



**UNIVERSIDAD MICHOACANA
DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO**



FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

**“SISTEMA DE CONTROL DE SEGUIMIENTO DE UN
MOTOR DE CD”**

T E S I S

Que, para obtener el título de:
INGENIERO ELECTRÓNICO

Presenta:

MANUEL DIONICIO FERREYRA PONCE

Director de tesis:

DR. GILBERTO GONZÁLEZ AVALOS

Morelia Michoacán

Enero, 2022

Agradecimientos

- A Dios por permitir superar todos los obstáculos que se me presentaron durante la carrera y lograr concluirla.
- A mis padres; Manuel Ferreyra y Rocío Ponce por siempre darme su apoyo, ya que sin ellos este logro no hubiera sido posible.
- A mis hermanas: Rocío Ferreyra y Patricia Ferreyra, siempre me dieron todo su apoyo y cariño.
- A mi asesor de tesis al profesor Gilberto González Avalos, por ayudarme a sacar adelante este proyecto, por su paciencia, su amistad, su esfuerzo y dedicación ya que, con su sabiduría, me enseñó también a ser mejor persona.
- A mis compañeros de la facultad: Cristian Zavala, Carlos Lobato, Alejandro Soria, Lucero Gómez, Braulio, Ulises, Gerardo palomino, Janeth, Oznar, Jesús Aspera, gracias a todos ellos por acompañarme en este gran trayecto.
- A mi amiga Marcela, que estuvo ahí en momentos difíciles, por sus consejos, quien me ayudo muchísimo y con la que puedo contar siempre.
- A mi Primo Pablo Isaí por siempre estar ahí por estar presente, por sus consejos, por las locuras que llegábamos a hacer.
- A todos mis profesores de la facultad: Feliche, Carlos Manuel, Palafox, Diana, José Aarón por compartir todos sus conocimientos y forjarme como persona.

DEDICATORIA

*Esta tesis va dedicada
especialmente a mis padres,
porque sin su apoyo, amor y
esfuerzo no hubiera llegado tan
lejos.*

Resumen

El trabajo presentará una implementación de un sistema de control de seguimiento de un motor de corriente directa por medio del software 20 sim y simular el control de seguimiento de trayectoria de velocidad de un motor de CD (corriente directa) y el seguimiento de trayectoria de la corriente del motor de CD.

En primer lugar, se ofrecerá una breve presentación a la problemática que se pretende abordar, a partir del objetivo general, posteriormente se abordarán aspectos teóricos como control en lazo abierto, control de lazo cerrado, controladores PID (controlador proporcional integral derivativo), algunos aspectos teóricos de motores de CD, incluyendo antecedentes históricos. Se explicará brevemente los diferentes motores de CD que existen y en que consiste su sistema de control. De igual forma, se presentarán las ecuaciones matemáticas que describe el sistema de cada motor de CD, entre otros aspectos importantes.

Una vez definido el Marco teórico se procederá a la implementación del modelo matemático en espacio de estado y el procedimiento para obtener los parámetros del motor, para posteriormente obtener la velocidad del motor en lazo abierto bajo diferentes condiciones de funcionamiento, obteniendo la simulación del control de velocidad del motor. Posteriormente, se llevará a cabo la Simulación en Lazo cerrado empleando el método de control de seguimiento, para obtener la gráfica de Velocidad y Corriente de nuestro motor de CD. Finalmente, se analizarán los resultados y se brindarán las conclusiones.

Palabras clave.

Motor

Gráfica

Seguimiento

Velocidad

Corriente

Abstract

The work will present an implementation of a tracking control system for a direct current motor by means of the 20-sim software and simulate the speed trajectory tracking control of a DC motor (direct current) and the trajectory tracking of the DC motor current.

In the first place, a brief presentation will be offered to the problem that is intended to be addressed, based on the general objective, later theoretical aspects such as open loop control, closed loop control, PID controllers (proportional integral derivative controller), some theoretical aspects will be addressed. theory of DC motors, including historical background. The different DC motors that exist and what their control system consists of will be briefly explained. Likewise, the mathematical equations that describe the system of each DC motor will be presented, among other important aspects.

Once the theoretical framework has been defined, the mathematical model will be implemented in state space and the procedure to obtain the motor parameters, to subsequently obtain the speed of the motor in open loop under different operating conditions, obtaining the simulation of the motor control. Engine speed. Subsequently, the Closed Loop Simulation will be carried out using the tracking control method, to obtain the Speed and Current graph of our DC motor. Finally, the results will be analyzed, and conclusions will be provided.

Contenido

Agradecimientos.....	I
DEDICATORIA.....	II
Resumen	IV
Abstract.....	VI
Contenido.....	VIII
Lista de imágenes	XI
Lista de Símbolos	X
INTRODUCCIÓN.....	1
1.1 Los sistemas de control	1
1.2. Objetivo.....	3
1.3 Justificación.....	3
1.4 Metodología	3
1.5 Contenido de la tesis	4
ANTECEDENTES DE LOS SISTEMAS DE CONTROL	5
2.1 Control de velocidad de un motor	5
2.2 Sistemas de control	5
2.2.1 Sistemas de control de lazo abierto	6
2.2.2 Sistemas de control en lazo cerrado.....	8
2.3 Control PID	10
2.3.1 Funcionamiento	10
2.4 Motores de corriente directa CD	15

2.4.1 Circuito equivalente del motor CD.....	16
2.4.2 Motor de corriente de excitación independiente	17
2.4.3 Motor de CD en derivación.....	19
2.4.4 Motor de corriente directa de imán permanente	20
2.4.5 Motor de corriente directa en serie	21
2.4.6 Motor de CD compuesta.....	23
2.4.7 Partes del motor de CD.....	23
2.4.8 Principio del funcionamiento del motor de CD	26
2.4.9 Ventajas y aplicaciones de los motores CD	29
MODELO EN ESPACIO DE ESTADO DEL MOTOR DE CD	32
3.1 Modelo en espacio de estado del motor de CD	32
3.2 Funciones de transferencia del motor de CD	34
3.3 Modelo en espacio de estado	36
3.4 Implementación en 20 sim del motor de CD.....	37
CONTROL DE SEGUIMIENTO	40
4.1 Ecuaciones matriciales	40
4.2 Diseño del controlador	44
4.3 Simulación de un sistema de seguimiento	49
4.4 Control de un motor de CD con sistema de seguimiento continuo	54
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	63
5.1 Conclusiones	63
5.2 Recomendaciones	64
Referencias.....	65

Lista de imágenes

Figura 2.1: Diagrama de bloques de un sistema de control de lazo abierto.....	7
Figura 2.2: Diagrama de bloques de un sistema de control de lazo cerrado.....	8
Figura 2.3: Elementos básicos de un sistema de control de lazo cerrado.....	9
Figura 2.4: Diagrama de bloques de un control PID.....	10
Figura 2.5 Comportamiento del Proporcional de un control PID	12
Figura 2.6: Comportamiento del Proporcional Integral de un control PID.	13
Figura 2.7 Comportamiento del controlador Proporcional Integral Derivativo de un control PID.....	15
Figura 2.8: Circuito equivalente de un motor CD	16
Figura 2.9: Circuito equivalente simplificado en que elimina la caída de voltaje en las escobillas y se combina Radj con la resistencia de campo.....	16
Figura 2.10: Circuito equivalente de un motor de excitación independiente.....	18
Figura 2.11: Circuito equivalente de un motor CD en derivación.	20
Figura 2.12: Motor de CD en serie.	21
Figura 2.13: Circuito equivalente de un motor CD con excitación serie.....	22
Figura 2.14: Curva característica del par-velocidad y par corriente de un motor serie	22
Figura 2.15: Circuito equivalente de los dos motores compuestos.	23
Figura 2.16: Partes del rotor, motor CD.....	25
Figura 2.17 Partes del estator, motor CD.	26
Figura 2.18: Regla de la mano derecha.....	27
Figura 2.19: Flujo de corriente continua en una bobina.....	28
Figura 2.20: Atracción - repulsión de polos, torque del motor.	29
Figura 2.21: Sentido de giro de un motor de corriente directa.	29

Figura 3.1: Modelo de un motor de CD.....	32
Figura 3.2: Salidas de un motor de CD.....	35
Figura 3.3: Gráfica que se obtiene al aplicar ecuaciones en espacio de estado.	39
Figura 4.1: Bloque de entrada conectado al bloque del sistema.	50
Figura 4.2: Bloque programable del software 20 sim.....	50
Figura 4.3: Diagrama de bloques de dos sistemas de seguimiento.	53
Figura 4.4: Gráfica del sistema de seguimiento con $r=2$	53
Figura 4.5: Gráfica del sistema de seguimiento con $r=3$	54
Figura 4.7: Gráfica de corriente del motor de CD con entrada rampa.	60
Figura 4.8: Gráfica de velocidad del motor de CD, con entrada escalón.	60
Figura 4.9: Gráfica de corriente del motor de CD, con entrada escalón.	61
Figura 4.10: Gráfica de corriente del motor de CD, con entrada rampa.	61

Lista de Símbolos

f	-	Función f
g	-	Función g
dx	-	Derivada en función de x
dy	-	Derivada en función de y
dt	-	Derivada en función de t
y(t)	-	Salida de un sistema
x(t)	-	Entrada de un sistema
∞	-	Infinito
L	-	Inductancia
R	-	Resistencia
V	-	Voltaje
I	-	Corriente
J	-	Momento de inercia en el rotor
B	-	Coefficiente de fricción
n	-	Constante de representación para Km y ka
Ea	-	Tensión generada
Tm	-	Torque del motor
ω	-	Velocidad angular

Capítulo 1

INTRODUCCIÓN

1.1 Los sistemas de control

Las teorías de control que se utilizan habitualmente son la teoría de control clásica (también denominada teoría de control convencional), la teoría de control moderno y la teoría de control robusto.

El control automático ha desempeñado un papel vital en el avance de la ingeniería y la ciencia. El control automático se ha convertido en una parte importante e integral en los sistemas de vehículos espaciales, en los sistemas robóticos, en los procesos modernos de fabricación y en cualquier operación industrial que requiera el control de temperatura, presión, humedad, flujo, etc. Es deseable que la mayoría de los ingenieros y científicos estén familiarizados con la teoría y la práctica del control automático.

El primer trabajo significativo en control automático fue el regulador de velocidad centrífugo de **James Watt** para el control de la velocidad de una máquina de vapor, en el siglo dieciocho. **Minorsky**, **Hazen** y **Nyquist**, entre muchos otros, aportaron trabajos importantes en las etapas iniciales del desarrollo de la teoría de control. En 1922, **Minorsky** trabajó en controladores automáticos para el guiado de embarcaciones, y mostró que la estabilidad puede determinarse a partir de las ecuaciones diferenciales que describen el sistema. En 1932, Nyquist diseñó un procedimiento relativamente simple para determinar la estabilidad de sistemas en lazo cerrado, a partir de la respuesta en lazo abierto a entradas sinusoidales en estado estacionario. En 1934, **Hazen**, quien introdujo el término servomecanismos para los sistemas de control de posición, analizó el diseño de los servomecanismos con relé, capaces de seguir con precisión una entrada cambiante.

Antes de analizar los sistemas de control, deben definirse ciertos términos básicos **Variable controlada y señal de control o variable manipulada**. La variable controlada es la cantidad o condición que se mide y controla. La señal de control o variable manipulada es la cantidad o

condición que el controlador modifica para afectar el valor de la variable controlada. Normalmente, la variable controlada es la salida del sistema. Controlar significa medir el valor de la variable controlada del sistema y aplicar la variable manipulada al sistema para corregir o limitar la desviación del valor medido respecto del valor deseado. En el estudio de la ingeniería de control, es necesario definir términos adicionales que se precisan para describir los sistemas de control.

Plantas. Una planta puede ser una parte de un equipo, tal vez un conjunto de los elementos de una máquina que funcionan juntos, y cuyo objetivo es efectuar una operación particular. En esta tesis se llamará planta a cualquier objeto físico que se va a controlar (como un dispositivo mecánico, un horno de calefacción, un reactor químico o una nave espacial).

Procesos. El Diccionario Merriam-Webster define un proceso como una operación o un desarrollo natural progresivamente continuo, marcado por una serie de cambios graduales que se suceden unos a otros de una forma relativamente fija y que conducen a un resultado o propósito determinados; o una operación artificial o voluntaria que se hace de forma progresiva y que consta de una serie de acciones o movimientos controlados, sistemáticamente dirigidos hacia un resultado o propósito determinado. En esta tesis se llamará proceso a cualquier operación que se va a controlar. Algunos ejemplos son los procesos químicos, económicos y biológicos.

Sistemas. Un sistema es una combinación de componentes que actúan juntos y realizan un objetivo determinado. Un sistema no está necesariamente limitado a los sistemas físicos. El concepto de sistema se puede aplicar a fenómenos abstractos y dinámicos, como los que se encuentran en la economía. Por tanto, la palabra sistema debe interpretarse en un sentido amplio que comprenda sistemas físicos, biológicos, económicos y similares.[1]

Perturbaciones. Una perturbación es una señal que tiende a afectar negativamente el valor de la salida de un sistema. Si la perturbación se genera dentro del sistema se denomina interna, mientras que una perturbación externa se genera fuera del sistema y es una entrada.[1]

Control realimentado. El control realimentado se refiere a una operación que, en presencia de perturbaciones, tiende a reducir la diferencia entre la salida de un sistema y alguna entrada de

referencia, y lo realiza tomando en cuenta esta diferencia. Aquí sólo se especifican con este término las perturbaciones impredecibles, ya que las perturbaciones predecibles o conocidas siempre pueden compensarse dentro del sistema.[1]

1.2. Objetivo

El presente trabajo de tesis tiene por objetivo diseñar un control de un motor de CD con múltiples salidas utilizando el procedimiento de sistemas de control de seguimiento utilizando el software 29 Sim para comprobar la efectividad del sistema de control.

1.3 Justificación

El control de velocidad de motores de CD es de gran utilidad en sistemas robóticos, de cómputo, de nivel de líquidos, etc., donde se requiere ya sea una velocidad específica o una posición dada sobre los mecanismos. Por lo tanto, a través de esta tesis se propone otra opción de control de velocidad de un motor CD, aplicando el método de control de seguimiento, donde se podrá simular mediante el software 20sim.

Este software es de gran uso en ingeniería porque ponen en práctica los conocimientos generados en el transcurso de la formación profesional.

1.4 Metodología

El primer paso en el desarrollo de este trabajo de tesis consiste en la descripción de los modelos de los sistemas físicos y en especial del modelado de un motor de CD en función de transferencia y en espacio de estado. Al mismo tiempo, se harán simulaciones del motor de CD con el software 20sim para obtener tanto velocidad y corriente deseada del circuito.

Posteriormente, se describen los comandos y aplicaciones del software 20sim, para simular sistemas de control de seguimiento y aplicando los conocimientos adquiridos previamente en simulación de sistemas y en particular de motores de CD.

Se describe el software 20sim, y se realizan pruebas básicas de su funcionamiento.

Se diseña e implementa un control de seguimiento en lazo abierto del motor de CD y se simula con el software 20sim, para finalmente diseñar e implementar un control de seguimiento de lazo cerrado obteniendo las simulaciones de velocidad y corriente del motor.

1.5 Contenido de la tesis

El capítulo 2 describe las generalidades de los motores eléctricos de corriente directa (CD), principales características, sistemas de control de lazo abierto, lazo cerrado y estructura básica del mismo.

En el capítulo 3 describe el modelo matemático en espacio de estado y el procedimiento para obtener los parámetros del motor, para posteriormente obtener la velocidad del motor en lazo abierto bajo diferentes condiciones de funcionamiento, simulación del control de velocidad del motor.

El capítulo 4 presenta el procedimiento del sistema de control de seguimiento, obteniendo todos los parámetros necesarios para lograr obtener el sistema en estado estable y lograr una simulación de control óptima. En este capítulo se realiza las simulaciones con el software 20sim, donde se obtendrán las gráficas de corriente y de velocidad de un motor CD.

Finalmente, en el capítulo 5, se presentan las referencias bibliográficas y apéndices correspondientes.

Capítulo 2

ANTECEDENTES DE LOS SISTEMAS DE CONTROL

2.1 Control de velocidad de un motor

Los motores de corriente continua tienen una serie de peculiaridades que les hace singularmente indicados para determinadas aplicaciones, por lo que día a día son más utilizados en todos los sectores de la industria.

La extensa gama de velocidad que permiten, su simple control y la enorme flexibilidad de los motores de corriente continua hace que sean muy útiles en todos los ámbitos además de permitir un extenso margen de velocidades, a lo que hay que sumar su elevada capacidad de sobrecarga, todo esto los hace más convenientes para múltiples usos y sus distintas aplicaciones.

Estos motores admiten un preciso y ajustado control de la velocidad, ventaja que los ha inducido a que cada día tengan más presencia en diferentes procesos industriales.

Otra ventaja para destacar es la sencillez de inversión de giro en grandes motores que precisan de una elevada carga, además estos motores son capaces de actuar de modo reversible devolviendo energía a la línea a lo largo de los tiempos de frenado y reducción de velocidad.

2.2 Sistemas de control

Un sistema de control está definido como un conjunto de componentes que pueden regular su propia conducta o la de otro sistema. La finalidad de un sistema de control es conseguir, mediante la manipulación de las variables de control, un dominio sobre las variables de salida, de modo que estas alcancen unos valores prefijados, con pocas probabilidades de fallos. Los sistemas de control más modernos en ingeniería automatizan procesos en base a muchos parámetros y reciben el nombre de controladores de automatización programables (PAC).

Un sistema de control ideal debe ser capaz de conseguir su objetivo cumpliendo los siguientes requisitos:

- Garantizar la estabilidad y, particularmente, ser robusto frente a perturbaciones y errores en los modelos.
- Ser tan eficiente como sea posible, según un criterio preestablecido.

Normalmente este criterio consiste en que la acción de control sobre las variables de entrada sea realizable, evitando comportamientos bruscos e irreales.

Ser fácilmente implementable y cómodo de operar en tiempo real con ayuda de un ordenador.

Los elementos básicos que forman parte de un sistema de control y permiten su manipulación son los siguientes:

- Sensores. Permiten conocer los valores de las variables medidas del sistema.
- Controlador. Utilizando los valores determinados por los sensores y la consigna impuesta, calcula la acción que debe aplicarse para modificar las variables de control en base a cierta estrategia.

Actuador. Es el mecanismo que ejecuta la acción calculada por el controlador y que modifica las variables de control.

2.2.1 Sistemas de control de lazo abierto

Los sistemas en los cuales la salida no tiene efecto sobre la acción de control se denominan sistemas de control en lazo abierto. En otras palabras, en un sistema de control en lazo abierto no se mide la salida ni se realimenta para compararla con la entrada.



Figura 2.1: Diagrama de bloques de un sistema de control de lazo abierto. [9]

Las características de un sistema de control de lazo abierto son:

- No se compara la salida del sistema con el valor deseado de la salida del sistema.
- Para cada entrada de referencia le corresponde una condición de operación fijada.
- La exactitud de la salida del sistema depende de la calibración del controlador.
- En presencia de perturbaciones estos sistemas de control no cumplen su función adecuadamente.
- El control en lazo abierto suele aparecer en dispositivos con control secuencial, en el que no hay una regulación de variables, sino que se realizan una serie de operaciones de una manera determinada. Esa secuencia de operaciones puede venir impuesta por eventos o por tiempo.

Un ejemplo de sistema de lazo abierto es el semáforo. La señal de entrada es el tiempo asignado a cada luz (rojo, amarilla y verde) de cada una de las calles. El sistema cambia las luces según el tiempo indicado, sin importar que la cantidad de tránsito varíe en las calles.

La mayor parte de sistemas de lazo abierto serán automatismos a los que no podremos llamar en sentido estricto robots porque, al no tener en cuenta la salida, su capacidad de toma de decisiones “inteligentes” es muy limitada.

Por ejemplo, un sistema de riego en lazo abierto tiene un temporizador que lo pone en marcha todos los días a una determinada hora; riega las plantas durante un cierto tiempo pasado el cual se interrumpe, con independencia de que las plantas hayan recibido la cantidad de agua

adecuada, una cantidad excesiva o una cantidad insuficiente. Se trata de un automatismo, pero no de un auténtico robot.

2.2.2 Sistemas de control en lazo cerrado

En los sistemas de control de lazo cerrado, la salida o señal controlada, debe ser realimentada y comparada con la entrada de referencia, y se debe enviar una señal actuante o acción de control, proporcional a la diferencia entre la entrada y la salida a través del sistema, para disminuir el error y corregir la salida.

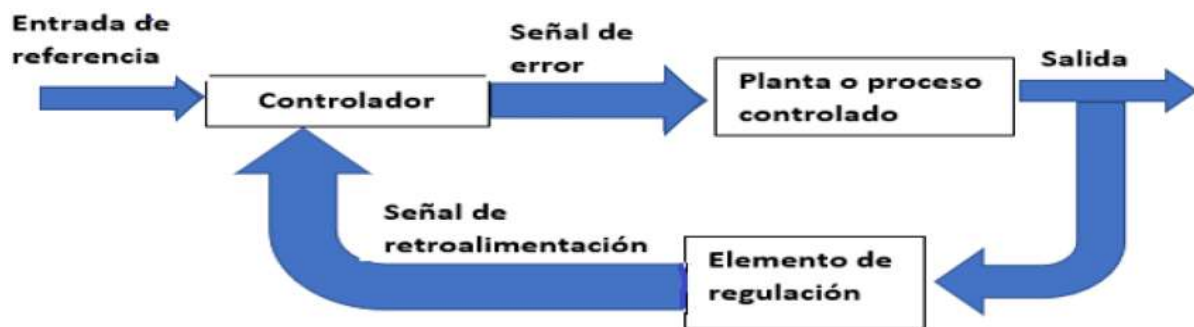


Figura 2.2: Diagrama de bloques de un sistema de control de lazo cerrado. [10]

Las características de un sistema de control de lazo cerrado son:

- La entrada obtiene información de la salida esto quiere decir que es un lazo realimentado.
- Su configuración ayuda a corregir el efecto de las perturbaciones que se presentan.
- Los sistemas de lazo cerrado son más complejos que los sistemas de lazo abierto por tal motivo el costo de implementación aumenta. Es más preciso y exacto que el lazo abierto.
- Un sistema de lazo cerrado tiene mejor precisión y exactitud que un sistema de lazo abierto.

Los elementos básicos de un sistema de control de lazo cerrado son:

a) Elementos de comparación:

Este elemento compara el valor requerido o de referencia de la variable por controlar con el valor medido de lo que se obtiene a la salida, y produce una señal de error la cual indica la diferencia del valor obtenido a la salida y el valor requerido.

b) Elemento de control:

Este elemento decide que acción tomar cuando se recibe una señal de error.

c) Elemento de corrección:

Este elemento se utiliza para producir un cambio en el proceso al eliminar el error.

d) Elemento de proceso:

El proceso o planta, es el sistema dónde se va a controlar la variable.

e) Elemento de medición:

Este elemento produce una señal relacionada con la condición de la variable controlada, y proporciona la señal de realimentación al elemento de comparación para determinar si hay o no error.

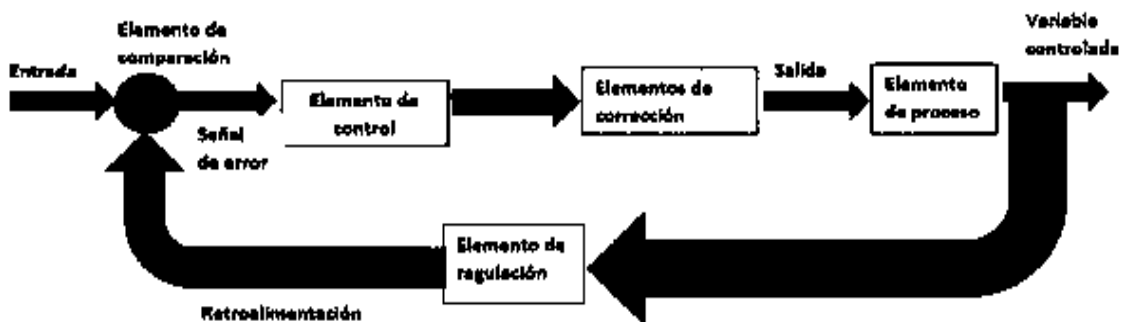


Figura 2.3: Elementos básicos de un sistema de control de lazo cerrado. [11]

2.3 Control PID

El control PID es un mecanismo de control que a través de un lazo de retroalimentación permite regular la velocidad, temperatura, presión y flujo entre otras variables de un proceso en general. El controlador PID calcula la diferencia entre nuestra variable real contra la variable deseada. En sistemas de bombeo, regularmente nos interesa mantener la presión o flujo constante.

El parámetro Proporcional (P) mide la diferencia entre el valor actual y el set-point (en porcentaje) y aplica el cambio. El parámetro Integral (I) se refiere al tiempo que se toma para llevar a cabo acción correctiva. Mientras el valor sea más pequeño, el ajuste es más rápido, pero puede causar inestabilidad en el sistema, oscilaciones, vibración de un motor.[11]

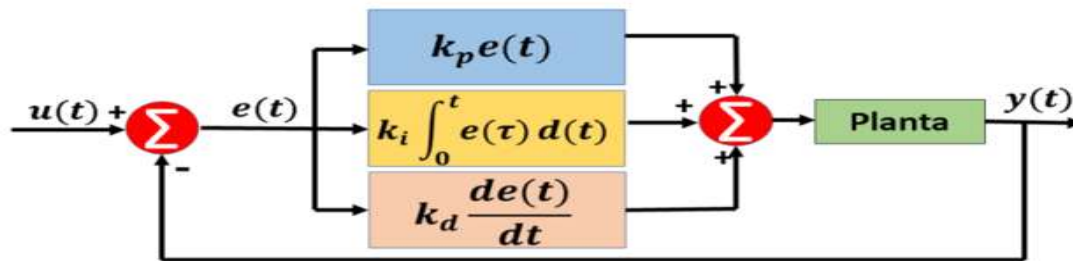


Figura 2.4: Diagrama de bloques de un control PID.

2.3.1 Funcionamiento

Para el correcto funcionamiento de un controlador PID que regule un proceso o sistema se necesita, al menos:

- Un sensor, que determine el estado del sistema (termómetro, caudalímetro, manómetro, etc.)
- Un controlador, que genere la señal que gobierna al actuador.
- Un actuador, que modifique al sistema de manera controlada (resistencia eléctrica, motor, válvula, bomba, etc.)

El sensor proporciona una señal analógica o digital al controlador, la cual representa el punto actual en el que se encuentra el proceso o sistema. La señal puede representar ese valor en tensión eléctrica, intensidad de corriente eléctrica o frecuencia. En este último caso la señal es de corriente alterna, a diferencia de los dos anteriores, que son con corriente continua.

El control lee una señal externa que representa el valor que se desea alcanzar. Esta señal recibe el nombre de punto de consigna (o punto de referencia), la cual es de la misma naturaleza y tiene el mismo rango de valores que la señal que proporciona el sensor. [12]

El controlador resta la señal de punto actual a la señal de punto de consigna, obteniendo así la señal de error, que determina en cada instante la diferencia que hay entre el valor deseado (consigna) y el valor medido. La señal de error es utilizada por cada uno de los 3 componentes del controlador PID. Las 3 señales sumadas, componen la señal de salida que el controlador va a utilizar para gobernar al actuador. La señal resultante de la suma de estas tres se llama variable manipulada y no se aplica directamente sobre el actuador, sino que debe ser transformada para ser compatible con el actuador que usemos.

Los componentes de un controlador PID que es un dispositivo que combina las acciones de control proporcional, control integral y control derivado o derivativo, en una sola unidad. Se pretenderá lograr que el bucle de control corrija eficazmente y en el mínimo tiempo posible los efectos de las perturbaciones. [12]

a) Proporcional:

La parte proporcional consiste en el producto entre la señal de error y la constante proporcional como para que hagan que el error en estado estacionario sea casi nulo, pero en la mayoría de los casos, estos valores solo serán óptimos en una determinada porción del rango total de control, siendo distintos los valores óptimos para cada porción del rango. Sin embargo, existe también un valor límite en la constante proporcional a partir del cual, en algunos casos, el sistema alcanza valores superiores a los deseados. Este fenómeno se llama sobre oscilación y, por razones de seguridad, no debe sobrepasar el 30%, aunque es conveniente que la parte proporcional ni siquiera produzca sobre oscilación. Hay una relación lineal continua entre el valor de la variable controlada y la posición del elemento final de control (la válvula se mueve al mismo valor por unidad de desviación). La parte proporcional no considera el tiempo, por lo tanto, la mejor manera

de solucionar el error permanente y hacer que el sistema contenga alguna componente que tenga en cuenta la variación respecto al tiempo, es incluyendo y configurando las acciones integral y derivativa. [12]

La fórmula del proporcional está dada por:

$$P_{sal}=K_p e(t)$$

El error, la banda proporcional y la posición inicial del elemento final de control se expresan en tanto por uno. Nos indicará la posición que pasará a ocupar el elemento final de control.

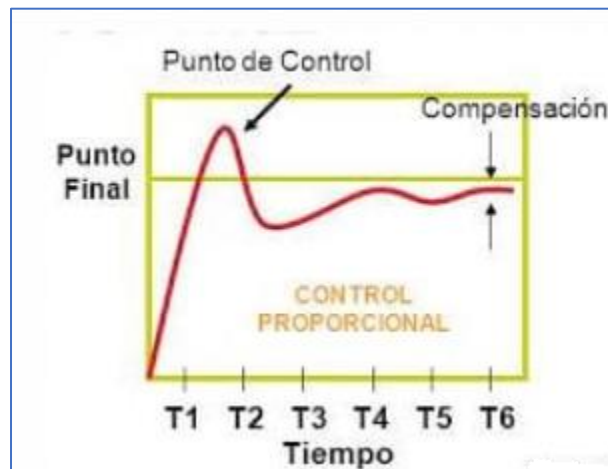


Figura 2.5 Comportamiento del Proporcional de un control PID. [13]

b) Integral:

El modo de control Integral tiene como propósito disminuir y eliminar el error en estado estacionario, provocado por el modo proporcional. El control integral actúa cuando hay una desviación entre la variable y el punto de consigna, integrando esta desviación en el tiempo y sumándola a la acción proporcional. El error es integrado, lo cual tiene la función de promediarlo o sumarlo por un periodo de tiempo determinado; Luego es multiplicado por una constante I. I representa la constante de integración. Posteriormente, la respuesta integral es adicionada al modo Proporcional para formar el control P + I con el propósito de obtener una respuesta estable del sistema sin error estacionario.

El modo integral presenta un desfase en la respuesta de 90° que sumados a los 180° de la retroalimentación (negativa) acercan al proceso a tener un retraso de 270° , luego entonces solo será necesario que el tiempo muerto contribuya con 90° de retardo para provocar la oscilación del proceso. <<< la ganancia total del lazo de control debe ser menor a 1, y así inducir una atenuación en la salida del controlador para conducir el proceso a estabilidad del mismo. >>> Se caracteriza por el tiempo de acción integral en minutos por repetición. Es el tiempo en que delante una señal en escalón, el elemento final de control repite el mismo movimiento correspondiente a la acción proporcional.

El control integral se utiliza para obviar el inconveniente del offset (desviación permanente de la variable con respecto al punto de consigna) de la banda proporcional.[12]

La fórmula está dada por:

$$I_{sal} = K_i \int_0^t e(\tau) d\tau$$

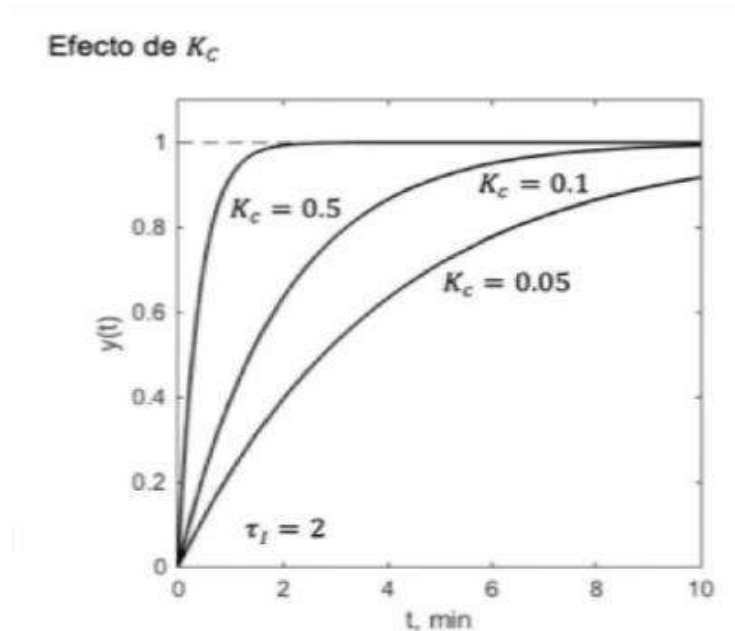


Figura 2.6: Comportamiento del Proporcional Integral de un control PID.

c) **Derivativo:**

La acción derivativa se manifiesta cuando hay un cambio en el valor absoluto del error; (si el error es constante, solamente actúan los modos proporcional e integral). El error es la desviación existente entre el punto de medida y el valor consigna, o "Set Point".

La función de la acción derivativa es mantener el error al mínimo corrigiéndolo proporcionalmente con la misma velocidad que se produce; de esta manera evita que el error se incremente.

Se deriva con respecto al tiempo y se multiplica por una constante D y luego se suma a las señales anteriores (P+I). Es importante adaptar la respuesta de control a los cambios en el sistema ya que una mayor derivativa corresponde a un cambio más rápido y el controlador puede responder acordeamente.[12]

La fórmula está dada por:

$$D_{sal} = Kd \frac{de}{dt}$$

El control derivativo se caracteriza por el tiempo de acción derivada en minutos de anticipo. La acción derivada es adecuada cuando hay retraso entre el movimiento de la válvula de control y su repercusión a la variable controlada.

Cuando el tiempo de acción derivada es grande, hay inestabilidad en el proceso. Cuando el tiempo de acción derivada es pequeño la variable oscila demasiado con relación al punto de consigna. Suele ser poco utilizada debido a la sensibilidad al ruido que manifiesta y a las complicaciones que ello conlleva.

El tiempo óptimo de acción derivativa es el que retorna la variable al punto de consigna con las mínimas oscilaciones.

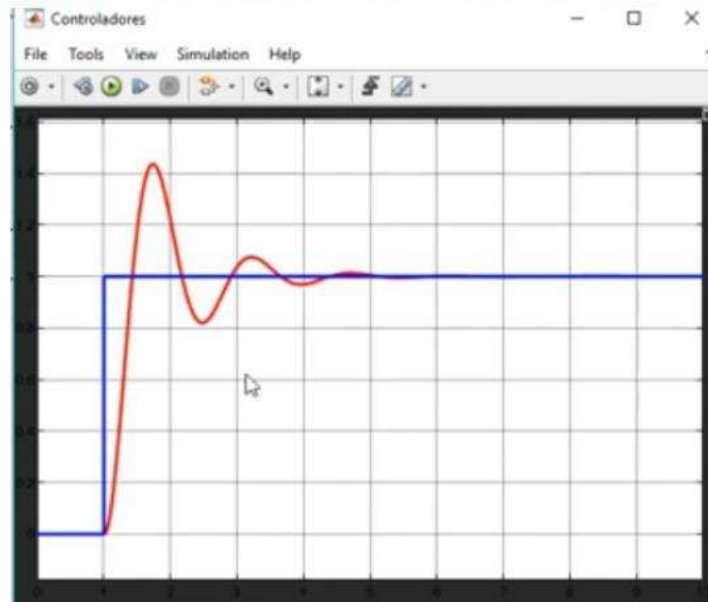


Figura 2.7: Comportamiento del controlador Proporcional Integral Derivativo de un control PID.

2.4 Motores de corriente directa CD

Los motores dc son accionados por una fuente de potencia dc. A menos que se especifique otra cosa, se supone que el voltaje de entrada es constante, puesto que esta suposición simplifica el análisis de los motores y la comparación entre los diferentes tipos de ellos.

Existen cinco tipos de motores dc de uso general:

1. Motor de corriente directa de excitación independiente.
2. Motor de corriente directa en derivación.
3. Motor de corriente directa de imán permanente.
4. Motor de corriente directa en serie.
5. Motor de corriente directa compuesta.

En este proyecto solo se usará el motor de corriente directa de excitación independiente para el control de velocidad.

2.4.1 Circuito equivalente del motor CD

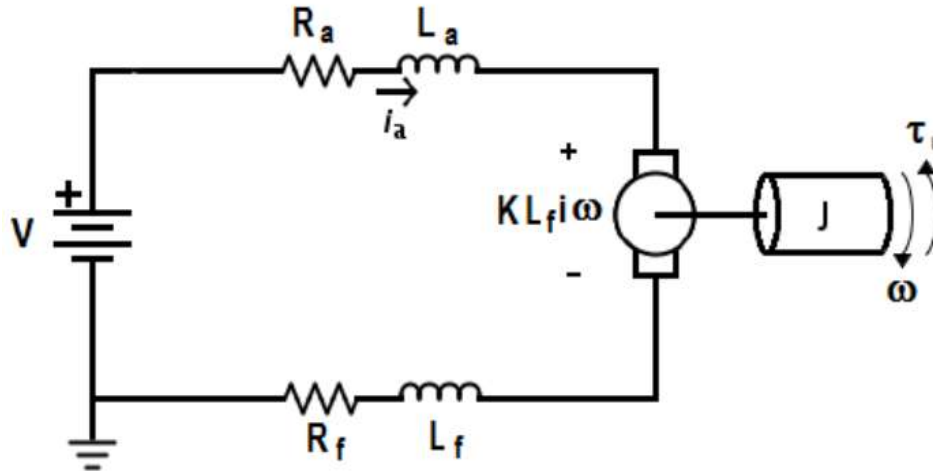


Figura 2.8: Circuito equivalente de un motor CD. [14]

El funcionamiento del motor de CD se muestra en la Figura 2.8 se basa en la fuerza generada por la interacción de un campo magnético inmóvil y uno generado por una bobina móvil, montada sobre un eje de rotación. La bobina móvil es alimentada a través de un sistema de escobillas y delgas para invertir la dirección de la corriente y, por consiguiente, el sentido del campo magnético generado, logrando que el torque resultante sea siempre favorable al sentido de giro

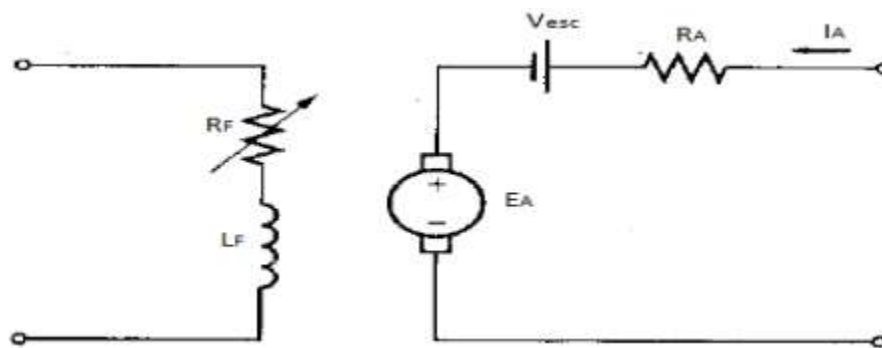


Figura 2.9: Circuito equivalente simplificado en que elimina la caída de voltaje en las escobillas y se combina R_{adj} con la resistencia de campo.

En la Figura 2.9 se muestra, el circuito del inducido está representado por una fuente ideal de voltaje E_A y una resistencia R_A . Esta representación es el equivalente de thevenin de la estructura

total del rotor, incluidas las bobinas del rotor, los interpolos y los devanados de compensación, si los hay. La caída de voltaje de las escobillas está representada por una pequeña batería V_{esc} opuesta en dirección al flujo de corriente de la máquina. Las bobinas de campo que produce el flujo magnético en el generador están representadas por la inductancia L_F la resistencia R_F . La resistencia separada R_{adj} representa una resistencia exterior variable, utilizada para controlar la cantidad de corriente en el circuito de campo. Existen algunas variables y simplificaciones de este circuito equivalente básico. Con frecuencia, el voltaje de caída en las escobillas es solo una pequeña fracción de voltaje generado en la máquina. En casos en los cuales no es demasiado crítico, el voltaje de caída en las escobillas puede despreciarse o incluirse aproximadamente en el valor de R_A . A veces, la resistencia interna de las bobinas de campo también se agrupa con la resistencia variable y a este total se le llama R_F .

El voltaje generado por esta máquina está dado por la ecuación:

$$E_A = k\phi\omega \quad (2.1)$$

y el par inducido desarrollado por la máquina está dado por:

$$\tau_{ind} = k\phi I_A \quad (2.2)$$

Estas dos ecuaciones, la correspondiente a la ley de voltaje de Kirchhoff del circuito del inducido y la curva de magnetización de la máquina. Son las herramientas necesarias para el comportamiento y funcionamiento de un motor dc.

2.4.2 Motor de corriente de excitación independiente

Son aquellos motores que obtienen la alimentación del rotor y del estator de dos fuentes de tensión independientes. Con ello, el campo del estator es constante al no depender de la carga del motor, y

el par de fuerza prácticamente constante. La variación de velocidad al aumentar la carga se deberá solo a la disminución de la fuerza electromotriz por aumentar la caída de tensión en el rotor.[15]

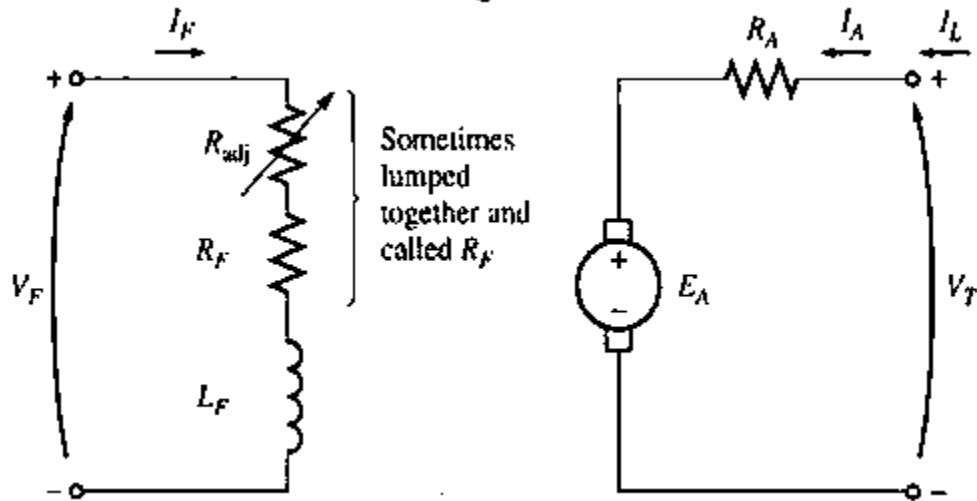


Figura 2.10: Circuito equivalente de un motor de excitación independiente.

$$IF = \frac{B_f}{R_F} \quad (2.3)$$

$$V_T = E_A + I_A R_A \quad (2.4)$$

$$I_L = I_A \quad (2.5)$$

Donde:

I_F = Corriente de campo (Amp).

V_T = Voltaje aplicado al circuito de la armadura (Voltios).

I_L = Corriente aplicado en el inductor (Amp).

E_A = Voltaje de la Armadura (Voltios).

I_A = Corriente de la Armadura (Amp).

R_A = Resistencia de la Armadura (Ω).

2.4.3 Motor de CD en derivación

Los devanados de campo y armadura están conectados en paralelo y alimentados por una fuente común. También se denominan máquinas shunt, y en ellas un aumento de la tensión en el inducido hace aumentar la velocidad de la máquina. En este motor cuando se le aplica una carga de manera repentina al eje, la pequeña corriente sin carga que circula por la máquina no es suficiente para producir un par suficiente para soportar la carga y como consecuencia el motor tiende a desacelerar. Lo cual provoca que la tensión disminuya dando como resultado una corriente mayor y también un par más alto. Cuando el par o momento de torsión es igual al par demandado por la carga, la velocidad permanece constante.

Por consiguiente, cuando la carga mecánica se incrementa, la corriente en el inducido se incrementa y la velocidad disminuye. Si se supone que la tensión del motor es constante, no hay casi diferencia del comportamiento entre el motor de excitación independiente y el motor shunt, a menos que se especifique lo contrario, siempre que se describe el comportamiento de un motor en derivación, también incluye el motor de excitación independiente.[15]

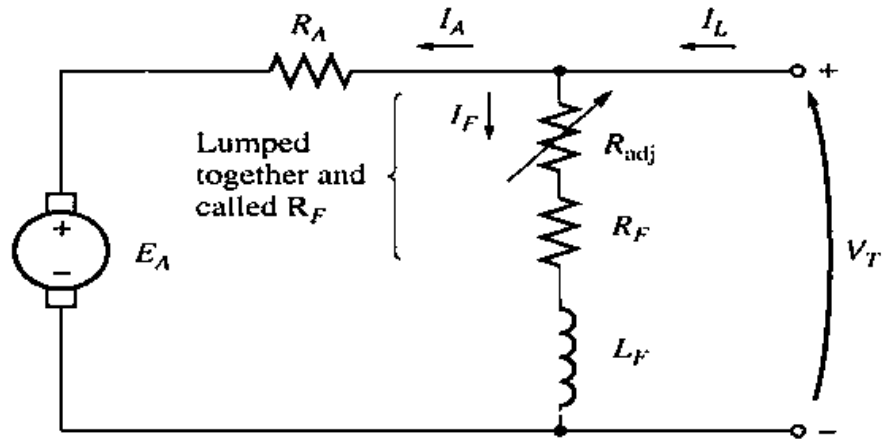


Figura 2.11: Circuito equivalente de un motor CD en derivación.

$$I_F = \frac{V_T}{R_F} \quad (2.6)$$

$$V_T = E_A + I_A R_A \quad (2.7)$$

$$I_L = I_A + I_F \quad (2.8)$$

2.4.4 Motor de corriente directa de imán permanente

Un motor dc de imán permanente es un motor dc cuyos polos están hechos de imanes permanentes. En algunas aplicaciones, los motores dc de imán permanente ofrecen muchos más beneficios que los motores dc en derivación. Puesto que estos motores no requieren circuito de campo externo, no tiene las pérdidas en el cobre del circuito de campo asociadas con los motores dc en derivación. Debido a que no requiere devanado de campo, estos motores pueden ser más pequeños que los correspondientes motores en derivación.

Un motor dc de imán permanente es básicamente la misma máquina que un motor dc en derivación, excepto que el flujo de un motor de imán permanente es fijo. Por tanto, no es posible

controlar la velocidad de un motor de imán permanente variando la corriente o el flujo de campo. Los únicos métodos de control de velocidad disponibles para un motor de imán permanente son los de control de voltaje del inducido y control de la resistencia del inducido.[15]

2.4.5 Motor de corriente directa en serie

Los devanados de campo y estator están conectados en serie y alimentados por una misma fuente de tensión. En este tipo de motores existe la independencia entre el par y la velocidad; son motores en los que, al aumentar la corriente de excitación, se hace disminuir la velocidad, con un aumento del par. [15]

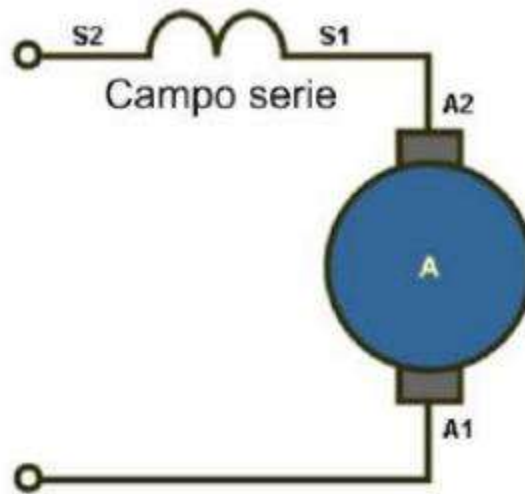


Figura 2.12: Motor de CD en serie.

Los motores serie tiene como característica principal que desarrollan un gran par de arranque, sin embargo, su velocidad varía considerablemente cuando se operan a plena carga y en vacío, llegando incluso a desbocarse si se trabaja sin carga, provocando con ello la destrucción del mismo, de ahí que se sugiere operarlo con carga conectada, aunque esta sea ligera. Por lo tanto, este tipo de motor no se recomienda utilizar cuando se desea tener una velocidad constante ante una variación en la carga. En la siguiente figura se muestra el circuito equivalente para este tipo de motor serie, en la cual se aprecia que, si se aplica la ley de voltajes de Kirchhoff, se obtiene:

$$V_t = E_A + I_A(R_A + R_S) \quad (2.9)$$

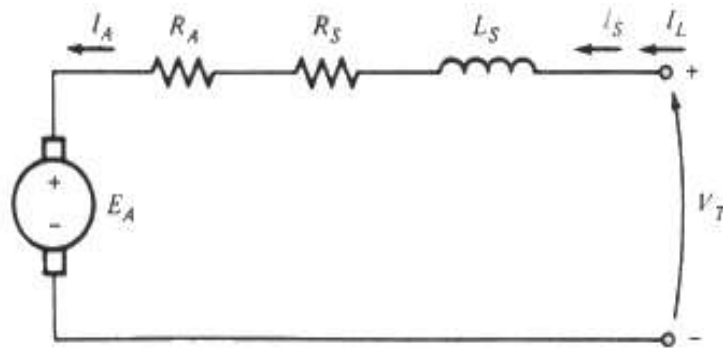


Figura 2.13: Circuito equivalente de un motor CD con excitación serie.

$$I_A = I_L = I_S \quad (2.10)$$

$$V_t = E_A + I_A(R_A + R_S) \quad (2.11)$$

En la Figura 2.14 se presentan las características típicas del par- velocidad y par corriente en un motor serie.

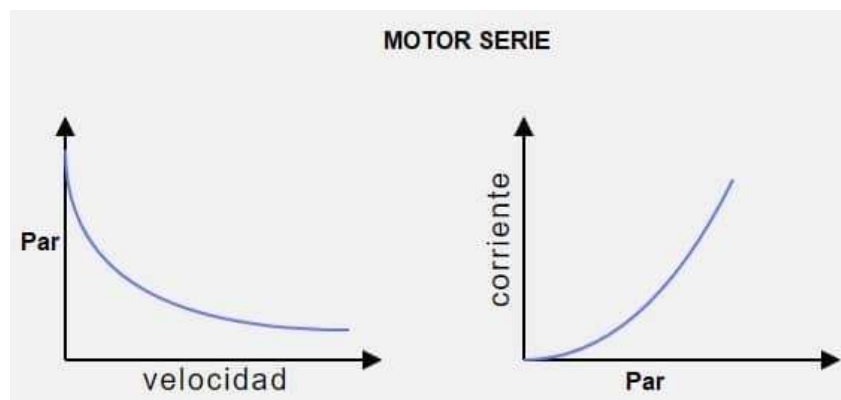


Figura 2.14: Curva característica del par-velocidad y par corriente de un motor serie.[16]

2.4.6 Motor de CD compuesta

Este motor tiene conectada la bobina de campo serie y el devanado de campo shunt con excitación independiente. El devanado serie permite al motor un buen par de arranque mientras el devanado en derivación le permite una buena regulación de velocidad. El devanando de campo serie se puede conectar de forma tal que el flujo producido apoye al flujo producido por la bobina de campo shunt constituyendo lo que se conoce como motor compuesto acumulativo. Cuando el devanado de campo serie produce un flujo que se opone al flujo de la bobina campo shunt, el motor se conoce como motor compuesto diferencial. También es conveniente que este tipo de motor se puede conectar en derivación corta o derivación larga, según donde se conecte la rama en derivación. [15]

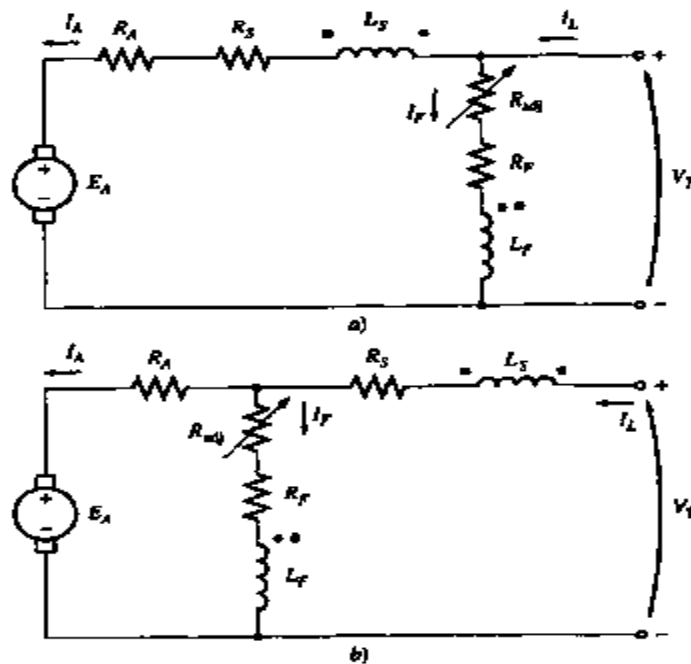


Figura 2.15: Circuito equivalente de los dos motores compuestos.

2.4.7 Partes del motor de CD

El motor de corriente directa está compuesto por dos piezas fundamentales: Rotor y Estator. En estas piezas se distribuyen en otras partes de la siguiente forma:

a) Rotor:

Constituye la parte móvil del motor, proporciona el torque para mover a la carga. Está formado por:

- **Eje:** Formado por barras de acero fresada. Imparte la rotación del núcleo, devanado y al colector.
- **Núcleo:** Se localiza sobre el eje. Fabricado con capas laminadas de acero, su función es proporcionar un trayecto magnético entre los polos para que el flujo magnético del devanado circule. Las laminaciones tienen por objeto reducir las corrientes parasitas en el núcleo. El acero en el núcleo debe ser capaz de mantener bajas las perdidas por histéresis. Este núcleo laminado contiene ranuras a lo largo de su superficie para albergar al devanado de la armadura (bobina).
- **Devanado:** Consta de bobinas aisladas entre sí y entre el núcleo de la armadura. Estas bobinas están alojadas entre las ranuras, y están conectadas eléctricamente con el colector, el cual, debido a su movimiento rotatorio, proporciona un camino de conducción conmutado.
- **Colector:** Denominado también conmutador, está constituido de láminas de material conductor (delgas), separadas entre sí y del centro del eje por un material aislante, para evitar cortocircuito con dichos elementos. El colector se encuentra sobre uno de los extremos del eje del rotor, de modo que gira con este y en contacto con las escobillas. La función del colector es recoger la tensión producida por el devanado del inducido, transmitiéndola al circuito por medio de las escobillas (llamadas también cepillos).[17]

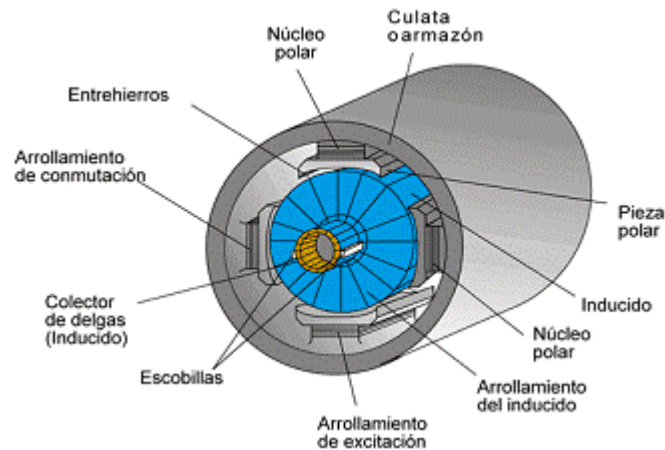


Figura 2.16: Partes del rotor, motor CD.

b) **Estator:** Constituye la parte fija de la máquina. Su función es suministrar el flujo magnético que será usado por el bobinado del rotor para realizar su movimiento giratorio. Está formado por:

- **Armazón:** Denominado también yugo, tiene dos funciones primordiales: servir como soporte y proporcionar una trayectoria de retorno al flujo magnético del rotor y del imán permanente, para completar el circuito magnético.
- **Imán permanente:** Compuesto de material ferromagnético altamente remanente, se encuentra fijado al armazón o carcasa del estator. Su función es proporcionar un campo magnético uniforme al devanado del rotor o armadura, de modo que interactúe con el campo formado por el bobinado, y se origine el movimiento del rotor como resultado de la interacción de estos campos.
- **Escobillas:** Las escobillas están fabricadas de carbón, y poseen una dureza menor que la del colector, para evitar que este se desgaste rápidamente. Se encuentran albergadas por porta escobillas. Ambos, escobillas y porta escobillas, se encuentran en una de las tapas del estator. La función de las escobillas es transmitir la tensión y corriente de la fuente de alimentación hacia el colector y, por consiguiente, al bobinado del rotor. La función del porta escobillas es mantener las escobillas en su posición de contacto firme con los segmentos del colector. Esta función la realiza por medio de resortes, los cuales hacen una

presión moderada sobre las escobillas contra el colector. Esta presión debe mantenerse en un nivel intermedio pues, de ser excesiva, la fricción desgastaría tanto a las escobillas como al colector; por otro lado, de ser mínima esta presión, no se producirá un contacto, y aparecerán chispas entre las escobillas y el colector.[17]



Figura 2.17 Partes del estator, motor CD.

2.4.8 Principio del funcionamiento del motor de CD

Según la ley de Lorentz, cuando un conductor por el que pasa una corriente eléctrica se sumerge en un campo magnético, el conductor sufre una fuerza perpendicular al plano formado por el campo magnético y la corriente, siguiendo la regla de la mano derecha, con módulo.[19]

$$F = (B)(l)(I) \quad (2.12)$$

Dónde:

F: Fuerza en Newton.

I: Intensidad que recorre el conductor en amperios.

L: Longitud del conductor en metros.

B: densidad de campo magnético o densidad de flujo tesla.

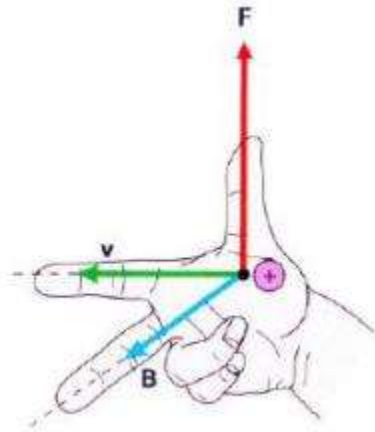


Figura 2.18: Regla de la mano derecha.

El funcionamiento de un motor de corriente directa se basa en la interacción entre el campo magnético del imán permanente y el generador de las bobinas, ya sea una atracción o una repulsión hacen que el eje del motor comience su movimiento.[19]

Cuando una bobina es recorrida por la corriente eléctrica, esta genera un campo magnético que tiene una orientación, es decir dos polos, un NORTE y un SUR. Si el núcleo de la bobina es de un ferromagnético los polos en este material se verían así:

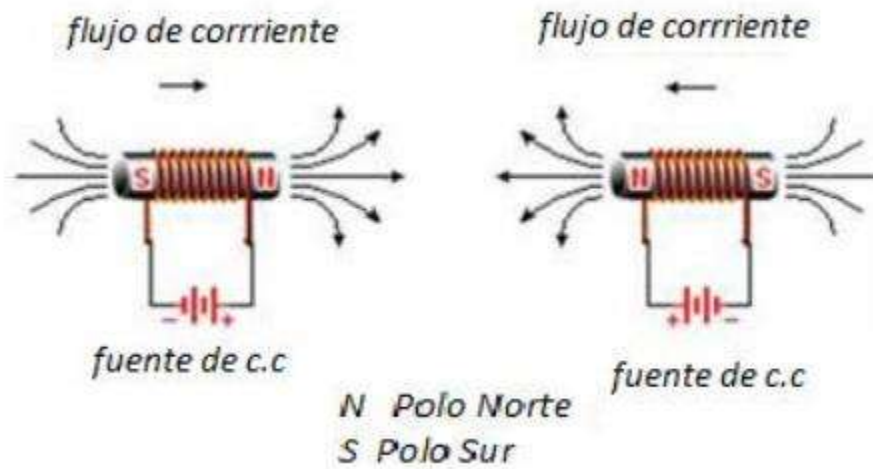


Figura 2.19: Flujo de corriente continua en una bobina.

Los polos pueden ser invertidos fácilmente con solo cambiar la polaridad de la bobina, por otro lado, al núcleo de las bobinas las convierte en un electroimán, polos opuestos se atraen y cargas del mismo signo o polos del mismo signo se repelen, esto hace que el eje del motor gire produciendo un determinado torque.[19]



Figura 2.20: Atracción - repulsión de polos, torque del motor.

Los motores de corriente directa disponen de dos bornes que se conectan a la fuente de alimentación y según la forma de conexión el motor gira en un sentido u otro.

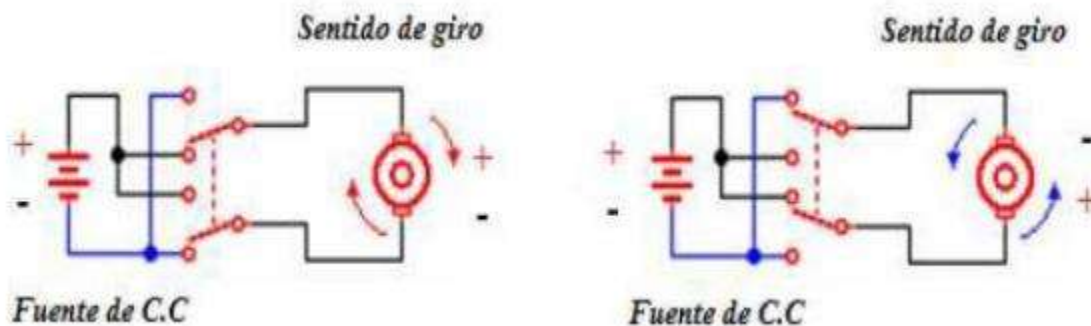


Figura 2.21: Sentido de giro de un motor de corriente directa.

2.4.9 Ventajas y aplicaciones de los motores CD

a) Ventajas:

Aunque el precio de un motor de corriente continua es considerablemente mayor que el de un motor de inducción de igual potencia, existe una tendencia creciente a emplear motores de corriente continua en aplicaciones especiales.

La gran variedad de la velocidad, junto con su fácil control y la gran flexibilidad de las características par-velocidad del motor de corriente continua, han hecho que en los últimos años se

emplee este cada vez más con máquinas de velocidad variable en las que se necesite amplio margen de velocidad y control fino de las mismas.

Existe un creciente número de procesos industriales que requieren una exactitud en su control o una gama de velocidades que no se puede conseguir con motores de corriente alterna. El motor de corriente continua mantiene un rendimiento alto en un amplio margen de velocidades, lo que junto con su alta capacidad de sobrecarga lo hace más apropiado que el de corriente alterna para muchas aplicaciones.

Los motores de corriente continua empleados en juguetes suelen ser del tipo de imán permanente, proporcionan potencias desde algunos vatios a cientos de vatios. Los empleados en giradiscos, unidades lectoras de CD y muchos discos de almacenamiento magnético son motores en los que el rotor es de imán fijo y sin escobillas. En estos casos el inductor, está formado por un juego de bobinas fijas, y un circuito electrónico que cambia el sentido de la corriente a cada una de las bobinas para adecuarse al giro del rotor. Este tipo de motores proporciona un buen par de arranque y un eficiente control de la velocidad.

Una última ventaja es la facilidad de inversión de marcha de los motores grandes con cargas de gran inercia, al mismo tiempo que devuelven energía a la línea actuando como generador, lo que ocasiona el frenado y la reducción de velocidad.

b) Principales aplicaciones del motor de CD:

Los motores DC son máquinas con diversas aplicaciones principalmente en el sector industrial entre las cuales encontramos:

- industria de papel. Además de una multitud de máquinas que trabajan a velocidad constante y por lo tanto se equipan con motores de corriente continua, existen accionamientos que exigen par constante en un amplio margen de velocidades.
- Trenes de laminación reversibles. Los motores deben de soportar una alta carga normalmente se utilizan varios motores que se acoplan en grupos de dos o tres.

- Trenes konti. Son trenes de laminación en caliente con varios bastidores. En cada uno se va reduciendo más la sección y la velocidad es cada vez mayor.
- Otras aplicaciones son las maquinas herramientas, maquinas extractoras, elevadores, ferrocarriles.
- Los motores desmontables para papeleras, trefiladoras, control de tensión en máquinas bobinadoras, velocidad constante de corte en tornos grandes.
- El motor de corriente continua se en grúas que requieran precisión de movimiento con carga variable (cosa casi imposible de conseguir con motores de corriente alterna).[19]

Capítulo 3

MODELO EN ESPACIO DE ESTADO DEL MOTOR DE CD

3.1 Modelo en espacio de estado del motor de CD

Los elementos más importantes de los motores de CD que vienen representados en la siguiente figura:

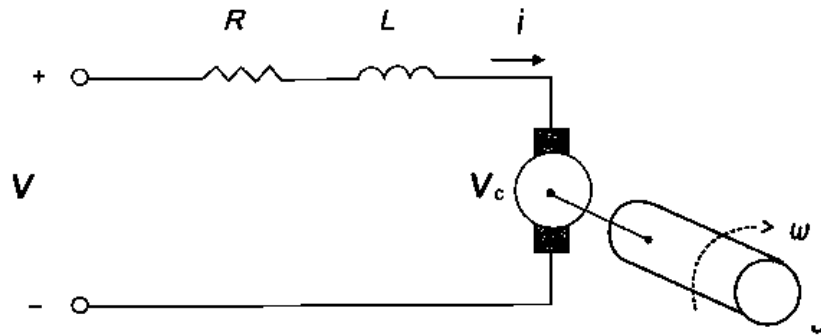


Figura 3.1: Modelo de un motor de CD.

La armadura del motor DC se modela como si tuviera una resistencia constante R en serie con una inductancia constante L que representa la inductancia de la bobina de la armadura, y una fuente de alimentación V que representa la tensión generada en la armadura.[20]

La primera ecuación se realiza haciendo un análisis de la malla del circuito:

$$v(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + E_a(t) \quad (3.1)$$

$$L \frac{di(t)}{dt} = v(t) - Ri(t) - E_a(t) \quad (3.2)$$

Donde $E_a(t)$ (Fuerza contraelectromotriz (volts)) es una tensión generada que resulta cuando los conductores de la armadura se mueven a través del flujo de campo establecido por la corriente del campo i_f .

Naturalmente, no toda potencia mecánica desarrollada en el rotor se entrega a la carga mecánica conectado al eje del motor de CD.

Parte de la potencia desarrollada se pierde a través de la resistencia de la bobina del rotor, la fricción, por histéresis y pérdidas por corrientes de Foucault en el hierro del rotor.

Desde aquí las pérdidas por fricción y parte de la energía desarrollada es almacenada como energía cinética en la masa girante del rotor. La ecuación de la sección mecánica viene dada por el modelo.

$$T_m(t) = J \frac{dw(t)}{dt} + Bw(t)$$

$$J \frac{dw(t)}{dt} = T_m(t) - Bw(t) \quad (3.3)$$

$T_m(t)$ es el torque mecánico es proporcional a la corriente eléctrica es el coeficiente de fricción equivalente al motor de CD (corriente continua).

Donde $w(t)$ es el momento de inercia total del rotor y de la carga con relación al eje del motor, $w(t)$ es la velocidad angular del motor y $\frac{dw(t)}{dt}$ es la aceleración angular.

Para poder lograr la interacción entre las ecuaciones anteriores se proponen las siguientes relaciones que asumen que existe una relación proporcional, K_a (Constante contraelectromotriz [V/rad s]), entre el voltaje inducido en la armadura y la velocidad angular del eje del motor.

$$E_a(t) = K_a \omega(t) \quad (3.4)$$

Se supone la siguiente relación electromecánica que establece que el torque mecánico es proporcional, k_m (Constante de Torque [$\frac{Nm}{A}$]), a la corriente eléctrica que circula por el motor DC.

$$T_m(t) = K_m i(t) \quad (3.5)$$

3.2 Funciones de transferencia del motor de CD

Comenzamos aplicando transformada de Laplace a las ecuaciones (3.1) a (3.5).

$$Ls i(s) = v(s) - R i(s) - E_a(s) \quad (3.5)$$

$$J s \omega(s) = T_m(s) - B \omega(s) \quad (3.6)$$

$$E_a(s) = K_a \omega(s) \quad (3.7)$$

$$T_m(s) = K_m i(s) \quad (3.8)$$

Se sustituye la Ecuación (3.7) y Ecuación (3.8) en la ecuación (3.5).

$$L s \frac{T_m(s)}{K_m} = v(s) - R \frac{T_m(s)}{K_m} - K_a \omega(s)$$

$$v(s) = \frac{(R + L s) T_m(s)}{K_m} + K_a \omega(s) \quad (3.9)$$

De la Ecuación 6, se puede obtener la velocidad angular:

$$\omega(s) = \frac{T_m(s)}{J s + B} \quad (3.10)$$

Sustituyendo Ecuación (3.10) en Ecuación (3.9).

$$v(s) = \frac{(R + L s) T_m(s)}{K_m} + K_a \frac{T_m(s)}{J s + B}$$

$$v(s) = \left(\frac{(R+Ls)}{K_m} + \frac{K_a}{j_s+B} \right) T_m(s)$$

$$v(s) = \frac{(R+Ls)(j_s+B) + K_a K_m}{K_m(j_s+B)} T_m(s) \quad (3.11)$$

De esta forma podemos obtener la función de transferencia que relaciona la salida (torque) del motor de CD con la entrada (voltaje).

$$\frac{T_m(s)}{v(s)} = \frac{K_m(Js + B)}{LJs^2 + (RJ + LB)s + RB + K_m K_a}$$

Se observa que el motor posee diferentes salidas como puede apreciarse en el siguiente diagrama de bloques del motor DC.

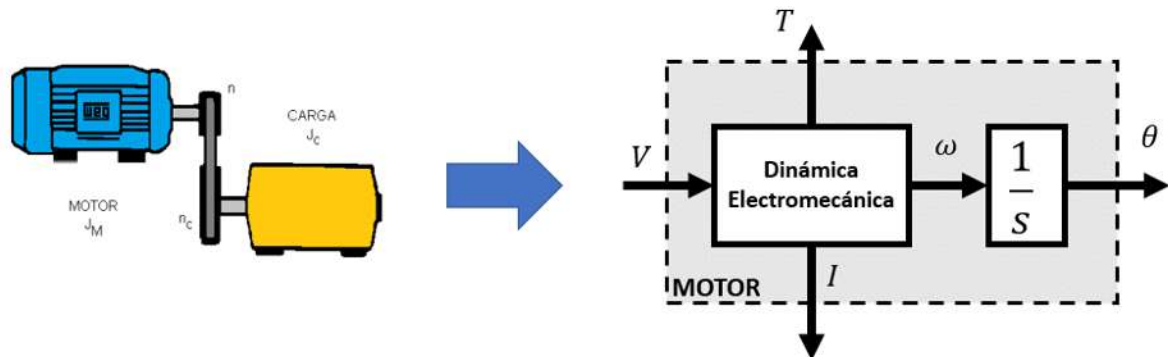


Figura 3.2: Salidas de un motor de CD.

De la misma forma, se pueden usar las ecuaciones para obtener la función de transferencia que relacionen cualquier salida con la entrada que es voltaje.

Función de transferencia de la fuerza contraelectromotriz con relación al voltaje:

$$\frac{E_a(s)}{v(s)} = \frac{K_m K_a}{LJs^2 + (RJ + LB)s + RB + K_m K_a}$$

Función de transferencia de la corriente de armadura con relación al voltaje:

$$\frac{i(s)}{v(s)} = \frac{Js + B}{LJs^2 + (RJ + LB)s + RB + K_m K_a}$$

Función de transferencia de la velocidad angular con relación al voltaje:

$$\frac{w(s)}{v(s)} = \frac{K_m}{LJs^2 + (RJ + LB)s + RB + K_m K_a}$$

Por otro lado, si estamos interesados en conocer la posición del motor de corriente directa DC, basta simplemente con integrar la velocidad angular, en otras palabras, simplemente colocamos un integrador a la función de transferencia anterior. Por lo tanto, la ecuación que representa la posición del Motor DC.

$$\frac{\theta(s)}{v(s)} = \frac{K_m}{LJs^2 + (RJ + LB)s + RB + K_m K_a}$$

3.3 Modelo en espacio de estado

Una vez que se obtienen las funciones de transferencia del motor de CD, el siguiente paso es representar el sistema en espacio de estados, utilizando las ecuaciones (3.1) a (3.4):

$$x_1 = i$$

$$\dot{x}_1 = \frac{di}{dt}$$

$$x_2 = w$$

$$\dot{x}_2 = \frac{dw}{dt}$$

Reescribiendo las ecuaciones (3.1) a (3.4) usando las definiciones del espacio de estado, se tiene:

$$\dot{x}_1 = -\frac{R}{L}x_1 - \frac{K_a}{L}x_2 + \frac{1}{L}v$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{B}{J}x_2 + \frac{K_m}{J}x_1 + v$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{K_a}{L} \\ \frac{K_m}{J} & -\frac{B}{J} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \frac{1}{L} v_a$$

3.4 Implementación en 20 sim del motor de CD

20 sim es un paquete de software de modelado y simulación para sistemas mecatrónicos. Con 20 sim puede ingresar modelos gráficamente, similar a dibujar un esquema de ingeniería. Con estos modelos puede simular y analizar el comportamiento de sistemas dinámicos multidominio y crear sistemas de control. Incluso puede generar código C y ejecutar este código en hardware para una rápida creación de prototipos y simulación HIL. [21]

20-sim te proporciona funciones que te permiten crear modelos de forma muy rápida e intuitiva. Puede crear modelos utilizando ecuaciones, diagramas de bloques y gráficos de enlaces. Varias funciones le ayudan a crear sus modelos, simularlos y analizar su rendimiento.

Para realizar la simulación del motor de corriente continua se utilizó el software de 20sim, donde se realiza la correcta simulación del circuito, donde considera el modelo en espacio de estado.

- Momento de inercia del rotor:

$$J=1 \text{ Kg.m}^2$$

- Constante de fricción viscosa del motor:

$$B=5 \text{ N.m.s}$$

- Constante de la fuerza electromotriz:

$$K_a=2 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

- Constante del par del motor:

$$K_m = 2 \frac{N.m}{A}$$

- Sustituyendo valores entonces el sistema en espacio de estado queda de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 0.02 & -10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 100 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$u = [G_1 \ G_2] + v$$

- Se obtienen las constantes G1 y G2

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10 + 100G_1 & -20 + 100G_2 \\ 0.0625 + G_1 & -0.4687 + G_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + v$$

- Se obtiene el determinante de la matriz A

$$SI = \begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -10 + 100G_1 & -20 + 100G_2 \\ 0.0625 + G_1 & -0.4687 + G_2 \end{bmatrix}$$

$$SI = \begin{bmatrix} s - 100G_1 + 10 & -20 - 100G_2 \\ -0.0625 - G_1 & s - G_2 + 0.4687 \end{bmatrix}$$

- Determinante de SI

$$s^2 + (104687s)/10000 - (65G_2)/4 - (2687G_1)/100 - 100G_1s - G_2s + 5937/1000$$

- Se Proponen los polos cuidando que estén dentro de la parte negativa del plano y así el sistema sea estable

$$(s+2)(s+2) = s^2 + 4s + 4$$

- Igualamos términos

$$-100G_1 - G_2 + 10.4687 = 4$$

$$-100G_1 - G_2 = -6.468$$

$$-26G_1 - 16.25G_2 = -1.9387$$

- Resolviendo el sistema de ecuaciones para encontrar las ganancias.

$$G_1 = 0.074$$

$$G_2 = 0.0043$$

- Sustituyendo los valores obtenidos en la matriz

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1.85 & -0.8505 \\ 0.094 & -9.9956 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$y = [1 \ 0]$$

- Se procede con la simulación, donde la entrada es constante, en lo cual se observa (Ver Figura 3.3), se obtiene la salida que sigue a la entrada, observando que el sistema es estable.

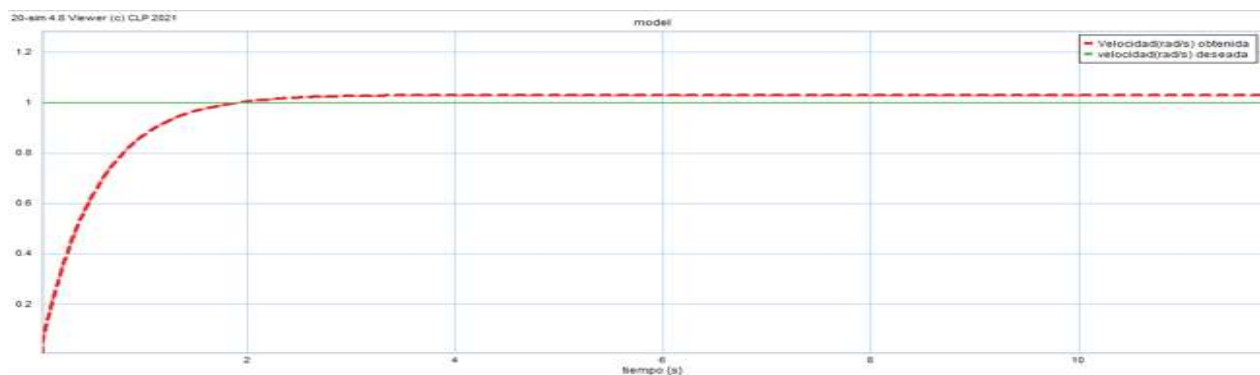


Figura 3.3: Gráfica que se obtiene al aplicar ecuaciones en espacio de estado.

Capítulo 4

CONTROL DE SEGUIMIENTO

La mayoría de los métodos que se han desarrollado para el diseño de controladores para sistemas lineales multivariantes de tiempo continuo se refieren esencialmente con el diseño de reguladores más que con el diseño de sistemas de seguimiento. Sin embargo, los trabajos recientes de **Johnson** (1968, 1970, 1971, 1972), **Kreindler**, (1969 a, b), **Bhattacharyya** y **Pearson** (1970, 1972), **Rarnaswani** y **Ramar** (1970), **Davison** y **Smith** (1971), **Porter** (1971), **Athans** (1971), **Davison** (1972), **Young** y **Willems** (1972), **Hosoe** e **Ito** (1972), **Bhattacharyya et al.** (1972), **Wonham** (1973), **Hosoe et al.** (1973), **Grasselli** y **Nicolo** (1973) y **Wonham** y **Pearson** (1974), es prueba de un creciente interés en el diseño de sistemas de seguimiento. De hecho, se considera que algunos sistemas de seguimiento que se han desarrollado recientemente son innecesariamente potentes para una variedad de aplicaciones prácticas que merecen la pena y, además, es probable que impliquen una inversión considerable de esfuerzo en el desarrollo de nuevos algoritmos de diseño (véase, por ejemplo, **Buddrus** (1971)) que requieren una profunda comprensión de conceptos geométricos como el de subespacio de controlabilidad máxima (**Wonham** y **Morse**, 1970). En consecuencia, el propósito de esta tesis es desarrollar una base matricial sencilla para el diseño de una clase muy importante de sistemas de seguimiento que, sin embargo, pueden ser considerados como versiones generalizadas de los clásicos servomecanismos de tiempo continuo de una entrada y una salida.[7]

4.1 Ecuaciones matriciales

Los sistemas de seguimiento consisten en una planta multivariable lineal de enésimo orden controlable gobernada por ecuaciones de estado y de salida de las formas respectivas.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{Ax}(t) + \mathbf{Bu}(t) \quad (4.1)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{Cx}(t) \quad (4.2)$$

Junto con un controlador que debe hacer que el vector de salida $[p \times 1]$ $y(t)$ de la planta siga un vector de entrada $[p \times 1]$ $v(t)$ en los sentidos que:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \{v(t) - y(t)\} = 0 \quad (4.3)$$

para entradas polinomiales:

$$\frac{d^r v(t)}{dt^r} = 0 \quad (4.4)$$

La primera etapa en el diseño del controlador implica la introducción de un comparador vectorial y una serie de r integradores para generar los r vectores definidos por las ecuaciones

$$\left. \begin{aligned} \dot{w}_1(t) &= v(t) - y(t) \\ \dot{w}_2(t) &= w_1(t) \\ \dot{w}_3(t) &= w_2(t) \\ &\vdots \\ \dot{w}_r(t) &= w_{r-1}(t) \end{aligned} \right\} \quad (4.5)$$

De las ecuaciones (4.1), (4.2) y (4.5) se obtiene que el seguimiento en lazo abierto se rige por una ecuación de estado de la forma:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{w}_1(t) \\ \dot{w}_2(t) \\ \vdots \\ \dot{w}_{r-1}(t) \\ \dot{w}_r(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -C & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & I & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & I & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ w_1(t) \\ w_2(t) \\ \vdots \\ w_{r-1}(t) \\ w_r(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ I \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} v(t) \quad (4.6)$$

La segunda etapa en el diseño del controlador implica la introducción de $(r + 1)$ en retroalimentación vectorial con el fin de generar el vector de entrada $[m \times 1]$ del sistema, $u(t)$ de acuerdo con la ecuación de la ley de control.

$$u(t) = Kx(t) + k_1 z_1(t) + k_2 z_2(t) + \dots + k_r z_r(t) \quad (4.7)$$

donde K es una matriz $[m \times n]$, $k_j (j = 1, 2, \dots, r)$ son matrices $[m \times p]$ y $m < n$. Por lo tanto, es evidente a partir de las ecuaciones (4.6) y (4.7) donde el sistema de seguimiento en lazo cerrado se rige por una ecuación de la siguiente forma.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{w}_1(t) \\ \dot{w}_2(t) \\ \vdots \\ \dot{w}_{r-1}(t) \\ \dot{w}_r(t) \end{bmatrix} = A_T^{CL} \begin{bmatrix} x(t) \\ w_1(t) \\ w_2(t) \\ \vdots \\ w_{r-1}(t) \\ w_r(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ I \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} v(t) \quad (4.8)$$

$$A_T^{CL} = \begin{bmatrix} A + BK & BK_1 & \cdots & BK_{r-1} & BK_r \\ -C & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & I & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & I & 0 \end{bmatrix}$$

Ahora diferenciando la ecuación (4.8) (r - 1) veces implica que, para entradas del sistema de la forma

$$V(t) = \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 t + \alpha_2 t^2 + \cdots + \alpha_{r-1} t^{r-1} \quad (4.9)$$

el sistema de seguimiento en lazo cerrado se comportará de manera que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{d^r z(r)}{dt^r} = 0 \quad (4.10)$$

Por tanto, se observa que la ecuación, (4.5) y la ecuación (4.3) se cumplirá si la ley de control de la ecuación (4.7) se sintetiza de tal manera que todos los valores propios de la matriz de planta del sistema de seguimiento en lazo cerrado gobernado por la ecuación (4.8).

$$\text{rango } \Gamma = n + rp \quad (4.11)$$

donde la matriz de controlabilidad [(n + rp) x m(a + rp)] viene dada por:

$$\Gamma = \begin{bmatrix} B & AB & A^2 B & A^3 B & \cdots & A^g B \\ 0 & -CB & -CAB & -CA^2 B & \cdots & -CA^{g-1} B \\ 0 & 0 & -CB & -CAB & \cdots & -CA^{g-2} B \\ 0 & 0 & 0 & -CB & \cdots & -CA^{g-3} B \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & -CA^{g-r-1} B \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

Para conocer la matriz de controlabilidad Γ el siguiente teorema se puede utilizar el sistema dinámico (4.8) es controlable si y sólo si las se cumplen las siguientes condiciones:

- i) La matriz $[B \ AB \dots A^{n-1}B]$ es de rango completo.
- ii) La matriz $\begin{bmatrix} A & B \\ -C & 0 \end{bmatrix}$ debe de ser de rango completo.

4.2 Diseño del controlador

A continuación, se presenta un ejemplo ilustrativo de un controlador que hará que la salida de la planta sea controlable y de segundo orden y quedará gobernada por las respectivas ecuaciones de estado y de salida.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y = [2 \ 1]x$$

La representación del sistema de control de seguimiento está dada por las ecuaciones desarrolladas corresponde con la ecuación (4.6):

Ejemplo 1

- En este ejemplo se tiene un valor de entrada del sistema.

$$v(t) = A + Bt$$

- Se procede a derivar $v(t)$ las veces que sean necesarias hasta que $\frac{d^r v(t)}{dt^r} = 0$.

$$\frac{dv(t)}{dt} = B$$

$$\frac{d^2 v(t)}{dt^2} = 0$$

- El valor de la entrada se derivó dos veces, entonces tenemos que $r=2$.
- El sistema en lazo abierto queda representado de la siguiente manera.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{w}_1 \\ \dot{w}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 2 & 0 & 0 \\ 3 & 5 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} v(t)$$

- Donde $v(t)$ representa la salida deseada, y es la entrada del sistema.

$$u = [G_1 \ G_2] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + [k_1 \ k_2] \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

- Al sustituir la ecuación en la Matriz de control de seguimiento.

Obtenemos el determinante de nuestro sistema de seguimiento, quedando de la siguiente forma:

$$|SI-A| = \begin{vmatrix} s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s \end{vmatrix} - \begin{bmatrix} -4 + 2G_1 & 2 + 2G_2 & 2k_1 & 2k_2 \\ 3 + G_1 & 5 + G_2 & K_1 & K_2 \\ -1 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$SI - A = \begin{bmatrix} s - 2G_1 + 4 & -2G_2 - 2 & -2k_1 & -2k_2 \\ -G_1 - 3 & s - G_2 - 5 & -K_1 & -K_2 \\ 1 & 2 & s & 0 \\ 0 & 0 & -1 & s \end{bmatrix}$$

- Se calcula el determinante de la matriz $SI-A$

$$12k_2 + 12k_1s + 4k_2s + 8G_1s^2 - 2G_1s^3 - 10G_2s^2 - G_2s^3 + 4k_1s^2 - 26s^2 - s^3 + s^4$$

- El resultado se iguala con el polinomio de la reubicación de los polos que se desea. En este caso los polos tendrán la siguiente ubicación $[-2, -3, -4, -5]$, se eligió esta ubicación ya que mientras más alejados estén del origen, más rápido será la estimación de las variables, razón por la que es conveniente esta ubicación.

$$(s+2)(s+3)(s+4)(s+5) = s^4 + 14s^3 + 71s^2 + 154s + 120$$

$$-2G_1 - G_2 = 15 \quad (4.14)$$

$$8G_1 - 10G_2 + 4k_1 = 7 \quad (4.15)$$

$$12k_1 + 4k_2 = 154 \quad (4.16)$$

$$12k_2 = 120 \quad (4.17)$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones, se encontraron las ganancias que hacen estable el sistema de control de seguimiento.

$$G_1 = -3.25$$

$$G_2 = -8.5$$

$$K_1 = 9$$

$$K_2 = 10$$

Finalmente, el sistema en lazo cerrado está dado por:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{w}_1 \\ \dot{w}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 2 & 0 & 0 \\ 3 & 5 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} v(t)$$

$$u = -3.25x_1 - 8.5x_2 + 9.5w_1 + 10w_2$$

$$y = [1 \quad 2]x$$

Ejemplo 2: se tiene el siguiente valor de entrada del sistema.

$$v(t) = A + Bt^2$$

- Se deriva el valor de entrada las veces que sean necesarias hasta que $\frac{d^r v(t)}{dt^r} = 0$.

$$\frac{dv(t)}{dt} = 2Bt$$

$$\frac{d^2v(t)}{d^2t} = 2B$$

$$\frac{d^3v(t)}{d^3t} = 0$$

- El valor de la entrada se derivó tres veces, entonces tenemos que $r=3$.
- El sistema en lazo abierto queda representado de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{w}_1 \\ \dot{w}_2 \\ \dot{w}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} v(t)$$

- Sustituyendo la ecuación (4.13) en la Matriz de control de seguimiento

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{w}_1 \\ \dot{w}_2 \\ \dot{w}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 + 2G_1 & 2 + 2G_2 & 2k_1 & 2k_2 & 2k_3 \\ 3 + G_1 & 5 + G_2 & k_1 & k_2 & k_3 \\ -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} v$$

- Se obtiene el determinante de la matriz seguimiento

$$SI-A = \begin{bmatrix} s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -4 + 2G_1 & 2 + 2G_2 & 2k_1 & 2k_2 & 2k_3 \\ 3 + G_1 & 5 + G_2 & k_1 & k_2 & k_3 \\ -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$12k_3 + 12k_2s + 4k_3s + 8G_1s^3 - 2G_1s^4 - 10G_2s^3 - G_2s^4 + 12k_1s^2 + 4k_1s^3 + 4k_2s^2 - 26s^3 - s^4 + s^5$$

- Se proponen los polos convenientes para que el sistema sea estable

$$(s + 2)^2(s + 1)^2(s + 3) = s^5 + 9s^4 + 31s^3 + 51s^2 + 50s + 12$$

$$8G_1 - 10G_2 + 4k_1 = 15 \quad (4.18)$$

$$-2G_1 - G_2 = 10 \quad (4.19)$$

$$12k_1 + 4k_2 = 51 \quad (4.20)$$

$$12k_2 + 4k_3 = 40 \quad (4.21)$$

$$12k_3 = 12 \quad (4.22)$$

- Resolviendo el sistema de ecuaciones

$$G_1 = -2$$

$$G_2 = -6$$

$$k_1 = 3.25$$

$$k_2 = 3$$

$$k_3 = 1$$

Se obtiene el sistema en lazo cerrado la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{w}_1 \\ \dot{w}_2 \\ \dot{w}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} v$$

$$u = -82x_1 - 6x_2 + 3.25w_1 + 3w_2 + w_3$$

$$y = [1 \ 2]x$$

Ya con la matriz de seguimiento en su estado estable, en la siguiente, sección se llevará a cabo las simulaciones del sistema y verificación del diseño. Para lo cual se ocupará el programa computacional 20sim.

4.3 Simulación de un sistema de seguimiento

Ya con el diseño que se ha hecho previamente se procede a simular los resultados, esto se realiza con el programa computacional 20sim. Esta verificación es de gran utilidad ya que muestra cómo responde el sistema. Mostrándonos si hay algún error, o si el sistema de control no cumple con su propósito. Esto se realizará en bloques y en una interfaz de programación donde se retroalimenta directamente los estados con las ganancias de la matriz G y k.

En la Figura (4.1) colocamos un bloque de entrada constante conectado a un bloque submodel1, en este bloque ira el programa de los ejemplos que se resolvieron previamente, podremos observar la respuesta del sistema y, resultando el error mínimo. Lo cual satisface las necesidades de nuestro diseño al estabilizarlo y alcanzar dicho tiempo de establecimiento.

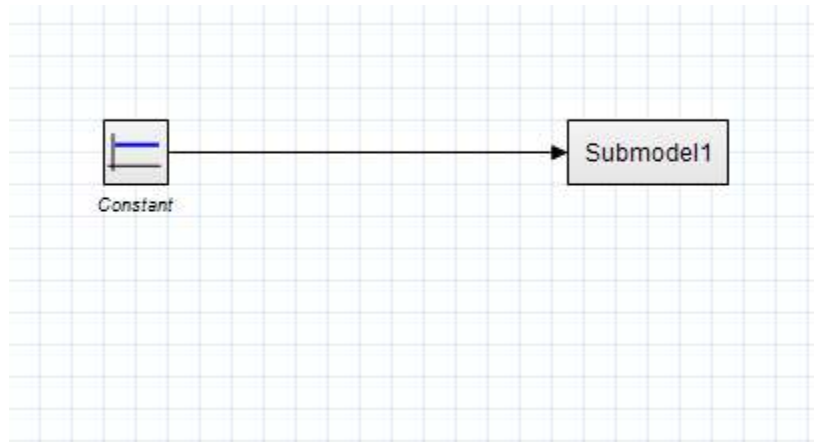


Figura 4.1: Bloque de entrada conectado al bloque del sistema.

- Sistema de seguimiento con $r=2$ a simular.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{w}_1 \\ \dot{w}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 2 & 0 & 0 \\ 3 & 5 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} v$$

$$u = -3.25x_1 - 8.5x_2 + 9.5w_1 + 10w_2$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix} x$$

Para empezar a utilizar 20sim se ejecutan las siguientes opciones, se muestran en la figura 4.2 y se selecciona la opción de Equation Submodel.

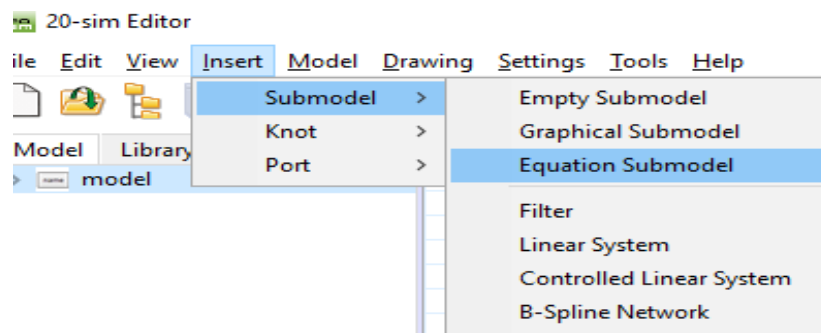


Figura 4.2: Bloque programable del software 20 sim.

Ahora se introduce en el editor de texto de 20 sim el siguiente código del ejemplo 1:

variables

real x1, x2, w1, w2, dx1, dx2, dw1, dw2, y,u;

equations

dx1=-4*x1+2*x2+2*u;

dx2=3*x1+5*x2+u;

dw1=-x1-2*x2+v;

dw2=w1;

x1=int(dx1,0);

x2=int(dx2,0);

w1=int(dw1,0);

w2=int(dw2,0);

u=-3.25*x1-8.5*x2+9.5*w1+10*w2;

y=x1+2*x2;

Para el ejemplo 2 se introduce otro bloque submodel para agregar el código del ejemplo 2.

- Sistema de seguimiento con $r=3$ a simular.

- $$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{w}_1 \\ \dot{w}_2 \\ \dot{w}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} v$$

- $u = -82x_1 - 6x_2 + 3.25w_1 + 3w_2 + w_3$
- $y = [1 \ 2]x$

se vuelve a introducir en el editor de texto de 20sim el siguiente código, pero ahora para el ejemplo 2.

variables

```
real x1, x2, w1, w2,w3, dx1, dx2, dw1, dw2,dw3, y,u;
```

equations

```
dx1=-4*x1+2*x2+2*u;
```

```
dx2=3*x1+5*x2+u;
```

```
dw1=-x1-2*x2+v;
```

```
dw2=w1;
```

```
dw3=w2;
```

```
x1=int(dx1,0);
```

```
x2=int(dx2,0);
```

```
w1=int(dw1,0);
```

```
w2=int(dw2,0);
```

```
w3=int(dw3,0);
```

```
u=-2*x1-6*x2+3*w1+3*w2+w3;
```

```
y=x1+2*x2;
```

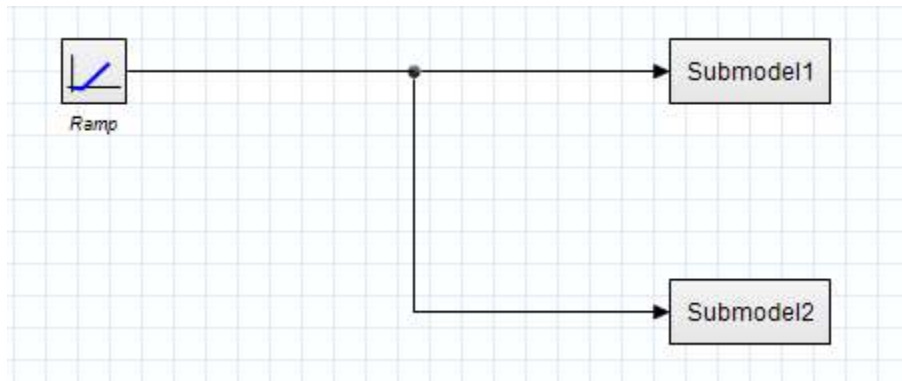


Figura 4.3: Diagrama de bloques de dos sistemas de seguimiento.

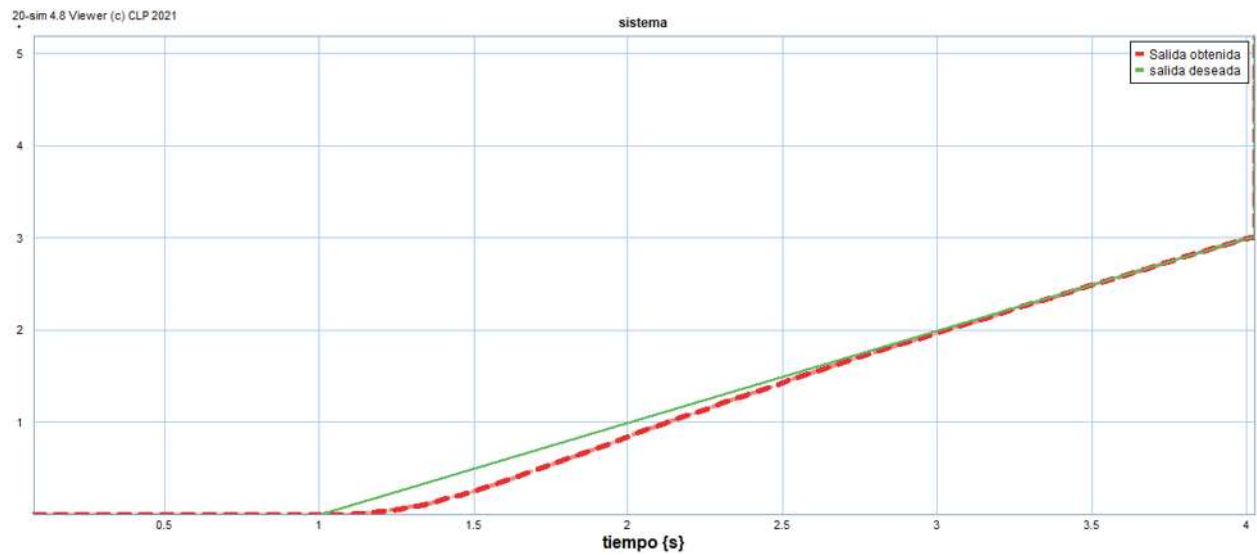


Figura 4.4: Gráfica del sistema de seguimiento con $r=2$.

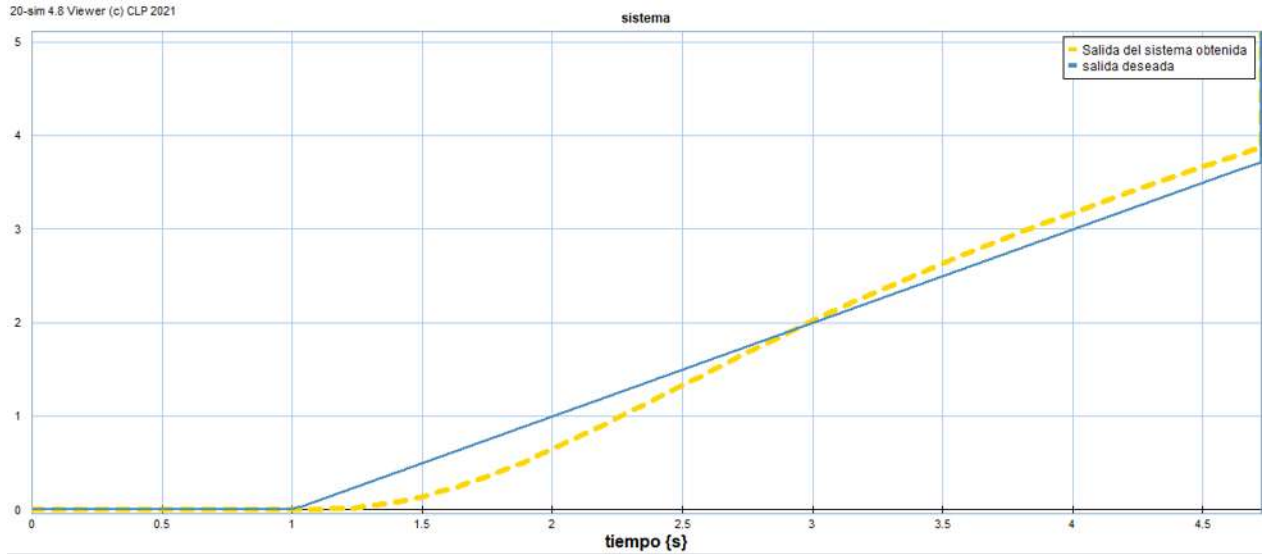


Figura 4.5: Gráfica del sistema de seguimiento con $r=3$.

En la Figuras (4.4) y (4.5), se muestra la comparación de la salida del sistema, comparándola con la señal deseada y observamos que la trayectoria de la señal de salida sigue la señal deseada. Con lo cual decimos que tenemos una buena estimación en la simulación.

4.4 Control de un motor de CD con sistema de seguimiento continuo

El objetivo principal de este capítulo es obtener un modelo de un motor de CD que sea útil para realizar el diseño e implementación de un sistema de control de seguimiento realimentado.

En el Capítulo 3 se estudiaron las ecuaciones electromecánicas de un motor DC hasta la obtención de su función de transferencia y en espacio de estados.

En el Capítulo 4 se describe el procedimiento para modelar un motor DC mediante las ecuaciones del sistema continuo.

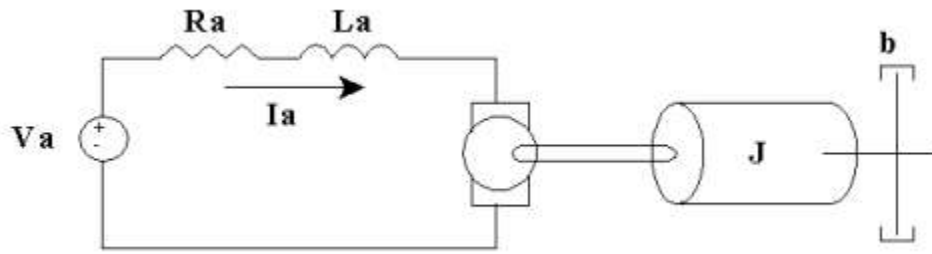


Figura 4.6: Esquema de un motor de Corriente Directa.

- $R_a = 0.1 \quad \Omega$
- $L_a = 0.01 \quad H$
- $N = 0.2 \quad N^*(\frac{m}{A})$
- $B = 1.5 \quad N^*m^*s$
- $J = 3.2 \quad Kg^*m^2$

Del siguiente circuito simular corriente i y velocidad w con el método de seguimiento continuo.

$$\begin{bmatrix} \frac{di}{dt} \\ \frac{dw}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-R_a}{L_a} & \frac{-n}{L_a} \\ \frac{n}{j} & \frac{-b}{j} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_a} \\ 0 \end{bmatrix} v_a$$

- Sustituyendo los valores se obtiene el modelo en espacio de estado numérico.

$$\begin{bmatrix} \frac{di}{dt} \\ \frac{dw}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10 & 20 \\ 0.0625 & -0.4687 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 100 \\ 0 \end{bmatrix} v_a$$

- V_a : es la salida que se desea tener del sistema continuo.
- i_a representa la corriente.
- w representa la velocidad.

$$A = \begin{bmatrix} -10 & 20 \\ 0.0625 & -0.4687 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ia \\ w \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Ia \\ w \end{bmatrix}$$

utilizando la ecuación (4.6) obtenemos nuestro modelo del sistema a simular.

$$\begin{bmatrix} \frac{di}{dt} \\ \frac{dw}{dt} \\ \frac{dw_{11}}{dt} \\ \frac{dw_{12}}{dt} \\ \frac{dw_{21}}{dt} \\ \frac{dw_{22}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10 & 20 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0625 & -0.4687 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ w \\ w_{11} \\ w_{12} \\ w_{21} \\ w_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} v$$

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G1 & G2 & k1 & k2 & k3 & k4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ia \\ w \end{bmatrix}$$

Al sustituir en u la matriz queda de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} \frac{di}{dt} \\ \frac{dw}{dt} \\ \frac{dw_{11}}{dt} \\ \frac{dw_{12}}{dt} \\ \frac{dw_{21}}{dt} \\ \frac{dw_{22}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10 + 100G1 & 20 + 100G2 & 100k1 & 100k2 & 100k3 & 100k4 \\ 0.0625 & -0.4687 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ w \\ w_{11} \\ w_{12} \\ w_{21} \\ w_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} v$$

- Se obtiene el determinante de la matriz.

$$SI = \begin{bmatrix} s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -10 + 100G1 & 20 + 100G2 & 100k1 & 100k2 & 100k3 & 100k4 \\ 0.0625 & -0.4687 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$SI = \begin{bmatrix} s - 100G1 + 10 & -100G2 - 20 & -100k1 & -100k2 & -100k3 & -100k4 \\ -0.0625 & s + 0.4687 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & s \end{bmatrix}$$

- Se obtiene el determinante SI.

$$100G2s^2 - 100k2s - 100k4 - (4687G1s^4)/100 - 100G1s^5 - (25G2s^4)/4 + (4687k1s^3)/100 + 100k1s^4 + (25k2s^3)/4 + (4687k3s^2)/100 + 100k3s^3 + (25k4s^2)/4 + 20s^2 + (3437s^4)/1000 + (104687s^5)/10000 + s^6$$

- Se proponen los polos adecuados para que el sistema sea estable.

$$(s + 1)^2 * (s + 2)^2 * (s + 3)^2 = s^6 + 12s^5 + 58s^4 + 144s^3 + 193s^2 + 132s + 36$$

- Agrupando términos semejantes.

$$-46.87G1 - 6.25G2 + 100k1 = 54.56 \quad (4.23)$$

$$100G2 + 46.87k3 + 6.25k4 = 173 \quad (4.24)$$

$$46.87k_1+6.25k_2+100k_3=144 \quad (4.25)$$

$$-100G_1=1.5313 \quad (4.26)$$

$$-100k_2=132 \quad (4.27)$$

$$-100k_4=36 \quad (4.28)$$

- Resolviendo el Sistema de ecuaciones.

$$G_1=-0.0153$$

$$G_2=1.1733$$

$$K_1=0.6117$$

$$K_2=-1.32$$

$$K_3=1.2357$$

$$K_4=-0.36$$

- El sistema de control de velocidad y corriente queda de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} \frac{dl}{dt} \\ \frac{dw}{dt} \\ \frac{dw_{11}}{dt} \\ \frac{dw_{12}}{dt} \\ \frac{dw_{21}}{dt} \\ \frac{dw_{22}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10 & 20 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0625 & -0.4687 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l \\ w \\ w_{11} \\ w_{12} \\ w_{21} \\ w_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} v$$

$$u1=-0.0153I+1.1722w+0.6117w11-1.32w12+1.2357w21-0.36w22$$

$$u2=w21$$

$$y=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Ia \\ w \end{bmatrix}$$

- Ahora se introduce en 20sim en el editor de texto el siguiente código dentro del sistema de seguimiento continuo.

variables

```
real x1, x2, w11, w12,w21,w22, dx1, dx2, dw11, dw12,dw21,dw22,y1, y2,u1,u2;
```

equations

$$dx1=-10*x1+20*x2+100*u1;$$

$$dx2=0.0625*x1-0.4687*x2+u2;$$

$$dw11=-x1+v1;$$

$$dw12=-x2+v2;$$

$$dw21=1*w11;$$

$$dw22=1*w12;$$

$$x1=int(dx1,0);$$

$$x2=int(dx2,0);$$

$$w11=int(dw11,0);$$

$$w12=int(dw12,0);$$

$$w21=int(dw21,0);$$

$w22 = \text{int}(dw22, 0);$

$u1 = -0.0153 \cdot x1 + 1.1733 \cdot x2 + 0.6117 \cdot w11 - 1.32 \cdot w12 + 1.2357 \cdot w21 - 0.36 \cdot w22;$

$u2 = w21;$

$y1 = x1;$

$y2 = x2;$

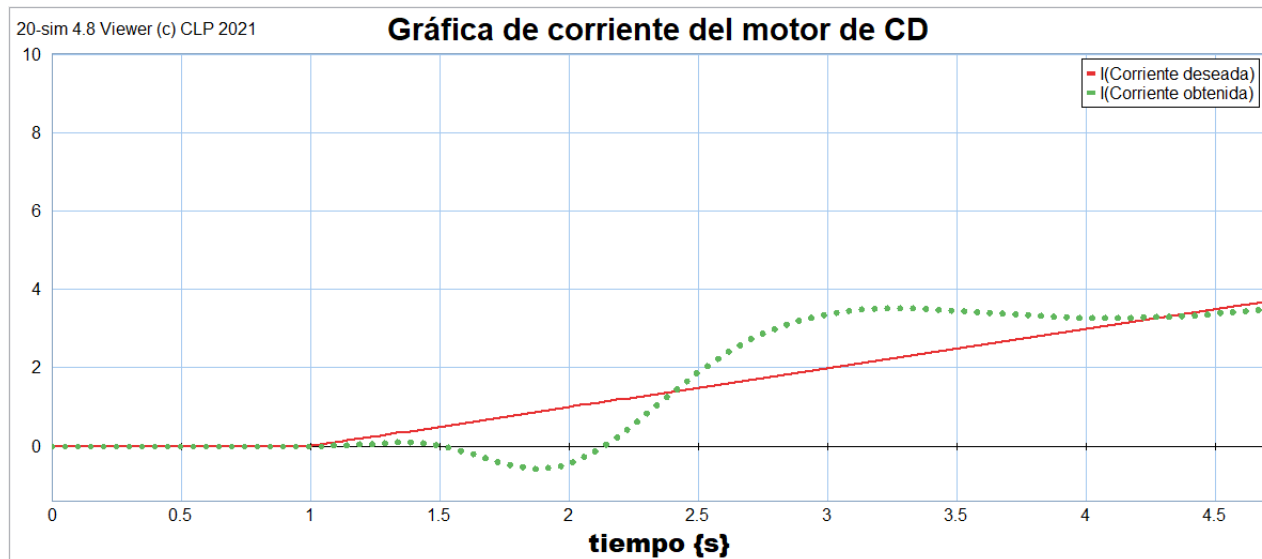


Figura 4.7: Gráfica de corriente del motor de CD con entrada rampa.

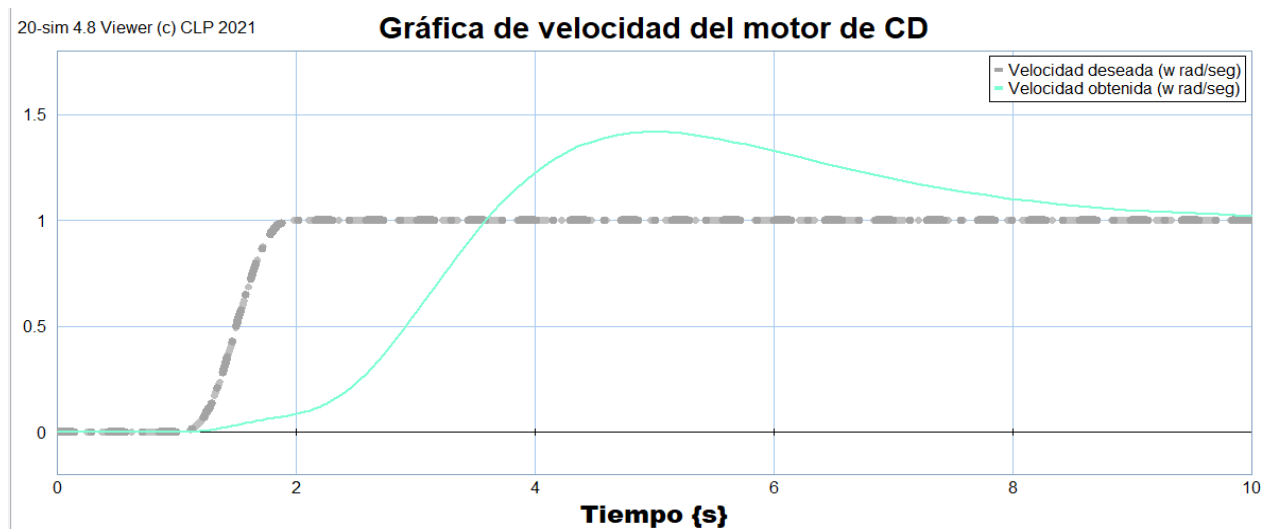


Figura 4.8: Gráfica de velocidad del motor de CD, con entrada escalón.

Las Figuras (4.7) y (4.8) muestran los resultados de simulación y experimentales respectivamente. Se aprecian similitudes en las señales deseadas con las señales obtenidas, observando que presentan transitorio, el sistema se estabiliza y alcanza el valor deseado, con esto queda demostrado que es posible controlar un motor de corriente directa.

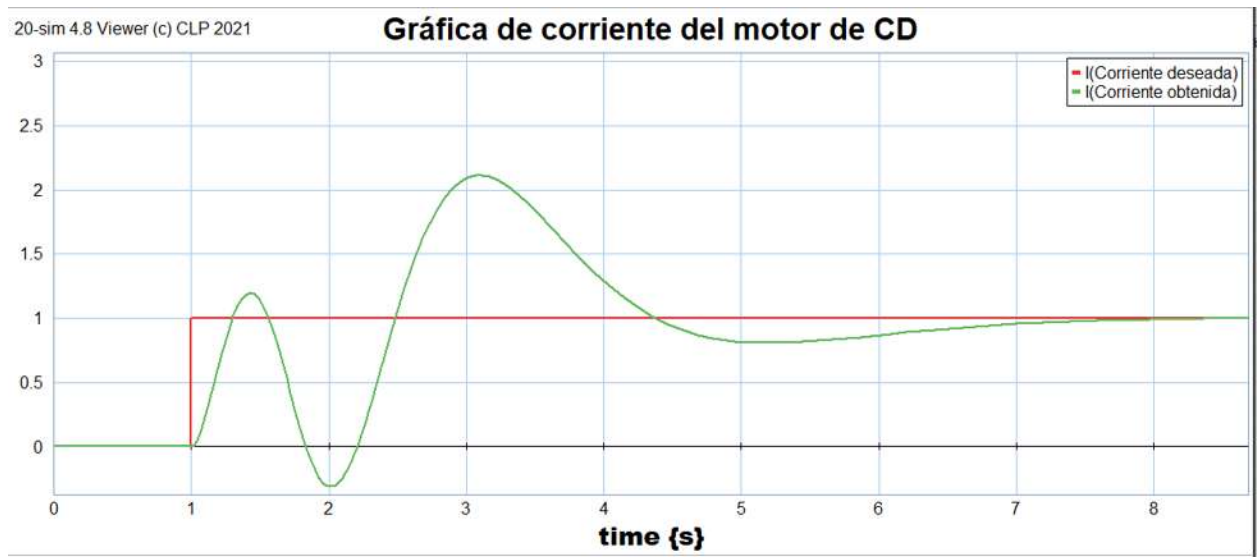


Figura 4.9: Gráfica de corriente del motor de CD, con entrada escalón.

La figura 4.9 muestra la respuesta del sistema al utilizar el método de control de seguimiento, la línea roja es la corriente que se desea obtener, Los tiempos de establecimiento de la corriente, se alcanza para el caso del control de seguimiento en 5,736 segundos, en alcanzar 1 amperes.



Figura 4.10: Gráfica de corriente del motor de CD, con entrada rampa.

Para evaluar el desempeño del controlador se analizan las simulaciones. A continuación, se tiene una entrada escalón, en este caso representa nuestra velocidad deseada. Estos eventos actúan

de acuerdo con la siguiente secuencia: el arranque del motor, en $t=0$, se estabiliza en $t=8.5$ segundos. El comportamiento de la variable de velocidad y de la corriente ante los diferentes eventos, se muestra en las figuras 4.9 y 4.10.

Capítulo 5

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1 Conclusiones

- En este trabajo de tesis, se presentaron aspectos teóricos relativos a los fundamentos de motore de CD, esta parte es de vital importancia para entender el principio del funcionamiento de dichos motores y entender su comportamiento tanto en lazo abierto como en lazo cerrado.
- Parte importante de este trabajo de tesis es el modelado matemático del motor, ya que, gracias a éste, se puede conocer el comportamiento del mismo ante diferentes condiciones de funcionamiento sin necesidad de tener el sistema físicamente.
- De acuerdo con los antecedentes obtenidos en la etapa de prueba y análisis, se puede concluir que el uso del control basado en el sistema de control de seguimiento es una opción efectiva para efectuar el control de velocidad del motor CD.
- Se realizó el estudio analítico del control de seguimiento, obteniendo las salidas deseadas del sistema, de forma matemática, mediante las ecuaciones que representan el modelo, como puede verse en el Capítulo 4.
- Se realizo la simulación en el software 20sim, que consume muy pocos recursos de la CPU, a comparación de otro tipo de software.
- Los polos que se proponen en el sistema de seguimiento deben de estar dentro de la parte real del plano negativo, para que el sistema sea estable.
- Se desarrolló un control de velocidad y corriente del motor en lazo cerrado utilizando el método de seguimiento, se obtuvieron las ganancias de los diferentes controladores y se hizo la simulación correspondiente de cada uno de ellos, cuyos resultados se muestran en las Figuras correspondientes.

- En cuestión de las simulaciones es muy fácil cambiar los parámetros para obtener los datos de la forma más óptimamente posible.
- Una desventaja es que la información disponible para el sistema de seguimiento es muy limitada.

5.2 Recomendaciones

Con base en lo realizado en el presente trabajo, se tienen las siguientes recomendaciones:

- Probar otros métodos de control para obtener las simulaciones y compararlas con el método de control de seguimiento.
- Realizar alguna prueba experimental en algún laboratorio en tiempo real y compararlas con las simulaciones.
- Contemplar la compensación de los efectos no lineales, para implementar un control más exacto, ya que, en esta tesis, se empleó un análisis puramente lineal.
- Desarrollar algún control de velocidad de motor de cd en lazo cerrado con algún otro método de control.

Referencias

- [1] KATSUHIKO OGATA, ingeniería de control moderna, Quinta edición, PEARSON EDUCACION, S.A., Madrid, 2010
- [2] ingeniería de control 2da edición w bolton Alfaomega, Segunda edición, Alfaomega
- [3] Automatic Control Systems. Sixth Edition. Benjamin Kuo. Prentice-Hall International Editions.
- [4] Fundamentos de Control con MATLAB. E. P. Bermudez, F. Matía Espada. Pearson.
- [5] Tesis. Sandra Hernandez G.; “Diseño de un controlador PID Por análisis del lugar geométrico de las raíces para un sistema de levitación”, IPN-ESIME Culhuacan, Noviembre 2007.
- [6] Tesis. Ulises castro Gutiérrez.; “Diseño de un estimador de estados analógico para un levitador”
- [7] Design of LTI Tracking Systems Modelled by Bond Graphs, Gilberto Gonzalez-A, Gilberto Gonzalez-A
- [8] Tesis. JORGE LUIS ROJAS ALBINO.;” ANÁLISIS TRANSITORIO DE UN SISTEMA NO LINEAL ELÉCTRICO DE POTENCIA”, CIUDAD UNIVERSITARIA 2012
- [9] <https://sites.google.com/site/03fmeautomatismos/home/tipos-control>
- [10] https://www.researchgate.net/figure/Diagrama-a-bloques-de-un-sistema-de-control-de-lazo-cerrado-F-Ampudia-2018_fig4_341043066
- [11] <https://slideplayer.es/slide/10287365/>
- [12] <https://www.picuino.com/es/control-pid.html>
- [13] <https://www.acomee.com.mx/clasificaciones/CONTROLADOR%20PID.pdf>

- [14] https://www.researchgate.net/figure/Circuito-electrico-equivalente-del-motor-de-CD-en-conexion-en-serie-Un-sistema-no-lineal_fig1_282862157
- [15] <https://clr.es/blog/es/motores-corriente-continua-alterna-seleccion/>
- [16] <https://www.google.com/search?q=Curva+caracter%C3%ADstica+del+par-velocidad+y+par+corriente+de+un+motor+serie.&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved>
- [17] <https://www.fundacionendesa.org/es/educacion/endesa-educa/recursos/generador-electrico>
- [18] <http://www.divulgacion.ccg.unam.mx/panel/8/divulgaci%C3%B3n-cient%C3%ADfica>
- [19] <https://sites.google.com/site/fisicacbtis162/services/3-2-5-motores-de-corriente-continua>
- [20] <https://controlautomaticoeducacion.com/analisis-de-sistemas/modelo-de-motor-dc/>
- [21] <https://www.20sim.com/>