



UNIVERSIDAD MICHOACANA DE
SAN NICOLÁS DE HIDALGO



Facultad de Ingeniería Eléctrica

**Modelado y Simulación de un motor de CD con
transmisión de velocidad en Bond Graph**

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE

Ingeniero en Electrónica

PRESENTA

Pedro Iván Guzmán Ceballos

DIRECTOR DE LA TESIS:

Dr. en Ingeniería Eléctrica

Gilberto González Avalos

Agradecimientos

A Dios, porque me ha permitido existir, nacer y llegar a lograr esta meta planteada finalmente.

A mis papas: Pedro y Martha, los cuales me dieron la vida, el apoyo por sobre todas las dificultades pasadas, hasta estos momentos y a mi hermano Christian por sus sonrisas, que son para mí motivo de alegría y orgullo.

Al Dr. Gilberto González Avalos, una de las personas que me ha enseñado de buena fe, la paciencia que tiene de mi ritmo de trabajo y de mi preparación para este momento, su confianza, sus alegrías y amistad.

A M.C Diana Itzel Sepúlveda Jauregui, quien fue la persona, que además de mostrarme su pasión por las matemáticas, dedico su tiempo y paciencia para mis estudios de sus clases, fue la primera profesora en darme buenos consejos, su amistad, compañía y buen humor hizo que mi estancia en la Facultad fuera muy agradable y de provecho, con ello, mi vida universitaria fue de lo más increíble.

Al Ing. Ignacio Franco Torres, por ser una persona de corazón de pollo conmigo, un profesor que enseña desde una perspectiva distinta las cosas, su apoyo constante y amistad.

Al Ing. Rafael Gutiérrez Núñez, jefe de la unidad de verificación de instalaciones eléctricas, por su tiempo, amabilidad, apoyo y paciencia de enseñarme cuando estuve realizando las prácticas profesionales.

A mis amigos: Daniel Rodríguez Licea y Leonardo Lemus Villicaña, por estar siempre de alguna manera conmigo.

A todas las personas que algún día conocí, que fueron amables conmigo.

A los profesores de la Facultad de Ingeniería Eléctrica, quienes verdaderamente desempeñaron su papel y gracias a ellos estoy en este lugar.

A todo el personal de la facultad, por su apoyo y labor que siempre es importante para el sostén de la institución.

A todos, les agradezco de todo corazón, muchas gracias por todo.

Dedicatoria

A Dios porque de alguna forma u otra se acuerda de mí, y me ha dado la oportunidad de llegar a ser un Ingeniero, además de darme la vida, la cual es el regalo de mayor importancia.

A mis papas y hermano, quienes han estado para mí en las buenas y en las malas, quienes no hay palabras que expresen mi agradecimiento a ellos.

A mi hermana y a sus hijas, que, aunque no estén conmigo en estos momentos, quiero que algún día pueda ir a verlas.

Índice

Agradecimientos	i
Dedicatoria	ii
Índice	iii
Resumen.	v
Palabras Clave	v
Abstract	vi
Keywords	vi
Lista de Figuras	vii
Lista de Tablas	x
Glosario de Términos	xi
Capítulo 1 Introducción	1
1.1.- Los diferentes transformadores	1
1.1.1.- Dispositivos mecánicos modelados como transformadores.	2
1.1.2.- Dispositivos mecánicos modelados como giradores.	2
1.2.- Objetivo	2
1.2.1.- Objetivos particulares.	3
1.3.- Justificación	3
1.4.- Metodología Científica	3
1.5.- Descripción de los capítulos	4
Capítulo 2 Modelado de la transmisión de velocidad	5
2.1.- Caja de cambios	5
2.2.- Funcionamiento	5
2.2.1.- En neutral o punto muerto.	6
2.2.2.- El cambio a primera velocidad	6
2.2.3.- Cambio a segunda	7
2.2.4.- Cambio a tercera	8
2.2.5.- Cambio a cuarta.	8
2.2.6.- Cambio a quinta.	9
2.2.7.- Reversa	9
2.2.8.- Relación de engranes.	10
2.3.- Motor de CD	11

2.3.1.- Antecedentes	11
2.3.2.- Funcionamiento.	13
Capítulo 3 Modelado de un motor de CD y transmisión en Bond Graph.	17
3.1.- Introducción al Bond Graph.....	17
3.1.1.- Componentes Básicos de un Bond Graph.....	18
3.1.2.- Puertos-1 Pasivos.....	19
3.1.3.- Puertos-1 Activos o Fuentes	22
3.1.4.- Elementos de dos puertos: Transformador y girador.....	23
3.1.5.- Elementos de Unión, Puertos-3	26
3.2.- Asignación de la causalidad en un multipuerto.....	27
3.2.1.- Asignación de causalidad a elementos puertos-1 pasivos.....	32
3.2.2.- Procedimiento para asignar la causalidad en un multipuerto.....	34
3.2.3.- Causalidad derivativa en los Bond Graphs.....	34
3.3.- Bond Activo.....	35
3.4.- Procedimiento para modelado de sistemas.	36
3.4.1.- Modelado de sistemas mecánicos.	40
3.4.2.- Modelado de sistemas hidráulicos.	42
3.5.- Estructura de unión para sistemas multipuerto.	44
3.5.1.- Vectores clave o significativos.	44
3.5.2.- Ecuaciones de estado y relaciones de campo.....	45
Capítulo 4 Simulación de motor de CD y transmisión.....	49
4.1.- Introducción.....	49
4.2.- Herramienta 20Sim	49
4.3.- Modelado y simulación en Bond Graph de un motor de CD con transmisión de velocidades fija.....	55
4.4.- Modelado y simulación en Bond Graph de un motor de CD con transmisión de velocidades variable.....	70
Capítulo 5 Conclusiones y Recomendaciones.....	85
5.1.- Conclusiones.	85
5.2.- Recomendaciones.....	86
Bibliografía	88

Resumen.

La presente tesis realiza el modelado y simulación de un motor de CD con transmisión de velocidades, desde un modelo con componentes activos y pasivos a un modelo descrito en Bond Graph mediante la herramienta 20Sim, el cual sirve para hacer modelado y simulación para sistemas dinámicos multidominio.

También se diseñan los sistemas que son posibles gracias a las herramientas que posee el Bond Graph para describir el dicho comportamiento de los sistemas que modelen, con la finalidad de observar y experimentar además de comprobar en base a una entrada que este cambiando constantemente, lo que sería igual por ejemplo a los cambios en la relación de engranes de la transmisión de velocidades y estos como afectan a la velocidad de giro del motor.

Se hace mención de los distintos tipos de transformadores, con algunas características, la razón del porque es que se modelan algunos dispositivos como transformadores y giradores.

El modelo simple de lo que es una transmisión de velocidad, la forma en que funciona, una relación de engranes, la cual es importante para los vehículos con motores de combustión interna,

Una forma breve de describir el funcionamiento de un motor de CD, sus antecedentes, además del diseño en Bond Graph se hace de una forma rápida y sencilla. Se hace una descripción del procedimiento del modelado de sistemas, desde sus componentes básicos, hasta sus vectores clave y ecuaciones de estado.

Se hacen simulaciones del motor de CD con una transmisión de velocidad fija y variable, haciendo uso del modelo hecho en diagrama icónico, se modela usando Bond Graph y se simulan en conjunto para obtener las graficas correspondientes a cada caso y hacer comparaciones y mostrar que el uso del modelado en Bond Graph es una forma fácil y eficiente de obtener el comportamiento de cualquier sistema dinámico, obteniendo resultados que son satisfactorios.

Palabras Clave

Gráfico de unión, Motor de CD, Transmisión de velocidad, Modelado, Simulación.

Abstract

This thesis performs the modeling and simulation of an engine with transmission of speeds, from a model with active and passive components to a model described in Bond Graph using the 20Sim tool, which serves to make modeling and simulation for multidomain dynamic systems.

The systems that are possible are also designed thanks to the tools that the Bond Graph possesses to describe the behavior of the systems they model, in order to observe and experiment in addition to checking based on an input that is constantly changing, which it would be the same, for example, for changes in the gear ratio of the transmission of speeds and these as they affect the speed of rotation of the engine.

Mention is made of the different types of transformers, with some characteristics, the reason why is that some devices such as transformers and gyrators are modeled.

The simple model of what a speed transmission is, the way it works, a gear ratio, which is important for vehicles with internal combustion engines,

A brief way to describe the operation of a DC motor, its background, as well as the Bond Graph design is done quickly and easily. A description of the system modeling procedure is made, from its basic components, to its key vectors and equations of state.

Simulations of the DC motor with a fixed and variable speed transmission are made, making use of the model made in the iconic diagram, it is modeled using Bond Graph and they are simulated together to obtain the Graphs corresponding to each case and make comparisons and show that the Using Bond Graph modeling is an easy and efficient way to obtain the behavior of any dynamical system, obtaining results that are satisfactory.

Keywords

Bond Graph, Modeling, Simulation, DC Motor, Gearbox ratio.

Lista de Figuras

Figura 2. 1.- Posición Neutral	6
Figura 2. 2.- Cambio al engrane de primera.....	7
Figura 2. 3.- Cambio a segunda marcha o velocidad.	7
Figura 2. 4.- Cambio a tercera marcha.....	8
Figura 2. 5.- Cambio a cuarta marcha.	8
Figura 2. 6.- Cambio a quinta velocidad.....	9
Figura 2. 7.- Reversa.....	10
Figura 2. 8.- Sistema de motor con sistema de engranes.	10
Figura 2. 9.- Líneas de fuerza de imán.	12
Figura 2. 10.- Motor serie.	14
Figura 2. 11.- Motor en derivación (Shunt).....	15
Figura 2. 12.- Diagrama Icónico de motor de CD.	15
Figura 3. 1.- Nomenclatura en Bond Graph	18
Figura 3. 2.- Tetraedro de estados.	22
Figura 3. 3.- Puertos-1 activos.....	22
Figura 3. 4.- Representación de la maquina ideal en Bond Graph.....	23
Figura 3. 5.- Nomenclaturas distintas para el transformador.....	24
Figura 3. 6.- Elemento de dos puertos de un transformador en Bond Graph.	24
Figura 3. 7.- Símbolos distintos para girador en Bond Graph.	25
Figura 3. 8.- Elemento de dos puertos de un girador en Bond Graph.	26
Figura 3. 9.- Unión 0.	26
Figura 3. 10.- Unión-1.....	27
Figura 3. 11.- Causalidad expresada de distinta forma en un Bond.	28
Figura 3. 12.- Ejemplo sin causalidad de unión 0.	29
Figura 3. 13.- Ejemplo con causalidad de la unión 0.	29
Figura 3. 14.- Sentido y dirección de esfuerzos y flujos en la unión 0.	30
Figura 3. 15.- Ejemplo sin causalidad de la unión 1.	31
Figura 3. 16.- Ejemplo con causalidad de la unión 1.....	31
Figura 3. 17.- Sentido y dirección de esfuerzos y flujos en la unión 1.	32
Figura 3. 18.- Causalidad integral del elemento C	32
Figura 3. 19.- Causalidad derivativa para elemento C.	33
Figura 3. 20.- Circuito eléctrico representativo de causalidad derivativa	34
Figura 3. 21.- Casos en causalidad derivativa en Bond Graph de la Figura 3.17.....	35
Figura 3. 22.- Representación de Bond activo.	35
Figura 3. 23.- Ejemplo en Bond Graph con un Bond activo para el esfuerzo.	35
Figura 3. 24.- Ejemplo en Bond Graph con un Bond activo para el flujo.	36
Figura 3. 25.- Reglas de simplificación.	37
Figura 3. 26.- Ejemplo para procedimiento.	37
Figura 3. 27.- Procedimiento, paso 1.	37

Figura 3. 28.- Procedimiento, paso 2.	38
Figura 3. 29.- Procedimiento, paso 3.	38
Figura 3. 30.- Procedimiento, paso 4, "selección de puntos de referencia del circuito"	38
Figura 3. 31.- Procedimiento, paso 4, "eliminación de puntos de referencia, junto con Bonds".	39
Figura 3. 32.- Procedimiento, paso 5, "simplificación del modelo".	39
Figura 3. 33.- Modelo en Bond Graph del ejemplo del circuito eléctrico.	39
Figura 3. 34.- Ejemplo de sistema mecánico traslacional.	40
Figura 3. 35.- Pasos 1 y 2.	41
Figura 3. 36.- Paso 3 aplicado a Figura anterior.	41
Figura 3. 37.- Pasos anteriores aplicados a la Figura anterior.	41
Figura 3. 38.- Bond Graph de sistema mecánico traslacional, con causalidad asignada.	42
Figura 3. 39.- Ejemplo de sistema hidráulico.	42
Figura 3. 40.- Paso 1, cambio de las distintas presiones por uniones-1.	43
Figura 3. 41.- Pasos 2 y 3, tomando en cuenta el sentido del flujo de potencia.	43
Figura 3. 42.- Modelo en Bond Graph de un sistema hidráulico.	43
Figura 3. 43.- Estructura unión del Bond Graph en diagrama de bloques.	44
Figura 4. 1.- Interfaz gráfica del 20Sim	49
Figura 4. 2.- Logotipo de 20Sim.	50
Figura 4. 3.- Carpeta general "library".	50
Figura 4. 4.- Elementos de Bond Graph en 20Sim.	51
Figura 4. 5.- Subcarpetas dentro de diagramas iconicos.	51
Figura 4. 6.- Carpeta de señales y sus subcarpetas.	52
Figura 4. 7.- Pestañas de trabajo: Library.	52
Figura 4. 8.- Pestañas de trabajo: Model.	52
Figura 4. 9.- Parte superior de la interfaz de 20Sim 4.0.	52
Figura 4. 10.- Algunos detalles mostrados en 20Sim.	53
Figura 4. 11.- Ventana debajo de la zona de trabajo.	53
Figura 4. 12.- Herramientas de diseño en 20Sim.	54
Figura 4. 13.- Diagrama icónico de un motor de CD.	55
Figura 4. 14.- Representación en Bond Graph de un motor de CD.	55
Figura 4. 15.- Sistema Electromecánico.	56
Figura 4. 16.- Diagrama icónico de un motor de CD con transmisión de velocidades.	56
Figura 4. 17.- Modelo en Bond Graph de un motor con transmisión de velocidades.	57
Figura 4. 18.- Enumeración de elementos del modelo, paso 1.	58
Figura 4. 19.- Modelo en 20Sim, tanto en diagrama icónico, como en Bond Graph.	65
Figura 4. 20.- Modificación de parámetros desde interfaz principal.	66
Figura 4. 21.- Interfaz de simulación del 20Sim.	66
Figura 4. 22.- Lista de parámetros, desde el simulador de 20Sim.	67
Figura 4. 23.- Comparación de resultados de diagrama icónico vs Bond Graph.	68
Figura 4. 24.- La velocidad angular de salida del diagrama icónico, para una entrada de 20volts. .	69
Figura 4. 25.- La velocidad angular de salida para el modelo en Bond Graph.	69
Figura 4. 26.- Modelo de motor con transmisión de velocidades fija.	70

Figura 4. 27.- Modelo completo de un motor de CD con transmisión de velocidades en diagrama icónico y en Bond Graph.	71
Figura 4. 28.- Primera respuesta a los parámetros propuestos, salidas de diagrama icónico, del Bond Graph y conversión de velocidad.	72
Figura 4. 29.- Datos insertados en el modelo de 20Sim.	73
Figura 4. 30.- Velocidad angular de salida del diagrama icónico, Bond Graph y su conversión en rpm correspondientes a la primera velocidad.	73
Figura 4. 31.- Valor numérico, de la velocidad angular máxima en diagrama icónico.	74
Figura 4. 32.- Velocidad angular, correspondiente al cambio a segunda velocidad.	76
Figura 4. 33.- Flujo de salida del transformador modulado.	77
Figura 4. 34.- Revoluciones de salida del engrane correspondientes a la segunda velocidad.	77
Figura 4. 35.- Velocidad Angular correspondiente a la tercera velocidad.	78
Figura 4. 36.- Salida de flujo correspondiente a la tercera velocidad.	79
Figura 4. 37.- Equivalente en rev/min, correspondiente a la tercera velocidad.	79
Figura 4. 38.- Velocidad Angular correspondiente a la cuarta velocidad.	80
Figura 4. 39.- Salida de flujo correspondiente a la cuarta velocidad.	81
Figura 4. 40.- Número de vueltas que da la rueda por cada minuto, correspondiente a la cuarta velocidad.	81
Figura 4. 41.- Velocidad angular correspondiente a la quinta velocidad.	82
Figura 4. 42.- Salida de flujo correspondiente a la quinta velocidad.	82
Figura 4. 43.- Salida de velocidad del engrane correspondiente a la quinta velocidad.	83

Lista de Tablas

Tabla 3. 1.- Componentes básicos de un Bond Graph.	18
Tabla 3. 2.- Variables generalizadas para diversos sistemas.	20
Tabla 3. 3.- Elemento R.	21
Tabla 3. 4.- Elemento C.	21
Tabla 3. 5.- Elemento I.	21
Tabla 3. 6.- Causalidad para elementos en Bond Graph.	28
Tabla 3. 7.- Formas causales de puertos 1.	33
Tabla 3. 8.- Analogías de variables generalizadas.	40
Tabla 4. 1.- Propiedades de vectores clave.	57
Tabla 4. 2.- Relación de velocidades y tiempo.	83

.

Glosario de Términos

Bearing	Al español, significa
Bond Graph	Gráfico de unión, de su traducción del inglés
C	Capacitor o capacitancia, tanto para elementos pasivos reales, como para Bond Graph
Capacitor	Al español, significa condensador
CD	Corriente Directa, es una forma de abreviar
Constant	Al español, significa constante
DCmotor	Motor de CD, de su traducción al español
Effort	Palabra en inglés, cuyo significado es “Esfuerzo”
Flow	Traducido al español, significa “Flujo”
GY	Girador en Bond Graph
I	Inercia, tanto para elementos pasivos reales, como para Bond Graph
Inductor	Al español, significa inductancia
Inertia	Al español, significa inercia
MGY	Girador modulado en Bond Graph
Modulated Voltage Source	Al español, significa fuente de voltaje modulada
Mse	Fuente de esfuerzo modulada en Bond Graph
Msf	Fuente de flujo modulada en Bond Graph
MTF	Transformador modulado en Bond Graph.
R	Resistencia, tanto para elementos pasivos reales, como para Bond Graph
Rad/seg	Un radian por cada un segundo.
Resistor	Al español, significa resistencia
RPM	Acrónimo, cuyo significado es “Revoluciones por minuto”
TF	Transformador en Bond Graph

Capítulo 1 Introducción

1.1.- Los diferentes transformadores

Una máquina ideal transmite trabajo en uno de sus dos puertos para trabajar en el otro puerto. Aunque el esfuerzo y el flujo suelen cambiar, la energía no se almacena, genera ni disipa. La entropía tampoco se genera. Palancas, engranajes, motores eléctricos y bombas de pistón son ejemplos de componentes de ingeniería que pueden asemejarse a máquinas ideales. Al modelar sistemas físicos o de ingeniería, a menudo se descuida la disipación de energía, o más propiamente la conversión de energía en calor. Esta simplificación se realiza a pesar del hecho de que las fugas o el deslizamiento en presencia de fricción o fuerzas generalizadas análogas inevitablemente tienen por fin un pequeño efecto.

Por ejemplo, se puede suponer que un tren de engranajes no tiene fricción, que un transformador eléctrico tiene un acoplamiento perfecto y resistencia cero, que un motor es 100% eficiente en la conversión de energía eléctrica a forma mecánica y una bomba de fluido podría de manera similar asemejarse el cómo convertir la energía mecánica en energía fluida por completo. Incluso si no se descuida la disipación de energía, con frecuencia se representa por separado. Otro ejemplo, un motor eléctrico real puede representarse como un motor ideal o sin fricción más una resistencia externa para representar pérdidas eléctricas y otra resistencia externa para representar fricción mecánica.

Todos estos dispositivos pueden describirse como máquinas, en un sentido generalizado, y los modelos que no descuidan la pérdida de energía se llaman máquinas ideales. Hay dos tipos particulares, genéricos o generales de máquina ideal que merecen una atención especial. Uno es el transformador y otro es el girador [2].

Un transformador eléctrico actúa como un transformador ideal solo para frecuencias de excitación que no son ni demasiado pequeñas ni demasiado grandes, y solo si se ignoran las pérdidas de resistencia. Cuando no está calificado, el término transformador se refiere al elemento ideal y, por lo tanto, no incluye el transformador eléctrico real. Sin embargo, los diagramas de circuitos a veces se refieren a un comportamiento idealizado que es equivalente al transformador ideal. Por ejemplo, los dispositivos puramente fluidos (entrada y salida de fluido) que actúan como transformadores sin partes mecánicas móviles son casi inexistentes. Sin embargo, los dispositivos con partes móviles internas que se comportan como transformadores de fluido pueden sintetizarse a partir de dispositivos de dos componentes que actúan como transformadores transductores o giradores.

1.1.1.- Dispositivos mecánicos modelados como transformadores.

La mayoría de los dispositivos mecánicos se pueden representar como transformadores con módulos constantes, siempre que se ignoren las pérdidas por fricción. Estos dispositivos pueden basarse en fricción no deslizante o acciones positivas (dispositivos dentados). Las transmisiones por fricción incluyen transmisiones por correa o cadena y transmisiones por rotación.

Ejemplos de esto, son la cadena de una bicicleta y el sistema de engranes de una transmisión manual de un vehículo.

Las fuerzas transmitidas están limitadas por las propiedades de fricción de los materiales [2].

1.1.2.- Dispositivos mecánicos modelados como giradores.

La segunda mayor posibilidad de una máquina ideal se llama girador, el cual es capaz de convertir por ejemplo un voltaje de entrada a una corriente de salida y viceversa.

Un girador es un elemento de red eléctrica pasivo, lineal, sin pérdidas, de dos puertos propuesto en 1948 por Bernard D. H. Tellegen como un hipotético quinto elemento lineal después del transformador ideal, resistor, inductor y capacitor.

La palabra "**gyrator**" puede recordar en su mente la palabra giroscopio. Esta asociación es apropiada, un giroscopio de hecho exhibe acoplamiento giratorio entre dos ejes de rotación que son normales entre sí y normales al eje de rotación [2].

El girador está relacionado con el giroscopio por una analogía en su comportamiento. Esta analogía con el giroscopio es la relación entre el par y la velocidad angular del giroscopio en los dos ejes de rotación. Un par en un eje producirá un cambio proporcional en la velocidad angular en el otro eje y viceversa. Una analogía mecánico-eléctrica del giroscopio que hace que el par y la velocidad angular sean los análogos del voltaje y la corriente da como resultado el girador eléctrico.

Como ejemplo, un giroscopio con un eje horizontal apoyado solo en un extremo no se caerá si se le permite girar lentamente sobre un eje vertical a través del punto de soporte.

Un girador, si consideramos el caso ideal, es similar a un transformador ideal en ser un dispositivo de dos puertos, lineal, sin pérdidas. Cabe mencionar que, un transformador acopla el voltaje en el puerto de entrada al voltaje en el puerto de salida, y la corriente en el puerto de entrada a la corriente en el puerto de salida, el girador acopla el voltaje con la corriente y la corriente con el voltaje. En pocas palabras, un girador ideal es un dispositivo lineal de dos puertos que acopla la corriente en un puerto al voltaje en el otro y viceversa.

1.2.- Objetivo

- Analizar y modelar los sistemas que representan al motor de CD, así como la transmisión de velocidades mediante el uso de Bond Graph y simular su comportamiento con la herramienta 20sim.

1.2.1.- Objetivos particulares.

- Aprender a diseñar modelos de sistemas en Bond Graph y sus distintas herramientas
- Analizar cómo se comporta un motor de CD, cuando a la salida se tiene una caja de cambios .
- Modelar la transmisión de velocidades y el por qué se hace su análisis de ella como un transformador.
- Comparar los modelos construidos en Bond Graph, con modelos de sistemas de diagramas icónicos.
- Observar los cambios en la velocidad del motor debido a la transmisión o caja de velocidades.
- La enseñanza del método Bond Graph y del simulador 20Sim para personas que desconocen de estas herramientas.

1.3.- Justificación

La aplicación en diversos sistemas electromecánicos ha hecho posible el control en sistemas dinámicos de las variables eléctricas que determinan el estado de operación del sistema, por medio de sus ecuaciones de estado.

Para el caso de un motor de CD nos permite conocer su comportamiento bajo ciertas condiciones para las cuales se le puede acoplar un control sobre la velocidad o el sentido de giro por medio de una transmisión, la cual permite cambiar la velocidad según una relación de engranes y emular su posible comportamiento cotidiano mediante una entrada a ese sistema que por lo regular es por medio de una palanca, cuando se trata de vehículos de gasolina.

1.4.- Metodología Científica

Investigación de los sistemas que se van a modelar para mayor comprensión de lo que se va a hacer y desarrollar en esta tesis.

Planteamiento y desarrollo de problemas con el fin de llegar a un modelo.

Estudio de las herramientas de modelado como el Bond Graph para llevar a cabo el contenido de estudio de esta presente tesis, además de encontrar una manera de enseñanza para las personas que quisieran conocer lo básico a conocer del método del Bond Graph.

Uso y aprendizaje de la herramienta grafica 20Sim para describir el comportamiento de los modelos planteados además de conocer cómo afecta cada modelo entre sí.

Aprender conceptos mecánicos, el funcionamiento de la transmisión de velocidades de forma general.

Repaso de conceptos básicos de electricidad, algebra y geometría para el desarrollo del modelo matemático del sistema.

Importar modelo grafico dibujado a lápiz, a la simulación para observar el comportamiento de la velocidad en ciertas entradas de voltaje.

Mostrar que Bond Graph es una opción viable para el desarrollo de modelos físicos, el cual se llegue al mismo resultado.

1.5.- Descripción de los capítulos

El presente trabajo de tesis con nombre “Modelado y Simulación de un Motor de CD con Transmisión de Velocidades en Bond Graph” se constituye de cinco capítulos, los cuales están organizados de la siguiente manera.

En el primer capítulo se describe una breve introducción de los que son diferentes transformadores, de las maquinas ideales, algunos dispositivos mecánicos modelados como transformadores y como giradores, una descripción de los transformadores eléctricos, así como lo que es una idea de los engranajes que se tienen en una caja de cambios de velocidad Se establece el objetivo general y los objetivos específicos de la presente tesis, así como la justificación, el proceso que se ha llevado para lograr el desarrollo de esta tesis y los límites de la misma.

El segundo capítulo se refiere al modelo en sí de la transmisión de velocidades o caja de cambios de velocidad, el cómo es que funciona y los distintos cambios que tiene.

En el tercer capítulo se modelan la transmisión de velocidades junto al motor de CD, una explicación detallada de lo que es el Bond Graph, el cómo pasar de un modelo con elementos activos/pasivos, diagramas icónicos, circuitos eléctricos a un modelo en Bond Graph. La importancia de la causalidad en los elementos de Bond Graph...

En el cuarto capítulo se muestran la creación de los modelos de la transmisión y el motor en conjunto, la utilización del software y su compatibilidad en Windows, así como las distintas funciones que se pueden hacer como ingresar ecuaciones, diagramas de bloques, Bond Graph y componentes físicos. 20Sim es ampliamente utilizado para modelar sistemas complejos de múltiples dominios y el desarrollo de sistemas de control, además de mostrar una analogía de ejemplo a un objeto real de forma ideal.

En el último capítulo se muestran las conclusiones a las que se llegó en este trabajo además de las recomendaciones que se llegaron para personas que son nuevas en cuestiones de la utilización del software, así como el estudio del Bond Graph.

Capítulo 2 Modelado de la transmisión de velocidad

2.1.- Caja de cambios

La transmisión manual es un conjunto de engranes que transmiten la rotación y torque del cigüeñal a las ruedas de impulsión mientras el propósito principal de la transmisión es transmitir apropiadamente la potencia que genera el motor según las condiciones de conducción, para otros propósitos como se demuestra debajo, debido a las características de los motores que son usados en los vehículos de hoy.

Las características que deben tener son:

- Proporciona una gran fuerza durante la puesta en marcha y durante las subidas en colinas.
- Impulsión de las ruedas a gran velocidad durante la conducción en velocidades altas.
- Impulsión de las ruedas en sentido inverso en marcha hacia atrás.

Además, es lo que hace básicamente:

- Aumento o disminución del torque (velocidad)
- Cambios en la dirección de giro, de uno de estos engranajes-

Resumiendo, la transmisión manual es una caja de cambios que no puede alterar la relación de transformación o de cambio por sí sola, sino que el conductor tiene el control de hacerlo. Por lo tanto, su principal diferencia de una transmisión automática en que ésta sí puede cambiar de marcha a voluntad del conductor.

2.2.- Funcionamiento

La potencia producida por el motor se convierte en un movimiento alternativo del pistón. El movimiento alternativo se convierte en movimiento rotatorio en el cigüeñal usando bielas. Este movimiento giratorio se transmite al volante, que está unido al eje de salida del cigüeñal. Cuando se presiona el pedal del embrague, la presión hidráulica del depósito del embrague obliga a la placa de presión a moverse contra el volante giratorio. Cuando la placa de presión se aleja del pedal del embrague, la potencia del motor se desconecta, cuando se suelta el pedal, la placa de presión se mueve hacia la placa del embrague y la potencia del motor se conecta. Cuando la placa de presión vuelve a engancharse, la potencia del volante se transfiere al eje de entrada de la caja de cambios mediante el mecanismo de embrague [20].

Una caja de cambios automotriz típica consta de eje principal, eje intermedio, embrague de empuje y mecanismo selector. Los engranajes del eje principal están acoplados directamente a los

engranajes del eje intermedio y giran con ellos. Los engranajes del eje principal no transmiten la potencia al eje principal, ya que están montados sobre los cojinetes. La transmisión de potencia se realiza mediante embrague de empuje, que están montadas directamente en el eje principal y pueden moverse hacia la izquierda o hacia la derecha, para engranar con diferentes engranajes en el eje principal y lograr el movimiento correspondiente. Se obtienen diferentes variaciones de par o velocidad al acoplar los engranajes en el eje principal mediante un mecanismo selector [20].

2.2.1.- En neutral o punto muerto.

Todos los engranes, excepto los necesarios para la marcha hacia atrás, están de manera constante engranados. Los engranajes del eje de salida giran libremente a su alrededor, mientras que los del eje intermedio son fijos. No se transmite ningún cambio en la velocidad y/o en la potencia mecánica [20].

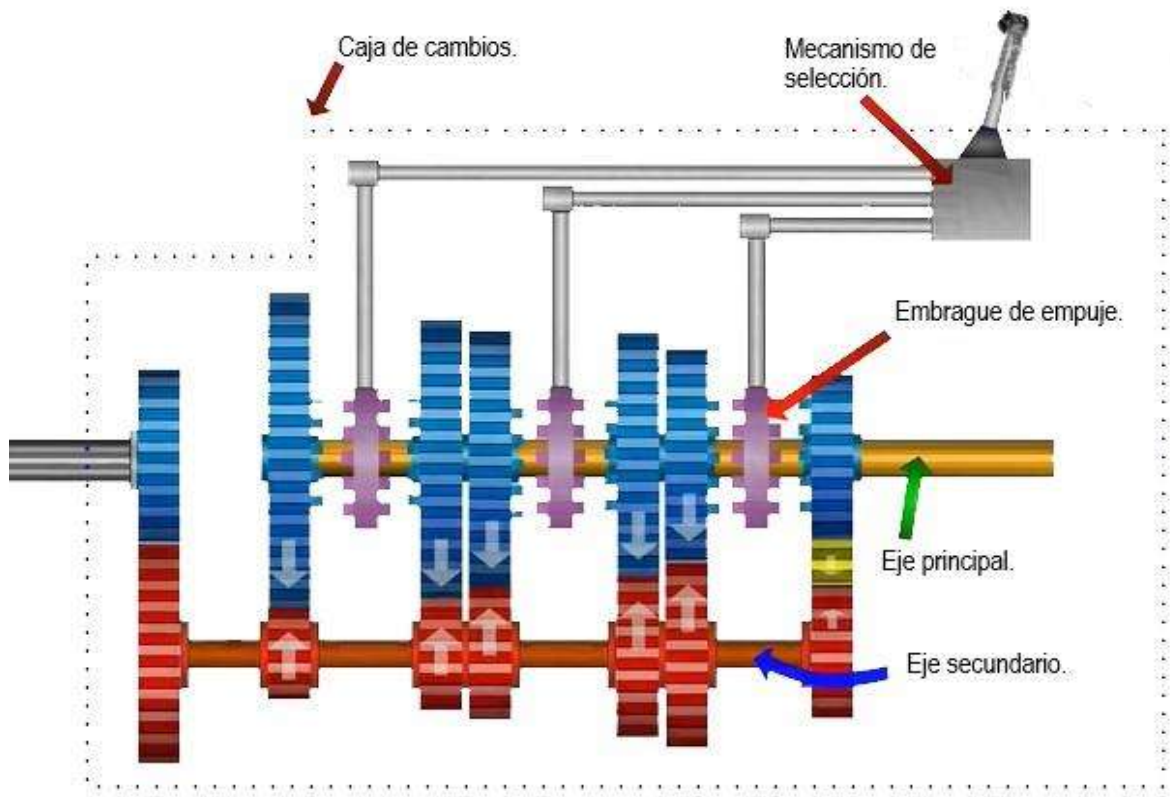


Figura 2. 1.- Posición Neutral

2.2.2.- El cambio a primera velocidad.

Cuando se selecciona la primera marcha utilizando el mecanismo selector, el embrague de empuje se desplaza hacia la izquierda y se acopla con la primera marcha. De este modo, la potencia se transmite desde el eje de entrada de la caja de cambios al primer engranaje del eje intermedio, y desde allí al primer engranaje del eje principal y finalmente al eje de salida de la caja de cambios. Dado que el diámetro de la primera marcha es comparativamente mayor, la velocidad del motor

se reduce, pero el par aumenta, explicado de otra forma, la primera marcha, el engrane más pequeño del eje intermedio (con el menor número de dientes) está bloqueado, pasando la transmisión por el engrane más grande del eje principal, lo que proporciona un par alto y una velocidad baja para un arranque parado [20]. Una relación de transmisión típica cuando un automóvil está en primera es de 3.727 [21].

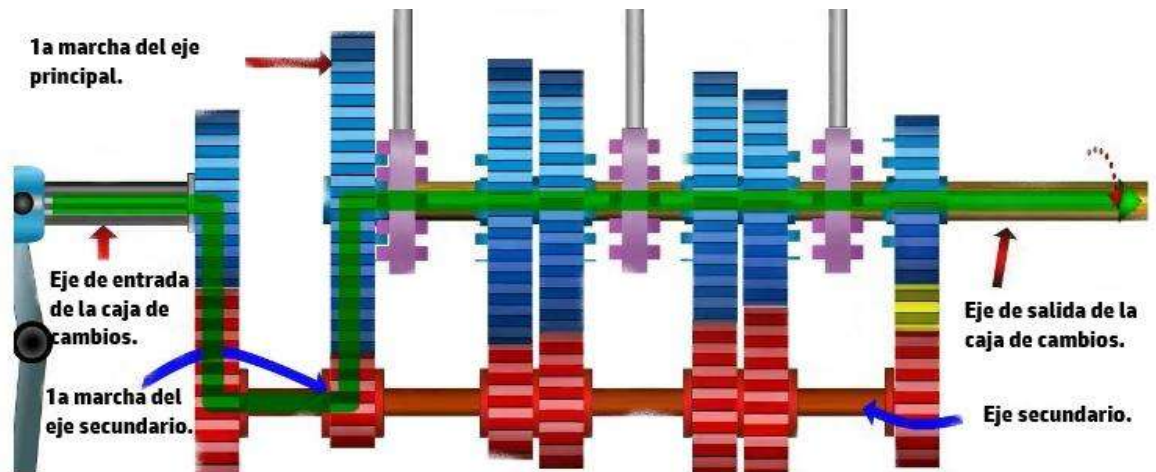


Figura 2. 2.- Cambio al engrane de primera

2.2.3.- Cambio a segunda.

En la segunda marcha, el embrague de empuje se desplaza hacia la derecha, engranando con la segunda marcha en el eje principal, y así se obtiene otra relación de marcha con aumento de velocidad y reducción de par. En la segunda marcha, se reduce la diferencia de diámetro de las marchas en los dos ejes, lo que hace que aumente la velocidad en carretera y aumenta el par motor [20]. La relación de estos engranes es ideal para subir colinas que estén muy inclinadas. Una relación de transmisión típica es 2.047 [21].

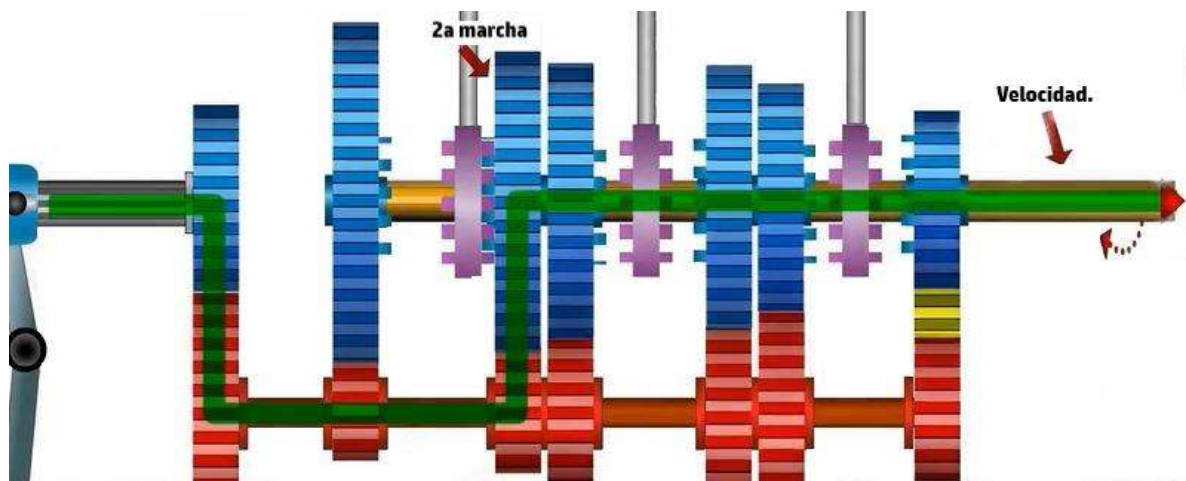


Figura 2. 3.- Cambio a segunda marcha o velocidad.

2.2.4.- Cambio a tercera.

Para lograr la tercera marcha, el segundo embrague de empuje se desplaza hacia la izquierda para engranar con la tercera marcha en el eje principal. En esta condición, la velocidad aumenta aún más, mientras que el par se reduce [20]. Una relación de transmisión típica para este caso es de 1.392 [21].

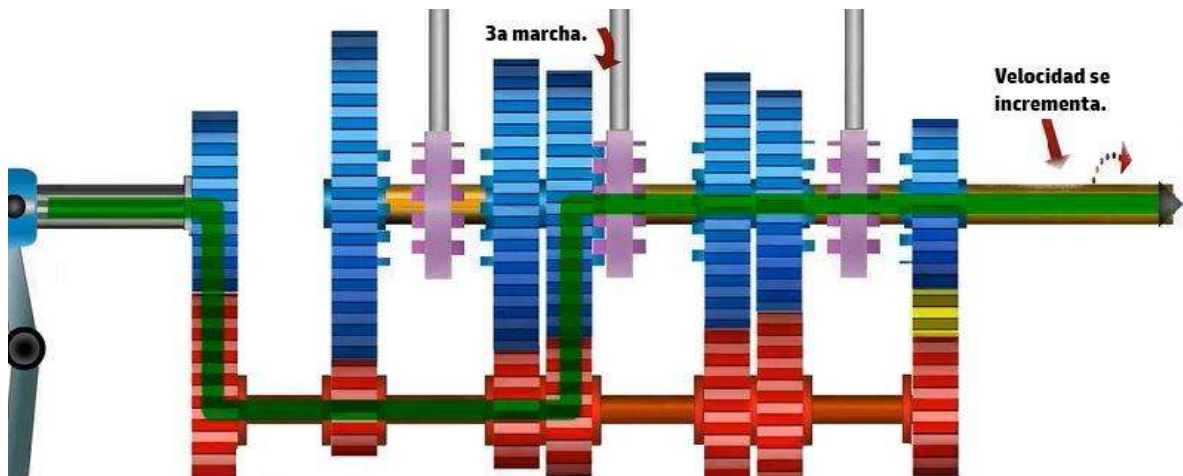


Figura 2. 4.- Cambio a tercera marcha.

2.2.5.- Cambio a cuarta.

Cuando el embrague de empuje se desplaza hacia la derecha, se logra la cuarta marcha, donde la velocidad aumenta que la tercera marcha y el par se reduce de manera conjunta. Cuando un automóvil está en cuarta marcha, en muchos vehículos, el eje de salida se mueve a la misma velocidad que el eje de entrada. Esta forma es conocida como "transmisión directa" [20]. Una relación de transmisión típica es 1.029 [21].

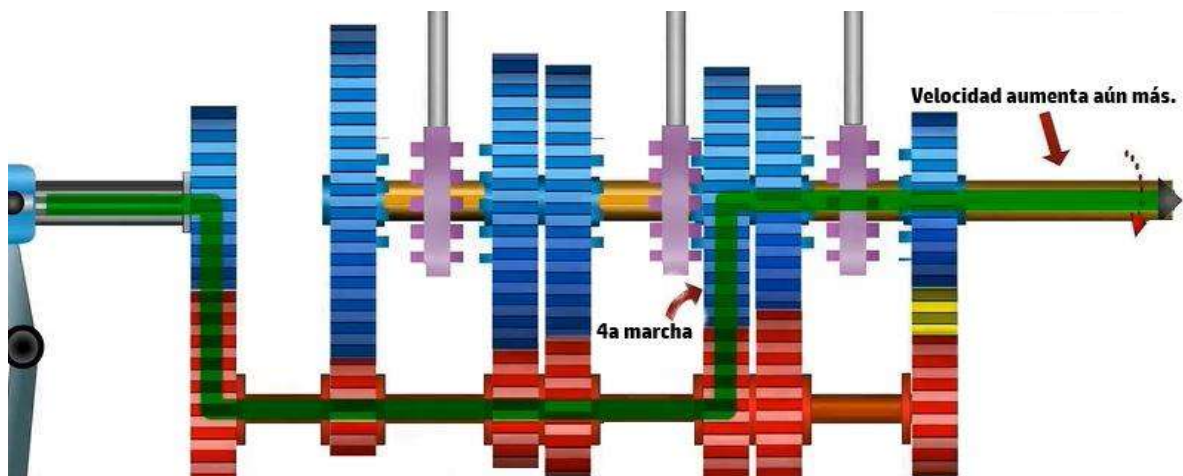


Figura 2. 5.- Cambio a cuarta marcha.

2.2.6.- Cambio a quinta.

La marcha superior o la quinta se logra cuando el tercer embrague de empuje se desplaza hacia la izquierda para engranar con la quinta marcha en el eje principal. En esta posición, se alcanza la velocidad más alta, es decir, la velocidad del eje del embrague es casi igual a la velocidad del eje principal. En vehículos con quinta marcha también se le llama "sobremarcha", está conectada a una marcha que es significativamente más grande. Esto permite que la quinta marcha gire mucho más rápido que la marcha que entrega potencia [20]. La relación de transmisión típica es de 0.82 [21].

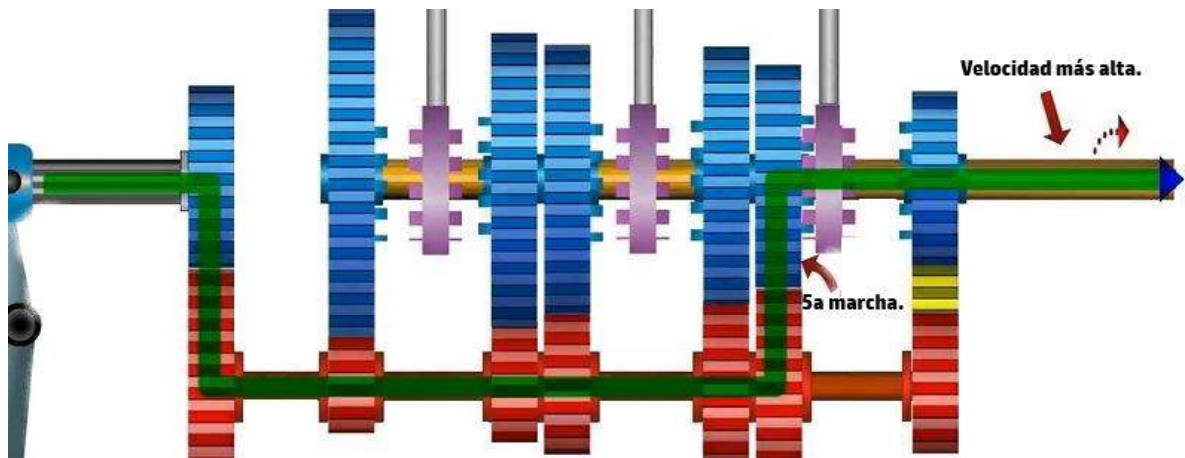


Figura 2. 6.- Cambio a quinta velocidad.

2.2.7.- Reversa.

En la posición de reversa, el tercer embrague de empuje se desplaza hacia su derecha para engranar con la marcha atrás que gira en la dirección reversa usando el engranaje loco, y así el movimiento inverso se transfiere al eje de salida de la caja de cambios. El movimiento obtenido en el eje de salida de la caja de cambios a través de diferentes disposiciones de engranajes se transfiere luego al diferencial. Desde el diferencial, la potencia se transmite finalmente a ambas ruedas de carretera de acuerdo con los requisitos de velocidad [20].

Es importante conocer este mecanismo de transmisión de control ya que para todas aquellas personas que tienen un vehículo motorizado y no tienen el suficiente cuidado, esta se puede ver afectada no solo el coche, sino también su economía.

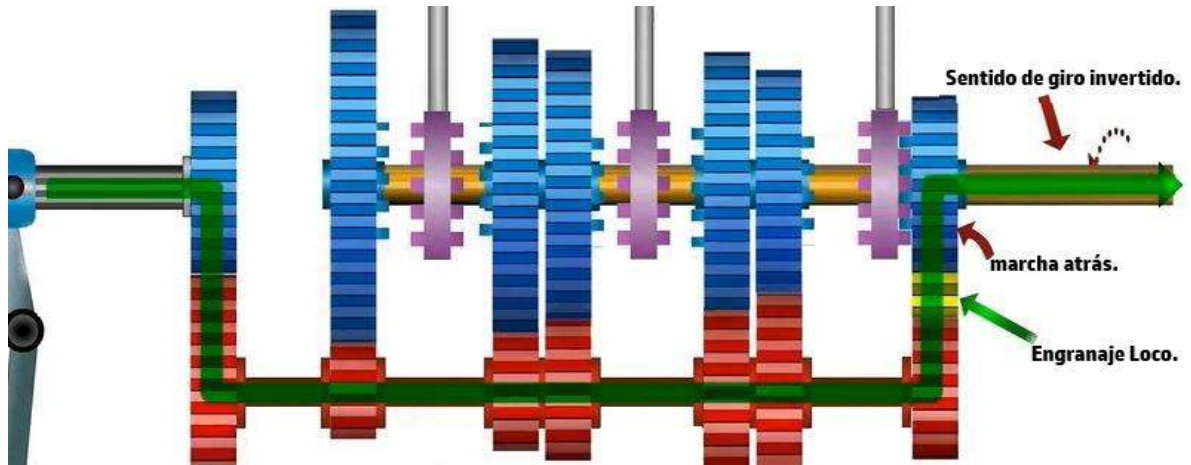


Figura 2. 7.- Reversa.

2.2.8.- Relación de engranes.

Por lo general, se requiere una reducción de engranes entre el servomotor de alta velocidad y bajo par y la carga para obtener la reducción de velocidad y el aumento de par.

En la Figura 2.8, que muestra un motor con inercia J_m y amortiguación b_m impulsando una carga que consta de inercia J_L y amortiguación b_L . Para obtener una inercia equivalente J y una amortiguación equivalente b , reflejaremos la inercia de la carga J_L y la amortiguación de la carga b_L en el eje del motor, el cual se puede lograr multiplicando por la siguiente relación[4]:

$$\left[\frac{N_1}{N_2} \right]^2 = n^2 \quad (2.1)$$

La inercia de la carga J_L y la amortiguación de la carga b_L se pueden reflejar en el eje del motor multiplicándolos por la Ecuación (2.1) [4].

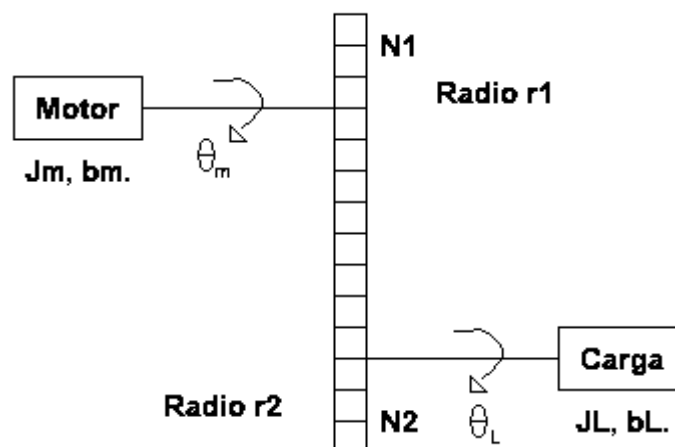


Figura 2. 8.- Sistema de motor con sistema de engranes.

A medida que gira el engranaje, la distancia recorrida a lo largo de la circunferencia de cada engranaje es la misma [4]:

$$\frac{r_1}{\theta_m} = \frac{r_2}{\theta_L} = n \quad (2.2)$$

El número de dientes en la superficie de los engranajes es proporcional a los radios [4].

$$\frac{r_1}{N_2} = \frac{r_2}{N_1} \quad (2.3)$$

El trabajo realizado por un engranaje es igual al del otro, asumiendo que no hay pérdidas [4]. Esto es:

$$\frac{T_m}{\theta_m} = \frac{T_L}{\theta_L} \quad (2.4)$$

Las ecuaciones anteriores conducen a:

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{T_m}{T_L} = \frac{\theta_L}{\theta_m} = n \quad (2.5)$$

Donde, n es la relación de transformación [4], la cual nos será de gran importancia en el desarrollo de esta tesis.

2.3.- Motor de CD.

2.3.1.- Antecedentes.

Un motor de cd sencillamente un transductor de par que convierte energía eléctrica en energía mecánica. Para entender el principio de operación de un motor de cd se necesita recordar algunos aspectos sobre magnetismo y electromagnetismo. Michael Faraday (1791- 1867) originó el concepto de líneas de fuerza magnética, también denominadas líneas de inducción magnética, como un medio para analizar y explicar los fenómenos magnéticos.

Las líneas de fuerza magnética son líneas imaginarias cuya dirección es la misma que la de un campo magnético real en un punto específico. Las líneas de fuerza magnética para un imán se presentan en la Figura 2.9, donde cada línea dibujada representa muchas e incontables líneas de fuerza que definen el camino típico del campo magnético que existe alrededor de un imán [15].

Las líneas de fuerza magnética poseen las siguientes características que son fundamentales:

- I. Forman lazos cerrados: Las líneas existen dentro del cuerpo de un imán y continúan externamente hasta cerrar un lazo.
- II. Son direccionales: Emergen de un área denominada polo norte y entran en otra área diferente denominada polo sur; estas líneas continúan internamente en el imán. Así, la

dirección de las líneas de fuerza magnética internamente en un imán es de sur a norte, y externamente de norte a sur.

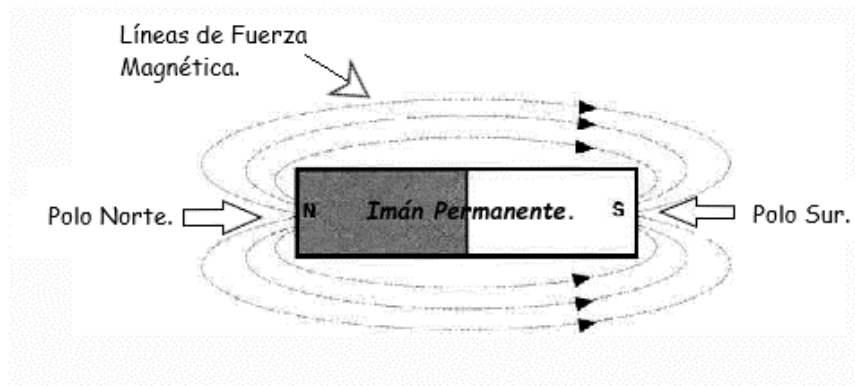


Figura 2. 9.- Líneas de fuerza de imán.

- III. Forman lazos cerrados: Las líneas existen dentro del cuerpo de un imán y continúan externamente hasta cerrar un lazo.
- IV. Son direccionales: Emergen de un área denominada polo norte y entran en otra área diferente denominada polo sur; estas líneas continúan internamente en el imán. Así, la dirección de las líneas de fuerza magnética internamente en un imán es de sur a norte, y externamente de norte a sur.
- V. No se interceptan: Dos líneas no pueden ocupar el mismo espacio o pasar a través de un punto común. Se repelen mutuamente. Así como dos cargas eléctricas iguales ejercen fuerzas mutuamente repulsivas, dos líneas de inducción cercanas experimentan fuerzas que tienden a separarlas.
- VI. Buscan caminos de baja reluctancia. El espacio libre y la mayoría de los materiales son medios difíciles de ser ocupados por líneas de fuerza magnética. Sin embargo, los materiales ferromagnéticos facilitan el paso de las líneas de fuerza magnética a través de ellos. Los materiales ferromagnéticos poseen baja reluctancia; así, a pesar de la tendencia a contraerse, muchas líneas de fuerza desvían su trayectoria corta de alta reluctancia para seguir una trayectoria más larga de baja reluctancia a través de un cuerpo ferromagnético[15].

Una vez que las líneas de fuerza magnética penetran el cuerpo ferromagnético, las fuerzas tensoras de las líneas de fuerza entran en acción para atraer el cuerpo hacia el imán, si las fuerzas tensoras son mayores que las fuerzas que se le oponen, el cuerpo se mueve. El resultado es la conocida fuerza de atracción que tiene un imán sobre materiales ferromagnéticos

Al número de líneas de fuerza magnética se le denomina flujo magnético el cual se denomina Φ y sus unidades en el sistema internacional de unidades es el weber(Wb).

Hans Christian Oesterd (1777-1851) demostró una conexión directa entre la corriente eléctrica y los efectos magnéticos, lo que hizo así relación al estudio de electricidad y el magnetismo. Michael Faraday y el físico James Clerk Maxwell fueron quienes aportaron gran parte de este desarrollo, Hans Oesterd establece la dirección y la presencia de las líneas de fuerza magnética que están alrededor de un conductor por donde puede fluir corriente eléctrica [6, 15]. Esto es de suma importancia ya que esto es un principio fundamental del funcionamiento de un motor eléctrico de CD.

2.3.2.- Funcionamiento.

El motor de CD es un actuador electromecánico formado básicamente por un estator o devanado de campo, y un rotor o armadura. El comportamiento dinámico del motor eléctrico se describe generalmente por un sistema de ecuaciones diferenciales, el cual debe reproducir lo más cercano posible los fenómenos eléctricos y mecánicos que están presentes en el motor. La precisión de los resultados del modelo depende del detalle con que se represente la dinámica de estos fenómenos. Se utiliza un motor de CD debido a la gran capacidad de regulación de velocidad, facilidad de control y su amplia característica lineal par-velocidad. Estas ventajas del motor de CD lo hacen una buena opción en máquinas de velocidad variable en las que se necesita amplio margen de velocidad y control fino de la misma [13].

Cuando la máquina actúa como motor, da lugar en el eje a un par motor; es decir, un par que actúa en el mismo sentido que la velocidad de giro (luego produce energía mecánica), y en bornes del inducido a una fuerza contraelectromotriz (f.c.e.m.), que se opone a la circulación de la corriente que le impone la red eléctrica externa (luego, absorbe energía eléctrica de la red). Para que la máquina pueda funcionar como motor, las corrientes de los conductores del inducido que están frente a un polo inductor dado deben ser siempre del mismo sentido. Esto obliga a que la corriente de un conductor se invierta cuando el movimiento del rotor lo hace pasar de estar frente a un polo a estar frente a otro de polaridad contraria. Esto se consigue mediante el colector de delgas. Por lo tanto, el colector de delgas(Conmutador) hace que la corriente continua que le llega del exterior se convierta en una corriente alterna (aunque no con forma senoidal) en el bobinado inducido. Cuando la máquina actúa como generador da lugar en el eje a un par de frenado; es decir, un par que actúa en sentido contrario a la velocidad de giro (luego consume energía mecánica que debe ser suministrada por un motor acoplado al eje de la máquina de corriente continua) [16].

El estator suministra un campo magnético constante, y la armadura, que es la parte rotatoria, la cual es una simple bobina. La armadura está conectada a la fuente de CD a través de un par de anillos de conmutación. Cuando la corriente fluye a través de la bobina, una fuerza electromagnética es inducida sobre la bobina de acuerdo a la ley de Lorentz, de esta forma, la bobina comienza a girar [18]. Esta ley se muestra a continuación:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \quad (2. 6)$$

Esta expresión nos dice que una carga q que se mueve a una velocidad constante $\vec{v}$ en un campo magnético uniforme $\vec{B}$, experimenta una fuerza $\vec{F}$, perpendicular tanto a la velocidad $\vec{v}$ como al campo $\vec{B}$ [17].

A medida que la bobina empieza a girar, los anillos del conmutador están conectados con la fuente de alimentación con una polaridad opuesta, esto origina que en el lado izquierdo de la bobina la electricidad fluirá "lejos" y del lado derecho la electricidad fluirá "cerca", esto hace que la acción de torsión sea también en el mismo sentido, durante el movimiento, de esa manera la bobina continúa rotando, pero cuando la bobina esta perpendicular al flujo magnético, esto hace que el torque se aproxime a cero, por esto es que habrá un movimiento irregular del rotor, esto se arregla cuando se añade un embobinado más, junto con otro conmutador para ese embobinado. Cuando el primer bobinado está en posición vertical, el segundo bobinado se conecta a la fuente de alimentación, por lo que hace que la fuerza del motor siempre esté presente, por lo que, añadiendo más bobinas, más suave es la rotación del motor.

En los motores reales, las bobinas de la armadura están equipada en el interior de las ranuras con capas de acero que son altamente permeables, lo cual hace que la interacción del flujo magnético sea mejor. Los resortes en las escobillas del conmutador mejoran el contacto constante con la fuente de alimentación.

Los campos magnéticos permanentes en el estator se usan solamente para motores de CD pequeños.

Muy a menudo, se utiliza un campo electromagnético, donde la bobina de campo electromagnético, se alimenta de la misma fuente de CD, donde las bobinas de campo se pueden conectar a los devanados del rotor de dos maneras diferentes, lo que hace que resulte dos tipos diferentes de motores de CD en su construcción: Motor serie y motor shunt.

El motor serie, es un motor eléctrico de CD en el cual el devanado de campo (campo magnético principal) se conecta en serie con la armadura. Por su bobinado tiene un buen par de arranque, pero la velocidad se reduce de manera drástica con la carga, siendo así también la conexión en serie del motor[18], esto se muestra en la Figura 2.10 [9].

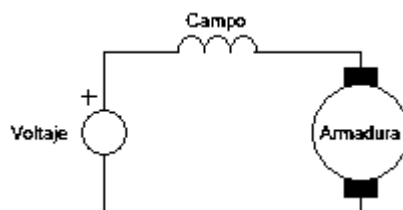


Figura 2. 10.- Motor serie.

El motor en derivación(shunt) o motor de excitación en paralelo es un motor eléctrico de CD cuyo bobinado inductor principal está conectado en derivación o paralelo con el circuito formado por los bobinados inducido e inductor auxiliar, tiene un par de arranque bajo, pero tiene la característica de funcionar casi a una velocidad constante, independientemente de la carga que actúe sobre el motor. Un diagrama simple de ello se muestra en la Figura 2.11 [9].

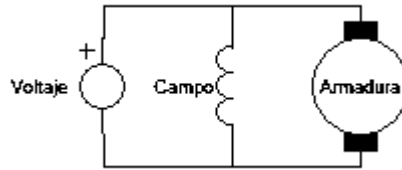


Figura 2. 11.- Motor en derivación (Shunt).

En general, los motores de CD a diferencia de las otras máquinas eléctricas, tienen una característica única, la cual es la producción de una fuerza electromotriz(FEM) de retorno, esta es también conocida como fuerza contraelectromotriz. Un bobinado que está girando en un campo magnético, producirá una FEM, de acuerdo con el principio de inducción electromagnética. En caso de los bobinados de armadura giratorios es también la misma, se inducirá una FEM interna que se opone al voltaje de entrada aplicado.

La FEM de retorno es proporcional a la velocidad del rotor. En el arranque del motor, la FEM de retorno es demasiado baja, por lo tanto, la corriente de armadura se hace demasiado alta, lo que conduce al agotamiento del rotor.

Por lo tanto, un mecanismo de arranque adecuado que controle el voltaje de entrada aplicado es necesario en grandes motores de CD.

Una variante del motor de CD es el motor universal, el cual es capaz de operar bajo fuentes de alimentación de CD y CA [18].

Pero de forma más clara de lo que se usará en esta tesis, será un motor de CD de conexión serie, el cual en la Figura 2.12, se muestra el diagrama icónico que hace referencia a la Figura 2.10, ya que este es una forma reducida o de otra forma, es un circuito equivalente a la que se llega tras haber hecho una reducción mediante el teorema de Thévenin para sistemas eléctricos.

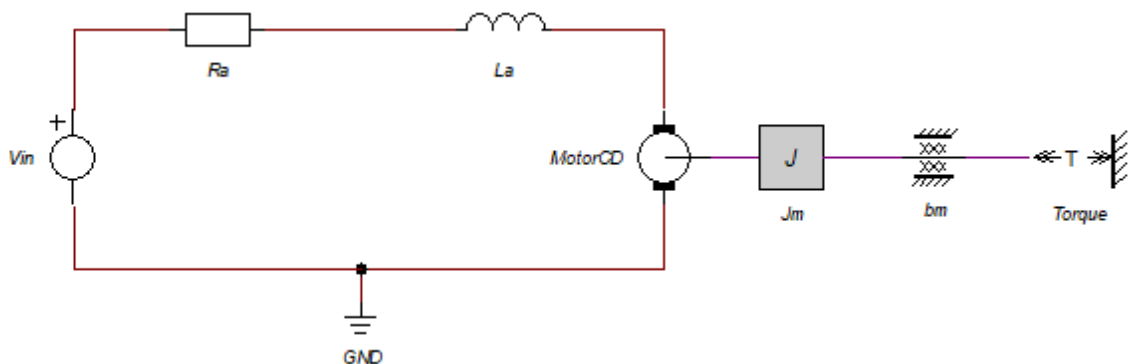


Figura 2. 12.- Diagrama Icónico de motor de CD.

Donde:

- R_a es la resistencia de armadura.
- L_a es la inductancia de armadura.

- J_m es el momento de inercia del motor.
- b_m es una constante de fricción viscosa del motor.
- *Torque es el par del motor*

Una vez girando, se puede usar ese giro para hacer mover otros dispositivos, como, por ejemplo, un juguete para niños o incluso un ventilador que enfría de lado a lado un cuarto de tu casa también, cepillos de dientes, secadoras de cabello y cuchillos eléctricos [19].

Los motores de corriente continua son los más comunes y económicos, y se pueden encontrar en la mayoría de los juguetes a pilas, constituidos, por lo general, por dos imanes permanentes fijados en la carcasa y una serie de bobinados de cobre ubicados en el eje del motor [12].

Estos son solo algunos ejemplos de donde se pueden encontrar estos motores.

En el capítulo 3 se hace un modelado de un motor de CD con transmisión, pero para esto se hace una pequeña introducción al Bond Graph, así como una metodología para hacer el desarrollo para pasar de un diagrama icónico a Bond Graph

Capítulo 3 Modelado de un motor de CD y transmisión en Bond Graph.

3.1.- Introducción al Bond Graph

Los gráficos de unión (*Bond Graphs*) fueron creados por el Profesor Henry Paynter en 1959 y la metodología la presentó en 1962. Estos son grafos dirigidos cuyos vértices son llamados "puertos" (*ports*) los cuales representan subsistemas, componentes o elementos básicos de un sistema. Las aristas del grafo se conocen como "uniones" (*Bonds*) y representan el intercambio de energía entre los puertos a través de variables conjugadas de potencia, denominadas genéricamente esfuerzo e y flujo f (*effort & flow*) [11], que el producto de ambas representa potencia, por ejemplo: fuerza y velocidad, en un sistema mecánico, voltaje y corriente en un subsistema eléctrico [3].

El modelado de Bond Graph es una herramienta poderosa para modelar sistemas de ingeniería, especialmente cuando están involucrados diferentes dominios físicos. El modelado de Bond Graph es una forma de modelado de sistemas físicos orientado a objetos [10]. Los Bond Graphs son gráficos etiquetados y dirigidos, en los que los vértices o puertos representan submodelos y los bordes o enlaces representan una conexión de energía ideal entre los puertos de alimentación. Los vértices son los que describen los fenómenos físicos además de que son conceptos que muestran los aspectos de importancia del comportamiento dinámico del sistema. Un Bond Graph en sí mismo, es un conjunto de ecuaciones en las variables de los puertos (dos en cada puerto), indican conexiones punto a punto entre puertos de submodelo. Al hacer los anticipos para la simulación, los Bonds se unen como la conexión de dos señales con direcciones opuestas. Además, un Bond tiene una dirección de potencia y una dirección de causalidad. La asignación adecuada de la dirección de potencia resuelve el problema de colocación de señales al conectar estructuras de submodelos [7]. Bond Graph es un enfoque general que permite construir modelos de sistemas eléctricos, magnéticos, mecánicos, hidráulicos, neumáticos y térmicos utilizando solamente un pequeño conjunto de elementos ideales, técnicas estándares expresan los modelos en ecuaciones diferenciales o en esquemas de simulación por computadora [8].

En la siguiente parte de la presente tesis, en este mismo capítulo, se mostrará el método de Bond Graph con varios ejemplos, donde se inicia compuesta por modelos físicos ideales o incluso pueden ser circuitos sacados de la imaginación, con el propósito de mostrar el método de una forma didáctica. La transformación a un Bond Graph conduce a un modelo independiente del dominio. En la parte 3.1.2, se mostrarán los elementos básicos de los Bond Graphs y sus

fundamentos, en la parte 3.1.3 se mostrarán los puertos pasivos-1, en la parte 3.1.4 los puertos activos y en la parte 3.1.5, los elementos de unión, así también más adelante analizaremos un método para obtener un modelo hecho en Bond Graph a partir de sistemas de ingeniería.

3.1.1.- Componentes Básicos de un Bond Graph

El componente fundamental de un Bond Graph es el Bond de energía utilizado para acoplar los puertos de energía de los componentes del sistema.

El Bond es representado por una semiflecha indicando en la dirección de esta cómo fluye la energía entre los puertos al cual está conectado [1], como se observa en la Figura 3.1 [3].

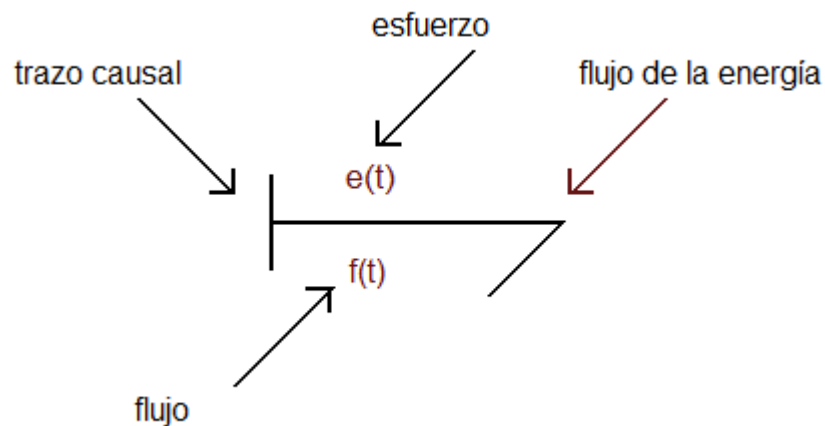


Figura 3. 1.- Nomenclatura en Bond Graph

Las ecuaciones constitutivas de los elementos del Bond Graph se introducen mediante ejemplos de los dominios eléctricos, mecánicos. La naturaleza de las ecuaciones constitutivas exige la causalidad de los Bonds conectados. Las variables que describen la unión de dos puertos que son conectados son llamadas variables de potencia, las cuales son esfuerzo $e(t)$ y flujo $f(t)$. Estas variables también son llamadas variables de generalizadas de Bond debido a que pueden ser utilizadas en todos los dominios de energía [1]. Los elementos de los Bond Graphs se dibujan en combinaciones de letras para indicar el tipo de elemento. Los elementos del Bond Graph son los siguientes mostrados en la Tabla 3.1 [7].

Tabla 3. 1.- Componentes básicos de un Bond Graph.

R	Resistencia que disipa energía, p. ej. Resistencia eléctrica, fricción mecánica.
I	Los elementos de inercia se indican con una "I" mayúscula y siempre tienen potencia fluyendo hacia ellos. Los elementos de inercia son elementos que almacenan energía. Más comúnmente, estos son inductores para sistemas eléctricos, por lo que son elementos de almacenamiento para una variable de tipo p

C	Son elementos de almacenamiento para una variable de tipo q. Estos elementos de cumplimiento se indican con una "C" mayúscula y siempre fluye potencia hacia ellos. En sí, estos elementos almacenan energía potencial. Por lo general, se trata de resortes para sistemas mecánicos y condensadores para sistemas eléctricos.
Mse, Msf	Las fuentes son elementos que representan la entrada de un sistema. Aportarán esfuerzo o fluirán hacia un sistema. Se indican con una "MS" mayúscula con una "e" o "f" minúscula para el esfuerzo o el flujo, respectivamente. Por ejemplo, red eléctrica (fuente de voltaje), gravedad (fuente de fuerza), bomba (fuente de flujo).
TF	Transformador, p. ej. un transformador eléctrico, ruedas dentadas, palanca (sistema eléctrico, sistemas mecánicos).
GY	Girador, p. ej. electromotor, bomba centrífuga (sistemas electromecánicos).
0, 1	Uniones 0 y 1, sirven para conectar dos o más submodelos.

Los sistemas se interconectan por puertos, los cuales se clasifican en:

- Puerto-1 -Pasivos, Activos o Fuentes
- Puerto-2 -Elementos de dos puertos: Transformadores y giradores
- Puerto-3 -Elementos de Unión.

Más adelante se hablará de cada uno de estos con más detalle.

Para modelar un sistema, es necesario dividir un sistema en partes más pequeñas que puedan ser modeladas y estudiadas experimentalmente, y después ensamblarlas al modelo del sistema. Así, las partes principales de un sistema son llamadas subsistemas y las partes no reducibles son llamadas componentes y, un subsistema es una parte de un sistema que es modelado como un sistema en sí mismo, donde un componente es modelado como una entidad.

Los lugares en los cuales los subsistemas pueden ser interconectados, son lugares en los cuales la energía puede fluir, los cuales son llamados puertos. Los sistemas con un puerto sencillo un único puerto es llamado puerto-1, un sistema con dos puertos es llamado puerto-2.

Los sistemas multipuertos son denotados por puertos-n, donde n es el número de puertos.

3.1.2.- Puertos-1 Pasivos

Consideramos elementos ideales, los cuales representan disipación de potencia y dos formas de almacenamiento de energía; estos se llaman elementos pasivos. Se denominan Puertos-1 Pasivos a aquellos elementos que intercambian potencia en un puerto o elemento sencillo pasivo.

Hay tres tipos de elementos pasivos en Bond Graph, los cuales son llamados resistivo, capacitivo e inercial. Todos estos son elementos de un solo puerto que reciben energía del sistema y la disipan o aumentan su nivel de energía. Por ejemplo, los elementos de disipación R, de almacenamiento de flujo C y de almacenamiento de esfuerzo I, para sistemas eléctricos, mecánicos e hidráulicos [1].

Los elementos de almacenamiento almacenan todo tipo de energía. Como se indicó anteriormente, existen dos tipos de elementos de almacenamiento: elementos C y elementos I.

los cuales más adelante, en la siguiente parte de puertos-1 pasivos se hablará un poco más de ellos. Las variables de tipo q y de tipo p son cantidades conservadas y son el resultado de un proceso de integración, lo cual nos otorga las variables de estado del sistema.

En los elementos C, como un condensador o un resorte, la cantidad conservada, q, se almacena acumulando el flujo, f, al elemento de almacenamiento. Esto da como resultado la siguiente ecuación diferencial:

$$f = \frac{dq}{dt} \quad (3.7)$$

La cual se llama ecuación de equilibrio, y forma parte de las ecuaciones constitutivas del elemento de almacenamiento. Por el otro lado de las ecuaciones constitutivas, la variable de estado, q, está relacionada con el esfuerzo, resulta la siguiente ecuación diferencial:

$$e = \frac{dp}{dt} \quad (3.8)$$

donde se aplica la integral en ambas expresiones diferenciales, para así obtener “q” y “p” [22].

$$q = \int f dt \quad (3.9)$$

$$p = \int e dt \quad (3.10)$$

En sistemas que pueden almacenar energía es necesario definir variables que representen el estado del sistema llamadas variables de energía denominadas momento “p” o esfuerzo acumulado “e_a” y desplazamiento “q” o flujo acumulado “f_a”, que están dadas por las expresiones anteriores (3.8) y (3.9) [1].

En la siguiente tabla muestra las variables generalizadas para sistemas eléctricos, sistemas mecánicos traslacionales, sistemas mecánicos rotacionales y de sistemas hidráulicos, utilizadas en el modelado mediante Bond Graph [1].

Tabla 3. 2.- Variables generalizadas para diversos sistemas.

Variables	Generales	Eléctrico	Mecánico Traslacional	Hidráulico	Mecánico Rotacional
Esfuerzo	$e(t)$	$v(t)$ Voltaje	$F(t)$ Fuerza	$P_e(t)$ Presión	$\tau(t)$ Par
Flujo	$f(t)$	$i(t)$ Corriente	$V(t)$ Velocidad	$Q(t)$ Caudal	$\omega(t)$ Velocidad angular
Momento	$p(t) = \int e(t)dt$	$\lambda(t)$ Enlace de flujo	$P_R(t)$ Momento Rotacional	$P_p(t)$ Integral de presión	$H(t)$ Momento angular
Desplazamiento	$q(t) = \int f(t)dt$	$q(t)$ Carga	$x(t)$ Distancia	$V(t)$ Volumen	$\theta(t)$ Ángulo

Variables	Generales	Eléctrico	Mecánico Traslacional	Hidráulico	Mecánico Rotacional
Potencia	$P(t) = e(t)f(t)$	$v(t)i(t)$	$F(t)V(t)$	$P_e(t)V(t)$	$\tau(t)\omega(t)$
Energía	$E(p) = \int f(p)dp$ $E(q) = \int e(q)dq$	$\int i(\lambda)d\lambda$ $\int edq$	$\int V(P_R)dP_R$ $\int F(x)dx$	$\int Q(P_p)dP_p$ $\int P_e(V)dV$	$\int \omega(H)dH$ $\int \tau(\theta)d\theta$

En las siguientes tablas se muestra la relación de cada uno de los elementos en sistemas eléctricos, hidráulicos y mecánicos [1].

Tabla 3. 3.- Elemento R.

Relación	LINEAL	NO LINEAL
Eléctricos	$v(t) = iR(t)$	$v = \varphi(i)$
Hidráulicos	$\Delta P_r(t) = RQ(t)$	$\Delta P = \varphi(Q)$
Mecánicos	$F(t) = bV(t)$	$F = \varphi(V)$

Tabla 3. 4.- Elemento C.

Relación	LINEAL	NO LINEAL
Eléctricos	$v(t) = \frac{1}{C} \int idt$	$v = \varphi(q)$
Hidráulicos	$P_r(t) = C \int \Delta Q dt$	$v = \varphi(V)$
Mecánicos	$F(t) = K \int V dt$	$v = \varphi(x)$

Tabla 3. 5.- Elemento I.

Relación	LINEAL	NO LINEAL
Eléctricos	$i(t) = \frac{1}{L} \int v dt$	$i(t) = \varphi(\lambda)$
Hidráulicos	$Q(t) = I \int \Delta P_r dt$	$Q(t) = \varphi(P_p)$
Mecánicos	$V(t) = \frac{1}{M} \int F dt$	$V(t) = \varphi(P)$

Usando el tetraedro de estados, se puede encontrar una relación matemática entre cualquier variable en el tetraedro, siendo una forma sencilla de relacionar las variables generalizadas siendo parte importante en Bond Graph

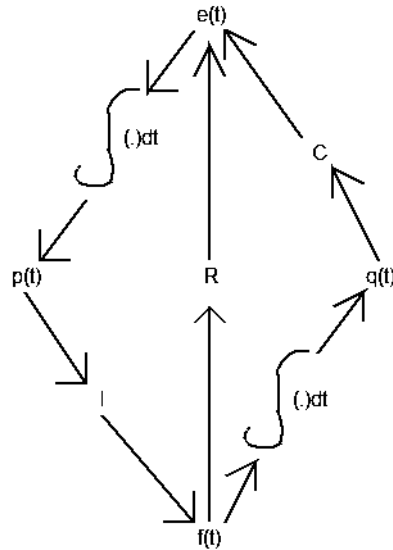


Figura 3. 2.- Tetraedro de estados.

3.1.3.- Puertos-1 Activos o Fuentes

Los elementos que introducen energía al sistema son llamados fuentes. Existen dos tipos de fuentes, fuente de esfuerzo (voltaje, fuerza o presión) y fuente de flujo (corriente, velocidad o caudal) denotadas MSe y MSf respectivamente, cuya representación se muestra en la Figura 3.2, en donde una fuente es un elemento activo sencillo llamado Puerto-1 Activo [1].



Figura 3. 3.- Puertos-1 activos

Las fuentes de energía son dispositivos que contienen un tipo de energía y, cuando se conectan a un sistema, el flujo de energía se establece. Cabe mencionar que, cualquier tipo de energía tiene componentes tanto de flujo como de esfuerzo. Las fuentes en un Bond Graph se distingue por su componente de dictado; en otras palabras, una fuente de energía solo puede dictar factores de flujo o de esfuerzo y no puede controlar el otro factor.

Una fuente de flujo MSf, por lo tanto, es una fuente de energía que tiene un nivel de flujo específico f y, cuando se conecta a un sistema, se pasará energía al sistema con un valor de flujo de f . El valor de esfuerzo de la fuente de flujo dependerá sobre la demanda de energía del sistema conectado. Para una fuente ideal de flujo, el nivel de flujo f es independiente de la demanda de energía y siempre permanece sin cambios. Un ejemplo de una fuente de flujo en los sistemas mecánicos son un gran cuerpo en movimiento con una velocidad constante algunos ejemplos son, la Tierra, un tren y en los sistemas eléctricos, una fuente de corriente.

Una fuente de esfuerzo MSe, es una fuente de energía que tiene un nivel específico de esfuerzo “ e ” y, cuando está conectado a un sistema, la energía se pasará al sistema con un valor de

esfuerzo “e”. Nuevamente, el valor del flujo al sistema depende de la demanda de energía de ese sistema y no puede ser controlado por la fuente. Para un valor ideal de la fuente de esfuerzo, el valor “e” no se verá alterado por el drenaje de energía de la fuente. Algunos ejemplos de fuentes de esfuerzo en los sistemas eléctricos y mecánicos son fuerza y la batería. En los Bond Graphs, las flechas simples solo se utilizan para indicar la dirección del flujo de energía.

En pocas palabras, las fuentes de energía son elementos de un solo puerto, ya que transmiten solo un tipo de energía a los sistemas [22].

3.1.4.- Elementos de dos puertos: Transformador y girador.

Una máquina ideal se puede representar mediante el Bond Graph que se muestra en la Figura 3.1.



Figura 3. 4.- Representación de la maquina ideal en Bond Graph.

Se define para conservar energía, es decir, consumir o producir energía neta cero en todo momento. Por tanto, la potencia de entrada es igual a la potencia de salida. Con la convención de potencia en este modelo, la ecuación será igual:

$$e_1 \dot{q}_1 = e_2 \dot{q}_2 \quad (3. 11)$$

La máquina ideal puede funcionar en cualquier dirección. Aunque una potencia positiva fluye de izquierda a derecha de acuerdo con las flechas de la convención de potencia elegidas arbitrariamente arriba, la potencia podría ser negativa y, por lo tanto, fluir de derecha a izquierda. Además de poder avanzar o retroceder, la máquina ideal es termodinámicamente reversible, lo que significa que no genera entropía. Como resultado, ninguna potencia puede representar el flujo de calor.

El tipo más común, llamado transformador, satisface la siguiente relación:

$$\dot{q}_2 = T \dot{q}_1 \quad (3. 12)$$

La ecuación de las máquinas ideales mostrada en la Figura 3.1, permite muchos tipos de máquinas ideales. Por lo tanto, T se define como la relación entre la velocidad generalizada de flujo en el enlace con la flecha de potencia hacia afuera y la velocidad o flujo generalizado en el enlace con la flecha de convención de potencia hacia adentro. Esta relación, llamada módulo del transformador, puede ser constante o, en general, puede ser una función del desplazamiento q_1 o de algún otro desplazamiento. El símbolo T dentro de un gráfico de enlace designa este tipo de relación. Otros autores escriben la designación con TF, o si el módulo no es una constante, con MTF, para transformador modulado [2], Figura 3.5.

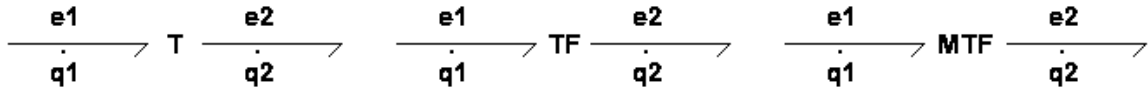


Figura 3. 5.- Nomenclaturas distintas para el transformador.

Se pueden agregar subíndices al símbolo T para distinguir diferentes transformadores que pueden aparecer en el mismo modelo, la mayoría de los otros autores no designan un símbolo común para el módulo de transformadores. No se debe confundir el "símbolo del Bond Graph T" con el "módulo T", solo el módulo puede participar en una ecuación, porque es un número, como $T = 5$.

La sustitución de la ecuación de los transformadores en la conservación de energía de las máquinas ideales da un resultado simple pero profundo:

$$e_1 = T e_2 \quad (3.13)$$

En palabras, la razón de las fuerzas generalizadas de un transformador ideal es igual a la inversa de la razón de las respectivas velocidades generalizadas.

Los elementos de dos puertos son básicamente convertidores de energía y reciben la energía en un puerto, la convierten y la transfieren al puerto de salida. Los elementos ideales de dos puertos no utilizan ni desperdician energía [2]. La representación en Bond Graph de un elemento de dos puertos que representan a un transformador se muestra en la Figura 3.7

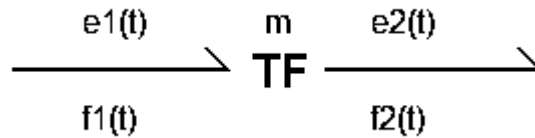


Figura 3. 6.- Elemento de dos puertos de un transformador en Bond Graph.

Un transformador ideal está representado por TF y es de potencia continua, es decir, no se almacena ni se disipa. La transformación puede estar dentro del mismo dominio por ejemplo rueda dentada, palanca o entre diferentes dominios por ejemplo los motores eléctricos [2], las ecuaciones son:

$$e_1 f_1 = e_2 f_2 \quad (1)$$

Donde un transformador TF es un elemento de dos puertos que tiene una relación entre el flujo de entrada y el flujo de salida y el esfuerzo de entrada y el esfuerzo de salida, en el que los esfuerzos de entrada y salida así son proporcionales.

$$e_1(t) = m e_2(t) \quad (3.14)$$

$$f_1(t) = \frac{1}{m} f_2(t) \quad (3.15)$$

Donde estas son las relaciones de las variables generalizadas de Bond para el transformador TF [1].

En los sistemas eléctricos, un transformador utiliza dos o más devanados envueltos alrededor de un núcleo de hierro y transforma energía desde el devanado o devanados de entrada al devanado o devanados de salida. El campo magnético producido por una alternancia la corriente en la o en las bobinas de entrada induce una corriente alterna en la o en las bobinas de salida. Si el voltaje de salida es mayor que el voltaje de entrada, el transformador es de tipo elevador o, a la inversa, puede ser un transformador reductor [2].

Ejemplos de elementos de transformador en sistemas mecánicos son una palanca, una transmisión por correa y un conjunto de engranajes.

El girador es la segunda gran posibilidad de la máquina ideal, que por definición satisface:

$$e_2 = G\dot{q}_1 \quad (3.16)$$

Por tanto, el módulo del girador, G , se define como la relación entre el esfuerzo en uno de los enlaces, cualquiera de ellos, y el flujo en el otro enlace. La sustitución de la ecuación del giro en la ecuación de las máquinas ideales da:

$$e_1 = G\dot{q}_2 \quad (3.17)$$

El girador en un Bond Graph se designa con el símbolo G , otros autores emplean GY , o si el módulo no es constante, se usa MGY :

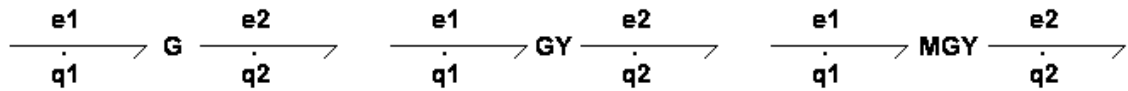


Figura 3. 7.- Símbolos distintos para girador en Bond Graph.

Como T , el módulo G no necesita ser constante [2].

Por otro lado, un girador denotado por la abreviación en inglés GY (Gyrator) es un elemento de dos puertos en el que el esfuerzo de entrada y su flujo de salida son proporcionales mostradas en la siguientes, así como el modelo representativo de un girador en Bond Graph mostrado en la Figura 3.5.

$$e1(t) = rf2(t) \quad (3.18)$$

$$f1(t) = \frac{1}{r}e2(t) \quad (3.19)$$

Donde estas son las relaciones de las variables generalizadas de Bond para el girador GY [1]:

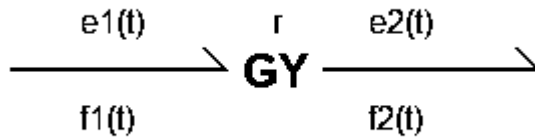


Figura 3. 8.- Elemento de dos puertos de un girador en Bond Graph.

3.1.5.- Elementos de Unión, Puertos-3

Estos puertos son llamados uniones dado que ellos sirven para interconectar tres o más puertos de energía dentro de un subsistema. Estos puertos-3 representan una de las ideas fundamentales del formalismo de Bond Graph, representan en forma de multipuerto los dos tipos de conexiones en serie y en paralelo por ejemplo la Figura 3.6 y Figura 3.7 [1].

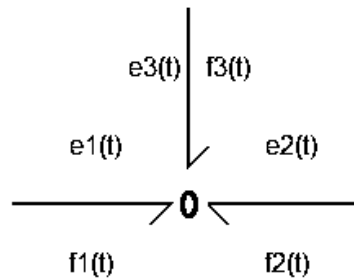


Figura 3. 9.- Unión 0.

Donde:

- ✓ La unión cero determina que los elementos que están conectadas a ella, su valor de esfuerzo (effort) es igual en cada elemento, pero cuando son flujos los que se quieren determinar (flow), será la suma de los flujos de entrada será igual a la suma de los flujos de salida o lo que es igual a que su suma de los flujos sea cero, donde dichas relaciones de conexión que describen una unión de flujo están dadas por:

$$e_1(t) = e_2(t) = e_3(t) \quad (3. 20)$$

$$f_1(t) + f_2(t) + f_3(t) = 0 \quad (3. 21)$$

A la unión 0 también se le conoce como unión de esfuerzo común.

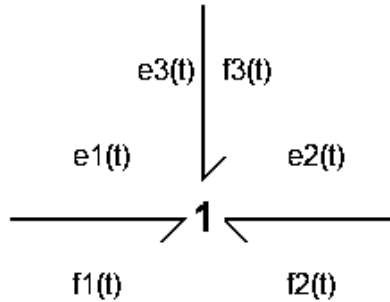


Figura 3. 10.- Unión-1.

Para el caso de la unión 1:

- ✓ Determina que los elementos que están conectados a ella, su valor de flujo (flow) es igual en cada elemento, pero cuando son esfuerzos (effort) los que se quieren determinar, será la suma de todos los esfuerzos será igual a cero:

$$f_1(t) = f_2(t) = f_3(t) \quad (3. 22)$$

$$e_1(t) + e_2(t) + e_3(t) = 0 \quad (3. 23)$$

Donde la unión 1 es conocida también como unión de flujo común.

Tomando en cuenta esto, se puede observar que tiene cierta similitud con la ley de voltajes y corrientes de Kirchoff, donde con esto deja en claro, haciendo analogía con la electrónica, cuando se habla de unión 1, se trata de elementos conectados en serie y cuando se habla de unión 0, se trata de elementos conectados en paralelo.

Se puede observar que, con diferencia de la unión de esfuerzo común, la unión de flujo común tiene un flujo común en los Bonds que influyen en la unión y la suma de las variables de esfuerzo en los Bonds es cero [14]. Los puertos de conexión de esfuerzo y flujo pueden aumentarse a puertos de 3 ó más [1].

3.2.- Asignación de la causalidad en un multipuerto

Para organizar las leyes constitutivas de componentes en conjuntos de ecuaciones diferenciales necesitamos definir relaciones de causa y efecto. Las relaciones de causa-efecto para esfuerzos y flujos son representadas en direcciones opuestas.

Una marca en un Bond, llamada trazo causal, véase Figura 3.1, indica como $e(t)$ y $f(t)$ al mismo tiempo son determinados causalmente en un Bond [1]. Algunos ejemplos de causalidad se muestran en la Figura 3.11.

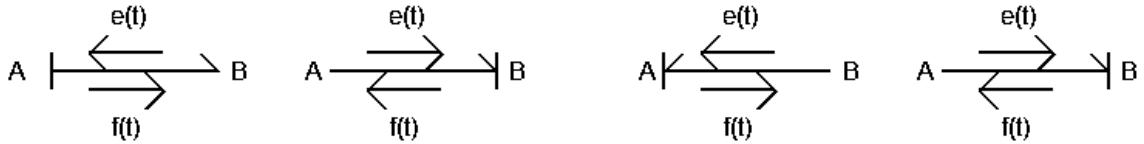
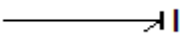
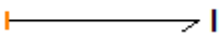
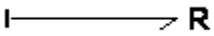


Figura 3. 11.- Causalidad expresada de distinta forma en un Bond.

El trazo causal indica un sentido de entrada-salida para $e(t)$ y $f(t)$ en cada puerto de los dos componentes juntos. El esfuerzo entra en un Bond en el mismo sentido del trazo causal, donde por causa de esto, el sentido del flujo va en sentido opuesto al del esfuerzo. En la tabla 3.6 se muestran las causalidades que esencialmente deben cumplirse y que deben tomarse en consideración al momento de hacer el análisis de causalidad de un sistema [1].

Tabla 3. 6.- Causalidad para elementos en Bond Graph.

Causalidad Necesaria	Para elementos fuente	
	MSe	MSf
Causalidad Restrictiva	Para elementos de dos puertos: TF y GY	
	TF	TF
	GY	GY
	Para elementos de tres o mas puertos	
Causalidad integral	Para elementos puertos-1 pasivos	
	C	C

Causalidad Derivativa		
Causalidad Arbitraria		

Se explicará la importancia de la causalidad usando dos ejemplos, en la Figura 3.12 se muestra un modelo sin causalidad de la unión 0.

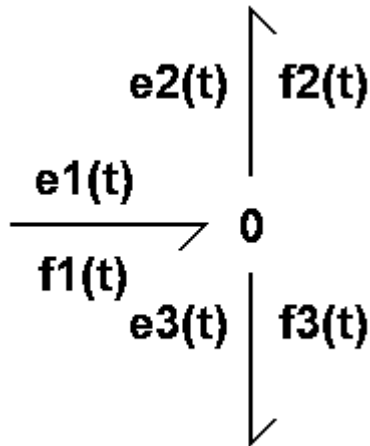


Figura 3. 12.- Ejemplo sin causalidad de unión 0.

Donde de la Figura 3.12 se aprecian las siguientes relaciones matemáticas

$$e_1(t) = e_2(t) = e_3(t) \quad (3. 24)$$

$$f_1(t) - f_2(t) - f_3(t) = 0 \quad (3. 25)$$

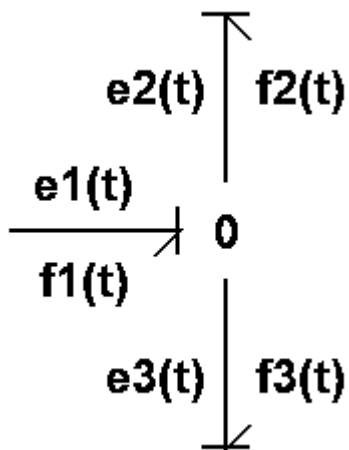


Figura 3. 13.- Ejemplo con causalidad de la unión 0.

Ahora, se muestra el ejemplo de la Figura 3.12 con el trazo causal en la Figura 3.13, lo que quiere decir es que el esfuerzo $e_1(t)$, entra en la unión 0 y que los esfuerzos $e_2(t)$ y $e_3(t)$ están saliendo de la unión, por lo que son salidas de la unión.

Para el flujo $f_1(t)$, este se encuentra en sentido opuesto y va fuera de la unión, es una salida, y los flujos $f_2(t)$ y $f_3(t)$ son entradas a la unión. Esto se puede observar mejor en la Figura 3.14.

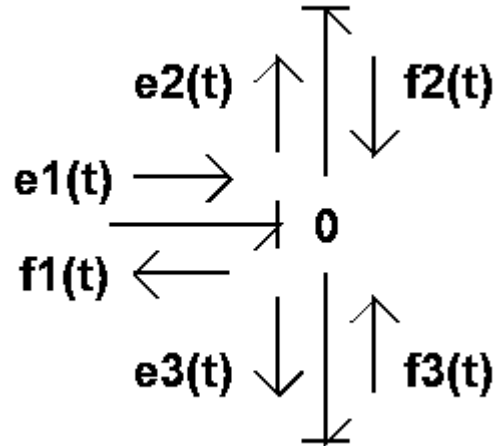


Figura 3. 14.- Sentido y dirección de esfuerzos y flujos en la unión 0.

Esto, además, puede ser representado por las siguientes ecuaciones llamadas de interconexión.

$$e_2(t) = e_1(t) \quad (3. 26)$$

$$e_3(t) = e_1(t) \quad (3. 27)$$

$$f_1(t) = f_2(t) + f_3(t) \quad (3. 28)$$

Donde se observa que los esfuerzos $e_1(t)$, $e_2(t)$ y $e_3(t)$, lo cual nos hace recordar que todos los elementos conectados a esta unión, el esfuerzo será igual y los flujos serán la suma algebraica.

Haciendo un recordatorio tenemos que la unión-0 o unión de esfuerzo común es utilizada para la conexión en paralelo, ver apartado 3.1.7 Elementos de unión, puertos-3.

De manera análoga pasa con la unión 1, Figura 3.15.

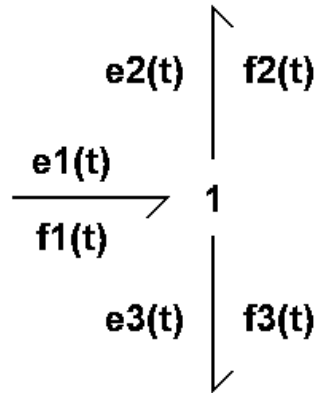


Figura 3. 15.- Ejemplo sin causalidad de la unión 1.

De la Figura anterior se obtienen las ecuaciones de la unión 1, de flujo común.

$$f_1(t) = f_2(t) = f_3(t) \quad (3. 29)$$

$$e_1(t) - e_2(t) - e_3(t) = 0 \quad (3. 30)$$

De la misma forma que el ejemplo de la unión 0, se muestra a continuación en la Figura 3.16, la unión 1 con el trazo causal, lo que quiere decir es que ahora, es el flujo $f_1(t)$ el que entra en la unión 1 y que los flujos $f_2(t)$ y $f_3(t)$ están saliendo de la unión, por lo que son salidas de la unión, recordando así también la unión 1 de flujo común, donde se usa para la conexión en serie.

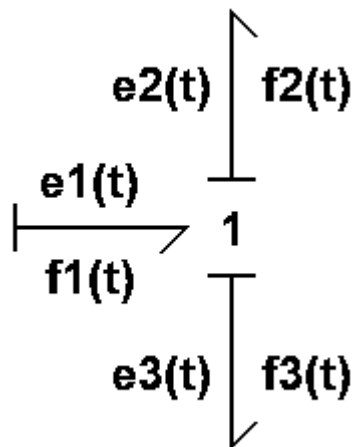


Figura 3. 16.- Ejemplo con causalidad de la unión 1.

Para el esfuerzo $e_1(t)$, este se encuentra en sentido opuesto lo cual se encuentra saliendo de la unión, y los esfuerzos $e_2(t)$ y $e_3(t)$ son entradas a la unión. De la misma forma, la Figura 3.17 nos muestra el ejemplo de ello.

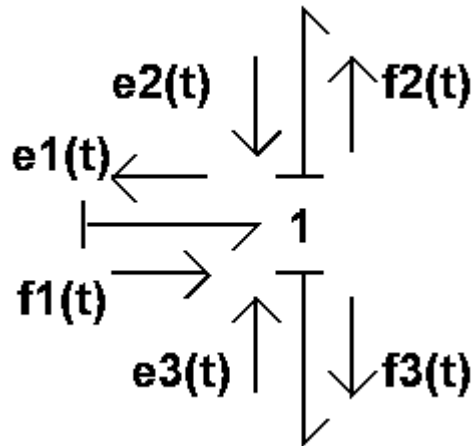


Figura 3. 17.- Sentido y dirección de esfuerzos y flujos en la unión 1.

Se muestra a continuación las ecuaciones de interconexión.

$$f_2(t) = f_1(t) \quad (3. 31)$$

$$f_3(t) = f_1(t) \quad (3. 32)$$

$$e_1(t) = e_2(t) + e_3(t) \quad (3. 33)$$

Cabe resaltar que, las causalidades que se asignaron para los ejemplos son por las reglas mostradas en la Tabla 3.6, las cuales son estrictamente necesarias [1], ya que se basan en el principio de conservación de la energía.

3.2.1.- Asignación de causalidad a elementos puertos-1 pasivos.

Para esta asignación, primero tomaremos al elemento C. La relación constitutiva es de $f(t)$ a $e(t)$ y es un elemento que almacena flujo, es decir, se relaciona $e(t)$ a una variable de flujo acumulada $q(t)$ [1]

$$q(t) = \int f(t) dt \quad (3. 34)$$

Esto es, si $f(t)$ es la entrada a un elemento C como se muestra en la Figura 3.18.

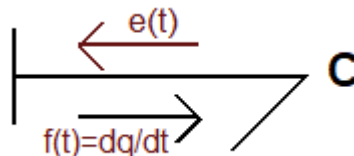


Figura 3. 18.- Causalidad integral del elemento C

Se integra primero para encontrar $q(t)$ y entonces $e(t)$ es una salida relacionada a $q(t)$, a esta causalidad en un elemento de almacenamiento se le llama causalidad integral, debido a que la integral de la entrada $f(t)$ se relaciona con la salida $e(t)$; esto es:

$$e(t) = \frac{1}{C} \int f(t) dt \quad (3.35)$$

Se puede invertir la causalidad del elemento mostrado en la Figura 3.18, ver Figura 3.19 para así obtener una relación escrita en derivadas de la mostrada en (3.36).

$$f(t) = C \frac{de(t)}{dt} \quad (3.36)$$

A esta causalidad para un elemento de almacenamiento se le llama causalidad derivativa.

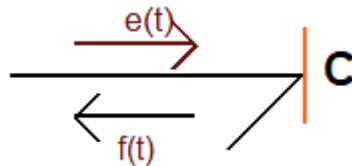


Figura 3. 19.- Causalidad derivativa para elemento C.

Se muestra a continuación una tabla donde se muestran las causalidades respectivas de cada elemento de puerto-1.

Tabla 3. 7.- Formas causales de puertos 1.

Elemento.	Forma Causal	Relación Causal
Fuente de esfuerzo.	MSe	$e(t) = E(t)$
Fuente de flujo.	MSf	$f(t) = F(t)$
Resistencia.	R	$f(t) = \Phi_R^{-1}[e(t)]$
	I R	$e(t) = \Phi_R[f(t)]$
Inductancia	I	$e(t) = \frac{d}{dt}[\Phi_I f(t)]$
	I	$f(t) = \Phi_I^{-1}[\int_0^t e(t) dt]$
Capacitancia	C	$f(t) = \frac{d}{dt}[\Phi_C e(t)]$
	I C	$e(t) = \Phi_C^{-1}[\int_0^t f(t) dt]$

A continuación, se muestra un procedimiento que debe seguirse en orden estricto, para poder así obtener las ecuaciones diferenciales, cumpliendo con las reglas de causalidad mostradas en la Tabla 3.6.

3.2.2.- Procedimiento para asignar la causalidad en un multipuerto

Se dice que un Bond Graph es causalmente correcto, cuando no existe conflicto de causalidad entre los elementos y las uniones. En particular debe observarse que la causalidad derivativa de un elemento almacenador de energía proporciona propiedades importantes que se explican en la siguiente sección de este capítulo. A continuación, se muestra el procedimiento [1]:

1. Considerar cualquier MSe o MSf y asignar su causalidad e inmediatamente extender las implicaciones causales, usando las restricciones de 0;1; TF; y GY como se observa en la Tabla 3.1.
2. Asignar causalidad integral a los elementos C e I respetando las restricciones de la Tabla 3.1.
3. Escoger cualquier R que no esté asignado y dar una causalidad arbitraria a R. Extender las implicaciones usando 0, 1, TF y GY mostrados en la Tabla 3.6.

3.2.3.- Causalidad derivativa en los Bond Graphs

La causalidad derivativa se presenta cuando un sistema contiene elementos de almacenamiento de energía que no son dinámicamente independientes, en una asignación de causalidad integral predefinida. Esto se presenta, por ejemplo, cuando en un sistema eléctrico, se encuentran dos capacitores conectados en paralelo como se ilustra en la Figura 3.20.

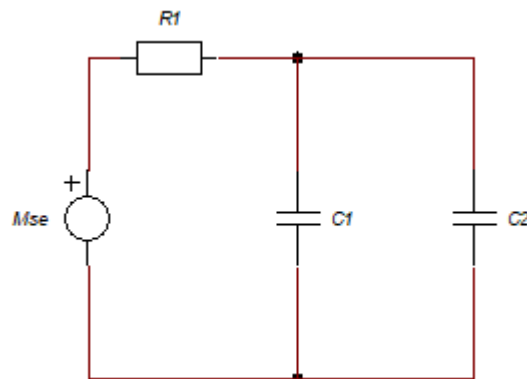


Figura 3. 20.- Circuito eléctrico representativo de causalidad derivativa

Se tienen dos posibles opciones, por lo que serán dos esquemas de Bond Graph dependiendo si C1 se le asigna una causalidad integral entonces C2 tendrá una causalidad derivativa o al revés, ambos esquemas son mostrados en la Figura 3.21. El número de elementos que almacenan energía que están en causalidad integral es el número de ecuaciones diferenciales linealmente

independientes y el número de elementos que almacenan energía en causalidad derivativa es el número de ecuaciones diferenciales linealmente dependientes [1].

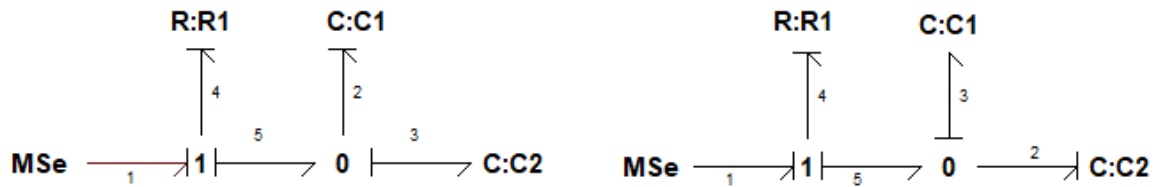


Figura 3. 21.- Casos en causalidad derivativa en Bond Graph de la Figura 3.17.

3.3.- Bond Activo.

Un Bond normal tiene dos señales: esfuerzo $e(t)$ y $f(t)$, véase Figura 3.1. El Bond activo tiene como principal diferencia que este solo comunica una de las dos señales posibles en una sola dirección. Un Bond activo es representado por una flecha completa como es mostrado en la Figura 3.8 indicando un flujo de potencia cero [1], esto quiere decir que cualquiera de las señales será igual a cero.

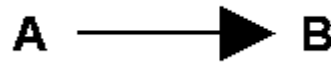


Figura 3. 22.- Representación de Bond activo.

Por ejemplo, el Bond activo que entra a Mse de la Figura 3.23 indica que $E(t)$ es modulada por $e_0(t)$, de esta manera

$$E(t) = G e_0(t) \quad (3. 37)$$

Donde G es una ganancia de voltaje [1].

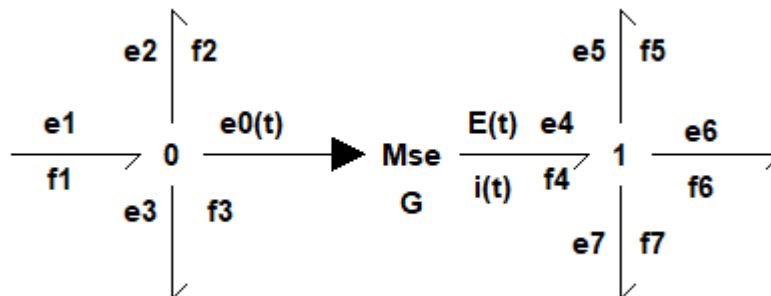


Figura 3. 23.- Ejemplo en Bond Graph con un Bond activo para el esfuerzo.

El Bond activo proviene de la unión 0, donde el voltaje $e_0(t)$ es el mismo en e_1, e_2, e_3 , recordando que la unión 0 es una unión de esfuerzos común, entonces la suma de corrientes en esta unión debe de ser f_1, f_2 , y f_3 . También recordemos que el Bond activo tiene potencia cero, porque se considera despreciable la corriente que corresponde a e_0 .

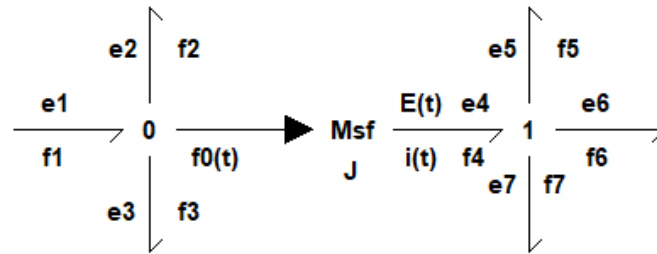


Figura 3. 24.- Ejemplo en Bond Graph con un Bond activo para el flujo.

Ahora mostrando un ejemplo similar en la Figura 3.24, la cual muestra donde el Bond activo entra a Msf , lo cual nos indica que $i(t)$ es modulada por $i_0(t)$, dicha relación es mostrada en la siguiente ecuación:

$$i(t) = Ji_0(t) \quad (3. 38)$$

Donde J es la ganancia de la corriente.

Para este caso, el Bond activo viene de la unión 1, lo cual implica que todas las corrientes o flujos f_1, f_2 , y f_3 son iguales, recordando también que la unión 1 es una unión de flujos común, además de que el Bond activo tiene potencia cero, porque se considera despreciable el voltaje o el esfuerzo que corresponde a f_0 , por lo que la suma de voltajes en la unión 1 debe de ser e_1, e_2 y e_3 .

Por consiguiente, se mostrará en la siguiente sección un método para modelar sistemas eléctricos, mecánicos e hidráulicos, ya que se han mostrado los componentes básicos para el modelado de sistemas físicos en esta y en secciones anteriores de este capítulo, donde dicho método puede extenderse a otro tipo de sistemas físicos [1].

3.4.- Procedimiento para modelado de sistemas.

En esta parte del documento, se explicará cómo representar sistemas eléctricos, mecánicos e hidráulicos en Bond Graph utilizando un simple y directo procedimiento de modelado.

Pasos:

1. Dibujar una unión-0 para cada punto en el esquema donde las trayectorias paralelas coincidan, es decir, en cada nodo del sistema, se reemplazará por una unión-0, considerando que a cada voltaje diferente (por cada nodo) en el circuito le corresponde una unión-0, si se está modelando un sistema eléctrico.

2. Dibujar una unión-1 para cada componente en una trayectoria serie y conectar el componente apropiado de Bond Graph por un Bond en esa unión. La dirección de la semi flecha en cada Bond indica la dirección asumida del flujo de potencia, es decir, a partir de fuentes y hacia elementos almacenadores y elementos disipadores.
3. Dibujar Bonds entre uniones cercanas, esto incluye los Bonds de los elementos conectados en las uniones, recordando que unión-0(conexión en paralelo) y unión-1(conexión serie), de nuevo indicando la dirección de flujo de potencia.
4. Remover la unión-0 que representa el punto de referencia, y remover todos los Bonds conectados a esta unión, o el nodo de tierras para sistemas eléctricos ya que tiene un voltaje de cero.
5. Se simplifica basándose en las reglas de la siguiente Figura:



Figura 3. 25.- Reglas de simplificación.

Este procedimiento es estrictamente necesario llevarse a cabo paso a paso, este procedimiento enunciado arriba es descrito de una forma generalizada, pero también hace analogías con sistemas eléctricos [1, 5].

Como siguiente se muestra un ejemplo de un circuito eléctrico, usando el procedimiento antes mencionado, Figura 3.26.

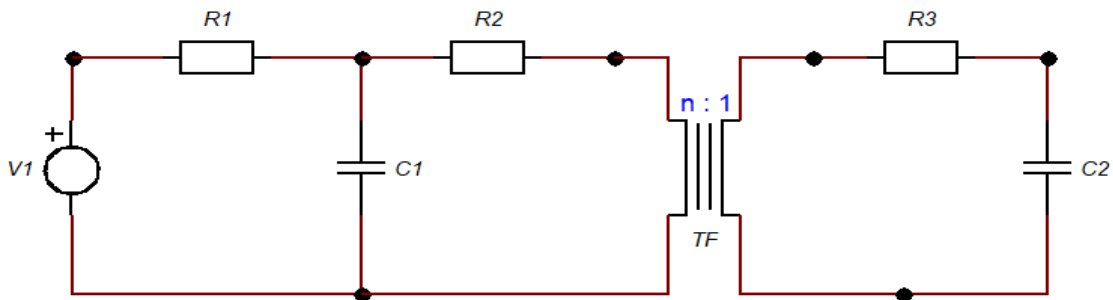


Figura 3. 26.- Ejemplo para procedimiento.

- Se reemplazan los nodos del sistema por uniones-0, Figura 3.27.

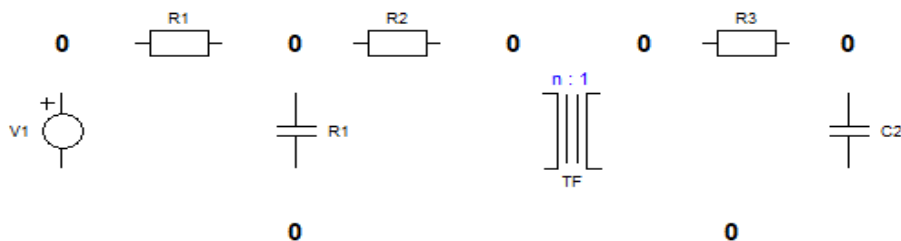
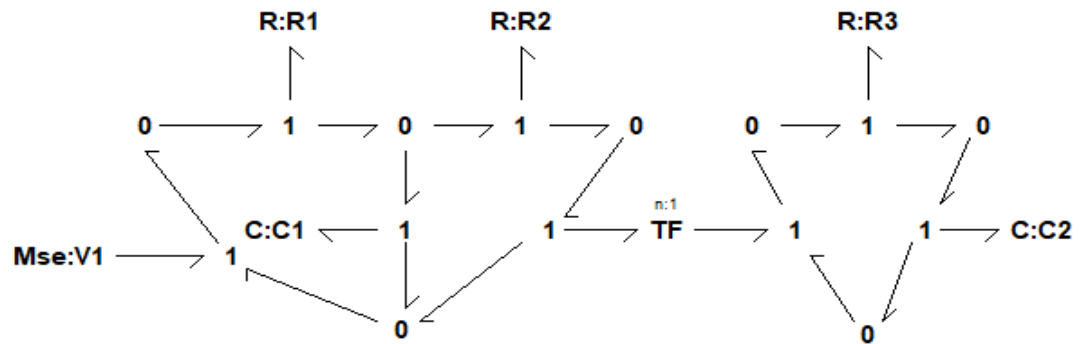


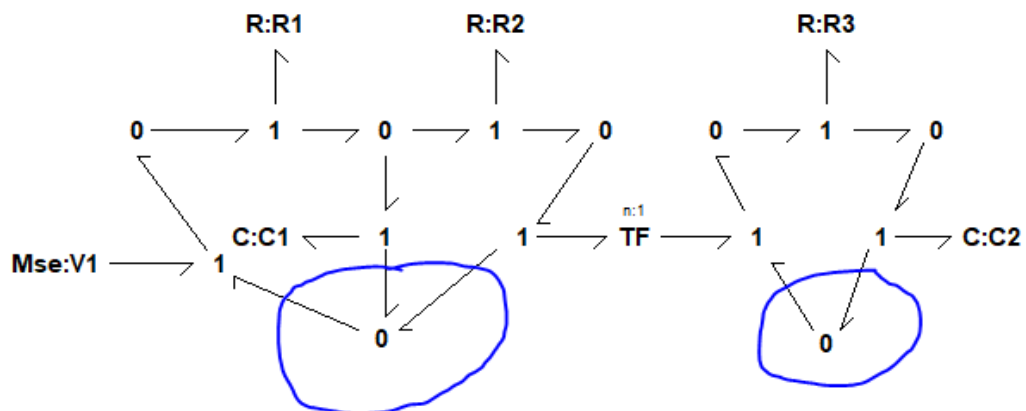
Figura 3. 27.- Procedimiento, paso 1.

- | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| | 1 | 1 | 1 | | | 1 | 1 |
| | | 0 | | | | | 0 |

- Se dibujan los Bonds entre cada unión, incluidos los que tienen conexión con los elementos del circuito(fuentes, capacitores, resistencias y el transformador), Figura 3.29.



- Se borra la unión-0 que representa los puntos de referencia del circuito, así como los Bonds que se encuentren conectados a este, Figura 3.30, resultado de borrarlas, Figura 3.31.



38

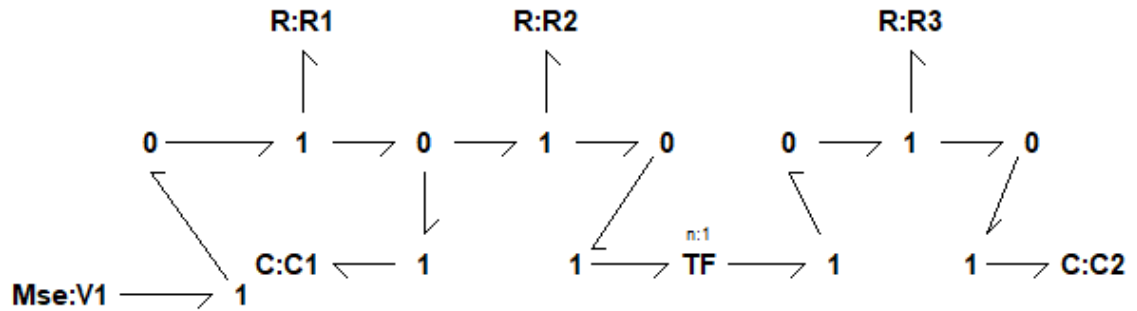


Figura 3. 31.- Procedimiento, paso 4, "eliminación de puntos de referencia, junto con Bonds".

- Simplificado y arreglo estético del modelo, Figura 3.32.

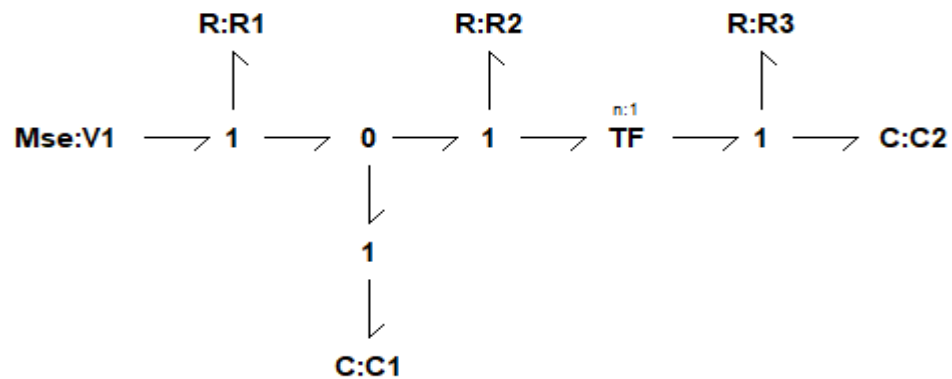


Figura 3. 32.- Procedimiento, paso 5, "simplificación del modelo".

Usando la Figura 3.32, usamos el procedimiento mostrado en la sección 3.2.2, para asignar la causalidad, entonces queda el modelo final en Bond Graph de la Figura 3.33.

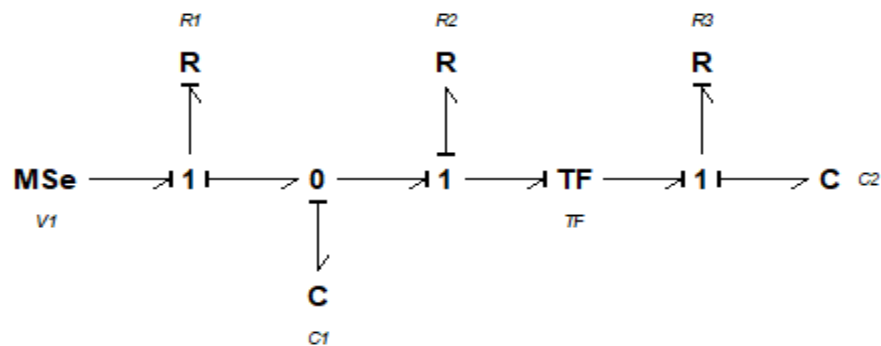


Figura 3. 33.- Modelo en Bond Graph del ejemplo del circuito eléctrico.

En la siguiente parte se mostrará cómo se modela un sistema mecánico en Bond Graph.

3.4.1.- Modelado de sistemas mecánicos.

El procedimiento de modelado para sistemas mecánicos es similar al procedimiento de modelado de sistemas eléctricos en muchos aspectos. Por lo tanto, este procedimiento se basará en el anterior haciendo los siguientes cambios:

1. En el paso 1, para cada distinta velocidad se pone una unión-1, algunas uniones-1 representaran velocidades absolutas y algunas velocidades relativas.
2. En el paso 2, poner los elementos que generan fuerza de puerto-1 entre el par apropiado de uniones-1 usando uniones-0. También, añadir inercias a sus correspondientes uniones-1.
3. En el paso 4, elimine cualquier unión 1 de velocidad cero y sus enlaces, el cual representa, un nodo particular de tierra [1, 5].

Es importante señalar que gracias a la simetría entre las variables de esfuerzo y flujo se tienen dos formas de asignar las variables generalizadas, a variables de un sistema mecánico las cuales son mostradas en la Tabla 3.8 [1]:

Tabla 3. 8.- Analogías de variables generalizadas.

Variables Generalizadas	En analogía clásica. Es análoga a:	En analogía de movilidad. Es análoga a:
Fuerza $F(t)$ o $\tau(t)$	análoga al esfuerzo $e(t)$	análoga al flujo $f(t)$
Velocidad $V(t)$ o $\omega(t)$	análoga al flujo $f(t)$	análoga al esfuerzo $e(t)$

La analogía clásica es la que se utiliza, por ser gráficamente semejante a sus equivalentes eléctricos y. precede a la analogía de movilidad de manera histórica además de ser la más utilizada en la bibliografía de Bond Graph

Se muestra en la siguiente Figura, un ejemplo que se utilizará para hacer uso del procedimiento mostrado en la parte 3.5 de esta tesis, haciendo los cambios descritos anteriormente, para encontrar su modelo en Bond Graph.

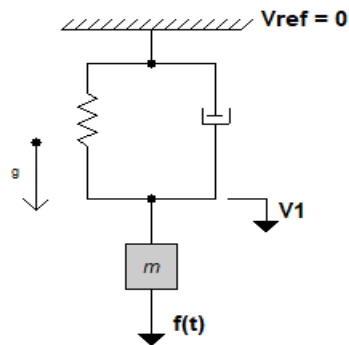


Figura 3. 34.- Ejemplo de sistema mecánico traslacional.

- Paso 1 y paso 2: Por cada velocidad distinta establecida(nodo) se usa una unión-1, además de insertar elementos de unión-0 entre cada par de uniones-1 Figura 3.35.

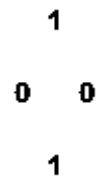


Figura 3. 35.- Pasos 1 y 2.

- Paso 3, dibujar los Bonds entre cada unión, así como los elementos conectados a ellos, sin olvidar identificar indicar los flujos de potencia. Figura 3.36.

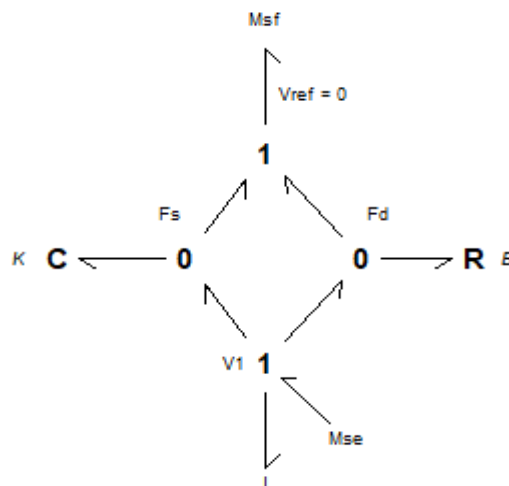


Figura 3. 36.- Paso 3 aplicado a Figura anterior.

- Paso 4 y 5, eliminación de la referencia, junto a los Bonds conectados a ese, además del simplificado del mismo. Figura 3.37.

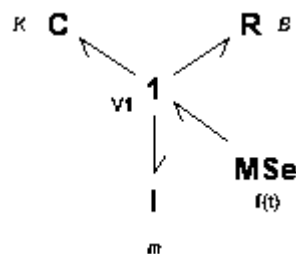


Figura 3. 37.- Pasos anteriores aplicados a la Figura anterior.

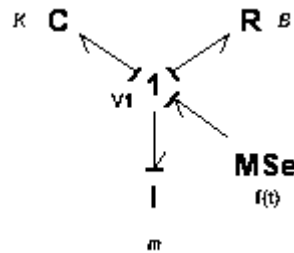


Figura 3. 38.- Bond Graph de sistema mecánico traslacional, con causalidad asignada.

3.4.2.- Modelado de sistemas hidráulicos.

Sistemas hidráulicos se caracterizan por alta presión, baja velocidad de fluido y los modelos se basan en la hipótesis de que toda la potencia del fluido de interés es el producto de la presión por el del fluido. Cuando el flujo de volumen es conservativo y el fluido es cercanamente incomprensible, los sistemas hidráulicos pueden ser considerados como circuitos, por lo que para obtener el Bond Graph correspondiente al modelado de estos sistemas, se tiene los siguientes cambios a hacer al método mostrado en la parte 3.5.

1. En el paso 1, para cada presión distinta establecer una unión-0.
2. En el paso 2, insertar cada elemento entre el par de uniones-0 apropiadas usando uniones-1, añadir fuentes de presión y de flujo.
3. En el paso 4, se definen todas las presiones relativas a una presión de referencia (comúnmente la atmosférica), eliminar la unión-0 de referencia y sus Bonds [1, 5].

En la siguiente Figura, se muestra un sistema hidráulico, al cual se le obtendrá su modelo en Bond Graph, usando lo antes mencionado.

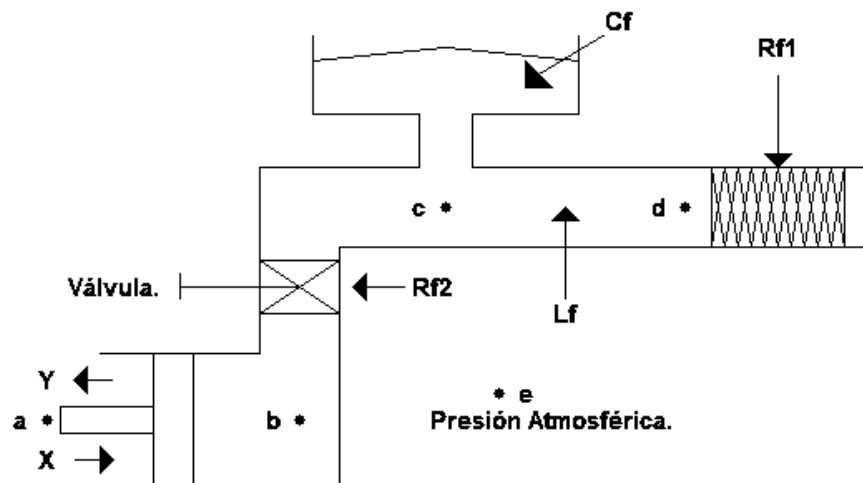


Figura 3. 39.- Ejemplo de sistema hidráulico.

- Paso 1, para cada presión distinta le corresponde una unión-0. Figura 3.40.

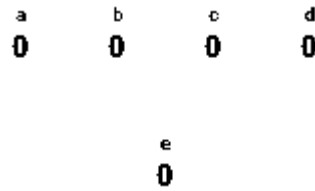


Figura 3. 40.- Paso 1, cambio de las distintas presiones por uniones-1.

- Paso2 y 3, se coloca una unión-1 por cada par de uniones-0, donde se colocan las presiones y flujos correspondientes, también se dibujan los Bonds tomando en cuenta el flujo de potencia. Figura 3.41.

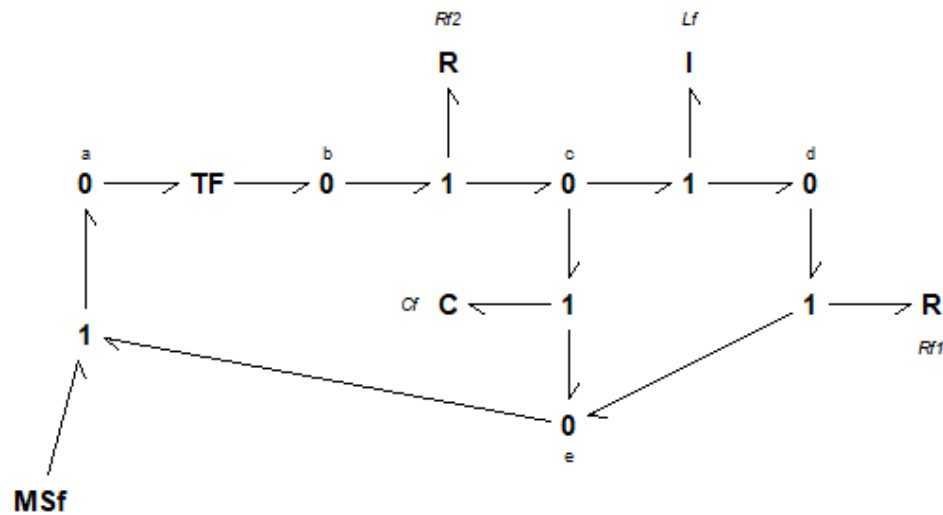


Figura 3. 41.- Pasos 2 y 3, tomando en cuenta el sentido del flujo de potencia.

- Pasos 4 y 5, se remueve la referencia, todos los Bonds conectados a él y se simplifica el Bond Graph, además de asignar la causalidad a los elementos con el procedimiento mostrado en la sección 3.2.2. Figura 3.42.

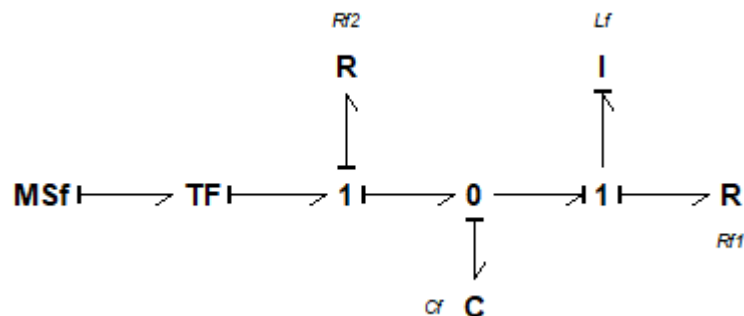


Figura 3. 42.- Modelo en Bond Graph de un sistema hidráulico.

A partir de crear modelos de sistemas físicos de Bond Graph, se pueden conocer las relaciones entre los diferentes elementos que forman el sistema, para obtener de una manera sistemática el modelo matemático del mismo, esto se describe en la siguiente sección.

3.5.- Estructura de unión para sistemas multipuerto.

3.5.1.- Vectores clave o significativos.

De forma convencional en un Bond Graph, todos los Bonds pueden ser clasificados en:

1. Bonds internos que conectan a 0; 1; TF y GY
2. Bonds externos, que conectan a los elementos o puertos R; C; I, MSe y MSf.

Así mismo, los Bonds externos pueden ser clasificados de acuerdo a su forma de manifestación de energía. En la Figura 3.41 se muestra el diagrama a bloques de la estructura de unión de un Bond Graph [1].

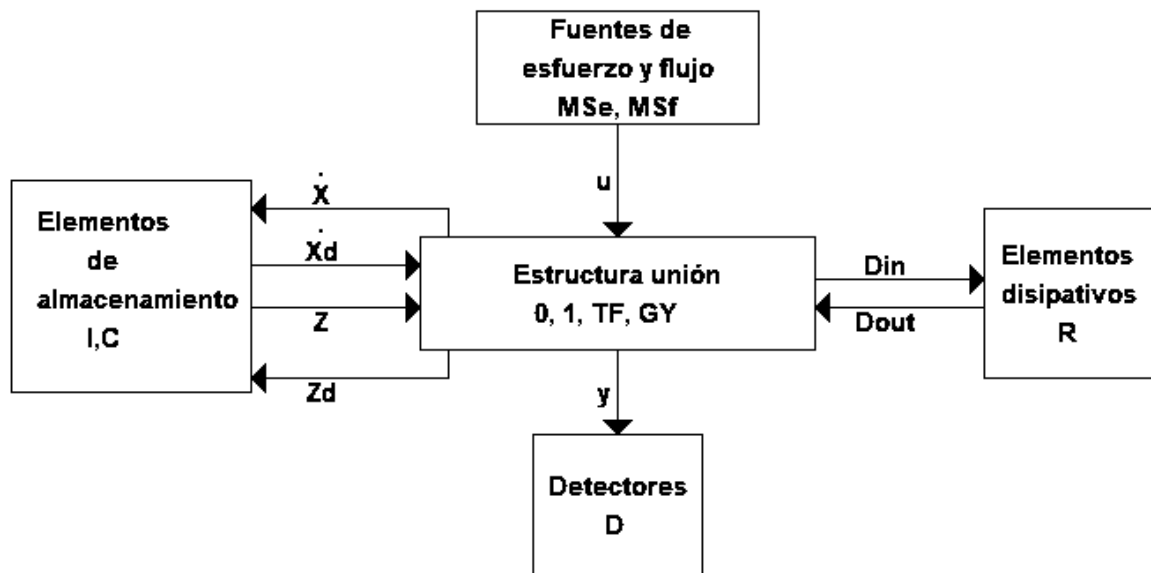


Figura 3. 43.- Estructura unión del Bond Graph en diagrama de bloques.

Las variables MSe, MSf, L, C y R mostradas en la Figura 3.41, denotan los campos de fuente, de almacenamiento y de disipación respectivamente, D, el detector y 0, 1, TF, GY la estructura de unión con transformadores, TF, giradores, GY uniones-0 y uniones-1. El campo de la disipación de R, en el que se pierde la energía del sistema, el campo de almacenamiento de C e I, que son la energía conservativa, el grupo general de conexiones de estructura 0, 1, TF y GY, que conserva la energía, los campos de origen MSe y MSf y el campo D que es el detector.

Los vectores que representan al sistema son llamados vectores clave, los cuales están representados en la Figura 3.43 [1].

Los vectores representados en la Figura anterior están definidos de la siguiente manera:

- X es el vector de estado en causalidad integral ($p(t)$ en I, $q(t)$ en C).
- $\dot{X}$ es el vector de las derivadas de X en función del tiempo con causalidad integral.
- Z es el vector de estado coenergía con causalidad integral ($f(t)$ en I, $e(t)$ en C).
- X_d es el vector de estado con causalidad derivativa ($p(t)$ en I, $q(t)$ en C).
- $\dot{X}_d$ es el vector de las derivadas de X en función del tiempo con causalidad derivativa.
- Z_d es el vector de estado de coenergía con causalidad derivativa ($f(t)$ en I, $e(t)$ en C).
- u es el vector de la fuente de salida (e en Mse, f en Msf).
- D_{in} es el vector de entrada al campo R.
- D_{out} es el vector de salida del campo R.

A continuación, se muestran las ecuaciones que rigen el comportamiento de los sistemas modelados en Bond Graph [23].

3.5.2.- Ecuaciones de estado y relaciones de campo.

La Figura 3.43 nos muestra las relaciones de campo no lineales de disipación y de almacenamiento, las cuales se describen de la siguiente forma:

$$Z(t) = \Phi_F(X) \quad (3.39)$$

$$Z_d(t) = \Phi_{Fd}(X_d) \quad (3.40)$$

$$D_{out}(t) = \Phi_L(D_{in}) \quad (3.41)$$

Donde:

- Φ_F es una función que indica la relación de cada Z_i con X_i , desde $i = 1$ hasta n .
- Φ_{Fd} es una función que indica la relación de cada Z_{di} con X_{di} , desde $i = 1$ hasta m .
- Φ_L es una función que indica la relación de cada D_{out} con D_{in} , desde $i = 1$ hasta r .

Las relaciones constitutivas son una ley física que describe el comportamiento de un elemento en específico. Cuando estas relaciones constitutivas son lineales, se tienen las siguientes expresiones:

$$Z(t) = FX(t) \quad (3.42)$$

$$Z_d(t) = F_d X_d(t) \quad (3.43)$$

$$D_{out}(t) = L D_{in}(t) \quad (3.44)$$

Donde:

- L es una matriz real cuadrada de dimensión $r \times r$
- F es una matriz cuadrada de dimensión $n \times n$
- F_d es una matriz cuadrada de dimensión $m \times m$

Para sistemas lineales con coeficientes constantes, tanto de almacenamiento como de disipación, las limitaciones de campo pueden expresarse en forma matricial. Para el campo de disipación se expresa de la forma mostrada en la Ecuación 3.44 [1].

Para el campo de almacenamiento con causalidad integral se escribe de la manera escrita en la Ecuación 3.42.

La relación que tienen los vectores en la estructura de unión, es llamada “Matriz de estructura de unión”, la cual está dada por:

$$\begin{pmatrix} \dot{X}(t) \\ D_{in} \\ y(t) \end{pmatrix} = S \begin{pmatrix} Z(t) \\ D_{out} \\ u(t) \end{pmatrix} \quad (3.45)$$

$$Z_d(t) = -S_{14}^T Z(t) \quad (3.46)$$

La estructura de unión “S”, se forma de la siguiente forma:

$$S = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & 0 \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & 0 \end{pmatrix} \quad (3.47)$$

Los elementos de S toman valores dentro del conjunto $\{0, \pm 1, \pm n, \pm r\}$ donde n y r son los módulos del transformador y girador. Las submatrices S_{ij} tienen las propiedades siguientes:

- S_{11} y S_{22} son matrices cuadradas antisimétricas.
- S_{12} es la matriz transpuesta negativa de S_{21} y viceversa.

Estas propiedades se basan en el principio de conservación de la energía.

La expansión de la ecuación (3.45) es la siguiente:

$$\dot{X} = S_{11}Z + S_{12}D_{out} + S_{13}u \quad (3.48)$$

$$D_{in} = S_{21}Z + S_{22}D_{out} + S_{23}u \quad (3.49)$$

$$y = S_{31}Z + S_{32}D_{out} + S_{33}u \quad (3.50)$$

Las cuales, tomando la ecuación (3.49) y sustituyendo la ecuación (3.44)

$$D_{in} = S_{21}Z + S_{22}LD_{in} + S_{23}u \quad (3.51)$$

Haciendo un despeje para D_{in} queda:

$$(I - S_{22}L)D_{in} = S_{21}Z + S_{23}u \quad (3.52)$$

$$D_{in} = (I - S_{22}L)^{-1} (S_{21}Z + S_{23}u) \quad (3.53)$$

Siendo:

$$M = L(I - S_{22}L)^{-1} \quad (3.54)$$

Se toma ahora la ecuación (3.48) y se sustituyen las ecuaciones (3.42) y (3.44):

$$\dot{X} = S_{11}FX + S_{12}LD_{in} + S_{13}u \quad (3.55)$$

Sustituyendo (3.53) en (3.55):

$$\dot{X} = S_{11}FX + (S_{12}L(I - S_{22}L)^{-1}(S_{21}Z + S_{23}u)) + S_{13}u \quad (3.56)$$

Sustituyendo (3.54) en (3.56):

$$\dot{X} = S_{11}FX + (S_{12}M(S_{21}Z + S_{23}u)) + S_{13}u \quad (3.57)$$

Sustituyendo (3.42) en (3.57) y factorizando FX:

$$\dot{X} = (S_{11} + S_{12}MS_{21})FX + (S_{13} + S_{12}MS_{23})u \quad (3.58)$$

Donde:

$$A = (S_{11} + S_{12}MS_{21})F \quad (3.59)$$

$$B = (S_{13} + S_{12}MS_{23}) \quad (3.60)$$

Con las ecuaciones de (3.42) hasta (3.60) nos permiten obtener de manera directa del modelo de un sistema físico en variables de estado, usando el modelado en Bond Graph [1].

Para el caso de sistemas con causalidad derivativa, se modificarán las ecuaciones de la siguiente forma:

$$\begin{pmatrix} \dot{X} \\ D_{in} \\ y \\ Z_d \end{pmatrix} = S \begin{pmatrix} Z \\ D_{out} \\ u \\ \dot{X}_d \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} \dot{X} \\ D_{in} \\ y \\ Z_d \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & 0 \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & 0 \\ S_{41} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} Z \\ D_{out} \\ u \\ \dot{X}_d \end{pmatrix} \quad (3.61)$$

Donde:

$$Z_d = S_{41}Z \Rightarrow F_d X_d \quad (3.62)$$

Sustituyendo (3.42) en (3.62) y despejando X_d

$$X_d = F_d^{-1}S_{41}FX \quad (3.63)$$

La ecuación (3.58) queda para sistemas con causalidad derivativa de la siguiente forma:

$$\dot{X} = (S_{11} + S_{12}MS_{21})FX + (S_{13} + S_{12}MS_{23})u + S_{14}\dot{X}_d \quad (3.64)$$

Donde:

$$\dot{A} = (S_{11} + S_{12}MS_{21})F \quad (3.65)$$

$$\dot{B} = (S_{13} + S_{12}MS_{23}) \quad (3.66)$$

$$\dot{X}_d = F_d^{-1}S_{41}F\dot{X} \quad (3.67)$$

Sustituyendo (3.65), (3.66) y (3.67) en (3.64):

$$\dot{X} = \dot{A}X + \dot{B}u + S_{14}F_d^{-1}S_{41}F\dot{X} \quad (3.68)$$

Despejando $\dot{X}$ de (3.68) y factorizando:

$$(I - S_{14}F_d^{-1}S_{41}F)\dot{X} = \dot{A}X + \dot{B}u \quad (3.69)$$

Donde:

$$E = I - S_{14}F_d^{-1}S_{41}F \quad (3.70)$$

Para obtener A y B, de la Ecuación (3.69), despejamos la matriz E, y nos resulta de la siguiente forma:

$$\dot{X} = E^{-1}\dot{A}X + E^{-1}\dot{B}u \quad (3.71)$$

De lo cual:

$$A = E^{-1}\dot{A} \quad (3.72)$$

$$B = E^{-1}\dot{B} \quad (3.73)$$

Esto es entonces una matriz de estados que se ve de la siguiente forma:

$$\dot{X} = AX + Bu \quad (3.74)$$

Donde la Ecuación (3.74) es una forma general de representación de espacios de estado de un sistema lineal. Es un modelo de espacio de estados, para sistemas continuos e invariantes en el tiempo.

Por lo tanto, Bond Graph es un enfoque general que permite construir modelos de sistemas eléctricos, magnéticos, mecánicos, hidráulicos, neumáticos y térmicos utilizando solamente un pequeño conjunto de elementos ideales. Técnicas estándares expresan los modelos en ecuaciones diferenciales o en esquemas de simulación en una computadora. En el capítulo 4 veremos una explicación de cómo 20Sim, nos ayudará a desarrollar nuestro modelo, además de representar al motor y la transmisión como un solo sistema electromecánico.

Capítulo 4 Simulación de motor de CD y transmisión

4.1.- Introducción.

En este capítulo se mostrará el desarrollo de un sistema electromecánico, como lo es un motor con una transmisión de velocidades simple, no solo haciendo uso de las herramientas matemáticas que ofrece el modelado con Bond Graph, si no también haciendo uso de poderosas herramientas de simulación como lo es el 20Sim, el cual se hablará de él a continuación.

4.2.- Herramienta 20Sim

20Sim es un software libre que sirve para hacer modelado y simulación de sistemas de multidominio dinámico. La Figura 4.1 muestra el aspecto que tiene esta la interfaz del software.

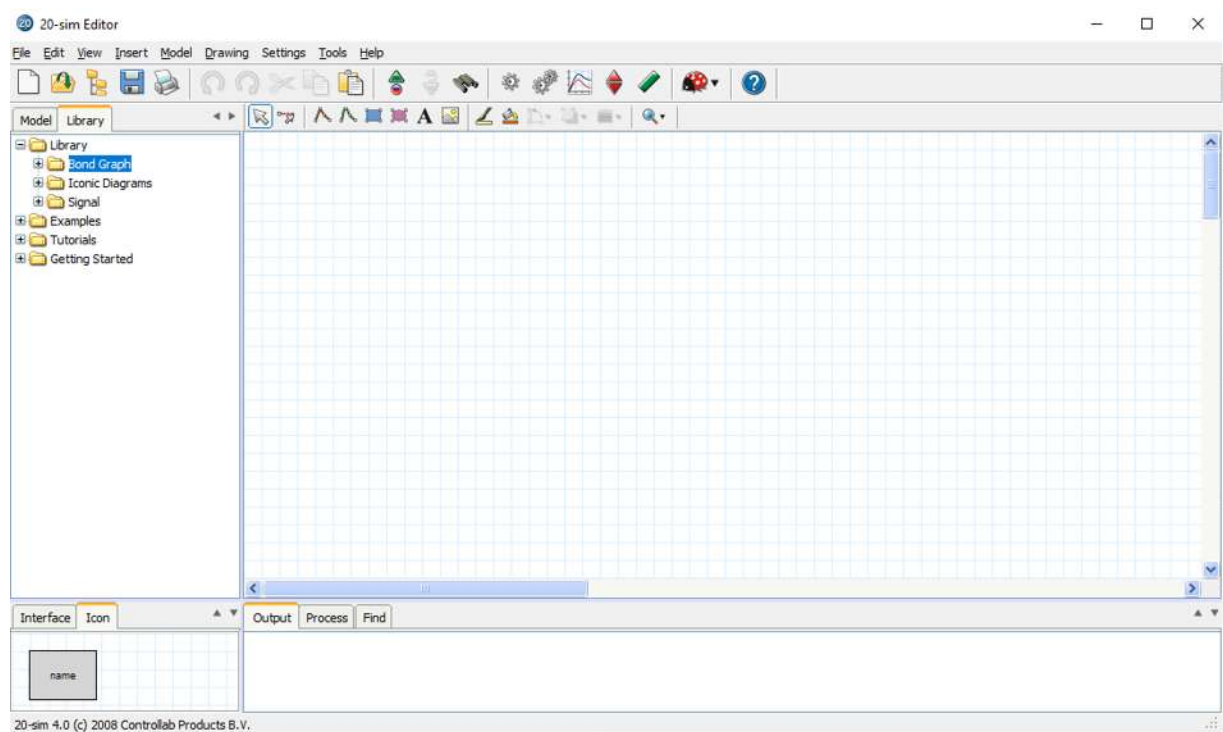


Figura 4. 1.- Interfaz gráfica del 20Sim

Se puede ejecutar en computadoras con sistema operativo desde Windows Vista, hasta Windows 10 además requiere 450 MB de espacio en disco. Con este software es posible hacer que los modelos se pueden crear gráficamente, como dibujar un esquema de ingeniería.

Además, con estos modelos, se puede analizar el comportamiento de los sistemas dinámicos y diseñar los sistemas de control.

La versión que se usa en esta tesis se muestra en la Figura 4.2, además de información adicional relacionada al producto.



Figura 4. 2.- Logotipo de 20Sim.

Esta interfaz fue desarrollada por “Controllab Products”, la versión que salió en 2008, la versión 4.0.1.7. Dentro de lo que ya es la interfaz gráfica, tiene una carpeta llamada library(en inglés), la cual contiene todas las herramientas para hacer modelado de sistemas, Figura 4.3.

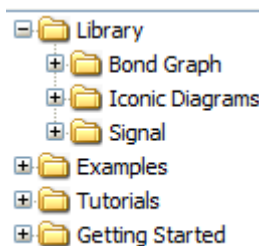


Figura 4. 3.- Carpeta general "library".

Se puede observar en la Figura 4.3 que hay subcarpetas, las cuales las más importantes son las 3, cuyos nombres son:

- **Bond Graph:** Contiene todos los elementos necesarios para hacer el diseño de nuestro modelo en Bond Graph. Para el desarrollo de esta tesis tan solo se utilizarán los que se encuentran fuera de las otras subcarpetas llamadas “2D” y “3D”, ver Figura 4.3. Dentro de estas carpetas contiene elementos para poder modelar y construir sistemas en dos y tres dimensiones respectivamente.

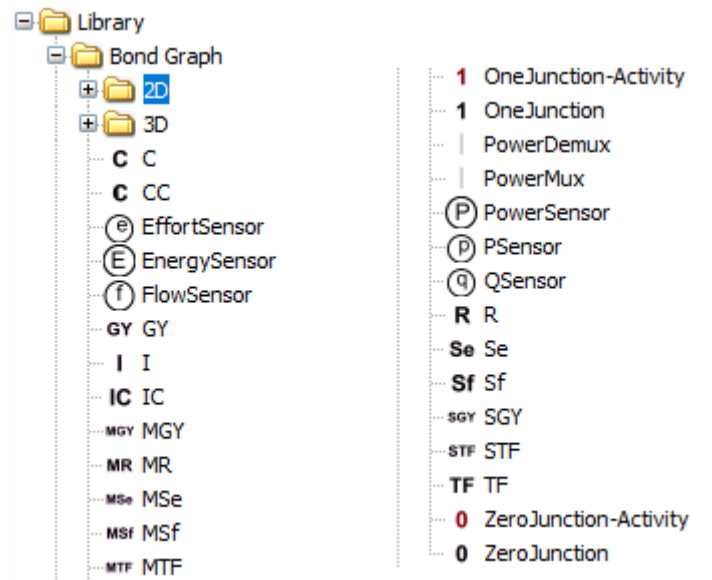


Figura 4. 4.- Elementos de Bond Graph en 20Sim.

- **Iconic Diagrams:** En esta carpeta se encuentran todos los elementos necesarios para diseñar sistemas eléctricos, hidráulicos, mecánicos y térmicos. Dentro de cada una de estas carpetas están separadas por el tipo de componentes existentes de cada sistema, ya sean bombas, cilindros, sensores para el caso de sistemas hidráulicos, si son componentes del tipo traslacional o rotacional, para el caso de sistemas mecánicos. Ver Figura 4.5.

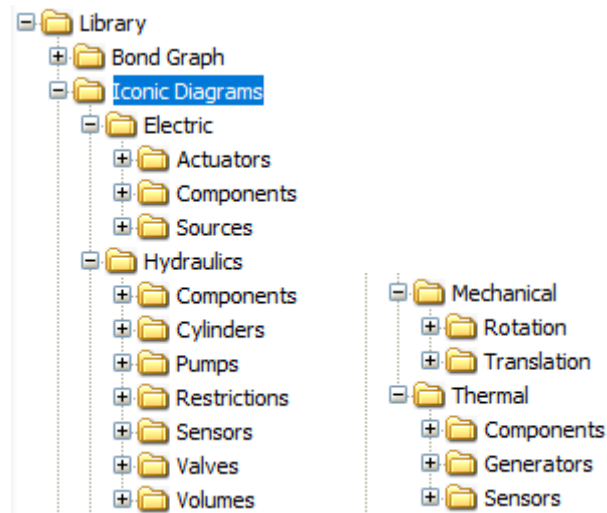


Figura 4. 5.- Subcarpetas dentro de diagramas iconicos.

- **Signal:** En esta carpeta contiene los elementos para hacer modelado de sistemas de control, haciendo uso de diagramas de bloques, funciones de transferencia, señales discretas, incluso señales de entrada tipo pulso, rampa o si solo es una constante. Ver Figura 4.6.

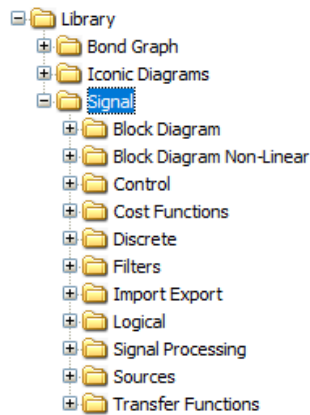


Figura 4. 6.- Carpeta de señales y sus subcarpetas.

En la parte superior de esta carpeta del lado izquierdo se encuentran un par de pestañas, Figura 4.7, las cuales muestran las carpetas distintas que están en la pestaña librería y la otra, llamada “modelo” muestra todos elementos que has agregado a un diseño de algún proyecto, Figura 4.8.

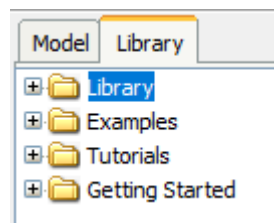


Figura 4. 7.- Pestañas de trabajo: Library.

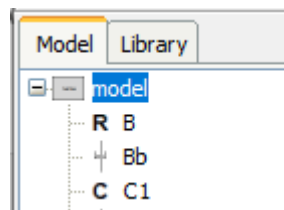


Figura 4. 8.- Pestañas de trabajo: Model.

En la parte superior de la interfaz se tienen unas pestañas, así como unos iconos, que tiene diversas opciones para hacer el editado de cualquier modelo que nosotros quisiéramos hacer, se muestra en la Figura 4.9, esta parte superior de la interfaz.



Figura 4. 9.- Parte superior de la interfaz de 20Sim 4.0.

Se observa en la Figura anterior, donde se tienen 9 pestañas, las cuales nos permitirán, guardar y/o abrir nuestros modelos creados, copiar, pegar y/o seleccionar todos los elementos del modelo.

También nos proporciona, una forma de hacer de que nuestros modelos sean mejores visualmente, con herramientas de color para hacer el dibujo de las semiflechas, actualizar o refrescar la interfaz, el poder utilizar una cuadrícula para guía de nuestros modelos, además de ajustar a la cuadrícula, mostrar los nombres, hacer visibles los puertos de conexión.

Para hacer simulaciones, tiene una opción que revisa que el modelo sea correcto, si no lo está, siendo un ejemplo de esto se muestra la Figura 4.10.

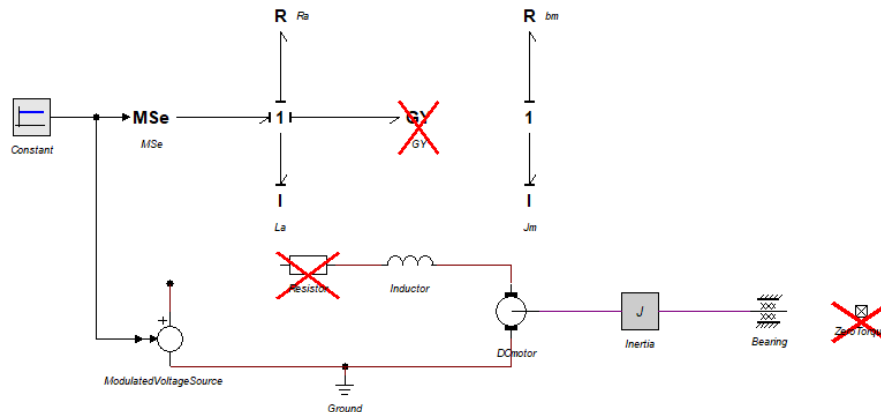


Figura 4. 10.- Algunos detalles mostrados en 20Sim.

En la Figura 4.10 se muestran ejemplos de errores en la interfaz gráfica, los cuales son marcados, con una cruz de color rojo.

Debajo del modelo, se tiene una ventana la cual tiene tres pestañas y se muestra en la Figura 4.11.

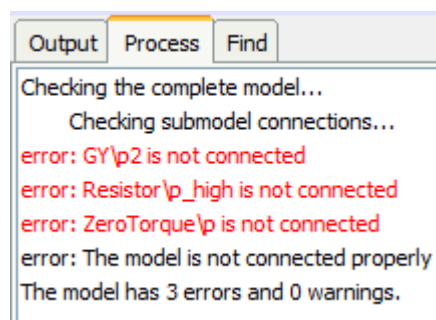


Figura 4. 11.- Ventana debajo de la zona de trabajo.

Se observa en esta Figura, que en una pestaña llamada proceso, nos muestra el chequeo del modelo hecho, para este ejemplo, se muestran los errores detectados por la interfaz, la cual nos menciona que el girador "GY", el puerto 2 de ese elemento, no se encuentra conectado, mismo caso para el elemento resistencia y el de cero torques.

Para el resto de elementos que se muestran en la Figura 4.9, tiene algunos elementos que funcionalmente están listados en las pestañas antes mencionadas de esa Figura, para que, las

personas les sea de más fácil acceso, al momento de hacer el modelado y simulación de sistemas físicos, los cuales también puedes conocer como “accesos directos”.

Para unir los elementos, para dibujar líneas rectas y curvas, para agregar textos, para agrupar y desagrupar objetos del modelo, girarlos y hacerles zoom de manera sencilla sin tener que buscar en las pestañas mostradas en la Figura 4.8, se puede usar los botones mostrados en la Figura 4.12.



Figura 4. 12.- Herramientas de diseño en 20Sim.

Con estos botones es más fácil y rápido hacer el modelado de los sistemas de nuestro interés.

El ejemplo mostrado de la Figura 4.10 servirá, para el desarrollo de la siguiente parte de este capítulo, ya es esencial conocer un poco el entorno de la herramienta 20Sim, ya que es un poderoso aliado para nuestras posibles tareas e investigaciones.

Regresando a la Figura 4.3, existen otras tres carpetas, cuyos nombres del inglés, tienen por nombre “Ejemplos”, “Tutoriales” y “Para empezar”, estas carpetas contienen como sus nombres indican, así como todo software posee formas para enseñar al usuario de cómo usar la interfaz, solucionando sus dudas y hace uso de lo mencionado en texto atrás.

Para el guardado de los archivos creados en 20Sim se llevó a cabo con la extensión.emx, de la forma: Nombre del proyecto.emx.

Esto es lo básico que se usa de esta herramienta para hacer el desarrollo de la tesis, conforme se vaya avanzando más en este capítulo se verán unos detalles más de esta interfaz y la siguiente parte mostrará cómo hacer simulaciones de un motor con la transmisión de velocidades fija.

4.3.- Modelado y simulación en Bond Graph de un motor de CD con transmisión de velocidades fija

Para hacer el desarrollo de esta parte, es necesario el haber comprendido los procedimientos mostrados en el capítulo 3, los componentes básicos, la causalidad los distintos elementos, en pocas palabras, aquí, se pondrá en práctica lo mostrado en el capítulo 3, así como lo mostrado en las primeras dos partes de este capítulo 4.

Primero necesitamos el modelo que necesitamos obtener, para este primer caso será el motor de CD, mostrado en la Figura 4.13.

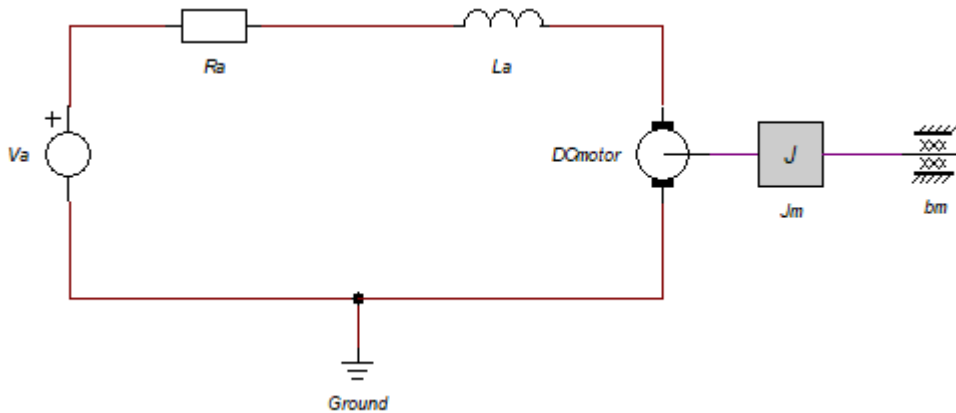


Figura 4. 13.- Diagrama icónico de un motor de CD.

Lo siguiente sería, pasar el diagrama icónico anterior a un modelo en Bond Graph, el cual, pasamos a hacer todos los pasos del procedimiento, además de considerar todos los elementos con su respectiva causalidad, el cual el modelo resultante se muestra en la Figura 4.14.

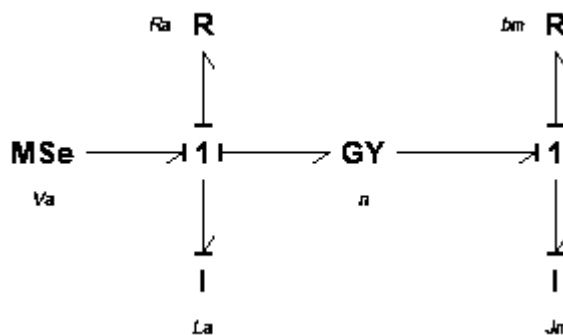


Figura 4. 14.- Representación en Bond Graph de un motor de CD.

De la Figura 4.10, se puede decir que un motor de CD se considera un girador, cuya relación de transformación es en este caso "n", porque este es capaz de transformar un voltaje de entrada, a una corriente de salida, que para este sistema se tienen las analogías de la Tabla 3.3, del capítulo 3, sección 3.5, el cual es necesario dividir nuestro sistema en dos subsistemas, Figura 4.15.

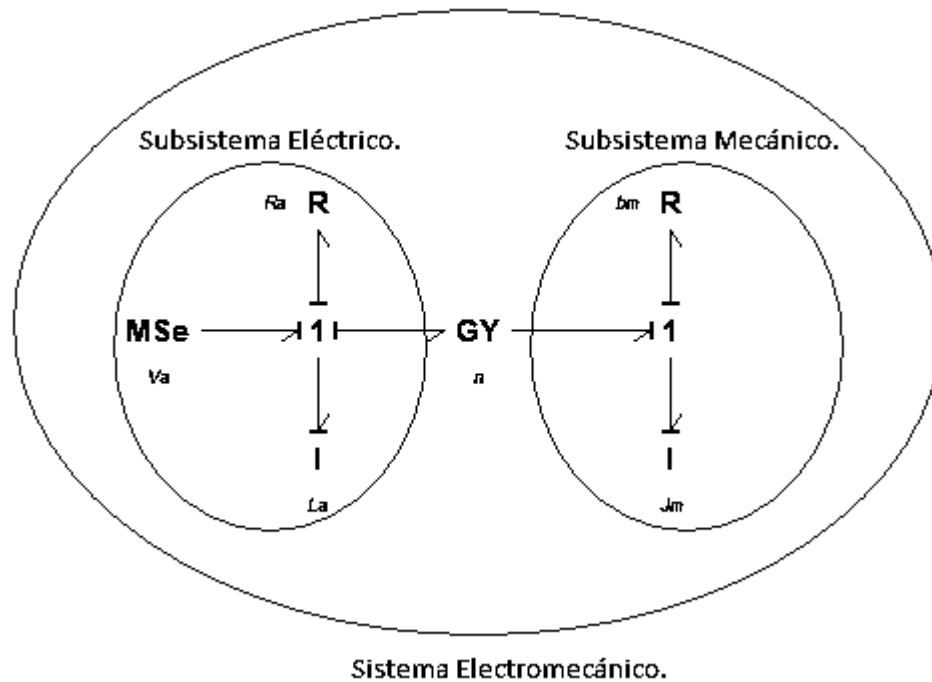


Figura 4. 15.- Sistema Electromecánico.

El girador nos transformará de una variable de energía de entrada a otro de salida, en el caso del motor de CD, este transforma el voltaje de entrada a un torque de salida.

Podemos ahora añadir en la salida de nuestro motor, un sistema de engranes, tal como en la Figura 2.8, del capítulo 2, sección 2.2, subsección 2.2.8, para obtener un diagrama icónico completo, de un motor con transmisión de velocidades, este se está mostrando en la Figura 4.16.

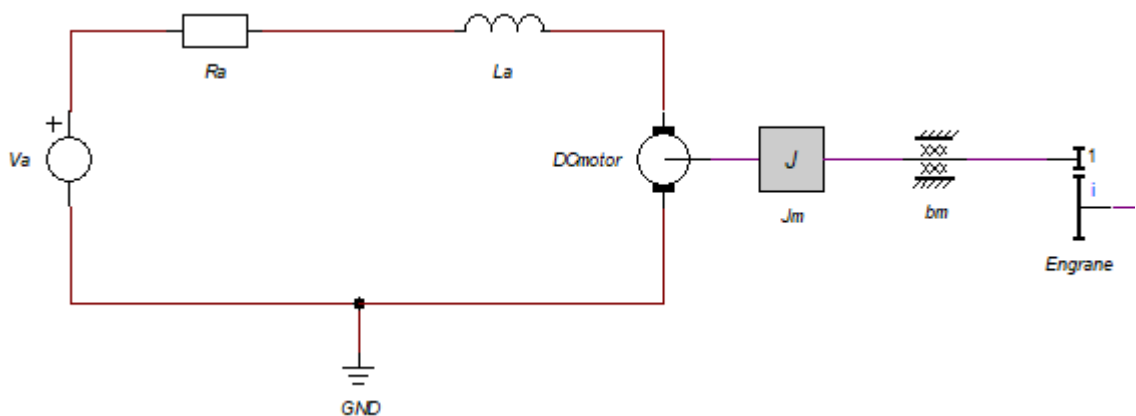


Figura 4. 16.- Diagrama icónico de un motor de CD con transmisión de velocidades.

Aquí, cabe recordar que el engrane actúa como una transmisión de velocidades, dado a que siempre, al incrementar una velocidad del motor resulta ser una relación entre dos engranes.

Aplicando los procedimientos de modelado, restricciones de causalidad de las tablas, asignación, para obtener el modelo que se muestra a continuación en la Figura 4.17.

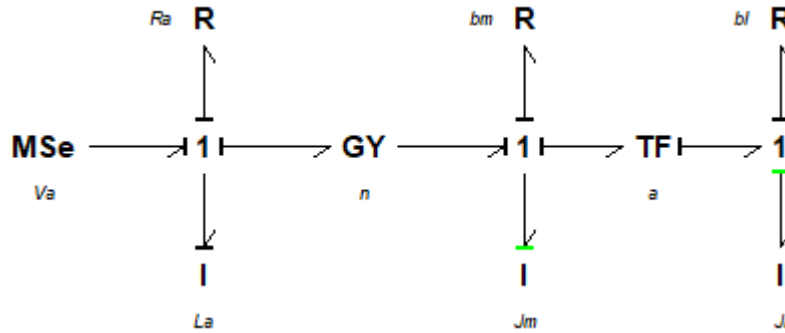


Figura 4. 17.- Modelo en Bond Graph de un motor con transmisión de velocidades.

Donde $a = \frac{N_1}{N_2}$ o $\frac{N_2}{N_1}$, además de ser la relación de transformación del transformador, el cual, el engrane es modelado como transformador porque este es capaz de transformar el par transmitido del eje del motor a un par de salida transmitido a las ruedas, en pocas palabras, pasa de un torque o esfuerzo de entrada a un torque o esfuerzo de salida, haciendo analogías con el transformador eléctrico, el cual el voltaje de entrada es el mismo que sale, nada más que como diferencia este se ve afectado por una relación de transformación distinta de la unidad.

De la Figura 4.17 se obtendrán sus vectores clave, pero para ello usaremos la siguiente Tabla, la cual resume las propiedades de los vectores.

Tabla 4. 1.- Propiedades de vectores clave.

Elemento.	X	$\dot{X}$	Z
I	p	e	f
C	q	f	e

Recordando que:

- $p \rightarrow$ momento
- $q \rightarrow$ desplazamiento.
- $e \rightarrow$ esfuerzo.
- $f \rightarrow$ flujo.
- Z es una variable de coenergía.

Para sacar los vectores clave, se siguen los siguientes pasos:

1. Se enumeran los elementos de manera ordenada, empezando por los elementos fuente.
2. Se obtienen $X, \dot{X}, Z$ en base a los elementos de almacenamiento, considerando solamente los que no están en causalidad derivativa.
3. D_{in}, D_{out} se obtienen en base a la causalidad de los elementos resistencia que se tengan.
4. u es la fuente de entrada, es una constante.

Resaltando que las matrices del paso 2 y 3 son matrices de $n \times 1$, donde n es la cantidad de elementos pasivos que se tengan.

Entonces:

- La Figura 4.17, se modifica con el paso 1, Figura 4.18.

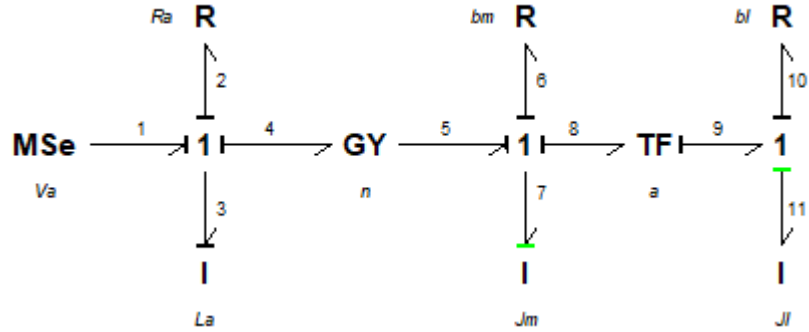


Figura 4. 18.- Enumeración de elementos del modelo, paso 1.

- Se obtienen las matrices del paso 2 y 3:

$$X = \begin{bmatrix} p_3 \\ p_7 \end{bmatrix}, \dot{X} = \begin{bmatrix} e_3 \\ e_7 \end{bmatrix}, Z = \begin{bmatrix} f_3 \\ f_7 \end{bmatrix} \quad (4. 1)$$

$$D_{in} = \begin{bmatrix} f_2 \\ f_6 \\ f_{11} \end{bmatrix}, D_{out} = \begin{bmatrix} e_2 \\ e_6 \\ e_{11} \end{bmatrix}, u = e_1 \quad (4. 2)$$

Para la matriz X , se obtiene de observar cuantos elementos C y I tenemos en el sistema, para el caso nuestro de la Figura 4.17, contamos con dos inercias que no están en causalidad derivativa, entonces de la Tabla 4.1, se observa que para la obtención de las matrices, siguiendo los pasos, para cada elemento I , para construir la matriz X , le corresponde una p , el subíndice determina la posición de esos elementos, asignada por nosotros en el paso 1, esa es la razón por la cual, la matriz X , esta determinada por los momentos p_3 y p_7 .

La $\dot{X}$, de la Tabla 4.1 se observa, que, siendo la derivada de la primera matriz, se toman entonces los valores anteriores de X y en base a la misma para cada I , le corresponde un esfuerzo en la posición 3, llamada e_3 , la cual fue determinada por nosotros, lo mismo aplica para el siguiente valor de esa misma matriz.

Después determinamos el valor de la siguiente matriz usando la Ecuación (3.42), el cual nos queda de la siguiente manera:

$$Z = FX \Rightarrow \begin{bmatrix} f_3 \\ f_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_a} & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_3 \\ p_7 \end{bmatrix} \quad (4. 3)$$

Donde F es una matriz diagonal dada por los siguientes elementos:

$$F = \text{diag} \left\{ \frac{1}{L_a}, \frac{1}{J_m} \right\} \quad (4.4)$$

La siguiente matriz se encontrará usando la expresión (3.44), las matrices de la Ecuación son las mostradas de manera siguiente a este texto:

$$D_{out} = LD_{in} \rightarrow \begin{bmatrix} e_2 \\ e_6 \\ e_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_a & 0 & 0 \\ 0 & b_m & 0 \\ 0 & 0 & b_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_2 \\ f_6 \\ f_{11} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

L, es una matriz diagonal con los elementos mostrados a continuación:

$$L = \text{diag} \{R_a, b_m, b_L\} \quad (4.6)$$

Después de esto, obtenemos la matriz para los elementos con causalidad derivativa.

Haciendo uso de la Ecuación (3.43), además de considerar el elemento en causalidad derivativa, de la Tabla 4.1, para un elemento I , tenemos:

$$X_d = p_{10} \quad (4.7)$$

$$\dot{X}_d = e_{10} \quad (4.8)$$

$$Z_d = f_{10} \quad (4.9)$$

Sustituimos las Ecuaciones (4.7) y (4.9) en la Ecuación (3.43), con ello obtenemos:

$$f_{10} = \left[\frac{1}{J_L} \right] p_{10} \quad (4.10)$$

$$F_d = \frac{1}{J_L} \quad (4.11)$$

El valor de $\frac{1}{J_L}$ se obtiene de la relación que tiene, además de ser el valor de F_d , si lo vemos desde el punto de vista, con la analogía de sistemas eléctricos, de las Ecuaciones (3.9) y (3.10), sabemos que el voltaje en un inductor es:

$$V_L = L \frac{di}{dt} \quad (4.12)$$

Si aplicamos la derivada a esa Ecuación, despejaremos la corriente i :

$$i_L = \frac{1}{L} \int V dt \quad (4.13)$$

Como se puede observar, las Ecuaciones (4.11) y (4.13) son semejantes, dado que, si aplicamos los conceptos vistos del capítulo 3, en la subsección 3.1.2, sabemos que la integral del voltaje o el esfuerzo (effort) para Bond Graph es el momento p , y la corriente en Bond Graph es el flujo, tomando en cuenta la posición que marcamos, para los elementos en la Figura 4.13, tenemos que para la corriente en el elemento 10 o flujo en Bond Graph, es igual al inverso del elemento inercial, multiplicado por el momento en el elemento 10, la cual, al aplicarse la integral a la Ecuación (4.12) que está en causalidad integral, obtenemos así, la Ecuación (4.13) está en causalidad derivativa y

la Ecuación (4.10) es la Ecuación de estados que rige en ese elemento, la cual podemos considerarla la salida “y”, conocida como la corriente de carga del motor.

Después se utiliza la matriz (3.60), la cual quedará de la siguiente forma, por la utilización que se le dará en desarrollo del capítulo 4 de esta tesis:

$$\begin{pmatrix} \dot{X} \\ D_{in} \\ y \end{pmatrix} = S \begin{pmatrix} Z \\ D_{out} \\ u \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \dot{X} \\ D_{in} \\ y \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} Z \\ D_{out} \\ u \end{pmatrix} \quad (4.14)$$

En esta matriz (4.13), pegamos las variables que tenemos, las cuales nos acercarán al modelo en espacio de estados de este modelo.

Sustituyendo valores de (4.1), (4.2) y (4.9), en (4.14):

$$\begin{pmatrix} e_3 \\ e_7 \\ f_2 \\ f_6 \\ f_{11} \\ f_{10} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -r & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ r & 0 & 0 & -1 & -m & 0 & -m \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} f_3 \\ f_7 \\ e_2 \\ e_6 \\ e_{11} \\ e_1 \\ e_{10} \end{pmatrix} \quad (4.15)$$

La matriz S , es un conjunto de submatrices, las cuales tienen los siguientes valores:

$$S_{11} = \begin{bmatrix} 0 & -r \\ r & 0 \end{bmatrix}, S_{12} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -m \end{bmatrix}, S_{13} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, S_{14} = \begin{bmatrix} 0 \\ -m \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

$$S_{21} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & m \end{bmatrix}, S_{22} = S_{23} = S_{24} = S_{42} = S_{43} = 0$$

No nos interesa alguna salida solo las variables de entrada.

Para obtener los valores de la matriz S , se toma el modelo en Bond Graph de la Figura (4.18), usando las variables de la matriz de 6x1, de lado izquierdo de la igualdad, de la Ecuación (4.15), resultando lo siguiente:

$$e_3 = e_1 - e_2 - e_4 \quad (4.17)$$

La Ecuación (4.17), nos dice que el esfuerzo(Effort) en el elemento 3, es la suma de los esfuerzos, recordando que estos elementos están conectados a una unión-1, la cual tiene la propiedad, con su análogo eléctrico, de ser una conexión en serie.

Podemos conocer el esfuerzo en el elemento 4, porque está conectado a un girador, lo cual queda de esta manera:

$$e_4 = r f_5 \quad (4.18)$$

$$f_5 = f_7 \quad (4.19)$$

Esta Ecuación (4.18), resulta de las ecuaciones del girador, usando las variables que nosotros tenemos, donde r es la relación de transformación del girador. De esta Ecuación también es posible conocer el flujo(Flow) en el elemento 5, el cual es igual al flujo en el elemento 7, por la propiedad de las uniones-1, donde en una conexión en serie las corrientes son iguales. Es necesario conocer todas las variables, como es que se relacionan las variables que están en la

matriz de 7 renglones, una columna, que multiplica a la matriz S , a su lado derecho, con la matriz de seis renglones, una columna, ya que con ello nos ayudara a determinar los valores de esta.

El valor, entonces de la Ecuación (4.17), sustituyendo en ella las Ecuaciones (4.18) y (4.19):

$$e_3 = e_1 - e_2 - rf_7 \quad (4.20)$$

Pasamos, ahora a calcular e_7 , de la misma forma como se obtuvo con e_3 , entonces, tenemos:

$$e_7 = e_5 - e_6 - e_8 \quad (4.21)$$

De la Ecuación (4.21), nos es posible conocer el valor de e_5 y e_8 , de lo cual, de la Figura (4.18), tenemos:

$$e_8 = me_9 \quad (4.22)$$

$$e_5 = rf_4 = rf_3 \quad (4.23)$$

De la Ecuación (4.22) podemos conocer e_9 , de la Figura 4.13, sabemos que, tomando en cuenta su causalidad del elemento, se obtiene:

$$e_9 = e_{10} + e_{11} \quad (4.24)$$

El resultado de la Ecuación (4.24), se muestra de esta forma porque en el Bond 9, el esfuerzo está saliendo de él, debido a la asignación de la causalidad, nos resulta que el esfuerzo va en sentido contrario a la semiflecha, para el caso de los Bonds 10 y 11, ocurre el mismo caso.

Entonces, nuestra Ecuación (4.21), al sustituirle los valores de las Ecuaciones (4.22) y (4.23), obtenemos:

$$e_7 = rf_3 - e_6 - me_{10} - me_{11} \quad (4.25)$$

Para la siguiente variable, f_2 , se obtiene:

$$f_2 = f_3 \quad (4.26)$$

La cual se observa en la Figura 4.18, dado a que es el flujo igual en cada uno de esos elementos conectados a la unión-1, para este caso estamos hablando de los elementos resistivos.

El flujo en el elemento 6 se obtiene de manera semejante:

$$f_6 = f_7 \quad (4.27)$$

Y el resto de las variables, nos queda de la siguiente forma:

$$f_6 = f_7 \quad (4.28)$$

$$f_{11} = f_9 = mf_7 \quad (4.29)$$

$$f_{10} = mf_7 \quad (4.30)$$

Cabe resaltar, que cada una de las variables de la matriz de 6x1, se busca relacionar con todas las variables de la matriz de 7x1, siguiendo todos los procedimientos mostrados con

anterioridad(componentes básicos, puertos, elementos de unión, causalidad) entonces se llena la matriz S , si no tienen relación alguna entonces igual a cero, lo que hace notar cuales son de ellas variables dependientes e independientes unas de otras.

Lo siguiente es obtener la matriz E para esto necesitamos de la Ecuación (3.70), del capítulo 3, de la subsección de Ecuaciones de estado, la cual se revisa que tengamos las piezas necesarias para el desarrollo de esta Ecuación.

Tenemos, entonces que:

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ -m \end{bmatrix} J_L \begin{bmatrix} 0 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{L_a} & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_m} \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

Desarrollando la Ecuación (4.31), haciendo multiplicación de una constante por una matriz:

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ -m J_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{L_a} & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_m} \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

Haciendo multiplicación de matrices, de la Ecuación (4.32):

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -m^2 J_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{L_a} & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_m} \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

De la Ecuación (4.33), haciendo multiplicación de matrices cuadradas, entonces así el resultado de E es:

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{J_m + m^2 J_L}{J_m} \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

Entonces usando las Ecuaciones (3.65) y (3.66), se obtendrán los valores de $\dot{A}$ y $\dot{B}$, donde sustituyendo valores para $\dot{A}$ nos queda:

$$\dot{A} = \left\{ \begin{bmatrix} 0 & -r \\ r & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_a & 0 & 0 \\ 0 & b_m & 0 \\ 0 & 0 & b_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} \frac{1}{L_a} & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_m} \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

Se hace una multiplicación de matrices dentro de las llaves, lo cual resulta:

$$\dot{A} = \left\{ \begin{bmatrix} 0 & -r \\ r & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -R_a & 0 & 0 \\ 0 & -b_m & -m b_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} \frac{1}{L_a} & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_m} \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

Después se hace la otra multiplicación dentro de las llaves, lo que resulta como:

$$\dot{A} = \left\{ \begin{bmatrix} 0 & -r \\ r & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -R_a & 0 \\ 0 & -b_m - m^2 b_L \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} \frac{1}{L_a} & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_m} \end{bmatrix} \quad (4.37)$$

Resolviendo la suma interna de las llaves, además de llevar a cabo la multiplicación en la Ecuación (4.37), nos da como resultado:

$$\dot{A} = \begin{bmatrix} -\frac{R_a}{L_a} & -\frac{r}{J_m} \\ \frac{r}{L_a} & -\frac{b_m + m^2 b_L}{J_m} \end{bmatrix} \quad (4.38)$$

Ahora resolviendo para $\dot{B}$:

$$\dot{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_a & 0 & 0 \\ 0 & b_m & 0 \\ 0 & 0 & b_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

De la Ecuación (4.39) se observa que existe una matriz de ceros multiplicando a las otras, por lo tanto, tan solo nos queda:

$$\dot{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.40)$$

Finalmente, se hace el cálculo de A y B , mediante las Ecuaciones (3.72) y (3.73) mostradas en el capítulo 3 en la subsección 3.6.2, sustituyendo nuestras variables para A :

$$A = \begin{bmatrix} \frac{J_m + m^2 J_L}{J_m} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{R_a}{L_a} & -\frac{r}{J_m} \\ \frac{r}{L_a} & -\frac{b_m + m^2 b_L}{J_m} \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

La multiplicación de ambas matrices de la Ecuación (4.41), nos da como resultado:

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{R_a(J_m + m^2 J_L)}{J_m L_a} & -\frac{r(J_m + m^2 J_L)}{J_m^2} \\ \frac{r}{L_a} & -\frac{b_m + m^2 b_L}{J_m} \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

Para B entonces tenemos que:

$$B = \begin{bmatrix} \frac{J_m + m^2 J_L}{J_m} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.43)$$

Lo cual, nos da como resultado:

$$B = \begin{bmatrix} \frac{J_m + m^2 J_L}{J_m} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.44)$$

Falta solamente pegar las Ecuaciones (4.42) y (4.44) en la Ecuación de espacio de estados (3.74), del final del capítulo 3. Entonces este modelo en espacio de estados se muestra a continuación:

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} -\frac{R_a(J_m + m^2 J_L)}{J_m L_a} & -\frac{r(J_m + m^2 J_L)}{J_m^2} \\ \frac{r}{L_a} & -\frac{b_m + m^2 b_L}{J_m} \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} \frac{J_m + m^2 J_L}{J_m} \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (4.45)$$

La representación de espacios de estado proporciona un modo compacto y conveniente de modelar y analizar sistemas con múltiples entradas y salidas, tanto para sistemas lineales como no lineales. Para este caso es un sistema lineal con una única entrada y una única salida.

La Ecuación (4.45), es la forma genérica de la Ecuación de estados, para el caso de un motor con una transmisión de velocidades, también se puede sustituir el resto de valores que se dejaron implícitos, como se muestra en la siguiente Ecuación:

$$\begin{bmatrix} e_3 \\ e_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_a(J_m + m^2 J_L)}{J_m L_a} & -\frac{r(J_m + m^2 J_L)}{J_m^2} \\ \frac{r}{L_a} & -\frac{b_m + m^2 b_L}{J_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_3 \\ p_7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{J_m + m^2 J_L}{J_m} \\ 0 \end{bmatrix} e_1 \quad (4.46)$$

Resolviendo la multiplicación de matrices para la Ecuación (4.46):

$$\begin{bmatrix} e_3 \\ e_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_3 \left(-\frac{R_a(J_m + m^2 J_L)}{J_m L_a} \right) + p_7 \left(-\frac{r(J_m + m^2 J_L)}{J_m^2} \right) \\ p_3 \left(\frac{r}{L_a} \right) + p_7 \left(-\frac{b_m + m^2 b_L}{J_m} \right) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 \left(\frac{J_m + m^2 J_L}{J_m} \right) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.47)$$

Se realiza la suma de la Ecuación (4.47), la cual nos da como resultado:

$$\begin{bmatrix} e_3 \\ e_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_3 \left(-\frac{R_a(J_m + m^2 J_L)}{J_m L_a} \right) + p_7 \left(-\frac{r(J_m + m^2 J_L)}{J_m^2} \right) + e_1 \left(\frac{J_m + m^2 J_L}{J_m} \right) \\ p_3 \left(\frac{r}{L_a} \right) + p_7 \left(-\frac{b_m + m^2 b_L}{J_m} \right) \end{bmatrix} \quad (4.48)$$

La Ecuación (4.48) nos describe el comportamiento del sistema, en base a como es afectado cada una de las variables.

Para la simulación, primero se crea el motor, sin la transmisión usando la herramienta 20Sim, el cual se toma como modelo la Figura 4.13, donde dicho diagrama se creará junto con el modelo en Bond Graph del motor. Esto es mostrado en la Figura 4.19.

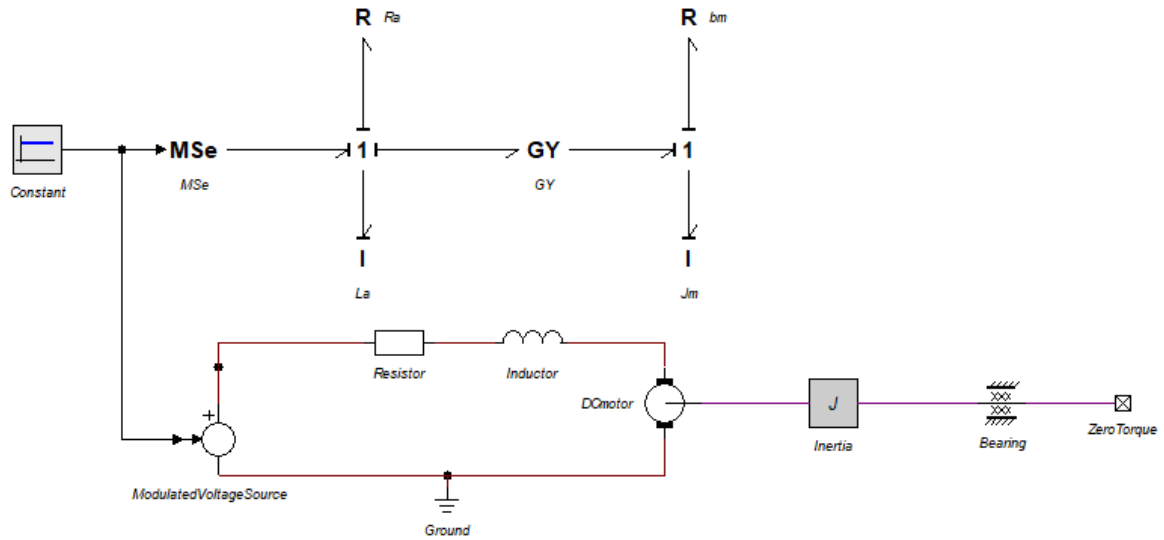


Figura 4. 19.- Modelo en 20Sim, tanto en diagrama icónico, como en Bond Graph.

En la Figura 4.19, se tiene una constante, la cual nos ayuda a suministrar, para este caso, un voltaje para ambos modelos, yo para el caso dado, uso un voltaje de 20 volts, desde la variable constant además de usar los siguientes valores para las variables del motor de CD, los cuales se usarán para el diagrama icónico del mismo resaltando que son valores para un motor sin la transmisión conectada:

- Resistencia de armadura $\rightarrow R_a = 0.1$
- Inductancia de armadura $\rightarrow L_a = 0.01$
- Coeficiente de amortiguamiento del motor $\rightarrow b_m = 1.7$
- Momento de inercia $\rightarrow J_m = 2.5$
- Coeficiente del motor $\rightarrow k = 1$

Se observa la salida del motor usando estos parámetros a 20Sim, los cuales se pueden ingresar de dos formas:

- Donde creas o modelas un sistema físico, lo cual es la interfaz principal de 20Sim, haciendo uso del botón encerrado en azul, se muestra en la Figura 4.20.

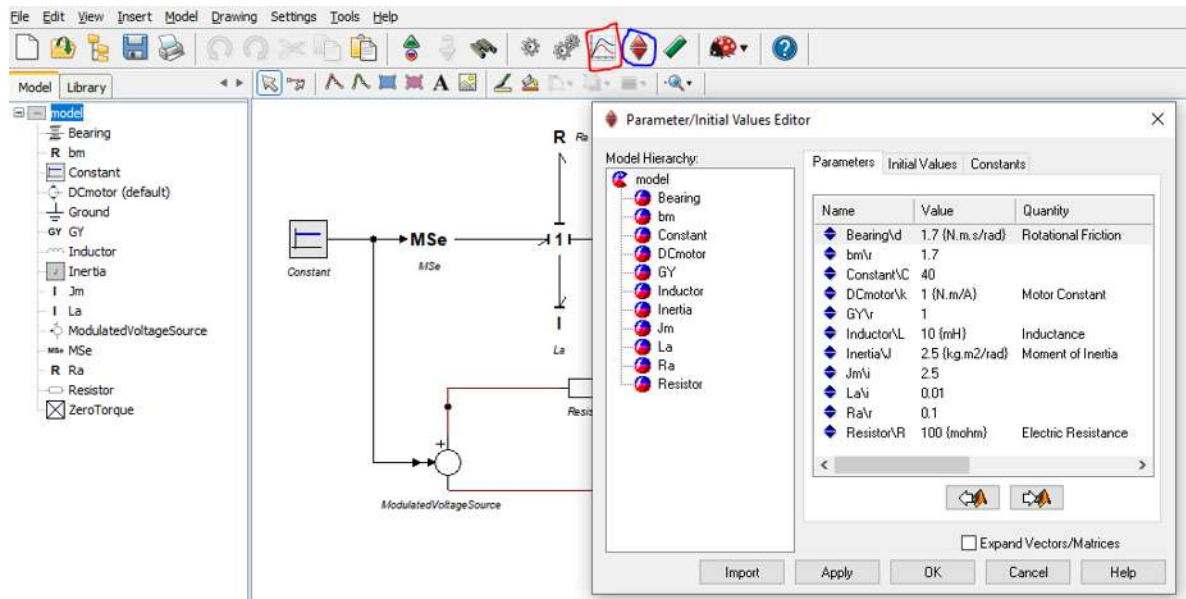


Figura 4. 20.- Modificación de parámetros desde interfaz principal.

- Desde la interfaz de simulación, que para acceder a ella se presiona el botón encerrado en rojo de la Figura 4.20, al hacerlo, aparece la siguiente ventana, la cual se muestra en la Figura 4.21.

Desde la interfaz de simulación de la Figura 4.21, se hará uso del mismo botón que está encerrado con color azul desde esa interfaz, la cual debe de mostrar la misma ventana de parámetros que se muestra en la Figura 4.20, esto se muestra en la Figura 4.22.

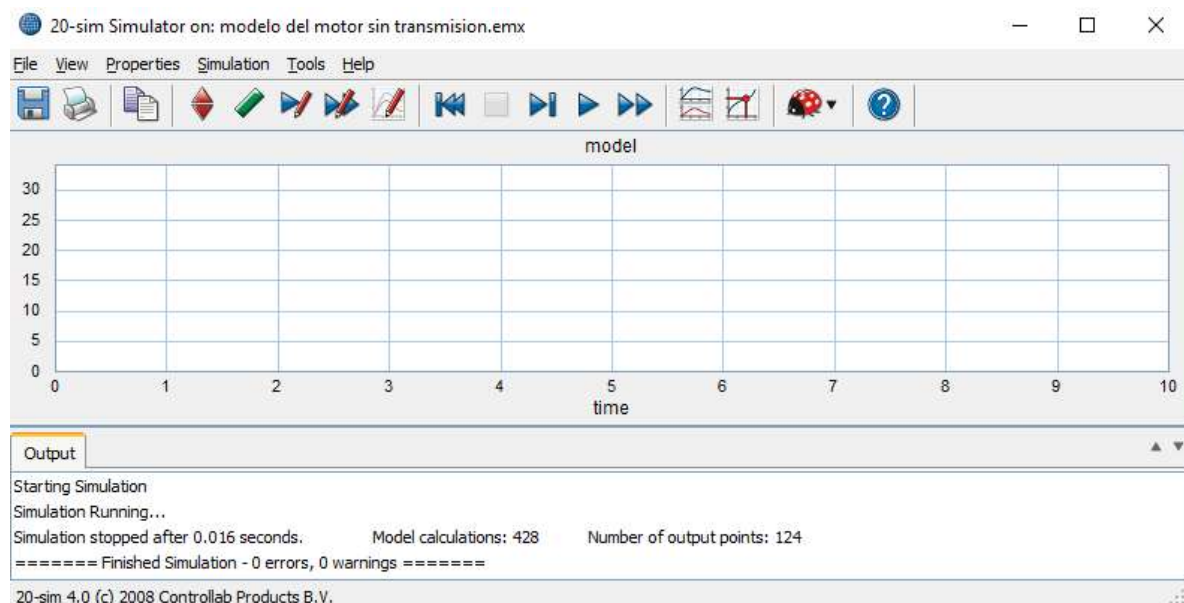


Figura 4. 21.- Interfaz de simulación del 20Sim.

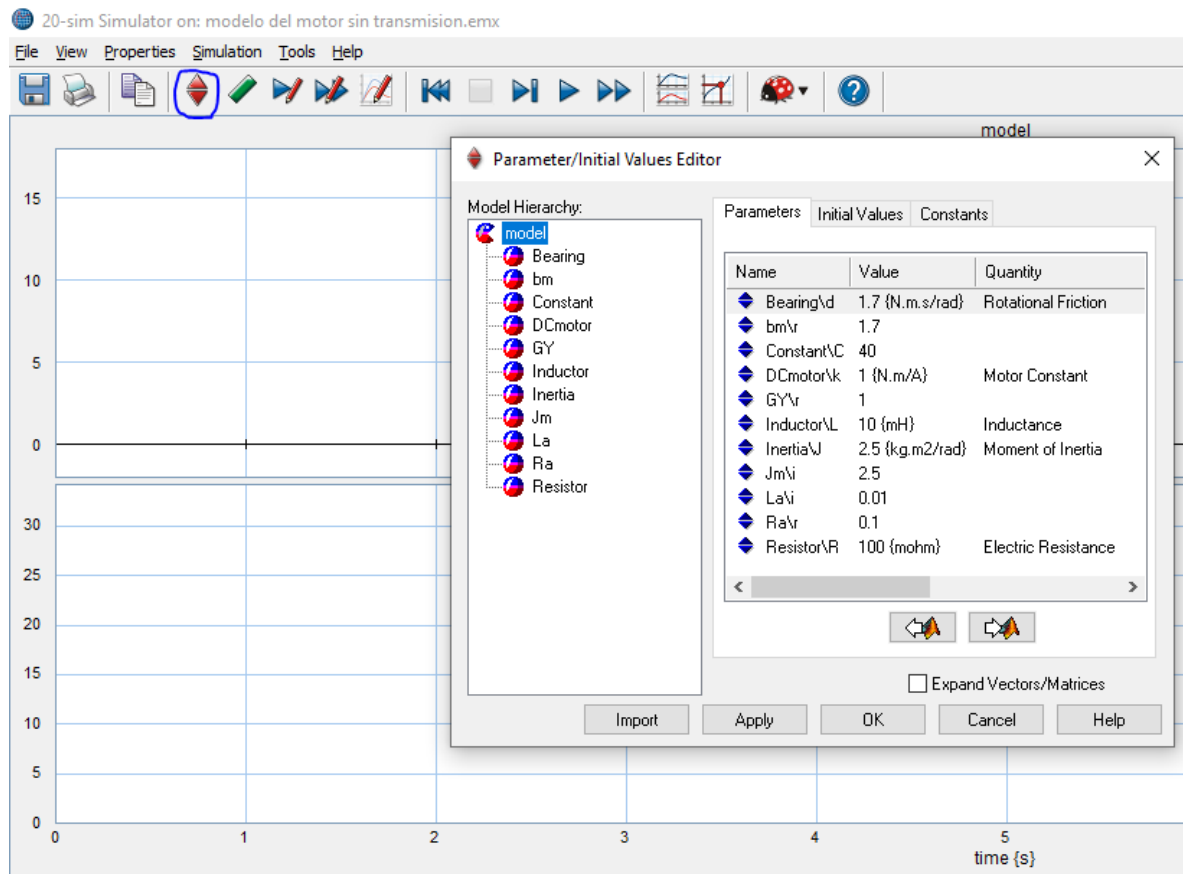


Figura 4. 22.- Lista de parámetros, desde el simulador de 20Sim.

Con esto, se hace la simulación correspondiente a la Figura 4.19, recordando que este sistema y todos los que necesitemos modelar, se debe tomar en cuenta, la analogía de elementos, tanto en diagrama icónico, como el modelo descrito en Bond Graph, porque, si no se hace de esa forma, las simulaciones serán erróneas y puedes obtener resultados que no esperas.

Entonces, los valores listados arriba, deben ser iguales para el modelo del Bond Graph, para el caso de las variables que se usan en este ejemplo queda así:

- Resistencia de armadura $\rightarrow R_a = 0.1 = \text{Resistor}$
- Inductancia de armadura $\rightarrow L_a = 0.01 = \text{Inductor}$
- Coeficiente de amortiguamiento del motor $\rightarrow b_m = 1.7 = \text{Bearing}$
- Momento de inercia $\rightarrow J_m = 2.5 = \text{Inertia}$
- Coeficiente del motor $\rightarrow GY = k = \text{DC Motor} = 1$

Esto que se hizo anterior a este texto, fue comparar los valores del diagrama icónico, con los valores que debe de llevar el modelo hecho en Bond Graph.

Para la simulación, entonces con estos valores y considerando la salida del motor, se obtienen las siguientes gráficas, las cuales se muestran a continuación en la Figura 4.23

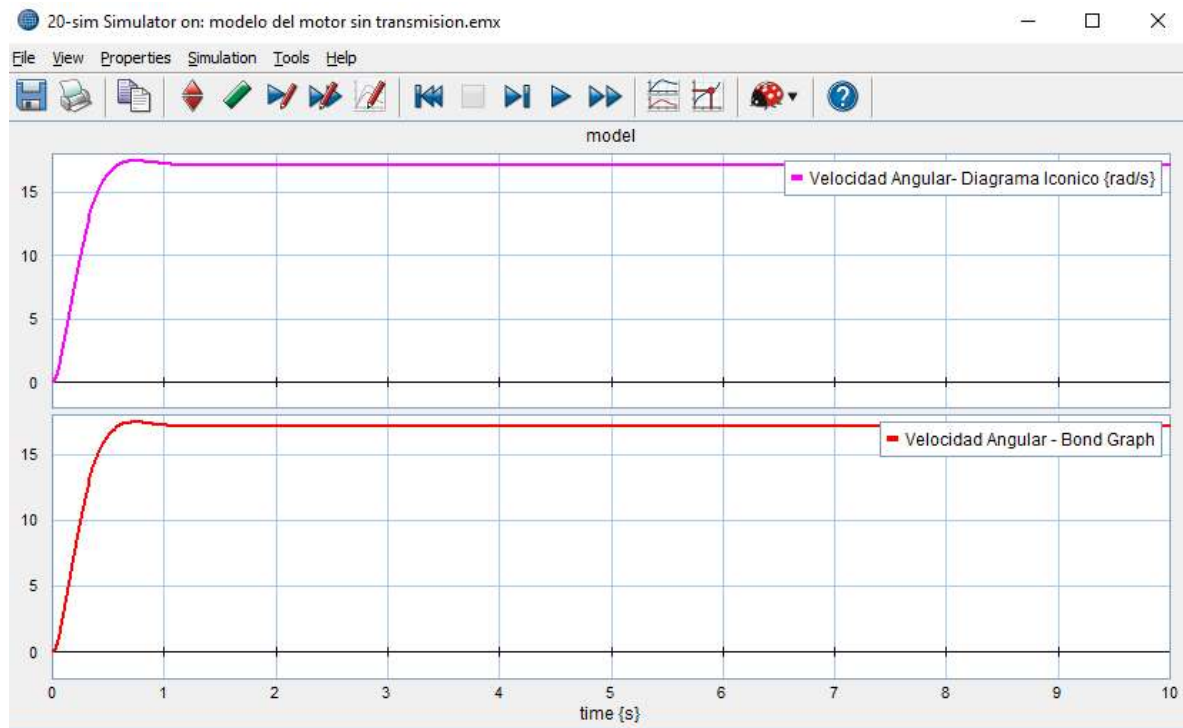


Figura 4. 23.- Comparación de resultados de diagrama icónico vs Bond Graph.

La Figura 4.23, se muestra la velocidad angular para ambos casos, lo cual nos dice que el método de modelado de sistemas físicos en Bond Graph es una herramienta, que nos permite desarrollar y modelar un sistema de manera muy simple, además de obtener los mismos resultados.

Esta metodología es solo lo básico para el desarrollo de estos sistemas, ya que hay un mundo de conocimientos para hacer de esta herramienta, una muy poderosa para el diseño de los sistemas a considerar.

Esto se comprueba de una mejor forma observando los valores numéricos de ambos gráficos, para esto, se muestra en la Figura 4.24 y en la Figura 4.25, en donde se hace una comparación de resultados numéricos por separado, ya que no posee la versión del 20Sim que se usa para el desarrollo de esta tesis, para que sea mostrado en una sola Figura, posee una función donde puedes sobreponer los gráficos y ver los resultados numéricos en un mismo lugar, pero para este caso, es necesario primero se observen los gráficos por separado, para observar que en ambos modelos, tanto de diagramas icónicos como en Bond Graph se llega al mismo resultado.

En todo caso, los resultados obtenidos de los experimentos, se muestran en distintas Figuras.

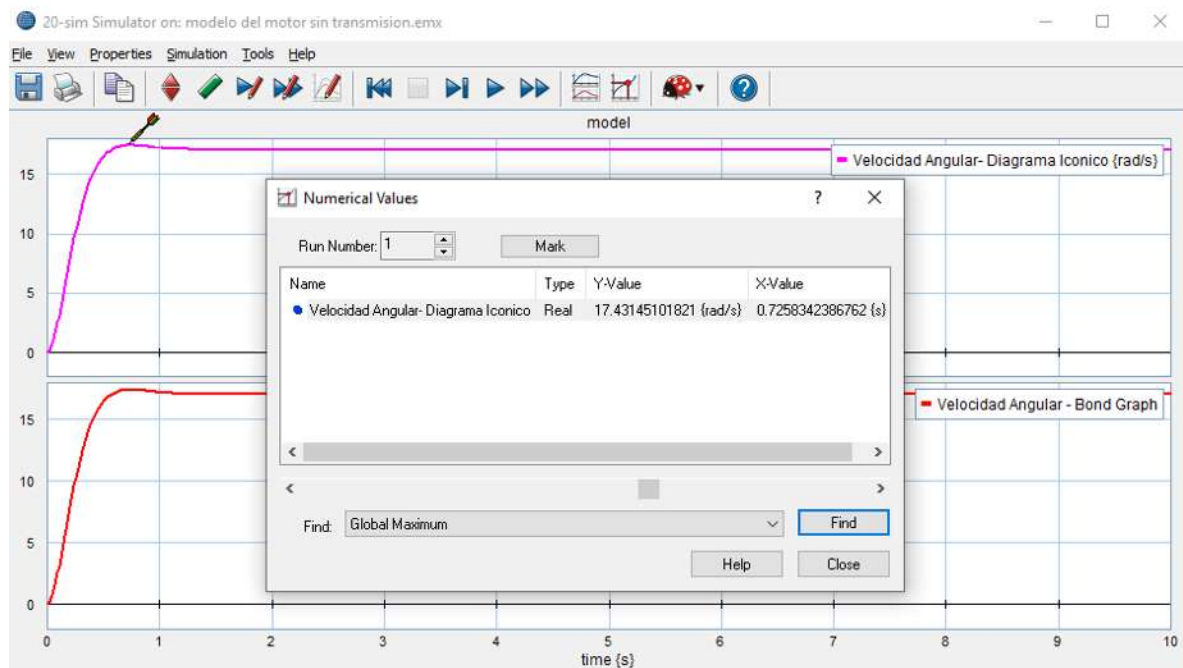


Figura 4. 24.- La velocidad angular de salida del diagrama icónico, para una entrada de 20volts.

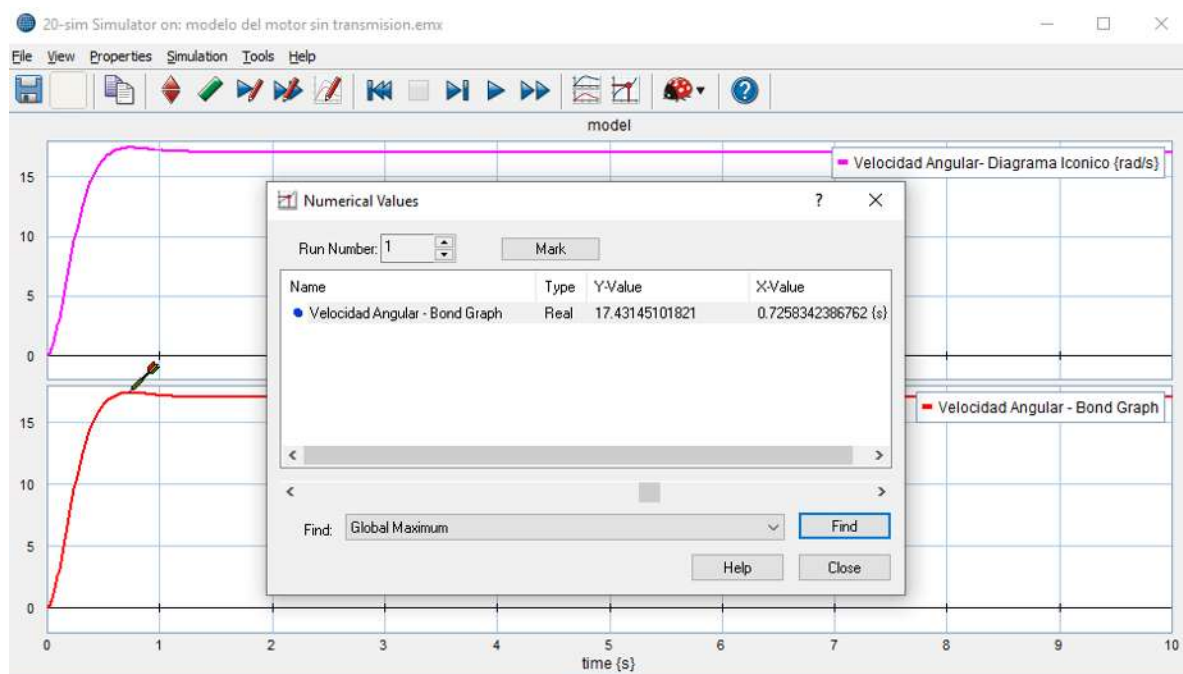


Figura 4. 25.- La velocidad angular de salida para el modelo en Bond Graph.

Se menciona que, en las dos Figuras anteriores, ambas salidas y comportamientos del motor son estables, ya que llega a un punto máximo y después se estabiliza solo en un valor de $17.4314510182063 \frac{\text{radianes}}{\text{segundo}}$, para ambos casos, tan solo de recordar que si en un elemento donde se le suministra un voltaje de entrada, atraviesa un girador, entonces tendremos, n veces un flujo de salida, por lo que ese mismo valor obtenido está en función del flujo, donde se puede

definir el girador, al cual se le suministra un valor de voltaje/corriente, el cual se transforma en corriente/voltaje mecánicos, donde haciendo analogía, es el trabajo mecánico.

Entonces para el modelo del motor con transmisión de velocidad desde la interfaz de 20Sim, se muestra en la Figura 4.26.

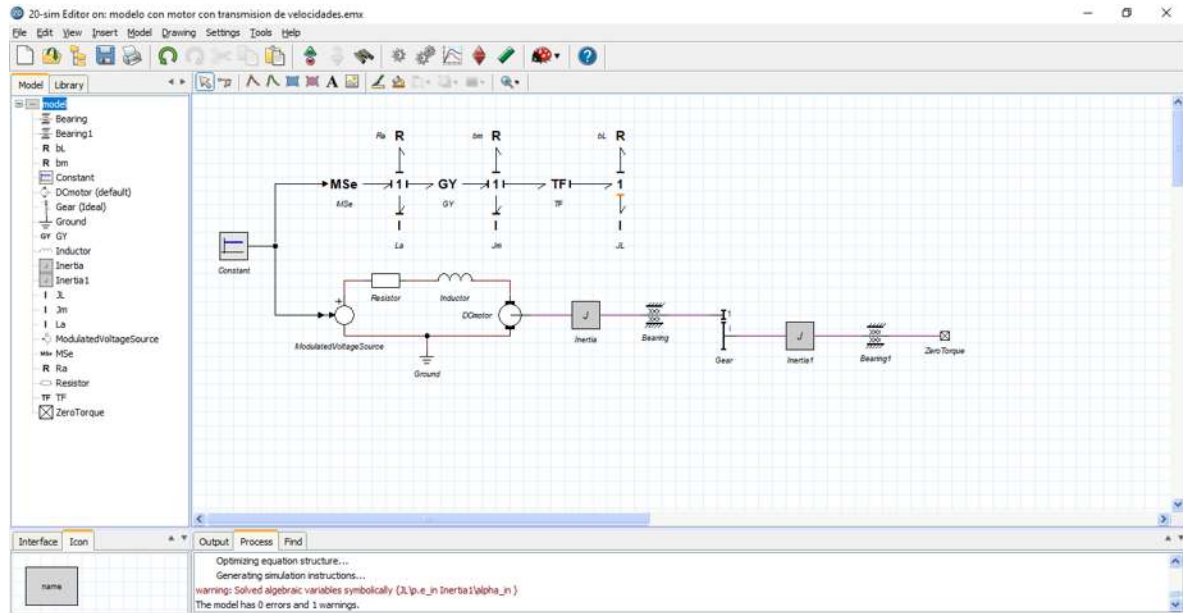


Figura 4. 26.- Modelo de motor con transmisión de velocidades fija.

Los resultados obtenidos mediante 20Sim usando solamente el motor de CD, sin la transmisión, se usaron ya que tiene el mismo efecto de como si tuviese una transmisión fija, ya que la flecha que sale del motor es la misma, porque con la transmisión es como si estuviese en posición neutral.

En la siguiente parte, se obtendrá un modelo con la transmisión variante, donde se usarán valores reales de transmisión tomados de un modelo de bicicleta de la marca shimano a modo de ejemplo, para realizar la simulación.

4.4.- Modelado y simulación en Bond Graph de un motor de CD con transmisión de velocidades variable

Para esta parte, se tomarán varios conceptos, algunos vistos en esta tesis serán necesarios, ya que se necesita comprender él porque es que se hace de esta manera. Primero necesitamos del modelo final, siendo este del de la Figura 4.27 el cual se muestra el diagrama icónico del motor de CD con una transmisión de velocidades, la cual, se modela usando un engrane, ya que de acuerdo a la sección 2.2.8 del capítulo 2, usando la relación de engranes obtenida de una bicicleta de montaña vieja de 5 velocidades, rodada 26, donde los datos a continuación son mostrados:

- Relación de transmisión de la 1ª velocidad: 3.428571429.
- Relación de transmisión de la 2ª velocidad: 2.823529412.
- Relación de transmisión de la 3ª velocidad: 2.4.
- Relación de transmisión de la 4ª velocidad: 2.
- Relación de transmisión de la 5ª velocidad: 1.777777778.

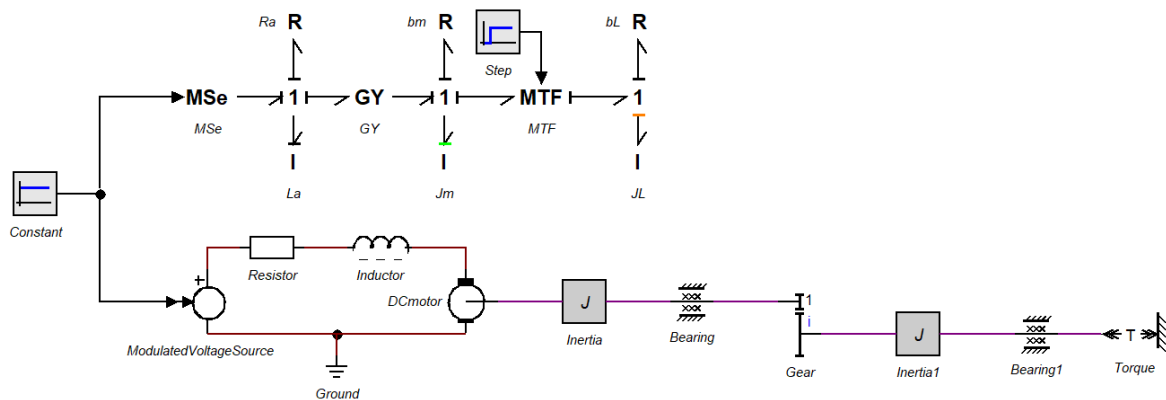


Figura 4. 27.- Modelo completo de un motor de CD con transmisión de velocidades en diagrama icónico y en Bond Graph.

Estos resultados se obtienen usando la Ecuación (2.1), del capítulo 2, subsección 2.2.8, para el caso de ejemplo de este capítulo, el número de dientes de cada uno de los engranes de la bicicleta, se toma en cuenta para obtener la relación de transformación para cada distinta velocidad. Para el caso de esta bicicleta, para el único engrane que está conectada a las bielas y pedales tiene un numero de dientes igual a 48, para la estrella de la rueda trasera se tiene los siguientes valores del número de dientes de cada uno, del más pequeño al más grande:

- Engrane de 5ª velocidad tiene 14 dientes.
- Engrane de 4ª velocidad tiene 17 dientes.
- Engrane de 3ª velocidad tiene 20 dientes.
- Engrane de 2ª velocidad tiene 24 dientes.
- Engrane de 1ª velocidad tiene 27 dientes.

Entonces usando la Ecuación antes mencionada, dividiendo el valor de 48 entre cada uno de los anteriores, se obtiene la relación de transmisión mostrada un poco antes.

En simulación, se hace un estimado para los valores de velocidad que podemos tener para esta bicicleta, lo que nos permite observar el comportamiento ideal de nuestro sistema. Se usan los valores de la transmisión de menor a mayor por el principio de funcionamiento de un motor de CD, el cual es que entre más grande sea el valor del voltaje de entrada, será mayor la velocidad que se pueda obtener de él.

Entonces se observa en la Figura 4.28, se observa el comportamiento de nuestro sistema bajo las siguientes características: Se usan los parámetros del motor que se propusieron en la sección anterior de este capítulo, haciendo excepción a dos variables, los cuales son la constante del motor K y su forma equivalente en Bond Graph GY , ya que estos por motivos de experimento, serán valores variantes, además del valor de entrada del voltaje del motor que tampoco será constante, que de una forma u otra se menciona texto arriba.

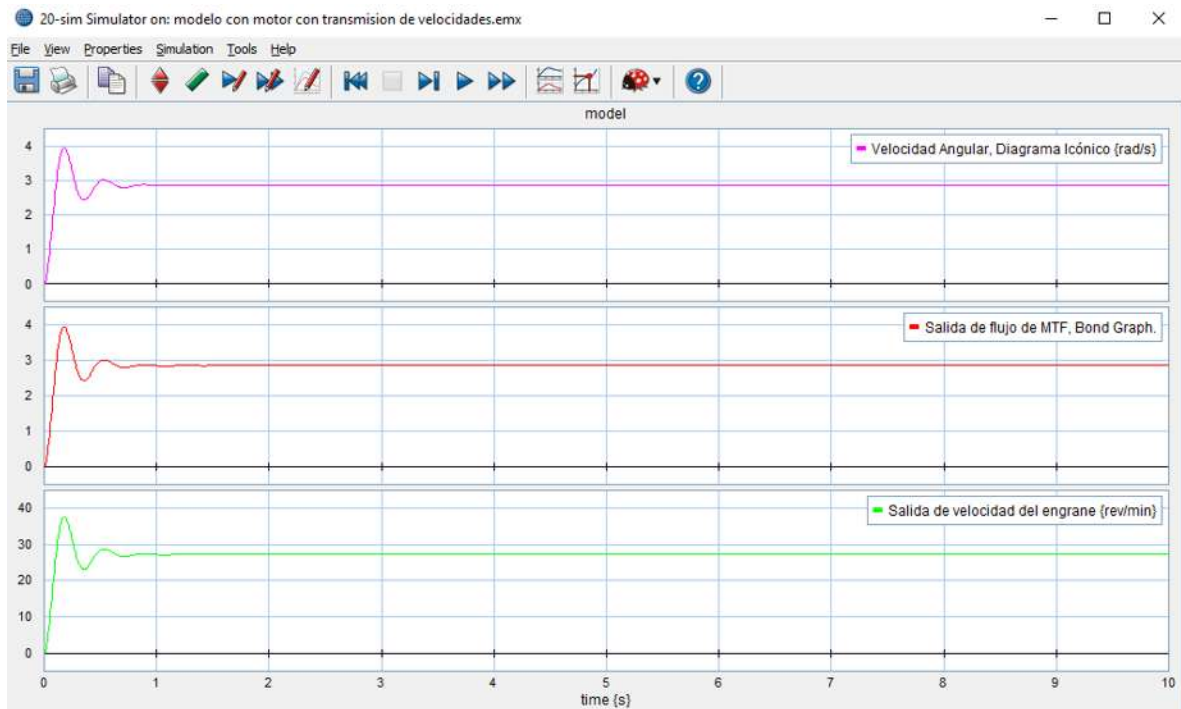


Figura 4. 28.- Primera respuesta a los parámetros propuestos, salidas de diagrama icónico, del Bond Graph y conversión de velocidad.

Se listan, entonces los valores utilizados para obtener la Figura 4.28, sustituyendo los valores en la interfaz de 20Sim en el modelo mostrado en la Figura 4.27, en cada elemento que esté en la lista:

- $Resistor = R_a = 0.1$
- $Inductor = L_a = 0.01$
- $Bearing = b_m = 1.7$
- $Inertia = J_m = 2.5$
- $GY = DCMotor ==> k = 3.428571429$
- $Inertia1 = J_L = 1$
- $Bearing1 = b_L = 1$
- $Torque = 0$
- $Constant = 10$
- $Step = 1$ de amplitud y tiempo inicial = 0

Esta lista se refleja en la lista de parámetros del modelo, se muestra en la Figura 4.29.

La razón por la que se utiliza una constante de valor de 10, que no es constante porque para este ejemplo se modifica con cada paso del experimento, entonces la razón es porque, si este modelo de un motor de CD, lo podemos comparar con la bicicleta, suponiendo si una persona está conduciendo la bicicleta y la “Fuerza” que le imprime a los pedales, para hacer que se mueva a una velocidad, el “esfuerzo” de la persona por mantener esa velocidad constante, entonces esta “Fuerza” en analogía clásica de un sistema mecánico a uno eléctrico es el esfuerzo, ya que es una de las variables conjugadas de potencia, a su vez este esfuerzo es equivalente a un voltaje, esta es la razón por la que se usa una entrada

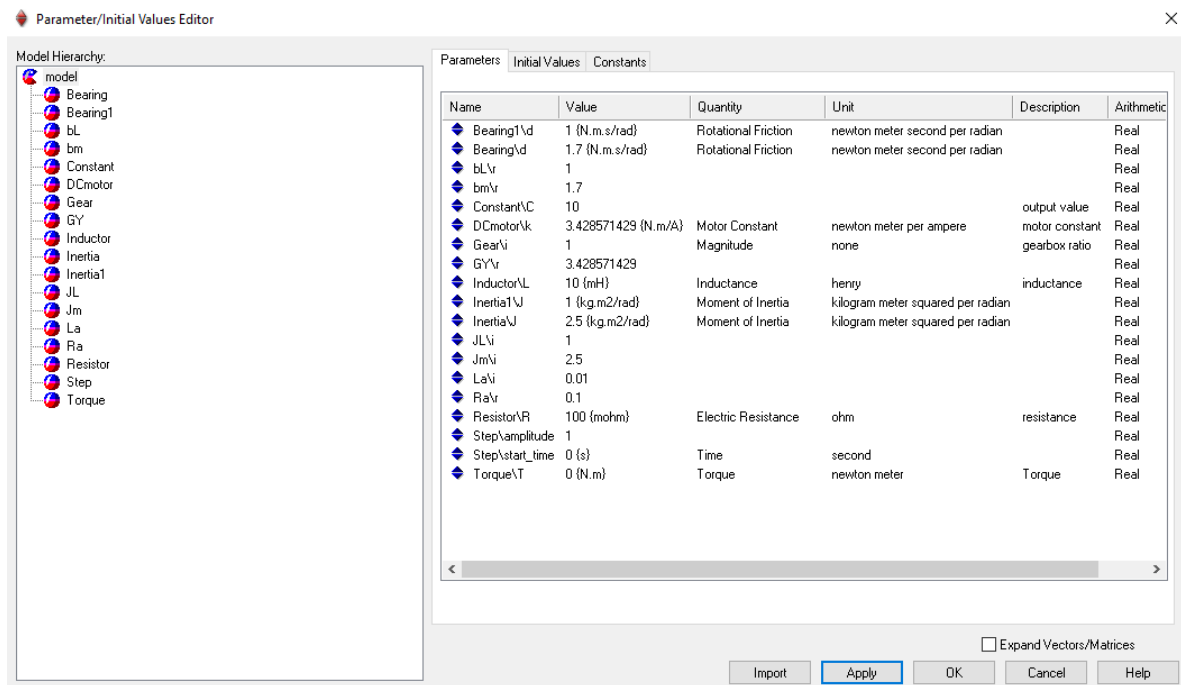


Figura 4. 29.- Datos insertados en el modelo de 20Sim.

Si observamos la salida de la Figura 4.28, el máximo global de nuestro experimento, el cual sería las revoluciones por minuto máximas alcanzadas en la primera velocidad de la bicicleta, en la tercera gráfica, a esa entrada, el resultado numérico se muestra en la Figura 4.30:

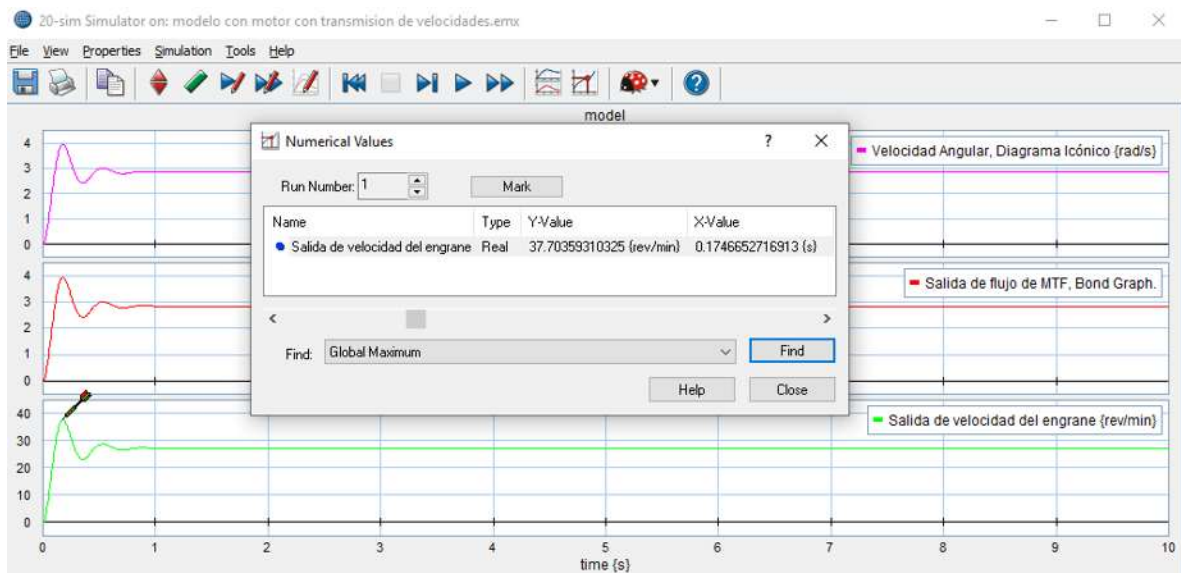


Figura 4. 30.- Velocidad angular de salida del diagrama icónico, Bond Graph y su conversión en rpm correspondientes a la primera velocidad.

En la primera gráfica y segunda se muestra el mismo resultado esto se muestra en la Figura 4.30 Y Figura 4.31, lo único que se hace es convertir el resultado de radianes/segundo a revoluciones por minuto, lo que nos permite saber el número de vueltas que realiza la rueda aplicando una entrada de 10, el cual es el resultado que resulta de la tercera grafica.

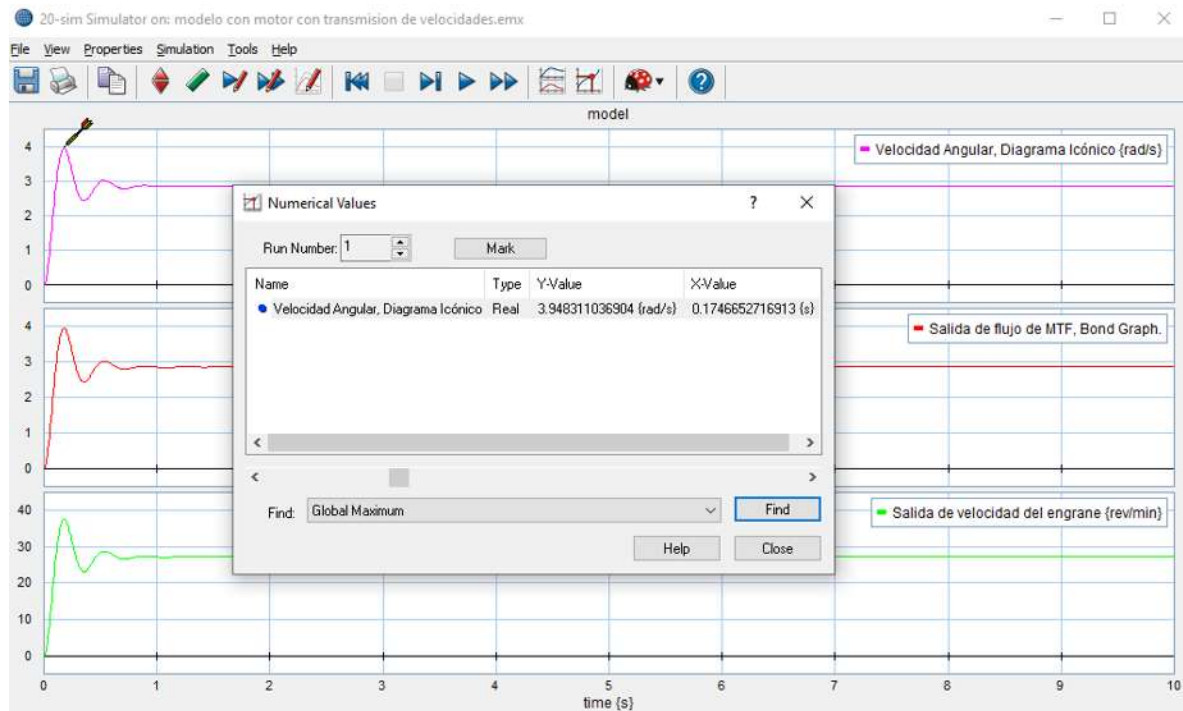


Figura 4. 31.- Valor numérico, de la velocidad angular máxima en diagrama icónico.

Para hacer la conversión de estas unidades, se utilizó la siguiente relación:

$$\text{En el sistema internacional de unidades: } 1 \text{ rad/seg} \cong 9.5493 \text{ rev/min} \quad (4. 49)$$

El valor de 9.5493 es un valor redondeado, se obtiene de la siguiente forma, teniendo en cuenta las siguientes consideraciones al momento de hacer la conversión:

- Primero se dice que $1 \text{ rpm} = 1 \frac{\text{revolución}}{\text{minuto}}$
- Segundo, el radian es el ángulo completo de una circunferencia, es decir $360^\circ = 2\pi \text{ radianes}$.
- Tercero, una vuelta completa es equivalente a 1 revolución y a su vez es equivalente a $2\pi \text{ radianes}$, por lo que entonces obtenemos $1 \text{ rpm} = 1 \frac{\text{revolución}}{\text{minuto}} = \frac{2\pi \text{ radianes}}{\text{minuto}}$.
- Cuarto, sabemos que 1 minuto = 60 segundos, con esto tenemos que $1 \text{ rpm} = 1 \frac{\text{revolución}}{\text{minuto}} = \frac{2\pi \text{ radianes}}{\text{minuto}} = \frac{2\pi \text{ radianes}}{60 \text{ segundos}}$.
- Por último, nos queda que $1 \text{ rpm} = \frac{2\pi \text{ radianes}}{60 \text{ segundos}} = \frac{\pi \text{ radianes}}{30 \text{ segundos}}$.
- Despejamos para tener los radianes/segundos y se obtiene:

$$1 \text{ rad/seg} = \frac{30}{\pi} \text{ rev/min} \quad (4. 50)$$

Esto quiere decir, que tan solo se multiplica el valor que se obtuvo de cualquier de las dos primeras gráficas, una está dada en rad/seg y la otra está en función del flujo, por el valor aproximado en rev/min o por el valor de $\frac{30}{\pi}$:

$$(3.94831103690375) \left(\frac{30}{\pi} \text{ rev/min} \right) = 37.7035931032511 \text{ rev/min} \quad (4.51)$$

El cuál es el resultado obtenido de la tercera gráfica, lo que se muestra en la Figura 4.30.

Su equivalencia de rev/min a Km/hr, que es de nuestro interés, se hace mediante la siguiente ecuación:

$$V \left(\frac{\text{metros}}{\text{segundo}} \right) = r \times \omega \quad (4.52)$$

Donde

- V es velocidad dada en metros/segundo.
- r es el radio de la rueda en metros.
- ω es la velocidad angular en radianes/segundo.

Pero:

$$\omega = \frac{2\pi N}{60} \quad (4.53)$$

Donde la Ecuación (4.53) es una relación entre la velocidad angular y el número de vueltas N en rpm.

Haciendo la conversión de unidades de la Ecuación (4.52) de V en m/s a Km/hr:

$$\begin{aligned} V \left(\frac{\text{Km}}{\text{Hr}} \right) &= V \left(\frac{\text{metros}}{\text{segundo}} \right) * \frac{1 \text{ Km}}{1000 \text{ metros}} * \frac{3600 \text{ segundos}}{1 \text{ Hr}} \\ &= 3.6 * V \left(\frac{\text{metros}}{\text{segundo}} \right) \end{aligned} \quad (4.54)$$

Sustituyendo la Ecuación (4.53) en (4.52) y el resultado se sustituye en (4.54):

$$V \left(\frac{\text{Km}}{\text{Hr}} \right) = 3.6 * r * \frac{2\pi N}{60} = 0.12 * \pi * r * N \quad (4.55)$$

Se usa esta Ecuación para convertir rpm a Km/hr, usando los valores obtenidos de rpm de la simulación para cada caso dado.

Para la primera velocidad tenemos, usando la Ecuación (4.55), sustituimos los siguientes valores para encontrar la velocidad en Km/hr de la rueda de la bicicleta:

1. $N = 37.7035931032511 \text{ rev/min.}$
2. $r = 0.665 \text{ metros.}$

$$V \left(\frac{\text{Km}}{\text{Hr}} \right) = 0.12 * \pi * 0.665 * 37.7035931032511 = 9.452256622 \text{ Km/hr.} \quad (4.56)$$

La velocidad que va la bicicleta en la primera velocidad, a esa entrada de Fuerza, corresponde a el resultado de la Ecuación (4.56).

Entonces, para el cambio a la segunda velocidad, se hacen las siguientes modificaciones a los datos:

- $\text{Resistor} = R_a = 0.1$
- $\text{Inductor} = L_a = 0.01$
- $\text{Bearing} = b_m = 1.7$

- $Inertia = J_m = 2.5$
- $GY = DCMotor ==> k = 2.823529412$
- $Inertia1 = J_L = 1$
- $Bearing1 = b_L = 1$
- $Torque = 0$
- $Constant = 20$
- $Step = 1$ de amplitud y tiempo inicial = 0

Es importante que vean con detalle las analogías, con esta clase de sistemas ya que eso ayuda a entender mejor su comportamiento y eso hace que se faciliten las cosas.

Ahora esta persona incrementa la Fuerza con la que pedalea la bicicleta a 20N y hace el cambio de velocidad a 2ª, el valor de GY y de la constante del motor k cambia a 2.823529412, esto hará entonces que la velocidad angular cambie, esto se observa en la Figura 4.32.

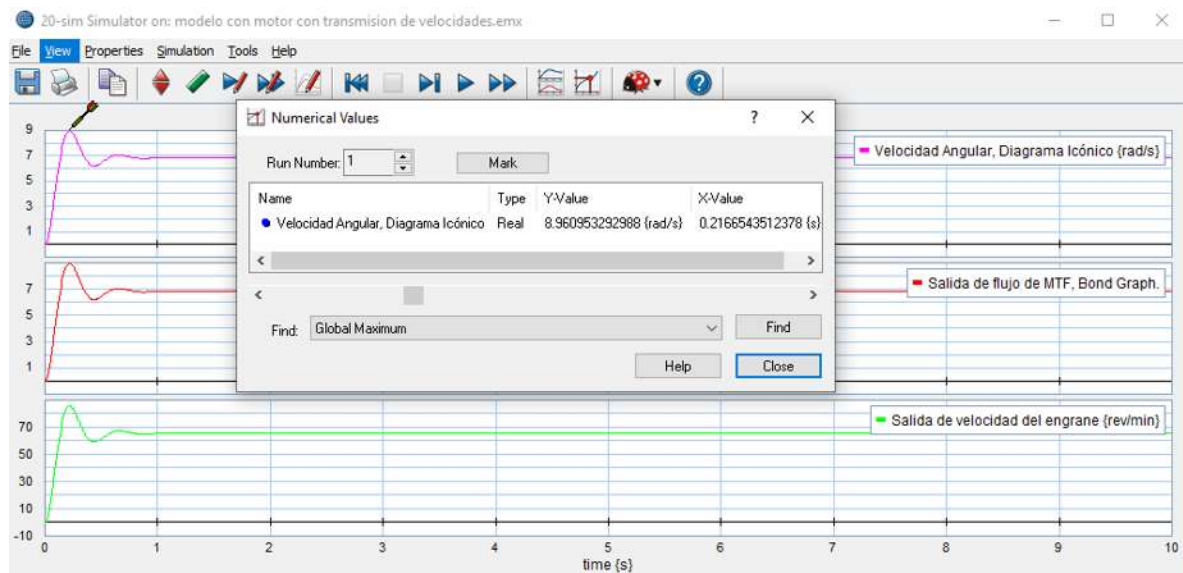


Figura 4. 32.- Velocidad angular, correspondiente al cambio a segunda velocidad.

La velocidad angular obtenida del diagrama icónico fue de 8.960953292988 rad/seg, el flujo obtenido del transformador modulado en la salida, por consiguiente, es el mismo, de un valor de 8.960953292988, se muestra la medición en la Figura 4.33.

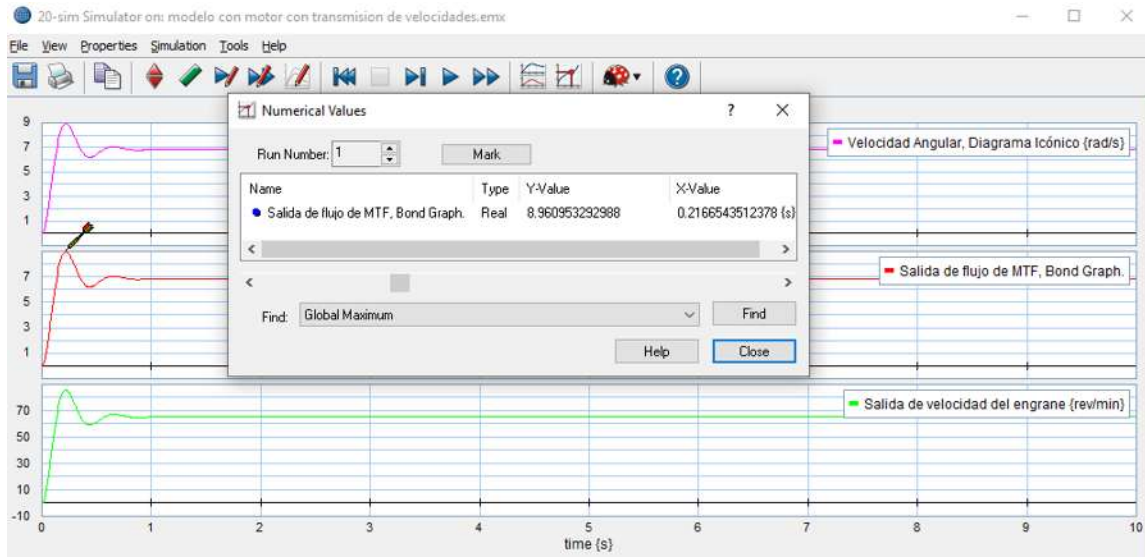


Figura 4. 33.- Flujo de salida del transformador modulado.

Si calculamos las rev/min usando la Ecuación (4.50), tenemos un valor de:

$$(8.96095329298766) \left(\frac{30}{\pi} \text{ rev/min} \right) = 85.5708006836748 \text{ rev/min} \quad (4. 57)$$

En la simulación nos arroja un valor de 85.5708006836748 rev/min, esto se observa en la Figura 4.34, lo que se puede decir de este resultado es que si se usa la Ecuación (4.49), no da el resultado de la simulación ya que se están omitiendo los valores decimales, que hace que se pierda más exactitud.

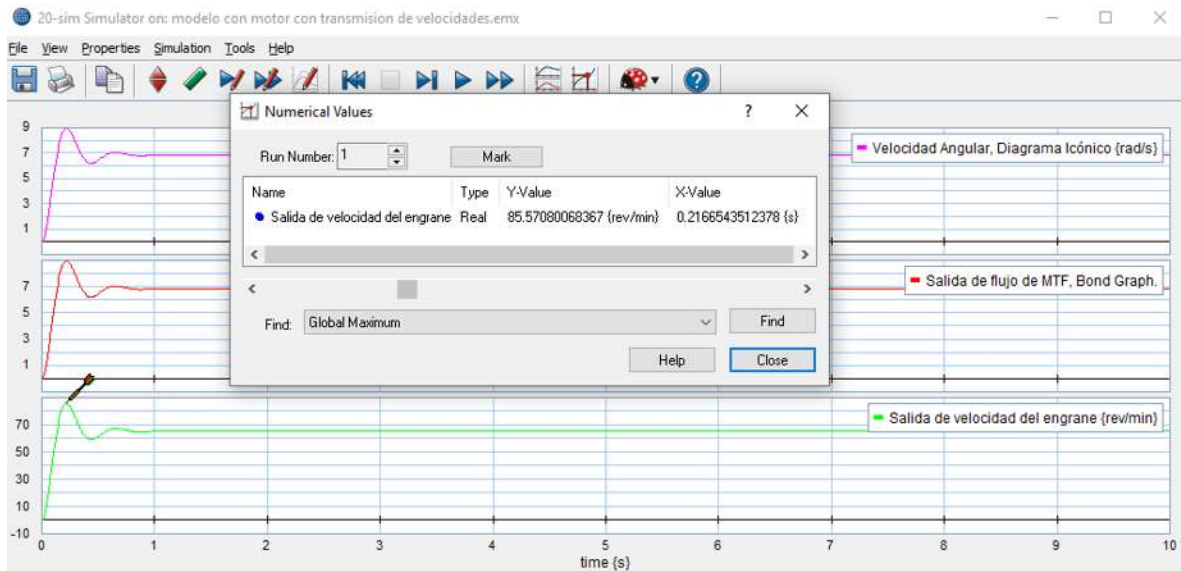


Figura 4. 34.- Revoluciones de salida del engrane correspondientes a la segunda velocidad.

Se calcula, ahora la velocidad en Km/hr, ya que se tiene el valor de las rev/min.

$$V \left(\frac{Km}{Hr} \right) = 0.12 * \pi * 0.665 * 85.5708006836748 = 21.45252218 Km/hr. \quad (4. 58)$$

La velocidad que va la bicicleta en la segunda velocidad, a esa entrada de Fuerza, corresponde a el resultado de la Ecuación (4.58).

Se aplica el mismo concepto para obtener el valor en km/hr para la tercera velocidad haciendo los cambios correspondientes.

- $Resistor = R_a = 0.1$
- $Inductor = L_a = 0.01$
- $Bearing = b_m = 1.7$
- $Inertia = J_m = 2.5$
- $GY = DCMotor ==> k = 2.4$
- $Inertia1 = J_L = 1$
- $Bearing1 = b_L = 1$
- $Torque = 0$
- $Constant = 30$
- $Step = 1$ de amplitud y tiempo inicial = 0

Para este cambio de los valores se tienen los siguientes resultados en simulación, el cual es muestra en la Figura 4.35, donde muestra la velocidad angular del motor:

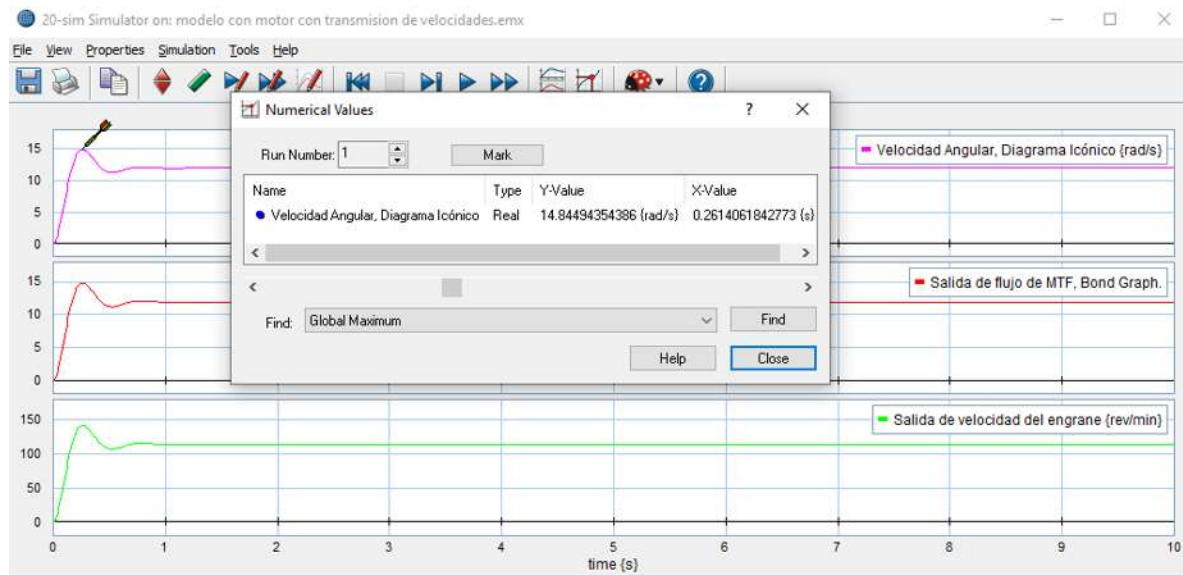


Figura 4. 35.- Velocidad Angular correspondiente a la tercera velocidad.

Para cada uno de estas gráficas, el comportamiento de ellas, se debe a que el sistema que se está modelando contiene elementos que absorben energía, como son las bobinas y los capacitores, para este caso se tienen bobinas y resistencias, si hablásemos de sistemas de control, la función de transferencia del motor es una ecuación de segundo orden, esto quiere decir, que tiene transitorios debido a la respuesta del sistema ante una entrada escalón.

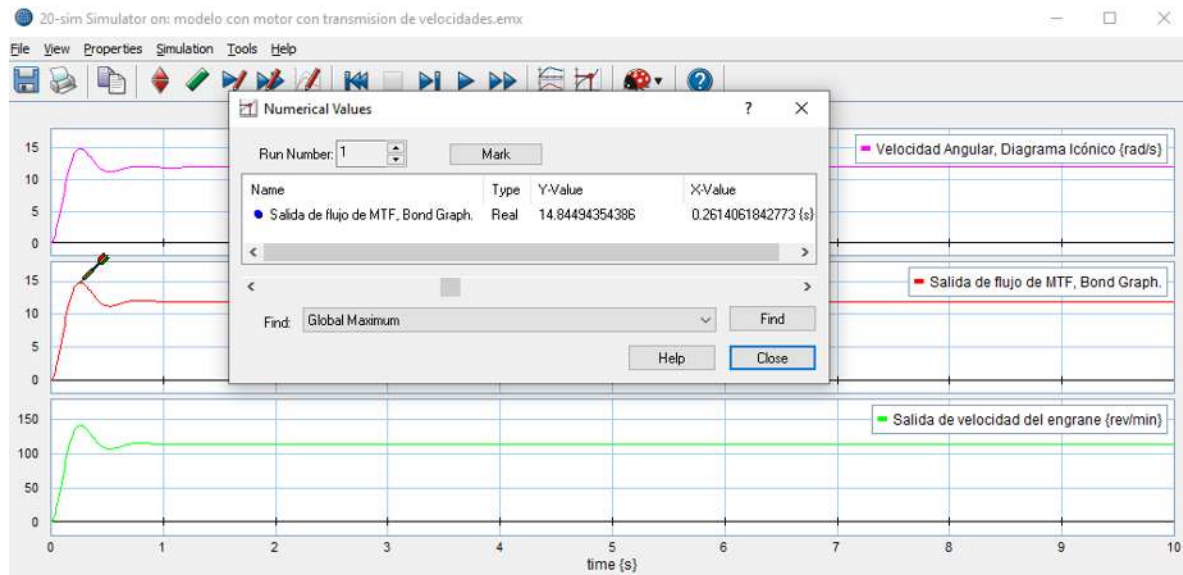


Figura 4. 36.- Salida de flujo correspondiente a la tercera velocidad.

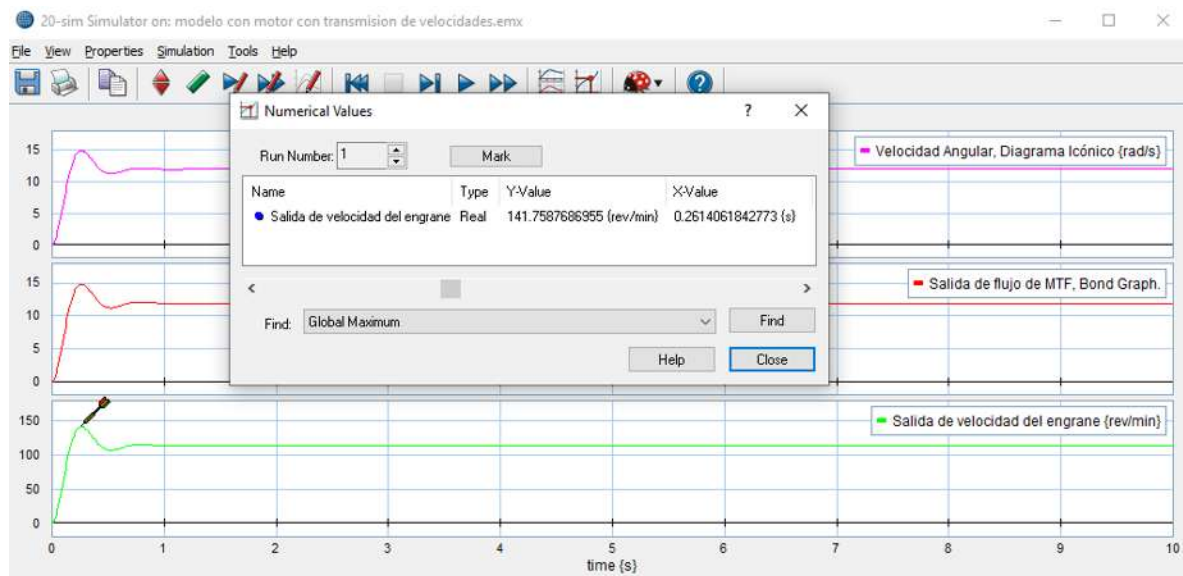


Figura 4. 37.- Equivalente en rev/min, correspondiente a la tercera velocidad.

Para las Figuras 4.36 y 4.37, ambas corresponden a la Figura 4.35, ya que la Figura 4.36, debido a la analogía clásica acerca del Flujo, es equivalente a la velocidad que adquiere el motor, a un cierto esfuerzo, a un cierto tiempo y, la Figura 4.37 es la conversión de unidades de rad/seg a rev/min, para que se pueda determinar la velocidad en Km/hr.

La conversión de rad/seg a rev/min se hace con la Ecuación (4.50) y teniendo las rev/min, entonces se calcula la velocidad en Km/hr con la Ecuación (4.55)

Para la conversión de la velocidad de la rueda en rad/seg a rev/min, tenemos que la velocidad angular máxima para el tercer cambio de velocidad es de 14.8449435438597 rad/seg:

$$(14.8449435438597) \left(\frac{30}{\pi} \text{ rev/min} \right) = 141.7587686955233 \text{ rev/min} \quad (4.59)$$

Ahora, con este valor nuevo calculado, se obtiene la velocidad de la rueda en Km/hr:

$$V \left(\frac{\text{Km}}{\text{Hr}} \right) = 0.12 * \pi * 0.665 * 141.7587686955233 = 35.53879484 \text{ Km/hr.} \quad (4.60)$$

Para la cuarta velocidad se hacen los siguientes cambios:

- *Resistor* = $R_a = 0.1$
- *Inductor* = $L_a = 0.01$
- *Bearing* = $b_m = 1.7$
- *Inertia* = $J_m = 2.5$
- *GY* = *DCMotor* ==> $k = 2$
- *Inertia1* = $J_L = 1$
- *Bearing1* = $b_L = 1$
- *Torque* = 0
- *Constant* = 40
- *Step* = 1 de amplitud y tiempo inicial = 0

Se modifica, la constante del motor k y el valor del girador GY, así como el valor de la constante, si hacemos una analogía con la vida real, se puede decir que la persona que va en la bicicleta, lleva prisa e incrementa la Fuerza con la que pedalea a 40N, cambia a la cuarta velocidad con la palanca de velocidades, esto hace que la rueda gire a una velocidad más rápida. En la Figura 4.38 se muestra la velocidad angular de la rueda.

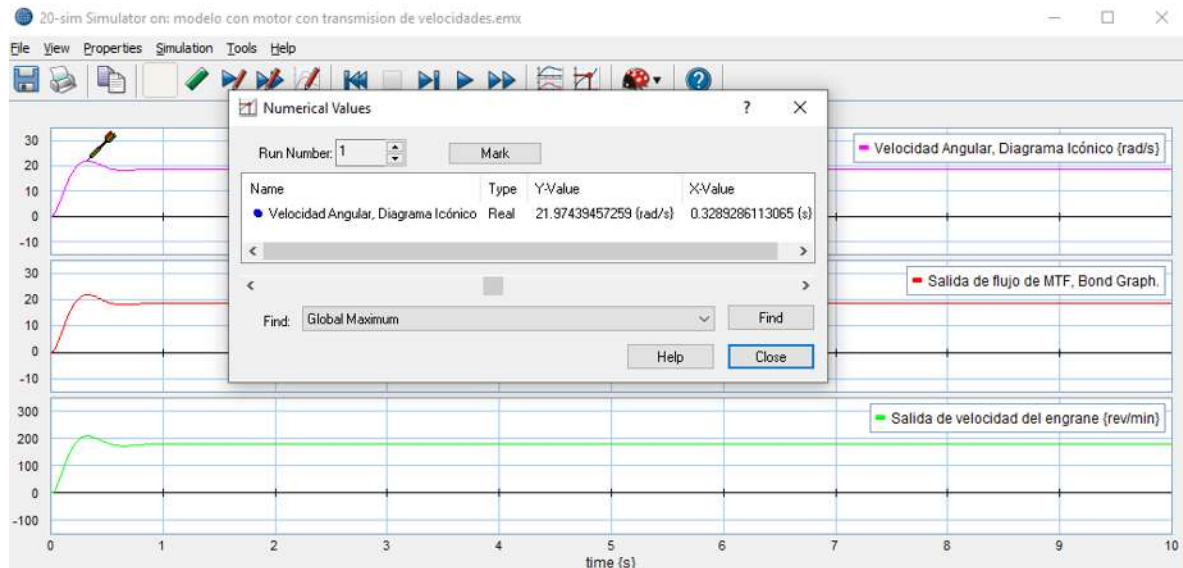


Figura 4. 38.- Velocidad Angular correspondiente a la cuarta velocidad.

Se tiene un valor de 21.97439457259 rad/seg, para el cambio de parámetros, en la Figura 4.39 se muestra el mismo valor obtenido en el modelo de Bond Graph, pero en función del flujo de salida.

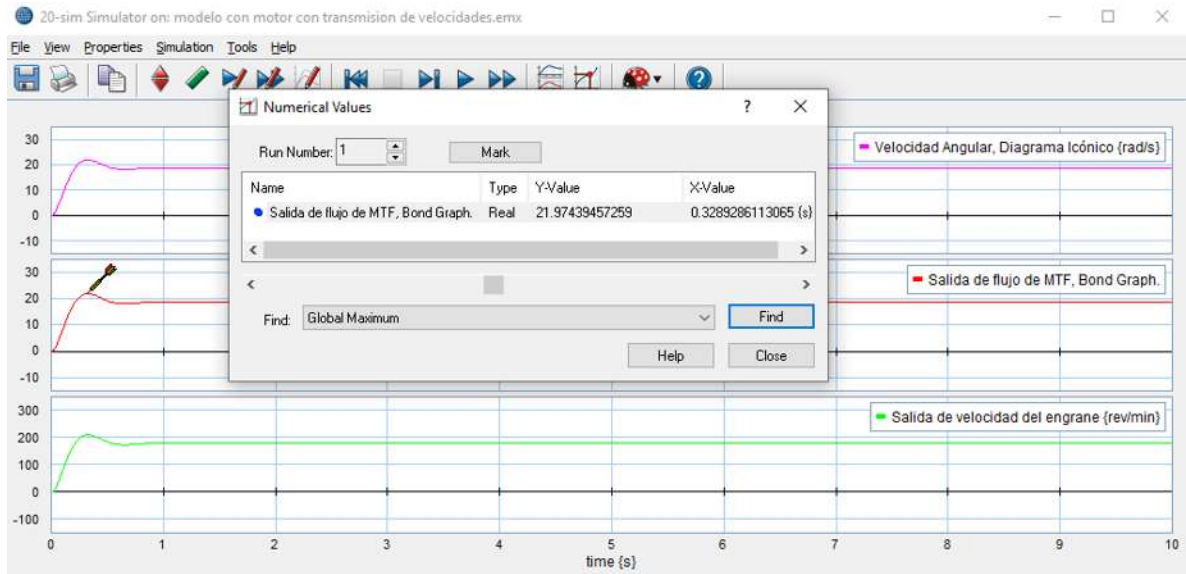


Figura 4. 39.- Salida de flujo correspondiente a la cuarta velocidad.

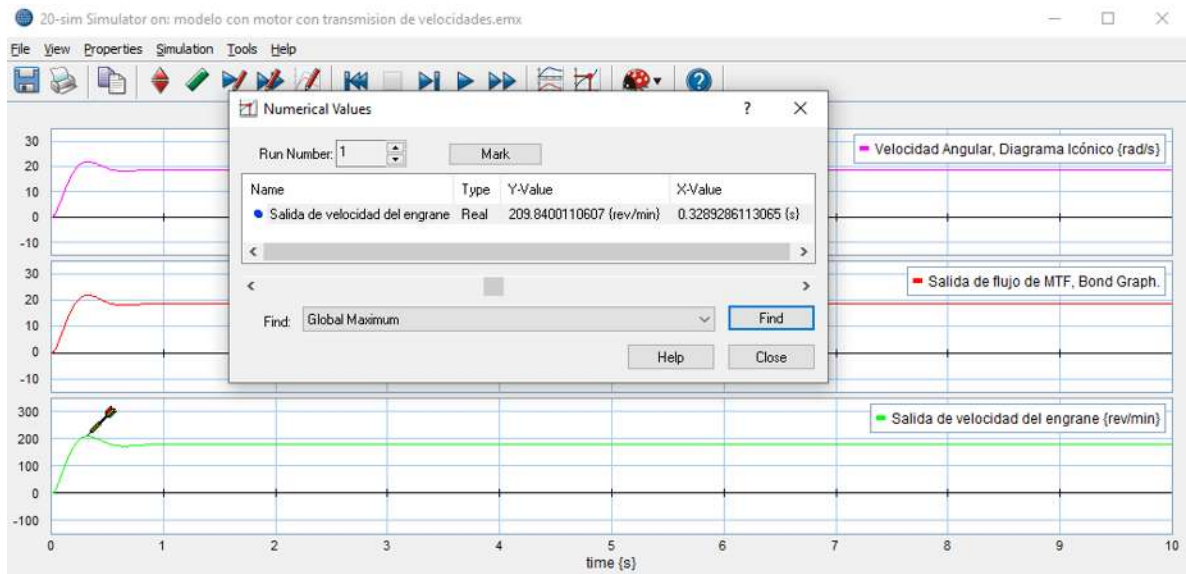


Figura 4. 40.- Número de vueltas que da la rueda por cada minuto, correspondiente a la cuarta velocidad.

A modo de comprobación, se calcula las rev/min a partir de los rad/seg.

$$(21.97439457259) \left(\frac{30}{\pi} \text{ rev/min} \right) = 209.8400110607 \text{ rev/min} \quad (4.61)$$

Después de esto obtenemos los Km/hr correspondientes al cambio a cuarta velocidad.

$$V \left(\frac{\text{Km}}{\text{Hr}} \right) = 0.12 * \pi * 0.665 * 209.8400110607 = 52.60670060 \text{ Km/hr.} \quad (4.62)$$

La quinta y última velocidad, se lleva a cabo usando el mismo procedimiento, cambiando los siguientes parámetros:

- Resistor = $R_a = 0.1$
- Inductor = $L_a = 0.01$

- $Bearing = b_m = 1.7$
- $Inertia = J_m = 2.5$
- $GY = DCMotor ==> k = 1.777777778$
- $Inertia1 = J_L = 1$
- $Bearing1 = b_L = 1$
- $Torque = 0$
- $Constant = 50$
- $Step = 1$ de amplitud y tiempo inicial = 0

Se cambian los datos en 20Sim, para entonces hacer la simulación, la cual nos da como resultado lo que se muestra en la Figura 4.41.

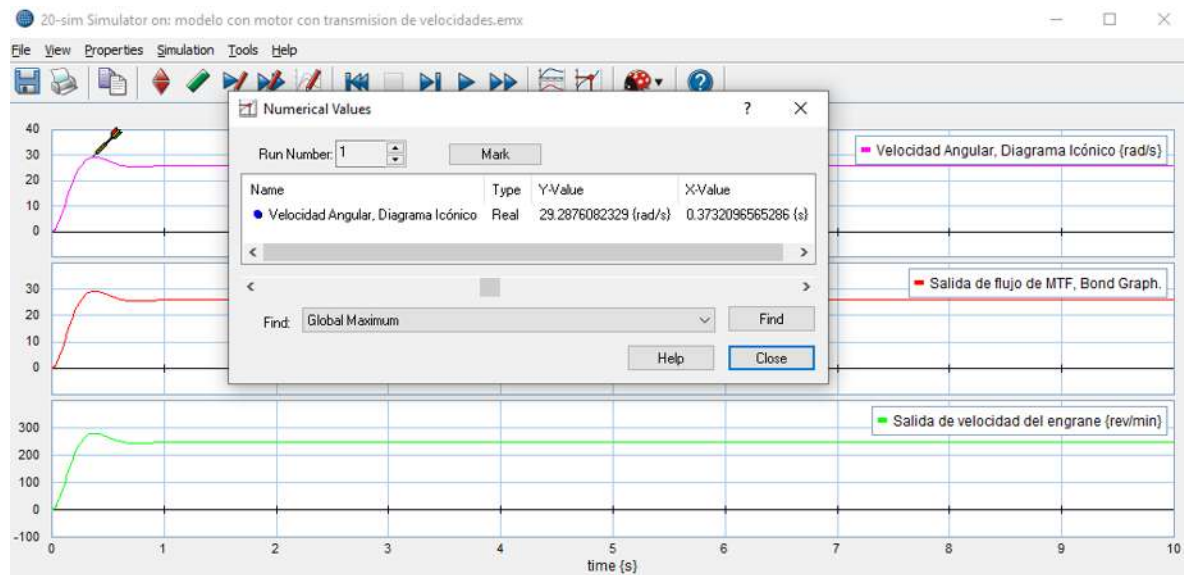


Figura 4. 41.- Velocidad angular correspondiente a la quinta velocidad.

Se obtuvo una velocidad angular de 29.2876082329 rad/seg, el cual también se obtuvo para el modelo en Bond Graph, Figura 4.42

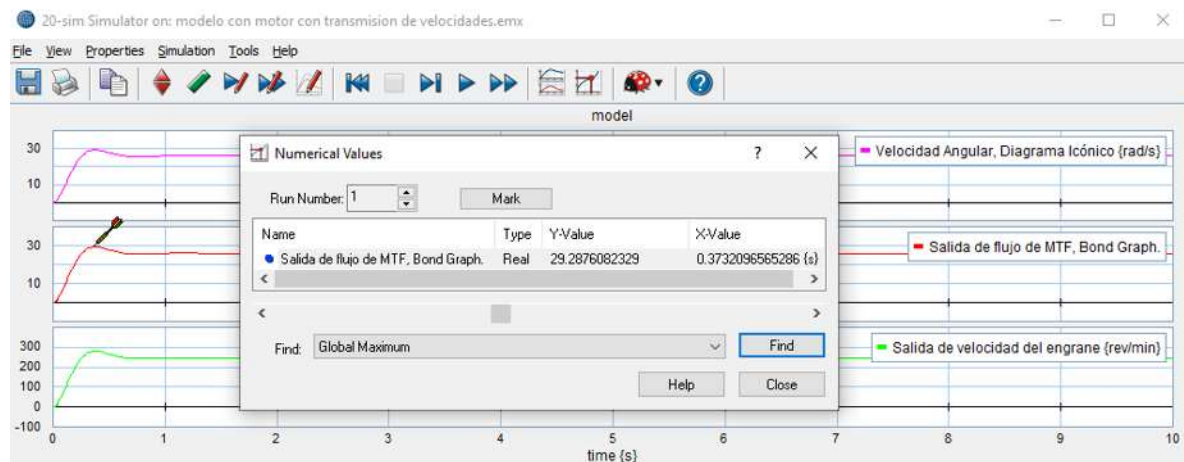


Figura 4. 42.- Salida de flujo correspondiente a la quinta velocidad.

Además de obtener el valor de rev/min respectivo a este cambio de velocidad, Figura 4.43.

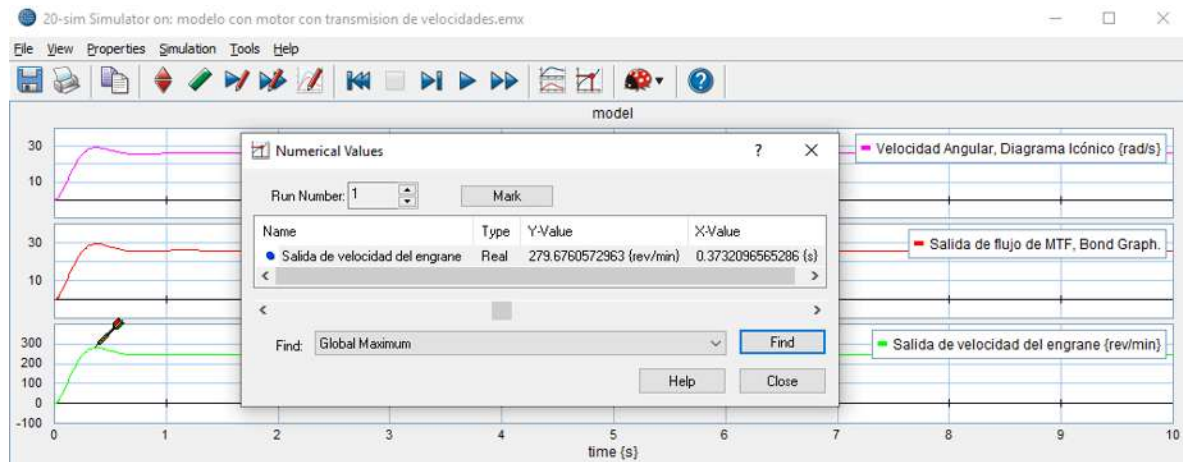


Figura 4. 43.- Salida de velocidad del engrane correspondiente a la quinta velocidad.

Comprobando el resultado obtenido en simulación de 279.6760572963 rev/min.

$$(29.2876082329) \left(\frac{30}{\pi} \text{ rev/min} \right) = 279.676057296295 \text{ rev/min} \quad (4. 63)$$

Se hace la conversión a Km/hr:

$$V \left(\frac{Km}{Hr} \right) = 0.12 * \pi * 0.665 * 279.676057296295 = 70.11453410 Km/hr. \quad (4. 64)$$

Se hace una compilación de los datos obtenidos de las velocidades en Km/hr en una Tabla, la cual es la Tabla 4.2:

Tabla 4. 2.- Relación de velocidades y tiempo.

Cambio de velocidades	Velocidades en Km/hr del modelo en Bond Graph y en diagrama icónico	Tiempo en segundos	Fuerza de entrada aplicada.
1ª velocidad	9.452256622 Km/hr	0.1746652716913	10N
2ª velocidad	21.45252218Km/hr.	0.2166543512378	20N
3ª velocidad	35.53879484Km/hr.	0.2614061842773	30N
4ª velocidad	52.60670060Km/hr	0.32892861133065	40N
5ª velocidad	70.11453410Km/hr	0.373209656528569	50N

En esta Tabla se han tomado el valor del tiempo ya que es importante para saber comprender los gráficos anteriores de la simulación del experimento. Primero para la primera velocidad, se entiende que la máxima velocidad alcanzada es 9.452256622Km/hr y el tiempo en el que se alcanza dicha velocidad es de 0.1746652716913 segundos, donde esta misma interpretación aplica para los mismos datos de la Tabla anterior.

Se pudo notar que las relaciones hechas mediante 20Sim y las obtenidas mediante cálculos numéricos de las rev/min y comparando las salidas de velocidad angular como de flujo mecánico de ambos modelos se llega a el mismo resultado esperado. Recordando para estos resultados que son un ejemplo ideal físico, las velocidades pueden variar por diversos factores no considerados en este experimento.

De los cambios hechos en las variables del girador “GY” y la constante del motor “k”, fueron hechos de esa manera por que la relación de transformación del sistema que se está modelando, el girador toma la relación de transformación de los dientes del engrane del pedal y los dientes del engrane de la rueda trasera la cual tiene el menor número de dientes, donde obedecen un factor de escala, donde, por ejemplo las que se ponen de ejemplo en el capítulo 2, sección 2.2, estas se tratan de un vehículo NISSAN TIIDA SEDAN modelo 2008, en la cual se observa que la relación de engranes es de 3.727, siendo esta la relación de transformación para la primera velocidad donde este amplifica el torque y disminuye la velocidad y entre más pequeño sea este valor más alta es la velocidad y menor el torque. En las bicicletas pasa lo mismo, tan solo que el medio donde transmite la relación de transformación a la rueda es mediante una cadena, la cual es la misma para todos casos.

Capítulo 5 Conclusiones y Recomendaciones.

5.1.- Conclusiones.

En esta tesis se cumplió los objetivos planteados del diseño de un motor de CD en conjunto con una transmisión de velocidades en Bond Graph, donde se analiza primero el motor de CD, su funcionamiento, conceptos básicos que se deben de tener presentes a la hora de hacer un modelado de algún sistema físico, porque de esa manera se puede entender y comprender lo que se hace, yo al momento adentrarme en el mundo del modelado de sistemas físicos con Bond Graph, al principio, no sabes absolutamente nada, cuando te acercas a alguien que conoce del tema, puede ser más fácil si esa persona es capaz de transmitir los conocimientos, las analogías son una parte importante para hacer el modelado en Bond Graph, ya que para hacer la interpretación de los sistemas a Bond Graph, necesitas conocer lo básico de cada sistema, también tener conocimiento básico de operaciones con matrices, para el desarrollo de esta tesis, tuve que estudiar de nueva cuenta matrices, conceptos básicos de electricidad, sobre el sentido que lleva la corriente a través de un conductor, pero, más importante aún, fue aprender acerca de sistemas mecánicos, como lo es la transmisión de velocidad, donde estude y entendí el concepto básico de transformación, el cual se lleva a cabo mediante un engrane de entrada y uno de salida, también conocer distintos tipos de transformadores como se vieron aquí, como es un transformador mecánico, el cual es capaz de convertir una energía de entrada a otra de salida(motor eléctrico) u otro un poco diferente como lo es la turbina de vapor, que viéndolo desde la perspectiva de Bond Graph corresponde a un girador, cosas como estos conceptos anteriores son cosas que se aprenden cuando se estudia Bond Graph.

Otros conceptos que fueron de importancia por aprender fueron los sistemas hidráulicos, cosas como presión es equivalente en Bond Graph a su análogo eléctrico a el esfuerzo o voltaje en sistemas eléctricos.

Bond Graph es una herramienta de modelado matemático y gráfico muy útil cuando se trata de hacer más compactos los diagramas icónicos de los sistemas que se quisieran modelar, ya que cuando estudias conceptos básicos de Bond Graph entiendes que la semiflecha muestra el sentido del flujo de energía, donde esta energía tiene dos variables conjugadas, cuyo producto de ambas es potencia. La interfaz gráfica de 20Sim también es de gran ayuda, porque te permite hacer, no solo modelado en Bond Graph, también permite realizar diagramas icónicos, lo que permite que sea de manera más sencilla la simulación de sistemas, ya que esta herramienta te permite comprobar resultados numéricos donde los hayas hecho a mano, sino también la causalidad de los modelos hechos en Bond Graph, esta herramienta asigna la causalidad de forma automática.

20Sim también incluye formas para hacer modelado de sistemas de control, el uso de diagramas de bloques, funciones de transferencia, que puedes hacer en conjunto con Bond Graph. Los resultados de cada experimento fueron también una práctica para aprender a hacer un buen uso

de la interfaz de 20Sim, que la velocidad del motor no cambiaba cuando es un caso sin incrementos de voltaje o esfuerzo "Effort", cuando se añadió la transmisión, cuando se quiso hacer una analogía con un automóvil de gasolina, el principal problema fue el saber con qué Fuerza movían los pistones al motor, además que en las especificaciones de los autos no mencionan las velocidades máximas alcanzadas para cada respectivo cambio de velocidad, aunque tampoco en las bicicletas, pero siendo el caso de las bicicletas, es más sencillo de obtener los datos que necesitas, el número de dientes de cada engrane, calculas la relación de transformación de la bicicleta, también es más sencillo pensar en la fuerza con la que una persona pedalea una bicicleta, incluso uno mismo cuando se sube a alguna de esas.

Teniendo todo eso en cuenta, se pasa a la simulación, donde obtienes resultados que pueden ser más o menos cercanos, a lo que puedes esperar a que resulte. Yo no consideré otras variables como para hacer un ejemplo físico "completo", porque los resultados que se obtuvieron en esta tesis son un comportamiento idealizado, donde las variables de entrada que utilicé fueron supuestas a lo que realmente es, además las fuerzas aplicadas a los pedales, la tensión de la cadena, la fricción que tienen las llantas con el terreno, el peso de la bicicleta sumado a la de la persona que la utilice, incluso el tipo de bicicleta, son algunas cosas que consideré ideales.

El Bond Graph es un método muy fácil de entender, lo más importante para hacer modelado en Bond Graph es entender sus conceptos básicos, haciendo un resaltado de esto que repito nuevamente, como son los componentes básicos, los tipos de puertos, los elementos existentes de dos puertos y las uniones, ya después de esto, las causalidades, el Bond activo aplica para elementos fuente moduladas y para elementos de transformación como son los transformadores y giradores modulados. Para motores de CD no se necesita de una transmisión de velocidades extensa como la de los vehículos con motor de combustión interna, ya que, en los motores de CD, con solo incrementar la entrada de voltaje se obtiene un mayor número de rpm. La representación de espacios de estado da un modo compacto y conveniente de modelar y analizar sistemas con múltiples entradas y salidas, tanto para sistemas lineales como no lineales.

Los resultados de las velocidades obtenidas fueron las esperadas ya que se aproximan a la realidad.

5.2.- Recomendaciones.

Lo que respecta a las recomendaciones, puedo recomendar el uso de este método gráfico de modelado en Bond Graph, porque tiene diversas herramientas, las cuales te permiten modelar cualesquiera sistemas, de una forma sencilla y rápida, recordando de nueva cuenta que los conceptos básicos, no solo para Bond Graph, sino para cualquier modelo el que se quisiera aprender son muy importantes.

Para aprender este método, se necesita lápiz, papel y un poco de dedicación y de tu tiempo, esto no es algo del otro mundo. La interfaz de 20Sim es muy sencilla de utilizar, pero de la misma forma es necesario dedicación y tiempo.

Si estas interesado en aprender algo nuevo, no dudes en aprender de este método, ya que es algo que te permite estar ocupado y pensante, además de revisar las referencias acerca del bond graph, ya que pueden ayudar de una mejor forma.

A ti lector, te agradezco que te hayas tomado tu tiempo de leer todo este documento y espero que al menos aprendiste algo distinto a lo que conocías o quizás no, pero, de todas formas, muchas gracias.

Bibliografía

- [1] G. G. Avalos, Modelado de Sistemas en el Dominio Físico, 2008.
- [2] F. T. Brown, Engineering System Dynamics, New York: Marcel Dekker, Inc, 2001.
- [3] I. D. A. G.-A. Ing. Diego Edgardo Fuentes Herrera, «Metodología de los gráficos de unión (Bond Graphs) en aplicaciones biomédicas,» *Revista Cubana de Investigaciones Biomédicas*, vol. 31, nº 3, 2012.
- [4] Mathematical Models of Systems (cont.) notas de clase para EE380, Electrical Engineering Department, Otoño 2003.
- [5] D. K. & R. Rosenberg, System Dynamics: A Unified Approach, New York / London / Sydney / Toronto: John Wiley & Sons, 1975.
- [6] I. L. K. P. D., Máquinas Eléctricas y transformadores., México, Englewood Cliffs, Londres, Sydney, Toronto, Nueva Delhi, Tokio, Singapur, Rio de Janeiro.: Prentice Hall Hispanoamericana, S.A., 1972.
- [7] J. F. Broenink, Introduction to Physical Systems Modelling with Bond Graphs, 1999.
- [8] D. Hroncova, A. Gmitterko, P. Frankovsky y E. Dzurisova, Building elements of Bond Graphs, Applied Mechanics and Materials, Vol. 816, 2015.
- [9] Practica 3 Modelado de Sistemas Físicos y Función de Transferencia, U. N. S. L. Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas y Naturales, Carrera: Ingeniería en Sistemas Digitales, Materia: Control I, Abril 2007.
- [10] D. Parra, M. A. Piera y J. J. Ramos, Causalidad Física Versus Causalidad Computacional en Bond Graphs.
- [11] W. Borutzky, Bond Graph Modelling of Engineering Systems, Springer, 2011.
- [12] M. S. Alvarez Alvarado, Modelo matemático de un motor de corriente continua separadamente excitado: Control de velocidad por corriente de armadura, Lat. Am. J. Phys. Educ. Vol 6, No. 1, March 2012.
- [13] Ramirez-Betancour R., Castañeda-Hernandez E., Valenzuela-Murillo F. A., Morfin-Garduño O. A., Martinez Solis F. y Olmos-Lopez J. A., Control de velocidad de un motor de CD basado en mediciones de la corriente de armadura, Ingeniería Investigación y Tecnología, volumen XIX (número 4), octubre-diciembre 2018.
- [14] L. S. P. Stillweel Smith, Tesis de doctorado: Bond Graph Modelling of Physical Systems, Universidad de Glasgow, 1993.

- [15] E. O. Guerrero Martinez, Tesis de licenciatura: Análisis, Modelado y Simulación por Computadora del Motor de Corriente Directa Tipo Serie, Universidad Tecnológica de la Mixteca, Enero 2009.
- [16]. M A Rodriguez Porzueta, "Máquinas Eléctricas II", Universidad de Catambria, Departamento de Ingeniería Eléctrica y Energética, Tema 2: Máquinas de corriente continua, 2018.
- [17] G. C. José L. Fernández, «FISICALAB,» [En línea]. Available: <https://www.fiscalab.com/apartado/ley-de-lorentz>. [Último acceso: 03 11 2020]
- [18] L. Engineering, «YouTube,» (2014, 09 23), DC Motor, how it works? [En línea]. Available: <https://www.youtube.com/watch?v=LaTPHANEfQo>. [Último acceso: 15 02 2021].
- [19] J. Owen, «YouTube,» (2020, 06 10), How does an electric motor work? [En línea]. Available: <https://www.youtube.com/watch?v=CWulQ1ZSE3c>. [Último acceso: 11 12 2020].
- [20] A. Basics, «YouTube,» (2012, 11 26), How Car Transmission System Works [En línea]. Available: <https://www.youtube.com/watch?v=QPauJfA1KsY>. [Último acceso: 20 12 2020].
- [21] NISSAN, Specifications, [En línea]. Available: <http://www.nissan-sd.com/models/tiidasds/Specifications/12151804385257987.htm>. [Último acceso: 16 01 2021].
- [22] B. M. y. D. Crolla, Vehicle Powertrain Systems, John Wiley & Sons., 2012.
- [23] M. Y. Herrera Contreras, Tesis de maestría: "RETROALIMENTACIÓN DE ESTADO DE SISTEMAS SINGULAMENTE PERTURBADOS EN UN ENFOQUE DE BOND GRAPH, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, 2014.