



**UNIVERSIDAD MICHUACANA  
DE SAN NICOLÁS DE  
HIDALGO**



**FACULTAD DE INGENIERÍA  
ELÉCTRICA**

**CONTROL DE CIRCUITOS ELÉCTRICOS TRIFÁSICOS**

**TESIS**

PARA OBTENER EL GRADO DE:

**INGENIERO ELECTRICISTA**

PRESENTA:

**SERGIO GÓMEZ SOSA**

ASESOR: DR. EN CIENCIAS

**GILBERTO GONZÁLEZ AVALOS**

Morelia, Mich.

Mayo del 2019

# Dedicatoria

A mis padres, por su esfuerzo, dedicación, motivación y confianza durante esta trayectoria.

+ A mi hermano Enrique Gómez Sosa, que con su ejemplo logró motivarme a estudiar una carrera profesional.

# Agradecimientos

A mi familia: por haberme motivado durante mis años de estudio y que gracias a ellos aprendí que con esfuerzo y dedicación se pueden lograr las cosas.

A mis amigos: tanto de la vida como mis compañeros en la Facultad que durante este tiempo me dieron la oportunidad de trabajar en conjunto y compartir sus experiencias en clases como fuera de la universidad.

A mis maestros porque gracias a su ejemplo, esfuerzo y dedicación lograron instruirme y darme las herramientas necesarias para poder concluir la carrera.

A la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo y a la Facultad de Ingeniería Eléctrica por haberme dado la oportunidad de convertirme en un alumno más de sus egresados.

Al Doctor Gilberto González Avalos por apoyarme como Profesor y Asesor de esta tesis que pude concluir gracias a su ayuda.

# Índice

<b>Dedicatoria .....</b>	<b>ii</b>
<b>Agradecimientos.....</b>	<b>iii</b>
<b>Índice.....</b>	<b>iv</b>
<b>Resumen.....</b>	<b>vi</b>
<b>Palabras Clave.....</b>	<b>vi</b>
<b>Abstract.....</b>	<b>vii</b>
<b>Keywords .....</b>	<b>vii</b>
<b>Lista de Figuras.....</b>	<b>viii</b>
<b>Lista de Tablas .....</b>	<b>x</b>
<b>Glosario de Términos .....</b>	<b>xi</b>
<b>Capítulo 1. Introducción .....</b>	<b>1</b>
1.1 El control de sistemas .....	1
1.2 Objetivo .....	6
1.3 Justificación .....	6
1.4 Metodología.....	7
1.5 Contenido de la tesis.....	7
<b>Capítulo 2. Antecedentes de sistemas eléctricos.....</b>	<b>8</b>
2.1 Introducción.....	8
2.2 Generación de energía eléctrica.....	11
2.2.1 Ubicación de la planta de generación.....	12
2.2.2 Tipos de planta de generación .....	12
2.3 Sistemas eléctricos de potencia.....	17
2.3.2 Potencia activa, reactiva y aparente.....	17
2.3.3 Factor de potencia .....	21
2.4 Distribución de energía eléctrica .....	22
2.4.1 Niveles de tensión utilizados en un sistema de potencia .....	23
<b>Capítulo 3. Diseño de controladores .....</b>	<b>25</b>

3.1	Introducción.....	25
3.2	Controladores clásicos .....	26
3.2.1	Acción de control de dos posiciones (On/Off) .....	28
3.2.2	Acción de control proporcional (P) .....	30
3.2.3	Acción de control integral (I) .....	32
3.2.4	Acción de control proporcional-integral (PI) .....	33
<b>Capítulo 4. Propuesta de control a un sistema eléctrico .....</b>		<b>37</b>
4.1	Introducción.....	37
4.2	La transformación de Park.....	39
4.2.3	Expresión de la matriz de transformación .....	40
4.3	La transformación de Park reducida (sistemas trifásicos balanceados).....	44
4.3.1	Introducción a 20-Sim .....	48
4.4	Un circuito trifásico a controlar (en lazo abierto).....	51
4.5	Un circuito trifásico (en lazo cerrado) .....	56
4.5.1	Circuito trifásico en lazo cerrado con controlador P .....	56
4.5.2	Circuito trifásico en lazo cerrado con controlador PI .....	62
<b>Capítulo 5. Conclusiones y Recomendaciones.....</b>		<b>68</b>
5.1	Conclusiones.....	68
5.2	Recomendaciones. ....	69
<b>Bibliografía .....</b>		<b>70</b>

# Resumen

En la actualidad los procesos de control son síntomas del proceso industrial que posee la sociedad. Estos sistemas se usan típicamente en sustituir un trabajador pasivo que controla un determinado sistema (ya sea eléctrico, mecánico, entre otros) con una posibilidad nula o casi nula de error y un grado de eficiencia mayor que al de un trabajador. Los sistemas de control modernos en ingeniería automatizan procesos en base a muchos parámetros y reciben el nombre de controladores de automatización programables (PAC).

Los controladores son los instrumentos diseñados para detectar y corregir los errores producidos al comparar y computar el valor de referencia o “set point”, con el valor medido del parámetro más importante a controlar en un proceso. Son variables las características de los controladores debido a sus tipos, ya que en un controlador de acción proporcional la señal de accionamiento es proporcional a la señal del error del sistema, es decir, en este tipo de controlador si la señal de error es cero, también lo será la salida. Por otra parte, en los controladores de acción integral el valor de la acción de control es proporcional a la integral de la señal de error, por lo que en este tipo de control la acción varía en función de la desviación de la salida y del tiempo en el que se mantiene esta desviación.

Los controladores son posibles de esquematizar, como un manual de instrucciones que le indica cómo debe controlar y comunicarse con un dispositivo en particular. El manipula la entrada del sistema para obtener el efecto en la salida del sistema (retroalimentación).

## Palabras Clave

20-Sim, simulación, sistema, voltaje, corriente, señal, error, estado estable, transformación, trifásico, análisis, máquinas.

# Abstract

At present, the control processes are symptoms of the industrial process that society has. These systems are typically used to replace a passive worker who controls a certain system (whether electrical, mechanical, among others) with a zero or almost zero possibility of error and a degree of efficiency greater than that of a worker. Modern control systems in engineering automate processes based on many parameters and are called programmable automation controllers (PAC).

The controllers are the instruments designed to detect and correct the errors produced when comparing and computing the reference value or "set point", with the measured value of the most important parameter to be controlled in a process. The characteristics of the controllers are variable due to their types, since in a proportional action controller the drive signal is proportional to the signal of the system error, that is, in this type of controller if the error signal is zero, so will the exit. On the other hand, in integral action controllers the value of the control action is proportional to the integral of the error signal, so in this type of control the action varies depending on the deviation of the output and time in which this deviation is maintained.

Controllers are possible to outline such as an instruction manual that tells you how to control and communicate with a particular device. It manipulates the input of the system to obtain the effect on the output of the system (feedback).

# Keywords

20-Sim, simulation, system, voltage, current, signal, error, steady state, transformation, three-phase, analysis, machines.

# Lista de Figuras

<i>Figura 1. 1 Componentes básicos de un sistema de control.....</i>	<i>1</i>
<i>Figura 1. 2 Esquema de un sistema de control en lazo abierto. ....</i>	<i>3</i>
<i>Figura 1. 3 Esquema de un sistema de control de lazo cerrado. ....</i>	<i>4</i>
<i>Figura 2. 1 Planta nuclear típica.....</i>	<i>15</i>
<i>Figura 2. 2 Estructura básica de un sistema eléctrico de potencia. ....</i>	<i>17</i>
<i>Figura 2. 3 Representación de dos senoides desfasadas en función de <math>\omega t</math>. ....</i>	<i>18</i>
<i>Figura 2. 4 Triangulo de potencias.....</i>	<i>22</i>
<i>Figura 3. 1 Proceso controlado.....</i>	<i>25</i>
<i>Figura 3. 2 Estructura de controladores clásicos. a) en serie o cascada b) por retroalimentación de salida. ....</i>	<i>26</i>
<i>Figura 3. 3 Configuración del sistema basado en la detección del error. ....</i>	<i>27</i>
<i>Figura 3. 4 a) Diagrama de bloques de un controlador on-off b) diagrama de bloques de un controlador con salto diferencial.....</i>	<i>29</i>
<i>Figura 3. 5 Acción de control ON-OFF. ....</i>	<i>29</i>
<i>Figura 3. 6 Diagrama del control proporcional.....</i>	<i>30</i>
<i>Figura 3. 7 Acción de control integral.....</i>	<i>32</i>
<i>Figura 3. 8 Efecto de un error constante en un control integral.....</i>	<i>33</i>
<i>Figura 3. 9 Diagrama de control proporcional integral en serie. ....</i>	<i>34</i>
<i>Figura 3. 10 Diagrama del control proporcional integral en paralelo. ....</i>	<i>35</i>
<i>Figura 3. 11 Acción del control PI ante un escalón unitario. ....</i>	<i>36</i>
<i>Figura 4. 1 Diagrama de bloques del controlador PI.....</i>	<i>37</i>
<i>Figura 4. 2 Descomposición del sistema trifásico balanceado abc en los ejes de referencia <math>\alpha\beta\gamma</math>.....</i>	<i>40</i>
<i>Figura 4. 4 Ventana principal del simulador 20-sim.....</i>	<i>48</i>

<i>Figura 4. 5 Ejemplo de un controlador PI en 20-sim.....</i>	49
<i>Figura 4. 6 Elementos de sistemas de control.....</i>	50
<i>Figura 4. 7 Elementos de sistemas eléctricos. ....</i>	51
<i>Figura 4. 8 Circuito trifásico balanceado en lazo abierto.....</i>	52
<i>Figura 4. 9 Voltaje trifásico balanceado en lazo abierto. ....</i>	53
<i>Figura 4. 10 Corriente trifásica en lazo abierto. ....</i>	53
<i>Figura 4. 11 Voltaje trifásico de entrada. ....</i>	54
<i>Figura 4. 12 Comportamiento de la corriente en el circuito a 150 V.....</i>	54
<i>Figura 4. 13 Señal de voltaje.....</i>	55
<i>Figura 4. 14 Señal de corriente.....</i>	56
<i>Figura 4. 15 Circuito trifásico balanceado en lazo cerrado con un controlador P.....</i>	57
<i>Figura 4. 16 Código de la transformada de Park reducida en el simulador de 20-Sim.</i>	57
<i>Figura 4. 17 Señales en la entrada del circuito donde a) y b) son las mismas desfasadas por un ángulo de 120°.....</i>	58
<i>Figura 4. 18 Señales resultantes de Park reducida a) corrientes de referencia b) iteraciones de retroalimentación.....</i>	59
<i>Figura 4. 19 Código de la transformada inversa de Park en 20-Sim.....</i>	60
<i>Figura 4. 20 Comportamiento del error a) señales individuales b) señales conjuntas.....</i>	61
<i>Figura 4. 21 Señales de referencia y controladas con ganancia <math>K_p = 1.5</math>. ....</i>	61
<i>Figura 4. 22 Señales de referencia y controladas con ganancia <math>K_p = 3</math>.....</i>	62
<i>Figura 4. 23 Circuito trifásico balanceado en lazo cerrado con un controlador PI.....</i>	63
<i>Figura 4. 24 Señal de voltaje en el circuito.....</i>	64
<i>Figura 4. 25 Señales trifásicas de corriente con controlador PI.....</i>	64
<i>Figura 4. 26 Respuesta de señales del controlador PI.....</i>	65
<i>Figura 4. 27 Señal de error en el circuito PI.....</i>	66
<i>Figura 4. 28 Señales con ganancia <math>K_p = 1.5</math> y tiempo <math>T = 0.5s</math>.....</i>	66

# Lista de Tablas

<i>Tabla 2. 1 Tensiones utilizadas en los cuatro niveles de un sistema de potencia .....</i>	<i>24</i>
<i>Tabla 4. 1 Parámetros para un voltaje de entrada de 100 V.....</i>	<i>52</i>
<i>Tabla 4. 2 Parámetros para un voltaje de entrada de 150 V.....</i>	<i>54</i>
<i>Tabla 4. 3 Parámetros para un voltaje de entrada de 200 V.....</i>	<i>55</i>
<i>Tabla 4. 4 Parámetros para un voltaje de entrada de 250 V.....</i>	<i>58</i>
<i>Tabla 4. 5 Valores de resistencia e inductancia a 250 V para circuito PI. ....</i>	<i>64</i>

# Glosario de Términos

A	Amperes
CA	Corriente Alterna
CD	Corriente Directa
CI	Control Integral
CP	Control Proporcional
CPI	Control Proporcional Integral
FP	Factor de Potencia
GW	Giga Watts
H	Henrios
Ha	Hectárea
KG	Kilogramo
KM	Kilometro
Kp	Ganancia de controlador P
KV	Kilo Volts
KVA	Kilo Volts Amperes
KW	Kilo Watts
L	Inductancia
M	Metros
MVA	Mega Volts Amperes
MW	Mega Watts
PWM	Modulación por ancho de pulsos
R	Resistencia
Ti	Tiempo Integral
V	Volts
VA	Volts Amperes
W	Watts

# Capítulo 1. Introducción

## 1.1 El control de sistemas

Un sistema de control puede ser representado por un diagrama de bloques que indican la interrelación entre los distintos componentes del sistema. En un diagrama de bloques, todas las variables del sistema se enlazan entre sí por medio de bloques funcionales. El bloque funcional, o simplemente bloque, es un símbolo de la operación matemática que el sistema produce a la salida sobre la señal de entrada. Una flecha hacia adentro del bloque indica la entrada y la que se aleja del bloque indica la salida. Debe notarse que la magnitud de la señal de salida del bloque será la señal de entrada multiplicada por la función de transferencia del bloque. En particular, un sistema de control se puede considerar como una caja negra con una entrada y una salida, la salida es la respuesta actual del sistema y la entrada es la salida que deseamos tener en nuestro sistema [1].

Los componentes básicos de un sistema de control se pueden describir mediante:

- *Objetivos de control*
- *Componentes del sistema de control*
- *Resultados o salidas*

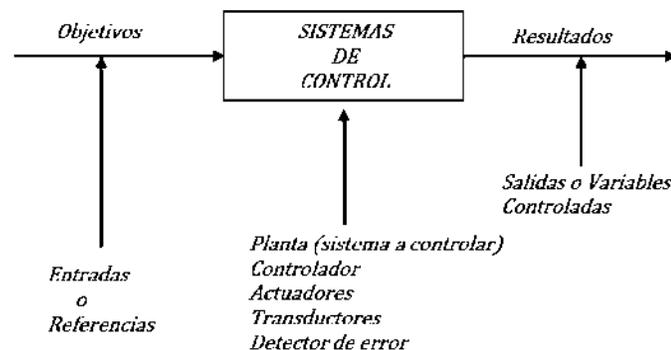


Figura 1. 1 Componentes básicos de un sistema de control.

La relación básica entre estos tres componentes se ilustra en la Figura 1.1, en donde los objetivos se pueden identificar como entradas, o señales actuantes ( $U$ ), y los resultados también se llaman salidas, o variables controladas ( $Y$ ). En general, el objetivo de un sistema de control es controlar las salidas en alguna forma prescrita mediante las entradas a través de los elementos del sistema de control.

Al estudiar la ingeniería de control se debe definir la terminología básica para describir los sistemas de control:

**Variable controlada y señal de control o variable manipulada:** la variable controlada es la cantidad o condición que se mide y controla. La señal de control o variable manipulada es la cantidad o condición que el controlador modifica para afectar el valor de la variable controlada. Normalmente, la variable controlada es la salida del sistema. Controlar significa medir el valor de la variable controlada del sistema y aplicar la variable manipulada al sistema para corregir o limitar la desviación del valor medido respecto del valor deseado [2].

**Planta:** se refiere a cualquier objeto físico, proceso, máquina, entidad dinámica o conjunto de elementos que se van a controlar.

**Controlador:** este genera la entrada de control que se aplicará a la planta. Por ejemplo, en un automóvil el conductor es el controlador, este observa el comportamiento de cómo opera la planta (automóvil) y genera un comando apropiado para el acelerador, freno y mecanismo de dirección para que el vehículo sea controlado en la manera deseada por el controlador (conductor).

**Proceso:** cualquier operación que deba controlarse, marcado por una serie de cambios graduales que suceden unos a otros de una forma relativamente fija y que conducen a un resultado o propósito determinados y que consta de una serie de acciones o movimientos controlados, por ejemplo: el espesor del aluminio en el laminado, la temperatura de un horno, el nivel de líquido de un depósito. Además, existen varios tipos de procesos tales como: químicos, físicos, biológicos, económicos, etc.

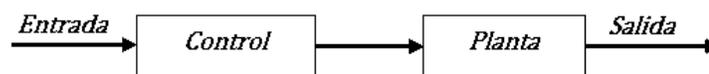
**Salidas:** describen el estado de operación de la planta que está siendo controlada. Una planta puede tener exclusivamente una entrada y una salida, o bien múltiples entradas y múltiples salidas.

**Sistema:** es una combinación de componentes que actúan juntos y realizan un objetivo determinado, puede aplicar a fenómenos abstractos y dinámicos como los que se encuentran en la economía. Por tanto, la palabra sistema debe interpretarse en un sentido amplio que comprenda sistemas físicos, biológicos, económicos y similares.

**Perturbación:** es una señal no deseada que tiende a afectar el comportamiento de la planta. Si la perturbación se genera dentro del sistema se denomina interna, mientras que una perturbación externa se genera fuera del sistema y representa una entrada.

**Control retroalimentado:** se refiere a una operación que, en presencia de perturbaciones, tiende a reducir la diferencia entre la salida de un sistema y alguna entrada de referencia, y lo realiza tomando en cuenta esta diferencia. Aquí sólo se especifican con este término las perturbaciones impredecibles, ya que las perturbaciones predecibles o conocidas siempre pueden compensarse dentro del sistema.

**Sistemas de control en lazo abierto:** la Figura 1.2, ilustra este tipo de sistemas, en donde la salida no tiene efecto sobre la acción de control, es decir, la salida de la planta no se mide ni retroalimenta, entonces es independiente de las entradas de control. Por lo tanto este tipo de controladores se emplean sólo si la relación entrada/salida de la planta es conocida y no hay perturbaciones externas o internas. Por esta razón estos sistemas son simples y económicos.



*Figura 1. 2 Esquema de un sistema de control en lazo abierto.*

**Sistema de control de lazo cerrado:** en este tipo de sistema, la señal de salida tiene un efecto directo sobre la acción de control, es decir, son sistemas de control retroalimentado, ya que la salida es comparada con la referencia y la señal de error generada alimenta al

controlador, el cual aplica una nueva señal a la planta con el fin de reducir el error y llevar la salida del sistema al valor deseado, esto se muestra en la Figura 1.3. El término control en lazo cerrado siempre implica el uso de una acción de control retroalimentado para reducir el error del sistema.

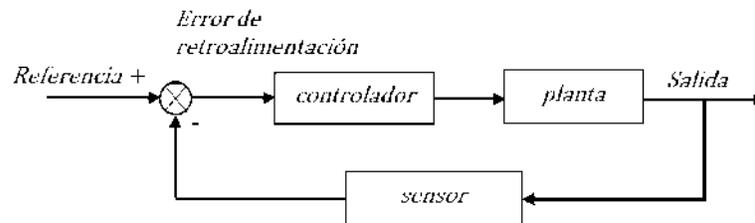


Figura 1. 3 Esquema de un sistema de control de lazo cerrado.

Un componente importante dentro de un diagrama de bloques es el denominado punto de suma. Su símbolo, un círculo con una cruz, indica la operación suma. El signo “+” o “-” expresa si la señal ha de sumarse o restarse. Para entender los efectos de la retroalimentación sobre un sistema de control, es esencial examinar el fenómeno en el más amplio sentido. Cuando la retroalimentación es introducida en forma deliberada para propósitos de control, su existencia se identifica fácilmente. Sin embargo, existen numerosas situaciones en donde un sistema físico, que normalmente se reconocería como un sistema inherentemente no retroalimentado, se vuelve uno retroalimentado cuando se observa de cierta manera.

En general, se puede establecer que cuando una secuencia cerrada de relaciones causa-efecto existe entre las variables de un sistema, se dice que existe retroalimentación. Este punto de vista admitirá, inevitablemente, retroalimentación en un gran número de sistemas que normalmente se identificarían como sistemas no retroalimentados. Sin embargo, con la disponibilidad de la retroalimentación y de la teoría de sistemas de control, esta definición general permite que numerosos sistemas, con o sin retroalimentación, sean estudiados en una forma sistemática una vez que la existencia de la retroalimentación en el sentido mencionado previamente sea establecida.

**Sistemas de control en lazo cerrado en comparación con sistemas en lazo abierto:** una ventaja del sistema de control en lazo cerrado es que el uso de la retroalimentación vuelve la respuesta del sistema relativamente insensible a las perturbaciones externas y a las variaciones internas en los parámetros del sistema. Así es posible usar componentes relativamente poco precisos y baratos para obtener el control adecuado de una planta determinada, mientras que hacer eso es imposible en el caso de un sistema en lazo abierto.

Desde el punto de vista de estabilidad, el sistema de control en lazo abierto es más fácil de desarrollar, porque la estabilidad del sistema no es un problema importante. Por otra parte, la estabilidad es un gran problema en el sistema de control en lazo cerrado, que puede conducir a corregir en exceso errores que producen oscilaciones de amplitud constante o cambiante.

Debe señalarse que, para los sistemas en los que se conocen con anticipación las entradas y en los cuales no hay perturbaciones, es aconsejable emplear un control en lazo abierto. Los sistemas de control en lazo cerrado sólo tienen ventajas cuando se presentan perturbaciones y/o variaciones impredecibles en los componentes del sistema. Obsérvese que la potencia nominal de salida determina en forma parcial el coste, peso y tamaño de un sistema de control.

El número de componentes usados en un sistema de control en lazo cerrado es mayor que el que se emplea para un sistema de control equivalente en lazo abierto. Por tanto, el sistema de control en lazo cerrado suele tener costes y potencias más grandes. Para disminuir la potencia requerida de un sistema, se emplea un control en lazo abierto siempre que pueda aplicarse. Por lo general, una combinación adecuada de controles en lazo abierto y en lazo cerrado es menos costosa y ofrecerá un comportamiento satisfactorio del sistema global.

Algunas de las ventajas que presentan los sistemas de control en lazo abierto son las siguientes:

- *Construcción simple y facilidad de mantenimiento*
- *Menos costosos que el correspondiente sistema en lazo cerrado*
- *No hay problemas de estabilidad*
- *Convenientes cuando la salida es difícil de medir o cuando medir la salida de manera precisa no es económicamente viable. (Por ejemplo, en el caso de una*

*lavadora, sería bastante costoso proporcionar un dispositivo para medir la calidad de la salida de la lavadora, es decir, la limpieza de la ropa lavada)*

Las desventajas fundamentales de los sistemas de control en lazo abierto son las siguientes:

- *Las perturbaciones y los cambios en la calibración originan errores, y la salida puede ser diferente de lo que se desea*
- *Para mantener la calidad requerida en la salida, es necesaria la recalibración frecuentemente*

## **1.2 Objetivo**

Esta tesis tiene como objetivo diseñar un controlador PI para el control de los circuitos eléctricos trifásicos mediante la transformada de Park. Una vez controlando el circuito, por medio del controlador PI se ajustarán los valores del controlador para llegar a un resultado con mayor precisión.

## **1.3 Justificación**

En años recientes, los sistemas de control han asumido un papel cada vez más importante en el desarrollo y avance de la civilización moderna y la tecnología. Prácticamente, cada aspecto de las actividades de nuestra vida diaria está afectado por algún tipo de sistema de control. Los sistemas de control se encuentran en gran cantidad en todos los sectores de la industria, tales como control de calidad de los productos manufacturados, líneas de ensamble automático, control de máquinas-herramienta, tecnología espacial y sistemas de armas, control por computadora, sistemas de transporte, sistemas de potencia, robótica y muchos otros.

## **1.4 Metodología**

Se trabajará con la transformada de Park reducida para convertir las señales trifásicas (a,b,c) a un sistema de directa (d,q). Cuando se hayan convertido las señales trifásicas a directa se diseñará un controlador PI para poder manipular esas señales.

Por último, al controlar las señales por medio de la transformada inversa de Park se regresarán a trifásicas y poder observar los resultados. Las simulaciones gráficas y resultados serán simulados mediante el software 20-sim.

## **1.5 Contenido de la tesis**

Esta tesis se divide en cinco capítulos donde el objetivo principal es controlar un sistema eléctrico trifásico aplicando la transformada de Park utilizando un controlador PI mediante el software 20-sim.

En el capítulo 1 se da una breve explicación sencilla de cómo se componen los sistemas de control, así como definiciones básicas. También, se explica el objetivo, la justificación, la metodología y el uso del software para la simulación.

El capítulo 2, se enfoca en los antecedentes de sistemas eléctricos; empezando desde la generación de energía, tipos de plantas de generación, tipos de potencias hasta la distribución de la misma.

El capítulo 3, explica a detalle los diferentes tipos de controladores, además de su comportamiento matemático y algunas de las combinaciones que se puede hacer con ellos para obtener mejores resultados.

En el capítulo 4 se hace uso de la transformada de Park para circuitos trifásicos balanceados y por medio de la transformación de Park reducida se controla un sistema trifásico en lazo abierto y en lazo cerrado.

En el capítulo 5 se presentan las conclusiones obtenidas detallando resultados obtenidos y comparaciones para diferentes condiciones de operación, así como trabajos futuros.

# Capítulo 2. Antecedentes de sistemas eléctricos

## 2.1 Introducción

Los científicos han estudiado la electricidad durante siglos, pero no fue hasta finales del siglo XIX que la electricidad se empezó a usar de forma práctica y a estudiarse formalmente. Los principios de la electricidad se empezaron a comprender gradualmente. En junio de 1752, Benjamín Franklin hizo un experimento con un papalote en una noche de tormenta y descubrió que los relámpagos eran electricidad; él estaba tratando de investigar si los relámpagos se consideraban un fenómeno eléctrico.

En 1820, Hans Christian Oersted descubrió que la corriente eléctrica crea un campo magnético. Con este descubrimiento los científicos pudieron relacionar el magnetismo a los fenómenos eléctricos. En 1879, Thomas Edison inventó el foco eléctrico. Él perfeccionó un invento similar pero más antiguo utilizando electricidad de baja corriente, el vacío dentro de un globo y un filamento pequeño y carbonizado produjo una fuente de energía duradera y confiable. En ese momento, la idea del relámpago eléctrico no era nueva, pero no existía nada que fuera lo suficientemente práctico para poderse utilizar domésticamente. Edison no sólo inventó una luz eléctrica incandescente, sino un sistema de iluminación eléctrico que contenía todos los elementos para hacer que la luz incandescente fuera segura, económica y práctica. Antes de 1879, la electricidad por CD solamente se utilizaba para iluminar áreas exteriores.

Lo que hoy conocemos como la industria eléctrica moderna comenzó en 1880. Esta industria surge a partir de la evolución de los sistemas de iluminación exteriores y de los sistemas eléctricos de gas y de carbón comerciales. El 4 de Septiembre de 1882, Edison encendió el primer sistema de distribución de energía eléctrica en el mundo, este proporcionaba 110 V de CDA cincuenta y nueve clientes, y así fue como la primera estación comercial de energía comenzó a funcionar. La estación se localizaba en la calle Pearl, en la

parte baja de Manhattan. Esta proporcionaba luz y electricidad a una milla a la redonda. La era eléctrica había comenzado. Esta estación se llamaba *"Estación Generadora de Electricidad Thomas Edison en la Calle Pearl"*.

La estación contaba con los cuatro elementos necesarios para el funcionamiento de un sistema moderno de utilidad eléctrica:

- *Distribución eficaz*
- *Precio competitivo*
- *Generación central confiable*
- *Utilización final exitosa*

A finales del siglo XIX, Nikola Tesla empezó a trabajar con la generación, uso y transmisión de electricidad de CA, la cual puede transmitirse a distancias mucho mayores que la CD. Tesla, con la ayuda de Westinghouse, introdujo la iluminación interior a nuestros hogares y a las industrias.

En 1881, Lucien Gaulard de Francia y John Gibbs de Inglaterra hicieron una demostración de un transformador de energía en Londres. George Westinghouse se interesó en el transformador y comenzó a experimentar con redes de CA en Pittsburgh. Él trabajó en refinar el diseño del transformador y en construir una red práctica de energía de CA.

Westinghouse utilizó el transformador para resolver el problema de enviar la electricidad a distancias más largas. Esta invención hizo posible proporcionar electricidad a negocios y hogares que se encontraban lejos de las plantas generadoras.

En 1886, Westinghouse y William Stanley instalaron el primer sistema de energía de CA de voltaje múltiple en Great Barrington, Massachusetts. Este sistema obtenía la energía por medio de un generador hidroeléctrico que producía 500 V de AC. El voltaje se transmitía en 3,000 V y después se "bajaba" a 100 V para dar energía a las luces eléctricas. Ese mismo año, Westinghouse formó la "Compañía de Electricidad y Manufactura Westinghouse".

En 1888, Westinghouse y su ingeniero de cabecera, Oliver Challenger desarrollaron el medidor de energía. Este medidor se parecía al medidor de gas y utilizaba la misma tecnología que utilizamos actualmente. Westinghouse también influyó en la historia por

habilitar el crecimiento del sistema de ferrocarril y por promover el uso de la electricidad para el transporte y la energía.

La primera transmisión a distancia de la CA trifásica fue la transmisión de la energía eléctrica de una central hidroeléctrica de 200 kW en Alemania, en 1891, a una distancia de 170 km. La tensión del generador se elevaba de 95 V a 15000 V, tensión de transmisión y luego se reducía hasta 113 V y se aplicaba a un motor asincrónico trifásico de 75 kW que accionaba a una unidad de bombeo.

En 1896, él también inventó el "**Desarrollo Hidroeléctrico de las Cataratas de Niágara**" y comenzó a colocar estaciones generadoras lejos de los centros de consumo. La planta Niágara transmitía enormes cantidades de energía a Buffalo, New York (a más de veinte millas de distancia). Las Cataratas de Niágara demostraron la superioridad de la transmisión de energía por medio de electricidad sobre la transmisión con medios mecánicos, así como la superioridad de la CA sobre la CD. Niágara impuso los estándares para el tamaño de los generadores y fue el primer gran sistema que proporcionó electricidad desde un circuito para fines múltiples como los sistemas de ferrocarril, iluminación y energía.

Westinghouse promovió la distribución de energía de CA y Edison promovió la energía de CD. Ambos entraron en una guerra llamada "**La Guerra de las Corrientes**". Edison decía que los sistemas de alto voltaje eran muy peligrosos, y Westinghouse contrarrestó este argumento diciendo que los riesgos eran manejables y los beneficios eran mucho mayores.

La batalla continuó por mucho tiempo y parecía que "**Redes de Corriente Alterna Westinghouse**" (Westinghouse AC Networks) llevaba la ventaja, sin embargo, el ultra competitivo Edison hizo un último intento por vencer a su rival al contratar un ingeniero externo, llamado Harold P. Brown, para realizar una demostración pública de la electrocución de animales utilizando energía de CA. Esta demostración llevó a la invención de la silla eléctrica para la ejecución de prisioneros condenados a muerte.

## 2.2 Generación de energía eléctrica

En general, la generación de energía eléctrica consiste en transformar alguna clase de energía (química, cinética, térmica, lumínica, nuclear, solar entre otras), en energía eléctrica. Para la generación industrial se recurre a instalaciones denominadas centrales eléctricas, que ejecutan alguna de las transformaciones citadas. Estas constituyen el primer escalón del sistema de suministro eléctrico. La generación eléctrica se realiza, básicamente, mediante un generador eléctrico; si bien estos no difieren entre sí en cuanto a su principio de funcionamiento, varían en función a la forma en que se accionan.

Desde que se descubrió la CA y la forma de producirla en los alternadores, se ha llevado a cabo una inmensa actividad tecnológica para llevar la energía eléctrica a todos los lugares habitados del mundo, por lo que, junto a la construcción de grandes y variadas centrales eléctricas, se han construido sofisticadas redes de transporte y sistemas de distribución. Sin embargo, el aprovechamiento ha sido y sigue siendo muy desigual en todo el planeta. Así, los países industrializados o del primer mundo son grandes consumidores de energía eléctrica, mientras que los países en vías de desarrollo apenas disfrutan de sus ventajas.

La demanda de energía eléctrica de una ciudad, región o país tiene una variación a lo largo del día. Esta variación es función de muchos factores, entre los que destacan: tipos de industrias existentes en la zona y turnos que realizan en su producción, climatología extrema de frío o calor, tipo de electrodomésticos que se utilizan más frecuentemente, tipo de calentador de agua que haya instalado en los hogares, la estación del año y la hora del día en que se considera la demanda.

La generación de energía eléctrica debe seguir la curva de demanda y, a medida que aumenta la potencia demandada, se debe incrementar la potencia suministrada. Esto conlleva el tener que iniciar la generación con unidades adicionales, ubicadas en la misma central o en centrales reservadas para estos períodos. En general, los sistemas de generación son diferentes por el periodo del ciclo en el que está planificado que sean utilizados; se consideran de base la nuclear, de valle la termoeléctrica de combustibles fósiles, y de pico la hidroeléctrica principalmente [3].

Dependiendo de la fuente primaria de energía utilizada, las centrales generadoras se clasifican en químicas cuando se utilizan plantas de radioactividad, que generan energía eléctrica con el contacto de esta, termoeléctricas (de carbón, petróleo, gas, nucleares, etc.), hidroeléctricas (aprovechando las corrientes de los ríos o del mar: mareomotrices), eólicas, solares y geotérmicas.

La mayor parte de la energía eléctrica generada a nivel mundial proviene de los dos primeros tipos de centrales reseñados. Todas estas centrales, excepto las fotovoltaicas, tienen en común el elemento generador, constituido por un alternador de corriente, movido mediante una turbina que será distinta dependiendo del tipo de energía primaria utilizada.

### **2.2.1 Ubicación de la planta de generación**

Al planificar un sistema de suministro eléctrico, se debe planificar con cuidado la ubicación física de la planta de generación, de las líneas de transmisión y de las subplantas para llegar a una solución económica y aceptable. En ocasiones se puede instalar una planta de generación cerca de la fuente primaria de energía (como una mina de carbón) y utilizar líneas de transmisión para transportar la energía eléctrica a donde se requiere.

Cuando esto no es práctico ni económico, se tiene que transportar la energía primaria (carbón, gas, petróleo) por barco, tren u oleoducto a la planta de generación. Por lo tanto, la planta de generación puede estar cerca o lejos del usuario final de la energía eléctrica.

### **2.2.2 Tipos de planta de generación**

Existen tres tipos principales de plantas de generación:

#### **a) Centrales termoeléctricas**

Una central termoeléctrica es un lugar empleado para la generación de energía eléctrica a partir de calor. Los combustibles más comunes son los combustibles fósiles (petróleo, gas natural o carbón), sus derivados (gasolina, gasóleo), biocarburantes, residuos sólidos urbanos, metano generado en algunas estaciones depuradoras de aguas residuales.

Las centrales termoeléctricas consisten en una caldera en la que se quema el combustible para generar calor que se transfiere a unos tubos por donde circula agua, la cual se evapora. El vapor obtenido, a alta presión y temperatura, se expande a continuación en una turbina de vapor, cuyo movimiento impulsa un alternador que genera la electricidad. Luego el vapor es enfriado en un condensador donde circula por tubos agua fría de un caudal abierto de un río o por torre de refrigeración.

En las centrales termoeléctricas se usan los gases de la combustión del gas natural para mover una turbina de gas. En una cámara de combustión se quema el gas natural y se inyecta aire para acelerar la velocidad de los gases y mover la turbina de gas. Como, tras pasar por la turbina, esos gases todavía se encuentran a alta temperatura (500 °C), se reutilizan para generar vapor que mueve una turbina de vapor. Cada una de estas turbinas impulsa un alternador, como en una central termoeléctrica común. El vapor luego es enfriado por medio de un caudal de agua abierto o torre de refrigeración como en una central térmica común. Además, se puede obtener la cogeneración en este tipo de plantas, al alternar entre la generación por medio de gas natural o carbón. Este tipo de plantas está en capacidad de producir energía más allá de la limitación de uno de los dos insumos y pueden dar un paso a la utilización de fuentes de energía por insumos diferentes.

En el proceso termoeléctrico existe una clasificación de tipos de generación, según la tecnología utilizada para hacer girar los generadores eléctricos, denominándoseles como sigue:

**Vapor:** con vapor de agua se produce el movimiento de una turbina acoplada al generador eléctrico.

**Turbogás:** con los gases de combustión se produce el movimiento de una turbina acoplada al generador eléctrico.

**Combustión interna:** con un motor de combustión interna se produce el movimiento del generador eléctrico.

**Ciclo combinado:** combinación de las tecnologías de turbogás y vapor. Constan de una o más turbogás y una de vapor, cada turbina acoplada a su respectivo generador eléctrico.

Otra clasificación de las centrales termoeléctricas corresponde al combustible primario para la producción de vapor, según:

- *Vapor (combustóleo, gas natural y diésel)*
- *Carboeléctrica (carbón)*
- *Dual (combustóleo y carbón)*
- *Geotermoeléctrica (vapor extraído del subsuelo)*
- *Nucleoeléctrica (uranio enriquecido)*

## **b) Centrales hidroeléctricas**

Una central hidroeléctrica es aquella que se utiliza para la generación de energía eléctrica mediante el aprovechamiento de la energía potencial del agua embalsada en una presa situada a más alto nivel que la central. El agua se lleva por una tubería de descarga a la sala de máquinas de la central, donde mediante enormes turbinas hidráulicas se produce la electricidad en alternadores. Las dos características principales de una central hidroeléctrica, desde el punto de vista de su capacidad de generación de electricidad son:

**La potencia:** que es función del desnivel existente entre el nivel medio del embalse y el nivel medio de las aguas debajo de la central, y del caudal máximo turbinable, además de las características de la turbina y del generador.

**La energía:** garantizada en un lapso determinado generalmente un año, que está en función del volumen útil del embalse, de la pluviometría anual y de la potencia instalada.

Las plantas hidroeléctricas se dividen en tres grupos, dependiendo de la caída del agua:

**Caída alta:** este tipo de centrales hidroeléctricas tienen caídas de más de 300 M y se utilizan turbinas Pelton de alta velocidad. Estas plantas de generación se encuentran en los Alpes y otras regiones montañosas. La cantidad de agua embalsada generalmente es pequeña [4].

**Caída mediana:** tienen caídas de entre 30 M y 300 M y se utilizan turbinas Francis de mediana velocidad. La planta de generación es alimentada por un enorme embalse de agua retenido por diques y una cortina. La cortina casi siempre se construye a través del lecho de un río en una región relativamente montañosa. Una gran cantidad de agua es embalsada detrás de la cortina.

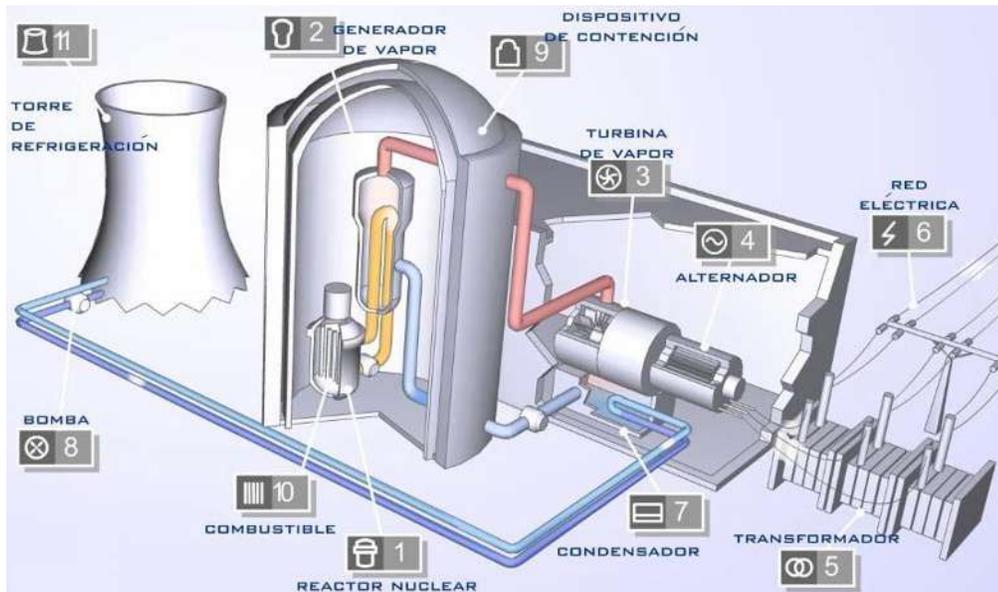
**Caída baja:** tienen caídas de menos de 30 M y se utilizan turbinas Kaplan o Francis de baja velocidad. Estas plantas de generación a menudo extraen la energía de las corrientes de los ríos. Las turbinas están diseñadas para manejar grandes volúmenes de agua a baja presión. No se requieren embalses.

La potencia de una central hidroeléctrica puede variar desde unos pocos MW, hasta varios GW. Hasta 10 MW se consideran minicentrales. Esta forma de energía posee problemas medioambientales al necesitar la construcción de grandes embalses en los que acumular el agua, que es sustraída de otros usos, incluso urbanos en algunas ocasiones.

Actualmente se encuentra en desarrollo la explotación comercial de la conversión en electricidad del potencial energético que tiene el oleaje del mar, en las llamadas centrales mareomotrices. Estas utilizan el flujo y reflujos de las mareas.

En general puede ser útil en zonas costeras donde la amplitud de la marea sea amplia, y las condiciones morfológicas de la costa permitan la construcción de una presa que corte la entrada y salida de la marea en una bahía. Se genera energía tanto en el momento del llenado como en el momento del vaciado en la turbina.

### c) Centrales nucleares



*Figura 2. 1 Planta nuclear típica.*

Una planta nuclear es idéntica a una térmica, excepto que la caldera es reemplazada por un reactor nuclear como se muestra en la Figura 2.1. El reactor contiene el material de uranio que genera el calor a partir de una reacción nuclear.

Cuando el núcleo de un átomo se divide en dos (un proceso llamado fisión atómica), se libera una considerable cantidad de energía. Hay que aclarar que una reacción química, como la combustión de carbón, produce sólo un reacomodo de los átomos, sin afectar de ninguna manera sus núcleos.

Se caracteriza por el empleo de combustible nuclear fisiónable que mediante reacciones nucleares proporciona calor que a su vez es empleado, a través de un ciclo termodinámico convencional, para producir el movimiento de alternadores que transforman el trabajo mecánico en energía eléctrica. Estas centrales constan de uno o más reactores. Así, una planta nuclear contiene un generador síncrono, una turbina de vapor, un condensador, etc.

La eficiencia total también es similar (entre 30 y 40 por ciento), y debe contar con un sistema de enfriamiento. Por consiguiente, las plantas nucleares también están localizadas cerca de ríos y lagos.

Las centrales nucleares generan residuos radiactivos de diversa índole que requieren una disposición final de máxima seguridad y pueden contaminar en situaciones accidentales.

El calor obtenido es utilizado para calentar agua en el interior del reactor, produciéndose así el vapor que es utilizado para hacer girar una turbina, que no es más que un conjunto de discos provistos de álabes o “paletas”. Este movimiento será transmitido al generador, el cual producirá la electricidad (la energía eléctrica producida por la fisión de 1 KG de uranio 235, es de aproximadamente 18.7 millones de kilowatts-hora).

La única Central Nucleoeléctrica de nuestro país, se encuentra ubicada sobre la costa del Golfo de México en el KM 42.5 de la carretera federal Cardel-Nautla, en la localidad denominada Punta Limón municipio de Alto Lucero, Estado de Veracruz, cuenta con un área de 370 HA.

## 2.3 Sistemas eléctricos de potencia

Un sistema eléctrico puede visualizarse como la interconexión de generadores y cargas eléctricas por medio de una red de transmisión conformada por líneas, transformadores y equipos auxiliares ubicados en subestaciones. La Figura 2.2 muestra la estructura básica de un sistema eléctrico de potencia.

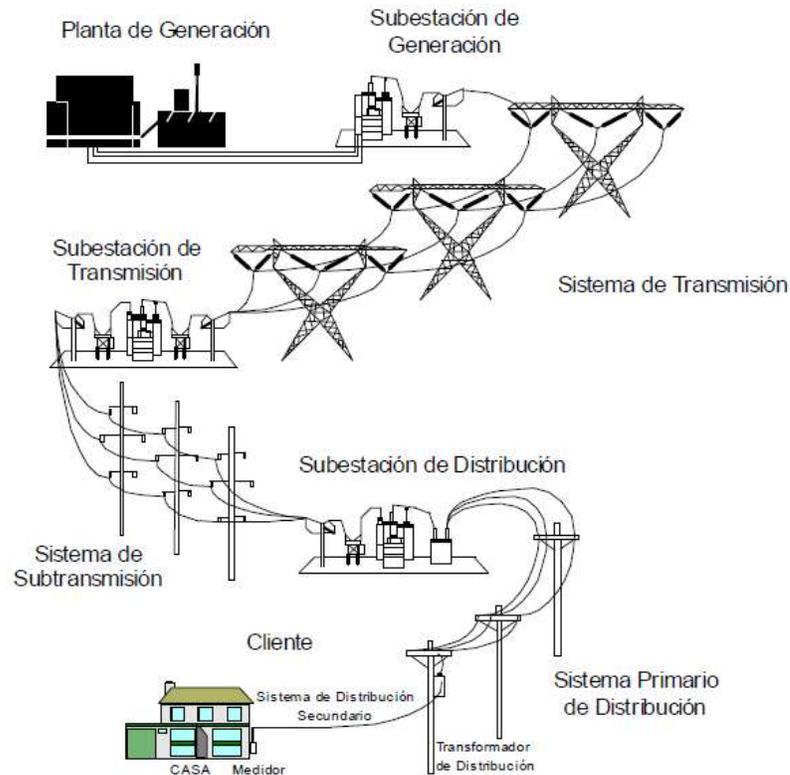


Figura 2. 2 Estructura básica de un sistema eléctrico de potencia.

### 2.3.2 Potencia activa, reactiva y aparente

La potencia es la capacidad de producir o demandar energía de una máquina eléctrica, equipo o instalación por unidad de tiempo. La expresión matemática que establece la transmisión de potencia en función del tiempo está dada por la ecuación (2.1).

$$P(t) = V(t)I(t) \quad (2.1)$$

Donde:

$P_{(t)}$  = Potencia instantánea en función de  $t$ .

$V_{(t)}$  = Voltaje instantáneo.

$I_{(t)}$  = Corriente instantánea.

Las ondas sinusoidales pueden ser representadas de dos maneras, una en función del tiempo como se muestra en la ecuación (2.2) y como se ilustra en la Figura 2.3.

$$V_{(t)} = V_{m\acute{a}x} \cos(\omega t + \phi) \quad (2.2)$$

Donde:

$V_{(t)}$  = Es la función evaluada para cualquier instante de  $t$ .

$V_{m\acute{a}x}$  = Amplitud o valor pico de la senoide.

$\omega$  = Frecuencia angular en radianes sobre segundo  $2\pi f$ .

$\phi$  = Ángulo de referencia.

$t$  = Tiempo.

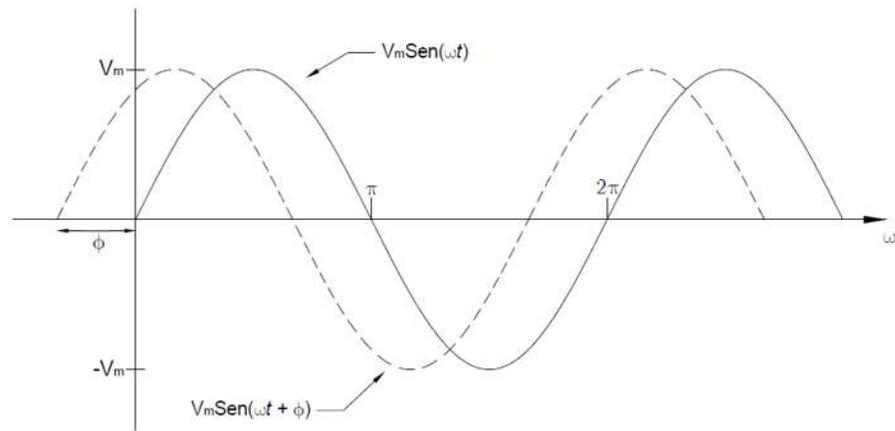


Figura 2. 3 Representación de dos senoideas desfasadas en función de  $\omega t$ .

Los fasores brindan un medio sencillo para analizar circuitos lineales excitados por fuentes sinusoidales. Dado que un fasor es un número complejo que representa la magnitud y la fase de una senoide, este posee magnitud y dirección, se comporta como un vector el cual se representa de la siguiente forma,  $V = V_m \angle \phi$ , donde  $V_m$  es la amplitud o valor pico de la señal sinusoidal y  $\phi$  es la fase o ángulo de la misma.

La idea de la representación fasorial se basa en la identidad de Euler, en general:

$$e^{\pm j\phi} = \cos \phi \pm j \sin \phi \quad (2.3)$$

Donde:  $j = \sqrt{-1}$

La segunda forma de representar una onda senoidal es en forma fasorial:

$$V = \left[ \frac{V_{\text{máx}}}{\sqrt{2}} \right] \angle(\phi) = V_{\text{rms}} \angle \phi = V \angle \phi = V[\cos(\phi) + j \sin(\phi)] \quad (2.4)$$

Puede resumirse la transformación del dominio fasorial de la siguiente manera:

$$u_{(t)} = V_m \cos(\omega t + \phi) \quad \quad \quad V = V_m \angle \phi$$

*Representación en el dominio temporal*                      *Representación en el dominio fasorial*

- ***La representación fasorial sólo se aplica cuando la frecuencia es constante.***
- ***La frecuencia no se muestra explícitamente en la representación en el dominio fasorial porque  $\omega$  es constante. Por esta razón, el dominio fasorial también se conoce como dominio frecuencial.***
- ***Se aplica en la manipulación de dos o más señales sinusoidales sólo si son de la misma frecuencia.***
- ***Una de las aplicaciones importantes de los fasores es en la determinación de la solución en estado estable, la cual no requiere conocer los valores iniciales de las variables implicadas.***

Los aparatos eléctricos que utilizan los usuarios de un sistema de distribución, consumen potencia activa, potencia reactiva o una combinación de las dos, siendo la potencia activa una consecuencia del trabajo que realizan los aparatos eléctricos. Los equipos eléctricos que demandan potencia reactiva, es porque la almacenan en el campo magnético creado por circuitos que contienen inductancia, o en el dieléctrico de los equipos que tienen capacitancia, la potencia reactiva es oscilatoria entre la fuente y los equipos que contienen capacitancia o inductancia, el flujo de este tipo de potencia se realiza a una frecuencia del doble de la fundamental.

En todo circuito eléctrico, para el funcionamiento de los diferentes equipos y máquinas se encuentran presentes las siguientes potencias:

**Potencia aparente:** es la potencia total consumida por la carga y es el producto de los valores eficaces de tensión e intensidad. Se obtiene como la suma vectorial de las potencias activa y reactiva y representa la ocupación total de las instalaciones debido a la conexión del receptor. La potencia aparente se representa con la letra "S" y su unidad de medida es el volt-ampere (VA). La fórmula matemática para hallar el valor de este tipo de potencia es la siguiente:

$$S = VI = \sqrt{P^2 + Q^2} \angle \tan^{-1} \left( \frac{Q}{P} \right) \quad (VA) \quad (2.5)$$

Donde:

*S = Potencia aparente.*

*V = Voltaje.*

*I = Corriente.*

*P = Potencia activa.*

*Q = Potencia reactiva.*

*Tan<sup>-1</sup> = Tangente inversa.*

*VA = Unidades Volts-Amperes.*

**Potencia activa:** es la que se aprovecha como potencia útil en el eje del motor, la que se transforma en calor, etc. Es la potencia realmente consumida por el usuario y por lo tanto paga por el uso de la misma, sus unidades son los Watts (W).

$$P = VI \cos \phi = (W) \quad (2.6)$$

Otra forma de obtener la potencia activa es multiplicando la potencia aparente S por el "Cos  $\phi$ ", el cual se le denomina como "FP".

**Potencia reactiva:** es la potencia que los campos magnéticos rotantes de los motores o balastos de iluminación intercambian con la red eléctrica sin significar un consumo de potencia útil o activa. La corriente reactiva produce un desfase entre la onda de tensión y la onda de corriente, si no existiera la corriente reactiva, la tensión y la corriente estarían en fase y el FP sería la unidad.

El desfase entre las ondas de tensión y corriente, producido por la corriente reactiva se anula con el uso de condensadores de potencia, lo que hace que el funcionamiento del sistema sea más eficaz y, por lo tanto, requiera menos corriente, lo que técnicamente se denomina compensación.

$$Q = VI \sin \phi = (VAR) \quad (2.7)$$

Donde:

*Q = Potencia reactiva.*

*V = Voltaje.*

*I = Corriente.*

*$\phi$  = Es el ángulo de desfasamiento entre el voltaje y la corriente*

*VAR = Unidades de Volts Amperes Reactivos.*

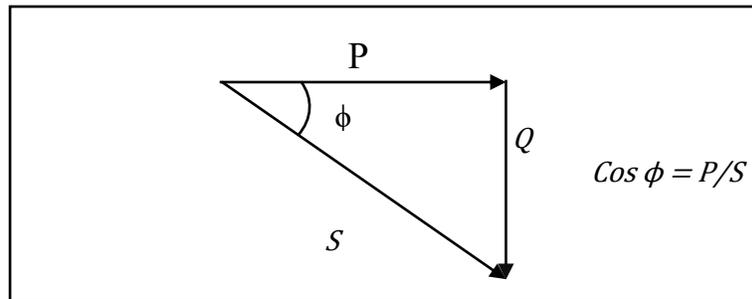
El signo de la potencia reactiva es diferente para una inductancia y para una capacitancia. La potencia reactiva positiva (FP adelantado) consume una carga capacitiva, correspondiéndole el signo negativo (FP atrasado) a la potencia reactiva de la inductancia. De esta manera la potencia reactiva que demanda el sistema de distribución, es el valor neto representado por la diferencia de las potencias reactivas que toman las inductancias y capacitancias (tomando en cuenta su signo correspondiente), en un sistema de distribución casi siempre la potencia reactiva es mayor que la capacitiva, de tal manera que se demanda potencia reactiva inductiva de la fuente.

### 2.3.3 Factor de potencia

El Factor de Potencia (FP) se define como la relación entre la potencia activa (KW) y la potencia aparente (KVA) que se obtiene de las líneas de alimentación.

$$FP = \frac{\text{Potencia Activa (W)}}{\text{Potencia Aparente (VA)}} = \frac{VI \cos \phi}{VI} = \cos \phi \quad (2.8)$$

El triángulo de potencias que se muestra en la Figura 2.4 es la mejor forma de ver y comprender de forma gráfica qué es el FP o “Cos  $\phi$ ” y su estrecha relación con los restantes tipos de potencia presentes en un sistema eléctrico.



*Figura 2. 4 Triangulo de potencias.*

Al Coseno del ángulo ( $\cos \phi$ ) que forman los fasores de potencia se lo denomina FP, puede tomar valores entre 0 y 1.

También, es importante visualizar que el ángulo  $\phi$  formado por la potencia activa y aparente, es el mismo ángulo que existe entre el voltaje y la corriente en el sistema eléctrico, existiendo la posibilidad de que la corriente sea adelantada o atrasada respecto al voltaje, por lo que el FP puede ser adelantado o atrasado, dependiendo de que la corriente esté adelantada o atrasada en relación al voltaje.

## **2.4 Distribución de energía eléctrica**

El suministro de potencia que realizan los sistemas eléctricos, tienen un papel fundamental en el desarrollo económico de todos los países, es por esto que se requiere que quienes lo diseñan, lo mantienen en operación y lo administran, entiendan los principios técnicos y económicos en los que se basa su operación, sólo de esta manera es posible diseñar y operar correctamente un sistema de distribución, para que suministre potencia con calidad y a un costo mínimo.

Un sistema de distribución suministra potencia que recibe en unos cuantos puntos denominados puntos de recepción, a su vez, esta potencia es entregada a miles y en ocasiones a millones de usuarios, distribuidos en una determinada área geográfica, esta área geográfica puede llegar a tener cientos o miles de kilómetros cuadrados.

En las subestaciones de distribución se realiza un cambio en la magnitud del voltaje, y se inician los circuitos de media tensión, que transporta la potencia de los transformadores de distribución y usuarios en media tensión, a su vez los transformadores de distribución realizan el segundo cambio de voltaje, del nivel de media tensión a baja tensión y en sus terminales se inician las redes de baja tensión, que transportan la potencia hasta los domicilios de los usuarios de baja tensión. Las subestaciones de interconexión vinculan diferentes sistemas de potencia para permitir intercambios de potencia entre ellos y para incrementar la estabilidad de toda la red.

## **2.4.1 Niveles de tensión utilizados en un sistema de potencia**

La estructura general de un sistema de potencia, está diseñada para utilizar 4 niveles de voltaje, en donde cada nivel se identifica por la propia función que éste realiza, siendo estas funciones las siguientes:

**Transmisión:** nivel uno que utiliza un voltaje mayor o igual a 160 KV, que se usa para transportar las mayores cantidades de potencia (cientos de MVA) en las mayores distancias (cientos de KM).

**Subtransmisión:** nivel dos que utiliza voltajes entre 69 KV y 115 KV, en donde se transportan cantidades intermedias de potencia (generalmente menores a 100 MVA) a distancias menores a 130 KM.

**Media tensión:** nivel tres que utiliza generalmente voltajes entre 13.8 KV y 34.5 KV, en donde se transportan cantidades de potencia generalmente menores a 8 MVA por circuito, con longitudes promedio para circuitos urbanos de 7 a 8 KM, y de 50 a 70 KM para los rurales, siendo factible alcanzar mayores distancias.

**Baja tensión:** nivel cuatro con valores de voltaje entre 110 V y 440 V, en donde se trasladan pequeñas cantidades de potencia en distancias que no van más allá de los 150 M.

El nivel de alta tensión o transmisión es necesario utilizarlo para transportar la potencia por dos razones: El costo de transporte por KW es menor, y porque la distancia que hay que transportar la potencia lo requiere, para poder tener magnitudes de caída de tensión y de pérdidas dentro de valores aceptables. En la Tabla 2.1 se muestran los valores correspondientes de tensión de cada nivel.

*Tabla 2. 1 Tensiones utilizadas en los cuatro niveles de un sistema de potencia*

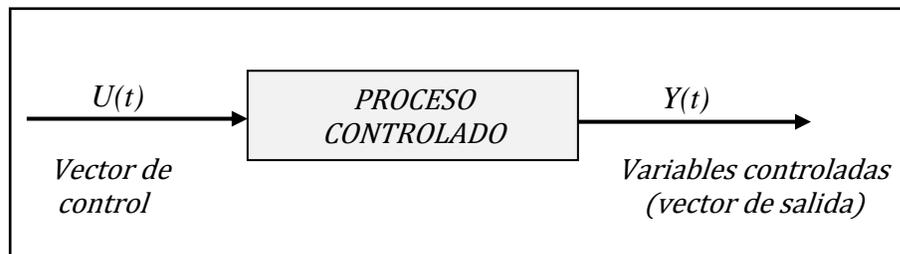
<i>Nivel</i>	<i>Rango de tensiones utilizado</i>
<i>Transmisión</i>	<i>Mayor o igual a 160 KV</i>
<i>Subtransmisión</i>	<i>Menor a 160 KV y mayor a 60 KV</i>
<i>Media tensión</i>	<i>Menor a 33 KV y mayor a 2.4 KV</i>
<i>Baja tensión</i>	<i>De 110 V a 440 V</i>
	<i>Valores usados en México</i>
<i>Transmisión</i>	<i>230 KV y 400 KV</i>
<i>Subtransmisión</i>	<i>115 KV, 85 KV y 69 KV</i>
<i>Media tensión</i>	<i>34.5 KV, 23 KV y 13.8 KV</i>
<i>Baja tensión</i>	<i>120V/240V y 127V/220V</i>

# Capítulo 3. Diseño de controladores

## 3.1 Introducción

El controlador es un elemento fundamental en los sistemas de lazo cerrado, su diseño es el objetivo fundamental de los ingenieros de control ya que un buen desempeño del mismo garantiza una correcta operación del sistema a controlar. A menudo se emplean especificaciones de diseño para describir qué debe hacer el sistema y cómo hacerlo.

El problema esencialmente consiste en determinar la señal de control  $u(t)$  dentro de un intervalo prescrito para que todos los objetivos del diseño sean satisfechos. A la relación entrada-salida del controlador se le denomina ley de control, existiendo varios tipos de ellas, que depende en buena medida del tipo de configuración que tenga el controlador. En general la dinámica de un proceso lineal controlado puede representarse por el diagrama de bloques de la Figura 3.1.



*Figura 3.1 Proceso controlado.*

El objetivo de diseño es que las variables controladas, representadas por el vector de salida  $Y(t)$  se comporten en cierta forma deseada. El problema esencialmente involucra el determinar la señal de control  $U(t)$  dentro de un intervalo prescrito para que todos los objetivos de diseño sean satisfechos.

## 3.2 Controladores clásicos

La mayor parte de los reguladores industriales contienen dispositivos llamados controladores, cuya función principal es modificar la dinámica del sistema en lazo abierto de tal manera que se obtengan las características de respuesta deseada en lazo cerrado. Emplean como fuente de energía la electricidad o un fluido presurizado, como el aceite o el aire según el tipo de energía que utilizan en su operación, como neumáticos, hidráulicos o electrónicos. Estos deben decidirse basándose en la naturaleza de la planta y las condiciones de operación, tales como seguridad, costo, disponibilidad, fiabilidad, precisión, peso y tamaño.

Existen varias formas de clasificar los controladores automáticos, una de las más utilizadas se basa en la estructura del sistema de control. La Figura 3.2 muestra las distintas formas de incorporar un controlador al sistema de control.

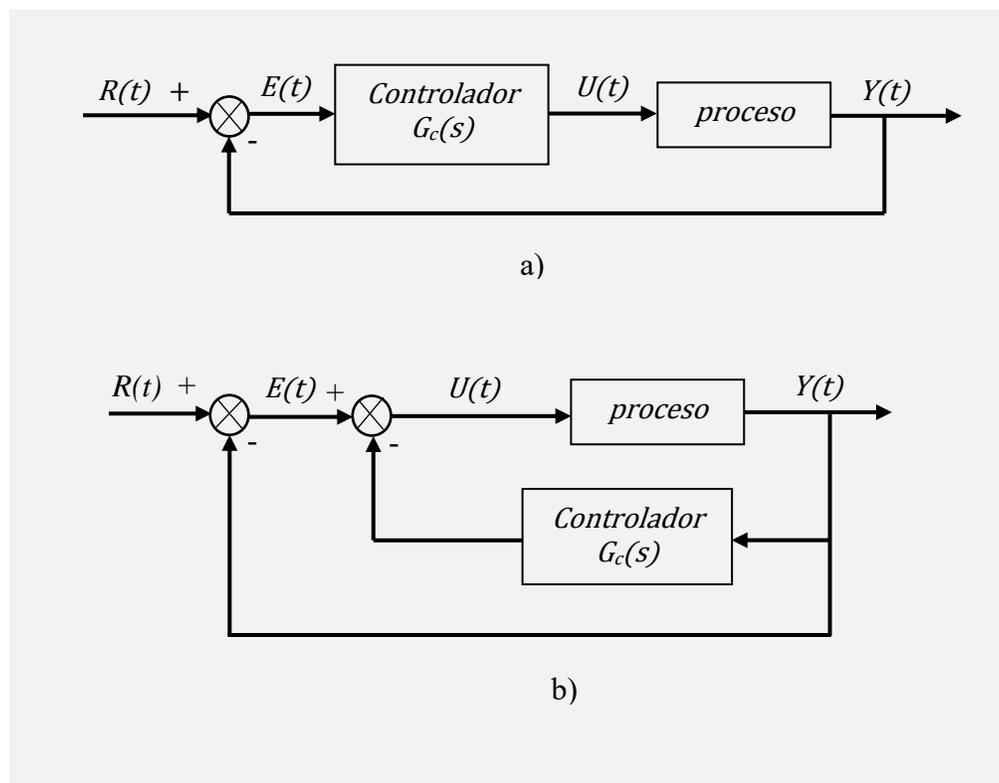


Figura 3. 2 Estructura de controladores clásicos. a) en serie o cascada b) por retroalimentación de salida.

En la Figura 3.2 a), se muestra la configuración compensación en serie o en cascada del sistema de control empleado con mayor frecuencia, en este el controlador está colocado en serie con el proceso a controlar. El diagrama de bloques que corresponde a la compensación mediante retroalimentación se muestra en la Figura 3.2 b), en donde se puede apreciar que el controlador se encuentra colocado en la trayectoria menor de retroalimentación.

Los esquemas de compensación mostrados anteriormente tienen un grado de libertad ya que sólo hay un controlador en cada sistema, aun cuando el controlador puede tener más de un parámetro que puede variar. La desventaja de un controlador de un grado de libertad es que los criterios de desempeño que pueden realizarse están limitados. Por ejemplo, si un sistema es diseñado para alcanzar un cierto grado de estabilidad relativa, puede tener baja sensibilidad a variaciones de parámetros, o bien, si las raíces de la ecuación característica se seleccionan para proporcionar un cierto amortiguamiento, el máximo sobreimpulso de respuesta a la entrada escalón puede ser excesivo debido a los ceros de la función de transferencia en lazo cerrado.

En la mayoría de los sistemas de control industrial se utilizan dispositivos independientes como elementos de medición y actuadores. A este tipo de controladores se les denomina clásicos, estos están basados en la comparación de la respuesta de la planta y la referencia deseada, lo que produce una señal de error. En estos casos dichos controladores poseen dos entradas ( $E_1$  y  $E_2$ ) y una salida  $Y(s)$  como se muestra en la Figura 3.3.

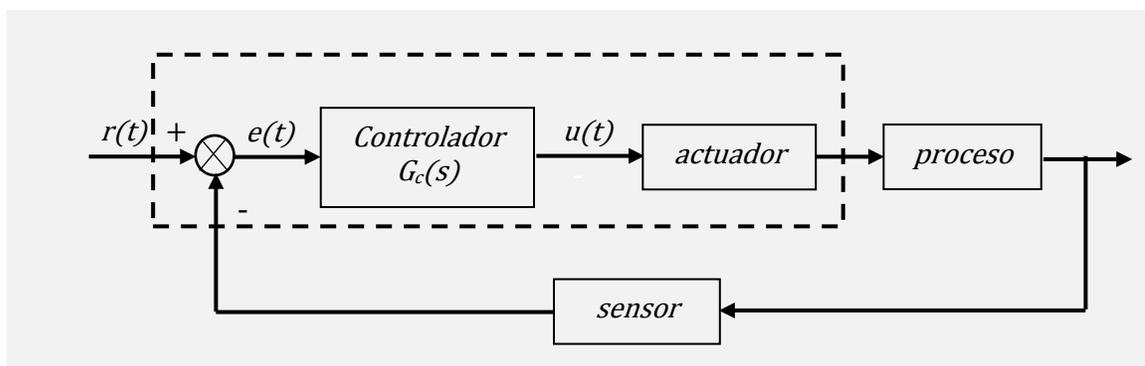


Figura 3.3 Configuración del sistema basado en la detección del error.

Su función consiste en:

- *Cuantificar la señal de error  $e(t)$  en la entrada*
- *Corregir el comportamiento del sistema por medio de una adecuada modificación de la transmitancia  $H(s) G(s)$*

Al comparar la estructura de control por retroalimentación que aparece en la Figura 3.3 con la estructura de lazo abierto que aparece en la Figura 3.2 a), se observa que el actuador (dependiendo de las circunstancias) puede considerarse parte del controlador o parte de la planta. La entrada al actuador proveniente del controlador se le conoce como variable manipulada.

En el caso de los controladores comercialmente disponibles, dentro de la transmitancia se tienen parámetros fácilmente ajustables. De esta manera se puede lograr que los errores sean pequeños tanto en régimen estacionario como en el transitorio y con un mínimo de oscilaciones.

### **3.2.1 Acción de control de dos posiciones (On/Off)**

En un sistema de control de dos posiciones, el elemento de actuación sólo tiene dos posiciones fijas, que, en muchos casos, son simplemente encendidos y apagados. El control de dos posiciones (o de encendido y apagado) es relativamente simple y barato, razón por la cual su uso es extendido en sistemas de control tanto industriales como domésticos.

Supóngase que la señal de salida del controlador es  $u(t)$  y que la señal de error es  $e(t)$ . En el control de dos posiciones, la señal  $u(t)$  permanece en un valor ya sea máximo o mínimo, dependiendo de si la señal de error es positiva o negativa. De este modo,

$$U_{(t)} = \begin{cases} U_1 & \text{para } e(t) > 0 \\ U_2 & \text{para } e(t) < 0 \end{cases} \quad (3.1)$$

Donde  $U_1$  y  $U_2$  son constantes. Por lo general, el valor mínimo de  $U_2$  es cero o  $-U_1$ .

Las Figuras 3.4 a) y b) muestran los diagramas de bloques para dos controladores de dos posiciones. El rango en el que debe moverse la señal de error antes de que ocurra la conmutación se denomina *brecha diferencial*. La reducción de la brecha diferencial aumenta la cantidad de conmutaciones de encendido y apagado por minuto y reduce la vida útil del componente. La magnitud de la brecha diferencial debe determinarse a partir de consideraciones tales como la precisión requerida y la vida del componente.

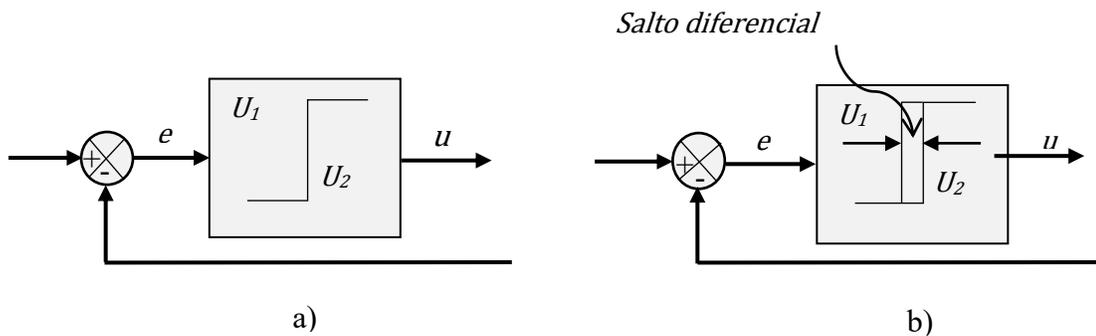


Figura 3.4 a) Diagrama de bloques de un controlador on-off  
 b) diagrama de bloques de un controlador con salto

La acción de control On-Off consiste en conectar o desconectar la entrada de la planta de acuerdo con el error actuante. La Figura 3.5 muestra el esquema de dicha acción de control.

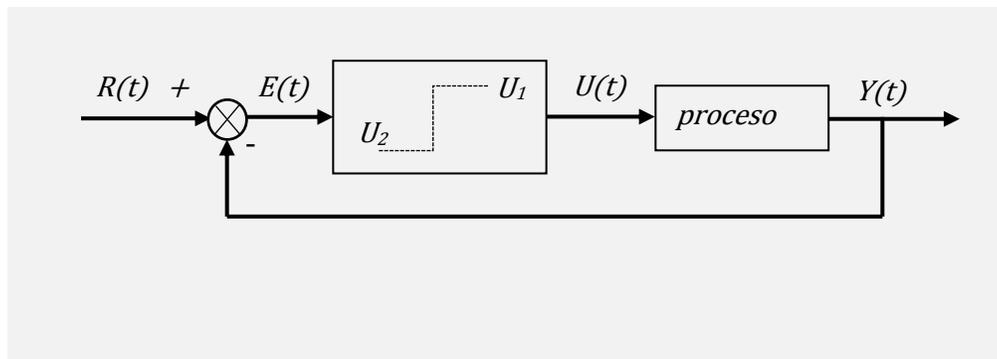


Figura 3.5 Acción de control ON-OFF.

En general los controles ON-OFF son dispositivos eléctricos, donde habitualmente hay una válvula accionada por un selenoide eléctrico.

### 3.2.2 Acción de control proporcional (P)

Este tipo de controlador típicamente de manera analógica, está constituido por un amplificador con ganancia constante  $K_p$ , su acción relaciona la salida del controlador  $U(t)$  y la señal de error actuante  $e(t)$  de la forma:

$$u(t) = K_p e(t) \quad (3.2)$$

O bien en el dominio de la frecuencia (aplicando transformada de Laplace), tenemos:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \quad (3.3)$$

En donde a  $K_p$  se le denomina la ganancia proporcional. Cualquiera que sea el mecanismo real y la forma de la potencia de operación, el controlador proporcional es, en esencia, un amplificador con una ganancia ajustable.

La Figura 3.6 muestra el diagrama de bloques correspondiente a este tipo de acción de control, donde el ajuste de la ganancia  $K_p$ , permite minimizar el error de la salida, sin embargo, esta acción de control no elimina los errores de estado estable, por lo que generalmente no se utiliza en sistema de control que requieren precisión en la salida.

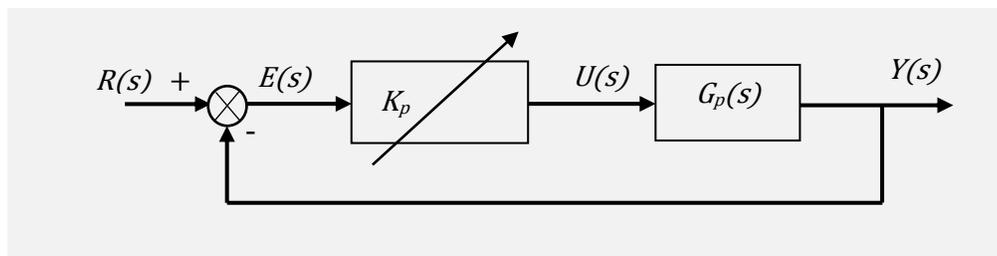


Figura 3. 6 Diagrama del control proporcional.

Otro parámetro importante en la acción de este controlador, es la denominada banda proporcional que expresa que tan grande será la acción de control ante una señal de error en la entrada como se muestra en la ecuación (3.4).

$$B_p = \frac{1}{K_p} \quad (3.4)$$

El control proporcional no introduce polos o ceros al sistema y sólo determina la ubicación de los polos de lazo cerrado, esto puede observarse al determinar la función de transferencia del sistema mostrado en la Figura 3.6, así tenemos como lo muestra la ecuación (3.5) en el dominio de la frecuencia.

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_p G_p(s)}{1 + K_p G_p(s)} \quad (3.5)$$

Como

$$G_p(s) = \frac{P(s)}{Q(s)} \quad (3.6)$$

Entonces

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_p P(s)}{Q(s) + K_p} \quad (3.7)$$

Como se muestra en la ecuación (3.7) un valor de  $K_p$  distinto de cero, modifica el polinomio del denominador de la función de transferencia o polinomio característico  $\Delta(s)$ , lo que origina que los polos se muevan de posición, modificando con ello la respuesta del sistema.

Este tipo de acción de control suele utilizarse en procesos en donde no se requiere necesariamente que el error de estado estable sea cero, tales como tanques de mezclado, sistemas de nivel de líquido, sistemas de control de velocidad de motores de CD, etc. Cuando se requiere de mayor precisión esta acción de control se combina con otras.

La acción de control proporcional no es capaz de lograr que el error de estado estable de un sistema sea cero.

Entre las ventajas de este tipo de acción de control se destacan:

- *Requiere el cálculo de un solo parámetro*
- *Responde muy rápido*
- *Proporciona buena estabilidad*

Como desventajas:

- *La falta de inmunidad al ruido*
- *Error en estado estacionario*
- *Posibilidad de producir oscilaciones en la variable controlada en sistemas de segundo orden*

### 3.2.3 Acción de control integral (I)

Con la acción integral la salida del controlador es proporcional a la integral de la señal del error con el tiempo, esto se puede expresar como:

$$U(t) = \frac{1}{T_i} \int e(t) dt \quad (3.8)$$

Donde  $T_i$  es la constante de tiempo integral. Este controlador produce una señal cuya rapidez es proporcional a la magnitud del error, es decir, “a grandes errores correcciones rápidas”. Además, una de sus principales características es su oposición natural a errores en estado estacionario. Esto se debe a que no solamente responde a la magnitud del error, sino también, al tiempo que dura ese error. La Figura 3.7 muestra la implementación de la ecuación (3.8) en términos de función de transferencia.

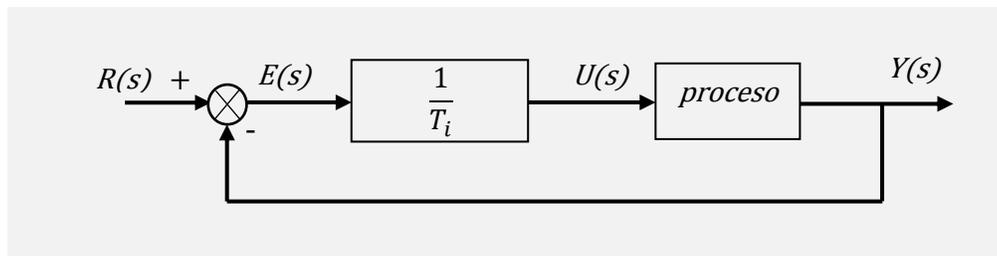


Figura 3. 7 Acción de control integral.

Otro aspecto importante a señalar de esta estrategia de control, es que la salida de este controlador en cualquier instante de tiempo es proporcional a la acumulación de los efectos de los errores pasados, esta situación se puede ilustrar con el siguiente caso, si la entrada del controlador es un error constante (forma de escalón), entonces la acción integral entre 0 y  $t$  producirá una salida que se incrementará en forma proporcional, lo cual puede ocasionar que dicha acción se sature (ver Figura 3.8).

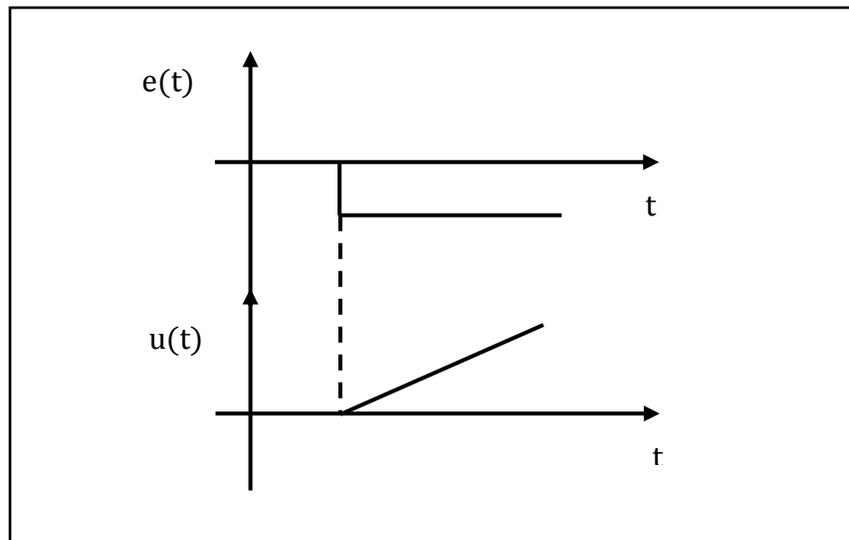


Figura 3. 8 Efecto de un error constante en un control integral.

La acción de control integral reduce un polo en el origen, lo cual incrementa el orden del sistema. Además esta estrategia es capaz de lograr que el error de estado estable de un sistema sea cero. Sin embargo, no se utiliza de manera aislada debido que produce respuestas altamente oscilatorias.

### 3.2.4 Acción de control proporcional-integral (PI)

La función principal de la acción integral es asegurar que la salida del proceso sea igual a la referencia deseada en estado estable. Cuando se incorpora un control proporcional a esta acción, se tiene un control proporcional e integral, el cual queda definido como se muestra en la ecuación (3.9).

$$u(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt \quad (3.9)$$

El valor de salida del controlador proporcional varía en razón proporcional al tiempo en que ha permanecido el error y la magnitud del mismo, su función de transferencia se presenta en la ecuación (3.10).

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} \right) \quad (3.10)$$

Donde  $K_p$  es la ganancia proporcional y  $T_i$  se denomina tiempo de acción integral.

Ambos valores son ajustables. El tiempo integral regula la velocidad de acción de control, mientras que una modificación en  $K_p$  afecta tanto a la parte integral como a la parte proporcional de la acción de control. A este esquema se le denomina control PI en serie. La Figura 3.9 muestra la implementación de dicha acción de control.

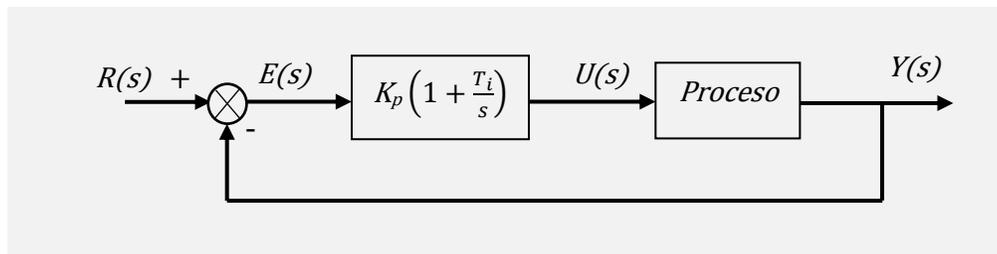


Figura 3. 9 Diagrama de control proporcional integral en serie.

En ocasiones se utiliza la constante  $K_I$  la cual se denomina ganancia integral y se define como lo muestra la ecuación (3.11).

$$K_I = \frac{K_p}{T_i} \quad (3.11)$$

Por lo que la función de transferencia de dicho controlador queda como se presenta en la ecuación (3.12).

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p + \frac{K_I}{s} \quad (3.12)$$

La Figura 3.10 muestra este esquema al cual se le denomina control PI en paralelo.

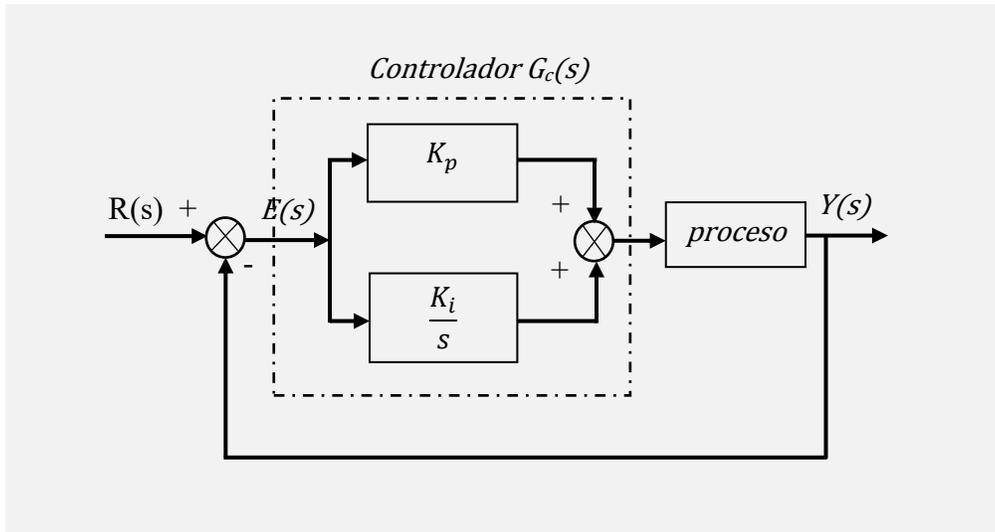


Figura 3. 10 Diagrama del control proporcional integral en paralelo.

Al reescribir la ecuación (3.10) de la forma

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left( \frac{T_i s + 1}{T_i s} \right) \quad (3.13)$$

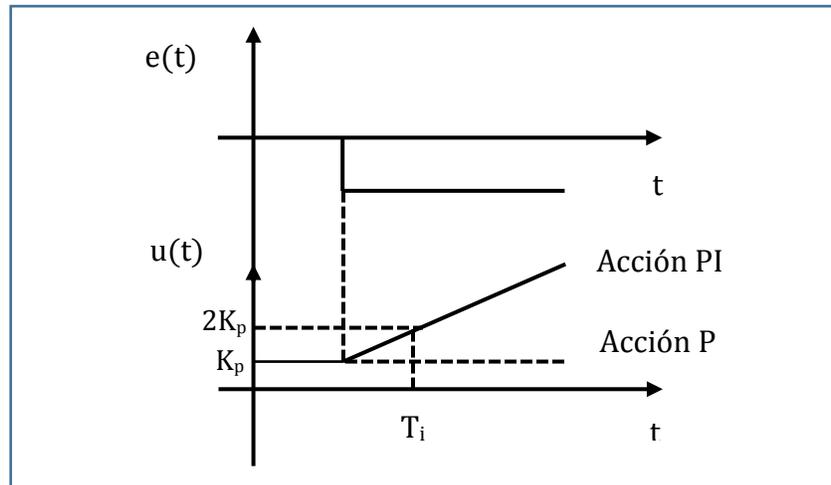
O bien

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left( \frac{s + \frac{1}{T_i}}{T_i s} \right) \quad (3.14)$$

De esta última ecuación se observa que un control PI incorpora un cero al sistema ubicado en  $S = -\frac{1}{T_i}$  y un polo en el origen.

Por otro lado, el recíproco del tiempo integral  $T_i$  recibe el nombre de frecuencia de reposición y es la cantidad de veces que se repite la acción proporcional por minuto.

La Figura 3.11 muestra esta cualidad, en donde se observa cómo responde un control PI cuando el error es constante.



*Figura 3. 11 Acción del control PI ante un escalón unitario.*

La acción de control PI mejora el amortiguamiento y reduce el máximo sobreimpulso, además elimina el error del estado estable y filtra ruidos de alta frecuencia.

# Capítulo 4. Propuesta de control a un sistema eléctrico

## 4.1 Introducción

Un control PI es un mecanismo de control por retroalimentación utilizado en sistemas de control industriales. El controlador PI corrige el error entre un valor medido y el valor que se quiere obtener, calculando dicho error y emitiendo una acción correctora. El algoritmo de cálculo de un PI se basa en dos parámetros distintos: el proporcional y el integral. La suma de estas dos acciones es usada para inducir al sistema a ejecutar una determinada especificación de control. La respuesta del control puede ser descrita en términos del grado al cual el controlador llega al Set-Point (Set-Point es cualquier punto de referencia de alguna variable de un sistema de control automático) y del grado de oscilación del sistema [5].

Nótese que el uso del PI para control no garantiza control óptimo del sistema o la estabilidad del mismo. Los controladores PI son particularmente comunes debido a que generalmente presentan insensibilidad ante ruido.

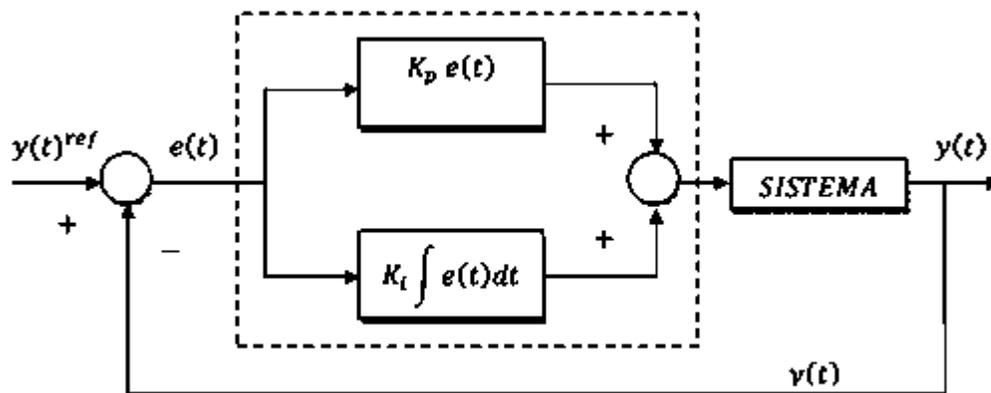


Figura 4. 1 Diagrama de bloques del controlador PI.

Para el correcto funcionamiento de un controlador PI que regule un sistema se necesita al menos:

- *Un sensor que determine el estado del sistema*
- *Un controlador que genere la señal que gobierna la modulación por ancho de pulsos (PWM)*
- *Un actuador que modifique al sistema de manera controlada, el propio PWM*

El sensor proporciona una señal que representa el punto actual en el que se encuentra el sistema. El controlador lee una señal externa que representa el valor que se desea alcanzar (esta señal recibe el nombre de señal de referencia, la cual es de la misma naturaleza que la señal que proporciona el sensor) y le resta la señal medida, obteniendo así la señal de error, que determina en cada instante la diferencia que hay entre el valor deseado (referencia) y el valor medido. La señal de error es utilizada por cada uno de los dos componentes del controlador PI.

La suma de las dos señales resultantes del controlador (la señal resultante de la suma de estas dos se llama variable manipulada) van a ser utilizadas para gobernar al PWM de tal forma que la señal de error sea mínima, es decir, que la señal medida consiga el valor deseado.

La parte proporcional consiste en generar una actuación asociada al producto entre la señal de error y la constante proporcional ( $K_p$ ), de forma que hagan el error en estado estacionario casi nulo. El modo de control integral tiene como propósito disminuir y eliminar el error remanente en estado estacionario, provocado por el modo proporcional. El error integrado es multiplicado por una la constante de integración ( $K_i$ ). Posteriormente, la respuesta integral es adicionada al modo proporcional para formar el control P+I con el propósito de obtener una respuesta estable del sistema sin error estacionario. Estas constantes son parte del diseño del controlador y deberán ser determinadas por medio de teoría clásica de control, simulaciones de prueba y error, etc.

## 4.2 La transformación de Park

En el estudio de sistemas eléctricos de potencia trifásicos es fundamental disponer de técnicas de representación de las variables eléctricas que permitan el análisis y diseños de dispositivos, circuitos y equipamiento eléctrico. También, las transformaciones matemáticas de sistemas de referencia facilitan el estudio de sistemas complejos, al desacoplar variables en máquinas eléctricas o en la resolución de sistemas de ecuaciones con coeficientes variantes en el tiempo.

Los sistemas de potencia trifásicos tradicionalmente han sido analizados usando las transformaciones de Clar y Park. Estas técnicas han sido ampliamente usadas para modelar sistemas eléctricos trifásicos en régimen permanente bajo operación balanceada y desbalanceada con el fin de analizar transitorios, comportamientos dinámicos, contenido armónico de señales y también para el diseño de controladores [6]. La transformación de Park o D-Q convierte las componentes 'abc' del sistema trifásico a otro sistema de referencia 'dq0'. El objetivo de la transformación consiste en convertir los valores trifásicos 'abc' (variables senoidalmente en el tiempo) a valores constantes 'dq0', en régimen permanente.

En el año de 1929 Robert. H. Park presentó un artículo a la *AIEE* titulado "*Two reactions theory of synchronoud*". En este se presentó una generalización y extensión del trabajo de Bondel, Dreyfus, y Doherty y Nickle, y establece métodos generales para calcular corriente, potencia y torque en máquinas síncronas de polos saliente y de rotor liso tanto en condiciones de estado estacionario como transitorio [7].

La transformada de Park resulta como tal, un cambio de coordenadas desde el sistema trifásico estacionario ( $f_{abc} = [f_a f_b f_c]^T$ ) al sistema coordenado giratorio sobre los ejes  $dq0$  ( $f_{0dq} = [f_0 f_d f_q]^T$ ) [8]. Esta transformación está hecha en dos pasos:

- ***Una transformación desde el sistema coordenado estacionario trifásico (abc) a un sistema estacionario denominado  $\alpha\beta\gamma$***
- ***Una transformación desde el sistema coordenado estacionario  $\alpha\beta\gamma$  al sistema giratorio  $dq0$***

### 4.2.3 Expresión de la matriz de transformación

La transformación de Park utiliza la transformación de Clarke, las variables eléctricas pueden representarse mediante un vector que gira, con velocidad angular constante  $\omega$  en el plano  $\alpha\beta$  como se muestra en la Figura 4.2.

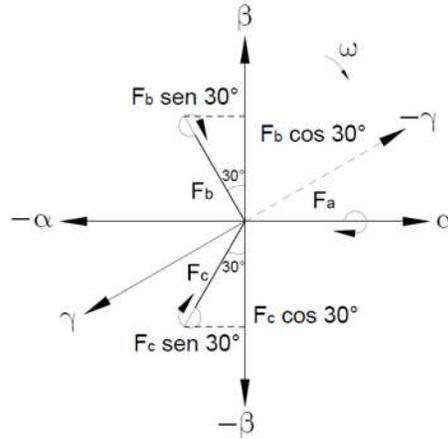


Figura 4. 2 Descomposición del sistema trifásico balanceado abc en los ejes de referencia  $\alpha\beta\gamma$ .

Descomponiendo las señales  $F_a$ ,  $F_b$  y  $F_c$  en los ejes  $\alpha$  y  $\beta$  se tiene:

$$F_\alpha = F_a - F_b \text{sen}(30^\circ) - F_c \text{sen}(30^\circ)$$

$$F_\alpha = F_a - \frac{1}{2}F_b - \frac{1}{2}F_c \quad (4.1)$$

$$F_\beta = F_b \cos(30^\circ) - F_c \cos(30^\circ)$$

$$F_\beta = \frac{\sqrt{3}}{2}F_b - \frac{\sqrt{3}}{2}F_c \quad (4.2)$$

Agrupando de forma matricial las ecuaciones (4.1) y (4.2) se tiene:

$$\begin{bmatrix} F_\alpha \\ F_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_a \\ F_b \\ F_c \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Ahora se propone un vector  $F_\gamma$  como vector ortogonal a  $F_\alpha$  y  $F_\beta$  de la ecuación (4.3) para poder generar todo el espacio en  $\mathbb{R}^3$  y normalizando cada vector renglón por su columna correspondiente, la base ortonormal en forma matricial resulta:

$$\begin{bmatrix} F_\alpha \\ F_\beta \\ F_\gamma \end{bmatrix} = \underbrace{\sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}}_{\mathcal{C}} \begin{bmatrix} F_a \\ F_b \\ F_c \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

A esta matriz se le conoce como la transformada de Clark, la cual llamaremos la matriz  $\mathcal{C}$ . El término que multiplica la matriz de transformación en la ecuación (4.4) el cual es  $\frac{\sqrt{2}}{3}$  puede tener un valor diverso, con este valor se consigue que la transformación sea ortonormal y se usa para mantener invariante la potencia y amplitud de la señal trifásica.

La expresión para este cambio de coordenadas es:

$$F_{\alpha\beta\gamma} = \mathcal{C}F_{abc} \quad (4.5)$$

Donde el vector  $f_{abc} = [f_a \ f_b \ f_c]^T$  consta de las componentes escalares asociadas a las tres fases, las cuales varían en el tiempo en forma sinusoidal. El vector  $f_{\alpha\beta\gamma} = [f_\alpha \ f_\beta \ f_\gamma]^T$  corresponde a la representación del vector  $f_{abc}$  en el sistema coordenado  $\alpha \beta \gamma$  y donde las componentes  $f_\alpha$  y  $f_\beta$  también varían de forma sinusoidal en el tiempo y están en cuadratura.

Ahora bien, si al marco estacionario  $\alpha \beta \gamma$  se le permite girar a cierta velocidad de rotación  $\omega_r$ , se obtiene la transformación de Park en un nuevo sistema coordenado rotatorio también en cuadratura  $d q 0$ . Tomando los ejes estacionarios  $dq0$  como referencia, la posición de los ejes  $\alpha\beta\gamma$  está definida por el ángulo  $\theta$ , como se muestra en la Figura 4.3.

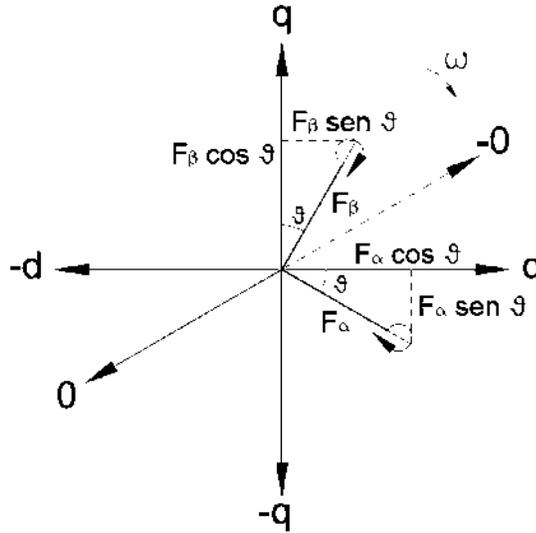


Figura 4.3. Descomposición vectorial del sistema ortogonal giratorio  $\alpha\beta\gamma$  en los ejes de referencia ortogonales estáticos  $dq0$ .

Siendo entonces la descomposición vectorial como se muestra en la Figura 4.3.

$$F_d = F_\alpha \cos\theta + F_\beta \sin\theta \quad (4.6)$$

$$F_q = -F_\alpha \sin\theta + F_\beta \cos\theta \quad (4.7)$$

Donde  $F_q$  y  $F_d$  son linealmente independientes, su producto interno es cero y su norma es unitaria. La base ortonormal en forma matricial queda como:

$$\begin{bmatrix} F_d \\ F_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_\alpha \\ F_\beta \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

La componente  $F_\gamma$  coincide con el eje 0 del nuevo marco de referencia y es necesario agregar esta componente a la ecuación (4.8) para generar todo el espacio en  $R^3$  completando la base ortonormal para la transformación de  $\alpha\beta\gamma$  a  $dq0$  quedando como:

$$\begin{bmatrix} F_d \\ F_q \\ F_0 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_D \begin{bmatrix} F_\alpha \\ F_\beta \\ F_\gamma \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

La matriz de la ecuación (4.9) se denota como  $\mathbf{D}$  y la expresión para este cambio de coordenadas es:

$$F_{dq0} = \mathbf{D}F_{\alpha\beta\gamma} \quad (4.10)$$

La transformada de Park es la matriz ortonormal que combina las dos transformaciones anteriores (4.5) y (4.10), para resolver este sistema matricial se sustituye la ecuación (4.5) en (4.10) y queda como:

$$F_{dq0} = \mathbf{D}\mathbf{C}F_{abc} \quad (4.11)$$

Desarrollando la matriz ortonormal de la ecuación (4.11) matricialmente, se tiene:

$$\begin{bmatrix} F_d \\ F_q \\ F_0 \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos\theta & \text{sen}\theta & 0 \\ -\text{sen}\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{-2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_a \\ F_b \\ F_c \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

$$\begin{bmatrix} F_d \\ F_q \\ F_0 \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos\theta & -\frac{1}{2}\cos\theta + \frac{\sqrt{3}}{2}\text{sen}\theta & -\frac{1}{2}\cos\theta - \frac{\sqrt{3}}{2}\text{sen}\theta \\ -\text{sen}\theta & \frac{1}{2}\text{sen}\theta + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta & \frac{1}{2}\text{sen}\theta - \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_a \\ F_b \\ F_c \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

Aplicando identidades trigonométricas  $\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$  y  $\text{sen}\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$  y sustituyendo en la ecuación (4.13).

$$\begin{bmatrix} F_d \\ F_q \\ F_0 \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos\theta\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + \text{sen}\theta\text{sen}\left(\frac{2\pi}{3}\right) & \cos\theta\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) - \text{sen}\theta\text{sen}\left(\frac{2\pi}{3}\right) \\ -\text{sen}\theta & -\text{sen}\theta\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + \cos\theta\text{sen}\left(\frac{2\pi}{3}\right) & -\text{sen}\theta\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) - \cos\theta\text{sen}\left(\frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_a \\ F_b \\ F_c \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

Utilizando identidades trigonométricas para ángulos dobles en la matriz de la ecuación (4.14) se obtiene finalmente la transformada de Park.

$$\text{sen}(x + y) = \text{sen } x \cos y + \cos x \text{sen } y$$

$$\text{sen}(x - y) = \text{sen } x \cos y - \cos x \text{sen } y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \text{sen } x \text{sen } y$$

$$\cos(x - y) = \cos x \cos y + \text{sen } x \text{sen } y$$

$$\begin{bmatrix} F_d \\ F_q \\ F_0 \end{bmatrix} = \underbrace{\sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\text{sen}\theta & -\text{sen}\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\text{sen}\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}}_P \begin{bmatrix} F_a \\ F_b \\ F_c \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

Finalmente, se ha conseguido cambiar el sistema de referencia del vector espacial desde el dominio temporal  $a, b, c$ , hasta el dominio de ejes giratorios  $d, q$ . La matriz  $P$  resultante, definida en la ecuación (4.15) es la matriz de transformación de Park que queda definida como  $[F_{dq0} = PF_{abc}]$ .

### 4.3 La transformación de Park reducida (sistemas trifásicos balanceados)

En la sección anterior se demostró el planteamiento de la transformación de Park partiendo desde un sistema coordinado estacionario trifásico ( $abc$ ) a un sistema estacionario denominado  $\alpha\beta\gamma$  y finalmente transformación desde el sistema coordinado estacionario  $\alpha\beta\gamma$  al sistema giratorio  $dq0$ .

En esta sección se trabaja en la transformación de Park reducida, la cual consiste en hacer un retroceso inverso de la tradicional transformada de Park como se muestra en la matriz  $P$  de la ecuación (4.15), representándolos como voltajes y con  $V_0 = 0$  se tiene:

$$\begin{bmatrix} V_d \\ V_q \\ 0 \end{bmatrix} = [P] \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

Donde un sistema eléctrico de potencia trifásico balanceado se expresa de la forma

$$V_a + V_b + V_c = 0 \quad (4.17)$$

Despejando  $V_c$  de la ecuación (4.17)

$$V_c = -V_a - V_b \quad (4.18)$$

Sustituyendo la ecuación (4.18) en el vector de fases

$$\begin{bmatrix} V_d \\ V_q \end{bmatrix} = \underbrace{\sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \text{sen}\theta & \text{sen}\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \text{sen}\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix}}_{2 \times 3} \underbrace{\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ -V_a - V_b \end{bmatrix}}_{3 \times 2} \quad (4.19)$$

Resolviendo la matriz  $P$  por la matriz de voltajes se tiene

$$\begin{bmatrix} V_d \\ V_q \end{bmatrix} = \underbrace{\sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \underbrace{\cos\theta - \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right)}_w & \underbrace{\cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) - \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right)}_x \\ \underbrace{\text{sen}\theta - \text{sen}\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right)}_y & \underbrace{\text{sen}\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) - \text{sen}\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right)}_z \end{bmatrix}}_{PR} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

Para un mejor entendimiento agregamos subíndices a los 4 términos que generan la ecuación (4.20) donde se aplicarán identidades trigonométricas para ángulos dobles y se desarrollará cada uno de los términos de la matriz.

$$W = \sqrt{\frac{2}{3}} \left[ \cos\theta - \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \right] = \sqrt{\frac{2}{3}} \left\{ \cos\theta - \left[ \cos\theta \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + \text{sen}\theta \text{sen}\left(\frac{2\pi}{3}\right) \right] \right\}$$

$$\begin{aligned}
W &= \sqrt{\frac{2}{3}} \left[ \cos\theta + \frac{1}{2}\cos\theta + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\theta \right] = \sqrt{\frac{2}{3}} \left[ \frac{3}{2}\cos\theta + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\theta \right] \\
W &= \sqrt{2} \left[ \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta + \frac{1}{2}\sin\theta \right] = \sqrt{2} \left[ \cos\theta \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) + \sin\theta \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) \right] \\
W &= \sqrt{2} \sin\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) \tag{4.21}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
X &= \sqrt{\frac{2}{3}} \left[ \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) - \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \right] \\
X &= \sqrt{\frac{2}{3}} \left[ \cos\theta \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + \sin\theta \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) - \cos\theta \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + \sin\theta \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) \right] \\
X &= \sqrt{\frac{2}{3}} \left[ \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\theta + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\theta \right] = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \left[ \sqrt{3}\sin\theta \right] = \sqrt{2}\sin\theta \tag{4.22}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Y &= \sqrt{\frac{2}{3}} \left[ \sin\theta - \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \right] = \sqrt{\frac{2}{3}} \left[ \sin\theta - \sin\theta \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) - \cos\theta \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) \right] \\
Y &= \sqrt{\frac{2}{3}} \left[ \sin\theta + \frac{1}{2}\sin\theta - \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta \right] = \sqrt{\frac{2}{3}} \left[ \frac{3}{2}\sin\theta - \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta \right] \\
Y &= \sqrt{2} \left[ \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\theta - \frac{1}{2}\cos\theta \right] = \sqrt{2} \left[ \sin\theta \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) - \cos\theta \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) \right] \\
Y &= -\sqrt{2} \left[ \cos\theta \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) - \sin\theta \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \right] = -\sqrt{2} \left[ \cos\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) \right] \tag{4.23}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Z &= \sqrt{\frac{2}{3}} \left[ \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) - \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \right] \\
Z &= \sqrt{\frac{2}{3}} \left[ \sin\theta \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) - \cos\theta \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) - \sin\theta \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) - \cos\theta \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) \right] \\
Z &= \sqrt{\frac{2}{3}} \left[ -2\cos\theta \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) \right] = -\sqrt{2}\cos\theta \tag{4.24}
\end{aligned}$$

Reacomodando los términos  $w, x, y, z$ , en la matriz  $PR$  de la ecuación (4.20).

$$\begin{bmatrix} V_d \\ V_q \end{bmatrix} = \underbrace{\sqrt{2} \begin{bmatrix} \text{sen}\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) & \text{sen}\theta \\ -\text{cos}\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) & -\text{cos}\theta \end{bmatrix}}_{PR} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

Ahora bien, obteniendo la inversa de la matriz de la ecuación (4.25) y expresándola de la forma  $V_{dq} = PR^{-1}V_{ab}$  se tiene:

$$\begin{bmatrix} V_d \\ V_q \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \underbrace{\begin{bmatrix} -\text{cos}\theta & -\text{sen}\theta \\ \text{cos}\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) & \text{sen}\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) \end{bmatrix}}_{PR} \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

Resolviendo su determinante

$$\Delta = -\text{sen}\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right)\text{cos}\theta + \text{sen}\theta\text{cos}\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$\Delta = -\text{sen}\theta\text{cos}\left(\frac{\pi}{3}\right)\text{cos}\theta - \text{cos}\theta\text{sen}\left(\frac{\pi}{3}\right)\text{cos}\theta + \text{sen}\theta\text{cos}\theta\text{cos}\left(\frac{\pi}{3}\right) - \text{sen}\theta\text{sen}\theta\text{sen}\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

$$\Delta = \frac{1}{2}\text{sen}\theta\text{cos}\theta - \frac{\sqrt{3}}{2}\text{cos}^2\theta - \frac{1}{2}\text{sen}\theta\text{cos}\theta - \frac{\sqrt{3}}{2}\text{sen}^2\theta$$

$$\Delta = -\frac{\sqrt{3}}{2}[\text{sen}^2\theta + \text{cos}^2\theta] = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Sustituyendo

$$\frac{1}{\Delta} = -\frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = -\sqrt{\frac{2}{3}}$$

Una vez obtenido el determinante, se integra el signo dentro de la matriz  $PR$

$$\begin{bmatrix} V_d \\ V_q \end{bmatrix} = \underbrace{\sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \text{cos}\theta & \text{sen}\theta \\ -\text{cos}\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) & -\text{sen}\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) \end{bmatrix}}_{PR^{-1}} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

La matriz de la ecuación (4.27) es la que se conoce como la transformación de Park reducida y es la que utilizaremos para controlar un sistema eléctrico de potencia trifásico por medio del diseño de un controlador P y PI.

Donde  $\theta$  de la ecuación (4.28) es el ángulo de la referencia rotativa de los ejes (D-Q).

$$\theta(t) = \omega_{r(t)}t + \Delta(t) + \frac{\pi}{2} \quad (4.28)$$

### 4.3.1 Introducción a 20-Sim

20-sim es un programa de simulación y modelado que se ejecuta bajo Microsoft Windows de origen holandés, utilizado por primera vez en agosto de 1995. Se lanzó comercialmente la versión 1.0 del software con el nombre comercial de 20-Sim refiriéndose a la Universidad de Twente. Con 20-sim se puede simular el comportamiento de sistemas dinámicos como: eléctricos, mecánicos e hidráulicos o cualquier combinación de estos. Es totalmente compatible con el modelado gráfico, lo que permite diseñar y analizar sistemas de una manera intuitiva y fácil de usar. Admite el uso de componentes, esto le permite ingresar modelos eligiendo componentes de la biblioteca y conectándolos. 20-sim consta de dos ventanas principales (editor y simulador) y muchas herramientas. El editor se abre cuando se empieza el programa donde se pueden crear cualquier tipo de modelo como los anteriormente mencionados (ver Figura 4.4).

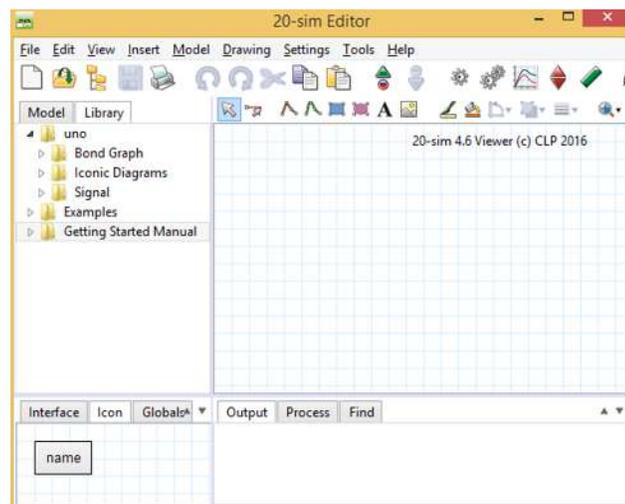
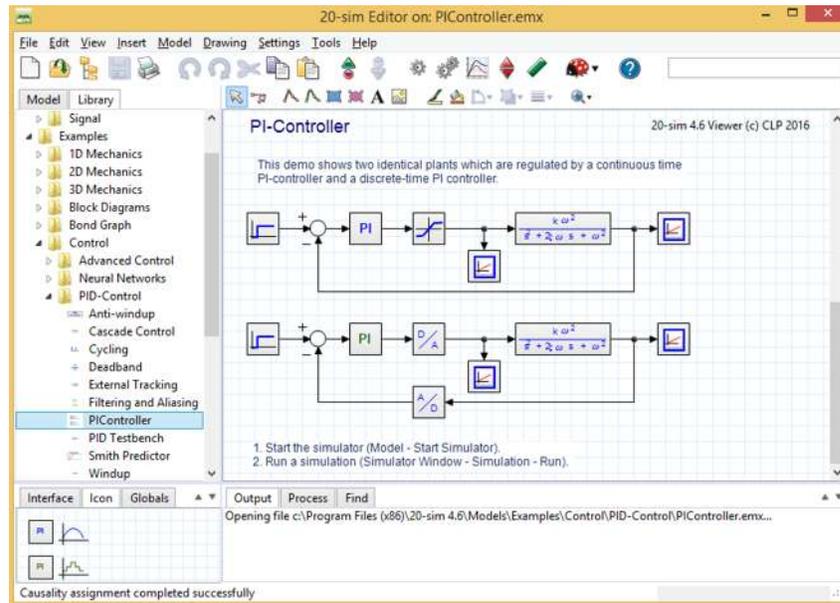


Figura 4. 3 Ventana principal del simulador 20-sim.

Para crear los modelos sólo es necesario arrastrar un elemento de la biblioteca y soltarlo en el editor gráfico, su modelo es en realidad construido de la misma manera que dibujaría un esquema de ingeniería. Admite varias representaciones modelo, tales como diagramas de bloques y diagramas icónicos. Estas representaciones se pueden combinar en un mismo modelo. La Figura 4.5 muestra un ejemplo de un controlador PI en 20-sim.



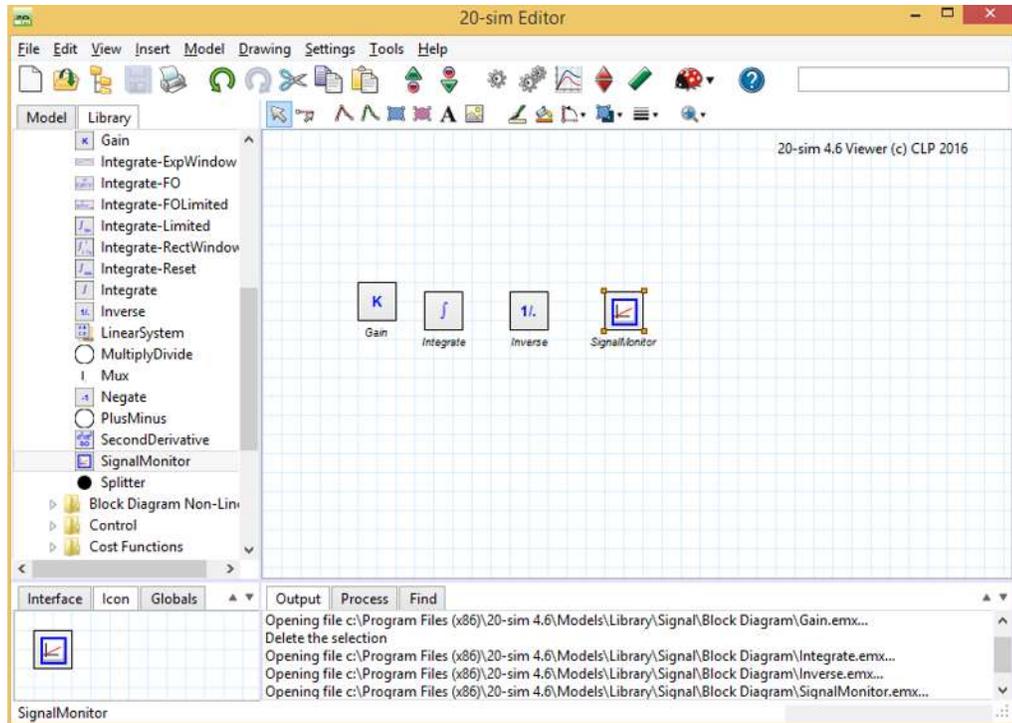
*Figura 4. 4 Ejemplo de un controlador PI en 20-sim.*

Todos los modelos de biblioteca son de código abierto, se puede inspeccionar el contenido de cualquier modelo en el editor. Tiene una gran variedad de ejemplos simplificados como los sistemas de control, sistemas eléctricos, sistemas mecánicos, sistemas hidráulicos etc. y diferentes formas de medir el comportamiento de cada sistema que se desee modelar.

Los diagramas de bloques permiten representar gráficamente las relaciones matemáticas entre señales en un sistema. Son especialmente adecuados para modelar sistemas de control. En 20-sim una gran biblioteca de elementos del diagrama de bloques está disponible. Los elementos se muestran en el editor por íconos.

Tiene una gran biblioteca de elementos del diagrama de bloques como lineal, no lineal, discreto y elementos fuente.

Se pueden crear elementos personalizados del diagrama de bloques y agregarlos a las bibliotecas existentes o combinarlas en bibliotecas recientemente definidas. La Figura 4.6 muestra algunos bloques que se usan en los sistemas de control.

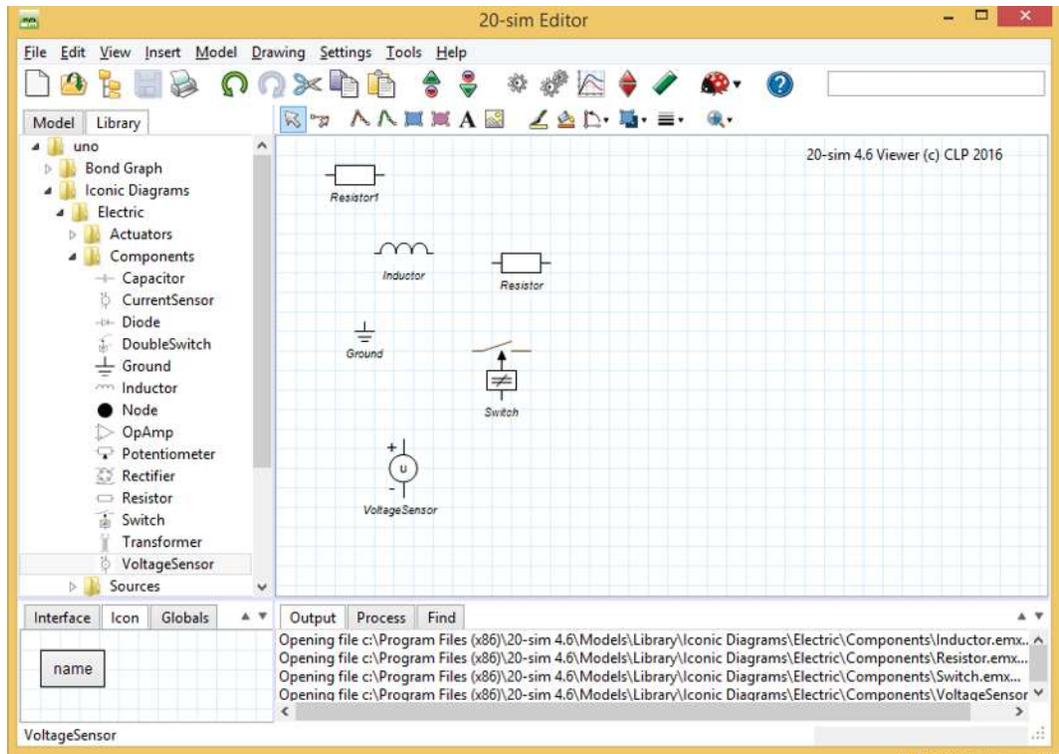


*Figura 4. 5 Elementos de sistemas de control.*

La base de los elementos del diagrama de bloques es el uso de señales de entrada y salida, 20-sim permite crear elementos de diagrama de bloques definidos por el usuario con un número arbitrario de señales de entrada y salida. Los tamaños de señal pueden ser 1 (predeterminado) o más grande.

Los diagramas o componentes icónicos son los componentes básicos de los sistemas físicos, ellos permiten ingresar gráficamente modelos de sistemas físicos. Los elementos se muestran en el editor por íconos que se parecen a las partes correspondientes.

En la Figura 4.7 se muestran algunos componentes de la librería de sistemas eléctricos que son utilizados para la simulación de circuitos.

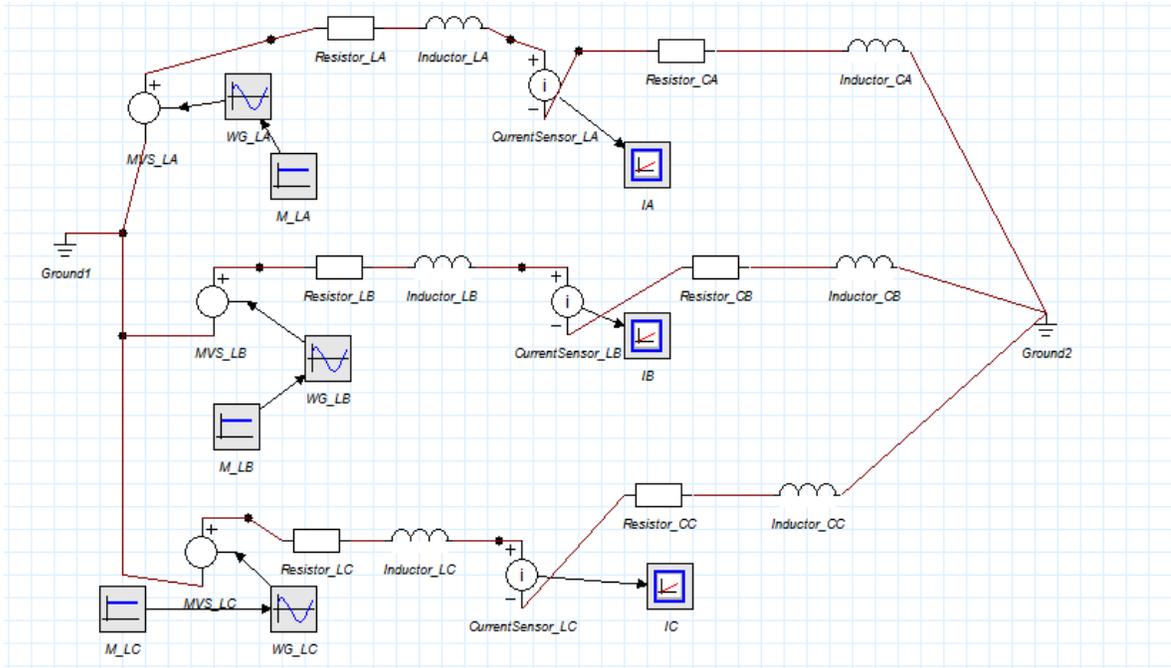


*Figura 4.6 Elementos de sistemas eléctricos.*

## 4.4 Un circuito trifásico a controlar (en lazo abierto)

En los sistemas de control de lazo abierto sólo actúa el proceso sobre la señal de entrada y da como resultado una señal de salida independiente a la señal de entrada, pero basada en la primera, esto significa que no hay retroalimentación hacia el controlador para que éste pueda ajustar la acción de control. Es decir, la señal de salida no se convierte en señal de entrada para el controlador.

El siguiente circuito que muestra la Figura 4.8, es un circuito trifásico balanceado formado por un sistema en lazo abierto. En él se pueden observar tres fuentes de señales alternas con un valor de 100 V conectados a cargas RL en serie-paralelo.



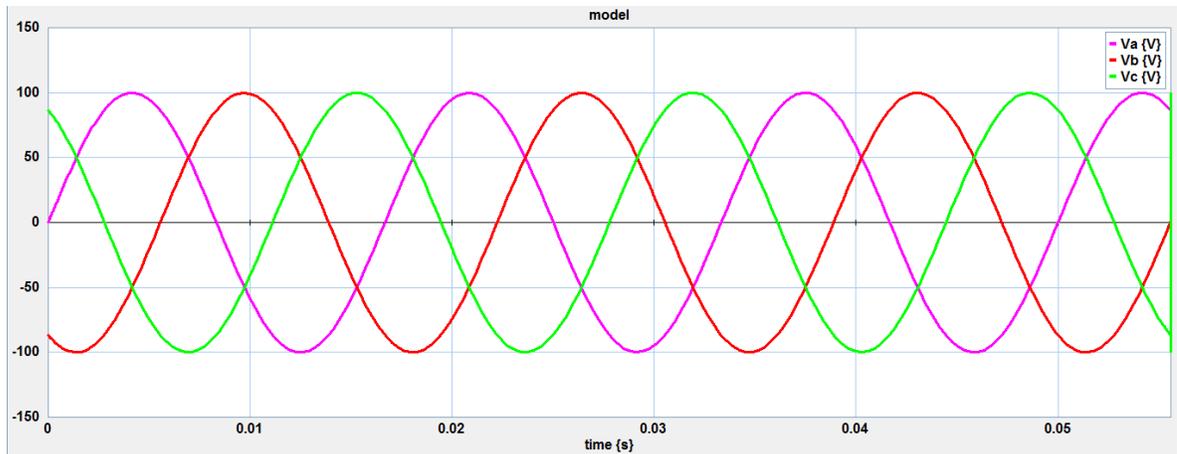
*Figura 4. 7 Circuito trifásico balanceado en lazo abierto.*

Se agregaron mismos valores a las cargas de resistencia e inductancia en las 3 fases para balancear el circuito como se muestra en la Tabla 4.1

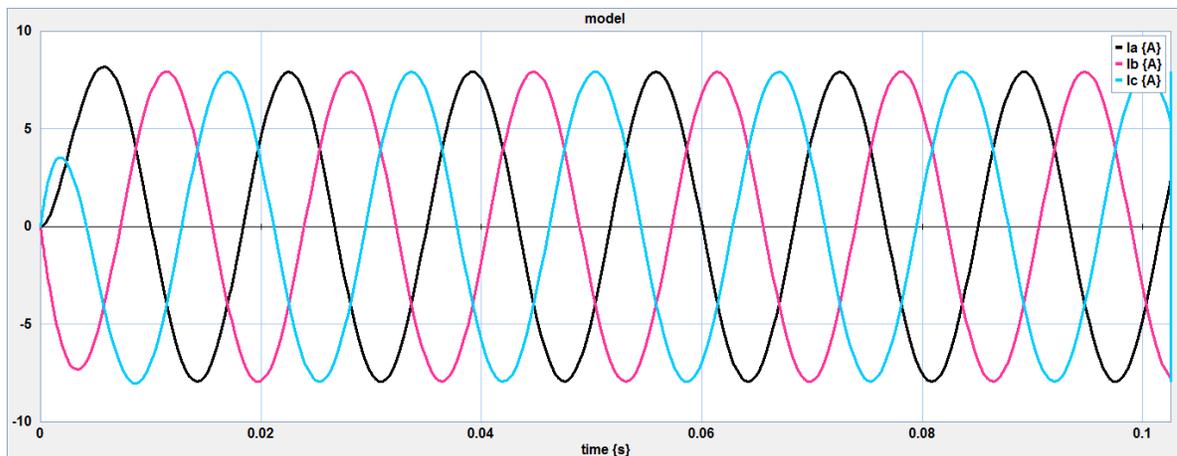
*Tabla 4. 1 Parámetros para un voltaje de entrada de 100 V.*

Ria	100 mΩ	Lia	10 mH	Rca	10 Ω	Lca	10 mH
Rib	100 mΩ	Lib	10 mH	Rcb	10 Ω	Lcb	10 mH
Ric	100 mΩ	Lic	10 mH	Rcc	10 Ω	Lcc	10 mH

Integrando los valores de la Tabla 4.1 y simulando el circuito, se tienen señales trifásicas balanceadas como se muestra en la Figura 4.9 y 4.10.



*Figura 4. 8 Voltaje trifásico balanceado en lazo abierto.*



*Figura 4. 9 Corriente trifásica en lazo abierto.*

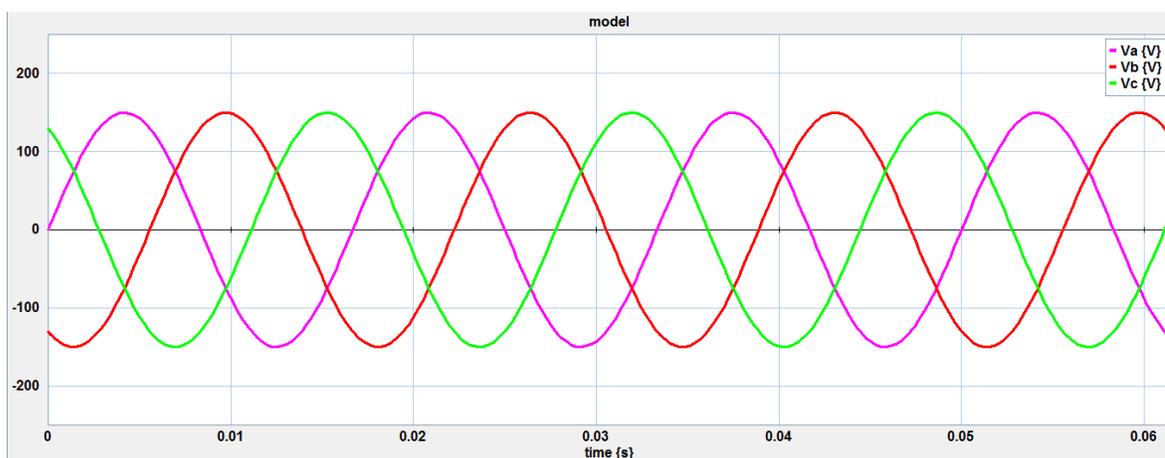
La Figura 4.9 muestra el voltaje de entrada en el circuito con un valor de 100 V en el cual se pueden observar las señales trifásicas con una separación de  $120^\circ$  y un comportamiento estable debido a que es constante en el circuito. La Figura 4.10 muestra el comportamiento que tiene la corriente en el circuito RL con un ligero incremento hasta llegar a una estabilidad de 8 A.

Luego de aumentar el voltaje con los mismos valores de resistencia e inductancia como se observa en la Tabla 4.2, se realiza una nueva simulación y se observa el comportamiento del circuito.

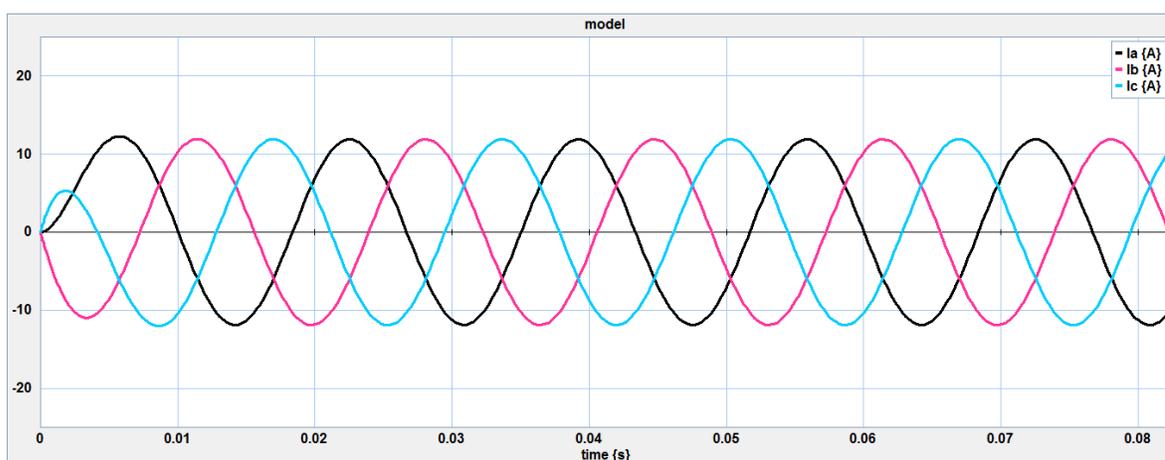
*Tabla 4. 2 Parámetros para un voltaje de entrada de 150 V.*

Ria	100 mΩ	Lia	10 mH	Rca	10 Ω	Lca	10 mH
Rib	100 mΩ	Lib	10 mH	Rcb	10 Ω	Lcb	10 mH
Ric	100 mΩ	Lic	10 mH	Rcc	10 Ω	Lcc	10 mH

Al aumentar el voltaje a 150 V y simular el circuito, se grafican nuevamente los valores de voltaje y corriente como se muestra en la Figura 4.11 y 4.12.



*Figura 4. 10 Voltaje trifásico de entrada.*



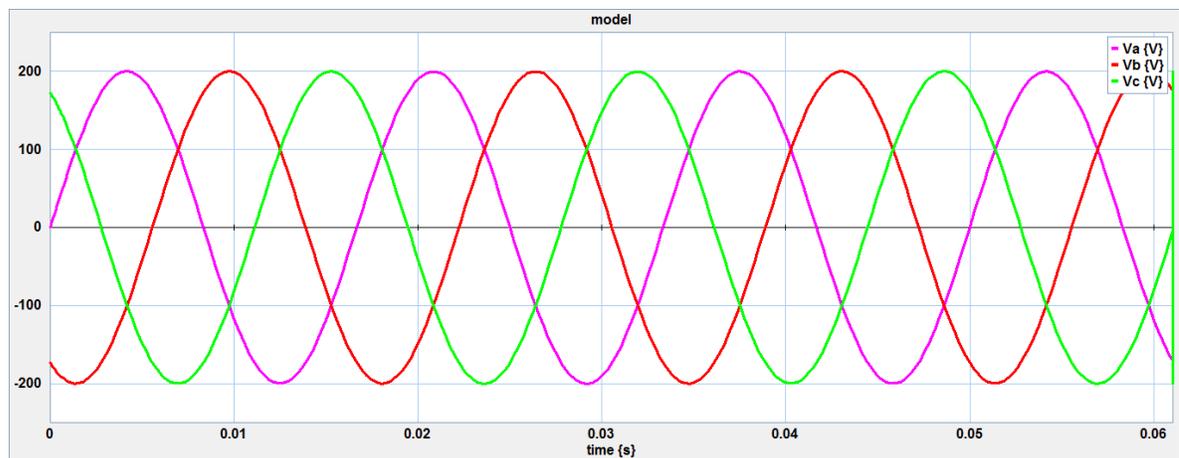
*Figura 4. 11 Comportamiento de la corriente en el circuito a 150 V.*

En la señal de la Figura 4.11 se observa el aumento del voltaje a 150 V y así mismo en la Figura 4.12 la señal muestra un aumento en la corriente hasta 12 A, siendo proporcional el aumento del voltaje con la corriente a un 50%.

Por último, se aumenta el voltaje a 200 V con los mismos valores de resistencia e inductancia como se muestra en la Tabla 4.3 y se observarán nuevamente las señales de voltaje y corriente en el circuito eléctrico.

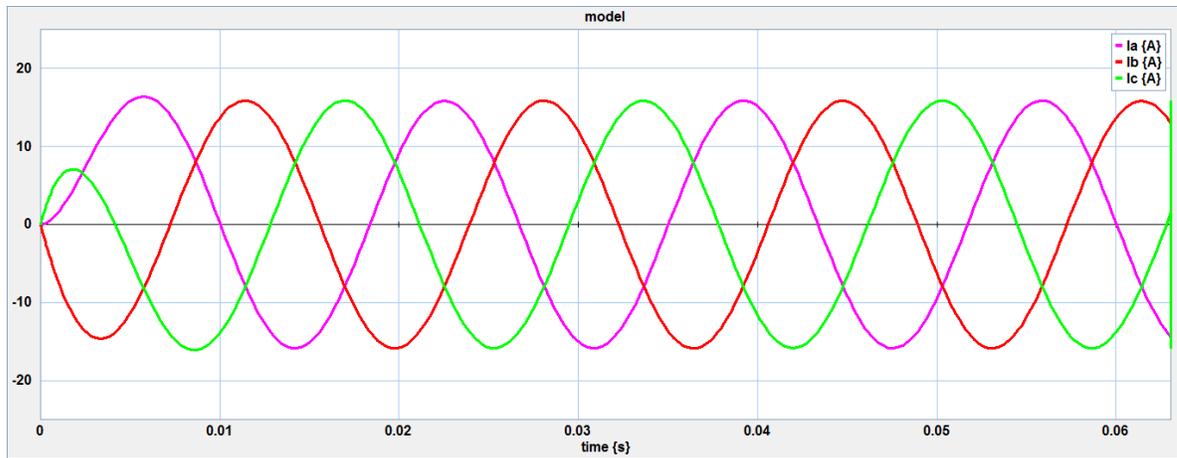
*Tabla 4.3 Parámetros para un voltaje de entrada de 200 V.*

Ria	100 mΩ	Lia	10 mH	Rca	10 Ω	Lca	10 mH
Rib	100 mΩ	Lib	10 mH	Rcb	10 Ω	Lcb	10 mH
Ric	100 mΩ	Lic	10 mH	Rcc	10 Ω	Lcc	10 mH



*Figura 4.12 Señal de voltaje.*

En la última simulación del circuito en lazo abierto, la Figura 4.13 representa la entrada a las señales trifásicas del voltaje a 200 V y la Figura 4.14 indica otro aumento en la corriente de 16 A como se muestra a continuación.



*Figura 4. 13 Señal de corriente.*

Como se observó en las tres simulaciones variando el voltaje desde 100 hasta 200 V se pudo observar que la corriente es proporcional al aumento del voltaje, es decir, a mayor incremento de voltaje, mayor será la corriente en el circuito eléctrico.

Por otro lado, al trabajar con un circuito en lazo abierto se observa que no existen variaciones en las señales, debido a que no hay ningún dispositivo que mida alguna señal de error o ajuste retroalimentado que se haya ordenado.

## **4.5 Un circuito trifásico (en lazo cerrado)**

Los sistemas en lazo cerrado son los sistemas en los que la acción de control está en función de la señal de salida. Los sistemas de lazo cerrado usan la retroalimentación y la salida depende de las consideraciones y correcciones realizadas por la retroalimentación.

### **4.5.1 Circuito trifásico en lazo cerrado con controlador P**

En este circuito, la retroalimentación está basada en la señal del error que manda la relación de transformación demandada por el sistema en el bus de salida. El circuito mostrado en la Figura 4.15 muestra su configuración.

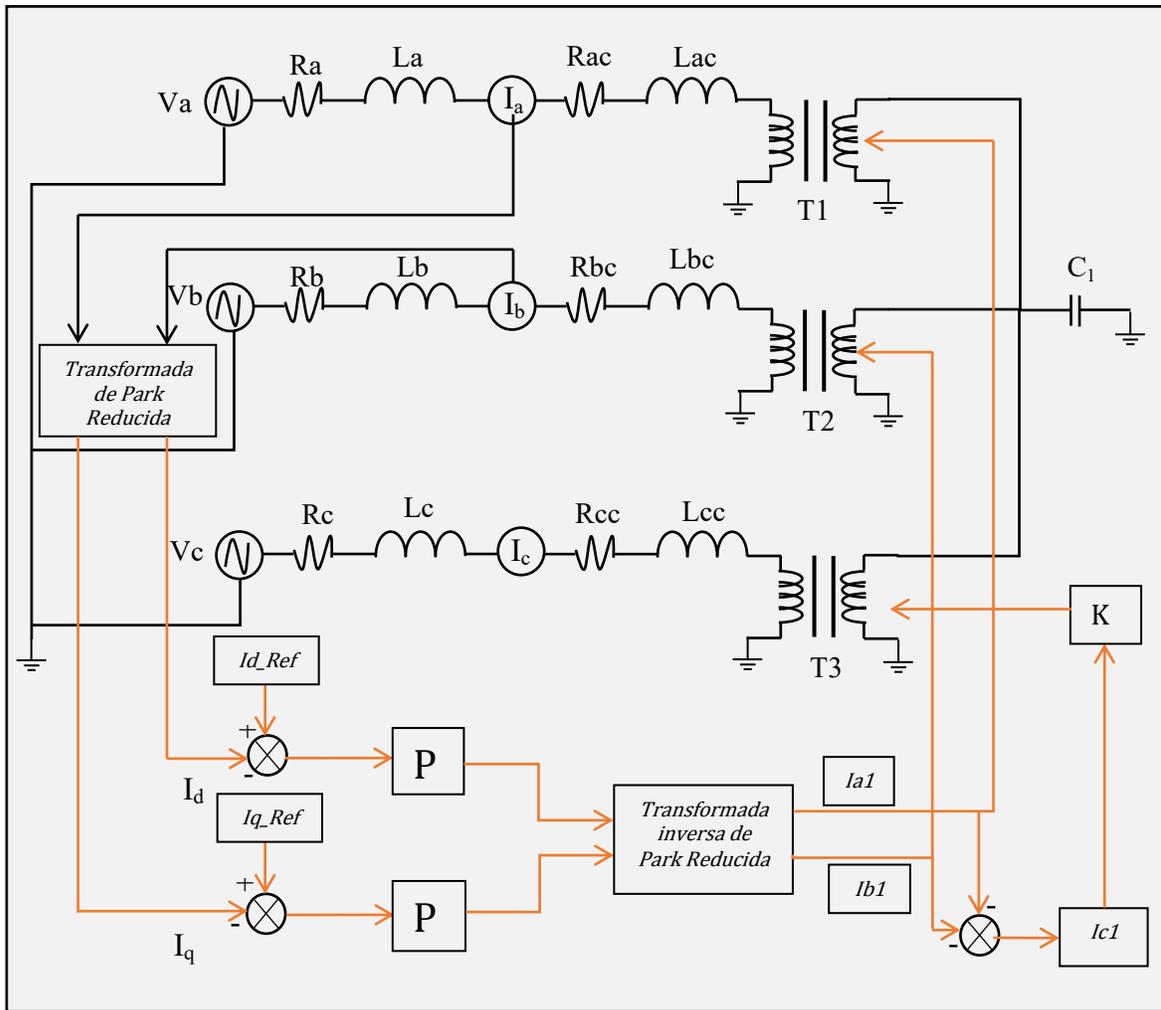


Figura 4. 14 Circuito trifásico balanceado en lazo cerrado con un controlador P.

En la Figura 4.15 se tiene un circuito trifásico balanceado. Como se mostró anteriormente en la ecuación (4.17) donde  $V_a + V_b + V_c = 0$ , despejando como se muestra en la ecuación (4.18)  $V_c = -V_a - V_b$ , por lo tanto, sólo se toman las señales  $I_a$  e  $I_b$  y se aplica la transformada de Park Reducida de la ecuación (4.25) como se muestra a continuación.

```

variables real teta;

equations

teta=377*time;
Id=sqrt(2)*(Ia*sin(teta+pi/3)+Ib*sin(teta));
Iq=sqrt(2)*(Ia*cos(teta+pi/3)+Ib*cos(teta));

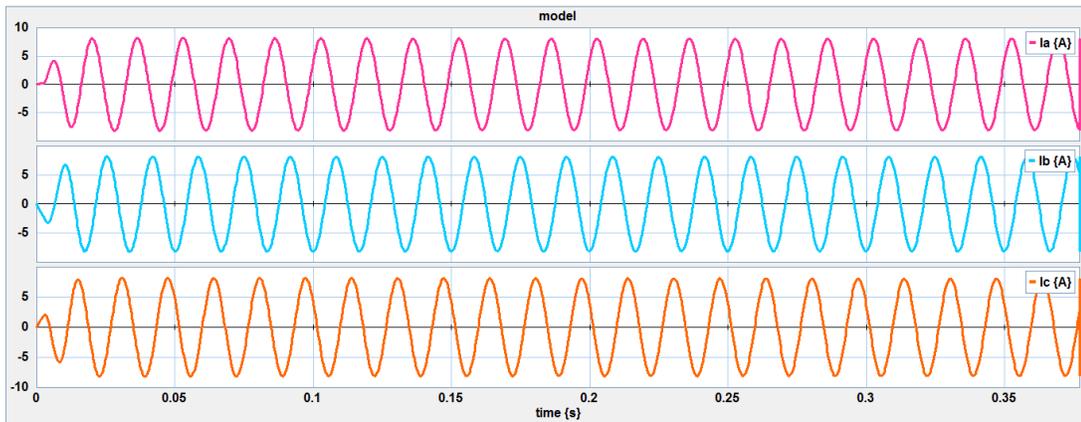
```

Figura 4. 15 Código de la transformada de Park reducida en el simulador de 20-Sim.

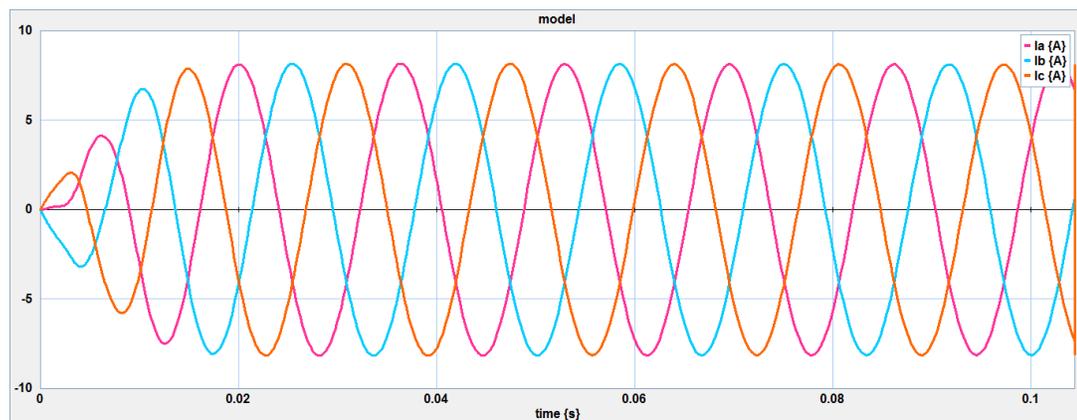
La Figura 4.16 muestra las ecuaciones que se ingresan en el simulador de 20-Sim. Con estas ecuaciones se realiza la primera conversión de señales  $I_a$  e  $I_b$  a señales de directa  $I_d$  e  $I_q$ . Integrando los valores de la Tabla 4.4 al circuito mostrado en la Figura 4.15 y manejando una ganancia proporcional de  $K_p = 1.5$  se obtienen los siguientes resultados.

Tabla 4. 4 Parámetros para un voltaje de entrada de 250 V.

Ria	500 mΩ	Lia	6.5 mH	Rca	10 Ω	Lca	200 mH
Rib	500 mΩ	Lib	6.5 mH	Rcb	10 Ω	Lcb	200 mH
Ric	500 mΩ	Lic	6.5 mH	Rcc	10 Ω	Lcc	200 mH



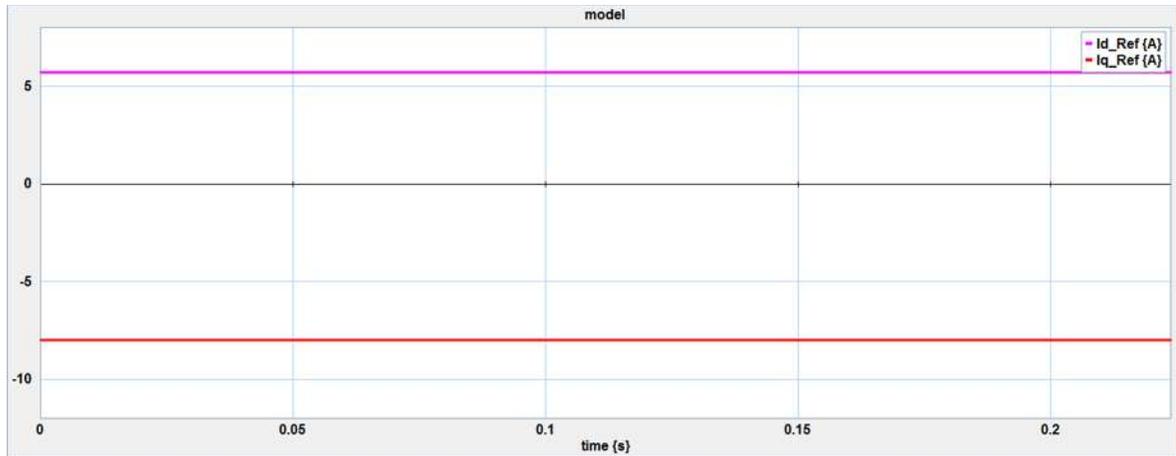
a)



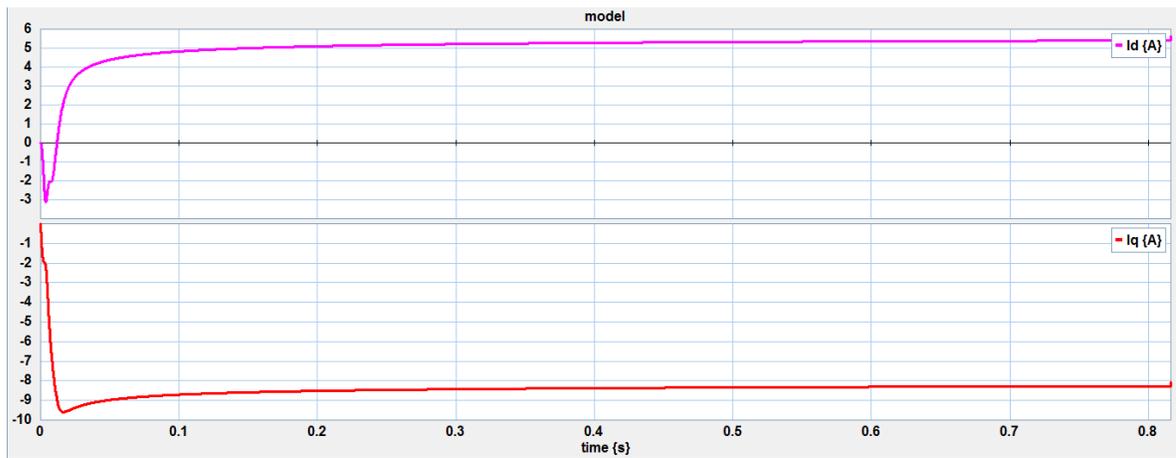
b)

Figura 4. 16 Señales en la entrada del circuito donde a) y b) son las mismas desfasadas por un ángulo de  $120^\circ$ .

La Figura 4.17 muestra las señales principales en el circuito trifásico en la cual se tienen 8 A de entrada y donde las señales  $I_a$  e  $I_b$  pasan a ser convertidas como se muestra en la Figura 4.18.



a)



b)

Figura 4. 17 Señales resultantes de Park reducida a) corrientes de referencia b) iteraciones de retroalimentación.

En la Figura 4.18 se observa el comportamiento que tienen las corrientes deseadas (referencia) en el eje d y q por medio del controlador en donde en el inciso a) se observa lo que se desea obtener y en el inciso b) el comportamiento que tiene la corriente por cada iteración que maneja el simulador.

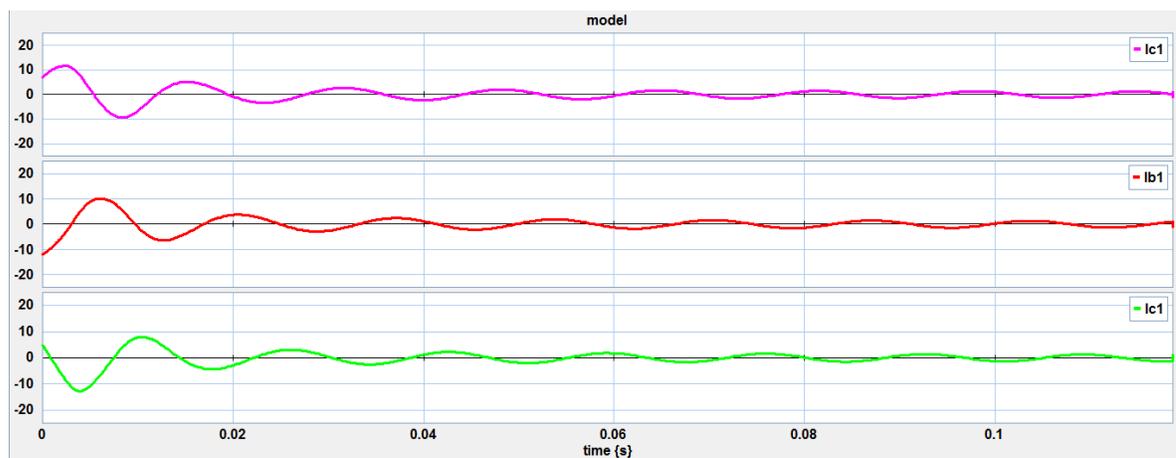
La señal se logra estabilizar después de 0.2 segundos obteniendo corrientes cercanas a las de referencia como se muestra en el inciso b) las cuales son  $I_d = 5.7 A$  e  $I_q = -8 A$ .

Cuando la señal trifásica es convertida, se compara con las señales de referencia y el error que se obtiene es multiplicado por la ganancia que se integra en el controlador. La nueva señal de directa que sale del controlador es convertida a alterna por medio de la Transformada Inversa de Park que viene en la ecuación (4.27) como se muestra a continuación.

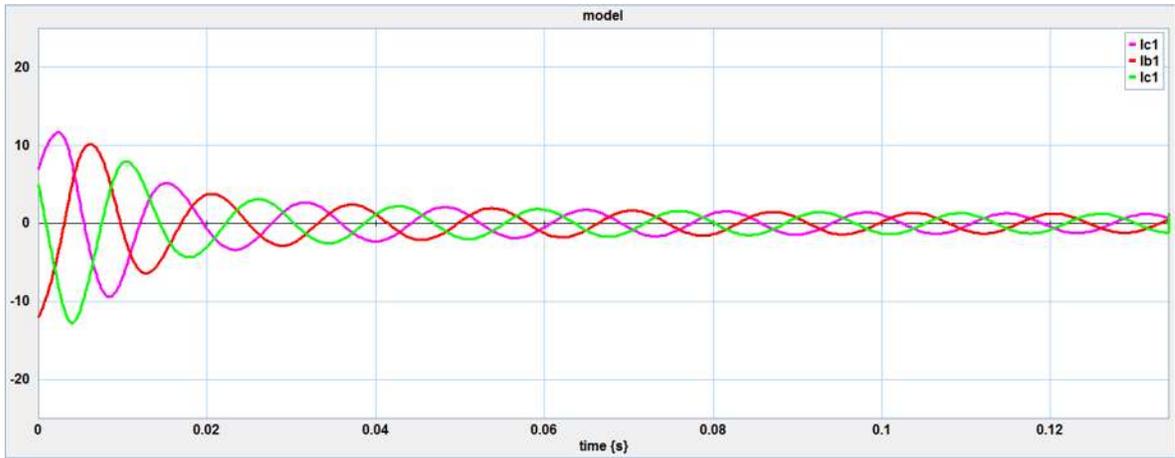
```
variables real teta;  
  
equations  
teta=377*time;  
la1=sqrt(2/3)*(ld1*cos(teta)-lq1*sin(teta));  
lb1=sqrt(2/3)*(ld1*cos(teta-2*pi/3)-lq1*sin(teta-2*pi/3));
```

Figura 4. 18 Código de la transformada inversa de Park en 20-Sim.

Al convertir nuevamente las señales trifásicas también se obtiene el comportamiento de la señal del error, obteniendo nuevamente las señales  $I_a$  e  $I_b$  para ser comparadas y así disminuir el error por cada retroalimentación como se muestra a en la figura 4.20.



a).



b).

Figura 4. 19 Comportamiento del error a) señales individuales b) señales conjuntas.

La Figura 4.20 también muestra el comportamiento de la tercera fase  $I_c$  la cual se obtiene por medio del operador resta que es el que se encarga de relacionar ambas señales y obteniendo el rango más alto de error. En este último punto la señal llega al bus de referencia para retroalimentar el circuito hasta lograr que la relación de transformación del bus sea la ideal. El comportamiento del controlador P está basado en su ganancia proporcional  $K_p$  la cual se puede ajustar para minimizar el error de salida.

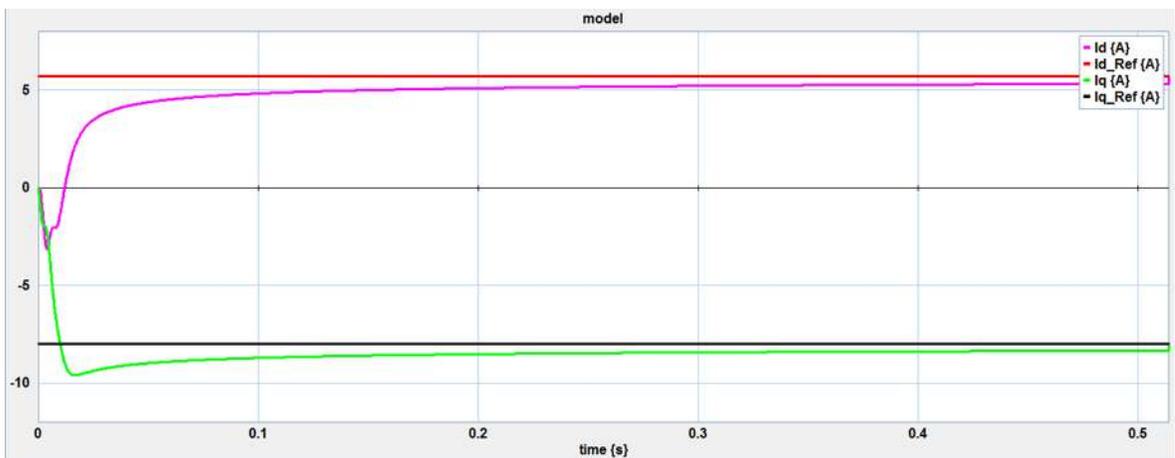
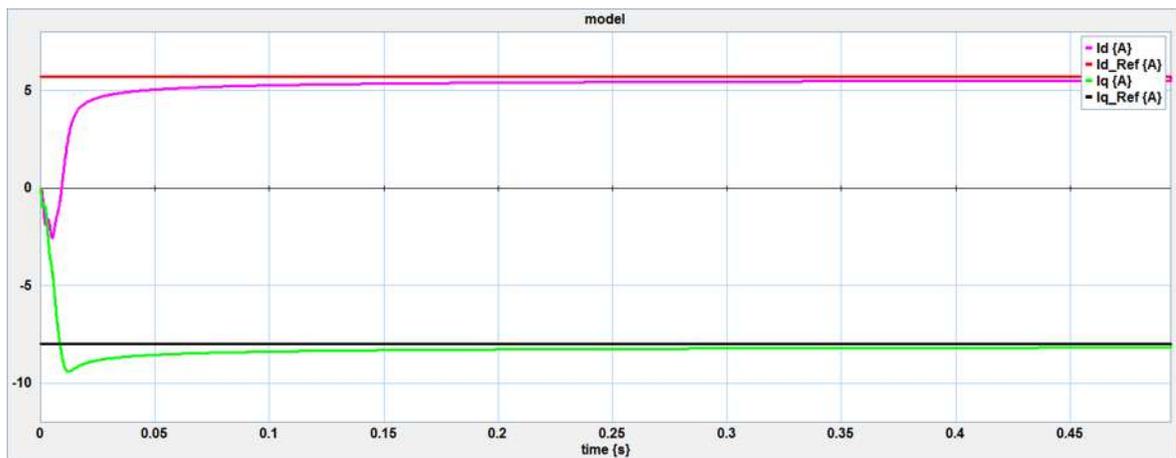


Figura 4. 20 Señales de referencia y controladas con ganancia  $K_p= 1.5$ .

La figura 4.21 muestra las señales de referencia comparadas con las señales de controlador P con una ganancia  $K_p = 1.5$  donde se puede observar mejor la llegada a estado estable y el error que presenta este tipo de controlador.

Ahora se hará una comparación en donde se aumenta la ganancia al doble, es decir, de  $K_p = 3$  y observaremos el comportamiento de las señales y el controlador al retroalimentar el circuito como se muestra a continuación.



*Figura 4. 21 Señales de referencia y controladas con ganancia  $K_p = 3$ .*

Como se observa, en la Figura 4.22, el tiempo de respuesta al error es menor que la Figura 4.21, es decir, a mayor ganancia proporcional, menor error habrá en el circuito. Sin embargo, aumentar la ganancia no siempre es recomendable ya que un sistema debe tener el mejor funcionamiento al menor costo.

## 4.5.2 Circuito trifásico en lazo cerrado con controlador

### PI

El circuito que a continuación se presenta es similar que en el controlador P mostrado en la Figura 4.15. Al simular un controlador PI se observa el comportamiento que tiene comparado con el controlador P.

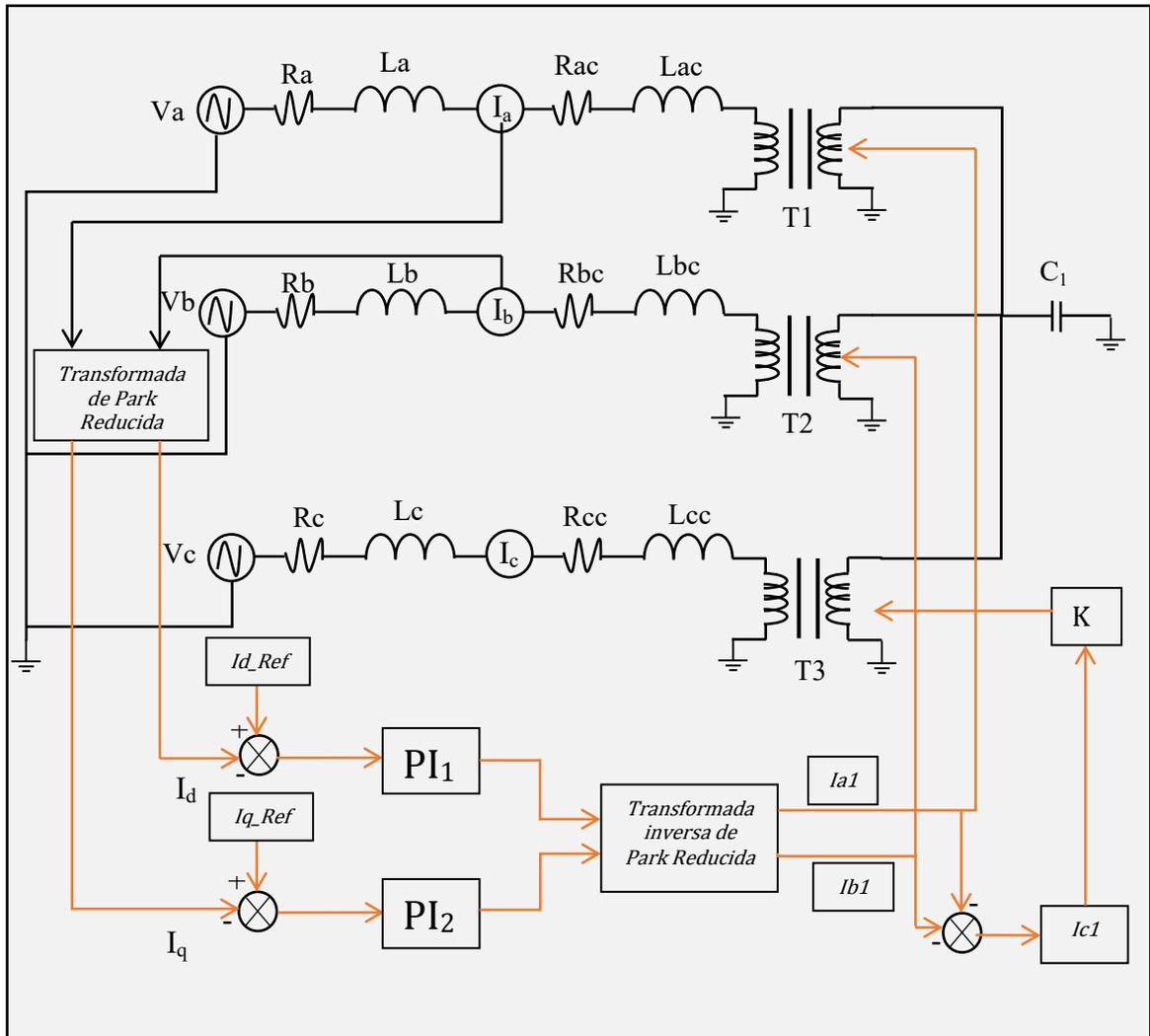


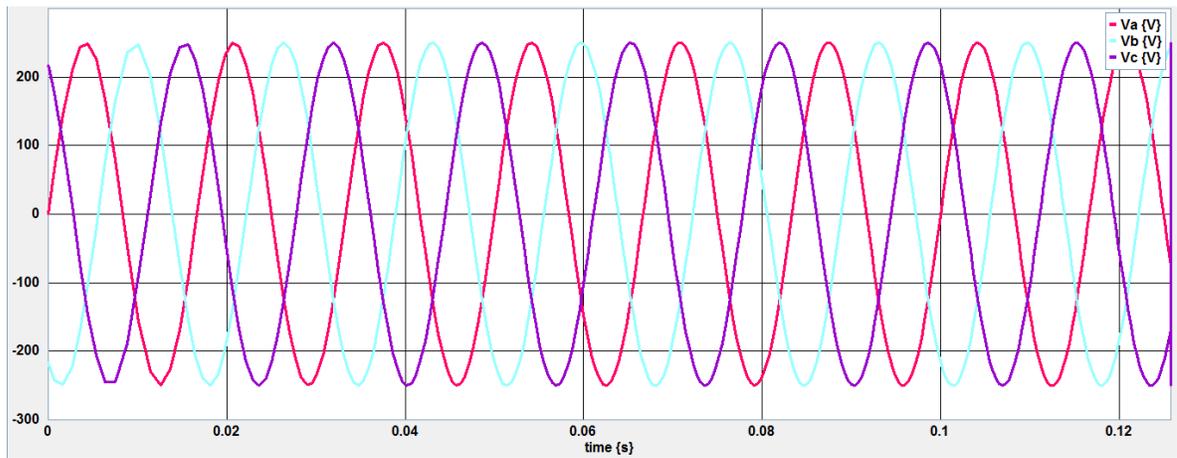
Figura 4. 22 Circuito trifásico balanceado en lazo cerrado con un controlador PI.

El funcionamiento del controlador PI respecto a la transformada de Park, es el mismo planteado en el controlador P, de igual forma las señales de alterna son convertidas a señales de directa y se comparan en el tiempo de respuesta que tienen respecto al controlador PI.

Así mismo, se integran los valores utilizados en el circuito con una ganancia de  $K_p = 1.5$  y con un Tiempo  $T = 1s$ . Al hacer la simulación del circuito mostrado en la Figura 4.23 con los valores de resistencia e inductancia que muestra la Tabla 4.4 se obtienen los siguientes resultados.

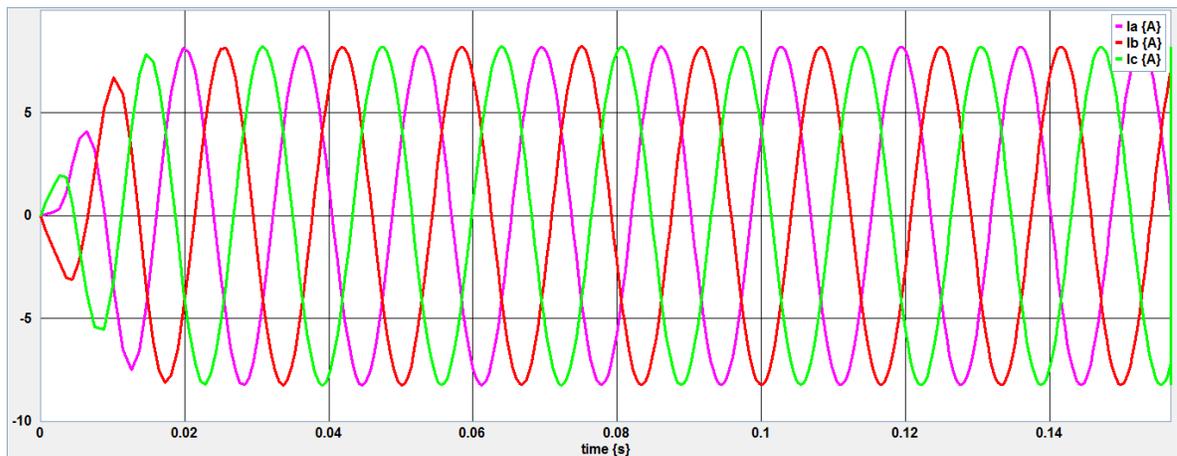
Ria	500 m $\Omega$	Lia	6.5 mH	Rca	10 $\Omega$	Lca	200 mH
Rib	500 m $\Omega$	Lib	6.5 mH	Rcb	10 $\Omega$	Lcb	200 mH
Ric	500 m $\Omega$	Lic	6.5 mH	Rcc	10 $\Omega$	Lcc	200 mH

*Tabla 4. 5 Valores de resistencia e inductancia a 250 V para circuito PI.*



*Figura 4. 23 Señal de voltaje en el circuito.*

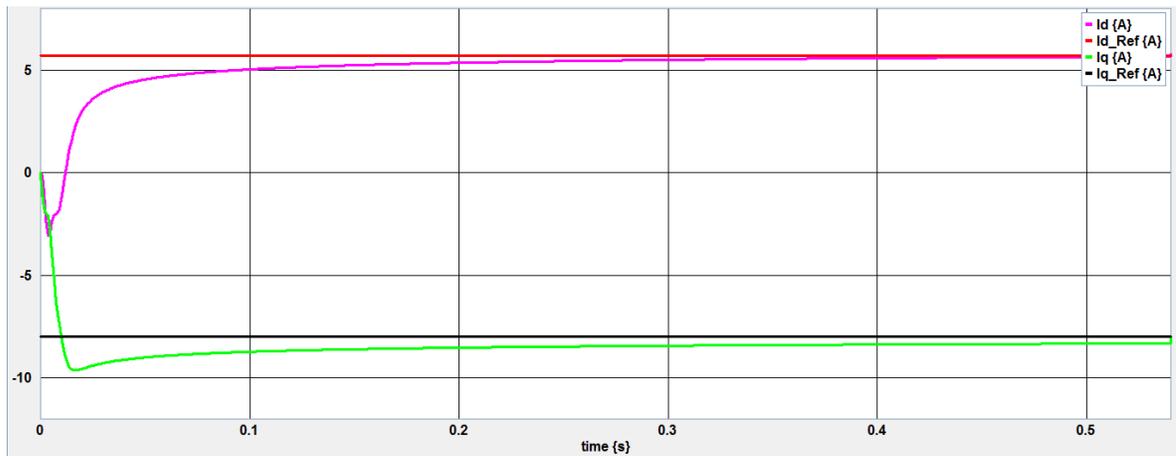
La Figura 4.24 muestra la señal trifásica de voltaje en la entrada del circuito con un valor de 250 V. A continuación se presenta la señal de la corriente.



*Figura 4. 24 Señales trifásicas de corriente con controlador PI.*

La Figura 4.25 representa las señales trifásicas del comportamiento que tiene la corriente en el circuito llegando a un estado estable de 8.2 A. En ella se puede observar que a diferencia del voltaje tiene una respuesta en incremento debido a que el voltaje es constante y la corriente tiende a estabilizarse en un lapso de tiempo determinado.

Ahora se mostrará el comportamiento de las corrientes resultantes de la transformada de Park comparadas con las corrientes a las que responden directamente del controlador PI en el circuito.

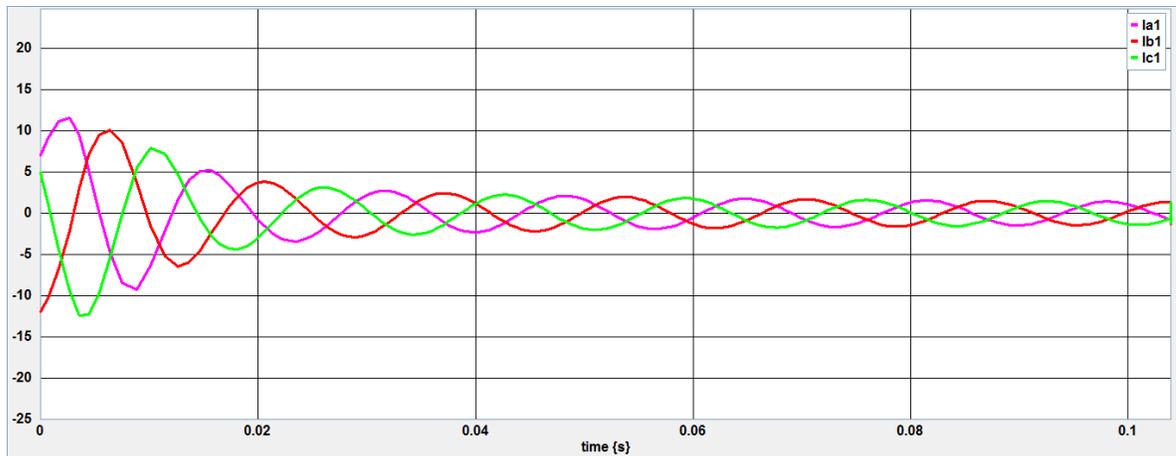


*Figura 4. 25 Respuesta de señales del controlador PI.*

La Figura 4.26 muestra el comportamiento que tiene el controlador PI en el circuito obteniendo una respuesta de estado estable mucho mayor que el controlador P dado que la respuesta del integrador es proporcional a la magnitud del error, es decir, a grandes errores tiene correcciones rápidas.

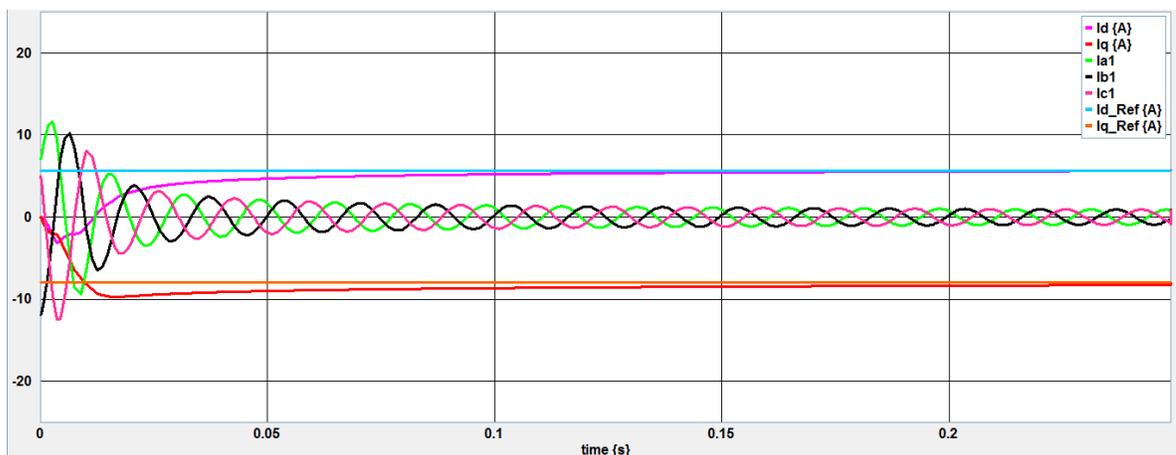
Una combinación y ajuste de ambos controladores, puede llegar a controlar sistemas más complejos que un controlador P porque con la ayuda del integrador es posible llegar a un margen de error mucho menor.

Ahora bien, al graficar el comportamiento del error que produce el controlador PI en el circuito se muestra a continuación.



*Figura 4. 26 Señal de error en el circuito PI.*

La Figura 4.27 muestra la señal del error que tiene el sistema de control. Como se observa en primer lugar el error tiende a disminuir más rápido y a ser menor respecto del tiempo, esto debido al funcionamiento del integrador ya que la función de su respuesta va de acuerdo a la magnitud del error. Recordando que, tanto la ganancia  $K_p$  en el controlador P y el tiempo  $T_i$  en el integrador son ajustables y dado que el integrador está en función del error en el circuito eléctrico, se pueden manipular dichos valores para lograr que un sistema sea más eficaz. Ahora, se reduce el tiempo en el integrador para observar su funcionamiento.



*Figura 4. 27 Señales con ganancia  $K_p = 1.5$  y tiempo  $T = 0.5s$ .*

En la Figura 4.28 se observa el comportamiento de las señales que actúan sobre el controlador PI donde se observa que al reducir el tiempo del integrador, las señales de retroalimentación  $I_d$  e  $I_q$  tienden a llegar al estado estacionario a un tiempo menor. Por otro lado, las señales  $I_{a1}$   $I_{b1}$  e  $I_{c1}$  muestran el comportamiento que tiene el error mismo que tiende a reducirse debido a que al reducir el tiempo del integrador la respuesta que tiene sobre el error es más rápida y por lo tanto los errores son corregidos con mayor rapidez. Ahora, comparando las señales  $I_d$  e  $I_q$  con las del error, se observa que ambas son proporcionales a la respuesta del controlador.

En las señales se puede hacer una combinación de valores en el controlador P y en el integrador I para obtener un tiempo de respuesta deseado de acuerdo a las condiciones que requiera el circuito eléctrico. Por otro lado, si la diferencia de valores entre ambos controladores varía mucho, es posible que la respuesta en las señales no sean las adecuadas.

# Capítulo 5. Conclusiones y

## Recomendaciones

### 5.1 Conclusiones

La Transformación de Park permite expresar las magnitudes trifásicas en un sistema de referencia ortogonal y giratorio (móvil). También es conocida como transformación dq o síncrona. Si bien la Transformación de Clarke permite reducir el número de variables, Park permite además, ver magnitudes trifásicas que varían sinusoidalmente en el tiempo, como constantes, siempre y cuando la frecuencia de la señal coincida con la frecuencia de giro de los ejes de referencia dq. Naturalmente, es más fácil trabajar con valores de magnitudes constantes que con variaciones sinusoidales.

Una combinación de la transformación de Park con el análisis de control pueden crear sistemas en donde se necesite precisión en el funcionamiento tal como las máquinas eléctricas o como en el caso de esta tesis señales trifásicas. En el circuito simulado no se pudo obtener un error de cero dado que el controlador P no puede obtener dicho error en estado estable.

Una de las ventajas que tiene el controlador proporcional es que tiene una respuesta rápida en el sistema y la combinación con el controlador integral pueden dar mejores resultados para sistemas más robustos y que requieran mayor precisión.

Al simular el circuito eléctrico con ambos controladores se observaron los tiempos de respuesta que tienen cada uno, siendo más eficaz el controlador PI debido a que el integrador trabaja en función del error que tiene el sistema. Logrando así el objetivo de poder controlar un circuito eléctrico trifásico por medio de la Transformada de Park al hacer intercambio de señales de alterna a directa y viceversa.

Se debe tener cuidado con los valores de ambos controladores debido a que si los valores no son los adecuados pueden ocasionar un comportamiento inestable.

## 5.2 Recomendaciones.

Agregar más componentes al sistema como capacitores ya que en la industria es muy común el mejoramiento en el FP y observar qué sucede con las señales de corriente  $I_d$  e  $I_q$  y así mismo simular la potencia reactiva ya que esta es bidireccional en un sistema eléctrico de potencia y los efectos que puede ocasionar al hacer las transformaciones de Park.

Para el mismo sistema agregar un controlador PID ver si se llega más rápido al estado estable a través de la predicción del error que propone el controlador diferencial.

Agregar cargas no lineales al circuito eléctrico para observar el comportamiento que tienen los controladores P y PI a una perturbación después de haber llegado al estado estacionario y la velocidad de respuesta que tiene cada uno de ellos.

Otra de las características es que la curva de demanda no es constante, sino dinámica, sería interesante simular un sistema dinámico y ver el comportamiento que tienen los controladores, además de que con ello, se observaría el comportamiento de los armónicos en el sistema respecto al controlador PI.

# Bibliografía

- [1] I. I. Lázaro, Ingeniería de Sistemas de Control Continuo, Morelia, 2008.
- [2] K. Ogata, Ingeniería de Control Moderna, 5ta ed., Madrid: Pearson, 2010.
- [3] J. H. Tovar Hernández , Operación de Sistemas Eléctricos de Potencia, Morelia, 2005.
- [4] W. Theodore, Máquinas Eléctricas y Sistemas de Potencia, 6ta ed., Quebec: Pearson, 2007.
- [5] K. J. Aström y T. Häggglund, Control PID Avanzado, Madrid: Pearson Prentice Hall, 2009.
- [6] F. F. Obando y C. Gaviria, «Filtros para Extracción de Componentes d-q-0 Mediante Series de Fourier,» *IEEE*, p. 6, 2010.
- [7] F. M. Gonzales-Longatt, «Entendiendo la Transformación de Park,» *IEEE*, p. 4, 2004.
- [8] A. D. Velázquez, Análisis de la Teoría de Marcos de Referencia de la Máquina de Inducción con un Enfoque en Algebra Lineal, Morelia, 2014.