarse las fuentes de intensidad en electricidad y las bombas hidráulicas que son fuentes de caudal realmente, las cuales se muestran en la figura 2.39.

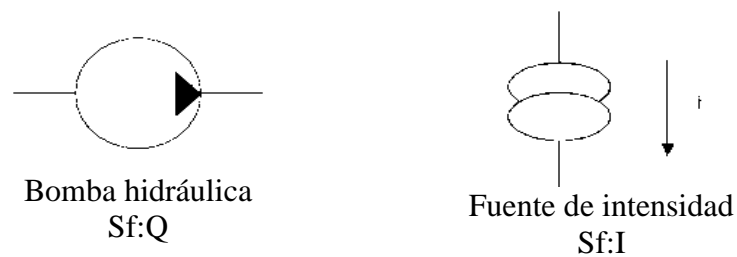


Figura 2.39 Otras fuentes de flujo.

A continuación veremos los componentes de Bond Graph necesarios para la simulación de la máquina síncrona.

En la Figura 2.40 se muestra el tetraedro de estado, este esquema facilita determinar la relación que existe entre las variables generalizadas por tres puertos-1 pasivos.

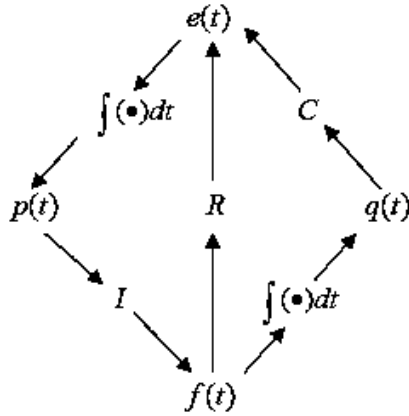


Figura 2.40 Tetraedro de estado.

2.6.10 Elementos ideales puertos-2

Existen solamente dos elementos ideales de puerto-2, estos elementos son el transformador **TF** y el girador **GY**, estos elementos cambian la relación de flujo y esfuerzo entre las variables, estos elementos tienen la característica de tener dos puertos y una relación lineal entre esfuerzos y flujos.

2.6.11 Transformador TF

En este elemento la función principal es convertir la energía entre dos puertos, en el transformador la energía no se destruye ni almacena sólo es transformada para ser transferida con ciertas condiciones. En la figura 2.41 se muestra el esquema del transformador.

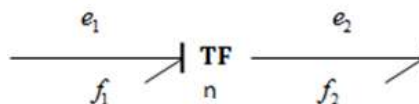


Figura 2.41 Bond Graph del transformador.

Las relaciones entre las variables de bond generalizadas para el girador están dadas por las siguientes ecuaciones:

$$e_1(t) = rf_2(t) \quad (2.40)$$

$$f_1(t) = \frac{1}{r} e_2(t) \quad (2.41)$$

En el modelo del transformador en Bond Graph, se aplica el mismo concepto de relación de transformación que en el transformador eléctrico real, es decir, la relación de transformación en ambos casos indica cómo se afecta la transformación de la energía.

2.6.12 Girador GY

El elemento girador establece la relación entre flujo-esfuerzo y el esfuerzo-flujo, en el caso del transformador que establece la relación entre flujo-flujo y el esfuerzo-esfuerzo, para representar el elemento girador es necesario representarlo con Bonds al igual que el transformador, el girador tiene un módulo para la conversión de la energía llamado r , en la figura 2.42 se muestra la representación del elemento girador en Bond Graph.

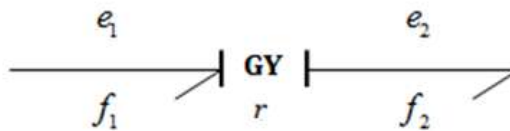


Figura 2.42 Bond Graph del girador.

Las relaciones entre las variables de bond generalizadas para el girador están dadas por las siguientes ecuaciones:

$$e_1(t) = rf_2(t) \quad (2.42)$$

$$f_1(t) = \frac{1}{r} e_2(t) \quad (2.43)$$

2.6.13 Causalidad

La causalidad es un elemento que establece la relación causa y efecto entre los diversos factores de potencia. En Bond Graph, entre las entradas y las salidas de los sistemas existen diversos elementos por los que fluye la energía, a este trayecto de recorrido de energía se le conoce como trazo causal.

El trazo causal indica la dirección en que el esfuerzo es dirigido, es decir, a través de los elementos, que caminos toma el esfuerzo y en contra respuesta el flujo fluye en sentido contrario al esfuerzo. En la figura 2.43 se muestra el esquema de la causalidad que indica que el esfuerzo es transferido desde un punto **A** hasta un punto **B**.

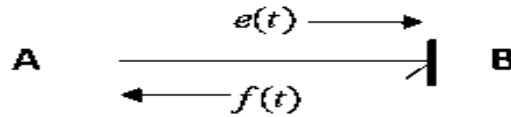


Figura 2.43 Causalidad de un Bond.

En la figura 2.43 se muestran los cuatro diferentes casos de causalidad para el esfuerzo y el flujo.

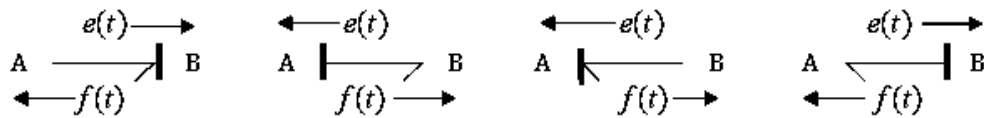


Figura 2.44 Causal entre dos elementos.

En la figura 2.44 se puede observar claramente que el flujo viaja en sentido contrario de la dirección del esfuerzo, cuando la transferencia de potencia se da de un elemento a otro dentro del sistema nos está indicando un camino, este recorrido de potencia nos indicará qué elementos están demandando o entregando potencia.

Cuando en un sistema se tienen contemplados varios elementos de diferentes tipos, se debe tener en cuenta que el causal no siempre se ubica en todos los elementos de la misma manera, es decir se debe de respetar ciertas reglas y características según sea el sistema a analizar o modelar. En el caso de los diferentes elementos que se manejan en

Bond Graph, el trazo causal debe de cumplir ciertas condiciones para cada elemento, en la Tabla 2.2 se muestran los trazos causales para cada elemento de Bond Graph.

Tabla 2.2 Condiciones para el trazo causal.

Causalidad necesaria		
Causalidad restrictiva		
Causalidad integral		
Causalidad derivativa		
Causalidad arbitraria		

2.6.14 Obtención de ecuaciones diferenciales por asignación de causalidad en un multipuerto

1. Asignar causalidad requerida a todas las MSe y MSf, inmediatamente aplicar causalidad usando restricciones de 0, 1, TF y GY.

2. Asignar causalidad integral a los elementos C e I respetando las restricciones mencionadas en la Tabla 2.2.

3. Asignar a los elementos R causalidad arbitraria respetando las restricciones cuando se tienen uniones 0 y 1, y respetando restricciones cuando se tienen TF y GY.

2.6.15 Causalidad derivativa en Bond Graph

La causalidad derivativa es una situación que se presenta en un sistema cuando tiene dos o más elementos que almacenan energía que no son dinámicamente independientes, un caso típico se muestra en la figura 2.45 donde podemos observar un sistema con dos capacitores en paralelo, además de dos elementos resistivos.

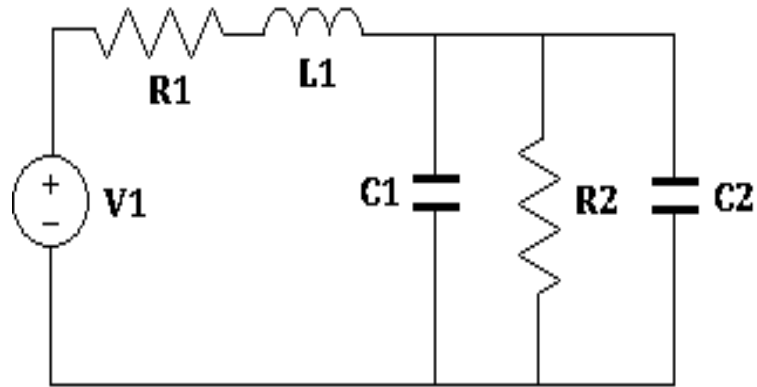


Figura 2.45 Circuito eléctrico en causalidad derivativa.

En el circuito vemos que el capacitor 1 y 2 se encuentran en conexión paralelo, comúnmente los capacitores tienen causalidad integral sin embargo cuando se presenta este caso, a un capacitor se le asigna causalidad integral y al otro causalidad derivativa, tal como se muestra a continuación en la Figura 2.46.

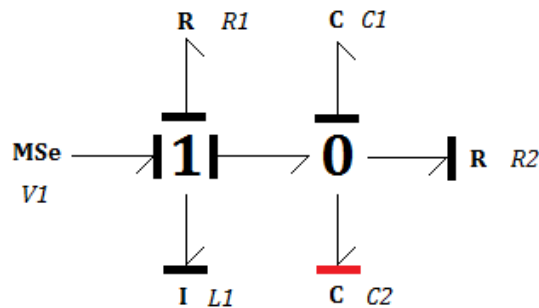


Figura 2.46 Elemento C2 en causalidad derivativa.

2.6.16 Procedimiento para el modelado de sistemas en Bond Graph

Existen varios métodos para modelar sistemas y obtener sus ecuaciones matemáticas, sin embargo para modelar sistemas en Bond Graph es necesario seguir secuencias o procedimientos específicos, en Bond Graph debemos de seguir cierta metodología que es la siguiente:

1. Utilizando la unión **0** identificar cada nodo del sistema donde se unen dos o más elementos en paralelo.
2. Colocar la unión **1** a cada elemento que se encuentra en serie.
3. Colocar un bond que va de la unión 1 al elemento que se encuentra en serie, la dirección del bond depende del elemento.
4. Unir las uniones adyacentes con un bond y la dirección del bond es dependiendo del flujo de potencia del sistema que se esté analizando.
5. Identificar la unión **0** que representa el punto de referencia y eliminar los bonds que conectan a esa unión de referencia.
6. Reducimos el sistema realizando algunas simplificaciones en las uniones, siguiendo las consideraciones de la figura 2.47.

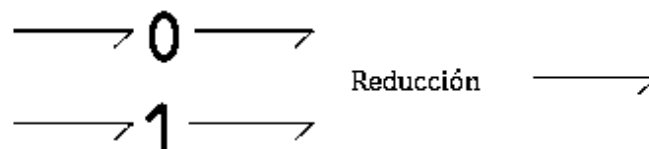


Figura 2.47 Reducción de Bonds en las uniones.

2.6.17 Estructuras de unión en sistemas multipuerto

Algunos sistemas más grandes o de mayor complejidad como campos interconectados dan como resultado una estructura dinámica, la manipulación, generación y reducción de muchas ecuaciones, es realizada sistemáticamente para una implementación exitosa.

2.6.18 Vectores clave o vectores significativos

En la metodología Bond Graph se clasifican todos los bonds, estos pueden ser bonds externos que conectan a elementos como R , C , I , MSe y MSf así de la misma manera podemos clasificar como bonds internos a los que conectan elementos como θ , I , GY y TF . Los bonds externos pueden ser clasificados de acuerdo a como usan y manifiestan su energía, para mostrar esto en la figura 2.48 se muestra la estructura de unión de un Bond Graph.

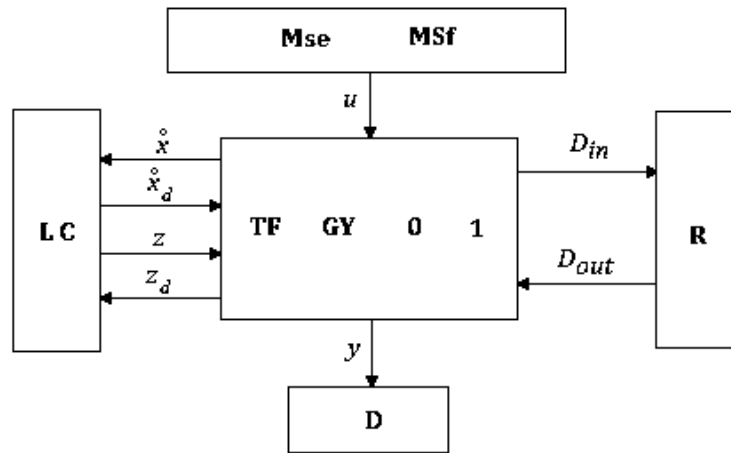


Figura 2.48 Diagrama de bloques de la estructura de unión para un Bond Graph.

A los elementos o variables MSe , MSf , L , C y R son llamados bonds externos ya que denotan a los campos fuente de disipación y de almacenamiento de energía, respectivamente. El elemento D también llamado el detector, y los elementos θ , I , TF , GY son llamados bonds internos por que denotan la estructura de unión con los giradores GY y los transformadores TF con las uniones θ y I .

Ahora los vectores clave se les llama así porque son los vectores que modelan o representan al sistema, estos vectores se representan en la estructura de la figura 2.48, en donde $u(t)$ es una matriz que tiene una dimensión de p , esta contiene los valores de flujo, esfuerzo y potencia que son denotados por los elementos de las fuentes de la estructura de unión.

Las variables $x(t)$ son los estados del sistema o el vector de estado, este es una matriz de dimensión n y la variable $x_d(t)$ tiene una dimensión m , estos estados están representados por variables de energía momento generalizado $p(t)$ para los elementos I y desplazamiento generalizado $q(t)$ para los elementos C en causalidad derivativa o integral.

Las variables D_{in} y D_{out} son matrices que tienen una dimensión r cada una, estas variables muestran los intercambios de flujos que se presentan entre la estructura de unión y el campo de disipación, también son variables que surgen de una mezcla de flujos y esfuerzo.

2.6.19 Ecuaciones de estado y relación de campo

En la Figura 2.48 se muestran relaciones de campo no lineales, estas relaciones son de almacenamiento y de dispersión de energía, dichas relaciones están definidas por las ecuaciones de la (2.42) a la (2.44).

$$z(t) = \phi_F(X) \quad (2.44)$$

$$z_d(t) = \phi_{Fd}(X_d) \quad (2.45)$$

$$D_{out} = \phi_L(D_{in}) \quad (2.46)$$

Donde:

Φ_F .- Función que relaciona a cada Z_i con cada X_i para $i = 1, \dots, n$

Φ_{Fd} .- Función que relaciona a cada z_{di} con cada x_{di} para $i = 1, \dots, m$

Φ_L .- Función que relaciona a cada D_{out} con cada D_{in} para $i = 1, \dots, r$

En el caso contrario de que el comportamiento de algún elemento en específico haga que las relaciones de campo sean lineales, a este comportamiento se le conoce como

relación constitutiva, entonces si las relaciones constitutivas son lineales tenemos que las ecuaciones son:

$$z(t) = FX(t) \quad (2.47)$$

$$z_d(t) = F_d X_d(t) \quad (2.48)$$

$$D_{out}(t) = LD_{in}(t) \quad (2.49)$$

Donde:

L.- Es una matriz real de dimensión $r \times r$

F.- Es una matriz real de dimensión $n \times n$

F_d.- Es una matriz real de dimensión $m \times m$

Y las relaciones de la estructura de unión están dadas por las siguientes expresiones:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ D_{in}(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & 0 \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z(t) \\ D_{out}(t) \\ u(t) \\ \dot{x}_d(t) \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

$$z_d(t) = -S_{14}^T z(t) \quad (2.51)$$

Los valores de los elementos S toman valores dentro del conjunto: $(0, \pm 1, \pm n, \pm r)$, en donde n y r son módulos del transformador y el girador.

2.6.20 Propiedades de la matriz S

Las propiedades de la matriz de estructura de unión S de un sistema modelado en Bond Graph:

1. S_{11} y S_{22} son matrices anti simétricas y cuadradas.

2. S_{12} es la matriz transpuesta negativa de S_{21} y viceversa.

Para representar los sistemas continuos e invariantes en el tiempo que tienen múltiples entradas y salidas (LTIMIMO) son representados por variables de estado como las siguientes ecuaciones:

$$\dot{x}(t) = A_p x(t) + B_p u(t) \quad (2.52)$$

$$y(t) = C_p x(t) + D_p u(t) \quad (2.53)$$

Para obtener las expresiones de las dos ecuaciones anteriores debemos relacionar las ecuaciones con la matriz S , dando como resultado las siguientes expresiones:

$$A_p = E^{-1}(S_{11} + S_{12}MS_{21})F \quad (2.54)$$

$$B_p = E^{-1}(S_{13} + S_{12}MS_{23}) \quad (2.55)$$

$$C_p = (S_{31} + S_{32}MS_{21})F \quad (2.56)$$

$$D_p = S_{33} + S_{32}MS_{23} \quad (2.57)$$

Además:

$$E = I + S_{14}F_d^{-1}S_{14}^T F \quad (2.58)$$

$$M = (I - LS_{22})^{-1}L \quad (2.59)$$

Todas las expresiones anteriores son necesarias para representar sistemas en variables de estado, en Bond Graph son necesarias para su representación matemática, además de que el modelo obtenido en Bond Graph el sistema tiene relaciones causales que sirven para determinar las propiedades estructurales como controlabilidad y observabilidad.

Capítulo 3

Modelado de un generador síncrono

3.1 Introducción [2]

Un generador trifásico es similar a un generador bifásico, excepto por que el estator tiene tres devanados idénticos en lugar de dos. Los tres devanados a_1, b_2 y c_3 están colocados a 120° entre sí, como se muestran en la figura 3.1a.

Cuando el imán gira a velocidad constante los voltajes inducidos en los tres devanados tienen los mismos valores eficaces, pero los picos se presentan en instantes diferentes. En el momento en que el imán está en la posición mostrada en la figura 3.1a, sólo el voltaje E_{a_1} está en su valor positivo máximo.

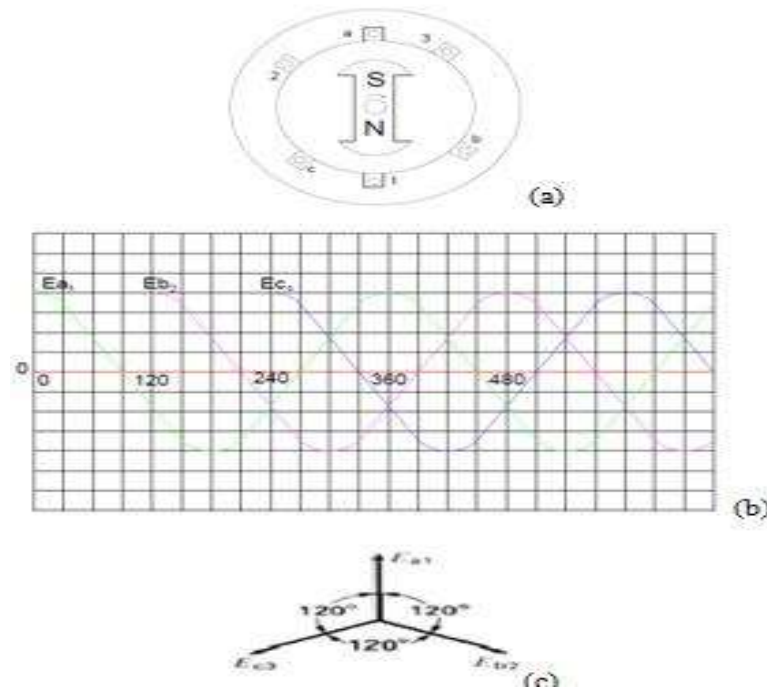


Figura 3.1
 (a). Generador trifásico
 (b). Voltajes inducidos en el generador trifásico
 (c). Diagramas fasoriales de los voltajes inducidos.

El voltaje E_{b2} alcanzará su pico positivo cuando el rotor haya girado un ángulo de 120° (o un tercio de vuelta). Así mismo, el voltaje E_{c3} alcanzara su pico positivo cuando el rotor haya girado 240° (o dos tercios de vuelta) a partir de su posición inicial.

Por lo tanto, los tres voltajes del estator E_{a1} , E_{b2} y E_{c3} están defasados 120° grados respectivamente. Se muestran como ondas seno en la figura 3.1b y como fasores en la figura 3.1c.

3.2 Principios de la máquina síncrona [5]

Es importante mencionar los principios necesarios para el modelado de la máquina síncrona, tanto como las ecuaciones matemáticas así como las leyes básicas de la física que lograron su modelado.

3.2.1 Leyes básicas del electromagnetismo

En esta sección se describen algunas leyes básicas del electromagnetismo con la finalidad de recordar las bases para el modelado de la máquina síncrona.

3.2.2 El Campo magnético

El campo magnético es el mecanismo fundamental mediante el cual los motores, generadores y transformadores convierten la energía de una forma en otra. La manera como el campo magnético actúa en los diferentes equipos, se puede describir mediante cuatro principios básicos, que son:

- Al circular corriente por un conductor se produce un campo magnético alrededor de él.
- Si a través de una espira se pasa un campo magnético variable con el tiempo, se induce un voltaje en dicha espira. (Esta es la base de la acción transformadora).

- Si un conductor por el cual circula corriente, se encuentra dentro de un campo magnético, se produce una fuerza sobre dicho conductor. (Esta es la base de la acción motora).
- Cuando un conductor en movimiento se encuentra inmerso dentro de un campo magnético, en dicho conductor se induce un voltaje. (Esta es la base de la acción generadora.).

3.2.3 La ley de Faraday de la inducción electromagnética

Si un conductor se mueve por un campo magnético de modo que corte las líneas magnéticas de flujo, se inducirá, un voltaje por el conductor, como se observa en la figura 3. 2. Entre mayor sea la cantidad de líneas de flujo cortadas por unidad de tiempo (incrementando la velocidad con la cual el conductor pasa por el campo) o entre más fuerte sea la fuerza del campo magnético (para la misma velocidad de recorrido), mayor será el voltaje inducido por el conductor. Si el conductor se mantiene fijo y el campo magnético se mueve para que sus líneas corten el conductor, se producirá el mismo efecto.

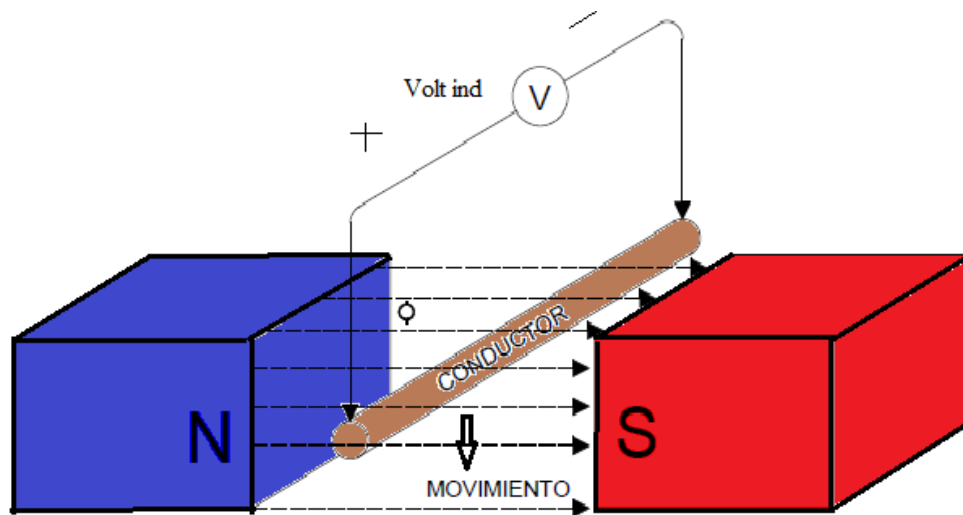


Figura 3.2. Generación de un voltaje inducido moviendo un conductor por un campo magnético.

3.2.4 Ley de Lenz

Las Fem inducidas tienen un sentido tal que con sus efectos tienden a oponerse a las causas que lo producen, esto se ilustra en la figura 3.3.

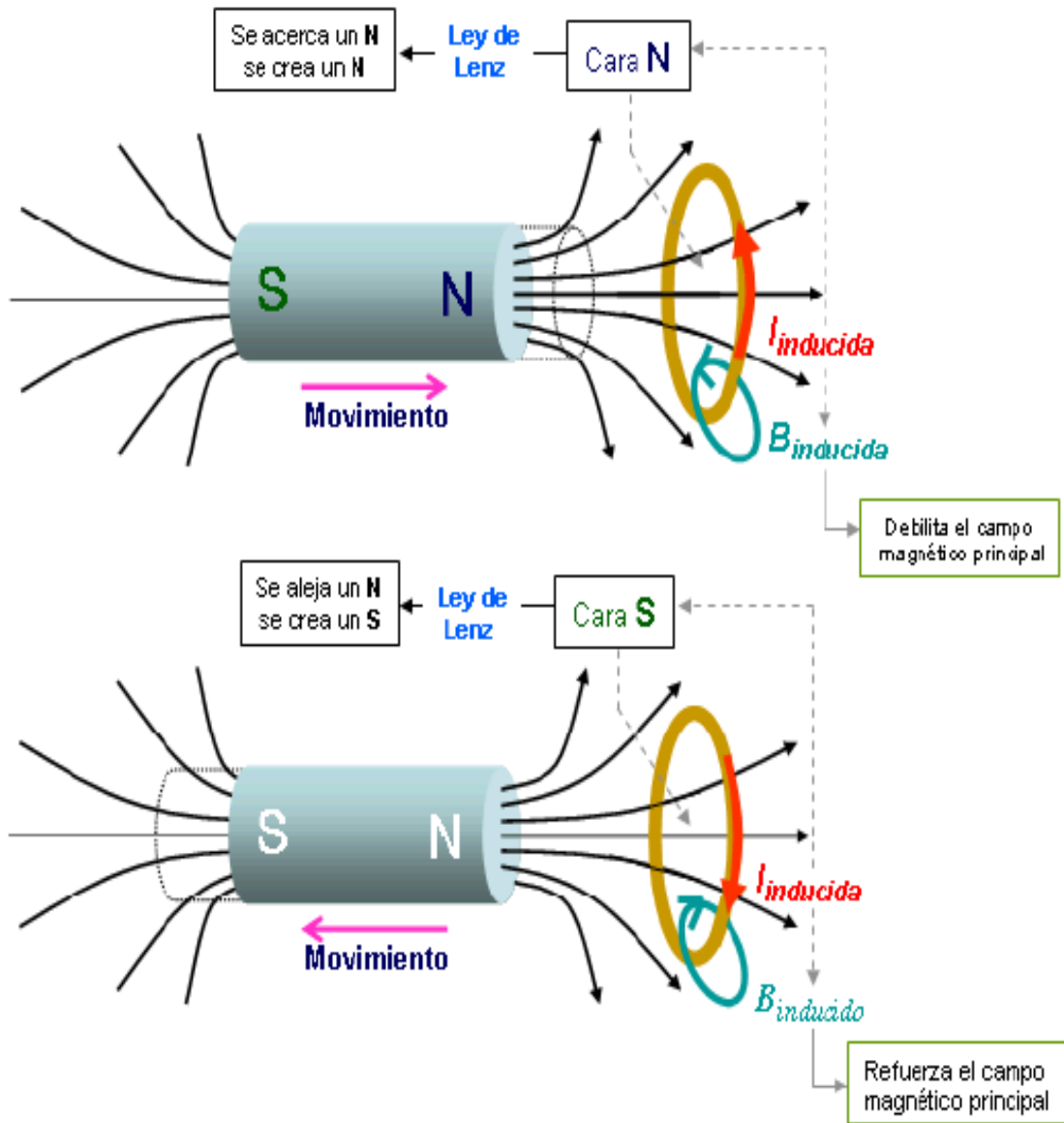


Figura 3.3. La ley de Lenz.

Si en lugar de un imán permanente el flujo magnético es creado por una corriente alterna sinusoidal, la variación de flujo producida por esta corriente es sinusoidal. Entonces teniendo en cuenta esto y comparándolo con el caso anterior tendremos:

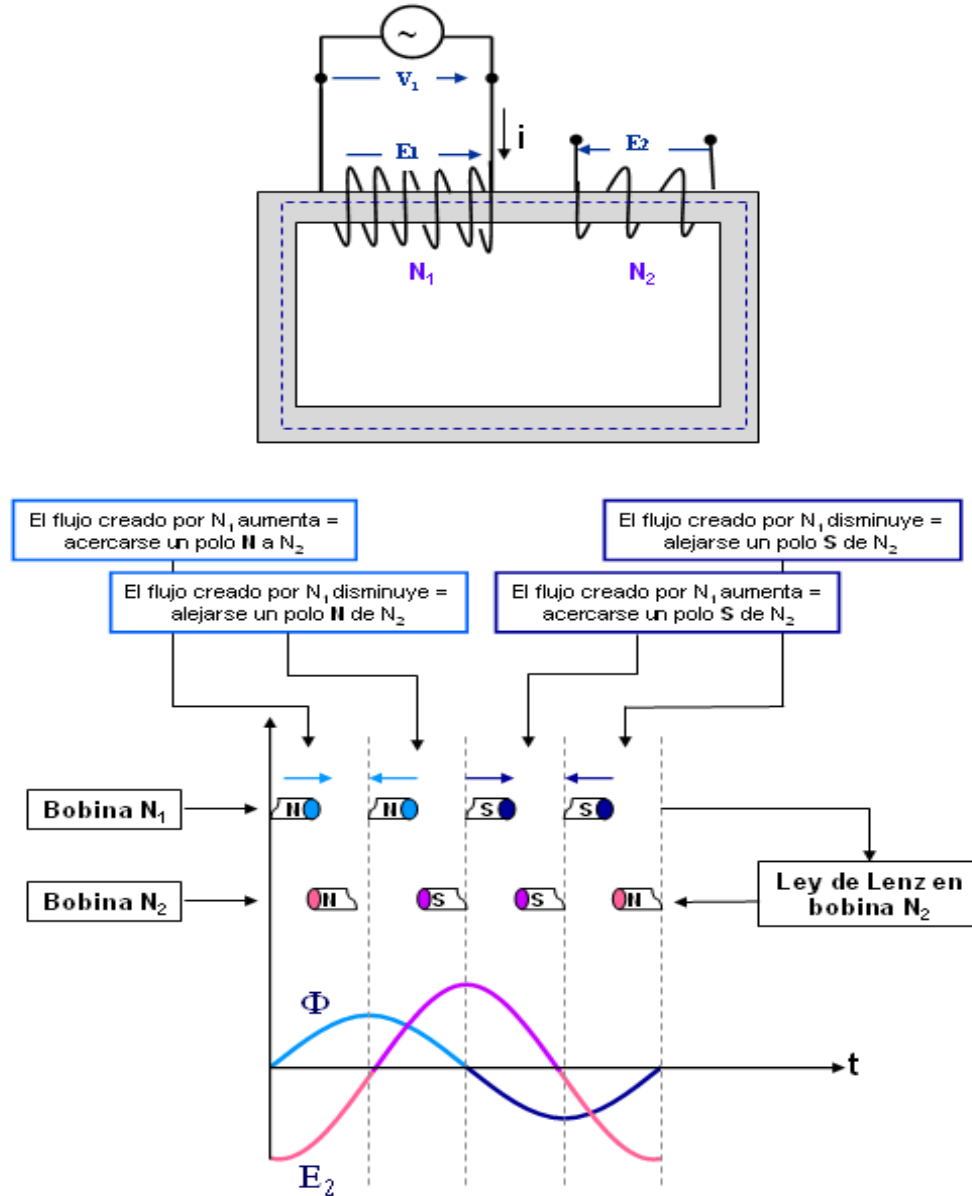


Figura 3.4. Ley Lenz; si en lugar de un imán permanente el flujo magnético es causado por una corriente alterna sinusoidal.

En todos los casos el valor de la fem inducida equivalente es:

$$e = -N \frac{d\phi}{dt} \quad (3.1)$$

La polaridad de la Fem inducida es tal que está tiende a producir una corriente que crea un flujo magnético que se opone al cambio en el flujo magnético a través del circuito, tal como se muestra en la figura 3.4.

3.2.5 Ley de Ampere

Siempre que circula una corriente eléctrica en un hilo conductor aparece un campo magnético, cuyas líneas son circunferencias situadas en planos perpendiculares al conductor y con sus centros en él.

La producción de un Campo Magnético por una corriente, está regida por la Ley de Ampere.

La ley de Ampere se convierte en:

$$Hl_c = Ni \quad (3.2)$$

Donde H es la intensidad del campo magnético producido por la corriente i .

Unidades:

- i. Se mide en amperes
- H. En Amper-vuelta por metro
- N. Es el número de vueltas en la bobina
- l_c . Es la longitud de la trayectoria magnética

En esta ecuación, H es la magnitud del vector de intensidad de campo magnético H. Por lo tanto, la magnitud de la intensidad de campo magnético en el interior del núcleo es:

$$H = \frac{Ni}{l_c}$$

Puede decirse que la intensidad de campo magnético H es una medida del "esfuerzo" que hace una corriente para crear un campo magnético. La intensidad del flujo magnético producido depende del material del cual esté hecho el núcleo.

3.3 Pérdidas en máquinas de corriente alterna.

Los generadores de corriente alterna toman potencia mecánica para producir potencia eléctrica, mientras que los motores de *c. a* toman potencia eléctrica y producen potencia mecánica. En todo caso, no toda la potencia que entra a la máquina aparece en forma útil en el otro extremo pues siempre hay algunas pérdidas en el proceso.

La eficiencia de una máquina de *c. a* se define a través de la siguiente ecuación:

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} * 100 \quad (3.3)$$

La diferencia entre potencia de entrada y potencia de salida de la máquina corresponde a las pérdidas que ocurren en el interior.

Las pérdidas que ocurren en las máquinas de *c. a* se pueden dividir en 4 categorías básicas:

- 1.- Pérdidas eléctricas en el cobre
- 2.- Pérdidas eléctricas en el núcleo
- 3.- Pérdidas mecánicas
- 4.- Pérdidas dispersas o adicionales

3.3.1 Pérdidas eléctricas o en el cobre

Pérdidas que ocurren por calentamiento resistivo en los devanados del estator (armadura) y del rotor (campo) de la máquina. En una máquina *c. a* trifásica, las pérdidas en el cobre del estator (SCL) están dadas por la ecuación:

$$P_{RCL} = 3I_A^2 R_A \quad (3.4)$$

Donde I_A es la corriente que fluye en cada fase de la armadura y R es la resistencia de cada fase de la armadura.

Las pérdidas en el cobre del rotor (RCL) de una máquina síncrona están dadas por:

$$P_{RCL} = 3I_F^2 R_F \quad (3.5)$$

Donde I_F , es la corriente que fluye en el devanado de campo del rotor y R es la resistencia del devanado de campo. En general, la resistencia utilizada en estos cálculos es la del devanado a la temperatura normal de operación.

3.3.2 Pérdidas en el núcleo

Pérdidas por histéresis y pérdidas por corrientes parásitas ocurren en la parte metálica del motor.

3.3.3 Pérdidas mecánicas

En una máquina síncrona son aquellas asociadas a los efectos mecánicos. Existen dos tipos básicos de pérdidas mecánicas: el rozamiento mecánico propiamente dicho y el rozamiento con el aire.

Las pérdidas por rozamiento son causadas por fricción en los cojinetes de las máquinas, en tanto que las pérdidas por rozamiento con el aire se deben a la fricción entre las partes móviles de la máquina y el aire encerrado en la carcasa del motor. Estas pérdidas varían con el cubo de la velocidad de rotación de la máquina.

Las pérdidas mecánicas y las pérdidas en el cobre de la máquina se agrupan con frecuencia bajo el nombre de pérdidas rotacionales de vacío (sin carga) de la máquina. En vacío toda la potencia de entrada debe utilizarse para superar estas pérdidas.

3.3.4 Pérdidas dispersas

Son aquellas que no pueden situarse dentro de las categorías anteriores. Sin importar con qué cuidado se consideran pérdidas, algunas siempre se escapan de las categorías anteriores y por eso se agrupan como pérdidas dispersas. En la mayoría de las máquinas, estas pérdidas se toman convencionalmente como el 1 % de la plena carga.

3.3.5. Diagrama de flujo de potencia

Una de las técnicas más convenientes de considerar las pérdidas de potencia en una máquina es el diagrama de flujo de potencia que se muestra en la figura 3.5.

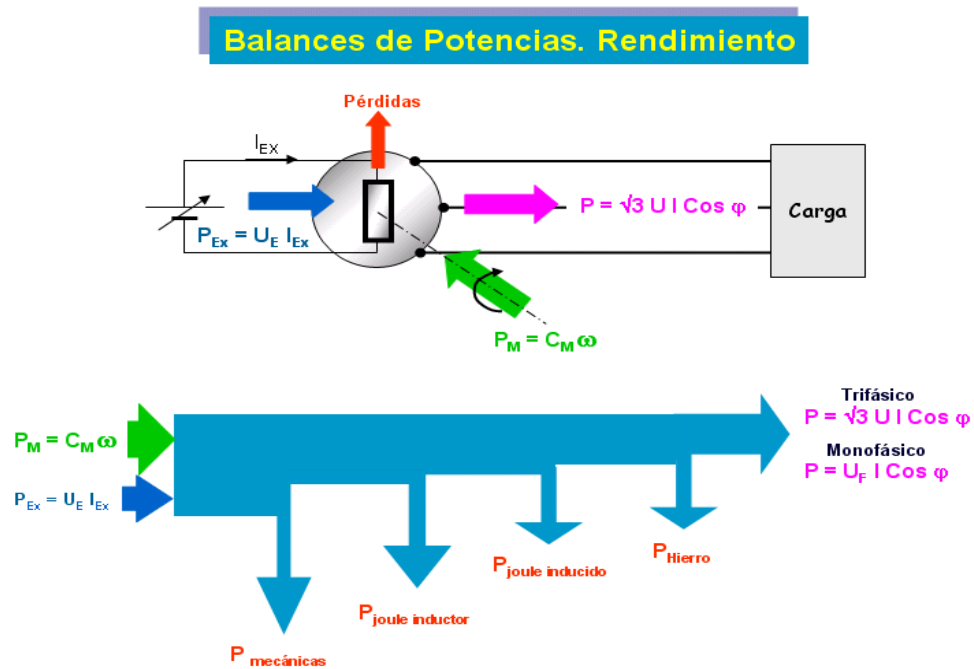


Figura 3.5. Diagrama de flujo de potencia.

3.4 Modelado de un generador síncrono

Los generadores síncronos o alternadores son máquinas síncronas que se usan para convertir potencia mecánica en potencia eléctrica de corriente alterna. Un diagrama esquemático se ilustra en la figura 3.6

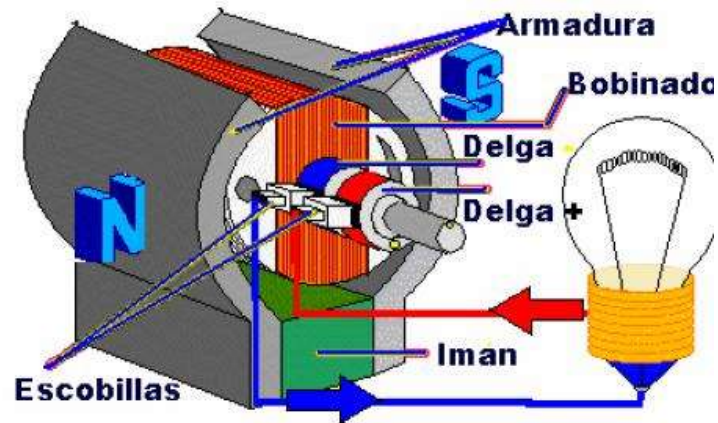


Figura 3.6 El generador síncrono.

El generador síncrono consiste en un electroimán girando, llamado rotor cilíndrico generalmente, al lado de una bobina, estator conectado en estrella el cual por efecto de la rotación del rotor va a inducir tensión trifásica en el estator, para esto tiene que haber una velocidad relativa entre el rotor (también llamado campo) y el estator (o armadura), esto se ilustra en la figura 3.7.

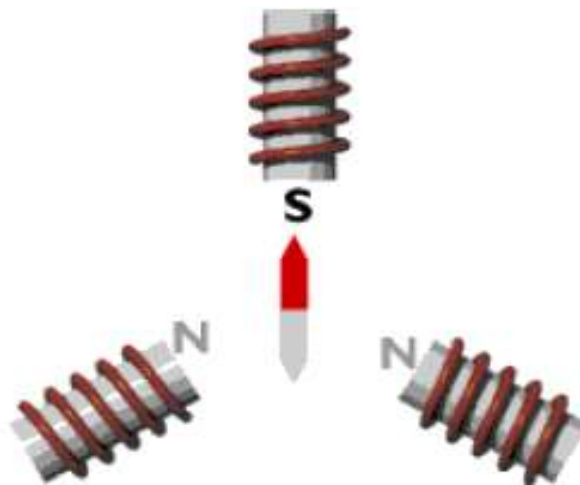


Figura 3.7. Rotor del generador síncrono.

Si en un generador síncrono se aplica al embobinado del rotor una corriente continua, se producirá un campo magnético en el rotor. Entonces el rotor del generador se impulsará por medio de un motor primario, lo cual producirá un campo magnético rotatorio dentro de la máquina. Este campo magnético rotatorio inducirá un sistema trifásico de voltajes dentro del embobinado del estator del generador. Un esquema de un turbogenerador se muestra en la figura 3.8.

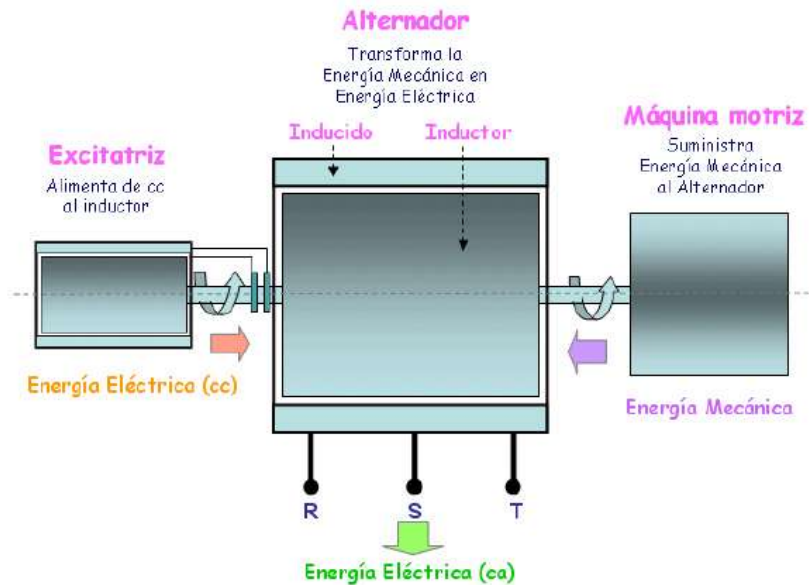


Figura 3.8 Esquema de un turbogenerador.

3.4.1 El rotor

El rotor de un generador síncrono es un gran electroimán y los polos de éste pueden ser construidos de forma saliente o no saliente, dependiendo del tipo de aplicación donde se requiere.

Los rotores de polos no salientes (Lisos) se utilizan en rotores de dos y cuatro polos, mientras que los rotores de polos salientes se utilizan en rotores de cuatro o más polos. Puesto que el rotor está sujeto a campos magnéticos variables, se construye con láminas delgadas agrupadas para reducir las pérdidas por corrientes parásitas, los dos tipos de rotores se ilustran en la figura 3.9.

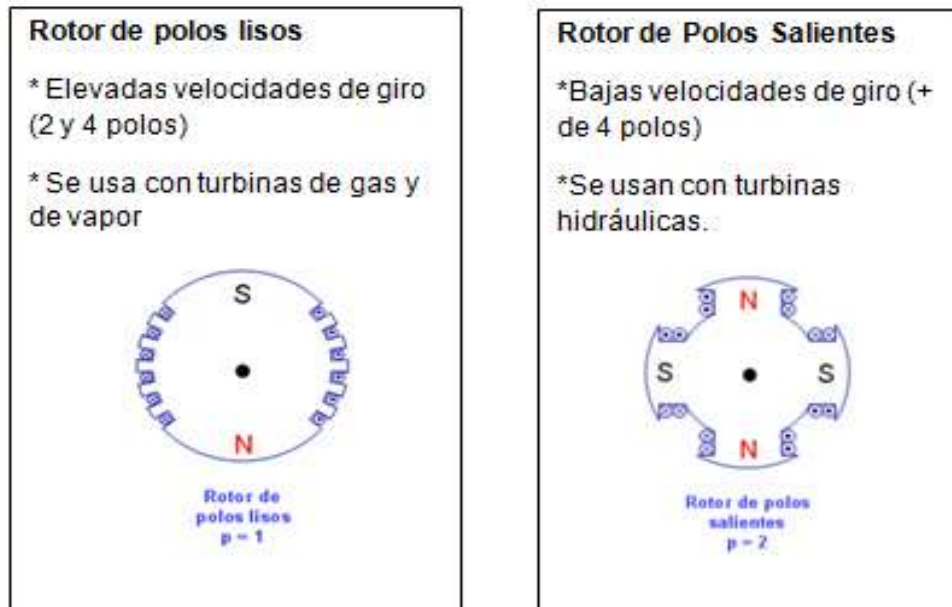


Figura 3.9 Tipos de polos para el generador síncrono.

Se debe suministrar una corriente cd al circuito de campo del rotor. Puesto que el rotor está girando, se requiere un arreglo especial para entregar potencia de $c.d$ a sus devanados de campo.

Existen dos maneras comunes de suministrar potencia de corriente directa al devanado de campo y son:

- Suministrando potencia de $c.d$ desde una fuente externa hacia el rotor por medio de escobillas y anillos deslizantes.
- Suministrando potencia de $c.d$ desde una fuente especial montada directamente en el eje del generador síncrono.

El esquema de un generador síncrono indicando sus devanados se muestra en la figura 3.10

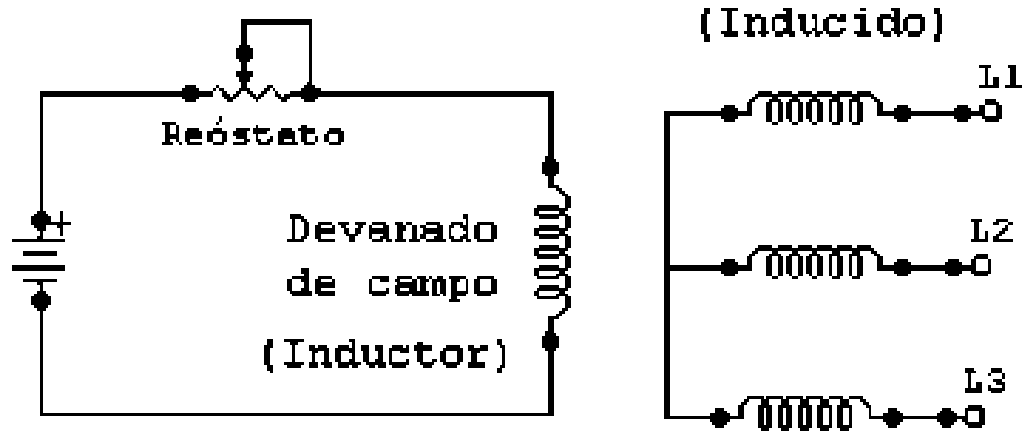


Figura 3.10 Esquema de un generador síncrono con sus devanados.

El esquema de un generador síncrono con circuito excitador sin escobillas se muestra en la figura 3.11.

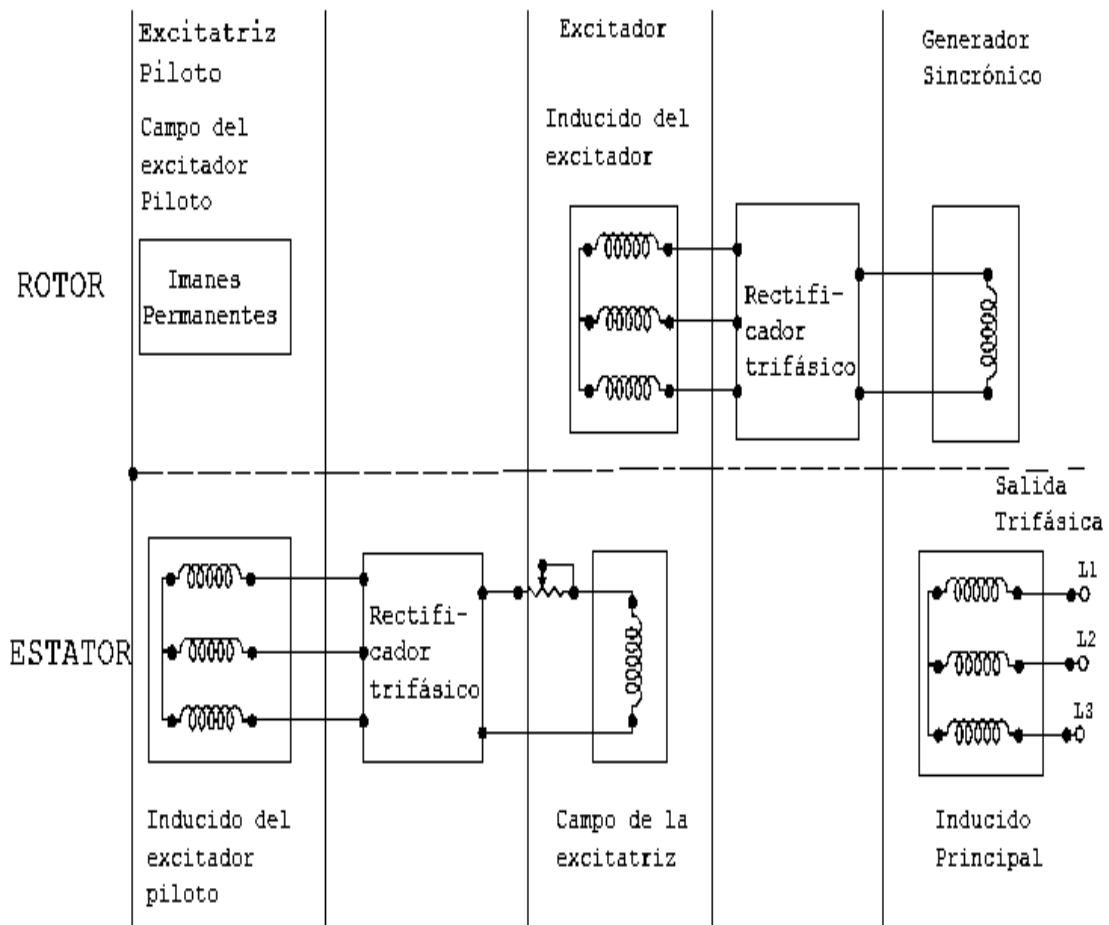


Figura 3.11 Esquema de un generador síncrono con circuito excitado sin escobillas.

3.4.2 Velocidad de rotación de un generador síncrono

Los generadores síncronos son por definición síncronos, lo cual significa que la frecuencia eléctrica producida está entrelazada o sincronizada con la tasa mecánica de rotación del generador. La relación entre la tasa de giro de los campos magnéticos de la máquina y la frecuencia eléctrica del estator se expresa mediante la ecuación.

$$f = \frac{n \cdot p}{120} \quad (3.6)$$

Donde:

f = frecuencia eléctrica en Hz.

n = velocidad del campo magnético en r.p.m.

P = número de polos.

Puesto que el rotor gira con la misma velocidad que el campo magnético, esta ecuación relaciona la velocidad de rotación con la frecuencia eléctrica resultante. Dado que la potencia eléctrica es generada a 50 ó 60 Hz, el generador debe girar a una velocidad fija que depende del número de polos de la máquina.

Velocidad de un generador síncrono (r.p.m)

NUMERO DE POLOS	50 HZ	60 HZ
2	3000	3600
4	1500	1800
6	1000	1200
8	750	900
10	600	720
12	500	600

Tabla 3.1 Velocidad de un generador síncrono en (r.p.m) a 50Hz y 60Hz.

3.4.3 Circuito equivalente de un generador síncrono

Los alternadores son la fuente más importante de energía eléctrica y generan voltajes de *c.a* cuya frecuencia depende totalmente de la velocidad de rotación y del número de polos que se tienen. El valor del voltaje generado depende de la velocidad, de la excitación de campo y del factor de potencia de la carga.

3.4.4 El generador en vacío

El voltaje de salida de un alternador también depende del flujo total que se tenga en el entrehierro, cuando está en vacío este flujo se establece, y se determina exclusivamente mediante la excitación de campo de *c. d.*

En la figura 3.12 se muestra un esquema del generador en vacío.

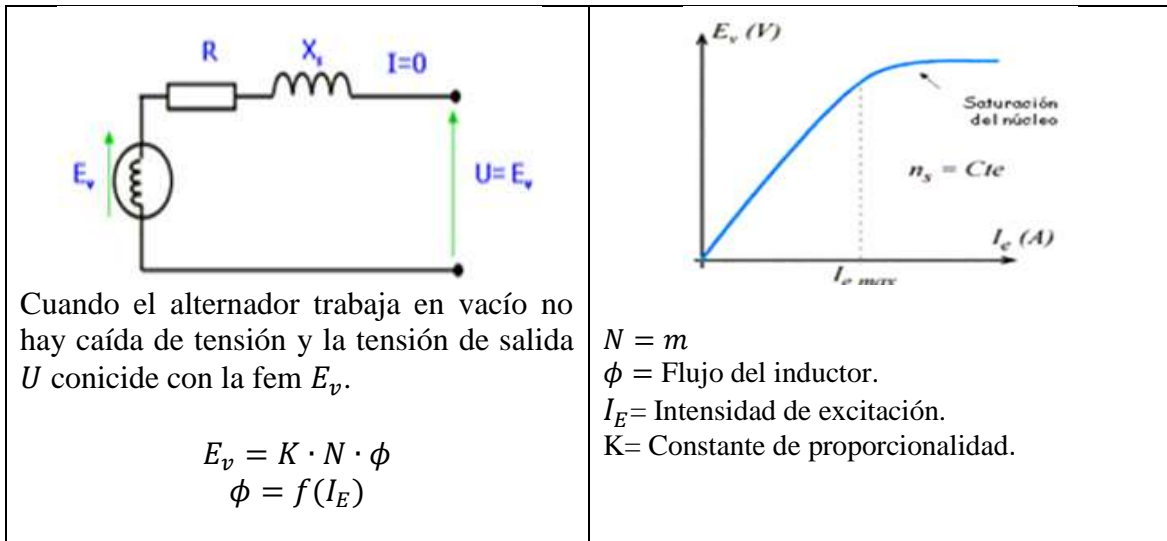


Figura 3.12 alternador en vacío.

3.4.5 El generador con carga

Cuando se tiene carga en un alternador, el flujo en el entrehierro queda determinado por las Amper-vuelta del rotor y los Amper-vuelta del estator. Estos últimos pueden sumarse u oponerse a la FMM (Fuerza Magnetomotriz) del rotor dependiendo del factor de potencia de la carga. Los factores de potencia adelantados magnetizan el rotor mientras los atrasados lo desmagnetizan.

El voltaje E_V es el voltaje interno generado en una fase del generador. Sin embargo, este voltaje E_V no es usualmente el voltaje de fase que aparece en las terminales de generador. La única vez en el cual el voltaje interno E_V es igual al voltaje de salida “U” de una fase, es cuando no fluye corriente de armadura en la máquina.

Existen varios factores que ocasionan la diferencia entre E_V y “U”:

1. La distorsión del campo magnético del entrehierro debido a la corriente que fluye en el estator, llamada reacción del inducido.
2. La autoinductancia de las bobinas de armadura.
3. La resistencia de las bobinas de la armadura.
4. El efecto de la forma de los polos salientes del rotor.

Los efectos de la reacción del inducido y la autoinductancia de la máquina son representados por reactancias, y es costumbre combinarlas en una sola llamada reactancia síncrona de la máquina.

3.5 Simulación de un generador síncrono [2]

Los generadores síncronos forman la principal fuente de energía eléctrica en sistemas de potencia. Grandes cargas eléctricas son manejadas por motores síncronos. Algunas veces condensadores síncronos son utilizados como un medio de proveer compensación de potencia reactiva y control de voltaje. Estos dispositivos operan bajo el mismo principio y son colectivamente llamados máquinas síncronas.

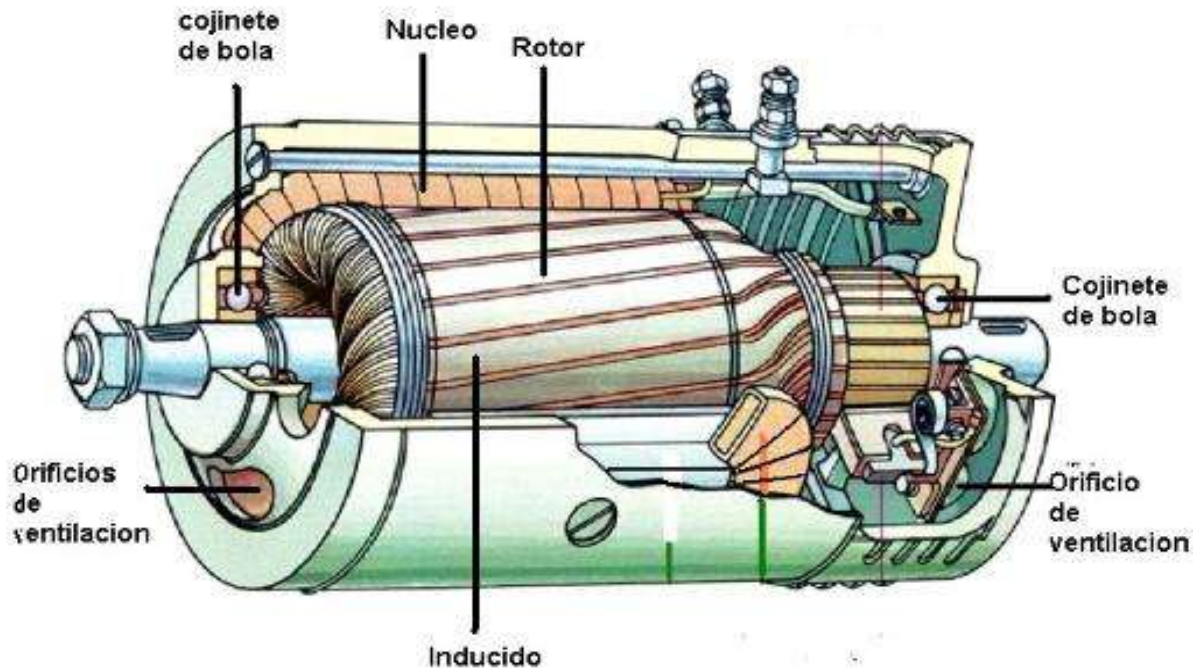


Figura 3.13 Diagrama de un generador síncrono.

En la figura 3.13 se muestra el esquema de un generador síncrono, con sus partes principales.

El modelado y análisis de la máquina síncrona ha sido siempre un desafío. El problema ha sido tratado extensivamente desde 1920 y 1930 y ha sido y ha sido sujeto de algunas de las más recientes investigaciones. En este capítulo se desarrolla un enfoque estructurado del modelado de una maquina síncrona utilizando Bond Graph y se incorpora un análisis para la obtención de algunos modelos reducidos de la maquina.

3.5.1 Descripción matemática de la máquina síncrona [3]

En el desarrollo de las ecuaciones de una máquina síncrona se deben satisfacer las siguientes suposiciones:

- S1. Los devanados del estator están sinusoidalmente distribuidos.
- S2. Las ranuras del estator no causan variación apreciable de las inductancias del rotor con la posición del rotor.
- S3. La maquina es de polos salientes en el rotor
- S4. Se analiza una maquina de 2 polos.
- S5. La histéresis magnética es despreciable.
- S5. Los efectos de la saturación magnética son despreciables.

La figura 3.16 muestra una representación esquemática de una máquina síncrona.

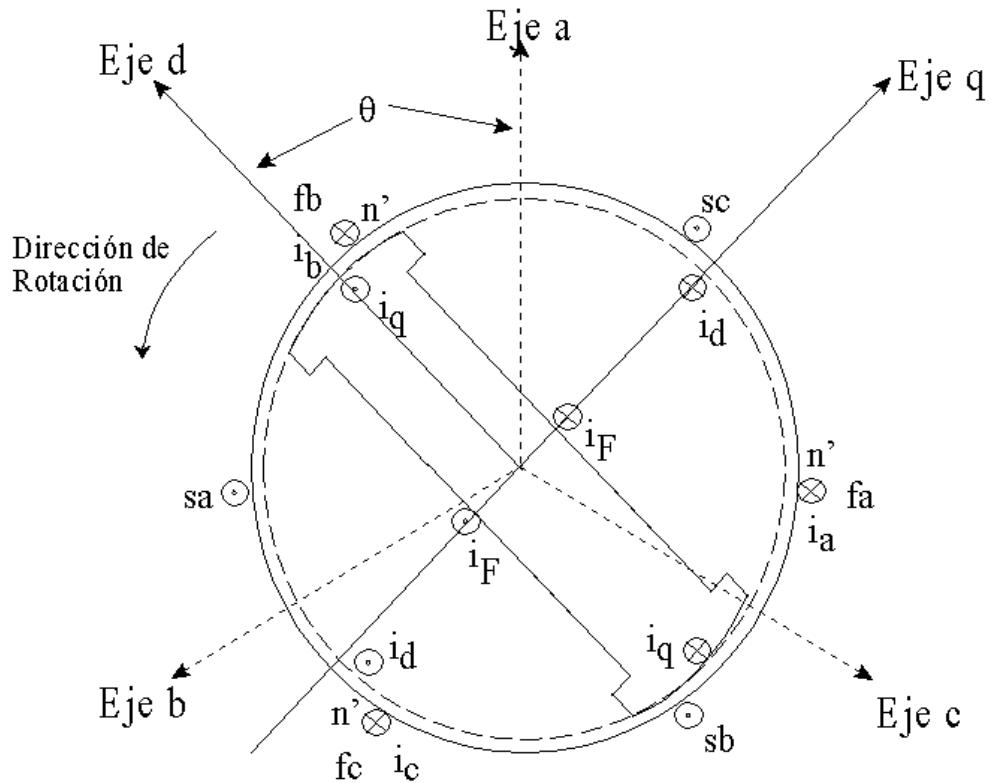


Figura 3.14 Representación esquemática de una máquina síncrona.

En la figura 3.14, los circuitos del estator consisten de un devanado de armadura trifásico $sa - fa$, $sb - fb$ y $sc - fc$ que conducen corrientes alternas i_a , i_b y i_c . Los circuitos del rotor comprenden devanados de campo $F - F'$, y de amortiguamiento $D - D'$ y $Q - Q'$. El devanado de campo se conecta a una fuente de corriente directa. Para propósitos de análisis, las corrientes en el amortiguamiento se suponen fluyendo en dos conjuntos de

circuitos cortocircuitados: un conjunto cuyo flujo está en línea con el *eje -d* y otro conjunto cuyo flujo esta a lo largo del *eje-q*

3.5.2 Ejes directos en cuadratura.

Con el propósito de identificar características de una maquina síncrona, se definen los dos ejes mostrados en la figura 3.14:

- El eje directo *d*, alineado al eje del polo norte magnético.
- El eje de cuadratura *q*, se encuentra a 90 grados eléctricos del eje *-d*.

3.5.3 Representación esquemática de los circuitos de una máquina síncrona.

En la figura 3.15 se muestran los circuitos del estator y rotor de una máquina síncrona.

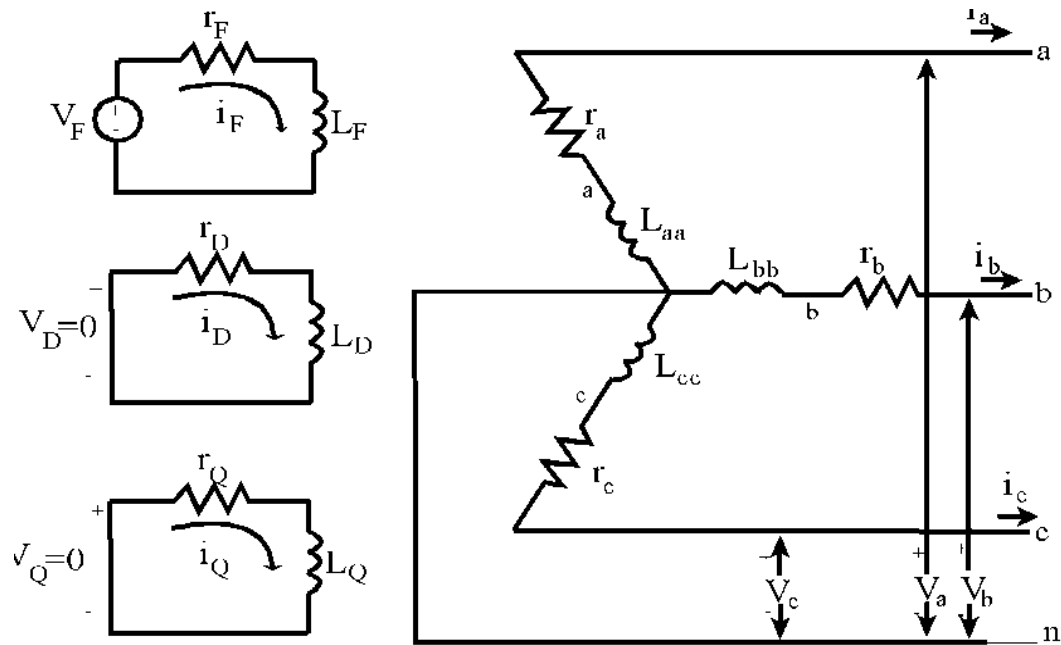


Figura 3.15 Diagrama esquemático de una máquina síncrona.

La notación de subíndices que se utiliza en las figuras 3.14 y 3.15 es:

- *a, b, c* denotan devanados de fase de estator. Así, $i_a(t), i_b(t), i_c(t)$ denotan corrientes de fase del estator, $v_a(t), v_b(t), v_c(t)$ voltajes de fase del estator,

r_a, r_b, r_c resistencias de fase del estator, y L_{aa}, L_{bb}, L_{cc} inductancias propias de fase del estator.

- F denota el devanado de campo. Así, $i_F(t)$ denota la corriente en F , $v_F(t)$: voltaje en F , r_F resistencia de F y la L_F inductancia propia de F .
- D denota el circuito de amortiguamiento en el eje-d. así, $i_D(t)$ denota corriente en D , $v_D(t)$ voltaje en D , r_D resistencia de D y L_D inductancia propia de D .
- Q denota el circuito de amortiguamiento en el eje-q. Así, $i_Q(t)$ denota la corriente en Q , $v_Q(t)$ voltaje en Q , r_Q resistencia de Q y L_Q inductancia propia de Q .
- $\theta(t)$ denota el ángulo para el cual el eje-d adelanta al eje magnético del devanado de la fase a .
- $\omega_r(t)$ denota la velocidad angular del rotor en rad/seg.
- $\omega(t)$ denota la velocidad angular del campo magnético en rotación en rad/seg.

La máquina síncrona de la figura 3.15 está formada por 6 devanados magnéticamente acoplados. El acoplamiento magnético entre los devanados es una función de la posición del rotor $\theta(t)$. El voltaje instantáneo en terminales $v(t)$ de cualquier devanado esta dado por:

$$v(t) = \pm \sum ri(t) \pm \sum \frac{di(t)}{dt} \quad (3.7)$$

Donde $\lambda(t)$ es el enlace de flujo, r es la resistencia en los devanados e $i(t)$ es la corriente en los devanados con direcciones positivas de las corrientes del estator fluyendo hacia afuera de las terminales si opera como generador síncrono.

3.5.4 Transformación de Park

Usualmente, una gran simplificación en la descripción matemática de la maquina síncrona se obtiene mediante la transformación de variables, llamadas transformación de Park. Esta transformación expresa las variables del estator tales como corrientes, voltajes o enlaces de flujo en términos de un nuevo conjunto de variables. Las nuevas cantidades son

obtenidas a partir de la proyección de las variables actuales en los tres ejes; una a lo largo del eje-d, una segunda a lo largo del eje-q y una tercera en el eje estacionario.

El efecto de la transformación de Park es simplemente transformar todas las cantidades del estator a partir de las fases a, b y c en otras variables de referencia, las cuales se mueven con el rotor. Si tenemos tres variables $i_a(t)$, $i_b(t)$ y $i_c(t)$ necesitamos tres nuevas variables de la transformación de Park, dos para los ejes d y q , las cuales son proporcionales a la corriente de secuencia cero. Un multiplicador es utilizado para simplificar los cálculos numéricos. Así, por definición

$$i_{0dq}(t) \triangleq P i_{abc}(t) \quad (3.8)$$

Donde:

$$i_{0dq}(t) = \begin{bmatrix} i_0(t) \\ i_d(t) \\ i_q(t) \end{bmatrix}; \quad i_{abc}(t) = \begin{bmatrix} i_a(t) \\ i_b(t) \\ i_c(t) \end{bmatrix}, \quad (3.9)$$

Y donde la transformación de Park P, está definida por:

$$P = \sqrt{2/3} \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ \cos \theta(t) & \cos[\theta(t) - 2\pi/3] & \cos[\theta(t) - 2\pi/3] \\ \sin \theta(t) & \sin[\theta(t) - 2\pi/3] & \sin[\theta(t) + 2\pi/3] \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

En $t = 0$, el eje q está localizado en un ángulo de $\delta(t)$, y el eje d está localizado en $\theta(t) = \delta(t) + \pi/2$. En $t > 0$, el eje de referencia está localizado en ángulo $\omega_r(t)t$ con respecto al eje de fase a. El eje d del rotor esta por lo tanto localizado en:

$$\theta(t) = \omega_r(t)t + \delta(t) + \pi/2 \quad (3.11)$$

Donde $\delta(t)$ es el ángulo de par síncrono en radianes eléctricos.

Dado que la transformación 3.10 es única, una transformación inversa también existe dada por:

$$i_{abc}(t) = P^{-1}i_{0dq}(t) \quad (3.12)$$

Donde:

$$P^{-1} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & \cos \theta(t) & \sin \theta(t) \\ 1/\sqrt{2} & \cos[\theta(t) - 2\pi/3] & \sin[\theta(t) - 2\pi/3] \\ 1/\sqrt{2} & \cos[\theta(t) + 2\pi/3] & \sin[\theta(t) + 2\pi/3] \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Notamos que $P^{-1} = P^T$ lo cual significa que la transformación de P es ortogonal. Teniendo P ortogonal también significa que la transformación de P es de potencia invariante, y entonces se tiene la misma expresión de potencia en términos de $a - b - c$ ó $0 - d - q$, es decir se tiene:

$$p(t) = v_{abc}^T(t)i_{abc}(t) = v_{0dq}^T(t)i_{0dq}(t) \quad (3.14)$$

El modelo en Bond Graph de la Matriz de transformación de Park se le denomina transformador modulado de desplazamiento.

3.5.5 Ecuaciones de enlace de flujo.

Considerando la figura 3.14 la cual es una red que consiste de seis bobinas acopladas mutuamente. La ecuación de enlace de flujo para estos seis circuitos es:

$$\begin{bmatrix} \lambda_a(t) \\ \lambda_b(t) \\ \lambda_c(t) \\ \lambda_F(t) \\ \lambda_D(t) \\ \lambda_Q(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} & L_{aF} & L_{aD} & L_{aQ} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} & L_{bF} & L_{bD} & L_{bQ} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} & L_{cF} & L_{cD} & L_{cQ} \\ L_{Fa} & L_{Fb} & L_{Fc} & L_{FF} & L_{FD} & L_{FQ} \\ L_{Da} & L_{Db} & L_{Dc} & L_{DF} & L_{DD} & L_{DQ} \\ L_{Qa} & L_{Qb} & L_{Qc} & L_{QF} & L_{QD} & L_{QQ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a(t) \\ i_b(t) \\ i_c(t) \\ i_F(t) \\ i_D(t) \\ i_Q(t) \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

La mayoría de las inductancias en (3.15) son funciones de la posición angular del rotor $\theta(t)$. La descripción física de esta inductancia se da a continuación.

1. Inductancias propias del estator

Las inductancias propias de cada devanado están dadas por:

$$\begin{aligned} L_{aa} &= L_s + L_m \cos 2\theta(t), \\ L_{bb} &= L_s + L_m \cos 2[\theta(t) - 2\pi/3], \\ L_{cc} &= L_s + L_m \cos 2[\theta(t) + 2\pi/3], \end{aligned} \quad (3.16)$$

Donde $L_s > L_m$ y ambos L_s y L_m son constantes.

2. Inductancias propias del rotor

Desde que la saturación y el efecto de ranura son despreciados, todas las inductancias propias del rotor son constantes, las cuales son:

$$L_{FF} = L_F, \quad L_{DD} = L_D, \quad L_{QQ} = L_Q; \quad (3.17)$$

Donde L_F , L_D y L_Q son constantes.

3. Inductancias mutuas del estator.

Las inductancias mutuas entre fases son funciones de $\theta(t)$ y son simétricas,

$$\begin{aligned} L_{ab} &= L_{ba} = -M_s - L_m \cos 2[\theta(t) + \pi/6], \\ L_{bc} &= L_{cb} = -M_s - L_m \cos 2[\theta(t) - \pi/2], \\ L_{ca} &= L_{ac} = -M_s - L_m \cos 2[\theta(t) + 5\pi/6], \end{aligned} \quad (3.18)$$

Donde $|M_s| > L_m$.

4. Inductancias mutuas del rotor

La inductancia mutua entre devanados F y D es constante y todos los pares de devanados con desplazamiento de 90° tienen inductancia mutua igual a cero.

$$L_{FD} = L_{DF} = M_R; \quad L_{FQ} = L_{QF} = 0; \quad L_{DQ} = L_{QD} = 0. \quad (3.19)$$

5. Inductancia mutua entre estator y rotor

Las inductancias mutuas entre estator y rotor, son funciones del ángulo del rotor $\theta(t)$ del devanado de fase al devanado de campo se tiene:

$$\begin{aligned} L_{aF} &= L_{Fa} = M_f \cos \theta(t) \\ L_{bF} &= L_{Fb} = M_f \cos[\theta(t) - 2\pi/3] \\ L_{cF} &= L_{Fc} = M_f \cos[\theta(t) + 2\pi/3] \end{aligned} \quad (3.20)$$

Similarmente, del devanado de fase al devanado de amortiguamiento D ,

$$\begin{aligned} L_{aD} &= L_{Da} = M_D \cos \theta(t) \\ L_{bD} &= L_{Db} = M_D \cos[\theta(t) - 2\pi/3] \\ L_{cD} &= L_{cb} = M_D \cos[\theta(t) + 2\pi/3] \end{aligned} \quad (3.21)$$

Y finalmente, de los devanados de fase al devanado de amortiguamiento Q ,

$$\begin{aligned} L_{aQ} &= L_{Qa} = M_Q \sin \theta(t) \\ L_{bQ} &= L_{Qb} = M_Q \sin[\theta(t) - 2\pi/3] \\ L_{cQ} &= L_{Qc} = M_Q \sin[\theta(t) + 2\pi/3] \end{aligned} \quad (3.22)$$

6. Modelo de inductancias compacto

$$\begin{bmatrix} \lambda_{abc}(t) \\ \lambda_{FDQ}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{aR} \\ L_{Ra} & L_{RR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abc}(t) \\ i_{FDQ}(t) \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

Donde: L_{aa} denota una matriz cuyos elementos son las inductancias estator-rotor, L_{aR} , L_{Ra} las inductancias estator-rotor y L_{RR} las inductancias rotor-rotor.

7. Transformación de inductancias.

Se observa que (3.15) con inductancias variantes en el tiempo puede ser simplificada refiriendo todas las cantidades al marco de referencia del rotor a través de la transformación de Park (3.10) aplicada a la partición $a - b - c$.

Premultiplicando (3.15) por $\begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & I_{3 \times 3} \end{bmatrix}$ donde P es la transformación de Park,

tenemos

$$\begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & I_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{abc}(t) \\ \lambda_{FDQ}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & I_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{aR} \\ L_{Ra} & L_{RR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P^{-1} & 0 \\ 0 & I_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & I_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abc}(t) \\ i_{FDQ}(t) \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

Efectuando la operación indicada en (3.24), obtenemos

$$\begin{bmatrix} \lambda_0(t) \\ \lambda_d(t) \\ \lambda_q(t) \\ \lambda_F(t) \\ \lambda_D(t) \\ \lambda_Q(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_d & 0 & M_{dF} & M_{dD} & 0 \\ 0 & 0 & L_q & 0 & 0 & M_{qQ} \\ 0 & M_{dF} & 0 & L_F & M_{DF} & 0 \\ 0 & M_{dD} & 0 & M_{DF} & L_D & 0 \\ 0 & 0 & M_{qQ} & 0 & 0 & L_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_0(t) \\ i_d(t) \\ i_q(t) \\ i_F(t) \\ i_D(t) \\ i_Q(t) \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

Donde

$$\begin{aligned} L_d &= L_s + M_s + \frac{3}{2}L_m; \quad M_{dF} = \sqrt{\frac{3}{2}}M_F; \quad M_{dD} = \sqrt{\frac{3}{2}}M_D \\ L_q &= L_s + M_s - \frac{3}{2}L_m; \quad L_0 = L_s - 2M_s; \quad M_{qQ} = \sqrt{\frac{3}{2}}M_Q \end{aligned}$$

En (3.25), $\lambda_d(t)$ es el enlace de flujo en un circuito moviéndose con el rotor y centrado en el eje. Similarmente $\lambda_q(t)$ es centrado en el eje q y $\lambda_0(t)$ es completamente un circuito que permite conocer si el sistema esta balanceado.

También es importante observar que la matriz de inductancias (3.25) es una matriz de constantes. Así, la transformación de Park de potencia remueve los coeficientes variantes en el tiempo de la ecuación (3.15). También notamos que la matriz transformada (3.25) es simétrica y por lo tanto es físicamente realizable por un circuito equivalente.

3.5.6 Ecuaciones de Voltaje

Considerando los circuitos de una máquina síncrona que se muestra en la figura 3.14, para las condiciones indicadas por la figura 3.15, la ecuación matricial particionada está dada por:

$$\begin{bmatrix} v_{abc}(t) \\ v_{FDQ}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{abc} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & R_{FDQ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abc}(t) \\ i_{FDQ}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \lambda_{abc}(t) \\ \lambda_{FDQ}(t) \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

Donde,

$$v_{FDQ}(t) = \begin{bmatrix} V_F(t) \\ \mathbf{0}_{2 \times 1} \end{bmatrix}; \quad \begin{aligned} R_{abc} &= \text{diago}\{r_a, r_b, r_c\} \\ R_{FDQ} &= \text{diago}\{r_F, r_D, r_Q\} \end{aligned} \quad (3.27)$$

Aplicamos la transformada de Park a (4.26) tenemos:

$$\begin{bmatrix} V_{0dq}(t) \\ V_{FDQ}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{abc} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & R_{FDQ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{0dq}(t) \\ i_{FDQ}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \lambda_{0dq}(t) \\ \lambda_{FDQ}(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} PP^{-1}\lambda_{0dq}(t) \\ 0_{3 \times 1} \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

Donde,

$$PP^{-1}\lambda_{0dq}(t) = \begin{bmatrix} 0 - \omega(t)\lambda_q(t) & \omega(t)\lambda_d(t) \end{bmatrix}^T \quad (3.29)$$

Analizando para condiciones balanceadas, siendo la componente de secuencia cero iguales a cero, (4.28) obtenemos:

$$\begin{bmatrix} V_{dq}(t) \\ V_{FDQ}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{dq} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & R_{FDQ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{dq}(t) \\ i_{FDQ}(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} S(t) \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \lambda_{dq}(t) \\ \lambda_{FDQ}(t) \end{bmatrix}, \quad (3.30)$$

Donde,

$$R_{dq} = \text{diag}\{r_d, r_q\}, \quad S(t) = \begin{bmatrix} -\omega(t)\lambda_q(t) & \omega(t)\lambda_d(t) \end{bmatrix}^T$$

3.5.7 Formulación de ecuaciones en espacio de estado

Recordar que nuestro objetivo es derivar un conjunto de ecuaciones que describan la máquina síncrona en su forma:

$$\dot{x}(t) = f[x(t), u(t), t], \quad (3.31)$$

Donde $x(t) \in \mathbb{R}^n$ denota un vector de variables de estado, $u(t) \in \mathbb{R}^p$ las funciones de entrada del sistema y $f[x(t), u(t), t]$ un conjunto de funciones no lineales, representadas por el producto de algunas variables de estado.

Sin embargo, (3.31) contiene enlaces de flujo y corrientes como variables. Entonces podemos obtener los dos modelos:

- Un conjunto basado en corrientes como variables de estado:

$$x(t)^T = [i_d(t) \ i_D(t) \ i_F(t) \ i_Q(t) \ i_q(t)]$$

- Un conjunto basado en enlaces de flujo como variables de estado:

$$x(t)^T = [\lambda_d(t) \ \lambda_D(t) \ \lambda_F(t) \ \lambda_Q(t) \ \lambda_q(t)]$$

3.5.8 Formulación de corriente

Un modelo basado en corrientes como variables de estado tiene la ventaja de ofrecer relaciones simples entre los voltajes y las variables de estado. Podemos reemplazar los términos en $\lambda(t)$ y $\lambda'(t)$ por términos en $i(t)$ y $\frac{di(t)}{dt}$ utilizando las siguientes ecuaciones:

$$\lambda_{dDF}(t) = (M_{dDF})[i_{dDF}(t)] \quad (3.32)$$

$$\lambda_{Qq}(t) = (M_{Qq})[i_{Qq}(t)] \quad (3.33)$$

Donde:

$$M_{dDF} \triangleq \begin{bmatrix} L_d & M_{dD} & M_{dF} \\ M_{dD} & L_D & M_{DF} \\ M_{dF} & M_{DF} & L_F \end{bmatrix}, \quad (3.34)$$

$$M_{Qq} \triangleq \begin{bmatrix} L_Q & M_{qQ} \\ M_{qQ} & L_q \end{bmatrix}, \quad (3.35)$$

Rescribiendo (3.30), para sustituir (3.32) y (3.33) en (3.30), seleccionando las cantidades base para voltaje, corriente y tiempo en el sistema por unidad (pu) e incorporando todas las ecuaciones normalizadas en una expresión matricial y conservando las misma notación para las variables en (pu) que para las variables en la base original, dado que todos los valores son en (pu), escribimos:

$$\begin{bmatrix} v_d(t) \\ v_D = 0 \\ v_F(t) \\ v_Q = 0 \\ v_q(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{rDF} & T_2 \\ 0_{1x3} & 0_{2x2} \\ T_1 & R_{Qq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d(t) \\ i_D(t) \\ i_F(t) \\ i_Q(t) \\ i_q(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M_{dDF} & 0_{2x3} \\ 0_{2x3} & M_{Qq} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d(t) \\ i_D(t) \\ i_F(t) \\ i_Q(t) \\ i_q(t) \end{bmatrix}, \quad \text{en } pu \quad (3.36)$$

Donde:

$$R_{dDF} = \text{diag}\{r_d, r_D, r_F\},$$

$$R_{Qq} = \text{diag}\{r_Q, r_q\},$$

$$T_1 = [-\omega(t)L_d - \omega(t)M_{dF} - \omega(t)M_{dD}],$$

$$T_2 = [\omega(t)M_{qQ} \quad \omega(t)L_q]$$

La ecuación (3.36) se describe a continuación de una manera más amplia y detallada.

$$\begin{bmatrix} v_d(t) \\ v_D=0 \\ v_F(t) \\ v_Q=0 \\ v_q(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_d & 0 & 0 & -\omega(t)M_{qQ} & -\omega(t)L_q \\ 0 & r_D & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_F & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_Q & 0 \\ -\omega(t)L_d & -\omega(t)M_{dF} & -\omega(t)M_{dD} & 0 & r_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d(t) \\ i_D(t) \\ i_F(t) \\ i_Q(t) \\ i_q(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_d & M_{dD} & M_{dF} & 0 & 0 \\ M_{dD} & L_D & M_{DF} & 0 & 0 \\ M_{dF} & M_{DF} & L_F & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_Q & M_{qQ} \\ 0 & 0 & 0 & M_{qQ} & L_q \end{bmatrix} \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} i_d(t) \\ i_D(t) \\ i_F(t) \\ i_Q(t) \\ i_q(t) \end{bmatrix}$$

3.5.9 La ecuación de onda normalizada.

Hay muchas formas de escribir la ecuación de onda en la dinámica de un sistema de potencia, mientras que el par esta casi siempre dado en (*pu*), frecuentemente no es claro para $\omega(t)$ y t .

Empezamos con $\omega(t)$ en *rad*, t en *seg* y T_a en (*pu*) tenemos:

$$\frac{2H}{\omega_B(t)} \frac{d\omega(t)}{dt} = 2H \frac{d\omega(t)}{dt_u} = T_a a(t) \quad (3.37)$$

Donde H denota la constante de inercia en (*pu*), $\omega_B(t)$ la velocidad angular base y T_a el par acelerante en (*pu*). siendo $t_u = \omega_B(t)t$;

Si t y $\omega(t)$ están en (*pu*), entonces,

$$T_j \frac{d\omega(t)}{dt} = T_a(t) , \quad (3.38)$$

Donde:

$$T_j = 2H\omega_B \quad (3.39)$$

Los pares aplicados aun rotor de una máquina síncrona se muestran en la figura 3.16.

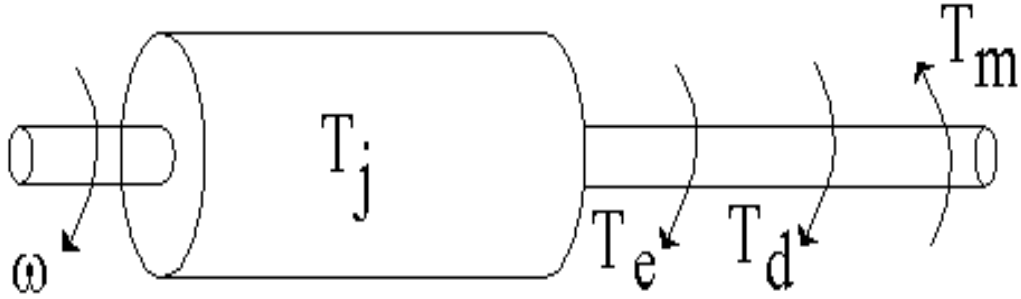


Figura 3.16 Pares aplicados al rotor de una máquina síncrona.

Donde $T_e(t)$ denota el par electromagnético, $T_d(t)$ es el par de amortiguamiento y $T_m(t)$ es el par mecánico de la máquina síncrona.

De la figura 3.16, se tiene en *pu*:

$$T_d(t) = T_m(t) - T_e(t) - T_d(t), \quad (3.40)$$

Donde:

$$T_e(t) = i_d(t)\lambda_d(t) - i_d(t)\lambda_q(t) \quad (3.41)$$

$$T_d(t) = D_\omega(t) \quad (3.42)$$

Siendo D la constante de amortiguamiento.

Sustituyendo (3.32), (3.33), (3.40) a (3.42) en (3.38), tenemos

$$T_j\omega(t) = T_m(t) + \begin{bmatrix} -L_d i_q(t) - M_{Dd} i_q(t) - M_{dF} i_q(t) & M_{qQ} i_d(t) & L_q i_d(t) - D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d(t) \\ i_D(t) \\ i_F(t) \\ i_Q(t) \\ i_q(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

Finalmente podemos obtener la formulación completa de corriente de la máquina síncrona incluyendo la ecuación angular de potencia la cual es:

$$\delta(t) = \omega(t) \quad (3.44)$$

Tomando (3.42), (43.44) y (3.36) el modelo completo esta dado por:

$$\begin{bmatrix} v_d(t) \\ v_D = 0 \\ v_F(t) \\ v_Q = 0 \\ v_q(t) \\ T_m(t) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{dDF} & T_2 & & & & & \\ 0_{1 \times 3} & 0_{2 \times 2} & 0_{5 \times 1} & & & & \\ T_1 & R_{Qq} & D & & & & \\ T_3 & T_4 & 1 & & & & \\ 0_{1 \times 5} & & & & & & \end{bmatrix} 0_{7 \times 1} \begin{bmatrix} i_d(t) \\ i_D(t) \\ i_F(t) \\ i_Q(t) \\ i_q(t) \\ \omega(t) \\ \delta(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M_{dDF} & 0_{3 \times 2} & 0_{2 \times 5} \\ 0_{2 \times 3} & M_{Qq} & 0 \\ 0_{2 \times 5} & 0T_j & 1 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d(t) \\ i_D(t) \\ i_F(t) \\ i_Q(t) \\ i_q(t) \\ \omega(t) \\ \delta(t) \end{bmatrix}, \quad pu \quad (3.45)$$

Donde

$$T_3 = \begin{bmatrix} L_d i_q & M_{Dd} i_q & M_{dF} i_q \end{bmatrix}$$

$$T_4 = \begin{bmatrix} -M_{qQ} i_d & -L_q i_d \end{bmatrix}$$

Esta ecuación matricial está en la forma (3.31), es claro que el sistema no es lineal, donde la no linealidad se deba al producto de variables de estado. La ecuación 3.45 se describe a continuación de una forma más detallada, ya que está escrita de una manera que es algo difícil de comprender.

$$\begin{bmatrix} v_d(t) \\ v_D = 0 \\ v_F(t) \\ v_Q = 0 \\ v_q(t) \\ T_m(t) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_d & 0 & 0 & \omega(t)M_{qQ} & \omega(t)L_q & 0 & 0 \\ 0 & r_D & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_F & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_Q & 0 & 0 & 0 \\ -\omega(t)L_d & -\omega(t)M_{dF} & -\omega(t)M_{dD} & 0 & r_q & 0 & 0 \\ L_d i_q & M_{Dd} i_q & M_{dF} i_q & -M_{qQ} i_q & -L_q i_q & D & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d(t) \\ i_D(t) \\ i_F(t) \\ i_Q(t) \\ i_q(t) \\ \omega(t) \\ \delta(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_d & M_{dD} & M_{dF} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ M_{dD} & L_D & M_{DF} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ M_{dF} & M_{DF} & L_F & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_Q & M_{qQ} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_{qQ} & L_q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & T_j & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d(t) \\ i_D(t) \\ i_F(t) \\ i_Q(t) \\ i_q(t) \\ \omega(t) \\ \delta(t) \end{bmatrix}$$

Capítulo 4

Modelado y simulación en bond graph de la máquina síncrona

En este capítulo, se introduce el modelado de la máquina síncrona representado en Bond Graph. Así mismo, se describen las simulaciones de la máquina síncrona utilizando el software 20-sim.

4.1 Modelado en Bond Graph de la dinámica de la máquina síncrona [3]

En esta sección analizaremos el Bond Graph de la máquina síncrona, modificado para obtener el modelo de la ecuación (3.45).

Se considera el modelo $d-q$ de la máquina síncrona que se muestra en la figura 3.14 que satisface las suposiciones S1 a S6 de la pagina 54.

Las principales características del modelado de la máquina síncrona en Bond Graph son:

- Se tienen en variables de energía todos los elementos que intervienen en la máquina.
- Los subsistemas eléctrico, magnético y mecánico se representan en un solo Bond Graph.
- Modelos simplificados se obtienen a partir de la eliminación directo de bonds en el Bond Graph.
- La formulación de corriente o de enlaces de flujo se obtiene a partir del mismo Bond Graph.

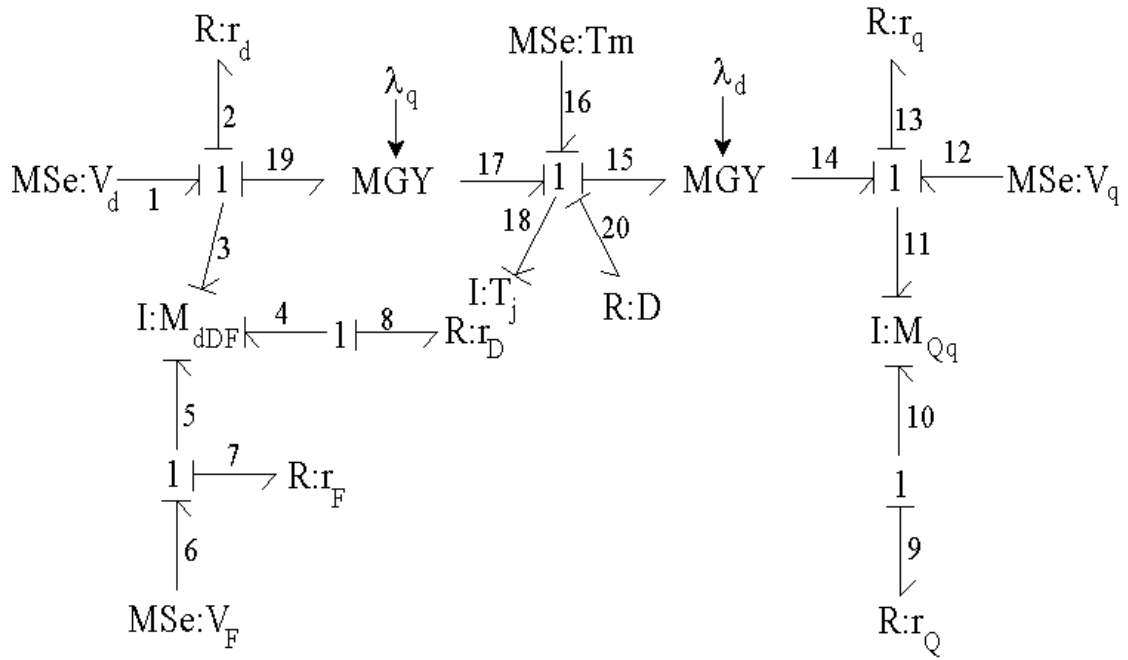


Figura 4.1 Bond Graph de la máquina síncrona.

En la figura 4.1, T_m es el par mecánico de entrada, T_j es la inercia definida en (3.39), D es el coeficiente de amortiguamiento dado en (3.42); $I: M_{dDF}$ representa los acoplamientos propios y mutuos de los devanados en el eje q definidos en (3.35). El devanado de amortiguamiento está representado por D en el eje d y por Q en el eje q , respectivamente; el devanado de excitación es F ; y d y q representan los devanados de conmutación en los ejes d y q respectivamente.

Los vectores claves del Bond Graph de la figura 4.1 son:

$$x(t) = \begin{bmatrix} p_3(t) \\ p_4(t) \\ p_5(t) \\ p_{10}(t) \\ p_{11}(t) \\ p_{18}(t) \end{bmatrix}; \quad x'(t) = \begin{bmatrix} e_3(t) \\ e_4(t) \\ e_5(t) \\ e_{10}(t) \\ e_{11}(t) \\ e_{18}(t) \end{bmatrix}; \quad z(t) = \begin{bmatrix} f_3(t) \\ f_4(t) \\ f_5(t) \\ f_{10}(t) \\ f_{11}(t) \\ f_{18}(t) \end{bmatrix}; \quad D_{in}(t) = \begin{bmatrix} f_2(t) \\ f_7(t) \\ f_8(t) \\ f_9(t) \\ f_{13}(t) \\ f_{20}(t) \end{bmatrix}; \quad (4.1)$$

$$D_{out}(t) = [e_2(t) \ e_7(t) \ e_8(t) \ e_9(t) \ e_{13}(t) \ e_{20}(t)]^T \quad (4.2)$$

$$u(t) = [e_1(t) \ e_6(t) \ e_{12}(t) \ e_{16}(t)]^T \quad (4.3)$$

Las relaciones constitutivas están dadas por:

$$L = \text{diag}\{r_d, r_F, r_D, r_Q, r_q, D\}, \quad (4.4)$$

$$F^{-1} = \text{diag}\{M_{dDF}, L_{Qq}, T_j\}; \quad (4.5)$$

La matriz de estructura de unión está dada por:

$$S_{11} = \begin{bmatrix} 0_{5 \times 5} & G(\lambda) \\ -G^T(\lambda) & 0 \end{bmatrix}; \quad S_{12} = \begin{bmatrix} Q_1 & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & -I_{3 \times 3} \end{bmatrix}; \quad S_{13} = \begin{bmatrix} Q_2 & 0_{3 \times 2} \\ 0_{3 \times 2} & Q_3 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

La ecuación (4.6) se describe una manera más explícita a continuación

$$s_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\lambda_q(t) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_d(t) \\ -\lambda_q(t) & 0 & 0 & 0 & \lambda_d(t) & 0 \end{bmatrix}; \quad s_{12} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix};$$

$$s_{13} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Donde:

$$G(\lambda) = \begin{bmatrix} -\lambda_q(t) \\ 0_{3 \times 1} \\ \lambda_d(t) \end{bmatrix}; \quad Q_1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}; \quad Q_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad Q_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.7)$$

A continuación se da la formulación de corriente obteniendo el modelo no lineal en términos de co-energía dado por:

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= f(z(t)) + \check{B}_p u(t), \\ y(t) &= \check{C}_p z(t) + D_p u(t), \end{aligned} \quad (4.8)$$

Donde:

$$f(z(t)) = F[S_{11}(\lambda) + S_{12}MS_{21}]; \check{B}_p = F(S_{13} + S_{12}MS_{23}); \check{C} = S_{12} + S_{23}MS_{21}. \quad (4.9)$$

Para el caso lineal tenemos:

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= \check{A}_p z(t) + \check{B}_p u(t), \\ y(t) &= \check{C}_p z(t) + D_p u(t), \end{aligned} \quad (4.10)$$

Donde:

$$\check{A}_p = F[S_{11} + S_{12}MS_{21}]. \quad (4.11)$$

Multiplicando (4.44) por F^{-1} y utilizando (4.40) a (4.43) y (4.45) obtenemos:

$$\begin{bmatrix} e_1(t) \\ 0 \\ e_6(t) \\ 0 \\ e_{12}(t) \\ e_{16}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{MS} & G(\lambda) \\ -G^T(\lambda) & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_3(t) \\ f_4(t) \\ f_5(t) \\ f_{10}(t) \\ f_{11}(t) \\ f_{18}(t) \end{bmatrix} + M_{MS} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} f_3(t) \\ f_4(t) \\ f_5(t) \\ f_{10}(t) \\ f_{11}(t) \\ f_{18}(t) \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

La ecuación (4.12) se describe a continuación de una manera más explícita.

$$\begin{bmatrix} e_1(t) \\ 0 \\ e_6(t) \\ 0 \\ e_{12}(t) \\ e_{16}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_d & 0 & 0 & 0 & 0 & -\lambda_q(t) \\ 0 & R_D & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_F & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_Q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_d(t) \\ \lambda_q(t) & 0 & 0 & 0 & -\lambda_d(t) & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_3(t) \\ f_4(t) \\ f_5(t) \\ f_{10}(t) \\ f_{11}(t) \\ f_{18}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M_d & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_D & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_F & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_Q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_q & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & T_j \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} f_3(t) \\ f_4(t) \\ f_5(t) \\ f_{10}(t) \\ f_{11}(t) \\ f_{18}(t) \end{bmatrix}$$

Donde:

$$R_{MS} = \text{diag} \{ R_{dDF}, R_{Qq} \};$$

$$M_{MS} = \text{diag} \{ M_{dDF}, M_{Qq}, T_j, 1 \}$$

Si se sustituyen las relaciones constitutivas de $\lambda_d(t)$ y $\lambda_q(t)$ están dadas en (3.25), la ecuación (4.12) es igual a (3.45), excepto por la ecuación del Angulo $\delta(t)$ que no se escribe.

Es importante notar que se tiene una representación gráfica de la máquina síncrona, incluyendo inductancias propias y mutuas, y resistencias en cada uno de los devanados. Así mismo, la parte mecánica es considerada en el mismo Bond Graph, conociéndose el intercambio energético entre sus elementos.

En la siguiente sección se presenta la obtención directa de modelos simplificados de la maquina síncrona.

4.2 Modelos simplificados de la máquina síncrona utilizando Bond Graph

Los modelos matemático y gráfico de la máquina síncrona se obtuvieron considerando los circuitos de estator, rotor y devanado de amortiguamiento en los ejes d y q . El modelo incluye las condiciones de la carga y el par mecánico. Las descripciones completas matemáticas de cada elemento de un sistema de potencia son excesivamente complejas y frecuentemente son utilizadas descripciones simplificadas en el modelado de sistemas.

En esta sección se presentan algunos modelos reducidos de la máquina síncrona en Bond Graph y finalmente se obtiene el modelo matemático del sistema.

4.2.1 Sin devanados de amortiguamiento.

Los devanados de amortiguamiento de una máquina síncrona pueden ser despreciados si, su efecto en el transitorio bajo estudio es lo suficientemente pequeño con

respecto a la dinámica del sistema para ser despreciados. Esto es particularmente cierto en estudios donde el amortiguamiento entre máquinas acopladas no es de interés. El modelo de Bond Graph en el cual los devanados de amortiguamiento son despreciados, se logra eliminando los bonds 4 y 8 para D, y 9 y 10 para Q en la figura 3.15, el Bond Graph resultante se muestra en la figura 4.2.

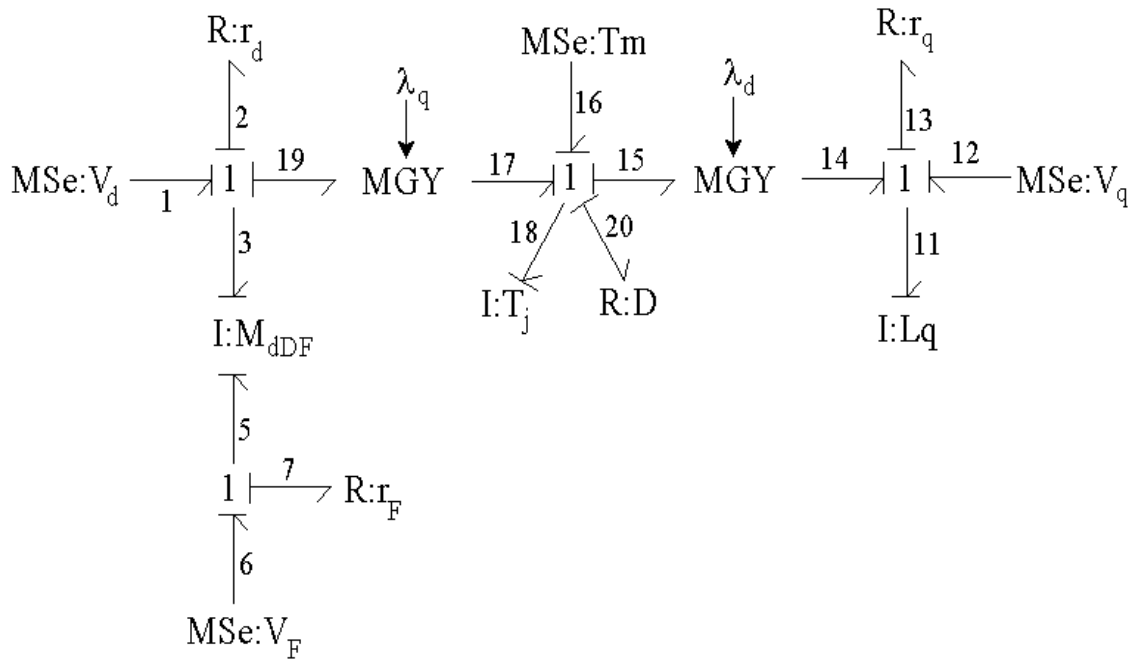


Figura 4.2 Modelo de Bond Graph de la maquina síncrona despreciando devanados de amortiguamiento.

Los vectores clave se obtienen eliminando $p_4(t)$ y $p_{10}(t)$ de (4.1) los cuales representan los devanados de amortiguamiento, siendo las relaciones constitutivas dadas por:

$$F^{-1} = \text{diag}\{L_{dF}, L_q, T_j\} \quad (4.13)$$

$$L = \text{diag}\{R_{dFq}, D\} \quad (4.14)$$

Donde:

$$L_{dF} \square \begin{bmatrix} L_d & M_{dF} \\ M_{dF} & L_F \end{bmatrix}, \quad (4.15)$$

$$R_{dFq} \square \text{diag} \{R_{dFq}, D\} \quad (4.16)$$

La estructura de unión para el Bond Graph de la figura 4.2 es:

$$S_{11} = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & G_1(\lambda) \\ -G_1^T & 0 \end{bmatrix}; S_{12} = -I_{4 \times 4}; S_{13} = I_{4 \times 4}; S_{22} = S_{23} = 0; \quad (4.17)$$

La ecuación (4.17) puede ser vista de una manera más explícita:

$$S_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -\lambda_q(t) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_q(t) \\ \lambda_q(t) & 0 & -\lambda_q(t) & 0 \end{bmatrix}, S_{12} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, S_{13} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, S_{22} = S_{23} = 0$$

Donde:

$$G_1(\lambda) = [-\lambda_q(t), 0, \lambda_d(t)]^T, \quad (4.18)$$

Sustituyendo (4.13) a (4.17) en (4.8) se tiene:

$$\begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_6(t) \\ e_{12}(t) \\ e_{16}(t) \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} -R_{dFq} & G_1(\lambda) \\ -G_1^T & -D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_3(t) \\ f_5(t) \\ f_{11}(t) \\ f_{18}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{dF} & 0_{2 \times 2} \\ 0_{2 \times 2} & L_{qJ} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} f_3(t) \\ f_5(t) \\ f_{11}(t) \\ f_{18}(t) \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

A continuación veremos la ecuación (4.19) descrita de una manera explícita:

$$\begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_6(t) \\ e_{12}(t) \\ e_{16}(t) \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} -R_d & 0 & 0 & -\lambda_q(t) \\ 0 & R_F & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_q & \lambda_d(t) \\ \lambda_q(t) & 0 & -\lambda_d(t) & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_3(t) \\ f_5(t) \\ f_{11}(t) \\ f_{18}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_d & M_{dF} & 0 & 0 \\ M_{dF} & L_F & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_q & 0 \\ 0 & 0 & 0 & T_j \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} f_3(t) \\ f_5(t) \\ f_{11}(t) \\ f_{18}(t) \end{bmatrix}$$

Donde:

$$L_{qJ} = \text{diag} \{L_q, T_j\} \quad (4.20)$$

A partir del modelo simplificado dado por (4.19) y con reducciones algebraicas pertinentes es posible encontrar el modelo conocido E'_q .

4.2.2 A Velocidad Constante

La investigación del fenómeno eléctrico transitorio usualmente comienza con la simplificación de velocidad angular $\omega_r(t)$ constante, esta reducción se logra aplicando una fuente de flujo mecánico denotada por $S_f: \omega_0$ y eliminando los bonds 16 y 18 de la figura 4.1. Así, se obtiene el Bond Graph a velocidad constante que se muestra en la figura 4.3.

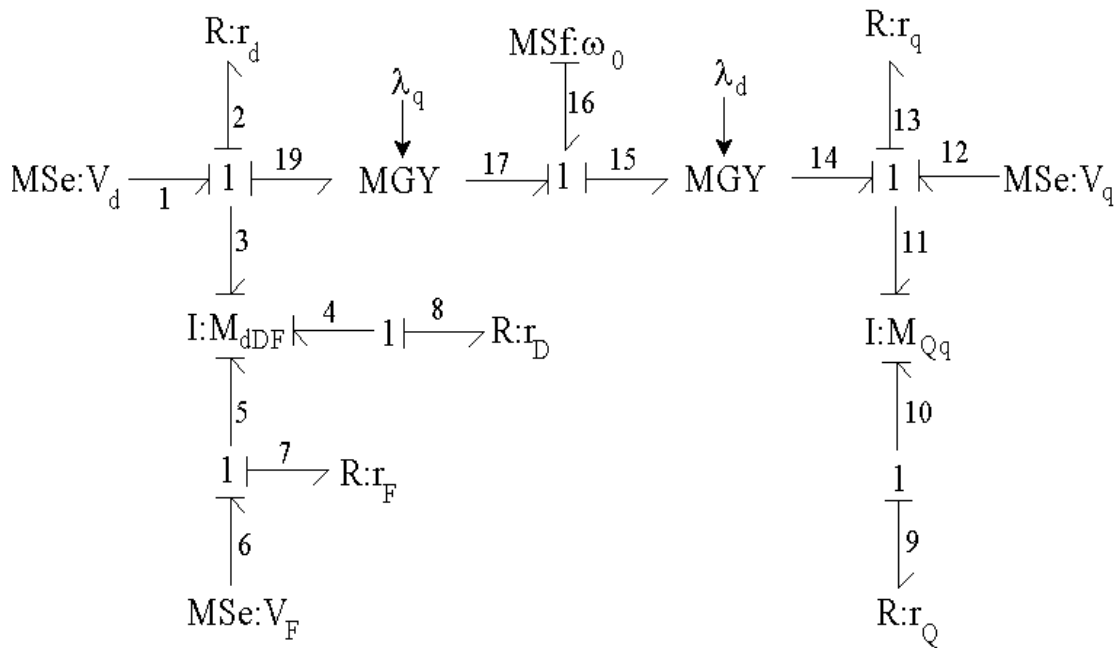


Figura 4.3 Bond Graph a velocidad constante de la máquina síncrona.

Los vectores clave del Bond Graph se obtienen eliminando $p_{18}(t)$, $e_{18}(t)$ y $f_{18}(t)$ de (4.1), ya que el momento rotacional se considera constante, y el vector $u(t)$ es incrementado por la fuente de flujo mecánico. Así las relaciones constitutivas son:

$$L = \text{diag} \{r_d, r_F, r_D, r_Q, r_q\}, \quad (4.21)$$

$$F^{-1} = \text{diag} \{M_{dDF}, L_{Qq}\} \quad (4.22)$$

La matriz de estructura de unión está dada por:

$$S_{12} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I & -I \\ 0 & 0 & 0 & -I & -I \end{bmatrix}; S_{13} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \lambda_q(t) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\lambda_d(t) \end{bmatrix}; S_{11} = S_{22} = S_{23} = 0. \quad (4.23)$$

El siguiente modelo de la maquina síncrona a velocidad constante se obtiene se sustituir (4.21) a (4.23) en (4.9) a (4.11).

$$\begin{bmatrix} e_1(t) \\ 0 \\ e_6(t) \\ 0 \\ e_{12}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{dDF} & -M_{qQ\omega_0} - L_{q\omega_0} \\ 0_{1 \times 3} & 0_{2 \times 2} \\ -L_{d\omega_0} - M_{dD\omega_0} - M_{dF\omega_0} & R_{Qq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_3(t) \\ f_4(t) \\ f_5(t) \\ f_{10}(t) \\ f_{11}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M_{dDF} & 0_{3 \times 2} \\ 0_{2 \times 3} & M_{Qq} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} f_3(t) \\ f_4(t) \\ f_5(t) \\ f_{10}(t) \\ f_{11}(t) \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

Una manera más clara de ver la ecuación (4.24), se muestra a continuación.

$$\begin{bmatrix} e_1(t) \\ 0 \\ e_6(t) \\ 0 \\ e_{12}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_d & 0 & 0 & -M_{qQ\omega_0} & -L_{q\omega_0} \\ 0 & r_D & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_F & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_Q & 0 \\ -L_{d\omega_0} & -M_{dD\omega_0} & -M_{dF\omega_0} & 0 & r_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_3(t) \\ f_4(t) \\ f_5(t) \\ f_{10}(t) \\ f_{11}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_d & M_{dD} & M_{dF} & 0 & 0 \\ M_{dD} & L_D & M_{DF} & 0 & 0 \\ M_{dF} & M_{DF} & L_F & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_Q & M_{qQ} \\ 0 & 0 & 0 & M_{qQ} & L_q \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} f_3(t) \\ f_4(t) \\ f_5(t) \\ f_{10}(t) \\ f_{11}(t) \end{bmatrix}$$

Es importante notar que el modelo de la máquina síncrona a velocidad constante es una manera sencilla de conocer el desempeño aproximado de la máquina, en un modelo que se caracteriza por ser lineal.

4.3 Modelado de un generador en Bond Graph utilizando 20-sim

4.3.1 Introducción

En esta sección se realizará el proceso de modelado y simulación de un generador. La simulación se define como el proceso de diseñar y desarrollar un modelo computarizado de un sistema o proceso y conducir a experimentos con este modelo, con el propósito de entender el comportamiento del sistema a evaluar, así como las estrategias con las cuales se puede operar el sistema.

Partiendo de la definición de simulación, se tiene que para este trabajo se utiliza la herramienta de simulación para la verificación del comportamiento de los sistemas físicos equivalentes y observar como de manera análoga interactúan de igual manera las variables generalizadas que participan en los tres sistemas; iniciando a partir de un sistema original.

El 20-sim soporta completamente el modelado gráfico, permitiendo diseñar y analizar sistemas dinámicos. En un periodo muy corto se puede confiar que 20-sim puede aumentar la productividad de un análisis, el cual puede ser hecho cuando se desee.

El 20-sim consiste en dos ventanas principales y muchas herramientas. En donde la primera ventana es el editor y la segunda el simulador. El editor es utilizado para introducir y editar modelos. El simulador es utilizado para simular y analizar los modelos. La sección de modelado y simulación en 20-sim es mostrado en la figura 4.4.

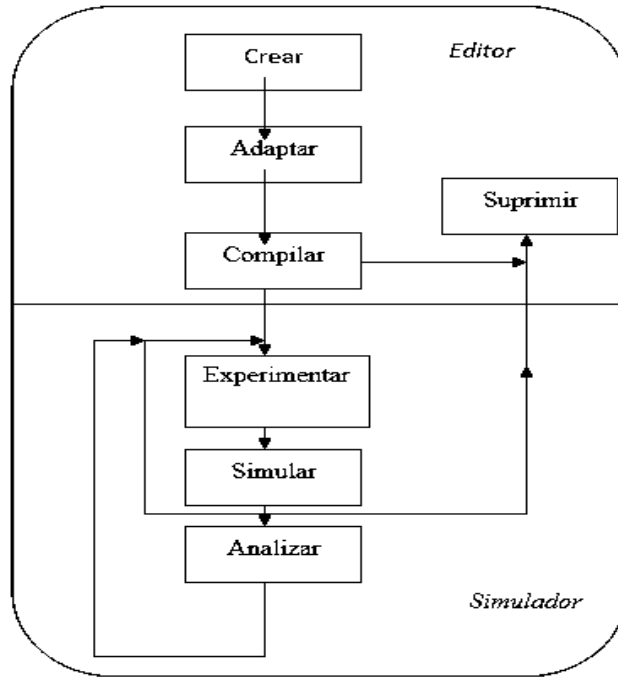


Figura 4.4 Modelado y simulación en 20-sim.

Las funciones del editor y simulador del 20-sim se explican a continuación:

a) Crear

La sección de modelado comienza creando un modelo. El modelado en 20-sim puede ser hecho utilizando ecuaciones, diagramas de bloques, en Bond Graph, iconos de diagramas o una combinación de todas estas representaciones. Se puede comenzar por definir un modelo a construir, fuera del modelo existen partes que son almacenadas en diferentes librerías que vienen en paquete.

b) Compilado

Después de que el modelo entra exitosamente, es analizado y compilado para generar un código de simulación. Esto se hace automáticamente en 20-sim al momento de abrir el simulador o cuando se analiza el modelo. En algunos casos el modelo contará con errores que tienen que resolver corrigiendo el modelo. Los errores en 20-sim son mostrados en una ventana especial y propiamente en un documento de ayuda que sirve para solución de estos.

c) **Experimentar**

Después de una exitosa compilación, si hasta este paso no tiene errores el simulador abre con el modelo cargado y compilado, tiene que entrar a un escenario específico parecido con el que comienza el tiempo, finaliza el tiempo, método de integración, etc. La acumulación de estos escenarios es llamada en 20-sim y pueden ser almacenados en un fichero de nombre experimento.



d) **Simulación**

Con el escenario del simulador abierto, se puede probar para correr una simulación. Ahora cuando una iteración vuelve a comenzar, es cuando está corriendo la simulación y cargando el escenario de la simulación hasta que los resultados son satisfactorios. Si la simulación falla (genera errores) comienza una sección de suprimir errores. En ese momento puede ser cambiado o modificado el modelo, compilado y correr una simulación hasta que el error es resuelto.

e) **Analizar**

Después de una exitosa simulación se puede analizar el modelo utilizando varias herramientas semejantes, como por ejemplo FTT-análisis, optimización, simulación tolerante y mucho más.

f) **Modos**

El 20-sim puede operar en dos modos: en el modo de error y en el modo rápido. Es indicado por el botón **Mode** en la barra de tareas puede ser mostrado  para el modo de error o  para el modo rápido. Se puede dar clic para elegir cualquiera de los dos modos. En el modo de error una vez ejecutado es posible analizar todo y encontrar todos los peligros generados o también si el modelo tiene errores. Este modo debe ser utilizado durante la construcción del modelo y en la primera simulación. En la ejecución del modo rápido hay un mínimo de análisis, es generado un mínimo de peligros y la simulación es ejecutada con un máximo de velocidad. Este modo debe de ser utilizado cuando el modelo ya fue validado y cuando se requiera que la simulación tenga un máximo de velocidad.

4.3.2 Simulación de la máquina síncrona en 20-sim

En el capítulo 3 se mostró el modelo de la máquina síncrona en Bond Graph, en este capítulo se hará la simulación de la máquina síncrona en 20-sim, en donde ayuda a comprender el comportamiento de la misma.

En la tabla 4.1 se muestran los valores que se tomaron para las simulaciones de una máquina síncrona, tanto como de sus resistencias como sus inductancias propias y mutuas.

Tabla 4.1 Valores de los elementos de la máquina síncrona.

Elemento	Valor	Elemento	Valor
r_d	0.1 Ω	L_q	1.64 Ω
r_q	1 Ω	L_Q	1.526 Ω
R_D	1 Ω	M_{qQ}	1.49 Ω
L_d	1.7 Ω	r_Q	0.15 Ω
L_F	1.65 Ω	V_F	30 v
L_D	1.605 Ω	J_r	2.37
M_{dD}	1.55 Ω	r_F	1 Ω
M_{Fd}	1.55 Ω	T_m	100
M_{dF}	1.55 Ω		

A continuación veremos las líneas de alimentación trifásica que alimentara nuestro generador los cuales tienen una magnitud de 120 volts a 60Hz.

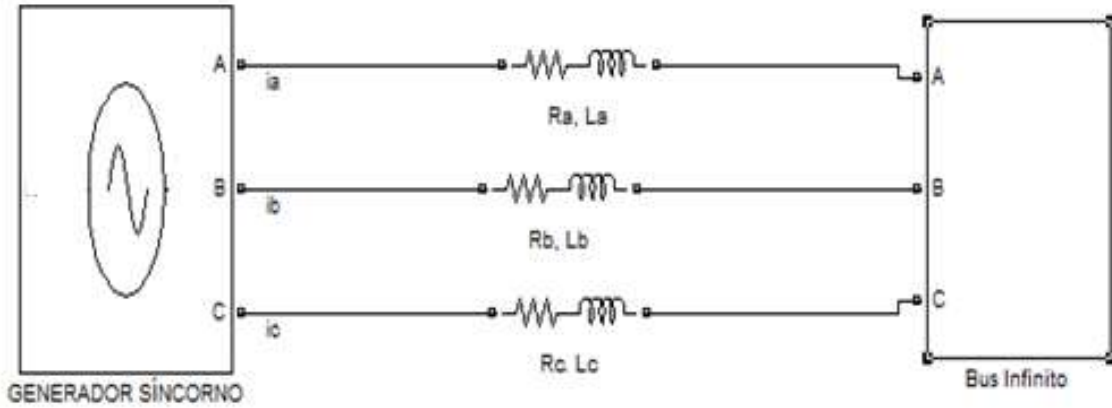


Figura 4.5. Esquema de las líneas de alimentación del generador que van hasta el bus infinito.

En la siguiente figura veremos el esquema de la figura 4.5 representada en Bond Graph para una mejor comprensión de la misma.

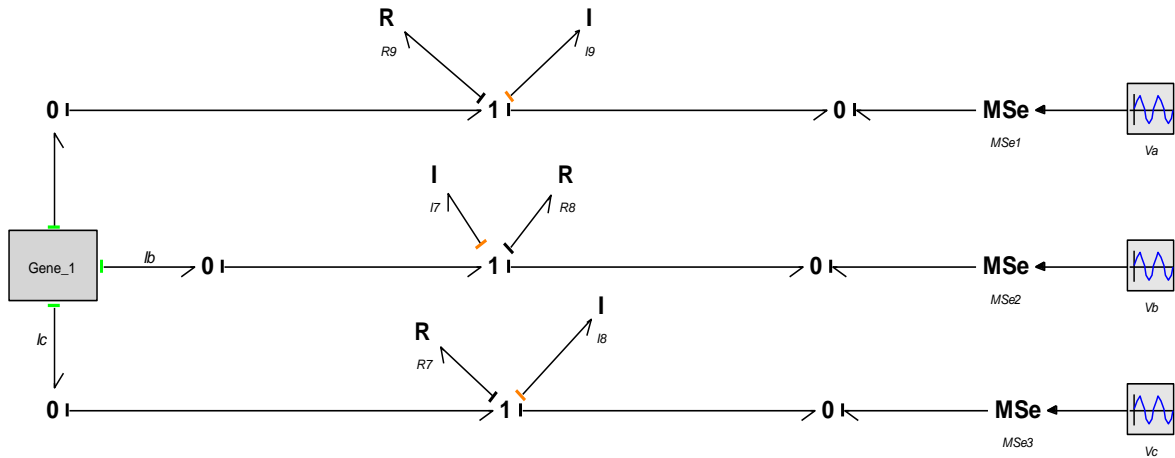


Figura. 4.6 Líneas en Bond Graph de alimentación trifásica para el generador.

Los voltajes de la fuente son v_a, v_b, v_c tienen una magnitud de 120 volts y están desfasados 120 grados entre sí, además de tener una frecuencia de 60 Hz.

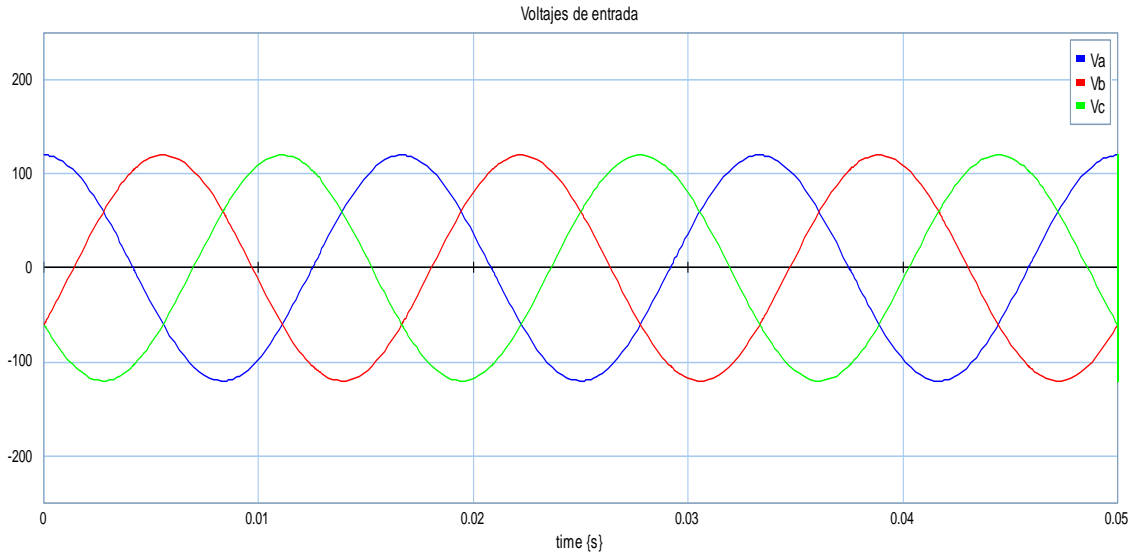


Figura 4.7 Voltajes de entrada.

En la figura 4.7 se muestran los tres voltajes inyectados al sistema, desfasados 120° grados entre sí.

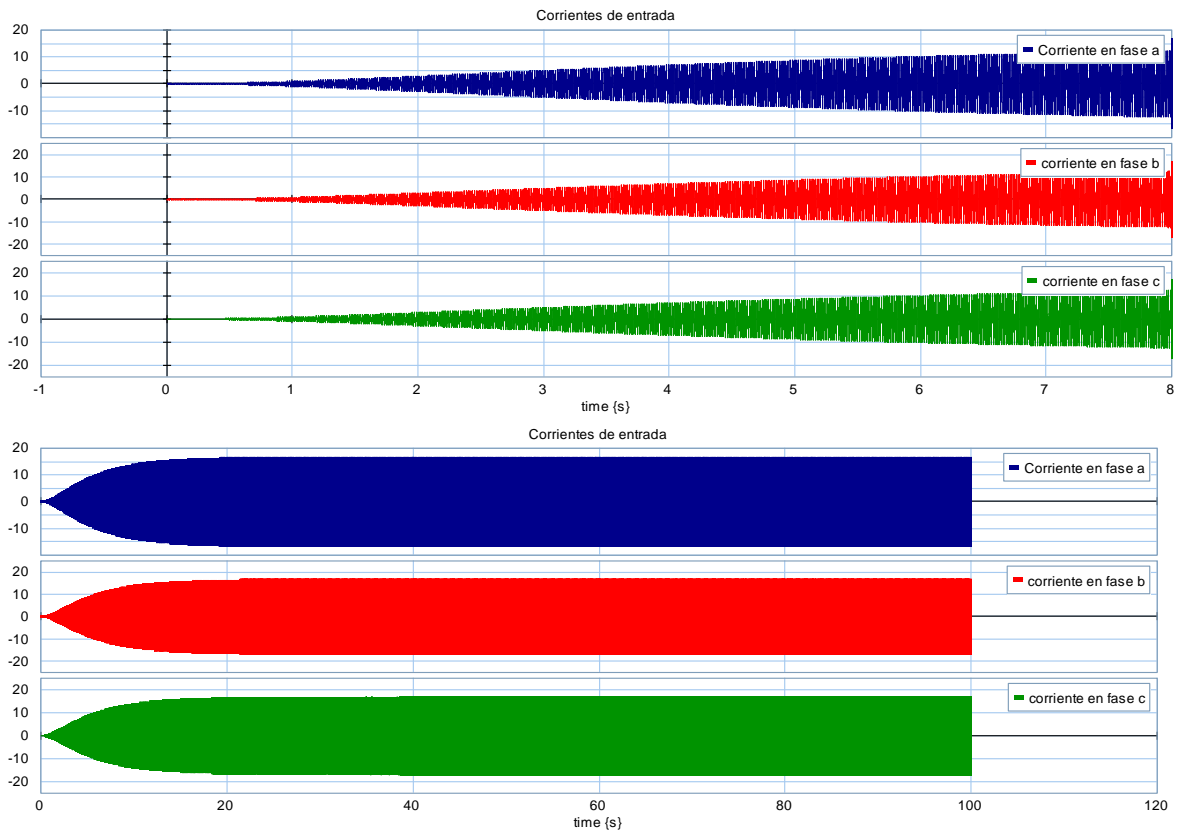


Figura 4.8 Corrientes de entrada.

La figura 4.8 muestra las corrientes generadas del generador síncrono, donde podemos observar que la estabilización se da hasta los 100 segundos.

4.4 Diagrama de la máquina síncrona en 20-sim

A continuación veremos el modelo del generador síncrono con su estructura final, así también con su transformación de Park explicada en el capítulo 3 sección 3.5.4 y el cual manipulamos en el 20-sim para obtener las gráficas deseadas tanto del flujo como del esfuerzo.

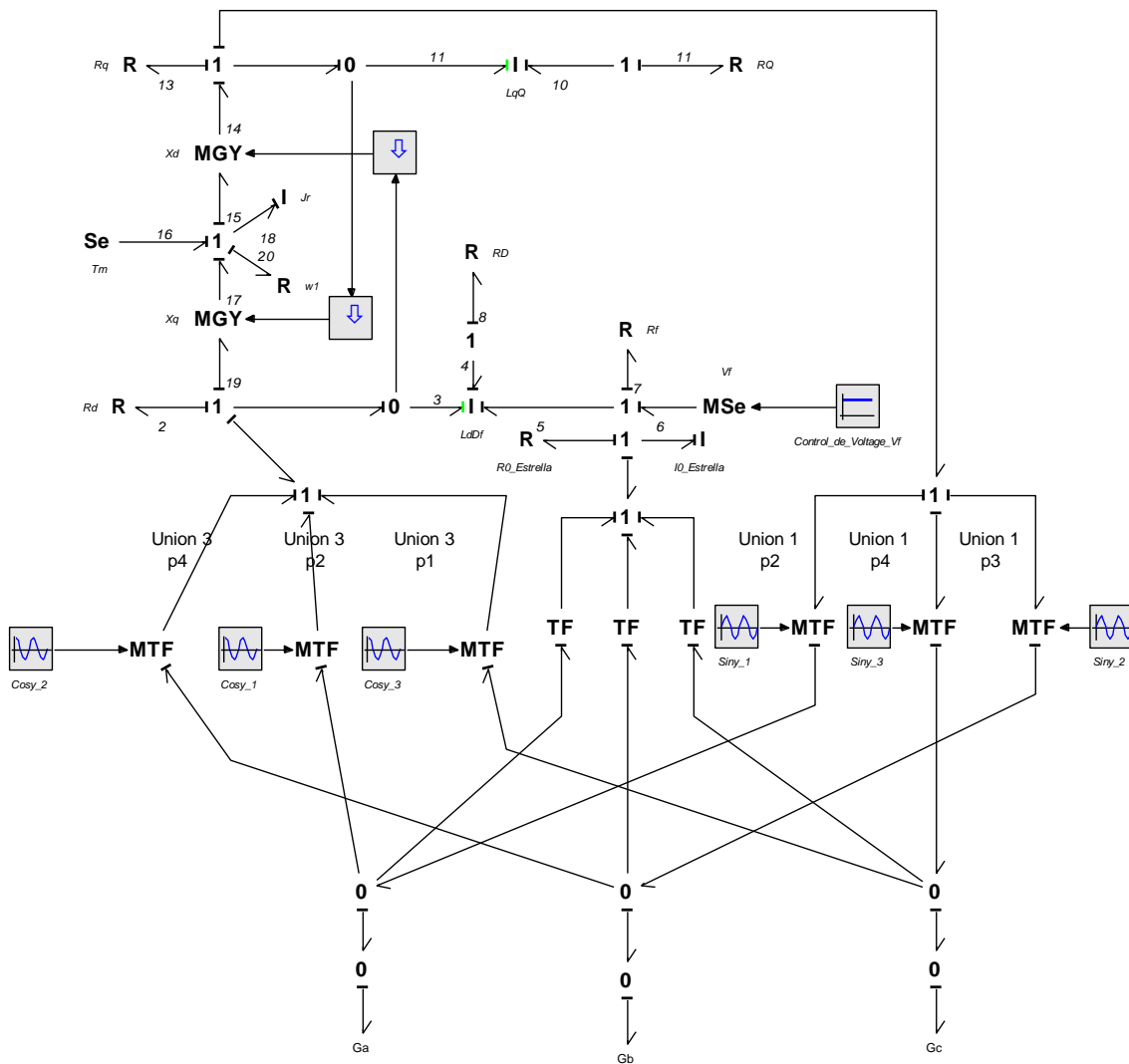


Figura 4.9 Modelo de la máquina síncrona en 20-sim.

En la figura 4.9 podemos observar el modelo realizado en el 20-sim como se simuló al igual que sus características más principales tales como los giradores, las inductancias propias y mutuas así como su transformada de Park.

En la figura 4.10 y 4.11 observaremos el comportamiento de los devanados de amortiguamiento, los cuales indican el estado estacionario en un lapso de tiempo muy corta ya que estos sólo actúan en el arranque de la máquina.

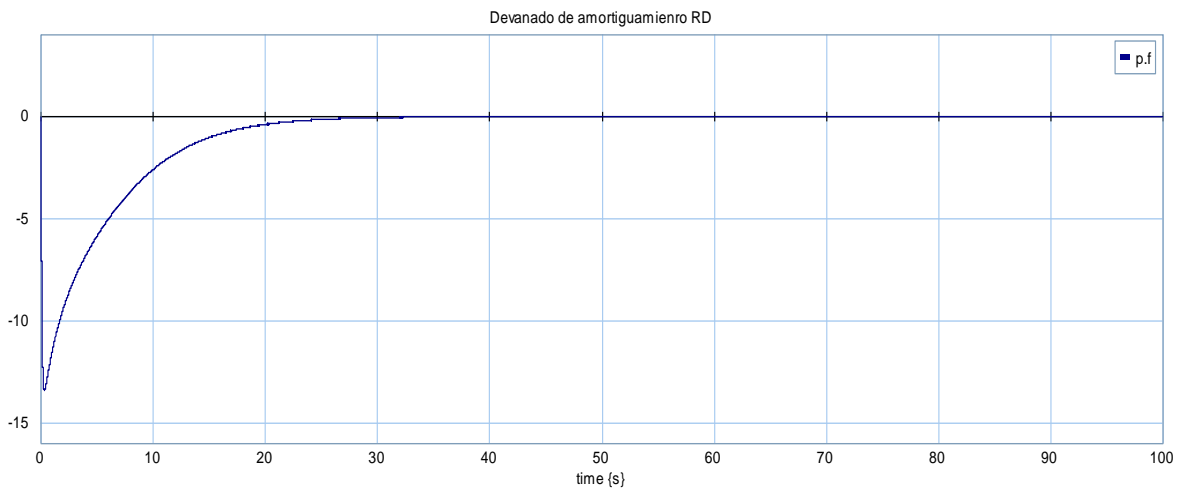


Figura 4.10 Devanado de amortiguamiento R_D .

Como nos damos cuenta en la figura 4.10 que después del transitorio logra un estado estable cerca de cero. Así mismo la gráfica de R_D es similar ya que estos son los devanados de amortiguamiento de la máquina síncrona.

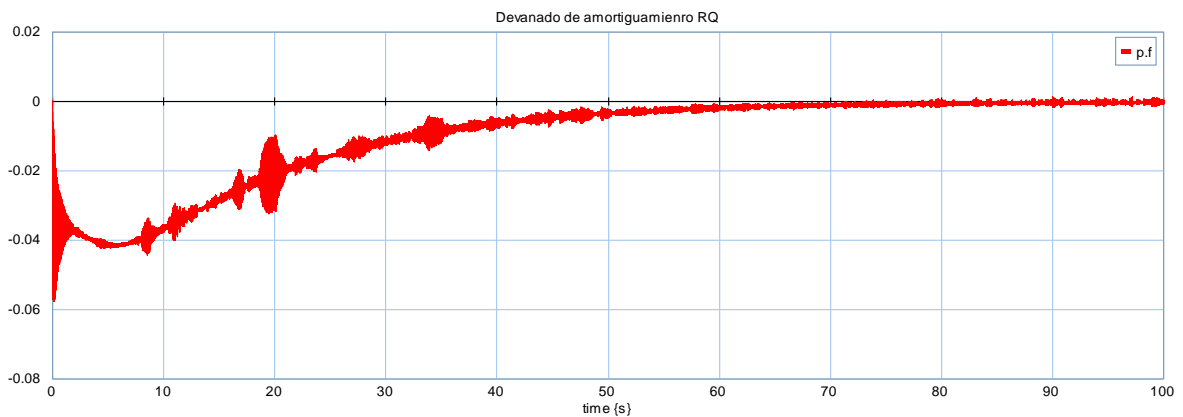


Figura 4.11 Devanado de amortiguamiento R_Q .

Al igual que la gráfica anterior, podemos darnos cuenta de cómo está trabajando dicho devanado al graficar su corriente; para nuestro caso es el flujo el que aquí se grafica, y de la misma manera que la figura 4.11. Ambas gráficas después de un tiempo determinado entran en estado estacionario debido a que los devanados de amortiguamiento trabajan sólo en el arranque de la máquina.

En la gráfica 4.12 observaremos el comportamiento de las inductancias propias de la máquina en el eje D, es decir, L_d , L_D y L_F .

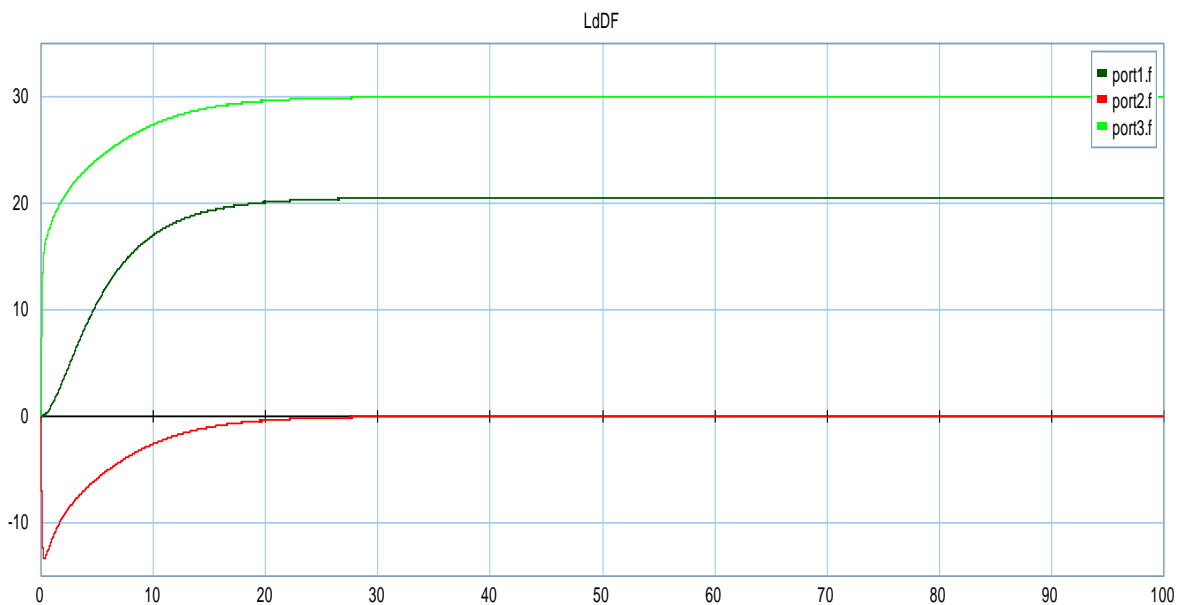


Figura 4.12 El flujo en el campo las de inductancias L_{dDF} .

Notar que el estado estacionario de la corriente en el devanado de campo i_f es de 30 A y efectivamente se comprueba del cociente de $v_f = 30 A$ entre $R_f = 1\Omega$. Así mismo, se confirma que la corriente en el devanado de amortiguamiento en el eje D es cero en el estado estacionario.

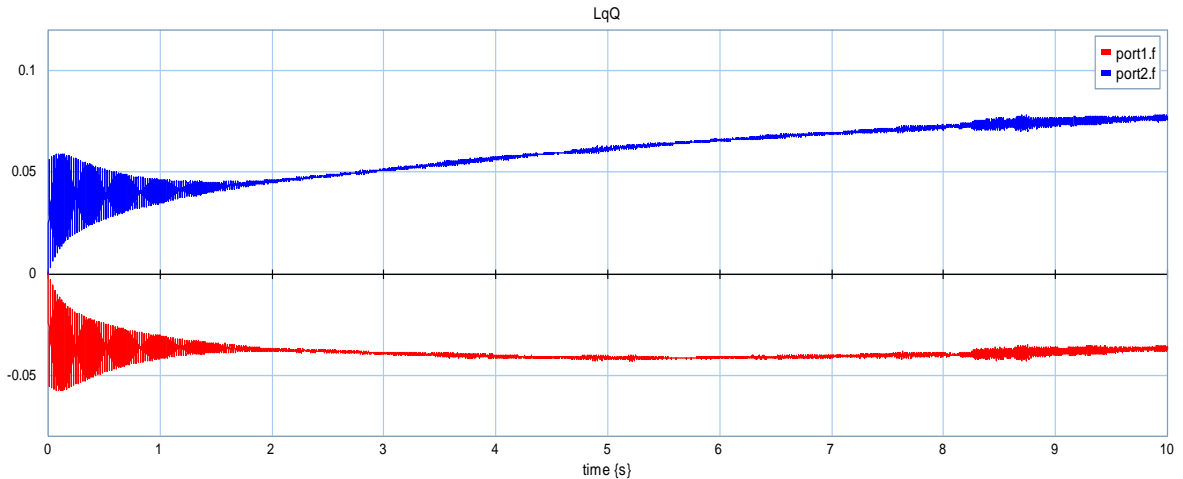


Figura 4.13 Corrientes en la inductancia L_{qQ} .

La gráfica de la figura 4.13 muestra el comportamiento de las corrientes i_q e i_Q observando que en el estado estacionario i_Q es cero.

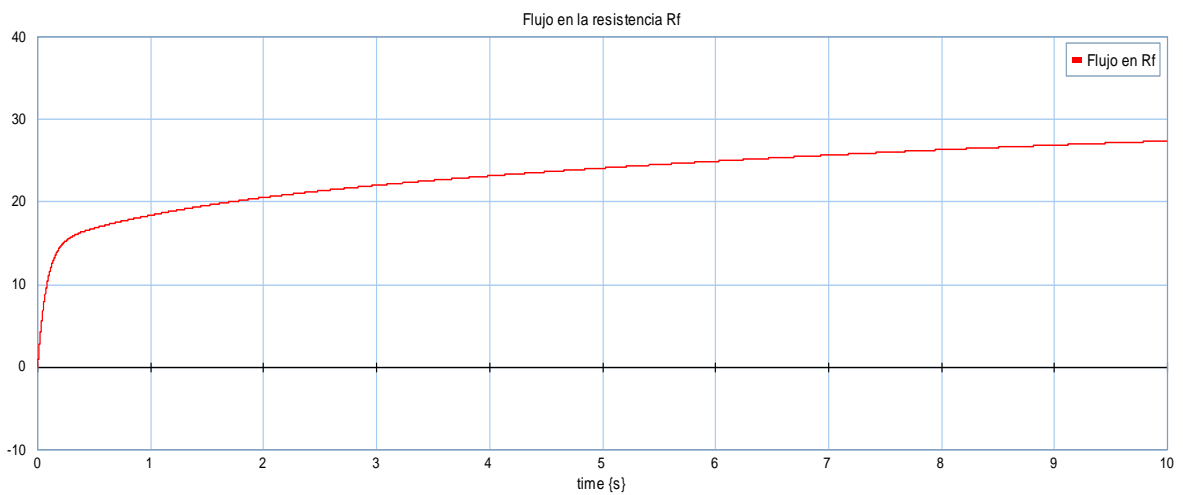


Figura 4.14 Corriente en la resistencia R_f

La corriente en el devanado de campo en el periodo de estado estacionario es de 30 A, lo cual se comprueba en la figura 4.14.

A continuación veremos las potencias generadas de la máquina síncrona, para lo cual se realizó el siguiente arreglo en las líneas de alimentación.

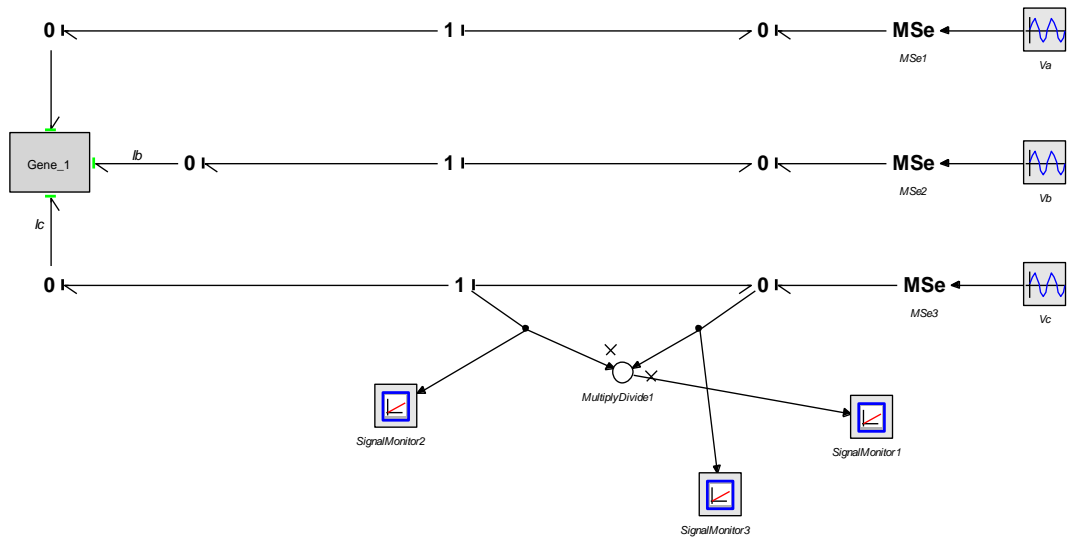


Figura. 4.15 Líneas de alimentación con el multiplicador para obtener la potencia aparente.

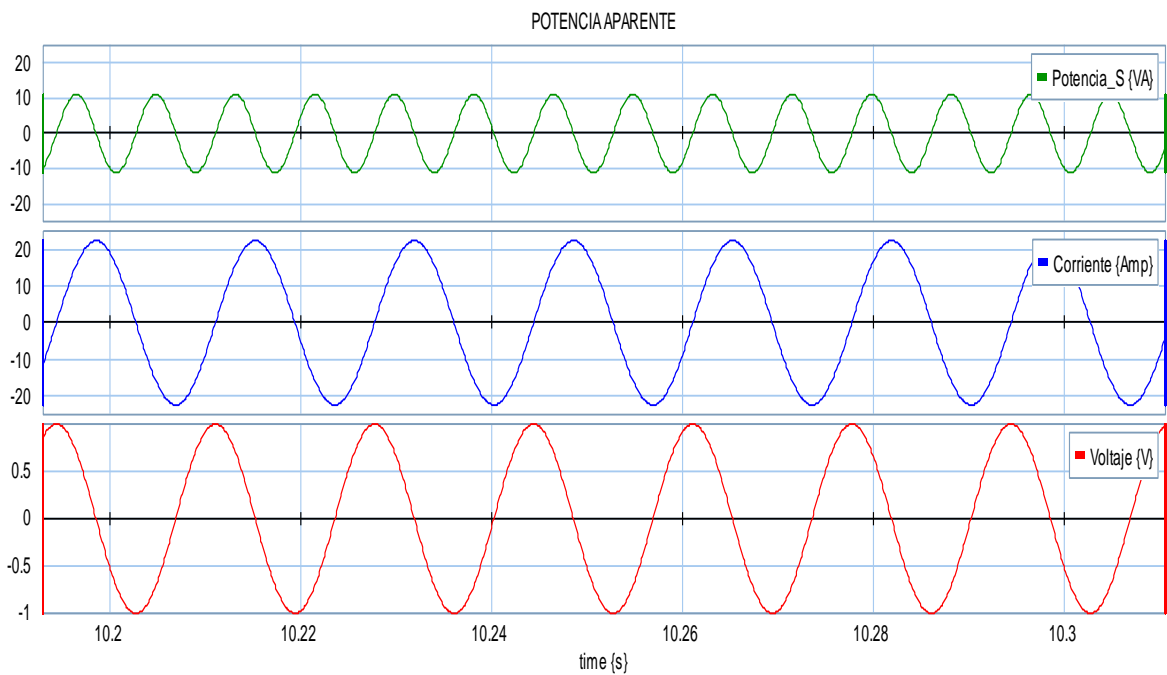


Figura 4.16 Potencia aparente de la maquina síncrona.

En la figura 4.16 Podemos observar claramente la grafica de la potencia aparente esto resultado del la multiplicación del voltaje por la corriente la cual nos arroja el valor de la potencia aparente.

Capítulo 5

Conclusiones y recomendaciones

5.1 Conclusiones

Se cumplió el objetivo de este trabajo de tesis ya que se realizó exitosamente el modelado y simulación de la máquina síncrona, en donde se pudo ver lo atractivo del modelado en Bond Graph para modelar sistemas físicos.

Bond Graph permite a partir de sistemas eléctricos, mecánicos e hidráulicos, obtener un modelo adecuado para realizar simulaciones que ayuden a los análisis de resultados que con otras herramientas son de mayor nivel de dificultad. Este método permite introducir diferentes subsistemas de circuitos a la máquina síncrona aun que estos sean de diferente origen.

El 20-sim es una herramienta que permite ir probando cada componente del modelo de la máquina síncrona y todo esto favorece gracias a como están orientado los objetos en Bond Graph. 20-sim es muy sencillo y fácil de manipular ya que podemos combinar diferentes elementos gráficos tales como diagramas de bloques, ecuaciones ya definidas, y diagramas de Bond Graph.

Notar que el comportamiento de la simulación de la máquina síncrona es una muy buena aproximación a lo que se esperaba obtener en este trabajo de tesis. Ya que las gráficas obtenidas y plasmadas en las figuras del capítulo 4 son similares a las observadas en los libros de Máquinas Eléctricas.

5.1 Recomendaciones

Una de las recomendaciones que se debe seguir, es no ver a Bond Graph como un método sumamente fácil, es un método que para poderlo aplicar eficientemente se requiere de cierto dominio para poder desarrollar los modelos, además de un aprendizaje previo para conocer todo tipo de errores y complicaciones que se puedan tener al momento de hacer el diseño de un modelo.

Otra recomendación es tratar de llevar el método de Bond Graph a la retícula de la carrera de ingeniería eléctrica, ya que es un método en el que se pueden apoyar los alumnos para la solución de circuitos eléctricos o algunos otros sistemas que se analizan en el transcurso de la carrera. Con este método el alumno tendrá otra perspectiva para la solución de circuitos eléctricos y de alguna otra forma comparar sus resultados con los obtenidos por los métodos tradicionales.

Bibliografía

1. Máquinas eléctricas, Stephen J. Champán 4ª Edición.
2. Maquinas eléctricas y sistemas de potencia, Theodore Wildi 6ª Edicion
3. Tesis de doctorado, Dr. Gilberto Gonzales Avalos. 2004
4. <http://www.dea.icaei.upco.es/~pagola/Material/modelado.pdf>
5. <http://electricidad.utpuebla.edu.mx/Manuales%20de%20asignatura/5to%20cuatrimestre/Maquinas%20sincronas%20y%20de%20cd.pdf>