



**UNIVERSIDAD MICHOACANA
DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO**

FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA

TESIS

**DETECCION DE FALLAS EN UN SISTEMA UTILIZANDO
OBSERVADORES DE ESTADO EN BOND GRAPH**

**Que para obtener el Título de
INGENIERO EN ELECTRÓNICA**

Presenta:

BENJAMIN GOMEZ SILVANO

Asesor de Tesis

DR. GILBERTO GONZALES AVALOS



Morelia, Michoacán, Diciembre del 2015

Agradecimientos

Primero y como más importante a mi asesor de tesis al Dr. Gilberto González Avalos su esfuerzo y dedicación. Agradezco sus conocimientos, orientaciones, su manera de trabajar y su motivación han sido fundamental para mi desarrollo.

A mis amigos que fueron como un hermano para mí durante el transcurso de la carrera y que el ambiente de estudio gracias a ellos fue ameno, agradable y aprender que siendo solidario entre nosotros podemos lograr cualquier los objetivos.

A la máxima casa de estudios la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo por tener la Facultad de Ingeniería Eléctrica en la cual me desarrollé en el programa de Ingeniería Electrónica, la cual tendrá mucho impacto en mi vida y la de mi familia.

A Dios por darme la fortaleza y la salud sobre todo la fuerza para seguir adelante, gracias por tener esta vida y por darme a mis padres y guiarme durante mi viaje de la vida. Mi viaje continuará, lleno de desafíos, sueños, fantasías, alegrías, tristezas, esperanzas y, sobre todo siempre estarán junto a mí, en mi trayecto.

Dedicatoria

A mis padres por siempre estar a mi lado cuando más los necesito, en los buenos y malos momentos, a mi padre que aunque ya no esté entre nosotros gracias por mostrarme en cada momento su apoyo incondicional y el interés que tuvo en mi para que estudiara y me desarrollara completamente en todos los aspectos de mi vida , a mi madre por saber levantarme y sostenerme en el camino poniéndome antes que sus compromisos personales, gracias por tenerme paciencia y por mostrarme que todo lo que me proponga lo puedo lograr, que con un poco de esfuerzo y trabajo nada es imposible sin que importe el tiempo ni espacio. A mis hermanos aunque no estén conmigo gracias por ser parte mi vida y ayudarme a crecer y madurar junto a ellos.

Resumen

En este trabajo de tesis se presentan los conceptos básicos para descripción la de un sistema y su modelado, la solución de problemas relacionados con el análisis de sistemas eléctricos requiere como elemento de trabajo la computadora. Por otra parte, su uso eficiente demanda el empleo de una notación ordenada y sistemática, también posee programas de gran eficiencia capaces de hacer gran cantidad de operaciones simultáneas.

Una de las herramientas que surgen de la necesidad del análisis de circuitos eléctricos es la metodología en Bond Graph, situada entre el sistema físico y los modelos matemáticos asociados, esta herramienta ha demostrado su gran eficiencia en numerosas aplicaciones, para el diseño de sistemas, la simulación y determinación de las leyes de control.

El objetivo de este trabajo es analizar fallas en un sistema mediante observadores de estado con Bond Graph de dos circuitos eléctricos que se presentan en el capítulos 3 y los resultados obtenidos al emplear la metodología BG, en el capítulo 4, un circuito eléctrico como sistema está expuesto a fallas debido al tiempo de vida de los elementos, la condición climática como la humedad y la temperatura que modifica valores de los componentes del circuito eléctrico esto entre muchas otras que hacen que el sistema cambie su buen funcionamiento, por eso es muy recomendable realizar mantenimientos de los sistemas eléctricos cada cierto tiempo, y se debe efectuar con mucha precaución evitando que se puedan dañar.

Finalmente, analizaremos el comportamiento de un circuito eléctrico como sistema utilizando el software 20-SIM aprovechando su entorno agradable de trabajo. El software realiza de manera gráfica el circuito eléctrico, el análisis del resultado se realizan de la gráficas obtenidas. Dichos resultados son los solicitados por el usuario a través de la modificación de parámetros de los elementos.

Palabras clave: Bond Graph, Modelados Matemáticos, Fallas, Observadores De Estado, Sistema.

Abstract

In this thesis the basics of a system description and modeling are presented, the solution of problems related to the analysis of electrical systems required as part of the computer work. Moreover, demand efficient use employment in an orderly and systematic notation, also has high-efficiency programs can do many simultaneous operations.

One tool that arise from the need of electrical circuit analysis methodology is the bond graph, between the physical system and associated mathematical models, this tool has demonstrated its high efficiency in many applications to design systems, simulation and determination of control laws.

The aim of this paper is to analyze failures in a system using state observers with Bond Graph of two electric circuits are presented in Chapters 3 and the results obtained when using the BG methodology, in Chapter 4, an electrical circuit as a system is exposed to failures due to the lifetime of the elements, the weather conditions such as humidity and temperature values amending electrical circuit components that among many others that make the system changes its functioning, so it is highly recommended maintenance of electrical systems from time to time and must be done very carefully to avoid that they can cause damage.

Finally, we analyze the behavior of an electrical circuit and software system using the 20-SIM leveraging its pleasant working environment. The software performs graphically electrical circuit analysis result are performed in the graphs obtained. These results are requested by the user through the changing parameters of the elements.

Key words: Bond Graph, Mathematical Model, Fault, State Observers System.

Contenido

Agradecimientos	i
Dedicatoria	ii
Resumen	iii
Abstract	iv
Contenido	v
Lista de Figuras	viii
Lista de tablas	xi
Lista de Símbolos y Abreviaciones	xii
Capítulo 1 Introducción.....	1
1.1 Objetivo	2
1.2 Justificación	2
1.3 Metodología.....	2
1.4 Contenido de la Tesis	3
Capítulo 2 Modelado en Bond Graph.....	4
2.1 Introducción.....	4
2.2 Modelado.....	4
2.3 Sistema.....	5
2.3.1 Modelos matemáticos o tipos de sistemas	5
2.3.2 Sistemas de control automático.....	6
2.4 Bond Graph	7
2.4.1 Introducción.....	7
2.4.2 ¿Qué es un Bond Graph?.....	7
2.4.3 Componentes básicos de un Bond Graph	8
2.4.4 Puertos-1 Pasivos.....	9
2.4.5 Puertos-1 Activos o Fuentes	11
2.4.6 Elementos Ideales puertos-2.....	11
2.4.6.1 Transformador (TF)	11
2.4.6.2 Giradores (GY).....	12
2.4.7 Elementos de unión Puertos-3	12

2.4.8 Causalidad.....	14
2.4.8.1 Principales causalidades en Bond Graph.....	15
2.5 Pasos para obtener las ecuaciones diferenciales por asignación de causalidad en un multipuerto.....	18
2.6 Causalidad derivativa en un Bond Graph	18
2.7 Bond Activo.....	20
2.7.1 Procedimiento para el modelado de sistemas en Bond Graph.....	21
2.7.2 Sistemas eléctricos	22
2.8 Modelo matemático de Bond Graph.....	25
2.8.1 Vectores clave o vectores significativos	25
2.8.2 Relación de campo y ecuación de estado	26
Capítulo 3 Diseño de observadores.....	30
3.1 Introducción.....	30
3.2 Clases de observadores.	31
3.2.1 Diseño de observadores de orden completo en Bond Graph.....	32
3.3 Ejemplo de determinación de observabilidad a partir del modelo de Bond Graph de un motor de CD.	37
3.4 Obtención directa del modelo de un sistema físico en variables de estado, utilizando la representación en Bond Graph del motor de CD	40
3.5 Ejemplo de determinación de observabilidad en un circuito eléctrico mediante Bond Graph.	45
3.6 Obtención directa del modelo de un sistema físico en variables de estado, utilizando la representación de Bond Graph del circuito.	49
Capítulo 4 Detección de fallas en Bond Graph.....	56
4.1 Introducción.....	56
4.2 El software 20-SIM para simulación de sistemas en Bond Graph	56
4.2.1 Características generales	57
4.2.2 Editor.....	57
4.2.3 Simulador	58
4.2.4 Librería	58
4.2.5 Toolbox de Mecánica en 3D.....	58
4.3 Primer caso de estudio	59

4.3.1 Comportamiento del sistema original y observador	60
4.3.2 Señal de error	61
4.3.3 Error en la resistencia de armadura (R_a)	62
4.3.4 Error en la resistencia R_b (Fricción con el aire)	66
4.3.5 Error en la inductancia de armadura	68
4.3.6 Error en la Constante de inercia.....	71
4.4 Segundo Caso de Estudio.....	75
4.4.1 Error en $R2_{\text{ sistema}}$ y su comportamiento en los elementos.....	80
4.4.2 Error en $C1_{\text{ sistema}}$ y su comportamiento en los elementos.....	85
Capítulo 5 Conclusiones y Recomendaciones.....	91
5.1 Conclusiones	91
5.2 Recomendaciones	92
Bibliografía.....	93

Lista de Figuras

	Página
Figura 2.1 Diagrama de bloques de un sistema	5
Figura 2.2 Representación de un Bond.....	7
Figura 2.3 Bond con sus variables de potencia	7
Figura 2.4 Elementos pasivos.....	8
Figura 2.5 Tetrahedro de estado	9
Figura 2.6 Elementos pasivos.....	10
Figura 2.7 Bond Graph de un transformador.....	10
Figura 2.8 Bond Graph de un girador.....	11
Figura 2.9 Unión -0.....	11
Figura 2.10 Unión -1	12
Figura 2.11 Trazo causal	13
Figura 2.12 Causalidad para un bond	13
Figura 2.13 ejemplo de Unión -0 sin causalidad.	15
Figura 2.14 ejemplo de Unión -0 con causalidad.....	15
Figura 2.15 Elemento-C en causalidad integral.....	16
Figura 2.16 Elemento-C en causalidad derivativa.....	16
Figura 2.17 Circuito eléctrico en causalidad derivativa.....	18
Figura 2.18 Circuito eléctrico en causalidad integral C_1 y casualidad derivativa C_2 ...18	
Figura 2.19 Bond activo	19
Figura 2.20 Bond Graph con un bond activo	19
Figura 2.21 Regla para la reducción de uniones	20
Figura 2.22 Circuito eléctrico.....	21
Figura 2.23 Diagrama de bloques de la estructura de unión de un Bond Graph.....	24
Figura 3.1 Diagrama esquemático de un sistema con observador.....	31
Figura 3.2 Diagrama de un sistema con Observador.....	35
Figura 3.3 Diagrama eléctrico del motor de CD.....	36
Figura 3.4 Modelado en Bond Graph de un motor de CD.....	36
Figura 3.5 Representación en Bond Graph del motor de CD y sus ganancias del observador de estado	42
Figura 3.6 Causalidades del girador del motor de CD.....	43
Figura 3.7 Diagrama esquemático de un circuito eléctrico.....	44
Figura 3.8 Bond Graph de un circuito eléctrico.....	44
Figura 3.9 Causalidad en el transformador.....	52
Figura 3.10 Causalidad en el transformador.....	53
Figura 3.11 Causalidad en el girador.....	53
Figura 3.12 Causalidad en el girador.....	53
Figura 3.13 Diagrama en Bond Graph de un circuito eléctrico con sus correspondientes ganancias para el observador de estado	54
Figura 4.1 Diagrama de ingeniería	55
Figura 4.2 Modelado de un sistema en 20-sim.....	56
Figura 4.3 Modelo del motor de CD con observador de estado en bond Graph.....	58

Figura 4.4 Respuesta del observador ante el sistema original en la constante de inercia (L_j).....	59
Figura 4.5 Respuesta del observador ante el sistema original en la inductancia de armadura (L_a).....	59
Figura 4.6 Bloque de pulso en 20-SIM.....	60
Figura 4.7 Código Fuente de un bloque de pulso en 20-SIM.....	60
Figura 4.8 Diagrama $R_a + \Delta R_a$	61
Figura 4.9 Error en el sistema cuando hay $(+\Delta R_a)$ en R_a	61
Figura 4.10 Velocidad en el motor cuando existe error $(+\Delta R_a)$ en R_a	62
Figura 4.11 Gráfica de Corriente cuando existe error en el sistema de $(-\Delta R_a)$ en....	62
Figura 4.12 Gráfica de velocidad en el motor cuando existe error $(-\Delta R_a)$ en R_a	63
Figura 4.13 Gráfica de error permanente en R_a	64
Figura 4.14 Gráfica de velocidad con error permanente R_a	64
Figura 4.15 Diagrama $R_b + \Delta R_b$	65
Figura 4.16 Gráfica de corriente en R_b con error $(+\Delta R_b)$	65
Figura 4.17 Gráfica de velocidad con error en R_b	66
Figura 4.18 Gráfica de corriente en R_b con error de $(-\Delta R_b)$	66
Figura 4.19 Gráfica de velocidad en (L_j) cuando R_b tiene error de $(-\Delta R_b)$	67
Figura 4.20 Diagrama de $(L_a + \Delta L_a)$	67
Figura 4.21 Gráfica de corriente en L_a con un error de $(+\Delta L_a)$	68
Figura 4.22 Gráfica de velocidad en L_a con error de $(+\Delta L_a)$	68
Figura 4.23 Gráfica de corriente L_a con un error de $(-\Delta L_a)$	69
Figura 4.24 Gráfica de velocidad en L_a con un error de $(-\Delta L_a)$	70
Figura 4.25 Diagrama de $(L_j + \Delta L_j)$	70
Figura 4.26 Gráfica de velocidad en L_j con un error de $(+\Delta L_j)$	71
Figura 4.27 Gráfica de velocidad en L_j con un error de $(+\Delta L_j)$	71
Figura 4.28 Gráfica de velocidad en L_j con un error de $(+\Delta L_j)$ y $(-\Delta L_j)$	72
Figura 4.29 Gráfica de corriente de L_a con errores permanentes de $(+\Delta L_a)$ y $(-\Delta L_a)$	72
Figura 4.30 Modelo de Bond Graph con observador estado de un circuito eléctrico.....	73
Figura 4.31 Gráfica de corriente en $R1_{\text{sistema}}$ con un error $(+\Delta R1)$	74
Figura 4.32 Gráfica de corriente en $R2_{\text{sistema}}$ con un error en $R1_{\text{sistema}}$ de $(+\Delta R1)$	74
Figura 4.33 Gráfica de corriente en $C1_{\text{sistema}}$ con un error en $R1_{\text{sistema}}$ de $(+\Delta R1)$	75
Figura 4.34 Gráfica de corriente en $R1_{\text{sistema}}$ con un error permanente de $(+\Delta R1)$	75
Figura 4.35 Gráfica de corriente en $R1_{\text{sistema}}$ con un error permanente de $(-\Delta R1)$	76
Figura 4.36 Gráfica de corriente en $R1_{\text{sistema}}$ con un error de $(-\Delta R1)$	76
Figura 4.37 Gráfica de corriente en $R2_{\text{sistema}}$ con un error en $R1_{\text{sistema}}$ de $(-\Delta R1)$	77
Figura 4.38 Gráfica de corriente en $C1_{\text{sistema}}$ con un error en $R1_{\text{sistema}}$ de $(-\Delta R1)$	77

Figura 4.39 Añadiendo error ($\Delta R2$) en R2_sistema.....	78
Figura 4.40 Gráfica de corriente en R2_sistema con un error ($+\Delta R2$).....	79
Figura 4.41 Gráfica de corriente en R1_sistema con un error en R2_sistema de ($+\Delta R2$).....	79
Figura 4.42 Gráfica de corriente en C1_sistema con un error en R2_sistema de ($+\Delta R2$).....	80
Figura 4.43 Gráfica de corriente en R1_sistema con un error en R2_sistema de ($-\Delta R2$).....	81
Figura 4.44 Gráfica de corriente en R2_sistema con un error en R2_sistema de ($-\Delta R2$).....	81
Figura 4.45 Gráfica de corriente en C1_sistema con un error en R2_sistema de ($-\Delta R2$).....	82
Figura 4.46 Añadiendo error de ($+\Delta C1$) en C1_sistema.....	83
Figura 4.47 Gráfica de corriente en R1_sistema con un error en C1_sistema de ($+\Delta C1$).....	84
Figura 4.48 Gráfica de corriente en R1_sistema con un error permanente en C1_sistema de ($+\Delta C1$).....	84
Figura 4.49 Gráfica de corriente R2_sistema con error C1_sistema de ($+\Delta C1$).....	85
Figura 4.50 Gráfica de voltaje C1_sistema con error C1_sistema de ($+\Delta C1$).....	85
Figura 4.51 Gráfica de corriente R1_sistema con error C1_sistema de ($-\Delta C1$).....	86
Figura 4.52 Gráfica de corriente R2_sistema con error C1_sistema de ($-\Delta C1$).....	87
Figura 4.53 Gráfica de voltaje C1_sistema con error C1_sistema de ($-\Delta C1$).....	87

Lista de tablas

Página

Tabla 2.1 Variables generalizadas para sistemas eléctricos, sistemas mecánicos traslacionales, sistemas mecánicos rotacionales y de sistemas hidráulicos.....	8
Tabla 2.2 Elementos Puertos-1 Pasivos.....	9
Tabla 2.3 Consideraciones causales para los multipuertos básicos.....	14
Tabla 2.4 Se muestra los Puertos-1 con la causalidad correspondiente a cada elemento considerado.....	17
Tabla 4.1 Resumen del resultado del Primer Caso de Estudio.....	43
Tabla 4.2 Resumen de resultados del Segundo Caso de Estudio.....	89

Lista de Símbolos y Abreviaciones

LTV	Lineal Time-Variant (lineal variante en el tiempo)
LTI	Lineal Time-Invariant (Lineal Invariante en el Tiempo)
$f(t)$	Variable de flujo
$e(t)$	Variable de esfuerzo
$p(t)$	Variable de momento
$q(t)$	Variable de desplazamiento
$\rightarrow R$	Elemento R
$\rightarrow C$	Elemento C
$\rightarrow I$	Elemento I
TF	Elemento Transformador
GY	Elemento Girador
$\text{---}0\text{---}$	Unión cero
$\text{---}1\text{---}$	Unión uno
S_e	Fuente de Esfuerzo
S_f	Fuente de Flujo
$u(t)$	Vector de Entrada del Sistema
$y(t)$	Vector de Salida del Sistema
$x(t)$	Vector de Estados
$A(t), B(t), C(t), D(t)$	Matrices de Estados
BGI	Bond Graph Integral
BGD	Bond Graph Derivativo
$S(t)$	Matriz de Estructura Unión
V	Volts, Unidad Física de Potencial Eléctrico
A	Amper, Unidad Física de Corriente Eléctrica
Ω	Ohm, Unidad Física de Resistencia Eléctrica
H	Henrys, Unidad Física de Inductancia Eléctrica
S	Segundos, Unidad Física de Tiempo

Capítulo 1

Introducción

1.1 Detección de fallas de un sistema

Un circuito es una red eléctrica (interconexión de dos o más componentes, tales como resistencias, inductores, condensadores, fuentes, interruptores y semiconductores) que contiene al menos una trayectoria cerrada. El funcionamiento de un circuito eléctrico es siempre el mismo ya sea éste simple o complejo. El voltaje, tensión o diferencia de potencial (V) que suministra la fuente de fuerza electromotriz (FEM) a un circuito se caracteriza por tener normalmente un valor fijo. En dependencia de la mayor o menor resistencia en ohm (Ω) que encuentre el flujo de corriente de electrones al recorrer el circuito, así será su intensidad en amperes (A). Una vez que la corriente de electrones logra vencer la resistencia (R) que ofrece a su paso el consumidor o carga conectada al circuito, retorna a la fuente de fuerza electromotriz por su polo positivo.

El flujo de corriente eléctrica o de electrones se mantendrá circulando por el circuito hasta tanto no se accione el interruptor que permite detenerlo al menos que cualquiera de sus componentes sufra algún cambio.

La detección y diagnóstico de fallas tiene un papel muy importante en muchas áreas industriales en las que interviene la ingeniería. Esto debido a los complejos sistemas con los que hoy en día realiza sus procesos las industrias.

Dicha complejidad se presenta por el gran número de variables que intervienen en los procesos industriales y que se deben de tomar en cuenta al momento de su monitoreo. Por lo tanto es una tarea retadora y difícil, el poder identificar las variables que se encuentran fuera de las condiciones normales de operación dentro de un proceso que está siendo monitoreado. En el presente tesis son utilizadas para hacer una detección y diagnóstico más eficiente [1].

1.1 Objetivo

El objetivo de esta tesis es presentar un panorama sobre la aplicación del lenguaje grafico BG en circuitos eléctricos y como generar un observador de estado en un sistema capaz de detectar y diagnosticar las fallas con esta metodología.

1.2 Justificación

Debido a que en un sistema no es inmune a fallas, es necesario implementar una metodología para poder resolverlas, en esta tesis se da a conocer un método en Bond Graph, consiste en colocar un observador que es una copia del sistema original, esta debe estar conectado con la entrada del sistema y a punto de suma conectada con el sistema original, el observador como su nombre lo indica el que se encarga de verificar a los elementos que compone el sistema, si en un elemento se detecta algún cambio de estado no deseado el observador nos manda un mensaje de falla, y se procede a ser reparada o sustituido. Con este método podemos optimizar el tiempo de búsqueda de errores en un sistema.

1.3 Metodología

Debido a que en algunos sistemas no es posible hacer la medición de las variables de estado como en el caso de ingeniería eléctrica, por ejemplo los enlaces de flujo de un motor no se pueden medir, se propone lo siguiente:

La metodología que se seguirá en esta tesis, es a partir de un modelado en bond Graph de sistema eléctrico, hidráulico o mecánico.

Posteriormente se obtendrán sus vectores clave la cual nos llevará a obtener sus variables de estado, el siguiente paso será introducir un observador de estado del sistema que consiste en hacerle una copia al sistema original.

1.4 Contenido de la Tesis

En el capítulo 1 se presenta una breve introducción sobre esta tesis, además se define la herramienta gráfica de BG y como se abordaran los principios fundamentales para el modelado en BG.

En el capítulo 2 se hace referencia al marco teórico del modelado y sobre los componentes básicos en Bond Graph para modelado de sistemas mecánicos, hidráulicos y eléctricos.

En el capítulo 3 se presenta el diseño de observadores de estado en Bond Graph y los cálculos necesarios para las ganancias del observador y su modelado en Bond Graph de un motor de CD y un de circuito eléctrico.

En el capítulo 4 se analizan a varios componentes del circuito eléctrico su comportamiento ante un error presente por un tiempo definido y permanente.

En el capítulo 5 se presenta las conclusiones y recomendaciones.

Capítulo 2

Modelado en Bond Graph

2.1 Introducción

En la vida cotidiana el control automático juega un papel muy importante ya que está presente en muchas de las actividades con las que interactuamos cotidianamente, ofrece un desempeño óptimo en nuestras actividades mejorando la productiva y aligerar nuestra carga de muchas acciones manuales rutinarias y repetitivas entre otras actividades, el control automático es fundamental en las industrias ya que se emplea para ensamblar automóviles, para elaborar textiles, en nivel del líquidos ,establecer un rango de temperatura, en sensores de proximidad empleado en automóviles, en la aeronáutica etc.

2.2 Modelado

Con el paso del tiempo todo el mundo emplea instintivamente modelos en la toma de decisiones sobre determinados aspectos de la realidad, además en el proceso de toma de decisión se elige una, entre varias acciones posibles, si se tiene en cuenta el efecto que cada acción que va a producir y la relación que liga las posibles acciones con sus efectos es el modelo del sistema.

Un modelo matemático de un sistema dinámico se define como el conjunto de ecuaciones que representa la dinámica del sistema con precisión o, al menos bastante bien. Téngase en cuenta que un modelo matemático no es el único para un sistema determinado. Un sistema puede representarse de muchas formas diferentes, por lo que puede tener muchos modelos matemáticos, dependiendo de cada perspectiva. La dinámica de muchos sistemas, ya sea mecánicos, eléctricos, térmicos, económicos, biológicos, etc. Se describen en ecuaciones diferenciales, dichas ecuaciones diferenciales se obtiene a partir de las leyes físicas que gobiernan en un sistema determinado. Como las leyes de Newton para los sistemas mecánicos y las leyes de Kirchhoff para los sistemas eléctricos [2].

2.3 Sistema

Para que el control automático pueda funcionar adecuadamente se tiene que tener muchas consideraciones, como variables a ser controladas, estas son cantidades o condiciones que se utilizan para medir y controlar, además la señal de control es la cantidad o condición que el controlador modifica para afectar el valor de la variable controlada.

Un *sistema* se define como la combinación de componentes que actúan juntos y realizan un objetivo determinado, donde un componente es una unidad particular en su función dentro del sistema, un sistema no está necesariamente limitado a los sistemas físicos. El concepto de sistema se puede aplicar a los fenómenos abstractos y dinámicos, como los que se encuentra en la economía, por tanto la palabra sistema debe interpretarse en un sentido amplio que comprenda sistemas físicos, biológicos, económicos, el transporte, el crecimiento poblacional y similar. En el sistema existe una *perturbación* es una señal que tiende a afectar negativamente el valor de la salida del sistema, si la perturbación se genera dentro del sistema se denomina *interna*, mientras que una perturbación *externa* se genera fuera del sistema y es una entrada. Además se tiene un control retroalimentado, el control retroalimentado se refiere a una operación que, en presencia de perturbación, tiende a reducir la diferencia entre la salida de un sistema y alguna entrada referencia, y lo realiza tomando en cuenta esta diferencia [2].

2.3.1 Modelos matemáticos o tipos de sistemas

Existen dos modelos matemáticos los sistemas lineales y los sistemas no lineales.

Un sistema se denomina lineal si se le aplica el principio de superposición, este principio establece que la respuesta producida de dos funciones de entradas diferentes es la suma de las dos respuestas individuales, por lo tanto, para el sistema lineal, la respuesta a varias entradas se calcula tratando una entrada cada vez y sumando los resultados. Este principio permite desarrollar soluciones complicadas para la ecuación diferencial lineal a partir de soluciones simples.

Los *sistemas lineales invariantes en el tiempo o sistemas no lineales*: estos son sistemas que se caracterizan por las ecuaciones no lineales, para este tipo de sistema, el principio de superposición no es aplicable. En general para encontrar la solución algún problema que involucren tales sistemas es extremadamente complicado. A causa de la dificultad

matemática que representan los sistemas no lineales con frecuencia es necesario linealizarlos alrededor de una condición de operación. Una vez que un sistema no lineal se aproxima mediante un modelado matemático lineal, se debe usar términos lineales para propósitos de análisis y diseño.

2.3.2 Sistemas de control automático

Un sistema de control, puede tener varios componentes, para mostrar las funciones de cada componente en la ingeniería de control, por lo general se usa una representación denominada *diagramas de bloques* el cual es una representación gráfica de las funciones que lleva a cabo cada componente y el flujo de señales. Tales diagramas muestran las relaciones existentes entre diversos componentes. A diferencia de una representación matemática puramente abstracta, un diagrama de bloques tiene la ventaja de indicar de forma más realista el flujo de las señales del sistema real. En un diagrama de bloques todas las variables del sistema se enlazan unas con otras mediante bloques funcionales la cual es un símbolo para representar la operación matemática que sobre la señal de entrada hace el bloque para producir la salida.

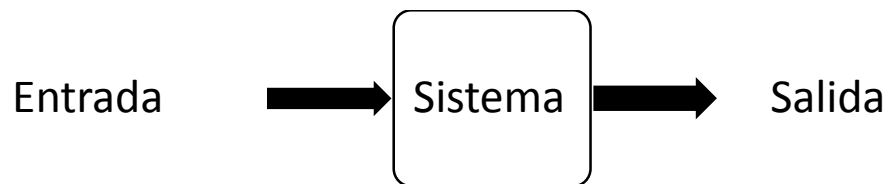


Figura 2.1 Diagrama de bloques de un sistema.

En la figura 2.1 muestra el diagrama de bloques de un sistema, la punta de la flecha que señala el bloque indica la entrada, y la punta de la flecha que se aleja del bloque representa la salida, tales flechas se conocen como señales [2].

2.4 Bond Graph

2.4.1 Introducción

Con el incremento de la complejidad de los procesos a ser analizados, el ingeniero de control moderno, frecuentemente necesita un modelo del sistema a ser controlado. El profesor H.M. Paynter del Instituto Tecnológico Massachusetts, E.U. en el año de 1961 señala que consiste en un procedimiento por medio del cual el trabajo de obtener ecuaciones diferenciales que describen el modelo matemático de un sistema físico pueda ser efectuado por una computadora, esta técnica se encuentra posicionada entre el sistema físico de cualquier proceso y los modelos matemáticos asociados a este. Además, es necesario que la descripción del sistema sea de forma clara, de manera que al introducir los datos a la computadora se pueda llevar a cabo un procedimiento algorítmico que permita obtener las ecuaciones diferenciales y solución. El lenguaje en el que es posible transportar un sistema físico a un diagrama gráfico y ser resuelto por una computadora se denomina Bond Graph.

En particular el modelado en Bond Graph representa un enfoque unificado para el modelado y manipulación de sistemas dinámicos de ingeniería que permite obtener sus ecuaciones de estado y conocer sus propiedades de observabilidad, controlabilidad y dependencia lineal de sus elementos, basados en una representación gráfica y la generalización de los conceptos de variable de flujo y esfuerzo [4].

2.4.2 ¿Qué es un Bond Graph?

Un Bond Graph es una representación gráfica de un sistema dinámico donde una colección de componentes interactúan unos con otros a través de puertos de energía. Estos componentes colocados en el sistema describen cómo fluye la potencia a través del sistema. También ofrece una descripción rápida y eficiente de sistemas muy complejos y se puede observar cómo se comporta la energía de los sistemas modelados en Bond Graph. Además, es un enfoque general que permite construir modelos de sistemas eléctricos, magnéticos, mecánicos, hidráulicos, neumáticos, y térmicos utilizando solamente un pequeño de elementos ideales. Técnicas estándares expresan los modelos en ecuaciones diferenciales o en esquemas de simulación por computadora [3].

2.4.3 Componentes básicos de un Bond Graph

El componente fundamental de un Bond Graph es el Bond, el flujo de potencia entre los sistemas y los elementos del sistema se representa mediante una línea denominada Bond, que se muestra en la figura 2.2 la punta de la semifecha del Bond indica el sentido del flujo de potencia.

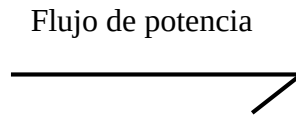


Figura 2.2 Representación de un Bond.

La potencia instantánea variante en el tiempo es transmitida por un Bond en particular y se puede expresar como el producto de dos variables. Las variables de potencia son denominados *esfuerzo* $e(t)$ y *flujo* $f(t)$, ambas variables están en función del tiempo. Estas variables también llamadas variables de bond generalizados debida que pueden ser utilizadas en todos los dominios de energía. En la figura 2.3 se muestra la representación de un Bond con sus variables asociadas y el comportamiento de la energía con respecto al flujo de potencia y esfuerzo.

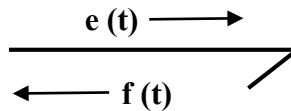


Figura 2.3 Bond con sus variables de potencia.

La relación de ambas variables está dada por:

$$\text{potencia} = e(t) * f(t) \quad (2.1)$$

En los sistemas que almacenan energía es necesario definir variables que representen el estado del sistema llamados *variables de energía* denominadas *momento* $p(t)$ o *esfuerzo acumulado* $e_a(t)$ y *desplazamiento* $q(t)$ o *flujo acumulado* $f_a(t)$.

Donde $q(t)$ y $P(t)$ se denominan como variables energéticas o dinámicas.

En la tabla 2.1 se muestran las variables generalizadas para diferentes sistemas utilizadas por Bond Graph para sistemas eléctricos, sistemas mecánicos traslacionales, sistemas mecánicos rotacionales y de sistemas hidráulicos.

Tabla 2.1 Variables generalizadas para sistemas eléctricos, sistemas mecánicos traslacionales, sistemas mecánicos rotacionales y de sistemas hidráulicos.

Variable	General	Eléctrico	Mecánico Trasnacional	Mecánico Rotacional	Hidráulico
Esfuerzo	$e(t)$	$v(t)$ Voltaje	$F(t)$ Fuerza	$T(t)$ Par	$P_e(t)$ <i>Presión</i>
Flujo	$f(t)$	$i(t)$ corriente	$V(t)$ velocidad	$\omega(t)$ Velocidad angular	$Q(t)$ <i>Caudal</i>
Momento	$p(t)$ $= \int e(t)dt$	$\lambda(t)$ enlace de flujo	$P_R(t)$ Momento rotacional	$H(t)$ Momento angular	$P_p(t)$ Integral de presión
Desplazamiento	$q(t)$ $= \int f(t)dt$	$q(t)$ <i>Carga</i>	$x(t)$ <i>Distancia</i>	$\theta(t)$ Angulo	$V(t)$ volumen
Potencia	$P(t)=e(t)f(t)$	$v(t)i(t)$	$F(t)V(t)$	$T(t)\omega(t)$	$P_e(t)V(t)$
Energía	$E(p)$ $= \int f(p)dp$ $E(q)$ $= \int f(q)dq$	$\int i(\lambda)d\lambda$ $\int edq$	$\int V(P_R) dP_R$ $\int F(x)dx$	$\int \omega(H)dH$ $\int T(\theta)d\theta$	$\int Q(P_p) dP_p$ $\int P_e(V) dV$

2.4.4 Puertos-1 Pasivos

Los puertos pasivos son aquellos elementos ideales de disipación de potencia y dos formas de almacenamiento de energía, como I (inductor), C (capacitor) y R (resistencia) son elementos puerto-1 pasivos. En la figura 2.4 se muestra los elementos pasivos en bond Graph.

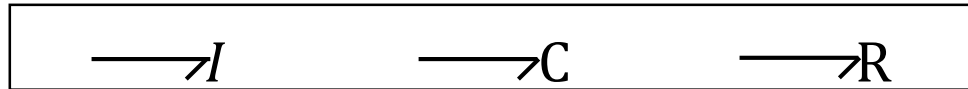


Figura 2.4 Elementos pasivos.

La siguiente tabla 2.2 muestra los elementos de disipación **R**, de almacenamiento **C** y de almacenamiento de esfuerzo **I**, para los sistemas eléctricos, sistemas mecánicos y sistemas hidráulicos

Tabla 2.2 Elementos Puertos-1 Pasivos.

Elemento	Relación	Sistemas		
		Eléctrico	Mecánico	Hidráulico
R	Lineal	$v(t) = Ri(t)$	$F(t) = bV(t)$	$\Delta P_r(t) = RQ(t)$
	No Lineal	$v = \varphi(i)$	$F = \varphi(V)$	$\Delta P = \varphi(Q)$
C	Lineal	$v(t) = \frac{1}{c} \int i dt$	$F(t) = k \int V dt$	$P_r(t) = C \int \Delta Q dt$
	No lineal	$v(t) = \varphi(q)$	$F(t) = \varphi(x)$	$P_r(t) = \varphi(V)$
I	lineal	$i(t) = \frac{1}{l} \int v dt$	$V(t) = \frac{1}{M} \int F dt$	$Q(t) = I \int \Delta P_r dt$
	No lineal	$i(t) = \varphi(P)$	$V(t) = \varphi(P)$	$Q(t) = \varphi(P_p)$

En la figura 2.5 se muestra el esquemático mnemónico llamado *tetrahedro de estado*, en el cual se observa cómo se relacionan las variables generalizadas por los tres puertos-1 pasivos R, C y I. Los elementos variantes en el tiempo, indican que la energía se almacena o se dispersa según sea su caso, cambia constantemente por lo que es necesario analizar todos los elementos del sistema en el mismo rango de tiempo.

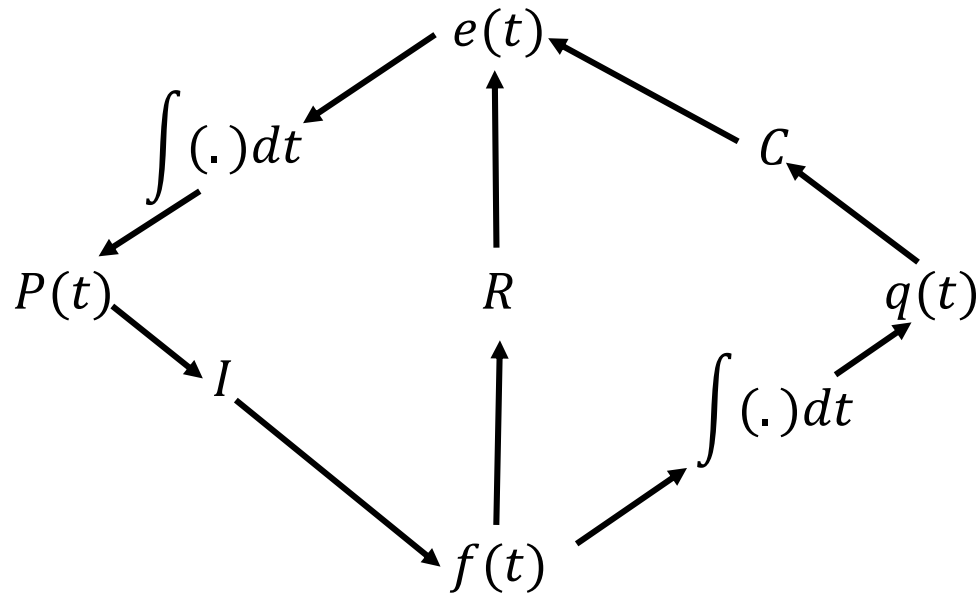


Figura 2.5 Tetrahedro de estado.

2.4.5 Puertos-1 Activos o Fuentes

Los elementos activos son aquellos que proporcionan energía al sistema existen dos tipos de fuentes, fuentes de esfuerzo MS_e (voltaje esfuerzo o presión) y fuente de flujo MS_f (corriente, velocidad o caudal). En la figura 2.6 se muestra su representación en Bond Graph.



Figura 2.6 Elementos pasivos.

2.4.6 Elementos Ideales puertos-2

Estos elementos ideales sólo existen dos, denominados transformador (TF) y girador (GY), que son sistemas lineales que cambian la relación entre las variables de flujo y esfuerzo, además se caracterizan por tener dos puertos y una relación lineal entre esfuerzos y flujos.

2.4.6.1 Transformador (TF)

El transformador no crea, almacena o disipa energía, este conserva la potencia y transmite el factor de potencia con escalar de potencia que es definido por el modulo del transformador. Establece la relación entre flujo-flujo y el esfuerzo-esfuerzo. La figura 2.7 se tiene el esquema de Bonds que representa el transformador donde n es modulo del transformador.

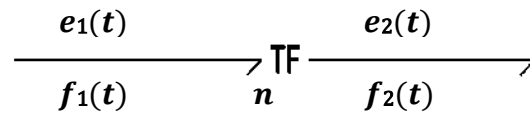


Figura 2.7 Bond Graph de un transformador.

Las relaciones de las variables de bond generalizadas para el transformador están dadas por:

$$e_1 = n e_2(t) \quad (2.2)$$

$$f_1 = \frac{1}{n} f_2(t) \quad (2.3)$$

2.4.6.2 Giradores (GY)

El girador que es usado en casos donde la potencia de un dominio físico es trasferida a otro. El girador establece la relación que hay entre el flujo-esfuerzo y el esfuerzo-flujo. En la figura 2.8 se muestra el elemento de un girador donde r es el modulo del girador.

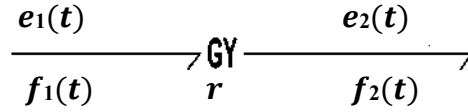


Figura 2.8 Bond Graph de un girador.

Las relaciones de las variables de bond generalizadas para el girador están dadas

$$e_1(t) = r f_2(t) \quad (2.2)$$

$$f_1(t) = \frac{1}{r} e_2(t) \quad (2.3)$$

2.4.7 Elementos de unión Puertos-3

Los Puertos-3 son denominados *uniones* dado que sirve para interconectar tres o más puertos de energía dentro de un subsistema. En este modelado de Bond Graph hay solamente dos tipos de uniones, *la unión 0* y *la unión 1*. estos conservan la potencia y representan las ideas fundamentales de este modelado, la cual representan en forma de multipuertos los dos tipos de conexiones (*serie y paralelo*).

La *unión 0*, unión de flujo o esfuerzo común para la conexión en paralelo para los elementos de un sistema. En la figura 2.9 se muestra la representación de esta unión.

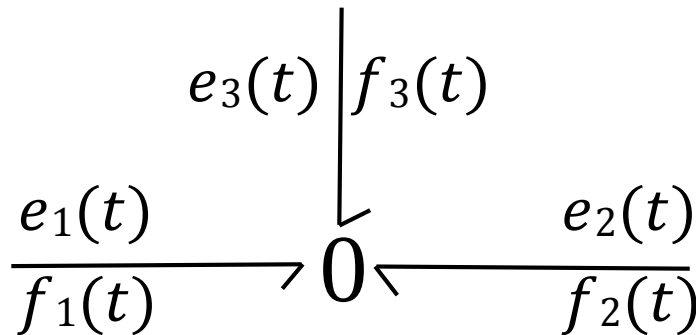


Figura 2.9 Unión -0.

La relación de interconexión que representa la *unión-0* está dada por:

$$e_1(t) = e_2(t) = e_3(t) \quad (2.4)$$

$$f_1(t) + f_2(t) + f_3(t) = 0 \quad (2.5)$$

En las ecuaciones (2.4) y (2.5) especifican que los esfuerzos en todos los Bonds son siempre iguales y la suma algebraica de los flujos es cero.

La *unión 1*, unión de esfuerzo flujo común representa la conexión en serie, cuya representación se muestra la figura 2.10.

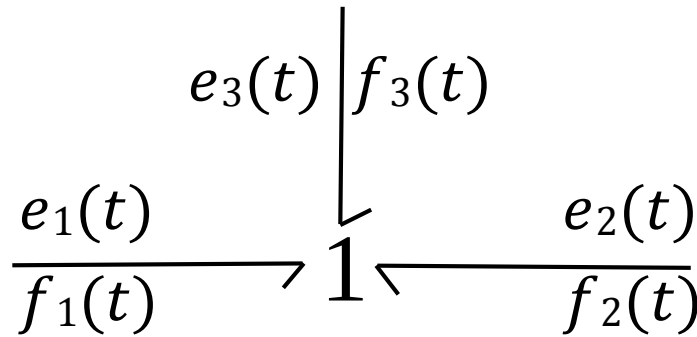


Figura 2.10 Unión -1.

Las relaciones de interconexión para este elemento son:

$$f_1(t) = f_2(t) = f_3(t) \quad (2.6)$$

$$e_1(t) + e_2(t) + e_3(t) = 0 \quad (2.7)$$

En esta unión los flujos en los Bonds son iguales, la suma algebraica de los esfuerzos es cero.

2.4.8 Causalidad

La causalidad establece la relación de causa y efecto entre los distintos factores de potencia es decir en cada Bond, la entrada y la salida son caracterizadas por un trazo causal que se coloca en el extremo al extremo de un lado del Bond. Además, el trazo causal indica la dirección en que el esfuerzo es dirigido, y la dirección del flujo será en sentido contrario del esfuerzo. En la figura 2.11 se muestra el trazo causal

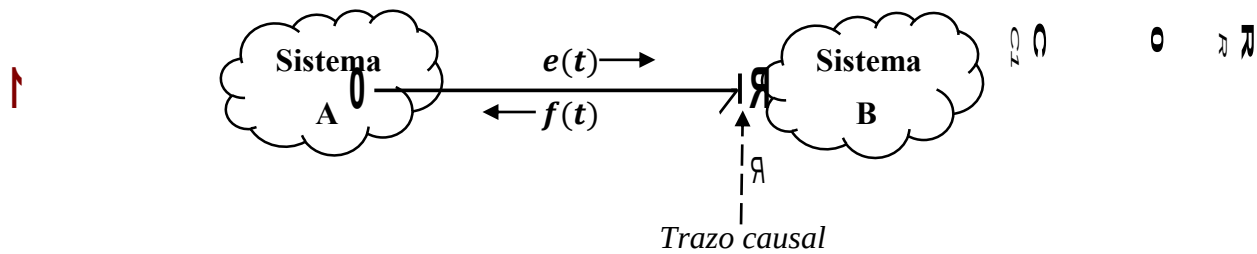


Figura 2.11 Causalidad para un bond.

En la figura 2.12 se muestran cuatro casos de causalidad para esfuerzo y flujo que se aplican.

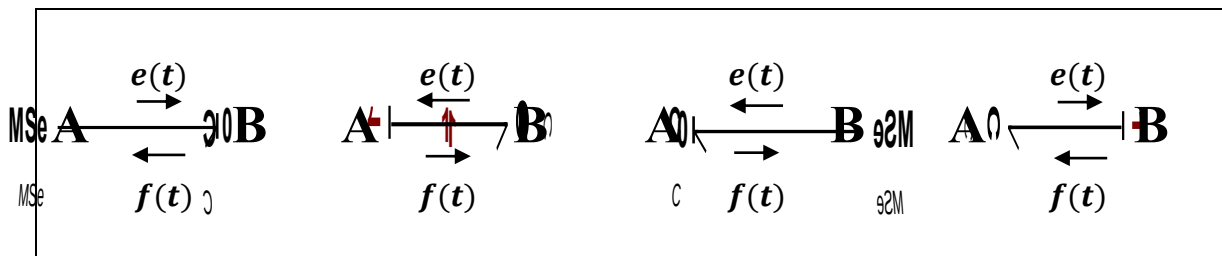


Figura 2.12 Causalidad para un bond.

En la figura 2.12 se aprecian que en todos los casos que el flujo viaja en sentido contrario que la dirección del esfuerzo cuando tiene lugar la transferencia de potencia entre un elemento a otro, el recorrido de esta indicara que elementos demandan o entregan potencia.

2.4.8.1 Principales causalidades en Bond Graph

Causalidad necesaria: La causalidad necesaria sólo se aplica a los elementos activos o fuentes donde no pueden asignarse una causalidad diferente. Una fuente de esfuerzo sólo puede proporcionar esfuerzo a los elementos y la de flujo sólo de flujo de un sistema.

Causalidad integral: Esta se aplica en los elementos de almacenamiento de esfuerzo y de flujo.

Causalidad restrictiva: Se aplica a los elementos de puerto-3 denominados uniones e ideales de puerto-2 (TR y GY), después de la asignación de la causalidad en alguno de los Bonds ésta determinará la salida de los demás en ese elemento y no puede ser modificada.

Causalidad derivativa: Se presenta cuando un sistema contiene elementos de almacenamiento de energía que no son dinámicamente independientes.

Causalidad Arbitraria: Presentes en los elementos disipadores.

A continuación se presenta estas en la tabla 2.3 las reglas de causalidad de los elementos en Bond Graph.

Tabla 2.3 Consideraciones causales para los multipuertos básicos.

Causalidad necesaria	$MSe \longrightarrow$		$MSf \longleftarrow$
Causalidad restrictiva	$\begin{array}{c} \longrightarrow TF \longrightarrow \\ \longrightarrow GY \longleftarrow \end{array}$		$\begin{array}{c} \longleftarrow TF \longleftarrow \\ \longleftarrow GY \longrightarrow \end{array}$
	$\begin{array}{c} \uparrow \\ \longrightarrow 0 \longrightarrow \end{array}$	$\begin{array}{c} \downarrow \\ \longleftarrow 0 \longleftarrow \end{array}$	$\begin{array}{c} \uparrow \\ \longleftarrow 0 \longleftarrow \end{array}$
	$\begin{array}{c} \downarrow \\ \longleftarrow 1 \longleftarrow \end{array}$	$\begin{array}{c} \uparrow \\ \longrightarrow 1 \longrightarrow \end{array}$	$\begin{array}{c} \downarrow \\ \longrightarrow 1 \longrightarrow \end{array}$
Causalidad integral	$\longrightarrow I$		$\longleftarrow C$
Causalidad Derivativa	$\longleftarrow I$		$\longrightarrow C$
Causalidad Arbitraria	$\longrightarrow R$		$\longleftarrow R$

Se considera dos ejemplos para explicar la importancia de la causalidad. Un modelo para la unión-0 sin causalidad se muestra en la figura 2.13

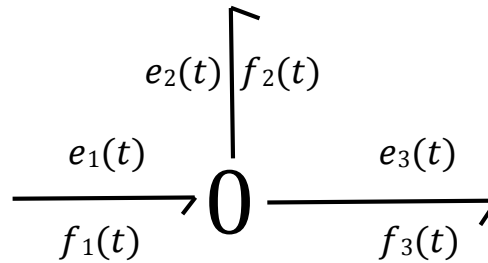


Figura 2.13 Ejemplo de Unión -0 sin causalidad.

De la figura 2.13, obtenemos

$$e_1(t) = e_2(t) = e_3(t) \quad (2.8)$$

$$f_1(t) - f_2(t) - f_3(t) = 0 \quad (2.9)$$

Ahora con el trazo causal, como se muestra en la figura 2.14, significa que $e_1(t)$, entra en la unión y $e_2(t)$ y $e_3(t)$ son salidas de la unión, efectos de $e_1(t)$, así $f_1(t)$ está en sentido opuesto y va fuera de la unión es una salida y $f_2(t)$ y $f_3(t)$ son entradas a la unión.

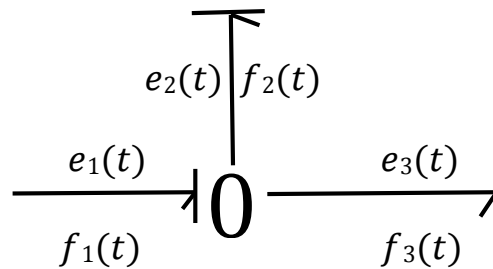


Figura 2.14 ejemplo de Unión -0 con causalidad.

Esto se representa con las ecuaciones de interconexión:

$$e_1(t) = e_2(t) \quad (2.10)$$

$$e_3(t) = e_1(t) \quad (2.11)$$

$$f_1(t) = f_2(t) + f_3(t) \quad (2.12)$$

En una forma bien adaptada para el cálculo numérico.

Ahora se considera al *elemento-c*. La relación constitutiva es de $f(t)$ a $e(t)$ y almacena flujo, es decir, relaciona $e(t)$ a una variable de flujo acumulada $q(t) = \int f(t)dt$. esto es si $f(t)$ es la entrada del elemento-C como se muestra en la figura 2.15 se integra primero para encontrar $q(t)$ y entonces $e(t)$ es una salida relacionada a $q(t)$, a esta causalidad en un elemento de almacenamiento se le llama causalidad integral, debido a que la integral de la entrada $f(t)$ se relaciona con la salida $e(t)$ esto es,

$$e(t) = \int f(t)dt \quad (2.13)$$

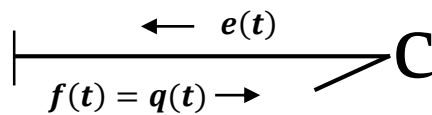


Figura 2.15 Elemento-C en causalidad integral.

Al invertir en la causalidad en la figura 2.14 se obtiene la misma relación (2.13) pero escritas con derivadas:

$$f(t) = C \frac{de(t)}{dt} \quad (2.14)$$

A esta causalidad se le llama *causalidad derivativa* de un elemento de almacenamiento como se muestra en la figura 2.16.

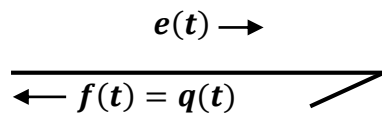


Figura 2.16 Elemento-C en causalidad derivativa.

En la tabla 2.4 se muestran los puertos-1 la relación causal y la forma causal de los elementos.

Tabla 2.4 Se muestra los Puertos-1 con la causalidad correspondiente a cada elemento considerado.

Elemento	Forma causal		Relación Causal	
	Integral	Derivativa	Integral	Derivativa
Resistencia	$\longrightarrow \nearrow R$	$\longmapsto \nearrow R$	$e(t) = \Phi_R[f(t)]$	$f(t) = \Phi_R^{-1}[e(t)]$
Capacitancia	$\longmapsto \nearrow C$	$\longrightarrow \nearrow C$	$f(t) = \Phi_C^{-1}[\int f(t)dt]$	$f(t) = \frac{d}{dt}[\Phi_C.e(t)]$
Inductancia	$\longrightarrow \nearrow I$	$\longmapsto \nearrow I$	$f(t)\Phi_I^{-1}[\int e(t)dt]$	$e(t) = \frac{d}{dt}[\Phi_I.f(t)]$
Fuente de esfuerzo	$MS_e \longrightarrow \nearrow$		$e(t) = E(t)$	
Fuente de flujo	$MS_f \longmapsto \nearrow$		$f(t) = F(t)$	

2.5 Pasos para obtener las ecuaciones diferenciales por asignación de causalidad en un multipuerto

- 1.- Asignar la causalidad requerida a todas las MS_e y MS_f posteriormente aplicar causalidad usando las restricciones de union **0** y **1**, y de **TF** y **GY**. (Ver Tabla 2.3)
- 2.- Asignar causalidad integrativa a los elementos **C** e **I** respetando las restrcciones de la Tabla 2.3.
- 3.- Asignar a los elementos **R** causalidad arbitraria, respetando las restricciones al encontrarse uniones **0** y **1**, al igual con los **TF** y **GY**. (Ver Tabla 2.3).

2.6 Causalidad derivativa en un Bond Graph

Se presenta cuando un sistema contiene elementos de almacenamiento de energía que no son dinámicamente independientes. En una asignación de causalidad integral predefinida. Esto se presenta por ejemplo, cuando en un sistema eléctrico, se encuentra dos capacitores en paralelo como se muestra en la figura 2.17.

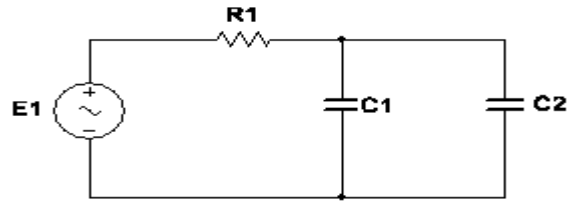


Figura 2.17 Circuito eléctrico en causalidad derivativa.

En la figura 2.17 se observan dos capacitores C_1 y C_2 que se encuentran conectado en paralelo, en bond Graph los capacitores típicamente tienen causalidad integral, en un caso como este , a uno de los capacitores se le asigna casualidad integrativa (C_1) y otro casualidad derivativa (C_2), como se observa en la figura 2.18.

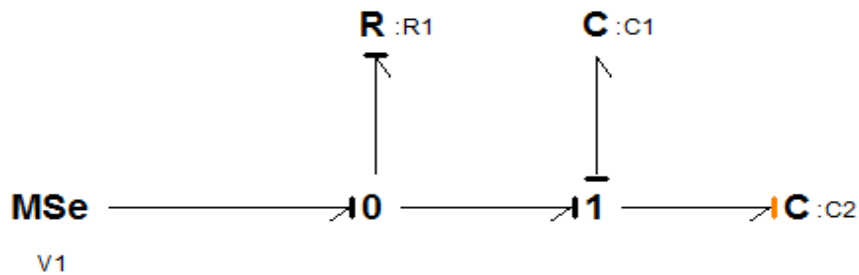


Figura 2.18 Circuito eléctrico en causalidad integral C_1 y casualidad derivativa C_2 .

También se considera en bond Graph el número de elementos que almacena energía en la casualidad integral es el número de ecuaciones diferenciales linealmente independientes y el número de elementos almacenadores en causalidad derivativa es el número de ecuaciones diferencialmente dependientes.

2.7 Bond Activo

En un bond normal tiene dos señales, pero en el bond activo sólo utiliza una de las dos señales esfuerzo $e(t)$ o flujo $f(t)$ en una dirección y se representa por una flecha completa, como se muestra en la figura 2.19 y se representa una señal con un consumo de potencia cero.



Figura 2.19 Bond activo.

Un bond activo se utiliza como una señal en un diagrama de bloques, la cual se conecta un bloque a otro sin consumir energía como se muestra en la figura 2.20.

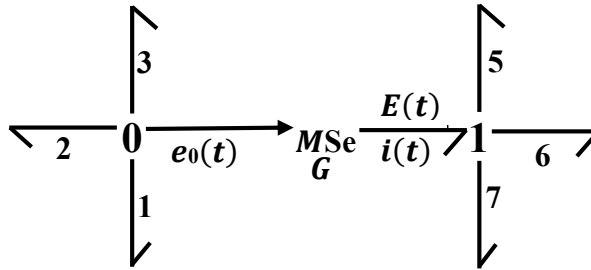


Figura 2.20 Bond Graph con un bond activo.

El bond activo que entra a MSe indica que $E(t)$ es modulada por $e_0(t)$, así $E(t) = Ge_0(t)$, donde G es la ganancia de voltaje. El bond activo viene de una unión-0, el voltaje $e_0(t)$ es el mismo que e_1 , e_2 y e_3 . Además, el bond activo tiene potencia cero debido a que se considera que la corriente correspondiente a $e_0(t)$ es despreciable. La suma de la corriente en la unión-0 se debe únicamente a i_1 , i_2 e i_3 .

2.7.1 Procedimiento para el modelado de sistemas en Bond Graph

El modelado en bond Graph es necesario seguir pasos o procedimientos específicos que a continuación se describe con detalle.

1.- Dibujar una unión-0 para cada punto en el esquema donde las trayectorias de esfuerzo o flujo paralelas coincidan.

2.- Dibujar una unión-1 para cada componente en una trayectoria serie y conectar el componente apropiado de Bond Graph por un bond en esa unión. La dirección de la semifecha en cada bond indica la dirección asumida del flujo de potencia, es decir a partir de fuentes y hacia elementos almacenadores y disipadores.

3.- Dibujar Bonds entre las uniones adyacentes respetando la dirección del flujo de potencia.

4.- Remover la unión 0 que representa el punto de referencia y todos los Bonds que se encuentren conectados a esta unión.

5.- Se debe reducir el sistema, respetando algunas reglas en las uniones estas condiciones se muestran en la figura 2.21

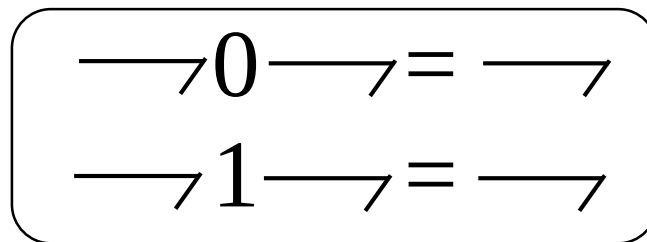


Figura 2.21 Regla para la reducción de uniones.

2.7.2 Sistemas eléctricos

Con el procedimiento anterior, se aplica para el modelado de sistemas eléctricos, mecánicos e hidráulico es un procedimiento general para obtener el Bond Graph de un sistema. En el caso de sistemas eléctricos como se muestra en la figura 2.22 Se procederá a obtener su Bond Graph aplicando el procedimiento anterior.

Paso 1. A cada voltaje distinto en el circuito le corresponde una unión-0, es decir en los nodos.

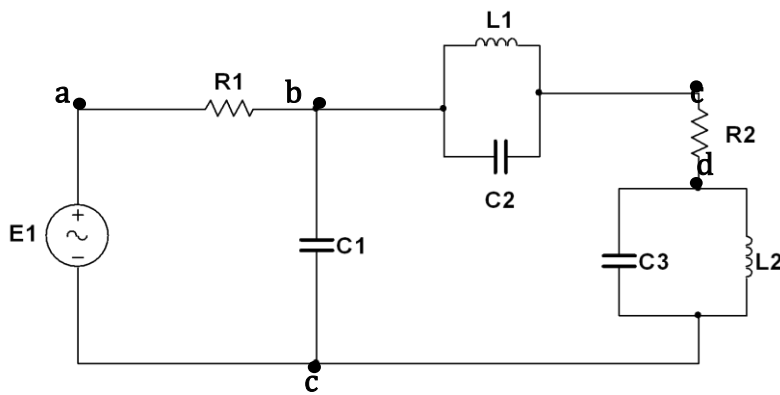


Figura 2.22 Circuito eléctrico.

a
0

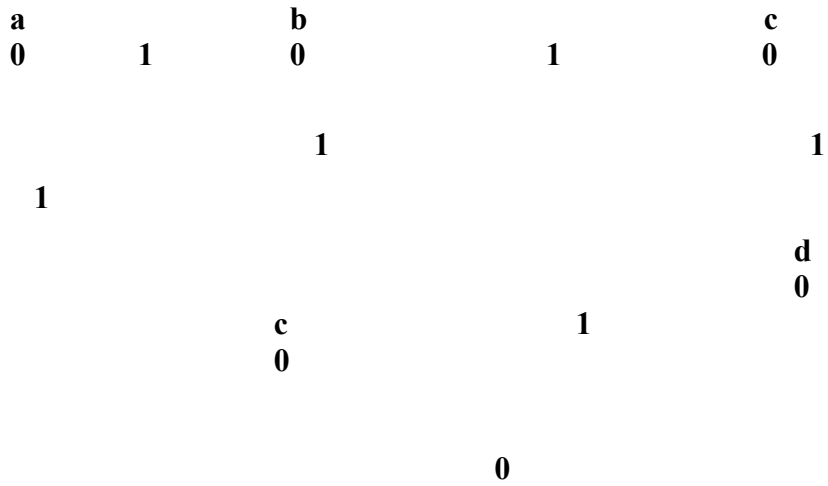
b
0

c
0

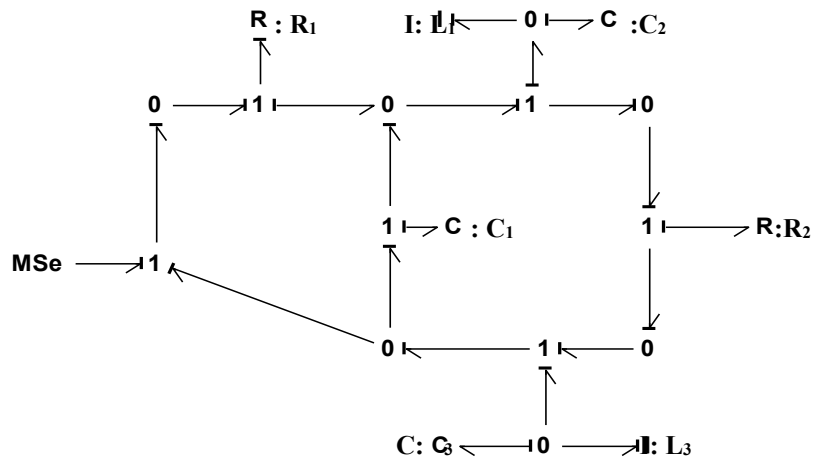
d
0

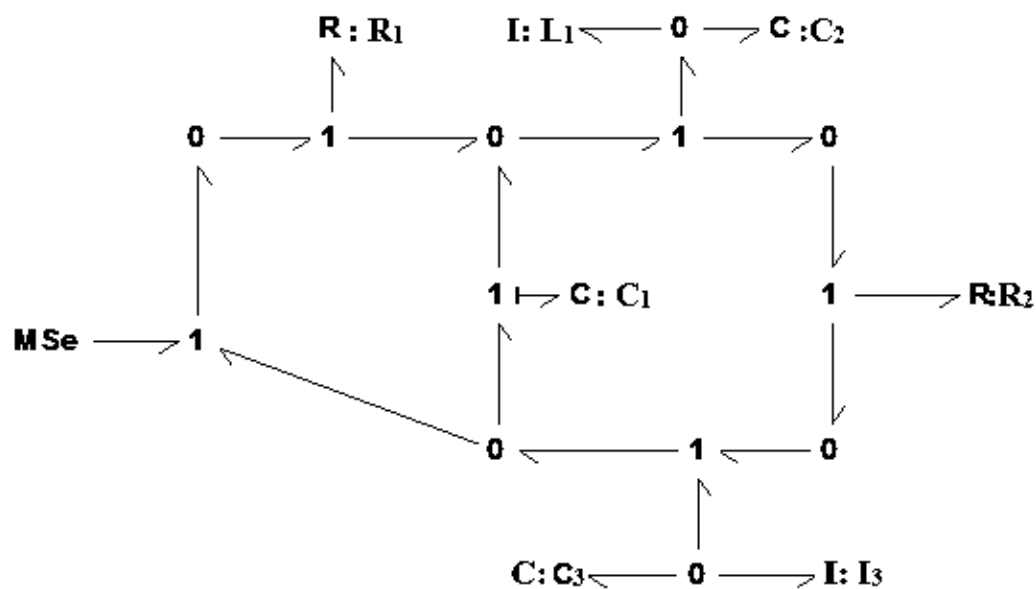
c
0

Paso 2.- Dibujar una unión-1 para cada componente en una trayectoria serie y conectar el componente apropiado de Bond Graph por un bond en esa unión. La dirección de la semifecha en cada bond indica la dirección asumida del flujo de potencia, es decir a partir de fuentes y hacia elementos almacenadores y disipadores.

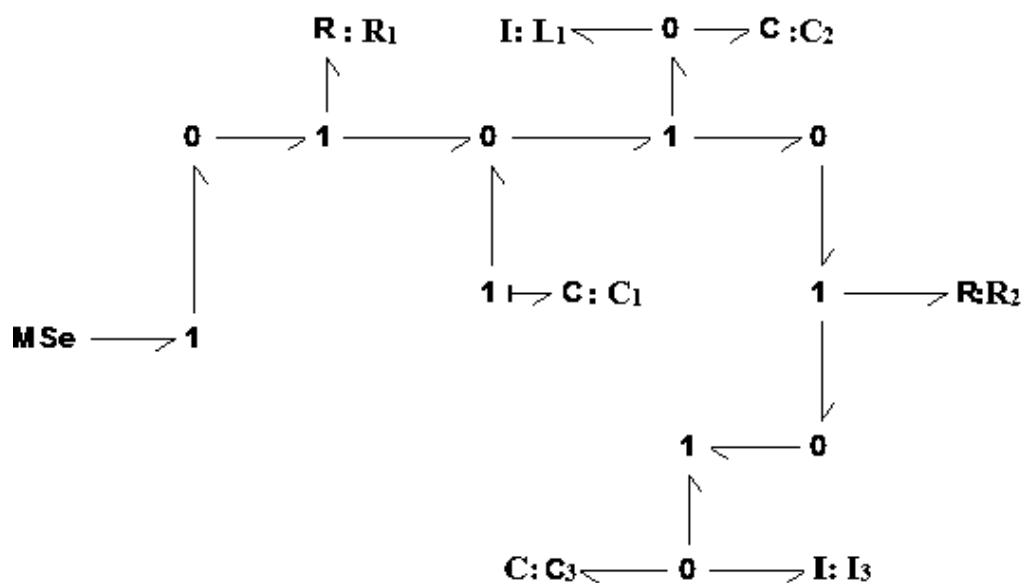


Paso 3.-Dibujar Bonds entre las uniones adyacentes respetando la dirección del flujo de potencia.

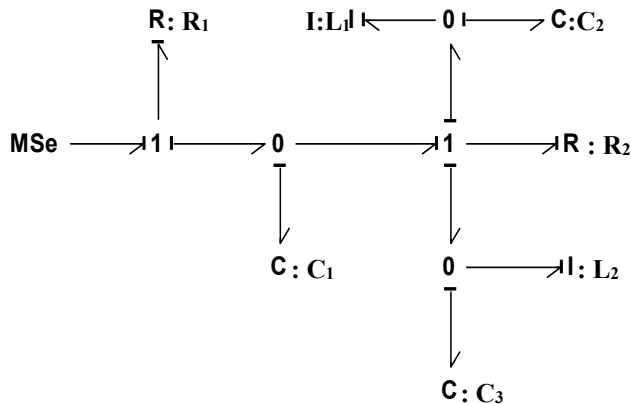




Paso 4. Remover la unión 0 que representa el punto de referencia y todos los Bonds que se encuentren conectados en esta unión.



Paso 5.-Se debe reducir el sistema, respetando algunas reglas en las uniones



2.8 Modelo matemático de Bond Graph

Cuando ya se tiene el modelo en Bond Graph de un sistema físico, se puede conocer el modelo matemático que define las relaciones de los elementos que conforma el sistema físico.

2.8.1 Vectores clave o vectores significativos

En los modelos en bond Graph en forma convencional, todos los Bonds, pueden ser clasificados en Bonds *internos* o *externos*. Los Bonds *Externos* conecta los elementos como **R**, **C**, **Mse** y **Msf** y en los Bonds *internos* los que conectan elementos **0**, **1**, **GY** y **TF**. Los Bonds externos se clasifican de acuerdo a su uso y manifestación de energía. La figura 2.23 muestra el diagrama de bloques de una estructura unión de un Bond Graph.

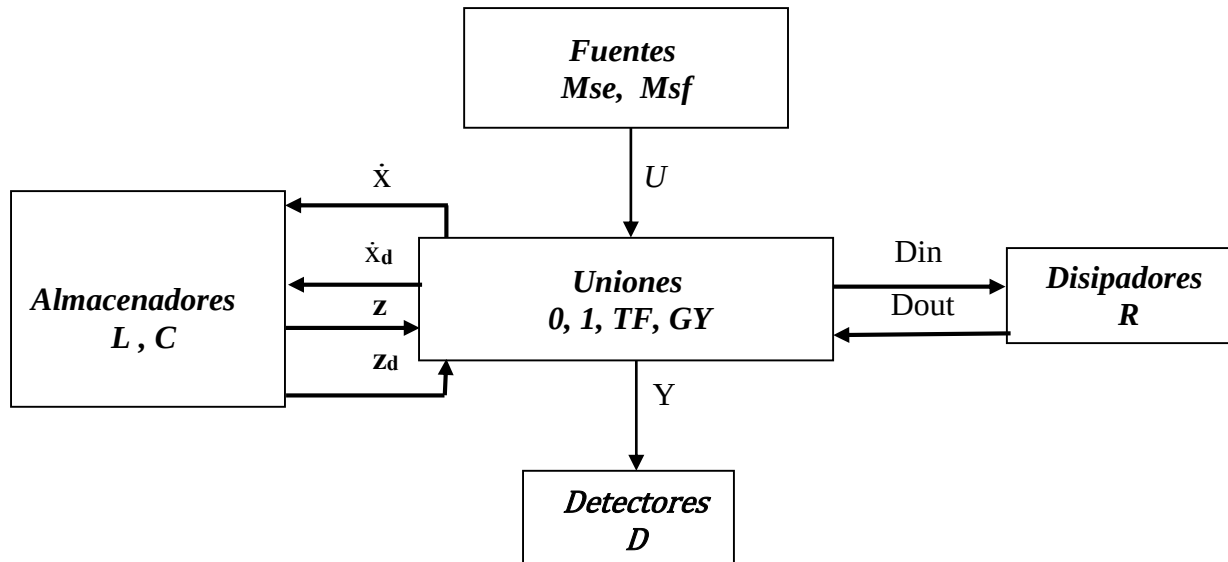


Figura 2.23 Diagrama de bloques de la estructura de unión de un Bond Graph.

En la figura 2.23 se puede observar la composición de los elementos en cada bloque, las fuentes M_{se} , M_{sf} elementos almacenadores L , C , disipadores R , detectores D en la estructura de unión donde intervienen los transformadores TF , giradores GY y uniones $0, 1$.

Los vectores clave en un Bond Graph son los que representan a un sistema físico de diferente o mismo dominio de energía. Estos vectores se muestran en la figura 2.20 en forma de diagrama a bloques, comenzando con $u(t)$ la cual aporta todas las variables de potencia (esfuerzo y flujo) definidos por los elementos activos o fuentes en la estructura de unión. Los estados $x(t)$ y $x_d(t)$ están compuestos de variable de energía; momento generalizado $p(t)$ el cual se encuentra en los elementos almacenadores de flujo (I) y desplazamiento generalizado $q(t)$ en elementos (C) en causalidad integral y derivativa respectivamente; $z(t)$ y $z_d(t)$ son variables clave de co-energía en causalidad integral y derivativa según se estén empleando, $D_{in}(t)$ y $D_{out}(t)$ es una combinación de los esfuerzos y flujos que se está analizando en el sistema estos contienen los intercambios de energía entre el campo de disipación y la estructura de unión y $Y(t)$ son los detectores ya sea de esfuerzo o flujo.

2.8.2 Relación de campo y ecuación de estado

Las relaciones de campo no lineales de la figura 2.23 de almacenamiento y de disipación sus expresiones son las siguientes.

$$z(t) = \Phi_F(x) \quad (2.15)$$

$$z_d(t) = \Phi_{Fd}(x_d) \quad (2.16)$$

$$D_{out}(t) = \Phi_L(D_{in}) \quad (2.17)$$

Φ_F denota una función que relaciona cada z_i para $i = 1, \dots, n$.

Φ_{Fd} denota una función que relaciona cada z_{di} para $i = 1, \dots, m$.

Φ_L denota una función que relaciona cada D_{outi} con D_{ini} para $i = 1, \dots, r$.

El comportamiento de un elemento específico está descrito por una ley física la cual es llamada como su *relación constitutiva*. Si la relación constitutiva son lineales tenemos:

$$Z(t) = F x(t), \quad (2.18)$$

$$Z_d(t) = F_d x_d(t), \quad (2.19)$$

$$D_{out}(t) = L D_{in}(t) \quad (2.20)$$

Donde:

L.-Es una matriz real de dimensión $r \times r$.

F.- Es una matriz real de dimensión $n \times n$.

F_d.-Es una matriz real de dimensión $m \times m$.

Las relaciones de la estructura de unión están dadas por:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ D_{in}(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = S \begin{bmatrix} z(t) \\ D_{out}(t) \\ u(t) \\ \dot{x}_d(t) \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

$$Z_d(t) = -S_{14}^T z(t), \quad (2.22)$$

Donde la estructura de unión está formada por:

$$S = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & s_{14} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} & 0 \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

Los elementos de S toman valores dentro del conjunto $\{0, \pm 1, \pm n, \pm r\}$ donde n y r son módulos del transformador y girador. La matriz S está particionada de acuerdo a la dimensión de sus vectores clave. Las submatrices S_{ij} tienen las siguientes propiedades:

- ❖ P1.- S_{11} y S_{22} son matrices cuadradas y antisimetricas.
- ❖ P2.- S_{12} es la matriz transpuesta negativa de S_{21} y viceversa

Las propiedades **P1** y **P2** están basadas en el principio de conservación de energía.

En un sistema continuo invariante en el tiempo con múltiples entradas y múltiples salidas (LTI MIMO) está representado en variables de estado por:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (2.24)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) \quad (2.25)$$

Si se relacionan las ecuaciones y matrices (2.21) y (2.22) con (2.25) obtenemos

$$D_{in} = S_{21}Z + S_{22}D_{out} + S_{23}U = S_{21}Z + S_{22}LD_{in} + S_{23}U$$

$$D_{in} - S_{22}LD_{in} = S_{21}Z + S_{23}U(I - S_{22}L)D_{in} = S_{21}Z + S_{23}U$$

$$D_{in} = (I - S_{22}L)^{-1}(S_{21}Z + S_{23}U)$$

$$\dot{x} = S_{11}Z + S_{12}D_{out} + S_{13}U = S_{11}Z + S_{12}LD_{in} + S_{13}U$$

$$\text{Donde } D_{out} = LD_{in}$$

$$Z = FX$$

Sustituyendo

$$\dot{x} = S_{11}Z + S_{12}L(I - S_{22}L)^{-1}(S_{21}Z + S_{23}U) + S_{13}u$$

$$M = (I - S_{22}L)^{-1}L$$

$$\dot{x} = S_{11}Z + S_{12}M(S_{21}Z + S_{23}U) + S_{13}u$$

Desarrollando y factorizando el polinomio

$$\dot{x} = S_{11}Z + S_{12}MS_{21}Z + S_{12}MS_{23}U + S_{13}u$$

$$\dot{x} = (S_{11} + S_{12}MS_{21})Z + (S_{12}MS_{23} + S_{13})u$$

$$\dot{x} = (S_{11} + S_{12}MS_{21})FX + (S_{12}MS_{23} + S_{13})u$$

Finalmente se obtienen los valores de la matriz A y B del Sistema.

$$A = (S_{11} + S_{12}MS_{21})F \quad (2.26)$$

$$B = (S_{12}MS_{23} + S_{13}) \quad (2.27)$$

Si se relacionan las ecuaciones y matrices (2.21) y (2.22) con (2.25) obtenemos

$$y = S_{31}Z + S_{32}D_{out} + S_{33}U = S_{31}Z + S_{32}LD_{in} + S_{33}U$$

$$y = S_{31}Z + S_{32}\mathbf{L}(\mathbf{I} - \mathbf{S}_{22}\mathbf{L})^{-1}(S_{21}Z + S_{23}U) + S_{33}u$$

$$y = S_{31}Z + S_{32}\mathbf{M}(S_{21}Z + S_{23}U) + S_{33}u$$

Desarrollando y factorizando el polinomio

$$y = S_{31}Z + S_{32}\mathbf{M}S_{21}Z + S_{32}\mathbf{M}S_{23}U + S_{33}u$$

$$y = (S_{31} + S_{32}\mathbf{M}S_{21})Z + (S_{32}\mathbf{M}S_{23} + S_{33})u$$

$$y = (\mathbf{S}_{31} + \mathbf{S}_{32}\mathbf{M}\mathbf{S}_{21})\mathbf{F}X + (\mathbf{S}_{33} + \mathbf{S}_{32}\mathbf{M}\mathbf{S}_{23})u$$

Finalmente se obtienen los valores de la matriz C y D del Sistema.

$$C = (S_{31} + S_{32}\mathbf{M}S_{21}) \mathbf{F} \quad (2.28)$$

$$D = (S_{33} + S_{32}\mathbf{M}S_{23}) \quad (2.29)$$

Siendo

$$\mathbf{M} = (\mathbf{I} - \mathbf{L}\mathbf{S}_{22})^{-1}\mathbf{L} \quad (2.31)$$

$$\text{Si } S_{22}=0 \quad \mathbf{M}=\mathbf{L} \quad (2.32)$$

La expresión (2.24) a (2.31) permite la obtención directa del modelo de un sistema físico en variables de estado, utilizando la representación de Bond Graph.

Además son necesarias también para su representación matemática y contienen el modelo obtenido en Bond Graph

Capítulo 3

Diseño de observadores

3.1 Introducción

Antes de empezar con el diseño es muy importante conocer ¿qué es sistema Estado?, ¿qué son las variables de estado?, ¿qué es vector de estado?, ¿qué es un espacio de estados?

a) Estado

El estado de un sistema dinámico es el conjunto más pequeño de variables (denominadas variables de estado) de modo que el conocimiento de éstas variables en $t=t_0$, junto con el conocimiento de la entrada para $t \geq t_0$, determina por completo el comportamiento del sistema para cualquier tiempo $t \geq t_0$. Observe que el concepto de estado de ningún modo está limitado a los estados físicos; se puede aplicar a sistemas biológicos, económicos, sociales y otros.

b) Variables de Estado

Las variables de estado de un sistema dinámico son las que forman el conjunto más pequeño de variables que determinan el estado de un sistema dinámico. Si se necesitan al menos “n” variables $x_1, x_2, \dots, x_n$ para describir por completo el comportamiento de un sistema dinámico (por lo cuál una vez que se proporciona la entrada para $t \geq t_0$ y se especifica el estado inicial en $t = t_0$, el estado futuro del sistema se determina por completo), tales “n” variables son un conjunto de variables de estado.

Observe que las variables de estado no necesitan ser cantidades medibles y observables físicamente. Las variables que no representan cantidades físicas y aquellas que no son medibles ni observables pueden seleccionarse como variables de estado. Tal libertad al elegir las variables de estado es una ventaja de los métodos de espacio de estados. Sin embargo, en la práctica es conveniente elegir cantidades que se midan con facilidad para las variables de estado, si es posible, debido a que las leyes de control óptimo requerirán la realimentación de todas las variables de estado con una ponderación conveniente [5].

c) Vector de Estado

Si se necesitan “n” variables de estado para describir por completo el comportamiento de un sistema determinado, estas “n” variables de estado se consideran los “n” componentes de un vector “x”. Tal vector se denomina: vector de estado. Por tanto, un vector de estado es aquel que determina de manera única el estado del sistema $x(t)$ para cualquier tiempo $t \geq t_0$, una vez que se obtiene el estado en $t=t_0$ y se especifica la entrada $u(t)$ para $t \geq t_0$.

d) Espacio de Estados

El espacio de “n” dimensiones cuyos ejes de coordenadas están formados por el eje x_1 , el eje $x_2, \dots$, el eje x_n , se denomina: espacio de estados. Cualquier estado puede representarse mediante un punto en el espacio de estados.

3.2 Clases de observadores.

Los observadores de estado, son herramientas virtuales, que permiten estimar las variables o estados de un sistema en base a mediciones de las señales de salida y señales de control. Estos observadores permiten enviar información estimada acerca del valor que toman dichos estados, permitiendo conocer un aproximado del valor real, además cuentan con muy poco margen de diferencia o error [6].

Se le considera una herramienta virtual, puesto que se desarrolla como software o programa dentro de una computadora.

Existen 2 tipos de observadores: observadores de orden completo, y observadores de orden reducido u orden mínimo.

- **Los observadores de orden Completo:** son aquellos utilizados para observar o estimar todos los estados de un sistema.
- **Los observadores de orden Reducido:** son aquellos utilizados para observar o estimar solo algunos estados de un sistema.

3.2.1 Diseño de observadores de orden completo en Bond Graph.

Se dice que el sistema es completamente observable si el estado $\mathbf{x}(t_0)$ se determina a partir de la observación de $\mathbf{y}(t)$ durante un intervalo de tiempo finito, $t_0 \leq t \leq t_1$. Por lo tanto, el sistema es completamente observable si todas las transiciones del estado afectan eventualmente a todos los elementos del vector de salida. El concepto de observabilidad es útil al resolver el problema de reconstruir variables de estado no medibles a partir de las variables que sí lo son en el tiempo mínimo posible en este capítulo 3, se tratara solo de sistemas lineales e invariantes en el tiempo, por lo tanto sin pérdida de generalidad, se supone que $t_0=0$. El concepto de observabilidad es muy importante porque, en la práctica, la dificultad que se encuentra con el control mediante la realimentación del estado es que alguna de las variables de estado no son accesibles para una medición directa, por lo que se hace necesario estimar las variables de estado no medibles para construir las señales de control [2].

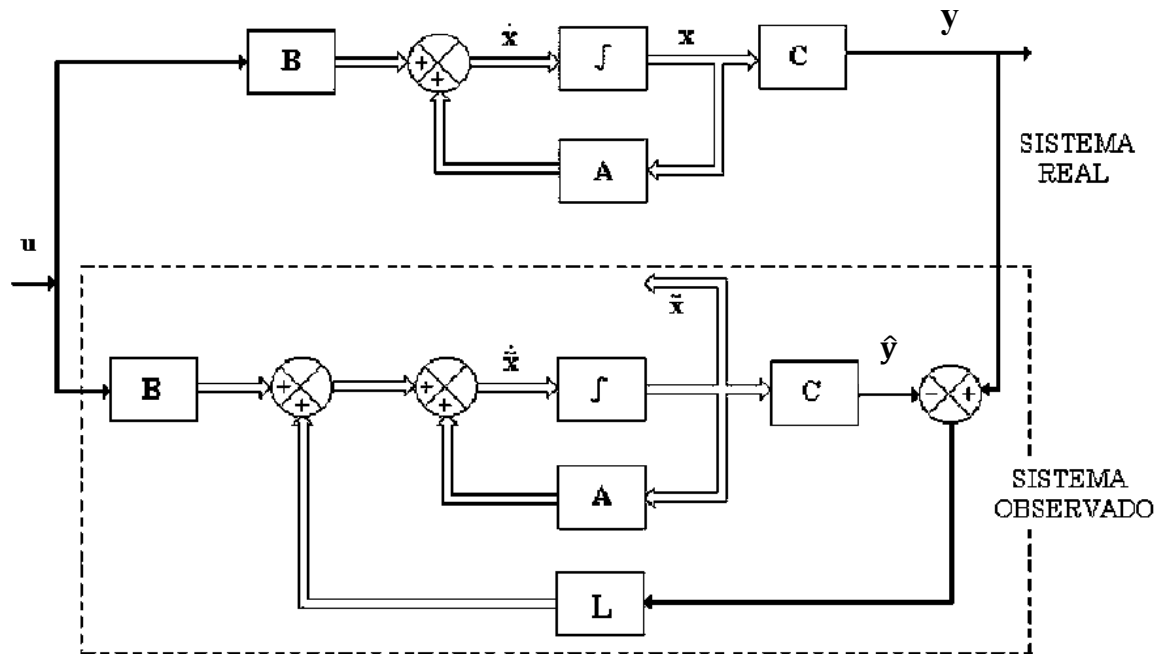


Figura 3.1 Diagrama esquemático de un sistema con observador.

Como se observa en la figura 3.1 se dará conocer cada uno de sus elementos y los cálculos necesarios para poder implementar los observadores de orden completo.

En el sistema real:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u}$$

Donde:

$\dot{\mathbf{x}}$ = Derivada del vector de estado

$\mathbf{x}$ = vector de estado (vector de dimensión $n \times 1$)

$\mathbf{u}$ = Señal de control (escalar)

$\mathbf{y}$ = vector de salida (escalar)

$\mathbf{A}$ = matriz de dimensión $(n \times n)$

$\mathbf{B}$ = matriz de dimensión $(n \times 1)$

$\mathbf{C}$ = matriz de dimensión $(1 \times n)$

$\mathbf{D}$ = matriz de dimensión (escalar)

En el sistema observado u observador:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\mathbf{u}$$

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{D}\mathbf{u}$$

Donde:

$\hat{\mathbf{x}}$ = vector de estado (vector de dimensión $n \times 1$)

$\mathbf{u}$ = Señal de control (escalar)

$\hat{\mathbf{y}}$ = vector de salida (escalar)

$\mathbf{A}$ = matriz de dimensión $(n \times n)$

$\mathbf{B}$ = matriz de dimensión $(n \times 1)$

$\mathbf{C}$ = matriz de dimensión $(1 \times n)$

$\mathbf{D}$ = matriz de dimensión (escalar)

Para el sistema en estudio se puede estimar sus estados mediante la siguiente expresión:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B}u + \mathbf{L}(y - \hat{y})$$

Donde:

$\mathbf{L}$ = Vector de ganancias que permiten la observación de estados (1 x n)

$\hat{\mathbf{x}}$ = Vector de estados estimados

$\hat{y}$ = Salida estimada

Sustituimos los valores del vector de salida y de la salida estimada

$$y = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}u$$

$$\hat{y} = \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{D}u$$

Entonces

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B}u + \mathbf{L}(y - \hat{y})$$

$$= \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B}u + \mathbf{L} [\mathbf{C}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{D}u - (\mathbf{C}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{D}u)]$$

Desarrollando el polinomio entre corchetes

$$= \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B}u + \mathbf{L} [\mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}u - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{D}u]$$

Se elimina $\mathbf{D}u$ de la expresión anterior

$$= \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B}u + \mathbf{L} [\mathbf{C}\mathbf{x} - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}]$$

Desarrollando expresión entre corchetes

$$= \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B}u + \mathbf{L}\mathbf{C}\mathbf{x} - \mathbf{L}\mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}$$

Factorizando las $\hat{\mathbf{x}}$ y quedando finalmente

$$= (\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C})\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B}u + \mathbf{L}\mathbf{C}\mathbf{x}$$

Debe notarse que las matrices $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$, $\mathbf{D}$ son las mismas tanto para un sistema real como para el observador. Para los cálculos siguientes se asume que el valor de $\mathbf{D}$ es cero.

La diferencia que hay entre $(x - \hat{x})$ se denomina error de observación y el término $L(y - \hat{y})$ se denomina factor de corrección. Para determinar el error de observación restamos

$\dot{\hat{x}} - \dot{\hat{x}}$, así tenemos:

$$\dot{\hat{x}} - \dot{\hat{x}} = Ax + Bu - (A\hat{x} + BU + LCx - LC\hat{x})$$

$$= Ax - Bu - A\hat{x} - BU - LCx + LC\hat{x}$$

$$= A(x - \hat{x}) - LC(x - \hat{x})$$

$$\dot{\hat{x}} - \dot{\hat{x}} = (A - LC)(x - \hat{x})$$

Si se sabe que el error está definido como la diferencia entre el estado real y el estado estimado, entonces se tendrá:

$$\text{Error} = \tilde{x}$$

$$\tilde{x} = x - \hat{x}$$

$$\dot{\tilde{x}} = \dot{x} - \dot{\hat{x}}$$

$$\dot{\tilde{x}} = A\tilde{x} - LC\tilde{x}$$

Finalmente

$$\dot{\tilde{x}} = (A - LC)\tilde{x}$$

Cuando el tiempo $t \rightarrow \infty$

Cuando el tiempo tiende a infinito, la diferencia entre el estado real y el estado estimado (error de observación) el error es igual a cero es decir:

$$x - \hat{x} = 0 \rightarrow \tilde{x} = 0$$

A partir de esta expresión se puede conocer el comportamiento dinámico y la estabilidad del sistema, si la matriz $|A-LC|$ es estable, entonces el observador hará bien su trabajo, y dada cualquier condición inicial, el sistema tenderá a un error cero.

La elección de correctos valores para el vector de observabilidad L , permitirá que el comportamiento dinámico del vector de error sea estable y lo suficientemente rápido para tender a un valor de cero.

La estabilidad y la velocidad de respuesta de la dinámica del error se determinan mediante los autovalores de la matriz $[A - LC]$, dados por el polinomio característico $[\lambda I - A + LC]$.

Existe una condición necesaria, la cual consiste en que el sistema obtenido sea estable y completamente controlable y observable.

Determinante $[\lambda I - A + LC] = 0$

En la expresión anterior las raíces del polinomio son estables y observable ya que el error tiende a cero [7].

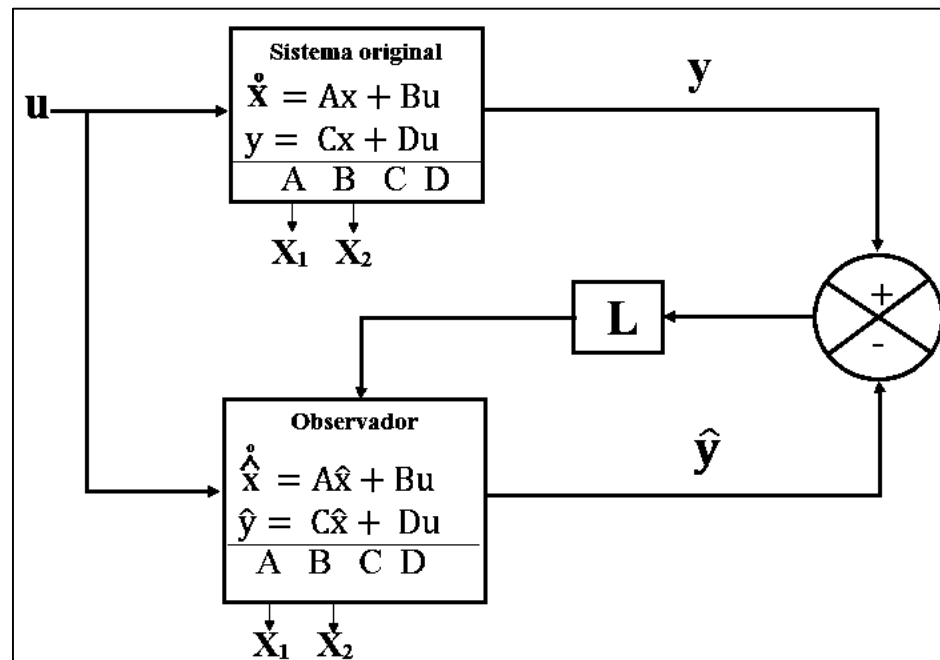


Figura 3.2 Diagrama de un sistema con Observador.

En la figura 3.2 muestra un diagrama esquemático en resumen al sistema real (original) con el respectivo observador a implementar para los siguientes casos de estudios que se verán posteriormente.

3.3 Ejemplo de determinación de observabilidad a partir del modelo de Bond Graph de un motor de CD.

En la figura 3.3 se muestra el circuito eléctrico básico de un motor de CD.

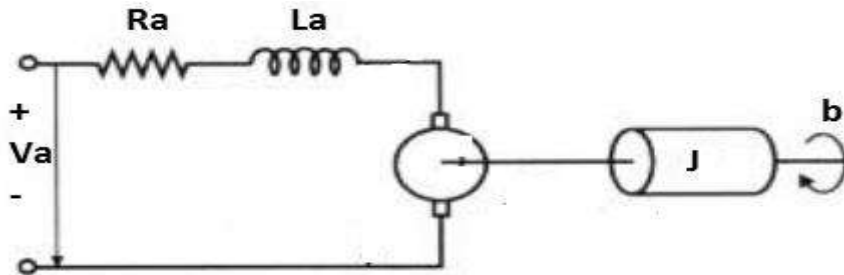


Figura 3.3 Diagrama eléctrico del motor de CD.

El paso siguiente cuando ya se tenga el modelado en Bond Graph como se muestra en la figura 3.4 a cada bond es enumerado y se indica la dirección de los flujos y esfuerzos.

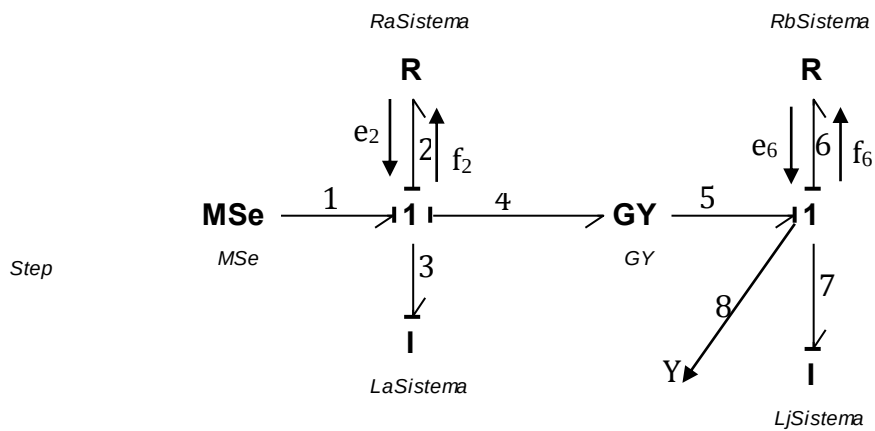


Figura 3.4 Modelado en Bond Graph de un motor de CD.

A continuación se procede a la obtención de sus vectores clave y las relaciones constitutivas:

Vectores clave

$$U_1 = e_1 \quad y = [f_8]$$

Salidas e, f. Entradas de e, f.

$$D_{in} = \begin{bmatrix} f_2 \\ f_6 \end{bmatrix} ; \quad D_{out} = \begin{bmatrix} e_2 \\ e_6 \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} p_3 \\ p_7 \end{bmatrix} ; \quad \dot{x} = \begin{bmatrix} e_3 \\ e_7 \end{bmatrix} ; \quad z = \begin{bmatrix} f_3 \\ f_7 \end{bmatrix}$$

Las relaciones constitutivas

De la ecuación (2.20) la incógnita **L** tiene que ser definida a partir de las matrices **D_{in}** y **D_{out}** las cuales ya se obtuvieron en el paso anterior.

Por lo tanto, la ecuación queda de la siguiente manera.

$$D_{out} = L D_{in} \quad \begin{bmatrix} e_2 \\ e_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_a & 0 \\ 0 & R_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_2 \\ f_6 \end{bmatrix}$$

Ahora se determina la **F** de la ecuación (2.19)

$$Z = FX \quad \begin{bmatrix} f_3 \\ f_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_a} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_3 \\ p_7 \end{bmatrix}$$

A continuación tomaremos la matriz de estructura unión la ecuación (2.21) y procedemos a completarla.

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ D_{in} \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z \\ D_{out} \\ u \end{bmatrix}$$

Completando la matriz anterior:

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} e_3 \\ e_7 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} f_2 \\ f_6 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} f_8 \end{bmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -n & -1 & 0 & 1 \\ n & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} f_3 \\ f_7 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} e_2 \\ e_6 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} e_1 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

Cada uno de los elementos de las submatrices de la matriz S son definidos a partir de las siguientes definiciones.

Relación de transformación del girador entre las uniones está dada:

$$\begin{bmatrix} e_4 \\ f_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & n \\ \frac{1}{n} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_5 \\ f_5 \end{bmatrix}$$

De la matriz anterior se obtiene:

$$e_4 = nf_5 \quad f_4 = \frac{1}{n}e_5$$

Esfuerzos en las uniones

$$e_1 - e_2 - e_3 - e_4 = 0 \quad e_5 - e_6 - e_7 = 0$$

El paso siguiente es obtener el valor de los elementos de la primera fila de la matriz S

$$e_3 = e_1 - e_2 - e_4$$

Donde e_4 está dada por la relación del GY $e_4 = nf_5$

$$e_3 = e_1 - e_2 - nf_5$$

Flujos en las uniones son iguales

$$f_1 = f_2 = f_3 = f_4 \quad f_5 = f_6 = f_7 = f_8$$

Donde f_5 está en un bond inactivo se cambia f_5 por f_7

Quedando finalmente la ecuación de la siguiente manera:

$$e_3 = e_1 - e_2 - nf_7$$

Con la ecuación anterior se llena la primera fila de la matriz S.

El siguiente paso es obtener la ecuación que compone a cada elemento de la segunda fila de la matriz S. la cual es necesario obtener e_7 entonces

$$e_5 - e_6 - e_7 = 0$$

Donde e_5 está dada por relación $f_4 = \frac{1}{n} e_5$

Despejando e_7 y sustituyendo el valor de e_5 con la relación de transformación del girador obtenemos.

$$e_7 = n f_4 - e_6$$

En la ecuación anterior se observa que el f_4 está en un bond inactivo se cambia por f_3

$$e_7 = n f_3 - e_6$$

Con la ecuación anterior obtenida de llena la siguiente fila de la matriz S.

3.4 Obtención directa del modelo de un sistema físico en variables de estado, utilizando la representación en Bond Graph del motor de CD

Ahora con los datos obtenidos del sistema y los valores propuestos de los componentes se procede a encontrar las variables de estado de las ecuaciones (2.25) a (2.31).

Como primer paso es obtener la matriz $M = (I - L S_{22})^{-1} L$ pero el circuito en análisis la submatriz $S_{22}=0$ entonces por lo tanto $M=L$

Los valores propuestos para el modelado del motor de CD son:

$$R_a = 0.1\Omega, R_b = 1.5\Omega, L_a = 0.01 H, L_b = 4H, n=0.1, V_a = 10V$$

$$M=L = \begin{bmatrix} R_a & 0 \\ 0 & R_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 1.5 \end{bmatrix}; F = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_a} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{0.01} & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$$

También se debe de tener una matriz identidad del tamaño de la matriz M

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Para obtener las variables de estado también están constituidos por todos los submatrices de la matriz S.

$$S_{11} = \begin{bmatrix} 0 & -n \\ n & 0 \end{bmatrix} \quad S_{12} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad S_{13} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$S_{21} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad S_{22} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad S_{23} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$S_{31} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \quad S_{32} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix} \quad S_{33} = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

Para la matriz A de la ecuación (2.26).

$$A = (S_{11} + S_{12}MS_{21})F$$

Hacienda operaciones con las matrices obtenemos el valor de la matriz A

$$A = \begin{bmatrix} -10 & -40 \\ 10 & -0.375 \end{bmatrix}$$

Para la matriz B de la ecuación (2.27).

$$B = (S_{13} + S_{12}MS_{23})$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Para la matriz C de la ecuación (2.28).

$$C = (S_{31} + S_{32}MS_{21})F$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Para la matriz D de la ecuación (2.29).

$$D = (S_{33} + S_{32}MS_{23})$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

A continuación es necesario hacer algunas operaciones con las matrices de estado para poder llegar a las ganancias que se necesitan para el observador.

$$\begin{aligned}
 (\mathbf{A-LC}) &= \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{11} & \mathbf{a}_{12} \\ \mathbf{a}_{21} & \mathbf{a}_{22} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{L}_1 \\ \mathbf{L}_2 \end{bmatrix} [\mathbf{C}_1 \quad \mathbf{C}_2] \\
 &= \begin{bmatrix} -10 & -40 \\ 10 & -0.375 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{L}_1 \\ \mathbf{L}_2 \end{bmatrix} [0 \quad 1] \\
 &= \begin{bmatrix} -10 & -\mathbf{L}_1 - 40 \\ 10 & \mathbf{L}_2 - 0.375 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

El siguiente paso es colocar una matriz de identidad para después restarle al resultado anterior obtenida.

$$\lambda - (\mathbf{A-LC}) = \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -10 & -\mathbf{L}_1 - 40 \\ 10 & \mathbf{L}_2 - 0.375 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda + 10 & \mathbf{L}_1 + 40 \\ -10 & \lambda + \mathbf{L}_2 + 0.375 \end{bmatrix}$$

Con el resultado anterior se obtiene la determinante de $\lambda - (\mathbf{A-LC})$

$$\text{Det}(\lambda - (\mathbf{A-LC})) = 10.375\lambda + 10.0\mathbf{L}_1 + 10.0\mathbf{L}_2 + \lambda^2 + \lambda\mathbf{L}_2 + 403.75$$

Se propone un polinomio característico para objeto de estudio

$$(\lambda+2)(\lambda+3) = 0$$

Sus respectivos raíces del polinomio son: -2, -3

$$\lambda^2 + 5\lambda + 6 = 0 \quad \text{este es el polinomio deseado}$$

Se factoriza el resultado de la determinante $\lambda - (\mathbf{A-LC})$ y se le introduce al polinomio característico quedando de la siguiente manera:

$$\lambda^2 + \lambda(\mathbf{L}_2 + 10.375 = 5) + (10.0\mathbf{L}_1 + 10.0\mathbf{L}_2 + 403.75 = 6)$$

Con el resultado anterior obtenido se vuelve a introducir en una matriz para poder calcular su inversa.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{L}_1 & \mathbf{L}_2 \\ \mathbf{L}_1 & \mathbf{L}_2 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 10 & 10 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & \frac{1}{10} \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -1 & \frac{1}{10} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 - 10.375 \\ 6 - 403.75 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -34.4 \\ -5.375 \end{bmatrix}$$

Con el producto anterior de matrices se obtienen los valores de las L'S

$$\begin{bmatrix} L_1 = -34.4 \\ L_2 = -5.375 \end{bmatrix}$$

Con los valores de las L'S obtenidas es necesario introducirla nuevamente en la siguiente operación

$$\lambda \cdot (\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C}) = \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -10 & -5.6 \\ 10 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda + 10 & 5.6 \\ -10 & 5 \end{bmatrix}$$

A la matriz anterior se le saca la determinante

$$\text{Det} = \lambda^2 + 5.0\lambda + 6.0$$

Del resultado de la determinante se le obtiene las raíces que se usaran para el cálculo de las ganancias para el sistema. $\begin{bmatrix} -2 \\ -3 \end{bmatrix}$

Finalmente las raíces son las ganancias del sistema pero es necesario tomar en cuenta la **tabla 2.3** causalidades del GY para poder introducir las ganancias.

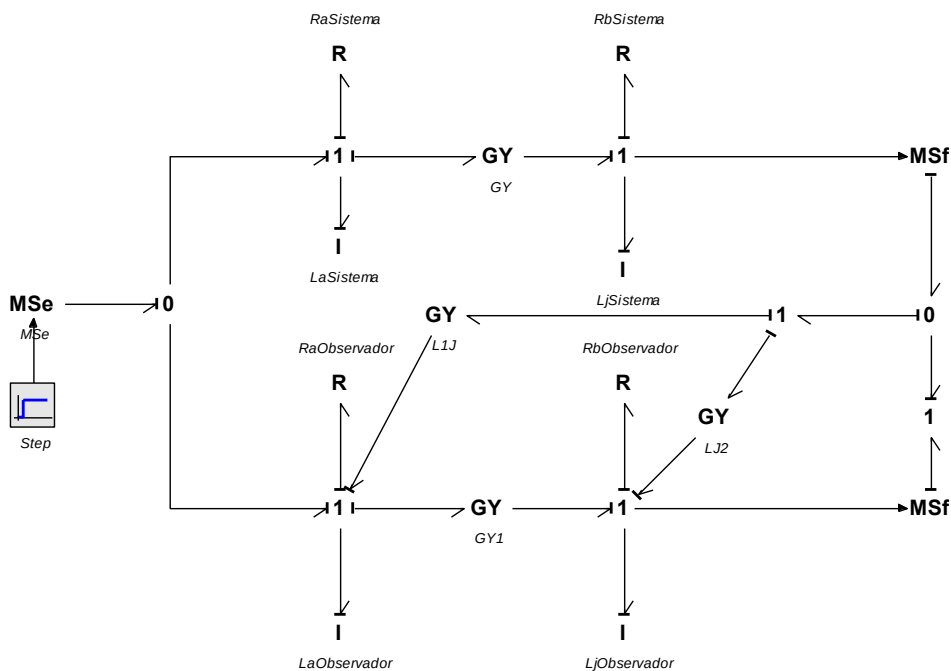


Figura 3.5 Representación en Bond Graph del motor de CD y sus ganancias del observador de estado.

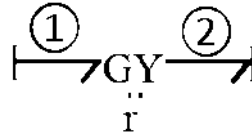


Figura 3.6 Causalidades del girador del motor de CD.

El sistema como se muestra en la figura 3.5 se va a analizar se considerará las causalidades toma el girador si en el girador tiene las casualidades como se muestra en la figura 3.6 entonces tendrán las siguientes relaciones:

- ❖ $e_1 = r f_2$ La ganancia L se introduce de forma normal como se obtuvo en el cálculo.
- ❖ $e_2 = r f_1$ La ganancia L se introduce de forma invertida como se obtuvo en el cálculo es decir $L^{-1} = \frac{1}{L}$.

Entonces para las ganancias que se emplearán para el observador

- Para **ganancia_1** $= L^{-1} = \frac{1}{L} = \frac{1}{-2} = -0.5$
- Para **ganancia_2** $= L^{-1} = \frac{1}{L} = \frac{1}{-3} = -0.3333333333$

3.5 Ejemplo de determinación de observabilidad en un circuito eléctrico mediante Bond Graph.

En la figura 3.7 muestra un diagrama de un circuito eléctrico.

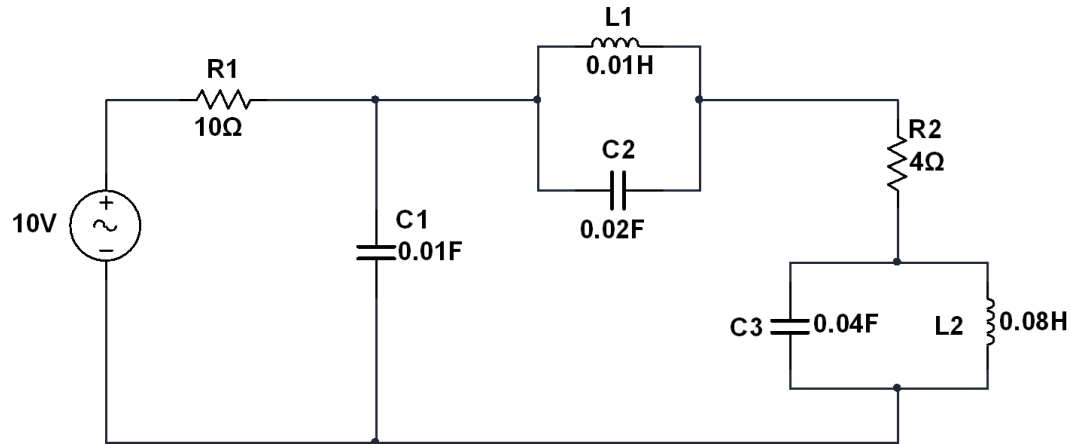


Figura 3.7 Diagrama esquemático de un circuito eléctrico.

El paso siguiente cuando ya se tenga el modelado en Bond Graph como se muestra en la figura 3.8 a cada bond es enumerado y se indica la dirección de los flujos y esfuerzos.

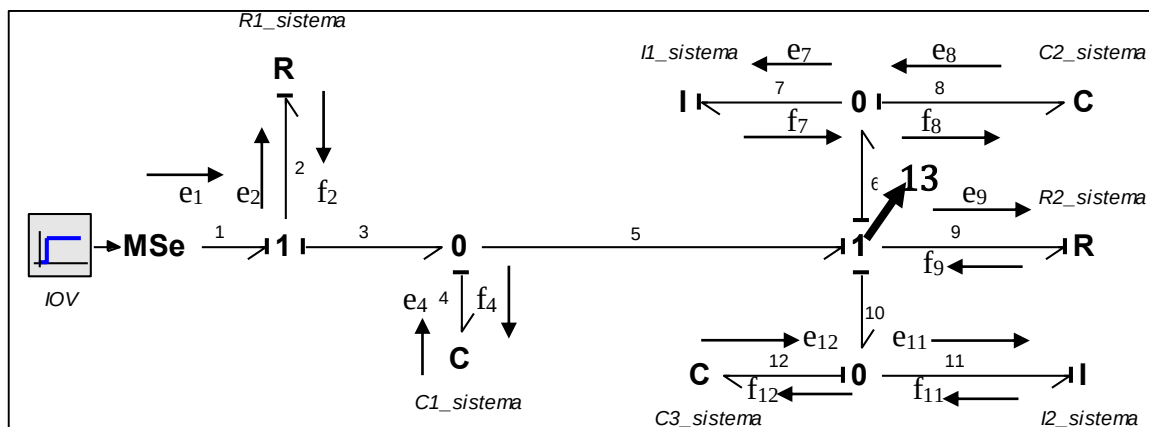


Figura 3.8 Bond Graph de un circuito eléctrico.

A continuación se procede a la obtención de sus vectores clave y las relaciones constitutivas:

Vectores clave

$$U_1 = e_1 \quad y = [f_{13}]$$

Salidas e, f. Entradas de e, f.

$$\mathbf{D}_{in} = \begin{bmatrix} e_2 \\ e_9 \end{bmatrix} ; \quad \mathbf{D}_{out} = \begin{bmatrix} f_2 \\ f_9 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} q_4 \\ p_7 \\ q_8 \\ p_{11} \\ q_{12} \end{bmatrix} ; \quad \dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} f_4 \\ e_7 \\ f_8 \\ e_{11} \\ f_{12} \end{bmatrix} ; \quad \mathbf{z} = \begin{bmatrix} e_4 \\ f_7 \\ e_8 \\ f_{11} \\ e_{12} \end{bmatrix}$$

Las relaciones constitutivas

De la ecuación (2.20) la incógnita **L** tiene que ser definida a partir de las matrices **D_{in}** y **D_{out}** las cuales ya se obtuvieron en el paso anterior.

Por lo tanto la ecuación queda de la siguiente manera.

$$\mathbf{D}_{out} = \mathbf{L} \mathbf{D}_{in} \quad \begin{bmatrix} f_2 \\ f_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_2 \\ e_9 \end{bmatrix}$$

Ahora se determina la **F** de la ecuación (2.19)

$$\mathbf{Z} = \mathbf{F} \mathbf{X} \quad \begin{bmatrix} e_4 \\ f_7 \\ e_8 \\ f_{11} \\ e_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{c_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{c_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{L_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{c_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_4 \\ p_7 \\ q_8 \\ p_{11} \\ q_{12} \end{bmatrix}$$

A continuación tomaremos la matriz de estructura unión la ecuación (2.21) y procedemos a completarla.

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \mathbf{D}_{in} \\ \mathbf{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{z} \\ \mathbf{D}_{out} \\ \mathbf{u} \end{bmatrix}$$

Completando la matriz anterior:

$$\begin{bmatrix} f_4 \\ e_7 \\ f_8 \\ e_{11} \\ f_{12} \\ e_2 \\ e_9 \\ f_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_4 \\ f_7 \\ e_8 \\ f_{11} \\ e_{12} \\ f_2 \\ f_9 \\ e_1 \end{bmatrix}$$

Cada uno de los elementos de las submatrices de la matriz S son definidos a partir de las siguientes definiciones.

El paso siguiente es obtener el valor de los elementos de la primera fila de la matriz S.

Para ello es necesario despejar la variable f_4 la localizamos en el circuito mostrado figura 3.8 para obtener las ecuaciones.

Los flujos en esta unión donde se localiza el f_4 son:

$$f_3 - f_5 - f_4 = 0 \text{ despejando } f_4$$

$$f_4 = f_3 - f_5$$

Pero en la ecuación anterior obtenida los flujos f_3 y f_5 se encuentran en un bond inactivo (bond que no conectan ningún elemento solo conectan entre uniones) lo cual es necesario enlazar los flujos a una unión donde en bond está activo estos se encuentran hacia los costados de esta unión con la anterior explicada se obtienen las siguientes ecuaciones: $f_1 = f_2 = f_3$ y $f_5 = f_6 = f_9 = f_{10}$

Eligiendo los bond activos ahora procedemos a sustituir en la ecuación obtenida.

Donde f_5 está en un bond inactivo se cambia f_5 por f_9 y f_3 se cambia por f_2

Quedando finalmente la ecuación de la siguiente manera:

$$f_4 = f_2 - f_9$$

Con la ecuación anterior se llena la primera fila de la matriz S.

Completando la segunda fila de la matriz S en esta la variable e_7 se puede observar en la figura 3.8 el esfuerzo entra en una unión 0 donde todos los esfuerzos son iguales descrita ecuación (2.4) para nuestro caso $e_7 = e_8 = e_6$ tomando sólo los Bonds activos queda de la siguiente manera $e_7 = e_8$.

Para la tercera fila de la matriz S se despeja f_8 de la ecuación siguiente:

$f_6 - f_7 - f_8 = 0$, por lo tanto, $f_8 = f_6 - f_7$ se observa que f_6 se encuentra en un bond inactivo es necesario tomar el flujo donde el bond es activo quedando $f_8 = f_9 - f_7$

Para la cuarta fila de la matriz S se debe despejar e_{11} de la ecuación siguiente:

$e_{10} = e_{11} = e_{12}$ todos los esfuerzos están en una unión-0 y se toma los esfuerzos donde el bond es activo quedando de la siguiente manera $e_{11} = e_{12}$.

Para la quinta fila de la matriz S en esta debe despejar a f_{12} que está en una unión-0 la ecuación que se obtiene es: $f_{10} - f_{11} - f_{12} = 0$ despejando $f_{12} = f_{10} - f_{11}$ pero f_{10} está en un bond inactivo es necesario cambiar f_{10} por f_9 quedando de la siguiente manera $f_{12} = f_9 - f_{11}$.

Para la sexta fila de la matriz S en esta debe despejar a e_2 de la siguiente ecuación obtenida $e_1 - e_2 - e_3 = 0$ quedando $e_2 = e_1 - e_3$ pero e_3 se encuentra en un bond inactivo por que se cambia por $-e_4$ quedando de la siguiente manera $e_2 = e_1 - e_4$

Para la séptima fila de la matriz S en esta debe despejar a e_9 de la siguiente ecuación obtenida $e_5 - e_6 - e_9 - e_{10} = 0$ despejando a e_9 quedando de la siguiente manera

$e_9 = e_5 - e_6 - e_{10}$ pero e_5 , e_6 y e_{10} están en un bon inactivo por lo que necesario tomar los Bonds activos quedando de la siguiente manera $e_9 = e_4 - e_8 - e_{12}$.

Para la octava y última fila es una salida del sistema y es de flujo y está en una unión-1 Se toma el mismo valor de flujo de los componente que esta conectados en esta unión y debe de estar en un bond activo por lo que se toma el de f_9 ya que es la única que está conectada a un bond activo.

3.6 Obtención directa del modelo de un sistema físico en variables de estado, utilizando la representación de Bond Graph del circuito.

Ahora con los datos obtenidos del sistema y los valores de los componentes se procede a encontrar las variables de estado de las ecuaciones (2.25) a (2.31).

Como primer paso es obtener la matriz $M = (I - LS_{22})^{-1}L$ pero el circuito en análisis la submatriz $S_{22}=0$ entonces por lo tanto $M=L$

$$M=L=\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{10} & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} \end{bmatrix}; \quad F=\begin{bmatrix} \frac{1}{C_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_2} & \frac{1}{L_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_1} & \frac{1}{L_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{L_2} & \frac{1}{C_3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{0.01} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{0.02} & \frac{1}{0.1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 & \frac{1}{0.08} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{0.08} & \frac{1}{0.04} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{0.04} \end{bmatrix}$$

También, se debe de tener una matriz identidad del tamaño de la matriz M

$$I=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Para obtener las variables de estado también están constituidos por todos los submatrices de la matriz S.

$$S_{11}=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad S_{12}=\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad S_{13}=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$S_{21}=\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad S_{22}=\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad S_{23}=\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$S_{31}=[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \quad S_{32}=[0 \ 1] \quad S_{33}=[0]$$

Para la matriz A de la ecuación (2.26)

$$A=(S_{11}+S_{12}MS_{21})F$$

Hacienda operaciones con las matrices obtenemos el valor de la matriz A

$$A = \begin{bmatrix} -35 & 0 & 2.5 & 0 & 6.25 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 25 & -50 & -2.5 & 0 & -6.25 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 25 \\ 25 & 0 & -2.5 & -12.5 & -6.25 \end{bmatrix}$$

Para la matriz B de la ecuación (2.27)

$$B = (S_{13} + S_{12}MS_{23})$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{1}{10} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Para la matriz C de la ecuación (2.28).

$$C = (S_{31} + S_{32}MS_{21})F$$

$$C = [25 \quad 0 \quad -2.5 \quad 0 \quad -6.25]$$

Para la matriz D de la ecuación (2.29).

$$D = (S_{33} + S_{32}MS_{23})$$

$$D = [0]$$

Ahora se harán operaciones para las ganancias del observador.

$$\begin{aligned} (A-LC) &= \begin{bmatrix} -35 & 0 & 2.5 & 0 & 6.25 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 25 & -50 & -2.5 & 0 & -6.25 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 25 \\ 25 & 0 & -2.5 & -12.5 & -6.25 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \\ L_4 \\ L_5 \end{bmatrix} [25.00 \quad -2.50 \quad -6.25] \\ &= \begin{bmatrix} -25L_1 - 35 & 0 & 2.5L_1 + 25 & 0 & 6.25L_1 + 6.25 \\ -25L_2 & 0 & 2.5L_2 + 10 & 0 & 6.25L_2 \\ 25 - 25L_3 & -50 & 2.5L_3 - 2.5 & 0 & 6.25L_3 - 6.25 \\ -25L_4 & 0 & 2.5L_4 & 0 & 6.25L_4 + 25 \\ 25 - 25L_5 & 0 & 2.5L_5 - 2.5 & -12.5 & 6.25L_5 - 6.25 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

El siguiente paso es colocar una matriz de identidad para después restarle al resultado anterior obtenida.

$$\lambda-(\mathbf{A}-\mathbf{LC}) = \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -25L_1 - 35 & 0 & 2.5L_1 + 25 & 0 & 6.25L_1 + 6.25 \\ -25L_2 & 0 & 2.5L_2 + 10 & 0 & 6.25L_2 \\ 25 - 25L_3 & -50 & 2.5L_3 - 2.5 & 0 & 6.25L_3 - 6.25 \\ -25L_4 & 0 & 2.5L_4 & 0 & 6.25L_4 + 25 \\ 25 - 25L_5 & 0 & 2.5L_5 - 2.5 & -12.5 & 6.25L_5 - 6.25 \end{bmatrix}$$

Con el resultado anterior se obtiene la determinante de $\lambda-(\mathbf{A}-\mathbf{LC})$

Determinante $\lambda-(\mathbf{A}-\mathbf{LC})$

$$\begin{aligned} &= 1.9531 \times 10^5 \lambda + 3.9063 \times 10^6 L_1 + 3.9063 \times 10^5 L_2 + 3.9063 \times 10^5 L_4 + 32344. \lambda^2 + 900.0 \\ &\lambda^3 + 43.75 \lambda^4 + \lambda^5 + 39063. \lambda L_2 - 7812.5 \lambda L_3 + 39063. \lambda L_4 - 31250.0 \lambda L_5 \\ &+ 20313. \lambda^2 L_1 + 1250.0 \lambda^2 L_2 - 781.25 \lambda^2 L_3 + 125.0 \lambda^3 L_2 + 25.0 \lambda^4 L_1 + 781.25 \lambda^2 L_4 - 25.0 \lambda^3 L_3 \\ &- 3125.0 \lambda^2 L_5 + 78.125 \lambda^3 L_4 - 2.5 \lambda^4 L_3 - 62.5 \lambda^3 L_5 - 6.25 \lambda^4 L_5 + 5.4688 \times 10^6 \end{aligned}$$

Se propone un polinomio característico para objeto de estudio

$$(\lambda+2)(\lambda+4)(\lambda+5)(\lambda+6)(\lambda+8) = \lambda^5 + 25\lambda^4 + 240\lambda^3 + 1100\lambda^2 + 2384\lambda + 1920$$

Sus respectivos raíces del polinomio son: **-2,-4,-5,-6,-8**

Se factoriza el resultado de la determinante $\lambda-(\mathbf{A}-\mathbf{LC})$ y se le introduce al polinomio característico quedando de la siguiente manera:

$$+\lambda^5 + \lambda^4 (+25.0L_1 - 2.5L_3 - 6.25L_5 + 43.75 = 25)$$

$$\lambda^3 (+125.0L_2 - 25.0L_3 + 78.125L_4 - 62.5L_5 + 900.0 = 240)$$

$$\lambda^2 (+20313.L_1 + 1250.0L_2 - 781.25L_3 + 781.25L_4 - 3125.0L_5 + 32344. = 1100)$$

$$\lambda (+39063.L_2 - 7812.5L_3 + 39063.L_4 - 31250.0L_5 + 1.9531 \times 10^5 = 2384)$$

$$+ (3.9063 \times 10^6 L_1 + 3.9063 \times 10^5 L_2 + 3.9063 \times 10^5 L_4 + 5.4688 \times 10^6 = 1920)$$

Con el resultado anterior obtenido se vuelve a introducir en una matriz para poder calcular su inversa.

$$\begin{bmatrix} 25 & 0 & -2.5 & 0 & -6.25 \\ 0 & 125 & -25 & 78.125 & -62.5 \\ 20313 & 1250 & -781.25 & 781.25 & -3125 \\ 0 & 39063 & -7812.5 & 39063 & -31250 \\ 3.9063 \times 10^6 & 3.9063 \times 10^5 & 0 & 3.9063 \times 10^5 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} 25 - 43.75 \\ 240 - 900 \\ 1100 - 32344 \\ 2384 - 1.9531 \times 10^5 \\ 1920 - 54688 \times 10^6 \end{bmatrix}$$

Con el producto anterior de matrices se obtienen los valores de las L'S

$$\begin{bmatrix} L_1 = -1.0003 \\ L_2 = -8.7617 \\ L_3 = -14.567 \\ L_4 = 4.77000 \\ L_5 = 4.82530 \end{bmatrix}$$

Con los valores de las L'S obtenidas es necesario introducirla nuevamente en la siguiente operación $\lambda-(A-LC)$

$\lambda-(A-LC) =$

$$\begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -35 & 0 & 2.5 & 0 & 6.25 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 25 & -50 & -2.5 & 0 & -6.25 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 25 \\ 25 & 0 & -2.5 & -12.5 & -6.25 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1.0003 \\ -8.7617 \\ -14.567 \\ 4.77000 \\ 4.82530 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 25 & 0 & -2.5 & 0 & -6.25 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \lambda + 9.9925 & 0 & 0.00075 & 0 & 1.875 \times 10^{-3} \\ -219.04 & \lambda & 11.904 & 0 & 54.761 \\ -389.18 & 50 & \lambda + 38.918 & 0 & 97.294 \\ 119.25 & 0 & -11.925 & \lambda & -54.813 \\ 95.633 & 0 & -9.5633 & 12.5 & \lambda - 23.908 \end{bmatrix}$$

Ala matriz anterior se le saca la determinante

$$\text{Det} = 1.0000\lambda^5 + 25.003\lambda^4 + 240.06\lambda^3 + 1101.0\lambda^2 + 2407.0\lambda + 2146.7$$

Del resultado de la determinante se le obtiene las raíces que se usaran para el cálculo de las ganancias para el sistema.

$$\begin{bmatrix} -8.3747 \\ -6.0815 + 1.7648 i \\ -6.0815 - 1.7648 i \\ -2.2326 - 1.1865 i \\ -2.2326 + 1.1865 i \end{bmatrix}$$

Finamente, tomando sólo la parte real de las raíces son las ganancias del sistema pero es necesario tomar en cuenta la tabla 2.3 causalidades de los TF y GY para poder introducir las ganancias según sea el caso:

Caso 1:

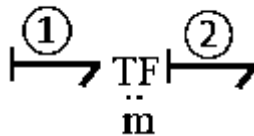


Figura 3.9 Causalidad en el transformador.

Si en el transformador tiene las casualidades de la siguiente forma como se muestra en la figura 3.9 entonces tendrán las siguientes relaciones:

- ❖ $e_1 = m e_2$ La ganancia L se introduce de forma normal como se obtuvo en el cálculo.
- ❖ $f_2 = m f_1$ La ganancia L se introduce de forma invertida como se obtuvo en el cálculo es decir $L^{-1} = \frac{1}{L}$.

Caso 2:

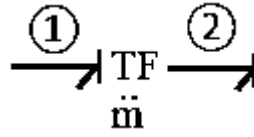


Figura 3.10 Causalidad en el transformador.

Si en el transformador tiene las casualidades de la siguiente forma como se muestra en la figura 3.10 entonces tendrán las siguientes relaciones:

- ❖ $f_2 = mf_1$ La ganancia L se introduce de forma normal como se obtuvo en el cálculo.
- ❖ $e_1 = me_2$ La ganancia L se introduce de forma invertida como se obtuvo en el cálculo es decir $L^{-1} = \frac{1}{L}$.

Caso 3:

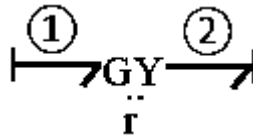


Figura 3.11 Causalidad en el girador.

Si en el girador tiene las casualidades de la siguiente forma como se muestra en la figura 3.11 entonces tendrán las siguientes relaciones:

- ❖ $e_1 = rf_2$ La ganancia L se introduce de forma normal como se obtuvo en el cálculo.
- ❖ $e_2 = rf_1$ La ganancia L se introduce de forma invertida como se obtuvo en el cálculo es decir $L^{-1} = \frac{1}{L}$.

Caso 4:

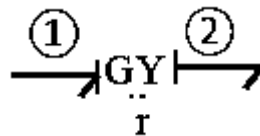


Figura 3.12 Causalidad en el girador.

Si en el girador tiene las casualidades de la siguiente forma como se muestra en la figura 3.12 entonces tendrán las siguientes relaciones

- ❖ $e_2 = rf_1/r$ La ganancia L se introduce de forma normal como se obtuvo en el cálculo.
- ❖ $f_2 = re_1$ La ganancia L se introduce de forma invertida como se obtuvo en el cálculo es decir $L^{-1} = \frac{1}{L}$.

En la figura 3.13 se muestra diagrama en Bond Graph de un circuito eléctrico la cual tiene cinco ganancias y estas caen en los casos 1 y 2.

- Para **ganancia_1** $= L^{-1} = \frac{1}{L} = \frac{1}{-8.3747} = -0.1194072623$
- Para **ganancia_2** $= L^{-1} = \frac{1}{L} = \frac{1}{-6.0815} = -0.1644331168$
- Para **ganancia_3** $= L^{-1} = \frac{1}{L} = \frac{1}{-6.0815} = -0.1644331168$
- Para **ganancia_4** $= L^{-1} = \frac{1}{L} = \frac{1}{-2.2326} = -0.4479082684$
- Para **ganancia_5** $= L^{-1} = \frac{1}{L} = \frac{1}{-2.2326} = -0.4479082684$

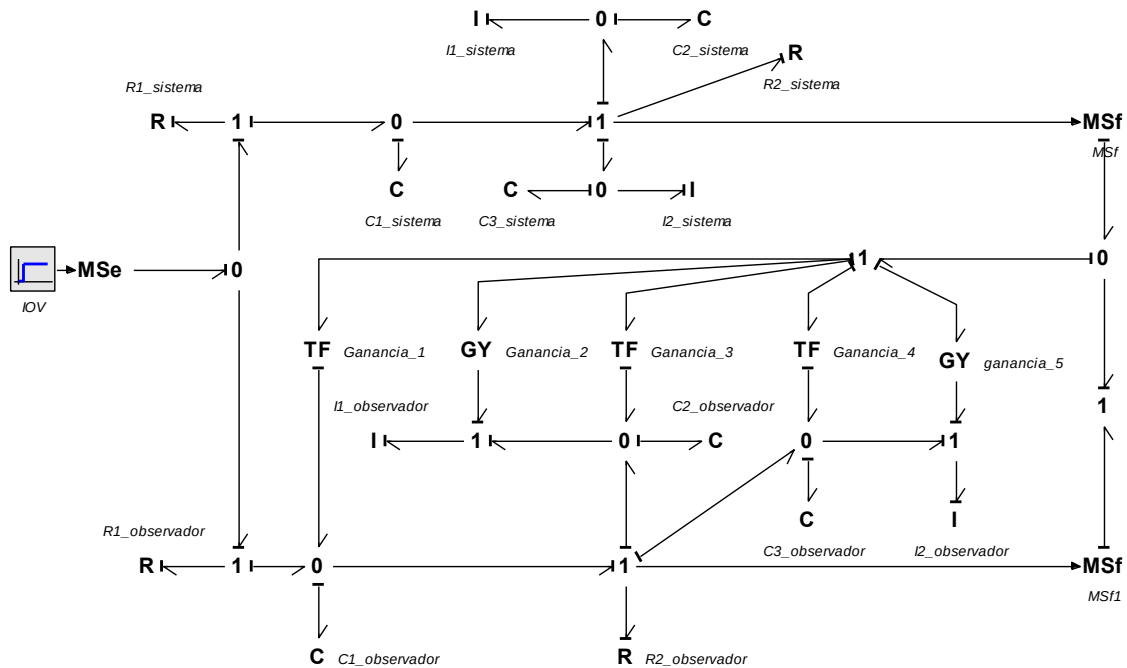


Figura 3.13 Diagrama en Bond Graph de un circuito eléctrico con sus correspondientes ganancias para el observador de estado.

Capítulo 4

Detección de fallas en Bond Graph

4.1 Introducción

Las fallas son comunes en los sistemas debido a algún cambio en los componentes que tienden a cambiar la respuesta de salida por eso es necesario tener algo que constantemente este monitoreando que permita mostrar esa falla, a continuación se presenta un software 20-SIM que es capaz de monitorear las fallas en un sistema introduciendo observadores de estado a partir de su modelado en Bond Graph, en este capítulo se dará a conocer resultados obtenidos de los sistemas que se analizaron a detalle en el capítulo 3 y su simulación en el programa 20-SIM .

4.2 El software 20-SIM para simulación de sistemas en Bond Graph

20-sim es un programa de modelado y simulación que funciona en la plataforma de Windows. Con 20-sim, usted podrá simular el comportamiento de sistemas dinámicos, como sistemas eléctricos, mecánicos, hidráulicos y cualquier combinación de estos.

20-sim soporta completamente el modelaje gráfico, de manera que se pueden diseñar y analizar sistemas dinámicos de manera muy intuitiva, sin tener que comprometer la potencia del equipo. 20-sim también funciona con el uso de componentes, lo cuál le permite modelar sistemas como si fuesen bosquejos de problemas de ingeniería.

Al escoger los componentes que necesita de librería, los podrá concatenar para reconstruir su diagrama de ingeniería como se muestra en la figura4.1, sin tener que escribir una sola línea de matemáticas.

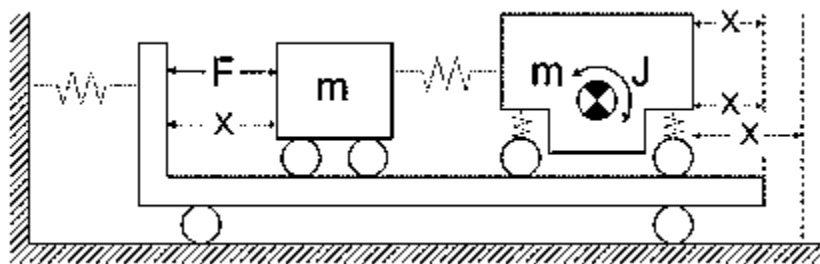


Figura 4.1 Diagrama de ingeniería.

Directamente al modelo, parte por parte como se muestra en la figura 4.2

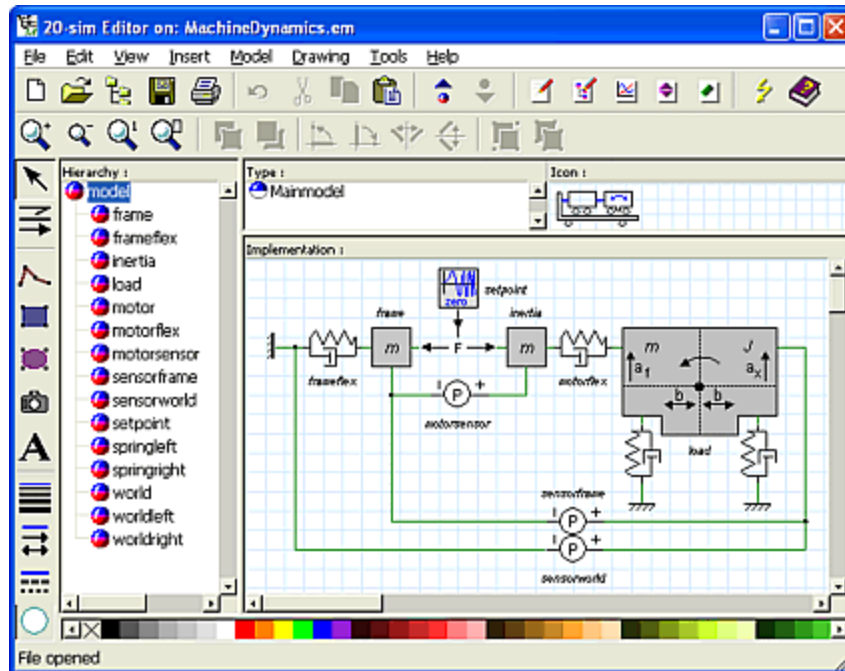


Figura 4.2 Modelado de un sistema en 20-SIM.

4.2.1 Características generales

- ❖ Tanto el modelo (formato .emx en 20-sim 3.x) como el experimento (formato .exp en 20sim 3.x) han sido integrados en un único archivo. Para distinguir este archivo de archivos de versiones antiguas de 20-sim, la extensión de formato utilizada es .emx.
- ❖ 20-sim ahora es compatible y corre con mayor eficiencia sobre la plataforma Windows Vista.
- ❖ Usted tiene la posibilidad de cambiar el lenguaje utilizado en la interfaz.

4.2.2 Editor

- ❖ Ahora los modelos pueden tener múltiples implementaciones.
- ❖ Reemplazo automático de modelos.
- ❖ Con el comando Find en el menú de Editor, usted podrá buscar a través del modelo completo.

4.2.3 Simulador

- ❖ Las gráficas adicionales ahora poseen sus propios menús y botones.
- ❖ El comando Export ahora le permite exportar gráficos, parámetros, archivos de datos, etc.

4.2.4 Librería

- La librería ha sido reorganizada en cuatro grupos:
 - ⊕ Librería: todos los bloques de construcción.
 - ⊕ Ejemplos: Ejemplos de modelos que usted puede crear en 20-sim.
 - ⊕ Tutoriales: Tutoriales acerca de cajas de herramientas y trucos.
 - ⊕ Getting Started: todos los modelos del Manual para Principiantes.
- Ahora puede agregar sus propias librerías (folders de Windows) para poder utilizarlas en sus modelos.
- Se han agregado nuevos modelos a la librería.
- Ahora la función linsolve (solución lineal) posee métodos opcionales (lu, gr, cholesky, gmres).
- Varios modelos han sido integrados para lograr implementaciones múltiples.

4.2.5 Toolbox de Mecánica en 3D

- Ahora se pueden agregar estructuras que sean completamente independientes una de la otra.

Toolbox de Mecatrónica

- Un nuevo ayudante (Motion Profile Wizard) se ha puesto a su disposición de manera que usted tenga mayor libertad al crear perfiles de movimiento.

4.3 Primer caso de estudio

Como primer caso de estudio es el sistema que se analizó en el capítulo 3 el motor de CD como se muestra en la figura 3.4, pero en este capítulo se implementará un observador de estado sobre dicho sistema como se muestra en la figura 4.3 modelo de Bond Graph de un motor de cd con el observador de estado.

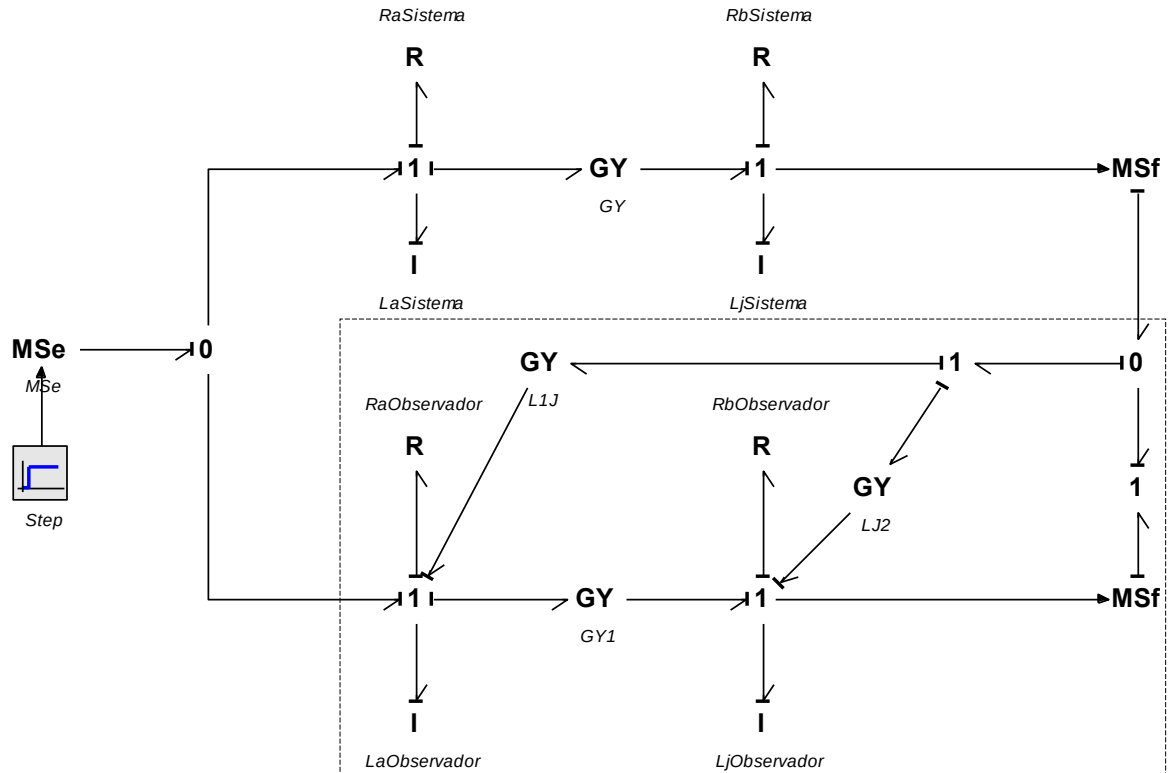


Figura 4.3 Modelo del motor de CD con observador de estado en bond Graph.

En la figura 4.3 Los valores propuestos para los elementos del motor de CD son exactamente iguales para los elementos del observador con excepción de las ganancias que estas se calcularon en la sección 3.4.

4.3.1 Comportamiento del sistema original y observador

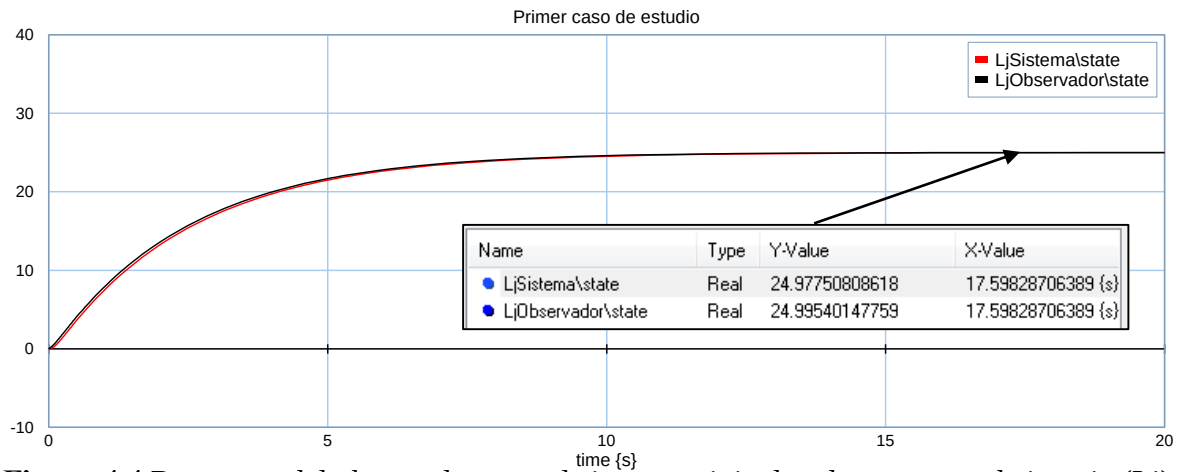


Figura 4.4 Respuesta del observador ante el sistema original en la constante de inercia (L_j).

En la figura 4.4 muestra el estado de la constante de inercia del motor de CD (L_j) cuando el tiempo tiende a infinito la diferencia entre el estado real y el estado estimado el error es igual a cero, se aprecia el comportamiento y la estabilidad del sistema, el observador está haciendo bien su trabajo, dada cualquier condición inicial, el sistema tenderá a un error cero. Tanto el polinomio propuesto y las ganancias calculadas para el observador son buenos y no hace que el sistema se desestabilice. Con condiciones iniciales 0.05 del observador con respecto al sistema original el error se hace cero, al final los dos sistemas poseen los mismos valores el retraso del observador es para darse cuenta que tiene que alcanzar al sistema original sin importar la condición inicial.

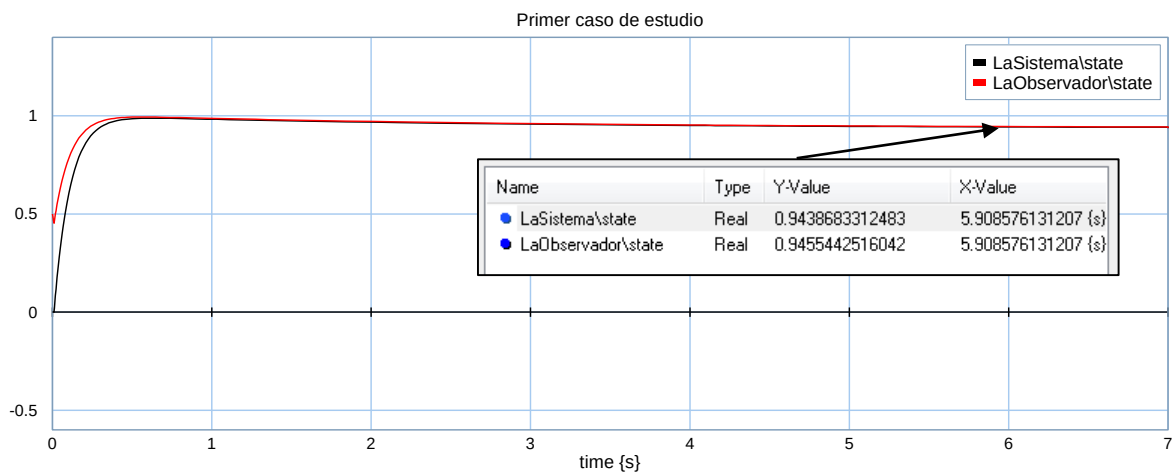


Figura 4.5 Respuesta del observador ante el sistema original en la inductancia de armadura (L_a).

En la figura 4.5 al observador como en el caso anterior se dio condiciones iniciales 0.05 con respecto al sistema original el error se hace cero, ambos se estabilizan teniendo los mismos valores pero en se le aplico en la inductancia de armadura (L_a) del motor de CD.

4.3.2 Señal de error

Ahora es necesario conocer al elemento que se ocupará para poder introducir el error al sistema.

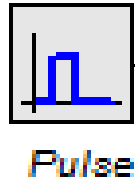


Figura 4.6 Bloque de pulso en 20-SIM.

En la figura 4.6 muestra el bloque para pulso en 20-SIM este elemento permitirá dar una señal de pulso a nuestra sistema que se denomina error representadas por el símbolo (Δ).

El bloque de pulso consta de un código que consta de tres partes, parámetros, variables, ecuaciones como se muestran en la figura 4.7.

```

Parameters
    real start time = 0 {s};
    real stop time = 0 {s};
    real amplitude = 0 {};
variables
    boolean hidden change;
equations
    "calculate at least at the start and stop time"
    change = timeevent (start_time) or timeevent (stop_time);
    "calculate the block signal"
    output = amplitude * (step (start_time) - step (stop_time));
  
```

Figura 4.7 Código Fuente de un bloque de pulso en 20-SIM.

En el parámetro donde se manipula el pulso en que segundo se desea que empieza y en que tiempo se detenga al igual se tiene que indicar la magnitud.

4.3.3 Error en la resistencia de armadura (Ra)

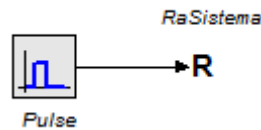


Figura 4.8 Diagrama $R_a + \Delta R_a$.

En la figura 4.8 ahora se inyectará un error al sistema es decir a R_a se le sumará $\Delta R_a = 0.05 \Omega$ dicho valor determina tanto en el parámetro de la amplitud del pulso misma que se le sumará al parámetro de la resistencia con el nombre del del1 quedando el código como se muestra a continuación:

Parámetros del pulso:

```
real start_time = 20.0 {s}; // Tiempo de inicio de simulación
real stop_time = 21.0 {s}; // Tiempo de fin de simulación
real amplitude = 0.05 {}; // amplitud del pulso
```

Parámetros de la resistencia:

```
real r = 0.1; // r es valor de la Resistencia
equations p.e = (r+del1)* p.f; // se suma del1 a r
```

Con los parametros ajustados se procede a la simulacion.

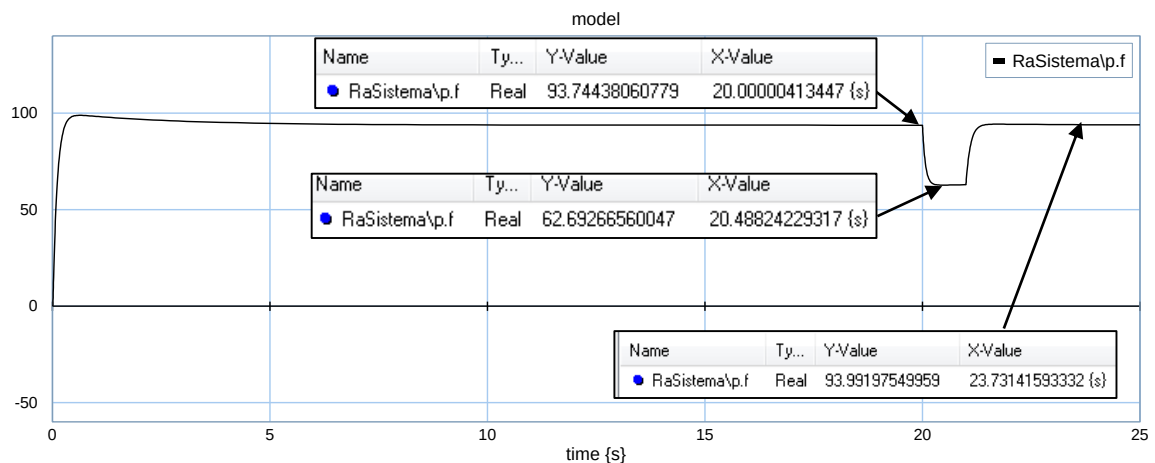


Figura 4.9 Error en el sistema cuando hay $(+\Delta R_a)$ en R_a .

En la figura 4.9 se observa cuando hay un incremento del valor de la resistencia de armadura del motor con un $\Delta R_a = 0.05 \Omega$ entonces el valor total de la resistencia total es de $R_a + \Delta R_a = 0.1 \Omega + 0.05 \Omega = 0.15 \Omega$ este valor sólo permanecerá durante un segundo en la simulación que será en el lapso 20 segundos a 21 segundos hay una caída de corriente de 93.74A a 62.69A una diferencia 31.05 A, después la resistencia regresa a su valor a su valor original y el sistema pasa nuevamente a ser estable con una corriente 93.99A.

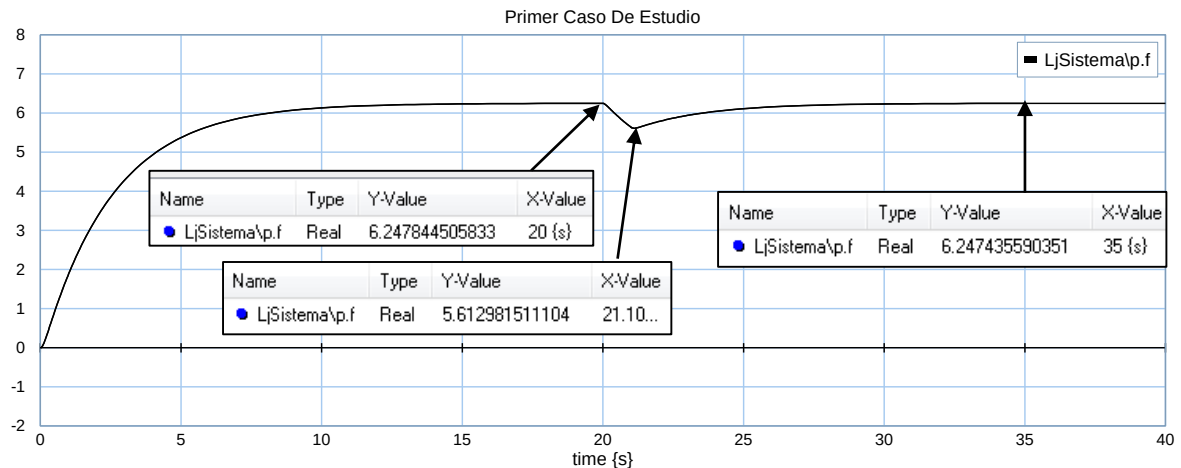


Figura 4.10 Velocidad en el motor cuando existe error (+ ΔR_a) en R_a .

En la figura 4.10 cuando hay un incremento en la resistencia de armadura de ΔR_a hay una desaceleración en el motor sufriendo disminución de velocidad de 6.24 rad/s a 5.61 rad/s una diferencia de 0.63 rad/s después de un segundo la resistencia de armadura retoma nuevamente sus valores originales el motor estabiliza su velocidad a 6.24 rad/s.

Error en la resistencia de armadura

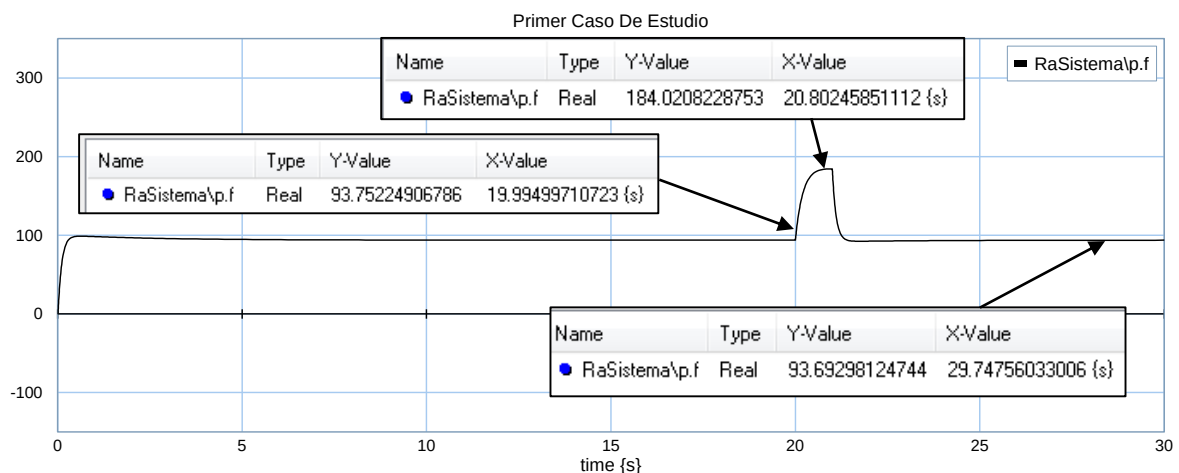


Figura 4.11 Gráfica de Corriente cuando existe error en el sistema de ($-\Delta R_a$) en R_a .

En la figura 4.11 se le hace un decremento en la resistencia original de la armadura del motor de cd con un $\Delta R_a = 0.05 \Omega$, quedando con una resistencia de $R_a - \Delta R_a = 0.1 - 0.05 = 0.05 \Omega$ se observa que hay un incremento de corriente de 93.75A a 184.020 A con una diferencia de 90.27 A comprendido entre los 20 segundos a 21 segundos de simulación después de un segundo con este valor de resistencia se regresa a su valor original y la corriente estabiliza nuevamente a 93.7A.

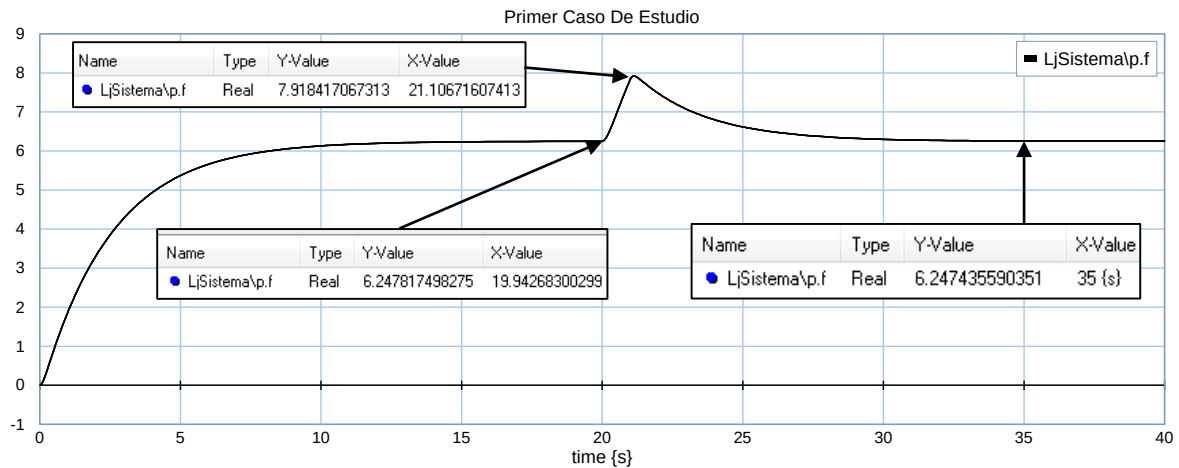


Figura 4.12 Gráfica de velocidad en el motor cuando existe error ($-\Delta R_a$) en R_a .

En la Figura 4.12 se muestra cuando hay un decremento en resistencia de armadura de $-\Delta R_a$ el motor sufre un aceleración y por lo tanto también incrementa su velocidad de 6.247 rad/s a 7.918 rad/s con una diferencia de 1.5 rad/s durante un segundo después el valor de la resistencia de armadura retoma nuevamente su valor original el motor estabiliza su velocidad de nuevo a 6.247 rad/s.

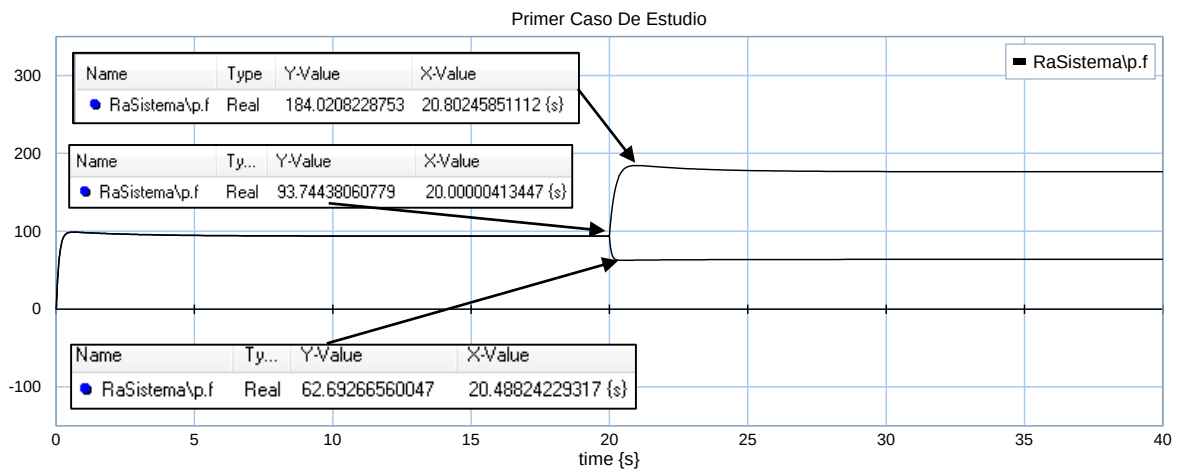


Figura 4.13 Gráfica de error permanente en Ra.

En la figura 4.13 se muestra cuando hay un error permanente de $+\Delta R_a$ la corriente disminuye en Ra será de constante de 62.69 A y con un error de $-\Delta R_a$ la corriente aumenta y es constante de 184.02 A en Ra.

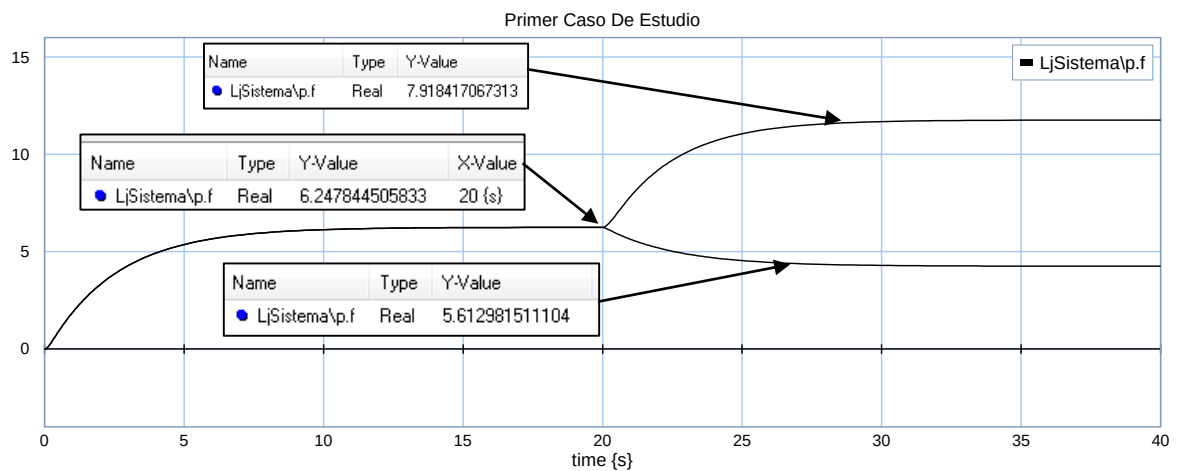


Figura 4.14 Gráfica de velocidad con error permanente Ra.

En la figura 4.14 se muestra cuando hay un error permanente de $+\Delta R_a$ la velocidad disminuye en (LJ) será de constante de 5.6 rad/s y con un error de $-\Delta R_a$ la velocidad aumenta y es constante de 7.9 rad/s en (LJ).

4.3.4 Error en la resistencia Rb (Fricción con el aire)

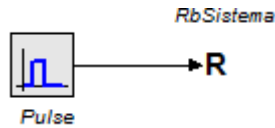


Figura 4.15 Diagrama Rb+ΔRb.

En la figura 4.15 ahora se inyectará un error al sistema es decir a Rb se le sumará $\Delta Rb=0.75\Omega$ llamada del2 se modifica los parámetros del pulso y de la resistencia Rb.

Parámetros del pulso:

```
real start_time = 20.0 {s}; // Tiempo de inicio de simulación
real stop_time = 21.0 {s}; // Tiempo de fin de simulación
real amplitude = 0.75 {}; //amplitud del pulso
```

Parámetros de la resistencia:

```
real r = 1.5; // r es valor de la Resistencia Rb
equations p.e = (r+del1)* p.f; //se suma del2 a r
```

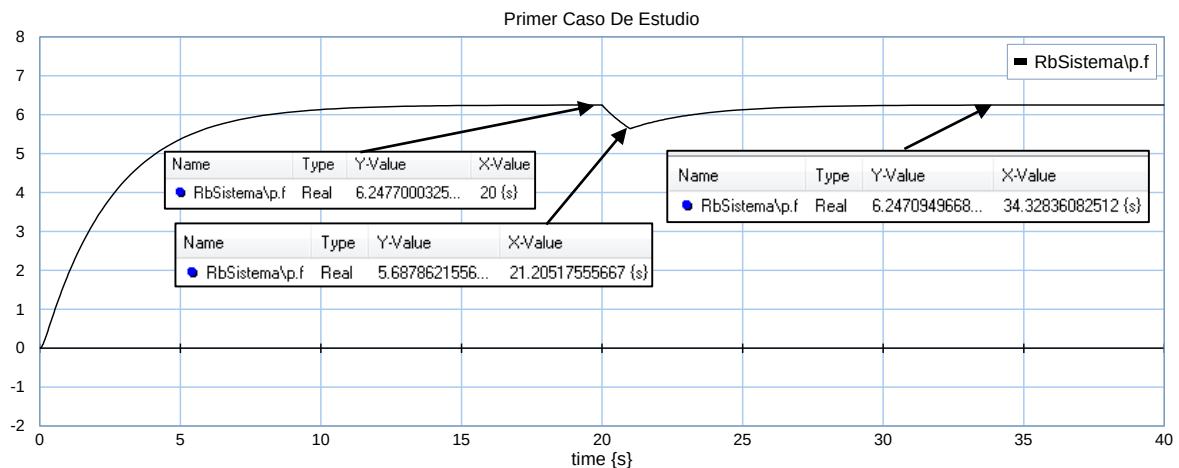


Figura 4.16 Gráfica de corriente en Rb con error (+ΔRb).

En la figura 4.16 se observa cuando se incrementa la resistencia con un $\Delta Rb=0.75\Omega$ haciendo un valor de la resistencia de $Rb+\Delta Rb=1.5+0.75=2.25\Omega$ durante un segundo en el lapso de tiempo de 20 a 21 segundo la corriente disminuye de 6.24A a 5.68A hay una caída 0.56A trasncueriendo los un segundo la corriente se estabiliza nuevamente por que el valor de Rb regresa a su valor original y la corriete final es de 6.24A .

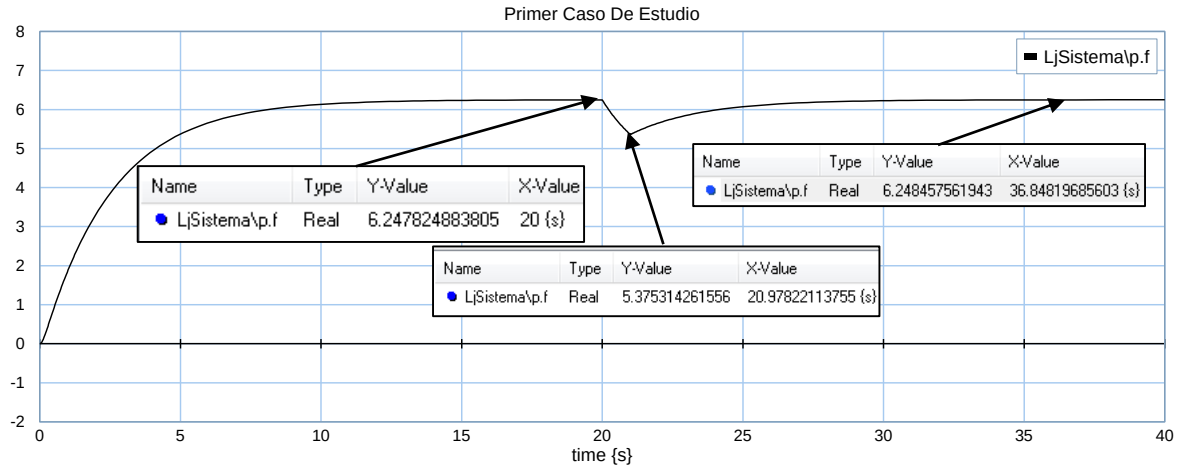


Figura 4.17 Gráfica de velocidad con error en Rb.

En la figura 4.17 se observa cuando hay un incremento en la resistencia Rb la velocidad disminuye de 6.24 rad/s a 5.37 rad/s durante un segundo en el periodo de simulación de 20 a 21 segundos con una diferencia de 0.87 rad/s después retoma nuevamente sus valores originales de la resistencia el motor se estabiliza a su velocidad de 6.24 rad/s.

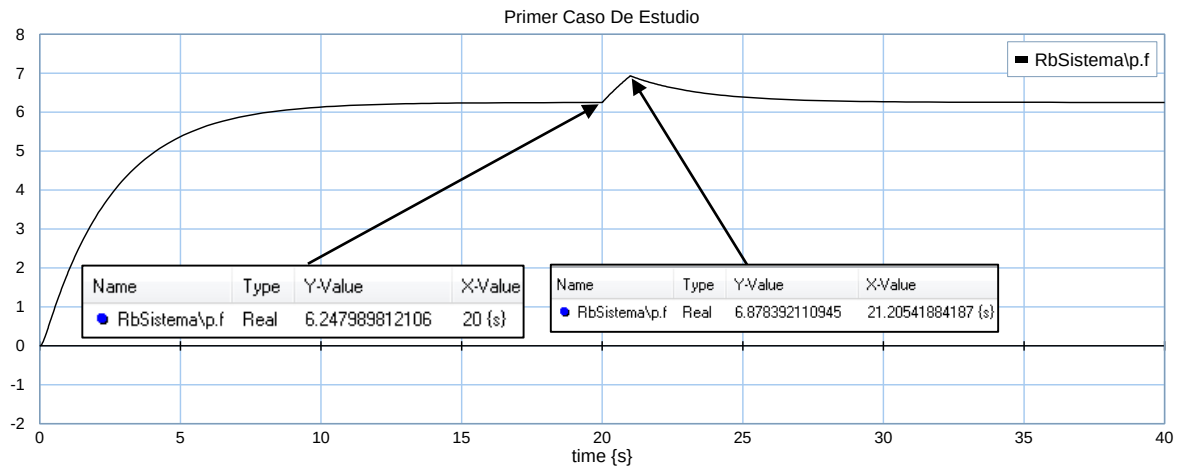


Figura 4.18 Gráfica de corriente en Rb con error de $(-\Delta R_b)$.

En la figura 4.18 si a Rb se le hace un decremento de $\Delta R_b = 0.75 \Omega$ quedando su valor de su resistencia total de $R_b - \Delta R_b = 0.75 \Omega$ durante un segundo en el lapso de tiempo de 20 a 21 segundos la corriente aumenta de 6.24 A a 6.87 A con una diferencia de 0.63 A después la corriente regresa a su valor original de 6.24 A el sistema se estabiliza nuevamente cuando Rb regresa a su resistencia inicial.

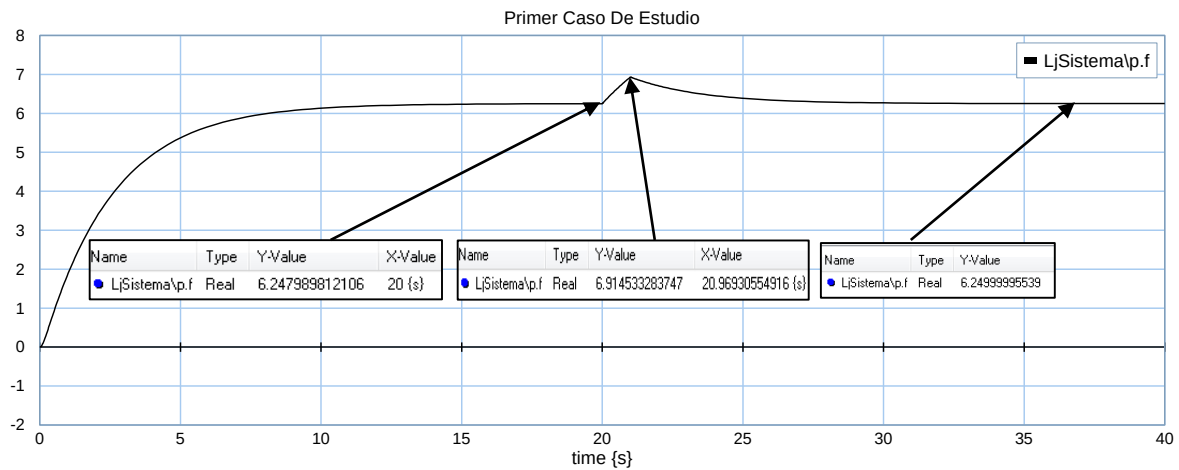


Figura 4.19 Gráfica de velocidad en (Lj) cuando R_b tiene error de $(-\Delta R_b)$.

En la figura 4.19 al hacer un decremento en la resistencia la velocidad aumenta de 6.247 rad/s a 6.914 rad/s durante un segundo en el intervalo de 20 a 21 segundos en la simulación, con una diferencia de 0.667 rad/s después de este tiempo la inercia regresa a su valor original y el motor se estabiliza su velocidad nuevamente a 6.247 rad/s.

4.3.5 Error en la inductancia de armadura

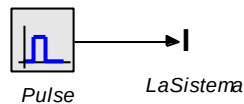


Figura 4.20 Diagrama de $(L_a + \Delta L_a)$.

Como se muestra en la figura 4.20 a la inductancia de armadura del motor se le somete un error $(+\Delta L_a)$ y se ajusta los parámetros del pulso y del L_a como se muestra a continuación:

```
Parameter    real i = 0.01; // i es el valor La
Equations    state = int((p.e)+del3); // a i se suma del3
              p.f = state / i;
```

Y se procede a la simulación.

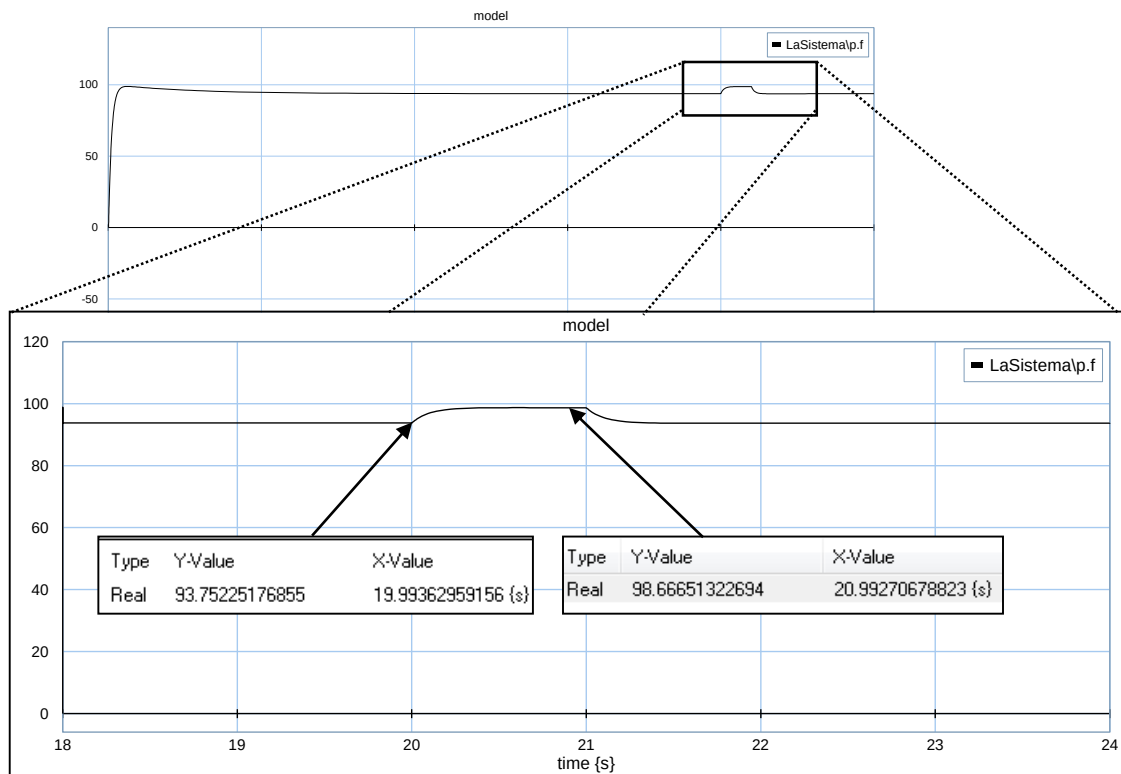


Figura 4.21 Gráfica de corriente en La con un error de (+ ΔL_a).

En la figura 4.21 se muestra un región donde se incrementó el valor de la inductancia de armadura de $\Delta L_a = 0.5H$ en el lapso de tiempo de 20 a 21 segundos en la simulación, además se muestra como se incrementa la corriente de armadura de 93.75 A a 98.6 A con una diferencia de 4.85A transcurridos los un segundo el sistema vuelve a establecer su corriente original de 93.75 A.

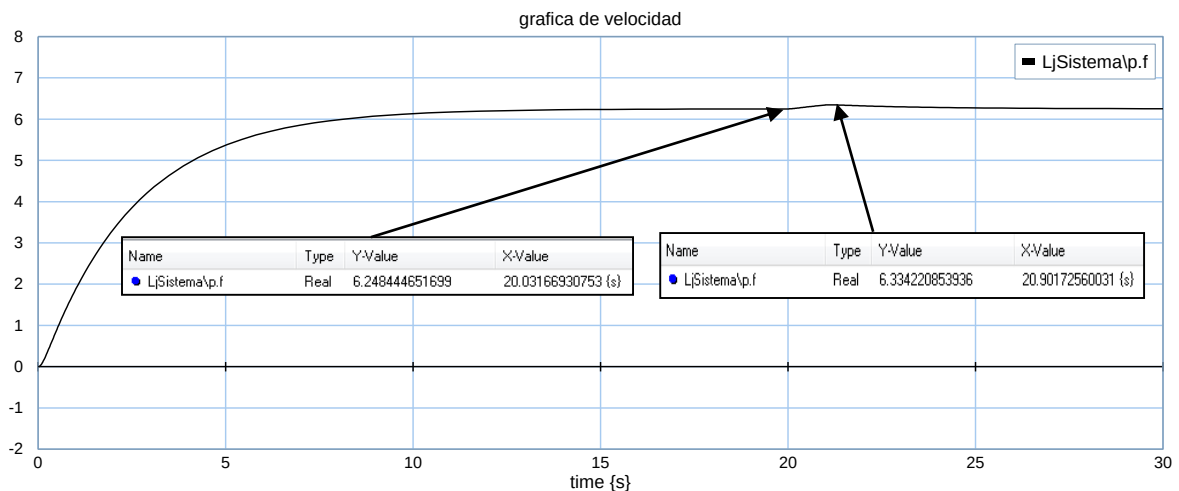


Figura 4.22 Gráfica de velocidad en La con error de (+ ΔL_a).

En la figura 4.22 cuando hay un aumento en la inductancia de armadura la velocidad aumenta de 6.248 rad/s a 6.33 rad/s con un aumento de 0.082 rad/s durante un segundo y cuando regresa nuevamente a su valor original la inductancia de armadura la velocidad del motor permanece constante nuevamente a 6.284 rad/s.

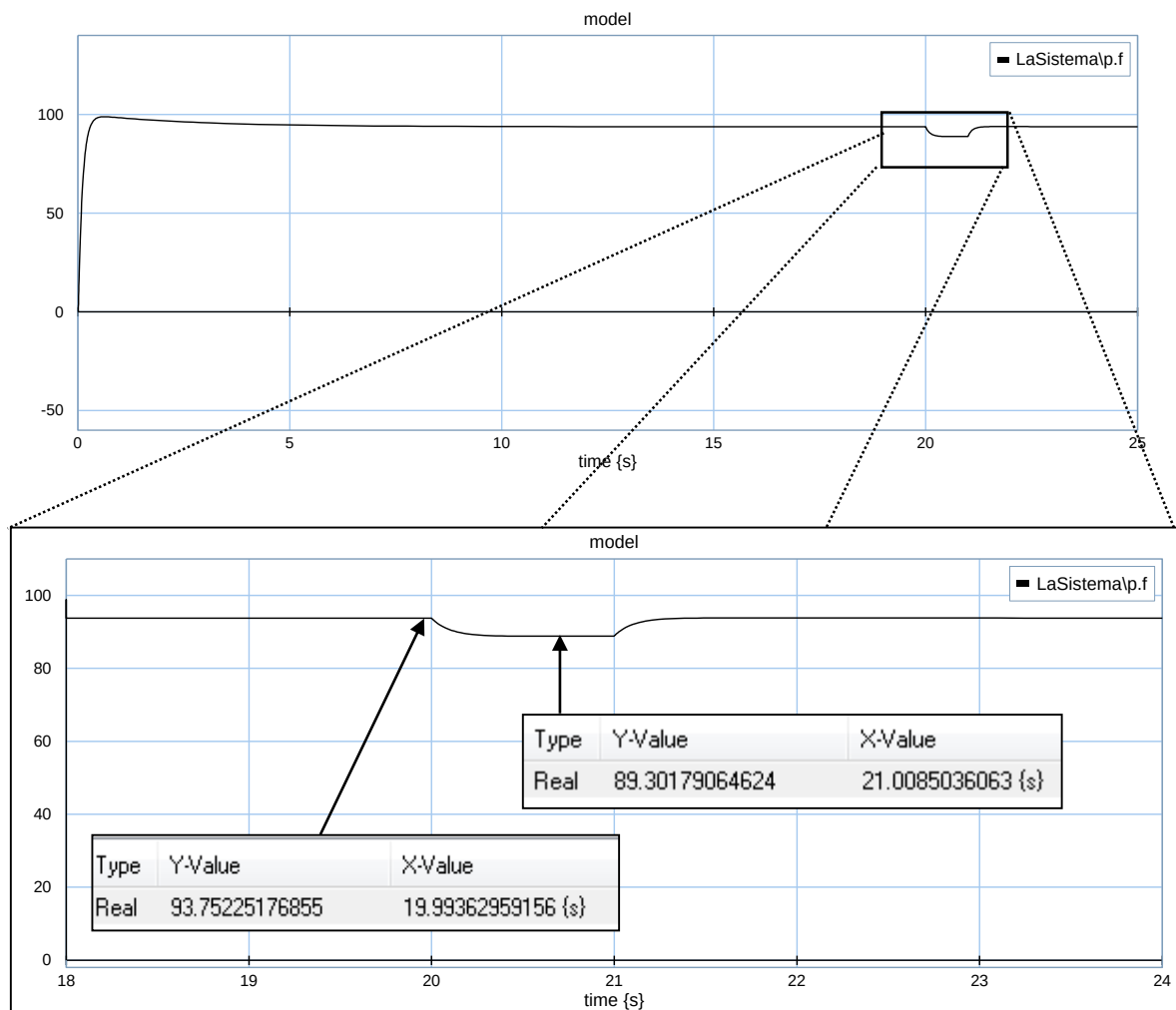


Figura 4.23 Gráfica de corriente I_a con un error de $(-\Delta L_a)$.

En la figura 4.23 se muestra la inductancia de armadura del motor se introduce un decremento de $\Delta L_a = 0.5H$ en el lapso de tiempo de 20 a 21 segundos en la simulación en este periodo la corriente hay un cambio de corriente de 93.75 A a 89.30 A. Después del lapso de un segundo este retoma nuevamente su inductancia original y se establece el sistema con una corriente constante de 93.75A.

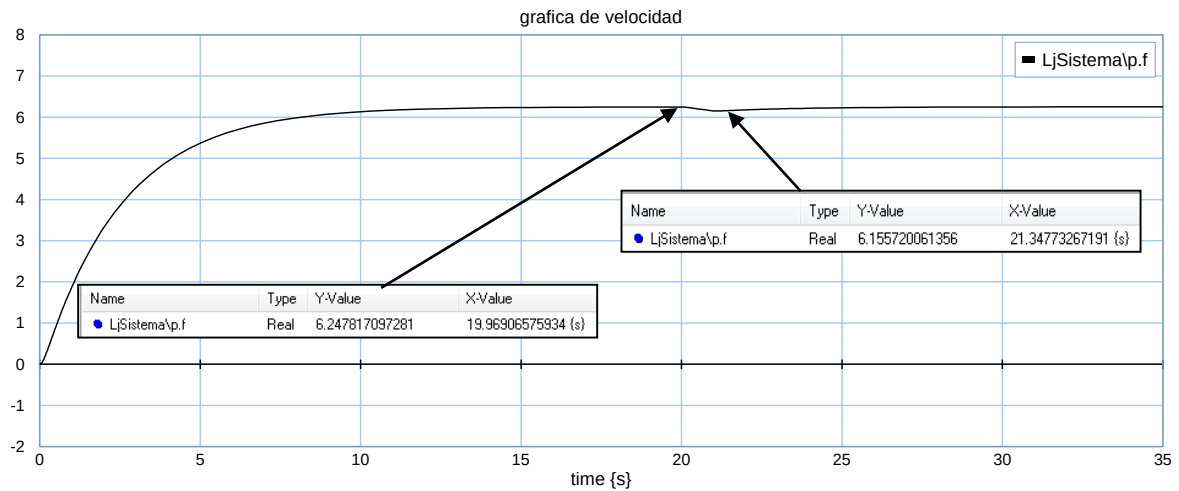


Figura 4.24 Gráfica de velocidad en La con un error de $(-\Delta L_a)$.

En la figura 4.24 cuando hay incremento en la inductancia de armadura el motor hay una pequeña desaceleración y una disminución de velocidad del motor en la simulación de 6.247 rad/s a 6.155 rad/s sólo este estado permanece durante un segundo y luego retoma el valor original la inductancia de armadura y la velocidad a 6.247 rad/s y permanece constante.

4.3.6 Error en la Constante de inercia

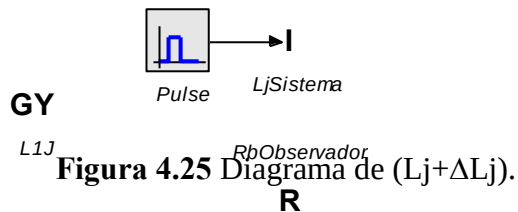


Figura 4.25 Diagrama de $(L_j + \Delta L_j)$.

Como se muestra en la figura 4.25 ahora se mete un error en la constante de inercia para ver el comportamiento de la velocidad del sistema se ajusta los parámetros del pulso con una amplitud de 1.70 y los parámetros de Lj como se muestra a continuación:

Parámetros de LJ.

```
Parameters      real i = 4.0;
equations
    state = int((p.e)+del4); // del4 =1.70
    p.f = state / i;
```

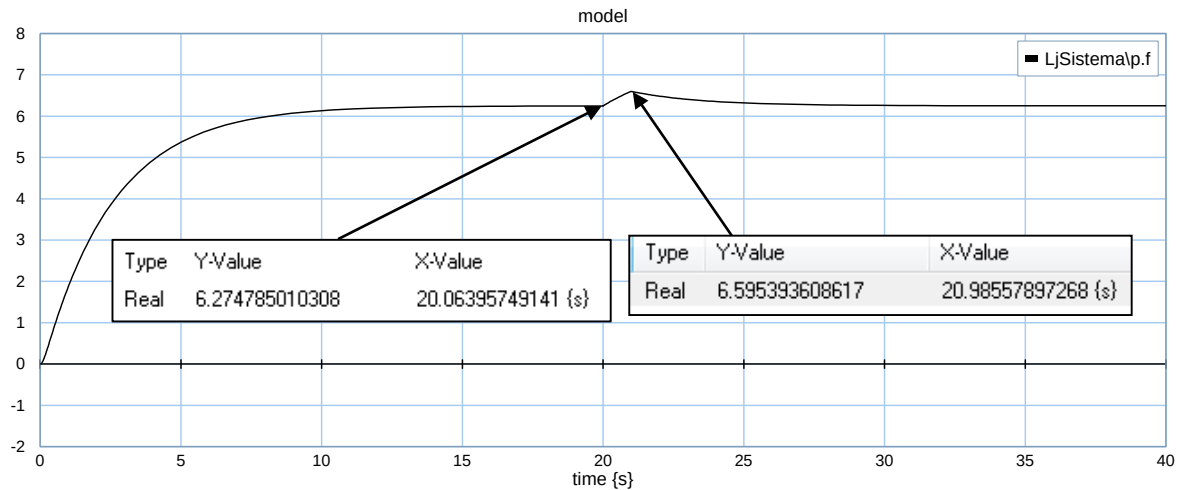


Figura 4.26 Gráfica de velocidad en Lj con un error de $(+\Delta L_j)$.

En la figura 4.26 se observa cuando hay un incremento en la inercia de $\Delta L_j = 1.70H$ quedando $L_j + \Delta L_j = 4 + 1.70 = 5.70H$ se aumenta la velocidad de 6.27 a 6.59 rad/s en el intervalo de tiempo de 20 a 21 segundos en la simulación después de este tiempo la inercia regresa a su valor original la corriente se establece nuevamente a 6.27 rad/s.

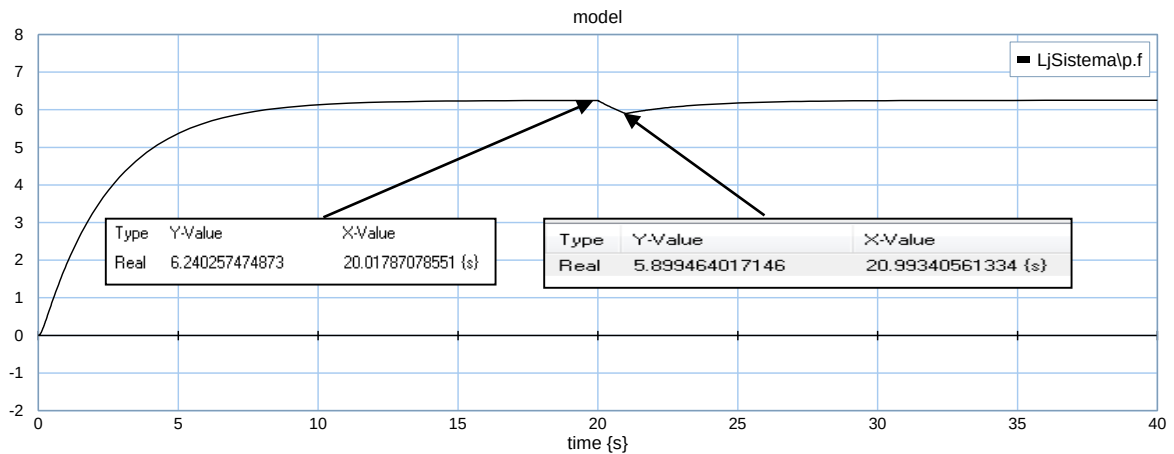
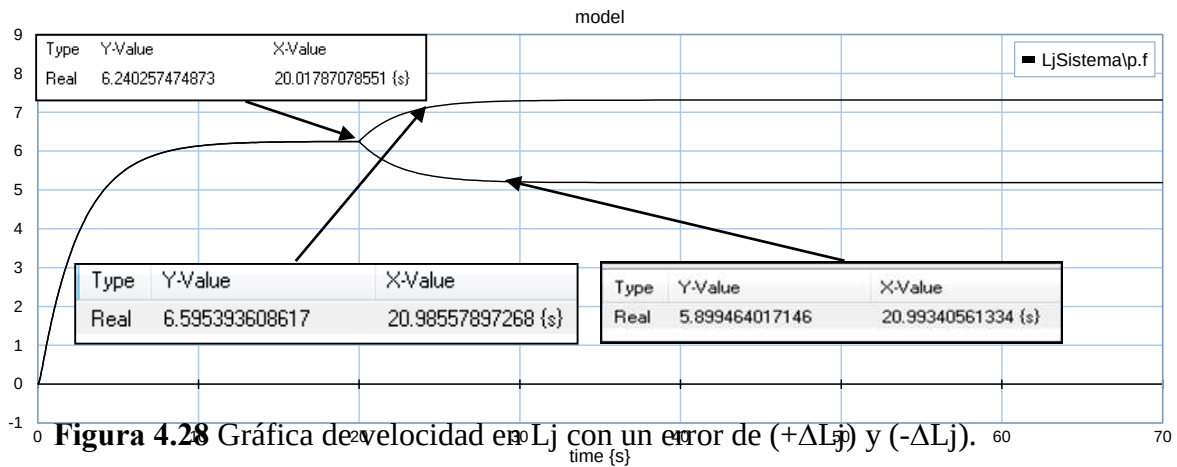


Figura 4.27 Gráfica de velocidad en Lj con un error de $(-\Delta L_j)$.

En la figura 4.27 se observa cuando se decrementa la constante de inercia L_j es decir $L_j - \Delta L_j = 4 - 1.70 = 2.30H$ la velocidad decrece de 6.24 rad/s a 5.899 rad/s con una diferencia de 0.341 rad/s en el intervalo de 20 a 21 segundos de simulación y posteriormente retoma nuevamente sus valores originales de la constante de inercia y estabilizando de nuevo el sistema con un valor de velocidad de 6.24 rad/s.



En la figura 4.28 se aprecia a la velocidad del sistema con dos errores permanentes si el error es de $(+\Delta L_j)$ la velocidad aumenta de 6.246.24 rad/s a 6.596.24 rad/s y, si el error es de $(-\Delta L_j)$ la velocidad disminuye de 6.24 rad/s a 5.89 rad/s, con los dos errores la velocidad permanece constante hasta que se cambie el parámetro de LJ a sus valores originales.

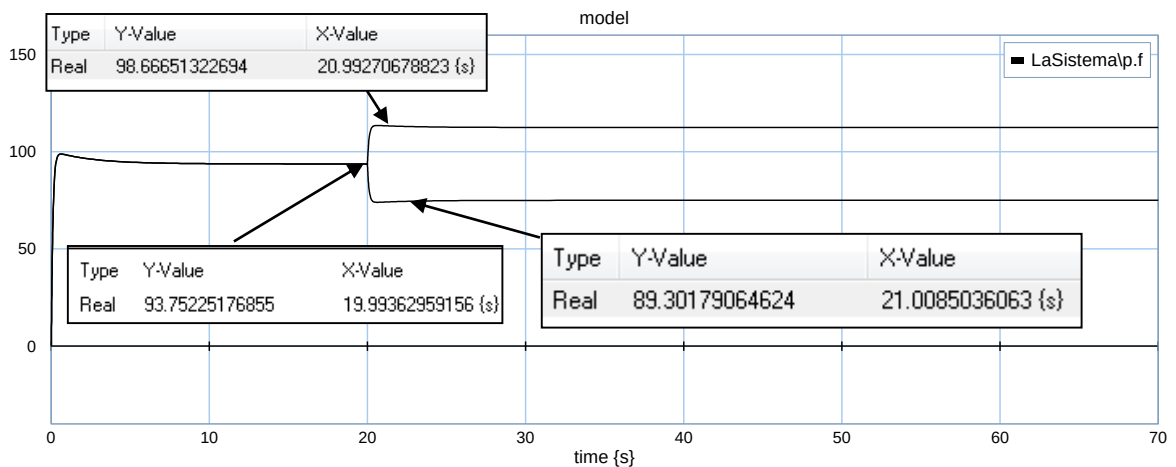


Figura 4.29 Gráfica de corriente de La con errores permanentes de $(+\Delta L_a)$ y $(-\Delta L_a)$.

En la figura 4.29 se observa si el error es $(+\Delta L_a)$ en L_a la inductancia aumenta por lo tanto la corriente también y si el error es $(-\Delta L_a)$ disminuye la inductancia y la corriente.

Tabla 4.1 Resumen del resultado del Primer Caso de Estudio.

Operación	Velocidad original en la constante de inercia (Lj) en rad/seg	velocidad con error en la constante de inercia (Lj) en rad/seg	Diferencia en (rad/seg)	Velocidad final en la constante de inercia (Lj) en rad/seg	Corriente original (A)	Corriente con error (A)	Diferencia (A)	Corriente final (A)
Ra+Δ Ra=0.15Ω	6.24	5.61	0.63	6.24	93.74	62.69	31.05	93.9
Ra-Δ Ra=0.05Ω	6.24	7.91	1.67	6.24	93.75	184.02	90.27	93.7
Rb + Δ Rb=2.25Ω	6.24	5.37	0.87	6.24	6.24	5.68	0.56	6.24
Rb - Δ Rb=0.75Ω	6.247	6.914	0.667	6.247	6.24	6.87	0.63	6.24
La + Δ La=0.105H	6.248	6.33	0.082	6.24	93.75	98.6	4.85	93.75
La - Δ La=0.095H	6.247	6.155	0.092	6.244	93.75	89.30	4.45	93.75
LJ + Δ LJ=5.7Ω	6.27	6.59	0.68	6.247				
LJ - Δ LJ=2.3Ω	6.24	5.899	0.341	6.247				

4.4 Segundo Caso de Estudio

El segundo caso de estudio es el sistema que se analizó en el capítulo 3 la figura 3.7 la cuál es un circuito eléctrico, al igual que el primer caso de estudio a este también se le hará mismas pruebas para ver el comportamiento del sistema al implementar un observador de estado sobre dicho sistema como se muestra en la figura 4.3 modelo de Bond Graph de un motor de cd con el observador de estado.

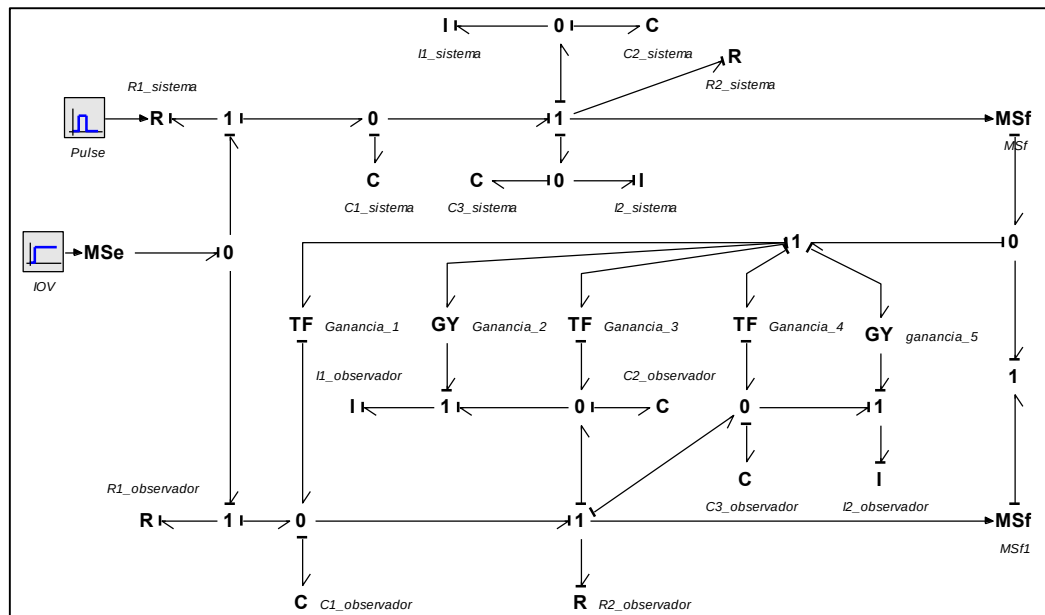


Figura 4.30 Modelo de Bond Graph con observador estado de un circuito eléctrico.

Como se muestra en la figura 4.30 el primer elemento a analizar será la resistencia $R1_{\text{sistema}}$ que se le insertará un error de $(+\Delta R1)$ a continuación se muestra los parámetros modificados de la resistencia $R1_{\text{sistema}}$ y posteriormente su simulación.

```
Parameters real r = 10.0; // r= R1_sistema_
Equations p.e = ((r + del1* p.f)); // del1=(+ΔR1)
```

A la Resistencia $R1_{\text{sistema}}$ se le suma un $(+\Delta R1)$.

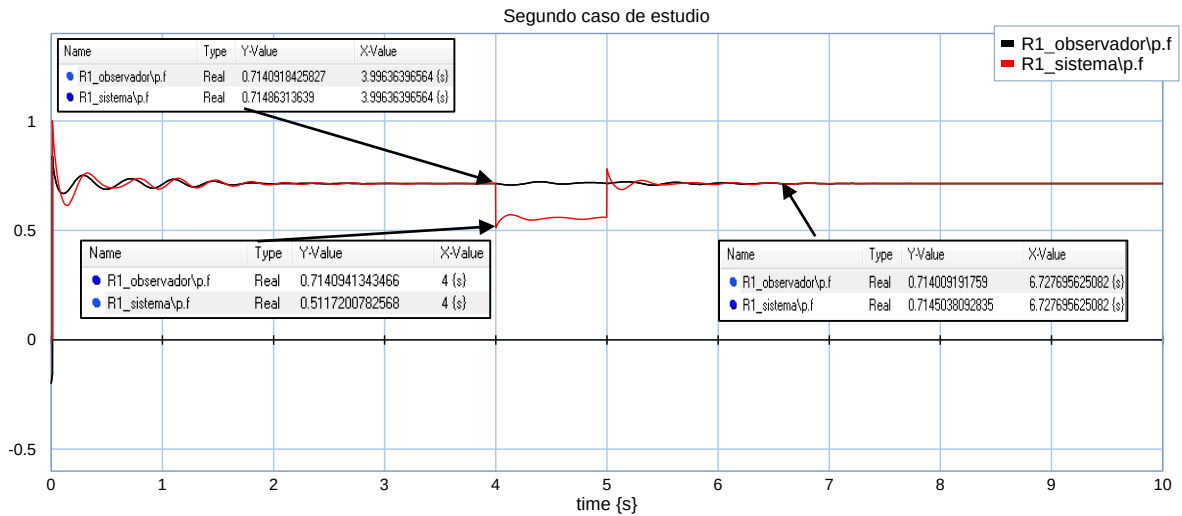


Figura 4.31 Gráfica de corriente en R1_sistema con un error ($+\Delta R1$).

En la figura 4.31 se observa cuando la resistencia original de $R1_{\text{sistema}} = 10\Omega$ cuando se le agrega $\Delta R1 = 4\Omega$ quedando $R1_{\text{sistema}} + \Delta R1 = 14\Omega$ en el tiempo de simulación de 4 a 5 segundos en este lapso de tiempo hay un cambio de corriente en la $R1_{\text{sistema}}$ de 0.714 A a 0.5117 A y una diferencia de 0.203 A pero esta diferencia solo permanece un segundo la corriente en $R1_{\text{sistema}}$ se restablece nuevamente a 0.714 A.

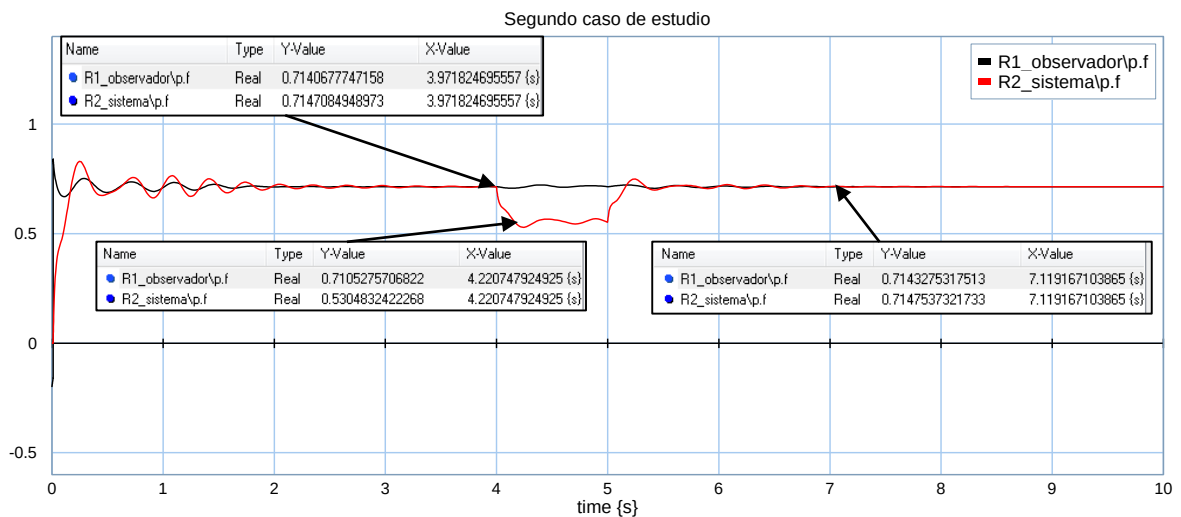


Figura 4.32 Gráfica de corriente en R2_sistema con un error en R1_sistema de ($+\Delta R1$).

En la figura 4.32 se observa cuando el valor original de la resistencia $R1_{\text{sistema}}$ también afecta la corriente en $R2_{\text{sistema}}$ de 0.714 A a 0.530 A con una diferencia de 0.184 A éste sólo permanece un segundo después retoma su corriente original de 0.7147 A.

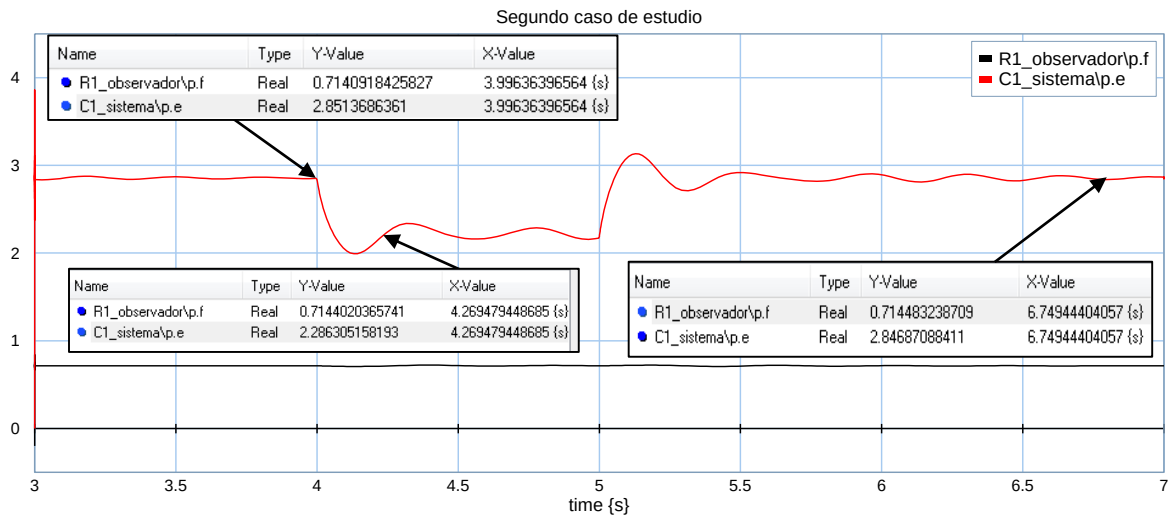


Figura 4.33 Gráfica de corriente en C1_sistema con un error en R1_sistema de (+ $\Delta R1$).

En la figura 4.33 se observa cuando la R1_sistema es modificada de su valor original el voltaje en el C1_sistema sufre un decremento de voltaje de 2.85v a 2.28 v con una diferencia de 0.564v el voltaje retoma después de un segundo su voltaje original a 2.85V Volts.

Con error permanente

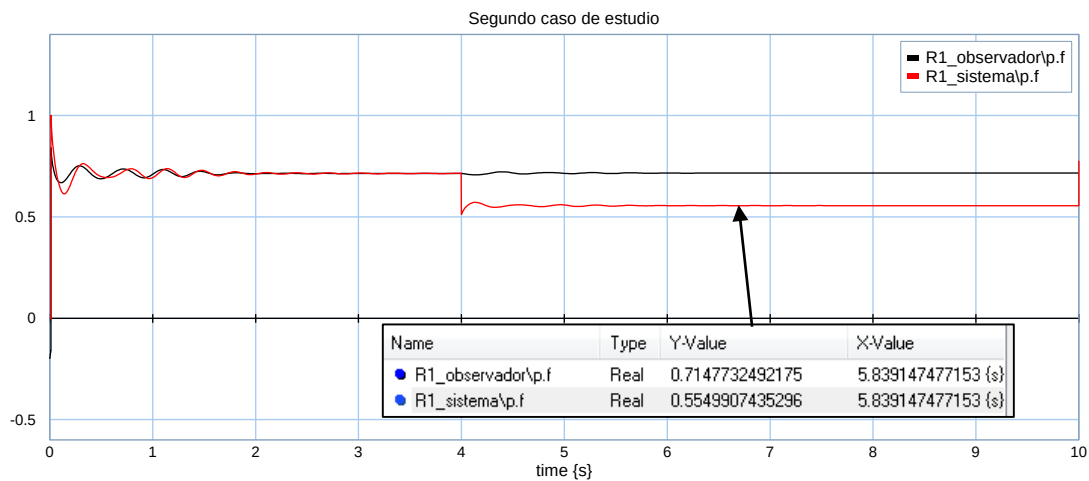


Figura 4.34 Gráfica de corriente en R1_sistema con un error permanente de (+ $\Delta R1$)

En la figura 4.34 se muestra un error continuo donde la resistencia R1_sistema fue modificada de su valor original con un + $\Delta R1$ y esta permanece la corriente constante 0.55A mientras que en la resistencia R1_observador su corriente es de 0.714A la cuál indica que hubo un cambio en la resistencia.

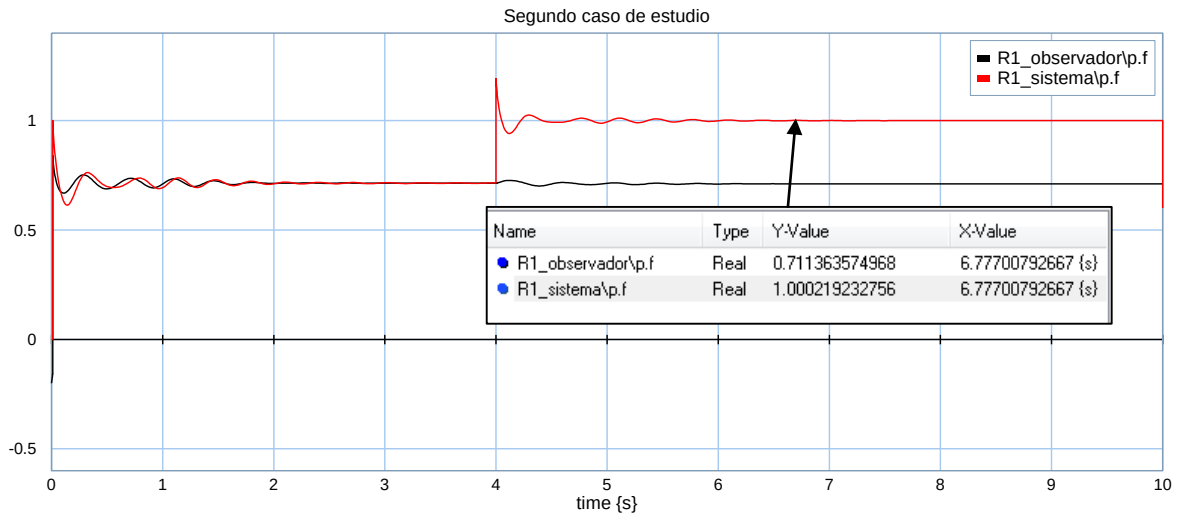


Figura 4.35 Gráfica de corriente en R1_sistema con un error permanente de $(-\Delta R1)$

En la figura 4.35 se observa que cuando se le decremento a R1_sistema con $\Delta R1$ permanentemente a partir de los 4 segundos de simulación la corriente permanecerá a 1.00219A la cuál es afectado por el cambio de resistencia hasta que se regrese a su valor original mientras que observador en la resistencia R1_observador su corriente es constante de 0.711A.

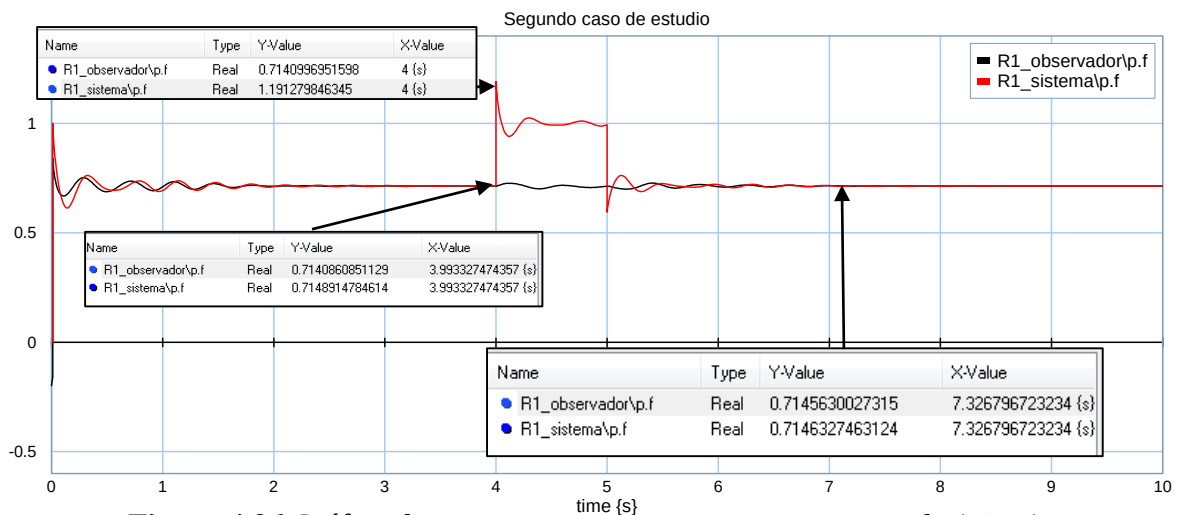


Figura 4.36 Gráfica de corriente en R1_sistema con un error de $(-\Delta R1)$.

En la figura 4.36 cuando la resistencia $R1_{sistema}=10\Omega$ se le disminuye un $\Delta R1=4\Omega$ quedando $R1_{sistema}-\Delta R1=6\Omega$ en un segundo en el intervalo de 4 a 5 segundos se muestra un aumento de corriente de 0.714A a 1.191 A con una diferencia de 0.477A la cual solo permanece durante un segundo posteriormente cuando R1_sistema toma nuevamente su valor original la corriente se establece nuevamente a 0.714A.

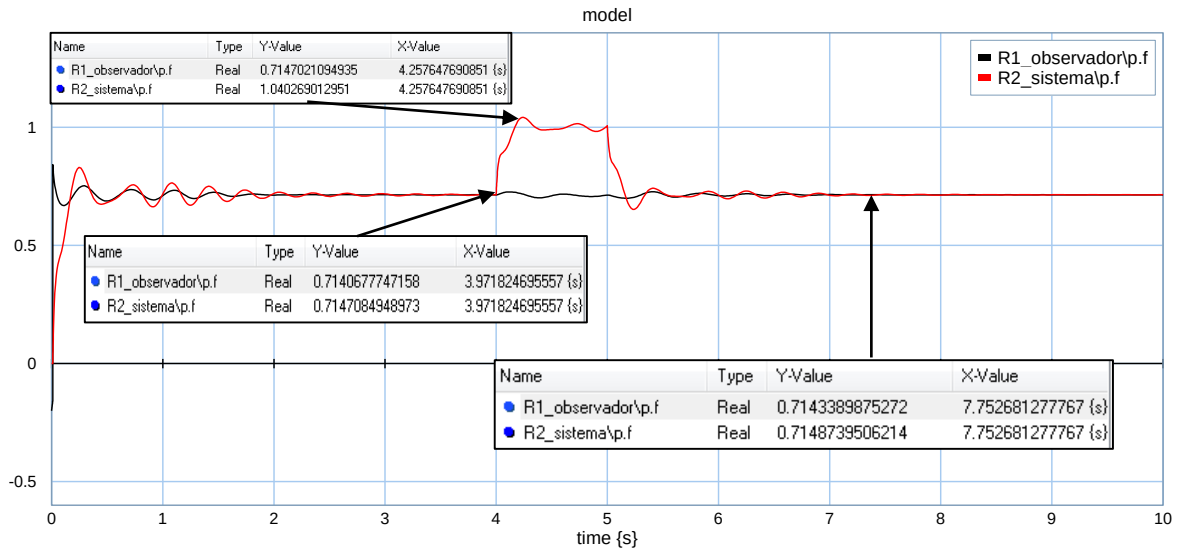


Figura 4.37 Gráfica de corriente en R2_sistema con un error en R1_sistema de $(-\Delta R1)$.

En la figura 4.37 se muestra en la siguiente gráfica el comportamiento de la corriente en R2_sistema cuando hay decremento en R1_sistema es decir $R1_{sistema} - \Delta R1 = 6\Omega$ al igual que en la R1_sistema también en R2_sistema también hay un incremento de corriente 0.326A de 0.714A a 1.04A esto es durante sólo un segundo pero cuando retoma nuevamente sus valores originales de R1_sistema la corriente se estabiliza a 0.7148A cuándo se observa que cuando hay un cambio en R1_sistema también afecta a R2_sistema mientras que el observador en R1_observador es constante de 0.714 A.

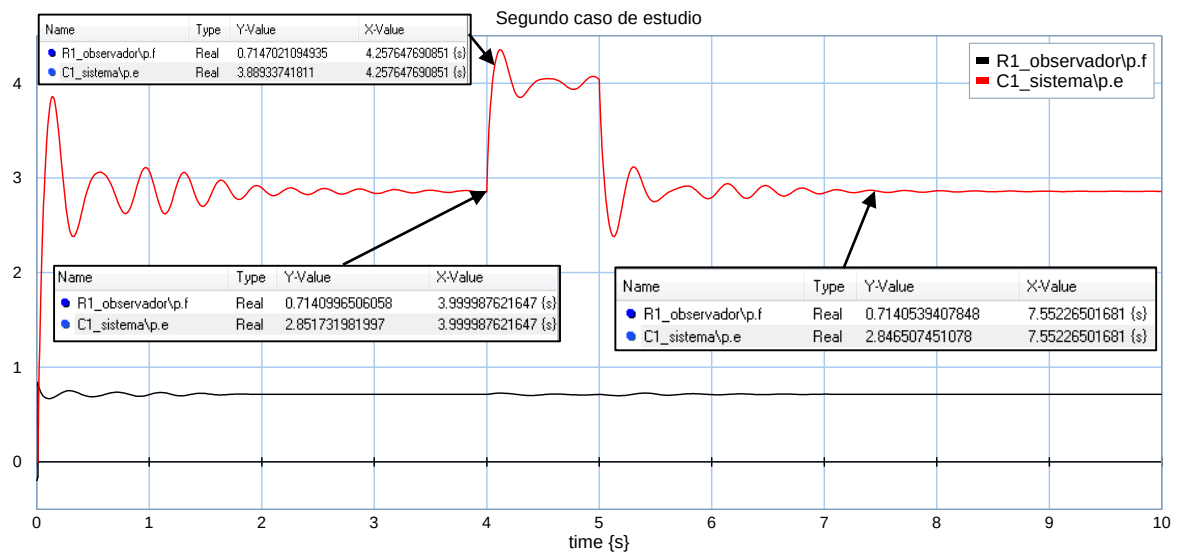


Figura 4.38 Gráfica de corriente en C1_sistema con un error en R1_sistema de $(-\Delta R1)$.

En la figura 4.38 se observa el comportamiento que toma el capacitor C1_sistema cuando hay un cambio de R1_sistema - $\Delta R1=6\Omega$ la corriente sufre un pequeño cambio pero el voltaje en el capacitor aumenta de 2.85 V a 3.889V con una diferencia de 1.039 volts esto sólo permanecerá durante un segundo con 3.889 V luego cuando la resistencia R1_sistema retoma su valor original el voltaje en el capacitor C1_sistema regresa nuevamente a estabilizarse a 2.85V mientras que el observador en la resistencia R1_observador la corriente permanece constante.

4.4.1 Error en R2_sistema y su comportamiento en los elementos

Ahora se analizará el comportamiento de la corriente en los elementos cuando R2_sistema sufre un cambio por lo tanto de nuevo se modifican los parámetros del pulso y de la resistencia para su simulación como se muestra a continuación:

Parameters

real r = 4.0; // r=R2_sistema

equations

p.e = ((r+del2) * p.f); // del2= $\Delta R2$

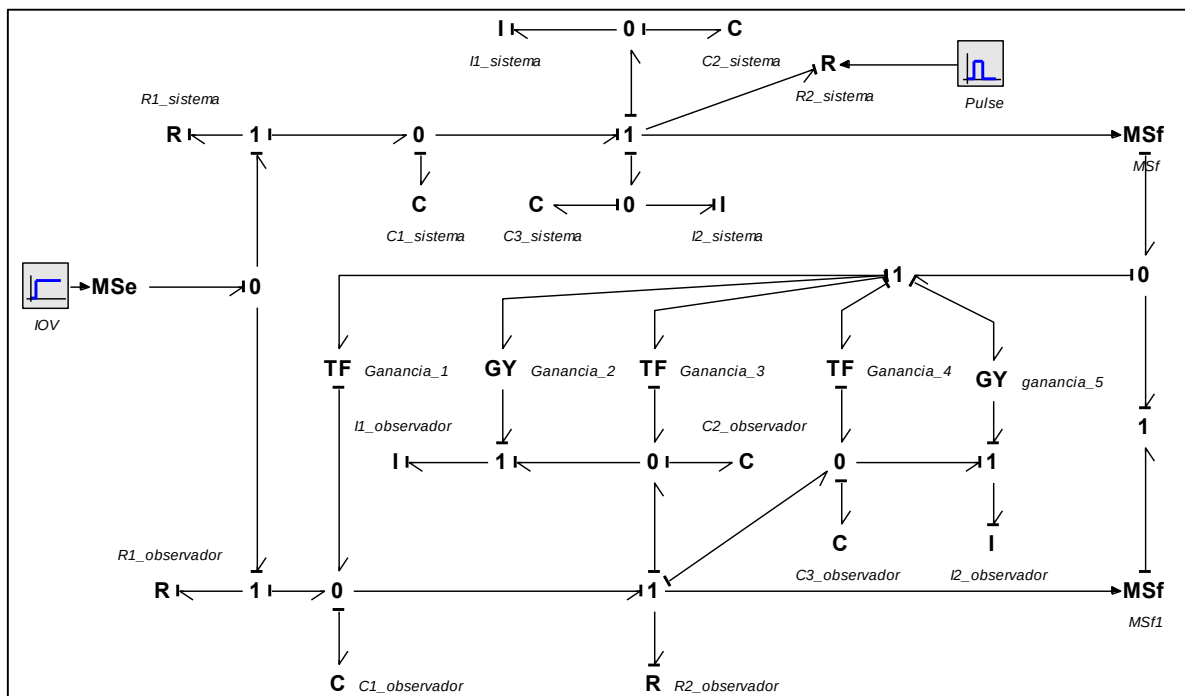


Figura 4.39 Añadiendo error ($\Delta R2$) en R2_sistema.

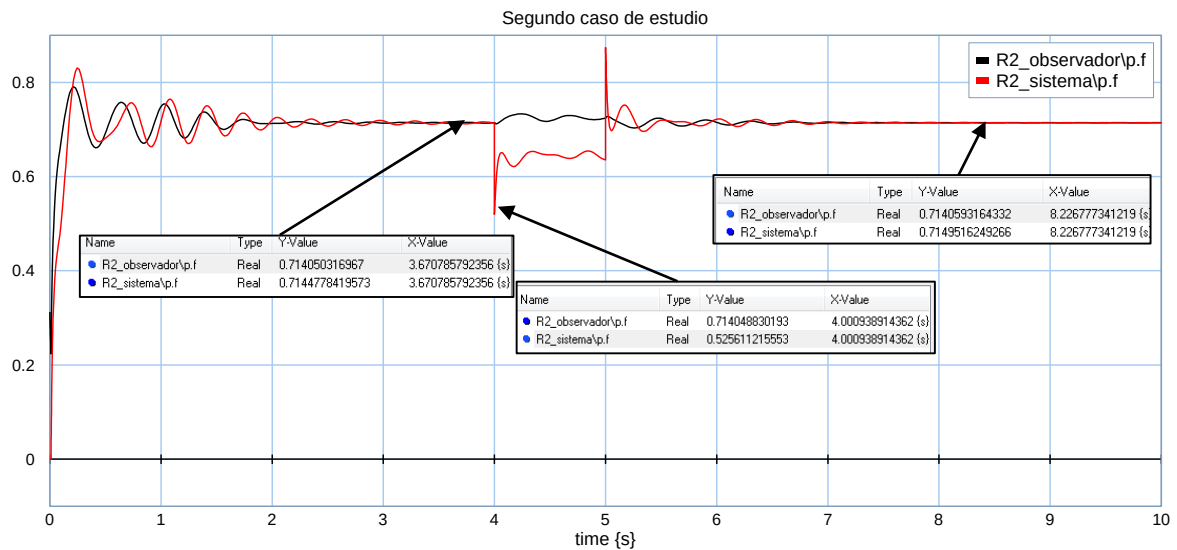


Figura 4.40 Gráfica de corriente en R2_sistema con un error (+ $\Delta R2$).

En la figura 4.40 hay un cambio de $R2_{\text{sistema}} = 4\Omega$ aumentando con $\Delta R2 = 1.5\Omega$ quedando $R2_{\text{sistema}} + \Delta R2 = 5.5\Omega$ la cuál la corriente en esta resistencia decae de 0.714 A a 0.525 A una diferencia de 0.189 A este cambio sólo es por un segundo después la corriente en R2_sistema se estabiliza nuevamente debido a que la resistencia regresa a su valor original mientras que el observador en R2_observador la corriente permanece constante de 0.714 A.

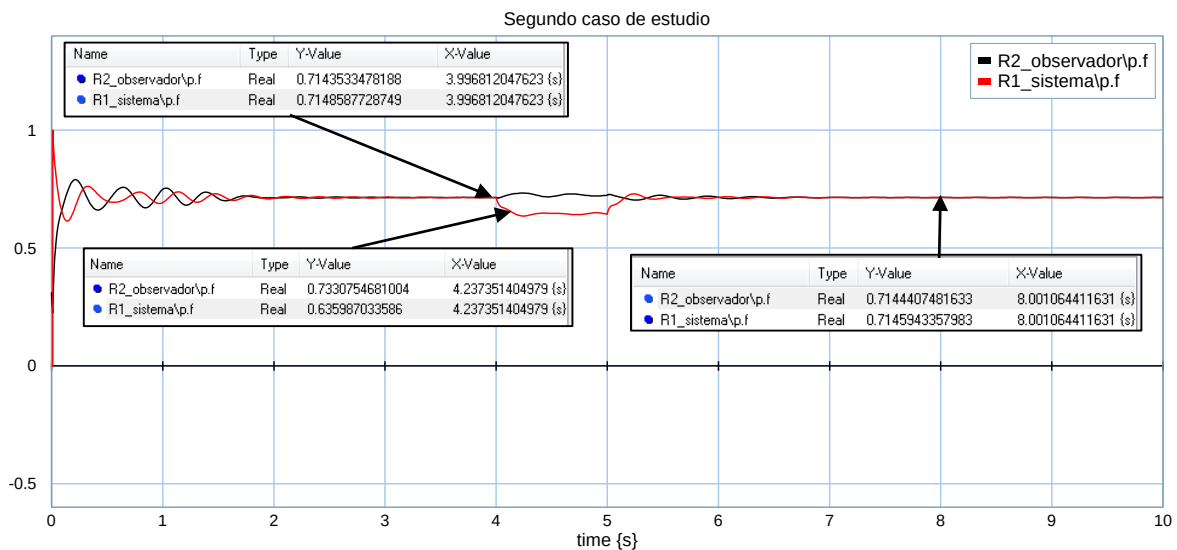


Figura 4.41 Gráfica de corriente en R1_sistema con un error en R2_sistema de (+ $\Delta R2$).

En la figura 4.41 muestra al igual que al modificar su valor de R2_sistema afecta al R1_sistema en este caso la corriente disminuye de 0.714A a 0.635A una diferencia de 0.079A este cambio sólo es durante un segundo mientras se regresa a su valor original de R2_sistema quedando estable nuevamente la corriente en R1_sistema de 0.714 A y la corriente R2_Observador su corriente es constante de 0.714A.

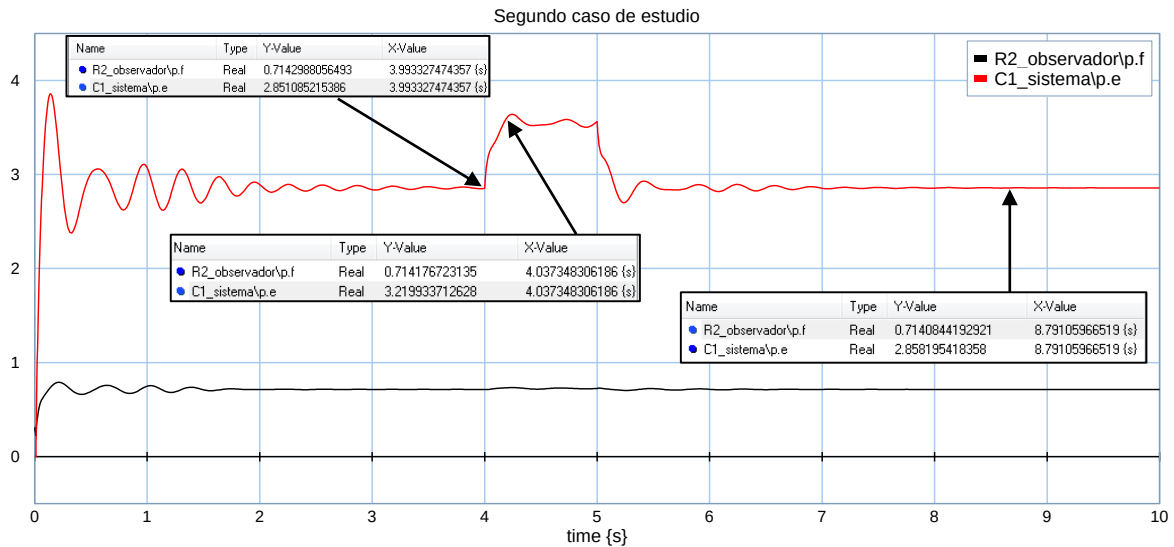


Figura 4.42 Gráfica de corriente en C1_sistema con un error en R2_sistema de (+ $\Delta R2$).

En la figura 4.42 se observa cuando en R2_sistema=4 Ω hay un incremento de $\Delta R2=1.5\Omega$ quedando como R2_sistema + $\Delta R2=5.5\Omega$ el voltaje en el capacitor C1_sistema aumenta de 2.85V a 3.21V con una diferencias de 0.36 V es cambio sólo dura un segundo después cuando reanude el valor original de la R2_sistema el voltaje en el capacitor C1_sistema se restablece a 2.85V y la corriente en el observador en la resistencia R2_Observador es constante de 0.714A.

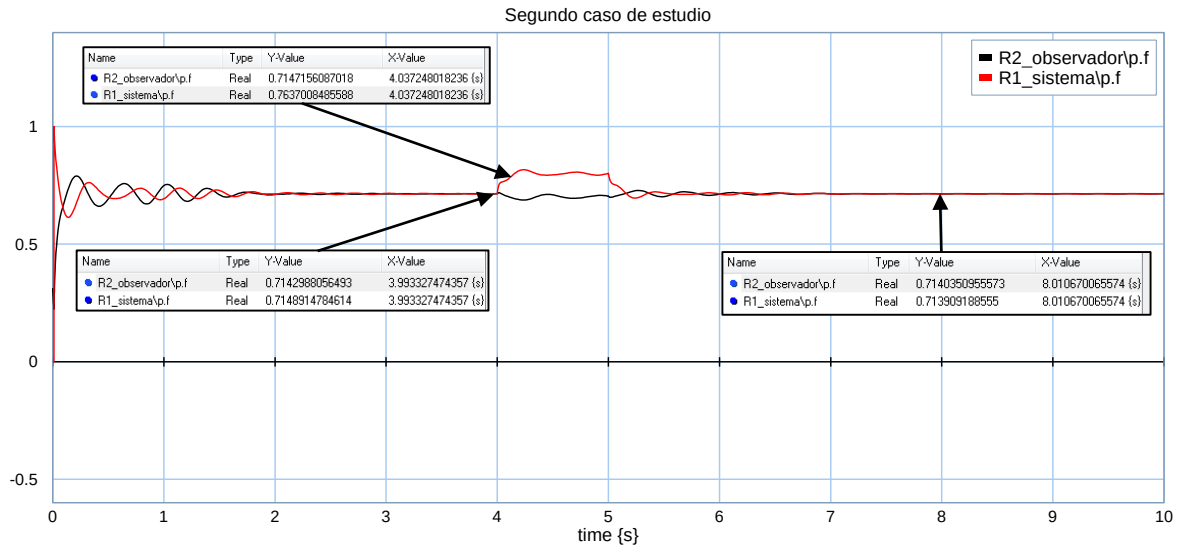


Figura 4.43 Gráfica de corriente en R1_sistema con un error en R2_sistema de $(-\Delta R2)$.

En la figura 4.43 se observa la corriente en R1_sistema cuando hay un decremento en R2_sistema de $\Delta R2$, es decir, quedando como $R2_sistema - \Delta R2 = 2.5\Omega$ la cuál este cambio hace que se modifique la corriente en R1_sistema de 0.714 A a 0.763 A con una diferencia de 0.049 A la cual solo permanecerá un segundo hasta que R2_sistema cambie a su valor original, la corriente del observador en la resistencia R2_Observador permanece constante de 0.714 A.

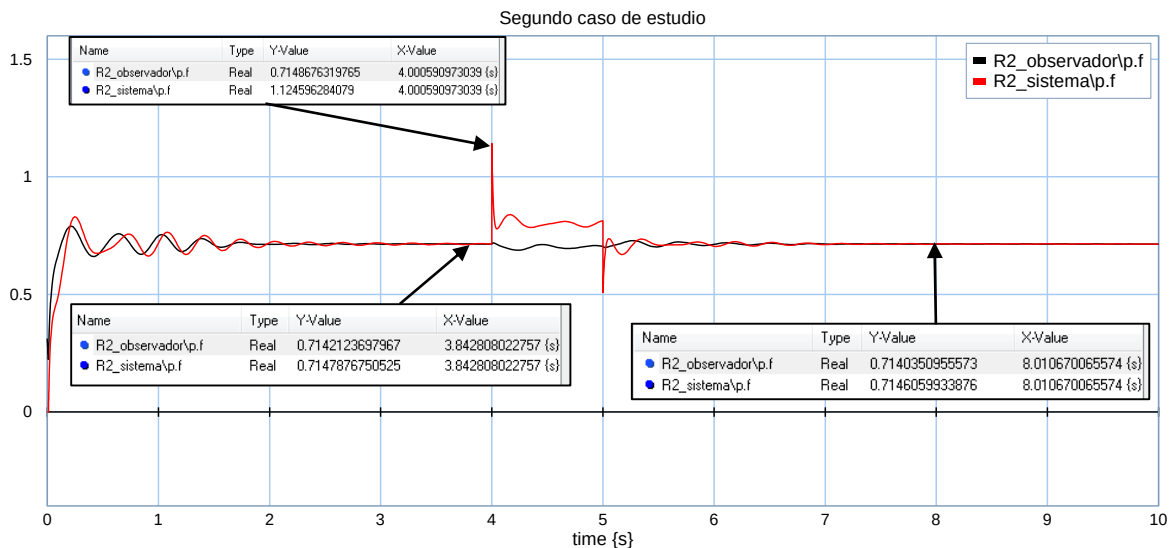


Figura 4.44 Gráfica de corriente en R2_sistema con un error en R2_sistema de $(+\Delta R2)$.

En la figura 4.44 la corriente en R2_sistema también aumenta cuando se decremento su valor es decir $R2_{\text{sistema}} - \Delta R2 = 2.5\Omega$ pasa de 0.714A a 1.124A con una diferencia de 0.41A pero este valor solo estará durante un segundo después cuando regrese a su valor original $R2_{\text{sistema}}$ y la corriente se estabiliza a 0.714 A, mientras que el observador en la resistencia $R2_{\text{Observador}}$ su corriente permanece constante 0.714 A.

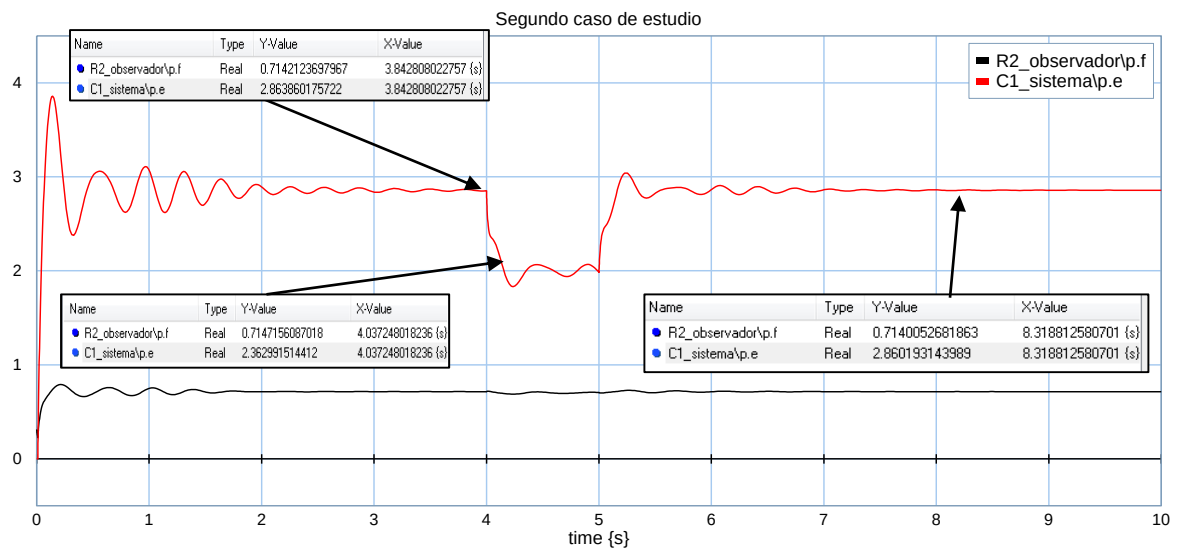


Figura 4.45 Gráfica de corriente en C1_sistema con un error en $R2_{\text{sistema}}$ de $(+\Delta R2)$.

En la figura 4.45 se observa cuando el valor de la Resistencia $R2_{\text{sistema}} = 4\Omega$ se le resta un $\Delta R2 = 1.5\Omega$ quedando $R2_{\text{sistema}} - \Delta R2 = 2.5\Omega$ el voltaje en el capacitor $C1_{\text{sistema}}$ disminuye de 2.86 V a 2.36V con una diferencia de 0.5 V esta diferencia de voltaje solo permanecerá durante un segundo después el voltaje se restablece nuevamente a 2.84 V cuando haya restablecido el valor de la $R2_{\text{sistema}}$ a su valor original y el observador en la resistencia $R2_{\text{Observador}}$ su corriente permanece constante 0.714 A .

4.4.2 Error en C1_sistema y su comportamiento en los elementos

Ahora se analizara el comportamiento de la corriente en los elementos cuando en el capacitor C1_sistema tiene un error, se modifican los parámetros del pulso y de la resistencia para su simulación como se muestra a continuación:

Parámetros del pulso

```
parameters
    real start_time = 4.0 {s};
    real stop_time = 5.0 {s};
    real amplitude = 0.05 {};
parámetros del capacitor C1_sistema
```

```
parameters
    real c = 0.01;
equations
    state = int((p.f+del13));
    p.e = state / c;
```

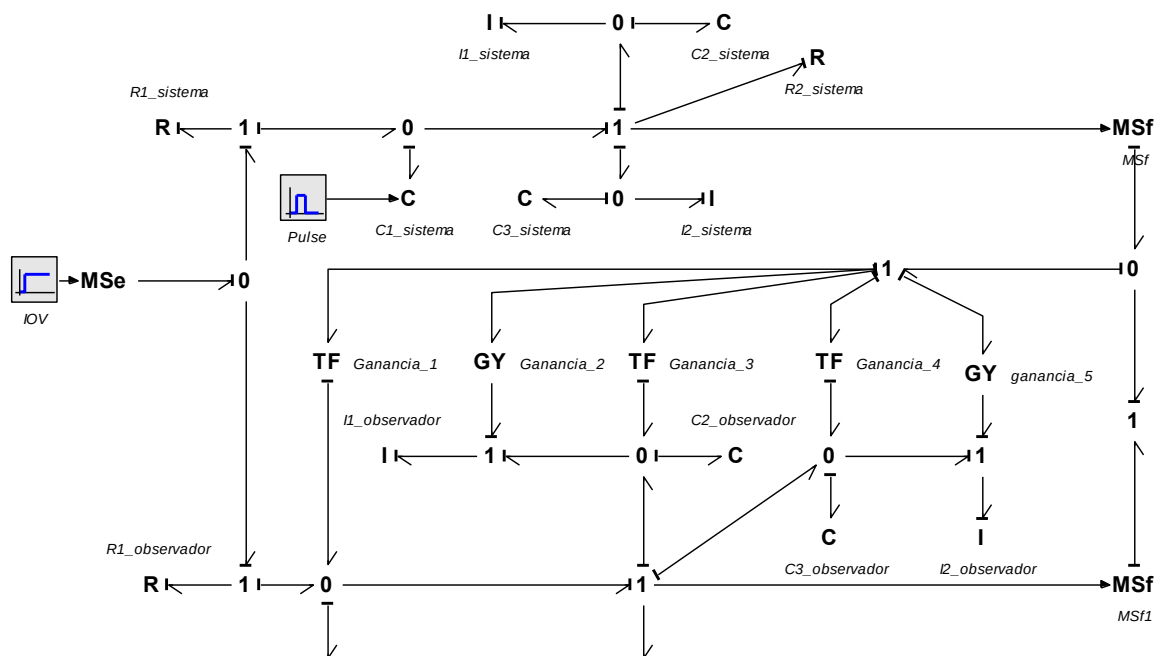


Figura 4.46 Añadiendo error ($\Delta C1$) en C1_sistema.

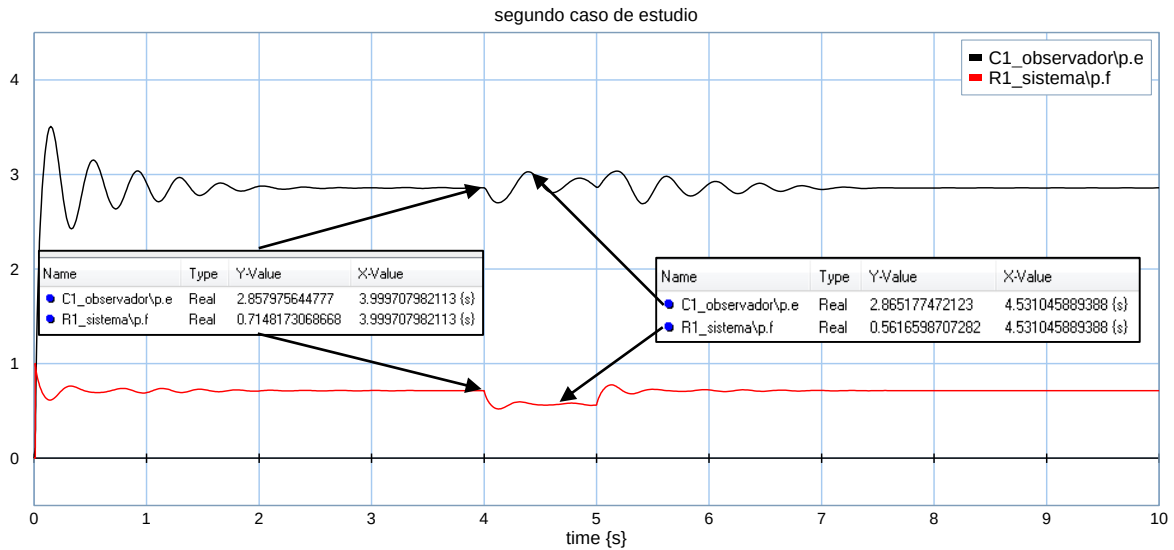


Figura 4.47 Gráfica de corriente en R1_sistema con un error en C1_sistema de (+ΔC1).

En la figura 4.47 al cambiar el valor de C1_sistema=0.01F agregando Con +ΔC1=0.5F quedando C1_sistema + ΔC1=0.51F a este valor la corriente de R1_sistema también cambia de 0.714 A a 0.5616 A con una diferencia de 0.1524 A este permanecerá hasta que cambie a su valor original del capacitor C1_sistema pero también se observa que el voltaje se tiende a la inestabilidad durante esta transmisión pero luego se estabiliza y mientras que en el observador en C1_Observador el voltaje en C1_sistema permanece constante de 2.8V y la corriente R1_sistema se estabiliza a 0.714 A.

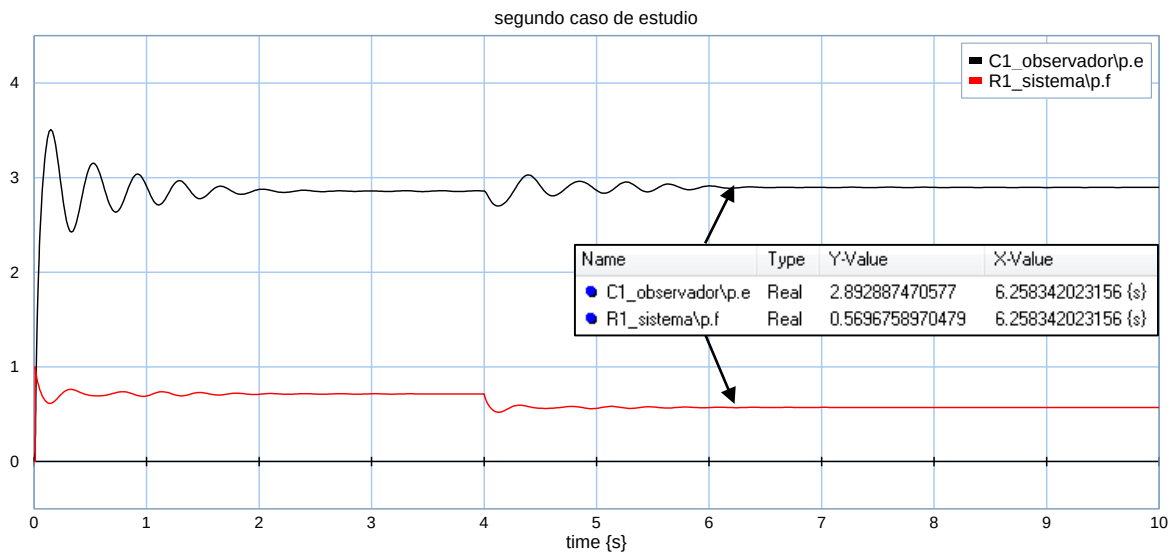


Figura 4.48 Gráfica de corriente en R1_sistema con un error permanente en C1_sistema de (+ΔC1).

En la figura 4.48 si se le deja el error permanente la corriente se hace constante a partir 4 segundos quedando con un valor de 0.56 A en resistencia R1_sistema mientras que el observador en el capacitor C1_Observador el voltaje permanece constante en 2.8V.

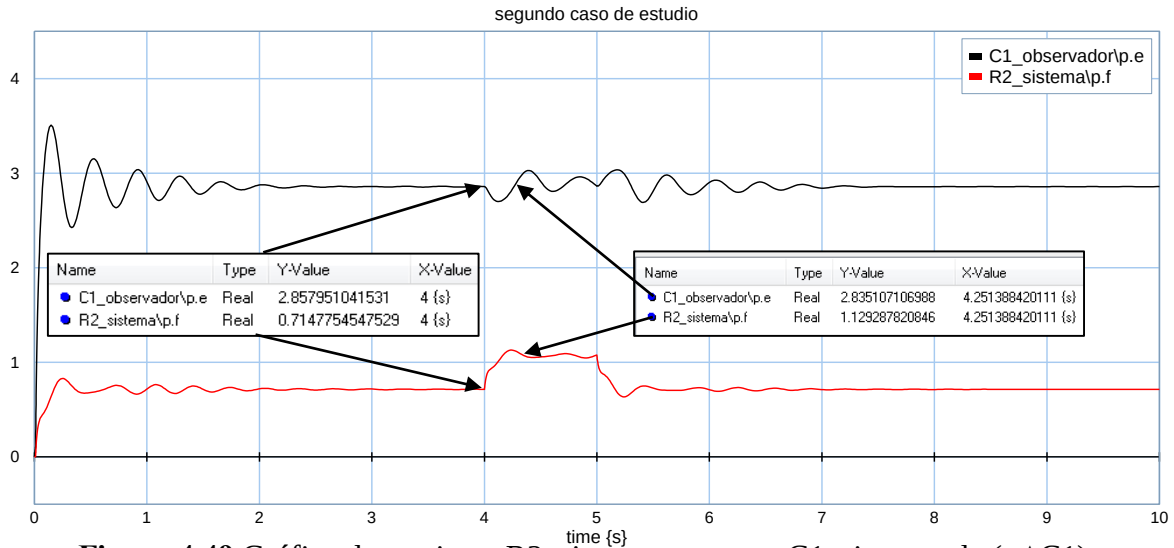


Figura 4.49 Gráfica de corriente R2_sistema con error C1_sistema de (+ $\Delta C1$).

En la figura 4.49 al cambiar el valor de C1_sistema=0.01F agregando Con + $\Delta C1=0.5F$ quedando C1_sistema + $\Delta C1=0.51F$ la corriente en R2_sistema incrementa de 0.714 A a 1.129A con una diferencia 0.415A mientras que el observador en el capacitor C1_Observador el voltaje permanece constante de 2.8V pasando los un segundo tiempo que dura el error la corriente se estabiliza nuevamente en R2_sistema de 0.714A.

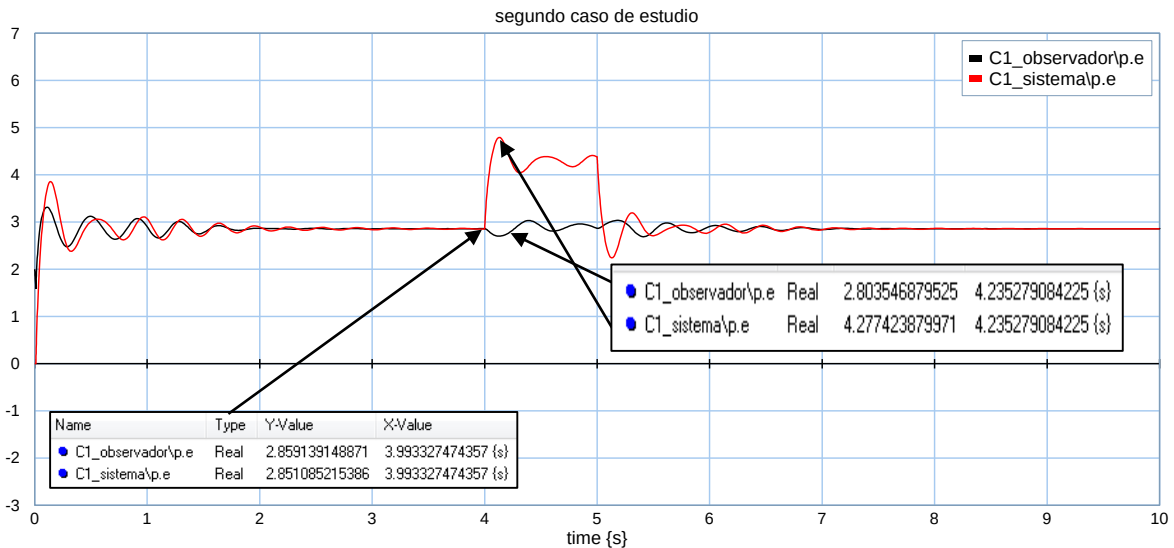


Figura 4.50 Gráfica de voltaje C1_sistema con error C1_sistema de (+ $\Delta C1$).

En la figura 4.50 el voltaje en capacitor C1_sistema aumenta cuando hay un incremento en la capacitancia $C1_{sistema} + \Delta C1 = 0.51F$ con esto pasa de 2.8V a 4.27 V con una diferencia de 1.47 V la cual solo permanecerá durante un segundo luego cuando el capacitor regresa a su valor original el sistema nuevamente se estabiliza el voltaje el en capacitor C1_sistema mientras que la lectura del observador en C1_Observador permanece constante el voltaje de 2.8 V.

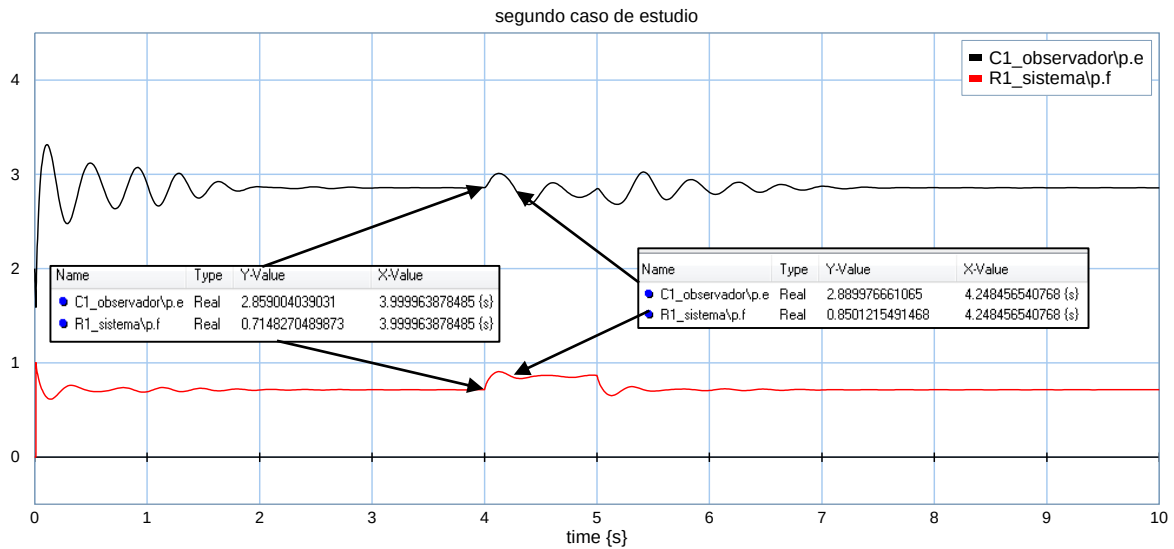


Figura 4.51 Gráfica de corriente R1_sistema con error C1_sistema de $(-\Delta C1)$.

En la figura 4.51 al cambiar el valor de $C1_{sistema} = 0.01F$ restando Con $\Delta C1 = 0.5F$ es decir $C1 - \Delta C1$ la corriente en R1 incrementa de 0.714A a 0.850A con una diferencia de 0.136 A durante un segundo periodo la cual el capacitor tiende a su valor original nuevamente y la corriente se establece en R1_sistema a 0.714 A mientras que en el observador en el capacitor C1_Observador el voltaje permanece constante de 2.8 V.

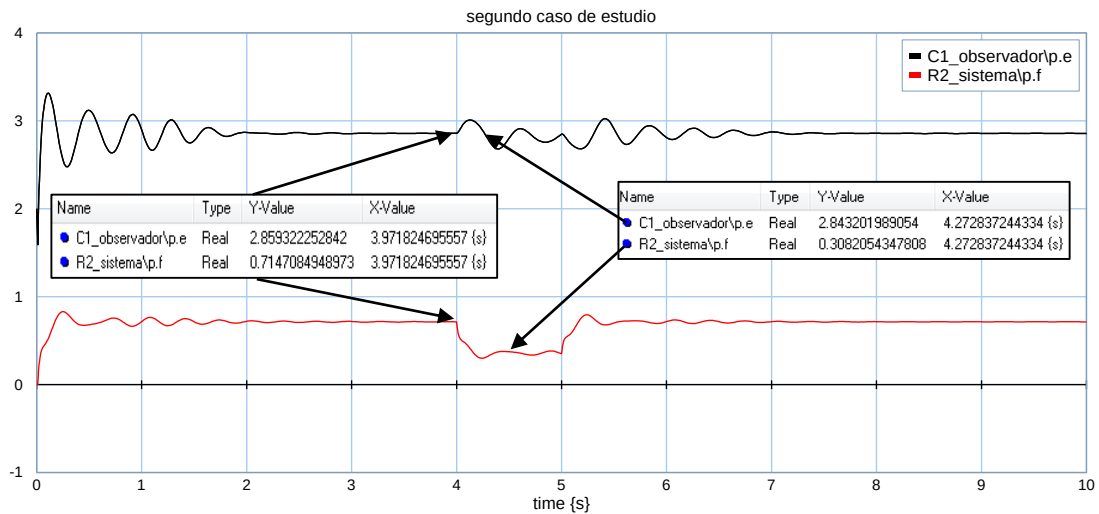


Figura 4.52 Gráfica de corriente R2_sistema con error C1_sistema de $(-\Delta C1)$.

En la figura 4.52 al cambiar el valor de C1_sistema con C1_sistema $-\Delta C1$ la corriente en R2_sistema se decae de 0.714 A a 0.308 con una diferencia de 0.406A al sufrir un decremento en la capacitancia esto solo durara un segundo después se restablece a su valor original y también la corriente en R2_sistema se establece en 0.714A mientras que la lectura en el observador en el capacitor C1_Observador el voltaje es constante de 2.8V.

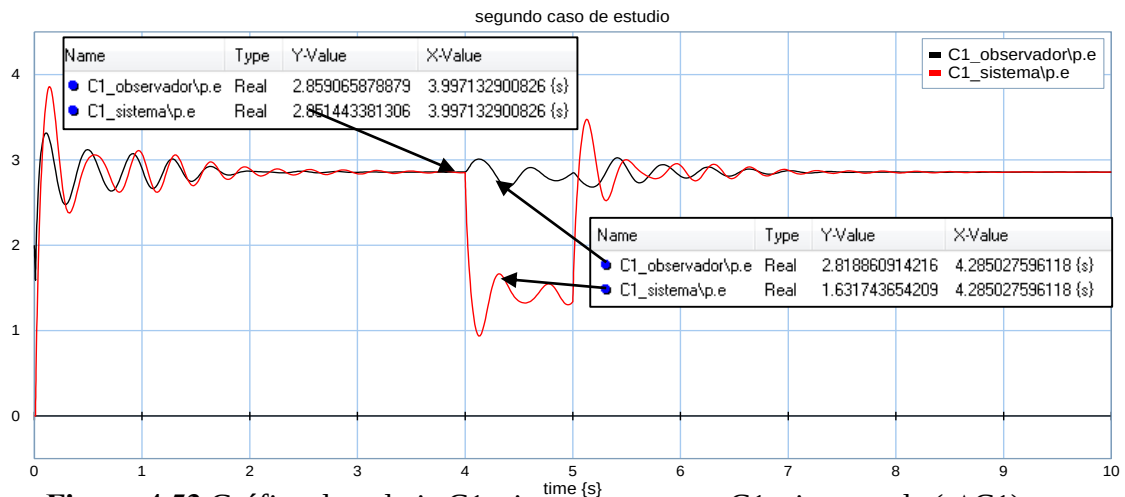


Figura 4.53 Gráfica de voltaje C1_sistema con error C1_sistema de $(-\Delta C1)$.

En la figura 4.53 el voltaje en capacitor C1_sistema aumenta cuando C1_sistema $-\Delta C1=0.51F$ pasa de 2.8V a 1.6 V con una diferencia de 1.2 V solo permanecerá durante un segundo luego cuando el capacitor regresa a su valor original el sistema nuevamente se estabiliza el voltaje en el capacitor C1_sistema, mientras que la lectura del observador en C1_Observador permanece constante el voltaje de 2.8 V.

Tabla 4.2 Resumen de resultados del Segundo Caso de Estudio.

Cuadro de resultados circuito eléctrico con Observadores de estado en Bond Graph											
Elemento	Error	Operación	corriente original	corriente con error	Diferencia	corriente final	voltaje original	voltaje con error	Diferencia	voltaje final	Con error permanente
R1 observador =10 Ω			0.714 A	0.714 A	0 A	0.714 A					0.714A
R1 sistema original =10Ω	+Δ R1=4Ω	R1+Δ R1=14 Ω	0.714 A	0.5117 A	0.203A	0.714 A					0.511A
R2 sistema original =4Ω			0.714 A	0.530 A	0.184 A	0.7147 A					0.7147A
C1 sistema original =0.01 F							2.85V	2.28 V	0.564V	2.85V	2.28 V
R1 observador =10 Ω			0.714 A	0.714 A	0 A	0.714 A					0.714 A
R1 sistema original =10Ω	-Δ R1=4Ω	R1-Δ R1=6 Ω	0.714 A	1.191 A	0.477 A	0.714 A					1.191A
R2 sistema original =4Ω			0.714 A	1.04 A	0.326 A	0.714 A					1.04 A
C1 sistema original =0.01 F							2.85 V	3.889V	1.039 V	2.85 V	3.889V
R2 observador = 4 Ω			0.714 A	0.714 A	0 A	0.714 A					0.714 A
R1 sistema original =10Ω		R2+Δ R1=5.5 Ω	0.714A	0.635A	0.079A	0.714A					0.635A
R2 sistema original =4Ω	+Δ R2=1.5Ω		0.714 A	0.525 A	0.189 A	0.714 A					0.525 A
C1 sistema original =0.01 F							2.85V	3.21V	0.36V	2.85V	3.21V
R2 observador =10 Ω			0.714A	0.714A	0A	0.714A					0.714A
R1 sistema original =10Ω		R2- ΔR1=2.5 Ω	0.714A	0.763 A	0.049A	0.714A					0.763 A
R2 sistema original =4Ω	-Δ R2=1.5Ω		0.714A	1.124A	0.41A	0.714A					1.124A
C1 sistema original =0.01 F							2.85 V	3.321V	0.471 V	2.86 V	3.321V
C1_observador=0.01 F							2.85V	2.85V	0	2.85V	2.85V
R1 sistema original =10Ω		C1+ Δ C1=0.51F	0.714A	0.561A	0.153A	0.714A					0.561A
R2 sistema original =4Ω			0.714A	1.129A	0.415A	0.714A					1.129A
C1 sistema original =0.01 F	+ΔC1= 0.5F						2.85V	4.277V	1.427V	2.85V	4.277V
C1_observador=0.01 F							2.85V	2.85V	0	2.85V	2.85V
R1 sistema original =10Ω		C1+ΔC1=-0.49F	0.714A	0.850A	0.136A	0.714A					0.850A
R2 sistema original =4Ω			0.714A	0.308A	0.406A	0.714A					0.308A
C1 sistema original =0.01 F	-ΔC1=0.5F						2.8V	1.6V	1.2V	2.8V	1.6V

Capítulo 5

Conclusiones y Recomendaciones

5.1 Conclusiones

En este trabajo de tesis se presentó la metodología bond Graph, que es una herramienta alternativa para el modelado, así como para la determinar las ecuaciones de estado y sus variables de un sistema al conocer las reglas básicas de esta metodología es suficiente para modelar sistemas físicos de manera sencilla.

Al realizar el modelado se deben tener mucha precaución de respetar las restricciones causales de los elementos en bond Graph, para obtener buenos resultados.

Este trabajo se fue desarrollando con la metodología de Bond Graph para el modelado de dos sistemas como se vieron en los casos de estudio, con el uso del observador de estado aplicando en un sistema eléctrico las variables que no se podían medir con esto es posible ya que se pueden tener accesos a los valores que se desea conocer y poder conocer su comportamiento ante cualquier anomalía, otro punto muy importante que no se debe de dejar a un lado es la elección de polinomios característicos deseados para tener raíces estables y valores para el vector de observabilidad para que el comportamiento dinámico del vector de error de observación sea estable y rápido para tender a un valor cero para que el observador tenga un buen desempeño .

Con la metodología de Bond Graph se logró analizar el comportamiento dinámico y la estabilidad del sistema a partir de expresiones simples como la matriz $|A-LC|$ si es estable cualquier condición inicial propuesta para el observador el sistema tendra su valor de error a cero.

El objetivo planteado para el desarrollo de este trabajo se cumplió plenamente, donde se plantearon dos casos de estudio en la cual se sometieron un error y mediante el observador de estado se logró detectar y diagnosticar.

5.2 Recomendaciones

La sugerencia para el modelado en Bond Graph una vez que se alcanza un mayor conocimiento de esta herramienta de BG es posible comenzar a modelar sistemas de diferente dominio de energía con más complejidad comparando con alguna metodología tradicional.

Cuando se realicen operaciones con las matrices cuando esté muy grandes para el cálculo de las ganancias del observador se recomienda utilizar el Scientific WorkPlace ya que es una herramienta muy útil la inserción de las matrices son muy sencillas y su entorno de trabajo es muy amigable.

Bibliografía.

- [1] Detección y diagnóstico de fallas en sistemas eléctricos de potencia (SEP) combinando lógica difusa, métricas y una red neuronal probabilística César Octavio Hernández Morales, Juan Pablo Nieto González, Elías Gabriel Carrum Siller Corporación Mexicana de Investigación en Materiales S.A. de C.V. (COMIMSA), Saltillo, Coahuila, México.cesarhdz@comimsa.com,juan.nieto@comimsa.com,eliascarrum@comimsa.comhttp://www.micai.org/rcs/2014_72/Deteccion%20y%20diagnostico%20de%20fallas%20en%20sistemas%20electricos%20de%20potencia%20_SEP_.pdf . Página visitada 27 de febrero de 2015
- [2] Katsuhiko Ogata. Ingeniería de control moderna, Quita edición 2010
- [3] Dr. Gilberto González Avalos. NOTAS PARA ESTUDIANTES DE LA ESPECIALIDAD EN CONTROL DE LA MAESTRIA EN INGENIERIA ELECTRICA DEL CURSO MODELADO DE SISTEMAS EN EL DOMINIO FISICO, Septiembre 2007
- [4] Octavio Barriga Torres. MODELADO Y CONTROL DE UNA CENTRAL HIDROELECTRICA SUJETA A VIBRACIONES EN LA TURBINA EN EL DOMINIO FISICO .MASTER'S THESIS ,UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLAS DE HIDALGO,AGOSTO AGOSTO 2008.
- [5] <https://jmirezcontrol.wordpress.com/2012/06/02/c042-estado-variables-de-estado-vector-espacio/>. Página visitada el 28 de septiembre de 2015.
- [6] <http://html.rincondelvago.com/observadores-de-estado.html>. Página visitada el 28 de septiembre de 2015.
- [7] L.H CHANG, E. L. RUSSELL,"FAULT DETECTION AND DIAGNOSIS IN INDUSTRIAL SYSTEMS". Softcover reprint of the original 1st ed. 2001 edition (January 25, 2001)