



**UNIVERSIDAD MICHUACANA DE SAN
NICOLÁS DE HIDALGO**

Facultad de Ingeniería Eléctrica

**“MODELADO Y SIMULACIÓN DE MOTOR DE CD EN
BOND GRAPH”**

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE

INGENIERO ELÉCTRICISTA

PRESENTA:

MAURICIO COLÍN YÉPEZ

DIRECTOR DE TESIS:

DR. EN INGENIERÍA GILBERTO GONZÁLEZ ÁVALOS

Morelia, Michoacán, Junio 2017.



Dedicatoria

El presente trabajo de tesis está dedicado a mis amados padres, Gustavo Colín y Martha Laura por haber confiado en mí, y por todo el apoyo que siempre me han dado a lo largo de mi vida, para ustedes y para toda mi familia quiénes con su apoyo y muestras de cariño, me han motivado para seguir adelante.

A mis profesores que me han brindado parte de todos sus conocimientos, y éstos se han sumado a mi formación

Agradecimientos

A mis padres, Gustavo y Martha, por su invaluable apoyo, que me han otorgado sin importar la dificultad y el esfuerzo que represente cualquier reto. A mis hermanos, por su apoyo en cualquier cosa que les pida en todo momento de la vida.

A mis tíos, que siempre se encuentran dispuestos a apoyarme en cualquier cosa y cuando lo necesite en todo momento y no menos importante a mi novia Monse que me ayudo en la revisión de este trabajo una y otra vez.

También quiero expresar mi más sincero agradecimiento al tutor y guía de ésta tesis Dr. Gilberto Gonzales Avalos, por haberme brindado la oportunidad de trabajar con él, por haber tenido la paciencia necesaria para ayudarme, por transmitirme su conocimiento y por ser demasiado accesible en todo momento.

Un agradecimiento muy especial a todos los profesores que me tocaron a lo largo de mi paso por esta grandiosa facultad y que estuvieron dispuestos a extender su mano con conocimientos, y por su grata colaboración, por su apoyo y por sus valiosos consejos sobre las materias que curse.

También deseo agradecer a los sinodales encargados de revisar y corregir este trabajo. A toda la gloriosa Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, por ser el ambiente de desarrollo de esta etapa profesional de mi vida, y al personal administrativo y docente que lo integra, por su entrega.

A todos... GRACIAS.

Resumen

En el presente trabajo de investigación se describe un estudio sobre el modelado de sistemas dinámicos como lo es la máquina de corriente directa.

También se define la metodología de la técnica de modelado de Bond Graph dirigida a este tipo de sistemas, y se describe todas las características que representa este enfoque de modelado.

Enseguida se analiza la obtención del modelo matemático en espacio de estados a través del modelado de Bond Graph, desde cómo obtener los vectores clave a través de este modelado, sus relaciones constitutivas y el armado y obtención de la matriz de estructura unión para el caso de un sistema lineal variante en el tiempo.

Una vez hecho lo anterior se describe la metodología para el modelado y la obtención de la matriz de estructura de unión de la máquina de corriente directa para la determinación del modelo matemático en espacio de estados de las diferentes conexiones con que cuenta la máquina de corriente directa.

Por último, se presentarán las simulaciones obtenidas de los modelos, que se obtuvieron con la herramienta de modelado de Bond Graph de las diferentes conexiones de la máquina de corriente directa.

Palabras clave

Bond Graph, Sistema dinámico, Modelo Matemático, Matriz de Estructura Unión, Máquina de corriente directa.

Abstract

In this research work describes a study of modeling of dynamic systems, specifically it focuses in the direct current machine.

The methodology of the Bond Graph modeling applied to these kind of systems is also defined and the features that represent this modeling are defined.

The obtaining of the mathematic model in state-space representation obtained by the Bond Graph modeling is analyzed afterwards, from how to obtain the key vectors with this modeling, its constitutive relations and the obtaining and the construction of the union-structure matrix in the case of a linear system that varies in time.

The methodology for the modeling and the obtaining of the union structure matrix of the direct current machine is approached next; this is done to determine the mathematic model in state-space representation of the different connections available for the direct current machine.

Lastly, the simulations of the different connections of the direct current machine, obtained from the models that resulted from the bond graph tool, are shown.

Key words

Bond Graph, Dynamic system, mathematic model, junction-structure matrix, direct current machine.

Contenido

Dedicatoria	ii
Agradecimientos	iii
Resumen	iv
Abstract	v
Contenido	vi
Lista de figuras.....	ix
Lista de tablas	xii
Lista de abreviaturas y símbolos	xiii
Capítulo 1. Introducción	1
1.1 ANTECEDENTES.....	1
1.2 IMPORTANCIA DE LOS MOTORES DE CD.....	3
1.3 OBJETIVO	4
1.4 JUSTIFICACIÓN.....	4
1.5 METODOLOGÍA.....	5
1.6 CONTENIDO DE LA TESIS.....	5
Capítulo 2. Antecedentes de modelado en Bond Graph.....	7
2.1 INTRODUCCIÓN.....	7
2.2 BOND GRAPH.....	8
2.3 CONCEPTOS BÁSICOS DE UN BOND GRAPH.....	9
2.4 ELEMENTOS BÁSICOS DE UN BOND GRAPH	12
2.4.1 Elementos pasivos puerto-1	12
2.4.1.1 Elemento R	12
2.4.1.2 Elemento C	13
2.4.1.3 Elemento I.....	14
2.4.2 Elementos activos puerto-1 (fuentes).....	15
2.4.3 Elementos ideales puerto-2	16
2.4.3.1 Transformador (TF).....	16
2.4.3.2 Girador (GY)	17
2.4.4 Detectores.....	18
2.4.5 Elementos de unión (puertos-3).....	19
2.4.5.1 Unión-0	19
2.4.5.2 Unión-1	20
2.5 CAUSALIDAD PARA LOS MULTIPUERTOS BÁSICOS	21
2.5.1 Reglas de asignación de causalidad	22
2.6 PROCEDIMIENTO PARA EL MODELADO DE SISTEMAS	26

2.6.1 Sistema eléctrico	27
2.6.2 Sistema mecánico	31
2.6.3 Sistema hidráulico	32
2.7 MATRIZ DE ESTRUCTURA UNIÓN.	32
2.7.1 Vectores clave	33
2.7.2 Relaciones constitutivas y ecuaciones de estado.....	34
2.7.2.1 Relaciones constitutivas	37
2.7.2.2 Matriz de estructura unión.....	38
2.7.2.3 Ecuaciones de estado	39
Capítulo 3. Modelado de motores de CD en Bond Graph	43
3.1 INTRODUCCIÓN.....	43
3.2 GENERALIDADES.....	44
3.3 PARTES FUNDAMENTALES DE LA MÁQUINA DE CD.....	45
3.4 PRINCIPIO GENERAL DE FUNCIONAMIENTO	47
3.5 CONEXIONES DE MÁQUINAS DE CD.....	53
3.5.1 Generadores de CD	54
3.5.1.1 Generador de excitación separada	54
3.5.1.2 Generador paralelo (Shunt).	56
3.5.1.3 Generador serie.....	58
3.5.1.4 Generadores compound	60
3.5.1.4.1 Generador compound aditivo.....	60
3.5.1.5.2 Generador compound diferencial.....	62
3.5.2 Motores de CD	64
3.5.2.1 Motor de excitación separada y motor paralelo (shunt).	64
3.5.2.2 Motor serie.....	66
3.5.2.3 Motor compound aditivo	68
3.5.3 Pérdidas en máquinas de CD.....	71
3.5.3.1 Pérdidas eléctricas.	72
3.5.3.2 Pérdidas mecánicas.....	73
3.5.3.3 Pérdidas magnéticas.	73
3.5.4 Aplicaciones	73
3.6 MODELADO DE LAS CONEXIONES DE LA MÁQUINA DE CD	76
3.6.1 Máquina de corriente directa con excitación independiente.....	76
3.6.2 Máquina de corriente directa con excitación en paralelo	82
3.6.3 Máquina de corriente directa con excitación serie	87
3.6.4 Máquina de corriente directa con conexión compuesta corta.	93
3.6.5 Máquina de corriente directa con conexión compuesta larga.	99
Capítulo 4. Simulación de motores de CD en 20-sim	106
4.1 INTRODUCCION	106
4.2 ¿QUÉ ES 20-SIM?.....	106

4.3 MOTOR DE CORRIENTE DIRECTA CON EXCITACIÓN INDEPENDIENTE	107
4.4 MOTOR DE CORRIENTE DIRECTA CON EXCITACIÓN EN SERIE	111
4.5 MOTOR DE CORRIENTE DIRECTA CON EXCITACIÓN EN PARALELO	115
4.6 MOTOR DE CORRIENTE DIRECTA CON CONEXIÓN COMPUESTA CORTO.....	119
4.7 MOTOR DE CORRIENTE DIRECTA CON CONEXIÓN COMPUESTA LARGA.	124
Capítulo 5	130
5.1 CONCLUSIONES	130
5.2 RECOMENDACIONES	131
Bibliografía.....	132

Lista de figuras

Capítulo 2. Antecedentes de modelado en Bond Graph

Figura 2.1 El Bond (enlace).	10
Figura 2.2 Representación del Bond con las variables involucradas.	10
Figura 2.3 Representación del elemento R.	13
Figura 2.4 Representación del elemento C.	13
Figura 2.5 Representación del elemento I.	14
Figura 2.6 Tetraedro de estados.	15
Figura 2.7 a) Fuente de flujo; b) Fuente de esfuerzo.	15
Figura 2.8 a) Fuente modulada de esfuerzo; b) Fuente modulada de flujo.	16
Figura 2.9 Representación del transformador en Bond Graph.	17
Figura 2.10 Representación de un girador en Bond Graph (GY).	18
Figura 2.11 Representación de los detectores: a) Esfuerzo; b) Flujo.	19
Figura 2.12 Elemento de unión 1.	20
Figura 2.13 Elemento de unión 1.	21
Figura 2.14 Representación del intercambio de potencia.	21
Figura 2.15 Representación del trazo causal en un Bond.	22
Figura 2.16 Reglas de simplificación.	26
Figura 2.17 Circuito eléctrico.	27
Figura 2.18 Denotamos los nodos en el circuito eléctrico.	28
Figura 2.20 Introducción de los elementos con unión 1.	29
Figura 2.21 Unión entre elementos siguiendo la dirección de la potencia.	29
Figura 2.22 El nodo de referencia (tierra es retirado).	30
Figura 2.23 Aplicación de las reglas de reducción.	30
Figura 2.24 Aplicación de las reglas de reducción.	30
Figura 2.25 Representación de un sistema eléctrico en Bond Graph acausal.	31
Figura 2.26 Modelo en Bond Graph con causalidades asignadas.	31
Figura 2.27 Diagrama de bloques de la estructura de unión en Bond Graph.	33

Capítulo 3. Modelado de motores de CD en Bond Graph

Figura 3.1 Partes de la máquina de CD.	46
Figura 3.2 Campo magnético en un cable.	47

Figura 3.3 Campo magnético en una bobina.	48
Figura 3.4 Líneas de flujo y dirección de corriente en un conductor.	49
Figura 3.5 Líneas de flujo magnético en un imán.	49
Figura 3.6 Conductor en el entrehierro de dos imanes	50
Figura 3.7 Conductor ubicado en el campo magnético débil del entrehierro.	51
Figura 3.8 Malla de cable en el entrehierro.	51
Figura 3.9 Movimiento de la malla de cable en el entrehierro.	52
Figura 3.10 Circuito equivalente de un generador de excitación separada.	54
Figura 3.11 Circuito equivalente de un generador paralelo (shunt).	56
Figura 3.12 Circuito equivalente de un generador serie.	58
Figura 3.13 Circuito equivalente de un generador compound aditivo.	60
Figura 3.14 Circuito equivalente de un generador compound diferencial.	62
Figura 3.15 Circuito equivalente de un motor de excitación separada.	64
Figura 3.16 Circuito equivalente de un motor shunt.	65
Figura 3.17 Circuito equivalente de un motor serie.	67
Figura 3.18 Circuito equivalente de un motor compound aditivo.	69
Figura 3.19 Conexión de la máquina de corriente directa con excitación independiente.	77
Figura 3.20 Modelo de Bond Graph con causalidad asignada de la máquina de corriente directa en excitación independiente.	77
Figura 3.21 Conexión de la máquina de corriente directa en paralelo.	82
Figura 3.22 Modelo de Bond Graph con causalidad asignada de la máquina de corriente directa en excitación en paralelo.	83
Figura 3.23 Conexión de la máquina de corriente directa en serie.	87
Figura 3.24 Modelo de Bond Graph con causalidad asignada de la máquina de corriente directa en conexión serie.	88
Figura 3.25 Conexión de la máquina de corriente directa en compuesta corta.	94
Figura 3.26 Modelo de Bond Graph con causalidad asignada de la máquina de corriente directa en conexión compuesta corta.	94
Figura 3.27 Conexión de la máquina de corriente directa en compuesta larga.	100
Figura 3.28 Modelo de Bond Graph con causalidad asignada de la máquina de corriente directa en conexión compuesta larga.	100

Capítulo 4. Simulación de motores de CD en 20-sim

Figura 4.1 Conexión de la máquina de corriente directa con excitación independiente.	107
---	-----

Figura 4.2 Modelo de Bond Graph de la máquina de corriente directa en excitación independiente.	108
Figura 4.3 Modelo de la conexión de la máquina de CD conexión independiente en 20-sim.	109
Figura 4.4 Corriente del devanado de armadura, conexión independiente.	110
Figura 4.5 Velocidad angular de la máquina de CD conexión independiente.	110
Figura 4.6 Conexión de la máquina de corriente directa con excitación en serie.	111
Figura 4.7 Modelo de Bond Graph de la máquina de corriente directa en serie.	112
Figura 4.8 Modelo de la conexión de la máquina de CD conexión serie en 20-sim.	113
Figura 4.9 Corriente del devanado de campo conexión serie.	114
Figura 4.10 Corriente del devanado de armadura conexión serie.	114
Figura 4.11 Velocidad angular de la máquina de CD conexión serie.	115
Figura 4.12 Conexión de la máquina de corriente directa en paralelo	116
Figura 4.13 Modelo de Bond Graph de la máquina de corriente directa en paralelo.	116
Figura 4.14 Modelo de la conexión de la máquina de CD conexión paralelo en 20-sim.	117
Figura 4.15 Corriente del devanado de armadura, conexión paralelo.	118
Figura 4.16 Corriente del devanado de campo, conexión paralelo.	118
Figura 4.17 Velocidad angular de la máquina de CD conexión paralelo.	119
Figura 4.18 Conexión de la máquina de corriente directa en conexión compuesto corto.	120
Figura 4.19 Modelo de Bond Graph de la máquina de corriente directa en conexión compuesta corta. ...	120
Figura 4.20 Modelo de la conexión de la máquina de CD conexión compuesta corta en 20-sim.	121
Figura 4.21 Corriente del devanado de armadura, conexión compuesta corta.	122
Figura 4.22 Corriente del devanado serie, conexión compuesta corta.	123
Figura 4.23 Corriente del devanado de campo, conexión compuesta corta.	123
Figura 4.24 Velocidad angular de la máquina de CD conexión compuesta corta.	124
Figura 4.25 Modelo de Bond Graph de la máquina de corriente directa en conexión compuesta larga. ...	125
Figura 4.26 Modelo de Bond Graph de la máquina de corriente directa en conexión compuesta larga.	125
Figura 4.27 Modelo de la conexión de la máquina de CD conexión compuesta larga en 20-sim.	126
Figura 4.28 Corriente del devanado armadura, conexión compuesta larga.	127
Figura 4.29 Corriente del devanado campo, conexión compuesta larga.	128
Figura 4.30 Corriente del devanado serie, conexión compuesta larga	128
Figura 4.31 Velocidad angular de la máquina de CD conexión compuesta larga	129

Lista de tablas

Capítulo 2. Antecedentes de modelado en Bond Graph

Tabla 2.1 Variables generalizadas para diferentes dominios físicos	11
Tabla 2.2 Ecuaciones para el elemento R.....	13
Tabla 2.3 Ecuaciones para el elemento C.....	14
Tabla 2.4 Ecuaciones para el elemento I.	15
Tabla 2.5 Reglas para la causalidad.....	24
Tabla 2.6 Reglas para la causalidad.....	25

Capítulo 3. Modelado de motores de CD en Bond Graph

Tabla 3.1 Aplicaciones domésticas del motor CD.	74
Tabla 3.2 Aplicaciones industriales del motor CD.....	75
Tabla 3.3 Aplicaciones en transporte del motor CD.	76

Lista de abreviaturas y símbolos

$f(t)$	Variable de flujo
$e(t)$	Variable de esfuerzo
$p(t)$	Variable de momento
$q(t)$	Variable de desplazamiento
$-R$	Elemento R
$-C$	Elemento C
$-I$	Elemento I
TF	Elemento transformador
GY	Elemento girador
$-0-$	Unión 0
$-1-$	Unión 1
$S_e \rightarrow$	Fuente de esfuerzo
$S_f \rightarrow$	Fuente de flujo
$u(t)$	Vector de entrada del sistema
$y(t)$	Vector de salida del sistema
$x(t)$	Vector de estados
$A(t), B(t), C(t), D(t)$	Matrices de estados
BGI	Bond Graph integral
BGD	Bond Graph derivativo
$S(t)$	Matriz de estructura unión
V	Volts, Unidad Física de Potencial Eléctrico
A	Amper, Unidad Física de Corriente Eléctrica
Ω	Ohm, Unidad Física de Resistencia Eléctrica
H	Henrys, Unidad Física de la Inductancia Eléctrica
m	Metro, Unidad Física de la Distancia
s	Segundo, Unidad Física del Tiempo
kgs	Kilogramo, Unidad Física del Peso

Capítulo 1. Introducción

1.1 ANTECEDENTES

Durante muchos años las máquinas eléctricas han sido indispensables en la industria y la vida cotidiana en todo el mundo. Estas han ido experimentado rápidos y espectaculares avances en lo que respecta a nuevos tipos, potencias y exigencias constructivas y funcionales [1].

Las máquinas eléctricas son, en general, todo conjunto de mecanismos capaces de generar, aprovechar o transformar la energía eléctrica; comprenden desde las unidades de generadores situados en las grandes centrales productoras de energía eléctrica, hasta máquinas tales como motores (el ejemplo característico de las máquinas de corriente es el motor) empleados en el transporte de mercancía en industrias, entre otros. Dichas máquinas son el resultado de la aplicación de los principios electromagnéticos y en particular de las leyes de Faraday, Lenz, Lorentz y Ohm [2].

Las máquinas eléctricas se clasifican como:

- Máquinas estáticas (reactores y transformadores, por ejemplo)
- Máquinas móviles:
 - De movimiento mecánico lineal (electroimanes de armadura)
 - De movimiento rotativo (motores y generadores).

Las máquinas rotatorias, se clasifican en máquinas de corriente continua o directa CD (si las salidas son de corriente continua, es decir si la energía que las alimenta proviene de una fuente de corriente directa) y en máquinas de corriente alterna CA (si la salidas de corriente son periódicas o si la energía de entrada proviene de una fuente de corriente alterna).

Las máquinas de corriente directa presentan un estator, en donde el campo inductor es originado en el estator, mientras que el inducido, en el rotor. El estator tiene polos salientes y el rotor es cilíndrico.

Como ejemplo de estas máquinas se tiene los antiguos generadores de automóviles, llamados también dínamos y los siempre aplicables motores eléctricos para el arranque de los vehículos automotores, llamados también arrancadores. Los pequeños motores de juguete son también un buen ejemplo de este tipo de máquinas.

En las máquinas de corriente alterna la configuración de la estructura del estator es la misma en todos los tipos, se trata de una estructura cilíndrica, sin excepciones, sin embargo, en lo que respecta a los rotores, existen máquinas de corriente alterna con rotor cilíndrico y máquinas con rotor de polos salientes. Las máquinas de corriente alterna, a su vez se clasifican en:

- Síncronas: son máquinas de corriente alterna, su velocidad es constante, es decir, que permanece invariable con la carga.
- Asíncronas: son máquinas de corriente alterna o de inducción, se diferencian de las máquinas síncronas porque su velocidad no es la misma en vacío que con carga, sino que conforme se aumenta la carga, la velocidad disminuye algo, siendo la máxima cuando trabaja en vacío.

La ventaja fundamental de los motores de corriente directa contra los de alterna, ha sido el mayor grado de flexibilidad para el control de la velocidad y el cálculo del par, haciendo interesante su aplicación en diversos procesos industriales. No obstante, sus desventajas son el empleo de conmutador, de las escobillas y el frecuente mantenimiento que requiere para su operación.

En años recientes, en un intenso esfuerzo en la investigación se han producido otras variantes de máquinas eléctricas, tales como máquinas de CD sin escobillas, máquinas de imanes permanentes y máquinas de reluctancia variable, que son una alternativa viable en muchas aplicaciones.

1.2 IMPORTANCIA DE LOS MOTORES DE CD

Aunque el costo de un motor de corriente directa es considerablemente mayor que el de un motor de corriente alterna de igual potencia, existe una tendencia creciente a emplear motores de corriente directa en aplicaciones especiales.

Existen un creciente número de procesos industriales que requieren exactitud en el control, y una variedad de velocidades que no se puede conseguir con motores de corriente alterna.

El motor de corriente directa mantiene un rendimiento alto en un amplio margen de velocidades, esto junto con su alta capacidad de sobrecarga, lo hace más apropiado que el de corriente alterna para muchas aplicaciones.

Las máquinas de corriente directa se caracterizan por su versatilidad ya que por medio de varias combinaciones de devanados de campo excitados en derivación, excitados en paralelo, excitados en serie y de excitación separada son diseñadas para mostrar una gran y amplia gama de características de voltaje-corriente o velocidad-par, tanto para funcionamiento dinámico como para funcionamiento permanente. Por la facilidad con la que son controlados los motores de corriente directa, con frecuencia son utilizados en aplicaciones que requieren una gran variedad de velocidades en el motor, o bien para el control preciso del motor de corriente directa.

La máquina de corriente directa puede ser utilizada tanto como generador o como motor, aunque en la actualidad su uso más común es como motor, ya que la generación de energía en corriente directa se logra mediante equipos rectificadores, dando más eficiencia y menor costo. En cuanto a su uso como motor, tiene importancia dentro de la industria automotriz ya que los vehículos cuentan con un número importante de motores de pequeña potencia, algunos ejemplos de estos son el limpiaparabrisas, el motor de arranque, el levanta vidrios, el calefactor, etc.

Actualmente tienden a utilizarse poco como generadores, puesto que se sustituyen por las máquinas de corriente alterna, sin embargo, las máquinas de corriente directa como motor tienen grandes inconvenientes, ya que son más caros y tienen problemas de mantenimiento técnicos.

Las máquinas de corriente directa son reversibles, es decir, la misma máquina puede trabajar como generador o como motor. Es una de las máquinas más versátiles en la industria. Su fácil control de posición, par y velocidad la han convertido en una de las mejores opciones en aplicaciones de control y automatización de procesos.

Con la llegada de nuevas tecnologías electrónicas su uso ha disminuido en gran medida, ya que los motores de corriente alterna, del tipo asíncrono, pueden ser controlados de igual forma y a precios más accesibles para el consumidor. A pesar de esto los motores de corriente directa aun tienen muchas aplicaciones.

1.3 OBJETIVO

El objetivo del presente proyecto es conocer y obtener las bases necesarias de la herramienta de modelado en Bond Graph, y así con esta herramienta llevar a cabo el modelado y la simulación del sistema dinámico de las conexiones del motor de corriente directa.

1.4 JUSTIFICACIÓN

El primer paso para analizar un sistema dinámico, es obtener un modelo, estos modelos pueden tomar formas distintas según el sistema que se emplee y las circunstancias en que se encuentre; dichos modelos son principalmente contruidos para resolver problemas propuestos. El objetivo es ayudar y brindar el soporte necesario durante el proceso de diseño, análisis y diagnóstico de sistemas de ingeniería. El software debe complementar el talento del diseñador para que éste pueda modelar y simular de forma eficientemente.

El modelado de Bond Graph es capaz de tomar un sistema que contenga subsistemas en diferentes dominios físicos. También proporciona algunas características a partir de la construcción de la matriz de estructura de unión.

En particular, esta herramienta de modelado, es una representación gráfica de un sistema dinámico, donde una colección de pequeños componentes ideales interactúan entre sí a través de puertos de energía, esta herramienta es capaz de tomar cualquier sistema que contenga subsistemas en diferentes dominios físicos tales como sistemas eléctricos, magnéticos, mecánicos, hidráulicos, térmicos y así modelarlo en un solo marco de referencia.

En conclusión, el modelado en Bond Graph da un enfoque para el modelado y manipulación de sistemas dinámicos de ingeniería, permitiendo obtener las ecuaciones de estado de dicho sistema, basándose en una representación gráfica.

1.5 METODOLOGÍA

Para analizar un sistema dinámico primero se obtendrán los modelos; empleando la herramienta de modelado de Bond Graph, además se describirá dicha herramienta, sus componentes, qué elementos o leyes la integran, los pasos a seguir para llevar a cabo el modelado de un sistema mediante la misma, y de esta forma poder adquirir y tener las bases necesarias para poder obtener el modelado de una máquina de corriente directa. También se revisarán los antecedentes del modelado de Bond Graph para conocer los trabajos realizados sobre este tipo de sistemas.

Posteriormente, se revisará la metodología para obtener el matiz de estructura-unión para sistemas lineales variantes en el tiempo y enseguida se extenderá para el sistema dinámico de la máquina de corriente directa.

1.6 CONTENIDO DE LA TESIS

Este trabajo está dividido en cinco capítulos, en el primer capítulo se muestra una breve introducción sobre los antecedentes relevantes de las máquinas eléctricas, definiendo las máquinas de corriente directa y alterna, además de conocer sus aplicaciones en la vida diaria sus

ventajas y desventajas. También, se explican los objetivos de este trabajo, se da a conocer la metodología que se empleará para llevar a cabo este trabajo y la justificación de este proyecto de tesis en relación al sistema de modelado de Bond Graph.

En el capítulo dos, los antecedentes de la metodología en Bond Graph son abordados y descritos de forma ordenada respecto al nivel que requiere cada parte de esta metodología para así crear un buen modelo de un sistema a analizar, también añadiendo la parte que aborda la obtención del modelo matemático, mediante la matriz de estructura-unión que se estudió en la teoría de Bond Graph la cual resulta fundamental para relacionar dos metodologías bastante diferentes.

El capítulo tres se dedica solamente al motor de corriente directa; se especifican las generalidades, su principio de funcionamiento y el modelo matemático de sus ecuaciones, además se establecen sus diferentes conexiones que se pueden derivar de él, después se procede a modelar sus sistemas dinámicos de cada una de las diferentes conexiones en la herramienta de modelado ya estudiada en el capítulo 2.

El capítulo cuatro está dedicado en su totalidad a la evaluación experimental. Es aquí donde se desarrolla la simulación de las ecuaciones obtenidas con la herramienta de modelado estudiada en el capítulo 2 de cada uno de los sistemas dinámicos de las conexiones de la máquina de CD.

Finalmente, en el capítulo cinco se describe el alcance logrado, también se mencionan algunas ideas que podrían concretarse en trabajos futuros.

Capítulo 2. Antecedentes de modelado en Bond Graph

2.1 INTRODUCCIÓN

Los métodos que hoy en día la ciencia provee para dar respuesta a todas las interrogantes humanas sobre la infinidad de sistemas y las propiedades de cada uno, se basan en la experimentación, esto mediante la realización de ensayos para la observación de las reacciones del mismo, y además para obtener leyes en base a su comportamiento, expresadas por lo general en lenguaje matemático.

Los métodos experimentales no siempre son viables, ya que en algunos casos existen muchos factores que impiden o limitan su aplicación, una alternativa a este método es la experimentación sobre su modelo.

Para analizar cualquier sistema por ejemplo, en este caso un sistema dinámico [sistemas cuyos parámetros internos (variables de estado) siguen una serie de reglas temporales; se llaman sistemas porque están descritos por un serie de ecuaciones, y dinámicos porque sus parámetros varían con alguna variable, por lo general, el tiempo], lo primero que debe hacerse es obtener el modelo de dicho sistema, estos modelos inclusive pueden tomar muchas formas, según el sistema en particular de que se trate y las circunstancias del mismo. Los modelos son construidos para resolver un problema propuesto.

En particular el modelado en Bond Graph tiene como finalidad presentar un enfoque unificado para el modelo y manipulación de los sistemas dinámicos de ingeniería que permiten obtener las ecuaciones de estado basándose en una representación gráfica y en la generalización de los conceptos de variables de flujo y esfuerzo [3].

2.2 BOND GRAPH

Bond Graph fue creado por Henry M. Paynter (1923-2002), profesor del MIT y UT Austin, con la introducción de los Bonds en 1959, concluyó en alrededor de una década definiendo la mayoría de los conceptos básicos y así los unió en un marco conceptual.

Esta herramienta fue desarrollada más ampliamente por sus estudiantes, en particular, Dean C. Karnopp, profesor de la UC Davis, y Ronald C. Rosenberg, después profesor de la Michigan State University, quien también diseñó la herramienta del primer equipo ENPORT, el cual apoyaba la simulación de modelos de Bond Graph.

En los años 70s Jan J. van Dixhoorn, profesor de la Universidad de Twente, y Jean U. Thomas, profesor de la Universidad de Waterloo, Ontario, fueron los primeros en introducir los modelos de Bond Graph en Europa. Estos pioneros y sus estudiantes han estado difundiendo estas ideas en todo el mundo.

Jan van Dixhoorn presentó un primer prototipo de diagramas de bloques de software basado en TUTSIM. Esto sentó las bases para el desarrollo del software 20-SIM en la Universidad de Twente. También, inició la investigación en modelos más complejos, los sistemas físicos, en particular los sistemas de termo fluidos.

En las últimas dos décadas, los Bond Graph han sido un tema de investigación o están siendo utilizados en la investigación en muchas universidades a nivel global y son parte de los planes de estudio en un número creciente de universidades.

El Prof. H. M. Paynter dio la idea revolucionaria de mostrar a los sistemas en Bonds de alimentación, los cuales conectan los elementos del sistema físico a las estructuras de cruce. Este intercambio capaz de representar un sistema se llama Bond Graph.

Mediante este enfoque, un sistema físico puede ser representado por los símbolos y las líneas de identificación de las rutas de flujo de potencia. Los elementos de los parámetros globalizados

de la resistencia, la capacitancia e inductancia, la conservación de energía por los lazos y las uniones están interconectados de tal manera que resulta en una estructura de red [4].

2.3 CONCEPTOS BÁSICOS DE UN BOND GRAPH

Un Bond Graph es la representación gráfica de un sistema donde una colección de pequeños componentes interactúan unos con otros a través de puertos de energía. Estos componentes en el sistema describen como fluye la energía a través del él.

Esta herramienta da un enfoque general que permite construir modelos de sistemas, ya sea eléctricos, mecánicos, magnéticos, hidráulicos, neumáticos y térmicos utilizando solamente un pequeño conjunto de elementos ideales [3].

Las principales características del modelado en Bond Graph son las siguientes:

- Es un lenguaje para la representación de la transferencia de potencia dentro de un sistema.
- Es un modelado gráfico.
- Se basa en el concepto de analogía.
- Este modelado supone los parámetros localizados en un sistema.
- Aparecen de forma explícita en las relaciones de causa y efecto (causalidad).
- Permite construir de manera sistemática los modelos matemáticos “clásicos”.

La metodología de Bond Graph se basa en el análisis y la caracterización de las transferencias de potencia que ocurren en un sistema, así como del principio de causa y efecto o causalidad.

En un sistema físico cualquiera, la energía puede almacenarse, disiparse o intercambiarse. Cuando posteriormente se unen dos sistemas, aparece una transferencia de potencia entre ellos para esto [4], el componente fundamental de un Bond Graph es el Bond de energía utilizado para acoplar los puertos de energía de los componentes del sistema, el Bond es representado por una

semiflecha indicando la dirección de como fluye la energía entre los puertos[3]. Un ejemplo de esta semiflecha se encuentra en la figura 2.1.

El enlace lleva dos variables puestas en juego para el cálculo de la potencia, la dirección de la semiflecha corresponde a la dirección positiva de la potencia hacia a una de estas variables, tal como se muestra en la figura 2.1.

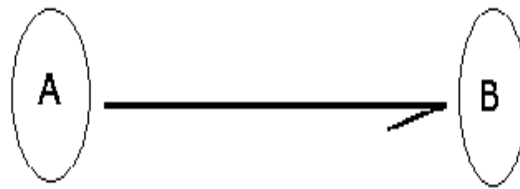


Figura 2.1 El Bond (enlace).

Por otra parte, la potencia intercambiada ($p(t)$), variable en el tiempo, es transmitida por un Bond particular y puede ser expresada como el producto de dos variables: el esfuerzo ($e(t)$) y el flujo ($f(t)$), llamadas también variables de bond generalizadas debido a que pueden ser utilizadas en todos los dominios de energía, siendo ambas también variables en función del tiempo con lo que resulta la ecuación (2.1).

$$p(t) = e(t)f(t) \quad (2.1)$$

Esta representación se muestra en la figura 2.2.

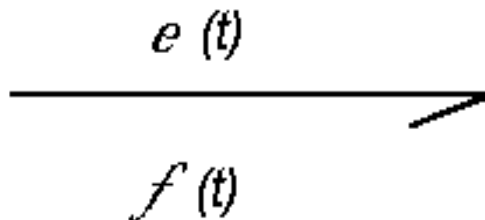


Figura 2.2 Representación del Bond con las variables involucradas.

Otra variable involucrada es el cambio de energía, la cual es calculada por la integración de la potencia ($P(t)$) con respecto del tiempo de la siguiente forma:

$$\Delta E = \int_0^t P(\tau) d\tau = \int_0^t e(\tau) f(\tau) d\tau + E(0) \quad (2.2)$$

De modo que estas variables de energía se pueden definir a través de las siguientes integrales:

$$p(\tau) = \int_0^t e(\tau) d\tau + p(0) \quad (2.3)$$

$$q(t) = \int_0^t f(\tau) d\tau + q(0) \quad (2.4)$$

Siendo $p(t)$ el momento generalizado y $q(t)$ el desplazamiento generalizado.

Como se ha comentado anteriormente las variables, esfuerzo y flujo, tienen un significado diferente en función del dominio físico al que pertenezca en el sistema de estudio.

En la tabla 2.1, puede verse el significado de estas variables en diferentes dominios de energía.

Tabla 2.1 Variables generalizadas para diferentes dominios físicos

Dominio Físico	Esfuerzo (e)	Flujo (f)	Momento (p)	Desplazamiento (q)
Mecánica de Traslación	Fuerza $f(N)$	Velocidad $V(\frac{m}{s})$	Momento línea $P(N * s)$	Desplazamiento $X(m)$

Mecánica de Rotación	Par $M(N * m)$	Velocidad Angular $\omega(rad * s)$	Momento Angular $H(N * m * s)$	Angulo $\theta(rad)$
Electricidad	Voltaje $e(V)$	Corriente $i(Amp)$	Flujo Magnético $F(V * s)$	Carga $Q(c)$
Hidráulica	Presión $p(\frac{N}{m^2})$	Caudal $Q(\frac{m^3}{s})$	Momento $p(\frac{N * s}{m^2})$	Volumen $v(m^3)$
Térmico	Temperatura $T(k)$	Flujo de Entropía $q(\omega)$		Entropía (Q)

2.4 ELEMENTOS BÁSICOS DE UN BOND GRAPH

Los elementos básicos de un Bond Graph se describen a continuación.

2.4.1 Elementos pasivos puerto-1

Estos elementos son llamados pasivos ya que pueden convertir la energía con la que se alimentan, ya sea disipada, en forma de calor o almacenada. Se les llama 1-puerto, ya que se caracterizan por una ley escalar y reciben energía a través de un único enlace, debido a que la energía es suministrada a los elementos, la semiflecha es orientada hacia el elemento [4].

2.4.1.1 Elemento R

Éste elemento es utilizado para modelar al fenómeno físico que relaciona la variable de esfuerzo a la variable de flujo del dominio físico que se esté considerando.

El elemento R transforma la potencia suministrada a él en energía térmica disipada [4] y su representación general se muestra en la figura 2.3.

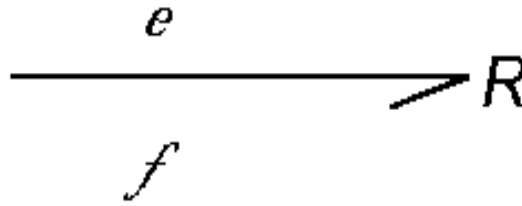


Figura 2.3 Representación del elemento R.

A continuación se muestran las ecuaciones y las variables que son utilizadas para este elemento, esto para el dominio eléctrico en la tabla 2.2.

Tabla 2.2 Ecuaciones para el elemento R

Dominio Físico	Ecuación Lineal
Eléctrico	$v(t) = i(t) * R$

2.4.1.2 Elemento C

El elemento C se utiliza para modelar al fenómeno físico que relacione la variable de esfuerzo con la variable de desplazamiento del dominio físico que se esté considerando.

El elemento C transforma la potencia suministrada a él en energía almacenada, y su representación se observa en la figura 2.4

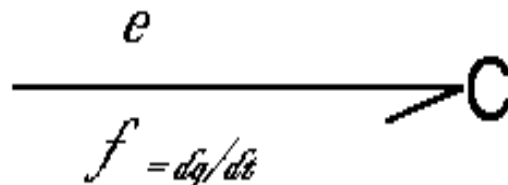


Figura 2.4 Representación del elemento C.

En la tabla 2.3 se muestran las ecuaciones y las variables que son utilizadas para el elemento C, esto para dominio eléctrico.

Tabla 2.3 Ecuaciones para el elemento C.

Dominio Físico	Ecuación Lineal
Eléctrico	$v(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt$

2.4.1.3 Elemento I

El elemento I se utiliza para modelar al fenómeno físico que relacione la variable de flujo con la variable de momento del dominio físico que se está considerando [4].

El elemento I transforma la potencia suministrada a él en energía almacenada, cuya representación se ilustra en la Figura 2.5.

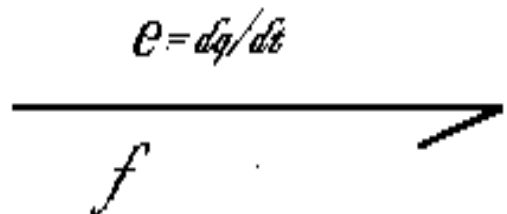


Figura 2.5 Representación del elemento I.

En la tabla 2.4 se muestran las ecuaciones y las variables que son utilizadas para el elemento I, esto para el dominio eléctrico.

En la figura 2.6 se muestra una forma de relacionar las variables generalizadas, y de importancia en Bond Graph, es el esquema mnemónico llamado tetraedro de estados, en éste se observa la representación de los elementos pasivos puerto-1 (R, C, I) [3].

Tabla 2.4 Ecuaciones para el elemento I.

Dominio Físico	Ecuación Lineal
Eléctrico	$i(t) = \frac{1}{C} \int v(t) dt$

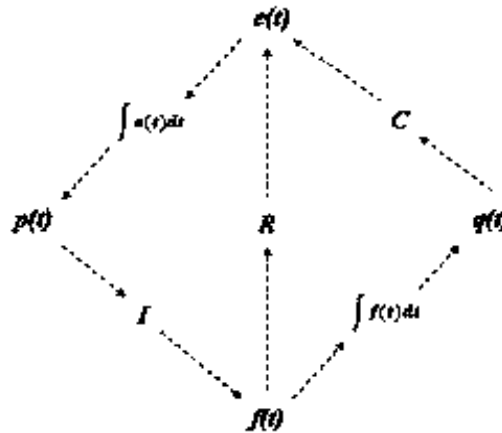


Figura 2.6 Tetraedro de estados

2.4.2 Elementos activos puerto-1 (fuentes)

Estos son los elementos que suministran energía al sistema, existen dos tipos de fuentes, aquella que otorga esfuerzo (voltaje, presión, fuerza) y la que otorga flujo (corriente, caudal, velocidad), denotadas como Se y Sf respectivamente y su representación se muestra en la figura 2.7 [3].

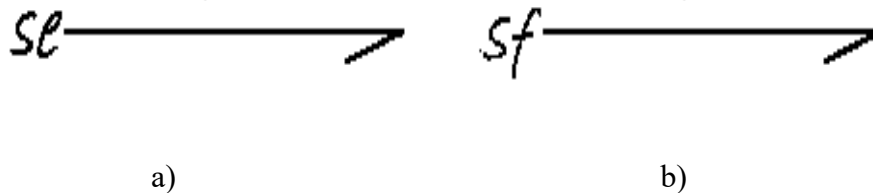


Figura 2.7 a) Fuente de flujo; b) Fuente de esfuerzo.

La orientación de la semiflecha está definida y representa la salida de la fuente. Existe una propiedad fundamental que define una fuente en esta metodología la cual es la variable de esfuerzo y flujo proporcionada por la fuente es considerada independiente de la complementaria. Si en un mismo sistema existe alguna entrada de control y a su vez entradas de perturbaciones, se puede utilizar lo siguiente:

- Se o Sf: Entradas constantes no controladas o moduladas por variables externas.
- MSe o MSf: Entradas controladas donde M es modulada por alguna variable de control externa, éstas son representadas en la figura 2.8.

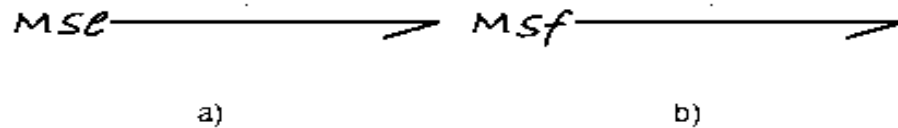


Figura 2.8 a) Fuente modulada de esfuerzo; b) Fuente modulada de flujo.

Esto quiere decir que si en un mismo sistema existe alguna entrada de control y a su vez entradas de perturbaciones se utiliza la notación MSe y MSf.

2.4.3 Elementos ideales puerto-2

Consideremos dos elementos ideales puertos-2, llamados *transformador* (TF) y *girador* (GY), que son sistemas lineales que cambian la relación entre las variables de flujo y esfuerzo. Caracterizándose por tener dos puertos, y una relación lineal entre esfuerzos y flujos [3].

2.4.3.1 Transformador (TF)

Este transformador no almacena o disipa energía (conservación de la potencia). Un transformador se encarga de relacionar las variables de flujo-flujo y esfuerzo-esfuerzo.

El transformador descrito en Bond Graph (TF) es capaz de representar un transformador eléctrico ideal, un sistema de engranaje, un pistón hidráulico, etc. La representación de este elemento es mostrada en la figura 2.9.

Al existir conservación de la potencia en TF ($e_1 f_1 = e_2 f_2$) se puede encontrar la relación constitutiva en variables generalizadas para TF, éstas también permiten definir m , esto en la ecuación (2.5).



Figura 2.9 Representación del transformador en Bond Graph.

Las relaciones de las variables de Bond generalizadas para el transformador (TF), están representadas en la ecuación (2.5).

$$\begin{aligned} e_1 &= m e_2 \\ f_2 &= m f_1 \end{aligned} \quad (2.5)$$

Si m no es una constante se puede considerar que el transformador es modulado y este será denotado como MTF: $m(.)$

2.4.3.2 Girador (GY)

En comparación con el transformador, un girador establece relaciones entre flujo–esfuerzo y esfuerzo–flujo. Al igual que el transformador, éste no almacena o disipa energía. El girador de Bond Graph puede representar giroscopios mecánicos, sensores de efecto Hall, motores de CD, etc. [4]

La figura 2.10 corresponde a la representación de un girador.



Figura 2.10 Representación de un girador en Bond Graph (GY).

Siendo un elemento conservativo de potencia, podemos determinar las relaciones constitutivas de este y definir r , así se obtiene la ecuación (2.6).

$$\begin{aligned} e1 &= r f2 \\ e2 &= r f1 \end{aligned} \quad (2.6)$$

Si r no es una constante, entonces se dice que el girador está siendo modulado, si es el caso, éste se denotará como MGY: $r(\cdot)$.

2.4.4 Detectores

Este elemento representa sensores o instrumentos de medición, los cuales son supuestos ideales (no consumen potencia). A pesar de que la potencia no está involucrada, éste es usado como un enlace de información o señal. Existen dos tipos de detectores los cuales son:

El detector de esfuerzo (De) el cual representaría un voltmetro, sensor de fuerza, sensor de presión, etc.

El detector de flujo (Df) el cual sería una representación de un medidor de velocidad de flujo (caudal), un tacómetro, etc.

Éstos son representados por una flecha clásica, como se muestra en la figura 2.11.

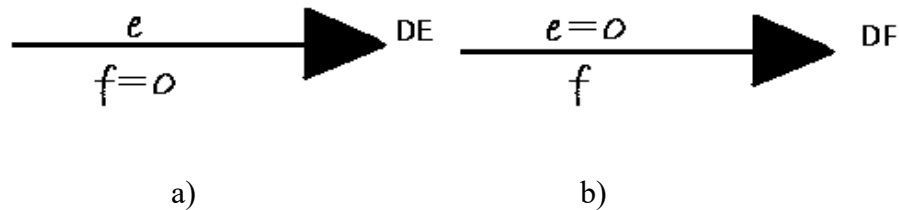


Figura 2.11 Representación de los detectores: a) Esfuerzo; b) Flujo.

2.4.5 Elementos de unión (puertos-3)

El 24 de Abril de 1959 fue el día en que Henry M. Paynter tuvo una idea sobre los elementos de Unión-0 y Unión-1.

Ambas uniones son originadas a partir de dos generalizaciones radicales en base a la Ley de Corrientes de Kirchhoof (LCK) y la Ley de Voltajes de Kirchhoof (LVK), tomando éstas dentro y fuera de los circuitos eléctricos.

El limitado uso de los puertos-3 en casos de estudio con Bond Graph en esa época, difícilmente le hacía justicia al papel que estos elementos desempeñaron para la presentación de los Bond Graphs como una disciplina completa y formal [4].

2.4.5.1 Unión-0

Es conocida como unión de flujo ó unión de esfuerzo común. Las relaciones que la caracterizan son:

- Igualdad de esfuerzos para todos los enlaces que tenga la unión.
- La suma algebraica de potencias es igual a 0.

Simplificando lo anterior se tiene:

$$\begin{aligned} e_1 &= e_2 = e_3 \dots \dots = e_n \\ f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_n &= 0 \end{aligned} \quad (2.7)$$

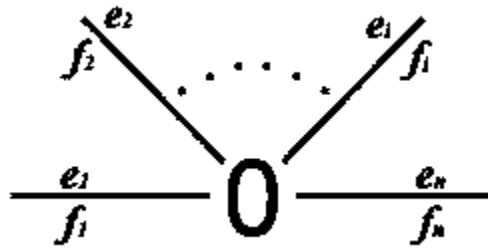


Figura 2.12 Elemento de unión 1.

La forma de describir este elemento está dada en la figura 2.12.

2.4.5.2 Unión-1

Llamada también unión de esfuerzo ó unión de flujo común. Las relaciones que la caracterizan son:

- Igualdad de flujo para todos los enlaces que tenga la unión.
- La suma algebraica de las potencias es 0.

Simplificando lo anterior se tiene:

$$\begin{aligned} e_1 + e_2 + e_3 + \dots + e_n &= 0 \\ f_1 &= f_2 = f_3 \dots \dots f_n = 0 \end{aligned} \quad (2.8)$$

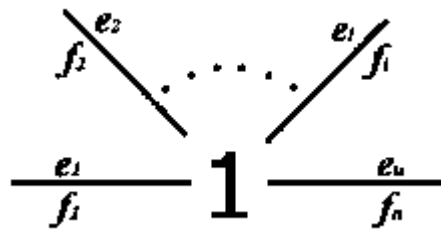


Figura 2.13 Elemento de unión 1.

2.5 CAUSALIDAD PARA LOS MULTIPUERTOS BÁSICOS

En Bond Graph se puede observar la forma en que la potencia se intercambia entre elementos y también permite que aparezcan de forma explícita, las relaciones de causa–efecto y la estructura del cálculo de ecuaciones características asociadas al modelo.

Una forma sencilla de ver la causalidad es observando el intercambio de potencia entre dos subsistemas, y sólo podrían existir dos posibles situaciones [4]:

El subsistema **A** suministra esfuerzo al subsistema **B** y este responde enviando flujo hacia **A**.
A envía flujo a **B** y este a su vez suministra esfuerzo a **A**.

Lo anterior se puede ver representado en la figura 2.14

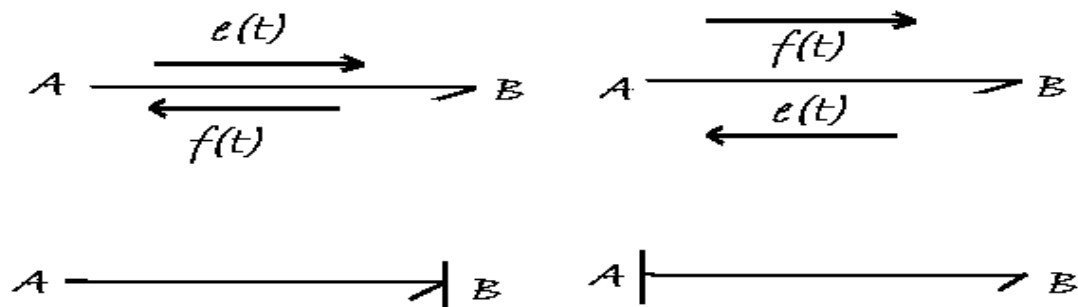


Figura 2.14 Representación del intercambio de potencia.

Para representar estas relaciones de causa–efecto en un modelo de Bond Graph una marca en un Bond llamado *trazo causal*, indica como $e(t)$ y $f(t)$ son determinados causalmente en un Bond. Para representar estas relaciones de causa–efecto (entrada- salida para $e(t)$ y $f(t)$) en un modelo de Bond Graph, se coloca una marca en el Bond (semiflecha) llamada “trazo causal” el cual es una línea horizontal con respecto al Bond.

El trazo causal se coloca cerca del elemento que recibe el esfuerzo y además el trazo causal es independiente del sentido de la semiflecha, como se muestra en la figura 2.15 [4].

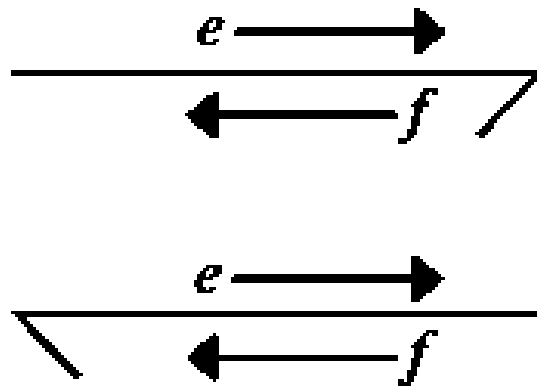


Figura 2.15 Representación del trazo causal en un Bond.

2.5.1 Reglas de asignación de causalidad

La asignación de la causalidad no es arbitraria, ésta tiene reglas y un procedimiento ya definido.

A este procedimiento se le conoce como SCAP (Sequential Causality Assignment Procedure) y este es descrito a continuación [4].

1. Asignar la causalidad necesaria a las fuentes.

2. Asignar la causalidad integral a todos los elementos almacenadores de energía ($-I$, $-C$).
3. Asignar la causalidad (restrictiva) a todos los elementos de unión 0 y 1, a transformadores (TF) y giradores (GY), tomando en cuenta las restricciones de estos.
4. Asignar la causalidad arbitraria a los elementos resistivos R , dependiendo de las posibilidades disponibles.
5. Buscar conflictos causales. Si un conflicto aparece, habrá de regresar al paso 2 y modificar la causalidad del elemento C ó I que ocasiona dicho conflicto.

Tomando en consideración el paso 2 y el 5 podemos mencionar que sí el modelo se construye con causalidad integral, este recibe el nombre de Bond Graph Integral (BGI).

En caso de que el modelo sea construido con causalidad derivativa, el modelo es nombrado Bond Graph Derivativo (BGD). Las reglas de causalidad se muestran en la tabla 2.5.

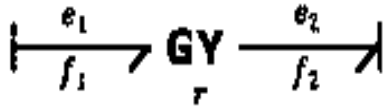
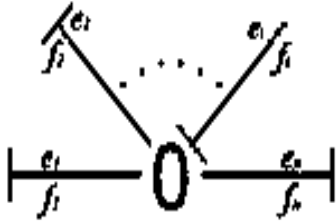
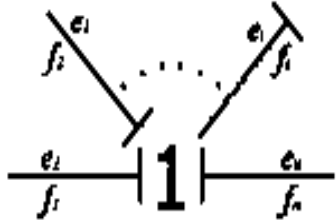
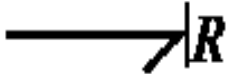
Es cierto que no siempre es posible asignar causalidad integral a todos los elementos de un BGI, esto ocurre cuando existe una dependencia lineal entre elementos, por ejemplo cuando 2 capacitores están en paralelo. Los elementos que permanecen con causalidad derivativa son linealmente dependientes de alguno(s) de los elementos con causalidad integral [4].

De igual forma, en un BGD puede ser que no todos los elementos almacenadores de energía acepten causalidad derivativa, sin embargo, en este caso no implica dependencia lineal. Los tipos de causalidad y los elementos se encuentran descritos en la tabla 2.5 y la tabla 2.6.

Tabla 2.5 Reglas para la causalidad

Causalidad	Elementos	Ecuación Lineal
Necesaria	$Se \longrightarrow$	e -Impuesta
	$Sf \longleftarrow$	f -Impuesta
Integral	$\longrightarrow I$	$f_I(t) = \frac{1}{L} \int e_I(t) dt$ $f_I(t) = \frac{e_I(t)}{L}$
	$\longleftarrow C$	$e_C(t) = \frac{1}{C} \int f_C(t) dt$ $e_C(t) = \frac{1}{C} q_C(t)$
Derivativa	$\longleftarrow I$	$e_I(t) = L \frac{df_I(t)}{dt}$ $\rho_I(t) = L f_I(t)$
	$\longrightarrow C$	$f_C(t) = C \frac{de_C(t)}{dt}$ $q_C(t) = C e_C(t)$
Restrictiva	$\begin{array}{c} e_1 \\ \longleftarrow f_1 \end{array} \text{ TF } \begin{array}{c} e_2 \\ \longleftarrow f_2 \end{array}$ m	$e_1 = m e_2 \quad f_2 = m f_1$
	$\begin{array}{c} e_1 \\ \longrightarrow f_1 \end{array} \text{ TF } \begin{array}{c} e_2 \\ \longrightarrow f_2 \end{array}$ m	$e_2 = \frac{1}{m} e_1 \quad f_1 = \frac{1}{m} f_2$

Tabla 2.6 Reglas para la causalidad

Causalidad	Elemento	Ecuación Lineal
Restringitiva		$e_1 = r f_2 \quad e_2 = r f_1$
		$f_1 = \frac{1}{r} e_2 \quad f_2 = \frac{1}{r} e_1$
		$e_1 = e_2; e_2 = e_3; \dots; e_n = e_i$ $a_i f_i = -(a_1 f_1 + a_2 f_2 + \dots + a_n f_n)$
		$f_1 = f_2; f_2 = f_3; \dots; f_n = f_i$ $a_i e_i = -(a_1 e_1 + a_2 e_2 + \dots + a_n e_n)$
Arbitraria		$e_R = R f_R$
		$f_R = e_R / R$

2.6 PROCEDIMIENTO PARA EL MODELADO DE SISTEMAS

En esta sección se presenta un procedimiento general para modelar diferentes sistemas como lo son: eléctricos, mecánicos e hidráulicos, este se puede extender a otro tipo de sistemas físicos, esto a través de los pasos adecuados para ese sistema, los pasos a seguir son los mencionados a continuación:

1. Colocar una unión-0 para cada punto en el esquema donde las trayectorias paralelas coincidan.
2. Colocar una unión-1 para cada componente en una trayectoria serie y conectar el componente apropiado de Bond Graph por un bond en esa unión. La dirección de la semiflecha en cada de bond indica la dirección asumida del flujo de potencia, es decir, a partir de fuentes y hacia elementos almacenadores y disipadores.
3. Colocar Bonds entre uniones adyacentes, nuevamente indicando la dirección de flujo de potencia.
4. Remover la unión-0 que representa el punto de referencia y remover todos los Bonds conectados a esta unión.
5. Simplificar de acuerdo a las reglas de la figura 2.16.

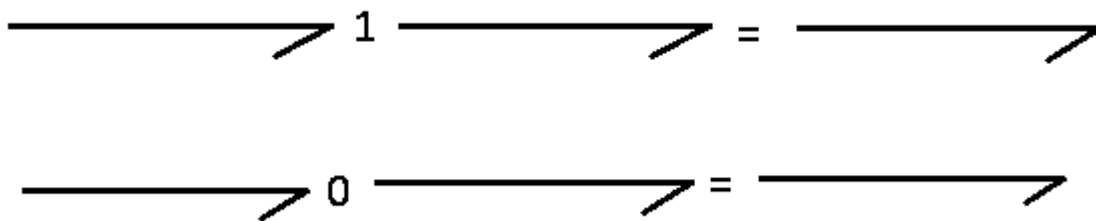


Figura 2.16 Reglas de simplificación.

6. Finalmente le es asignada su causalidad a cada elemento respetando las reglas de la misma.

El procedimiento se aplicará al modelado de sistemas eléctricos, mecánicos e hidráulicos con la finalidad de confirmar lo antes mencionado.

2.6.1 Sistema eléctrico

Tomando en cuenta el procedimiento general, con las siguientes observaciones, se puede construir un modelo en Bond Graph de un sistema eléctrico.

En el paso 1, para cada cambio de voltaje en el circuito le corresponde una unión-0.

En el paso 4, la referencia es el nodo de tierra, el cual tiene un voltaje de cero.

A continuación se describe un breve ejemplo, la aplicación del procedimiento antes mencionado, esto sobre el circuito eléctrico descrito en la figura 2.17.

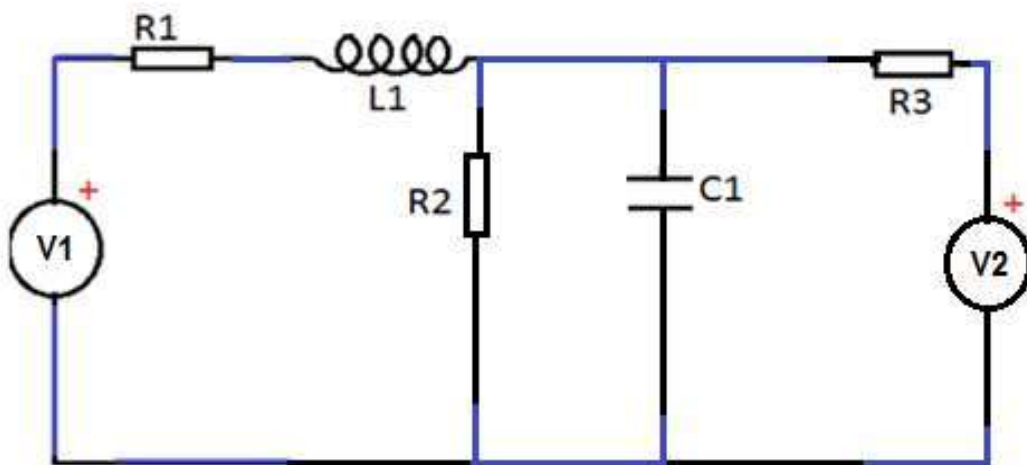


Figura 2.17 Circuito eléctrico.

El paso 1 de este procedimiento se puede observar cómo se lleva a cabo en las figuras 2.18 y 2.19.

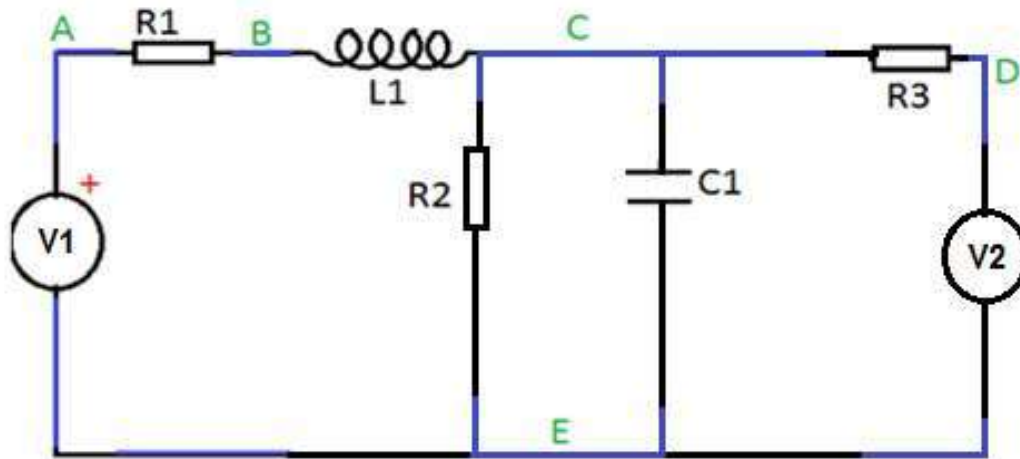


Figura 2.18 Denotamos los nodos en el circuito eléctrico.

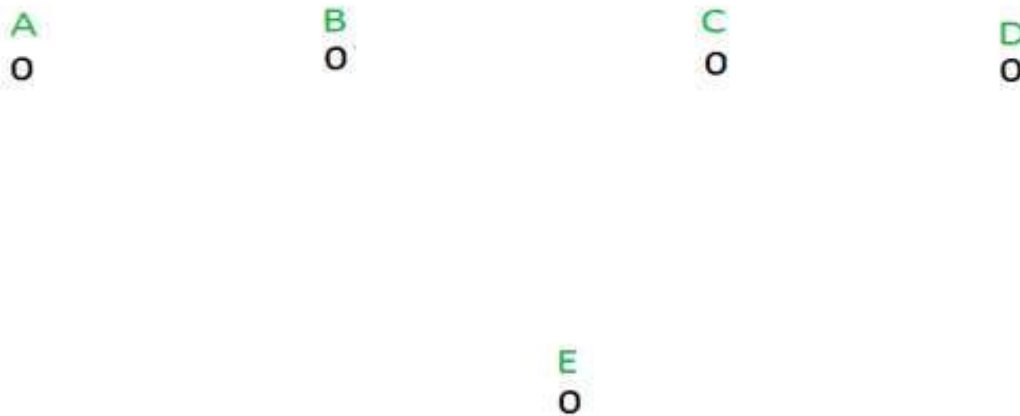


Figura 2.19 Colocamos unión 0 para cada nodo del circuito.

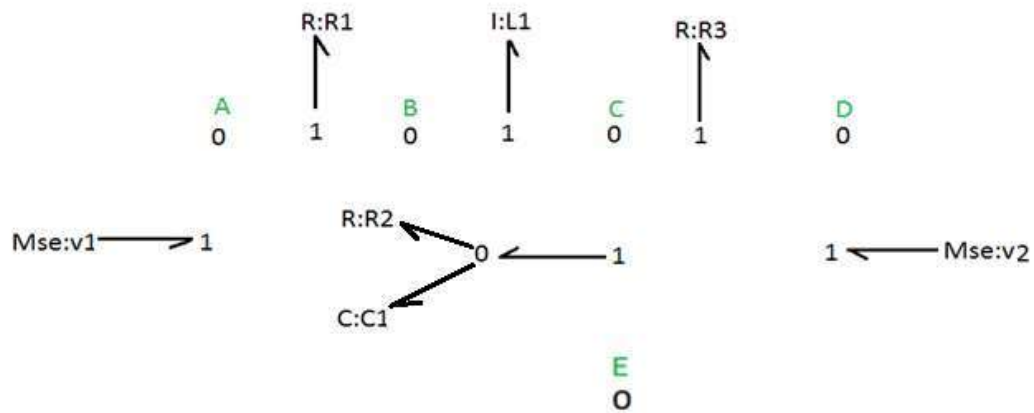


Figura 2.20 Introducción de los elementos con unión 1.

El paso 3 es descrito en la figura 2.21.

El paso 4 es representado en la figura 2.22.

En las figuras 2.23 y 2.24 se puede observar la manera de llevar a cabo el paso 5.

Después de realizar los pasos anteriores se obtiene el llamado modelo de Bond Graph a causal, el cual se ilustra en la figura 2.25.

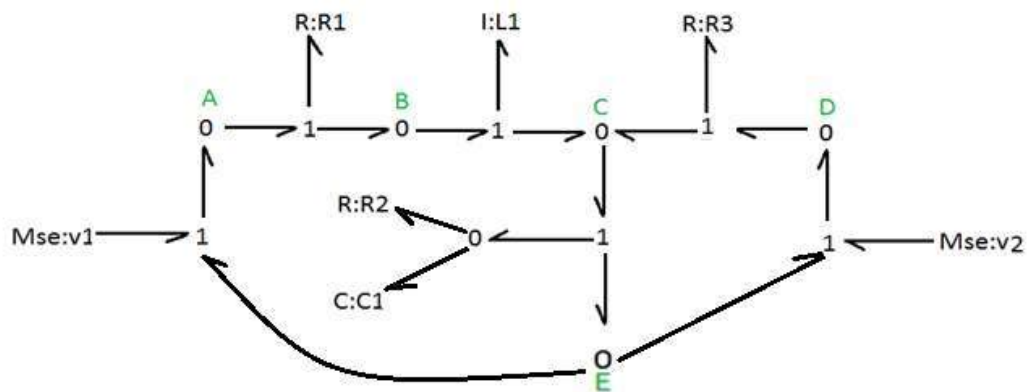


Figura 2.21 Unión entre elementos siguiendo la dirección de la potencia.

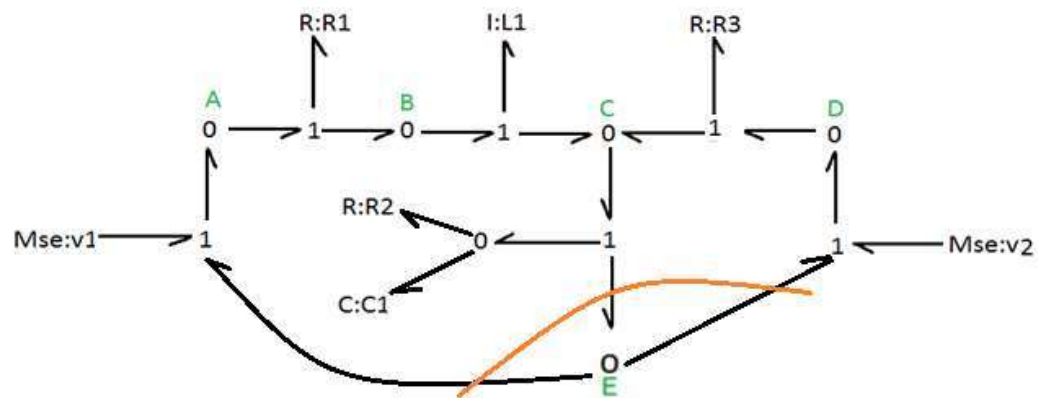


Figura 2.22 El nodo de referencia (tierra es retirado).

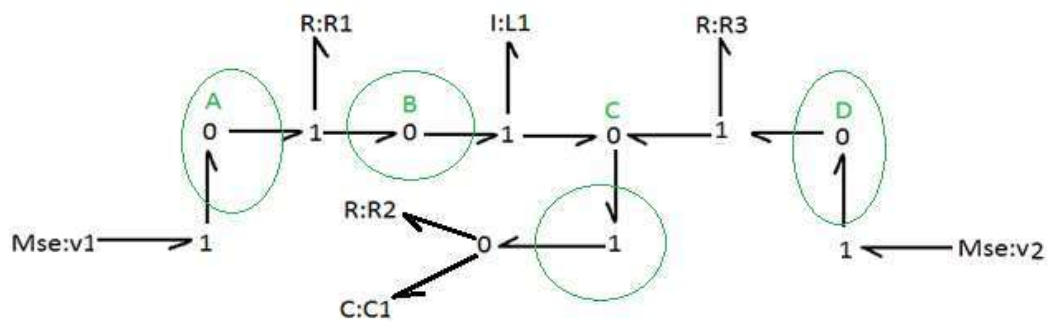


Figura 2.23 Aplicación de las reglas de reducción.

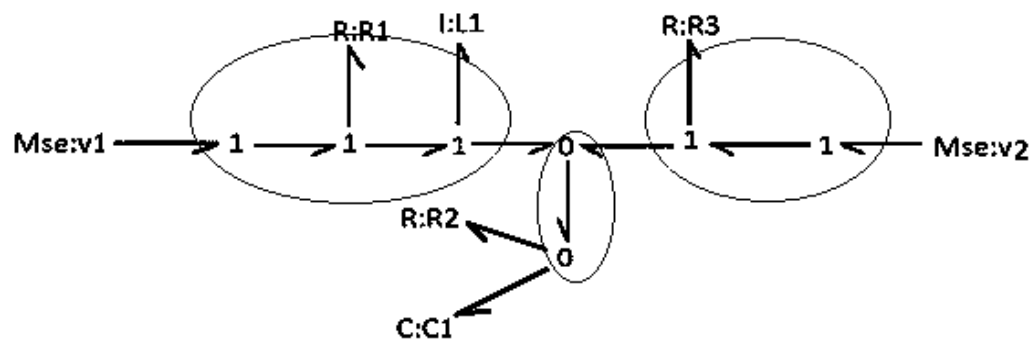


Figura 2.24 Aplicación de las reglas de reducción.

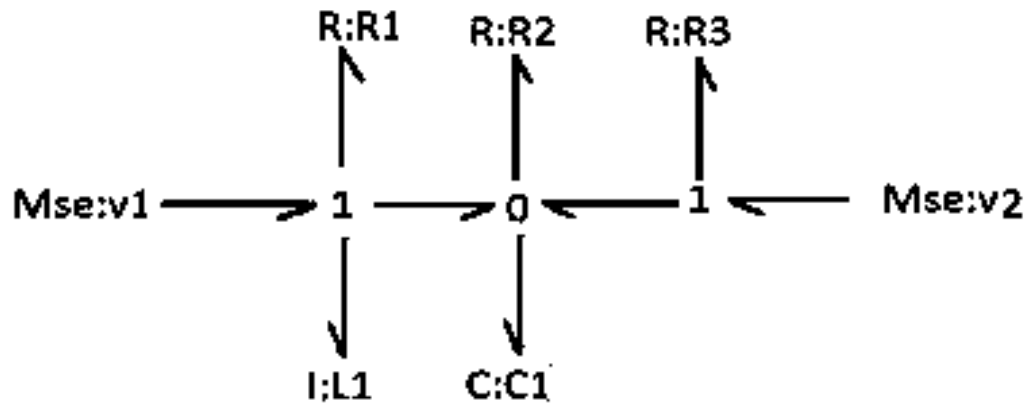


Figura 2.25 Representación de un sistema eléctrico en Bond Graph acausal.

Finalmente, el paso 6 (asignación de la causalidad) se muestra en la figura 2.26 todo esto respetando las reglas de la sección anterior.

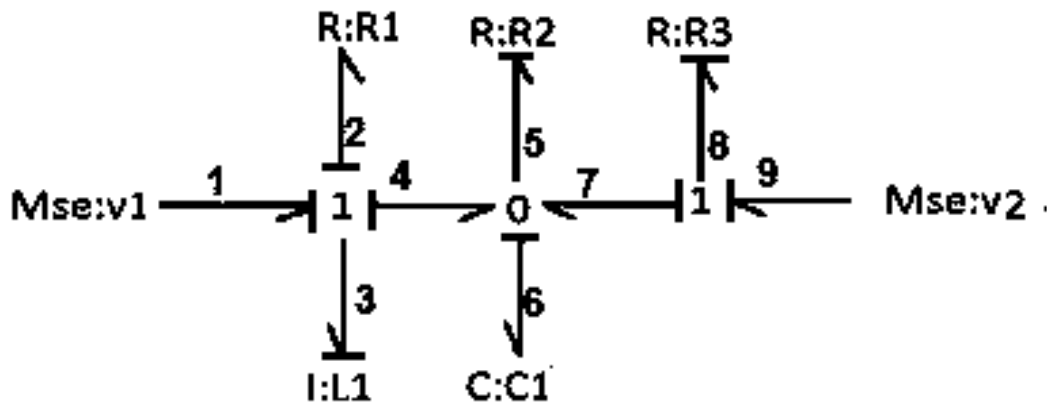


Figura 2.26 Modelo en Bond Graph con causalidades asignadas.

2.6.2 Sistema mecánico

El procedimiento de modelado para un sistema mecánico translacional sólo se realiza tomando en cuenta los siguientes puntos, a partir del procedimiento descrito anteriormente:

En el paso 1, para cada velocidad distinta se coloca una unión-1.

En el paso 2, se insertan los elementos de generación de fuerza entre el par apropiado de uniones-1, usando uniones-0. Si existen inercias se deben insertar en las respectivas uniones-1.

En el paso 4, el nodo de tierra es cualquier velocidad cero [4].

2.6.3 Sistema hidráulico

El procedimiento de modelado para un sistema hidráulico se realiza aplicándole los siguientes cambios al procedimiento general:

En el paso 1, a cada cambio de presión se le asigna una unión-0.

En el paso 2, se insertan los elementos entre el par apropiado de uniones-0 usando uniones- 1, añadiendo fuentes de presión y flujo.

En el paso 4, se definen todas las presiones relativas a una presión de referencia (comúnmente la atmosférica), y eliminando la unión-0 de referencia y sus Bonds [4].

2.7 MATRIZ DE ESTRUCTURA UNIÓN.

Si se sitúa el Bond Graph de un sistema dinámico como un intermediario entre el sistema físico y los modelos matemáticos asociados al sistema, la causalidad del Bond Graph permite escribir de una forma muy estructurada las relaciones que caracterizan la evolución dinámica del sistema y combina las ecuaciones diferenciales y algebraicas.

Esta forma estructurada está compuesta de elementos básicos, asociados con los puertos I , C , R , MSe , MSf . Los elementos TF , GY y las uniones 0 y 1, componen la estructura de unión, el intercambio de energía entre las diferentes partes del sistema dinámico y la propiedad de conservación de la energía [4].

En la figura 2.26 se observa el diagrama de bloques de la estructura de unión de un Bond Graph.

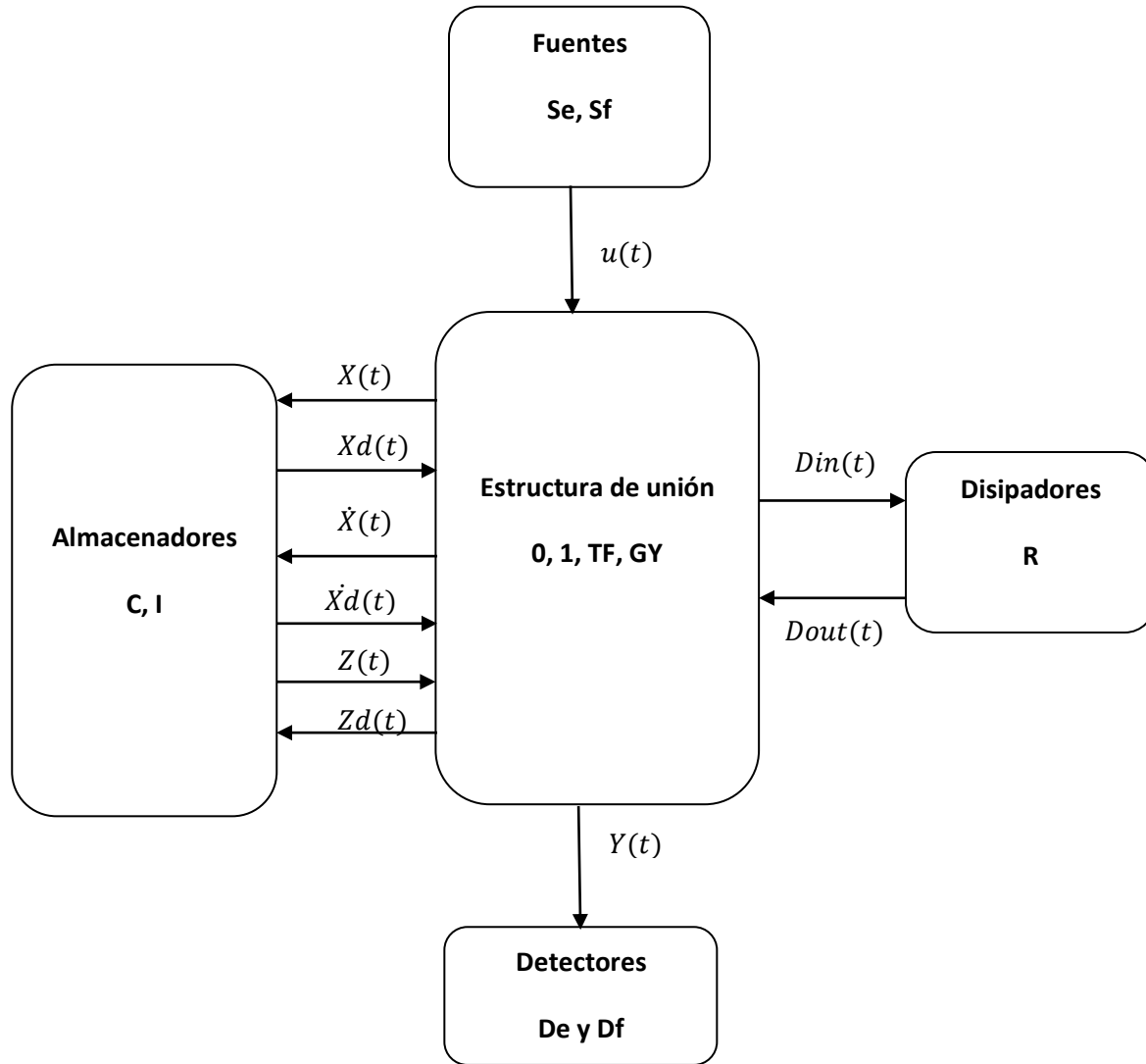


Figura 2.27 Diagrama de bloques de la estructura de unión en Bond Graph.

2.7.1 Vectores clave

En un Bond Graph, los Bonds pueden ser clasificados como externos e internos. En la figura 2.27 se muestra un diagrama para la identificación de los vectores clave de las variables en Bond Graph.

En la Figura 2.27, los vectores clave se encuentran divididos de la siguiente manera: tanto MSe, MSf se refieren a las fuentes, C e I son el campo de elementos almacenadores de energía, R es el campo de elementos resistivos o disipadores; el conjunto de elementos de unión está formado por los elementos, 0, 1, TF y GY.

Los estados x y xd están compuestos de las variables de energía $p(t)$ y $q(t)$ asociados con los elementos I y C, en causalidad integral y derivativa respectivamente, $u(t)$ representa la entrada de la planta, los estados $\dot{x}$ y $\dot{xd}$ están compuestos de las variables de energía $e(t)$ y $f(t)$ asociados con los elementos C e I, en causalidad integral y derivativa respectivamente, mientras que los estados z y zd son los vectores de co-energía y están compuestos de las variables de energía $f(t)$ y $e(t)$ asociados con los elementos I e C, en causalidad integral y derivativa respectivamente.

$Din(t)$ y $Dout(t)$ son una combinación de $e(t)$ y $f(t)$, representando los cambios entre el campo de elementos de disipación [4].

2.7.2 Relaciones constitutivas y ecuaciones de estado

Las relaciones no lineales de la figura 2.27 de almacenamiento y de disipación son:

$$z(t) = Fx(t) \quad (2.9)$$

$$zd(t) = FdXd(t) \quad (2.10)$$

$$Dout(t) = LDin(t) \quad (2.11)$$

Donde:

F es una función que relaciona cada z_i con x_i para $i = 1, \dots, n$.

Fd es una función que relaciona cada zd_i con xd_i para $i = 1, \dots, m$.

L es una función que relaciona cada $Dout_i$ con Din_i para $i = 1 \dots r$.

Cada uno de los elementos listados anteriormente está descrito por una ley física o relación constitutiva [4].

Estas relaciones constitutivas son conocidas como se describirá más adelante en ejemplos ilustrativos, en la metodología de Bond Graph L, F, Fd , son matrices reales de dimensiones $r \times r$, $n \times n$, $m \times m$, respectivamente.

El modelo matemático de un Bond Graph se obtiene a través de las relaciones que se observan en la estructura unión, y pueden ser escritas como se muestra a continuación:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ Din(t) \\ y(t) \\ zd(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & 0 \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & 0 \\ S_{41} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} z(t) \\ Dout(t) \\ u(t) \\ \dot{x}d(t) \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Dentro de la ecuación (2.12) podemos observar la conocida matriz de estructura unión la cual es definida como “ S ”, y está particionada de acuerdo a la dimensión de sus vectores clave.

En caso de que el sistema analizado sea un sistema conservativo en cuanto a energía, las submatrices S_{ij} tienen las siguientes propiedades:

- Las matrices S_{11} y S_{22} son matrices antisimétricas.
- La matriz S_{12} es la transpuesta negativa de la matriz S_{21} .
- La matriz S_{14} es la transpuesta negativa de la matriz S_{41} .

De la ecuación (2.12) podemos reescribir $zd(t)$ como:

$$zd(t) = -S_{14}^T Z(t) \quad (2.13)$$

Se sabe que un sistema dinámico que es modelado en espacio de estados de forma matricial es como se muestra a continuación:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (2.14)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) \quad (2.15)$$

Si a las ecuaciones (2.14) y (2.15) se les relaciona con las ecuaciones (2.12) y (2.13) podemos obtener lo siguiente para las matrices:

$$A = E^{-1}(S_{11} + S_{12}MS_{21})F \quad (2.16)$$

$$B = E^{-1}(S_{13} + S_{12}MS_{23}) \quad (2.17)$$

$$C = (S_{31} + S_{32}MS_{21})F \quad (2.18)$$

$$D = (S_{33} + S_{32}MS_{23}) \quad (2.19)$$

Donde:

$$E = I + S_{14}F_d^{-1}S_{14}^T F \quad (2.20)$$

$$M = L(I - LS_{22})^{-1} \quad (2.21)$$

Con las ecuaciones (2.16) a (2.21) se puede obtener de forma directa el Modelo de un Sistema en las Variables de Estado utilizando la metodología de Bond Graph aplicada a un sistema.

Ejemplo Ilustrativo

Tomaremos como punto de partida el modelo en Bond Graph del sistema eléctrico representado en la figura 2.16, se determina la Matriz de Estructura Unión y posteriormente se obtienen las matrices A y B del sistema en variables de estado.

El siguiente paso es encontrar los vectores clave y las relaciones constitutivas:

Vectores Clave:

$$u = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_9 \end{bmatrix} \quad x = \begin{bmatrix} p_2 \\ q_5 \end{bmatrix} \dot{x} = \begin{bmatrix} e_2 \\ f_5 \end{bmatrix} \quad z = \begin{bmatrix} f_2 \\ e_5 \end{bmatrix}$$

$$Din = \begin{bmatrix} f_3 \\ e_6 \\ e_8 \end{bmatrix} Dout = \begin{bmatrix} e_3 \\ f_6 \\ f_8 \end{bmatrix}$$

2.7.2.1 Relaciones constitutivas

De la ecuación (2.9) la incógnita F puede ser definida a partir de $z(t)$ y $x(t)$ quedando de la siguiente forma:

$$z(t) = Fx(t) \quad (2.22)$$

$$\begin{bmatrix} f_2 \\ e_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & \frac{1}{c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_2 \\ q_5 \end{bmatrix}$$

A partir de la ecuación (2.11) podemos definir L con los vectores claves relacionados obtenidos anteriormente, siendo la ecuación resultante, la mostrada a continuación:

$$Dout = LDin \quad (2.23)$$

$$\begin{bmatrix} e_3 \\ f_6 \\ f_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{R_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_3 \\ e_6 \\ e_8 \end{bmatrix}$$

2.7.2.2 Matriz de estructura unión

A continuación se considera la ecuación (2.12) y se procede a completar la matriz de estructura unión S . La consecuencia de no tener elementos de almacenamiento de energía en *causalidad derivativa* modifica la ecuación (2.8), el resultado de esto se describe a continuación:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ Din(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z(t) \\ Dout(t) \\ u(t) \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

Sustituyendo los vectores clave y las ecuaciones (2.22 y (2.23) tendremos la siguiente representación:

$$\begin{bmatrix} e_2 \\ f_5 \\ \dots \\ f_3 \\ e_6 \\ e_8 \\ \dots \\ e_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & \vdots & -1 & 0 & 0 & \vdots & 1 & 0 \\ 1 & 0 & \vdots & 0 & -1 & 1 & \vdots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \vdots & \dots & \dots & \dots & \vdots & \dots & \dots \\ 1 & 0 & \vdots & 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \vdots & 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & \vdots & 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & 1 \\ \dots & \dots & \vdots & \dots & \dots & \dots & \vdots & \dots & \dots \\ 0 & 1 & \vdots & 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_2 \\ e_5 \\ \dots \\ e_3 \\ f_6 \\ f_8 \\ \dots \\ u_1 \\ u_9 \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

Haciendo constatar las propiedades de las submatrices de la matriz de estructura unión S , las cuales se ilustran enseguida:

- Donde S_{11} y S_{22} son matrices cuadradas antisimétricas.

$$S_{11} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad Y \quad S_{22} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- S_{12} es la transpuesta negativa de S_{21} .

$$S_{12} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} Y \quad S_{21} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$-S_{12}^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = S_{21}$$

2.7.2.3 Ecuaciones de estado

A continuación se procederá a encontrar las ecuaciones de estado a partir de las ecuaciones (2.16) a (2.21), las cuales a consecuencia de no tener elementos en *causalidad derivativa* quedarán de la siguiente forma:

$$E = I \tag{2.26}$$

$$M = L \tag{2.27}$$

$$A = (S_{11} + S_{12}MS_{21})F \tag{2.28}$$

$$B = (S_{13} + S_{12}MS_{23}) \tag{2.29}$$

$$C = (S_{31} + S_{32}MS_{21})F \tag{2.30}$$

$$D = (S_{33} + S_{32}MS_{23}) \tag{2.31}$$

Sustituyendo los elementos correspondientes en cada una de las ecuaciones anteriores tenemos:

De la ecuación (2.27) se tiene que $M = L$ por lo tanto:

$$\begin{bmatrix} R1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{R3} \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

En la ecuación (2.28) se tiene que:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} + \left(\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{R3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & \frac{1}{c} \end{bmatrix}$$

Quedando:

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{R1}{L} & \frac{-1}{c} \\ \frac{1}{L} & -\frac{1}{c} \left(\frac{1}{R2} + \frac{1}{R3} \right) \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

De la ecuación (2.29) se tiene que:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \left(\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{R3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right)$$

Quedando:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R2} \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

Así, la ecuación de estado descrita en la ecuación (2.14) queda de la siguiente manera:

$$\dot{X}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

$$\begin{bmatrix} e_2 \\ f_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R1}{L} & \frac{-1}{c} \\ \frac{1}{L} & -\frac{1}{c} \left(\frac{1}{R2} + \frac{1}{R3} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_2 \\ q_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_9 \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

Como la submatriz S_{32} es igual a 0, C queda como:

$$C = \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{R3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & \frac{1}{c} \end{bmatrix}$$

Quedando:

$$C = \begin{bmatrix} \frac{1}{L1} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

Y la incógnita D como:

$$D = [0] \quad (2.37)$$

Con lo que resulta:

$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

$$e(5) = \begin{bmatrix} \frac{1}{L1} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_2 \\ Q_5 \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

De esta forma se finaliza la obtención del modelo matemático de un sistema a partir del modelado de Bond Graph.

Capítulo 3. Modelado de motores de CD en Bond Graph

3.1 INTRODUCCIÓN

Entre los distintos tipos de máquinas eléctricas que actualmente se emplean en aplicaciones de potencia, la primera en ser desarrollada fue la máquina de corriente directa (CD). La razón de ello fue que, en un principio, no se pensó que la corriente alterna tuviera las ventajas que hoy se le conocen, especialmente en la transmisión de energía eléctrica a grandes distancias.

La primera máquina de CD, fue ideada por el belga Gramme alrededor de 1860 y empleaba un enrollado de rotor especial (anillo de Gramme) para lograr la conmutación o rectificación del voltaje alterno generado.

Posteriormente, el físico W. Siemens y otros, contribuyeron al desarrollo de estas máquinas realizando mejoras en su construcción, hasta llegar a la máquina de CD que se conoce hoy.

Pese a las mejoras que han sido desarrolladas en su diseño, la máquina de corriente directa es constructivamente más compleja que las máquinas de corriente alterna, el empleo de escobillas, colector, etc., la hace comparativamente menos robusta, requiere mayor mantenimiento, y a la vez, tiene un mayor volumen y peso por kilo-watt de potencia.

No obstante de lo anterior, la máquina de CD tiene múltiples aplicaciones, especialmente como motor, debido principalmente a:

- Amplio rango de velocidades, ajustables de modo continuo y controlable con alta precisión.
- Característica de torque-velocidad variable, constante, o bien, una combinación ideada por ambos.

- Rápida aceleración, desaceleración y cambio de sentido de giro.
- Posibilidad de frenado regenerativo.

Debido a su versatilidad, se puede usar en muchas áreas: en la carpintería, para hacer un agujero con el taladro; en la medicina, para hacer un barreno en un diente lastimado; en la cocina, para hacer girar el plato que está dentro del horno de microondas etc. [5]

En el presente capítulo, se estudian los principios de funcionamiento del generador y motor de CD. Además, se presentan las características más relevantes relativas a la construcción de las máquinas de CD y se analiza el comportamiento de generadores y motores para distintos tipos de conexión (serie, shunt o paralelo, excitación independiente, excitación en compuesta larga o corta) [6].

3.2 GENERALIDADES

Las máquinas eléctricas rotativas se construyen combinando circuitos eléctricos con magnéticos y partes estáticas con partes móviles.

De esta forma, se consigue elaborar dispositivos como los generadores (que realizan una transformación de energía mecánica en eléctrica) y los motores (transformación de energía eléctrica en mecánica).

Los principios de funcionamiento de estos dispositivos están basados en la inducción electromagnética y en la fuerza que desarrollan los conductores eléctricos cuando son recorridos por corrientes eléctricas y atravesadas a su vez por campos electromagnéticos.

La máquina eléctrica de corriente directa se define como un convertidor electromecánico rotativo basado en los fenómenos de inducción y de par electromagnético, que transforma la energía mecánica en electricidad, bajo los efectos de una corriente directa (generador), o viceversa, la energía eléctrica en forma de corriente directa, en energía mecánica (motor) [7].

Las máquinas eléctricas rotantes tienen la particularidad de convertir energía eléctrica en mecánica o viceversa. Una primera clasificación que puede hacerse es por su función:

- Generador, máquina que produce energía eléctrica por transformación de la energía mecánica.
- Motor, máquina que produce energía mecánica por transformación de la energía eléctrica.

Si se clasifican por la fuente de energía que las alimenta o que representan se tiene:

- Máquinas de corriente directa
- Máquinas de corriente alterna

Estas últimas por sus características constructivas y de velocidad se clasifican en:

- Máquinas asincrónicas
- Máquinas sincrónicas

A partir de este capítulo nos ocuparemos solamente de las máquinas rotantes de corriente directa.

3.3 PARTES FUNDAMENTALES DE LA MÁQUINA DE CD.

Para empezar se mencionan las partes más fundamentales de una máquina de corriente directa las cuales son clasificadas a continuación:

PARTES MECÁNICAS:

1. *Argolla de izar*
2. *Carcasa, yugo o culata*
3. *Base o bastidor*
4. *Tornillo de sujeción*
5. *Tacón de la base*

PARTES ELÉCTRICAS:

6. *Devanado de campo principal o excitación*

7. Devanado de campo interpolar
8. Reóstato de campo derivado
9. Conductor de armadura
10. Conmutador con sus delgas o segmentos
11. Escobillas colectoras

PARTES MAGNÉTICAS:

12. Núcleo de campo (estator)
13. Núcleo de armadura (rotor)
14. Pieza polar
15. Zapata polar
16. Cara polar
17. Pieza interpolar
18. Diente
19. Ranura
20. Entrehierro

Todas estas partes se muestran en la figura 3.1

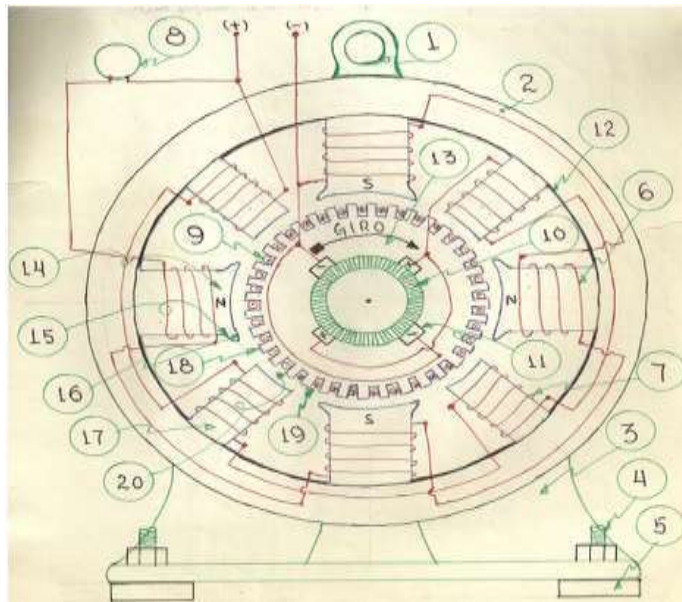


Figura 3.1 Partes de la máquina de CD.

3.4 PRINCIPIO GENERAL DE FUNCIONAMIENTO

El principio de funcionamiento de una máquina de corriente directa está directamente relacionado con el magnetismo.

En el caso particular del funcionamiento como motor, es necesario contar, para el funcionamiento, con un elemento magnético.

En el motor de CD existen dos tipos de imanes, el imán permanente y el electroimán. Este último tiene la ventaja de que el campo magnético que produce es más fuerte y su polaridad puede ser fácilmente apartada.

Tal como se muestra en la figura 3.2, al circular una corriente eléctrica por un cable se genera un campo magnético [7].

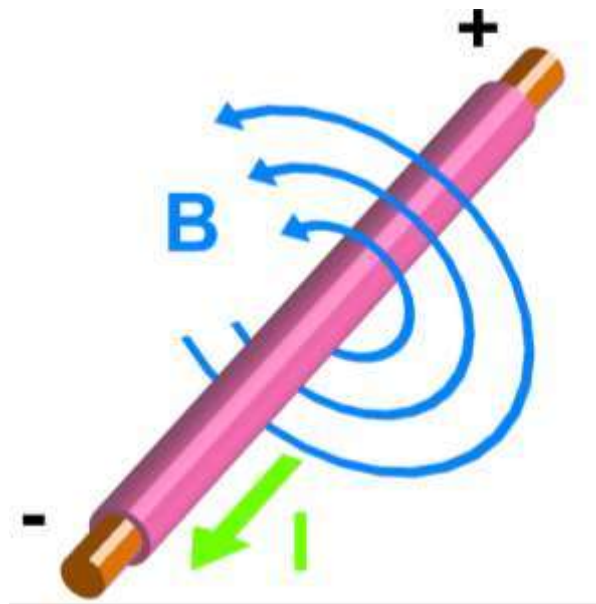


Figura 3.2 Campo magnético en un cable.

Este campo será mucho más fuerte si el cable, de cobre, es enrollado alrededor de un núcleo de hierro, figura 3.3.

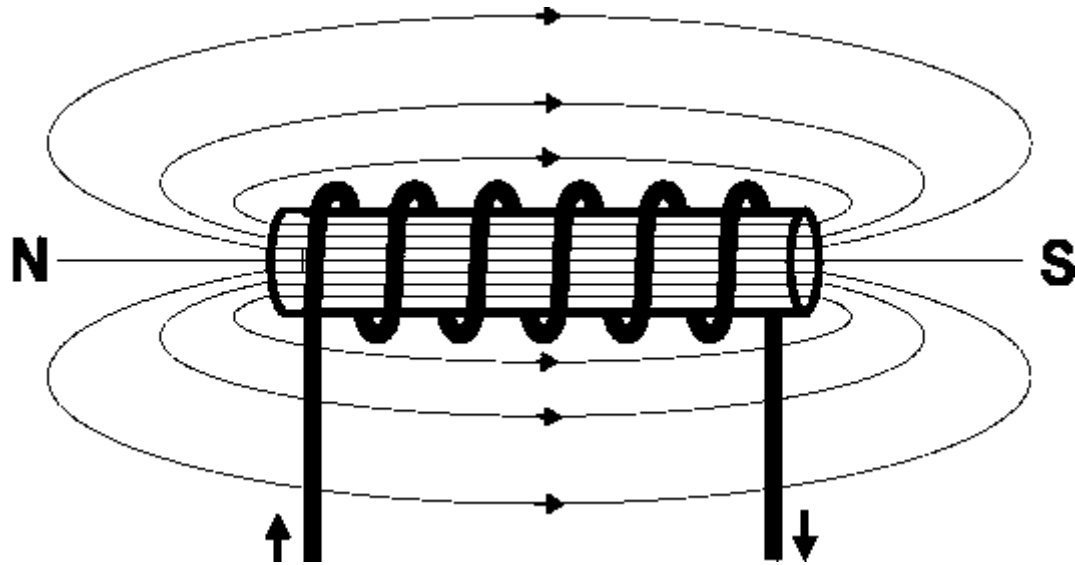


Figura 3.3 Campo magnético en una bobina.

Una de las terminales del electroimán es el polo norte y la otra terminal es el polo sur. Los polos pueden ser invertidos invirtiendo la dirección del flujo de corriente en la bobina de alambre.

De la misma manera, si la bobina de alambre pasa por un campo magnético, un voltaje será inducido en la bobina; y si la bobina está en un circuito cerrado, una corriente circulará por ella.

Cuando una corriente pasa a través de un conductor, se generan líneas de fuerza magnética (flujo) alrededor del conductor.

La dirección del flujo depende de la dirección del flujo de corriente, y esta relación se determina por medio de la regla de la mano derecha figura 3.4 [7].

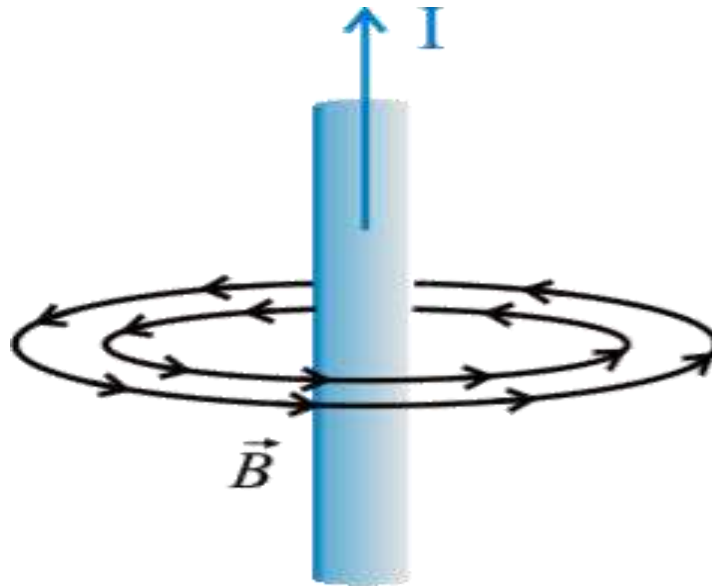


Figura 3.4 Líneas de flujo y dirección de corriente en un conductor.

Las líneas de campo magnético se extienden del polo negativo al polo positivo (Figura 3.5)

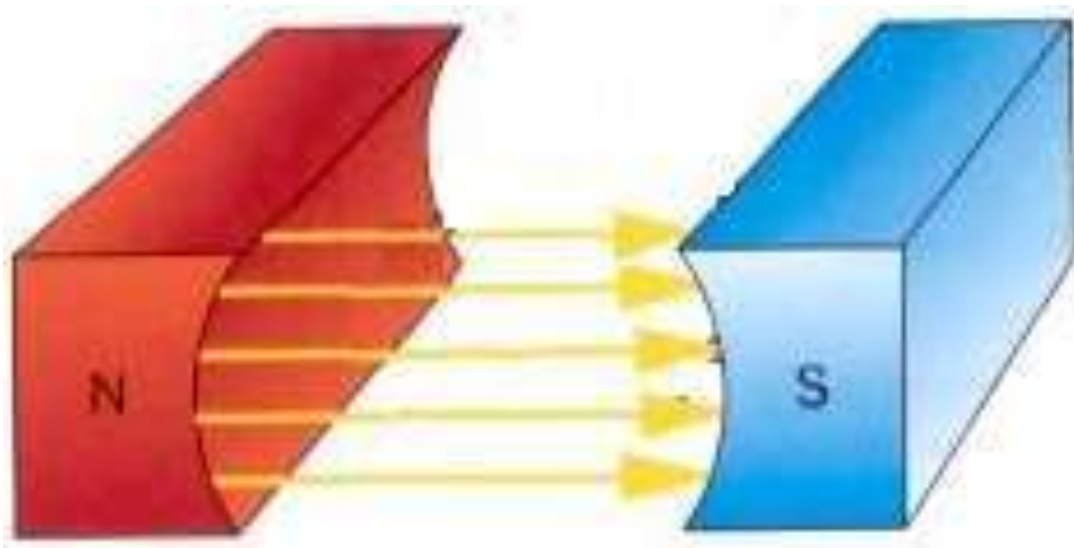


Figura 3.5 Líneas de flujo magnético en un imán.

Ahora, si colocamos un conductor por el cual circula corriente entre el espacio que forman dos imanes, las líneas de flujo en el entrehierro serán afectadas, como se puede apreciar en la Figura 3.6 [7].

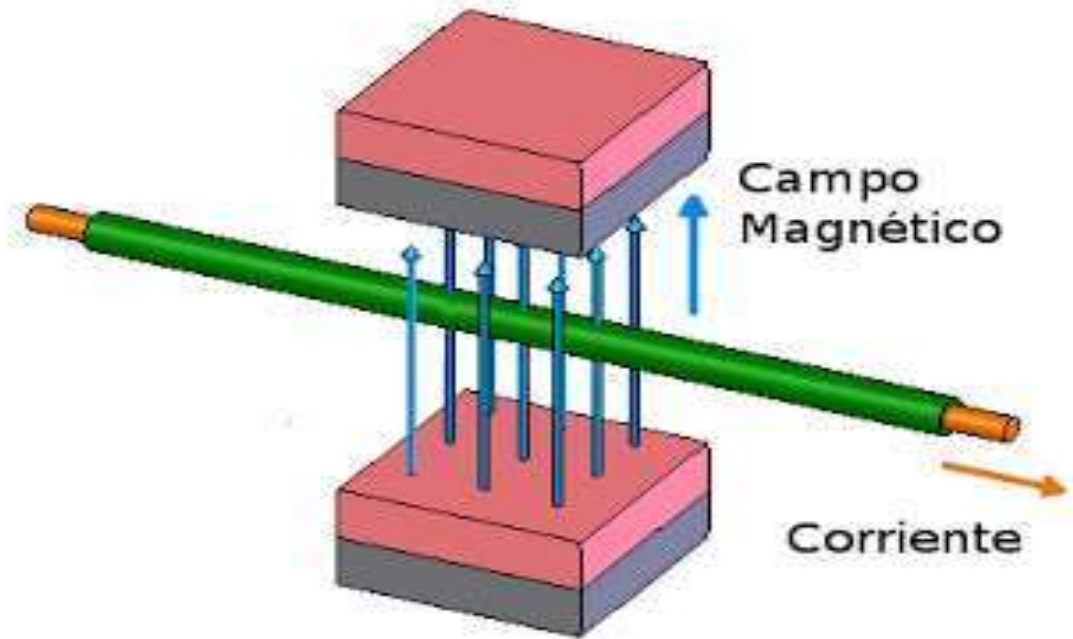


Figura 3.6 Conductor en el entrehierro de dos imanes

En el lado del conductor donde las líneas de flujo son opuestas una a otra, el campo magnético será más débil.

En el lado del conductor donde las líneas de flujo no son opuestas la una a la otra, el campo magnético será más fuerte.

Gracias a que existen un campo fuerte en uno de los costados del conductor y un campo débil en el otro costado, el conductor será empujado hacia al campo más débil, como se puede apreciar en la figura 3.7 [7].

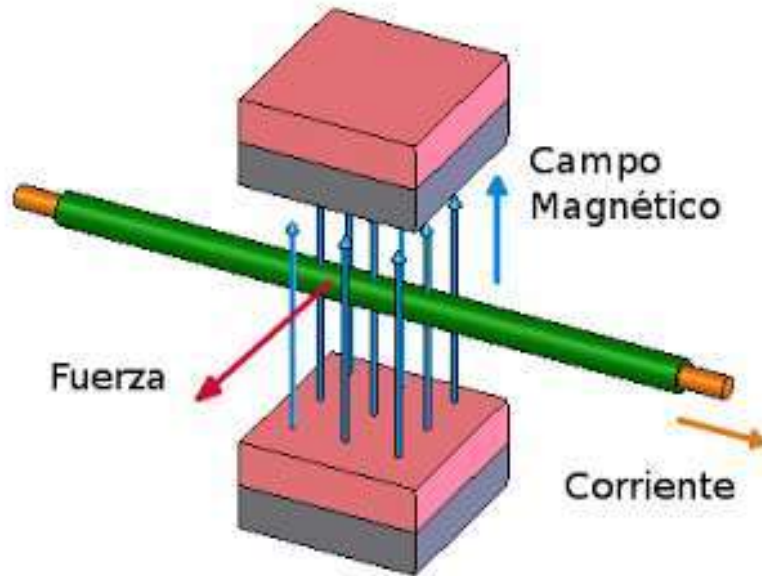


Figura 3.7 Conductor ubicado en el campo magnético débil del entrehierro.

En el motor de corriente directa la armadura es una malla de cable, la cual tiene libertad de rotación. Los imanes de campo pueden ser permanentes o electroimanes con sus respectivos polos opuestos. La malla se coloca dentro del entrehierro Figura 3.8 [7].

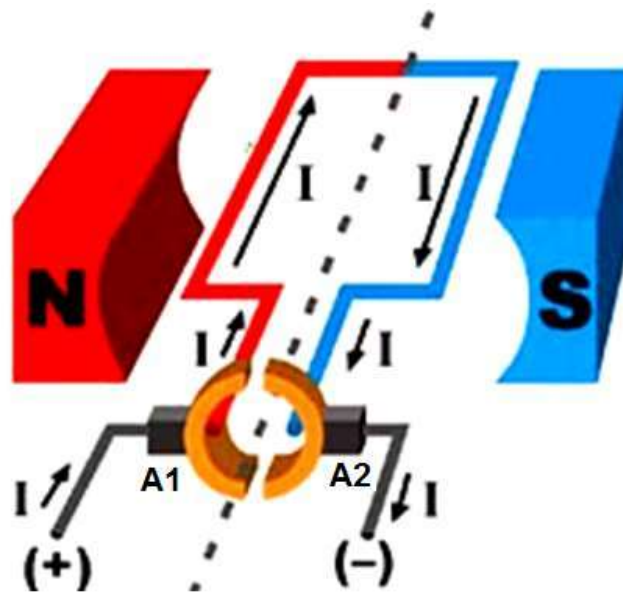


Figura 3.8 Malla de cable en el entrehierro.

La armadura está conectada al colector que se desplaza a lo largo de las escobillas que están conectadas a una fuente de corriente directa. La corriente producida por la fuente fluye por la terminal positiva y pasa por la escobilla A1, por la sección del conmutador, por la bobina de armadura, por la siguiente sección del conmutador, por la escobilla A2 y finalmente regresa por la terminal negativa [7].

Esta corriente genera líneas de flujo alrededor de la armadura y afecta las líneas de flujo en el entrehierro. En el lado de la bobina donde las líneas de flujo se oponen la una a la otra, el campo magnético se hace más débil.

Debido al campo magnético fuerte en uno de los costados de la bobina y al campo magnético débil en otro de los costados de esta, la bobina será empujada al campo más débil lo que provocará la rotación de la armadura, en la figura 3.9 se observa como la malla rotará dentro del entrehierro [7].

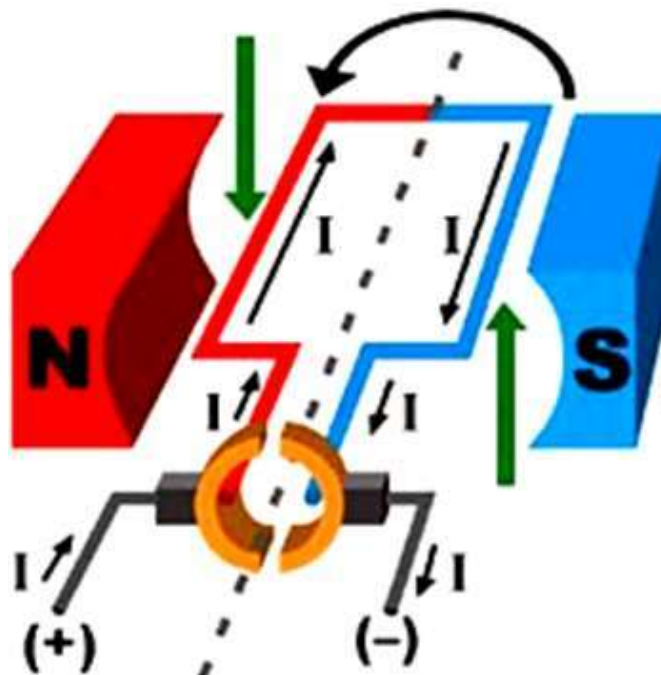


Figura 3.9 Movimiento de la malla de cable en el entrehierro.

El par que se puede medir en el eje del motor puede ser determinado por el flujo de la fuerza magnética actuando en la bobina de armadura, la característica de par debe ser adaptada al tipo de carga que tiene que impulsar, y este requerimiento ha dado lugar a varios tipos básicos motores [7].

3.5 CONEXIONES DE MÁQUINAS DE CD

Las máquinas de corriente directa, operando tanto como motor o como generador, pueden ser conectadas en diferentes configuraciones dependiendo de las fuentes de alimentación y de los devanados de campo y armadura.

La forma de conectar la máquina determinará su desempeño y características de operación, así como sus curvas de torque-velocidad, regulación y la forma de control y partida en el caso de los motores.

De este modo, si se conecta el campo de la máquina a una fuente de alimentación y la armadura a una fuente de alimentación diferente, se está conectando la máquina (motor en este caso) en una configuración llamada de excitación independiente.

Si por el contrario, se dispone de una sola fuente de alimentación y se conectan campo y armadura en paralelo con la fuente, entonces la configuración será denominada shunt y en caso de emplear una conexión serie entre campo y armadura, la configuración se denominará, en consecuencia, serie.

Las máquinas de CD pueden poseer devanado paralelo (que se utiliza en las conexiones shunt y excitación independiente), enrollado serie o ambos, en cuyo caso además, pueden realizarse conexiones serie-paralelo entre la armadura y el campo, obteniendo configuraciones mixtas que se denominan compound [6].

3.5.1 Generadores de CD

3.5.1.1 Generador de excitación separada

El circuito equivalente es una representación esquemática de la máquina de CD que permite analizar su configuración y desempeño a través de ecuaciones simples que se derivan del mismo circuito. En el caso del generador de excitación independiente, el circuito equivalente es el de la figura 3.10.

Es posible apreciar que el circuito de campo es eléctricamente independiente del circuito de armadura y la dependencia de ambos circuitos es únicamente magnética, a través del flujo Φ , lo cual constituye la característica distintiva de este tipo de configuración [6].

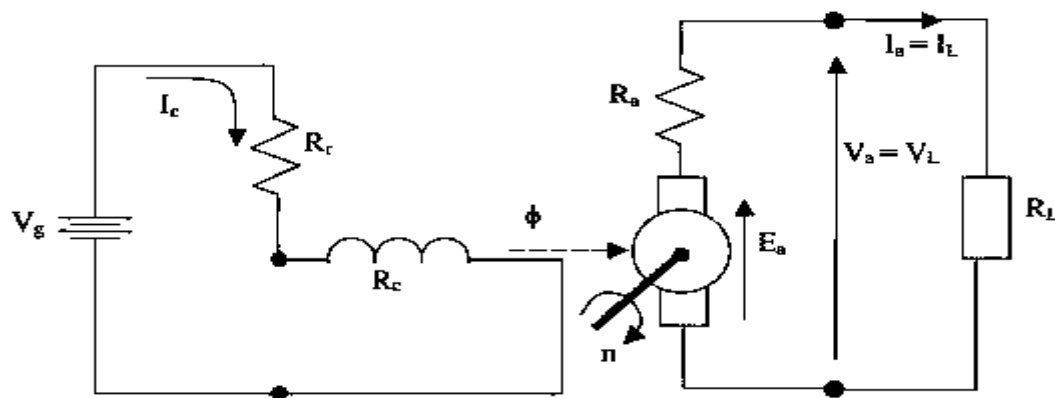


Figura 3.10 Circuito equivalente de un generador de excitación separada.

De la figura:

- R_L : Resistencia de carga alimentada por el generador.
- V_L : Voltaje en los terminales de la carga.
- I_L : Corriente en la carga.
- E_a : Voltaje generado en la armadura.
- R_a : Resistencia del enrollado de armadura.

- I_a Corriente de armadura.
- V_a : Voltaje en los terminales de armadura.
- R_c : Resistencia del enrollado de campo.
- I_c : Corriente por el enrollado de campo.
- V_g : Fuente de alimentación del enrollado de campo.
- η : Velocidad del rotor, proporcionada por una máquina motriz externa.
- R_r : Resistencia variable (reóstato) que normalmente se conecta a los terminales del generador para controlar la magnitud de I_c .

De la figura 3.10 es posible deducir:

$$V_a = V_l \quad (3.1)$$

$$I_a = I_l \quad (3.2)$$

La ecuación del circuito de campo:

$$V_g = (R_c + R_r) \cdot I_c \quad (3.3)$$

La ecuación del circuito de armadura:

$$E_a = V_a + R_a(I_a) \quad (3.4)$$

$$V_a = R_L(I_L) \quad (3.5)$$

La ecuación que relaciona las variables eléctricas y magnéticas:

$$E_a = K_e(\eta)(\Phi) \quad (3.6)$$

$$E_a = G(\omega r)(I_c) \quad (3.7)$$

Dónde:

- G : Inductancia rotacional.
- ω_r : Velocidad angular mecánica

3.5.1.2 Generador paralelo (Shunt).

Un generador de CD paralelo o en derivación es aquel que suministra su propia corriente de campo conectando su campo directamente a las terminales de la máquina.

En el circuito equivalente mostrado en la figura 3.11 la corriente de armadura de la máquina alimenta tanto al circuito de campo como a la carga conectada a la máquina. El generador paralelo es similar al motor paralelo. Este tipo de generador tiene una clara ventaja sobre el generador de CD de excitación separada porque no requiere fuente externa alguna para el circuito de campo. El voltaje inicial en las terminales del generador depende de la presencia de un flujo residual en los polos del generador.

La figura 3.11 muestra el circuito equivalente del generador shunt.

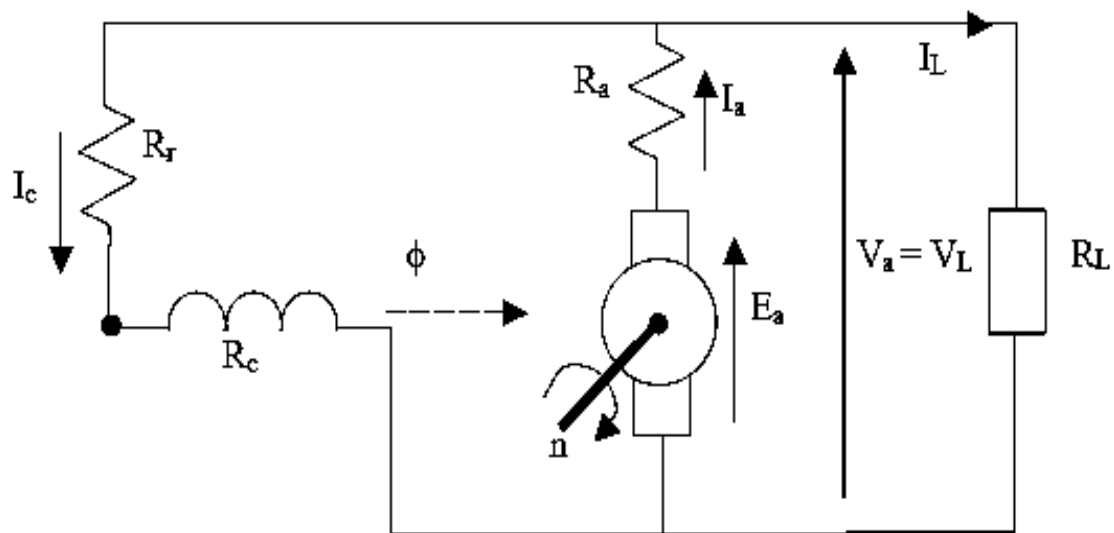


Figura 3.11 Circuito equivalente de un generador paralelo (shunt).

En la figura 3.11:

- RL : Resistencia de carga alimentada por el generador.
- VL : Voltaje en los terminales de la carga.
- IL : Corriente en la carga.
- Ea : Voltaje generado en la armadura.
- Ra : Resistencia del enrollado de armadura.
- Ia : Corriente de armadura.
- Va : Voltaje en los terminales de armadura.
- Rc : Resistencia del enrollado de campo.
- Ic : Corriente por el enrollado de campo.
- Ω : Velocidad del rotor, proporcionada por una máquina motriz externa.
- Rr : Resistencia variable (reóstato) que normalmente se conecta a los terminales del generador para controlar la magnitud de Ic .

De la figura 3.11 es posible deducir:

$$Va = Vl = Vc \quad (3.8)$$

La ecuación del circuito de campo:

$$Vc = (Rc + Rr)Ic \quad (3.9)$$

La ecuación del circuito de armadura:

$$Ea = Va + Ra(Ia) \quad (3.10)$$

$$Va = Rl(Ia) \quad (3.11)$$

Ecuación que relaciona las variables eléctricas y magnéticas:

- G : Inductancia rotacional.
- ωr : Velocidad angular mecánica

$$E_a = K_e(\Omega)(\Phi) \quad (3.12)$$

$$E_a = G(\omega r)(I_c) \quad (3.13)$$

3.5.1.3 Generador serie

Un generador de CD serie es muy parecido al motor serie en cuanto a sus componentes y a su estructura; en el devanado de campo serie circula una corriente que es igual a la corriente de armadura por lo que el flujo que produce el devanado de campo serie está en función de la corriente en la armadura que a su vez depende de la carga conectada en las terminales de la máquina. En la figura 3.12 se muestra el circuito equivalente del generador serie.

La figura 3.12 muestra el circuito equivalente del generador serie.

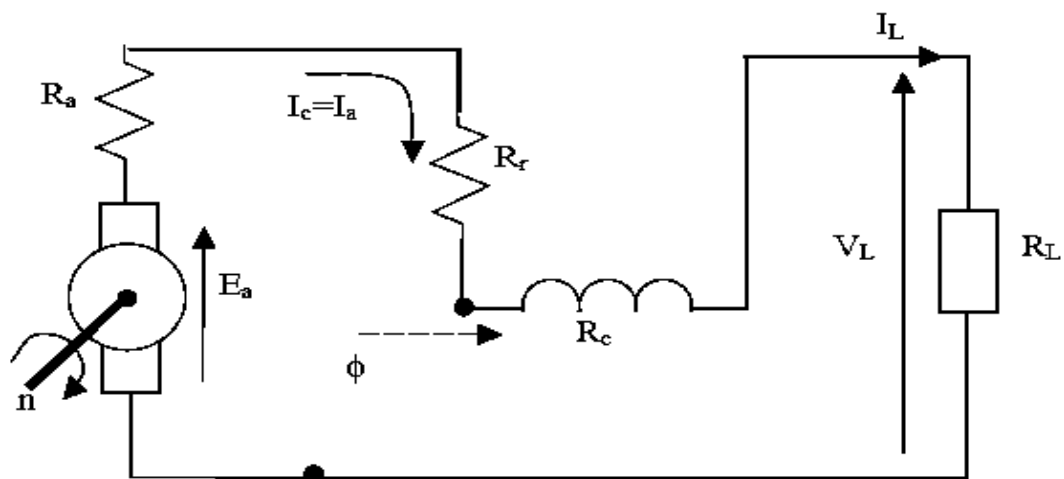


Figura 3.12 Circuito equivalente de un generador serie.

Dónde:

- RL : Resistencia de carga alimentada por el generador.
- VL : Voltaje en los terminales de la carga.
- IL : Corriente en la carga.
- Ea : Voltaje generado en la armadura.
- Ra : Resistencia del enrollado de armadura.
- Ia : Corriente de armadura.
- Rc : Resistencia del enrollado de campo.
- Ic : Corriente por el enrollado de campo.
- η : Velocidad del rotor, proporcionada por una máquina motriz externa.
- Rr : Resistencia variable (reóstato) que normalmente se conecta a los terminales del generador para controlar la magnitud de Ic .

Conforme a la figura 3.12 es posible deducir:

$$Ea = VL + (Ra + Rc + Rr) \quad (3.14)$$

$$VL = RL(IL) \quad (3.15)$$

La ecuación que relaciona las variables eléctricas y magnéticas (la misma que para los casos anteriores):

- G : inductancia rotacional.
- ωr : Velocidad angular mecánica.

$$Ea = Ke(\eta)(\Phi) \quad (3.16)$$

$$Ea = G(\omega r)(Ic) \quad (3.17)$$

3.5.1.4 Generadores compound

Tal como fue mencionado, aquellas máquinas de CD que poseen enrollado paralelo y serie son posibles de configurar como máquinas compound.

Este tipo de configuración tiene la característica de emplear el campo en disposición serie-paralelo de modo de combinar las características de operación shunt y serie.

Particularmente, si los flujos generados por el campo serie y paralelo se suman, se dice que la configuración es compound aditiva.

Si por el contrario, los flujos se restan, entonces la conexión es de tipo compound diferencial [6].

3.5.1.4.1 Generador compound aditivo

La figura 3.13 muestra el circuito equivalente de un generador compound aditivo.

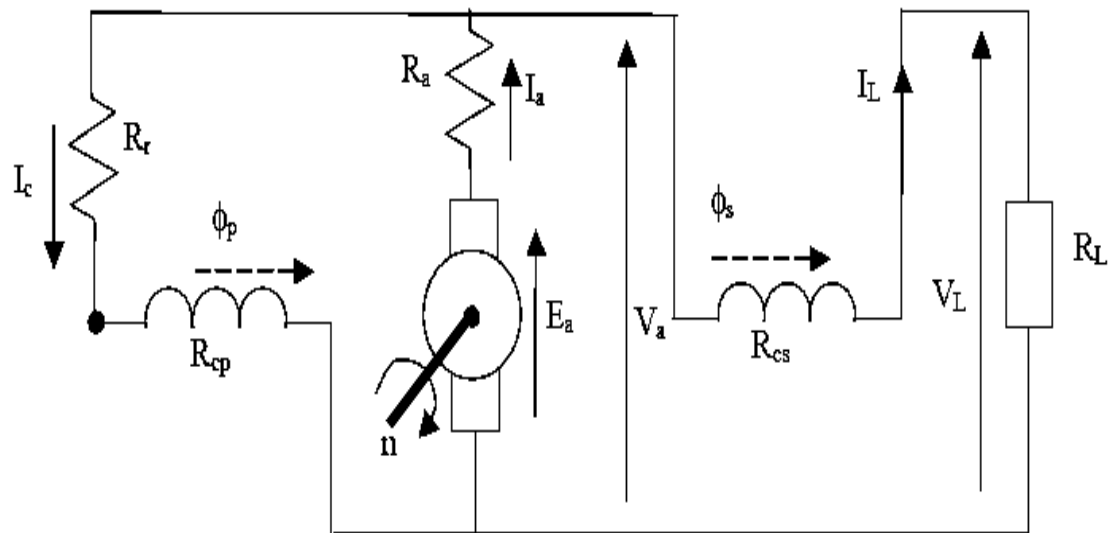


Figura 3.13 Circuito equivalente de un generador compound aditivo.

En la figura 3.13:

- RL : Resistencia de carga alimentada por el generador.
- VL : Voltaje en los terminales de la carga.
- IL : Corriente en la carga.
- Ea : Voltaje generado en la armadura.
- Ra : Resistencia del enrollado de armadura.
- Ia : Corriente de armadura.
- Rcs : Resistencia del enrollado de campo serie.
- Rcp : Resistencia del enrollado de campo paralelo.
- Ic : Corriente por el enrollado de campo paralelo.
- Ω : Velocidad del rotor, proporcionada por una máquina motriz externa.
- Rr : Resistencia variable (reóstato) que normalmente se conecta a los terminales del generador para controlar la magnitud de Ic
- ϕ_s : Flujo de campo serie.
- ϕ_p : Flujo de campo paralelo.

La figura 3.13 permite establecer las siguientes relaciones:

$$Ea = Ra(Ia + Va) \quad (3.18)$$

$$Va = VL + RCS(IL) \quad (3.19)$$

$$VL = RL(IL) \quad (3.20)$$

$$Va = (Rcp + Rr)(Ic) \quad (3.21)$$

$$Ia = IL + Ic \quad (3.22)$$

En este caso, la ecuación que relaciona las variables eléctricas y magnéticas es:

$$Ea = Ke(\eta)(\Phi) \quad (3.23)$$

$$\Phi = \Phi_s + \Phi_p \quad (3.24)$$

Además:

- G_p : Inductancia mutua.
- G_s : Inductancia propia.

$$Ea = G_p \cdot \omega_r \cdot I_c + G_s \cdot \omega_r \cdot I_L \quad (3.25)$$

3.5.1.5.2 Generador compound diferencial

El generador compound diferencial posee una configuración idéntica al caso anterior (ver figura 3.13), con la salvedad que la polaridad de una de las bobinas de campo (en general serie) se cambia de modo de tener un flujo de campo total equivalente a la resta de los flujos de campo serie y paralelo [6].

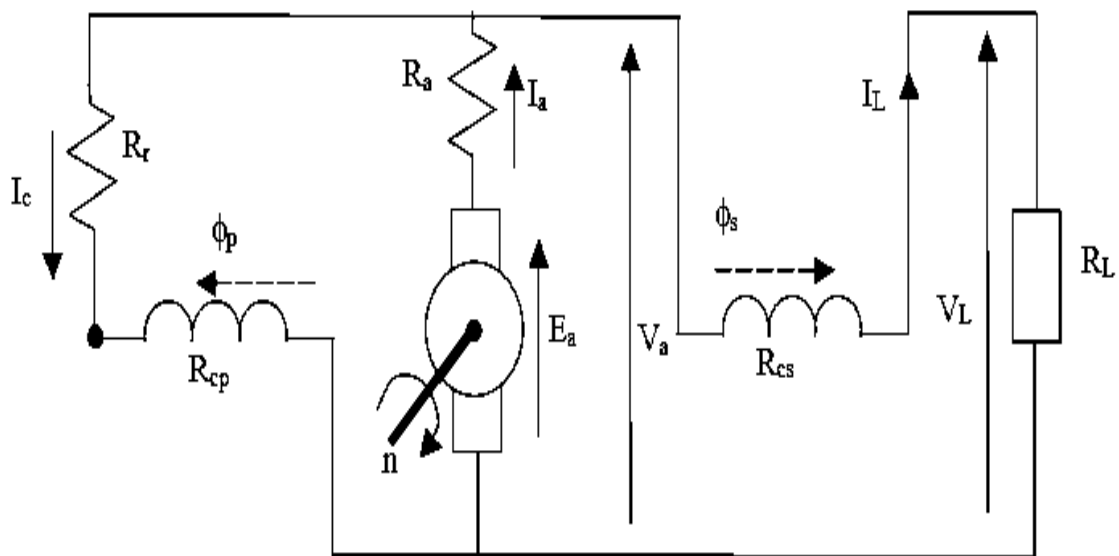


Figura 3.14 Circuito equivalente de un generador compound diferencial.

En la figura 3.14 se observan los mismos parámetros que en el caso anterior:

- RL : Resistencia de carga alimentada por el generador.
- VL : Voltaje en los terminales de la carga.
- IL : Corriente en la carga.
- Ea : Voltaje generado en la armadura.
- Ra : Resistencia del enrollado de armadura.
- Ia : Corriente de armadura.
- Rcs : Resistencia del enrollado de campo serie.
- Rcp : Resistencia del enrollado de campo paralelo.
- Va : Voltaje en los terminales de armadura.
- Ic : Corriente por el enrollado de campo paralelo.
- Ω : Velocidad del rotor, proporcionada por una máquina motriz externa.
- Rr : Resistencia variable (reóstato) que normalmente se conecta a los terminales del generador para controlar la magnitud de Ic
- ϕ_s : Flujo de campo serie.
- ϕ_p : Flujo de campo paralelo.

La figura 3.14 permite establecer las mismas relaciones eléctricas que para el caso anterior de ecuaciones (3.18) a (3.22).

Sin embargo, la relación entre variables eléctricas y magnéticas cambia:

$$Ea = Ke(\Omega) \quad (3.26)$$

$$\phi = \phi_p - \phi_s \quad (3.27)$$

3.5.2 Motores de CD

3.5.2.1 Motor de excitación separada y motor paralelo (shunt).

Debido a la gran similitud que existe en el comportamiento de los motores shunt y excitación separada, éstos serán analizados en conjunto.

En la práctica, los motores shunt son comparativamente más utilizados, debido a que sólo requieren de una fuente para poder operar, lo cual representa una ventaja respecto de la configuración de excitación separada.

Las figuras 3.15 y 3.16 muestran los circuitos equivalentes de los motores de excitación separada y shunt respectivamente [6].

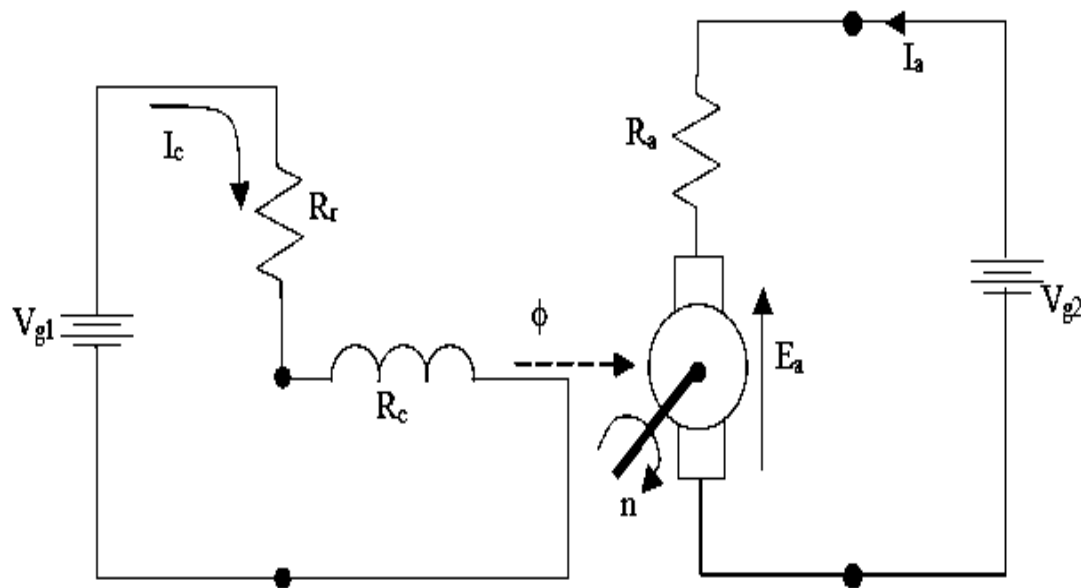


Figura 3.15 Circuito equivalente de un motor de excitación separada

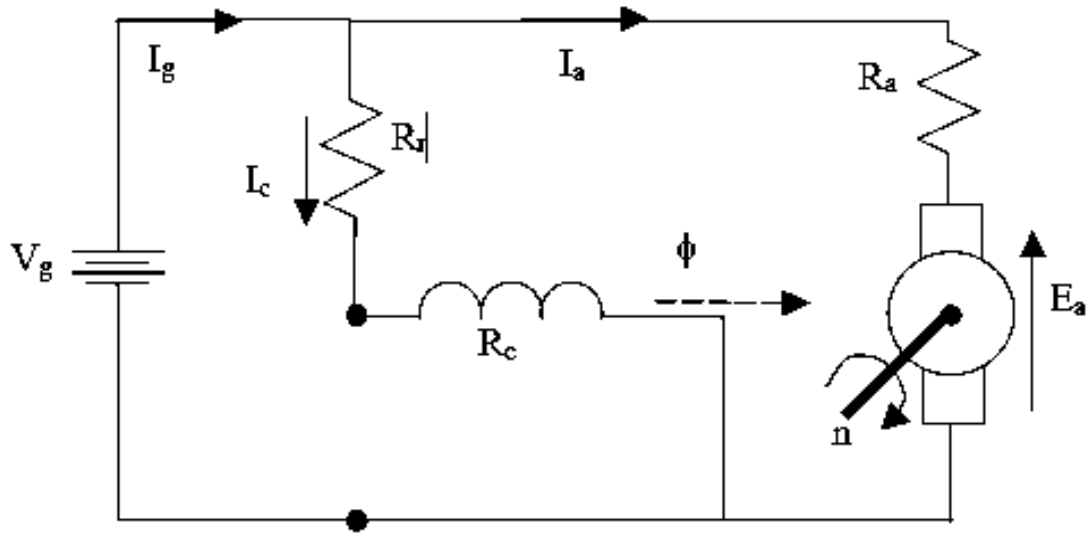


Figura 3.16 Circuito equivalente de un motor shunt.

En las figuras 3.15 y 3.16 se pueden identificar:

- V_g : Fuente de alimentación (motor shunt).
- I_g : Corriente de alimentación (motor shunt).
- V_{g1} : Fuente de alimentación de campo (motor excitación separada).
- V_{g2} : Fuente de alimentación de armadura (motor excitación separada).
- E_a : Voltaje generado en la armadura.
- R_a : Resistencia del enrollado de armadura.
- I_a : Corriente de armadura.
- R_c : Resistencia del enrollado de campo.
- I_c : Corriente por el enrollado de campo.
- ω : Velocidad del rotor.
- R_r : Resistencia variable (reóstato) que normalmente se conecta a los terminales del generador para controlar la magnitud de I_c .
- G : inductancia rotacional.
- ω_r : Velocidad angular mecánica

En el caso del motor de excitación separada, se tienen las siguientes ecuaciones:

Ecuación del circuito de campo:

$$V_{g1} = (R_c + R_r)(I_c) \quad (3.28)$$

Ecuación del circuito de armadura:

$$E_a = V_{g2} - R_a(I_a) \quad (3.29)$$

La ecuación que relaciona las variables eléctricas y magnéticas es:

$$E_a = K_e(\Omega)(\Phi) \quad (3.30)$$

Adicionalmente se tiene:

- G : inductancia rotacional.
- ω_r : Velocidad angular mecánica.

$$E_a = G\omega_r(I_c) \quad (3.31)$$

$$T = G(I_c)(I_a) = K_t(\Phi)(I_a) \quad (3.32)$$

En el caso del motor shunt las ecuaciones son análogas a las anteriores con excepción en éste caso $V_{g1} = V_{g2} = V_g$ además $I_g = I_c + I_a$.

3.5.2.2 Motor serie

Se designa así al motor de corriente continua cuya bobina de campo (inductor) está conectada en serie con la bobina de armadura (inducido). Al igual que en los generadores serie, las bobinas de campo son construidas de pocas espiras y con conductor de gran sección.

Este motor se caracteriza por su par de arranque elevado, ya que el par de esta máquina es directamente proporcional a la corriente de armadura al cuadrado. El problema que tiene esta máquina es que si se deja en vacío en condiciones nominales, presenta el peligro de embalsarse debido al reducido valor del flujo de campo que depende de la corriente de campo. Recordando que la corriente de campo es igual que la corriente de armadura por estar conectados en serie, como la máquina se encuentra en vacío la corriente de armadura es prácticamente cero. En consecuencia, la velocidad del motor depende totalmente de la corriente de campo, por lo tanto la velocidad es baja cuando la carga es pesada y alta con cargas ligeras. El circuito equivalente de este motor se encuentra representado en la figura 3.17.

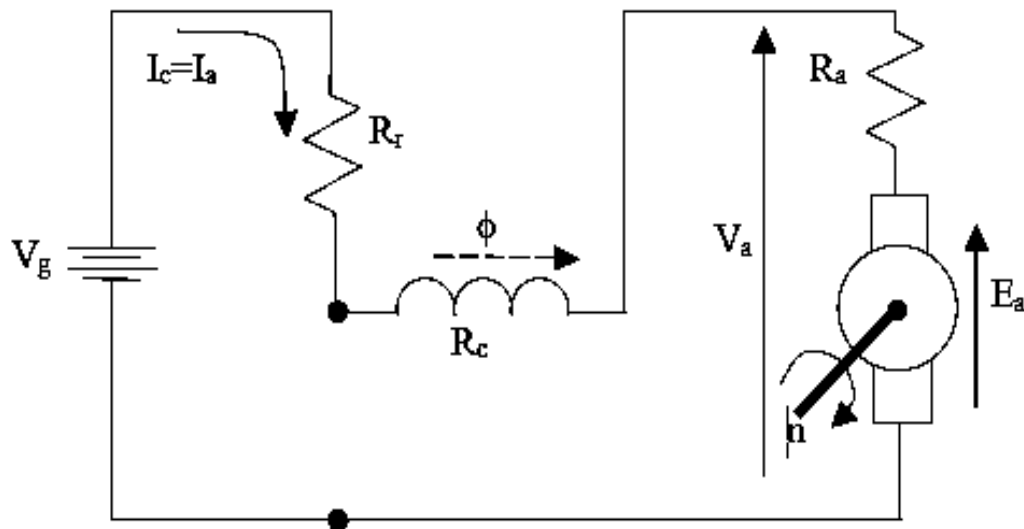


Figura 3.17 Circuito equivalente de un motor serie.

La figura 3.17 muestran el circuito equivalente del motor serie, donde se tiene:

- V_g : Fuente de alimentación.
- E_a : Voltaje generado en la armadura.
- R_a : Resistencia del enrollado de armadura.
- I_a : Corriente de armadura.
- V_a : Voltaje de armadura.
- R_c : Resistencia del enrollado de campo.

- I_c : Corriente por el enrollado de campo.
- Ω : Velocidad del rotor.
- R_r : Resistencia variable (reóstato) que normalmente se conecta para controlar la magnitud de I_c .

En este caso las ecuaciones asociadas a los circuitos de armadura y campo son:

$$I_g = I_c = I_a \quad (3.33)$$

$$V_g = (R_c + R_r)(I_a + V_a) \quad (3.34)$$

$$E_a = V_a - R_a(I_a) \quad (3.35)$$

La ecuación que relaciona las variables eléctricas y magnéticas es:

$$E_a = K_e(n)(\phi) \quad (3.36)$$

Adicionalmente se tiene:

- G : inductancia rotacional.
- ω_r : Velocidad angular mecánica

$$E_a = G(\omega_r)(I_c) \quad (3.37)$$

$$T = G(I_c)(I_a) = K_t(\phi)(I_a) \quad (3.38)$$

3.5.2.3 Motor compound aditivo

Un motor compuesto combina las características de los motores serie y paralelo, ya que ésta máquina tiene un devanado de campo serie y un devanado de campo paralelo. Dependiendo de la

conexión de estos devanados, estas máquinas pueden clasificarse como: motor compuesto largo o motor compuesto corto, y éstas a su vez pueden ser aditivas o sustractivas. Cuando el devanado de campo serie se conecta en serie con la armadura se conoce como motor compuesto largo, cuando el devanado de campo serie se conecta en serie con la línea se le conoce como motor compuesto corto. Dependiendo de las marcas de la polaridad de las bobinas de excitación serie y paralelo, se clasifican como aditivas y sustractivas. Si la dirección de las corrientes en las bobinas serie y paralelo entran o salen por las marcas de polaridad a esta máquina se le conoce como motor compuesto (largo o corto) aditivo, si la corriente en uno de los devanados entra por el signo de polaridad y en el otro devanado el sentido de la corriente sale por el signo de polaridad al motor se le conoce como motor compuesto (largo o corto) sustractivo

En la figura 3.18 se muestra el circuito equivalente del motor compound aditivo.

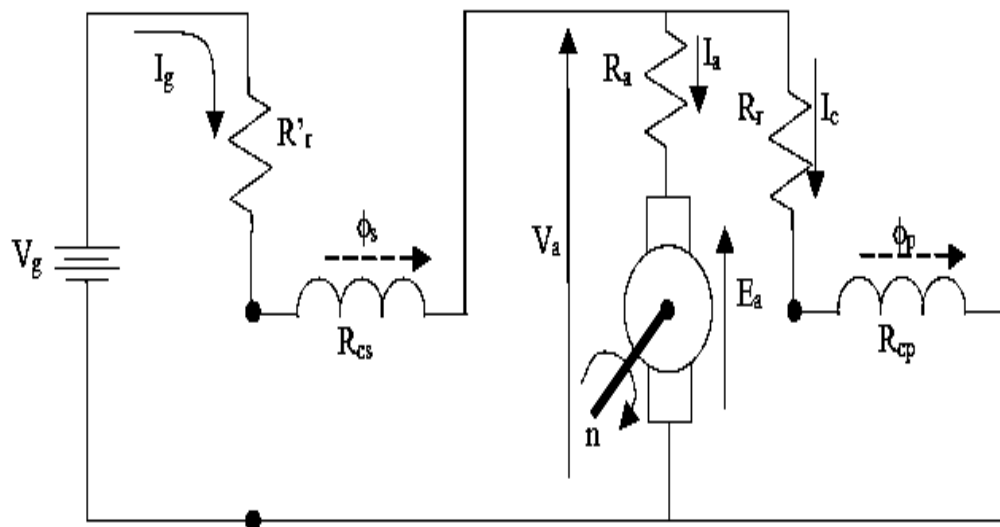


Figura 3.18 Circuito equivalente de un motor compound aditivo.

De la figura 3.18 se deriva que:

- V_g : Fuente de alimentación.
- I_g : Corriente de alimentación.
- R_r : Resistencia variable (reóstato) conectada para controlar la magnitud de I_a .

- R_{cs} : Resistencia del enrollado de campo serie.
- E_a : Voltaje generado en la armadura.
- R_a : Resistencia del enrollado de armadura.
- I_a : Corriente de armadura.
- V_a : Voltaje de armadura.
- I_c : Corriente por el enrollado de campo.
- R_r : Resistencia variable (reóstato) conectada para controlar la magnitud de I_c .
- R_{cp} : Resistencia del enrollado de campo paralelo.
- Ω : Velocidad del rotor.
- ϕ_s : Flujo de campo serie.
- ϕ_p : Flujo de campo paralelo.
- ω_r : Velocidad angular mecánica

En este caso las ecuaciones asociadas a los circuitos de armadura y campo son:

$$I_g = I_c + I_a \quad (3.39)$$

$$V_g = (R_{cs} + R_r)(I_g + V_a) \quad (3.40)$$

$$V_a = E_a + R_a(I_a) = (R_{cp} + R_r)(I_c) \quad (3.41)$$

La ecuación que relaciona las variables eléctricas y magnéticas es:

$$E_a = K_e(\Omega)(\Phi) \quad (3.42)$$

$$\Phi = \phi_s + \phi_p \quad (3.43)$$

Además:

- ω_r : Velocidad angular mecánica
- G_p : Inductancia mutua.

- G_s : Inductancia propia

$$E_a = G_p(\omega r)(I_c) + G_s(\omega r)(I_g) \quad (3.44)$$

Adicionalmente se tiene:

- G_p : Inductancia mutua.
- G_s : Inductancia propia

$$T = G_p(I_c)(I_a) + G_s(I_g) \quad (3.45)$$

$$T \approx G_p(I_c)(I_a) + G_s(I_a^2) \quad (3.46)$$

Aunque la constante de torque K_t y la constante eléctrica del motor K_e son dos parámetros distintos, sus valores están estrechamente relacionados.

La constante eléctrica del motor K_e es la que corresponde a la relación entre el voltaje inducido y la velocidad angular.

La constante de torque K_t es la que corresponde al valor que relaciona el par interno generado y la corriente del motor.

3.5.3 Pérdidas en máquinas de CD

Las máquinas de CD son conversores de energía eléctrica a mecánica y viceversa muy eficientes, sin embargo su rendimiento no alcanza el 100% debido a la no-idealidad de los elementos que la constituyen.

Esto implica que, en la práctica, es necesario definir un parámetro de eficiencia a partir de la siguiente relación [6].

$$\eta = \frac{P_{salida}}{P_{entrada}}(100) \quad (3.47)$$

O equivalentemente:

$$\eta = \frac{P_{entrada} - \text{perdidas}}{P_{entrada}}(100) \quad (3.48)$$

Los objetivos de diseño se encuentran orientados a maximizar la eficiencia de cada máquina para las características nominales a las cuales ha sido diseñada, sin embargo, existen pérdidas que no son factibles de eliminar: pérdidas eléctricas, pérdidas mecánicas y pérdidas magnéticas [6].

3.5.3.1 Pérdidas eléctricas.

Las pérdidas eléctricas son aquellas producto de las resistencias de los enrollados (pérdidas en el cobre) y pérdidas en los contactos eléctricos (pérdidas en las escobillas).

Las pérdidas en el cobre se producen tanto en el campo como en el inducido y se pueden calcular como:

$$P_{campo} = I_c^2(R_c) \quad (3.49)$$

$$P_{inducido} = I_a^2(R_a) \quad (3.50)$$

Dónde:

- P_{campo} , $P_{inducido}$: son las pérdidas del campo e inducido respectivamente.
- I_c , I_a : son las corrientes de campo e inducido respectivamente.
- R_c , R_a : son las resistencias de campo e inducido respectivamente.

Por su parte, las pérdidas en las escobillas se calcula como:

$$P_{escobillas} = I_a(V_{escobillas}) \quad (3.51)$$

Dónde:

- *Pescobillas*: es la potencia perdida en las escobillas.
- *Ia*: es la corriente de armadura.
- *Vescobillas*: es el voltaje que cae en las escobillas, el cual es, en general, constante para un amplio rango de operación.

Particularmente, en modelos más simplificados, no se consideran las pérdidas en las escobillas, sino solamente las pérdidas de Joule por concepto de $R \cdot I^2$ [6].

3.5.3.2 Pérdidas mecánicas.

Las pérdidas mecánicas están asociadas a las pérdidas por concepto de roce entre las partes móviles de la máquina (rodamientos, etc.) y entre la máquina y el aire. Las pérdidas mecánicas son una función cúbica de la velocidad de rotación de la máquina.

3.5.3.3 Pérdidas magnéticas.

Las pérdidas en el núcleo se manifiestan principalmente en las pérdidas por el ciclo de histéresis del material ferromagnético y por corrientes parásitas [6].

Adicionalmente a las pérdidas anteriores, existen otros tipos de pérdidas cuyos orígenes no se explican necesariamente por los efectos ya mencionados. En general estas pérdidas se agrupan como *pérdidas adicionales* y se les asigna un valor cercano al 1% de la potencia nominal de la máquina [6].

3.5.4 Aplicaciones

Los motores de corriente directa son apropiados cuando se requiere gran precisión de velocidad o posición, en general se emplean en configuración de excitación separada, ya que con esta conexión es posible desacoplar las variables y establecer estrategias de control lineal.

La aplicación de los motores de CD se lleva a cabo en potencias bajas o medias y velocidades no muy altas. La velocidad queda limitada desde el punto de vista del desgaste del colector y las escobillas, además, para potencias altas la diferencia de potencial entre delgas es muy alta lo cual desgasta prematuramente el colector debido a los grandes arcos eléctricos que se producen por el efecto de armadura. También, la existencia de chisporroteo en el colector (aún en los casos en que la máquina cuenta con interpolos) hace que los motores de CD sean prohibitivos en ambientes de trabajo donde existan gases o materiales inflamables.

Los motores de CD son menos robustos, requieren mucho mantenimiento y tiene un mayor volumen y peso por unidad de potencia, motivo por el cual están siendo remplazados por motores de alterna, especialmente motores de inducción tipo jaula de ardilla.

Los motores de corriente alterna son de mucha mayor robustez y simpleza, tienen diseños más compactos y requieren de menos mantenimiento que los motores de CD. Por estas razones son cada vez más utilizados en aplicaciones de diversa índole. Además, los avances en electrónica de potencia han permitido desarrollar controles cada vez más precisos y versátiles a través del control de frecuencia.

En las siguientes tablas se muestran aplicaciones típicas:

Tabla 3.1 Aplicaciones domésticas del motor CD

Aplicación	Tipo de Motor
Electrodomésticos: batidoras, jugueras, lavadoras, secadoras, lavavajillas, ventiladores, etc.	Motor de inducción, monofásico (aplicaciones de motores trifásicos sólo en máquinas industriales).
Automóvil: motor de arranque, limpiaparabrisas, alza vidrios eléctrico, etc.	Motores de CD
Audio-video: caseteras, lector de CD, video, etc.	Motores de CD

Tabla 3.2 Aplicaciones industriales del motor CD

Aplicaciones		Tipo de Motor
Servicios de agua potable: Bombas hidráulicas.		Motores de CD
Embotelladoras: Correa transportadora de envases.		Motor de CD (debido a la precisión de posición requerida).
Imprenta: Prensa, rodillo de papel, etc.		Motor de CD (debido a la precisión de posición requerida para la prensa y a la precisión del torque y velocidad en los rodillos).
Aserraderos: Sierras		Motor de CD (debido a la precisión torque y velocidad requeridos)
Papelera: Rodillos		Motor de CD (debido a la precisión torque y velocidad requeridos, ya que el papel es frágil y si se corta el rollo debe reciclarse completo.
Industria de cemento: Hornos rotatorios		Motor de CD
Barcos: Elevador de ancla		Motor de inducción rotor bobinado (alto torque de partida y menos perturbador del sistema que el motor jaula de ardilla)
Acerías: Cintas transportadoras, sierra.		Las cintas se mueven mediante motores de CD debido a la alta precisión requerida en el posicionamiento (el proceso de producción es totalmente continuo, ya que el tubo o lamina o acero no se interrumpe).La sierra rota gracias a un motor de inducción trifásico, pero su posicionamiento (punto de corte) se realiza a través de un motor de CD.
Otras Aplicaciones:	Cintas transportadoras.	Motores de CD o motor de inducción jaula de ardilla (dependiendo de la precisión requerida).
	Elevadores, Montacargas.	Motores de inducción jaula de ardilla.
	Grúas.	Motores de inducción jaula de ardilla en los ejes de menor precisión y motor de CD en la pluma.
	Robots.	Motor de CD
	Asesores.	Motor de CD (más antiguo) y motor de inducción jaula de ardilla (nuevo).

Otras Aplicaciones:	Máquinas de precisión: Fresas, tornos, etc.	Motor de CD
----------------------------	---	-------------

Tabla 3.3 Aplicaciones en transporte del motor CD

Aplicación	Tipo de Motor
Metro	Los antiguos carros del Metro empleaban motores de CD en configuración serie;
Automóviles eléctricos: Autos, motos, camiones, etc.	Se han usado motores de CD en configuración serie (configuración traccionaria). En la actualidad, aún existe mayor número de motores de CD, principalmente debido a su tecnología de control ya consolidada, pero los motores de inducción han ido ganando terreno en forma progresiva

Ya que se describió las características de la máquina de corriente directa, sus partes principales, las conexiones como motor y como generador pasamos a modelar las conexiones que se pueden derivar de ella con la herramienta de modelado estudiada en el capítulo 2.

3.6 MODELADO DE LAS CONEXIONES DE LA MÁQUINA DE CD

3.6.1 Máquina de corriente directa con excitación independiente

Son aquellos que obtienen la alimentación del rotor y del estator de dos fuentes de tensión independientes, con ello el campo del estator es constante al no depender de la carga del motor y el par de fuerzas es constante.

Vectores clave:

$$u = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_8 \end{bmatrix}; x = \begin{bmatrix} p_3 \\ p_9 \\ p_7 \end{bmatrix}; \dot{x} = \begin{bmatrix} e_3 \\ e_9 \\ e_7 \end{bmatrix}; z = \begin{bmatrix} f_3 \\ f_9 \\ f_7 \end{bmatrix}; Din = \begin{bmatrix} f_2 \\ f_{10} \\ f_6 \end{bmatrix}; Dout = \begin{bmatrix} e_2 \\ e_{10} \\ e_6 \end{bmatrix}$$

De la ecuación (2.9) la incógnita F puede ser definida a partir de $Z(t)$ y $X(t)$, quedando de la siguiente forma:

$$Z(t) = Fx(t) \quad (3.52)$$

$$\begin{bmatrix} f_3 \\ f_9 \\ f_7 \end{bmatrix} = \left(\begin{pmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{La} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{Lf} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{j} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} p_3 \\ p_7 \\ p_9 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \right) \quad (3.53)$$

A partir de la ecuación (2.11) podemos definir L con los vectores claves relacionados anteriormente, siendo la ecuación resultante, la mostrada a continuación:

$$Dout(t) = LDin(t) \quad (3.54)$$

$$\begin{bmatrix} e_2 \\ e_{10} \\ e_6 \end{bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} Ra & 0 & 0 \\ 0 & Rb & 0 \\ 0 & 0 & Rf \end{bmatrix} \right) \begin{pmatrix} f_2 \\ f_{10} \\ f_6 \end{pmatrix} \quad (3.55)$$

A continuación se considera la ecuación (2.12) y se procede a completar la matriz de estructura unión $S(t)$. La consecuencia de no tener elementos de almacenamiento de energía en *causalidad derivativa* modifica la ecuación (2.12), el resultado de esto se describe a continuación:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ Din \end{bmatrix} = S \begin{bmatrix} z \\ Dout \\ u \end{bmatrix} \quad (3.56)$$

Sustituyendo los vectores clave y las ecuaciones (2.22) y (2.23) (relaciones constitutivas) tendremos la siguiente representación:

$$\begin{bmatrix} e_3 \\ e_9 \\ e_7 \\ \dots \\ f_2 \\ f_{10} \\ f_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -r & \vdots & -1 & 0 & 0 & \vdots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & -1 & 0 & \vdots & 0 & 1 \\ r & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 & -1 & \vdots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \vdots & \dots & \dots & \dots & \vdots & \dots & \dots \\ 1 & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \vdots & 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \vdots & 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_3 \\ f_9 \\ f_7 \\ \dots \\ e_2 \\ e_{10} \\ e_6 \\ \dots \\ e_1 \\ e_8 \end{bmatrix} \quad (3.57)$$

Haciendo constatar las propiedades de las submatrices de la matriz de estructura-uni3n $S(t)$, las cuales se ilustran enseguida:

S_{11} y S_{22} son matrices cuadradas antisimétricas

$$S_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -r \\ 0 & 0 & 0 \\ r & 0 & 0 \end{bmatrix} = -S_{11} = S_{11}^T$$

$$S_{22} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = -S_{22} = S_{22}^T$$

S_{12} es la matriz transpuesta negativa de s_{21} y viceversa.

$$S_{12} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} S_{12} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$-S_{12}^T \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = S_{21}$$

A continuación se procederá a encontrar las ecuaciones de estado a partir de las ecuaciones (2.16) a (2.21), las cuales a consecuencia de no tener elementos en *causalidad derivativa* quedarán de la siguiente forma:

$$E = I \quad (3.58)$$

$$M = L(I - LS_{22})^{-1} \quad (3.59)$$

$$A = (S_{11} + S_{12}MS_{21})F \quad (3.60)$$

$$B = (S_{13} + S_{12}MS_{23}) \quad (3.61)$$

$$C = (S_{31} + S_{32}MS_{21})F \quad (3.62)$$

$$D = (S_{33} + S_{32}MS_{23}) \quad (3.63)$$

Sustituyendo los elementos correspondientes en cada una de las ecuaciones anteriores tenemos:

$$M = L = \begin{bmatrix} Ra & 0 & 0 \\ 0 & Rb & 0 \\ 0 & 0 & Rf \end{bmatrix} \quad (3.64)$$

En la ecuación (3.57) se tiene que:

$$A = \left(\begin{bmatrix} 0 & 0 & -r \\ 0 & 0 & 0 \\ r & 0 & 0 \end{bmatrix} + \left(\left(\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \right) \left(\begin{bmatrix} Ra & 0 & 0 \\ 0 & Rb & 0 \\ 0 & 0 & Rf \end{bmatrix} \right) \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \right) \begin{bmatrix} \frac{1}{La} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{Lf} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{J} \end{bmatrix} \right)$$

Lo que resulta:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{-Ra}{La} & 0 & -r \\ 0 & -\frac{Rb}{Lf} & 0 \\ r & 0 & -\frac{Rf}{j} \end{bmatrix} \quad (3.65)$$

Realizando de igual manera la sustitución en la ecuación (3.58):

$$B = \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Ra & 0 & 0 \\ 0 & Ra & 0 \\ 0 & 0 & Rf \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]$$

Lo que resulta:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.66)$$

Se sabe que un sistema dinámico que es modelado en espacio de estados de forma matricial es como se muestra a continuación:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (3.67)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) \quad (3.68)$$

Sustituyendo los vectores clave y las matrices obtenidas:

$$\begin{bmatrix} e_3 \\ e_9 \\ e_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-Ra}{La} & 0 & -r \\ 0 & -\frac{Rb}{Lf} & 0 \\ r & 0 & -\frac{Rf}{j} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_3 \\ p_7 \\ p_9 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e_1 \\ e_8 \end{bmatrix} \quad (3.69)$$

Como no se tienen submatrices $S_{31}, S_{32}, S_{33}, S_{34}$ la ecuaciones (3.62) y (3.63) son 0 por lo tanto:

$$y(t) = 0 \quad (3.70)$$

3.6.2 Máquina de corriente directa con excitación en paralelo

El motor de CD en paralelo es diferente del motor de serie ya que el devanado inductor está conectado en paralelo con la armadura. Puesto que el devanado inductor se conecta en paralelo al devanado del inducido, a este tipo de máquinas se le conoce como motor con excitación en paralelo, o simplemente motor paralelo. Un motor en paralelo o en derivación tiene características diferentes en construcción al motor serie, ya que la bobina de campo en derivación está devanada con alambre de calibre delgado y muchas vueltas para generar un campo lo suficientemente fuerte para mantener la velocidad de esta máquina prácticamente constante. Esto significa que el motor tiene un par de arranque menor que el motor serie, pero es más estable con respecto a su velocidad de operación.

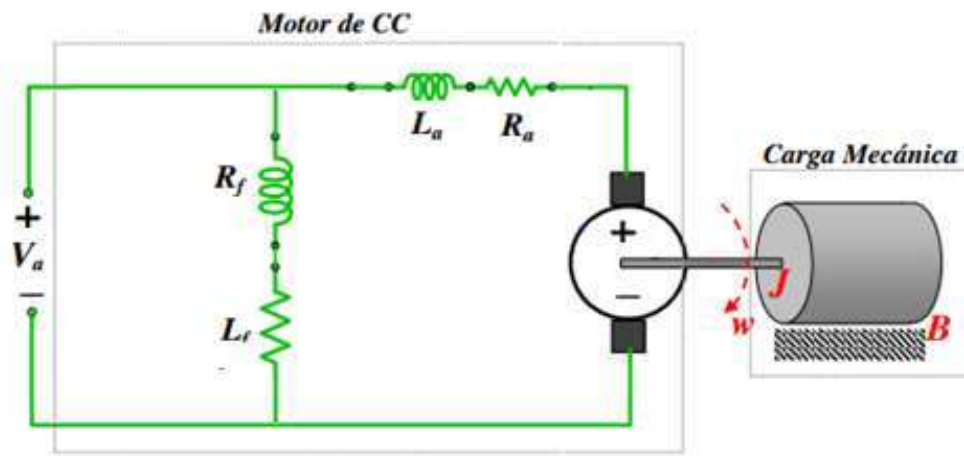


Figura 3.21 Conexión de la máquina de corriente directa en paralelo.

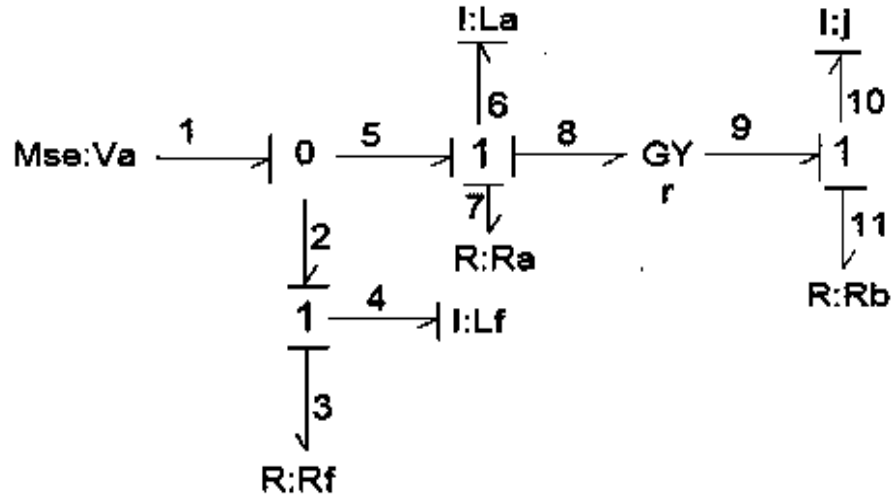


Figura 3.22 Modelo de Bond Graph con causalidad asignada de la máquina de corriente directa en excitación en paralelo.

Obtenemos los vectores clave y las relaciones constitutivas al no tener *causalidad derivativa* el modelo las ecuaciones quedan:

$$u = [e_1] ; x = \begin{bmatrix} p_4 \\ p_6 \\ p_{10} \end{bmatrix} ; \dot{x} = \begin{bmatrix} e_4 \\ e_6 \\ e_{10} \end{bmatrix} ; z = \begin{bmatrix} f_4 \\ f_6 \\ f_{10} \end{bmatrix} ; Din = \begin{bmatrix} f_3 \\ f_7 \\ f_{11} \end{bmatrix} ; Dout = \begin{bmatrix} e_3 \\ e_7 \\ e_{11} \end{bmatrix}$$

Las relaciones constitutivas quedan:

$$Z(t) = Fx(t) \quad (3.71)$$

$$\begin{bmatrix} f_4 \\ f_6 \\ f_{10} \end{bmatrix} = \left(\begin{pmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{La} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{J} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{Lf} \end{bmatrix} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} p_4 \\ p_6 \\ p_{10} \end{bmatrix} \right) \quad (3.72)$$

$$Dout(t) = LDin(t) \quad (3.73)$$

$$\begin{bmatrix} e_3 \\ e_7 \\ e_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Ra & 0 & 0 \\ 0 & Rb & 0 \\ 0 & 0 & Rf \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_3 \\ f_7 \\ f_{11} \end{bmatrix} \quad (3.74)$$

La matriz de estructura unión al no haber elementos con *causalidad derivativa* queda como:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ Din \end{bmatrix} = S \begin{bmatrix} z \\ Dout \\ u \end{bmatrix} \quad (3.75)$$

Por lo tanto:

$$\begin{bmatrix} e_4 \\ e_6 \\ e_{10} \\ \dots \\ f_3 \\ f_7 \\ f_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \vdots & -1 & 0 & 0 & \vdots & 1 \\ 0 & 0 & -r & \vdots & 0 & -1 & 0 & \vdots & 1 \\ 0 & r & 0 & \vdots & 0 & 0 & -1 & \vdots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \vdots & \dots & \dots & \dots & \vdots & \dots \\ 1 & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \vdots & 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \vdots & 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_4 \\ f_6 \\ f_{10} \\ \dots \\ e_3 \\ e_7 \\ e_{11} \\ \dots \\ e_1 \end{bmatrix} \quad (3.76)$$

Comprobando las propiedades de las submatrices:

S_{11} y S_{22} son matrices cuadradas antisimetricas

$$S_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -r \\ 0 & r & 0 \end{bmatrix} = -S_{11}^T$$

$$S_{22} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = -S_{22} = S_{22}^T$$

S_{12} es la matriz transpuesta negativa de S_{21} y viceversa.

$$S_{12} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} = -S_{12}^T = S_{21}$$

A continuación se procederá a encontrar las ecuaciones de estado a partir de las ecuaciones (2.16) a (2.21), las cuales a consecuencia de no tener elementos en causalidad derivativa quedarán de la siguiente forma:

Con esto calculamos las variables quedando:

$$E = I \quad (3.77)$$

$$M = L(I - LS_{22})^{-1} \quad (3.78)$$

$$A = (S_{11} + S_{12}MS_{21})F \quad (3.79)$$

$$B = (S_{13} + S_{12}MS_{23}) \quad (3.80)$$

$$C = (S_{31} + S_{32}MS_{21})F \quad (3.81)$$

$$D = (S_{33} + S_{32}MS_{23}) \quad (3.82)$$

Sustituyendo los elementos correspondientes en cada una de las ecuaciones anteriores tenemos:

$$A = \left(\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -r \\ 0 & r & 0 \end{bmatrix} + \left(\left(\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \right) \left(\begin{bmatrix} Ra & 0 & 0 \\ 0 & Rb & 0 \\ 0 & 0 & Rf \end{bmatrix} \right) \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \right) \begin{bmatrix} \frac{1}{La} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{j} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{Lf} \end{bmatrix} \right)$$

Lo que resulta:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{-Ra}{La} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{Rb}{J} & \frac{-r}{La} \\ 0 & \frac{r}{J} & \frac{Rf}{La} \end{bmatrix} \quad (3.83)$$

$$B = (S_{13} + S_{12}MS_{23}) \quad (3.84)$$

Sustituyendo:

$$B = \left(\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right) + \left(\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \right) \left(\begin{bmatrix} Ra & 0 & 0 \\ 0 & Rb & 0 \\ 0 & 0 & Rf \end{bmatrix} \right) \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right) \right)$$

Lo que resulta:

$$B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.85)$$

Se sabe que un sistema dinámico que es modelado en espacio de estados de forma matricial es como se muestra a continuación:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (3.86)$$

$$\begin{bmatrix} e_4 \\ e_6 \\ e_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-Ra}{La} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{Rb}{J} & \frac{-r}{La} \\ 0 & \frac{r}{J} & \frac{Rf}{La} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_4 \\ p_6 \\ p_{10} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot [e_1] \quad (3.87)$$

Como no se tiene submatrices $S_{31}, S_{32}, S_{33}, S_{34}$, las ecuaciones (3.81) y (3.82) son 0 por lo tanto:

$$y(t) = 0 \quad (3.88)$$

3.6.3 Máquina de corriente directa con excitación serie

Se designa así al motor de corriente continua cuya bobina de campo (inductor) está conectada en serie con la bobina de armadura (inducido). Al igual que en los generadores serie, las bobinas de campo son construidas de pocas espiras y con conductor de gran sección. Este motor se caracteriza por su par de arranque elevado, ya que el par de esta máquina es directamente proporcional a la corriente de armadura al cuadrado. El problema que tiene esta máquina es que si se deja en vacío en condiciones nominales, presenta el peligro de embalsarse debido al reducido valor del flujo de campo que depende de la corriente de campo. Recordando que la corriente de campo es igual que la corriente de armadura por estar conectados en serie, como la máquina se encuentra en vacío la corriente de armadura es prácticamente cero. En consecuencia, la velocidad del motor depende totalmente de la corriente de campo, por lo tanto la velocidad es baja cuando la carga es pesada y alta con cargas ligeras. El circuito equivalente de este motor se encuentra representado en la figura (3.23).

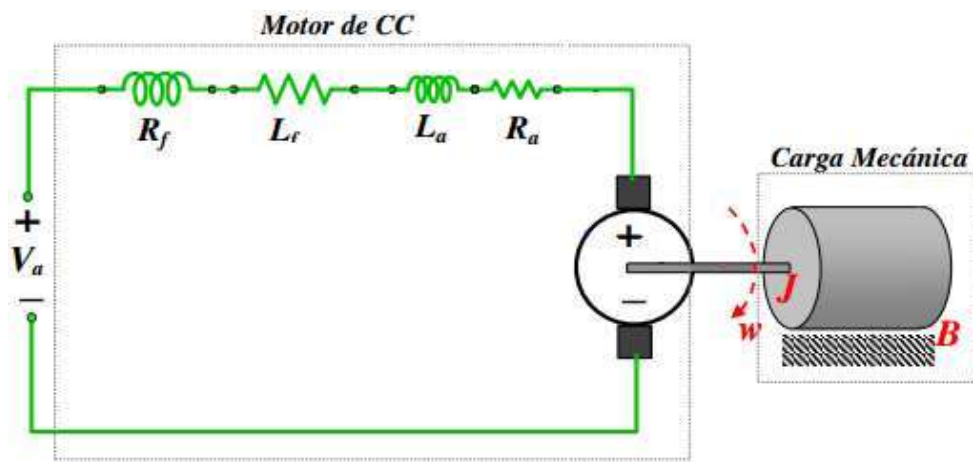


Figura 3.23 Conexión de la máquina de corriente directa en serie.

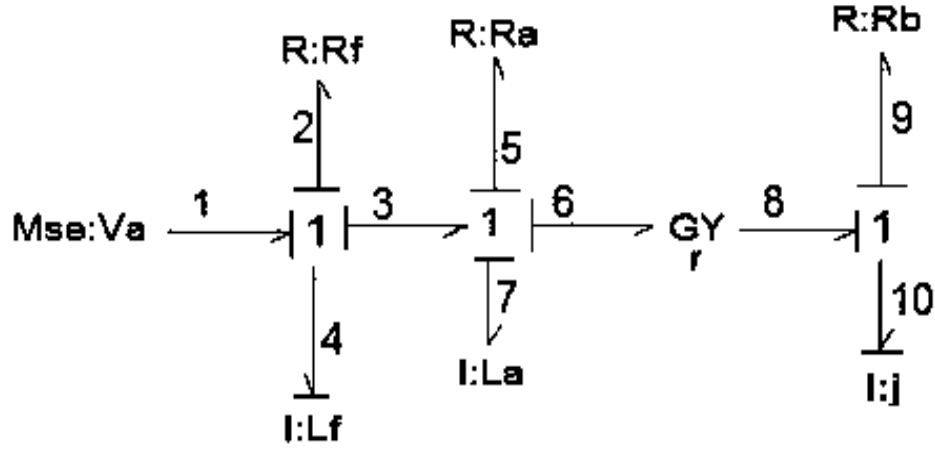


Figura 3.24 Modelo de Bond Graph con causalidad asignada de la máquina de corriente directa en conexión serie.

Obtenemos los vectores clave y las relaciones constitutivas al tener *causalidad derivativa e integral* el modelo de los vectores clave queda:

$$u = [e_1]; x = \begin{bmatrix} p_4 \\ p_{10} \end{bmatrix}; \dot{x} = \begin{bmatrix} e_4 \\ e_{10} \end{bmatrix}; z = \begin{bmatrix} f_4 \\ f_{10} \end{bmatrix}; Din = \begin{bmatrix} f_2 \\ f_5 \\ f_9 \end{bmatrix}; Dout = \begin{bmatrix} e_2 \\ e_5 \\ e_9 \end{bmatrix}$$

$$xd = [p_7]; \dot{xd} = [e_7]; zd = [f_7]$$

Las relaciones constitutivas quedan:

$$Z(t) = Fx(t) \quad (3.89)$$

Por lo tanto:

$$\begin{bmatrix} f_4 \\ f_{10} \end{bmatrix} = \left(\begin{pmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ Lf \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ j \end{bmatrix} \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} p_4 \\ p_{10} \end{pmatrix} \quad (3.90)$$

$$Zd(t) = Fdxd(t) \quad (3.91)$$

Por lo tanto:

$$[f_7] = \frac{[1]}{La} [p_7] \quad (3.92)$$

$$Dout(t) = LDin(t) \quad (3.93)$$

$$\begin{bmatrix} e_2 \\ e_5 \\ e_9 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} Rf & 0 & 0 \\ 0 & Ra & 0 \\ 0 & 0 & Rb \end{bmatrix} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} f_2 \\ f_5 \\ f_9 \end{bmatrix} \end{pmatrix} \quad (3.94)$$

La matriz de estructura unión al haber elementos con *causalidad derivativa e integral* queda como:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ Din \\ z_d \end{bmatrix} = S \begin{bmatrix} z \\ Dout \\ u \\ \dot{x}d \end{bmatrix} \quad (3.95)$$

Por lo tanto:

$$\begin{bmatrix} e_4 \\ e_{10} \\ \dots \\ f_2 \\ f_5 \\ f_9 \\ \dots \\ f_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -r & \vdots & -1 & -1 & 0 & \vdots & 1 & \vdots & -1 \\ r & 0 & \vdots & 0 & 0 & -1 & \vdots & 0 & \vdots & 0 \\ \dots & \dots & \vdots & \dots & \dots & \dots & \vdots & \dots & \vdots & \dots \\ 1 & 0 & \vdots & 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & \vdots & 0 \\ 1 & 0 & \vdots & 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & \vdots & 0 \\ 0 & 1 & \vdots & 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & \vdots & 0 \\ \dots & \dots & \vdots & \dots & \dots & \dots & \vdots & \dots & \vdots & \dots \\ 1 & 0 & \vdots & 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & \vdots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_4 \\ f_{10} \\ \dots \\ e_2 \\ e_5 \\ e_9 \\ \dots \\ e_1 \\ \dots \\ e_7 \end{bmatrix} \quad (3.96)$$

Comprobando las propiedades de las submatrices:

S_{11} y S_{22} son matrices cuadradas antisimétricas

$$S_{11} = \begin{bmatrix} 0 & -r \\ r & 0 \end{bmatrix} = -S_{11}^T = S_{11}^T$$

$$S_{22} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = -S_{22}^T = S_{22}^T$$

S_{12} es la matriz transpuesta negativa de S_{21} y viceversa.

$$S_{12} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} = -S_{12}^T = S_{21}$$

La matriz S_{14} es la transpuesta negativa de la matriz S_{41}

$$S_{14} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} = -S_{14}^T = S_{41}$$

Se sabe que un sistema dinámico que es modelado en espacio de estados de forma matricial es como se muestra a continuación:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (3.97)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) \quad (3.98)$$

Por lo tanto las ecuaciones de estado al tener *causalidad derivativa* quedan como:

$$A = E^{-1}(S_{11} + S_{12}MS_{21})F \quad (3.99)$$

$$E = I + S_{14}F_d^{-1}S_{14}^T F \quad (3.100)$$

$$M = L \quad (3.101)$$

$$B = E^{-1}(S_{13} + S_{12}MS_{23}) \quad (3.102)$$

$$C = (S_{31} + S_{32}MS_{21})F \quad (3.103)$$

$$D = (S_{33} + S_{32}MS_{23}) \quad (3.104)$$

Sustituyendo las ecuaciones (3.100) a (3.105) las ecuaciones quedarían:

$$E = I + \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ La \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{Lf} & 0 \\ 0 & \frac{1}{J} \end{pmatrix} \quad (3.105)$$

Lo que resulta:

$$E^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{La + Lf}{Lf} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.106)$$

$$M = L \quad (3.107)$$

Por lo tanto:

$$\begin{bmatrix} Rf & 0 & 0 \\ 0 & Ra & 0 \\ 0 & 0 & Rb \end{bmatrix} \quad (3.108)$$

$$A = \begin{bmatrix} \frac{Lf}{Lf + La} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \left[\begin{bmatrix} 0 & -r \\ r & 0 \end{bmatrix} + \left(\begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \right) \left(\begin{bmatrix} Rf & 0 & 0 \\ 0 & Ra & 0 \\ 0 & 0 & Rb \end{bmatrix} \right) \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \right] \begin{bmatrix} \frac{1}{Lf} & 0 \\ 0 & \frac{1}{J} \end{bmatrix}$$

Con lo que resulta:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{(-Rf - Ra)}{(Lf)} & \frac{(-r)(Lf)}{(-La + Lf)} \\ r & \frac{-Rb}{j} \end{bmatrix} \quad (3.109)$$

Sustituyendo:

$$B = \begin{bmatrix} \frac{Lf}{Lf + La} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} Rf & 0 & 0 \\ 0 & Ra & 0 \\ 0 & 0 & Rb \end{bmatrix} \right) \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right) \right)$$

Con lo que resulta:

$$B = \begin{bmatrix} \frac{Lf}{Lf + (-La)} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.110)$$

Se sabe que un sistema dinámico que es modelado en espacio de estados de forma matricial es como se muestra a continuación:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (3.111)$$

Por lo tanto:

$$\begin{bmatrix} e_4 \\ e_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(-Rf-Ra)}{(Lf)} & \frac{(-r)(Lf)}{(-La+Lf)} \\ r & \frac{-Rb}{j} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_4 \\ p_{10} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{Lf}{Lf+(-La)} \\ 0 \end{bmatrix} [e_1] \quad (3.112)$$

Como no se tiene submatrices $S_{31}, S_{32}, S_{33}, S_{34}$, la ecuaciones (3.103) y (3.104) Son 0 por lo tanto:

$$y(t) = 0 \quad (3.113)$$

3.6.4 Máquina de corriente directa con conexión compuesta corta.

Un motor compuesto combina las características de los motores serie y paralelo, ya que ésta máquina tiene un devanado de campo serie y un devanado de campo paralelo. Dependiendo de la conexión de estos devanados, estas máquinas pueden clasificarse como: motor compuesto largo o motor compuesto corto, y éstas a su vez pueden ser aditivas o sustractivas. Cuando el devanado de campo serie se conecta en serie con la armadura se conoce como motor compuesto largo, cuando el devanado de campo serie se conecta en serie con la línea se le conoce como motor compuesto corto. Dependiendo de las marcas de la polaridad de las bobinas de excitación serie y paralelo, se clasifican como aditivas y sustractivas. Si la dirección de las corrientes en las bobinas serie y paralelo entran o salen por las marcas de polaridad a esta máquina se le conoce como motor compuesto (largo o corto) aditivo, si la corriente en uno de los devanados entra por el

signo de polaridad y en el otro devanado el sentido de la corriente sale por el signo de polaridad al motor se le conoce como motor compuesto (largo o corto) sustractivo.

En la figura 3.29 se muestra el circuito equivalente del motor compuesto largo y corto.

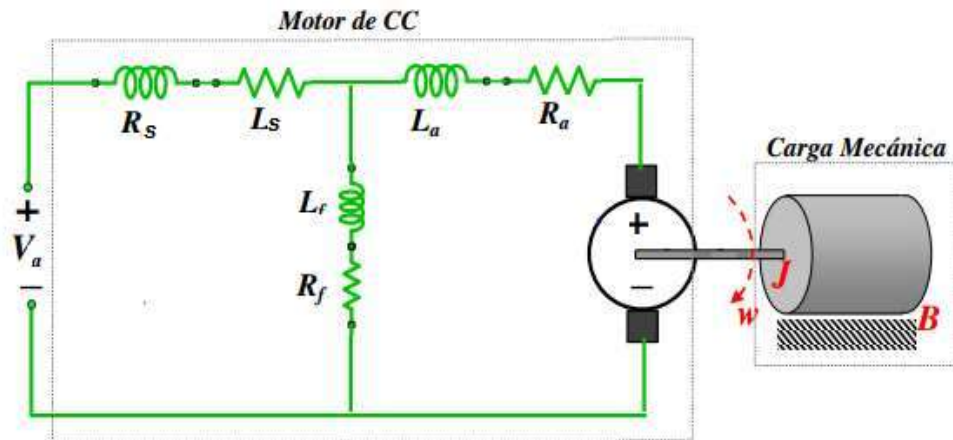


Figura 3.25 Conexión de la máquina de corriente directa en compuesta corta.

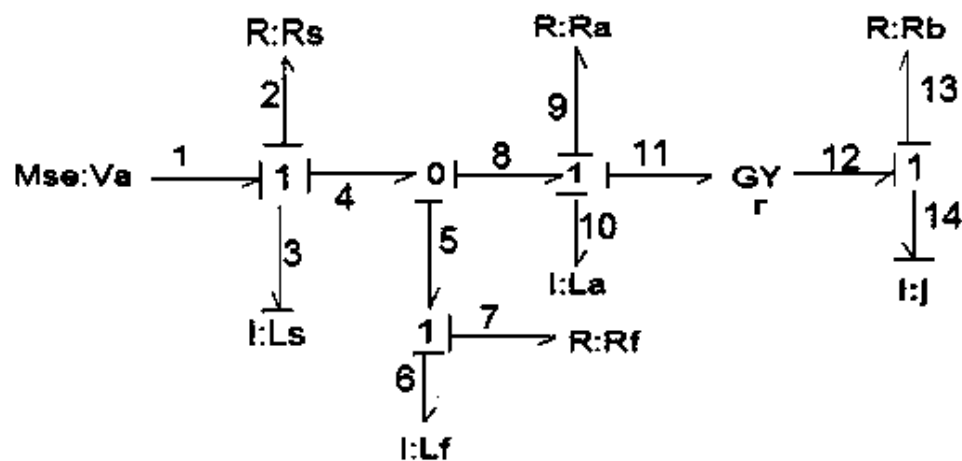


Figura 3.26 Modelo de Bond Graph con causaliadad asignada de la máquina de corriente directa en conexión compuesta corta.

Obtenemos los vectores clave y las relaciones constitutivas al tener *causalidad derivativa e integral* el modelo de los vectores clave quedan:

$$u = [e_1]; x = \begin{bmatrix} p_3 \\ p_6 \\ p_{14} \end{bmatrix}; \dot{x} = \begin{bmatrix} e_3 \\ e_6 \\ e_{14} \end{bmatrix}; z = \begin{bmatrix} f_3 \\ f_6 \\ f_{14} \end{bmatrix}; Din = \begin{bmatrix} f_2 \\ f_7 \\ f_9 \\ f_{13} \end{bmatrix}; Dout = \begin{bmatrix} e_2 \\ e_7 \\ e_9 \\ e_{13} \end{bmatrix}$$

$$xd = [p_{10}]; \dot{xd} = [e_{10}]; zd = [f_{10}]$$

Las relaciones constitutivas quedan:

$$Z(t) = Fx(t) \quad (3.114)$$

Por lo tanto:

$$\begin{bmatrix} f_3 \\ f_6 \\ f_{14} \end{bmatrix} = \left(\begin{pmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{Ls} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{Lf} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{J} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} p_3 \\ p_6 \\ p_{14} \end{pmatrix} \end{pmatrix} \right) \quad (3.115)$$

$$Dout = LDin \quad (3.116)$$

Por lo tanto:

$$\begin{bmatrix} e_2 \\ e_7 \\ e_9 \\ e_{13} \end{bmatrix} = \left(\begin{pmatrix} \begin{bmatrix} Rs & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Rf & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Ra & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Rb \end{bmatrix} \begin{pmatrix} f_2 \\ f_7 \\ f_9 \\ f_{13} \end{pmatrix} \end{pmatrix} \right) \quad (3.117)$$

$$Zd = f d x d = [f_{10}] = \begin{bmatrix} 1 \\ L\alpha \end{bmatrix} [p_{10}] \quad (3.118)$$

La matriz de estructura unión al haber elementos con *causalidad derivativa e integral* queda como:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ Din \\ z_d \end{bmatrix} = S \begin{bmatrix} z \\ D_{out} \\ u \\ \dot{x} \end{bmatrix} \quad (3.119)$$

Por lo tanto:

$$\begin{bmatrix} e_3 \\ e_6 \\ e_{14} \\ \dots \\ f_2 \\ f_7 \\ f_9 \\ f_{13} \\ \dots \\ f_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -r & \vdots & -1 & 0 & -1 & 0 & \vdots & 1 & \vdots & -1 \\ 0 & 0 & r & \vdots & 0 & -1 & 1 & 0 & \vdots & 0 & \vdots & 1 \\ r & -r & 0 & \vdots & 0 & 0 & 0 & -1 & \vdots & 0 & \vdots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots & \vdots & \dots & \vdots & \dots \\ 1 & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & \vdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \vdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & \vdots & 0 \\ 1 & -1 & 0 & \vdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & \vdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \vdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & \vdots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots & \vdots & \dots & \vdots & \dots \\ 1 & -1 & 0 & \vdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & \vdots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_3 \\ f_6 \\ f_{14} \\ \dots \\ e_2 \\ e_7 \\ e_9 \\ e_{13} \\ \dots \\ e_1 \\ \dots \\ e_{10} \end{bmatrix} \quad (3.120)$$

Comprobando las propiedades de las submatrices:

S_{11} y S_{22} son matrices cuadradas antisimétricas

$$S_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -r \\ 0 & 0 & r \\ r & -r & 0 \end{bmatrix} = -S_{11}^T$$

$$S_{22} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = -S_{22}^T$$

S_{12} es la matriz transpuesta negativa de S_{21} y viceversa.

$$S_{12} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = -S_{12}^T = S_{21}$$

La matriz S_{14} es la transpuesta negativa de la matriz S_{41}

$$S_{14} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = -S_{14}^T = S_{41}$$

Por lo tanto las ecuaciones de estado al tener causalidad derivativa quedan como:

$$E = I + S_{14}F_d^{-1}S_{14}^TF \quad (3.121)$$

$$M = L \quad (3.122)$$

$$A = E^{-1}(S_{11} + S_{12}MS_{21})F \quad (3.123)$$

$$B = E^{-1}(S_{13} + S_{12}MS_{23}) \quad (3.124)$$

$$C = (S_{13} + S_{32}MS_{21})F \quad (3.125)$$

$$D = (S_{33} + S_{32}MS_{23}) \quad (3.126)$$

Sustituyendo en las ecuaciones:

$$E = I + \left(\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right) ([La]) \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{Ls} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{Lf} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{J} \end{pmatrix} \quad (3.127)$$

Con lo que resulta:

$$E = \begin{bmatrix} \frac{La + Ls}{Ls} & -\frac{La}{Lf} & 0 \\ -\frac{La}{Ls} & \frac{La + Lf}{Lf} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.128)$$

$$A = \begin{bmatrix} \frac{La + Ls}{Ls} & -\frac{La}{Lf} & 0 \\ -\frac{La}{Ls} & \frac{La + Lf}{Lf} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \left[\begin{bmatrix} 0 & 0 & -r \\ 0 & 0 & r \\ r & -r & 0 \end{bmatrix} + \left(\begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Rs & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Rf & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Ra & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Rb \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \frac{1}{Ls} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{Lf} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{J} \end{bmatrix} \right]$$

Con lo que resulta:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{(RsRa + Ra^2) - [La(RaLs)]}{[(Rs)(RaLf)] + [(Ra^2)(Lf)]} & \frac{-Ra(LsRa)}{[(-LsRa)] - [(Rf - Ra)]} & \frac{[(Ls - r)] - [(Lf)(r)]}{[(-r - Ls)] + [(r)(Lf)]} \\ \frac{r}{Ls} & \frac{-r}{Lf} & -\frac{Rb}{J} \end{bmatrix} \quad (3.129)$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{La + Ls}{Ls} & -\frac{La}{Lf} & 0 \\ -\frac{La}{Ls} & \frac{La + Lf}{Lf} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Rs & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Rf & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Ra & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Rb \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right)$$

Con lo que resulta:

$$B = \begin{bmatrix} \frac{Ls}{La + Ls} \\ -\frac{Ls}{La} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.130)$$

Se sabe que un sistema dinámico que es modelado en espacio de estados de forma matricial es como se muestra a continuación:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (3.131)$$

Como no se tiene submatrices $S_{31}, S_{32}, S_{33}, S_{34}$, la ecuaciones (3.125) y (3.126) son 0 por lo tanto:

$$y(t) = 0 \quad (3.132)$$

Por lo tanto el modelo en espacio de estado es:

$$\begin{bmatrix} e_3 \\ e_6 \\ e_{14} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (RsRa + Ra^2) - [La(RaLs)] & -Ra(LsRa) & [(Ls - r)] - [(Lf)(r)] \\ [(Rs)(RaLf)] + [(Ra^2)(Lf)] & [(-LsRa)] - [(Rf - Ra)] & [(-r - Ls)] + [(r)(Lf)] \\ \frac{r}{Ls} & \frac{-r}{Lf} & -\frac{Rb}{J} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_3 \\ p_6 \\ p_{14} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{Ls}{La} \\ -\frac{La}{Ls} \\ 0 \end{bmatrix} [e_1] \quad (3.133)$$

3.6.5 Máquina de corriente directa con conexión compuesta larga.

El esquema de un motor de CD en conexión compuesto largo se ilustra en la figura 3.27 y modelo correspondiente en Bond Graph en la figura 3.28.

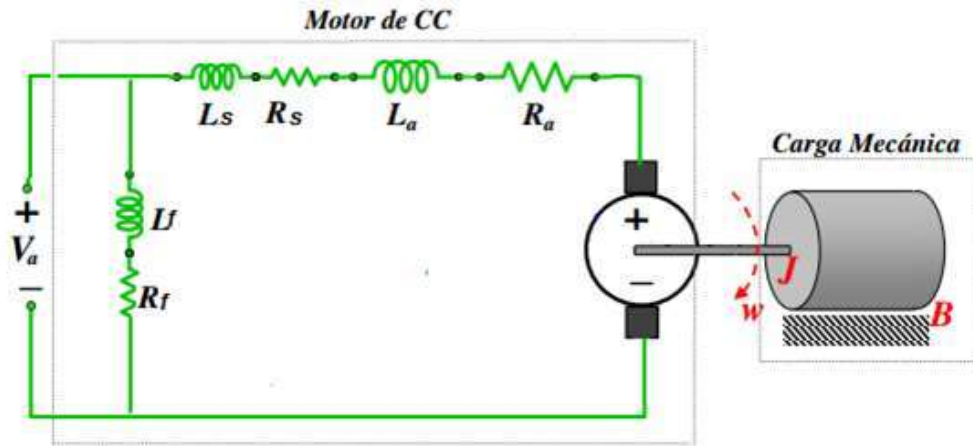


Figura 3.27 Conexión de la máquina de corriente directa en compuesta larga.

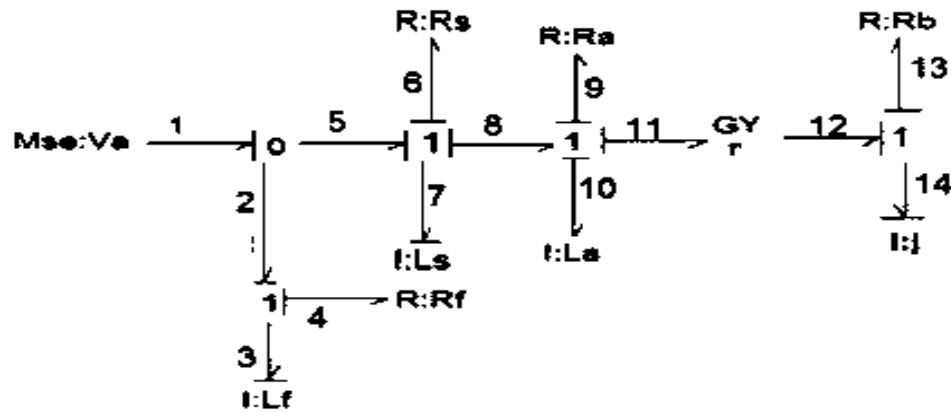


Figura 3.28 Modelo de Bond Graph con causalidad asignada de la máquina de corriente directa en conexión compuesta larga.

Obtenemos los vectores clave y las relaciones constitutivas al tener *causalidad derivativa e integral* el modelo de los vectores clave quedan:

$$u = [e_1]; x = \begin{bmatrix} p_3 \\ p_7 \\ p_{14} \end{bmatrix}; \dot{x} = \begin{bmatrix} e_3 \\ e_7 \\ e_{14} \end{bmatrix}; z = \begin{bmatrix} f_3 \\ f_7 \\ f_{14} \end{bmatrix}; Din = \begin{bmatrix} f_4 \\ f_6 \\ f_9 \\ f_{13} \end{bmatrix}; Dout = \begin{bmatrix} e_4 \\ e_6 \\ e_9 \\ e_{13} \end{bmatrix}$$

$$xd = [p_{10}] ; \dot{xd} = [e_{10}] ; zd = [f_{10}]$$

Las relaciones constitutivas quedan:

$$Z(t) = Fx(t) \quad (3.134)$$

Sustituyendo los elementos correspondientes:

$$\begin{bmatrix} f_3 \\ f_7 \\ f_{14} \end{bmatrix} = \left(\begin{pmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{Lf} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{Ls} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_3 \\ p_7 \\ p_{14} \end{bmatrix} \end{pmatrix} \right) \quad (3.135)$$

$$Dout(t) = LDin(t) \quad (3.136)$$

Por lo tanto:

$$\begin{bmatrix} e_3 \\ e_9 \\ e_6 \\ e_{13} \end{bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} Rs & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Rf & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Ra & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Rb \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_3 \\ f_9 \\ f_6 \\ f_{13} \end{bmatrix} \right) \quad (3.137)$$

$$Zd(t) = fdxd(t) \quad (3.138)$$

$$[f_{10}] = \left[\frac{1}{Lb} \right] [p_{10}] \quad (3.139)$$

La matriz de estructura unión al haber elementos con *causalidad derivativa e integral* queda como:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ Din \\ z_d \end{bmatrix} = S \begin{bmatrix} z \\ Dout \\ u \\ \dot{x} \end{bmatrix} \quad (3.140)$$

Por lo tanto:

$$\begin{bmatrix} e_3 \\ e_7 \\ e_{14} \\ \dots \\ f_4 \\ f_6 \\ f_9 \\ f_{13} \\ \dots \\ f_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \vdots & -1 & 0 & 0 & 0 & \vdots & 1 & \vdots & 0 \\ 0 & 0 & -r & \vdots & 0 & -1 & -1 & 0 & \vdots & 1 & \vdots & -1 \\ 0 & r & 0 & \vdots & 0 & 0 & 0 & -1 & \vdots & 0 & \vdots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots & \vdots & \dots & \vdots & \dots \\ 1 & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & \vdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \vdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & \vdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \vdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & \vdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \vdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & \vdots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots & \vdots & \dots & \vdots & \dots \\ 0 & 1 & 0 & \vdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & \vdots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_3 \\ f_7 \\ f_{14} \\ \dots \\ e_4 \\ e_6 \\ e_9 \\ e_{13} \\ \dots \\ e_1 \\ \dots \\ e_{10} \end{bmatrix} \quad (3.141)$$

Comprobando las propiedades de las submatrices:

S_{11} y S_{22} son matrices cuadradas antisimétricas

$$S_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -r \\ 0 & r & 0 \end{bmatrix} = -S_{11}^T$$

$$S_{22} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = -S_{22}^T$$

S_{12} es la matriz transpuesta negativa de s_{21} y viceversa.

$$S_{12} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} = -S_{12}^T = s_{21}$$

La matriz S_{14} es la transpuesta negativa de la matriz S_{41}

$$S_{14} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} = -S_{14}^T = S_{41}$$

El modelo en ecuaciones de estados queda como

Por lo tanto las ecuaciones de estado al tener causalidad derivativa quedan como:

$$E = I + S_{14}F_d^{-1}S_{14}^TF \quad (3.142)$$

$$M = L \quad (3.143)$$

$$A = E^{-1}(S_{11} + S_{12}MS_{21})F \quad (3.144)$$

$$B = E^{-1}(S_{13} + S_{12}MS_{23}) \quad (3.145)$$

$$C = (S_{13} + S_{32}MS_{21})F \quad (3.146)$$

$$D = (S_{33} + S_{32}MS_{23}) \quad (3.147)$$

Sustituyendo los elementos en cada una de las ecuaciones queda:

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{Lb + Lf}{Lf} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.148)$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{Lb + Lf}{Lf} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \left[\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -r \\ 0 & r & 0 \end{bmatrix} + \left(\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \right) \left(\begin{bmatrix} Rs & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Rf & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Ra & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Rb \end{bmatrix} \right) \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \right] \begin{bmatrix} \frac{1}{Ls} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{Lf} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{j} \end{bmatrix} \quad (3.149)$$

Con lo que resulta:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{-Rs}{Ls} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-Rf - Ra}{Lb + Lf} & -r \\ 0 & \frac{(Lf)(r)}{Lb + Lf} & \frac{1}{j} \end{bmatrix} \quad (3.150)$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{Lb + Lf}{Lf} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Ra & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Rs & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Rf & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{Rb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right) \quad (3.151)$$

Con lo que resulta:

$$B = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{Lf}{-Lb + Lf} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.152)$$

Se sabe que un sistema dinámico que es modelado en espacio de estados de forma matricial es como se muestra a continuación:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (3.153)$$

Como no se tiene submatrices S_{31} , S_{32} , S_{33} , S_{34} las ecuaciones (3.146) y (3.147) Son 0 por lo tanto:

$$y(t) = 0 \quad (3.155)$$

Por lo tanto el modelo en espacio de estado es:

$$\begin{bmatrix} e_3 \\ e_7 \\ e_{14} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-Rs}{Ls} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-Rf-Ra}{Lb+Lf} & -r \\ 0 & \frac{(Lf)(r)}{Lb+Lf} & \frac{1}{j} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_3 \\ p_7 \\ p_{14} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{Lf}{Lb+Lf} \\ 0 \end{bmatrix} [e_1] \quad (3.156)$$

De esta forma se finaliza la obtención del los modelos matemático de los sistemas a partir del modelado de Bond Graph.

Capítulo 4. Simulación de motores de CD en 20-sim

4.1 INTRODUCCION

En la actualidad, la modelización y la simulación es una actividad indispensable cuando nos enfrentamos con el análisis y diseño de sistemas multidisciplinares de cierta complejidad. El objetivo es ayudar o dar el soporte necesario al diseñador durante el proceso de diseño, análisis y diagnóstico de sistemas. El software debe complementar el talento del diseñador para que éste pueda modelar y simular de la forma más eficiente posible. El software hace posible establecer una valoración final antes de que los sistemas sean construidos, y evitan la necesidad de realizar experimentos caros, dando soporte a todas las etapas de un proyecto desde el diseño conceptual, pasando por el montaje, hasta llegar a su funcionamiento.

Después de haber obtenido los modelos de las conexiones del motor de CD, pasaremos a simularlos con la herramienta de simulación 20-sim.

4.2 ¿QUÉ ES 20-SIM?

20-sim es un programa de modelado y simulación de sistemas mecatrónicos. Con 20-sim podemos introducir el modelo de forma gráfica, similar a dibujar un esquema de ingeniería. Con estos modelos se puede simular y analizar el comportamiento de sistemas dinámicos multidominio y crear sistemas de control incluso se puede generar código C y ejecutar el código en el hardware para la creación rápida de prototipos.

20-sim nos proporciona herramientas que nos permiten crear modelos muy rápidos e intuitivos. Se pueden crear modelos usando las ecuaciones, diagramas de bloques, los componentes físicos y gráficos de ligaduras, esto con varias cajas de herramientas que nos ayudan a construir sus modelos, simularlos y analizar el rendimiento del sistema, y así ir aprendiendo sobre la marcha. Se sabe que el paquete contiene algunas capacidades excepcionales que podrían ayudar en numerosas aplicaciones en muchas industrias.

4.3 MOTOR DE CORRIENTE DIRECTA CON EXCITACIÓN INDEPENDIENTE

En la figura 4.1 se muestra el diagrama esquemático de un motor de CD conectado con la excitación independiente.

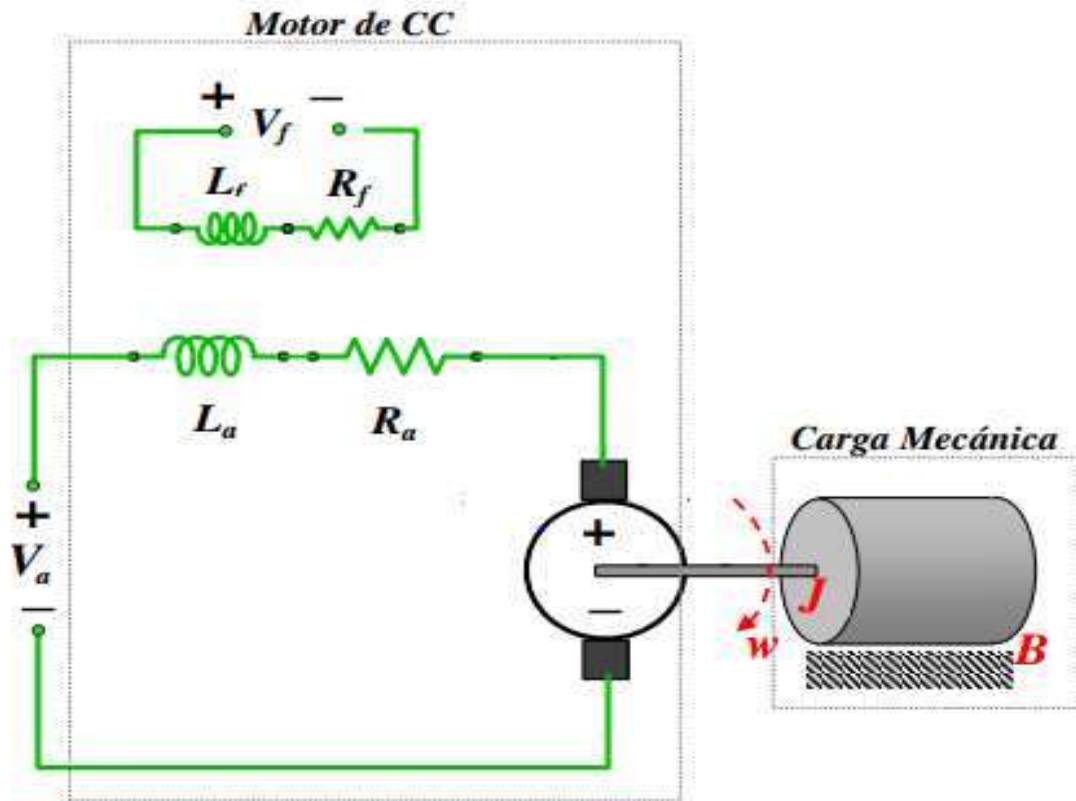


Figura 4.1 Conexión de la máquina de corriente directa con excitación independiente.

Su modelo en BG con causalidades asignadas se muestra en la figura 4.2.

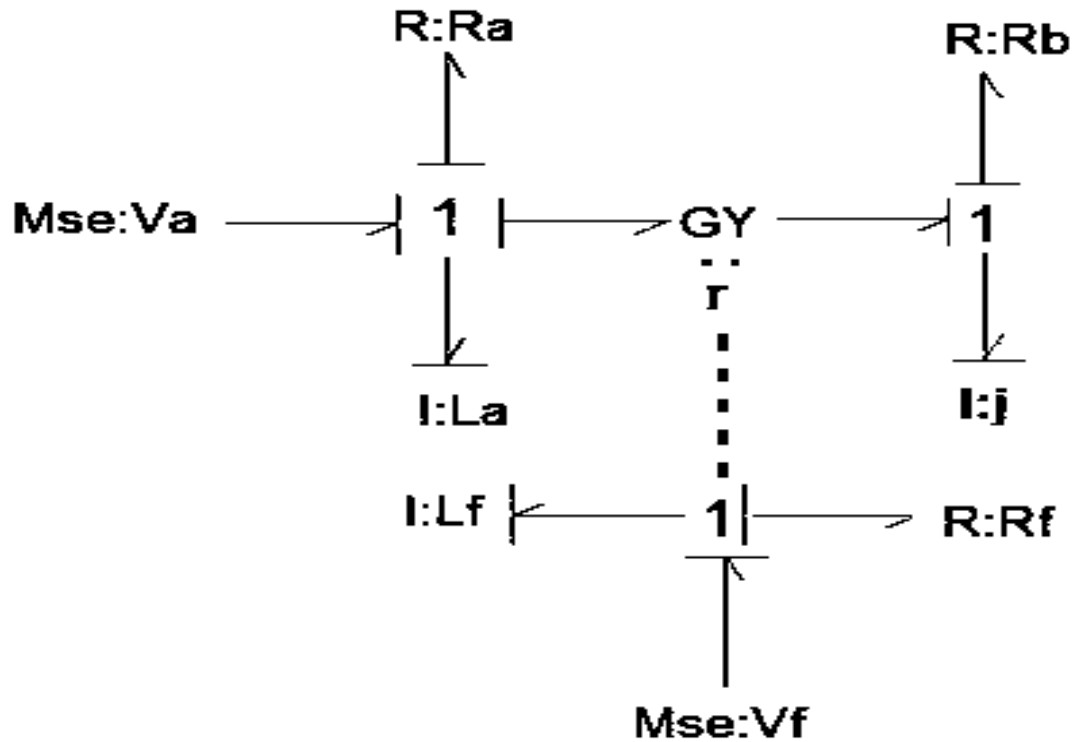


Figura 4.2 Modelo de Bond Graph de la máquina de corriente directa en excitación independiente.

Para las simulaciones que vamos a realizar, partiremos con los valores que sugerimos para llevar a cabo el análisis de cada conexión de la máquina de CD.

Los valores elegidos para los elementos de las conexiones son:

$$u(t) = 12v, \quad R_f = 3\Omega, \quad L_f = 0.0001H, \quad R_a = 2.2\Omega, \quad L_a = 0.0063H, \quad K = 0.1, \\ \omega = 0 \frac{rpm}{s}, \quad J = 0.0236 \text{ Kg m}^2, \quad b = 0.015 \frac{Nm s}{rad}.$$

Donde:

- **Va** = tensión o voltaje de alimentación (**Volts**)
- **La** = inductancia de la armadura (**H**)
- **Ra** = resistencia de la armadura (**Ω**)

- L_f = inductancia de la campo (H)
- R_f = resistencia de la campo (Ω)
- J = inercia del rotor ($kg \cdot m^2$)
- B = amortiguamiento de la carga ($Kg \cdot \frac{m^2}{seg}$)
- ω = velocidad ($\frac{rpm}{m}$)

Para esta conexión tomamos el devanado de campo como constante para así obtener la simulación de la conexión.

La figura 4.3 ilustra el modelo en Bond Graph del motor de CD en conexión independiente en 20-sim.

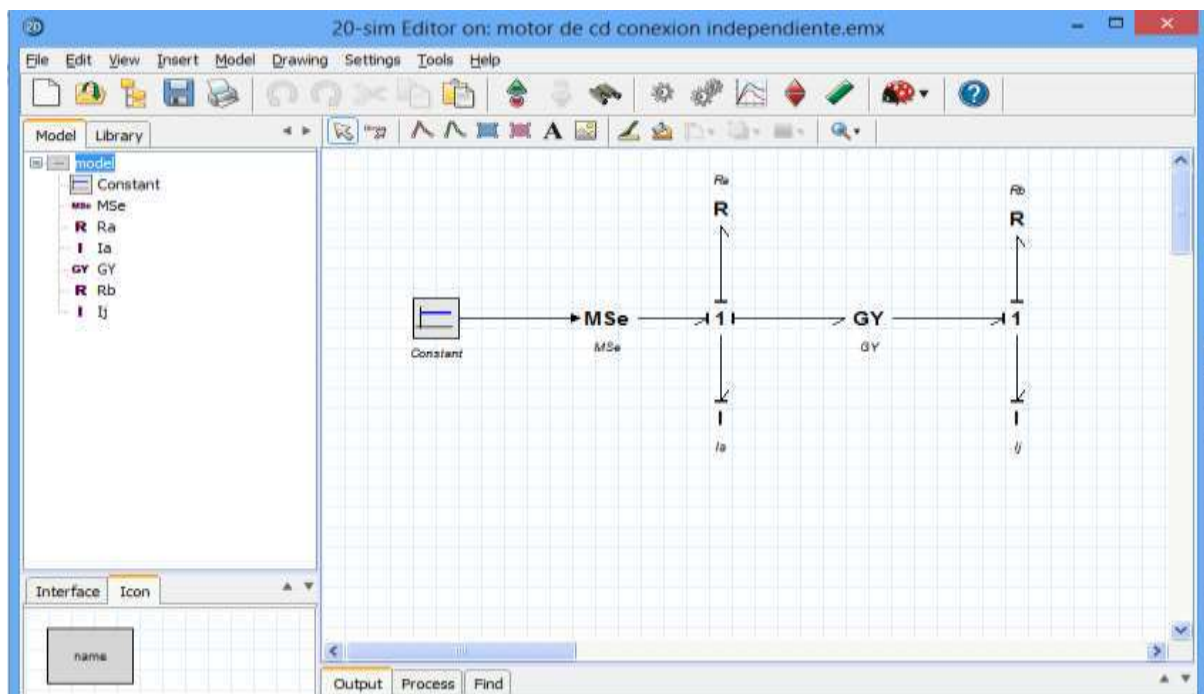


Figura 4.3 Modelo de la conexión de la máquina de CD conexión independiente en 20-sim.

La corriente de armadura y la velocidad del motor se muestran en las figuras 4.4 y 4.5, respectivamente.

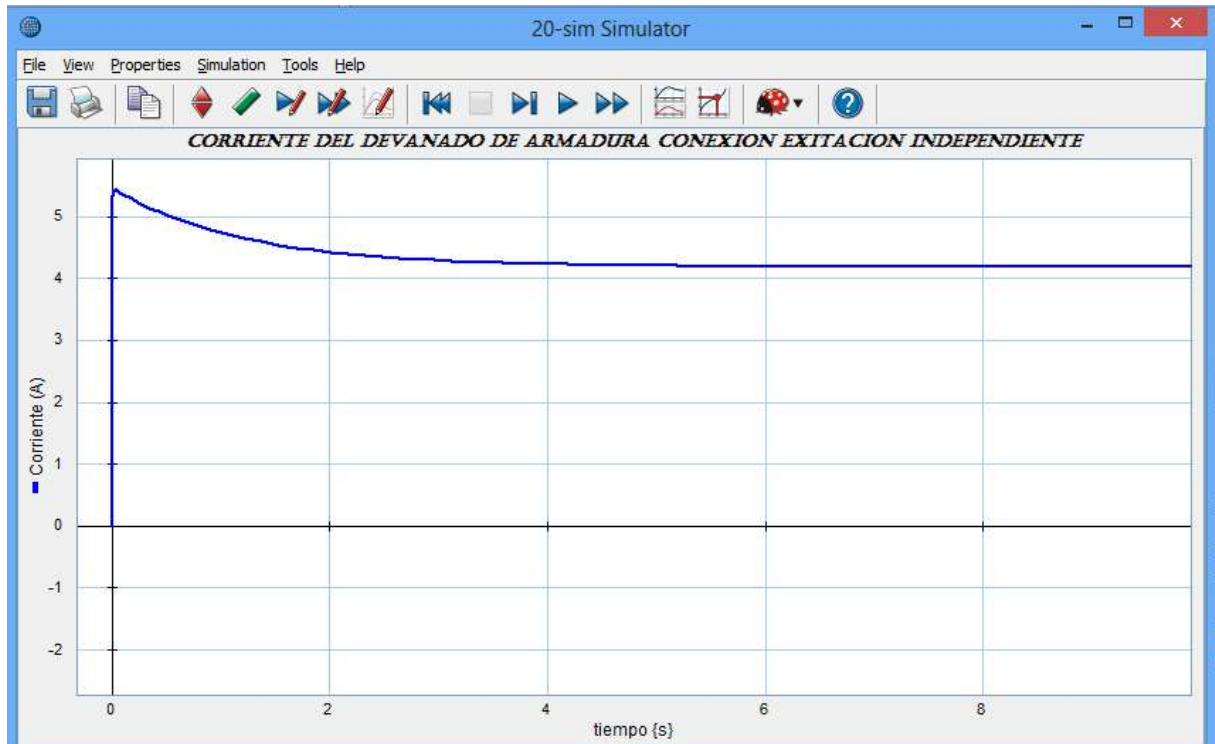


Figura 4.4 Corriente del devanado de armadura, conexión independiente.

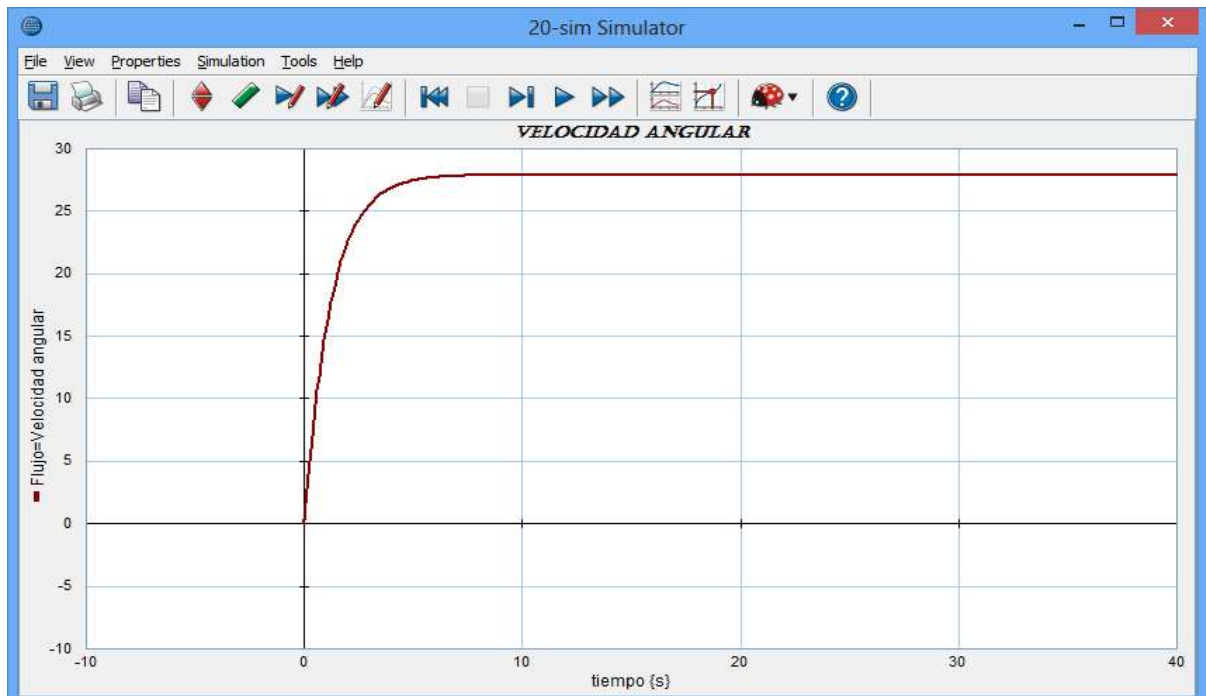


Figura 4.5 Velocidad angular de la máquina de CD conexión independiente.

Los motores de CD en conexión independiente se caracterizan por tener la alimentación del rotor y del estator de dos fuentes de tensión independientes, con ello el campo del estator es independiente al no depender de la carga del motor, entonces el par de fuerzas es prácticamente constante. Las variaciones de velocidad al aumentar la carga se deberán sólo a la disminución de la fuerza contra electromotriz esto por aumentar la caída de tensión en el rotor. Esta conexión no se suele utilizar debido al inconveniente debido a que tiene que utilizar dos fuentes de tensión.

4.4 MOTOR DE CORRIENTE DIRECTA CON EXCITACIÓN EN SERIE

Conectando los devanados de armadura y de campo se obtiene el motor de CD en serie que se muestra en la figura 4.6.

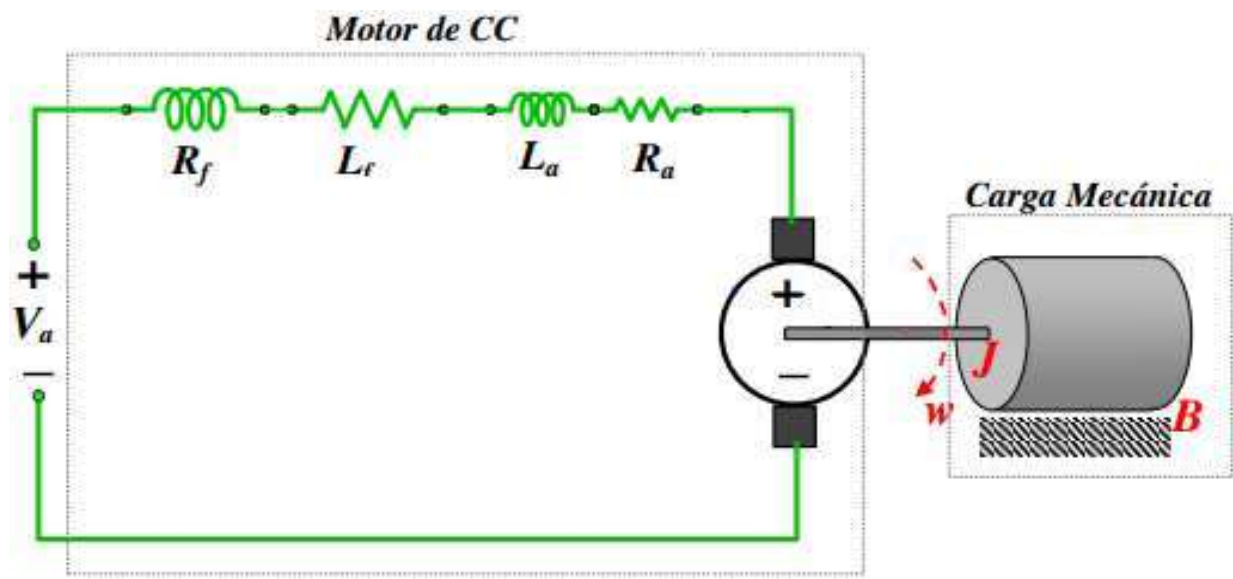


Figura 4.6 Conexión de la máquina de corriente directa con excitación en serie.

La figura 4.7 ilustra el Bond Graph del motor de CD en serie, que indica que el devanado de campo es linealmente independiente y el devanado de armadura es linealmente dependiente debido a su causalidad derivativa.

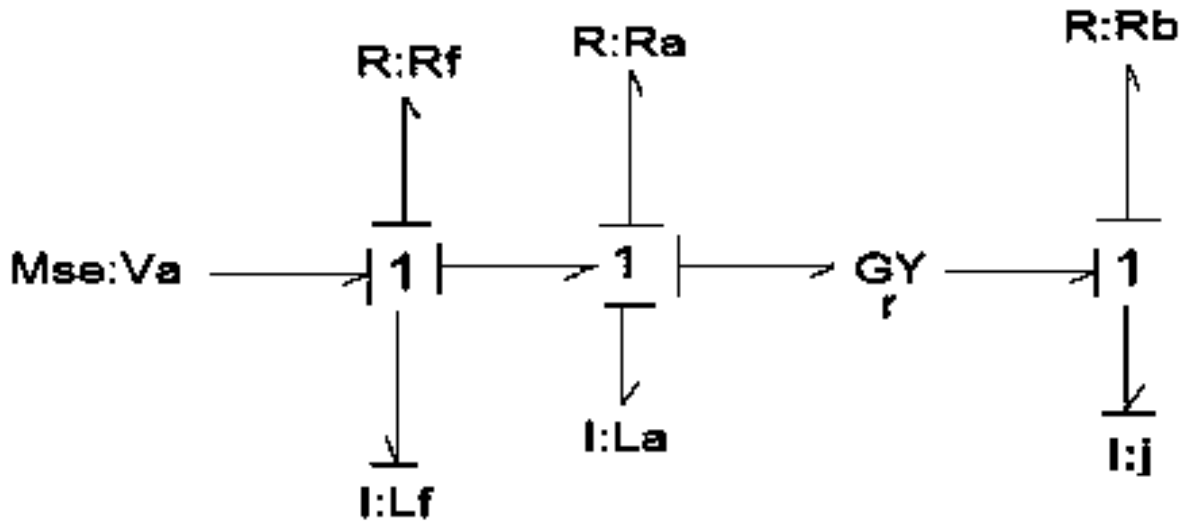


Figura 4.7 Modelo de Bond Graph de la máquina de corriente directa en serie.

Los valores elegidos para la simulación para cada uno de los elementos son:

$$u(t) = 12v, \quad R_f = 3\Omega, \quad L_f = 0.0001H, \quad R_a = 2.2\Omega, \quad L_a = 0.0063H, \quad K = 0.1, \\ \omega = 0 \frac{rpm}{s}, \quad J = 0.0236 \text{ Kg} \cdot m^2, \quad b = 0.015 \frac{Nms}{rad}.$$

Donde:

- Va = tensión o voltaje de alimentación (Volts)
- La = inductancia de la armadura (H)
- Ra = resistencia de la armadura (Ω)
- Lf = inductancia de la campo (H)
- Rf = resistencia de la campo (Ω)
- J = inercia del carga ($kg \cdot m^2$)
- B = amortiguamiento de la carga ($Kg \cdot \frac{m^2}{seg}$)
- ω = velocidad angular ($\frac{rad}{seg}$)

Lo siguiente es modelar el circuito con Bond Graph en 20-sim como se muestra en la figura 4.8.

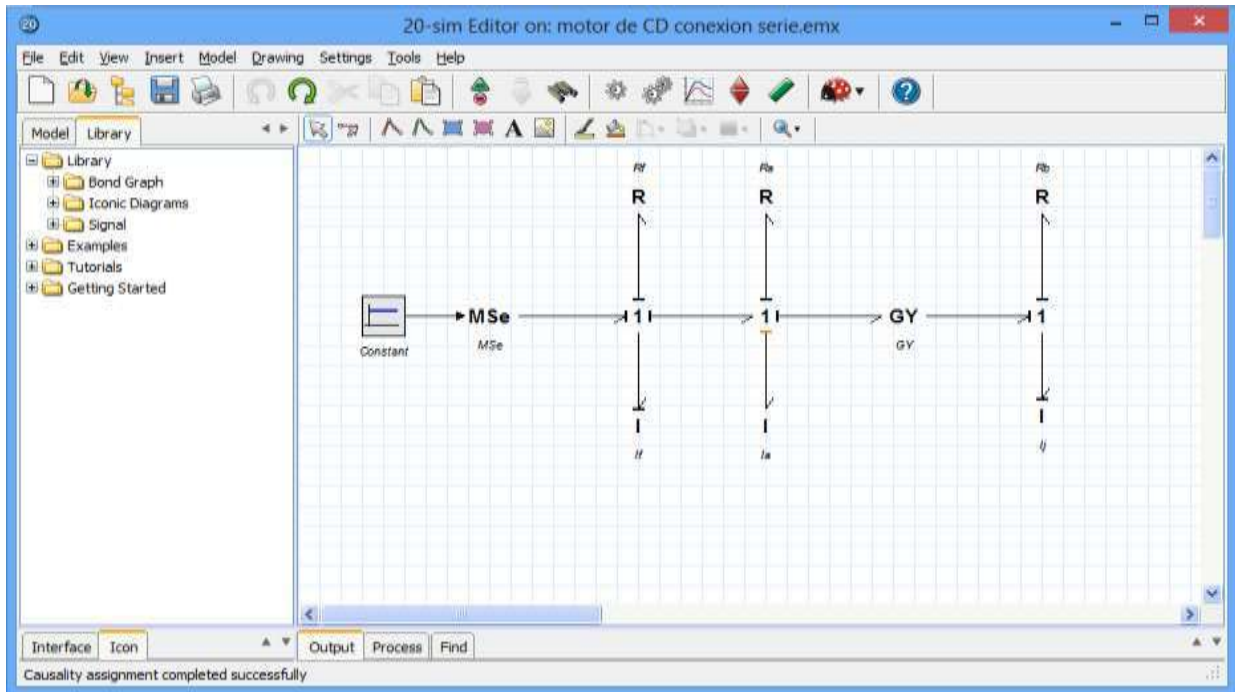


Figura 4.8 Modelo de la conexión de la máquina de CD conexión serie en 20-sim.

Las corrientes en el devanado de campo y serie son iguales, lo cual se ilustra en las figuras 4.9 y 4.10.

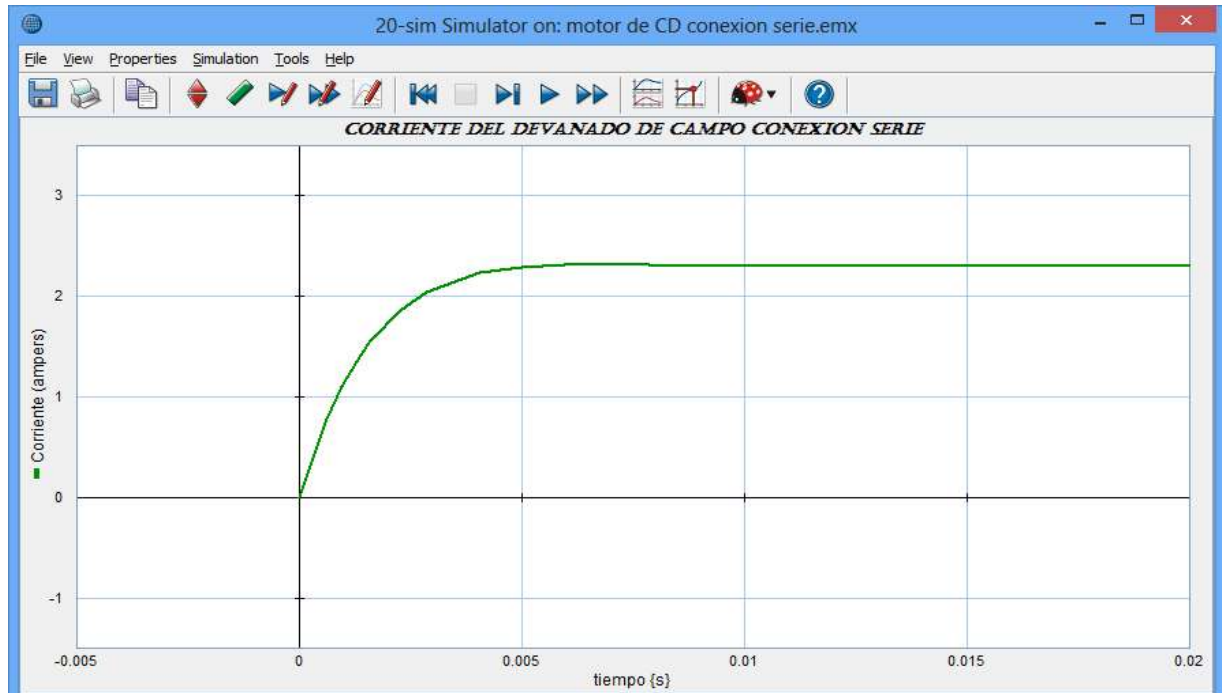


Figura 4.9 Corriente del devanado de campo conexión serie.

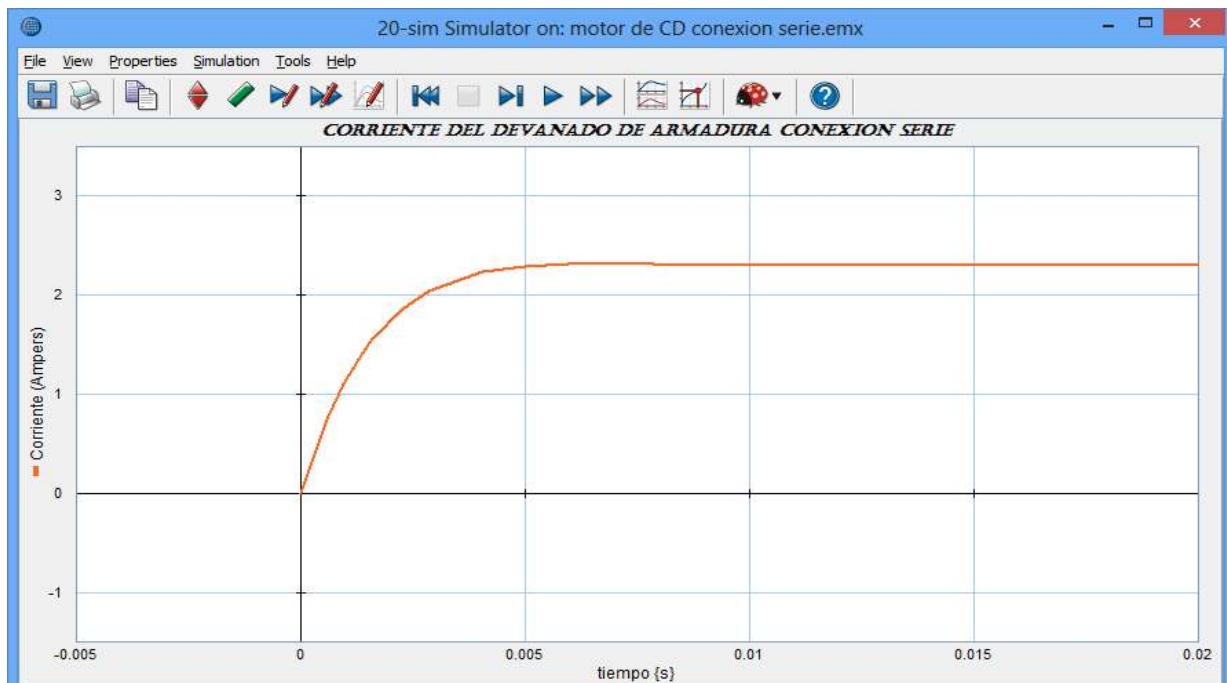


Figura 4.10 Corriente del devanado de armadura conexión serie.

El comportamiento de la velocidad angular del motor de CD conectado en serie se muestra en la figura 4.11.

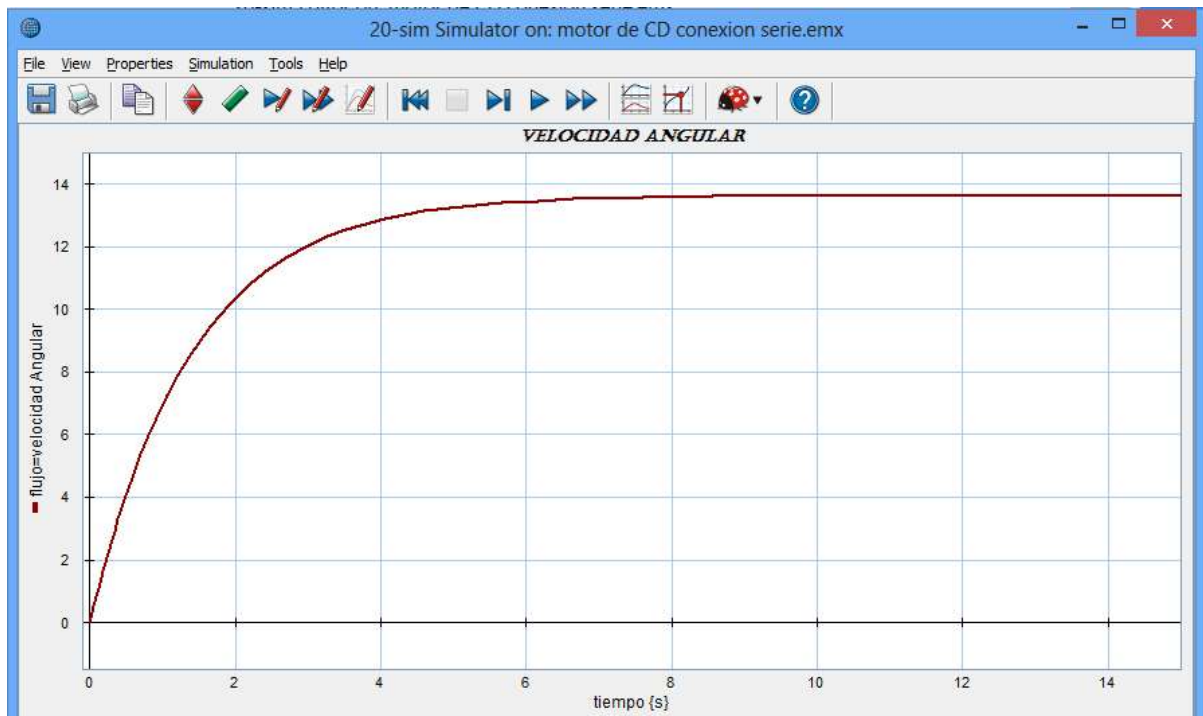


Figura 4.11 Velocidad angular de la máquina de CD conexión serie.

El motor de CD conexión serie recordando que la corriente de campo es igual que la corriente de armadura por estar conectados en serie. En consecuencia, la velocidad del motor depende totalmente de la corriente de campo, por lo tanto la velocidad es baja cuando la carga es pesada y alta con cargas ligeras.

4.5 MOTOR DE CORRIENTE DIRECTA CON EXCITACIÓN EN PARALELO

El diagrama esquemático del motor de CD con excitación en paralelo, los devanados de campo y armadura se muestran en la figura 4.12.

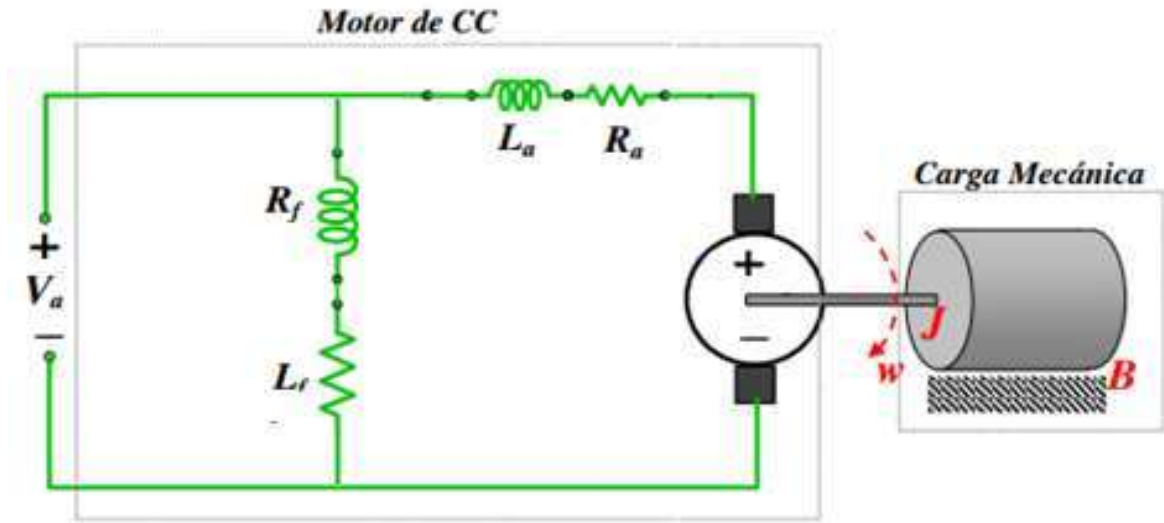


Figura 4.12 Conexión de la máquina de corriente directa en paralelo .

El Bond Graph correspondiente al motor de CD en conexión en paralelo se muestra en la figura 4.13.

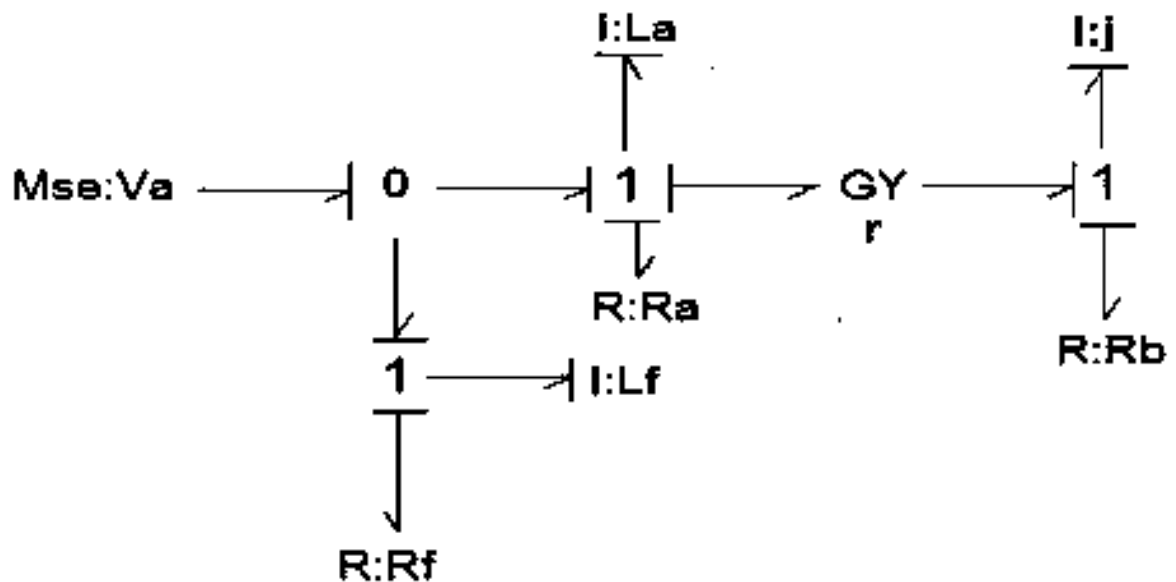


Figura 4.13 Modelo de Bond Graph de la máquina de corriente directa en paralelo.

Los valores elegidos para los elementos son:

$$u(t) = 12v, \quad R_f = 3\Omega, \quad L_f = 0.0001H, \quad R_a = 2.2\Omega, \quad L_a = 0.0063H, \quad K = 0.1,$$

$$\omega = 0 \frac{rpm}{s}, \quad J = 0.0236 \text{ Kg} \cdot m^2, \quad b = 0.015 \frac{Nms}{rad}$$

Donde:

- **Va** = tensión o voltaje de alimentación (**Volts**)
- **La** = inductancia de la armadura (**H**)
- **Ra** = resistencia de la armadura(**Ω**)
- **Lf** = inductancia de la campo (**H**)
- **Rf** = resistencia de la campo(**Ω**)
- **J** = inercia del rotor(**$kg \cdot m^2$**)
- **B** = amortiguamiento de la carga(**$Kg \cdot \frac{m^2}{seg}$**)
- **ω** = velocidad (**$\frac{rpm}{m}$**)

El Bond Graph en 20-sim del motor de CD en paralelo se muestra en la figura 4.14.

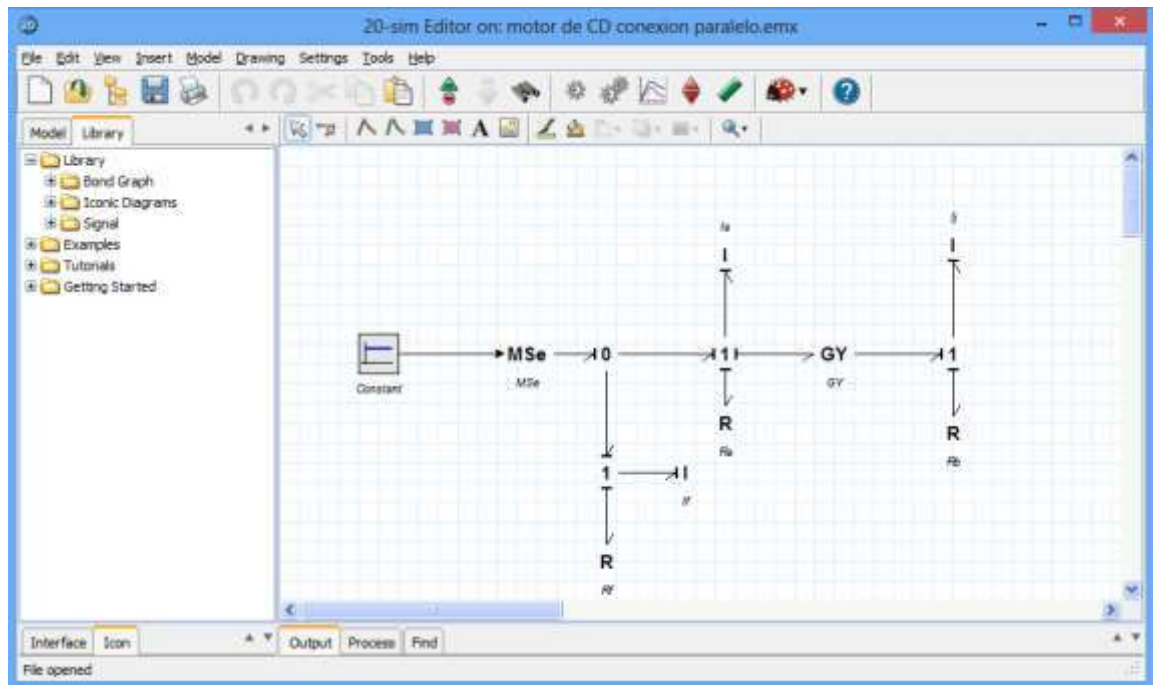


Figura 4.14 Modelo de la conexión de la máquina de CD conexión paralelo en 20-sim.

El comportamiento de la corriente en los devanados de campo y de armadura se ilustra en las figuras 4.15 y 4.16.

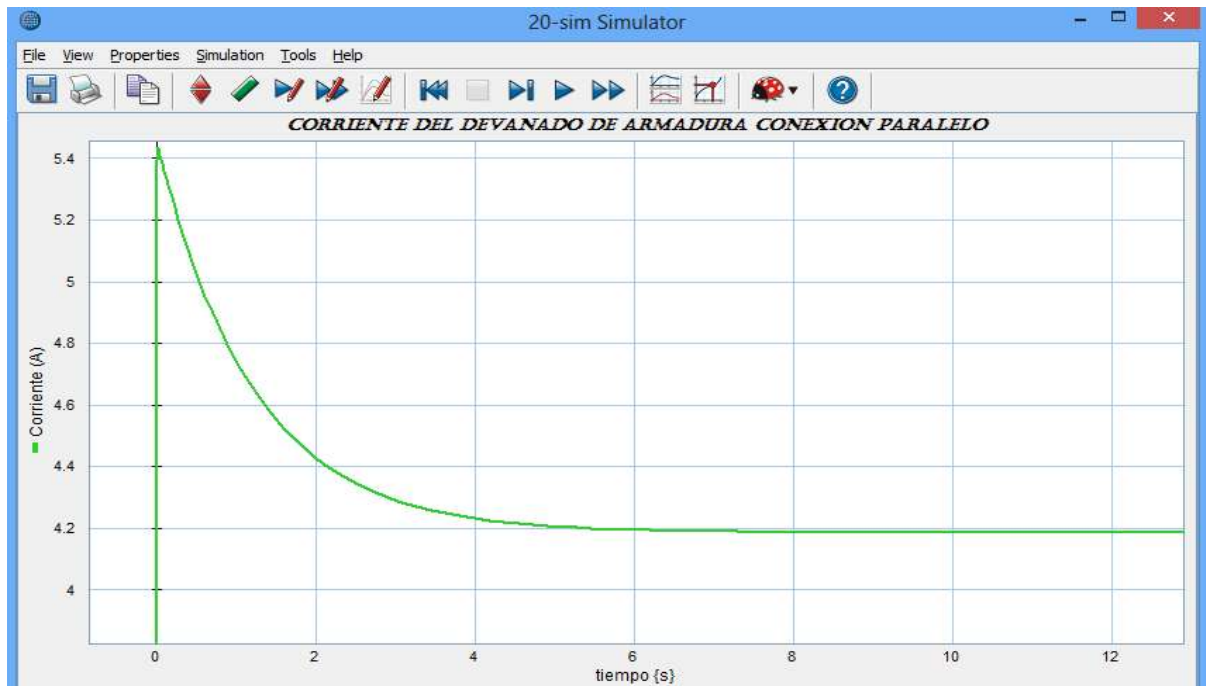


Figura 4.15 Corriente del devanado de armadura, conexión paralelo.



Figura 4.16 Corriente del devanado de campo, conexión paralelo.

La velocidad de la flecha del motor de CD se ilustra en la figura 4.17.

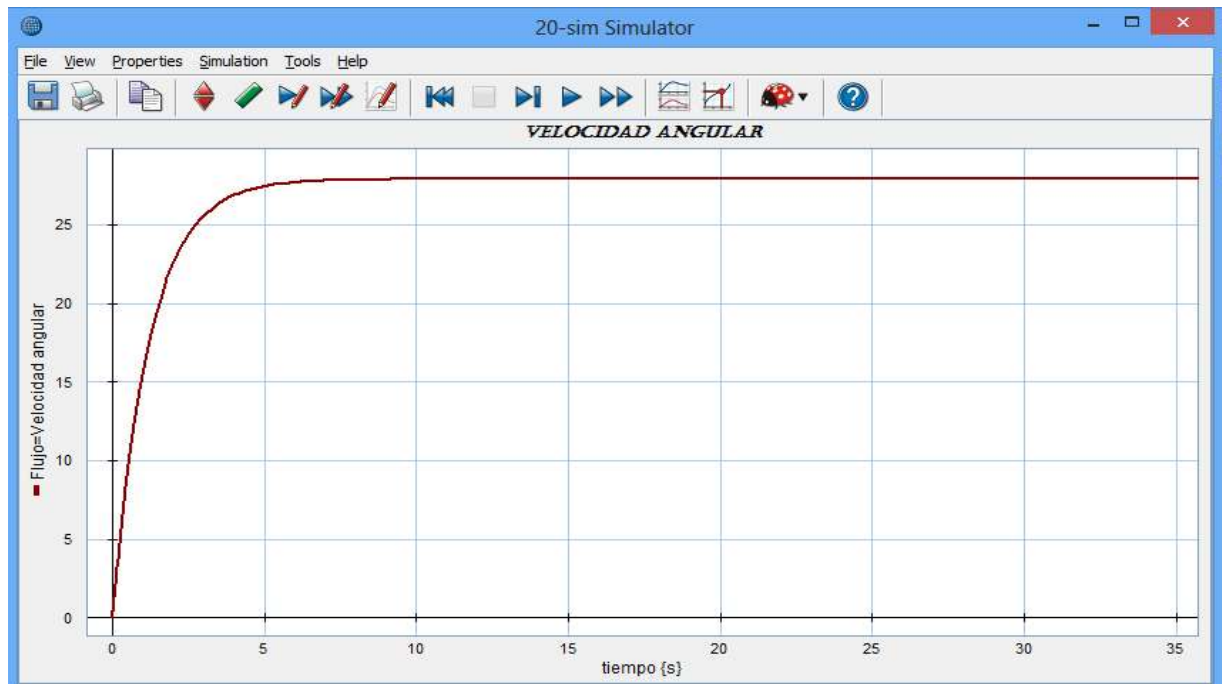


Figura 4.17 Velocidad angular de la máquina de CD conexión paralelo.

El motor de CD en paralelo tiene la bobina principal conectada en paralelo con las bobinas de armadura y la principal, es el tipo de motor de corriente continua, en el cual la velocidad no disminuye, su velocidad disminuye ligeramente cuando el par aumenta. Los motores de corriente continua en paralelo son adecuados para aplicaciones en donde se necesita velocidad constante a cualquier ajuste del control o en los casos en que es necesario un rango apreciable de velocidades (por medio del control del campo).

4.6 MOTOR DE CORRIENTE DIRECTA CON CONEXIÓN COMPUESTA CORTO

Considerando un devanado adicional a los devanados de campo y de armadura se pueden tener características interesantes, así, la figura 4.18 ilustra el motor de CD conectado en compuesto corto.

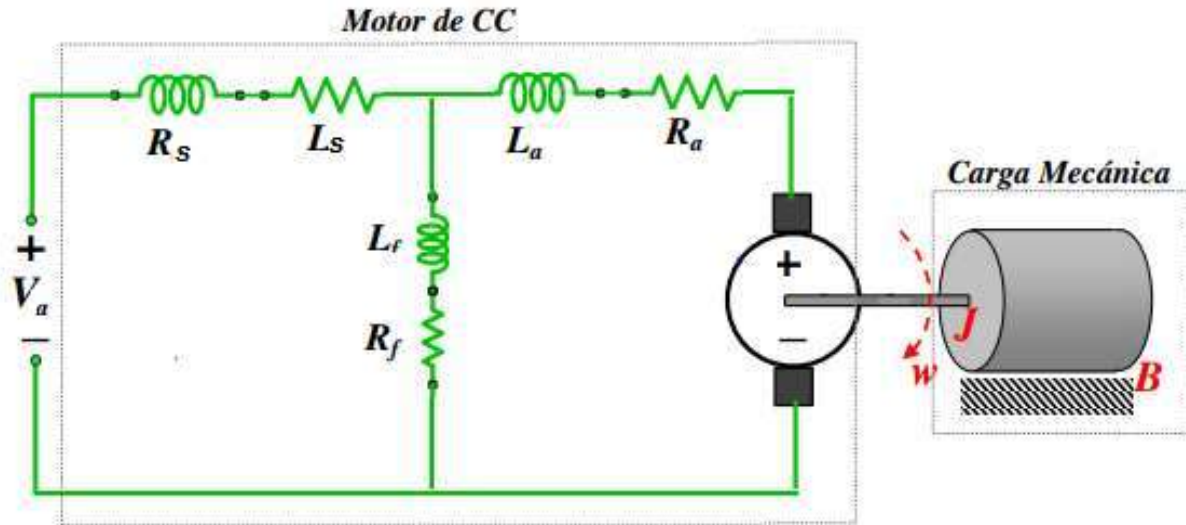


Figura 4.18 Conexión de la máquina de corriente directa en conexión compuesto corto.

El devanado adicional en esta conexión origina que el devanado de campo sea linealmente dependiente debido a la causalidad derivativa, lo cual se muestra en la figura 4.19.

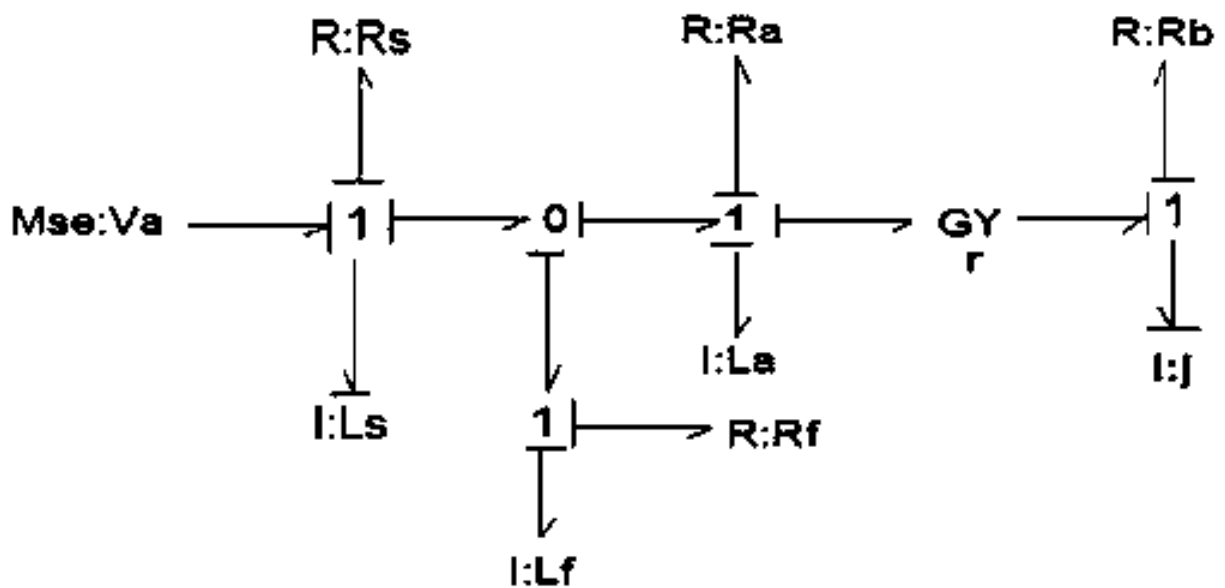


Figura 4.19 Modelo de Bond Graph de la máquina de corriente directa en conexión compuesta corta.

- R_s = resistencia del devanado serie(Ω)
- L_s = inductancia del devanado serie (H)
- J = inercia del rotor($kg.m^2$)
- B = amortiguamiento de la carga($Kg.\frac{m^2}{seg}$)
- ω = velocidad ($\frac{rpm}{m}$)

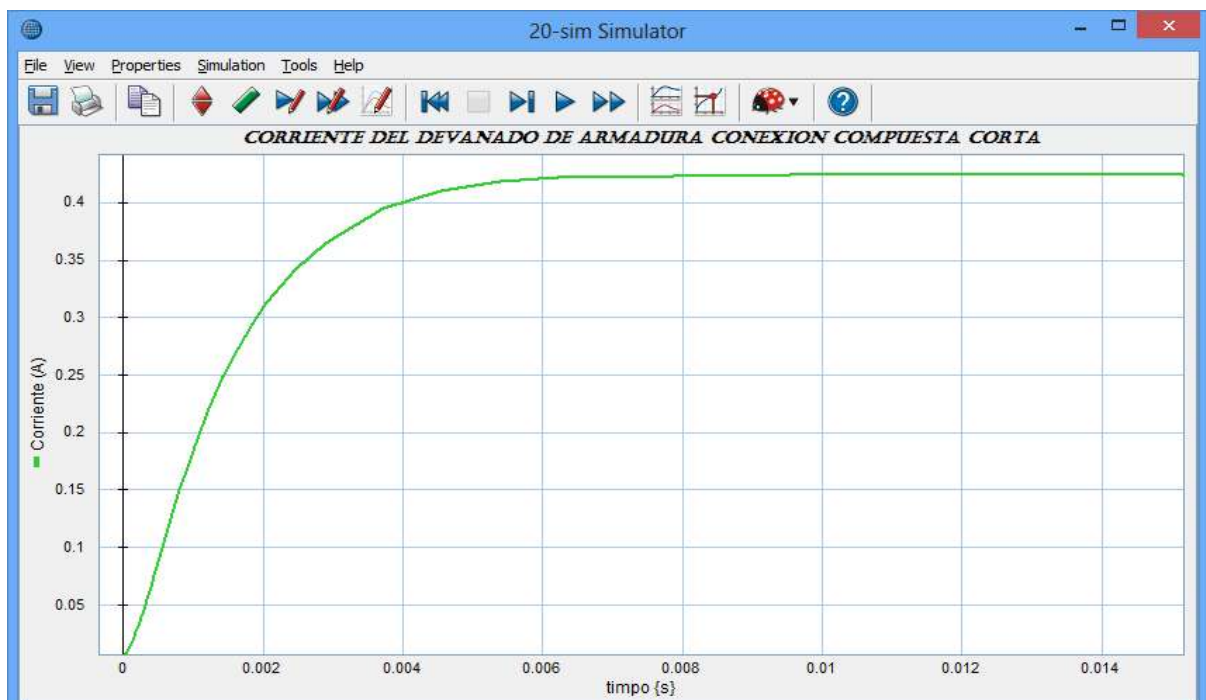


Figura 4.21 Corriente del devanado de armadura, conexión compuesta corta.

El comportamiento de las corrientes en cada uno de los devandos se muestran en las figuras 4.21, 4.22 y 4.23.

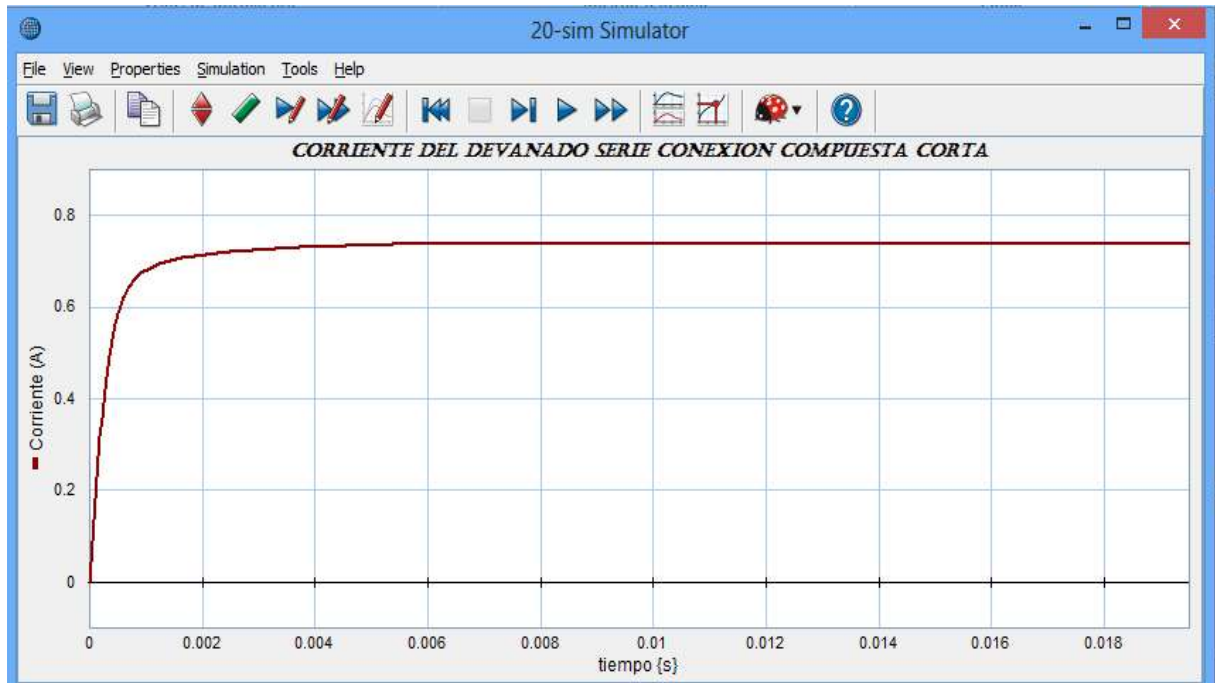


Figura 4.22 Corriente del devanado serie, conexión compuesta corta.



Figura 4.23 Corriente del devanado de campo, conexión compuesta corta.

La velocidad angular del motor de CD en conexión compuesto corto se ilustra en la figura 4.24.

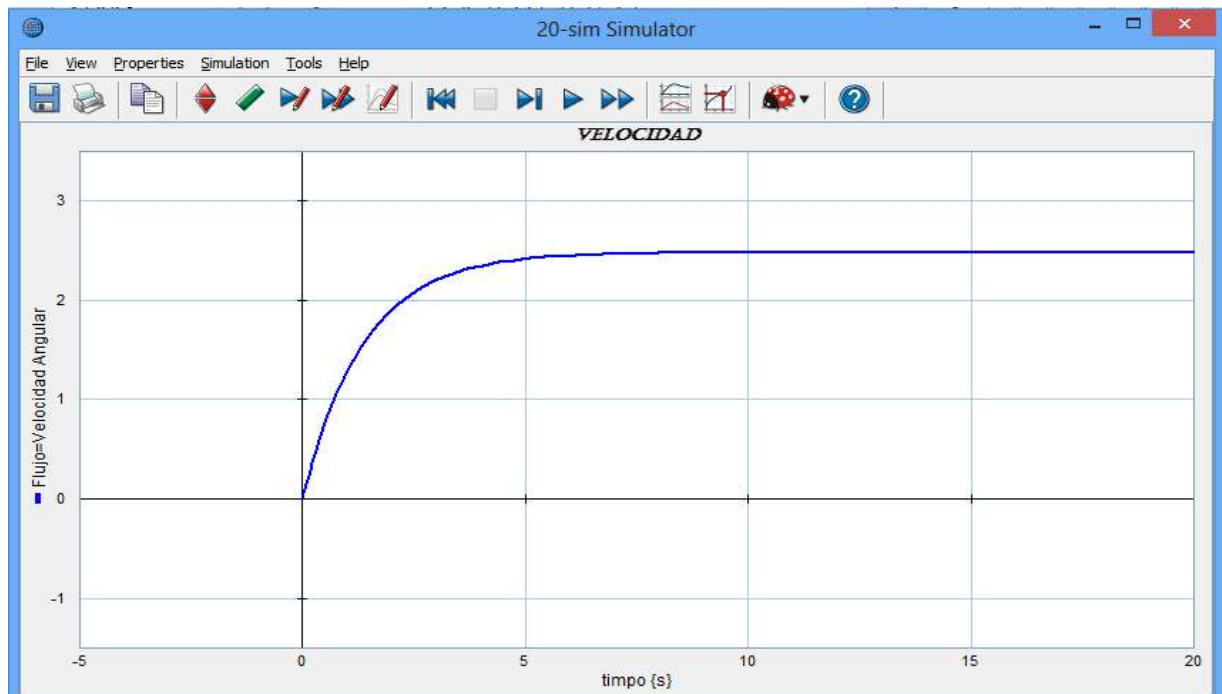


Figura 4.24 Velocidad angular de la máquina de CD conexión compuesta corta.

4.7 MOTOR DE CORRIENTE DIRECTA CON CONEXIÓN COMPUESTA LARGA.

Considerando el devanado adicional de la sección anterior, se puede obtener otra conexión del motor de CD llamada compuesta larga que se muestra en la figura 4.25.

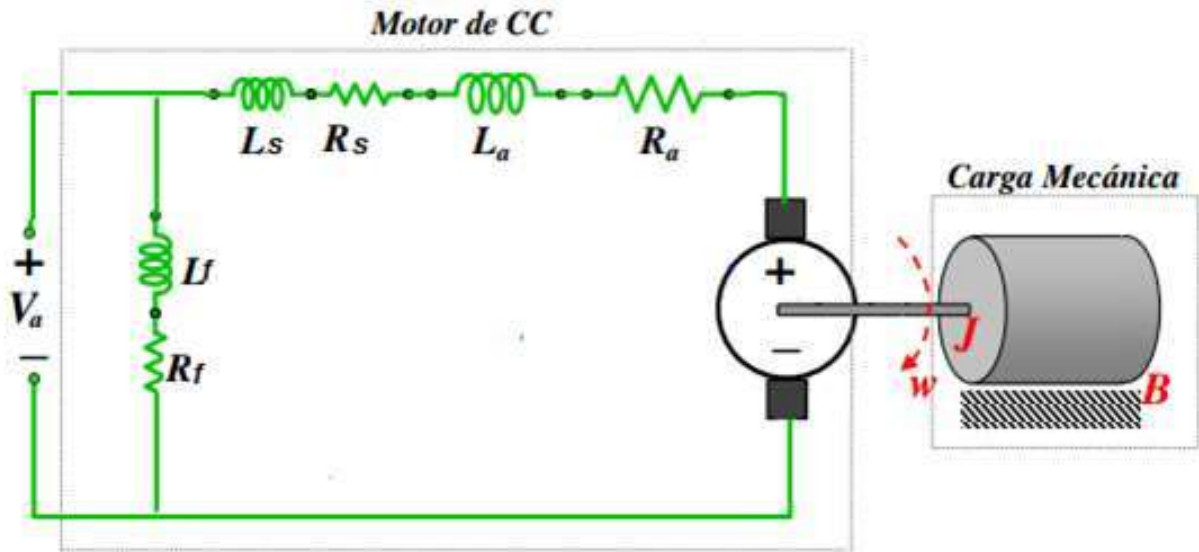


Figura 4.25 Modelo de Bond Graph de la máquina de corriente directa en conexión compuesta larga.

El modelo en Bond Graph de este motor se ilustra en la figura 4.26 y en 20-sim se muestra en la figura 4.27.

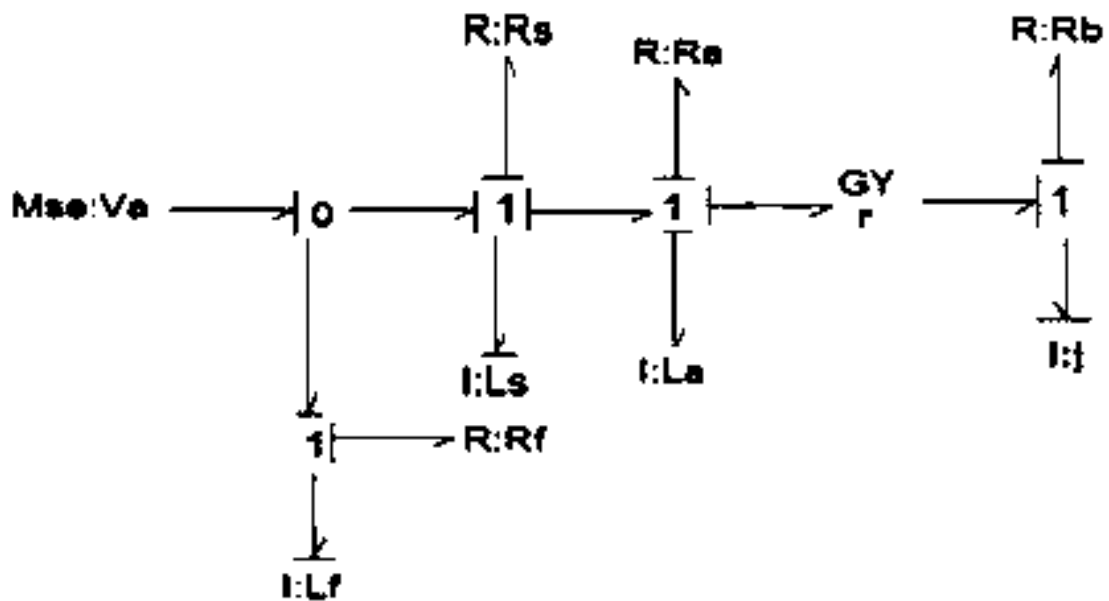


Figura 4.26 Modelo de Bond Graph de la máquina de corriente directa en conexión compuesta larga.

En esta conexión, los tres devanados del motor son linealmente independiente, es decir, tienen causalidad integral.

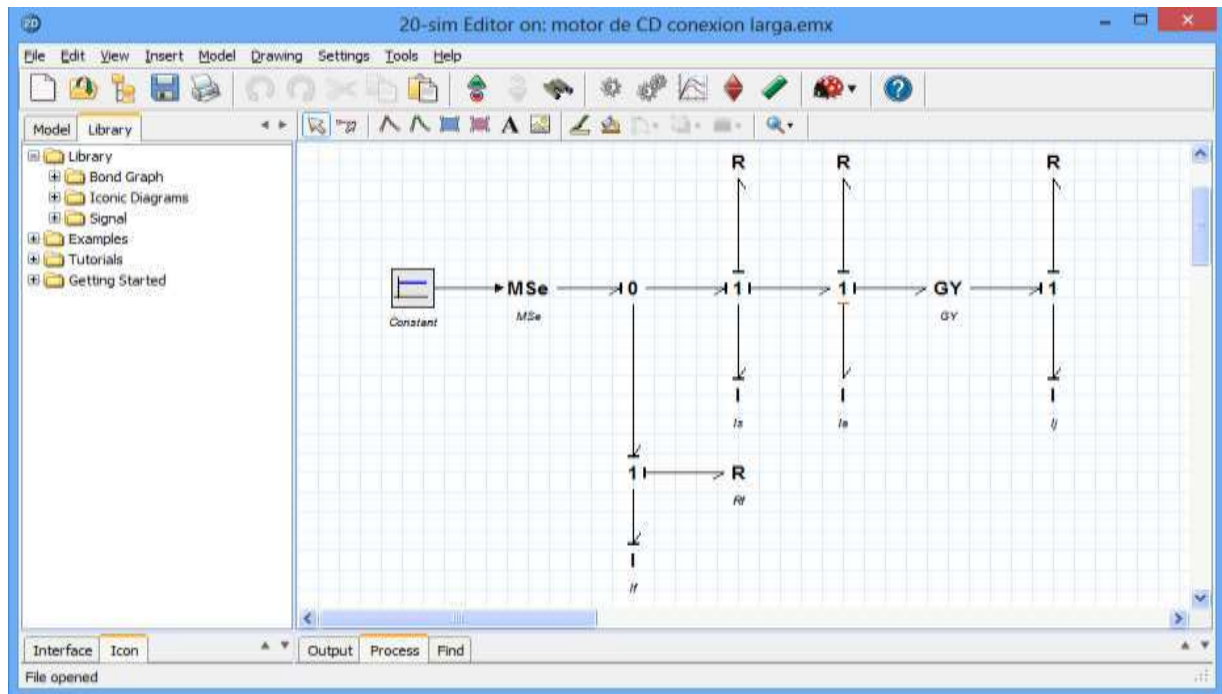


Figura 4.27 Modelo de la conexión de la máquina de CD conexión compuesta larga en 20-sim.

Los valores elegidos para los elementos son:

$$u(t) = 12v, \quad R_f = 3\Omega, \quad L_f = 0.0001H, \quad R_a = 2.2\Omega, \quad L_a = 0.0063H, \quad R_s = 15\Omega, \\ L_s = 0.004H, \quad K = 0.1, \quad \omega = 0 \frac{rpm}{s}, \quad J = 0.0236 \text{ Kg}m^2, \quad b = 0.015 \frac{Nms}{rad}.$$

Donde:

- ***V_a*** = tensión o voltaje de alimentación (**Volts**)
- ***L_a*** = inductancia de la armadura (**H**)
- ***R_a*** = resistencia de la armadura(**Ω**)
- ***L_f*** = inductancia de la campo (**H**)

- R_f = resistencia de la campo(Ω)
- R_s = resistencia del devanado serie(Ω)
- L_s = inductancia del devanado serie (H)
- J = inercia del rotor($kg \cdot m^2$)
- B = amortiguamiento de la carga($Kg \cdot \frac{m^2}{seg}$)
- ω = velocidad ($\frac{rpm}{m}$)

El comportamiento de la corriente en cada uno de los devanados se ilustra en las figuras 4.28, 4.29 y 4.30.

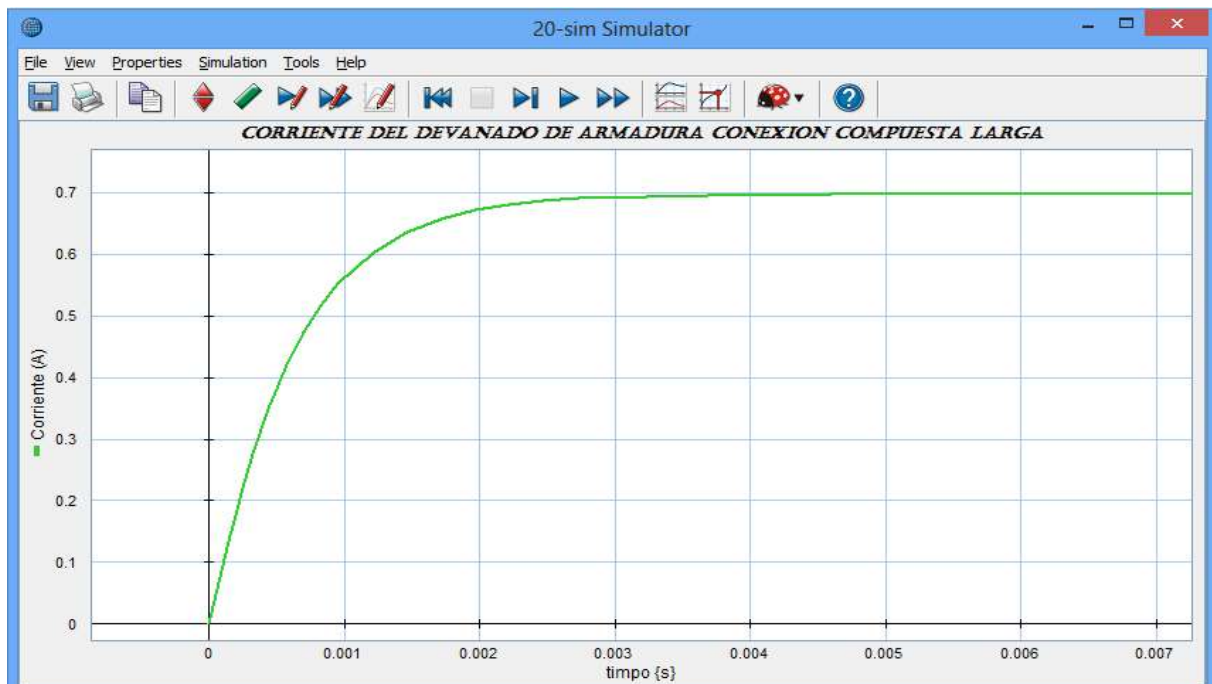


Figura 4.28 Corriente del devanado armadura, conexión compuesta larga.

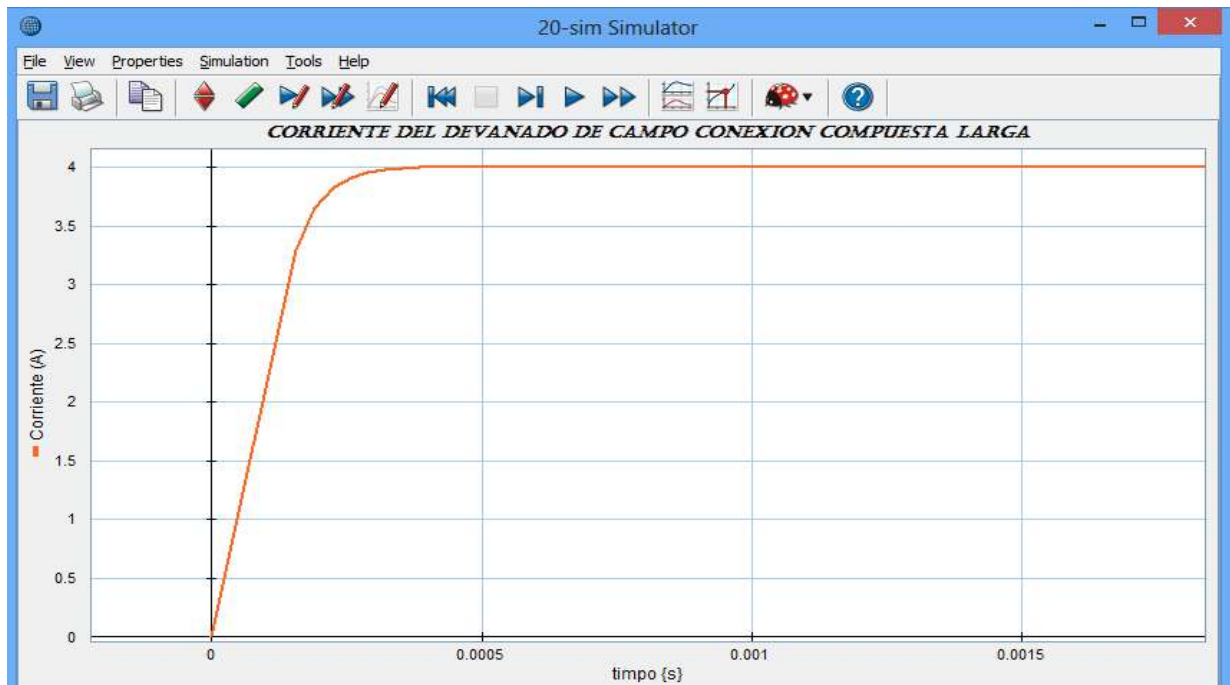


Figura 4.29 Corriente del devanado campo, conexión compuesta larga.

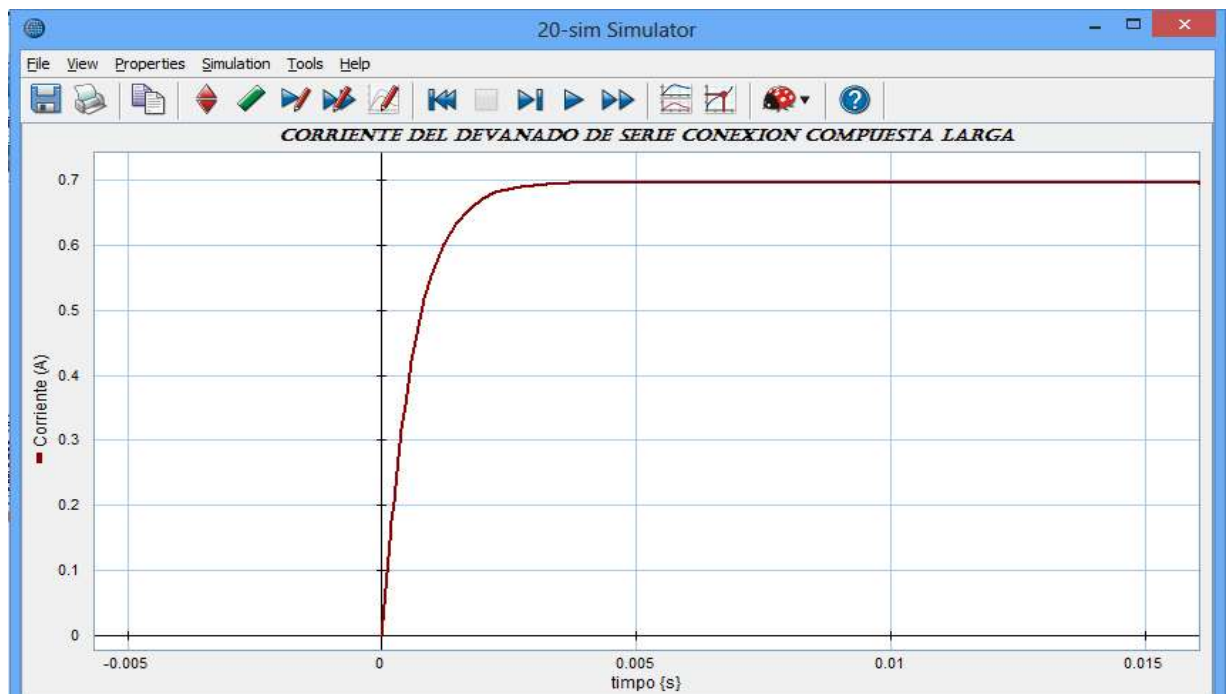


Figura 4.30 Corriente del devanado serie, conexión compuesta larga

La velocidad del motor en conexión compuesto largo se ilustra en la figura 4.31.

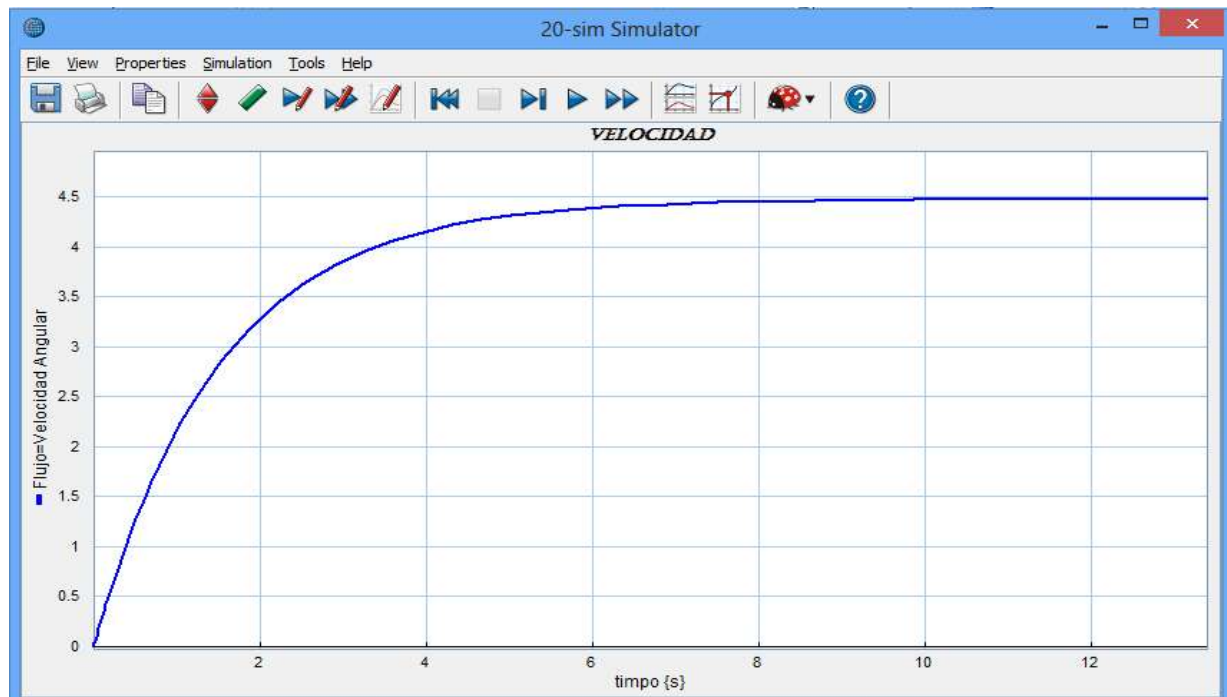


Figura 4.31 Velocidad angular de la máquina de CD conexión compuesta larga

Un motor compuesto combina las características de los motores serie y paralelo, ya que ésta máquina tiene un devanado de campo serie y un devanado de campo paralelo, cuando el devanado de campo serie se conecta en serie con la armadura se conoce como motor compuesto largo, cuando el devanado de campo serie se conecta en serie con la línea se le conoce como motor compuesto corto. Dependiendo de las marcas de la polaridad de las bobinas de excitación serie y paralelo, se clasifican como acumulativo y diferencial, el motor compuesto acumulativo produce un aumento más rápido en el momento de torsión con carga que los motores en paralelo, por otra parte tienen una regulación de velocidad muy poco eficiente. Por ello se utiliza cuando se necesita un momento de torsión al arranque mayor que el desarrollado por el motor en paralelo, por ejemplo, en algunos impulsores industriales, por otra parte en el motor compuesto diferencial, su velocidad puede hacerse considerablemente más constante que la de un motor en paralelo, si se desea, puede ajustarse para que aumente junto con la carga. La velocidad del motor en paralelo es lo bastante constante para la mayoría de las aplicaciones y el motor diferencial tiende hacia la inestabilidad, en particular al arranque y con sobrecargas, por lo que en consecuencia este motor tiene muy poco uso.

Capítulo 5

5.1 CONCLUSIONES

A lo largo de la presente investigación, se llevo a cabo el estudio y comprensión de la herramienta de Bond Graph para realizar modelado de las diferentes conexiones con las que cuenta la máquina de CD y de esta forma se represento la simulación con 20-sim, obteniendo las gráficas de cada una de las conexiones de maquinas de CD.

Se realizó un ejemplo de un sistema variante en el tiempo (circuito RLC), posteriormente se modelaron las diferentes conexiones de la máquina de CD, estos ejemplos sirvieron de guía para comprender mejor el método descrito en este trabajo.

Después se llevó a cabo la simulación de los modelos matemáticos, mediante el programa de simulación 20-sim, con el cual se pudo graficar el comportamiento de cada una de las conexiones de la máquina de CD.

En este trabajo las ecuaciones y las gráficas de las conexiones de la máquina de CD se obtuvieron de forma fácil y rápida mediante Bond Graph, herramienta estudiada en el capítulo dos. El objetivo inicial en ésta investigación fue modelar y simular las conexiones de la máquina de CD con el método de modelado Bond Graph, con lo que finalmente demostramos que el objetivo principal de este trabajo de tesis se cumplió. Además se descubrió que el programa 20-sim es una herramienta útil para ejemplificar los modelos de maquinas de CD obtenidos con Bong Graph, demostrando que esta herramienta junto con el programa 20-sim son útiles y rápidos para modelar sistemas de ingeniería que pueden ser aplicables en la industria.

5.2 RECOMENDACIONES

Para finalizar esta investigación, analizando las gráficas y las ecuaciones de cada una de las conexiones de la máquina de CD, nos podemos dar cuenta que ésta investigación se presenta como base para iniciar el estudio y comprensión de una metodología fácil y rápida para modelar sistemas dinámicos-eléctricos de ingeniería con la herramienta de modelado llamada Bond Graph.

También, el presente trabajo se presenta como un punto de partida para estudiantes de licenciatura ya que les ayudará a comprender las diferentes conexiones con las que cuenta la máquina de CD y así llevar a cabo el modelado y simulación de las múltiples conexiones que se derivan de la máquina de CD paso a paso.

Bibliografía

1. **Martínez, Héctor Vicente Martínez.** j-Universidad tecnológica de la Mixteca. *j-Universidad tecnológica de la Mixteca*. [Online] [Cited: 2015 йил 3-Новiembre.] jupiter.utm.mx/~tesis_dig/10719.pdf.
2. **Romero, José Gonzales.** Slide Share. *Slide Share*. [Online] 2011 йил 18-julio. [Cited: 2015 йил 3-Новiembre.] <http://es.slideshare.net/JJOCELO/la-maquina-electrica-de-corriente-continua-y-sus-partes>.
3. **Avalos, Dr.Gilberto Gonzáles.** Notas para Estudiantes de la Especialidad en Control de la Maestria en Ingenieria Electrica del Curso Modelado de Sistemas en el Dominio Fisico. *Notas para Estudiantes de la Especialidad en Control de la Maestria en Ingenieria Electrica del Curso Modelado de Sistemas en el Dominio Fisico*. Morelia, Michoacan, Mexico : s.n., septiembre de 2007.
4. **VIEYRA, Ing. JOEL ABRAHAM GONZÁLEZ.**
<http://dep.fie.umich.mx/static/media/publicaciones/versionfinal2608.pdf>.
<http://dep.fie.umich.mx/static/media/publicaciones/versionfinal2608.pdf>. [En línea] 30 de octubre de 2015.
[Citado el: 30 de octubre de 2015.]
<http://dep.fie.umich.mx/static/media/publicaciones/versionfinal2608.pdf>.
5. **Jorge Salvador Valdez Martínez, Pedro Guevara López, Juan Carlos Sánchez García.** Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Unidad Culhuacán– IPN, Av. Santa Ana 1000, col. San Francisco Culhuacán, Delegación Coyoacán. México DF. CP. 04430. comprendamos. [En línea] [Citado el: 18 de noviembre de 2015.] <http://www.comprendamos.org/alephzero/61/elmotordecorrie.html>.
6. [En línea] [Citado el: 24 de noviembre de 2015.]
[file:///C:/Users/USR/Downloads/Maquinas_de_continua%20\(1\).pdf](file:///C:/Users/USR/Downloads/Maquinas_de_continua%20(1).pdf).
7. **VALENCIA, NATANAEL VIEYRA.** ptolomeo. [En línea] 2014. [Citado el: 19 de NOVIEMBRE de 2015.] www.ptolomeo.unam.mx:8080/xmlui/bitstream/handle/.../Tesis.pdf?.
8. **Martínez, Héctor Vicente Martínez.** j-Universidad tecnológica de la Mixteca. *j-Universidad tecnológica de la Mixteca*. [En línea] [Citado el: 3 de Noviembre de 2015.] jupiter.utm.mx/~tesis_dig/10719.pdf.
9. **Romero, José Gonzalez.** Slide Share. *Slide Share*. [En línea] 18 de julio de 2011. [Citado el: 3 de Noviembre de 2015.] <http://es.slideshare.net/JJOCELO/la-mquina-electrica-de-corriente-continua-y-sus-partes>.

10. **V, prof: waldemar Godoy.** WikisPaces. *WikisPaces*. [En línea] [Citado el: 3 de Noviembre de 2015.]
eferencias111.wikispaces.com/file/view/Capitulo1.pdf.
11. **<http://electronicaCompleta.com/wp-content/uploads/inductor-1.png>.**
12. **http://www.webquestcreator2.com/majwq/public/files/files_user/6413/Image12.gif.**
13. **http://www.asifunciona.com/electrotecnia/af_motor_cd/img_motor_cd/img19_mot_cd_250px.jpg**
14. **http://www.asifunciona.com/electrotecnia/af_motor_cd/img_motor_cd/img19_mot_cd_250px.jpg**