



**Universidad Michoacana De
San Nicolás De Hidalgo**



Facultad De Ingeniería Eléctrica

TESIS

**“Diseño y construcción de un sistema de control de posición
de una esfera sobre una barra con un grado de libertad”**

**Que para obtener el título de
INGENIERO EN ELECTRÓNICA**

Presenta

Esquivel García Miguel Ángel

Asesor

Maestro en Ciencias Félix Jiménez Pérez

Morelia Michoacán, Junio 2017

Agradecimientos

A mis padres y hermana, por haberme apoyado en toda mi formación y crecimiento, a mis amigos y primos por darme ánimos cuando las cosas se dificultaron en las materias, a mis profesores por la paciencia para enseñarme, a mi asesor por todo el esfuerzo y ánimo que tuvo conmigo y mi tesis.

Dedicatoria

A todos mis seres queridos que me han apoyado siempre que he requerido de ayuda cuando todo parecía difícil.

Índice

Agradecimientos	I
Dedicatoria	I
Índice	II
Lista de figuras	V
Lista de tablas	VI
Resumen	VII
Summary	VII
Palabras clave	VIII
Keywords	VIII
Capítulo 1 .- Introducción	1
1.1.- Antecedentes:	1
1.2.- Problemática a resolver:	2
1.3.- Propuesta de solución:	2
1.4.- Metodología	3
1.5.- Objetivos	4
1.5.1.- Objetivo general	4
1.5.2.- Objetivos particulares	4
1.6.- Justificación	5
1.7.- Resumen de capítulos	5
Capítulo 2 .- Marco teórico	7
2.1.- Reseña histórica	7
2.2.- Bases teóricas	8
2.2.1.-Control	8
2.2.2.-Instrumentación	15

2.3.- Modelado del sistema	16
2.3.1 Obtención del modelo	16
2.4.- Validación del modelo.....	22
Capítulo 3 .- Construcción del hardware del sistema	24
3.1.- Construcción física de la planta.....	24
3.2.- Descripción e instalación de los sensores.....	25
3.3.- Actuador	26
3.3.1.- Generador de señal (PWM).....	27
3.3.2.- Programación del microcontrolador	28
3.4.- Fuentes de alimentación	29
3.5.- Sistema finalizado.....	31
Capítulo 4 .- Implementación de controladores analógicos.	32
4.1.- Implementación física de un controlador tipo “P”	32
4.1.1.- Cálculo y análisis del controlador tipo “P”	33
4.2.- Implementación de un controlador tipo “PI”	35
4.2.1.- Cálculo y análisis del controlador tipo “PI”	36
4.3.- Implementación de un controlador tipo “PD”	37
4.3.1.- Cálculo y análisis del controlador tipo “PD”.....	38
4.4.- Implementación de un controlador tipo “PID”	39
4.4.1.- Cálculo y Análisis del controlador tipo “PID”	40
Capítulo 5 .- Pruebas y resultados.....	41
5.1.- Implementación física del controlador tipo “P”	41
5.2.- Implementación física del controlador tipo “PI”	42
5.3.- Implementación física del controlador tipo “PD”	42
5.4.- Implementación física del controlador tipo “PID”	43
Capítulo 6 .- Conclusiones	44

Anexo A. Código fuente del PWM.....	46
Anexo B. Valores de los elementos para las fuentes de alimentación.....	47
Glosario de términos.....	47
Bibliografía.....	48

Lista de figuras

Figura 1-1 Diagrama básico de la propuesta de construcción del sistema Ball & Beam tipo balanza	3
Figura 2-1 (a) Principio del reloj de Ktesibios, (b) Principio del reloj de sol a base de obelisco.....	8
Figura 2-2 Diagrama de bloques de un sistema de control.....	9
Figura 2-3 Diagrama de bloques del control ON-OFF.....	12
Figura 2-4 Respuesta de un control ON-OFF ante la variable del proceso	13
Figura 2-5 Respuesta de un control Proporcional al ser multiplicado por una ganancia.....	13
Figura 2-6 Respuesta de un control integral a una entrada escalon.....	14
Figura 2-7 Respuesta de un Control Diferencial a una entrada variable	15
Figura 2-8 Planta del Sistema	17
Figura 2-9 Componentes de la velocidad a partir del diagrama de cuerpo libre de la esfera	18
Figura 2-10 Relación entre los ángulos de inclinación de la viga y el servomotor	21
Figura 2-11 Respuesta simulada del sistema a un escalón unitario en lazo abierto	22
Figura 3-1 (a) Barra y esfera de referencia, (b) Base del sistema, (c) Barra y esfera de posición.....	24
Figura 3-2 Potenciómetro de membrana Spectrasymbol tipo SoftPot.....	25
Figura 3-3 Medida y estructura del potenciómetro de membrana.	25
Figura 3-4 Terminales de conexión del potenciómetro de membrana.....	25
Figura 3-5 Servomotor RG-150MG.....	26
Figura 3-6 Microcontrolador MSP430G2553.....	27
Figura 3-7 Representación de la posición del servo respecto al valor del Tiempo en alto.....	28
Figura 3-8 (a) Entorno de programación de Energía, (b) Diagrama de flujo del microcontrolador..	28
Figura 3-9 Diagrama esquemático del MSP430G2553	29
Figura 3-10 Fases de la fuente de alimentación del sistema.....	29
Figura 3-11 Fuentes de alimentación.....	30
Figura 3-12 Fuente para el servomotor.....	31
Figura 3-13 Sistema Ball & Beam terminado.....	31
Figura 4-1 Sistema en lazo cerrado con controlador proporcional.....	32
Figura 4-2 Amplificador Operacional en modo Amplificador Inversor.....	32
Figura 4-3 Diagrama de polos y ceros del sistema	33
Figura 4-4 Respuesta y diagrama de bloques del controlador "P" en Scilab.....	34
Figura 4-5 Sistema en lazo cerrado con controlador Proporcional Integral	35

Figura 4-6 Amplificador operacion en configuracion de Integrador	35
Figura 4-7 Respuesta y diagrama de bloques del controlador "PI" en Scilab	36
Figura 4-8 Sistema en lazo cerrado con controlador proporcional Derivativo	37
Figura 4-9 Circuito derivador (a) Forma básica, y (b) Forma corregida	37
Figura 4-10 Respuesta y diagrama de bloques del controlado "PD" en Scilab	38
Figura 4-11 Sistema en lazo cerrado con controlador PID	39
Figura 4-12 Configuracion del controlador PID con amplificadores operacionales	39
Figura 4-13 Respuesta y diagrama de bloques del controlador "PID" en Scilab.....	40
Figura 5-1 Grafica de la respuesta oscilante con una $K_p=3.78$	41

Lista de tablas

Tabla 1.- Tabla comparativa entre la respuesta de mediciones del modelo y simulación en lazo abierto	23
Tabla 2.- Características del sensor	25
Tabla 3.- Características del actuador	26
Tabla 4.- Principales características del Microcontrolador MSP430G2553.....	27
Tabla 5.- Principales características de Energía®	29
Tabla 6.- Valores para la regla de sintonización Ziegler-Nichols basados en K_r y P_{cr}	34
Tabla 7.- Tabla Ziegler-Nichols en base al valor K_{cr}	41
Tabla 8.- Valores reales de la respuesta del sistema.....	42

Resumen

El modelo Ball & Beam se basa en controlar la posición de una esfera sobre una barra, la posición de la esfera se controla inclinando la barra que se encuentra fija a un pivote central. Un servomotor eleva un extremo de la barra modificando el ángulo de inclinación con respecto al eje horizontal. Estas características clasifican a este sistema como inestable con un grado de libertad.

Un sensor es colocado sobre una barra horizontal el cual permite conocer la posición de la esfera a lo largo de la barra. Este sensor proporciona un voltaje como función de la posición de la esfera sobre la barra. Para modificar el ángulo de la barra se requiere de un servomotor. Este servomotor inclina la barra con un ángulo que es proporcional al voltaje que es aplicado.

Para analizar y simular, el comportamiento del sistema, es necesario obtener el modelo matemático que rige su comportamiento con los parámetros físicos correspondientes, así como la validación con los resultados de medición. Para validar el sistema, se diseña un controlador analógico básico.

Summary

The Ball & Beam model is based on controlling the position of a sphere on a beam, the position of the sphere is controlled by leaning the beam that is based to a central pivot. A servomotor raises an edge of the beam modifying the bending angle equate to it's horizontal axis. With these characteristics the system is classify as unstable with 1 level of freedom.

A sensor is placed on a horizontal beam which allows to know the position of the sphere along the bar. This sensor provides a given voltage as a function of the position of the ball over the beam. A servomotor is required to modify the angle of the beam. This servomotor tilt the beam with an angle that is proportional to the voltage that is applied.

To analyze and simulate the behavior of the system, it is necessary to obtain the mathematical model that governs it's behavior with the corresponding physical parameters, as well as with measurement results. A basic analog controller is designed to validate the system.

Palabras clave

Ball & Beam, control, controlador, posición, barra, esfera, sensor, actuador, referencia, error, ángulo, inclinación, sistema, estable, inestable, voltaje, señal, PWM, simulación, ecuación.

Keywords

Ball & Beam, control, controlador, posición, barra, esfera, sensor, actuador, referencia, error, ángulo, inclinación, sistema, estable, inestable, voltaje, señal, PWM, simulación, ecuación.

Capítulo 1.- Introducción

1.1.- Antecedentes:

La Facultad de Ingeniería Eléctrica posee modelos físicos de sistemas de control que son utilizados para su estudio, los modelos disponibles son del tipo estable como: el sistema de nivel líquido de tanques interconectados, el control de velocidad de un motor de CD, incubadoras, etc. Sin embargo no se cuenta con diferentes sistemas inestables que puedan ser analizados y utilizados por los alumnos. Partiendo de la necesidad de implementar un sistema físico de esta naturaleza y después de analizar sistemas como el Ball & Beam, Ball & Plate, péndulo invertido, sistemas CACM-RL, se opta por el sistema Ball & Beam el cual es sencillo y económico en su reproducción. Lo que permite llevarlo a las aulas del laboratorio.

La base más antigua del actual sistema Ball & Beam es presentada en el libro de Wellsted [1], que es producto del estudio, investigación y posterior publicación realizada en la 1era edición a partir del modelado de sistemas físicos de control, en 1979. Libro reeditado y publicado en el año 2000 abarca el modelado y generalización de variables, así como sus elementos básicos y mecánicos, en el tercer caso de estudio especial de dicho libro se plantea el sistema Ball & Beam para su modelado matemático en Bond Graph, y sirve como planteamiento para los trabajos [2], [3], [4] y [5].

El sistema Ball & Beam tiene como antecedentes diferentes proyectos, los más recientes elaborados por Esthefany y Oswald [6], el cual es un trabajo de tesis centrado principalmente en la velocidad de respuesta del sistema y el actuador del sistema, ya que los autores se enfocaron a optimizar los elementos disponibles. Se basaron en parte en la séptima edición del libro publicado por Bishop [2].

Otros antecedentes recientes son: Vélaz [7] que se basa en el sistema Ball & Beam modelo CE106 el cual es un producto diseñado para el estudio teórico de los principios básicos de la ingeniería de control. Obando y Romero [8] desarrollaron el sistema para controlar el Ball & Beam, centrándose en el proceso de captura y tratamiento de señales desde el software LabVIEW®. Y Haro [9], que se centra en el sistema Ball & Beam CE106, específicamente en la implementación de un control de lógica difusa aplicada al sistema. [7], [8] y [9], son producto del uso e investigación del sistema CE106 publicado por Wellsted [3], demostrando el uso del sistema Ball & Beam.

En 1996 Guo [4] en su resumen de la conferencia No. 35 de la IEEE, relata el desarrollo conceptual del sistema Ball & Beam abarcando el tamaño físico del sistema, modelado y simulación. Posteriormente en 2006 en su proyecto de investigación [5] presentado en la universidad de Sydney desarrolla más a fondo el planteamiento del modelado del sistema Ball & Beam.

En la facultad se tienen 3 antecedentes del mismo sistema, uno realizado por Jaime [10], que es un trabajo desarrollado en base a un sistema Ball & Beam con el pivote en el extremo de la barra empleando una interfaz de control desde LabVIEW®, (2010), el segundo trabajo fue presentado por los alumnos Quintero y González [11], y el tercero por el Dr. Rincón [12], que es un sistema que se maneja en 2 dimensiones, al equilibrar una esfera sobre una placa.

1.2.- Problemática a resolver:

Los laboratorios de la Facultad de Ingeniería Eléctrica requieren sistemas de estudio para las diferentes disciplinas impartidas en la institución, en el área de control solo se cuenta con sistemas de tipo estable, por ello se desarrolló el sistema denominado Ball & Beam. Es un sistema mecánico simple, usado para demostrar y determinar el control de la posición deseada de una esfera, sobre una barra con un pivote céntrico, tipo balanza. Haciendo uso de un sensor para determinar la posición de la esfera y un actuador para modificar la inclinación de la barra con respecto al eje horizontal.

El presente documento contiene el material de diseño, desarrollo y construcción del sistema Ball & Beam que es un sistema de control de tipo inestable, el cual demuestra la aplicación del control analógico, control digital e instrumentación de manera práctica, teniendo como objetivo hacer más atractivo el control automático a los estudiantes de la Facultad de Ingeniería Eléctrica en las prácticas y observar las características al utilizar un sistema inestable.

1.3.- Propuesta de solución:

El diseñar un sistema de control automático no es tarea sencilla y se vuelve cada vez más demandante, ya sea para mejorar o considerar diferentes condiciones, como perturbaciones que pueden generar un error en las mediciones y la respuesta, pero gracias a la retroalimentación y a la mejora de dispositivos para su construcción se ha revolucionado y facilitado la forma de diseñar y

realizar el control automático en diferentes áreas y sistemas. Se propone el diseño, desarrollo y construcción de un sistema Ball & Beam tipo balanza (Figura 1-1). Que se implementa como objeto de estudio para la Facultad de Ingeniería Eléctrica en las materias del área de control.

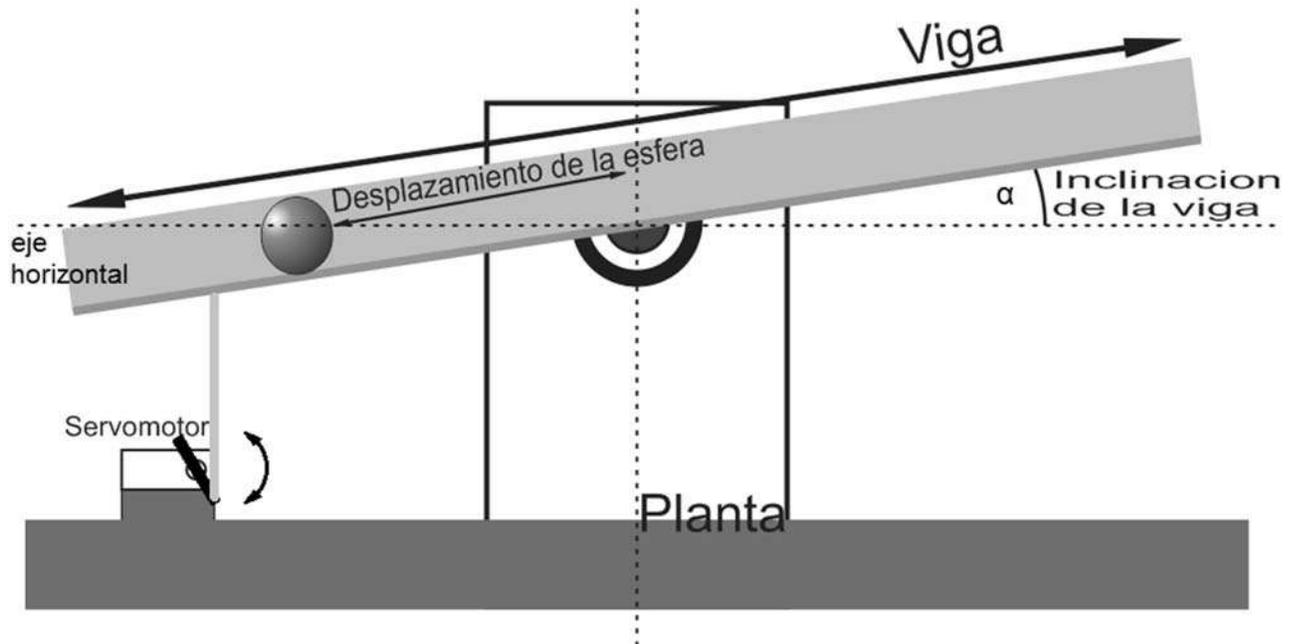


Figura 1-1 Diagrama básico de la propuesta de construcción del sistema Ball & Beam tipo balanza

1.4.- Metodología

El desarrollo del sistema está dividido en 4 partes:

-Construcción del modelo físico: El modelo está construido utilizando un tubo de aluminio cuadrado, y ángulo del mismo material, las piezas están soldadas, se controla la inclinación de la barra con un actuador (servomotor) conectado a un extremo de la barra para modificar su ángulo, permitiendo de esta manera que la esfera se desplace en una dirección u otra. Se coloca un potenciómetro de membrana sobre la viga de aluminio para determinar la posición de la esfera respecto a la barra.

-Acondicionamiento del sensor y actuador: Esta parte del sistema se apoya del área de instrumentación. Por un lado se desea obtener un voltaje como función de la posición de la esfera sobre la barra, el voltaje de salida debe tener un rango de 0 a 3.3V.

Por otra parte, una señal de voltaje controla el ángulo en un rango de 0 y 179° en el servomotor, el cual al estar acoplado con la barra, permite que esta adquiriera un nuevo ángulo de inclinación de entre $\pm 17^\circ$ con respecto al eje horizontal.

-Obtención del modelo del sistema: El modelo matemático del sistema se obtiene a partir del análisis del comportamiento de la esfera al ser liberada sobre una superficie inclinada, utilizamos el Lagrangiano en el movimiento de la esfera para la obtención del modelo. Una vez obtenido el modelo matemático puede pasarse a la parte de la simulación para su validación.

-Implementación del controlador analógico: Se proporcionaran las terminales que permitirán al usuario la interacción con el sistema, y con ellas realizar cualquier tipo de control mediante la información de las simulaciones pertinentes en las materias del laboratorio, con ello se prueban los diferentes controladores P, PI, PD, PID, u otro tipo de estrategias de control (digital, difuso, espacio de estado, etc.) y se analiza la respuesta para observar el desempeño del controlador aplicado. Al terminar el trabajo se espera que el sistema sea de ayuda para comprender los conceptos de control.

1.5.- Objetivos

1.5.1.- Objetivo general

Proporcionar a la comunidad de la Facultad de Ingeniería Eléctrica una herramienta para el área de control que permita reafirmar los conocimientos y mejorar sus habilidades en el desempeño laboral.

1.5.2.- Objetivos particulares

Con la presente tesis se desea que los alumnos de las materias de control analógico, control digital y lógica difusa posean un sistema físico para realizar prácticas en un sistema inestable, no lineal de primer orden.

Además de manera particular aplicar los conocimientos adquiridos durante la carrera de Ingeniería Electrónica enfocado en las áreas de control analógico, controlador digital y microcontroladores así como instrumentación al utilizar un sensor que proporcione un voltaje en función de la posición de la esfera, generar una señal acondicionada para el actuador conforme al ángulo requerido en el diseño y construcción del sistema Ball & Beam. Todo esto para terminar el Sistema y lograr la titulación, así como reproducir el sistema para su implementación en el laboratorio de la Facultad.

1.6.- Justificación

Las materias y laboratorios de control de la facultad no cuentan con un sistema de este tipo, por lo que se diseña y construye para que los alumnos observen de manera práctica la aplicación de los conocimientos adquiridos, siendo un sistema físico diferente a los actuales sistemas estables con que se cuentan en las instalaciones, ya que es de naturaleza inestable, (el sistema de control es desarrollado por los alumnos de acuerdo a la práctica en curso), con el objetivo de que apliquen los conocimientos de control al sistema Ball & Beam.

1.7.- Resumen de capítulos

El presente trabajo se divide en 6 capítulos, los cuales se describen a continuación.

-Capítulo 1: Introducción.- En este capítulo se abordan los trabajos predecesores al actual, también se mencionan las áreas de ingeniería con las cuales interactúa el proyecto y los temas específicos con los que se desarrolla, así como una hipótesis de cómo se resuelve la problemática de proveer al laboratorio de electrónica de la Facultad de Ingeniería Eléctrica de un sistema inestable como objeto de estudio para el área de control.

-Capítulo 2: Marco teórico.- Se establecen las bases teóricas con las cuales trabaja el sistema, tanto del área de control como de instrumentación, así mismo se obtiene el modelo matemático y ecuaciones del sistema que rigen el sistema, que entran en el área de mecánica, así como una introducción a los conceptos que serán utilizados en el siguiente capítulo y los dispositivos usados para su construcción, con el objetivo de tener las bases que caracterizan al sistema para su desarrollo.

-Capítulo 3: Construcción del Hardware del sistema.- Durante este capítulo se muestra la construcción de la planta, la instalación del sensor y actuador, así como el circuito de control y la integración de las partes para que el sistema funcione de manera adecuada.

-Capítulo 4: Diseño de controladores analógicos.- Durante este capítulo se desarrollan controladores básicos para el sistema, de esa manera su control puede ser reproducido en diferentes situaciones por los alumnos.

-Capítulo 5: Pruebas y resultados.- En este capítulo se muestran los resultados obtenidos del sistema, no solo los resultados finales, también los resultados de la pruebas ya que son de importancia para poder corregir errores no previstos en los cálculos o simulaciones previos al sistema final.

-Capítulo 6: Conclusiones y referencias para trabajos futuros.- El último capítulo muestra las conclusiones del trabajo así como anotaciones y referencias para trabajos futuros.

Capítulo 2.- Marco teórico

De acuerdo a [13] y [14], la Electrónica es la rama de la física encargada del estudio de los fenómenos que involucra la manipulación de cargas eléctricas, y su aplicación para generar o controlar señales eléctricas. Un Ingeniero en Electrónica es el profesionalista que aplica sus conocimientos para diseñar, calcular y desarrollar dispositivos ligados a la electrónica, los cuales tienen aplicaciones en comunicaciones, control, instrumentación, automatización entre otras para lograr el bienestar de la sociedad en general.

La presente tesis aplica los conocimientos adquiridos durante la carrera de Ingeniería Electrónica de la Facultad de Ingeniería Eléctrica, centrados principalmente en el control e instrumentación, para el desarrollo del sistema Ball & Beam que será aplicado posteriormente para estudio en la Facultad.

2.1.- Reseña histórica

La aplicación de los sistemas de control en diversos aspectos de la vida cotidiana, así como el apoyarse de la instrumentación para obtener el punto de operación del sistema no es nuevo, ya que desde hace muchos años se ha buscado la manera para que los trabajos puedan realizarse de forma automática, rápida, precisa y adecuada, de ahí que exista una metodología para la cual se desarrollen. En la actualidad casi todos los controles e instrumentación de procesos de producción son automáticos, desde la industria, hasta la casa.

La idea del control que se aplicó al aparato más primitivo por retroalimentación del que se tiene información fue desarrollada por Ktesibios (Grecia 300 años A.C.), era un reloj de agua (Figura 2-1a) el cual medía el tiempo utilizando un pequeño chorro de agua que fluía a velocidad constante gracias a un regulador de caudal hasta un recipiente más grande, el cual poseía un flotador que sube a medida que el tiempo transcurría, y sobre él, un indicador que mostraba el paso del tiempo. Por su parte, la instrumentación ha sido parte clave de los procesos industriales de producción, sin embargo es probable que una de sus primeras aplicaciones fue adaptando datos a analizar en los relojes de sol, construidos a partir de obeliscos (Figura 2-1b) (3500 A.C.)

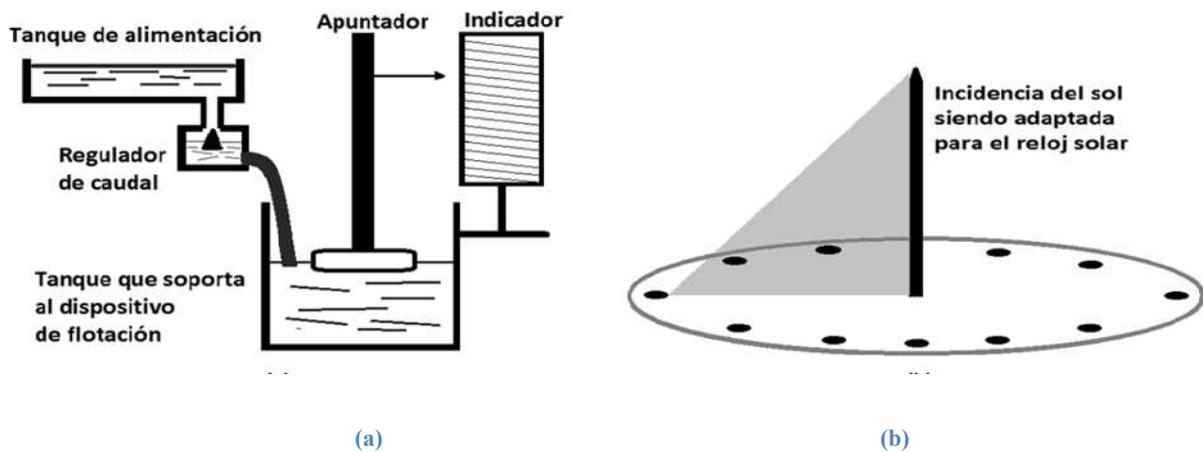


Figura 2-1 (a) Principio del reloj de Ktesibios, (b) Principio del reloj de sol a base de obelisco

El primer uso del control automático aplicado a la industria fue el regulador de velocidad centrífugo de la máquina de vapor en 1775, desarrollado por James Watt. Minorsky, Hazen y Nyquist, entre otros más, realizaron aportaciones extraordinarias a las etapas iniciales de la teoría de control, para llegar hasta el actual control moderno, que tiene sus orígenes en el control digital desarrollado en la década de los 50's, cuyo primer interés fue usarlo en control de misiles y navegación aérea, apoyándose en la instrumentación. Para ese entonces ya se había logrado una gran precisión y exactitud en su desempeño, permitiendo también la transmisión de datos de manera remota y posteriormente se aplicaron los beneficios en la industria y hogares.

2.2.- Bases teóricas

2.2.1.-Control.

Un sistema de control es un conjunto de objetos cuyos componentes se relacionan entre sí actuando u obteniendo información para y con una planta dada, si a este sistema le añadimos la capacidad de interacción de sus componentes, ellos mismos pueden gobernarse por la información adquirida y auto suministrada, se obtiene un sistema de control automático, el cual es capaz de actuar y llevar a cabo la tarea encomendada sin la interacción de agentes externos (incluso el ser humano) luego de su puesta en marcha, con la ventaja de poder corregir por cuenta propia errores que se presenten durante su funcionamiento.

El sistema de control automático está constituido de un sistema físico denominado planta el cual contiene componentes que realizan alguna acción específica (el caso de actuadores o sensores), y un sistema de mando, el cual se encarga de generar las órdenes a ser ejecutadas a partir de la información recabada en el instante previo al siguiente momento de acción. En su diseño deben considerarse las señales a interactuar en el sistema, aquellas que tendrán un efecto sobre el mismo dato a recabar en el instante próximo, y las de salida que responderán a la orden dada por dicho dato.

En los sistemas de control automático, el componente humano es sustituido por componentes mecánicos, electrónicos. Siendo todos de suma importancia ya que a partir del procesamiento de los datos recabados de las pruebas del sistema, y aunados al correcto funcionamiento de sensores y actuadores, se espera obtener precisión y exactitud en el resultado para una adecuada reproducción del experimento.

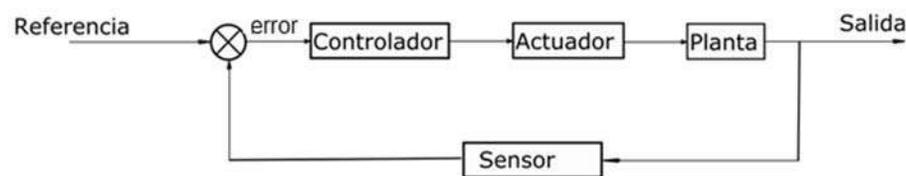


Figura 2-2 Diagrama de bloques de un sistema de control

Un sistema de control básico se muestra en la (Figura 2-2) y está compuesto por:

- **Referencia.-** También llamado valor de entrada en algunos casos, es la señal o valor ha ser procesado y controlado para obtener una respuesta a partir de su implementación en el proceso.
- **Planta.-** En los sistemas de control, las plantas son el conjunto de piezas y maquinaria que tiene por objetivo el realizar cierta actividad y se le desea aplicar un control para mejorar su producción o trabajo optimizando sus recursos y acciones. Puede ser cualquier tipo de sistema desde un control de temperatura, o encendido y apagado de motores, hasta los sistemas seguidores de sol o robots imitadores.
- **Controlador.-** Se encarga del procesamiento del valor de error y de acuerdo a su programación o fin específico, trata la señal para que el actuador se ajuste y así obtener el resultado deseado.

- **Actuador.-** El actuador es un dispositivo capaz de transformar por lo general energía eléctrica en energía mecánica, hidráulica, neumática etc. con la finalidad de generar un efecto específico en algún proceso de automatización. El actuador recibe una orden específica y dependiendo del dispositivo se obtiene un resultado físico como abrir una válvula, encender una luz, girar un motor etc.

Existen actuadores de tipo: eléctricos, hidráulicos, neumáticos, electrónicos, de velocidad, potencia, y más. Para el presente trabajo de tesis se usa un actuador electromecánico que es un servomotor que tiene como entrada de control el ancho de pulso de una señal de voltaje.

El actuador será controlado por un modulador de ancho de pulso (PWM por sus siglas en inglés) es una señal de voltaje que permite modificar la cantidad de energía que se envía a una carga. Este tipo de señal es muy usada en circuitos digitales y permite en gran medida analizar variaciones en la señal de algún dispositivo. La señal posee una frecuencia, amplitud, así como un ciclo de trabajo definida por el fabricante.

- **Sensor.-** Un sensor es un dispositivo que convierte una magnitud física o química que se encuentra en el medio ambiente donde se realiza el estudio transformándola en una señal eléctrica para que pueda ser medida por los dispositivos pertinentes. En muchas ocasiones se emplea el término sensor y transductor a manera de sinónimo, sin embargo el sensor sugiere un significado más extenso ya que este usualmente produce una señal eléctrica, que refleja el valor de una propiedad, mediante alguna correlación definida (su ganancia).

En términos estrictos, un sensor es un instrumento que no altera la propiedad censada. Por ejemplo, un sensor de temperatura sería un instrumento tal que no agrega ni cede calor a la masa censada, es decir, en concreto, sería un instrumento de masa cero o que no contacta la masa a la que se debe medir la temperatura (un termómetro de radiación infrarroja).

Mientras que por otro lado el transductor convierte una forma de energía en otra (o una propiedad en otra). Por ejemplo, un generador eléctrico en una caída de agua es un conocido transductor de energía cinética de un fluido en energía eléctrica; sobre esta base se podría

pensar, por ejemplo, en un transductor de flujo a señal eléctrica consistente de un pequeño generador a paletas movilizado por el caudal a medir.

El costo de los sensores depende de la cantidad de propiedades que soporte y su resistencia ante condiciones extremas. Existen varios tipos de sensores para medir variables: Térmicos, Infrarrojos, Magnéticos, de Presión, de Humedad, Ópticos, de contacto, de efecto Hall, inductivos, capacitivos, resistivos, etc. En el presente trabajo se utiliza un sensor resistivo de membrana, para accionar el sensor se requiere aplicar presión a la membrana.

Para clasificar los sistemas de control existen muchos criterios en los que se puede catalogar cada uno, dependiendo de los componentes, valores, conexiones, y más elementos que caracterizan al sistema. De manera general se clasifican como:

- Sistema en Lazo Abierto y Lazo Cerrado.- Un sistema en lazo abierto entrega un resultado a la salida sin necesidad de verificar si coincide con la referencia o el parámetro de entrada, Sistema de lazo cerrado se caracteriza por el hecho de que el sistema auto suministra información desde la salida a la entrada a manera de retroalimentación para corregir cualquier tipo de diferencia entre la referencia y la salida.
- Sistemas Actuados y Subactuados.- Los sistemas actuados son aquellos que poseen igual número de actuadores que grados de libertad. Los Subactuados son los sistemas que tiene un menor número de actuadores que grados de libertad.
- Sistemas Lineales y Sistemas No Lineales, dependiendo de la naturaleza del sistema se generara una ecuación que describa el comportamiento del sistema de control.
- Debido a que la señal o variable a analizar se muestrea como una función del tiempo, los sistemas se pueden clasificar como; Sistemas Continuos, que son los sistemas que trabajan con señales analógicas y se consideran infinitamente divisibles. Sistemas Discretos, el tiempo de análisis de estos sistemas se considera dividido en periodos de valor constante y el valor exacto de la variable del sistema se conoce solo en dichos periodos.
- Dependiendo del número de entradas y salidas que posee el sistema, se les conoce como sistemas de; Una entrada una salida (SISO), Una entrada y múltiples salidas (SIMO), Múltiples entradas y una salida (MISO), Múltiples entradas y múltiples salidas (MIMO).
- Si las variables de estudio para el sistema permanece constante en tiempo y espacio se dice que el sistema es del tipo estacionario, de lo contrario son sistemas no estacionarios.

- De acuerdo a la respuesta de salida y tras saber que será continua se pueden clasificar como sistemas estables o inestables respectivamente.
- Si se tiene la posibilidad de predecir el comportamiento futuro del sistema así como su respuesta se denomina Sistema determinista, de lo contrario estaríamos hablando de un sistema Estocástico.

Acorde al listado anterior el presente sistema es de tipo Actuado, en Lazo Cerrado, SISO, no estacionario, e inestable. Los sistemas de control se dividen en diferentes tipos, esto de acuerdo a la respuesta “ $u(t)$ ” obtenida a la salida, para lograrlo se toma el valor de la diferencia de los valores en retroalimentación de la referencia y el valor actual y se envía a la planta, a esta diferencia se le denomina error “ $e(t)$ ”, de aquí se tiene un valor de análisis para corregir la salida del sistema aplicando la acción de controlador idónea. Por si solo un control es conocido como acción básica de control, al combinar más de uno se les denomina combinaciones de acciones básicas. Los controladores más comunes son:

Control de 2 posiciones (ON-OFF).- Esta acción consiste en conectar o desconectar la entrada de la planta, de acuerdo al error que actúa sobre la retroalimentación es básicamente un interruptor que determina el estado “ $m(t)$ ” de encendido y apagado para el sistema mostrado en la (Figura 2-3). Y actúa como se muestra en la (Figura 2-4):

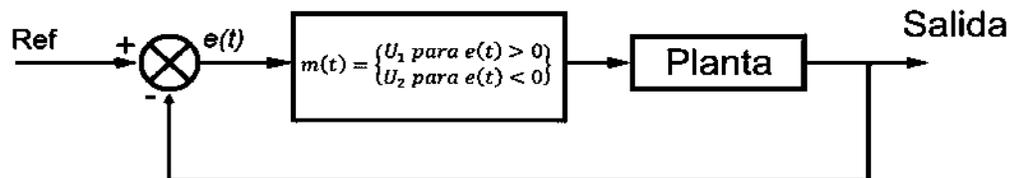


Figura 2-3 Diagrama de bloques del control ON-OFF

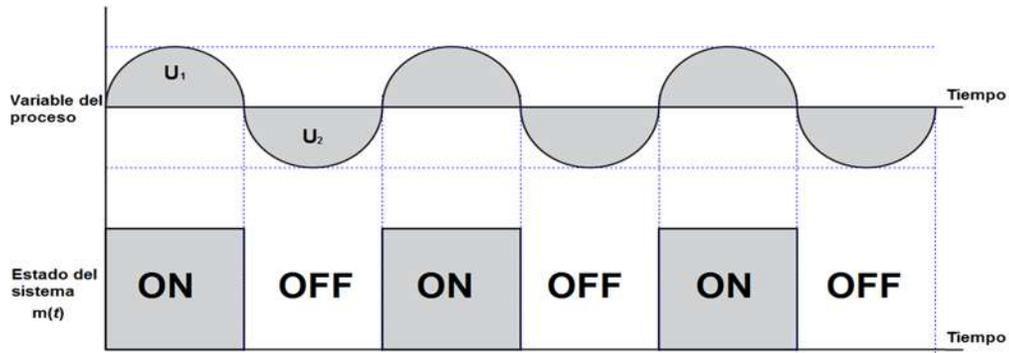


Figura 2-4 Respuesta de un control ON-OFF ante la variable del proceso

Control de acción proporcional (P).- Aquí se tiene una señal que es proporcional al error “ $e(t)$ ” del sistema, que es multiplicado por un valor deseado. Su función de transferencia se puede tomar simplemente como una constante real denominada “ K_p ” la cual determina el valor que multiplicara el error como se muestra en la (Figura 2-5). De forma matemática su acción relaciona la salida del controlador “ $u(t)$ ” y la señal del error como se muestra en (1):

$$u(t) = K_p * e(t) \tag{1}$$

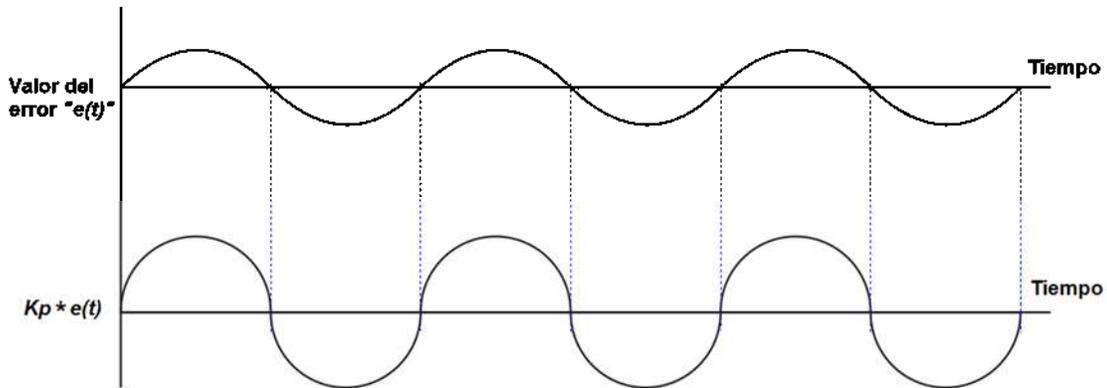


Figura 2-5 Respuesta de un control Proporcional al ser multiplicado por una ganancia

El diseño de este tipo de controlador modifica el desempeño de un sistema de control de las siguientes maneras:

- Mejora el amortiguamiento y reduce el sobreimpulso máximo.
- Reduce el tiempo de asentamiento y levantamiento.
- Mejora el margen de ganancia.
- En la implementación de un circuito, puede necesitar de una resistencia muy grande para multiplicar la variable de entrada y alcanzar el valor deseado.

Control Integral (I).- Literalmente se aplica una integral a la señal de error, en este tipo de control la salida integra la desviación de la salida con respecto al tiempo, a este periodo se le llama tiempo de integración “ T_i ”. Esto puede también ser expresado como en (2):

$$u(t) = \frac{1}{T_i} \int e(t) dt \quad (2)$$

De manera gráfica la respuesta puede ser apreciada en la (Figura 2-6), como ejemplo a una entrada escalón.

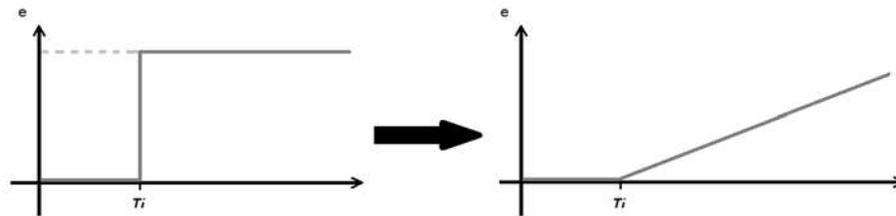


Figura 2-6 Respuesta de un control integral a una entrada escalon

El controlador “PI” modifica el desempeño del sistema de la siguiente manera

- Incrementa la velocidad de respuesta.
- Hace que el sobreimpulso crezca.
- Hace que el tiempo de estabilización aumente.
- Elimina el error en estado estable.

Control Derivativo (D).- de manera similar al anterior, aquí se aplica la función de la derivada del error (3). Esto produce una respuesta proporcional al cambio con respecto al tiempo derivado “ T_d ”, si la señal de error es una constante, la salida será siempre un 0, esto puede ser expresado como:

$$u(t) = T_D * \frac{d e(t)}{dt} \quad (3)$$

La respuesta del Derivador se muestra en la (Figura 2-7)

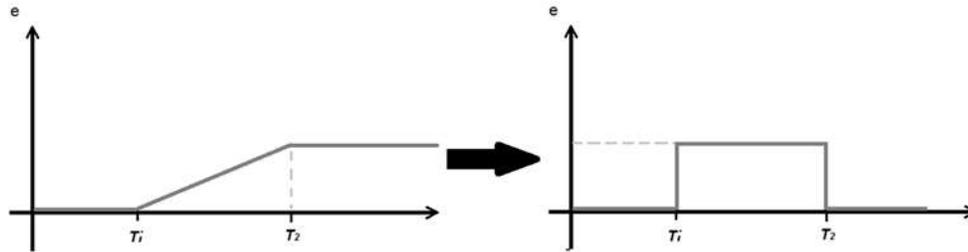


Figura 2-7 Respuesta de un Control Diferencial a una entrada variable

Este controlador modifica la respuesta del sistema de la siguiente manera:

- Lo hace susceptible al ruido al trabajar en altas frecuencias
- Puede saturar al actuador si no se calcula bien
- Predice el comportamiento del sistema anticipándose a la respuesta
- Mejora la estabilidad del sistema
- No puede usarse por sí solo ya que solo actúa cuando existe una variación en el tiempo

Los controladores presentados nos proporcionan las ventajas antes mencionadas siempre y cuando tengan los valores óptimos aplicados al sistema.

2.2.2.-Instrumentación

La instrumentación es la ciencia de la medición, adaptación y control de variables sometidas a manipulación dentro de procesos, esto logrado gracias a dispositivos que miden cantidades de variables obtenidas del medio dependiendo del tipo de proceso a realizar, adaptándolas para su estudio y manipulación. Estos dispositivos pueden ser tan simples como termómetros, o tan complejos como sismógrafos. Y estar correctamente acondicionados para resistir el estrés físico que demanda su aplicación final.

El control y la instrumentación van de la mano en este sistema que necesita retroalimentación y acondicionamiento de las señales para genera una señal de control lo más rápido posible respecto a la respuesta del sistema, para lograr la estabilidad.

El acondicionamiento de una señal consiste en obtener rangos de voltaje o corriente adecuada a las características del diseño del control. Esto resulta necesario al momento de realizar la instrumentación, ya que al tener una señal con rangos definidos se puede obtener una resolución adecuada para su estudio. Esto se consigue con la caracterización del sensor, determinando así la razón de cambio en la variable de salida, generalmente una variable eléctrica, con respecto a la variable de entrada, siendo indispensable para obtener una buena resolución de medición.

El amplificador operacional es uno de los dispositivos electrónicos de mayor uso y versatilidad, ya que su costo es bajo y fácil de usar para acoplar señales. Permite construir diferentes tipos de circuitos para multiplicar, sumar y restar señales sin necesidad de conocer la circuitería interna, además de poseer protecciones internas.

2.3.- Modelado del sistema

El modelado matemático del sistema Ball & Beam al igual que muchos otros sistemas, puede ser planteado de diferentes formas dependiendo del punto de vista que desee ser estudiado, o las variables que se deseen considerar. En este caso se desarrollan ecuaciones dinámicas con la aplicación del método de Lagrangiano, que es usado para derivar las ecuaciones de movimiento para el sistema Ball & Beam, ya que se ha demostrado en estudios recientes que es el modelo más aproximado a la dinámica del sistema [1], [10], [15], [16], [17], [18].

2.3.1 Obtención del modelo

Teniendo una esfera que se desplaza sobre una viga debido a la fuerza de gravedad. La viga se inclina por una fuerza externa (servomotor) proporcionando un ángulo, como en la (Figura 2-8).

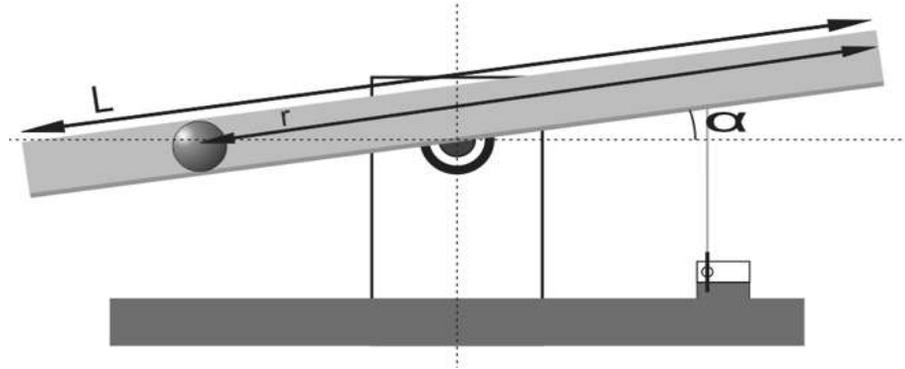


Figura 2-8 Planta del Sistema

La ecuación de Lagrange permite generar una relación entre la diferencia de la energía cinética y la energía potencial de un sistema y es dada por la ecuación (4).

$$L = K - P \quad (4)$$

Dónde:

L= Ecuación de Lagrange.

K= Energía cinética del sistema.

P= Energía potencial del sistema.

Se analizan de manera independiente los elementos de la ecuación Lagrange. Comenzando por la energía cinética de la viga en (5).

$$K_1 = \frac{1}{2} J_v \dot{\theta}^2 \quad (5)$$

Dónde:

J_v = Momento de Inercia de la Viga.

θ = Angulo de inclinación del brazo del servomotor.

Mientras que la energía cinética de la esfera es:

$$K_2 = \frac{1}{2} J_b \dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2} m \cdot v_b^2 \quad (6)$$

Dónde:

J_b = Momento de inercia de la esfera.

$\dot{\alpha}$ = Velocidad angular de la esfera.

m = Masa de la esfera.

V_b = Velocidad de la esfera.

Sabiendo que para una esfera la distancia de giro.

$$\alpha = \frac{r}{R} \quad (7)$$

Dónde:

R = Radio de la esfera

r = Desplazamiento de la esfera

Para lo anterior se puede expresar la velocidad de la esfera V_b en términos de coordenadas generalizadas gracias a un diagrama de cuerpo libre de la esfera como se muestra en la (Figura 2-9):

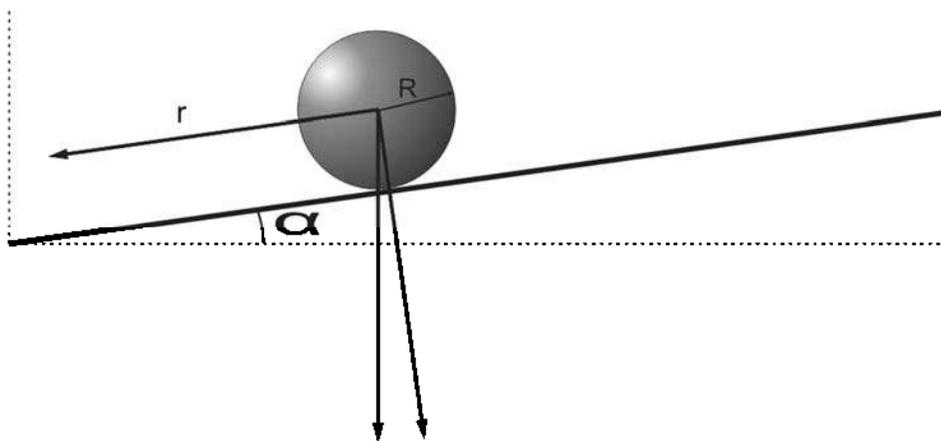


Figura 2-9 Componentes de la velocidad a partir del diagrama de cuerpo libre de la esfera

$$V_b^2 = \dot{x}^2 + \dot{y}^2 \quad (8)$$

Desarrollando la ecuación anterior

Para: $x = r \cdot \cos \alpha \rightarrow \dot{x} = \dot{r} \cdot \cos \alpha - r \cdot \dot{\alpha} \cdot \sin \alpha$
 $\dot{x}^2 = \dot{r}^2 \cdot \cos^2 \alpha - 2 \cdot r \cdot \dot{r} \cdot \dot{\alpha} \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha + r^2 \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \sin^2 \alpha$ (9)

Para: $y = r \cdot \sin \alpha \rightarrow \dot{y} = \dot{r} \cdot \sin \alpha + r \cdot \dot{\alpha} \cdot \cos \alpha$
 $\dot{y}^2 = \dot{r}^2 \cdot \sin^2 \alpha + 2 \cdot r \cdot \dot{r} \cdot \dot{\alpha} \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha + r^2 \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \cos^2 \alpha$ (10)

Sustituyendo los valores de (9) y (10) en (8), y factorizando, se tiene (11)

$$V_b^2 = \dot{r}^2 + r^2 \cdot \dot{\alpha}^2$$
 (11)

Ahora, sustituyendo la velocidad angular de la esfera $\dot{\alpha}$ y la de su velocidad V_b^2 en la expresión de la energía cinética total del sistema, esta puede quedar expresada en términos generalizados de coordenadas se tiene (12):

$$K_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{J_b}{R^2} + m \right) \dot{r}^2 + \frac{1}{2} m \cdot r^2 \dot{\alpha}^2$$
 (12)

La energía potencial del sistema es dada por:

$$P = m \cdot g \cdot \sin \alpha$$
 (13)

Sustituyendo las ecuaciones de energía potencial, y energía cinética de la esfera y la barra, en la ecuación Lagrangiana del sistema se tiene (14):

$$L = \frac{1}{2} \left(\frac{J_b}{R^2} + m \right) \dot{r}^2 + \frac{1}{2} m \cdot r^2 \dot{\alpha}^2 - m \cdot g \cdot \sin \alpha$$
 (14)

La primera ecuación de Lagrange es dada por:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{r}} \right) - \frac{\partial L}{\partial r} \quad (15)$$

Procediendo a desarrollarla se tiene que:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \dot{r}} &= \left(\frac{J_b}{R^2} + m \right) \dot{r} \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{r}} \right) &= \left(\frac{J_b}{R^2} + m \right) \ddot{r} \\ \frac{\partial L}{\partial r} &= m \cdot r \cdot \dot{\alpha}^2 - m \cdot g \cdot \sin \alpha \end{aligned} \quad (16)$$

Sustituyendo estos resultados en (14) la ecuación de Lagrange se deriva para obtener la primer ecuación de movimiento del sistema Ball & Beam.

$$\left(\frac{J_b}{R^2} + m \right) \ddot{r} + m \cdot g \cdot \sin \alpha - m \cdot r \cdot \ddot{\alpha} = 0 \quad (17)$$

Para el modelo matemático del sistema se busca un sistema lineal que represente lo más cercano posible la dinámica del sistema real, el criterio que se aplica para linealizar la expresión anterior, es que al tratar con ángulos pequeños se puede considerar que la inclinación de la viga es mínima, haciendo que se considere $\alpha \approx 0$ y por lo tanto en (17) se puede reescribir que $\sin \alpha = \alpha$ y la ecuación anterior sería expresada como (18):

$$\left(\frac{J_b}{R^2} + m \right) \ddot{r} = - m \cdot g \cdot \alpha \quad (18)$$

Ya que deseamos relacionar el ángulo de inclinación de la viga “ α ” con el ángulo de inclinación del servomotor “ θ ” como se muestra en la (Figura 2-10) podemos aproximar como lineal la relación gracias a la siguiente ecuación:

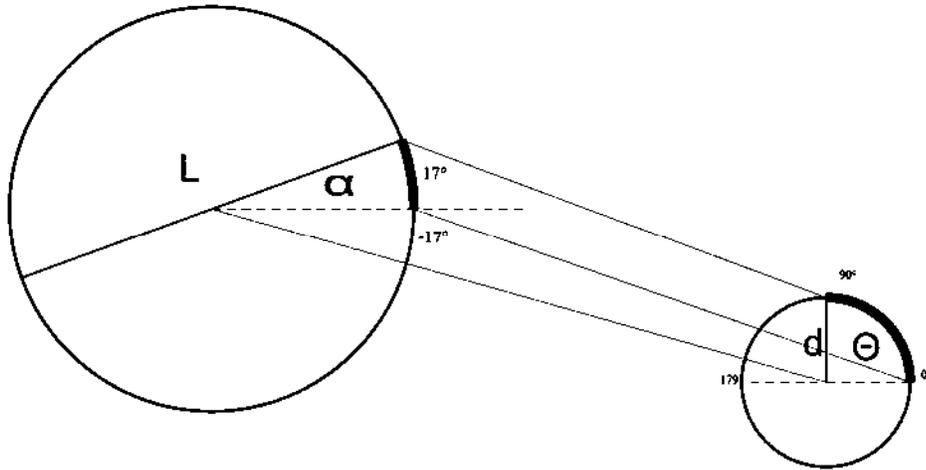


Figura 2-10 Relación entre los ángulos de inclinación de la viga y el servomotor

Tomando en consideración que $d \ll L$ se hace la siguiente aproximación:

$$\text{arc}_\alpha = \text{arc}_\theta \rightarrow \alpha L = \theta d \rightarrow \alpha = \frac{d}{L} \theta \quad (19)$$

Sustituyendo (19) en (18), obtenemos la ecuación que rige al sistema en términos de la inclinación del brazo del servomotor que genera una inclinación en la viga, y un desplazamiento de la esfera siendo (20):

$$\left(\frac{J_b}{R^2} + m \right) \ddot{r} = -m \cdot g \cdot \frac{d}{L} \theta \quad (20)$$

Finalmente aplicando transformada de Laplace y considerando condiciones iniciales igual a cero, la FT queda como en (21) una entrada del sistema en términos de un ángulo de inclinación $[\theta(s)]$, y teniendo a la salida la posición de la esfera $[R(s)]$.

$$\frac{R(s)}{\theta(s)} = - \frac{m \cdot g \cdot d}{L \left(\frac{J_b}{R^2} + m \right) s^2} \quad (21)$$

2.4.- Validación del modelo

Al obtener el modelo matemático que rige al sistema, se valida el modelo mediante simulación. Esta se realiza en el Software Scilab, usando el entorno “Xcos” que permite realizar la simulación utilizando una interfaz gráfica compuesta por bloques y la función de transferencia obtenida.

La función de transferencia del modelo está en función de 2 parámetros; el ángulo de inclinación de la barra (siendo esta la variable de entrada), y la posición de la esfera (siendo la variable de salida). A partir de ellas la respuesta del sistema a una entrada escalón en lazo abierto presenta una salida en el dominio del tiempo en la (Figura 2-11), se observa la respuesta a una entrada escalón en lazo abierto mostrando los valores en un periodo determinado en los parámetros de la simulación contenidos en la Tabla 1, donde se muestran las diferencias entre mediciones obtenidas y los resultados del modelo.

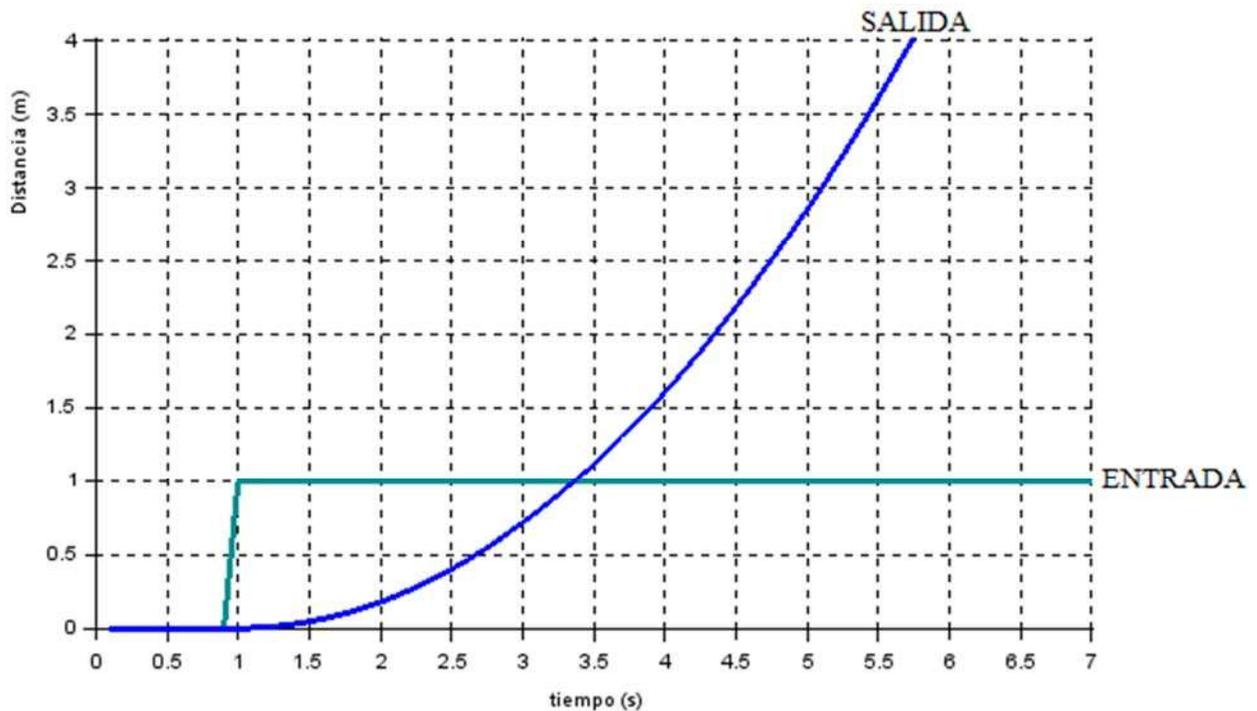


Figura 2-11 Respuesta simulada del sistema a un escalón unitario en lazo abierto

Tabla 1.- Tabla comparativa entre la respuesta de mediciones del modelo y simulación en lazo abierto

Distancia	T real	T sim	Exactitud
0.5 m	1.38s	1.5s	92.15 %
1 m	1.79s	2.2s	81.89%
2 m	2.56s	3.2s	78.88%

Los valores obtenidos de manera Experimental, son similares a los valores que se tienen de la simulación, dentro de un porcentaje aceptable para considerar valido el modelo del sistema y sobre todo en el rango de operación del sistema, que es de 50cm.

Capítulo 3.- Construcción del hardware del sistema

3.1.- Construcción física de la planta

La base de la planta se muestra en la (Figura 3-1b) está formada de: Base, 2 Barras, y 2 Esferas. La Base es construida a partir de tubo cuadrado de aluminio de 10.16cm de ancho por 4.44cm de altura y de 65cm de longitud con un tubo igual que posee una longitud de 19.7cm en el centro perpendicular a la base, esto a fin de hacer una base tipo “T”, con un balero fijo en el centro del segundo tubo a una altura total de 18cm que es la base para el pivote de la viga, todo esto se encuentra fijo mediante soldadura de aluminio. Las barras están hechas a base de aluminio en forma de “L” con 3.81cm de base con una longitud de 58cm, una se coloca sobre el pivote, permitiendo la inclinación de la barra y una segunda barra usada como la referencia para la posición de la esfera.

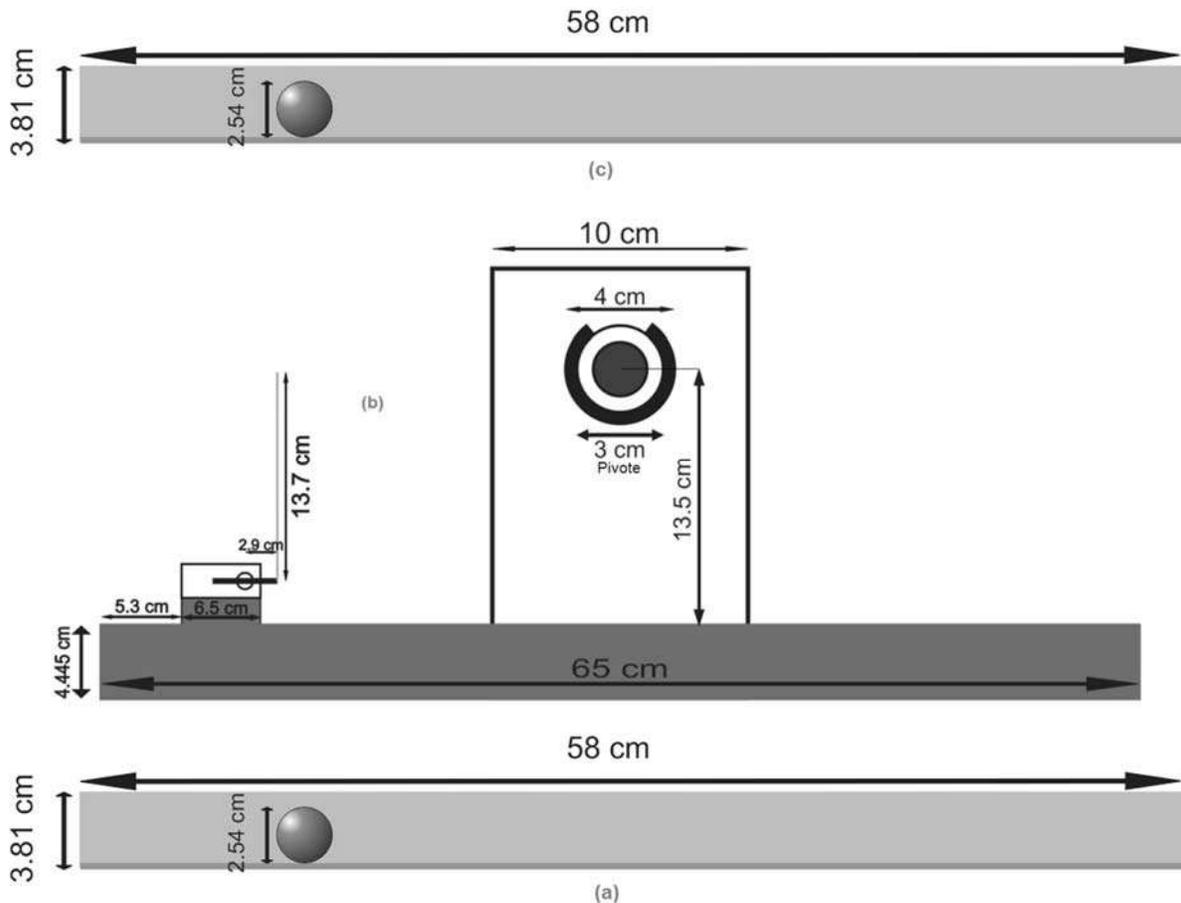


Figura 3-1 (a) Barra y esfera de referencia, (b) Base del sistema, (c) Barra y esfera de posición.

3.2.- Descripción e instalación de los sensores

Para determinar la posición actual de la esfera sobre la barra y la posición de la esfera de referencia, se utiliza un potenciómetro que se encuentra dentro de la clasificación de sensores pasivos, de tipo resistivos, y que posee una escala lineal, es de tipo membrana marca Spectrasymbol [19] y se puede observar en la (Figura 3-2), el cual es un sensor de presión de aplicación, industrial, medica, automovilística o comercial, ultra delgado, y que tiene una excelente capacidad de repetitividad.



Figura 3-2 Potenciómetro de membrana Spectrasymbol tipo SoftPot

En la Tabla 2 se muestran las principales características del sensor utilizado.

Tabla 2.- Características del sensor

Rango lineal de Resistencia de 0 Ω a 20 K Ω .
Longitud activa de la parte sensora 50.2cm
Resolución infinita dependiendo del contacto con su superficie y construcción del modelo.
Disipa hasta 1 watt de potencia.
Activación a partir de los 43g de peso aplicado
Rango de temperatura de operación entre -40°C y +50°C sin ser afectado por la humedad.
3 pines de conexión [V_{IN} , V_{OUT} , GND]

En la (Figura 3-3), se muestran las dimensiones del potenciómetro. Y en la (Figura 3-4) se muestran las terminales de conexión.

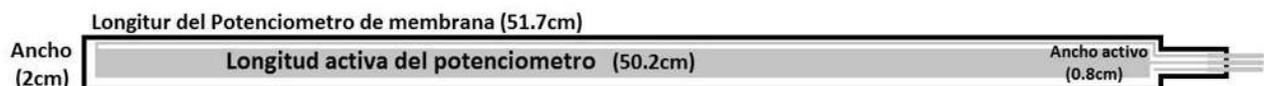


Figura 3-3 Medida y estructura del potenciómetro de membrana.

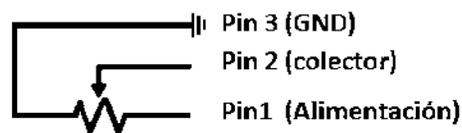


Figura 3-4 Terminales de conexión del potenciómetro de membrana

El sensor es alimentado con 3.3V de entrada logrando una salida de entre 0V y 3.3V. Este nivel de voltaje está en función de la posición, de manera que la ecuación es:

$$P = \left(\frac{V_o}{V_{\text{alimentacion}}} \right) \text{ distancia del sensor}$$

$$P = \left(\frac{V_o}{V_{\text{alimentacion}}} \right) 50.2 \rightarrow P = \left(\frac{50.2}{3.3} \right) V_o \quad (22)$$

Dónde:

P= Posición en centímetros.

V_o = Voltaje de salida del sensor.

$V_{\text{alimentacion}}$ = Voltaje de alimentación del sensor.

La ecuación (22) determina el voltaje que se introduce al control, y que responde con una señal de salida hacia el actuador.

3.3.- Actuador

El dispositivo que realiza la función de actuador es un servomotor mostrado en la (Figura 3-5), que pertenece a la nueva generación de servos con engranes metálicos con un alto par, diseñado para aplicaciones de robótica, opera a 5V con un par de 13kg/cm, la Tabla 3 muestra sus características.

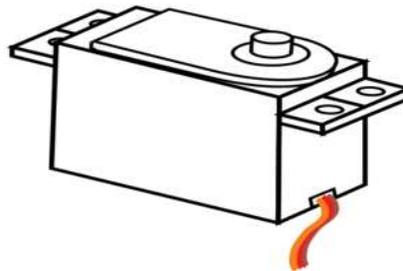


Figura 3-5 Servomotor RG-150MG

Tabla 3.- Características del actuador

Ancho de pulso de control neutral 1500us (90°).

Frecuencia de 50 Hz.

Voltaje de alimentación de 5 a 7.2V.

Rango de temperatura de operación de 0°C a 60°C.

Par máximo de 13Kg-cm.

Voltaje de señal de control de 5V.

3.3.1.- Generador de señal (PWM)

Para el control del actuador se implementó un Modulador de Ancho de Pulso (PWM por sus siglas en inglés) que proporciona al servomotor la señal para controlar el ángulo de inclinación que mueve la viga. Se usa un microcontrolador de la empresa Texas Instruments® perteneciente a la familia MSP430G2 (Figura 3-6) que es programado para generar la señal PWM que permite enviar una serie de pulsos a una frecuencia determinada y modular la amplitud del pulso (ciclo de trabajo). En la Tabla 4 se muestran las características principales del microcontrolador.

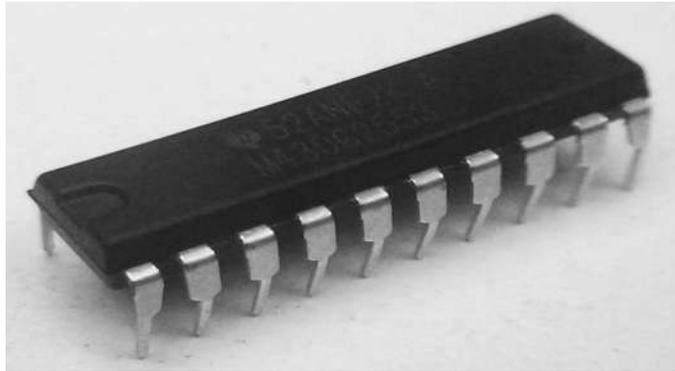


Figura 3-6 Microcontrolador MSP430G2553

Tabla 4.- Principales características del Microcontrolador MSP430G2553

Requiere una alimentación pequeña para trabajar de 1.8V a 3.6V.

Consumo de energía ultra bajo.

- Modo activo: 2.3 μ A a 1 MHz y 2.2v.

- Modo de espera: 0.5 μ A.

- Modo apagado (con RAM detenida): 0.1 μ A.

Modo de activación ultrarrápido al salir del modo de espera, menos a 1 μ s.

Convertidor A/D de 10 bits.

Fuente de reloj ajustable.

- interna de 16 MHz a 4 frecuencias de calibración.

- Oscilador interno de baja frecuencia y consumo

- Cristal de 32 KHz

- Fuente de reloj externa

Interfaz de comunicación serial universal.

Mediante la aplicación de un voltaje analógico a una de sus terminales, es convertida por un ADC, el PWM está configurado a 50Hz (20ms), y un ancho de pulso variable entre los 0.5ms (0°) y 2.5ms (179°) [de 2.5% a 12.5% de ciclo de trabajo total]. Haciendo que mediante la modulación del ciclo de trabajo coloque la una posición del servomotor en función al ancho de pulso (Figura 3-7).

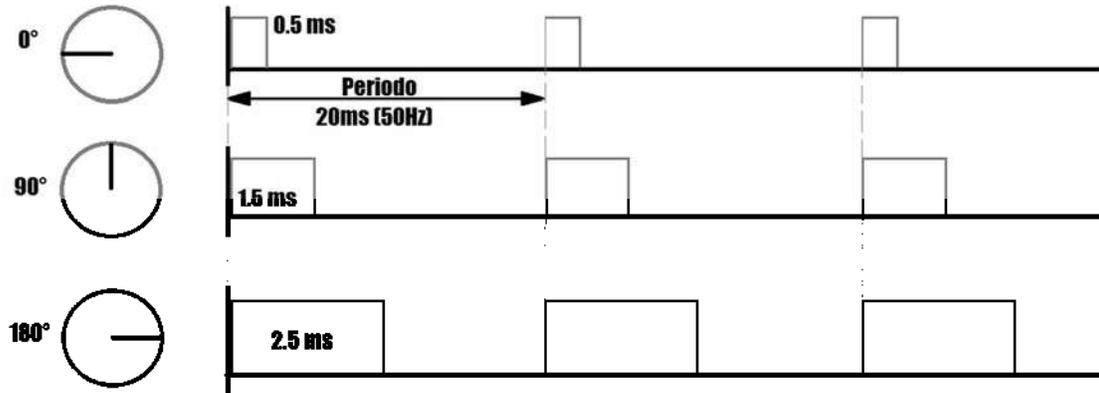


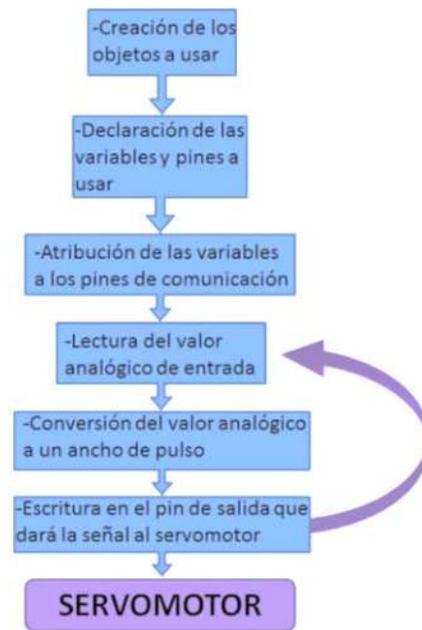
Figura 3-7 Representación de la posición del servo respecto al valor del Tiempo en alto

3.3.2.- Programación del microcontrolador

La plataforma de programación usada para el microcontrolador es Energía® (Figura 3-8a) que es una plataforma de desarrollo a código abierto desarrollada por Robert Wessels con el objetivo de unir el entorno de Arduino con los kits de evaluación de Texas Instruments MSP430, la estructura del proceso de trabajo del microcontrolador se muestra en la (Figura 3-8b).



(a)



(b)

Figura 3-8 (a) Entorno de programación de Energía, (b) Diagrama de flujo del microcontrolador.

Tabla 5.- Principales características de Energía®

Extensa gama de bibliotecas y funciones proporcionadas por desarrolladores.

Gran nivel de compatibilidad con múltiples microcontroladores.

Plataforma de código abierto gratuita.

Múltiple plataforma de instalación.

La (Figura 3-9) muestra el microcontrolador y sus terminales de conexión tanto de programación y alimentación para que el software inicie, como de control y salida para llevar a cabo la acción del actuador. (Código fuente que controla el microcontrolador en pag. 46)

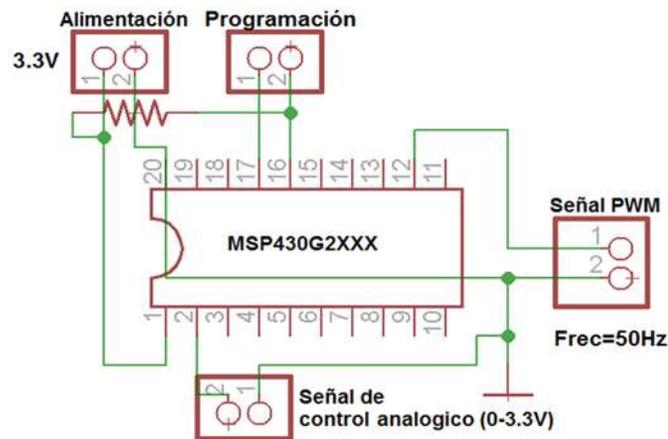


Figura 3-9 Diagrama esquemático del MSP430G2553

3.4.- Fuentes de alimentación

Una fuente de poder es un dispositivo que convierte la energía eléctrica con los parámetros necesarios de funcionamiento del dispositivo. Esto se logra en diferentes etapas, comenzando por la electricidad proporcionada por la compañía eléctrica y terminando en el dispositivo que va a utilizarla para realizar su función específica. Estos pasos pueden se muestran en la (Figura 3-10):

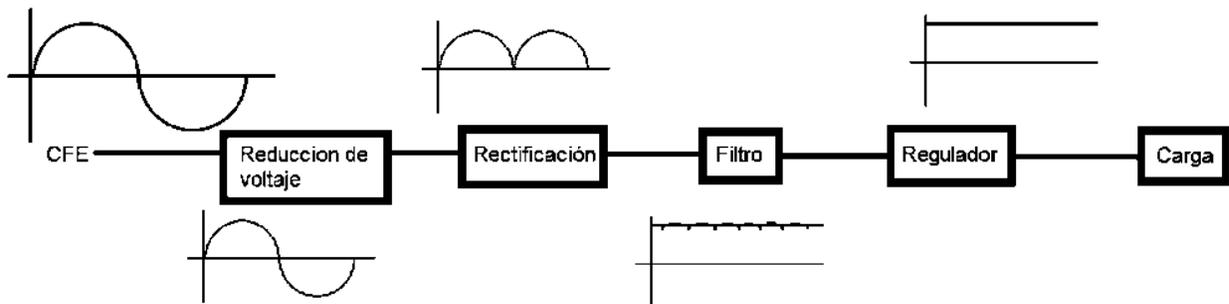


Figura 3-10 Fases de la fuente de alimentación del sistema

- Reducción de voltaje: La primera etapa de la fuente de poder se lleva a cabo con un transformador el cual permite aumentar o reducir el voltaje en un circuito eléctrico de corriente alterna para pasar de 127 Vca a un valor menor, por lo general entre 6 y 24 Vca en circuitos de baja potencia
- Rectificación: Esta etapa se logra mediante el uso de un puente rectificador que es un arreglo a base de 4 diodos que permite convertir el voltaje reducido de CA en un voltaje pulsante de CD invirtiendo la fase negativa de la señal.
- Filtrado: Aquí se elimina la componente de CA para que el voltaje de salida tenga la menor cantidad de rizado esto se logra mediante uno o varios capacitores de filtrado.
- Regulador: Es un dispositivo electrónico diseñado para mantener un nivel de voltaje constante dentro de un rango de carga que se le aplique.

Las etapas anteriores son representadas en el diagrama esquemático de la (Figura 3-11).

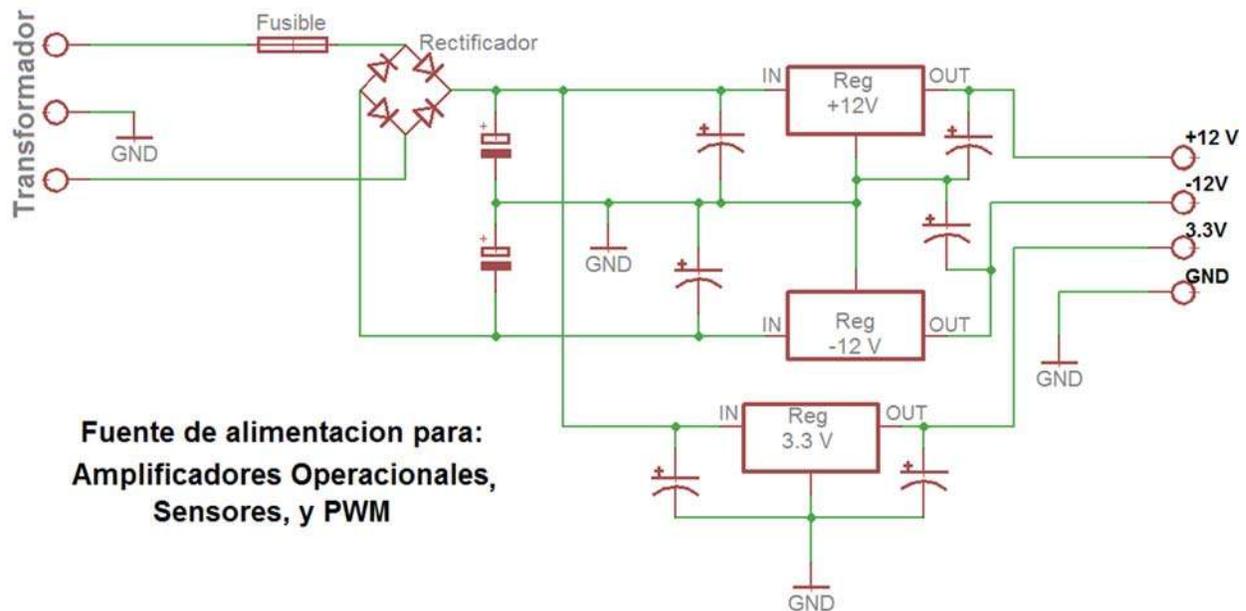
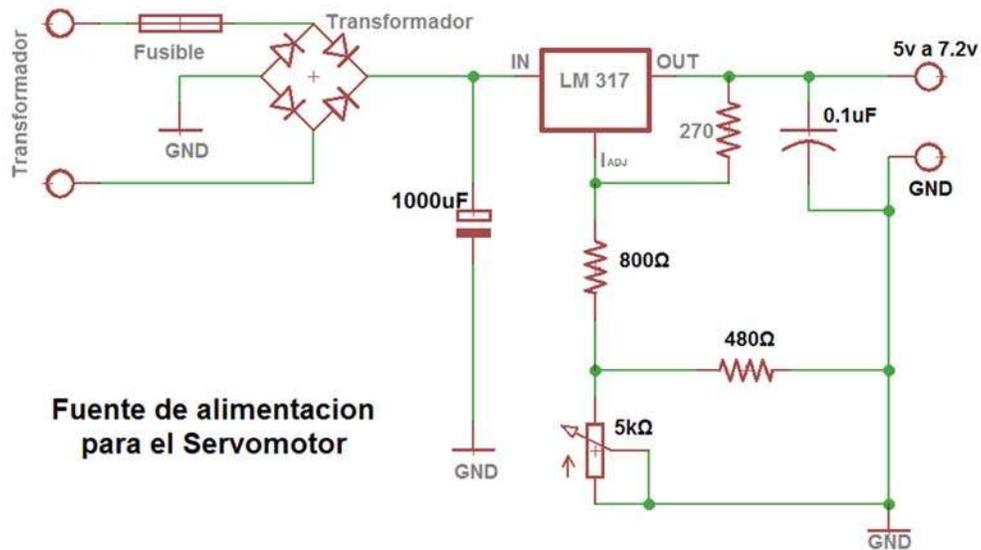


Figura 3-11 Fuentes de alimentación

Para el servomotor se requiere una fuente mostrada en la (Figura 3-12), con la diferencia que el regulador aplicado no es de un valor fijo, se trata de un regulador de voltaje variable positivo, para permitir que el servomotor funcione en su rango óptimo de operación.



Fuente de alimentación para el Servomotor

Figura 3-12 Fuente para el servomotor

$$V_{out} = 1.25V \left(1 + \frac{R_1}{R_2} \right) + I_{adj}R_2 \quad (23)$$

La ecuación (23) determina el valor de voltaje de salida del regulador que alimenta al servomotor, permitiendo así mismo un ajuste del voltaje para poder cambiar el par en el que el servomotor va a actuar.

3.5.- Sistema finalizado

El sistema finalizado se muestra en la (Figura 3-13) y es la planta terminada a implementar en las prácticas de laboratorio de control.

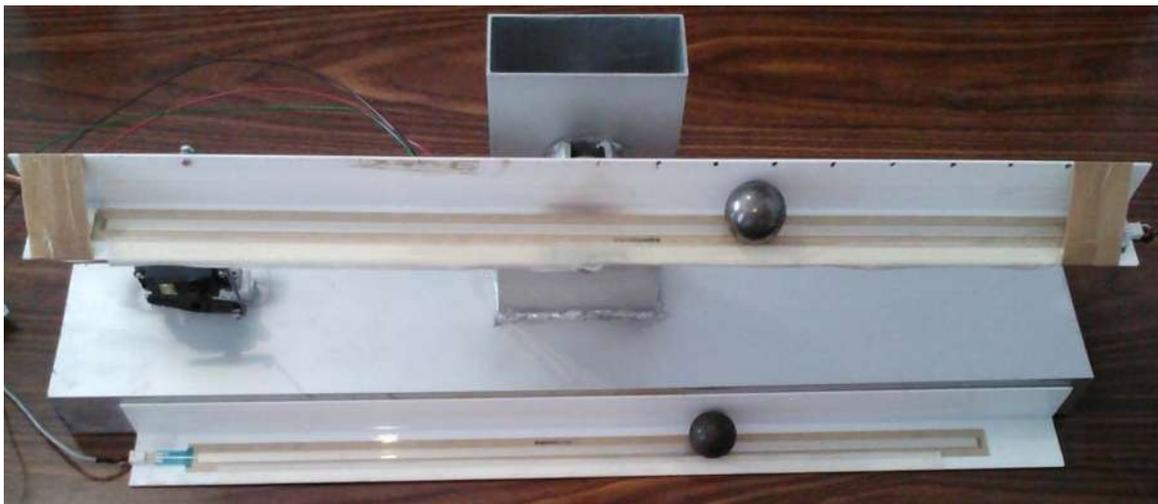


Figura 3-13 Sistema Ball & Beam terminado

Capítulo 4.- Implementación de controladores analógicos.

4.1.- Implementación física de un controlador tipo "P"

El controlador proporcional es esencialmente un controlador que multiplica el error por una constante, es uno de los más sencillos tipos de control y se verá su intervención en el sistema siempre que el error sea $\neq 0$. Lo único que se requiere es aplicar una ganancia en lazo cerrado que multiplica el valor del error del sistema de acuerdo a la (Figura 4-1).

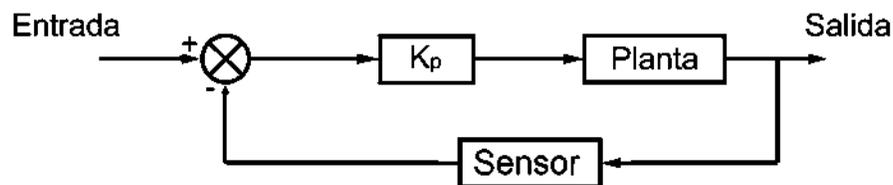


Figura 4-1 Sistema en lazo cerrado con controlador proporcional

Nota: La parte proporcional no considera el tiempo, por tanto la mejor manera de solucionar el error permanente y hacer que el sistema contenga alguna componente que tenga en cuenta la variación con respecto al tiempo es incluyendo y configurando las acciones integral y/o derivativa.

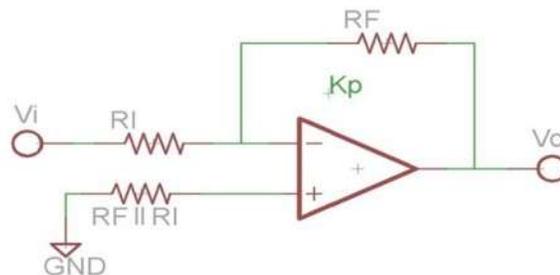


Figura 4-2 Amplificador Operacional en modo Amplificador Inversor

Para implementar el control proporcional se utiliza un amplificador operacional en configuración amplificador inversor, el diagrama esquemático se muestra en la (Figura 4-2), con una ganancia determinada, la ecuación que rige a esta configuración en modo inversor está dada por (24):

$$V_o = -\left(\frac{R_f}{R_i}\right)V_i \quad (24)$$

La cual demuestra que la salida del controlador es simplemente la entrada multiplicada por un valor deseado. Este control no introduce polos o ceros al sistema y solo determina la ubicación de los polos en lazo cerrado, esto puede observarse al determinar la función de transferencia del sistema.

4.1.1.- Cálculo y análisis del controlador tipo “P”

Los valores de ganancia necesarios para los controladores propuestos se obtienen del uso del método de Oscilaciones Sostenidas, propuesto por Ziegler-Nichols. Después de corroborar una vez más inestabilidad del sistema gracias al diagrama de ubicación de polos y ceros del sistema mostrado en la (Figura 4-3), puesto que los polos no están en el plano izquierdo, el sistema de lazo abierto será inestable como se ve en la respuesta de las simulaciones.

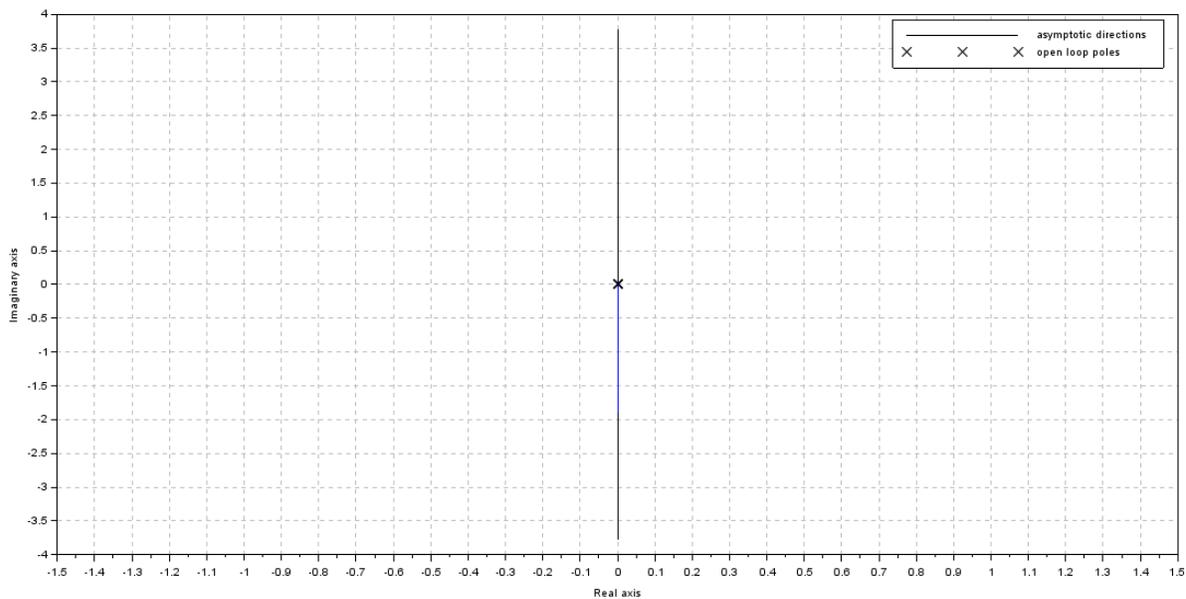


Figura 4-3 Diagrama de polos y ceros del sistema

Ziegler-Nichols sugieren que se establezcan valores de los parámetros “Kp”, “Ti” y “Td” de acuerdo a la Tabla 6, esta tabla requiere de los resultados obtenidos del valor Kp crítico “Kcr” que hace que el sistema se mantenga en oscilación constante y del cual se obtiene el periodo crítico “Pcr”.

Tabla 6.- Valores para la regla de sintonización Ziegler-Nichols basados en K_r y P_{cr}

Controlador	K_p	T_i	T_d
P	$0.5 K_{cr}$	∞	0
PI	$0.45 K_{cr}$	$(1/1.2) P_{cr}$	0
PID	$0.6 K_{cr}$	$0.5 P_{cr}$	$(1/8) P_{cr}$

La simulación del controlador “P” hecha en Scilab, se hace mediante un bloque de ganancia a la entrada de la FT que rige el sistema, el cual multiplica el valor del error del sistema, haciendo que en casos extremos el sistema sale de control y fuera de los límites de operación.

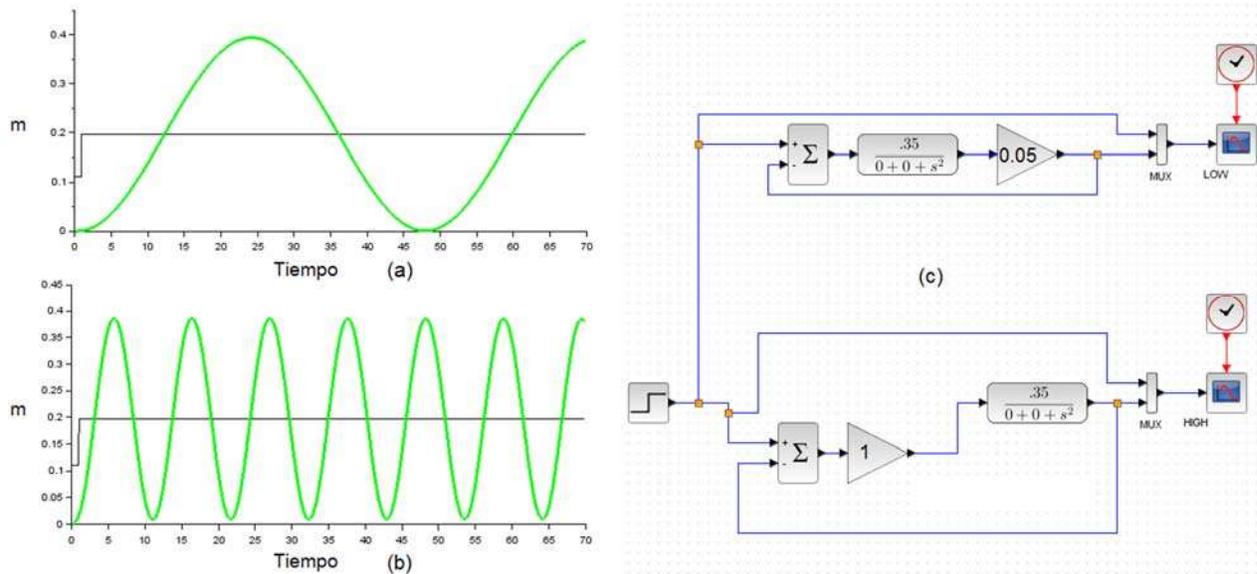


Figura 4-4 Respuesta y diagrama de bloques del controlador "P" en Scilab

El resultado de la simulación se muestra en la (Figura 4-4) donde se puede observar la acción del control “P” con 2 valores diferentes y a partir de ellos una respuesta proporcional a dicho valor. En la (Figura 4-4a) se implementó una ganancia “ K_p ” de 0.05 lo cual hace que el error se minimice y la dinámica del sistema tenga un periodo muy largo, esto demuestra que dicho valor no es idóneo debido a que los criterios de control requieren de un tiempo de estabilidad lo más pequeño posible. La (Figura 4-4b) muestra el resultado de la simulación corresponde a una ganancia “ K_p ” de 1, y hace que el sistema oscile a una mayor frecuencia que el anterior y ello produce un error en el resultado final.

4.2.- Implementación de un controlador tipo "PI"

El controlador integral es un acumulador del error en estado estacionario con respecto al tiempo (integral del error), mientras más grande sea el periodo en el que el error sigue activo su tendencia es al infinito, y solo se ve afectada significativamente si el error cambia de signo. De forma similar al controlador "P" a partir del error de la retroalimentación en el sistema se aplica el error a la entrada controlador "I" para posteriormente sumar ambos apreciándose en la (Figura 4-5).

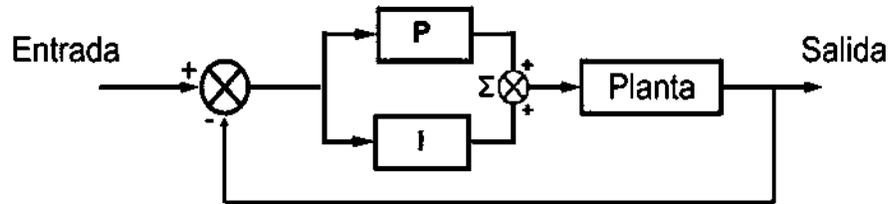


Figura 4-5 Sistema en lazo cerrado con controlador Proporcional Integral

El tiempo que el error permanece activo es de suma importancia al momento de aplicar este controlador ya que de ello depende el máximo valor que alcance y solo será eliminado cuando el error sea igual a 0.

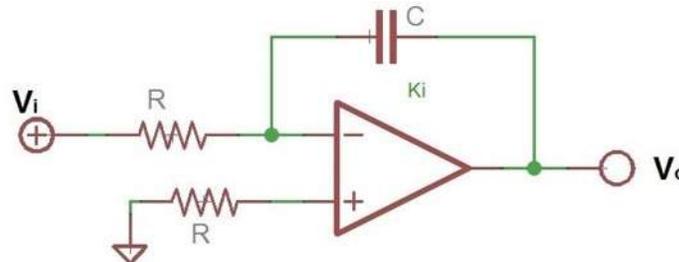


Figura 4-6 Amplificador operacion en configuracion de Integrador

El circuito esquemático que permite implementar el control integral usando un amplificador operacional (Figura 4-6) Tiene como entrada el valor de error obtenido a partir de la retroalimentación. Debido a que su elemento de almacenamiento almacena carga (capacitor), permite que se produzca una salida de tensión que es proporcional a la integral de la tensión de entrada, este comportamiento está definido por (25).

$$V_o(t) = -\frac{1}{RC} * \int_0^t V_i(t) dt \quad (25)$$

Este circuito literalmente integra la respuesta del circuito, por ejemplo con una señal cuadrada, el capacitor se carga y se descargará en respuesta a cambios en la señal de entrada. Así, se crea una señal de salida en forma de diente de sierra, cuya frecuencia depende de la constante de tiempo de la resistencia y del capacitor del circuito.

4.2.1.- Cálculo y análisis del controlador tipo "PI"

En un sistema inestable de segundo orden como el del presente trabajo, al aplicar un controlador integral se añade otro polo a la ecuación del sistema, aumentando su inestabilidad por ello se analiza los resultados de su funcionamiento y se obtienen los mejores valores para su funcionamiento.

La simulación del controlador "Pi" hecha en Scilab, se realiza mediante diagramas de bloques en la cual se aplica integración a la FT del sistema mostrando claramente como la gráfica tiende al infinito en casos en los cuales el periodo en el que el error permanece activo son muy grandes mostrado en la (Figura 4-7).

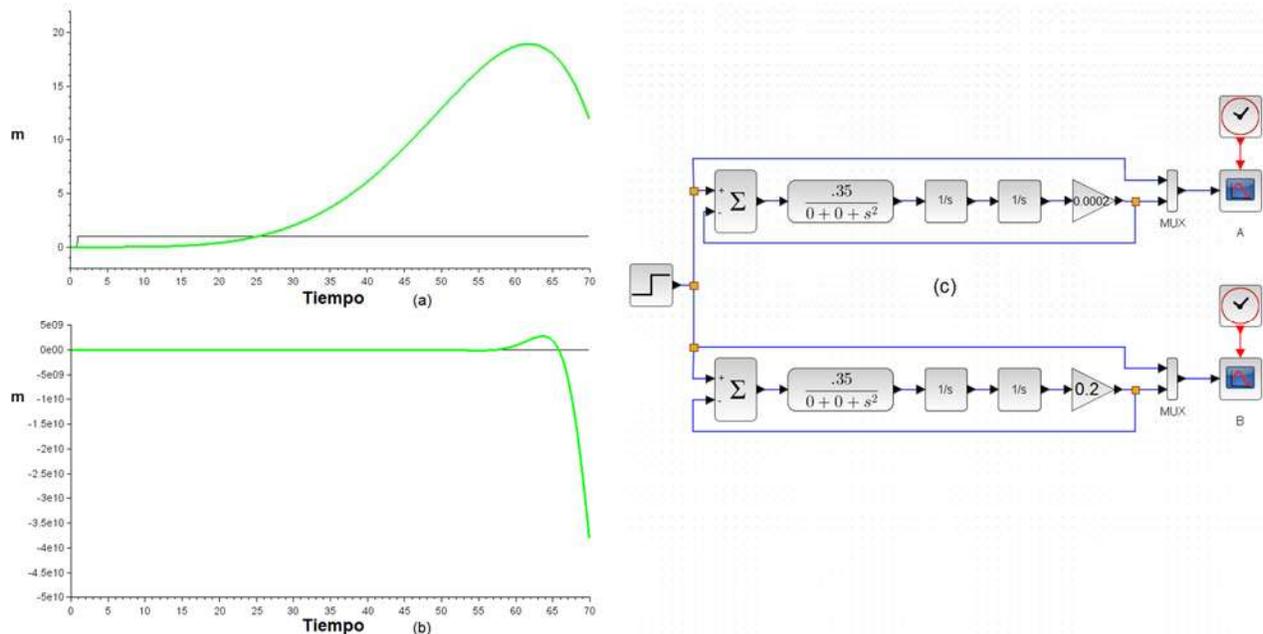


Figura 4-7 Respuesta y diagrama de bloques del controlador "PI" en Scilab

Se muestran 2 valores diferentes, la salida en la (Figura 4-7a) con un tiempo de respuesta muy pequeño por lo cual el sistema reacciona de manera muy violenta, lo cual al llevarlo a la práctica hace que la esfera saliera de inmediato del sistema, el segundo valor se muestra en la (Figura 4-7b) con la respuesta más grande hace que el sistema sea muy lento en su respuesta.

4.3.- Implementación de un controlador tipo "PD"

El controlador derivador es aplicado al sistema con el objeto de mejorar la estabilidad en lazo cerrado de acuerdo a la (Figura 4-8), esto mediante una operación de derivación que es proporcional a la velocidad del cambio del error con respecto al tiempo, es por ello que en ocasiones se menciona que es un control de carácter anticipativo, aun cuando no prevé una acción que aún no ha ocurrido.

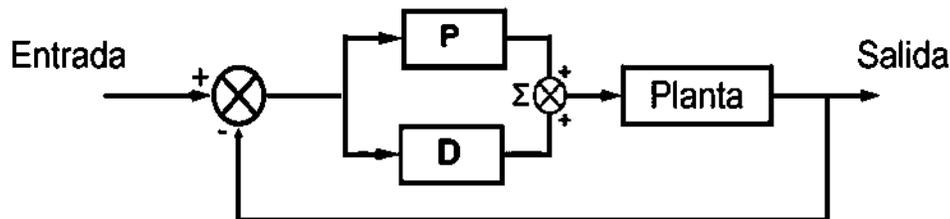


Figura 4-8 Sistema en lazo cerrado con controlador proporcional Derivativo

El circuito derivador en su forma básica que se puede apreciar en (Figura 4-9a) tiene dos desventajas principales. Una característica es que sufre de inestabilidad a altas frecuencias, y la otra es que la entrada capacitiva hace que sea posible que señales de ruido o armónicos presentes en el circuito se amplifiquen más que la señal de entrada. Por lo que se requiere algún tipo de filtro. Para minimizar estos inconvenientes (inestabilidad y ruido), se añade un capacitor en retroalimentación como se aprecia en la (Figura 4-9b).

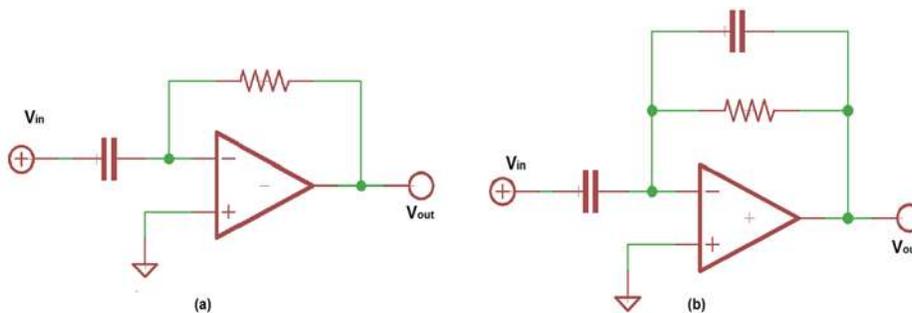


Figura 4-9 Circuito derivador (a) Forma básica, y (b) Forma corregida

En esta configuración se produce una salida de tensión siendo la amplitud de la derivada como una función de su comportamiento y se determina por (26).

$$V_o(t) = -RC * \frac{dv_i(t)}{dt} \quad (26)$$

El valor de la derivada así como su velocidad de respuesta es directamente proporcional a los valores de la Resistencia y Capacitor usados modificando el tiempo de respuesta del derivador.

4.3.1.- Cálculo y análisis del controlador tipo "PD"

El añadir un control derivador a un sistema inestable de segundo orden como el Ball & Beam mueve un polo al eje imaginario disminuyendo su inestabilidad, pero generando sobreimpulso. Básicamente lo convierte en un sistema de primer orden.

La simulación de este controlador demuestra que a un valor más alto el sistema logra su estabilidad antes, pero las simulaciones no contemplan las señales de ruido que afectan la estabilidad del sistema a altas frecuencias

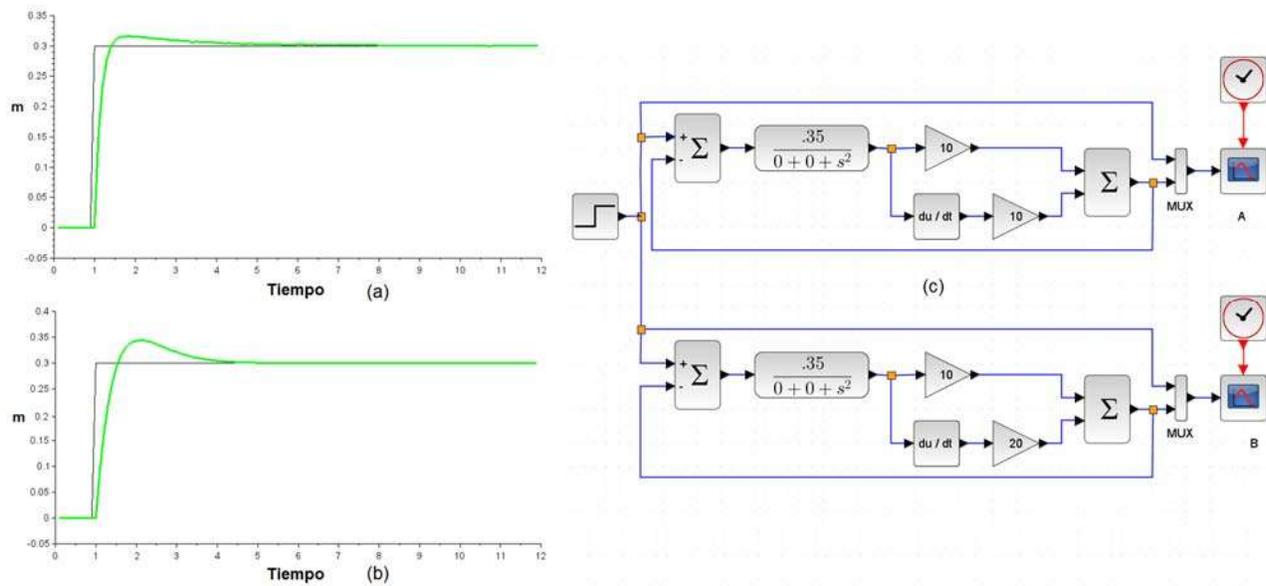


Figura 4-10 Respuesta y diagrama de bloques del controlado "PD" en Scilab

Se puede observar en la (Figura 4-10b) que a un mayor valor del controlador se obtiene una respuesta de estabilización más rápida, mientras que como se observa en (Figura 4-10a) al usar un valor pequeño el sobre impulso es menor pero el tiempo de estabilización se incrementa.

4.4.- Implementación de un controlador tipo "PID"

La implementación del controlador "PID" mostrado en la (Figura 4-11) usado en el desarrollo de este trabajo es la configuración en paralelo, debido a que el controlador "PD" amortigua el sistema pero no ayuda en estado estable, y el "PI" mejora la estabilidad pero genera sobre impulso incrementando el tiempo de estabilización.

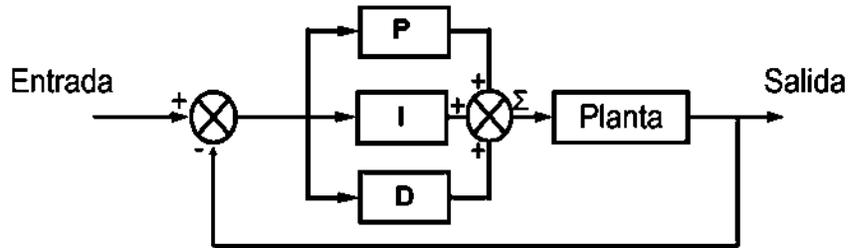


Figura 4-11 Sistema en lazo cerrado con controlador PID

A pesar de ser de los controles más usados si no se tienen los parámetros adecuados de K_p , T_d y T_i , el comportamiento del sistema solo será empeorado, por ello son recomendados en procesos donde el tiempo de funcionamiento para el sistema es muy largo y se tienen pocas perturbaciones, ya que si se trata de un procesos con poco tiempo de control el sistema se vuelve vulnerable ante ruido ([20], página 263).

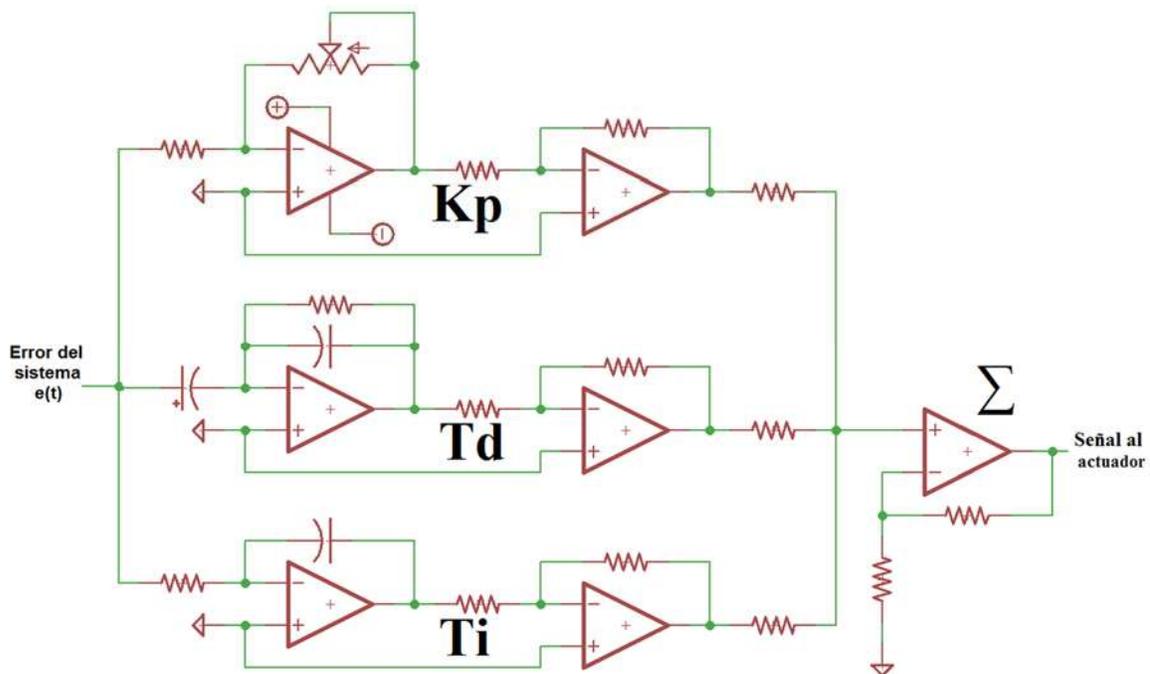


Figura 4-12 Configuración del controlador PID con amplificadores operacionales

Se puede observar la configuración del controlador “PID” en paralelo (Figura 4-12), utilizando amplificadores operacionales que proporciona la señal del control a la salida de la sumatoria, la cual alimentara la señal del PWM para controlar la acción del servomotor. Posteriormente a las etapas de control, se añade de inmediato a cada una un amplificador operacional en configuración, de seguidor inversor esto con el fin de invertir el signo del valor de la respuesta y sea tratado de inmediato en el sumador siguiente.

4.4.1.- Cálculo y Análisis del controlador tipo “PID”

La (Figura 4-13) muestra el resultado de simular el sistema con los 3 controladores unidos, la acción del control “PI” añade inestabilidad al sistema durante un tiempo prolongado mostrado en la (Figura 4-13a), mientras que al anular el valor de “PI” y trabajar únicamente con “Kd” y “PD”, el sistema se estabiliza rápidamente sin un alto sobre impulso lo que ocasiona que la esfera saliera del sistema como se ve en la (Figura 4-13b).

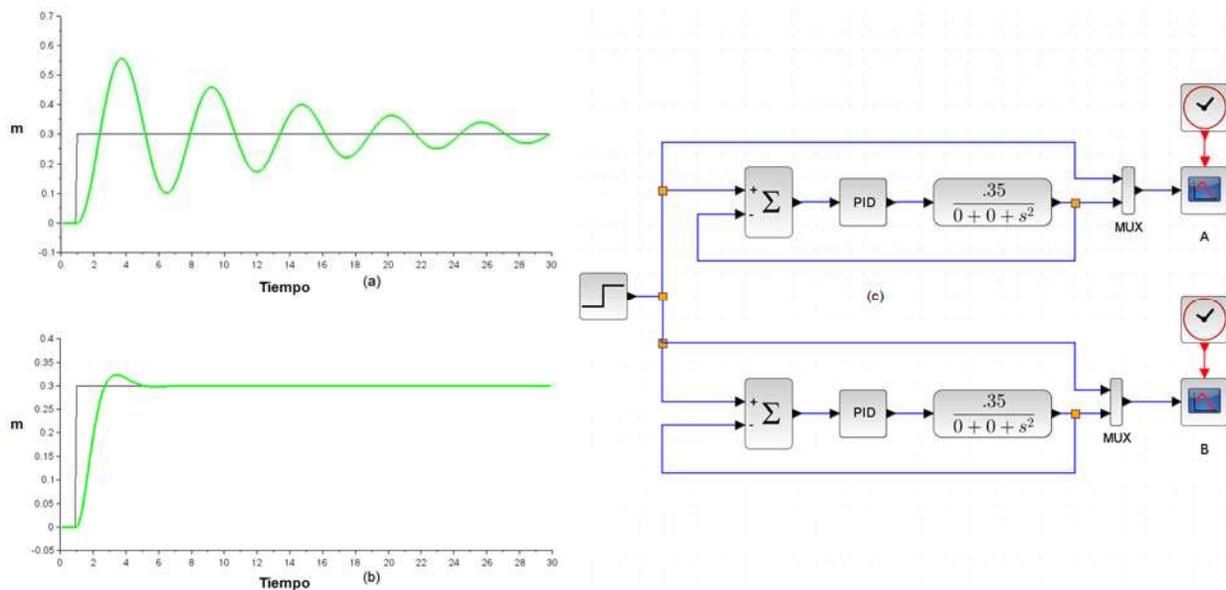


Figura 4-13 Respuesta y diagrama de bloques del controlador "PID" en Scilab

Se considera que para este sistema no es del todo practica la implementación de este tipo de control pues el objetivo es lograr la estabilidad en el menor tiempo posible, y una vez lograda conservarla de manera permanente o hasta que se apague el sistema, y la acción integral hace que el sistema comience a operar de manera inestable después de un largo periodo de funcionamiento y estabilidad con algún mínimo de error.

Capítulo 5.- Pruebas y resultados

5.1.- Implementación física del controlador tipo “P”

La sintonización del valor “Kp” siendo aplicado por el método de Ziegler-Nichols se realiza usando en principio solo la acción del control proporcional “Kp” haciendo un barrido desde una ganancia igual a 0 hasta llegar a un valor crítico que permita que la oscilación del sistema sea constante, después de varias pruebas, la planta presento una oscilación constante por más de 5 minutos con una ganancia $Kp = 3.68 = Kcr$ como se aprecia en la (Figura 5-1).

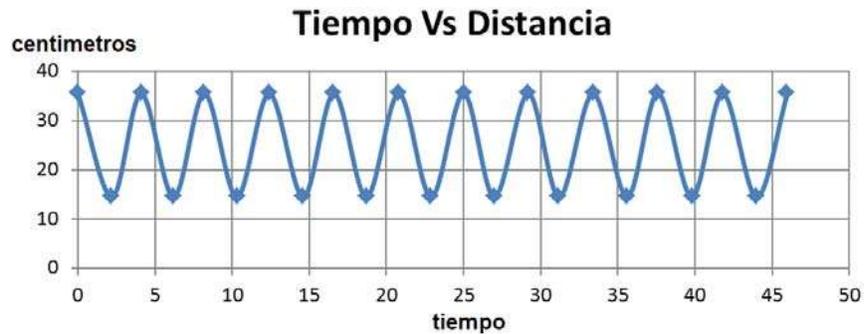


Figura 5-1 Grafica de la respuesta oscilante con una $K_p=3.78$

Este valor es el denominado “Kcr” y se usa para la aplicación del método de oscilaciones sostenidas que permite obtener los parámetros de “P,I”, “P,D” y “P,I,D”, a partir del periodo de oscilación crítico “Pcr” que es de 2 segundos. A partir de estos datos se puede proceder a la obtención del resto de los parámetros para el controlador PID usando la tabla de Ziegler-Nichols Tabla 7.

Tabla 7.- Tabla Ziegler-Nichols en base al valor Kcr

Controlador	Kp	Ti	Td
P	1.84	∞	0
PI	1.656	1.66	0
PID	2.208	1	0.25

5.2.- Implementación física del controlador tipo “PI”

Después de varias pruebas para sintonizar el valor idóneo del controlador “PI” resulto ser diferente al Ideal propuesto de la aplicación de tabla de Ziegler-Nichols el cual se salía de los límites de respuesta del actuador, volviendo inestable al sistema, o en extremo lento en cuanto a respuesta, en este caso se realiza una sintonización a base de prueba y error, además es necesario agregar un filtro de Wind-Up que limita la acción integral.

5.3.- Implementación física del controlador tipo “PD”

La sintonización adecuada del controlador “PD” se logró después de varias pruebas que permitieron encontrar el valor ideal, estos valores un poco diferentes al propuesto por el método Ziegler-Nichols ($K_{cr}=3.68$ y $K=3.469$, con un 5.73% de error) ya que para valores muy pequeños el sistema responde de manera muy lenta alcanzando la estabilidad, mientras que en contraparte un valor muy alto hace que la esfera salga del sistema debido a la rápida respuesta del servomotor, existen otros valores que hacen que el sistema se estabilice en un menor periodo, pero una vez estabilizados queda con un pequeño margen de error dejando la esfera alejada del punto ideal.

Después de múltiples pruebas se hizo una relación promedio de los mejores valores de estabilización con tiempos más pequeños mostrados en la Tabla 8.

Tabla 8.- Valores reales de la respuesta del sistema

Valor del Controlador P	Valores para el C y R Del controlado KD	Mejor tiempo promedio de estabilización (s)	Nota al alcanzar La estabilidad
2.017	C = 10uF, R = 40KΩ	2.712	Perturbaciones al alcanzar La posición deseada
2.017	C = 10uF, R = 100KΩ	3.519	Perturbaciones al alcanzar La posición deseada
3.469	C = 10uF, R = 100KΩ	4.103	error posición deseada de 2.5cm

5.4.- Implementación física del controlador tipo “PID”

Como fue mencionado anteriormente es indispensable para la aplicación de este control el poder sintonizar los valores óptimos para que el sistema trabaje en equilibrio constante pero debido a que es un sistema que trabaja durante un periodo muy corto es muy susceptible al ruido haciendo que durante las pruebas se comporte de 2 maneras:

-En la primera la esfera se mueve a ambos extremos del sistema debido que la señal que controla al servomotor permanece en sus límites durante mucho tiempo hasta pasar al otro extremo.

-El segundo comportamiento que tuvo se manifestó haciendo que la esfera se quedara en la posición de referencia, pero después de un tiempo prolongado el servomotor se iba a un extremo.

Estos resultados permitieron mostrar que es mejor trabajar únicamente con un controlador “PD”, debido a que como se había comentado previamente las acciones “I” y “D” se anulan mutuamente.

Capítulo 6.- Conclusiones

Debido a la necesidad de un sistema de control inestable en el laboratorio de la Facultad fue fácil decidir la temática de la tesis, sin embargo el tener que adaptar la temática al grado adecuado para las materias iniciales de control, fue lo que permitió escoger un sistema con un grado de libertad, con el objeto de que los alumnos de la materia solo deban diseñar sus propios controladores en base al modelo matemático y sus propias pruebas, y así aplicarlos conocimientos adquiridos en las baterías que son base para cursar las materias de control.

En lo personal una de las partes más difíciles y que requirió más tiempo en el desarrollo fue la comprensión y aplicación del Lagrangiano, debido a que es una temática que no se ve en la carrera, a pesar de que se podría interpretar que las leyes de Newton son necesarias para analizar el comportamiento de la esfera más adelante comprendí y aprendí que la única manera de analizar la dinámica de movimiento de la esfera fue aplicando Lagrangiano, para poder después aplicar Laplace y obtener el modelo que describe al sistema.

Una vez obtenido el sistema se presentó otra temática que tomo tiempo desarrollar pues la mayoría de las materias en la universidad llevan simulaciones basadas en MATLAB®, y al no poseerse la licencia para llevar a cabo las simulaciones de esta tesis se optó por el software SCILAB®, que aun cuando el principio de funcionamiento es similar, el desarrollo y programación de los bloques de control fue algo que me tomo tiempo comprender. Logrado esto, llevar a cabo las simulaciones demando poner a prueba el sistema en lazo abierto y las ecuaciones y tablas de Ziegler-Nichols, para comprobar su aplicación en el sistema.

Al momento de comenzar la construcción física de la planta se buscó materiales que fueran fáciles de conseguir para no hacer la reproducción del sistema costosa ni tardada, por ende se recurrió a comercios locales que manejan tubería de aluminio y se seleccionaron tubos rectangulares para hacer una base estable para el sistema y así a pesar del movimiento de una masa sobre el sistema se mantuviera firme.

Hubo muchas alternativas para general la señal de control para el servomotor, y se escogió el microcontrolador con Launchpad MSP430G2553, debido a que su entorno de programación es muy

similar al usado en las materias de microcontroladores de la Facultad lo que permitió que su programación fuera sencilla simplemente leyendo un valor de entrada y transformándolo en un ancho de pulso para alimentar el servomotor.

Al pasar a la temática de simulaciones de los controladores en diagramas de bloques se permitió mostrar que los valores ideales propuestos por las ecuaciones que describen a los controles son correctas sin embargo eso se debe a que desprecian todo tipo de perturbaciones que pueden interferir en el medio una vez que el sistema trabaje de forma real (resultado ideal contra resultado real). Así mismo se logró mostrar que pasa cuando los valores asignados a cada control se salen por demás del valor propuesto por las ecuaciones.

Cuando se llevó a cabo las pruebas reales de cada uno de los controles lo primero que se logró validar fue que al implementar valores lejanos a los propuestos por las ecuaciones el sistema se vuelve en extremo inestable, y aun cuando aplicando los valores exactos el resultado no es exactamente el deseado se aproxima demasiado por ende se recurrió a la sintonización en vivo, obteniendo al final valores muy aproximados a los propuestos por las ecuaciones debido a todos los factores del medio ambiente que hacen que el sistema tenga pequeñas perturbaciones, desde la fricción entre la esfera y la barra hasta las impedancias indeseadas en la circuitería del sistema.

Con el presente trabajo ya que se terminó el sistema, se tiene una base para la reproducción e implementación en los laboratorios de la facultad del sistema Ball & Beam. Una vez reproducidos se deben pulir las prácticas a implementar en las materias de control.

Para futuros trabajos se desea implementar un grado más de libertad lo cual convertiría el sistema en un Ball & Plate, y se generara una comunicación inalámbrica con la plataforma Android, de tal manera que teniendo un dispositivo en el que se instale se tomara como referencia de posición el punto de la pantalla que se tome para que el sistema imite la posición asignada por el usuario final.

Anexo A. Código fuente del PWM

Programa cargado en la MSP para convertir la lectura analógica en un ancho de pulso que hara rotar el servomotor.

```
//Codigo que controla la posición de un servomotor con un voltaje (Vin) aplicado a un pin
#include <Servo.h>           //Inclusión de la biblioteca de servomotores

Servo myservo;             //Creación de un objeto de nombre servo

int potpin = 2;           //Declara el pin analógico que leerá el Vin (Pin 2)
int val;                  //Crea una variable que almacena el valor del pin analógico

void setup()
{
  myservo.attach(19);      // atribuye el objeto servo al pin 19 del microcontrolador
}

void loop()
{
  val = analogRead(potpin); // Lee el Vin y lo convierte en un valor analógico entre 0 y 1023
  val = map(val, 0, 1023, 0, 179); //Genera una equivalencia de rangos de entre (0-1023) hasta(0-179) lo cual hará que el servo adquiera una posición (en grados) con respecto a la horizontal
  myservo.write(val);       // Escribe la posición en el objeto de nombre servo
  delay(15);                // Retraso que espera a posicionar el servo
}
```

Anexo B. Valores de los elementos para las fuentes de alimentación

Transformador → 127V de entrada y 12V de salida.

Fusible → para 2.5 Amperes.

Rectificador → Puente rectificador con diodos 1N4007.

Capacitores a la salida del rectificador → 470 uF a 16V.

Capacitores a la entrada de los reguladores → 100 uF a 16V.

Regulador a +12V → LM7812.

Regulador a -12V → LM7912.

Regulador a 3.3V → LD1117.

Capacitores a la salida de los reguladores → .22uF

Glosario de términos

Bibliografía

- [1] P. E. Wellsted, Introduction to Physical System Modelling, dig 2005 ed., London: ACADEMIC PRESS LTD, 1979.
- [2] R. H. Bishop y R. C. Dorf, Modern Control System, 7a ed., Upper Saddle River: Prentice Hall, 1999.
- [3] P. E. Wellstead y M. A. Pérez Cisneros, *Sistema de Balancin y pelota Principios básicos y uso del CE106*, 2005.
- [4] Y. Guo, *Resumen del tercer capítulo de la conferencia 35 de la IEEE*, 1996.
- [5] Y. Guo, D. J. Hill y Z. P. Jian, *Global nonlinear control of the ball and beam System*, 2006.
- [6] O. E. Ramirez L. y E. B. Petit G., *Control PID digital para un sistema de barra equilibrada*, 2013.
- [7] L. Á. V. Rituerto, *Control automático del sistema no lineal Ball&Beam*, 2011.
- [8] O. A. Obando Correa y H. Romero Brand, *Desarrollo de un sistema Ball and Beam, para implementar estrategias de control mediante LabView*, 2010.
- [9] H. George Haro, *Controlador difuso implementado en un Microcontrolador, aplicado a un protoripo no lineal*, 2007.
- [10] A. Jaime Origel, *Sistema de control de posición de bola y barra empleando Labview®*, 2010.
- [11] J. A. Quintero Navarro y M. T. Gonzalez Montoya, *Reacondicionamiento e instrumentacion del sistema "Ball and Plate"*, 2013.
- [12] J. J. Rincon Pasaye, *Sistema Ball and Plate*, 2011.
- [13] Enero 2015. [En línea]. Available: <http://dem.colmex.mx/>.
- [14] Enero 2015. [En línea]. Available: <http://www.academia.org.mx/>.
- [15] M. Keshmiri, A. F. Jahromi, A. Mohebbi, M. H. Amoozgar y W.-F. Xie, «MODELING AND CONTROL OF BALL AND BEAM SYSTEM USING MODEL BASED AND NON-MODEL BASED CONTROL APPROACHES,» *INTERNATIONAL JOURNAL ON SMART SENSING AND INTELLIGENT SYSTEMS*, vol. 5, nº 1, p. 22, Marzo 2012.

- [16] C. G. Bolívar-Vincenty y G. Beauchamp-Báez, «Modelling the Ball-and-Beam System From Newtonian Mechanics and from Lagrange Methods,» de *Excellence in Engineering To Enhance a Country's Productivity*, Guayaquil, Ecuador., 2014.
- [17] F. Ortiz y W. Yu, «Stability analysis of PD regulation for ball and beam sytem,» de *2005 IEEE Conference on Control Applications*, Toronto, Canada, 2005.
- [18] F. Jimenez Perez, R. Martínez Hernández y J. J. Rincón Pasaye, «Diagnóstico de Fallas en un Sistema de Bola y Barra, Basado en Técnicas de Inversión,» Morelia, Michoacán, 2012.
- [19] spectrasymbol, «Spectrasymbol.com,» [En línea]. Available:
<http://www.spectrasymbol.com/product/softpot/>.
- [20] M. I. I. L. Castillo, *Ingeniería de sistemas de control continuo*, Primera ed., Morelia, Michoacan: COECYT.