



**UNIVERSIDAD MICHOACANA DE  
SAN NICOLÁS DE HIDALGO**



**DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO  
FACULTAD DE INGENIERÍA QUÍMICA**

**APLICACIÓN DEL CONTROL DIFUSO EN OPERACIONES  
DE INGENIERÍA QUÍMICA**

**TESIS presentada por**

**CARLOS ANTONIO MÁRQUEZ VERA**

**A la División de Estudios de Posgrado de la  
Facultad de Ingeniería Química como  
requisito parcial para obtener el  
grado de**

**DOCTOR EN CIENCIAS**

**EN**

**INGENIERÍA QUÍMICA**

Asesor: Dr. Agustín Jaime Castro Montoya  
Co asesor: Dr. Nohé Ramón Cázares Castro

**Morelia, Mich.**

**Abril 2023**

---

Doctorado en Ciencias en Ingeniería Química



Asunto: Impresión de Tesis.

M.P.P. Venecia Azereet Medina Ortiz.  
Jefe del Departamento de Titulación de la  
U.M.S.N.H.

Por este medio nos dirigimos a usted de la manera más atenta para notificarle, que después de haberle dado seguimiento al desarrollo de la tesis: "APLICACIÓN DEL CONTROL DIFUSO EN OPERACIONES DE INGENIERÍA QUÍMICA", después de haber revisado el manuscrito que presentó la alumna Carlos Antonio Márquez Vera, con matrícula 0688136F, concluimos que cumple con los requisitos académicos y con lo establecido en el Reglamento General de Estudios de Posgrado para el desarrollo de su Tesis.

Por lo anterior este Comité Tutorial da el aval para su impresión final.

Directo de Tesis: Dr. Agustín Jaime Castro Montoya 01000179

Codirector: Dr. Nohé Ramón Castro EXT23043

Vocales:

Dr. Fabricio Nápoles Rivera 12002518

Dr. José María Ponce Ortega 03002829

Dr. Juan Gabriel Segovia Hernández 930763

Atentamente.  
Morelia, Michoacán a 24 de abril 2023.

Dr. Jaime Espino Valencia  
Coordinador del Doctorado en Ciencias en Ingeniería Química.

JEV/mcpa.



DEPARTAMENTO DE POSGRADO

Facultad de Ingeniería Química / Universidad San Nicolás de Hidalgo  
Francisco J. Mújica S/N / Col. Felicitas del Río / C.P. 58080 / Morelia, Michoacán / Tel. y Fax. 443. 327.3554  
<http://posgrado.fiq.umich.mx/>

## RESUMEN

### APLICACIÓN DEL CONTROL DIFUSO EN OPERACIONES DE INGENIERÍA QUÍMICA

Por

Carlos Antonio Márquez Vera

Abril del 2023

Doctor en Ciencias en Ingeniería Química

Dirigida por: Dr. Agustín Jaime Castro Montoya

Dr. Nohé Ramón Cázares Castro

El presente trabajo aborda al control por lógica difusa aplicado a operaciones de ingeniería química como una herramienta útil que permite establecer lazos de control que dependen del conocimiento que se tiene sobre la respuesta del proceso, enfocándose en la necesidad de obtener las respuestas de los sistemas a través de software especializado de ingeniería química, economizando así el estudio de sistemas de control no convencionales. Esto se lleva a cabo mediante resolución de modelos matemáticos usando *Simulink* de *Matlab* y la cosimulación dinámica de los softwares *Aspen Dynamics* y *Simulink* de *Matlab*. Se presentan 7 casos de estudio con diferentes características como sistemas de ecuaciones acoplados, respuesta inversa, respuesta con retardo y con múltiples equipos de proceso, en los cuales se compararon los sistemas bajo diferentes técnicas de control como son Proporcional-Integral-Derivativo (PID), control por lógica difusa, control difuso basado en la síntesis difusa de Lyapunov, control por cancelación de polos, entre otros, Se observó que la síntesis difusa de Lyapunov es una herramienta útil para escribir las reglas en los sistemas difusos, ya que disminuye la cantidad de estas y garantiza la estabilidad de la respuesta del controlador. Finalmente, fue posible emplear la cosimulación dinámica de *Aspen Dynamics* y *Simulink* de *Matlab* para estudiar diferentes casos de control.

Palabras clave: control difuso, síntesis de Lyapunov, Aspen Dynamics, Simulink, cosimulación.

## **ABSTRACT**

The present work deals with control by fuzzy logic applied to chemical engineering operations as a useful tool that allows establishing control loops that depend on the knowledge that one has about the response of the process, focusing on the need to obtain the responses of the systems to through specialized chemical engineering software, thus saving the study of unconventional control systems. This is done by solving mathematical models using Simulink from Matlab and dynamic cosimulation from the software Aspen Dynamics and Simulink from Matlab. Seven case studies are presented with different characteristics such as coupled equation systems, inverse response, delayed response and with multiple process equipment, in which the systems were compared under different control techniques such as Proportional-Integral-Derivative (PID), fuzzy logic control, fuzzy control based on Lyapunov fuzzy synthesis, pole cancellation control, among others, It was observed that Lyapunov fuzzy synthesis is a useful tool to write the rules in fuzzy systems, since it decreases the quantity of these and guarantees the stability of the controller's response. Finally, it was possible to use the dynamic cosimulation of Aspen Dynamics and Simulink of Matlab to study different control cases.

**Dedicatoria:**

*A mi esposa y a mi hijo, gracias por ser mi familia, por ser parte de esto...*

---

**CONTENIDO**

<b>Resumen</b>	iii
<b>Índice de tablas</b>	vii
<b>Índice de figuras</b>	ix
<b>Agradecimientos</b>	xiv
<b>Capítulo 1. Introducción</b>	1
1.1 Generalidades	1
1.2 Hipótesis	2
1.3 Objetivos	2
1.4 Justificación	3
1.5 Alcance	5
<b>Capítulo 2. Marco teórico</b>	7
2.1 Control de procesos	7
2.2 Control Proporcional-Integral-Derivativo (PID)	8
2.3 Control predictivo	9
2.4 Control adaptativo	10
2.5 Control de realimentación no lineal	10
2.6 Control por realimentación de estados	11
2.7 Control por lógica difusa (CLD)	20
<b>Capítulo 3. Metodología</b>	34
3.1 Caso de estudio 1: Evaporador de simple efecto	36
3.2 Caso de estudio 2: Modelo de la reacción isotérmica de Van de Vusse	37

---

3.3 Caso de estudio 3: Modelo de la reacción no isotérmica de Van de Vusse	60
3.4 Caso de estudio 4: Modelo multivariable de la columna de destilación de Wood y Berry	65
3.5 Caso de estudio 5: Columna de destilación despropanizadora	73
3.6 Caso de estudio 6: Reactor CSTR para la producción de propilenglicol	82
3.7 Caso de estudio 7: Reactor de esterificación	86
3.8 Conexión del software <i>Aspen Dynamics</i> y <i>Simulink</i>	89
<b>Capítulo 4. Resultados</b>	94
4.1 Caso de estudio 1: Evaporador de simple efecto	94
4.2 Caso de estudio 2: Modelo de la reacción isotérmica de Van de Vusse	100
4.3 Caso de estudio 3: Modelo de la reacción no isotérmica de Van de Vusse	103
4.4 Caso de estudio 4: Modelo multivariable de la columna de destilación de Wood y Berry	122
4.5 Caso de estudio 5: Columna de destilación despropanizadora	138
4.6 Caso de estudio 6: Reactor CSTR para la producción de propilenglicol	141
4.7 Caso de estudio 7: Reactor de esterificación	146
<b>Conclusiones</b>	147
<b>Bibliografía</b>	150

---

Índice de tablas

3.1 Casos de estudio y sus características.	34
3.2 Valores de las variables consideradas en el modelo de simple efecto	37
3.3 Emparejamiento de variables a controlar y variables de control	38
3.4 Valores considerados en el modelo isotérmico de Van de Vusse	42
3.5 Valores de los parámetros de control PID	44
3.6 Condiciones que deben cumplir las reglas tipo Si-Entonces para el control difuso basado en la síntesis difusa de Lyapunov	50
3.7 Valores considerados en el modelo no isotérmico de Van de Vusse	60
3.8 Valores de los parámetros de control PID	62
3.9 Condiciones que deben cumplir la reglas tipo Si-Entonces para el control difuso basado en la síntesis de Lyapunov	79
3.10 Emparejamiento de variables a controlar y variables de control	83
3.11 Emparejamiento de variables a controlar y variables de control	87
4.1 Índices de desempeño para el caso 2 con un valor de referencia	101
4.2 Índices de desempeño para el caso 2 con tres valores de referencia	103
4.3 Criterios de control integral para la concentración de B	104
4.4 Criterios de control integral para la concentración de B en la región estable	107
4.5 Criterios de control integral para la temperatura	109
4.6 Criterios de control integral para la temperatura en la región estable	111
4.7 Criterios de control integral para la concentración de B operando el lazo de control de forma individual y de forma simultánea con el control de temperatura	114
4.8 Criterios de control integral para la concentración de B operando el lazo de control de forma individual y de forma simultánea para la región estacionaria del error	117
4.9 Criterios de control integral para la temperatura operando el lazo de control de forma individual y de forma simultánea con el control de la concentración de B	119
4.10 Criterios de control integral para la temperatura operando el lazo de control de forma individual y de forma simultánea con el control de la concentración de B en el régimen estacionario del error	122
4.11 Criterios integrales para la concentración en el domo	124
4.12 Criterios integrales para la concentración en el fondo	126
4.13 Índices de desempeño IAE e ITAE para los controladores	141

## Índice de figuras

2.1 a) Esquema de un lazo de control en lazo abierto, b) esquema de un lazo de control en lazo cerrado	8
2.2 Esquema de control PID en lazo cerrado en paralelo	9
2.3 Esquema representativo en <i>Simulink</i> de un sistema en espacio de estados	12
2.4 Esquema representativo en <i>Simulink</i> de un lazo de control con pre-compensador estático en espacio de estados	18
2.5 Esquema representativo en <i>Simulink</i> de un sistema de control en lazo cerrado en espacio de estados con seguimiento de referencia	19
2.6 Ejemplos gráficos de funciones de membresía (a) <i>singleton</i> , (b) triangular, (c) trapezoidal, (d) campana generalizada	25
2.7 Elementos generales de un controlador difuso	27
2.8 Ejemplo de función energética de Lyapunov	30
2.9 Representación esquemática en <i>Simulink</i> de un lazo de control difuso	33
3.1 Diagrama de un evaporador de simple efecto	36
3.2 Funciones de membresía para el error en el nivel	40
3.3 Funciones de membresía para la apertura de la válvula $A_v$	41
3.4 Diagrama esquemático de un reactor CSTR para la reacción de Van de Vusse	42
3.5 Funciones de membresía para el error en el control difuso	45
3.6 Funciones de membresía para la velocidad espacial $F/V$ en el control difuso	46
3.7 Funciones de membresía para el error en el control mediante síntesis difusa de Lyapunov	48
3.8 Funciones de membresía para la derivada del error en el control mediante síntesis difusa de Lyapunov	49
3.9 Funciones de membresía para la velocidad espacial $F/V$ en el control mediante la síntesis difusa de Lyapunov	50
3.10 Implementación del control PID autoajustado por lógica difusa	51
3.11 Funciones de membresía para el error en la sintonización difusa de la constante del control proporcional	52
3.12 Funciones de membresía para la constante $K_p$	53
3.13 Comparación de la solución de la ecuación diferencial (ED) contra la representación en espacio de estados (EE)	55

3.14 Diagrama representativo en <i>Simulink</i> del sistema realimentado en espacio de estados del reactor de Van de Vusse	55
3.15 Diagrama representativo en <i>Simulink</i> del control con pre-compensador estático del reactor de Van de Vusse	57
3.16 Diagrama en <i>Simulink</i> para el control difuso P+I para el modelo del reactor de Van de Vusse	58
3.17 Diagrama en <i>Simulink</i> para el control realimentado del tipo servo en espacio de estados	59
3.18 Diagrama del reactor CSTR de la reacción no isotérmica de Van de Vusse	60
3.19 Funciones de membresía para el error en el control difuso	63
3.20 Funciones de membresía para la velocidad espacial $F/V$ en el control difuso	64
3.21 Diagrama del lazo de control MIMO para la torre de destilación de Wood y Berry	65
3.22 Diagrama representativo en <i>Simulink</i> del lazo de control PI MIMO para la torre de destilación de Wood y Berry con perturbaciones en <i>Simulink</i>	67
3.23 Diagrama del lazo de control difuso PI MIMO para la torre de destilación de Wood y Berry con perturbaciones en <i>Simulink</i>	68
3.24 Funciones de membresía para el error de XD en el control difuso PI	69
3.25 Funciones de membresía para el error de XB en el control difuso PI	70
3.26 Funciones de membresía para el reflujo R en el control difuso PI	71
3.27 Funciones de membresía para el flujo de vapor al rehervidor S en el control difuso PI	72
3.28 Simulación dinámica de la columna de destilación despropanizadora de Luyben	74
3.29 Funciones de membresía para el error en el control difuso clásico	75
3.30 Funciones de membresía para el flujo de reflujo en el domo en el control difuso clásico	76
3.31 Funciones de membresía para el error en el control mediante la síntesis difusa de Lyapunov	77
3.32 Funciones de membresía para la derivada del error en el control mediante la síntesis difusa de Lyapunov	78
3.33 Funciones de membresía del flujo de reflujo R en el control mediante la síntesis difusa de Lyapunov	79
3.34 Ajuste para una función de transferencia de primer orden a partir de los datos de simulación	80

3.35 Diagrama del lazo de control en espacio de estados para la simulación de <i>Aspen Plus</i>	81
3.36 Diagrama de la producción de propilenglicol mediante el proceso de hidrólisis del óxido de propileno	82
3.37 Funciones de membresía para el error en la temperatura	85
3.38 Diagrama de la producción de hexanoato de metilo mediante el proceso de esterificación de metanol	87
3.39 Diagrama en <i>Simulink</i> de los lazos de control para el proceso de esterificación	88
3.40 Simulación dinámica del ejemplo de torre de destilación en <i>Aspen Dynamics</i>	90
3.41 Ubicación del archivo <i>AMSimulink</i> en la carpeta de instalación de <i>Aspen</i>	90
3.42 Ubicación donde se pega del archivo <i>AMSimulink</i> en la carpeta de instalación de <i>Matlab</i>	91
3.43 Sincronización de <i>Aspen Dynamics</i> con <i>Simulink</i>	92
3.44 Elección de variables de entrada y salida de <i>Aspen Dynamics</i> en <i>Simulink</i>	92
3.45 Diagrama de la conexión del bloque <i>AMSimulation</i>	93
4.1 Comparación de las respuestas entre control PI y control difuso a una entrada escalón en el punto de referencia de 9.87 a 8 m para el nivel	94
4.2 Comparación de las respuestas entre control PID y control difuso a una entrada escalón en el punto de referencia de 0.08071 a 0.1 para la concentración	95
4.3 Comparación de las respuestas entre control PID y control difuso a una entrada escalón en el punto de referencia de 105.1 a 110 °C para la temperatura	96
4.4 Comparación de las respuestas entre control PI y control difuso a una entrada escalón en el punto de referencia de 9.87 a 8 m operando los lazos de forma simultánea para el nivel	97
4.5 Comparación de las respuestas entre control PID y control difuso a una entrada escalón en el punto de referencia de 0.08071 a 0.1 operando los lazos de forma simultánea para la concentración	98
4.6 Comparación de las respuestas entre control PID y control difuso a una entrada escalón en el punto de referencia de 105.1 a 110 °C operando los lazos de forma simultánea para la temperatura	99
4.7 Respuestas dinámicas de los controladores a un cambio escalón de 0.01 mol/l para $C_B$	100
4.8 Respuesta de la concentración de B a tres cambios del tipo escalón en el valor de la referencia para los controladores difuso P+I y en espacio de estos del tipo servo	102

---

4.9 Comparación de las respuestas los sistemas de control P, PI, PID y difuso para la concentración de B	104
4.10 Dinámica de la salida de los controladores para la concentración de B	105
4.11 Dinámica del error para el control de la concentración de B	106
4.12 Comparación de las respuestas los sistemas de control P, PI, PID y difuso para la temperatura	108
4.13 Dinámica de la salida de los controladores para la temperatura	109
4.14 Dinámica del error para el control de la temperatura	110
4.15 Esquemas de control difuso (a) para la concentración de B y (b) para la temperatura	112
4.16 Comparación de las respuestas los sistemas de control PID y difuso para la concentración de B cuando los lazos operan de forma separada y simultánea.	113
4.17 Dinámica de la salida de los controladores para la concentración de B operando de forma individual y simultanea	115
4.18 Dinámica del error para el control de la concentración de B de los lazos operando de forma individual y simultánea	116
4.19 Comparación de las respuestas los sistemas de control PID y difuso para la temperatura cuando los lazos operan de forma separada y cuando operan de forma simultánea	118
4.20 Dinámica de la salida de los controladores para la temperatura operando de forma individual y simultanea	120
4.21 Dinámica del error de los controladores para la temperatura operando de forma individual y simultanea	121
4.22 Respuesta de la concentración de metanol en el domo sin perturbaciones	123
4.23 Salida de los controladores de la concentración en el domo sin perturbaciones	124
4.28 Respuesta de la concentración de metanol en el fondo sin perturbaciones	125
4.29 Salida de los controladores de la concentración en el fondo sin perturbaciones	127
4.30 Respuesta de la concentración de metanol en el domo con una perturbación en el lazo de control de la concentración del domo	128
4.31 Salida de los controladores la concentración en el domo con una perturbación	129
4.32 Respuesta de la concentración de metanol en el fondo con una perturbación en el lazo de control de la concentración del domo	130
4.33 Salida de los controladores la concentración en el fondo con una perturbación	131
4.34 Respuesta de la concentración de metanol en el domo con dos perturbaciones	132

---

4.35 Salida de los controladores la concentración en el domo con dos perturbaciones	133
4.36 Salida de los controladores la concentración en el fondo con dos perturbaciones	134
4.37 Salida de los controladores la concentración en el fondo con dos perturbaciones	135
4.38 Diagrama del lazo de control difuso PI para el control de la concentración del domo y control difuso P+I para la concentración del fondo en la torre de destilación de Wood y Berry con perturbaciones en <i>Simulink</i>	136
4.39 Respuesta de la concentración de metanol en el domo con dos perturbaciones	137
4.40 Respuesta de la concentración de metanol en el fondo con dos perturbaciones	138
4.41 Respuesta de la concentración de propano en el domo	139
4.42 Salida de los controladores (flujo de reflujo) en el domo de la columna	140
4.43 Respuesta de los controladores a una referencia de 140.6 °C en la temperatura del reactor	142
4.44 Respuesta de los controladores a una referencia de 0.2566 en la fracción másica de propileno	143
4.45 Respuesta de los controladores a una referencia de 0.2915 en la fracción mol de hexanoato de metilo	144
4.46 Respuesta de los controladores a una referencia de 0.3146 en la fracción mol de hexanoato de metilo	145
4.47 Respuesta de los controladores a una referencia de 115.5 °C en la temperatura del reactor	146

### Agradecimientos

Este trabajo no habría sido posible sin el apoyo de la Universidad Veracruzana, la cual, a través de todos los departamentos, me dieron todas las facilidades para poder concluir con mis estudios de posgrado, entiendo y agradezco el gran esfuerzo que implica que uno de sus profesores se ausente durante tanto tiempo.

Agradezco a mis compañeros de trabajo que enfrentaron situaciones complicadas en las que mi ayuda habría sido bienvenida.

A mis estudiantes, a los que me habría gustado verlos terminar sus estudios de ingeniero químico, y que fueron decisivos incluso para elegir el tema de tesis que debía abordar, siempre con el fin de ser mejor para ustedes.

A mi hermano, que siempre me ha apoyado en los proyectos que hemos emprendido desde niños.

A la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, por aceptarme una vez más como uno de sus estudiantes después de tantos años de haberla conocido.

Y, finalmente, a mis asesores y mesa sinodal, por haber acompañado este trabajo.

Dr. Agustín Jaime Castro Montoya, aquella vez, hace más de 10 años, le dije que algún día sería mi asesor de tesis, y tengo palabra, gracias por todo.

### Capítulo 1. Introducción

#### 1.1 Generalidades.

Dentro de las áreas de interés del trabajo de un ingeniero químico se encuentra el área de control de procesos, debido a múltiples necesidades dentro de los procesos químicos como lo son: la seguridad, las especificaciones de producción, las regulaciones ambientales, las restricciones de operación y la economía del proceso [1].

En este sentido, el control de procesos se enfoca en el diseño, la implementación y la optimización de sistemas de control automático que regulan y ajustan las variables de proceso de acuerdo con objetivos predeterminados. El control de procesos implica el uso de técnicas matemáticas avanzadas, modelos dinámicos y algoritmos de control para lograr un rendimiento óptimo del proceso [2].

El control de procesos se aplica en una amplia variedad de campos industriales, como la producción de energía, la química, la petroquímica, la producción de alimentos y bebidas, la fabricación de productos farmacéuticos, entre otros. En todos estos campos, el control de procesos es esencial para asegurar la calidad y la eficiencia de los procesos productivos, y para garantizar la seguridad de los trabajadores y del medio ambiente.

Dentro de las técnicas de control de procesos, existe el control de procesos por lógica difusa, la cual es una técnica de control avanzada que permite la manipulación de variables de proceso en tiempo real mediante la combinación de la teoría de conjuntos difusos y la lógica difusa. Esta técnica es capaz, en algunos casos, de modelar sistemas complejos y no lineales de manera más precisa que los métodos de control convencionales, lo que la hace especialmente útil en situaciones en las que el conocimiento del proceso es limitado o incierto [3]. Así, esta técnica emplea funciones de membresía para asignar valores lingüísticos a las entradas del controlador y mediante reglas tipo si-entonces, indicar la acción que debe tomar el controlador y posteriormente enviar una señal al actuador. Existen diferentes formas para establecer las funciones de membresía y las reglas de este tipo de controladores, como lo es la síntesis difusa de Lyapunov, la cual ha sido empleada como técnica para la generación de reglas difusas [4], donde el método consiste en proponer una función candidata de Lyapunov, la cual depende de todos los estados del sistema,

siendo cero en el origen y positiva definida en el resto del dominio, y cuya derivada sea cero en el origen y al menos definida seminegativa en el resto del dominio. Con esto, se propone una función que dependa del error y de su derivada.

Con lo anteriormente mencionado, el control basado en la síntesis difusa de Lyapunov, y en general, el control difuso, puede emplear la respuesta de un simulador de ingeniería química en combinación con software como *Simulink* de *Matlab* con su herramienta de control. El acoplamiento de estos dos programas de simulación permite la simulación de procesos complejos que involucran tanto la dinámica de los procesos como el control de los mismos. Esto permite a los ingenieros de procesos y de control diseñar, analizar y optimizar procesos más complejos, lo que puede mejorar la eficiencia y la seguridad en la operación de plantas de procesos.

### 1.2 Hipótesis

Es posible obtener sistemas de control empleando la técnica de síntesis difusa de Lyapunov para minimizar el uso de reglas difusas y garantizar la estabilidad del sistema, acoplando los softwares *Simulink* de *Matlab* y *Aspen Dynamics*.

### 1.3 Objetivos

#### 1.3.1 Objetivo General

Implementar técnicas de control difuso en procesos de ingeniería química utilizando las herramientas de *Matlab* para el Control acoplado con *Aspen Dynamics* para la simulación del proceso.

#### 1.3.2 Objetivos específicos

1. Aplicar técnicas de control clásico (PID) a modelos matemáticos de procesos químicos.
  - Realizar la sintonización de los sistemas de control P, PI y PID para distintos modelos matemáticos usando técnicas de sintonización como Ziegler-Nichols.
  - Comparar las respuestas de los sistemas al someterlos a diferentes entradas de valor deseado.
2. Implementar esquemas de Control de Lógica Difusa comparando los comportamientos con los resultados del control convencional.

- Aplicar técnicas heurísticas para la generación de reglas difusas e inferencia a los modelos seleccionados.
  - Aplicar sistemas de lógica difusa por síntesis difusa de Lyapunov.
3. Aplicar, en su caso, sistemas de control moderno a los procesos que se identifiquen como potenciales de innovación.
- Diseñar sistemas de control moderno basados en los modelos matemáticos de los procesos trabajados.
  - Comparar los controladores difusos y modernos mediante el uso de los criterios integrales de desempeño de los controladores.
4. Aplicar los controladores convencionales y difusos a sistemas simulados con *Aspen Plus*.
- Revisar las formas posibles de interacción entre *Aspen Dynamics* y *Matlab*.
  - Revisar el uso de software intermediario entre las dos plataformas.
  - Obtener las respuestas de los simuladores revisando los tiempos de simulación.
  - Comparar las respuestas dinámicas de los controladores convencionales y difusos.

### 1.4 Justificación

La complejidad de los procesos químicos debido a sus elementos no lineales, la presencia de efectos particulares como los fenómenos de transporte, o hasta el efecto de los sensores y actuadores, dificulta establecer sistemas de control que sean sencillos, robustos y eficaces, sin embargo, se han logrado establecer sistemas satisfactorios. Dentro del área del control, los ingenieros químicos se han visto en la necesidad de actualizar, implementar y diseñar sistemas innovadores de control, ya que el control tradicional o convencional, ha formado parte de los saberes teóricos y prácticos de la disciplina, basándose este control en las ecuaciones diferenciales que se obtienen de los balances de materia y energía, así como de los principios de equilibrio que rigen a los sistemas, lo cual finalmente se traduce en sistemas de ecuaciones diferenciales que deben ser resueltos, y debido a la forma de trabajo en el control convencional es necesario utilizar el dominio de la frecuencia con el empleo de transformadas de Laplace. Este procedimiento puede resultar tedioso, complicado, y se pueden cometer errores, ya sea por omisión, mala comprensión

de los fundamentos que rigen los procesos, considerar despreciables algunas condiciones, o por el simple hecho de la complejidad matemática.

Por otro lado, se ha visto la efectividad de la lógica difusa para el diseño de controladores, sin embargo, estos se han utilizado principalmente en las áreas de la mecánica, electrónica, robótica, etc., sin tener una presencia importante en la ingeniería química, esto quizá debido a que la lógica difusa, como herramienta matemática, no se ha considerado dentro de la formación del ingeniero químico, y la inclusión de sistemas matemáticos diferentes al cálculo no se ha tomado en cuenta como una opción respecto al cálculo diferencial o también debido a la crítica general que ha tenido la lógica difusa ya que no siempre se puede garantizar, con formalidad matemática, la estabilidad considerando el enfoque de diseño, pero se puede lograr esta. Los trabajos de aplicaciones difusas en ingeniería química que se han reportado desde hace unos 10 años a la fecha han sido satisfactorios, sin embargo, generalmente se llega a una conclusión común, la necesidad de implementar controladores híbridos que mejoren los resultados de los controladores de lógica difusa, esto conlleva a la unión de los dos aspectos del control, por un lado, la lógica difusa provee de un sistema de control que no requiere el conocimiento del modelo matemático que describe el comportamiento del sistema, ya que solo se basa en la experiencia de lo que se observa en el proceso (entradas y salidas del sistema), el cual ha sido efectivo en diferentes áreas pero un tanto insuficiente en la ingeniería química. Y por el otro lado se tiene el control convencional, que ha sido utilizado como referente del control en la ingeniería química. Así, estas dos áreas demuestran tener dos aspectos fundamentales para un control adecuado, la experiencia de la respuesta de los sistemas y el modelo matemático de su comportamiento.

Con lo anterior en mente, la necesidad de poner a prueba las estrategias de control difuso en procesos de ingeniería química siempre ha sido una idea atractiva, sin embargo, en muchos casos su efectividad es comparada contra controladores bajo el uso de modelos matemáticos, y cuando es posible empleando prototipos o plantas a escala piloto que puedan proveer de información real del proceso. En el primer caso, se pone en desventaja al control difuso contra controladores que se basan en el uso del modelo matemático para su diseño, siendo que la esencia del control difuso surge ante el desconocimiento de dicho modelo. Y, por el otro lado, la disponibilidad de equipo, procesos, reactivos, instrumentos, etc., que conlleva la operación de equipos industriales o educativos a escala piloto, implican grandes consumos de recursos

económicos, que, por desgracia, en muchas ocasiones son insuficientes para una correcta investigación. Así, el uso de simuladores rigurosos en ingeniería química como lo es *Aspen Plus*, al ser acoplado a una herramienta empleada ampliamente en el área de control como *Simulink*, da los elementos suficientes y necesarios en aspectos teóricos, técnicos y económicos, para poder contrastar a los controladores difusos con otros controladores convencionales.

Una vez que se tiene en mente el interés de la cosimulación, se emplea a la síntesis difusa de Lyapunov como una alternativa para la redacción de las reglas que implica el control difuso, ya que se ha criticado la falta de rigurosidad matemática de la lógica difusa al momento de usarse como herramienta de control, con lo que la propuesta de un función de Lyapunov que, escrita a manera de desigualdades, permite garantizar la estabilidad del sistema reduciendo la cantidad de reglas empleadas en el control, siendo que esta técnica ha demostrado su eficacia en el diseño de controladores en sistemas simulados usando modelos matemáticos, pero no al ser empleada con este fin en cosimulaciones *Aspen Plus –Simulink*, sin perder de vista que tampoco ha sido explorada esta cosimulación en controles difusos.

Finalmente, esto deja la base para que se puedan realizar trabajos de diferentes simulaciones dinámicas en *Aspen* implementando múltiples esquemas de control bajo los criterios que se puedan considerar relevantes.

### 1.5 Alcance

El presente trabajo considera el análisis de un controlador difuso tipo Mamdani mediante la síntesis Difusa de Lyapunov para las reglas difusas, lo cual permite mantener al mínimo el uso de la heurística y tratar de garantizar la estabilidad desde la etapa de diseño, esta síntesis de reglas difusas es más simple que la solución de ecuaciones diferenciales no lineales usadas comúnmente en el diseño de controladores tradicionales. Esta estrategia de control ha sido empleada en otros procesos como en la estabilización de un Péndulo de –rueda Inercial [4] en donde se consideró que se tiene muy poca información sobre el sistema y que no se conoce un modelo dinámico exacto que lo represente. Solo se consideraron 4 reglas difusas para el sistema de inferencia considerando solo dos posiciones del péndulo considerando funciones no lineales. Los valores experimentales se obtuvieron mediante el uso de un sistema especializado de control en mecatrónica mientras que para el controlador difuso se empleó la herramienta de control difuso de *Matlab*. Teniendo como

resultado que el controlador difuso fue robusto y resolvió el problema en condiciones ideales, en presencia de fricción y considerando perturbaciones externas.

El trabajo reportado en [4] se considera como base de aplicación para la consecución del sistema difuso, el cual será aplicado a sistemas de ingeniería química, comparando sus resultados con los obtenidos mediante control convencional PID, lo cual se realizará mediante el uso del software de *Matlab* con sus herramientas de *Simulink* y Control Difuso. Considerando lo anterior, se obtiene una cosimulación del software *Simulink* de *Matlab* (donde se lleva a cabo el control no convencional), con el software *Aspen Dynamics* para la simulación rigurosa del proceso. Los procesos elegidos presentan características interesantes desde el punto de vista de control, como respuesta inversa, acoplados o respuestas lentas.

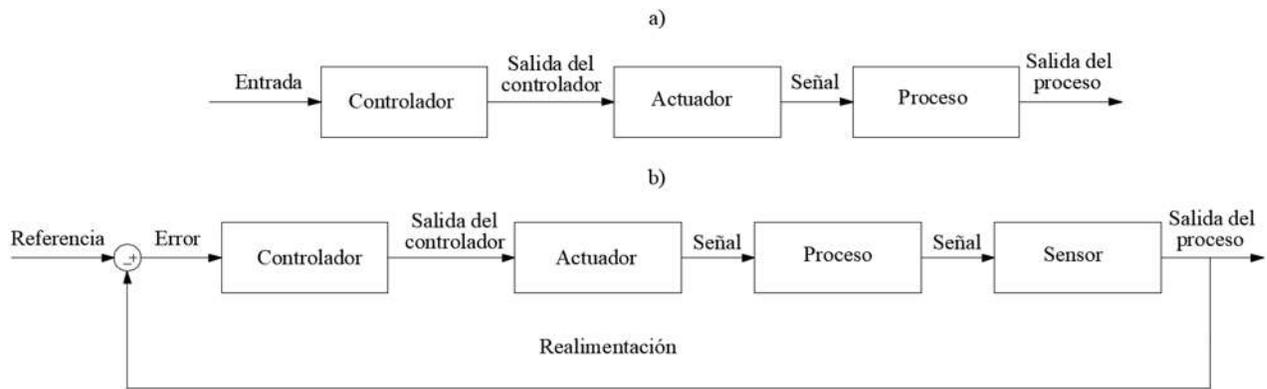
## Capítulo 2. Marco teórico

### 2.1 Control de procesos

El control de procesos es una disciplina de la ingeniería que se enfoca en el diseño y aplicación de técnicas para regular y optimizar procesos industriales. El objetivo principal del control de procesos es asegurar que el proceso funcione de manera constante y uniforme para generar un producto o servicio de alta calidad. Además, el control de procesos puede ayudar a reducir los costos de producción y mejorar la seguridad en el lugar de trabajo. El control de procesos es un campo importante en la ingeniería química, ya que se utiliza para asegurar que los procesos químicos se lleven a cabo de manera eficiente y segura. El control de procesos se refiere a la manipulación de las variables del proceso para mantener las variables controladas dentro de límites específicos. Las variables del proceso pueden ser de temperatura, flujo, presión y composición, entre otras.

El control de procesos se basa en los principios de la retroalimentación y el control automático. La retroalimentación es un proceso en el que la salida de un sistema se utiliza para ajustar su entrada, de modo que la salida se acerque al valor deseado. El control automático permite que un sistema ajuste automáticamente los parámetros de un proceso para mantener su comportamiento dentro de los límites deseados [5]. El objetivo del control de procesos es lograr una operación estable y eficiente del proceso, minimizando el consumo de energía y materiales, maximizando la calidad del producto y reduciendo los tiempos de procesamiento.

Los componentes básicos de un sistema de control de procesos son el sensor, el controlador y el actuador. El sensor mide una variable de proceso, como la temperatura, la presión o el caudal. El controlador compara la variable medida con el valor deseado y calcula la señal de control que se envía al actuador. El actuador ajusta el proceso para que la variable medida se acerque al valor deseado. Los sistemas de control pueden ser de lazo abierto o de lazo cerrado. En un sistema de lazo abierto, la señal de control se envía al actuador sin considerar la variable medida. En un sistema de lazo cerrado, la variable medida se utiliza para ajustar la señal de control [5]. En la Figura 2.1 se muestra un esquema con los componentes principales de un sistema de control en lazo abierto (a) y otro en lazo cerrado (b).



**Figura 2.1** a) Esquema de un lazo de control en lazo abierto, b) esquema de un lazo de control en lazo cerrado

Dependiendo de la complejidad del lazo de control, los elementos que integran a este pueden variar, incluyendo filtros, convertidores de señal, etc.

## 2.2 Control Proporcional-Integral-Derivativo (PID)

El controlador PID (Proporcional-Integral-Derivativo) es una técnica de control clásica que emplea una combinación de tres términos para poder controlar un proceso. Cada uno de estos términos le permite al controlador obtener información del proceso mediante el error, su derivada y su integral, con lo cual calcula la señal de salida del mismo, y debido a que el error cambia con el tiempo, el sistema de control puede operar en tiempo real, sin dejar de lado la posibilidad de la existencia de retrasos en las señales. El término proporcional ajusta la salida del controlador dependiendo del valor del error actual, por otro lado, el término integral modifica la salida del controlador considerando la integral del error y finalmente, el término derivativo considera la velocidad de cambio del error para modificar la salida del controlador. Cada uno de estos términos puede ser considerado simultáneamente con la combinación de dos términos o los tres, incluso de manera individual, y dependerá de la respuesta del sistema la elección de esta consideración. Esta técnica se ha utilizado ampliamente en la industria debido a que es simple y efectiva en muchas aplicaciones, y en numerosas ocasiones es empleada como comparación contra otras técnicas de control.

El control PID se aplica en diferentes campos industriales, desde el control de motores eléctricos hasta el control de temperatura de procesos químicos. En la literatura se pueden encontrar

diferentes metodologías para diseñar y sintonizar controladores PID, como el método de Ziegler-Nichols o el método de Cohen-Coon [6].

Cabe tener presente que la ecuación de un controlador PID viene dada por la ecuación 2.1.

$$u(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt + K_p T_d \frac{de(t)}{dt} \quad (2.1)$$

en donde  $u(t)$  es la salida del controlador  $e(t)$  es el error,  $K_p$  es la ganancia proporcional,  $T_i$  es el tiempo integral y  $T_d$  es el tiempo derivativo, así, la Figura 2.2 presenta un esquema de control en lazo cerrado y las tres elementos de un controlador PID en paralelo.

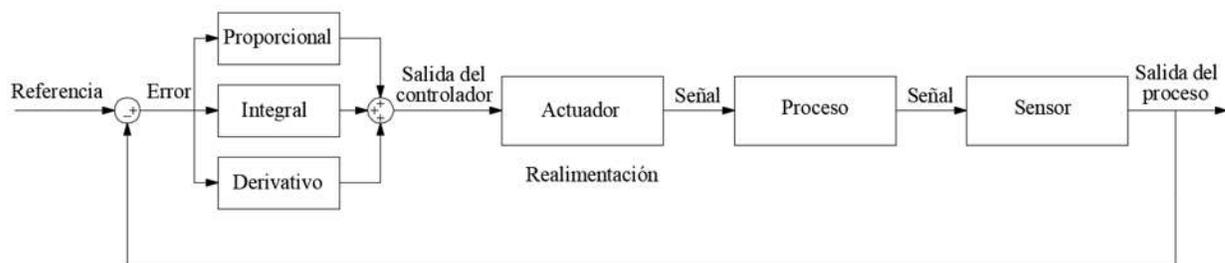


Figura 2.2 Esquema de control PID en lazo cerrado en paralelo

### 2.3 Control predictivo

El control predictivo es una técnica de control avanzada que utiliza un modelo matemático del proceso para predecir la respuesta a futuros cambios en las variables de entrada al sistema y determinar el ajuste óptimo para las variables de control. Esta técnica es particularmente útil para procesos no lineales o variables que cambian rápidamente.

El control predictivo se divide en dos categorías principales: control predictivo basado en modelo y control predictivo basado en datos. El control predictivo basado en modelo utiliza un modelo matemático del proceso para predecir la respuesta del proceso, mientras que el control predictivo basado en datos utiliza datos históricos del proceso para predecir la respuesta del proceso.

El control predictivo se ha aplicado en diferentes campos industriales, como el control de procesos químicos y la automatización de la producción de alimentos. Además, se han desarrollado diferentes variantes del control predictivo para hacer frente a desafíos específicos, como el control

predictivo basado en eventos, que utiliza eventos discretos para predecir la respuesta del proceso [7].

### **2.4 Control adaptativo**

El control adaptativo es una técnica de control que utiliza un modelo del proceso para ajustar automáticamente los parámetros del controlador en función de las condiciones cambiantes del proceso. Esta técnica puede mejorar la eficiencia del proceso, especialmente en procesos que experimentan cambios significativos en las condiciones operativas.

El control adaptativo se divide en dos categorías principales: control adaptativo basado en modelo y control adaptativo basado en datos. El control adaptativo basado en modelo utiliza un modelo matemático del proceso para ajustar los parámetros del controlador, mientras que el control adaptativo basado en datos utiliza datos históricos del proceso para ajustar los parámetros del controlador.

El control adaptativo se ha aplicado en diferentes campos industriales, como el control de procesos químicos y la automatización de la producción de plásticos. Además, se han desarrollado diferentes variantes del control adaptativo para hacer frente a desafíos específicos, como el control adaptativo robusto, que puede manejar incertidumbres en el modelo del proceso [8].

### **2.5 Control de realimentación no lineal**

El control de realimentación no lineal es una técnica de control avanzada que utiliza modelos matemáticos no lineales para controlar procesos complejos. Esta técnica es particularmente útil para procesos no lineales o variables que cambian rápidamente.

El control de realimentación no lineal se divide en dos categorías principales: control de retroalimentación no lineal basado en estado y control de retroalimentación no lineal basado en entrada. El control de realimentación no lineal basado en estado utiliza la realimentación de estado para controlar el proceso, mientras que el control de realimentación no lineal basado en entrada utiliza la retroalimentación de entrada para controlar el proceso.

El control de realimentación no lineal se ha aplicado en diferentes campos industriales, como el control de procesos químicos y la automatización de la producción de energía. Además,

se han desarrollado diferentes variantes del control de realimentación no lineal para hacer frente a desafíos específicos, como el control de realimentación no lineal adaptativo, que puede ajustar automáticamente los parámetros del controlador en función de las condiciones cambiantes del proceso [9].

### 2.6 Control por realimentación de estados

Inicialmente se debe convertir el sistema diferencial en un modelo en espacio de estados de la forma:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (2.2)$$

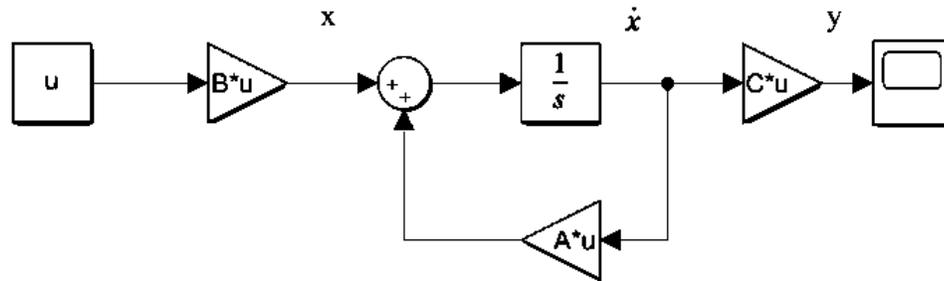
$$y = Cx \quad (2.3)$$

donde  $A$  es la matriz del sistema,  $B$  es la matriz de entrada,  $C$  es la matriz de salida,  $x$  son los estados del sistema,  $\dot{x}$  las derivadas de los estados del sistema,  $y$  son las salidas del sistema y  $u$  son las entradas del sistema. Para la obtención de las matrices  $A$  y  $B$  se parte de la linealización del sistema mediante los Jacobianos siguientes:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u} \\ \frac{\partial f_2}{\partial u} \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Una vez que se tiene el sistema en espacio de estados, se pueden utilizar distintos métodos para el diseño de controladores como control con pre-compensador estático o con seguimiento de referencia. En la Figura 2.3 se presenta un esquema representativo en *Simulink* de un sistema en espacio de estados.



**Figura 2.3** Esquema representativo en *Simulink* de un sistema en espacio de estados.

### 2.6.1 Control con pre-compensador estático en espacio de estados empleando la ecuación de Lyapunov:

El uso de un pre-compensador de estados es una forma sencilla que permite que la salida del sistema tenga el mismo valor que su entrada, esto se logra agregando una ganancia a la entrada de la realimentación en el lazo cerrado. Por lo que, el objetivo será determinar las ganancias de la realimentación de estados y el valor de ganancia del pre-compensador.

La realimentación en espacio de estados es posible realizarla resolviendo un sistema de ecuaciones empleando una ecuación similar a la de Lyapunov, la ventaja que tiene este método es que puede ser empleado para sistemas SISO como para sistemas MIMO.

Una vez que se tiene el sistema en el espacio de estados se puede hacer la realimentación de estados, se puede aplicar el principio establecido por Bellman [10], quien menciona que las entradas del sistema en espacio de estados deben ser determinadas usando el vector de estados:

$$u(t) = x(\vec{x}(t), t) \quad (2.6)$$

donde  $\vec{x}(t)$  es el vector de estados, y posteriormente Kalman [11] estableció que la ley de control se puede plantear de la siguiente manera:

$$u(t) = -k\vec{x}(t), \quad \vec{x} \in R^n, k \in R^{1 \times n} \quad (2.7)$$

Así, sustituyendo la ley de control de (2.7) en (2.2), se tiene que:

$$\dot{x} = Ax - k\vec{x}(t)B \quad (2.8)$$

Y factorizando al vector de estados, se reescribe como:

$$\dot{x} = (Ax - kB\vec{x})(t) \quad (2.9)$$

Con esta estructura se establece un sistema de control del tipo regulatorio, lo que significa que al no presentar ningún ingreso se referencia, solo rechaza los posibles disturbios que se puedan presentar a lo largo de la dinámica del sistema. Si se desea obtener un sistema diseñado de esta manera, los polos del nuevo sistema deben ser modificados siempre y cuando el par de la matriz dinámica  $A$  y el vector de entradas  $B$  originales sean controlables. El objetivo de este control es encontrar el vector de ganancias  $k$ . Para esto se debe obtener el espacio de estados en una forma canónica controlable (FCC), esta forma se puede obtener a partir de la función de transferencia, la cual se obtiene a partir del sistema de en espacio de estados original aplicando la siguiente ecuación:

$$G_{(s)} = C(sI - A)^{-1}B \quad (2.10)$$

La idea esencial del método de Lyapunov [12] consiste en resolver la siguiente ecuación:

$$A - BK = TFT^{-1} \quad (2.11)$$

Donde  $A-BK$  es lo que se desea determinar,  $F$  es una matriz cuyos autovalores son los autovalores del lazo cerrado de la forma canónica controlable del sistema, mientras que  $T$  es una matriz a determinar que representa a la matriz de transformación de similitud entre la representación de  $F$  y  $A-BK$ , y por lo tanto  $T$  no puede ser no singular.

Para resolver a  $T$  se debe considerar lo siguiente: si  $A$  y  $F$  no tienen autovalores en común, entonces la solución  $T$  de la expresión de Lyapunov en su forma de Sylvester [12] siguiente:

$$AT - TF = BK \quad (2.12)$$

Para el caso de un sistema SISO  $T$  es no singular si  $(A, B)$  son controlables y  $(F, K)$  son observables. Por lo tanto, para resolver este problema, se deben seguir 4 pasos.

Primero se debe escoger una ecuación característica deseada para el sistema en lazo cerrado  $\Delta f(s)$  y determinar una matriz  $F$ . Posteriormente se debe escoger una matriz  $\bar{K}$  tal que el par  $(F, \bar{K})$  sea observable. A continuación se debe determinar a la matriz  $T$  a través de la ecuación (2.12). Y por último se debe obtener la ganancia de realimentación en espacio de estados con la ecuación:

$$K = \bar{K}T \quad (2.13)$$

donde  $K$  es la matriz de ganancias, así la ley de control estará expresada por:

$$u(t) = -Kx(t) + Hr(t) \quad (2.14)$$

Ahora, sustituyendo (2.12) en (2.2), la dinámica en lazo cerrado del espacio de estados es:

$$\dot{x}(t) = (A - BK)x(t) + HBr(t) \quad (2.15)$$

Obteniendo la función de transferencia en lazo cerrado de (2.15):

$$G_f = \frac{y(s)}{r(s)} = C(sI - \bar{A})^{-1}BH = G_{(s)}H \quad (2.16)$$

Donde

$$\bar{A} = (A - BK) \quad (2.17)$$

Con el fin de encontrar el valor de la ganancia  $H$ , se emplea la transformada de Laplace:

$$G_f(0) = I \quad (2.18)$$

Lo cual es válido para una entrada constante como una función escalón, de esta manera el pre-compensador se determina mediante la siguiente expresión:

$$H = G(0)^{-1} = -(C\bar{A}^{-1}B)^{-1} \quad (2.19)$$

### 2.6.2 Control regulatorio con pre-compensador estático en espacio de estados LQR

Una vez que se tiene el sistema en espacio de estados, se puede emplear el concepto del control óptimo cuadrático lineal o regulador lineal cuadrático (LQR) [13] para determinar el vector de ganancias  $K$ , para hacer un sistema de control para este sistema, comenzando con la premisa de que un control óptimo es cuando este minimiza una función objetivo en el que se manifiesta una

relación entre distintas especificaciones y restricciones. Así se define una función de costo de la siguiente forma:

$$J = \int_{t_0}^{t_f} e(t)dt \quad (2.20)$$

Debido a que bajo algunas condiciones el área bajo la curva de (2.20) puede dar una cancelación áreas, los índices de optimización solo deben expresarse como variables positivas, siendo necesario expresar el error en términos absolutos o como índices cuadráticos, en (2.21) se emplean estos últimos:

$$J = \int_{t_0}^{t_f} e(t)^2 dt \quad (2.21)$$

Observando que (2.21) no contempla ninguna restricción de control, y que en los sistemas de control el error no solo depende los estados o salidas, sino que también depende de las entradas, (2.21) se puede completar con las entradas, quedando como sigue:

$$J = \int_{t_0}^{t_f} (e(t)^2 - pu(t)^2) dt \quad (2.22)$$

Donde  $p$  es una constante de ponderación hacia las entradas, retomando un sistema en espacio de estados con (2.2) y (2.3) y que la ley de control en realimentación de estados viene dada por (2.7), bajo el esquema de espacio de estados, con el fin de visualizar lo que implica (2.22), esta podría generalizarse como:

$$J = \int_{t_0}^{t_f} (\text{estados}^2 - \text{entrada}^2) dt \quad (2.23)$$

Retomando a  $x$  y a  $u$ , (2.22) se puede escribir como:

$$J = \int_{t_0}^{t_f} (x^T Qx - u^T Ru) dt \quad (2.24)$$

Donde  $Q$  y  $R$  son matrices de ponderación, siendo  $Q$  una matriz que pondera a los estados, es decir, la velocidad con la que se quiere llegar a los estados de la salida, y  $R$  pondera el gasto de energía que gasta el sistema ya que el sistema demora más tiempo en llegar a su estado final,

además, estas matrices de ponderación deben ser reales, simétricas, constantes y definidas positivas.

Finalmente, el objetivo de la optimización es minimizar  $J$  de (2.24), sujeto al propio sistema, es decir:

$$\begin{aligned} \text{mín } J &= \int_{t_0}^{t_f} (x^T Q x - u^T R u) dt \\ \text{sujeto a: } & Ax(t) + Bu(t) \\ & u(t) = -Kx(t) \end{aligned} \tag{2.25}$$

En donde se debe encontrar el valor de  $K$  para la realimentación de estados, la cual depende de  $Q$  y  $R$ . Para esto se emplea el Hamiltoniano, que expresado para este caso queda como;

$$H = x^T Q x - u^T R u + \lambda(Ax(t) + Bu(t)) \tag{2.26}$$

Obteniendo las derivadas de (2.26) se tiene que:

$$\dot{x} = \frac{dH}{d\lambda} = H\lambda = Ax(t) + Bu(t) \tag{2.27}$$

$$\dot{\lambda} = -\frac{dH}{dx} = -Hx = -Qx - A^T \lambda \tag{2.28}$$

$$0 = \frac{dH}{du} = Hu = Ru + B^T \lambda \tag{2.29}$$

Con estas tres ecuaciones, se puede observar que los estados son  $x$ ,  $\lambda$ ,  $\dot{x}$  y  $\dot{\lambda}$ , sin embargo de (2.29) se puede observar que se puede obtener a  $u$ , así:

$$u = -R^{-1}B^T \lambda \tag{2.30}$$

Sabiendo que  $\lambda$  debe contener a los estados  $x$ , ya que la ley de control para  $u$  los contiene, se define:

$$\lambda = Px \tag{2.31}$$

$$\dot{\lambda} = P\dot{x} \tag{2.32}$$

Combinando (2.30) y (2.31), se llega a:

$$u = -R^{-1}B^T Px \quad (2.33)$$

Lo que se debe hallar es el valor de  $P$ , sustituyendo en la ley de control:

$$\dot{x} = Ax - BR^{-1}B^T Px \quad (2.34)$$

Usando la definición de (2.32) en (2.34) y sustituyendo (2.28):

$$\dot{P}x = PAx - PBR^{-1}B^T Px = -Qx - A^T Px \quad (2.35)$$

Reordenando y factorizando:

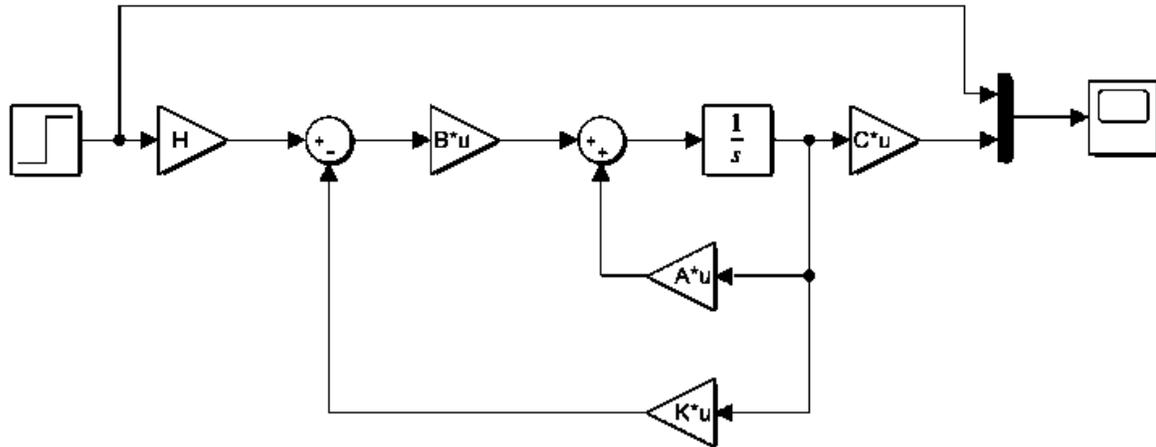
$$(PA - PBR^{-1}B^T P + Q + A^T P)x = 0 \quad (2.36)$$

De esto se deduce que si  $x$  son los estados, entonces el coeficiente matricial debe anular los estados, así se obtiene que:

$$PA - PBR^{-1}B^T P + Q + A^T P = 0 \quad (2.37)$$

La ecuación (2.37) es la conocida como la ecuación algebraica de Riccati [13], donde se debe encontrar el valor de  $P$ .

En la Figura 2.4 se presenta un esquema de un lazo de control con pre-compensador estático en espacio de estados, independientemente del método empleado para determinar las ganancias.



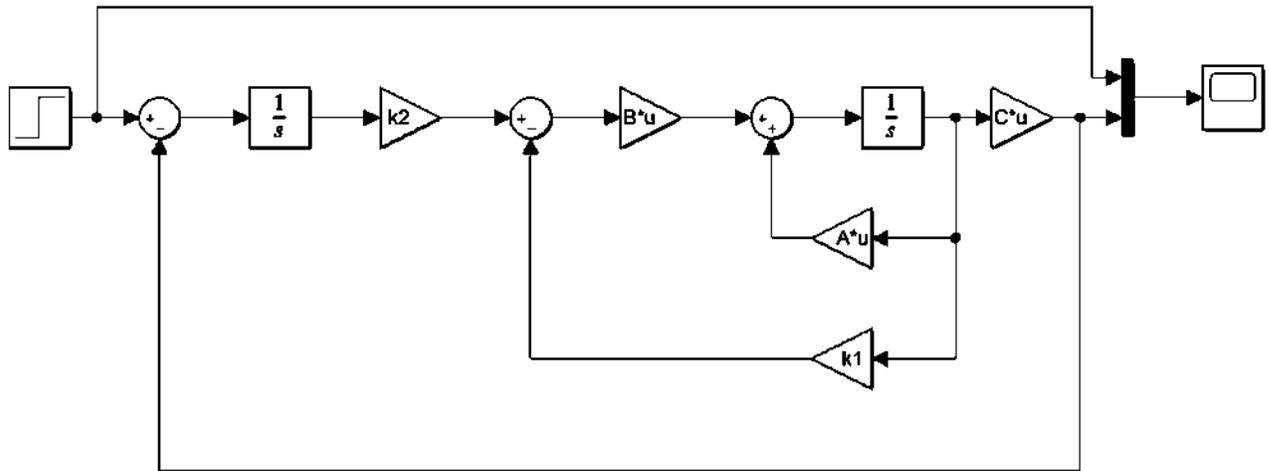
**Figura 2.4** Esquema representativo en *Simulink* de un lazo de control con pre-compensador estático en espacio de estados.

### 2.6.3 Control por realimentación de estados con seguimiento de referencia

Este control parte del mismo planteamiento de realimentación en espacio de estados, donde existen dos estrategias, la primera de ellas fue desarrollado en el apartado 2.6.2, pero este control generará un error en estado estacionario ante cualquier cambio en la entrada se. La segunda estrategia consiste en añadir un integrador en el lazo directo de control, lo que permitirá al sistema seguir diferentes referencias.

Con el fin de obtener un error de cero en estado estacionario ante diferentes valores de referencia se puede agregar un integrador en el lazo directo del sistema de control, haciendo con esto que el sistema de control sea robusto. Entonces, para una entrada constante del tipo escalón, el modo no estable sería el polo en el origen, es por eso que se agrega un integrador.

En la Figura 2.5 se muestra un esquema de un sistema de control en lazo cerrado en espacio de estados con seguimiento a una referencia.



**Figura 2.5** Esquema representativo en *Simulink* de un sistema de control en lazo cerrado en espacio de estados con seguimiento de referencia.

Este diagrama es completamente similar a un controlador Proporcional-Integral. Solo que en este caso se está agregando un estado más por medio de la integral del error, lo cual se considera ahora para reescribir las ecuaciones necesarias para el diseño del controlador. Así la ley de control ahora se escribe como:

$$u(t) = -K_1x(t) + K_2\xi(t) \quad (2.38)$$

En donde  $K_1$  se refiere a los estados del sistema,  $K_2$  refiere a los estados del controlador y  $\xi(t)$  es la nueva variable de estado para la integral del error, así el error se define como:

$$e(t) = \dot{\xi}(t) = r - y = r - Cx \quad (2.39)$$

Entonces, el sistema aumentado en el espacio de estados queda como:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{\xi}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \xi(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} r(t) \quad (2.40)$$

Así (2.42) puede ser reescrita de una forma compacta de la siguiente manera:

$$\dot{x}_a(t) = A_a x_a(t) + B_a u(t) + E_a r(t) \quad (2.41)$$

$$u(t) = -K_a x_a(t) \quad (2.42)$$

Donde el subíndice  $a$  quiere decir que la variable es ampliada, es decir que las matrices  $A_a$ ,  $B_a$  y  $E_a$  son los análogos de (2.41), solo queda definir al vector  $K_a$  el cual es:

$$K_a = [K_1 \quad -K_2] \quad (2.43)$$

Para determinar los valores de  $K_1$  y  $K_2$  se emplea el método de Ackermann [14]. Para esto se debe elegir un comportamiento que el sistema deba seguir, por ejemplo un polinomio deseado de la siguiente forma:

$$s^2 + 2\zeta\omega_n + \omega_n^2 \quad (2.44)$$

Debido a que el polinomio característico del sistema es de segundo orden, debe establecerse un polinomio deseado en un orden superior, ya que al agregar al error se añade otro estado del sistema ahora aumentado, para resolver esto se puede obtener la convolución entre el polinomio de segundo orden dado en (2.44) con un polinomio de primer orden que aumente a tercer orden el polinomio deseado, este polinomio de primer orden se establece como el siguiente:

$$s + \zeta\omega_n \quad (2.45)$$

El método de Ackermann indica que las ganancias están dadas por:

$$K_a = [0 \quad 0 \quad \dots \quad 1] \mathbb{C}_a^{-1} \emptyset(A_a) \quad (2.46)$$

Donde  $\mathbb{C}_a$  es la matriz de controlabilidad del sistema aumentado, la cual se obtiene a partir de:

$$\mathbb{C}_a = [B_b \quad A_a B_b \quad A_a^2 B_b] \quad (2.47)$$

Y el término  $\emptyset(A_a)$  es un el polinomio deseado en función de la matriz dinámica aumentada  $A_a$  y que viene dado por:

$$\emptyset(A_a) = \lambda^n + \alpha_1 \lambda^{n-1} + \alpha_2 \lambda^{n-2} + \dots + \alpha_{n-1} \lambda + \alpha_n \quad (2.48)$$

## 2.7 Control por lógica difusa (CLD)

En esta sección se abordan los principales conceptos aplicados en el control difuso, partiendo de la definición de la lógica difusa, notando la diferencia que mientras en la lógica clásica, solo es posible generar dos respuestas viables de veracidad, ante una veracidad solo se

puede decir que esto es falso o es cierto, Mientras que para la lógica difusa, la veracidad puede tener una gama de posibilidades, no solo dos estados, asignando parcialidades verdaderas y parcialidades falsas. La aplicación de esta lógica difusa se puede emplear desde dos consideraciones, por un lado sirve para automatizar procesos y diseñar controladores difusos, y por otro lado sirve para trasladar la experiencia humana hacia la computadora. Tiene la ventaja que permite procesar la información con incertidumbre, ya que las mediciones que se obtienen de los sistemas contienen errores y el enfoque clásico es utilizar probabilidad y estadística, mientras que la lógica difusa usa el razonamiento aproximado.

Para el control difuso:

- No se requiere una identificación el sistema.
- No es necesario hacer aproximaciones del modelo.
- No se necesitan hacer linealizaciones.

Sin embargo, una de las principales desventajas es que se requiere conocer y establecer de manera adecuada las reglas lingüísticas (reglas si y entonces) de control por el conocimiento experto del comportamiento del sistema o por un un método formal desde la perspectiva matemática.

Para poder aplicar la lógica difusa, es necesario conocer el nuevo lenguaje matemático, el cual fue introducido con el concepto de conjuntos difusos propuesto por Lofti Zadeh [15], quien desarrolló las bases matemáticas para el trabajo con estos conjuntos difusos.

Dentro de la teoría de lógica difusa, es necesario conocer primeramente la definición de una variable difusa y los conjuntos difusos, considerando la notación especial que se utiliza para esto, así como las operaciones que se pueden efectuar entre los conjuntos difusos (subconjunto, intersección, unión, complemento), y a su vez, estas operaciones tiene propiedades [16].

Teniendo un universo de discurso ( $X$ ) o bien, totalidad de elementos que se consideran en el sistema, en los conjuntos clásicos se establece un solo criterio para diferenciar entre sí a sus elementos, mientras que en los conjuntos difusos, todos los elementos del universo de discurso pueden pertenecer a más de un conjunto difuso, solo que lo hacen en diferente grado o magnitud,

esta pertenencia va de 0 a 1, siendo el cero la no pertenencia y el uno la total pertenencia, y todos los valores intermedios indican el grado de pertenencia incluyendo al 0 y al 1.

Por otro lado, hay que conocer el concepto de función de membresía, características y tipos, esta función de membresía ( $\mu$ ), la cual tendrá un dominio que será el universo de discurso, es decir  $x \in X$ , es decir que, el valor de la variable  $x$  pertenece al universo de discurso  $X$ , al igual, la función de membresía debe tener una imagen, por ejemplo  $\mu \in [0,1]$ , es decir, que el valor de la función de membresía será una número real entre 0 y 1.

Los conjuntos difusos pueden ser continuos ( $f$ ) o discretos ( $\Sigma$ ), teniendo en cuenta que la notación no se debe confundir con la notación que comúnmente se usa en matemáticas.

Las operaciones que se pueden realizar entre los conjuntos difusos son [17]:

Subconjunto: Esta operación representa que los elementos de un conjunto difuso pertenecen a otro conjunto difuso, es decir:

$$B \subset A \leftrightarrow \mu_B(x) \leq \mu_A(x) \text{ para } \forall x \in X \quad (2.49)$$

Donde  $B$  es un subconjunto de  $A$ , si y solo si, la función de membresía de  $B$  es menor o igual a la función de membresía  $A$  para todos los posibles valores de  $x$  en el universo de discurso  $X$ .

Intersección: representa a un conjunto que es el resultado de los elementos que comparten pertenencia a los dos conjuntos originales.

$$C = A \cap B \quad (2.50)$$

Con funciones de membresía se representa como:

$$\mu_B(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)) = \mu_A(x) \wedge \mu_B(x) \text{ para } \forall x \in X \quad (2.51)$$

El conjunto difuso  $C$  resultado de la intersección entre  $A$  y  $B$ , es el mínimo de los dos valores de las funciones de membresía de  $A$  y  $B$  para todos los posibles valores de  $x$  dentro del universo de discurso  $X$ .

Unión: representa a todos los elementos de dos conjuntos originales en un nuevo conjunto

$$C = A \cup B \quad (2.52)$$

Con funciones de membresía se representa como:

$$\mu_C(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x)) = \mu_A(x) \vee \mu_B(x) \text{ para } \forall x \in X \quad (2.53)$$

El conjunto difuso  $C$  resultado de la unión entre  $A$  y  $B$ , es el máximo de los dos valores de las funciones de membresía de  $A$  y  $B$  para todos los posibles valores de  $x$  dentro del universo de discurso  $X$ .

Complemento: Todos los elementos que no pertenecen a un conjunto difuso pero que están contenidos en los valores  $x$  de universo de discurso  $X$ , son el complemento de  $A$  ( $\bar{A}$ ), es decir el conjunto  $B$ .

$$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x) \forall x \in X \quad (2.54)$$

La función de membresía del complemento de  $A$ , es igual a 1 menos la función de membresía para todos los posibles valores de  $x$  dentro del universo de discurso  $X$ .

Dentro de las propiedades que son válidas en los conjuntos difusos se tienen asociativa, distributiva, identidad, transitiva, *idempotencia*, leyes de DeMorgan e involutiva. La única propiedad que es válida para conjuntos clásicos y que no es válida para conjunto difusos es la propiedad complementariedad.

Otro de los conceptos que se debe manejar de forma adecuada es la función de membresía, la cual tiene ciertas secciones, primeramente se tiene el núcleo de la función de membresía, que es la región en donde tiene el valor de membresía igual a 1, después se tienen las fronteras que son los elementos del universo de discurso que toman valores de membresía entre 0 y 1, pero nunca 0 y 1. Cuando se junta el núcleo con las fronteras se forma el soporte de la función y son todos los valores del universo de discurso con función de membresía mayor a 0. Es importante reconocer los puntos de cruce, que son los valores del universo de discurso donde la función de membresía es igual a 0.5, y estos puntos permiten determinar el ancho de banda de la función, que es la diferencia absoluta entre los dos puntos de cruce.

Las funciones de membresía se pueden clasificar en normales y subnormales, simétricas y no simétricas, en abiertas y cerradas y en convexas y no convexas.

Las funciones normales son las que tienen un núcleo, es decir las que tienen una región con valor de membresía igual a la unidad, mientras que las funciones subnormales son las que no tienen núcleo ya que nunca alcanza el valor de 1. Se prefiere el uso de funciones normales. Para la otra clasificación, las funciones simétricas son las que presentan simetría en su centro con respecto al universo de discurso, si están desplazadas en su centro respecto al universo de discurso, también se prefieren las funciones simétricas para el diseño de controladores.

Las funciones abiertas pueden ser a la derecha o a la izquierda, donde la abertura se denota cuando el valor de membresía hacia un lado no alcanza el valor de cero al extremo del universo de discurso. Las funciones cerradas son las que en ambos extremos del universo de discurso la función de membresía alcanza el valor de cero. En este caso no hay prioridades, aunque se acostumbra que las funciones de membresía para los extremos del universo de discurso sean abiertas y cerradas para los valores intermedios del universo de discurso.

Por último para una función de membresía convexa o no convexa, se deben tomar dos valores del universo de discurso y obtener los valores de la función de membresía en esos puntos y obtener el valor mínimo de membresía entre esos dos valores, y todos los valores de membresía que existan entre esos dos valores deben ser mayores o iguales que el mínimo de los extremos, si eso se cumple la función es convexa, en caso contrario si algún valor es más pequeño que el mínimo de los valores de la función de membresía entonces esta es no convexa.

De los tipos de funciones hay una forma especial que es la función *singleton* (que en sí misma no es un conjunto difuso, y se representa como función de la siguiente manera:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & x = x_0 \\ 0 & x \neq x_0 \end{cases} \quad (2.55)$$

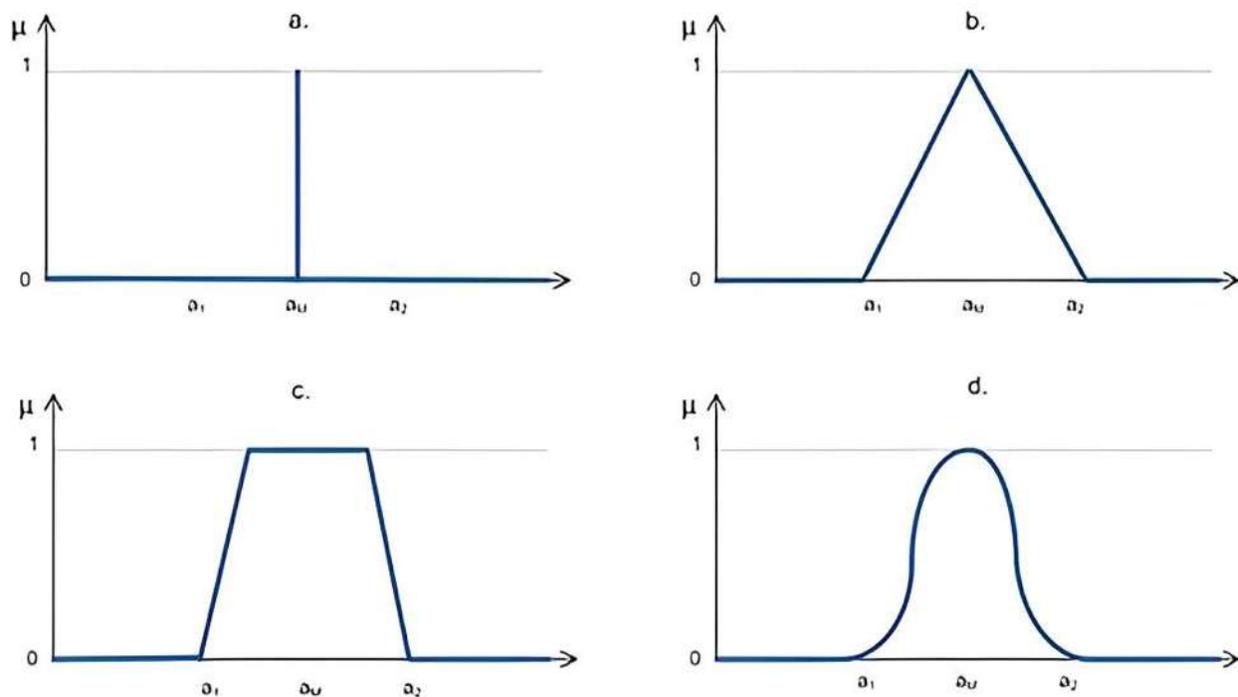
En los controladores difusos se utiliza mucho la función *singleton* ya que las señales que llegan a los procesos son valores discretos, por lo tanto se representan con esta función.

Además de estas dos funciones se tienen otras funciones más, primeramente dos funciones con derivadas discontinuas, esto quiere decir que la pendiente de la función sufre cambios abruptos

en algunos valores del universo de discurso, estas dos funciones son la triangular (en *Matlab* el comando es  $y = \text{trimf}(x, [a \ b \ c])$ ) y la trapezoidal (en *Matlab* el comando es  $y = \text{trapmf}(x, [a \ b \ c \ d])$ )).

Otras dos funciones con derivadas continuas, cerradas y simétricas, se tiene a la función Gaussiana (en *Matlab* el comando es  $y = \text{gaussmf}(x, [sig \ x_0])$ ) y la función de campana generalizada (en *Matlab* el comando es  $y = \text{genbfm}(x, [a \ b \ x_0])$ )).

Otra función con derivada continua, simétrica pero abierta es la sigmoideal (en *Matlab* el comando es  $y = \text{sigmf}(x, [a \ x_0])$ ). En la Figura 2.6 se muestran ejemplos gráficos de las funciones de membresía usadas más comúnmente.



**Figura 2.6** Ejemplos gráficos de funciones de membresía (a) *singleton*, (b) triangular, (c) trapezoidal, (d) campana generalizada [16]

Existen otras operaciones difusas que son importantes para el diseño de controladores, entre ellas se tiene la relación difusa, el producto cartesiano y la composición, además de los operadores difusos generalizados que son la Norma T, la Norma S y el complemento difuso.

Para las relaciones difusas, se establece la relación que existe entre un dominio y un codominio, pero a diferencia de las relaciones certeras, la relación entre los solo elementos se da con un sí o un no, y en las relaciones difusas un solo término del dominio se puede relacionar con más valores del codominio solo que lo hace en diferentes grados o diferentes partencias (membresías). Las relaciones difusas tienen las mismas propiedades que los conjuntos difusos así como las mismas operaciones.

El producto cartesiano entre conjuntos difusos se establece como:

$$\mu_{AXB}(x, y) = \min(\mu_A(x), \mu_B(y)) \quad (2.56)$$

Esta expresión sirve para relacionar causas y efectos entre los dos conjuntos y su resultado es una matriz cuya representación gráfica debe ser en tres dimensiones para generar una superficie.

La composición entre relaciones difusas se obtiene por:

$$\mu_{R1,R2}(x, z) = \max[\min(\mu_{R1}(x, y), \mu_{R2}(y, z))] \quad (2.57)$$

Posteriormente se establecen las reglas “si entonces”, por ejemplo si el nivel es alto entonces el recipiente está lleno, aquí las variables lingüísticas son nivel y recipiente, y aceptan valores lingüísticos que son alto y lleno. Estos enunciados se pueden entender por un operador, ahora se vuelve necesario transportar estos enunciados que deben ser ahora introducidos a una computadora, y eso se puede hacer mediante una relación difusa o una implicación difusa. Sin embargo estas dos opciones reflejan diferentes significados distintos, la relación difusa (que es el producto de los conjuntos difusos) representa la intensidad de la causalidad o relación entre A y B (el antecedente con el consecuente), mientras que la implicación difusa mide la veracidad de la implicación, en control difuso se utiliza la primera opción.

Para concluir este razonamiento es necesario establecer el *Modus Ponens*, el cual parte de una premisa (hecho) establecido por una variable lingüística y una premisa que es una regla “si entonces” para obtener una conclusión, que se obtendría mediante la composición entre la premisa del hecho (conjunto difuso con su función de membresía) con la relación difusa que se obtiene entre la premisa del hecho y la premisa de la regla [18].

Una vez que se tienen todos los razonamientos se puede comenzar con el diseño del controlador [19], el cual consta de las secciones presentadas en la Figura 2.7 de manera general:



**Figura 2.7** Elementos generales de un controlador difuso

El preprocesamiento permite acondicionar las señales que entran al procesador digital (una computadora por ejemplo), que debe incluir un filtro de señal y en su caso un amplificador o un muestreador.

La fusificación es un método mediante el cual se alimentan las magnitudes de la señal de entrada y se transforman en una magnitud difusa, es decir, es la evaluación de las magnitudes de las señales para cada uno de los conjuntos difusos que existen en la premisas de las reglas “si entonces”.

Las reglas de control son las reglas lingüísticas “si entonces” basadas en el conocimiento del proceso y del control.

El método de inferencia es un algoritmo que le permitirá al equipo de cómputo llegar a una conclusión a partir de las señales de entrada (hecho, premisas) y las reglas de control (el *Modus Ponens* difuso), existen varios métodos de inferencia.

La defusificación convierte a un conjunto difuso en un valor certero, un único valor, para poder generar una salida del controlador que permita compensar el error.

El posprocesamiento filtra la señal y convierte una señal discreta en una continua para poder entrar al actuador.

Una vez que se tienen todas las reglas difusas se debe unir cada función de membresía de cada regla que se estableció, para llegar a una sola función de membresía, esta es la fusificación para que la computadora llegue a una conclusión de lo que debe hacer.

Para simplificar este proceso se debe observar que el conjunto difuso de entrada (el hecho o premisa), por ejemplo el error del nivel es un solo dato, no es por lo tanto un conjunto difuso, es un conjunto *singleton*, así en lugar de tener que hacer una composición y un producto cartesiano para obtener la función de membresía de la consecuencia (lo que debe hacer la computadora) solo se debe evaluar la entrada en su función de membresía de su conjunto difuso, con lo que se obtiene el valor de fusificación. A esto se le conoce como fusificación de Mandami.

Una vez que se tiene la función de membresía de la salida del controlador, no se puede introducir una serie de datos al actuador, es necesario que sea un único valor, para lo cual es necesario hacer un paso de defusificación. Existen varios métodos de defusificación, entre ellas está el método del centroide, que considera a la función de membresía como una distribución de masa para calcular el centro de masa el cual será la salida del controlador, ahora ya no se tiene un conjunto difuso, que es la conclusión de la inferencia, la salida ya solo es un valor. También se tiene el método de defusificación de bisectriz, el cual utiliza la determinación del área debajo de la función de membresía y distribuye el área en dos regiones iguales, donde encuentre ese punto es el valor de la salida del control. Otro método es el máximo central (MOM), el cual encuentra un intervalo de valores de salida que maximiza la función de membresía, una vez que se tiene ese intervalo se calcula el promedio de esos dos valores y se obtiene el valor de la salida. El método de máximo más pequeño (SOM), parecido al anterior con el intervalo que maximiza, en lugar de tomar el promedio se toma el valor más pequeño. Y por último, está el caso contrario, el máximo más grande (LOM), en este se toma el valor más grande. *Matlab* cuenta con un comando para procesar estos métodos de defusificación  $y = defuzz(x, mf, type)$ , donde  $x$  es el universo de conjunto,  $mf$  es la función de membresía, y  $type$  se refiere al método de defusificación (centroide, biseccion, mom, som, lom).

Cuando se tienen las variables definidas en términos lingüísticos es necesario hacer una tabla de operaciones de la lógica difusa (tabla de verdad) empleando las proposiciones: conjunción, disyunción, negación, implicación, equivalencia o-exclusiva y o-exclusiva negada, estas proposiciones permiten establecer las relaciones entre los resultados (o sentencias) que se esperan por medio de una variable, y a la sentencia puede tener valores de veracidad entre 0 y 1, sin embargo, con las tres primeras proposiciones se pueden generar las demás. La conjunción se obtiene con el mínimo de las dos proporciones para obtener así la veracidad de la sentencia, la disyunción

de hace entre con un máximo entre las proposiciones, la negación se hace con un complemento. Existen dos proposiciones compuestas que hay que considerar, la *Modus Ponens* y la *Modus Tollens*.

Las variables lingüísticas deben tener un nombre, tener un universo de discurso, los términos lingüísticos que acepta la variable, la regla sintáctica que genera los términos lingüísticos y la regla semántica que asocia cada término lingüístico con su significado.

Es necesario hacer la consideración del método de inferencia del *Modus Ponens* difuso. La principal y básica es el método de Mamdani. De ahí existen un par de simplificaciones. La primera es el método de inferencia de Sugeno – Takagi \_ Kang [20], en el cual los primeros pasos son iguales que en el método de Mamdani, solo que la reglas difusas no tienen conjunto difuso consecuente, solo una serie de funciones que dependen de las entradas del controlador, la utilidad que tiene este controlador es suavizar las transiciones de una función a otra función y como ya no se genera una función de membresía no es necesario defusificar. La señal de salida se determina mediante una ecuación que depende de los valores de fusificación que son utilizados para determinar una combinación lineal entre los mínimos de los valores de las evaluaciones de los valores de fusificación y las funciones que sustituyen a los conjuntos difusos consecuentes. Por lo tanto tiene menos operaciones que el método de Mamdani pero se debe conocer la curva de control del proceso, además de que se trabaja de forma inversa, se parte de la curva o superficie de control para generar las reglas de control, mientras que en el método de Mamdani se parte de las reglas de control para obtener una curva de control.

El otro método de inferencia que se tiene el método de Tsukamoto [21], que también es una simplificación del método de Mamdani, y este método es más sencillo para procesar la información y diseñar la inferencia. Las premisas del *Modus Ponens* difuso se parecen mucho a las del método de Mamdani, la diferencia está en las conclusiones de las reglas, las cuales son una cantidad escalar, por lo que no se requiere un defusificador. El proceso de defusificación se realiza de una forma muy parecida al de Mamdani, pero no se lleva a cabo la unión de las conclusiones de las funciones de membresía de las salidas, solo se hace una combinación lineal de las evaluaciones de los valores de fusificación mínimos con los valores de estos mismos en las funciones de membresía de la conclusión, en lugar de las funciones evaluadas en las entradas como en el método de Sugeno. Una

de las limitaciones que tiene el método de Tsukamoto es que las funciones de membresía de los conjuntos consecuentes deben ser funciones abiertas, ya que si no se tendría más de un valor para la combinación lineal de la salida del controlador y se debería tener un criterio para elegir entre los posibles puntos.

A forma de conclusión de los métodos de inferencia se puede decir que si no se conoce la curva de control pero si se pueden construir las reglas difusas se debe considerar el método de Mamdani, si por otro lado, se conoce la curva de control pero no las reglas difusa se debe considerar el método de Sugeno, y finalmente el método de Tsukamoto es una implicación de Mamdani pero está restringido en las funciones de membresía del conjunto difuso de la conclusión de las reglas difusas.

La mayoría de las situaciones de control son más complejas de lo que a veces se puede manejar matemáticamente. En esta situación, el control difuso se presenta como una gran alternativa, siempre que se tenga un conocimiento sobre el control que podrán hacer un experto en el proceso, existe una manera de poder establecer una serie de reglas difusas. Por ejemplo, suponga una industria donde la salida del proceso se da en términos de la presión. Se puede calcular la diferencia entre la presión deseada y la presión de salida, llamada error de presión ( $e$ ), por lo que se puede calcular la diferencia entre la tasa deseada de cambio de la presión  $dP/dt$ , y la tasa de presión real, llamada tasa de error de presión ( $\dot{e}$ ). Además, suponga que el conocimiento se puede expresar en forma de reglas SI-ENTONCES tales como:

Si el error en la presión ( $e$ ) es “positivo grande (PG)” o “positivo medio PM” y

Si la tasa de error de presión ( $\dot{e}$ ) es “negativa pequeña (NP)”

Entonces el flujo de calor a la entrada es “positivo medio (PM)”

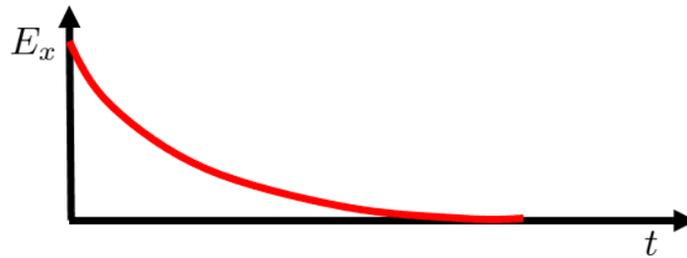
Estas reglas pueden ser escritas basadas en el conocimiento del proceso que se tenga respecto a la salida del sistema y la acción de control que se desea [16].

### 2.7.1 Síntesis difusa de Lyapunov

Por otro lado, los principios de la teoría de Lyapunov [22] permiten realizar un análisis de estabilidad y diseño de muchos modelos basándose en la existencia de una función de Lyapunov.

La elección del tipo de función de Lyapunov condiciona de una manera muy significativa el procedimiento de análisis y diseño del control. También, la teoría de estabilidad de Lyapunov está fuertemente relacionada con los conjuntos invariantes y contractivos. Para la obtención de estos conjuntos se puede utilizar algoritmos recursivos basados en la obtención de conjuntos a un paso.

Lyapunov estableció criterios para la estabilidad de un sistema bajo la experiencia vista en sistemas mecánicos, donde observó que la energía siempre es positiva y que la variación de esta tiende a cero para alcanzar la estabilidad ya que siempre decrece. Con esto se puede presentar una función de energía que permita establecer bajo estos criterios, si la solución de la ecuación diferencial es estable como se presenta en la Figura 2.8.



**Figura 2.8** Ejemplo de función energética de Lyapunov

La síntesis de Lyapunov ha sido empleada como técnica para la generación de reglas difusas [4], la cual se basa en proponer una ecuación, que asegure que esta sea decreciente y que su derivada tienda a cero, es decir que considerando una función energética del sistema, esta función denominada  $V$ , siempre debe ser positiva y su derivada debe ser decreciente. Con esto, se propone una función que dependa del error y de su derivada. Una función de Lyapunov candidata utilizada comúnmente es:

$$V_{(e,\dot{e})} = \frac{1}{2}e^2 + \frac{1}{2}\dot{e}^2 \quad (2.58)$$

Y su derivada es:

$$\dot{V}_{(e,\dot{e})} = e\dot{e} + \dot{e}\ddot{e} \quad (2.59)$$

Considerando que la segunda derivada del error ( $\ddot{e}$ ) es proporcional a la variable de control  $u$ , se puede establecer que el sistema será estable bajo el criterio de Lyapunov si este satisface las siguientes dos condiciones:

$$V_{(e,\dot{e})} = \frac{1}{2}e^2 + \frac{1}{2}\dot{e}^2 > 0 \quad (2.60)$$

$$\dot{V}_{(e,\dot{e})} = e\dot{e} + \dot{e}u \leq 0 \quad (2.61)$$

Estas condiciones se deben asegurar para que un sistema sea decreciente al momento de escribir las reglas difusas tipo Si-Entonces, las cuales serán empleadas para la inferencia del sistema.

Cuando se pretende utilizar una metodología como esta, no es necesario conocer de manera obligatoria el modelo matemático dinámico del proceso, basta con que se conozcan, de manera cualitativa, las respuestas a la salida del proceso ante ciertas entradas bajo ciertas condiciones en un punto de operación establecido, por ejemplo, los valores obtenidos de una planta o de un simulador, y en dado caso, de un modelo matemático. Por otro lado, se considera que existe una relación entre la segunda derivada del error y la variable manipulable, ya que a partir de esto es que se escriben las reglas difusas en el método de inferencia. Este método no se puede emplear si no se tiene información de la relación cualitativa entre las entradas y salidas del sistema, ya que mantiene la esencia del control difuso en sí, que es la experiencia que tiene el operador sobre el proceso.

Es así como la síntesis difusa de Lyapunov empleada para la inferencia en un controlador difuso tiene las siguientes ventajas [4]:

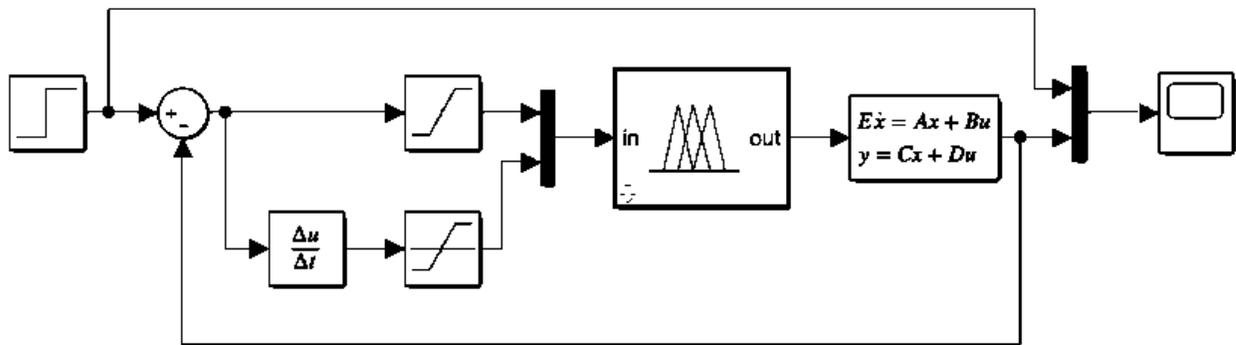
- No es necesario contar con el modelo matemático del sistema.
- Garantiza la estabilidad del sistema.
- Minimiza el uso de reglas comparado contra el control difuso heurístico.

Por otro lado, puede presentar ciertas desventajas como son:

- Debe agregar una variable de entrada más al controlador, la cual es la derivada del error contra un método más simple que es el control difuso heurístico que solo es proporcional al error.

- Es necesario conocer la respuesta del sistema a ciertas entradas en un punto de operación.
- Es necesario agregar filtros que excluyan valores muy altos o muy bajos sobretodo en la derivada del error, ya que si se consideran todos los valores, la respuesta del control puede tener oscilaciones.

Con esto es posible emplear el *toolbox Fuzzy Logic* de *Matlab* [23] donde se deberá alimentar el error y la derivada del error, para escribir las reglas que se consideren adecuadas y que permitan satisfacer (2.16), para finalmente tener a la salida del controlador la señal que permita alcanzar la referencia especificada para la variable de salida del sistema. En la Figura 2.9 se presenta un esquema representativo de un lazo de control difuso en el que alimenta al controlador difuso el error y su derivada, y el sistema es representado por una forma general de espacio de estados.



**Figura 2.9** Representación esquemática en *Simulink* de una lazo de control difuso

**Capítulo 3. Metodología**

En este capítulo se abordan 7 casos de estudio, los cuales tienen características y condiciones que se consideran atractivas para ser elegidos, dentro de esas características se contempla si son lazos múltiples, sistemas acoplados, sistemas con respuesta inversas, sistemas con retardo, o sistemas con varios equipos de proceso. Algunos de los casos considerados son denotados en la literatura como *benchmark*, es decir, que son empleados principalmente como sistemas de comparación entre controladores, mientras que en otros casos, se trata de los primeros estudios de control bajo la cosimulación, o por aplicación de controladores por lógica difusa y que presentan algunas características interesantes. Así en la Tabla 3.1 se describen los casos bajo sus consideraciones.

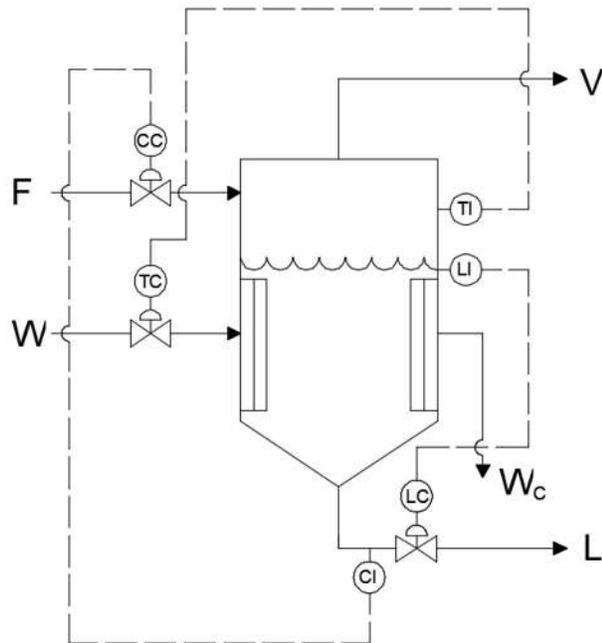
**Tabla 3.1 Casos de estudio y sus características.**

Caso de estudio	Características
Caso de estudio 1: Evaporador de simple efecto	En este caso se presenta un modelo matemático que presenta 3 ecuaciones diferenciales acopladas, es decir, que la variación de un parámetro afecta el valor en estado estacionario de otro parámetro. En este tipo de casos, los controladores convencionales suelen responder de manera distinta al momento de presentarse interacción entre los lazos de control, y en ocasiones es necesario realizar el desacoplamiento del sistema como una posible alternativa.
Caso de estudio 2: Modelo de la reacción isotérmica de Van de Vusse	Este modelo es considerado como un <i>benchmark</i> , en el área de control, ya que bajo cierto punto de operación presenta una respuesta inversa, es decir, que cuando se pretende que la variable a controlar aumente su valor como respuesta a la acción del controlador, esta decrece en un primer momento para después aumentar. Este comportamiento es de especial interés en el control ya que puede conducir a sobre impulsos altos o a que el sistema se tarde en entrar en la franja de estabilidad.
Caso de estudio 3: Modelo de la reacción no	Este caso es una extensión del anterior, por lo que la respuesta inversa del balance de materia nuevamente se encuentra presente con sus implicaciones, pero ahora se añade el balance de energía, lo cual agrega un

isotérmica de Van de Vusse	segundo lazo de control acoplado que presenta problemas por estas mismas razones.
Caso de estudio 4: Modelo multivariable de la columna de destilación de Wood y Berry	Este modelo es extraído como otro <i>benchmark</i> ya que presenta el caso de dos sistemas acoplados expresados en términos de sus funciones de transferencia, añadiendo tiempos de retardo, es así que esto conlleva lazos de control que pueden volverse inestables ya que al presencia de los retardos genera que el sistema no pueda actuar rápidamente al llegar la señal de error.
Caso de estudio 5: Columna de destilación despropanizadora	Este caso se presenta como el primero con cosimulación <i>Aspen Dynamics-Simulink</i> , y al ser una simulación rigurosa implica las condiciones de equilibrio y ecuaciones de balances que implica una torre de destilación. En cuyo caso, cuando se hacen diferentes variaciones en los parámetros de entrada, la respuesta a la salida puede presentar diferentes órdenes, lo que complica la respuesta de controladores basados en un modelo matemático.
Caso de estudio 6: Reactor CSTR para la producción de propilenglicol	En este caso se presenta un sistema acoplado de balance de materia con balance de energía en simulación rigurosa, que cuando con el caso anterior, se pueden considerar las dos operaciones unitarias fundamentales de la ingeniería química, una columna de destilación y un reactor. En este caso, las variables elegidas para manipular incluyen a la misma corriente, lo cual provoca una interacción de acoplamiento muy alta dificultando intencionalmente la operación de los controladores.
Caso de estudio 7: Reactor de esterificación	Finalmente, en este caso se buscó la interacción entre varias operaciones unitarias, lo cual representa como una acción de control debe compensar la acción de control de una operación previa, así, un lazo de control diseñado sin considerar esta interacción puede provocar respuestas lentas o inestables, y por otro lado, en este caso se consideran reacciones paralelas competitivas, en donde la temperatura y la proporción de los reactivos conduce a diferentes grados de rendimiento, siendo que en este caso se consideró tratar de mantener el rendimiento alto en todo el proceso, teniendo este un reactor CSTR y 3 operaciones de separación.

### 3.1 Caso de estudio 1: Evaporador de simple efecto

Tomando como referencia una operación unitaria de evaporación, se obtiene un modelo matemático, el cual puede ser sencillo o riguroso dependiendo de los resultados y la experiencia que se vaya adquiriendo, por ejemplo, Yadav Praveen y Jana Amiya K., [24], presentan un modelo para un evaporador de doble efecto en estado transitorio para el nivel, la temperatura y la concentración del producto a la salida. Se considera el sistema para un simple efecto basado en el modelo presentado por los autores. Haciendo algunas consideraciones para el flujo de salida del producto y la función de la entalpía del sistema respecto a la concentración y la temperatura. En la Figura 3.1 se muestra un esquema de la operación unitaria de evaporación de simple efecto, donde se representan las corrientes de entrada y salida al sistema, así como la interrelación entre las variables de control y las variables a manipular, la elección de este emparejamiento se muestra más adelante en esta misma sección.



**Figura 3.1** Diagrama de un evaporador de simple efecto

En la Tabla 3.2, se muestran las variables, símbolos y valores empleados para la solución del sistema.

**Tabla 3.2 Valores de las variables consideradas en el modelo de simple efecto [24]**

Variable	Símbolo	Valor
Flujo de alimentación	F	7.25085 kg/s
Vapor producido	V	2.7588 kg/s
Densidad promedio	P	1024.2 kg/m <sup>3</sup>
Área del orificio de salida	A <sub>O</sub>	0.0010404 m <sup>2</sup>
Gravedad	G	9.81 m/s <sup>2</sup>
Concentración de la alimentación	X <sub>F</sub>	0.05
Presión atmosférica	P <sub>O</sub>	101300 Pa
Presión del sistema	P	38534.497 Pa
Temperatura de la alimentación	T <sub>F</sub>	85 °C
Temperatura del vapor de salida	T <sub>V</sub>	74.7 °C
Flujo del vapor de calentamiento	W	3.06194 kg/s
Temperatura del vapor de calentamiento	T <sub>W</sub>	115.7 °C

Además W<sub>c</sub> es el flujo de vapor de calentamiento condensado, CC es el controlador de concentración, TC es el controlador de temperatura, LC es el controlador de nivel, IC es el indicador de concentración, IT es el indicador de temperatura e IL es en indicador de nivel. El balance de materia global del sistema es:

$$\frac{dh}{dt} = \frac{F - V}{\rho A} - \frac{A_o}{A} \sqrt{\frac{2(P - P_o)}{\rho} + 2gh} \quad (3.1)$$

La ecuación 3.1 del nivel del fluido queda en función de los flujos de entrada y de vapor de salida, así como de la diferencia de presiones entre la presión del interior del sistema y la presión atmosférica, representando el vacío que se produce en el interior del evaporador para lograr el

cambio de fase de la solución, y también en función del tamaño de la tubería y el efecto de la columna hidrostática del nivel del fluido.

A continuación se realiza el balance de materia del soluto para encontrar la ecuación diferencial de la concentración ( $X$ ), se considera una mezcla perfecta, así la concentración a la salida es la misma que cualquier parte del interior del evaporador, quedando:

$$\frac{dX}{dt} = \frac{F(X_F - X) + VX}{\rho Ah} \quad (3.2)$$

Por último, se realiza el balance de energía, donde se deben calcular las entalpías según corresponda utilizando los polinomios reportados [24], sin embargo, al momento de expresar a la entalpía, esta se considera como función de la temperatura y de la concentración:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{Fh_{F(T,X)} - Lh_{L(T,X)} + W\lambda_W - VH_{V(T)} - H_{(T,X)}(F - V - L) - \frac{\partial H}{\partial X}(F(X_F - X) + VX)}{\rho Ah \left( \frac{\partial H}{\partial T} \right)} \quad (3.2)$$

Las expresiones para el cálculo de las entalpías y los valores en estado estacionario y de proceso son:

$$h_{(T,X)} = (4.177 - 2.506X)T$$

$$H_V = 2495 + 1.958T - 0.002128T^2$$

$$\lambda_W = 2495 - 2.219T - 0.002128T^2$$

Para este caso, las variables se emparejan como se muestra en la Tabla 3.3.

**Tabla 3.3 Emparejamiento de variables a controlar y variables de control**

Variable a controlar	Variable de control
Nivel (h)	Apertura de la válvula del flujo de solución concentrada ( $A_V$ )
Concentración del soluto (X)	Flujo de alimentación (F)
Temperatura del sistema (T)	Flujo de vapor de calentamiento (W)

### 3.1.1 Control PID caso 1

Con fines comparativos, se realizaron las simulaciones implementando un control PID, según se adecuara, empleando la técnica de Ziegler-Nichols [25] en lazo abierto. Esta sintonización se realizó lazo por lazo, comenzando con el control del nivel, y una vez que este se obtuvo se desconectó el controlador dejando solo la variable de control con el valor inicial y se realizó la sintonización con el mismo método para la variable de la concentración, repitiendo esto con la variable de temperatura.

### 3.1.2 Control por lógica difusa caso 1

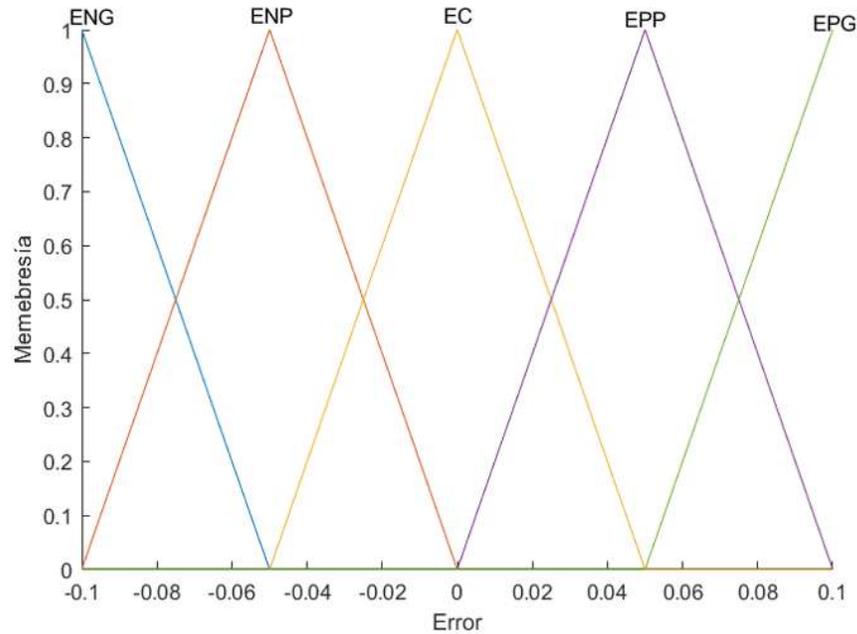
En el caso del control por lógica difusa, se establecieron los universos de discurso y las funciones de membresía para las tres variables de error, medido este como la diferencia del valor deseado y el valor de la variable, y la variable de salida del controlador considerando la Tabla 3.2. Así, por ejemplo, en el caso del nivel se tuvo que el error se define como:

$$E = h_{sp} - h_{(t)} \quad (3.4)$$

A esta variable del error se le asignó el universo de discurso:

$$E \in [-1.87 \ 1.19] \text{ m} \quad (3.5)$$

Estos valores se obtuvieron mediante el análisis del comportamiento dinámico del sistema al considerar la diferencia entre el valor del estado estacionario y un valor por arriba y un valor por debajo de este que cumpla condiciones de operación pertinentes para este sistema. Las funciones de membresía son las mostradas en la Figura 3.2.

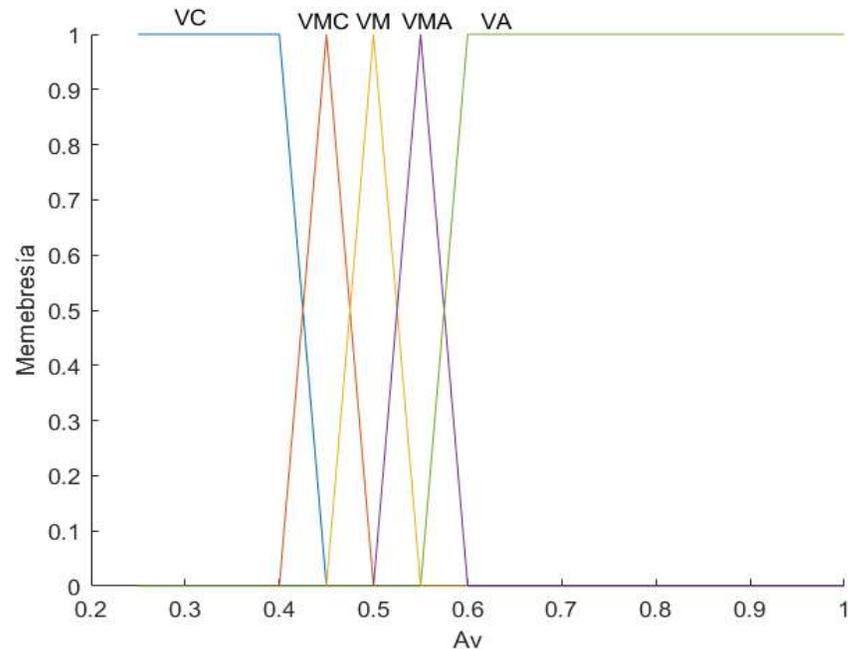


**Figura 3.2** Funciones de membresía para el error en el nivel

En la Figura 3.2 ENG es Error Negativo Grande, ENP es Error Negativo Pequeño, EC es Error Cero, EPP es Error Positivo Pequeño y EPG es Error Positivo Grande. Para controlar la variable del error del nivel se utiliza la apertura de la válvula del fluido concentrado de salida, se establece la apertura de válvula entre 0.25 y 1, estos valores se obtuvieron a partir de la respuesta del sistema, quedando el universo de discurso como:

$$A_v \in [0.25 \ 1] \tag{3.6}$$

Las funciones de membresía son las mostradas en la Figura 3.3.



**Figura 3.3** Funciones de membresía para la apertura de la válvula  $A_v$

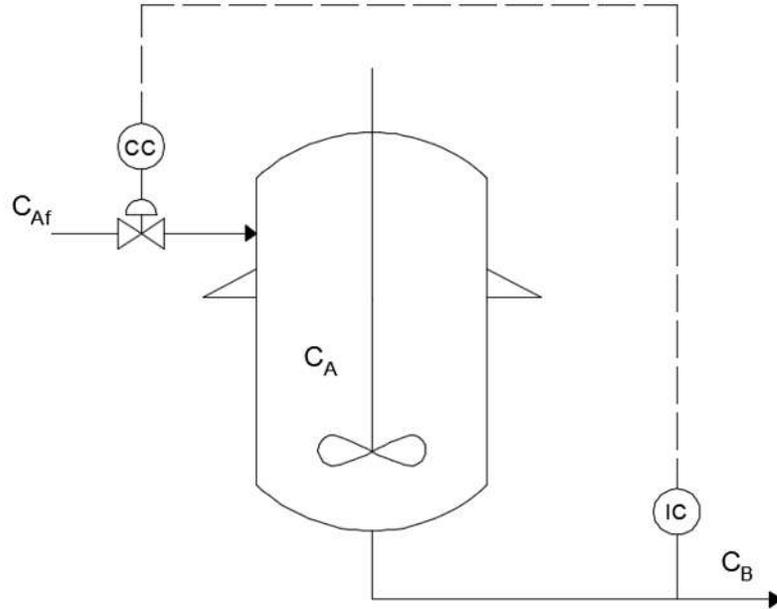
En la Figura 3.3 VC es Válvula Cerrada, VMC es Válvula Media Cerrada, VM Válvula Media, VMA Válvula Media Abierta y VA Válvula Abierta. Una vez que se han establecido las variables lingüísticas con sus respectivos valores lingüísticos y funciones de membresía, se escriben las reglas difusas Si – Entonces de la siguiente manera:

- Si E es ENG, entonces  $A_v$  es VA
- Si E es ENM, entonces  $A_v$  es VMA
- Si E es EC, entonces  $A_v$  es VM
- Si E es EPM, entonces  $A_v$  es VMC
- Si E es EPG, entonces  $A_v$  es VC

Estas reglas se establecieron así basados en el comportamiento del sistema, ya que si la salida del sistema está por encima del valor de referencia la válvula deberá abrirse y viceversa.

**3.2 Caso de estudio 2: Modelo de la reacción isotérmica de Van de Vusse**

Se consideró la reacción de Van de Vusse [26], el cual es un reactor CSTR empleado para la síntesis del ciclopentenol a partir de ciclopentadieno, el cual se muestra en un esquema representativo en la Figura 3.4.



**Figura 3.4** Diagrama esquemático de un reactor CSTR para la reacción de Van de Vusse

En la Tabla 3.4, se muestran las variables, símbolos y valores empleados para la solución del sistema de ecuaciones.

**Tabla 3.4** Valores considerados en el modelo isotérmico de Van de Vusse [26]

Variable	Símbolo	Valor
Contante cinética 1	$k_1$	5/6 1/hr
Contante cinética 2	$k_2$	5/3 1/hr
Contante cinética 3	$k_3$	1/6 1/hr
Concentración de alimentación de A	$C_{Af}$	10 mol/lit
Relación alimentación volumen	$F/V$	1.2921 1/hr

Además CC es el controlador de concentración e IC es el indicador de concentración. Para la producción del ciclopentanol se tiene el siguiente esquema de reacción:



Donde  $A$  representa al ciclopentadieno y  $B$  el ciclopentanol, mientras que  $C$  y  $D$  son subproductos indeseados del sistema de reacciones.

El desarrollo del modelo asume que la densidad y el volumen son constantes en el interior del reactor:

$$\frac{dC_A}{dt} = \frac{F}{V}(C_{Af} - C_A) - k_1 C_A - k_3 C_A^2 \quad (3.8)$$

$$\frac{dC_B}{dt} = \frac{F}{V} C_B + k_1 C_A - k_2 C_B \quad (3.9)$$

$$\frac{dC_C}{dt} = -\frac{F}{V} C_C + k_2 C_B \quad (3.10)$$

$$\frac{dC_D}{dt} = -\frac{F}{V} C_D + \frac{1}{2} k_3 C_A^2 \quad (3.11)$$

Sin embargo, debido a que se desea observar solo la concentración del producto principal, que en este caso es el producto  $B$ , y el balance para este solo es función del tiempo y de la concentración de  $A$ , para fines de simulación solo se considerarán los balances para  $A$  y  $B$ .

### 3.2.1 Control PID caso 2

Con fines comparativos, se realizaron las simulaciones implementando un control PID, según se adecuara, empleando la técnica de Ziegler-Nichols [25] en lazo cerrado, este método consistió en aumentar el valor de la ganancia proporcional hasta lograr que la respuesta se mantuviera en estado oscilatorio constante denominada ganancia límite, y en este estado se midió el periodo crítico para calcular los valores de las constantes de los controladores P, PI y PID según correspondieran. Los parámetros obtenidos por Ziegler-Nichols fueron una ganancia última  $K_u$  de

4.15 y una frecuencia en estado de oscilación contante  $P_u$  de  $1.47 \text{ hr}^{-1}$ , así, los valores considerados según cada controlador son los mostrados en la Tabla 3.5:

**Tabla 3.5 Valores de los parámetros de control PID**

Variable a controlar		$K_p$	$\tau_i$	$\tau_d$
$C_B$	Control P	2.075	-	-
	Control PI	1.8675	1.225	-
	Control PID	2.49	0.735	0.018375

### 3.2.2 Control por lógica difusa caso 2

Para el caso del control difuso, una vez que se han elegido las variables de entrada y de salida, es necesario establecer estas variables como variables difusas mediante un ajuste lingüístico adecuado que permita reflejar las situaciones en las cuales un operador observaría su comportamiento, estableciendo con esto para cada variable el universo de discurso.

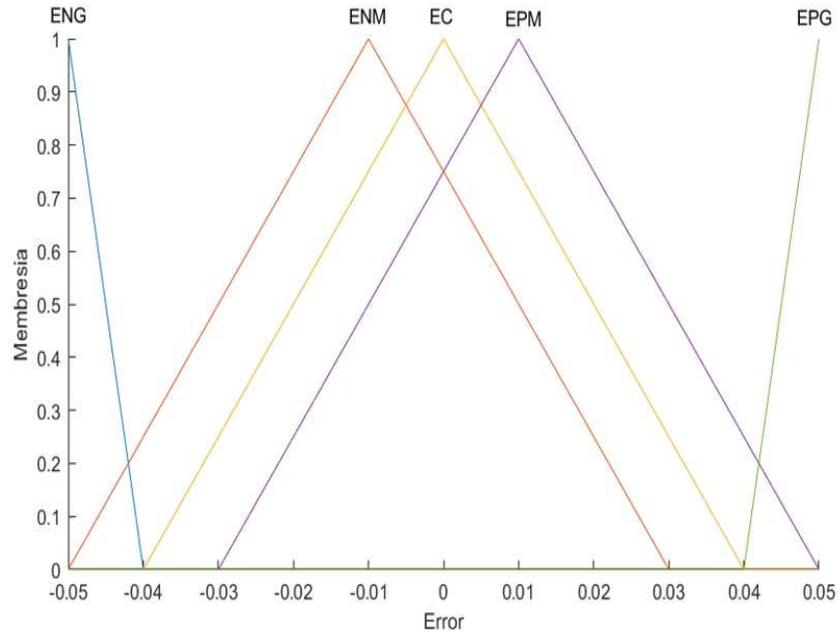
El diseño del control difuso se retoma de Ojeda-Elizarrarás [27], la variable de entrada se define como:

$$E = C_{Bsp} - C_{B(t)} \quad (3.12)$$

A esta variable del error se le asignó el universo de discurso:

$$E \in [-0.05 \ 0.05] \text{ mol/l} \quad (3.13)$$

Estos valores se obtuvieron mediante el análisis del comportamiento dinámico del sistema. A esta variable se le asignan como valores lingüísticos: Error Negativo Grande (ENG), Error Negativo Medio (ENM), Error Cero (EC), Error Positivo Medio (EPM) y Error Positivo Grande (EPG). En la Figura 3.5, se presentan las funciones de membresía del error de forma gráfica.

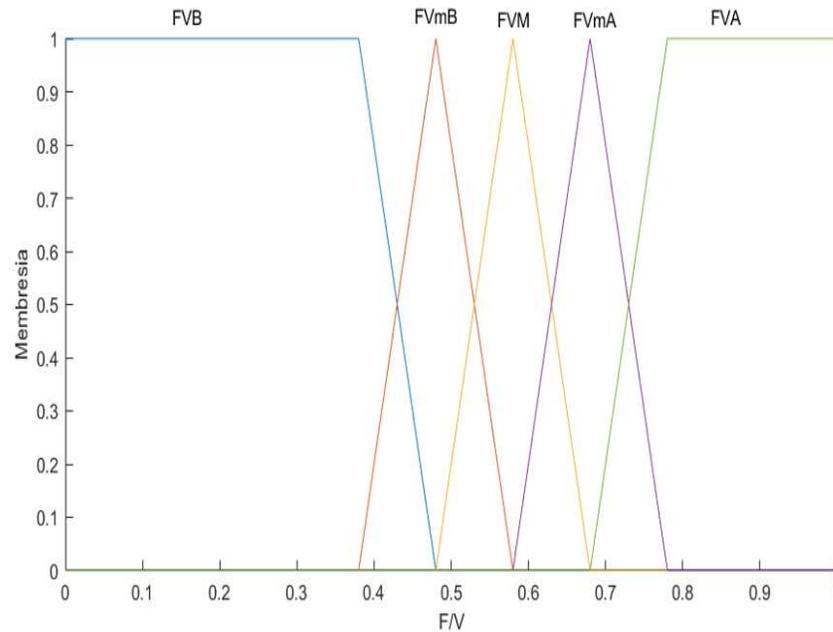


**Figura 3.5** Funciones de membresía para el error en el control difuso

Para controlar la variable de la concentración de B, se utiliza la velocidad espacial  $F/V$  y así el flujo de alimentación al reactor, con esto se establece la velocidad espacial entre 0 y  $1 \text{ hr}^{-1}$ , estos valores se obtuvieron a partir de la respuesta del sistema, quedando el universo de discurso como:

$$\frac{F}{V} \in [0 \ 1] \text{hr}^{-1} \quad (3.14)$$

A esta variable se le asignan como valores lingüísticos: F/V Bajo (FVB), F/V medio Bajo (FVmB), F/V Medio (FVM), F/V medio Alto (FVmA) y F/V Alto (FVA). En la Figura 3.6, se observan de forma gráfica las funciones de membresía de la velocidad espacial  $F/V$ .



**Figura 3.6** Funciones de membresía para la velocidad espacial  $F/V$  en el control difuso

Una vez que se han establecido las variables lingüísticas con sus respectivos valores lingüísticos y funciones de membresía, se escriben las reglas difusas Si – Entonces de la siguiente manera:

- Si E es ENG, entonces FV es FVB
- Si E es ENM, entonces FV es FVmB
- Si E es EC, entonces FV es FVM
- Si E es EPM, entonces FV es FVmA
- Si E es EPG, entonces FV es FVA

### 3.2.3 Control difuso mediante síntesis difusa de Lyapunov caso 2

A este modelo se le consideró el diseño de un controlador difuso basado en la síntesis difusa de Lyapunov [4], proponiendo una función candidata de Lyapunov, la cual depende de todos los estados del sistema, siendo cero en el origen y positiva definida en el resto del dominio, y cuya derivada sea cero en el origen y al menos definida seminegativa en el resto del dominio. La función candidata son las mostradas en las ecuaciones (2.60) y (2.61).

Considerando que la segunda derivada del error ( $\ddot{e}$ ) es proporcional a la variable de control, que para este caso es la velocidad espacial  $F/V$ , (2.60) y (2.61) se pueden escribir como:

$$V_{(e,\dot{e})} = \frac{1}{2}e^2 + \frac{1}{2}\dot{e}^2 > 0 \quad (3.15)$$

$$\dot{V}_{(e,\dot{e})} = e\dot{e} + \dot{e}\frac{F}{V} \leq 0 \quad (3.16)$$

Con lo anterior se obtiene un criterio directo dependiente de la acción de control para garantizar la estabilidad del sistema en lazo cerrado.

Así, con (3.15) y (3.16), se deben escribir las reglas difusa tipo Si-Entonces para satisfacer dichas condiciones y asegurar para que el sistema sea decreciente, por lo que se debe considerar que el valor de la velocidad espacial  $F/V$  se delimitará a partir de los signos del error y de su derivada. Cabe señalar que para satisfacer (3.15) y (3.16), la variable de control ( $F/V$ ) no puede ser negativa y que el valor máximo de su universo de discurso debe ser lo suficientemente grande que satisfaga la condición y que no provoque inestabilidad.

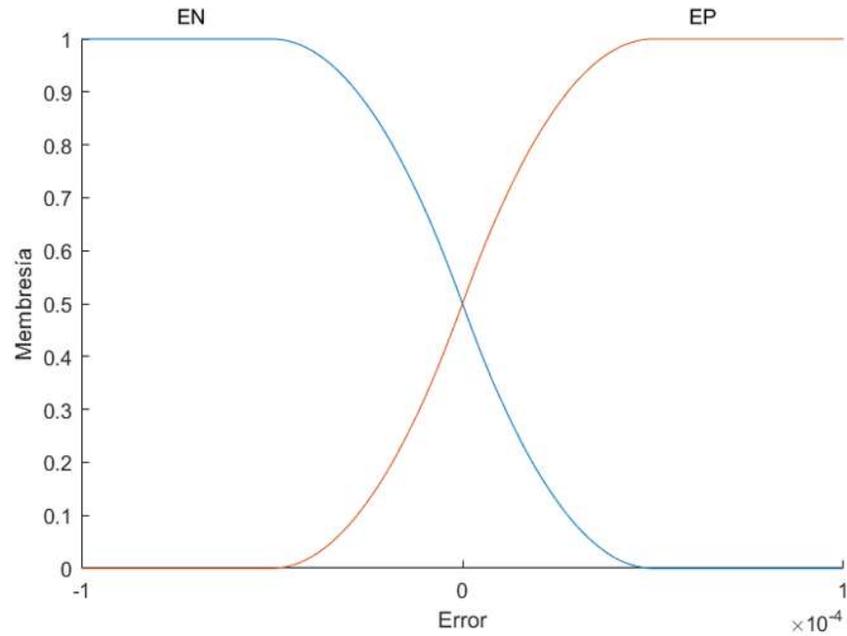
Para este caso del error, este se define como:

$$e = C_{Bsp} - C_{B(t)} \quad (3.17)$$

A esta variable del error se le asignó el universo de discurso:

$$e \in [-1.2 \ 1.2] \text{ mol/l} \quad (3.18)$$

La ventaja que se tiene con la síntesis difusa de Lyapunov es que no se tiene que generar muchas reglas y funciones de membresía dentro del universo de discurso, así para el caso del error se tiene que el error puede ser Negativo (EN) o positivo (EP), y para cada uno de estos valores se estableció una función de membresía como se muestra en la Figura 3.7:

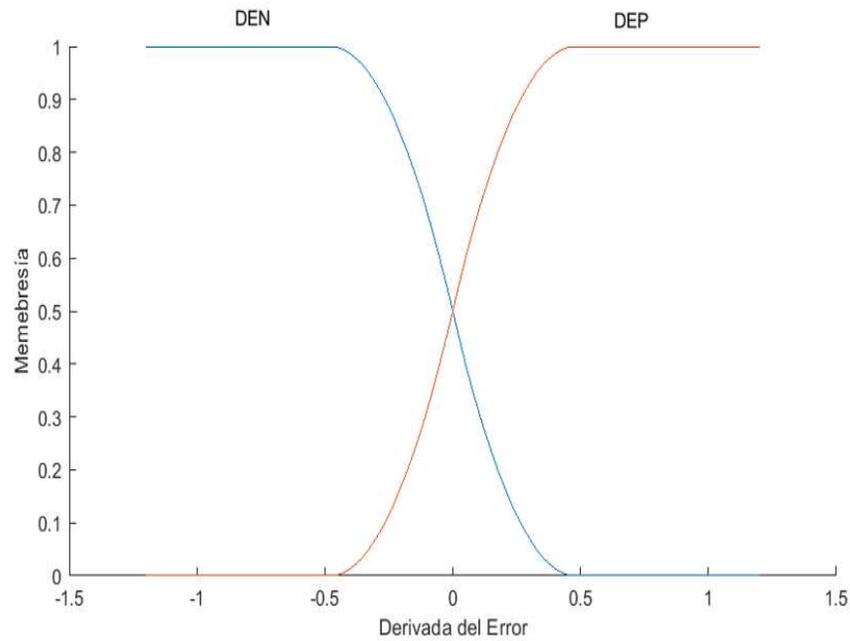


**Figura 3.7** Funciones de membresía para el error en el control mediante la síntesis difusa de Lyapunov

Se debe agregar la de la derivada del error ( $\dot{e}$ ), a esta variable del error se le asignó el universo de discurso:

$$\dot{e} \in [-1.2 \ 1.2] \quad (3.19)$$

A esta variable se le asignan como valores lingüísticos: Derivada del Error Negativa (DEN) y Derivada del Error Positiva (DEP), y para cada uno de estos valores se estableció una función de membresía como se muestra en la Figura 3.8.

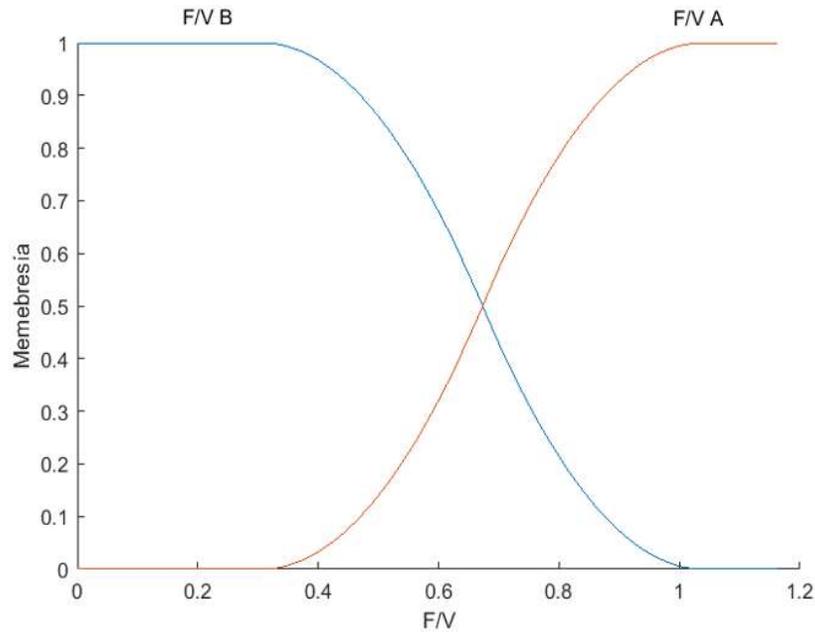


**Figura 3.8** Funciones de membresía para la derivada del error en el control mediante la síntesis difusa de Lyapunov

Para el caso de  $F/V$ , se deben hacer unos ajustes con el fin de que sea compatible con las reglas descritas en este método, ya que lo que se busca es garantizar el resultado de la desigualdad, así se establece la velocidad espacial entre 0 y 1.163 hr<sup>-1</sup> estos valores se obtuvieron a partir de la respuesta del sistema, quedando el universo de discurso como:

$$\frac{F}{V} \in [0 \ 1.163]hr^{-1} \quad (3.20)$$

A esta variable se le asignan como valores lingüísticos:  $F/V$  Baja ( $F/V$  B) y  $F/V$  Alta ( $F/V$  A), y para cada uno de estos valores se estableció una función de membresía como se muestra en la Figura 3.9:



**Figura 3.9** Funciones de membresía para la velocidad espacial  $F/V$  en el control mediante la síntesis difusa de Lyapunov

Las reglas difusas que se establecieron para satisfacer (3.15) y (3.16) escriben en la Tabla 3.6:

**Tabla 3.6** Condiciones que deben cumplir las reglas tipo Si-Entonces para el control difuso basado en la síntesis difusa de Lyapunov

$e$	$\dot{e}$	$F/V$
Positivo	Positivo	Suficientemente baja (caso especial)
Positivo	Negativo	Suficientemente alta tal que $\dot{V} \leq 0$
Negativo	Positivo	Suficientemente baja tal que $\dot{V} \leq 0$
Negativo	Negativo	Suficientemente alta tal que $\dot{V} \leq 0$

Con base en la Tabla 3.6, se escriben las reglas difusas para la inferencia difusa de la siguiente manera:

Si  $e$  es positivo y  $\dot{e}$  es positivo, entonces  $F/V$  es baja

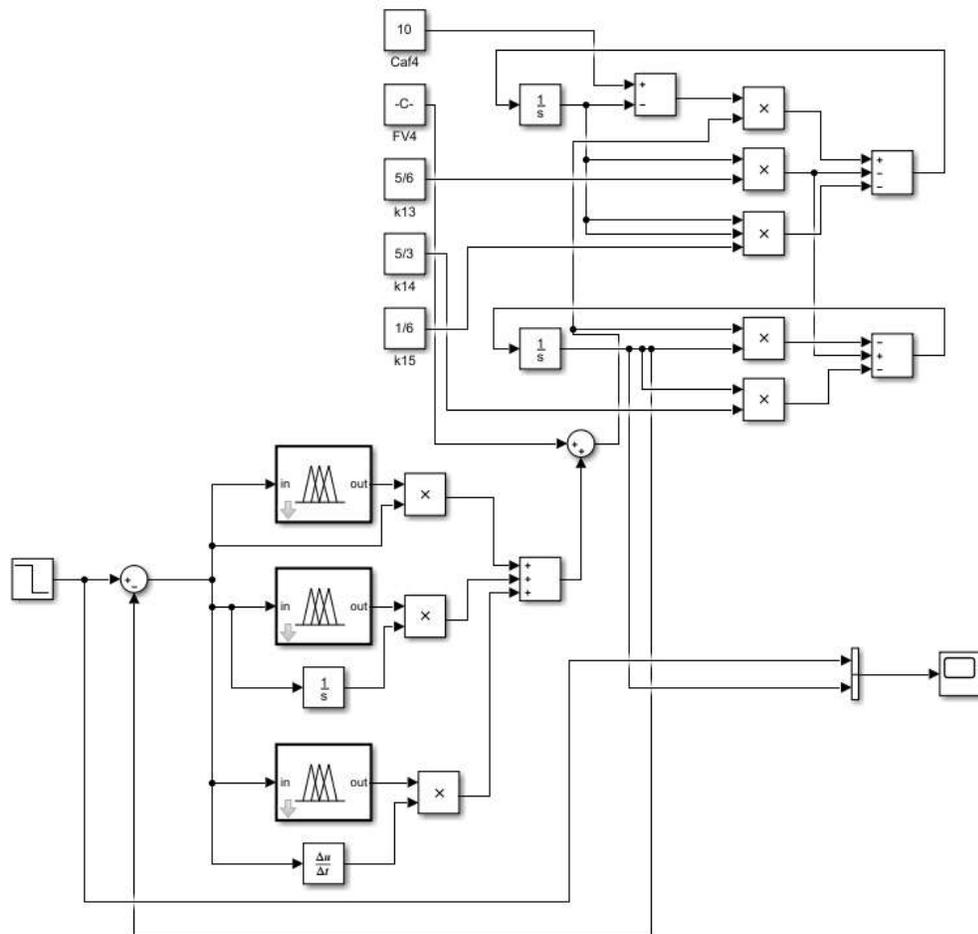
Si  $e$  es positivo y  $\dot{e}$  es negativo, entonces  $F/V$  es alta

Si  $e$  es negativo y  $\dot{e}$  es positivo, entonces F/V es baja

Si  $e$  es negativo y  $\dot{e}$  es negativo, entonces F/V es alta

### 3.2.4 Control PID autoajustado por lógica difusa caso 2

Para el control PID autoajustado por lógica difusa, las constantes  $K_p$ ,  $K_i$  y  $K_d$  son determinadas de manera optimizada empleando lógica difusa en lugar de aplicar otras técnicas como Ziegler-Nichols. Como se observa en la Figura 3.10, el control PID es ajustado por un mecanismo difuso, en el cual se escriben las reglas que permitirán obtener los valores de las constantes del control PID.



**Figura 3.10** Implementación del control PID autoajustado por lógica difusa

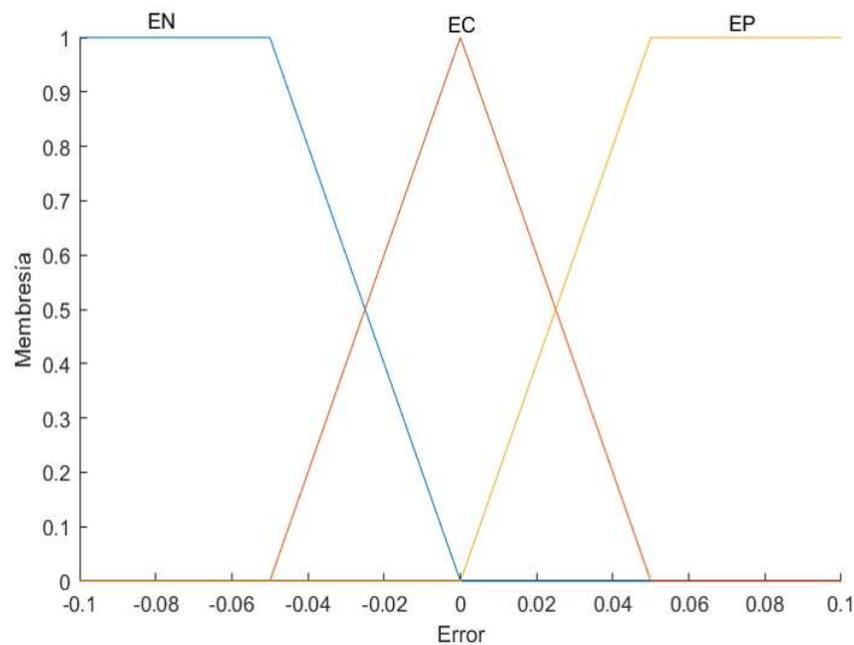
A manera de ejemplo, para el término proporcional la variable de entrada es el error expresado como la diferencia entre el valor de la referencia y el valor de la solución de la ecuación diferencial, por lo que se define como:

$$e = C_{Bsp} - C_B(t) \quad (3.21)$$

A esta variable del error se le asignó el universo de discurso:

$$e \in [-0.1 \ 0.1] \text{ mol/l} \quad (3.22)$$

A esta variable se le asignan como valores lingüísticos: Error Negativo (EN), Error Cero (EC) y Error Positivo (EP), y para cada uno de estos valores se estableció una función de membresía como se muestra en la Figura 3.11.

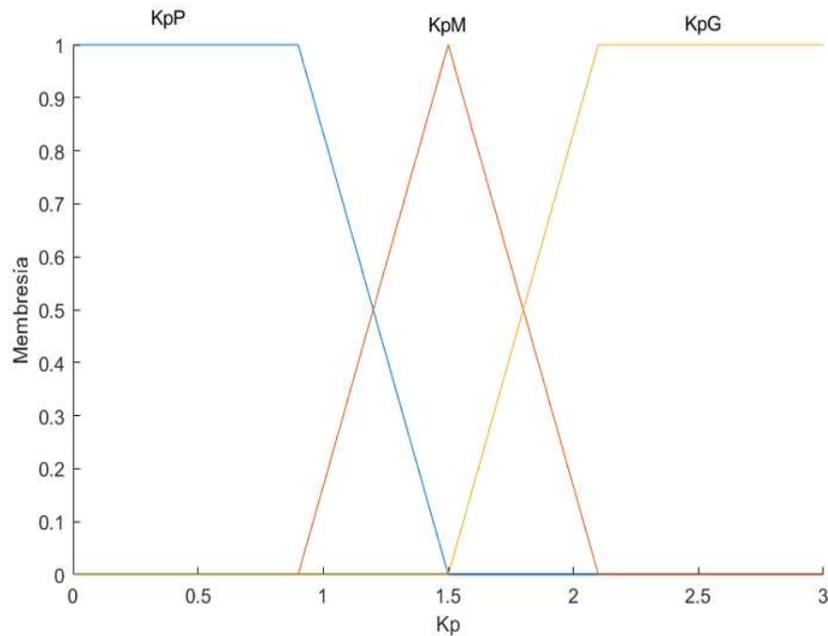


**Figura 3.11** Funciones de membresía para el error en la sintonización difusa de la constante del control proporcional

Para controlar la variable de la concentración de  $B$ , se utiliza la velocidad espacial  $F/V$  y así de forma indirecta el flujo de alimentación al reactor, sin embargo, la inferencia difusa se emplea para determinar el valor de la constante proporcional del control PID, así se establece el universo de discurso para la contante  $K_p$ .

$$Kp \in [0 \ 3] \quad (3.23)$$

A esta variable se le asignan como valores lingüísticos: Kp Pequeña (KpP), Kp Media (KpM) y Kp Grande (KpG), y para cada uno de estos valores se estableció una función de membresía como se muestra en la Figura 3.12.



**Figura 3.12** Funciones de membresía para la constante Kp

Una vez que se han establecido las variables lingüísticas con sus respectivos valores lingüísticos y funciones de membresía, se escriben las reglas difusas Si – Entonces de la siguiente manera:

- Si  $e$  es EN, entonces Kp es KpP
- Si  $e$  es EC, entonces Kp es KpM
- Si  $e$  es EP, entonces Kp es KpG

Estas reglas se escribieron basadas en los valores previamente sintonizados por Ziegler-Nichols y con los resultados de la respuesta del sistema. Del mismo modo se realizaron las sintonizaciones para las constantes integral y derivativa.

### 3.2.5 Control por realimentación de estados caso 2

Con el fin de diseñar un lazo de control se realiza la linealización del sistema en un punto de operación, esto considerando las ecuaciones (2.2) y (2.3):

$$\frac{dC_A}{dt} = f_1(C_A, C_B, F/V) = \frac{F}{V}(C_{Af} - C_A) - k_1 C_A - k_3 C_A^2 \quad (3.24)$$

$$\frac{dC_B}{dt} = f_2(C_A, C_B, F/V) = \frac{F}{V} C_B + k_1 C_A - k_2 C_B \quad (3.25)$$

Definiendo las variables de estado:

$$x_1 = C_A; \quad \dot{x}_1 = \frac{dC_A}{dt}; \quad x_2 = C_B; \quad \dot{x}_2 = \frac{dC_B}{dt}; \quad u = F/V \quad (3.26)$$

La linealización se obtiene con los Jacobianos (2.4) y (2.5), obteniendo las derivas correspondientes:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -\frac{F_s}{V} - k_1 - 2k_3 C_{As} & 0 \\ k_1 & -\frac{F_s}{V} - k_2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} C_{Afs} - C_{As} \\ -C_{Bs} \end{bmatrix} u \quad (3.27)$$

$$y = [0 \quad 1]x \quad (3.28)$$

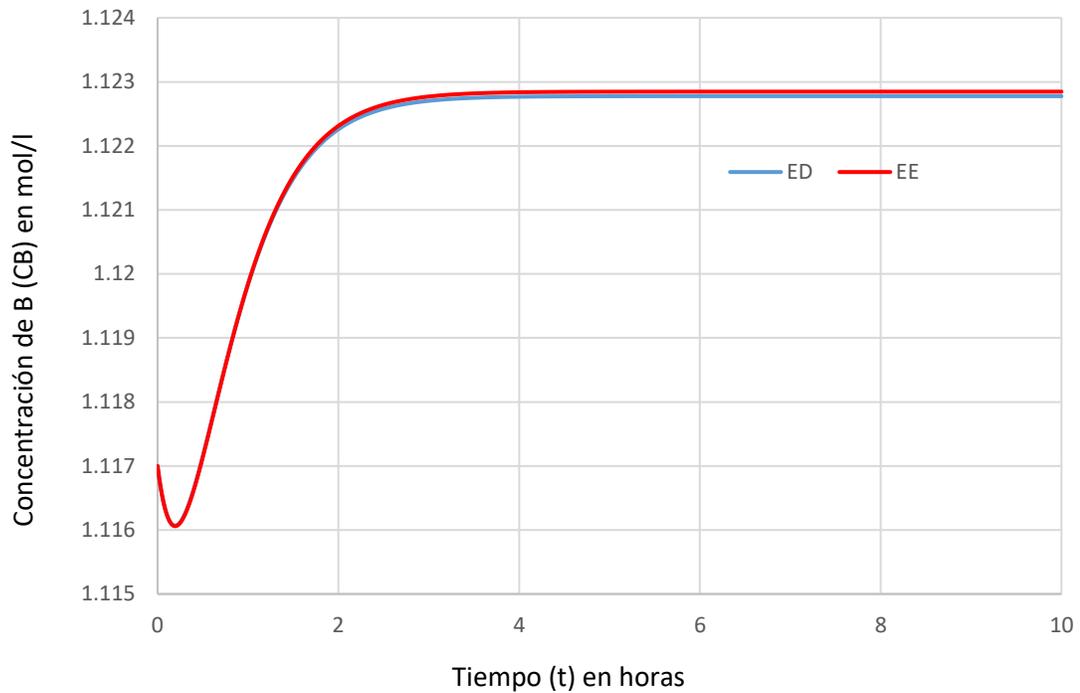
**Caso:**  $\frac{F_s}{V} = \frac{4}{7} \text{min}^{-1}$

Obteniendo los valores en el estado estacionario para  $C_A$  y  $C_B$  a partir de (3.8) y (3.9), y reemplazando en (3.27) y (3.28):

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -2.4048 & 0 \\ 0.8333 & -2.2381 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 7 \\ -1.117 \end{bmatrix} u \quad (3.29)$$

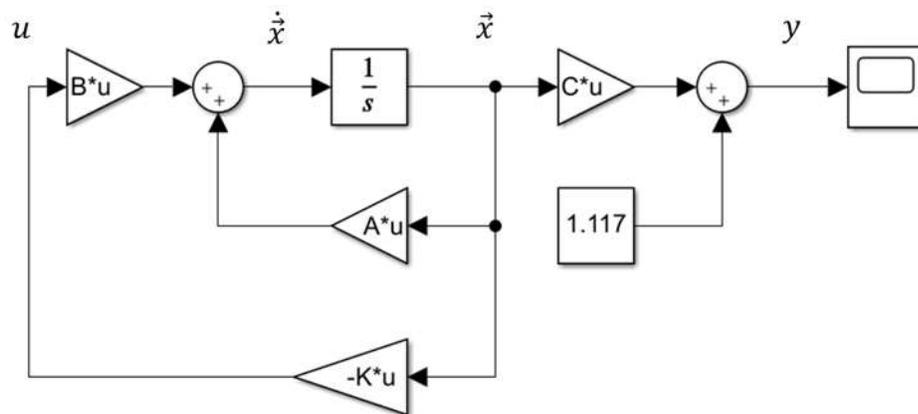
$$y = [0 \quad 1]x \quad (3.30)$$

Con el fin de determinar si esta representación en el espacio de estados es adecuada, en la Figura 3.13 se compara contra la solución de la ecuación diferencial.



**Figura 3.13** Comparación de la solución de la ecuación diferencial (ED) contra la representación en espacio de estados (EE)

El diagrama en espacio de estados se ajusta con esta ley de control por realimentación de estados, quedando como se muestra en la Figura 3.14.



**Figura 3.14** Diagrama representativo en *Simulink* del sistema realimentado en espacio de estados del reactor de Van de Vusse

Con esta estructura se establece un sistema de control del tipo regulatorio, ya que no presenta ningún ingreso de referencia, con lo que solo trata de rechazar los posibles disturbios que se puedan presentar a lo largo de la dinámica del sistema. El objetivo de este control es encontrar el vector de ganancias  $K$ , para lo cual se debe obtener el espacio de estados en una forma canónica controlable (FCC), esta forma se puede obtener a partir de la función de transferencia, aplicando la siguiente ecuación:

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B \quad (3.31)$$

Obteniendo la siguiente función de transferencia:

$$G(s) = \frac{-1.117s + 3.1472}{s^2 + 4.6429s + 5.3821} \quad (3.32)$$

Empleando el numerador y denominador de (3.32), se puede escribir un sistema en espacio de estados de la forma FCC:

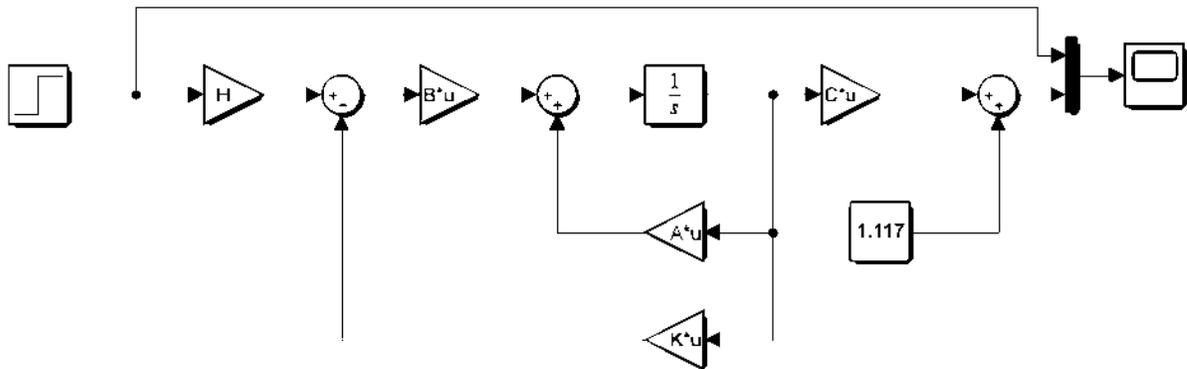
$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -4.6429 & -5.3821 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (3.33)$$

$$y = [-1.117 \quad 3.1472]x \quad (3.34)$$

(2.33) y (2.34) representan al mismo sistema pero en su forma canónica controlable, siendo totalmente compatibles con (3.29) y (3.30).

#### **3.2.5.1 Control con pre-compensador estático empleando la ecuación de Lyapunov caso 2**

Una vez que se tiene el sistema en espacio de estados en el punto de operación seleccionado, buscando que esté presente una respuesta inversa, se procede a aplicar la metodología de control con pre-compensador de estado, en la Figura 3.15 se muestra un esquema en *Simulink* de este tipo de control.



**Figura 3.15** Diagrama representativo en *Simulink* del control con pre-compensador estático del reactor de Van de Vusse

Se debe tener en consideración que este tipo de control no puede seguir referencias, solo permite estabilizar al sistema a un solo valor deseado dependiendo del valor de la constante del pre-compensador.

Así, el primer método que se empleó fue el basado en la estabilidad de Lyapunov., expuesta en el capítulo 2.6.1 en las ecuaciones desde (2.12) hasta (2.19). Para esto se define una ecuación característica deseada, la cual es:

$$\Delta_f(\lambda) = \lambda^2 + 7\lambda + 3 \quad (3.35)$$

Obteniendo las ganancias se obtiene que:

$$K = [2.3571 \quad -2.3822] \quad (3.36)$$

Una vez que se ha determinado la matriz de ganancias  $K$ , es posible hallar el valor del pre-compensador  $H$  considerando (2.19).

Calculando  $H$ :

$$H = 0.0125 \quad (3.37)$$

### 3.2.5.2 Control con pre-compensador estático LQR caso 2

Como segundo método de pre-compensador estático es el control regulatorio con pre-compensador estático en espacio de estados LQR. Una vez que se tiene el sistema en espacio de

estados, se puede emplear el concepto del control óptimo cuadrático lineal o regulador lineal cuadrático (LQR) para determinar el vector de ganancias  $K$ , comenzando con la premisa de que un control óptimo es si este minimiza una función de costo en el que se manifiesta un compromiso entre distintas especificaciones y restricciones, es decir el sistema expuesto en (2.25) y aplicando los siguientes valores para  $Q$  y  $R$ :

$$Q = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

$$R = 1 \quad (3.39)$$

Con esto se obtienen las ganancias en la realimentación de estados:

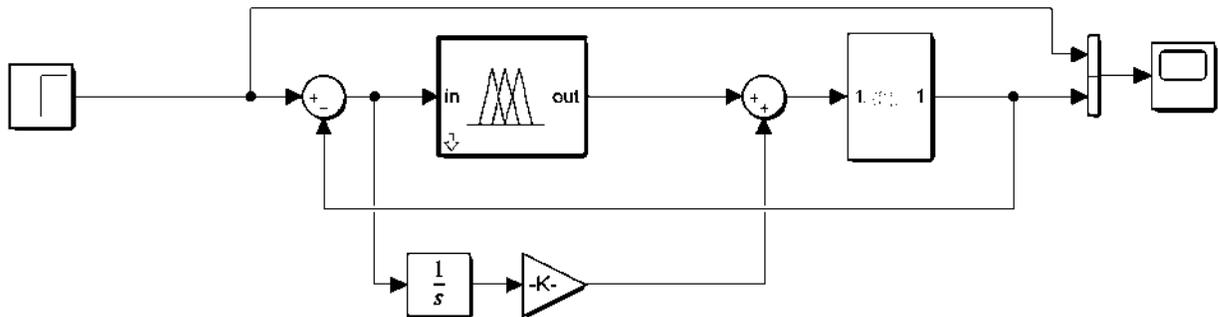
$$K = [0.1258 \quad -0.0921] \quad (3.40)$$

Calculando  $H$ :

$$H = 0.0085 \quad (3.41)$$

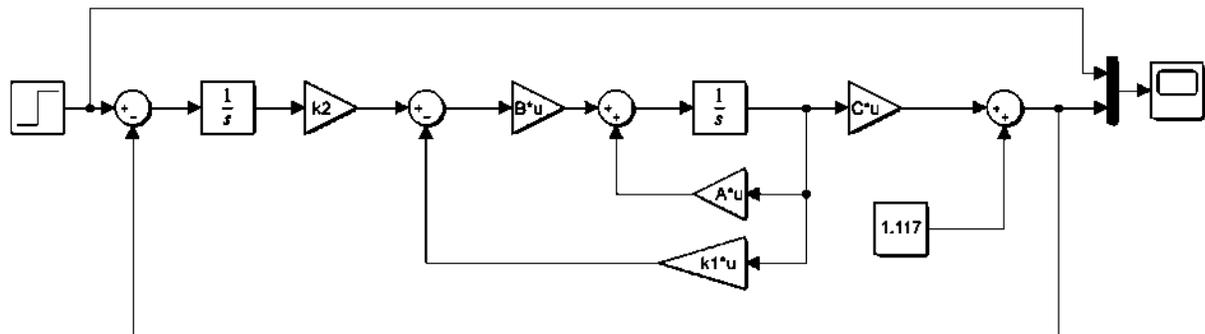
### 3.2.6 Control difuso P+I caso 2

Una vez que se aplicaron los dos métodos de pre-compensador de estados. Con la finalidad de establecer lazos de control que sigan diferentes referencias, se modificó el sistema clásico de control por lógica difusa, así se añadió un integrador que usara la señal del error para conseguir eliminar el error en estado estacionario presentado para otros valores de referencia, así se generó un control difuso P+I, quedando el diagrama en *Simulink* como se muestra en la Figura 3.16.



**Figura 3.16** Diagrama en *Simulink* para el control difuso P+I para el modelo del reactor de Van de Vusse

Para comparar la respuesta del lazo de control difuso P+I, se optó por utilizar otro método de control, así el siguiente tipo de control es el control por realimentación de estados con seguimiento de referencia, en el cual, cuando se añade una acción integral en el lazo directo del sistema de control en variables de estado se puede obtener un error en régimen permanente nulo ante una entrada constante y que a la vez el control sea robusto. En la Figura 3.17 se muestra como se construye el diagrama en *Simulink* para un lazo de control para seguimiento de referencia en espacio de estados.



**Figura 3.17** Diagrama en *Simulink* para el control realimentado del tipo servo en espacio de estados

### 3.2.6 Control en espacio de estados con seguimiento de referencia caso 2

Obteniendo el control en espacio de estados con seguimiento a referencia del tipo servo se emplea el método de Ackermann, expuesto de las ecuación (2.38) a (2.48) de la sección 2.6.3, con el fin de obtener las ganancias. Este sistema debe seguir un comportamiento deseado, para lo cual se asigna un factor de amortiguamiento  $\zeta$  de 0.9 y un tiempo de establecimiento  $t_s$  de 2 horas, con esto, el polinomio característico del sistema es de tercer orden siendo el siguiente:

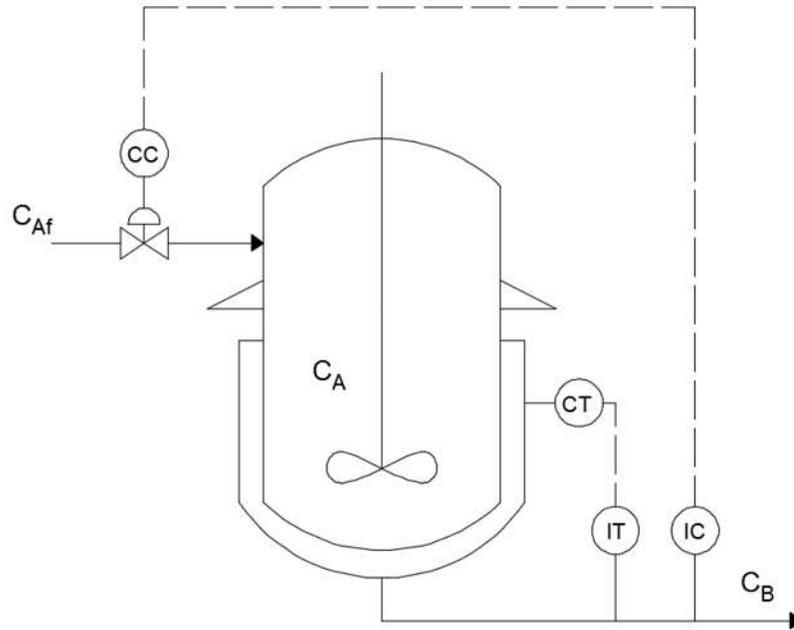
$$pd = \lambda^3 + 16.1\lambda^2 + 59.4309\lambda + 75.1049 \quad (3.40)$$

Aplicando el método de Ackermann las ganancias  $K_a$  son:

$$K_a = [11.4571 \quad 80.7071 \quad -23.866] \quad (3.41)$$

**3.3 Caso de estudio 3: Modelo de la reacción no isotérmica de Van de Vusse**

Como siguiente caso de estudio se vuelve a tomar a la reacción de Van de Vusse, pero ahora en su modelo de reactor CSTR no isotérmico [28], en el cual ahora debe considerarse el balance de energía junto con el balance de materia. Así, en la Figura 3.18 se muestra en un esquema representativo de este sistema.



**Figura 3.18** Diagrama del reactor CSTR de la reacción no isotérmica de Van de Vusse

En la Tabla 3.7, se muestran las variables, símbolos y valores empleados para la solución del sistema de ecuaciones.

**Tabla 3.7** Valores considerados en el modelo no isotérmico de Van de Vusse [28]

Variable	Símbolo	Valor
Cinética 1	$k_{10}$	$1.287 \times 10^{12} \text{ h}^{-1}$
Cinética 2	$k_{20}$	$1.287 \times 10^{12} \text{ h}^{-1}$
Cinética 3	$k_{30}$	$9.043 \times 10^9 \text{ L/hmol}_A\text{h}$
Energía de activación 1	$-E_1/R$	$-9758.3 \text{ K}$
Energía de activación 2	$-E_2/R$	$-9758.3 \text{ K}$

Energía de activación 3	$-E_3/R$	-8560 K
Entalpía de reacción 1	$-\Delta H_{RAB}$	-4.2 KJ/mol <sub>A</sub>
Entalpía de reacción 2	$-\Delta H_{RBC}$	11 KJ/mol <sub>B</sub>
Entalpía de reacción 3	$-\Delta H_{RAD}$	41.85 KJ/mol <sub>A</sub>
Densidad	P	0.9342 kg/L
Calor específico	C <sub>p</sub>	3.01 KJ/kgK
Coefficiente global de transferencia de calor	K <sub>w</sub>	4032 KJ/hKm <sup>2</sup>
Superficie de intercambio de calor	A <sub>R</sub>	0.215 m <sup>2</sup>
Volumen del reactor	10	L
Temperatura del fluido del enchaquetado	T <sub>k</sub>	128.95 K
Temperatura de la alimentación	T <sub>0</sub>	130 °C
Concentración de alimentación de A	C <sub>Af</sub>	5.1 mol <sub>A</sub> /L
Relación alimentación volumen	F/V	20 1/hr

Además CC es el controlador de concentración, CT es el controlador de temperatura, IC es el indicador de concentración e IT es el indicador de temperatura. El modelo matemático emplea el mismo balance de materia ecuaciones de (3.8) a (3.11) que el modelo isotérmico. Al realizar el balance de energía se deben hacer ciertas consideraciones como que la densidad y la capacidad calorífica permanecen constantes, así aplicando la ecuación de conservación de energía se obtiene:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{\rho C_p} [k_{1(T)} C_A (-\Delta H_{RAB}) + k_{2(T)} C_B (-\Delta H_{RBC}) + k_{3(T)} C_A^2 (-\Delta H_{RAD})] + \frac{F}{V} (T - T_0) + \frac{K_w A_R}{\rho C_p V} (T_k - T) \quad (3.42)$$

Así, observando el balance, la dinámica del enchaquetado para el calentamiento se considera despreciable, la temperatura del enchaquetado T<sub>k</sub> es constante, para el término del calor transferido del enchaquetado hacia el reactor, el coeficiente global de transferencia de calor K<sub>w</sub> es constante y A<sub>R</sub> representa al área de contacto entre el fluido de calentamiento con la pared del reactor. Mientras

que los parámetros cinéticos tienen una forma de Arrhenius, es decir que  $k_i$  obedece a ecuaciones del tipo:

$$k_{(T)i} = k_{i0} \exp\left(\frac{-E_i/R}{T + 273.15}\right) \quad (3.43)$$

Donde  $E_i$  son las energías de activación y  $R$  es la constante universal de los gases.

### 3.3.1 Control PID caso 3

Los parámetros de control obtenidos por el método de Ziegler-Nichols son los mostrados en la Tabla 3.8:

**Tabla 3.8 Valores de los parámetros de control PID**

Variable a controlar		<b>Kp</b>	<b><math>\tau_i</math></b>	<b><math>\tau_d</math></b>
C <sub>B</sub>	Control P	92.5	-	-
	Control PI	83.25	0.03333	-
	Control PID	111	0.02	0.005
T	Control P	5	-	-
	Control PI	4.5	0.008333	-
	Control PID	6	0.005	0.00125

### 3.3.2 Control por lógica difusa caso 3

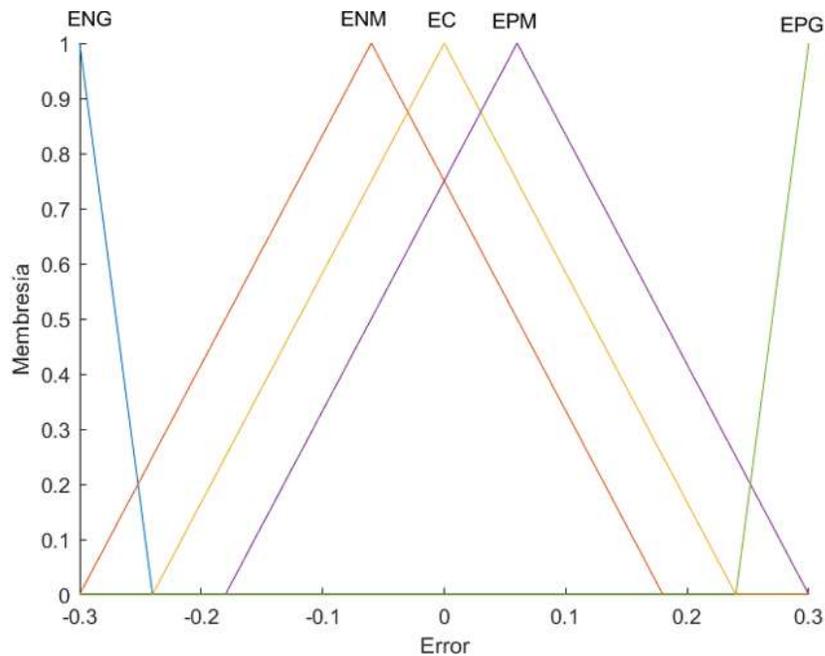
Para el control por lógica difusa, en el control de la concentración de  $B$ , la variable de entrada, es el error expresado como la diferencia entre el valor de la referencia y el valor de la solución de la ecuación diferencial, por lo que se define como:

$$e = C_{Bsp} - C_{B(t)} \quad (3.44)$$

A esta variable del error se le asignó el universo de discurso:

$$e \in [-0.3 \ 0.3] \text{ mol/l} \quad (3.45)$$

A esta variable se le asignan como valores lingüísticos: Error Negativo Grande (ENG), Error Negativo Medio (ENM), Error Cero (EC), Error Positivo Medio (EPM) y Error Positivo Grande (EPG), y para cada uno de estos valores se estableció una función de membresía como se muestra en la Figura 3.19.

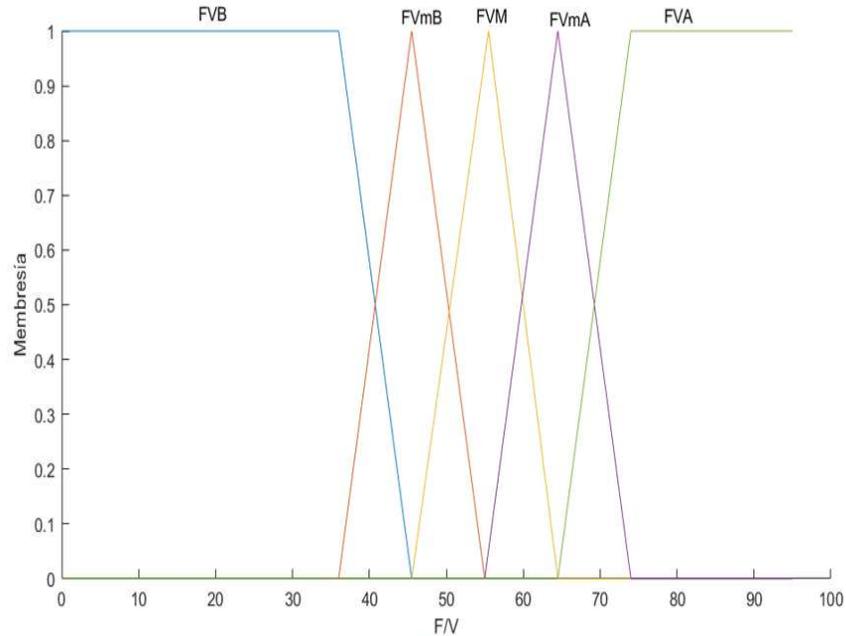


**Figura 3.19** Funciones de membresía para el error en el control difuso

Para controlar la variable del en la concentración de  $B$  se utiliza el tiempo la velocidad espacial  $F/V$  y así de forma directa el flujo de alimentación al reactor, se establece  $F/V$  entre 0 y  $95 \text{ hr}^{-1}$ , estos valores se obtuvieron a partir de la respuesta del sistema, quedando el universo de discurso como:

$$\frac{F}{V} \in [0 \ 95] \text{ hr}^{-1} \quad (3.46)$$

A esta variable se le asignan como valores lingüísticos:  $F/V$  Bajo (FVB),  $F/V$  medio Bajo (FVmB),  $F/V$  Medio (FVM),  $F/V$  medio Alto (FVmA) y  $F/V$  Alto (FVA), y para cada uno de estos valores se estableció una función de membresía como se muestra en la Figura 3.20.



**Figura 3.20** Funciones de membresía para la velocidad espacial  $F/V$  en el control difuso

Una vez que se han establecido las variables lingüísticas con sus respectivos valores lingüísticos y funciones de membresía, se escriben las reglas difusas Si – Entonces de la siguiente manera:

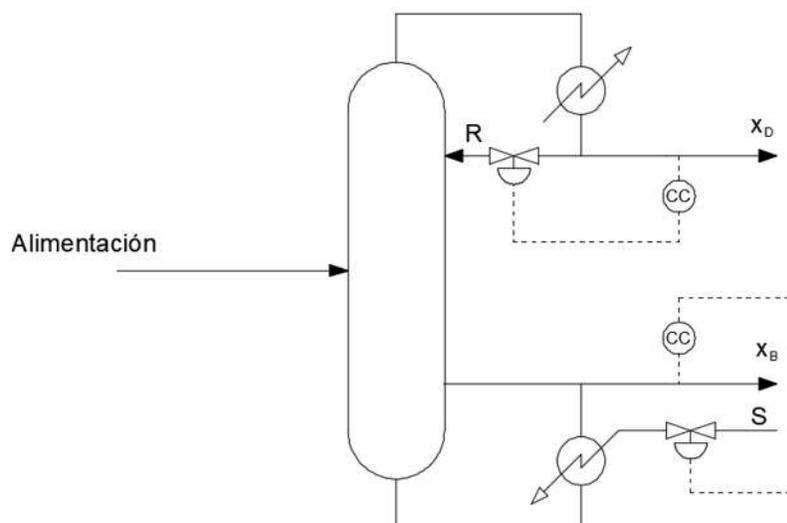
- Si  $e$  es ENG, entonces  $FV$  es FVB
- Si  $e$  es ENM, entonces  $FV$  es FVmB
- Si  $e$  es EC, entonces  $FV$  es FVM
- Si  $e$  es EPM, entonces  $FV$  es FVmA
- Si  $e$  es EPG, entonces  $FV$  es FVA

Conociendo la respuesta del sistema y de manera heurística observándose que si el error era negativo la velocidad espacial  $F/V$  debía ser baja y viceversa. De forma semejante se estableció el sistema difuso para el control de la temperatura.

### 3.4 Caso de estudio 4: Modelo multivariable de la columna de destilación de Wood y Berry

En caso clásico de un sistema de control MIMO es el presentado por Wood y Berry [29], quienes presentan un modelo en funciones de transferencia de una columna de destilación para una mezcla de metanol-agua, dichas funciones de transferencia se obtuvieron por medio de experimentación a diferentes condiciones de operación en la concentración de alimentación, los flujos de alimentación, reflujo, domo, fondo y vapor.

El sistema de control considerado en el modelo de Wood y Berry es el representado por la Figura 3.21.



**Figura 3.21** Diagrama del lazo de control MIMO para la torre de destilación de Wood y Berry

Con base en el diagrama de Figura 3.21, R es la apertura de la válvula del flujo de reflujo hacia la torre de destilación,  $x_D$  es la concentración del destilado, S es la apertura de la válvula del flujo de vapor de calentamiento en el rehervidor y  $x_B$  es la concentración del fondo.

El modelo dinámico que presentado es el siguiente:

$$\begin{bmatrix} x_D(s) \\ x_B(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11}(s) & P_{12}(s) \\ P_{21}(s) & P_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_s \\ S_s \end{bmatrix} \quad (3.47)$$

donde:

$$P_{11}(s) = \frac{12.8e^{-1s}}{16.7s + 1}$$

$$P_{12}(s) = \frac{-18.9e^{-3s}}{21s + 1}$$

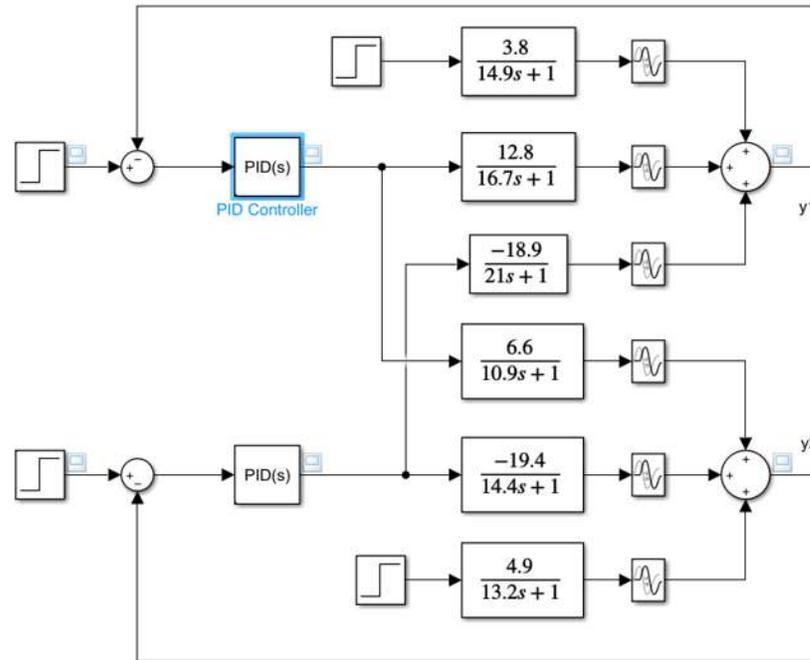
$$P_{21}(s) = \frac{6.6e^{-7s}}{10.9s + 1}$$

$$P_{22}(s) = \frac{-19.4e^{-3s}}{14.4s + 1}$$

Para las cuales  $x_D(s)$  representa la composición del domo,  $x_B(s)$  la comisión del fondo y  $R$  y  $S$ , son las aperturas de las válvulas de las corrientes de reflujo y flujo de vapor de calentamiento en el fondo, respectivamente, por lo que para controlar a la concentración del destilado se emplea la apertura de la válvula de reflujo, y para el control de la concentración del fondo se emplea la apertura de la válvula del flujo de vapor de calentamiento en el rehervidor. Esto se comprobó con una matriz de ganancias relativas, ya que el sistema es sistema acoplado de ecuaciones, con lo que un cambio en las variables de control (apertura de válvulas de flujos  $R$  y  $S$ ) tiene un efecto en las dos variables de salida.

#### 3.4.1 Control por cancelación de polos caso 4

El control realimentado PI por cancelación de polos se muestra en la Figura 3.22:



**Figura 3.22** Diagrama del lazo de control PI MIMO para la torre de destilación de Wood y Berry con perturbaciones en *Simulink*

Para el diseño del controlador del sistema 1, basado en la matriz de ganancias relativas, se empleó la función de transferencia que relaciona a la entrada 1 con la salida 1, es decir  $P_{11}(s)$ , y para el controlador del sistema 2 se empleará la función de transferencia  $P_{22}(s)$ . Así, como criterios de diseño se considera un 5% de tolerancia para el error en el tiempo de establecimiento  $t_s$ , un tiempo de establecimiento ( $t_s$ ) de 25 minutos, y un factor de amortiguamiento ( $\zeta$ ) de 0.9, con estos datos se obtuvieron para el primer lazo las constante del control PI como:

$$k_c = 0.2348 \tag{3.48}$$

$$\tau_i = 10.1317$$

Para el controlador 2, retomando la función de transferencia correspondiente sin retardo, y de forma semejante se tienen los parámetros:

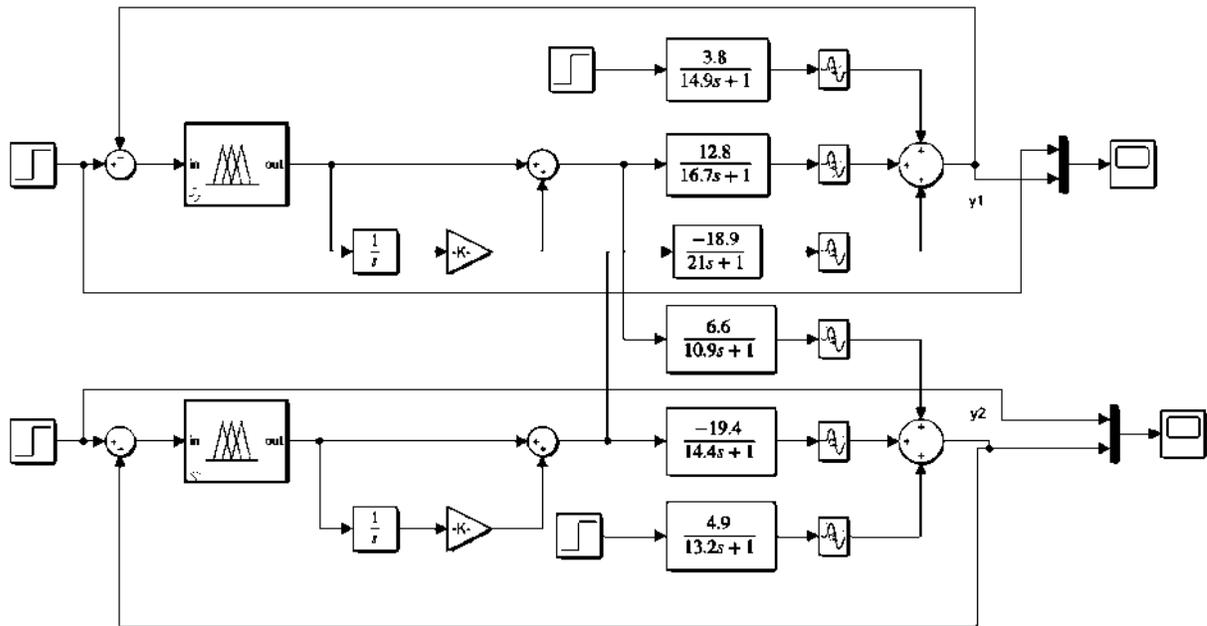
$$k_c = -0.1266 \tag{3.49}$$

$$\tau_i = 9.5938$$

Se introducen las constantes de los controladores al diagrama de *Simulink*, las referencias para cada variable serán, 1 para  $x_D$  y 0.5 para  $x_B$ , los cuales comienzan a los 5 minutos y a los 80 minutos respectivamente, las perturbaciones son de 0.1 y se aplican a los 140 minutos.

### 3.4.2 Control difuso PI caso 4

Para el control difuso PI, se emula un control difuso PI teniendo a la salida del controlador a la variable de control y a la integral de la misma, lo cual se presenta en la Figura 3.23.



**Figura 3.23** Diagrama del lazo de control difuso PI MIMO para la torre de destilación de Wood y Berry con perturbaciones en *Simulink*

Para el diseño del control difuso la variable de entrada es el error expresado como la diferencia entre el valor de la referencia y el valor de la solución de la función de transferencia, siendo  $X_D$  la variable de la concentración en el destilado, es decir, el primer lazo de control, y  $X_B$ , la concentración en el fondo, por lo que los errores se definen como:

$$e_{XD} = XD_{sp} - XD_{(t)} \quad (3.50)$$

$$e_{XB} = XB_{sp} - XB_{(t)} \quad (3.51)$$

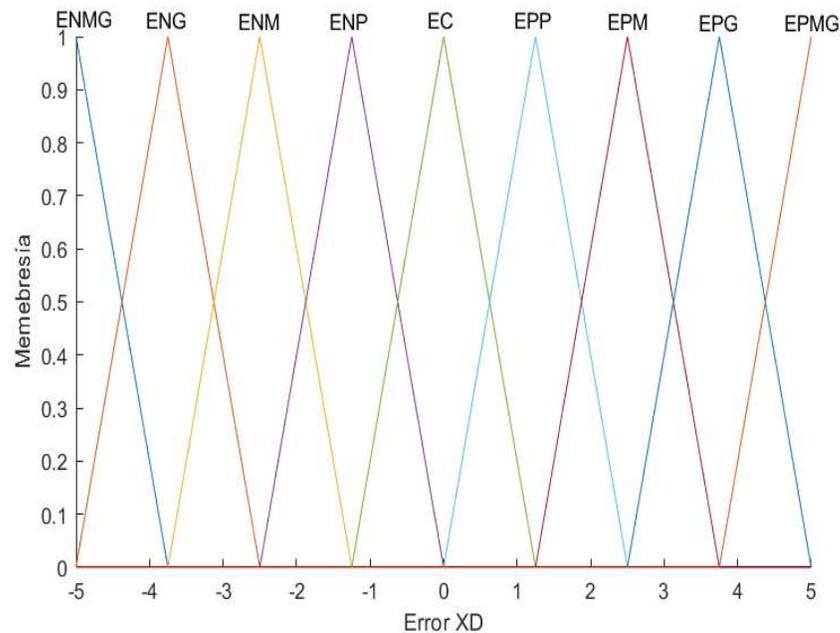
A los errores se les asignaron los siguientes universos de discurso:

$$e_{XD} \in [-5 \ 5] \text{ kmol/l} \quad (3.52)$$

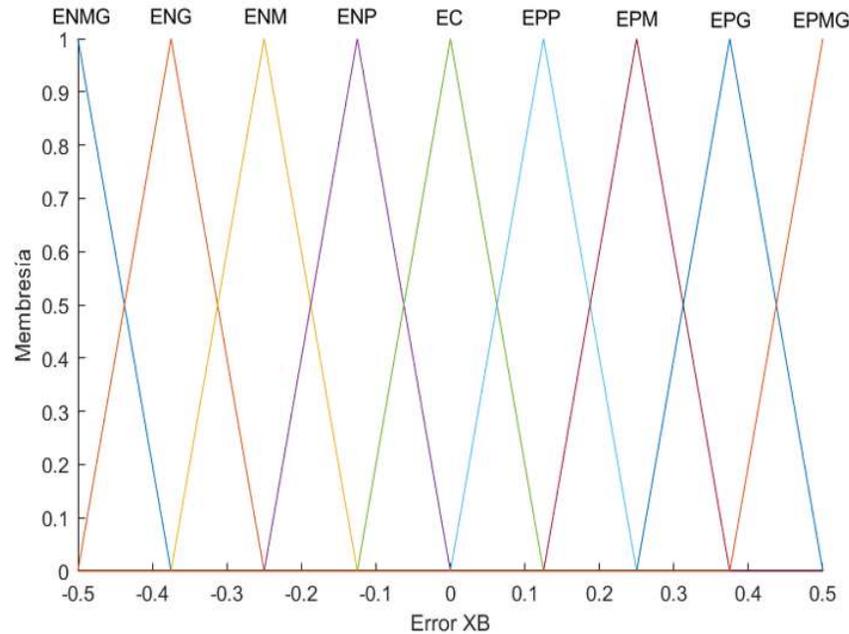
$$e_{XB} \in [-0.5 \ 0.5] \text{ kmol/l} \quad (3.53)$$

A estas variables se le asignan como valores lingüísticos: Error Negativo Muy Grande (ENMG), Error Negativo Grande (ENG), Error Negativo Medio (ENM), Error Negativo Pequeño (ENP), Error Cero (EC), Error Positivo Pequeño (EPP), Error Positivo Medio (EPM), Error Positivo Grande (EPG) y Error Positivo Muy Grande (EPMG).

En las Figuras 3.24 y 3.25, se presentan las funciones de membresía del error de forma gráfica.



**Figura 3.24** Funciones de membresía para el error de XD en el control difuso PI

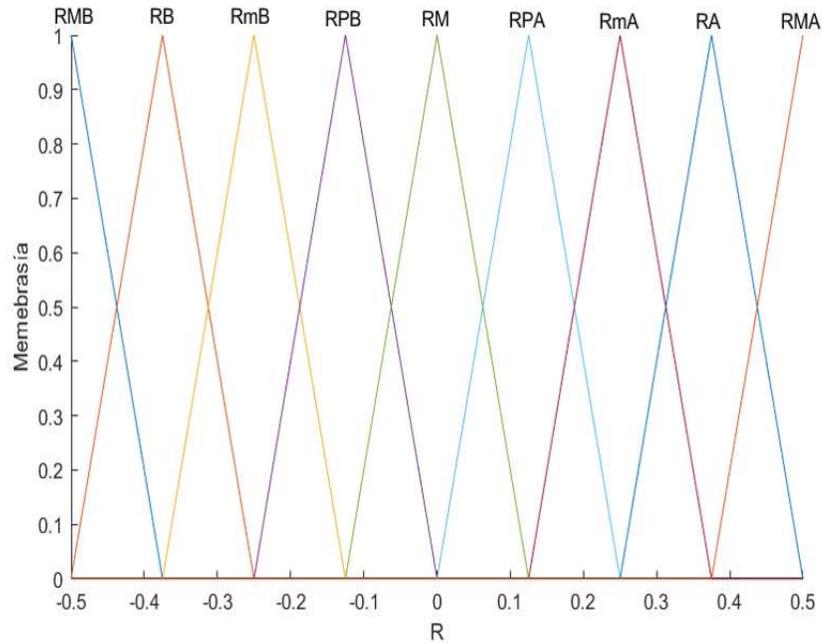


**Figura 3.25** Funciones de membresía para el error de XB en el control difuso PI

Para controlar la variable de la concentración de XD, se utiliza la apertura de la válvula del reflujo (R), con esto se establece la apertura de la válvula del reflujo entre -0.5 y 0.5, los valores negativos y positivos para la apertura de la válvula de flujo solo se consideran así por una disminución o aumento en la apertura, ya que el modelo presentado por Wood y Berry se estableció en un punto de operación arbitrario, de esta misma manera, las concentraciones de meta (3.54) domo y fondo se establecen para cualquier valor como aumento o disminución de la misma, por lo que se quiere dar un valor en específico se debe sumar a la salida del modelo el valor de inicio de la variable. Los valores para el reflujo se obtuvieron a partir de la respuesta del sistema, quedando el universo de discurso como:

$$R \in [-0.5 \ 0.5] \tag{3.54}$$

A esta variable se le asignan como valores lingüísticos: R Muy Bajo (RMB), R Bajo (RB), R medio Bajo (RmB), R Poco Bajo (RPB), R Medio (RM), R Poco Alto (RPA), R medio Alto (RmA), R Alto (RA) y R Muy Alto (RMA), y para cada uno de estos valores se estableció una función de membresía como se muestra en la Figura 3.26.

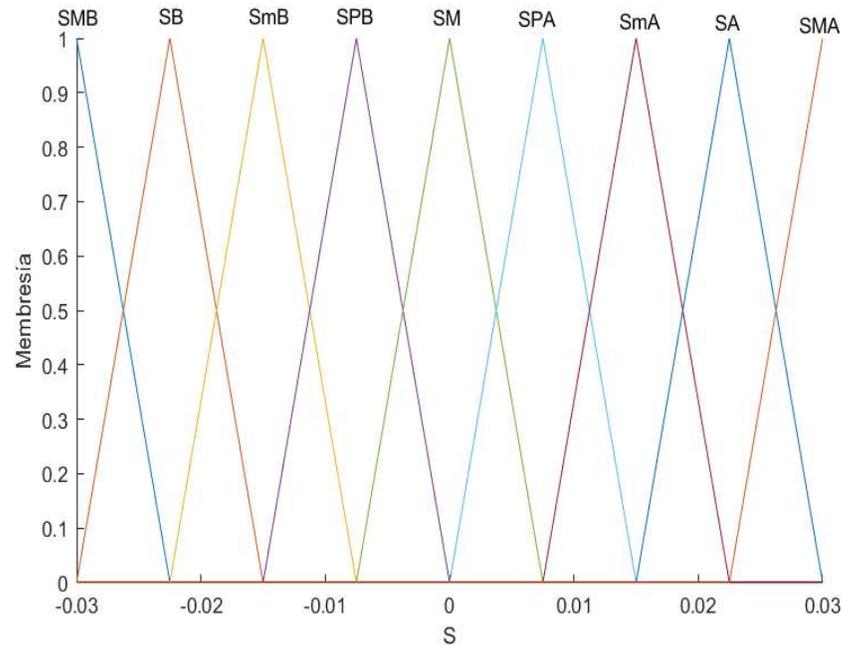


**Figura 3.26** Funciones de membresía para el reflujo R en el control difuso PI

Para controlar la variable de la concentración de XB, se utiliza la apertura de la válvula del flujo de vapor al rehervidor (S), con esto se establece el reflujo entre -0.03 y 0.03, estos valores para la apertura de la válvula del flujo de vapor al rehervidor se obtuvieron a partir de la respuesta del sistema, quedando el universo de discurso como:

$$S \in [-0.03 \ 0.03] \quad (3.55)$$

A esta variable se le asignan como valores lingüísticos: S Muy Bajo (SMB), S Bajo (SB), S medio Bajo (SmB), S Poco Bajo (SPB), S Medio (SM), S Poco Alto (SPA), S medio Alto (SmA), S Alto (SA) y S Muy Alto (SMA), y para cada uno de estos valores se estableció una función de membresía como se muestra en la Figura 3.27.



**Figura 3.27** Funciones de membresía para el flujo de vapor al rehervidor S en el control difuso PI

Una vez que se han establecido las variables lingüísticas con sus respectivos valores lingüísticos y funciones de membresía, se escriben las reglas difusas Si – Entonces. Para el control de XD de la siguiente manera:

Si  $e$  es ENMG, entonces R es RMB

Si  $e$  es ENG, entonces R es RB

Si  $e$  es ENM, entonces R es RmB

Si  $e$  es ENP, entonces R es RPB

Si  $e$  es EC, entonces R es RM

Si  $e$  es EPP, entonces R es RPA

Si  $e$  es EPM, entonces R es RmA

Si  $e$  es EPG, entonces R es RA

Si  $e$  es EPMG, entonces R es RMA

Para el control de XB de la siguiente manera:

Si  $e$  es ENMG, entonces S es SMA

Si  $e$  es ENG, entonces S es SA

Si  $e$  es ENM, entonces S es SmA

Si  $e$  es ENP, entonces S es SPA

Si  $e$  es EC, entonces S es SM

Si  $e$  es EPP, entonces S es SPB

Si  $e$  es EPM, entonces S es SmB

Si  $e$  es EPG, entonces S es SB

Si  $e$  es EPMG, entonces S es SMB

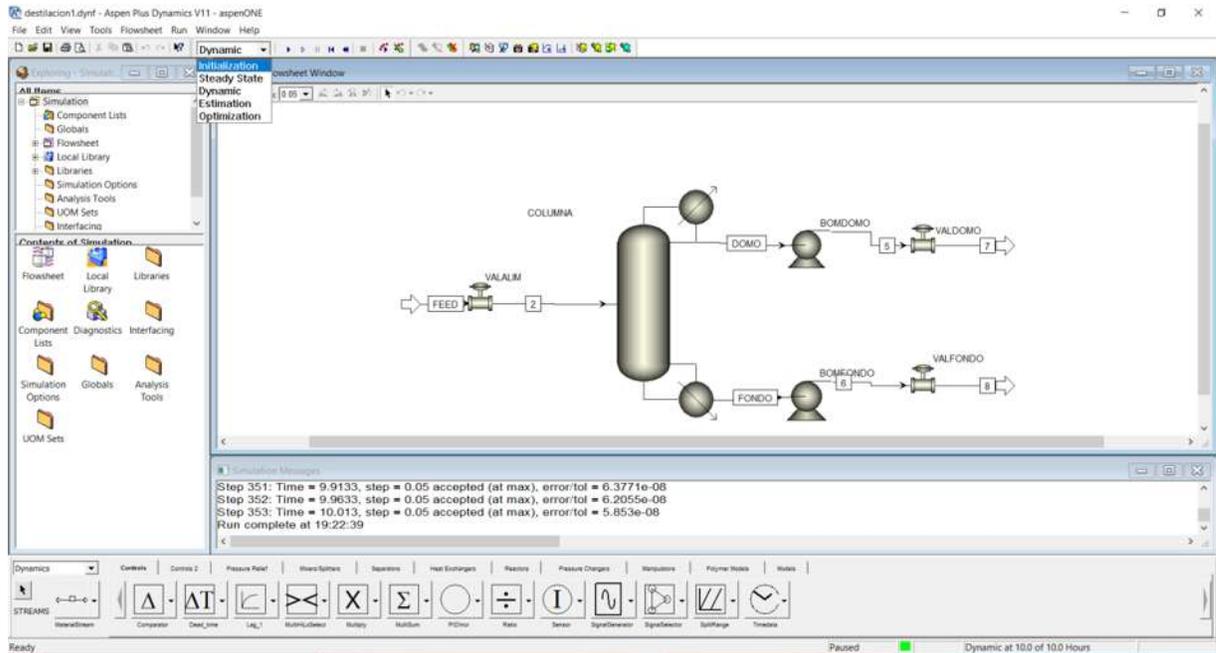
Estas reglas se escribieron de manera heurística basadas en la respuesta del sistema considerando la referencia dada para el caso resuelto. Para el término integral de este control difuso PI, se colocó una ganancia de 0.2 para el control de XD, mientras que para el control de XB se empleó una ganancia de 0.11.

### 3.5 Caso de estudio 5: Columna de destilación despropanizadora

La simulación fue una torre de destilación tomada de Luyben [30] entre propano e i-butano, usando Chao-Seader como ecuación de estado. La alimentación fue a 322 K, 20 atm, 1 kmol/s y composición molar 0.4 y 0.6 respectivamente. La torre opera a 14 atm., relación de reflujo 3, flujo de destilado 0.4 kmol/s, se alimenta en el plato 14. Las válvulas tienen caída de presión de 3 atm en las salidas, y la de alimentación a 14.088 atm, las bombas aumenta la presión 6 atm.

Se realizó un ajuste de variables para que Aspen buscara 0.02 fracción mol de  $iC_4$  en el domo modificando el flujo de destilado, y 0.01 fracción mol de  $C_3$  variando la relación de reflujo. Se consideró una caída de presión de 0.0668 atm por plato. Se calculó el diámetro de la torre y los tanques de balanceo de domo y fondo. Los datos están en la simulación.

Se exportó a dinámico bajo criterios de presión. Posteriormente se abre la simulación dinámica y se borran los controladores que genera aspen por default, y se corre la simulación en la opción de “inicialización”, dejando abierta la simulación como se muestra en la Figura 3.28.



**Figura 3.28** Simulación dinámica de la columna de destilación despropanizadora de Luyben [30]

Para el control de este sistema, se tomó como variable de control el flujo del reflujo en el domo de la columna, cuyo valor inicial es de 44.5 kg/min, y como variable a controlar a la fracción molar de i-propano en el domo, que en estado estacionario es de 0.98.

### 3.5.1 Control PI caso 5

El primer control que se diseñó fue uno PI sintonizado por Ziegler-Nichols, donde las constantes fueron  $k_p$  de 427.5 y una  $\tau_i$  de 0.83333.

### 3.5.2 Control por lógica difusa caso 5

Para el control difuso, la variable de entrada, es decir, la variable que se va medir, es el error expresado como la diferencia entre el valor de la referencia y el valor del simulador, por lo que se define como:

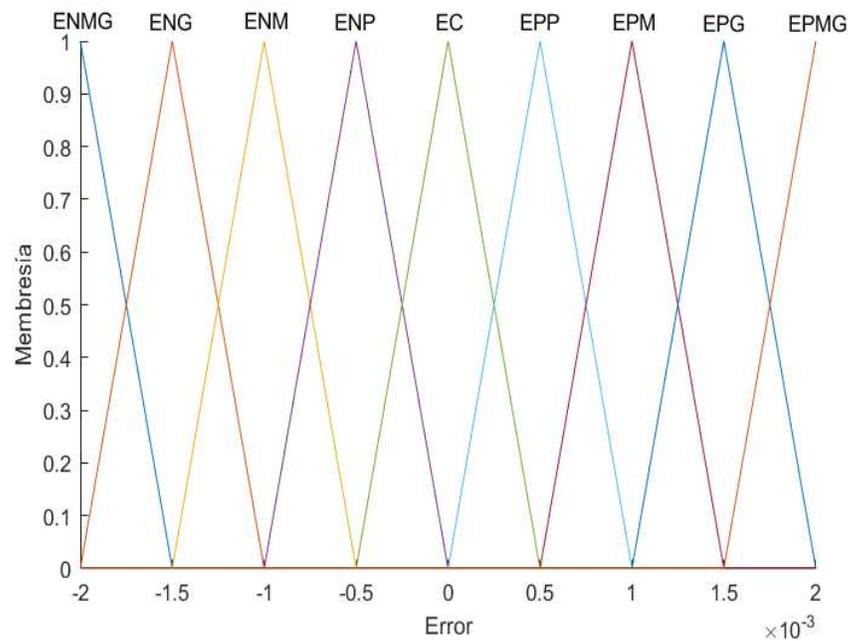
$$e = X_{ic3sp} - X_{ic3(t)} \quad (3.56)$$

A esta variable del error se le asignó el universo de discurso:

$$e \in [-0.002 \ 0.002] \text{ mol}_{ic3}/\text{mol}_D \quad (3.57)$$

Estos valores se obtuvieron mediante el análisis del comportamiento dinámico del sistema al considerar la diferencia entre el valor del estado estacionario y un valor por arriba y un valor por debajo de este que cumpla condiciones de operación pertinentes para este sistema.

A esta variable se le asignan como valores lingüísticos: Error Negativo Muy Grande (ENMG), Error Negativo Grande (ENG), Error Negativo Medio (ENM), Error Negativo Pequeño (ENP), Error Cero (EC), Error Positivo Pequeño (EPP), Error Positivo Medio (EPM), Error Positivo Grande (EPG) y Error Positivo Muy Grande (EPMG), y para cada uno de estos valores se estableció una función de membresía como se muestra en la Figura 3.29.



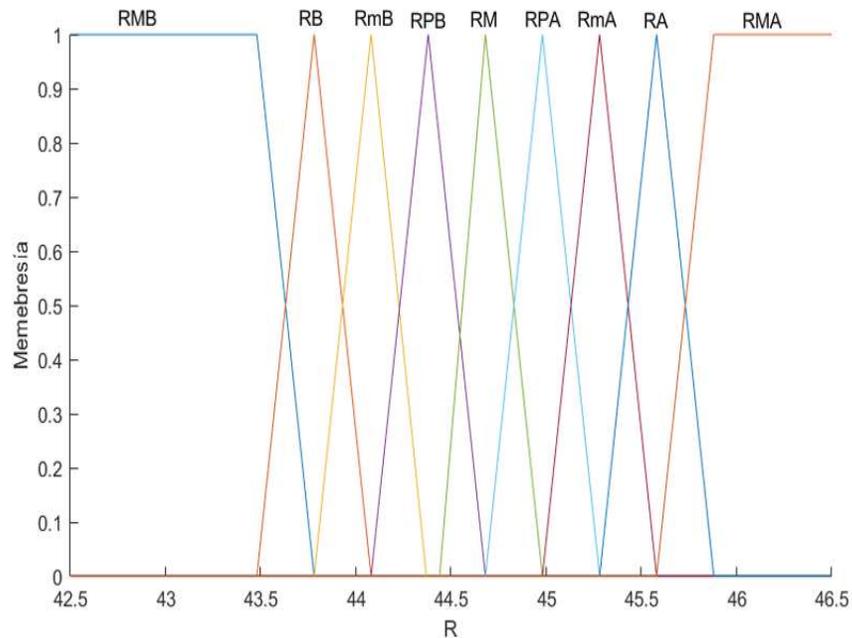
**Figura 3.29** Funciones de membresía para el error en el control difuso clásico

Para controlar la variable de la fracción de  $i\text{-C}_3$  se utiliza el flujo de reflujo en el domo R, el cual se establece R entre 42.5 y 46.5 kg/min, estos valores se obtuvieron a partir de la respuesta del sistema, quedando el universo de discurso como:

$$R \in [42.5 \ 46.5] \text{kg/min} \quad (3.58)$$

A esta variable se le asignan como valores lingüísticos: R Muy Bajo (RMB), R Bajo (RB), R medio Bajo, R Poco Bajo (RPB), R Medio (RM), R Poco Alto (RPA), R medio Alto (RmA), R

Alto (RA) y R Muy Alto (RMA), y para cada uno de estos valores se estableció una función de membresía como se muestra en la Figura 3.30.



**Figura 3.30** Funciones de membresía para el flujo de reflujo en el domo en el control difuso clásico

Una vez que se han establecido las variables lingüísticas con sus respectivos valores lingüísticos y funciones de membresía, se escriben las reglas difusas Si – Entonces de la siguiente manera:

Si  $e$  es ENMG, entonces R es RMB

Si  $e$  es ENG, entonces R es RB

Si  $e$  es ENM, entonces R es RmB

Si  $e$  es ENP, entonces R es RPB

Si  $e$  es EC, entonces R es RM

Si  $e$  es EPP, entonces R es RPA

Si  $e$  es EPM, entonces R es RmA

Si  $e$  es EPG, entonces R es RA

Si  $e$  es EPMG, entonces R es RMA

Las reglas fueron escritas de manera heurística basadas en la respuesta del sistema, al observar que si el error era negativo, el valor del reflujo debía ser bajo.

### 3.5.3 Control difuso mediante síntesis difusa de Lyapunov caso 5

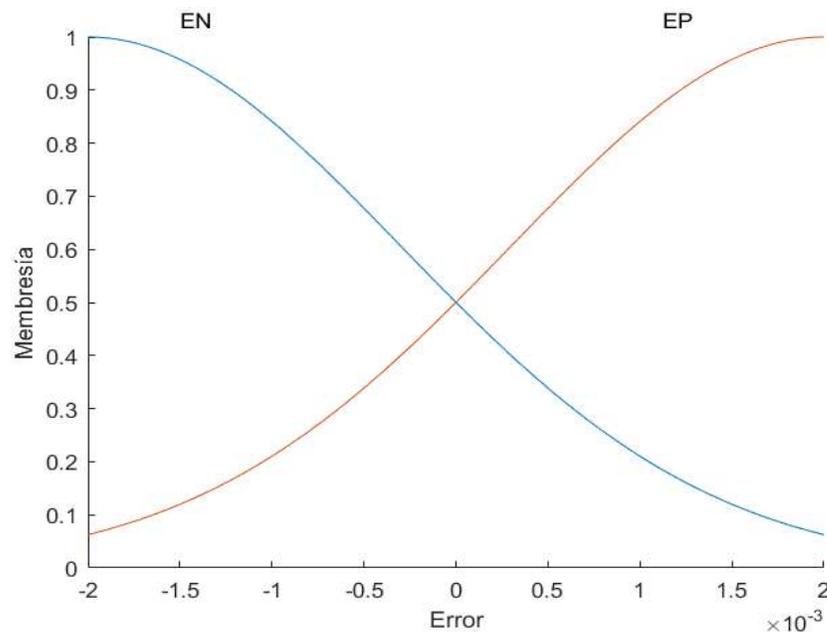
Para el control por medio de la síntesis difusa de Lyapunov, las variables de entrada son el error y su derivada. Para el caso del error se define como:

$$e = X_{ic3sp} - X_{ic3(t)} \quad (3.59)$$

A esta variable del error se le asignó el universo de discurso:

$$e \in [-0.002 \ 0.002] \text{ mol}_{ic3} / \text{mol}_D \quad (3.60)$$

La ventaja que se tiene con la síntesis difusa de Lyapunov es que no se tiene que generar muchas reglas y funciones de membresía dentro del universo de discurso, así para el caso del error se tiene que el error puede ser Negativo (EN) o positivo (EP), y para cada uno de estos valores se estableció una función de membresía como se muestra en la Figura 3.31:

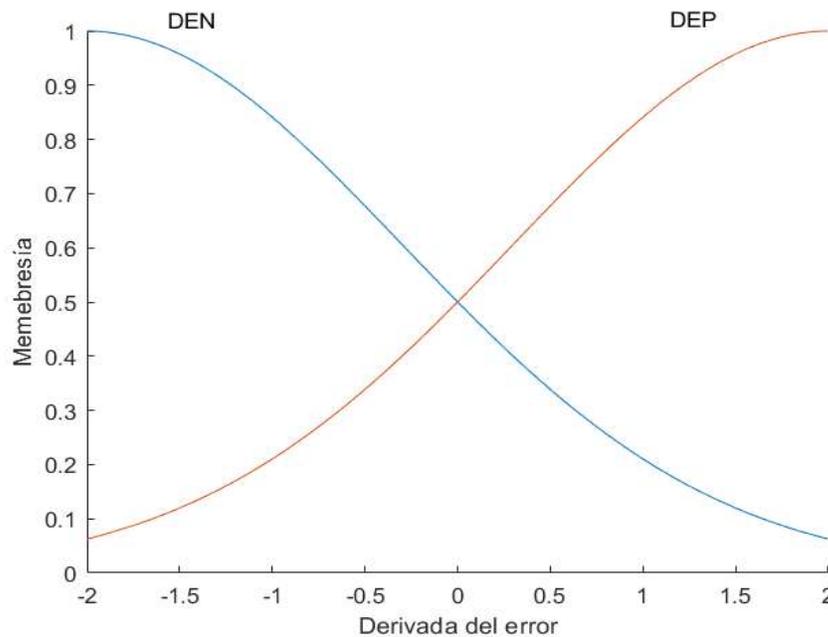


**Figura 3.31** Funciones de membresía para el error en el control mediante la síntesis difusa de Lyapunov

Se debe agregar la de la derivada del error, a esta variable del error se le asignó el universo de discurso:

$$\dot{e} \in [-2 \ 2] \quad (3.61)$$

A esta variable se le asignan como valores lingüísticos: Derivada del Error Negativa (DEN) y Derivada del Error Positiva (DEP), y para cada uno de estos valores se estableció una función de membresía como se muestra en la Figura 3.32.

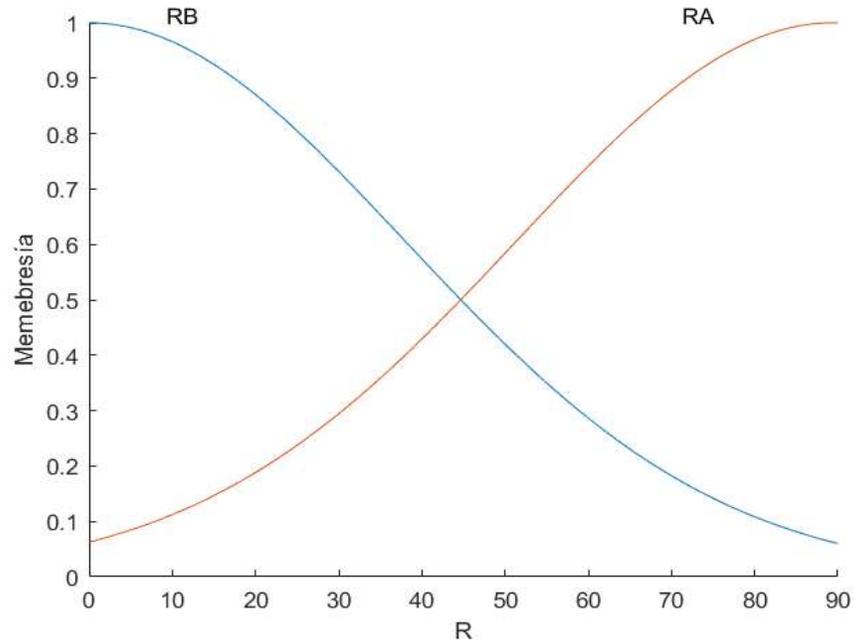


**Figura 3.32** Funciones de membresía para la derivada del error en el control mediante la síntesis difusa de Lyapunov

Para el caso de R, se deben hacer unos ajustes con el fin de que sea compatible con las reglas descritas en este método, ya que lo que se busca es garantizar el resultado de la desigualdad, así se establece la al flujo de reflujo R entre 0 y 90 kg/min, estos valores se obtuvieron a partir de la respuesta del sistema, quedando el universo de discurso como:

$$R \in [0 \ 90]kg/min \quad (3.62)$$

A esta variable se le asignan como valores lingüísticos: R Bajo (RB) y R Alto (RA), y para cada uno de estos valores se estableció una función de membresía como se muestra en la Figura 3.33:



**Figura 3.33** Funciones de membresía del flujo de reflujo R en el control mediante la síntesis difusa de Lyapunov

Las reglas difusas se escriben a partir de la Tabla 3.9:

**Tabla 3.9** Condiciones que deben cumplir la reglas tipo Si-Entonces para el control difuso basado en la síntesis de Lyapunov

$e$	$\dot{e}$	F/V
Positivo	Positivo	Suficientemente baja (caso especial)
Positivo	Negativo	Suficientemente alta tal que $\dot{V} \leq 0$
Negativo	Positivo	Suficientemente baja tal que $\dot{V} \leq 0$
Negativo	Negativo	Suficientemente alta tal que $\dot{V} \leq 0$

Con base en la Tabla 3.9, se escriben las reglas difusas para la inferencia difusa de la siguiente manera:

Si E es positivo y  $\dot{E}$  es positivo, entonces R es bajo

Si E es positivo y  $\dot{E}$  es negativo, entonces R es alto

Si E es negativo y  $\dot{E}$  es positivo, entonces R es bajo

Si E es negativo y  $\dot{E}$  es negativo, entonces R es alto

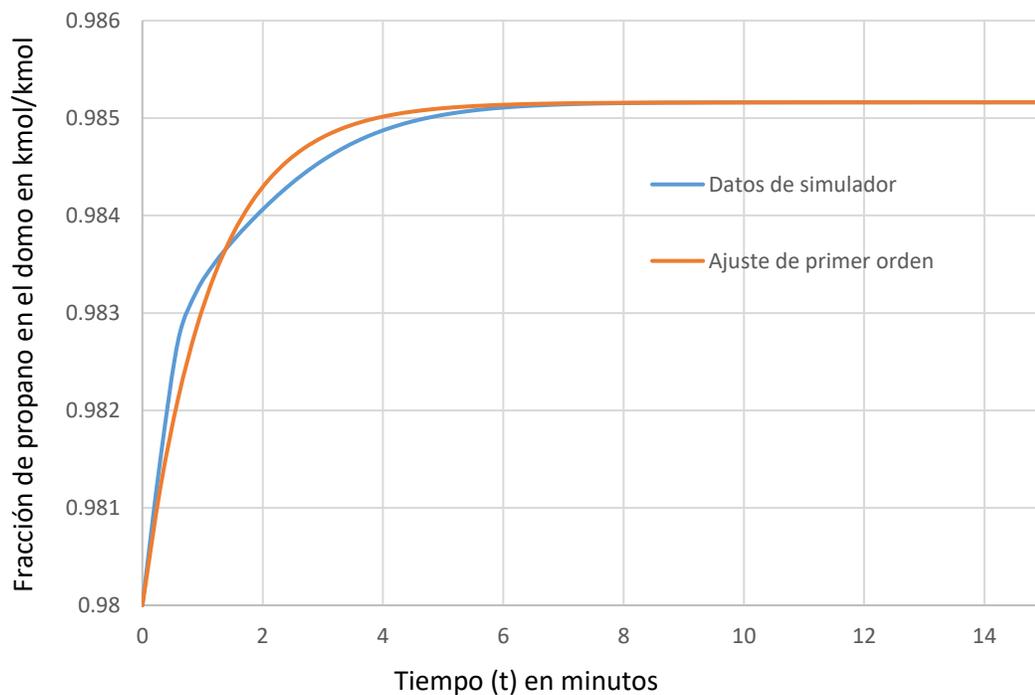
### 3.5.4 Control por cancelación de polos caso 5

Para el control por cancelación de polos se aplicó un escalón de 0.5 kg/min a la entrada del sistema, con el cual se observó una respuesta de primer orden. Con los datos de simulación se obtuvo una función de transferencia que representara la respuesta del simulador.

La función obtenida es:

$$y(s) = \frac{0.01139}{0.95s + 1} \quad (3.63)$$

La comparación de la función de primer orden obtenida y de los datos del simulador se presentan en la Figura 3.34.



**Figura 3.34** Ajuste para una función de transferencia de primer orden a partir de los datos de simulación

Para el método de cancelación de polos los parámetros de diseño fueron un tiempo de establecimiento ( $t_s$ ) de 3 minutos, y un factor de amortiguamiento ( $\zeta$ ) de 0.9, obteniendo con esto las constantes del control PI:

$$k_c = 79.0166 \quad (3.64)$$

$$\tau_i = 0.7674 \quad (3.65)$$

### 3.5.5 Control en espacio de estados con seguimiento de referencia caso 5

Para el control en espacio de estados con seguimiento de referencia por medio de Ackermann, se elige el siguiente polinomio para la respuesta deseada:

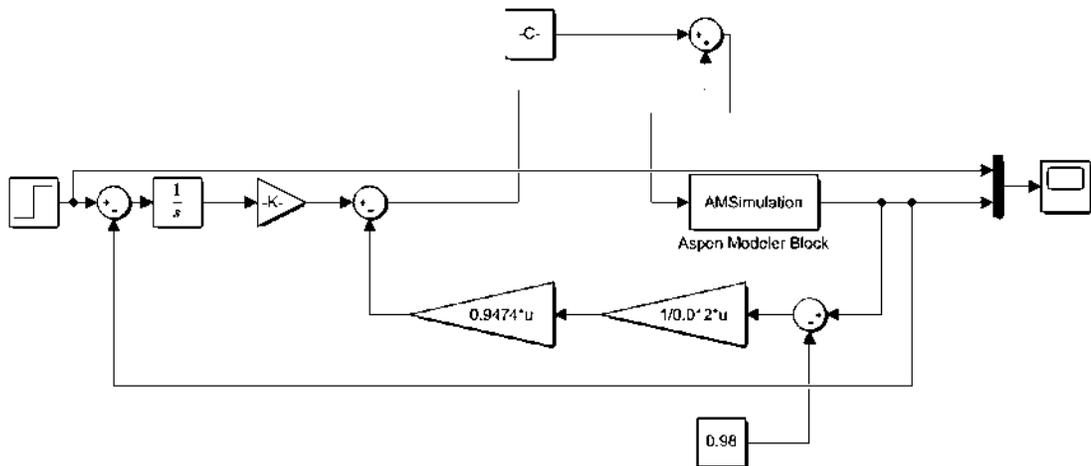
$$s^2 + 2s + 1.2345 = 0 \quad (3.66)$$

El sistema en espacio de estados se obtuvo mediante el uso del comando *tf2ss* de *Matlab*, quedando el sistema como:

$$\dot{x} = [-1.0523]x + [1]u \quad (3.67)$$

$$y = [0.012]x$$

El diagrama en *Simulink* se ajustó para obtener los estados del sistema como se muestra en la Figura 3.35.



**Figura 3.35** Diagrama representativo en *Simulink* del lazo de control en espacio de estados para la simulación de *Aspen Plus*

Al aplicar el método de Ackermann se obtuvieron las ganancias siguientes:

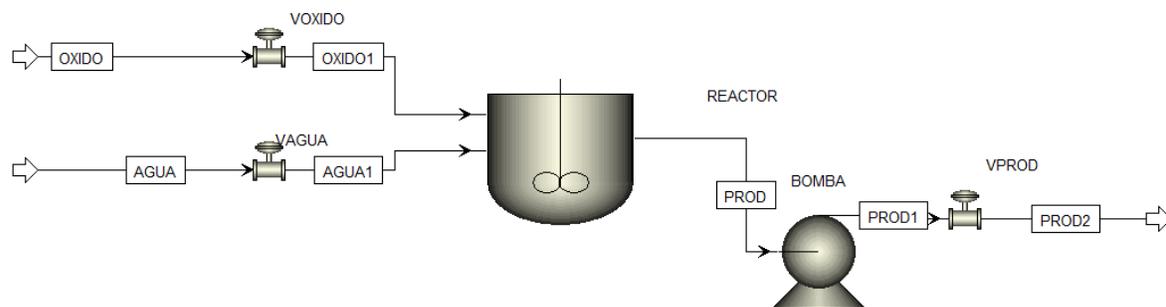
$$K = [0.9474 \quad -102.9653] \quad (3.68)$$

### 3.6 Caso de estudio 6: Reactor CSTR para la producción de propilenglicol

Se presenta la producción de propilenglicol a partir de óxido de propileno y exceso de agua en un reactor de flujo continuo perfectamente mezclado (CSTR), este proceso se conoce como hidrólisis del óxido de etileno [31].

El propilenglicol se usa como materia prima en desodorantes, cremas para afeitar, detergentes líquidos y anticongelantes.

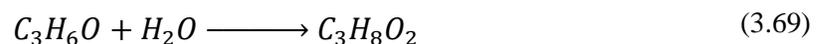
El proceso es representado en el siguiente diagrama, Figura 3.36:



**Figura 3.36** Diagrama de la producción de propilenglicol mediante el proceso de hidrólisis del óxido de propileno

En la corriente denominada óxido, se alimenta una corriente compuesta por un flujo de óxido de propileno de 1085 kg/hr y 1050 kg/hr de metanol, el cual sirve como solvente para poder facilitar el mezclado de los dos reactivos dentro del reactor. Además, esta corriente se encuentra a 24 °C y una presión de 6 bar. Por otro lado la corriente denominada agua, se alimentan 3600 kg/hr de agua pura a 50 °C y 6 bar de presión.

La reacción que se lleva a cabo es la siguiente:



La expresión de velocidad de reacción es la siguiente:

$$-r_{C_3H_6O} = 9.15 \times 10^{22} * \exp\left(\frac{-1.556 \times 10^8}{RT}\right) * C_{C_3H_6O}^2 \quad (3.70)$$

El reactor operará en estado estacionario de forma adiabática, a una presión de 3 bar y un volumen de 1.14 m<sup>3</sup>, así, la bomba elevará la presión de la corriente de productos a 6 bar, mientras que las válvulas ajustarán la presión a 3 bar en cada corriente. El modelo termodinámico empleado es NRTL.

Para el control de proceso se consideraron dos lazos de control. En un primer lazo se desea controlar la temperatura del reactor con la temperatura de la corriente de agua de alimentación y en un segundo control se plantea el control de la fracción másica de propilenglicol en la corriente de salida del reactor mediante la manipulación del flujo de agua de alimentación.

### 3.6.1 Control PID caso 6

De esta manera se plantea el control PID para cada lazo con los valores mostrados en la Tabla 3.10 de constantes de control.

**Tabla 3.10 Emparejamiento de variables a controlar y variables de control**

Variable a controlar	Variable de control	Kp	ti
Temperatura del reactor (T) °C	Temperatura de agua alimentada (Ta) °C	4	25
Fracción masa de propilenglicol a la salida del reactor (x)	Flujo de agua de alimentación (Fa) kg/hr	5000	-50000

Los valores de las constantes de los parámetros de control se establecieron con una aproximación inicial mediante el método de Ziegler – Nichols en lazo abierto, sin embargo los valores se ajustaron mucho con los resultados obtenidos por la simulación, por lo que estos valores cambiaron drásticamente con respecto al bosquejo inicial

### 3.6.2 Control difuso mediante síntesis difusa de Lyapunov caso 6

A este sistema se le consideró el diseño de un controlador difuso basado en la síntesis difusa de Lyapunov, proponiendo una función candidata de Lyapunov, la cual depende de todos los estados del sistema, siendo cero en el origen y positiva definida en el resto del dominio, y cuya derivada sea cero en el origen y al menos definida seminegativa en el resto del dominio.

Considerando que la segunda derivada del error ( $\ddot{e}$ ) es proporcional a la variable de control, que para este caso es la temperatura del agua  $T_a$ , las dos ecuaciones anteriores se pueden escribir como:

$$V_{(e,\dot{e})} = \frac{1}{2}e^2 + \frac{1}{2}\dot{e}^2 > 0 \quad (3.71)$$

$$\dot{V}_{(e,\dot{e})} = e\dot{e} + \dot{e}T_a \leq 0 \quad (3.72)$$

Con lo anterior se obtiene un criterio directo dependiente de la acción de control para garantizar la estabilidad del sistema en lazo cerrado.

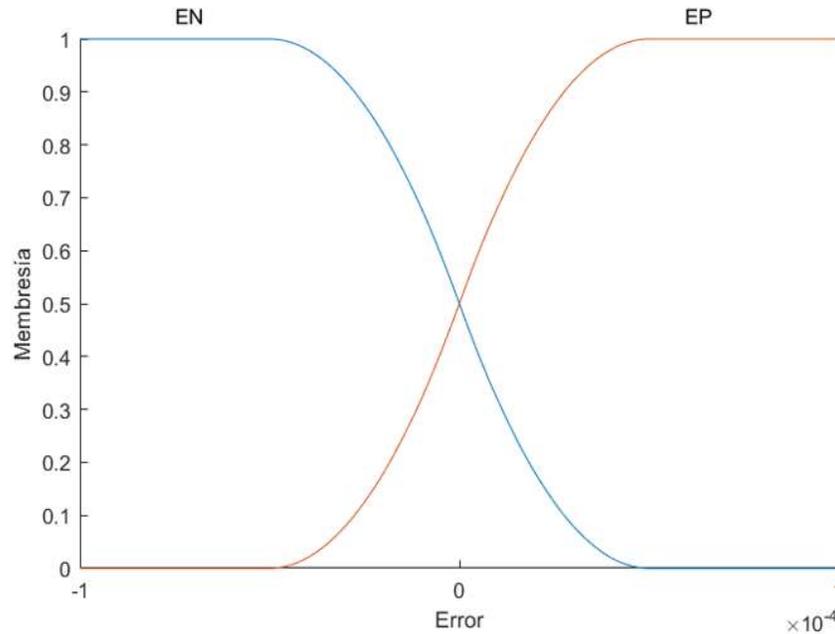
Así, con estas dos ecuaciones se deben escribir las reglas difusa tipo Si-Entonces para satisfacer dichas condiciones y asegurar para que el sistema sea decreciente. En el caso del control por lógica difusa basado en la síntesis difusa de Lyapunov, se establecieron los universos de discurso y las funciones de membresía para las variables del error y su derivada, medido el como la diferencia del valor deseado y el valor de la variable, Así, por ejemplo, en el caso de la temperatura del reactor se tuvo que el error se define como:

$$e = T_{sp} - T_{(t)} \quad (3.73)$$

A esta variable del error se le asignó el universo de discurso:

$$e \in [-1 \ 1] \text{ } ^\circ\text{C} \quad (3.74)$$

Mientras que para su derivada se aplicaron valores de -0.01 y 0.01. Quedando para el error en la temperatura  $T$ , funciones de membresía como las mostradas en la Figura 3.37



**Figura 3.37** Funciones de membresía para el error en la temperatura

Para controlar la variable del error en la temperatura del reactor se utiliza la temperatura del agua de alimentación considerando la respuesta del sistema, quedando el universo de discurso como:

$$T_a \in [70 \ 90] \tag{3.75}$$

Las funciones de membresía son semejantes a las mostradas en la Figura 3.37.

Una vez que se han establecido las variables lingüísticas con sus respectivos valores lingüísticos y funciones de membresía, se escriben las reglas difusas Si – Entonces de la siguiente manera:

Si  $e$  es positivo y  $\dot{e}$  es positivo, entonces  $T_a$  es baja

Si  $e$  es positivo y  $\dot{e}$  es negativo, entonces  $T_a$  es alta

Si  $e$  es negativo y  $\dot{e}$  es positivo, entonces  $T_a$  es baja

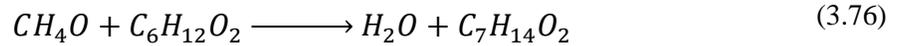
Si  $e$  es negativo y  $\dot{e}$  es negativo, entonces  $T_a$  es alta

Por otro lado, para el caso del lazo de control de la fracción másica de propilenglicol se realizó un lazo de control, semejante, solo ajustando los universos de discurso.

### 3.7 Caso de estudio 7: Reactor de esterificación

En este caso se presenta la producción de hexanoato de metilo o ácido 2-metilhexanoico, a partir de metanol y ácido hexanoico mediante el proceso de esterificación de alcoholes [32]. El hexanoato de metilo se usa como solvente en pinturas y barnices y como precursor de productos de limpieza.

La reacción para la producción de hexanoato de metilo es la siguiente:



Sin embargo, se da otra reacción de deshidratación del alcohol para dar dimetiléter más agua mediante la siguiente reacción:



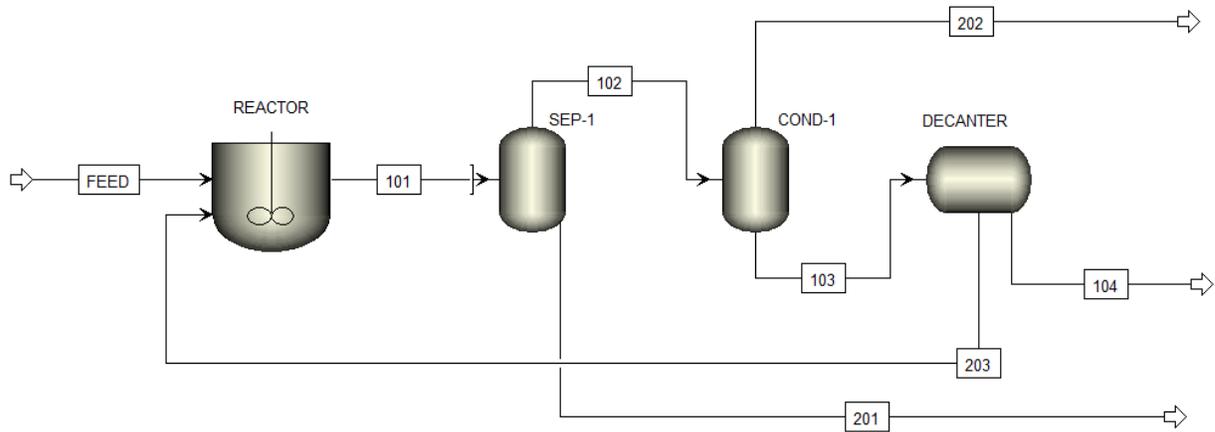
La expresión de velocidad de la primera reacción es la siguiente:

$$-r_{CH_4O} = 50 * \exp\left(\frac{-3.7 \times 10^7}{RT}\right) * C_{CH_4O} \quad (3.78)$$

Mientras que para la segunda reacción es:

$$-r_{CH_4O} = 0.0001 * \exp\left(\frac{-2.38846}{RT}\right) * C_{CH_4O}^2 \quad (3.79)$$

El caso aplicado consta de un reactor CSTR de esterificación, tres operaciones de flash en las cuales, la primera separa principalmente el producto principal, hexanoato de metilo, el segundo separa el subproducto de reacción, dimetiléter, y el tercero funciona como un decantador para separar el agua de la fase orgánica compuesta principalmente por el reactivo metanol. El proceso se muestra en la Figura 3.38.



**Figura 3.38** Diagrama de la producción de hexanoato de metilo mediante el proceso de esterificación de metanol

La alimentación está compuesta por 7 kmol/hr de metanol, 14.6 kmol/hr de ácido hexanoico y 0.001 kmol/hr de nitrógeno, a 100 °C y 1 bar de presión. El reactor opera a 100 °C y 3 bar de presión, con un volumen de 5 m<sup>3</sup>. La primera unidad de flash (SEP-1) es adiabático a 0.5 bar de presión, el segundo flash (COND-1), condensa el agua y metanol bajando la temperatura a 10 °C, para separar esta corriente posteriormente en el decantador adiabático regresando el metanol separado.

### 3.7.1 Control PID caso 7

Primeramente, se consideró un control PID, las contantes se muestran en la Tabla 3.11.

**Tabla 3.11** Emparejamiento de variables a controlar y variables de control

Variable a controlar	Variable de control	Kp	$\tau_i$	$\tau_d$
Fracción mol de hexanoato de metilo a la salida del reactor (ZhmR)	Temperatura de alimentación al reactor (Tr)	400	150	1
Fracción mol de hexanoato de metilo a la salida del flash SEP-1 (ZhmFS)	Calor suministrado a la operación flash SEP-1 (Qfs)	0.15	0.9	
Temperatura del reactor (Tr)	Calor suministrado al reactor (Qr)	0.001	0.0001	

3.7.2 Control difuso mediante síntesis difusa de Lyapunov caso 7

Para el caso del control difuso por síntesis difusa de Lyapunov, se usó un esquema análogo al del caso 6, solo haciendo ajustes en los universos de discurso para las variables de error, derivada del error y de salida para cada lazo de control. El diagrama en *Simulink* para esquematizar los lazos de control difuso de este caso se muestra en la Figura 3.39.

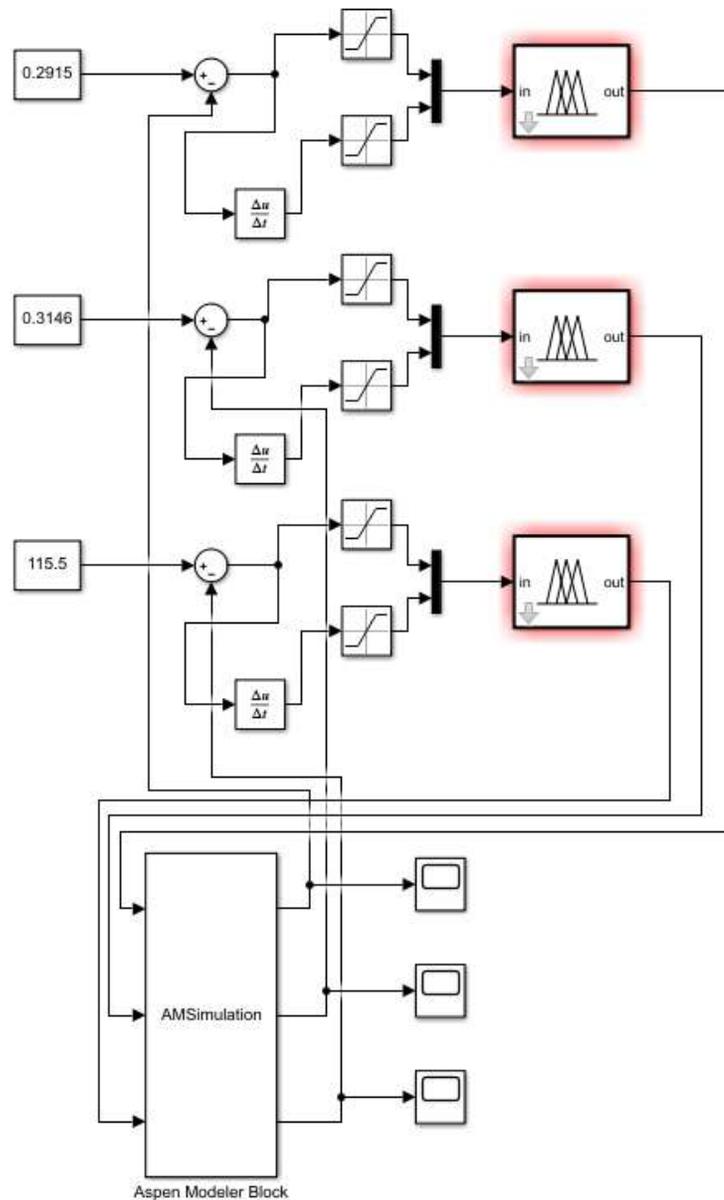


Figura 3.39 Diagrama en *Simulink* de los lazos de control para el proceso de esterificación

En la Figura 3.39, el bloque *AMSimulation* es el bloque que debe ser configurado y ajustado que permite ejecutar simultáneamente a *Simulink* con *Aspen*, mientras que es posible establecer los lazos de control bajo la metodología que se desee implementar, en este caso la síntesis difusa de Lyapunov.

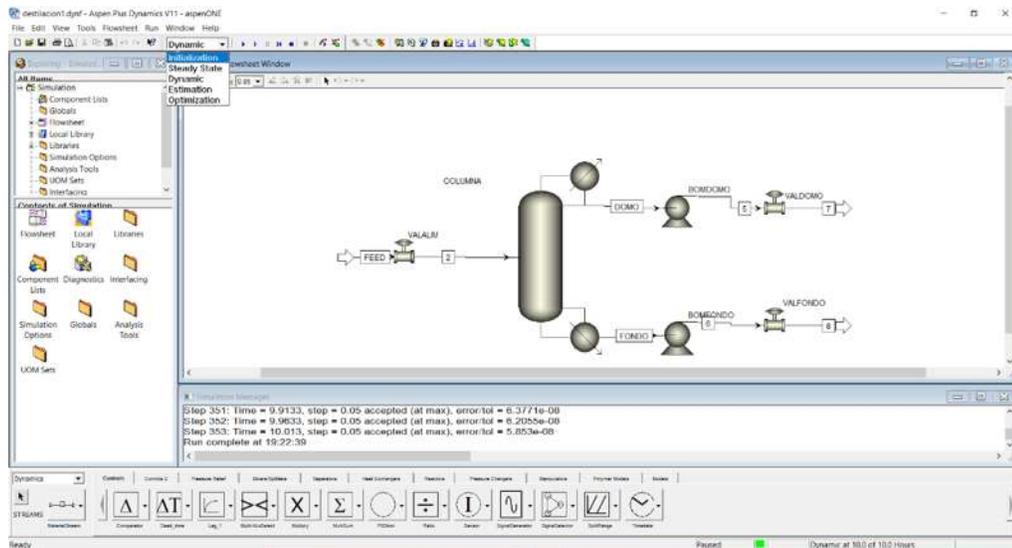
Cabe señalar que, durante los procesos de simulación, se intentó aplicar alguna metodología de sintonización de control PID, sin embargo, las simulaciones fallaban al asignar valores iniciales en función de la salida del controlador, Ambos sistemas son muy sensibles a pequeños cambios en las variables, por lo que la sintonización se realizó a prueba y error hasta lograr resultados aceptables, sin considerar que sean los óptimos. Dentro de los errores que mostraba el simulador se presentaban problemas de convergencia que en algunos casos se ajustaban con tolerancias permitidas por ambos softwares, en otros casos presentaban errores en la comunicación de datos entre ambos programas, ya que el tiempo de muestreo de *Simulink* se ajusta con la velocidad que tiene *Aspen* para resolver el sistema de ecuaciones. Así, las simulaciones, mientras más equipos y lazos de control se tengan, esta se vuelve más lenta y con posibilidad de fallo mayor.

### 3.8 Conexión de los softwares *Aspen Dynamics* y *Simulink*

Algo que se debe considerar como fundamental es la compatibilidad de las dos versiones de los softwares, ya que deben ser instalados y ejecutados bajo la misma arquitectura del CPU. En esta caso los softwares corren bajo 64 bits, siendo sus versiones *Aspen V.11* y *Matlab 2020b*.

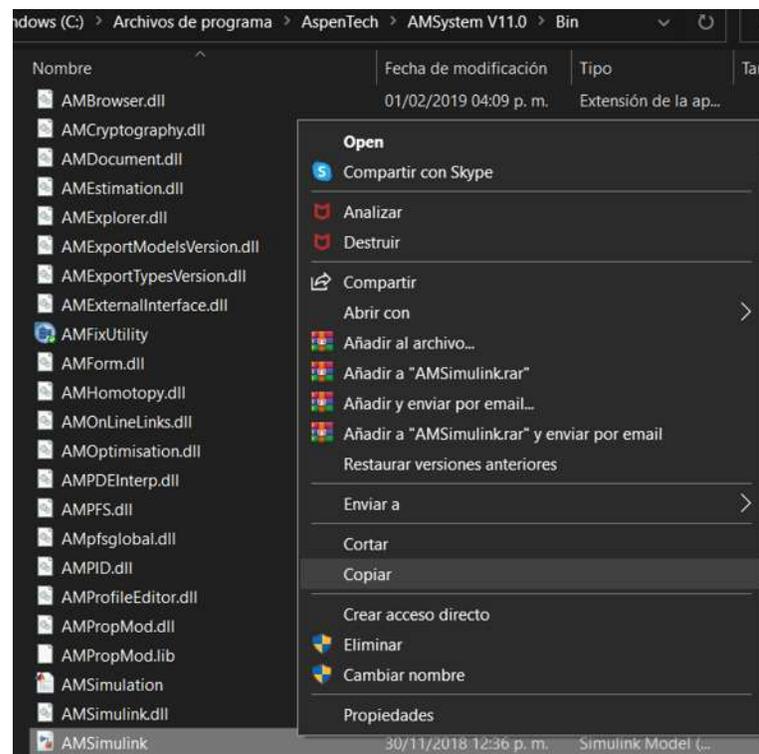
Primero se debe realizar la simulación en *Aspen Plus* que servirá de base para la simulación dinámica. Existen dos opciones para exportar el archivo de *Aspen Plus* a *Aspen Dynamics*, una es basada en flujos y otra es basada en presiones, la segunda es más rigurosa que la primera, sin embargo se debe considerar la complejidad del sistema, ya que al activar la simulación dinámica en *Aspen Plus*, se deben realizar los cálculos de dimensionamiento de los equipos, y cualquier dato mal calculado o supuesto de manera incorrecta, provocará un error en la simulación, los cuales van de respuestas incorrectas en algunas variables hasta que incluso que no se genere al archivo en *Aspen Dynamics*.

Posteriormente se abre la simulación dinámica y se borran los controladores que genera *aspen* por default, y se corre la simulación en la opción de “inicialización”, dejando abierta la simulación como se muestra en la Figura 3.40.

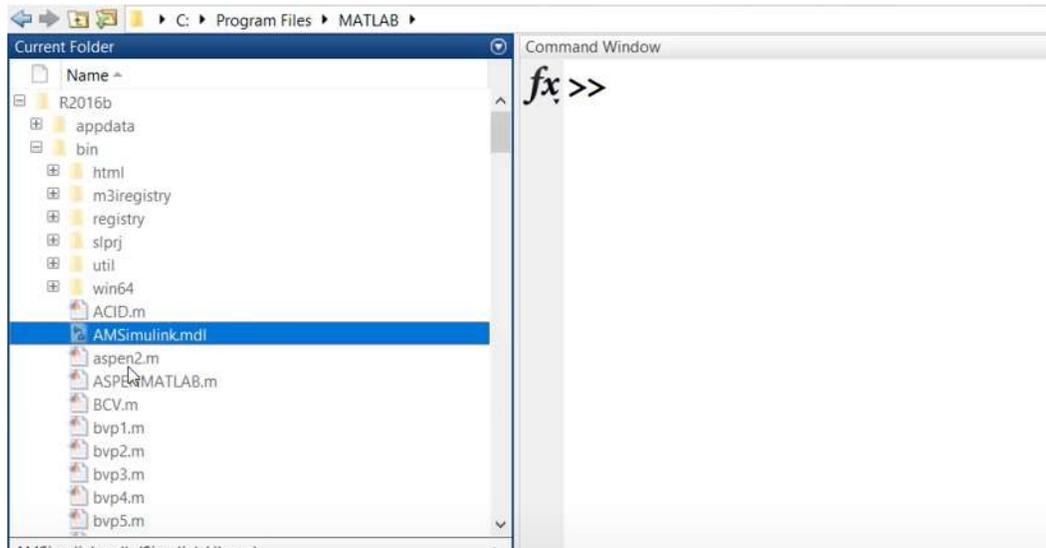


**Figura 3.40** Simulación dinámica del ejemplo de torre de destilación en *Aspen Dynamics*

A continuación se busca el archivo *AMSimulink* en los archivos de instalación de Aspen, el cual se copia y se pega en la carpeta *bin* de la instalación de *Matlab* como se muestra en las Figuras 3.41 y 3.22.

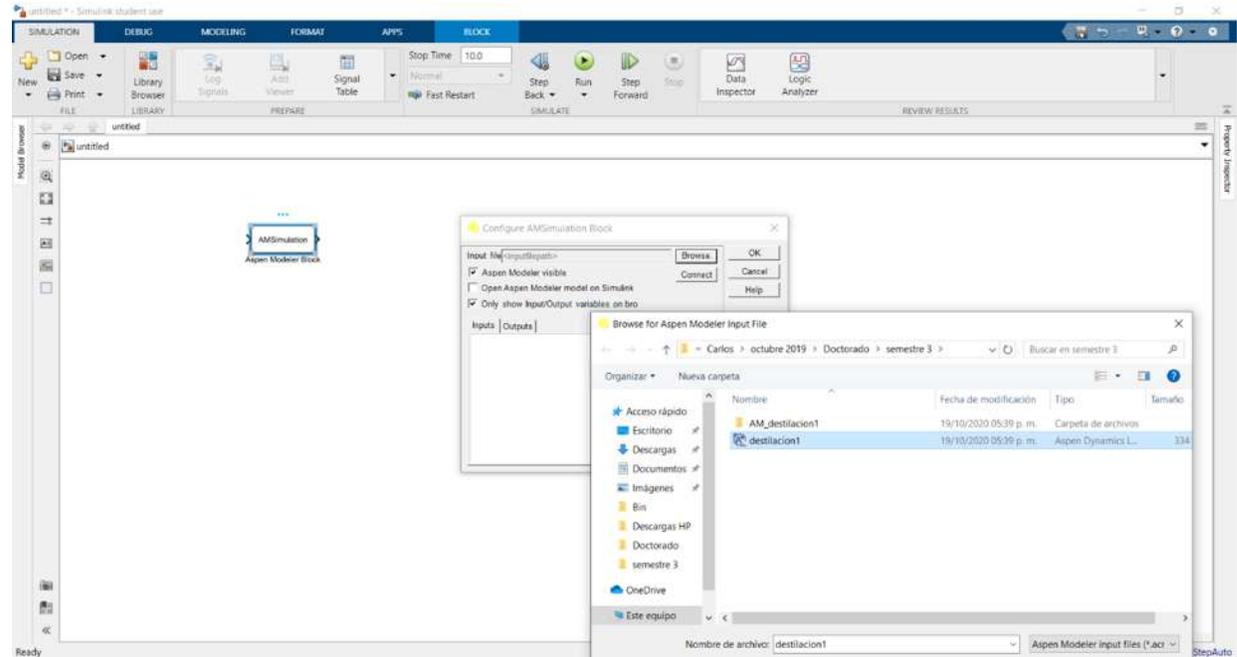


**Figura 3.41** Ubicación del archivo *AMSimulink* en la carpeta de instalación de *Aspen*



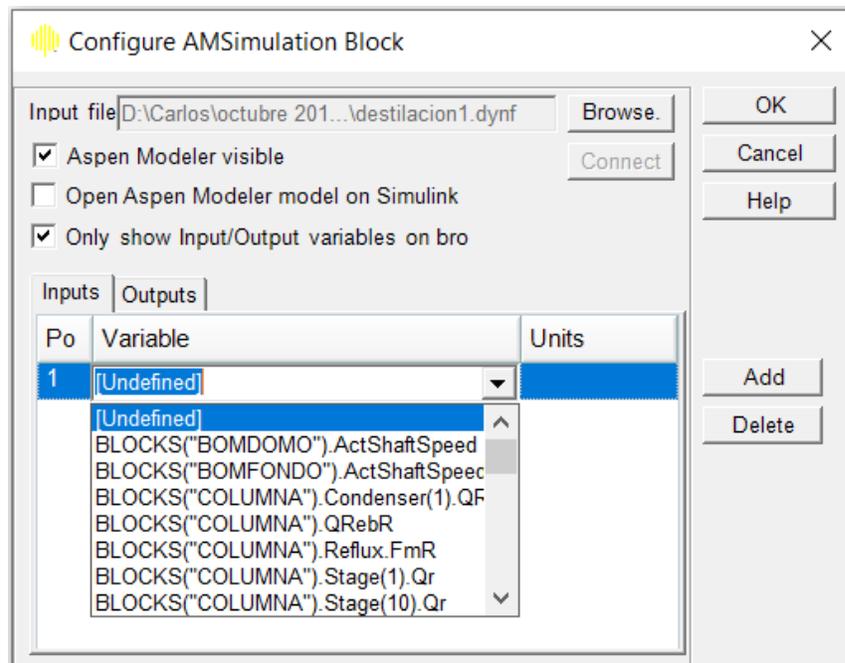
**Figura 3.42** Ubicación donde se pega del archivo *AMSimulink* en la carpeta de instalación de *Matlab*

Se abre *Matlab*, ejecutando un archivo nuevo de *Simulink* dando doble click sobre el archivo *AMSimulink*, cuando se abra *Simulink* con un bloque en el centro de la ventana llamado *AMSimulation*, este estará bloqueado y no se podrá utilizar, así que se debe copiar el bloque y llevarlo a una nueva ventana de *Simulink*. Ahora el bloque *AMSimulation* estará desbloqueado y podrá ser editado. Se le da doble click al bloque *AMSimulation* y se abrirá un browser, donde se deberá especificar el archivo de *Aspen Dynamics* que se generó como se muestra en la Figura 3.43.



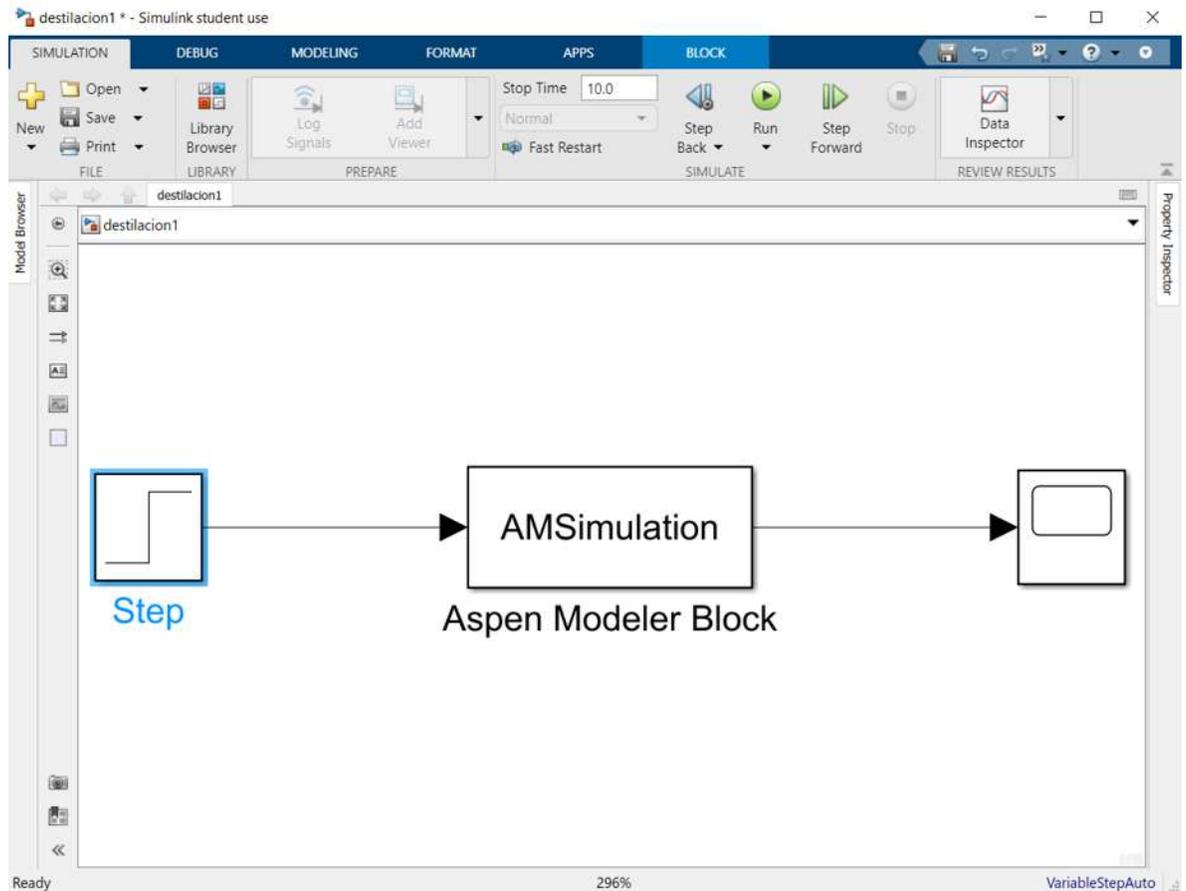
**Figura 3.43** Sincronización de *Aspen Dynamics* con *Simulink*

Una vez que los softwares se han conectado se podrá navegar entre las variables disponibles como entradas y salidas del sistema como se muestra en la Figura 3.44.



**Figura 3.44** Elección de variables de entrada y salida de *Aspen Dynamics* en *Simulink*

Se eligieron las variables, se puede colocar un bloque de escalón o de constante a la entrada del bloque *AMSimulation* y un bloque *Scope* para visualizar el efecto que tiene un cambio en la entrada como se muestra en la Figura 3.45.



**Figura 3.45** Diagrama de la conexión del bloque *AMSimulation*

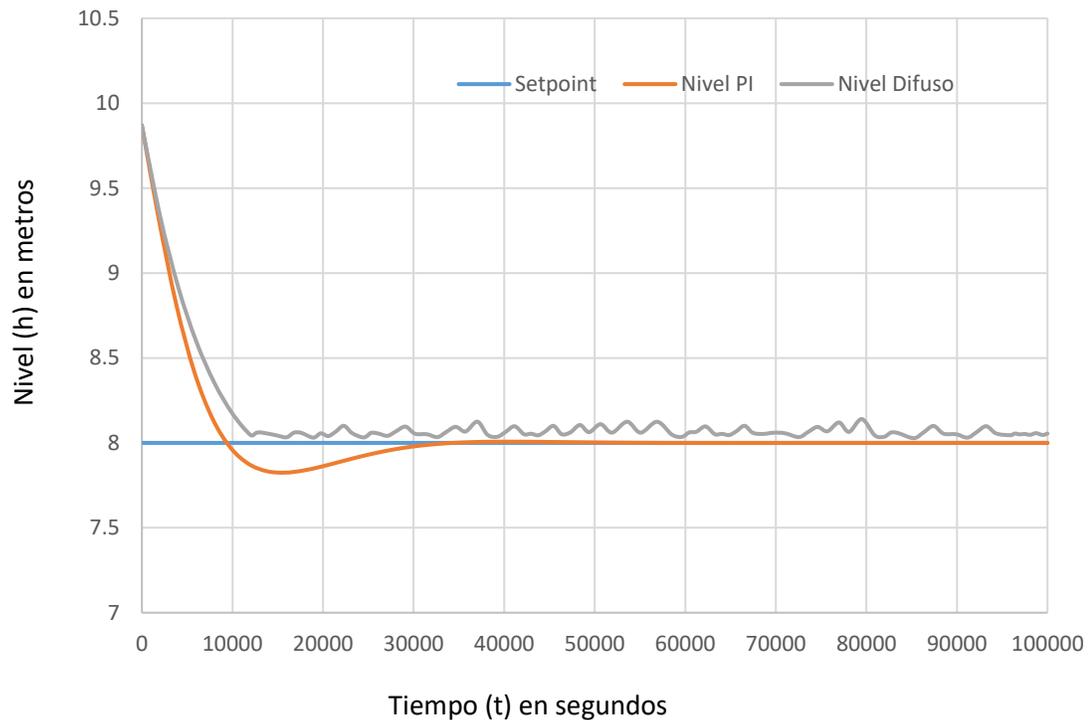
Se pueden colocar más entradas y salidas en este diagrama, cargándolas como se hizo en la Figura 3.44, y así se pueden emplear todas las herramientas con las que cuenta *Simulink* para diferentes áreas de control y análisis de sistemas.

Capítulo 4. Resultados

A continuación se presentan los resultados más importantes obtenidos en el trabajo

4.1 Caso de estudio 1: Evaporador de simple efecto

En la Figura 4.1, se muestra la comparación entre las respuestas del control convencional PID contra el control no convencional Difuso obtenidas ante el mismo cambio escalón en el punto de referencia de 9.87 a 8 m en el valor del nivel.

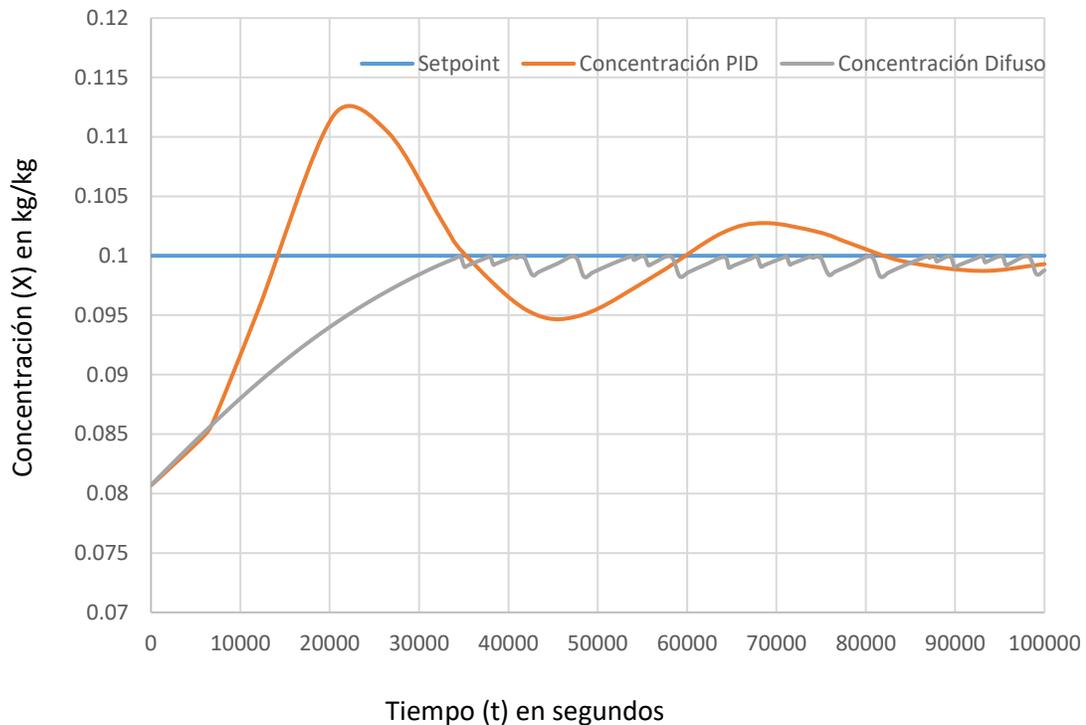


**Figura 4.1** Comparación de las respuestas entre control PI y control difuso a una entrada escalón en el punto de referencia de 9.87 a 8 m para el nivel

Como se puede observar en el Figura 4.1, al comparar las dos respuestas estas son adecuadas en términos generales, pero cada una tiene sus propias condiciones, la respuesta del control PI es más rápida, logrando estado estacionario en poco menos de 10000 segundos, mientras que el control difuso es un poco más lento, en cuanto a estabilidad, la respuesta del PI es mayor aunque tiene un sobre impulso mayor que el control difuso, pero este se mantiene variando en toda la operación. El efecto de estas oscilaciones repercute directamente a la vida útil de actuador,

provocando desgaste en su funcionamiento, debido a que se trata de una válvula, se debe tomar en cuenta este aspecto al momento de la elección del actuador

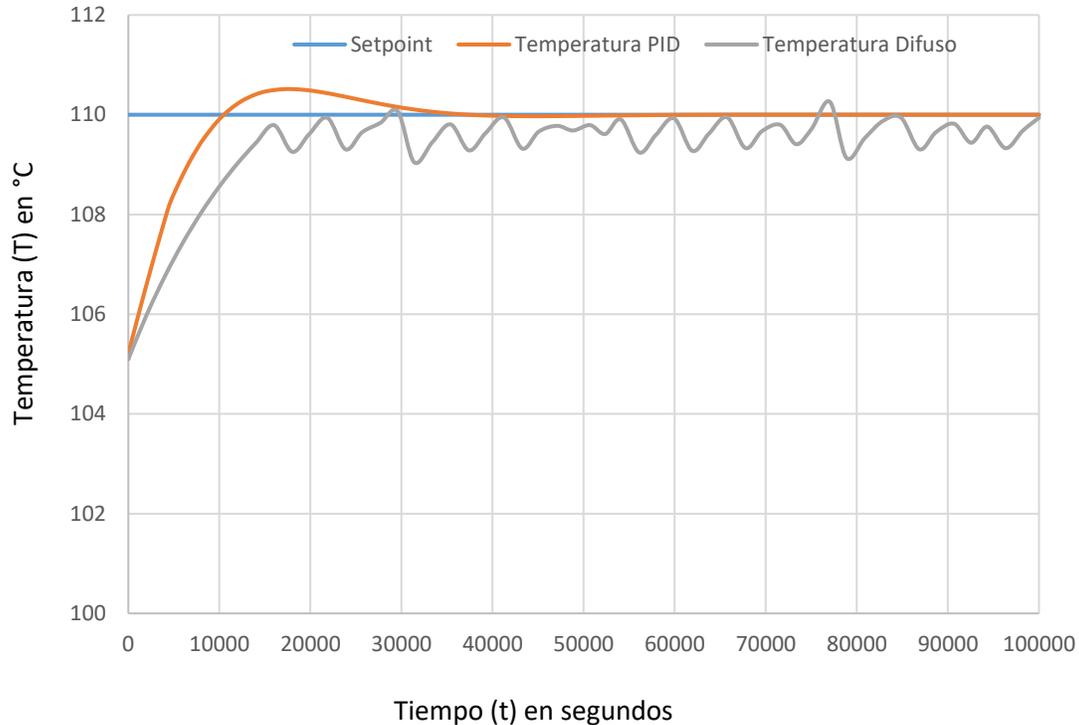
En la Figura 4.2, se muestra la comparación entre las respuestas del control convencional PID contra el control no convencional difuso obtenidas ante el mismo cambio escalón en el punto de referencia de 0.08071 a 0.1 en la concentración.



**Figura 4.2** Comparación de las respuestas entre control PID y control difuso a una entrada escalón en el punto de referencia de 0.08071 a 0.1 para la concentración

Como se puede observar en la Figura 4.2, la respuesta del controlador PID es más rápida, sin embargo presenta un sobre impulso importante y se mantiene inestable. Por el lado del controlador difuso se observa una respuesta más lenta para lograr la referencia por primera vez, pero no presenta sobre impulsos, se mantiene cerca de la referencia pero de forma inestable con pequeñas variaciones comparadas a las diferencias del control PID. Al igual que la figura anterior, esta inestabilidad es causada debido a que el sistema intenta mantenerse en la zona de estabilidad cambiando entre las funciones de membresía asignadas, afectando de una forma similar al caso del actuador del lazo anterior.

En la Figura 4.3 se muestra la comparación entre las respuestas del control convencional PID contra el control no convencional Difuso obtenidas ante el mismo cambio escalón en el punto de referencia de 105.7 a 110 °C en la temperatura.

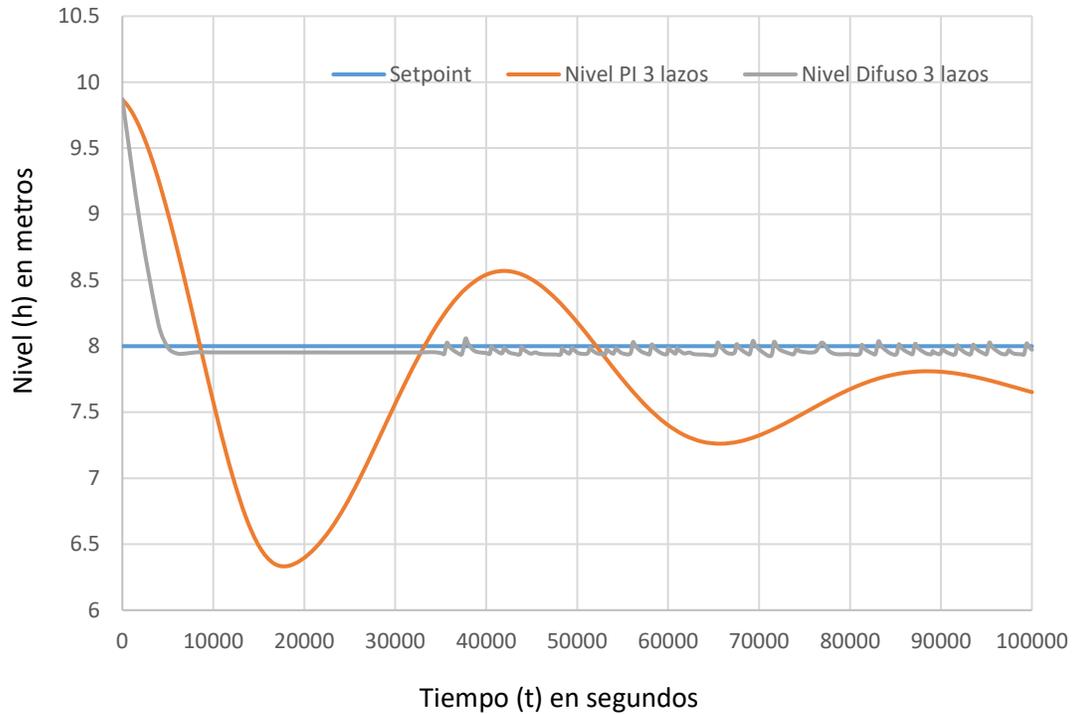


**Figura 4.3** Comparación de las respuestas entre control PID y control difuso a una entrada escalón en el punto de referencia de 105.1 a 110 °C para la temperatura

En este caso ambos controladores muestran una respuesta relativamente rápida, y el controlador PID logrando alcanzar el valor de la referencia más rápidamente, sin embargo muestra un sobre impulso el cual es aceptable para este proceso. Por otro lado, el control difuso se mantiene inestable todo el proceso con variaciones en la mayoría de los casos de 0.6 °C por debajo de la referencia, lo cual también es aceptable por el lado del sistema, pero problemático respecto a las variaciones constantes para el dispositivo de control.

Por último se hace la comparación del sistema operando con los tres lazos simultáneamente ya que se observaron diferencias significativas, en la realidad es así como opera el proceso.

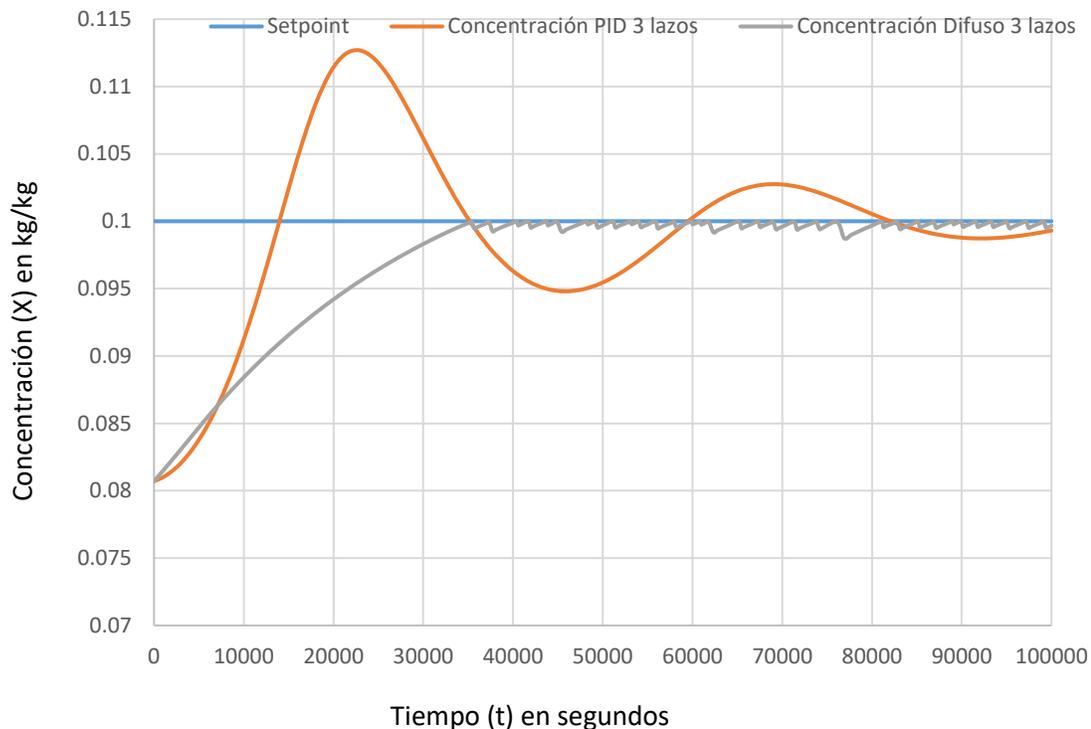
En la Figura 4.4, se comparan los comportamientos de los controladores PI y difuso para el nivel cuando en ambos casos están operando los tres lazos de forma simultánea.



**Figura 4.4** Comparación de las respuestas entre control PI y control difuso a una entrada escalón en el punto de referencia de 9.87 a 8 m operando los lazos de forma simultánea para el nivel

Como se observa en la Figura 4.4, existe una gran diferencia entre ambas respuestas, llamando poderosamente la atención que el control difuso se ve beneficiado al operar los tres lazos simultáneos, mientras el control PI funciona de manera más oscilatoria y lenta. El control difuso alcanza la referencia más rápidamente, se mantiene con un error muy bajo pero se mantiene variando durante todo el proceso, por el otro lado, el control PI es un poco más lento pero tiene un sobre impulso muy grande y se tarda mucho en llegar a la estabilidad. Tratándose de un caso de control de nivel, se presenta una primera oscilación de más de 20% de error, lo cual no se puede dejar de lado en la operación de un evaporador, tardando más de 30,000 segundos, más de 8 horas, en lograr alcanzar la referencia. El efecto de los otros dos controladores hace que este lazo no sea considerado como una opción viable de aplicación, más si se tiene en mente que cuando operó de manera individual este sobre impulso fue de menos del 3%, y pese a que la respuesta es lenta, esta se mantuvo dentro de un error de menos del 5% durante toda la operación.

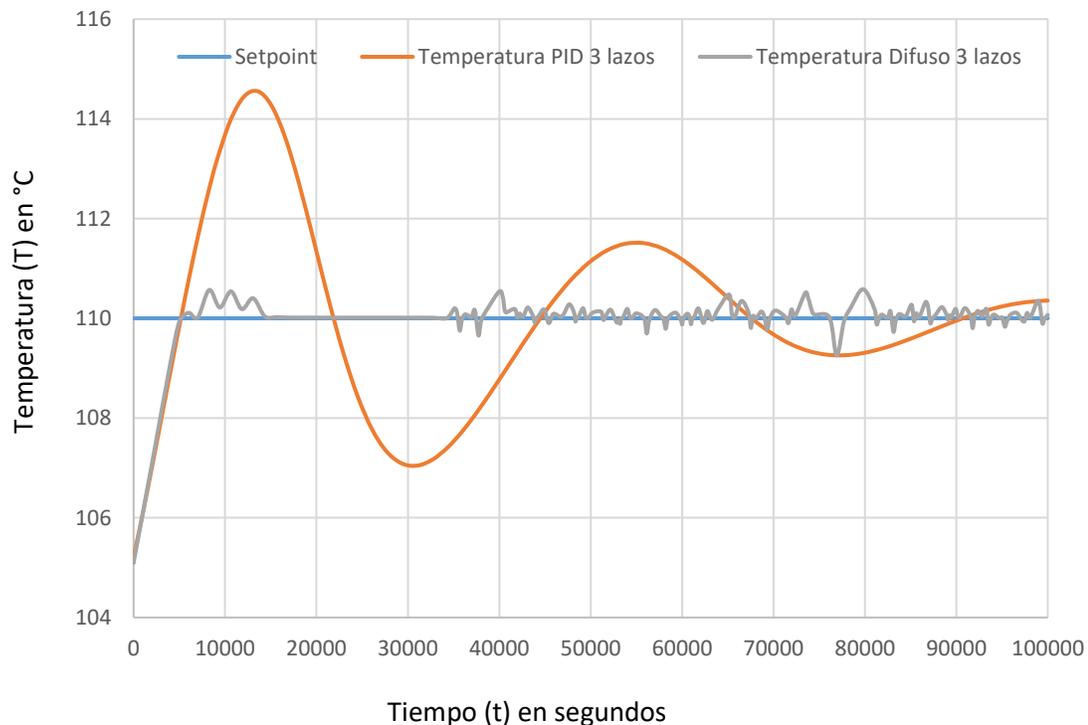
En la Figura 4.5, se comparan los comportamientos de los controladores PID y difuso para la concentración cuando en ambos casos están operando los tres lazos de forma simultánea.



**Figura 4.5** Comparación de las respuestas entre control PID y control difuso a una entrada escalón en el punto de referencia de 0.08071 a 0.1 operando los lazos de forma simultánea para la concentración

Como se observa en la Figura 4.5, el control PID, que se mantuvo muy semejante al comportamiento individual, es más rápido que el control difuso al llegar a la referencia, pero el sobre impulso es más grande y tarda mucho en estabilizarse, por su lado el control difuso se mantiene variando todo el tiempo pero muy cerca de la referencia, de hecho en menor proporción que su operación como lazo individual. Estas variaciones que presenta el control difuso son atenuadas en magnitud pero aumentadas en frecuencia, así que desde el punto de vista del error es algo positivo, pero no lo desde el desgaste que sufre el elemento final de control, teniendo un periodo de aproximadamente de 20 minutos, sin embargo, por el otro lado el control PID tiene una oscilación mucho más lenta, siendo esta de varias horas hasta alcanzar mantenerse en una zona de estabilidad aceptable.

En la Figura 4.6, se comparan los comportamientos de los controladores PID y difuso para la temperatura cuando en ambos casos están operando los tres lazos de forma simultánea.

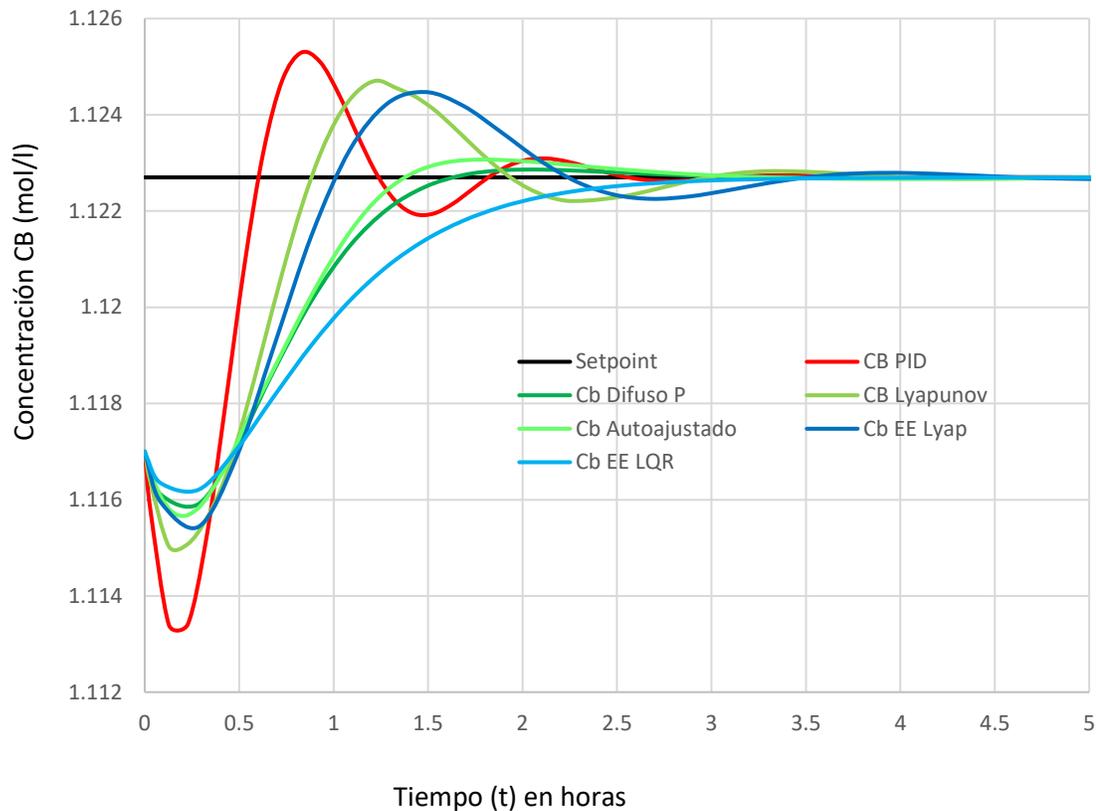


**Figura 4.6** Comparación de las respuestas entre control PID y control difuso a una entrada escalón en el punto de referencia de 105.1 a 110 °C operando los lazos de forma simultánea para la temperatura

Como se observa en la Figura 4.6, los dos controladores tienen la misma velocidad de respuesta para llegar a la referencia, pero el control difuso tiene menos de 1 °C de sobre impulso mientras que el control PID tiene más de 4°C lo cual no es aceptable para este tipo de procesos. Ambos controles se mantienen inestables, pero el difuso lo hace en menor proporción con respecto al error, sin embargo esta inestabilidad puede provocar problemas en el dispositivo de control ya que son muy frecuentes. Con esto se puede decir que los lazos difusos se ven beneficiados de manera general cuando los tres lazos operan simultáneamente, aunque no se puede descartar en ningún momento las variaciones permanentes cerca del valor de referencia que afecta de manera directa el tiempo de vida del actuador. Por el otro lado, los controladores PID se ven fuertemente afectados con oscilaciones más amplias y sobre impulsos más grandes en las mismas condiciones.

#### 4.2 Caso de estudio 2: Modelo de la reacción isotérmica de Van de Vusse

En la Figura 4.7 se presenta la comparación del control clásico PID, el control difuso, el difuso por síntesis de Lyapunov, el autoajustado difuso, y los controles en espacio de estados por Lyapunov y LQR.



**Figura 4.7** Respuestas dinámicas de los controladores a un cambio escalón de 0.01 mol/l para  $C_B$

Como se puede observar en la Figura 4.7, los controles que tienen la mejor respuesta son el control difuso, el control autoajustado difuso y el control en espacio de estados por LQR, ya que presentan el menor sobre impulso en la región inversa y en la parte superior, aunque casi todos los controles logran la región de estabilidad al mismo tiempo. Por otro lado, el control clásico PID es el que presenta la mayor oscilación y sobre impulsos más grandes. Cabe señalar que el control difuso y el autoajustado difuso se mantienen en la franja de estabilidad antes que los demás controladores, y para el caso que se trata, un reactor CSTR, esto es deseable debido a que los alejamientos a la referencia se traducen en la generación de productos que no cumplen con las

condiciones de especificaciones, si por un lado la concentración es baja, implica que el producto que no reacciona es mayor en cantidad así como subproducto no deseado, dejando así más carga a las operaciones de separación subsecuentes, siendo que para valores altos de concentración, se presentará una situación en la que se debe corregir la relación del producto principal con los demás materiales. Pese a que lo deseable, por lo general, en un proceso reactivo, es aumentar el rendimiento y selectividad del producto principal, en este caso se operó en una región donde se presenta la respuesta inversa y no en un punto de operación en donde se busque maximizar estas condiciones de rendimiento y selectividad.

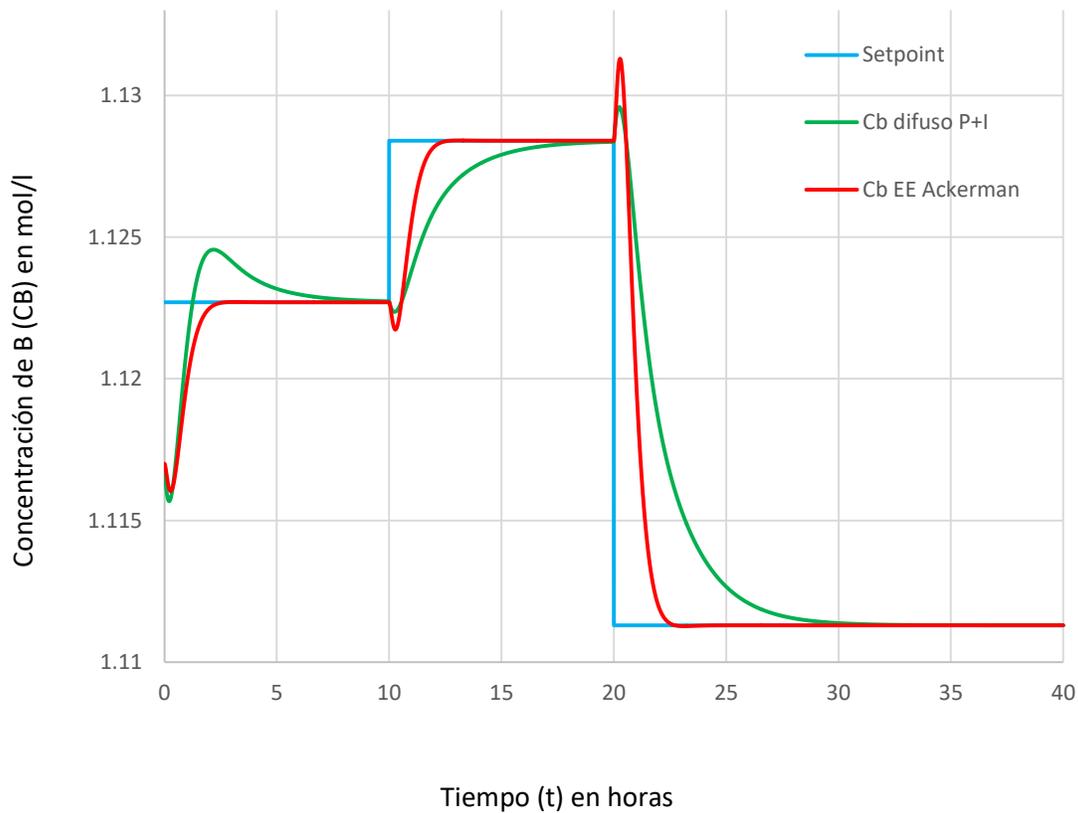
Se determinaron los índices de desempeño de los controladores IAE, ISE, ITAE, ITESE, los cuales se muestran en la Tabla 4.1.

**Tabla 4.1 Índices de desempeño para el caso 2 con un valor de referencia**

<b>Índice</b>	<b>IAE</b>	<b>ISE</b>	<b>ITAE</b>	<b>ITSE</b>
<b>Difuso P</b>	0.005607	0.0000284	0.002967	0.0000103
<b>Difuso autoajustado</b>	0.006124	0.0000298	0.003258	0.00001125
<b>EE LQR</b>	0.006917	0.0000314	0.004958	0.00001448
<b>PID</b>	0.005821	0.00003012	0.003325	0.00001254
<b>Difuso Lyapunov</b>	0.00981	0.00002998	0.004521	0.00001851
<b>EE Lyapunov</b>	0.006591	0.00003033	0.005566	0.00001206

Donde Difuso P refiere al control difuso heurístico, EE LQR refiere al control regulatorio con pre-compensador estático en espacio de estados LQR, Difuso Lyapunov refiere al control por lógica difusa basada en la síntesis difusa de Lyapunov y EE Lyapunov refiere al control regulatorio con pre-compensador estático en espacio de estados basado en la ecuación de Lyapunov.

En la Figura 4.8 se realiza la comparación del controlador difuso P+I y el controlador en espacio de estados del tipo servo diseñado mediante el método de Ackermann.



**Figura 4.8** Respuesta de la concentración de B a tres cambios del tipo escalón en el valor de la referencia para los controladores difuso P+I y en espacio de estos del tipo servo

Como es posible observar en la Figura 4.8, ambos controladores llegan a los cambios de referencia empleados, por el lado el control difuso, este muestra un sobre impulso mayor para el primer cambio escalón, con una respuesta lenta para regresar a esta referencia, para los siguientes cambios escalón la respuesta es lenta comparada contra el controlador en espacio de estados, pero el sobre impulso del segundo cambio escalón es menor, Por parte del controlador en espacio de estados es más rápido que el controlador difuso en el segundo y tercer cambio escalón, pero llega más rápido a las referencias que se piden a los controladores. Desde la perspectiva del reactor CSTR, se vuelve necesario determinar cuál de los dos comportamientos tiene valores menores en los índices de desempeño, ya que mientras estos valores sean mayores se tendrá mayor cantidades de producto no deseado.

Se determinaron los índices de desempeño de los controladores IAE, ISE, ITAE, ITESE, los cuales se muestran en la Tabla 4.2.

**Tabla 4.2 Índices de desempeño para el caso 2 con tres valores de referencia**

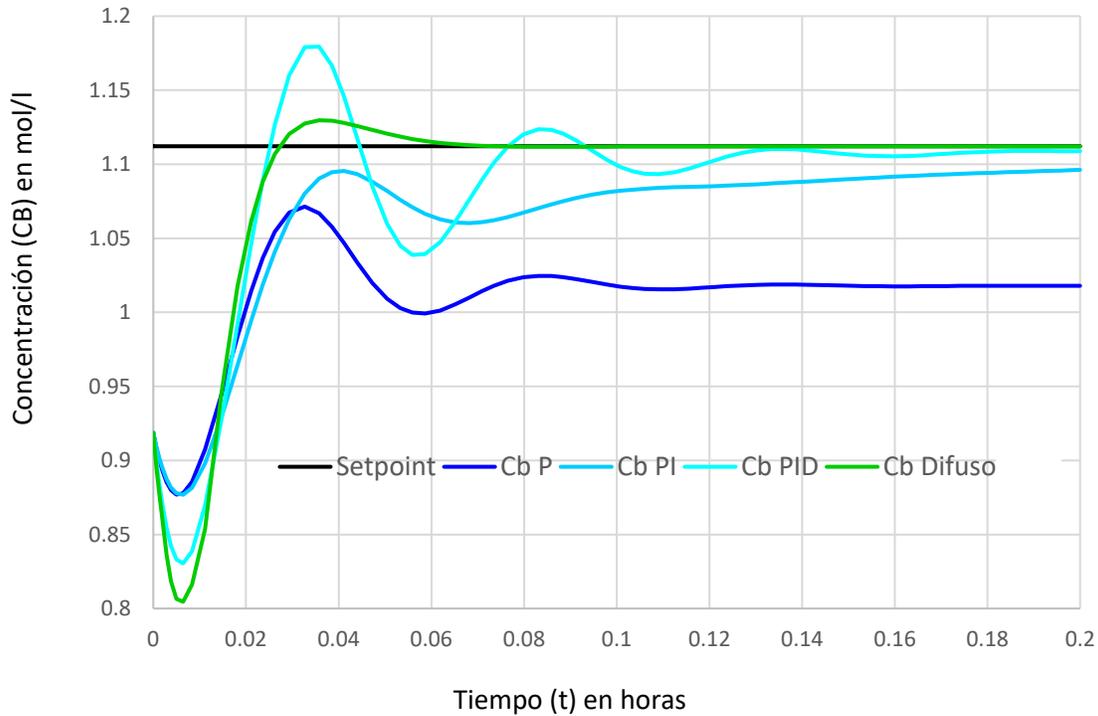
<b>Índice</b>	<b>IAE</b>	<b>ISE</b>	<b>ITAE</b>	<b>ITSE</b>
Difuso P+I	0.06346	0.0005149	1.042	0.0009593
EE Ackermann	0.03277	0.0003517	0.4788	0.006232

Donde EE Ackermann refiere al control por realimentación de estados con seguimiento de referencia resuelto por el método de Ackermann. Como se ve en la Tabla 4.2, el control por Ackermann presenta los valores más bajos en 3 de los índices de desempeño, esto implica que la respuesta de este control bajo este esquema de control se producirá en mayor proporción el producto deseado, reduciendo así la carga de materia y energía para las operaciones de separación posteriores al reactor. Esto es importante ya que la elección de un buen control se puede traducir en una disminución en el uso de servicios.

#### **4.3 Caso de estudio 3: Modelo de la reacción no isotérmica de Van de Vusse**

Considerando los métodos de control planteados en el apartado 3.3, se realizan las comparaciones de estos métodos con el fin de describir el comportamiento del sistema para la concentración de B y la temperatura.

La Figura 4.9 muestra la comparativa entre los controladores empleados para el caso de la concentración de B.



**Figura 4.9** Comparación de las respuestas los sistemas de control P, PI, PID y difuso para la concentración de B

Como se puede observar el control PID, del lado de los controles convencionales, es el que logra alcanzar la referencia, pese a que muestra oscilaciones considerables y un sobre tiro más alto que el resto. Por el lado de control difuso es estable prácticamente logrando alcanzar la referencia, con un error muy pequeño, aunque en la región de la respuesta inversa es el que compensa este efecto de pero manera, sobre todo comparado contra los controles P y PI.

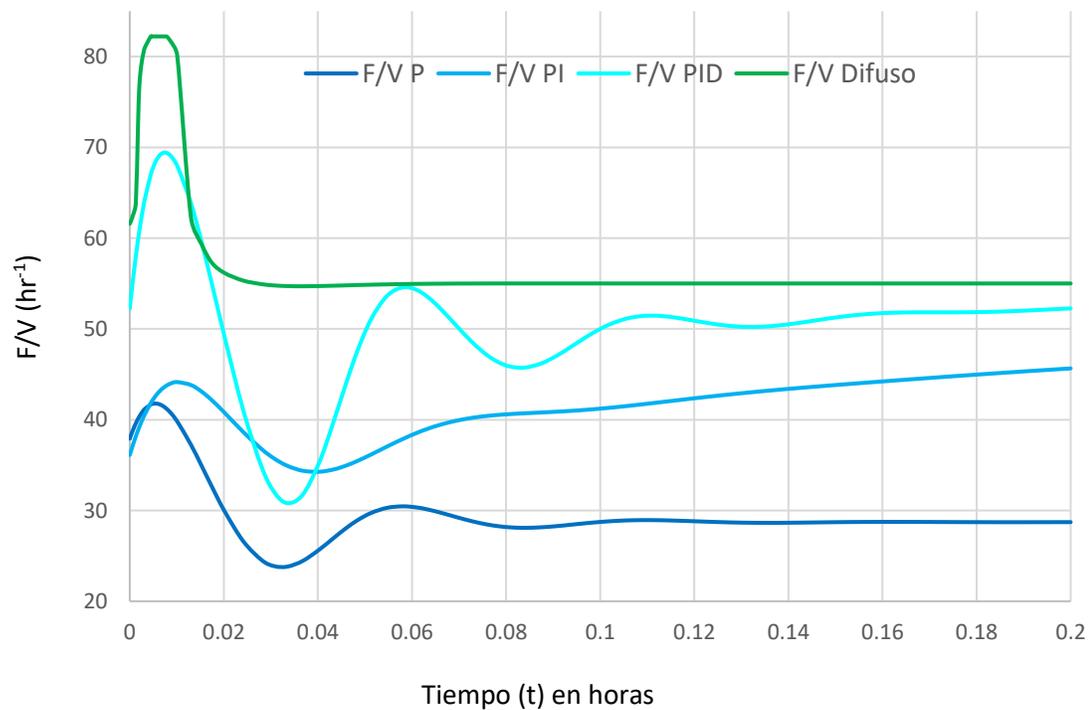
Con la información de los datos de los controladores, se determinaron los criterios integrales de control IAE, ISE e ITAE, los cuales se representan en la Tabla 4.3.

**Tabla 4.3** Criterios de control integral para la concentración de B

Criterio	P	PI	PID	Difuso
<b>IAE</b>	9.66567171	6.03912517	5.49205452	4.66725405
<b>ISE</b>	1.35081435	0.92217404	1.02543386	1.05329206
<b>ITAE</b>	0.65622994	0.19383328	0.09300131	0.02391577

Como es posible observar en el criterio de la integral del error absoluto (IAE), el control difuso es el que presenta el valor más pequeño, aunque cercano al del controlador PID. Para el criterio integral del error cuadrático (ISE), el control PI es el que presenta el valor más pequeño, sin embargo todos los controladores muestran valores semejantes, y finalmente, en el criterio integral del tiempo por el error (ITAE), nuevamente el control difuso presenta el valor más pequeño pero en este caso la diferencia con los demás es muy notoria. Bajo estos tres criterios se considera que el control difuso presenta los mejores resultados, y por la parte de los controles convencionales, el control PID presenta los valores más pequeños de manera global. Esto indica que el control difuso presenta un caso en donde se favorece la producción del producto principal.

Otro aspecto que se puede comparar es la dinámica de la salida del controlador, esto permite observar el trabajo del actuador, para esto, en la Figura 4.10, se compara este comportamiento para los 4 controladores.

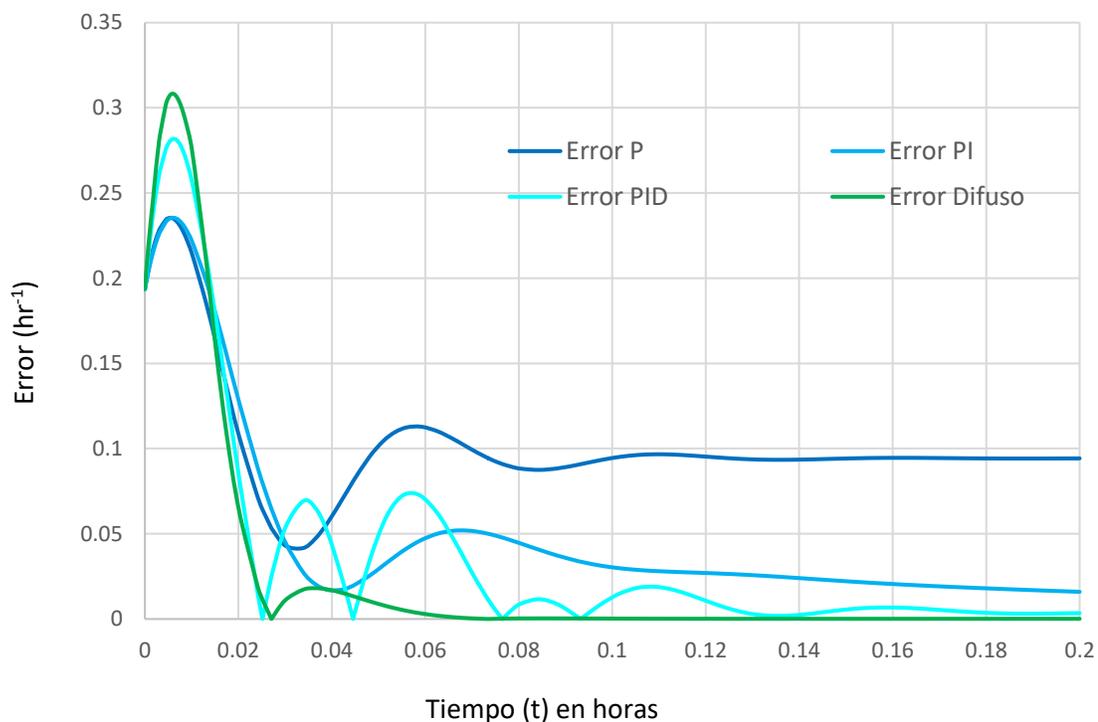


**Figura 4.10** Dinámica de la salida de los controladores para la concentración de B

Como se observa en la Figura 4.10, el control difuso tiene un cambio rápido al inicio de la acción de control, lo cual exige una cantidad de energía importante al inicio, esto requiere una

respuesta rápida del actuador, se debería considerar si este puede hacerlo, sin embargo el tiempo durante el cual el actuador debe trabajar es mucho más corto que el resto de los controladores, incluso el trabajo del actuador para el control PID es el más prolongado para todos los controladores. Esto indica que el actuador tendrá un mayor tiempo de vida útil, reduciendo el tiempo en el que sea necesario cambiar este elemento.

Otro gráfico interesante a revisar es el comportamiento dinámico del error, esto permite observar los valores máximos del error así como el tiempo que tarda en estabilizarse la respuesta, lo cual se muestra en la Figura 4.11.



**Figura 4.11** Dinámica del error para el control de la concentración de B

En la Figura 4.11 se grafica el error absoluto a través del tiempo, se puede observar como al inicio del proceso todos los controladores muestran la respuesta inversa, y el control difuso es el que muestra el error inicial más grande, sin embargo, una vez que el error descende tratando de lograr alcanzar la referencia, el control difuso es el control que estabiliza el error más rápido, manteniéndose muy próximo a la referencia de manera constante, mientras que el control P y PI no logran disminuir el error, y el control PID logra alcanzar la referencia pero no de forma estable.

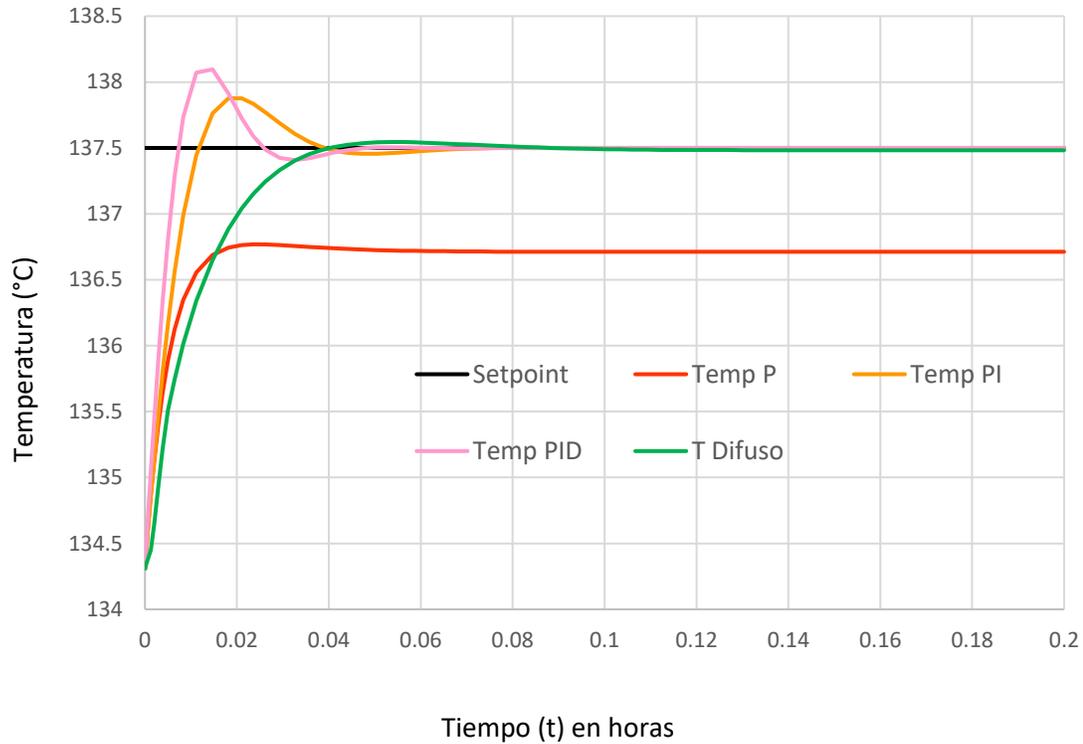
Con esto se puede hacer la determinación de los criterios integrales de control pero en la región estable, para esto se consideró el momento en donde el primer controlador logra mantener un error máximo del 5%, a partir de ese punto, región estable de control del sistema, se determinaron los criterios IAE, ISE e ITAE, con el fin de ser más justos dejando de lado la región transitoria en busca del control que mantiene el menor error en la región estable. El error por debajo del 5% de manera constante lo logra el control difuso aproximadamente a los 0.05 hr, con esto se determinaron los criterios integrales de control, los cuales se muestran en la Tabla 4.4

**Tabla 4.4 Criterios de control integral para la concentración de B en la región estable**

<b>Criterio</b>	<b>P</b>	<b>PI</b>	<b>PID</b>	<b>Difuso</b>
<b>IAE</b>	4.97652703	1.4929209	0.74489974	0.03453651
<b>ISE</b>	0.47787122	0.04929209	0.02972074	0.000156
<b>ITAE</b>	0.61993843	0.16589572	0.06386368	0.00240551

En esta Tabla 4.4 se observa como el control difuso presenta los mejores resultados en la región estable para todos los criterios integrales. Esto implica que una vez que el controlador ha logrado mantener una respuesta estable, la generación de producto deseado se mantiene estable con lo que las operaciones unitarias subsecuentes al reactor encontrarán las condiciones de operación adecuadas, mientras que para los controladores convencionales, estas variaciones provocarán que los siguientes lazos y por lo tanto, el uso de servicios auxiliares de las demás operaciones unitarias, tendrán que seguir ajustando sus valores de operación, incrementando con esto los costos de operación del proceso.

Se realizó de la misma manera la comparación entre los controles diseñados para la temperatura, los cuales se muestran en la Figura 4.12.



**Figura 4.12** Comparación de las respuestas los sistemas de control P, PI, PID y difuso para la temperatura

Como es posible observar en la Figura 4.12, los controles PI y PID muestran una respuesta rápida aunque con sobre tiro, siendo este mayor para el caso de control PID, pero este último logra alcanzar la referencia más rápido. Por el lado del controlador difuso, este muestra la respuesta más lenta de los controladores, pero logra la referencia aproximadamente al mismo tiempo debido a las oscilaciones de los controladores PI y PID, sin embargo el sobre tiro del difuso es casi despreciable y su error final también es muy pequeño. El control difuso al no mostrar sobre impulso es algo deseable al tratarse de control de temperatura, ya que la generación del producto principal es función de esta, así que variaciones importantes generará variaciones en la cantidad de producto a la salida, pero hay que considerar que para la referencia establecida el sobre impulso de los controladores convencionales es pequeño en proporción, pero se deberá considerar para otras referencias.

Del mismo modo que se hizo con la variable de concentración, se determinaron los criterios IAE, ISE e ITAE, los cuales se presentan en la Tabla 4.5.

Tabla 4.5 Criterios de control integral para la temperatura

Criterio	P	PI	PID	Difuso
IAE	95.4985604	45.3447831	42.0975454	52.7945971
ISE	165.394242	122.485334	114.334503	142.580946
ITAE	5.48685799	0.10088039	0.06962766	0.24462642

Para el caso de los criterios integrales en el control de la temperatura, el control convencional PID muestra los mejores resultados en los tres criterios, estando en segundo lugar el PI y en tercero el control difuso, sin embargo las diferencias no son tan grandes como para que estos dos controladores sean despreciables. A pesar de que el control PID tiene los valores más bajos en los criterios, se debe tener en cuenta el sobre impulso que muestra.

Del mismo modo como se presenta para el control de la concentración, se obtiene el comportamiento dinámico de la variable de salida del controlador, presentándose en la Figura 4.13.

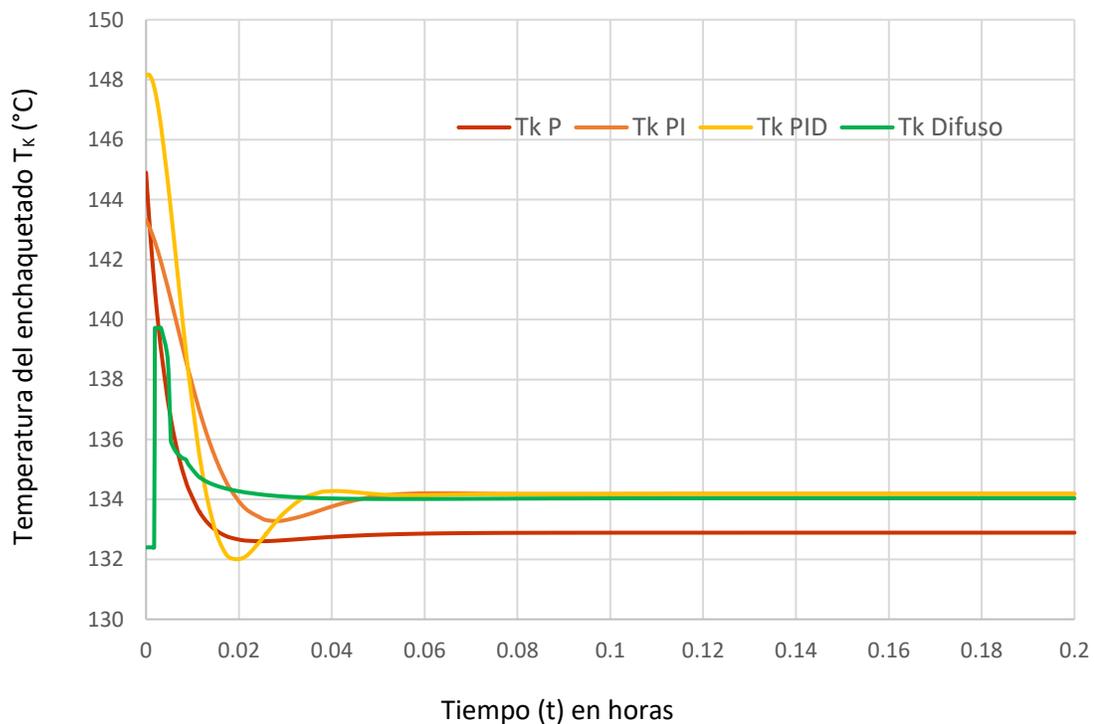
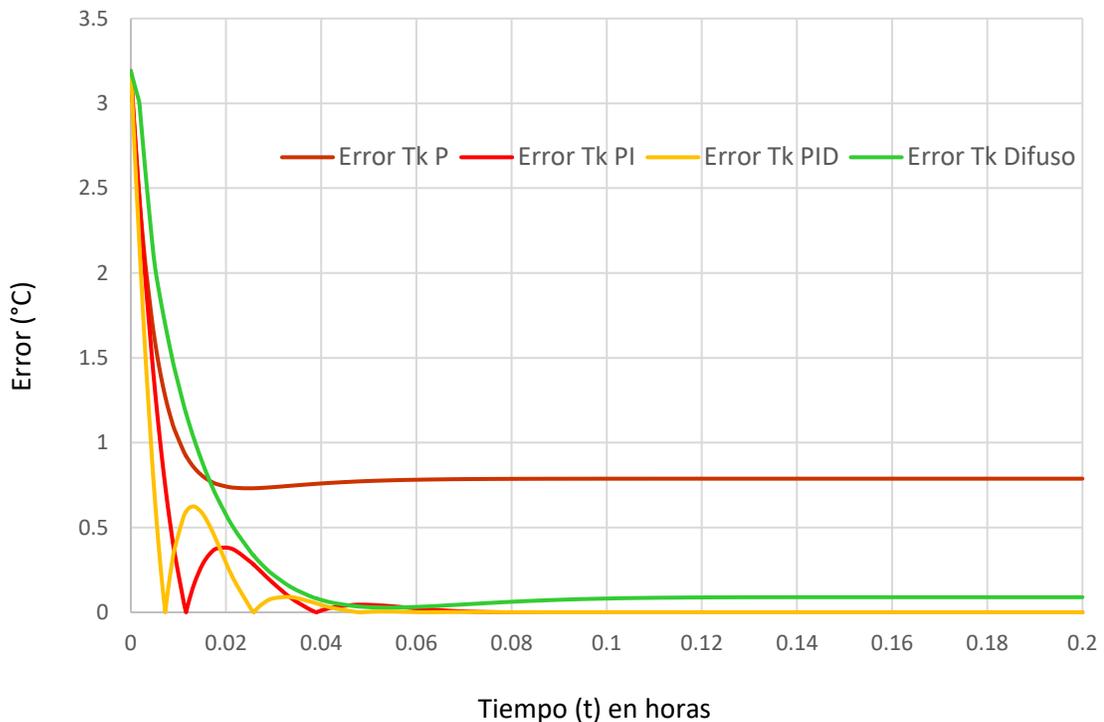


Figura 4.13 Dinámica de la salida de los controladores para la temperatura

Como se observa en la Figura 4.13, el controlador difuso es el que requiere lograr una temperatura menor al inicio del proceso para el enchaquetado aproximadamente de  $139.5\text{ }^{\circ}\text{C}$ , mientras que para el resto de los controladores es mayor, llegando a ser de  $148\text{ }^{\circ}\text{C}$  para el control PID, y por otro lado, una vez que la temperatura comienza a descender al acercarse a la referencia, el control difuso se mantiene estable sin tener que volver a aumentar la temperatura como el control PI y PID. Es de destacar el valor bajo que el control difuso requiere al inicio, ya que esto implica poca acción de control, reflejando poco consumo energético por parte del actuador y del servicio de calentamiento que se requiere para la operación del reactor.

También se obtuvo la dinámica del error, la cual se muestra en la Figura 4.14.



**Figura 4.14** Dinámica del error para el control de la temperatura

Como se observa en la Figura 4.14, el control difuso no reduce al error en la misma proporción que los controladores PI y PID, dejando un error de aproximadamente  $0.09\text{ }^{\circ}\text{C}$ , sin embargo no muestra oscilación en la dinámica, como si lo hacen el PI y PID, aunque se debe tomar en cuenta que el error es pequeño en todos los controladores, menor a  $1\text{ }^{\circ}\text{C}$  y dependiendo de la aplicación de ingeniería esto podría ser despreciable o no. Así mismo, se determinó el tiempo en

el que primer controlador mantiene un error por debajo del 5% para considerar esta como la región estable y así determinar los criterios integrales de control, lo cual sucedió en el control PID aproximadamente en el tiempo de 0.025 hr. En términos generales, a excepción del control proporcional, los controladores logran rápidamente la región estable, por lo que operaciones unitarias subsecuentes, por ejemplo, que sea necesario acondicionar la temperatura de la corriente de salida del reactor, no presentarán problemas de control o de consumo de servicios.

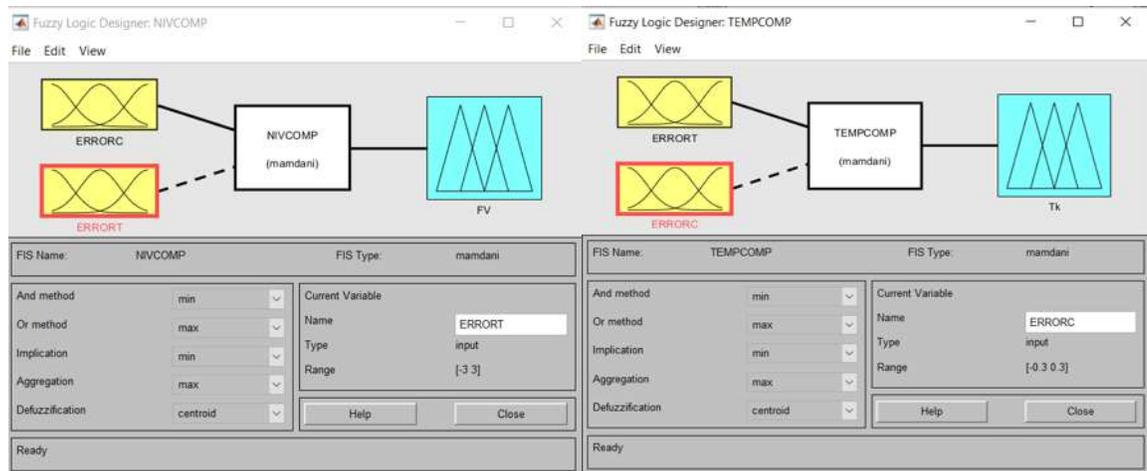
Los valores de los criterios se muestran en la Tabla 4.6.

**Tabla 4.6 Criterios de control integral para la temperatura en la región estable**

<b>Criterio</b>	<b>P</b>	<b>PI</b>	<b>PID</b>	<b>Difuso</b>
<b>IAE</b>	46.9243879	0.91196281	0.39665154	1.57269929
<b>ISE</b>	36.7082517	0.13171473	0.02540297	0.12814672
<b>ITAE</b>	5.36749491	0.03378046	0.01453651	0.12808334

Como se observa en la Tabla 4.6, los valores de los criterios, el control PID es el que muestra los valores más pequeños, seguido del control PI, pero con valores relativamente semejantes se tiene al control difuso, estando estos tres controladores muy por debajo del controlador P.

Para este tipo de casos, se vuelve interesante observar el comportamiento de los controladores cuando operan al mismo tiempo ante la entrada escalón en las dos variables de control. Sin embargo, bajo la definición propiamente del control difuso, esto no sería adecuado, ya que se basa en la experiencia que se tiene sobre el proceso que se desea controlar, y como se mostró en la primera parte de este trabajo, el sistema presenta acoplamiento de las variables, por lo que para ajustar a las variables de salida de los controladores, estos deben considerar el efecto de los dos errores en las variables a controlar. Así, el control de la concentración de B debe contemplar simultáneamente la variación del tiempo de residencia  $F/V$  y de la temperatura del enchaquetado  $T_k$ . Este arreglo se muestra en la Figura 4.15.



(a)

(b)

**Figura 4.15** Esquemas de control difuso (a) para la concentración de B y (b) para la temperatura

Las funciones de membresía son las mismas que se plantearon de manera separada, las cuales ya se plantearon en 3.4.2, solo se cambian las reglas tipo si-entonces considerando el efecto que tienen los errores en la concentración y la temperatura para determinar la salida de los controladores, así, para el control de la concentración de B se tiene que:

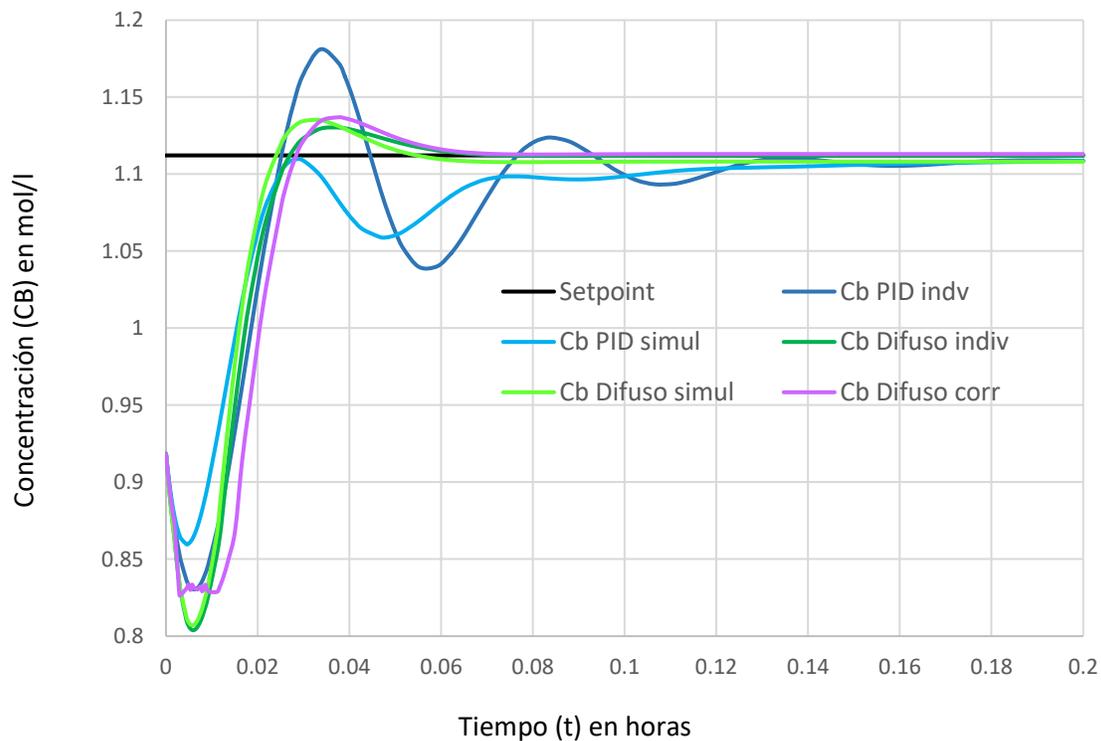
- Si  $e_C$  es ENG y  $e_T$  es ENG, entonces FV es FVB
- Si  $e_C$  es ENM y  $e_T$  es ENM, entonces FV es FVmB
- Si  $e_C$  es EC y  $e_T$  es EC, entonces FV es FVM
- Si  $e_C$  es EPM y  $e_T$  es EPM, entonces FV es FVmA
- Si  $e_C$  es EPG y  $e_T$  es EPG, entonces FV es FVA

Por otro lado, las reglas para el control de la temperatura del sistema son las siguientes:

- Si  $e_T$  es ENG y  $e_C$  es ENG, entonces Tk es TkB
- Si  $e_T$  es ENM y  $e_C$  es ENM, entonces Tk es TkmB
- Si  $e_T$  es EC y  $e_C$  es EC, entonces Tk es TkM
- Si  $e_T$  es EPM y  $e_C$  es EPM, entonces Tk es TkmA
- Si  $e_T$  es EPG, y  $e_C$  es EPG entonces Tk es TkA

Estas reglas se escribieron basándose en la respuesta del sistema ante las referencias que se consideran para la concentración y la temperatura.

Para el caso de la concentración, se ha elegido al control PID como el que presenta la respuesta más adecuada, así, en la Figura 4.16 se compara el control PID de forma individual y cuando trabaja simultáneamente con el control de la temperatura (este sistema operando con el controlador PID), y se agrega el control difuso heurístico que considera las dos entradas.



**Figura 4.16** Comparación de las respuestas los sistemas de control PID y difuso para la concentración de B cuando los lazos operan de forma separada y simultánea.

En la Figura 4.16 se observa como en el caso del controlador PID se observa un comportamiento parecido antes y después de trabajar con los dos lazos simultáneos, aunque cuando operan en conjunto el lazo de la concentración y el de temperatura la oscilación disminuye en magnitud pero la respuesta tarda más en lograr alcanzar la referencia, al final de la simulación el error es prácticamente el mismo en ambos casos. Del lado del control difuso, ambas respuestas son muy parecidas, solo el sobre impulso es ligeramente superior cuando los dos lazo funcionan simultáneamente, y al final el error es un poco más grande, pero en ambos casos se mantiene por

debajo de 0.1%. Mientras que el control difuso corregido trata de compensar la respuesta inversa, posteriormente se comporta de forma semejante a los demás controladores difusos. Así, se vuelve interesante como en control difuso que implica las dos entradas tiene un efecto de disminución del error en la sección de la respuesta inversa, esta característica es interesante en el control por lógica difusa al incluir el efecto de otras variables en los lazos de control.

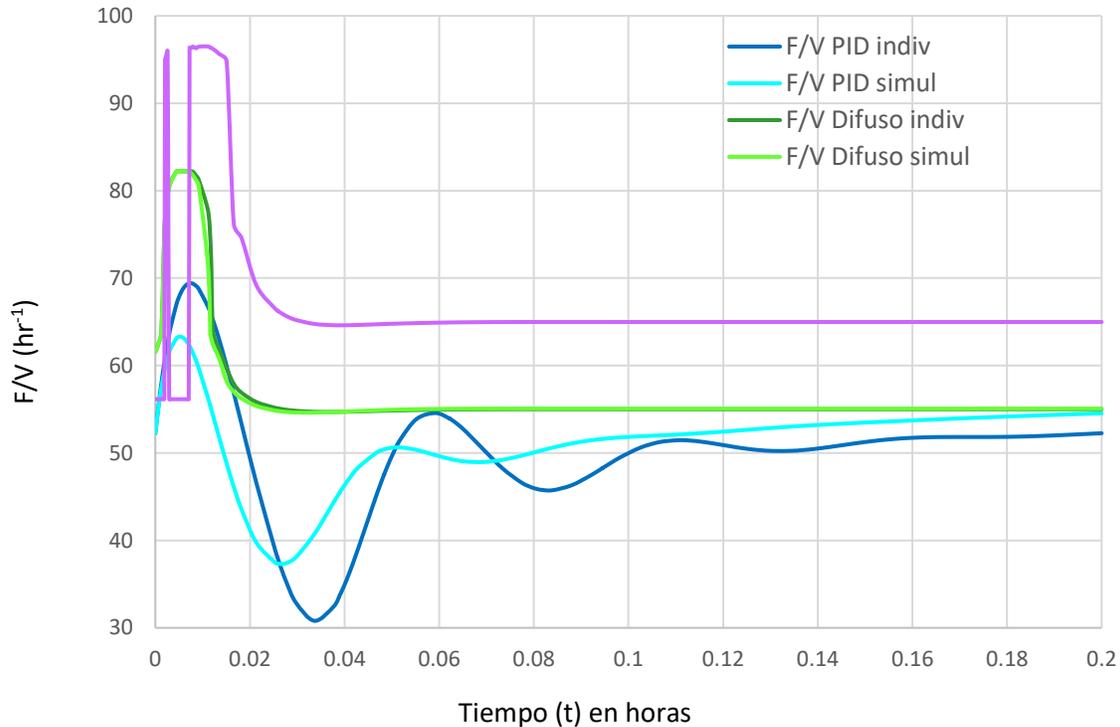
Con el fin de cuantificar la variación en el control por el efecto de los dos lazos operando simultáneamente se determinaron los criterios IAE, ISE e ITAE, y se presentan en la Tabla 4.7.

**Tabla 4.7 Criterios de control integral para la concentración de B operando el lazo de control de forma individual y de forma simultánea con el control de temperatura**

<b>Criterio</b>	<b>Cb PID indiv</b>	<b>Cb PID simul</b>	<b>Cb Difuso indiv</b>	<b>Cb Difuso simul</b>	<b>Cb Difuso corr</b>
<b>IAE</b>	29.4786838	24.3159647	24.1201009	23.5420032	26.9396115
<b>ISE</b>	5.49301076	3.66349171	5.74881508	5.24350096	6.45919517
<b>ITAE</b>	0.62518855	0.54548131	0.26709673	0.30068772	0.33817448

Como se observa en la Tabla 4.7, en el caso del control convencional PID se aprecia una mejoría en los criterios integrales cuando los dos lazos de control están operando, aunque la mejora es pequeña como para alcanzar a los criterios del control difuso, mientras que este por su parte, disminuyen ligeramente en los valores de los criterios siendo bastante insignificante esta disminución, así el controlador difuso opera con mejores parámetros en ambos casos, cuando opera de forma individual como simultánea con el lazo de control de la temperatura. Mientras que el controlador difuso corregido presenta valores cercanos a los simultáneos del PID y del difuso.

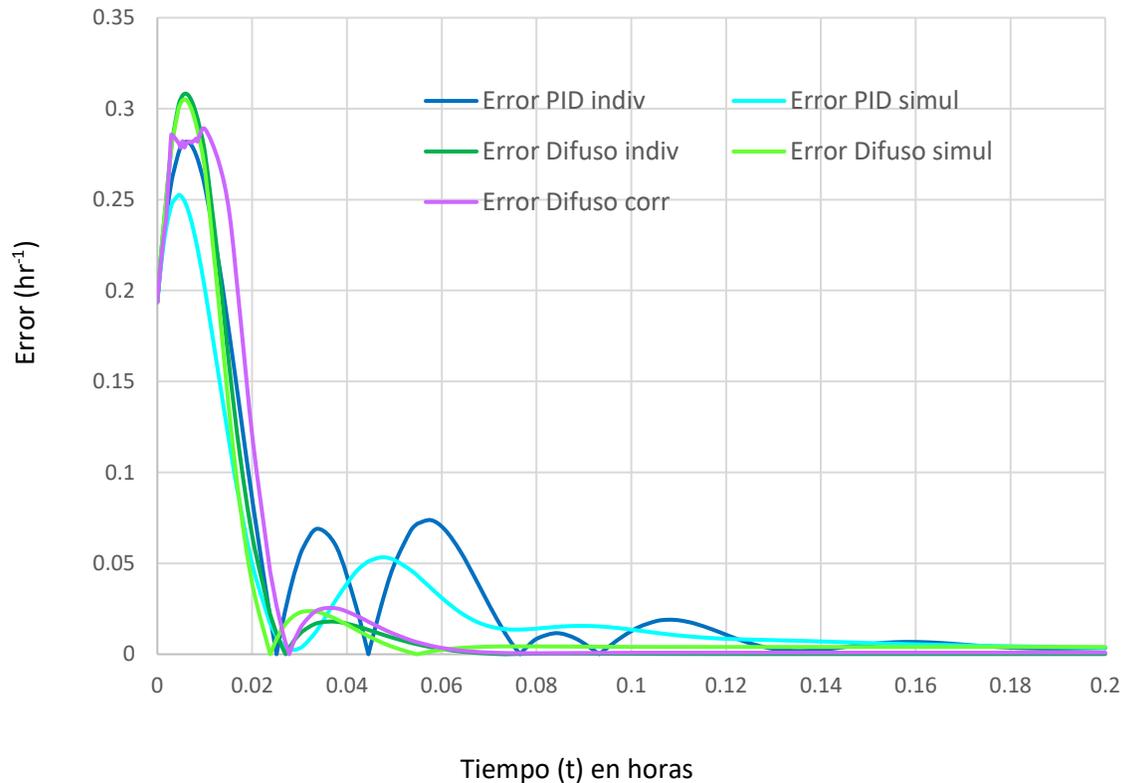
Los resultados de la variable de salida del controlador se muestran en la Figura 4.17.



**Figura 4.17** Dinámica de la salida de los controladores para la concentración de B operando de forma individual y simultanea

Como se puede observar en la Figura 4.17, los controladores convencionales se encuentran operando durante todo el tiempo de simulación, tanto cuando lo hacen de forma individual como de forma simultánea, mientras que los difusos lo hacen solo hasta las 0.03 hr, sin embargo, cuando los lazos consideran solo una variable de error en la entrada, prácticamente no hay diferencia entre su operación individual como simultánea, pero para el controlador que considera las dos variables del error se observa que se le exige más al controlador, con cambios bruscos con pendientes verticales, esto para los dispositivos actuadores es algo imposible de hacer, de hecho se tarda un poco más que los otros controladores difusos para llegar a lograr la referencia, pero se observa cómo logra encontrar otra solución al considerar el efecto de la temperatura. El que los controles difusos lleguen rápido a la estabilidad en la salida del controlador es una respuesta deseable, ya que esto implica que las condiciones de operación de las operaciones unitarias de recuperación de reactivo sin reaccionar y purificación del producto deseado requerirán menos servicios para lograr su objetivo.

En la Figura 4.18 se grafica la dinámica del error de los mismos casos.



**Figura 4.18** Dinámica del error para el control de la concentración de B de los lazos operando de forma individual y simultánea

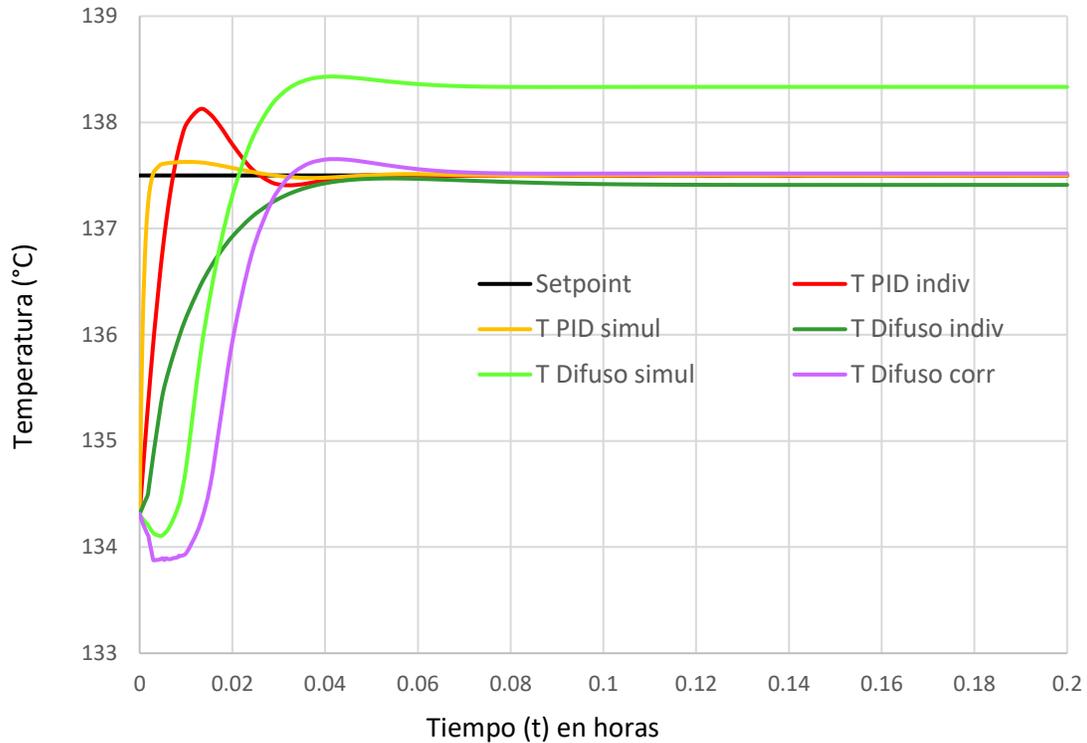
En la Figura 4.18 se observa como el control PID operando de forma individual y simultánea varían en todo el tiempo de operación, aunque este comportamiento se minimiza al final para llegar a estado estacionario, mientras que todos los controladores difusos solo presentan el efecto de la respuesta inversa pero después de lograr la referencia por primera vez, oscilan poco de manera suave para aproximarse al mínimo de error y estabilizarse. Empleando los datos de este comportamiento, nuevamente se buscó el momento en el que alguno de los controladores se mantuviera en el régimen estacionario del error al no variar este por encima de 5%, el cual fue control Difuso simultáneo en el momento 0.047 hr aproximadamente, así se determinaron los criterios integrales de todos los controladores a partir de ese instante para considerar la región estacionaria del error, los resultados se muestran en la Tabla 4.8.

**Tabla 4.8 Criterios de control integral para la concentración de B operando el lazo de control de forma individual y de forma simultánea para la región estacionaria del error**

<b>Criterio</b>	<b>Cb PID indiv</b>	<b>Cb PID simul</b>	<b>Cb Difuso indiv</b>	<b>Cb Difuso simul</b>	<b>Cb Difuso corr</b>
<b>IAE</b>	5.22606952	4.97684413	0.5690645	0.85088715	0.81629601
<b>ISE</b>	0.25141176	0.17486917	0.00469954	0.00359036	0.00847765
<b>ITAE</b>	0.32870557	0.32553151	0.03028358	0.07092077	0.04680737

Como es posible observar en la Tabla 4.8, todos los controladores difusos tienen mejores resultados que el controlador PID, el cual se comporta de forma muy parecida cuando los dos lazos operan simultáneamente, mientras que el caso difuso el error muestra que el error es más bajo para un lazo que opera de forma simultánea sin considerar el efecto de la temperatura. Respecto a estos valores, no se puede decir si entre el controlador difuso cuando ambos lazos operan de manera simultánea comparado contra el control difuso que contempla las dos entradas, es mejor uno u otro, por lo que es más importante considerar lo observado en la Figura 4.18.

Del mismo modo se hizo la revisión de la respuesta del control de la temperatura, cuando este opera de forma individual y cuando opera al mismo tiempo con el lazo de control de la concentración de B, siendo para este el control PID, y de la misma manera se consideró el control difuso cuando se alimentan al control de la temperatura los errores de la concentración y de la temperatura para obtener el valor de la temperatura del enchaquetado En la Figura 4.19 se compara el control PID de forma individual y cuando trabaja simultáneamente con el control de la concentración de B (este sistema operando con el controlador PID), y se coloca en la misma gráfica la situación análoga con el controlador difuso y el control difuso con dos entradas.



**Figura 4.19** Comparación de las respuestas los sistemas de control PID y difuso para la temperatura cuando los lazos operan de forma separada y cuando operan de forma simultánea.

Como se observa en la Figura 4.19, el lazo de la temperatura cuando opera simultáneamente afecta a los dos controladores, sin embargo, mientras que para el control PID este se ve mejorado al responder más rápido y con una disminución importante en el sobre tiro, mientras que el controlador difuso este no logra compensar la respuesta inversa al activarse el control de la concentración, sin embargo después de pasar la región del comportamiento inverso, la respuesta es rápida llegando a la referencia más rápido que el control difuso individual, logrando la estabilidad con pero con un error alto comparado con los demás controladores, aproximadamente de más de 1 °C. A pesar de que el control difuso que considera las dos entradas es más lento respecto al control convencional PID, llama la atención como corrige el error en estado estacionario del control difuso.

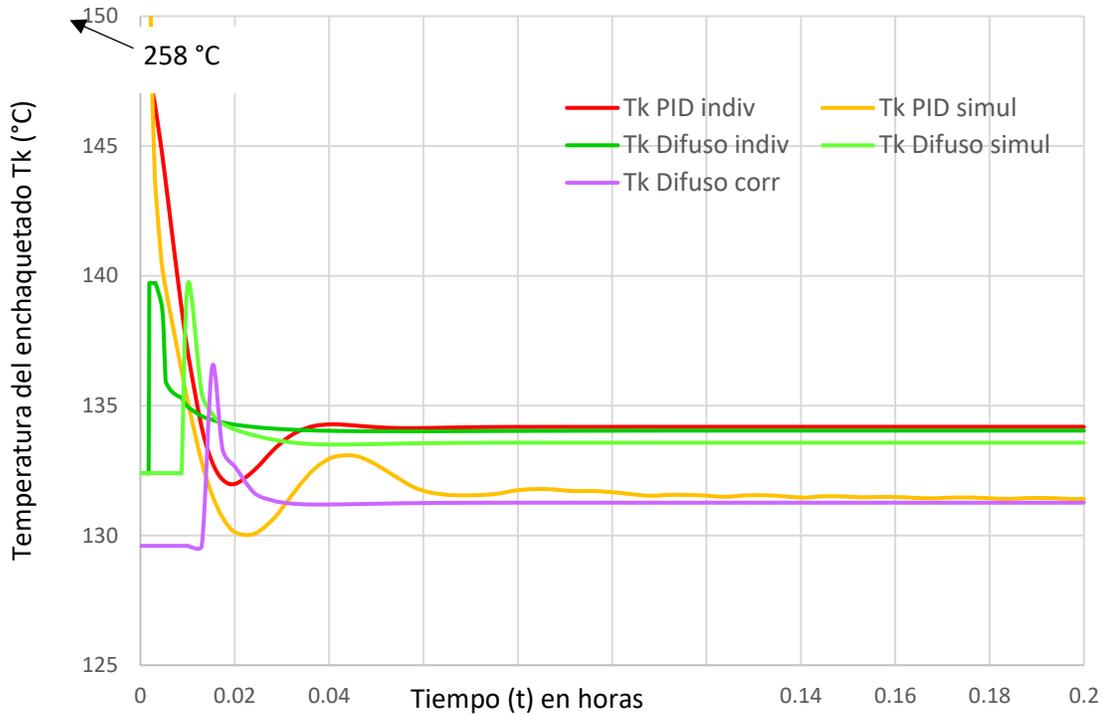
Se determinaron los criterios IAE, ISE e ITAE, los cuales se muestran en la Tabla 4.9.

**Tabla 4.9 Criterios de control integral para la temperatura operando el lazo de control de forma individual y de forma simultánea con el control de la concentración de B**

<b>Criterio</b>	<b>T PID indiv</b>	<b>T PID simul</b>	<b>T Difuso indiv</b>	<b>T Difuso simul</b>	<b>T Difuso corr</b>
<b>IAE</b>	54.4506232	33.5518468	92.629843	166.955428	134.183559
<b>ISE</b>	132.974943	89.922417	221.833565	414.308634	447.628548
<b>ITAE</b>	0.11565562	0.04056687	0.87579242	6.13225078	0.84694785

En este caso, el control convencional PID opera de mejor forma cuando los dos lazos están trabajando simultáneamente, mientras que el control difuso empeora, sobre todo por el efecto que tiene la respuesta inversa de la variación en la concentración, donde el control difuso no logra compensar esta primera etapa del proceso, por lo que en la variable de la temperatura el control PID obtiene los mejores resultados en ambas situaciones. Por el lado del control difuso que considera las dos entradas, los parámetros, no le es justa la comparación con los demás controladores, ya que si logra alcanzar la referencia pero debido a que es poco más lento que los demás se refleja en peores resultados. Aquí se aprecia la importancia de los otros análisis que a continuación se realizan.

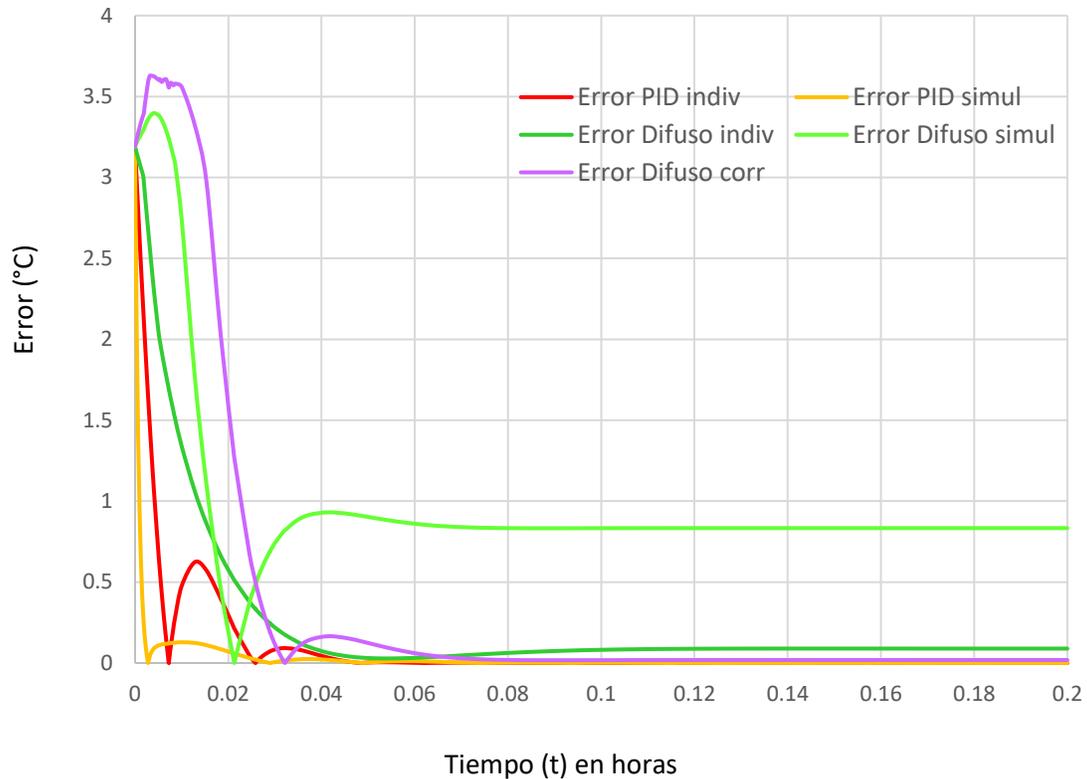
Se obtuvo el comportamiento dinámico de la variable de control, lo cual se muestra en la Figura 4.20.



**Figura 4.20** Dinámica de la salida de los controladores para la temperatura operando de forma individual y simultánea

Como se aprecia en la Figura 4.20, el control difuso simultáneo es que requiere suministrar menos energía para lograr la referencia, aunque en general los controladores difusos requieren menos temperatura en el enchaquetado para el calentamiento, incluso en la caso del controlador PID simultáneo, este eleva la temperatura hasta 258 °C en el enchaquetado, esto se dejó fuera de la gráfica para poder observar el comportamiento de los demás controladores, además de que este calentamiento se requiere al inicio del proceso, intentando pasar del reposos en estado estacionario de 128.5 °C elevando la temperatura más de 100 °C de forma instantánea, considerando la posible instrumentación aplicable, esto no se podría llevar a cabo por lo que la respuesta rápida de este sistema que se observa en la dinámica de la variable de salida del sistema no podría lograrse.

Se obtuvo la dinámica del error absoluto para estos casos, lo cual se muestra en la Figura 4.21.



**Figura 4.21** Dinámica del error de los controladores para la temperatura operando de forma individual y simultanea

Como se observa en la Figura 4.21, el error absoluto más grande lo presenta el control difuso de dos variables, el cual ocurre en la región de respuesta inversa, sin embargo, este control logra alcanzar la referencia y se mantiene estable al igual que los controladores PID, aunque el PID simultáneo es el que tiene una región dinámica de error más pequeña. Empleando estos datos, se determinó el momento en el que alguno de los controladores lograra la región estable del error menos al 5%, lo cual ocurrió en el controlador PID simultáneo, aproximadamente al tiempo 0.01 hr, estableciendo así la región de régimen estacionario para el error.

Se determinaron los criterios integrales de los controladores, los cuales se muestran en la Tabla 4.10.

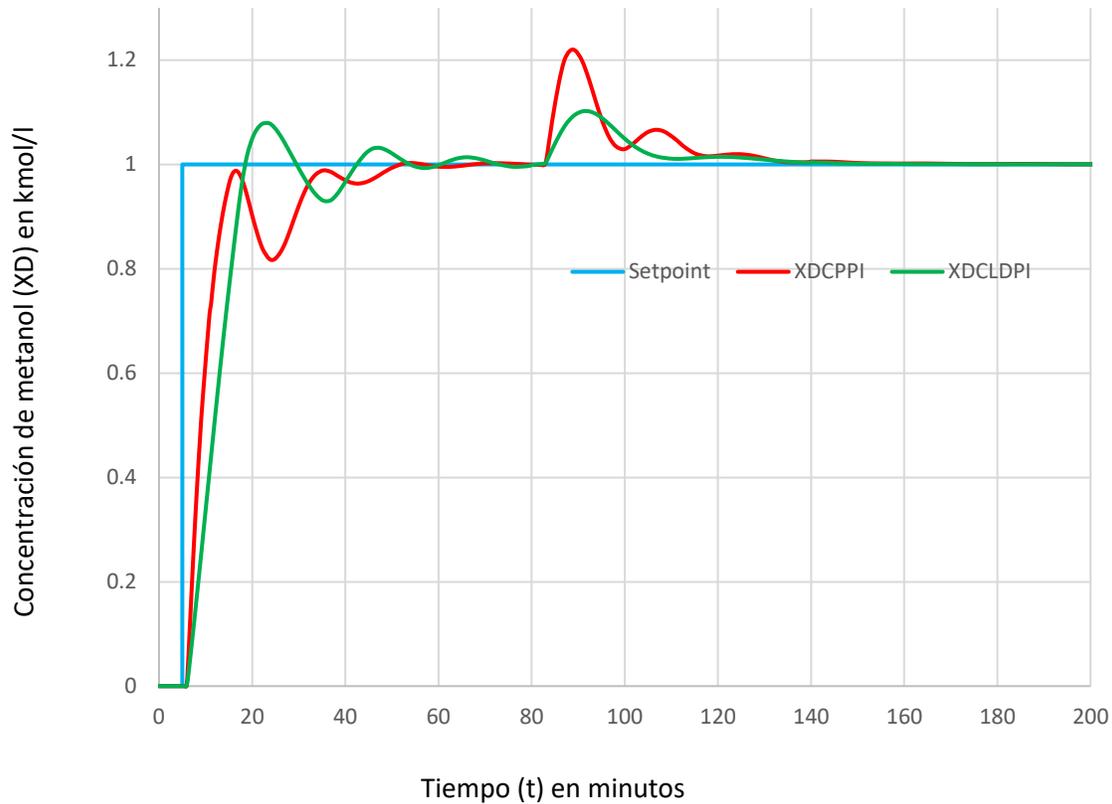
**Tabla 4.10 Criterios de control integral para la temperatura operando el lazo de control de forma individual y de forma simultánea con el control de la concentración de B en el régimen estacionario del error**

Criterio	T PID indiv	T PID simul	T Difuso indiv	T Difuso simul	T Difuso corr
<b>IAE</b>	2.89253482	0.77973245	9.77538245	56.314061	16.667394
<b>ISE</b>	1.27637816	0.06110388	5.09394257	54.0133561	40.353278
<b>ITAE</b>	0.05150024	0.02339201	0.63376006	5.71650012	0.38827096

El control PID simultáneo logra alcanzar la región estable de forma rápida, eso provoca que los controladores difusos presenten desventaja en este sentido, sin embargo el control difuso con las dos entradas es bastante estable a diferencia del control difuso que opera simultáneamente con una sola entrada. Considerando los valores de la Tabla 4.10, para este caso, el control PID muestra los mejores valores, sobre todo en el caso del control difuso con una sola entrada, a pesar de que el control difuso con dos entradas logra alcanzar la referencia, el control es bastante lento comparado con el control PID, lo cual se penaliza en los criterios integrales del error. Esto indica que cuando los dos lazos están operando simultáneamente hay que considerar el mayor gasto en servicios para llegar a condiciones de operación estables cuando se usan los controladores difusos.

#### **4.4 Caso de estudio 4: Modelo multivariable de la columna de destilación de Wood y Berry**

Primeramente se realizó la comparación entre los controladores sin la presencia de las perturbaciones. En la Figura 4.22 se muestra la comparación entre el control PI por cancelación de polos y el control difuso PI para el control de la concentración en el domo.



**Figura 4.22** Respuesta de la concentración de metanol en el domo sin perturbaciones

En la Figura 4.22 se puede observar el efecto del acoplamiento del sistema, ambos controladores llegan a la referencia, sin embargo, el control difuso presenta menos oscilaciones para cuando se aplica el escalón en la segunda variable, e incluso el tiempo de estabilización y el sobretiro es menor. Respecto al escalón de la primera variable, los controladores tienen una respuesta adecuada llegando aproximadamente al mismo tiempo a la estabilidad del error. Debido a que ambas respuestas logran alcanzar la referencia, es necesario utilizar los criterios integrales del error para determinar si alguno de estos dos controladores reflejan valores más bajos en estos criterios

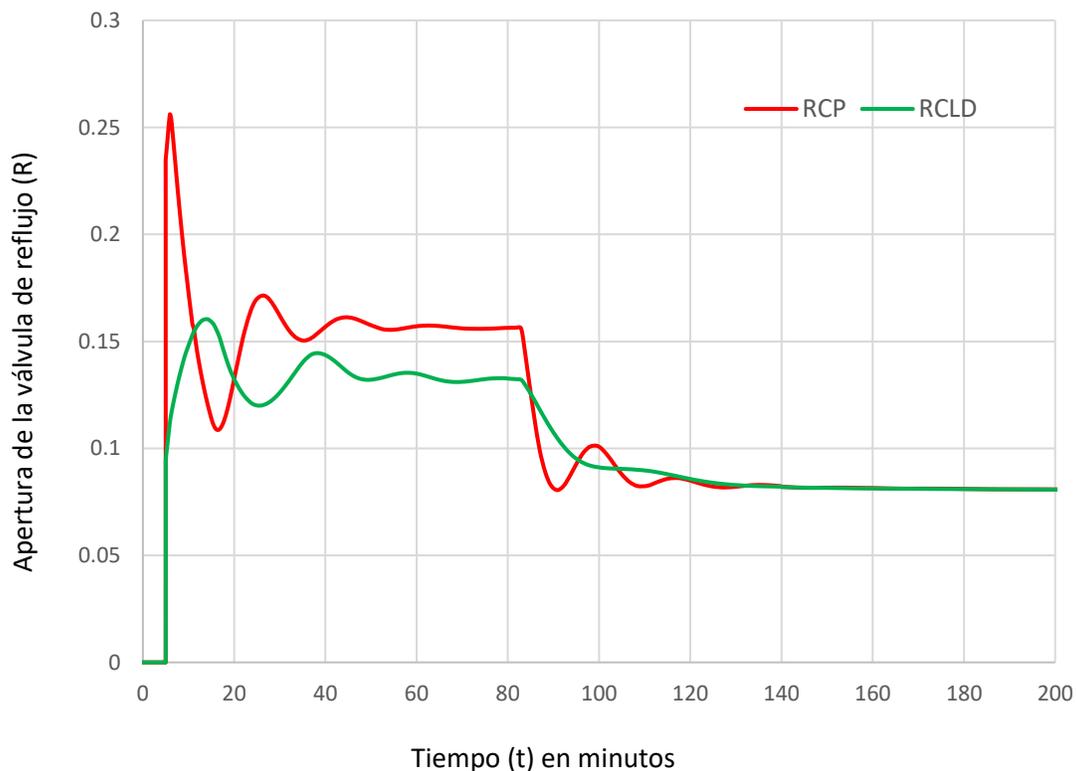
Calculando los índices de desempeño ISE, IAE, ITSE e ITAE, los valores se muestran en la Tabla 4.11

**Tabla 4.11 Criterios integrales para la concentración en el domo**

	<b>ISE</b>	<b>IAE</b>	<b>ITSE</b>	<b>ITAE</b>
<b>PI Cancelación de polos</b>	3.721	10.04	63.54	427.1
<b>Difuso PI</b>	5.152	10.25	53.82	304.2

Como es posible notar, en los índices que no consideran al tiempo, el control por cancelación de polos muestra los valores menores, pero en los criterios ITSE e ITAE el control difuso PI muestra los valores menores. Esto implica que el control difuso PI es más rápido en lograr la estabilidad, aunque los índices que no consideran el tiempo, los valores son realmente muy cercanos entre sí.

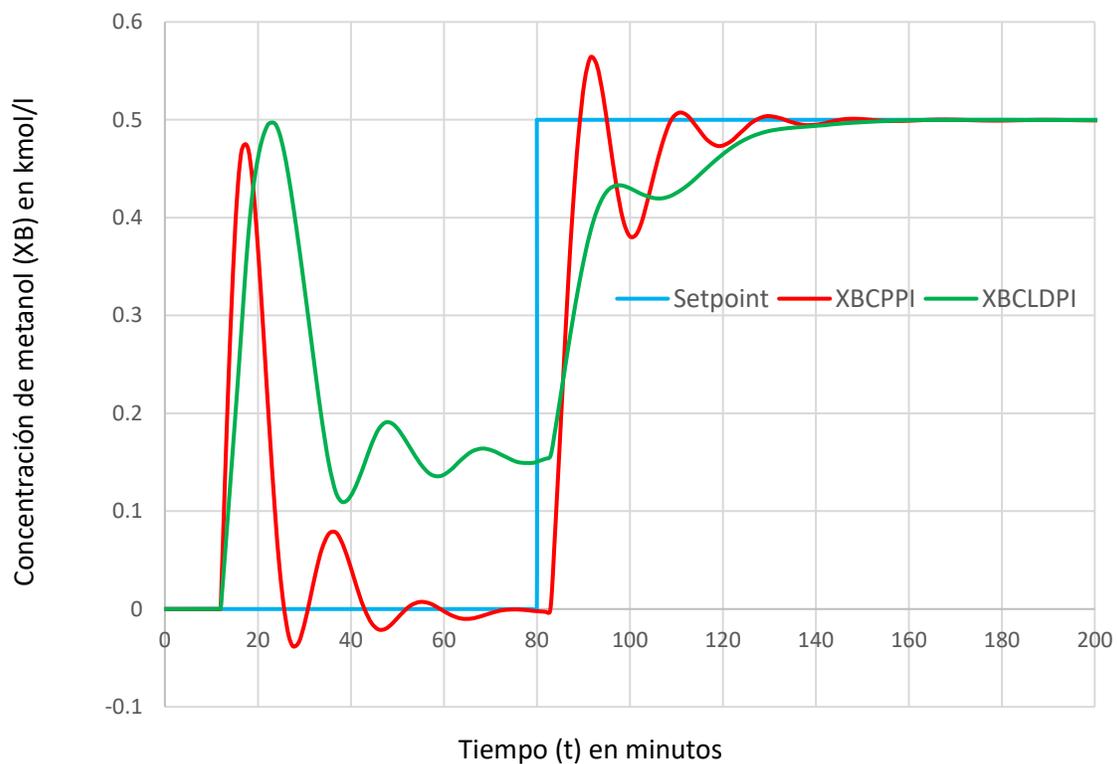
En la Figura 4.23 se muestra la salida de los controladores.



**Figura 4.23** Salida de los controladores de la concentración en el domo sin perturbaciones

Como es posible observar en la Figura 4.23, a la salida de la señal de control no se observan valores muy altos para ninguno de los dos controladores, sin embargo el valor más alto lo muestra el control por cancelación de polos y teniendo cambios más bruscos para poder controlar el sistema. Esto implica un mayor trabajo por el actuador, como en este caso no se trata de algún servicio másico o de calentamiento o enfriamiento, solo se debe considerar el desgaste del actuador.

A continuación, la Figura 4.28 presenta la respuesta de los controladores propuestos para el control de la concentración en el fondo de la columna (XB) ante los mismos parámetros de entradas escalón para el seguimiento de referencia que los empleados para el control de la concentración en el domo de la columna.



**Figura 4.28** Respuesta de la concentración de metanol en el fondo sin perturbaciones

Como es posible observar, al inicio de la simulación, el acoplamiento del sistema se observa de forma importante para el segundo lazo de control, ya que el cambio escalón para la concentración en el domo iniciado en el minuto 5, hace que el control trate de regresar a la variable de la concentración del fondo a cero, ya que este es su estado inicial, mientras que el control por cancelación de polos logra mantener a la variable en el valor de cero al inicio de la simulación, el

control difuso deja un error en estado estacionario considerable, pero una vez que entra el escalón al minuto 80 para el lazo de control del fondo, ambos controladores logran el seguimiento de la referencia. Esto se debió a la relación entre los valores de los universos de discurso del control proporcional difuso y a la ganancia del control integral difuso, ya que si se aumentaba la ganancia integral se lograba el seguimiento a la referencia para el primer cambio escalón, pero se dejaba un error en estado estacionario para el segundo escalón, así que se prefirió el caso contrario, en donde se deja un error en estado estacionario en el primer escalón pero eliminar el error para el segundo escalón, el cual es el que se emplea en el control de la variable analizada en este lazo. Esto se podría adecuar si se empleara a la integral del error y no a la integral de la salida del controlador.

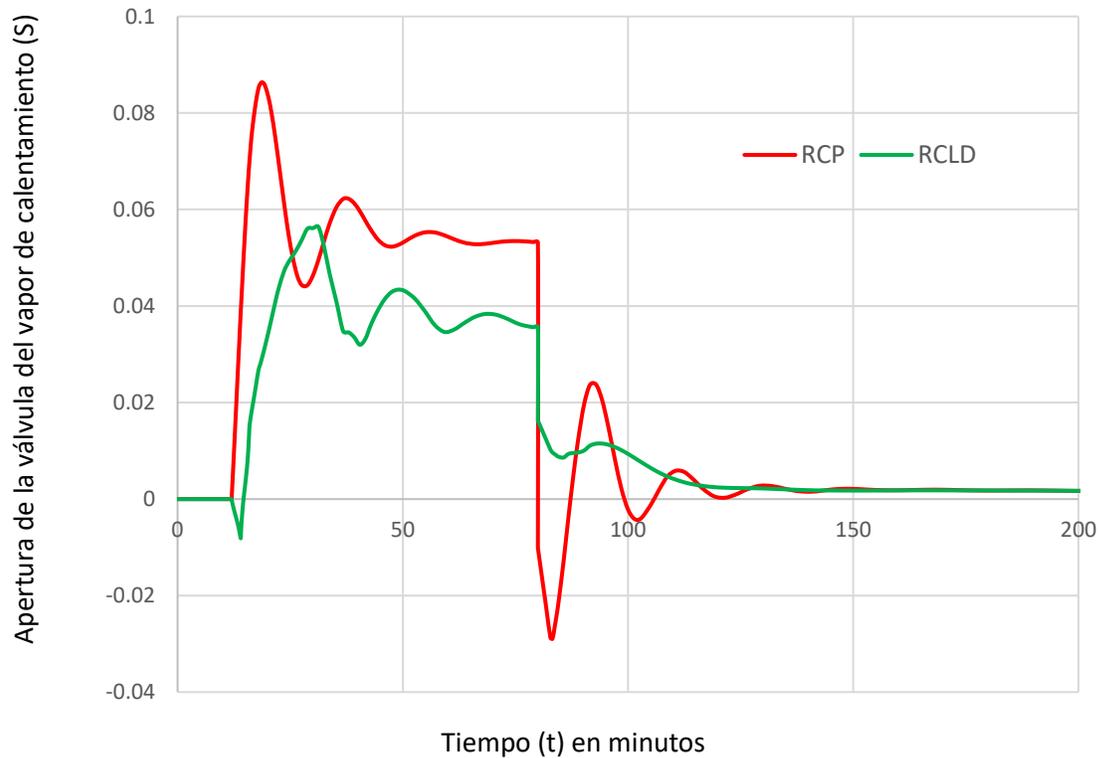
Calculando los índices de desempeño ISE, IAE, ITSE e ITAE, los valores se muestran a continuación en la Tabla 4.12.

**Tabla 4.12 Criterios integrales para la concentración en el fondo**

	<b>ISE</b>	<b>IAE</b>	<b>ITSE</b>	<b>ITAE</b>
<b>PI Cancelación de polos</b>	2.753	9.132	138.4	505.3
<b>Difuso PI</b>	5.028	19.84	217.15	1087

Como es de esperarse debido al error en estado estacionario del primer cambio escalón, el control difuso presenta los valores más altos, prácticamente el doble, en todos los índices de desempeño. Lo que implica que cuando se tiene la referencia del lazo de control del fondo, la concentración del fondo no cumple con las especificaciones requeridas, y en el caso de que el proceso tenga por obligación cumplir con cierto valor en la concentración del fondo, será necesario implementar otra operación unitaria, aunque cuando se especifica la referencia del fondo, el controlador logra alcanzar la referencia, entonces se debería almacenar la corriente de fondo mientras no se alcance la referencia.

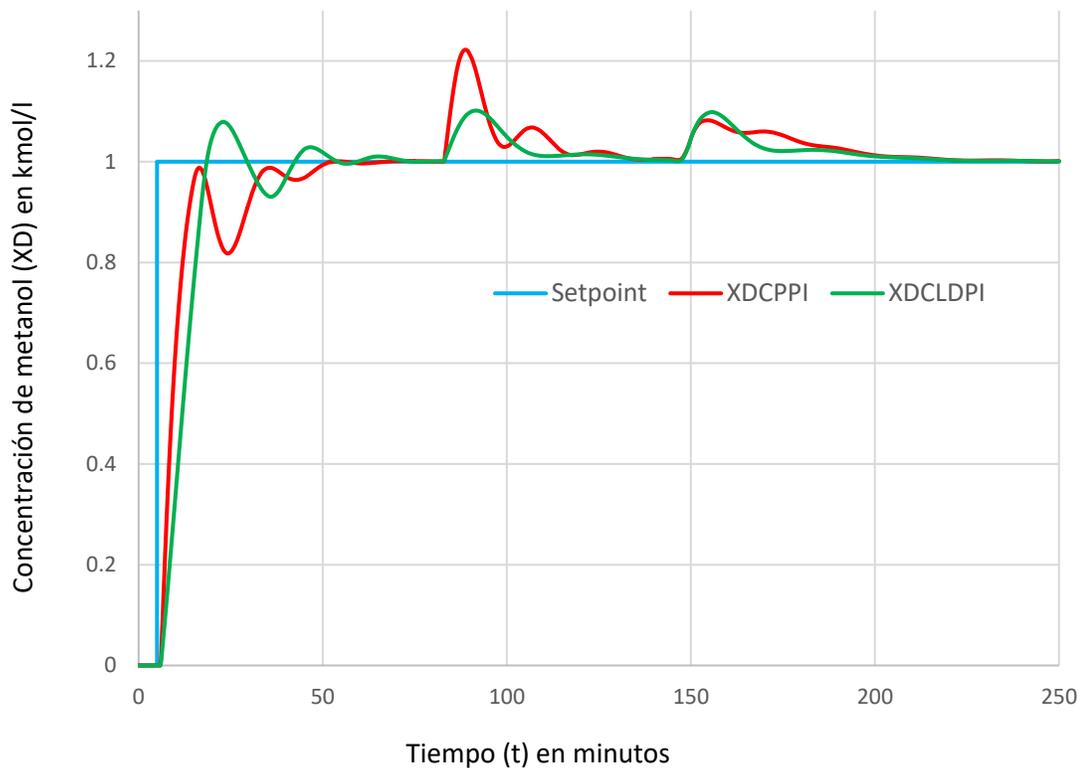
En la Figura 4.29 se muestra la salida de los controladores.



**Figura 4.29** Salida de los controladores de la concentración en el fondo sin perturbaciones

Al igual que el lazo de control del domo, los valores a la salida del controlador por cancelación de polos varían en una mayor proporción, aunque son valores pequeños para una acción de control adecuada, y del mismo modo los cambios son más forzados comparados con el control difuso, por lo que el control por cancelación de polos, en exigencia y gasto de energía, tiene un peor desempeño que el control difuso.

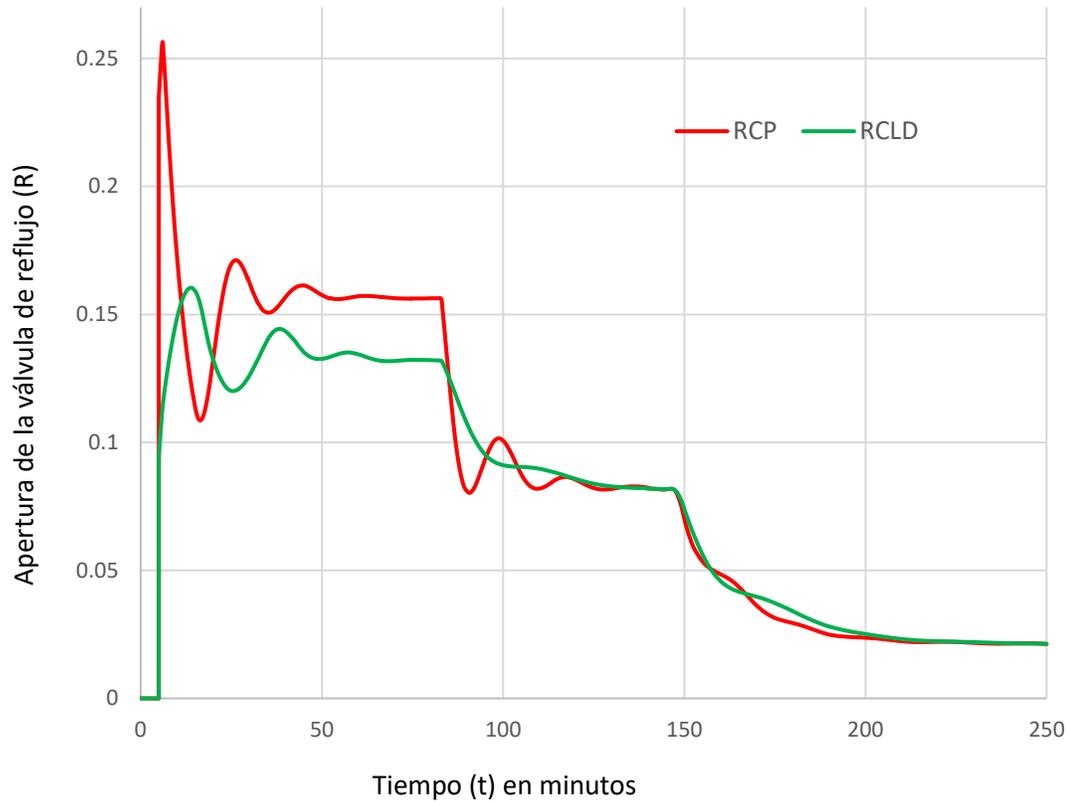
Una vez que los controladores fueron diseñados, estos se someterán a la acción de dos perturbaciones, en un primer caso, se usará solo la perturbación en el lazo del control para la concentración del domo. Para el caso del lazo de control del domo se tiene la respuesta mostrada en la Figura 4.30.



**Figura 4.30** Respuesta de la concentración de metanol en el domo con una perturbación en el lazo de control de la concentración del domo

Como se puede observar en la Figura 4.30, ambos controladores logran rechazar la perturbación que se aplicó a los 140 minutos, las diferencias en el tiempo de estabilización del error y de máximo pico son muy pequeñas. Esto quiere decir que si un evento externo al sistema de la torre de destilación como puede ser una variación en la presión o alguna perturbación en el tanque de balanceo, el lazo de control del domo podrá rechazar este efecto y mantener la concentración.

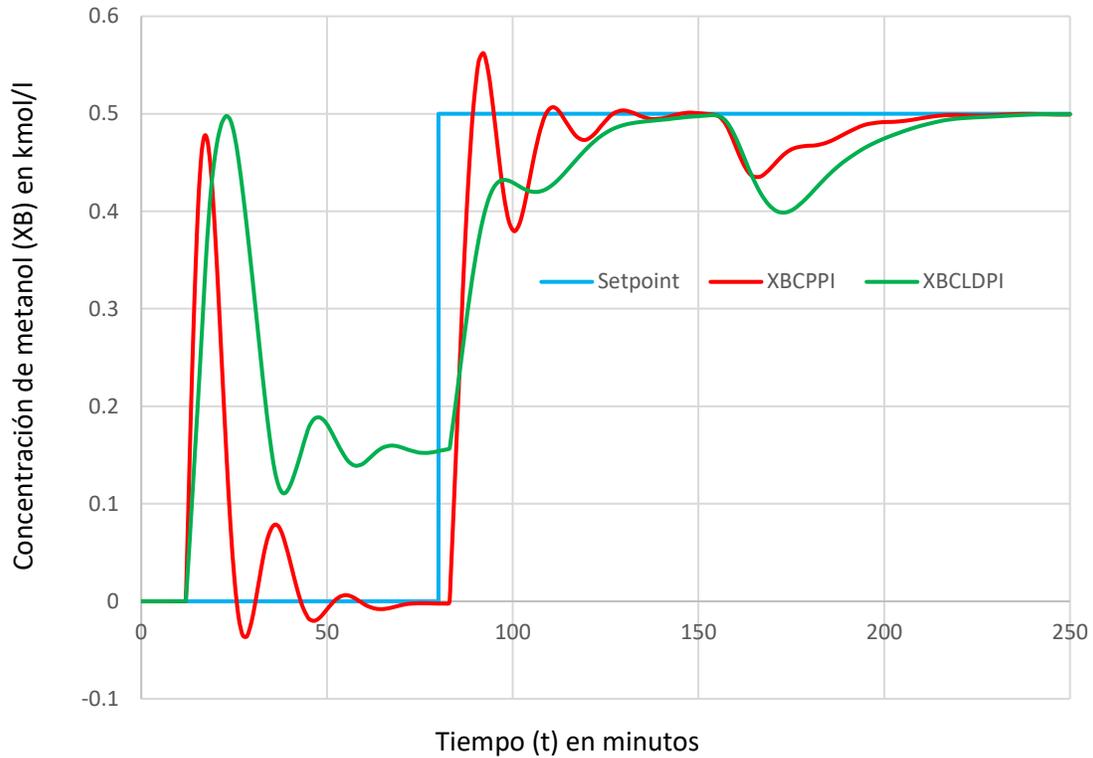
En la Figura 4.31 se muestra la salida de los controladores.



**Figura 4.31** Salida de los controladores la concentración en el domo con una perturbación

Como es posible ver en la Figura 4.31 el comportamiento de ambos controladores es muy semejante al rechazar la perturbación en el minuto 140, por lo que el consumo de energía y el uso del actuador solo se ve diferenciado por la primera mitad de la simulación como se analizó en el caso sin perturbaciones. Cuando se presenta la perturbación, los valores de la salida del controlador son sumamente semejantes.

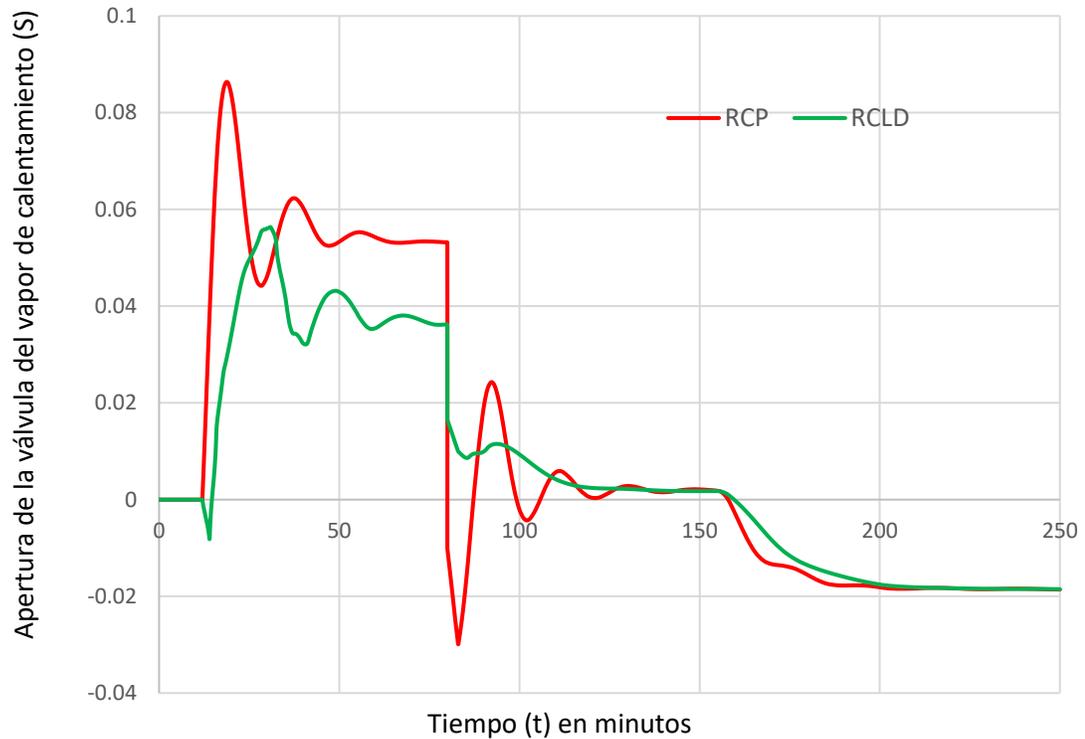
A continuación la Figura 4.32 presenta la respuesta de los controladores propuestos para el control de la concentración en el fondo de la columna (XB) ante los mismos parámetros de entradas escalón para el seguimiento de referencia que los empleados para el control de la concentración en el domo de la columna con la misma perturbación.



**Figura 4.32** Respuesta de la concentración de metanol en el fondo con una perturbación en el lazo de control de la concentración del domo

Como es posible observa en la Figura 4.32, ambos controladores logran rechazar la perturbación, sin embargo, si se observa una diferencia significativa en el sobre impulso, siendo la mayor diferencia respecto a la referencia en el controlador difuso. A diferencia del lazo de control del domo, donde la acción del control se tiene a la salida el reflujo, en el fondo se trata del flujo de calentamiento, lo cual representa un consumo energético alto para el proceso, con esto en mente, la diferencia en el rechazo de la perturbación, el control difuso muestra un gasto energético considerablemente mayor, pese a que logra el rechazo de la misma.

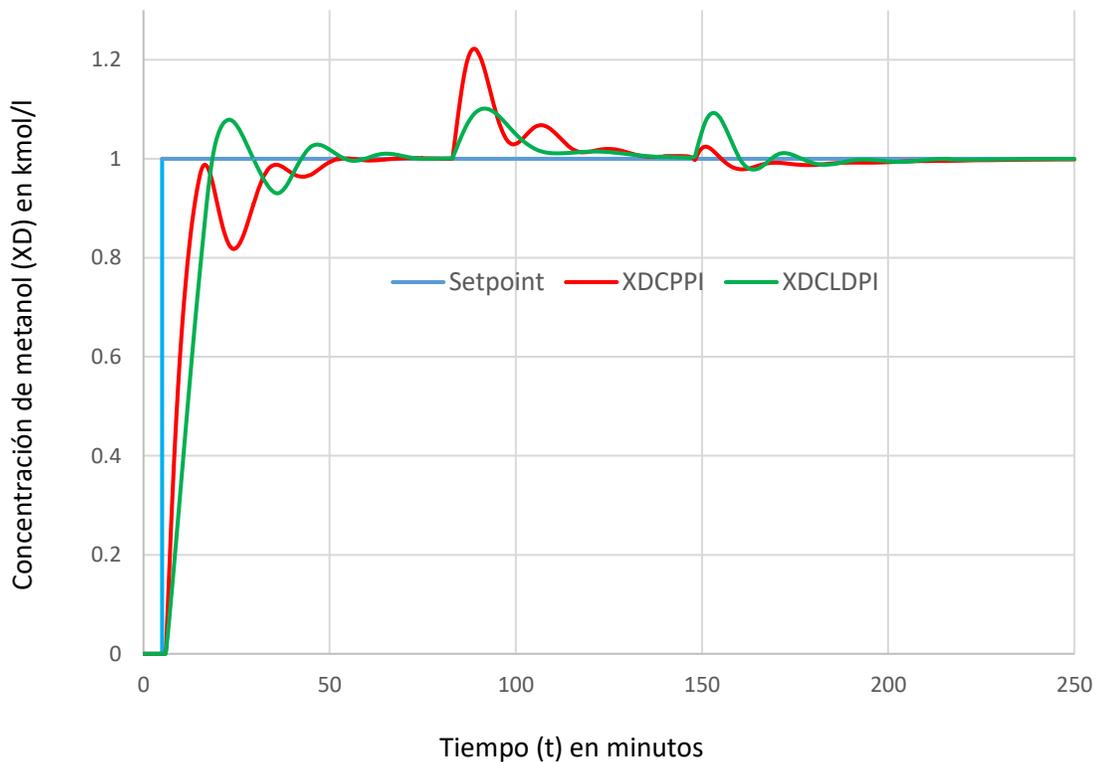
En la Figura 4.33 se muestra la salida de los controladores.



**Figura 4.33** Salida de los controladores la concentración en el fondo con una perturbación

Como se observa en la Figura 4.33, al igual que el caso del control de la concentración del domo, ambas salidas presentan un comportamiento muy similar, solo la diferencia se da en la primera mitad de la simulación. Nuevamente es necesario tener en mente que mientras la apertura de la válvula del vapor de calentamiento implica un mayor consumo de agente energético.

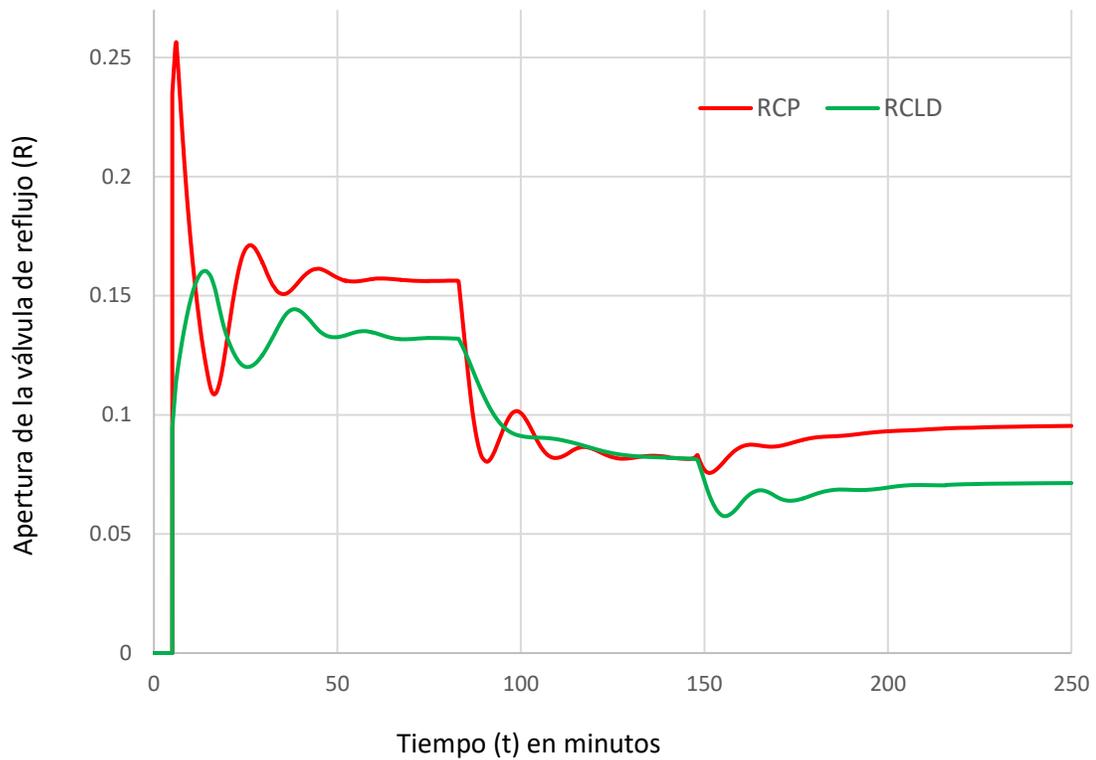
Como último caso, se presenta la respuesta a la presencia de 2 perturbaciones, la considerada anteriormente, y ahora la segunda perturbación actuando en el segundo lazo de control, el correspondiente a la concentración en el fondo, y como se mencionó al inicio de este apartado, ambas perturbaciones comienzan al mismo tiempo y con la misma magnitud. Así la Figura 4.34, muestra la respuesta de la concentración del domo a la acción de las dos perturbaciones.



**Figura 4.34** Respuesta de la concentración de metanol en el domo con dos perturbaciones

Como se puede observar en la Figura 4.34, ambos controladores logran rechazar ambas perturbaciones que se aplicaron a los 140 minutos, sin embargo, el control por cancelación de polos presenta oscilaciones más pequeñas en la segunda perturbación y más grandes en la primera perturbación. En el caso de que el producto deseado sea el del domo, ninguno de los dos controladores presenta problemas para seguir la referencia ante los cambios que esta implica al sistema, ni en la presencia de perturbaciones en el domo ni el fondo.

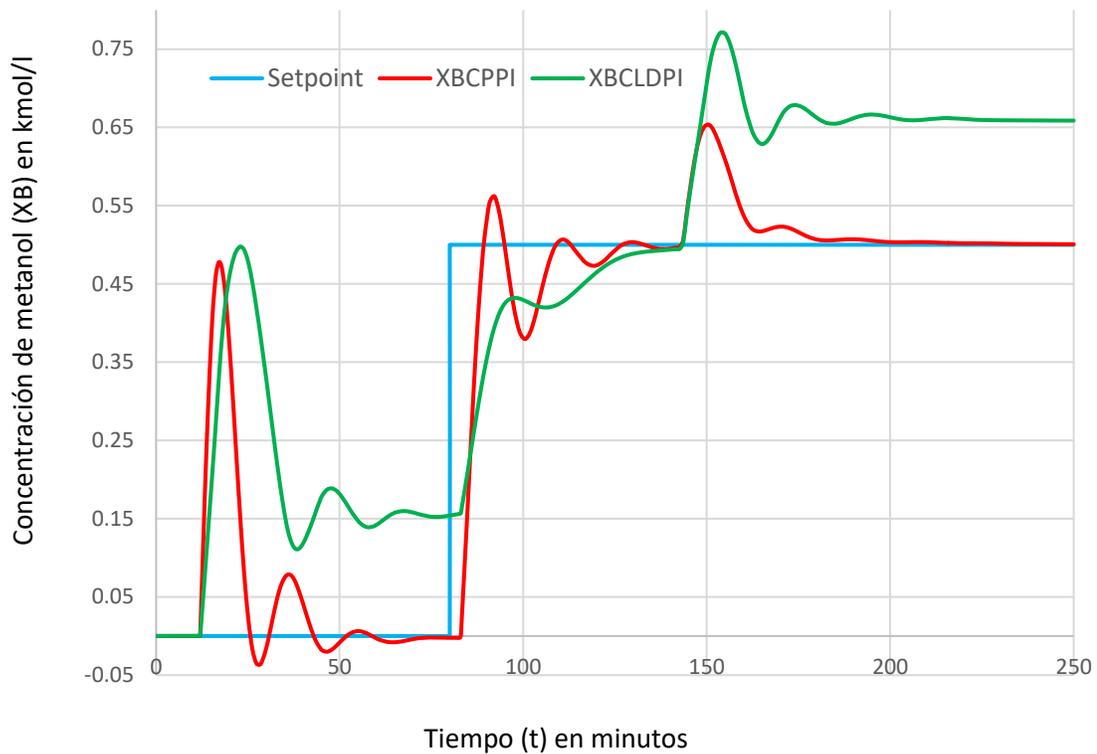
En la Figura 4.35 se muestra la salida de los controladores.



**Figura 4.35** Salida de los controladores la concentración en el domo con dos perturbaciones

Como se puede observar en la Figura 4.35, el control difuso presenta los valores más pequeños y los cambios menos forzados, consumiendo así menos energía y exigiendo menos trabajo al actuador. Por lo que, para el caso del controlador del domo, considerando los casos presentados, el control por lógica difusa tiene el mejor comportamiento.

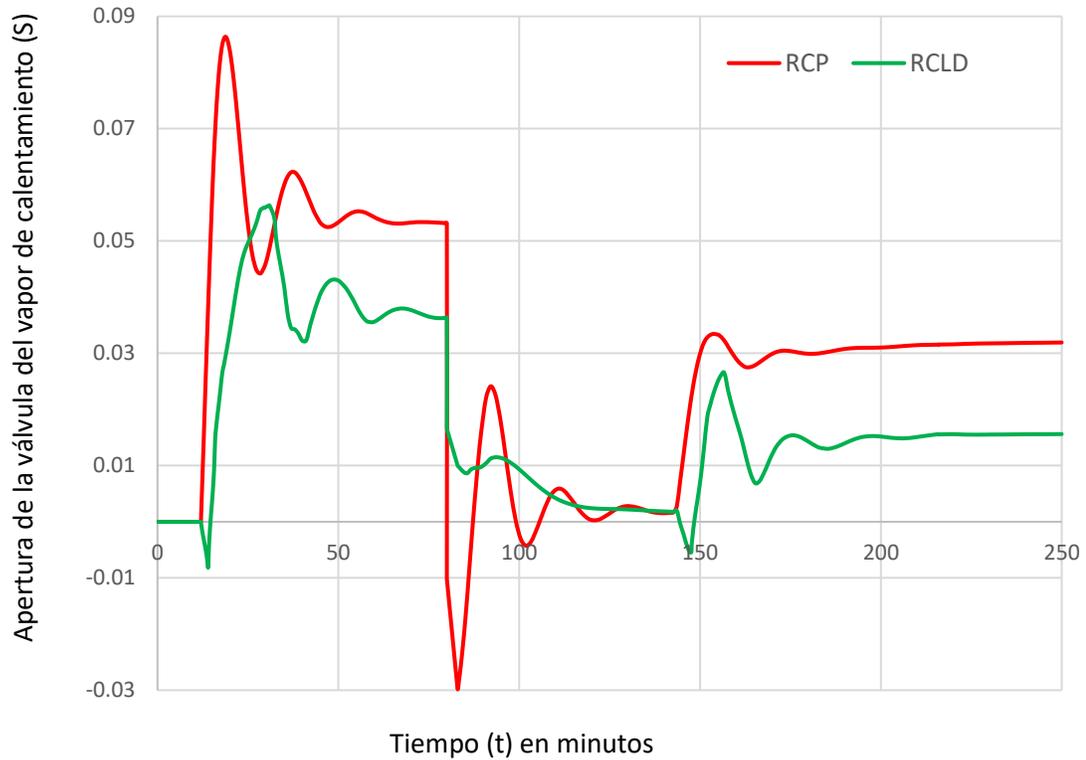
A continuación la Figura 4.36 presenta la respuesta de los controladores propuestos para el control de la concentración en el fondo de la columna (XB) ante los mismos parámetros de entradas escalón para el seguimiento de referencia que los empleados para el control de la concentración en el domo de la columna con las mismas dos perturbaciones.



**Figura 4.36** Salida de los controladores la concentración en el fondo con dos perturbaciones

Como es posible observar en la Figura 4.36, el control difuso no puede rechazar la perturbación del segundo lazo de control, dejando un error en el estado estacionario aproximadamente de 0.05, lo cual, para términos de los valores de concentración, es pequeño, sin embargo en relación el escalón para el seguimiento a la referencia, este error en estado estacionario es grande. Así, en el caso de que se desee implementar un controlador difuso para el fondo, se deberán hacer los ajustes necesarios, ya que la concentración del fondo no cumple las especificaciones de la referencia, ni al inicio de la simulación ni ante el rechazo de la segunda perturbación.

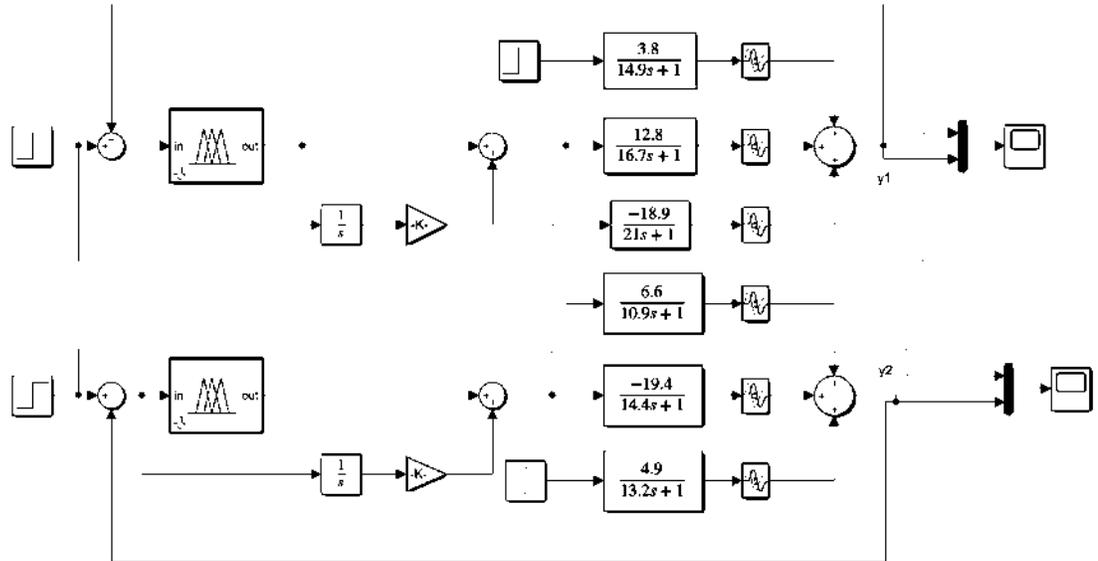
En la Figura 4.37 se muestra la salida de los controladores.



**Figura 4.37** Salida de los controladores la concentración en el fondo con dos perturbaciones

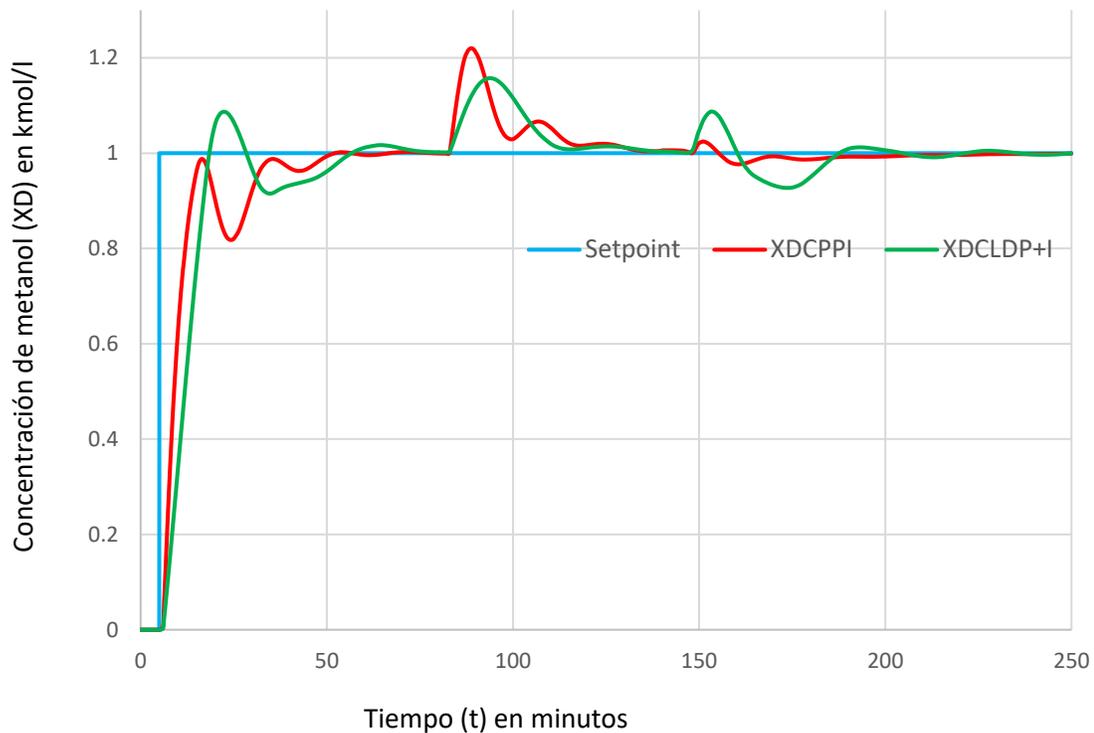
Como se puede observar en la Figura 4.37, el control difuso sigue exhibiendo una menor exigencia al actuador, sin embargo, esto no se justificante para calificarlo con un buen desempeño si no puede seguir a la referencia., así el controlador difuso no puede ser considerado para el lazo de control del fondo.

Con la finalidad de dar una alternativa al problema de que el control difuso no logra rechazar a la segunda perturbación, como se planteó anteriormente, es utilizar a la integral del error en lugar de la integral de la salida del controlador, quedando los lazos de control como se muestra en la Figura 4.38.



**Figura 4.38** Diagrama del lazo de control difuso PI para el control de la concentración del domo y control difuso P+I para la concentración del fondo en la torre de destilación de Wood y Berry con perturbaciones en *Simulink*

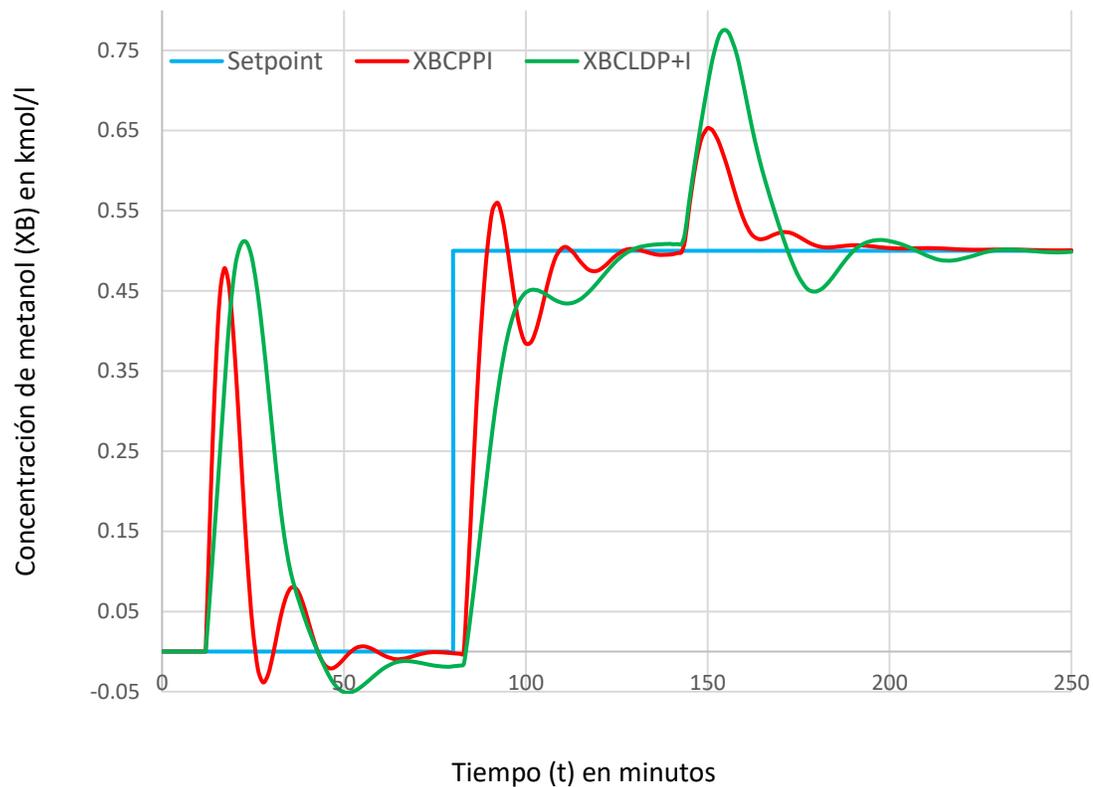
Con este esquema de control y haciendo el ajuste de la ganancia integral, la Figura 4.39 muestra las respuestas de la concentración en el domo para el control por cancelación de polos.



**Figura 4.39** Respuesta de la concentración de metanol en el domo con dos perturbaciones

Como se puede observar en la Figura 4.39, al igual que en el caso anterior, el controlador difuso PI de la concentración del domo logra rechazar las dos perturbaciones, aunque con un poco más de oscilaciones, sin embargo, estas siguen siendo pequeñas. Así que esta configuración sigue siendo viable para el lazo de control del domo, cumpliendo de manera semejante comparado con el control por lógica difusa.

Para el caso del controlador difuso P+I de la concentración del fondo, la Figura 4.40 muestra la respuesta de esta ante las dos perturbaciones.

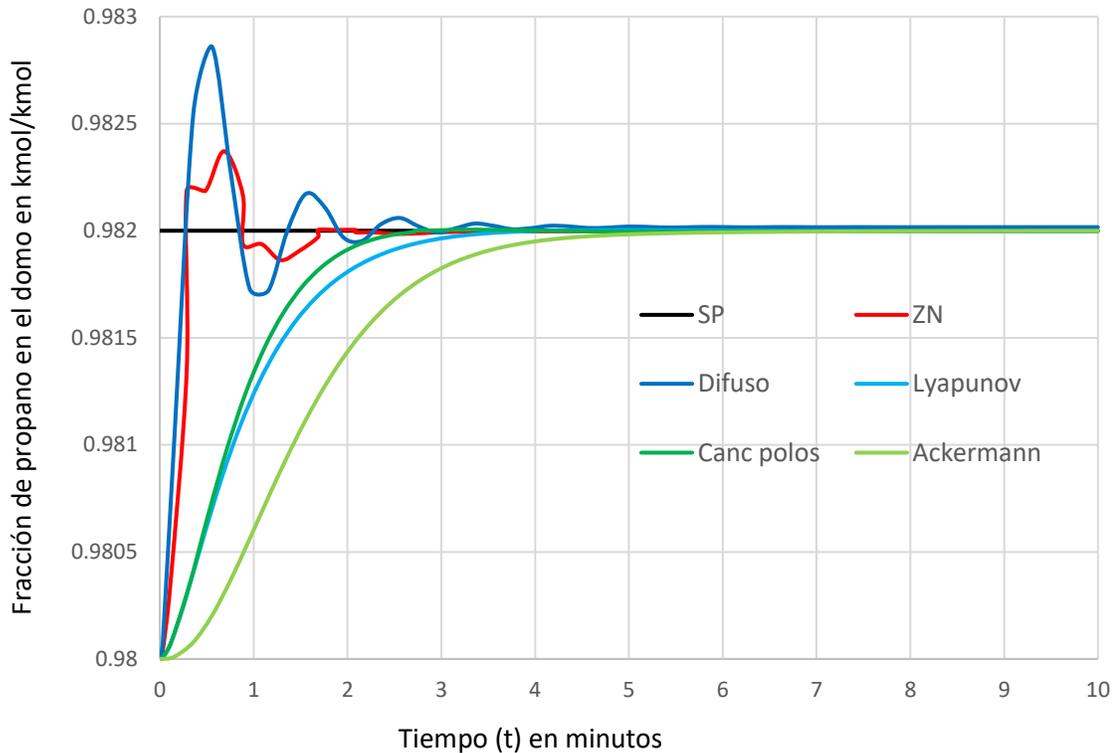


**Figura 4.40** Respuesta de la concentración de metanol en el fondo con dos perturbaciones

Como es posible observar en la Figura 4.40, con el ajuste del término integral, trabajando ahora con el error, el control difuso logra rechazar la perturbación además de que en el primer escalón, el controlador logra acercar a la variable al valor inicial de cero, lo cual no ocurría cuando el término integral trabajaba con la salida del controlador. Pese a que los resultados son mejorados, el objetivo de trabajar solo con la salida difusa no es cumplido, por lo que no presenta ventajas considerables contra un control por cancelación de polos o con algún otro método de sintonización de control PI.

#### 4.5 Caso de estudio 5: Columna de destilación despropanizadora

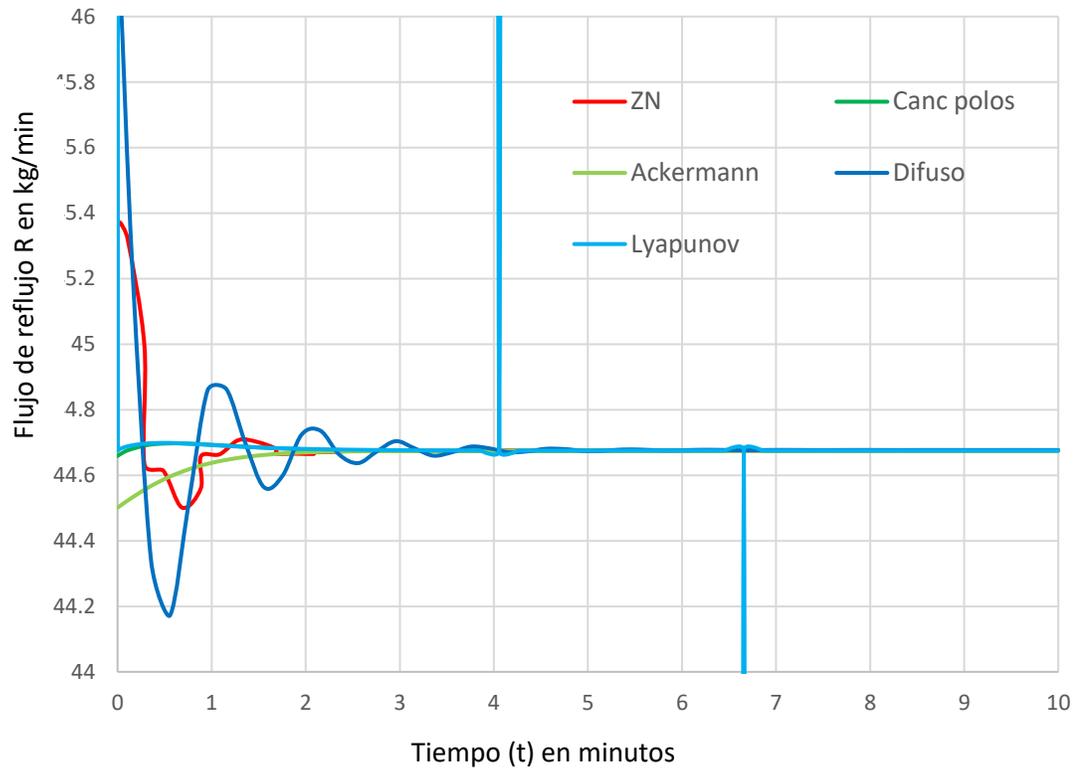
En la Figura 4.41 se muestra la comparación entre los controladores PI por Ziegler-Nichols, difusos, síntesis difusa de Lyapunov, y los basados en un sistema de primer orden, cancelación de polos y espacio de estados por Ackermann.



**Figura 4.41** Respuesta de la concentración de propano en el domo

Como es posible observar en la Figura 4.41, para el control clásico por Ziegler-Nichols no fue posible hacer que los dos simuladores trabajaran de forma adecuada simultáneamente, aunque se trabajó en los tiempos de muestreo, la mejor respuesta obtenida es la presentada en la Figura 4.41, en muchos casos *Matlab* enviaba mensajes de error, pese a esto, el control por Ziegler-Nichols logra la estabilidad más rápido pese a la oscilación inicial, por otro lado, los controladores por cancelación de polos y por síntesis difusa de Lyapunov son estables y rápidos sin mostrar sobre impulso, mientras que el controlador difuso es el que más oscila, aunque logra la estabilidad prácticamente al mismo tiempo que el resto de los controladores. Debido a que se está considerando el flujo del reflujo, el actuador sería una válvula, así el consumo energético por las oscilaciones no es algo a considerar, pero si el desgaste de la misma, por lo que se prefieren respuestas suaves como el control por cancelación de polos o el de la síntesis difusa de Lyapunov.

En la Figura 4.42 se muestra la salida de los diferentes controladores, esto con el fin de observar la exigencia y en tiempo de trabajo del actuador.



**Figura 4.42** Salida de los controladores (flujo de reflujo) en el domo de la columna

Como es posible observar en la Figura 4.42, las menores exigencias al actuador son dadas por los controladores por cancelación de polos, Ackermann y por Lyapunov, sin embargo este último al inicio es el que más exige con un flujo de 60 kg/min, después de este inicio, la exigencia se mantiene constante en valores adecuados, sin embargo en dos momentos se exige un flujo de 55 y de 34 kg/min, con líneas prácticamente verticales.

Finalmente, se determinaron dos criterios integrales para el desempeño de los controladores, el IAE e ITAE, los resultados se muestra en la Tabla 4.13.

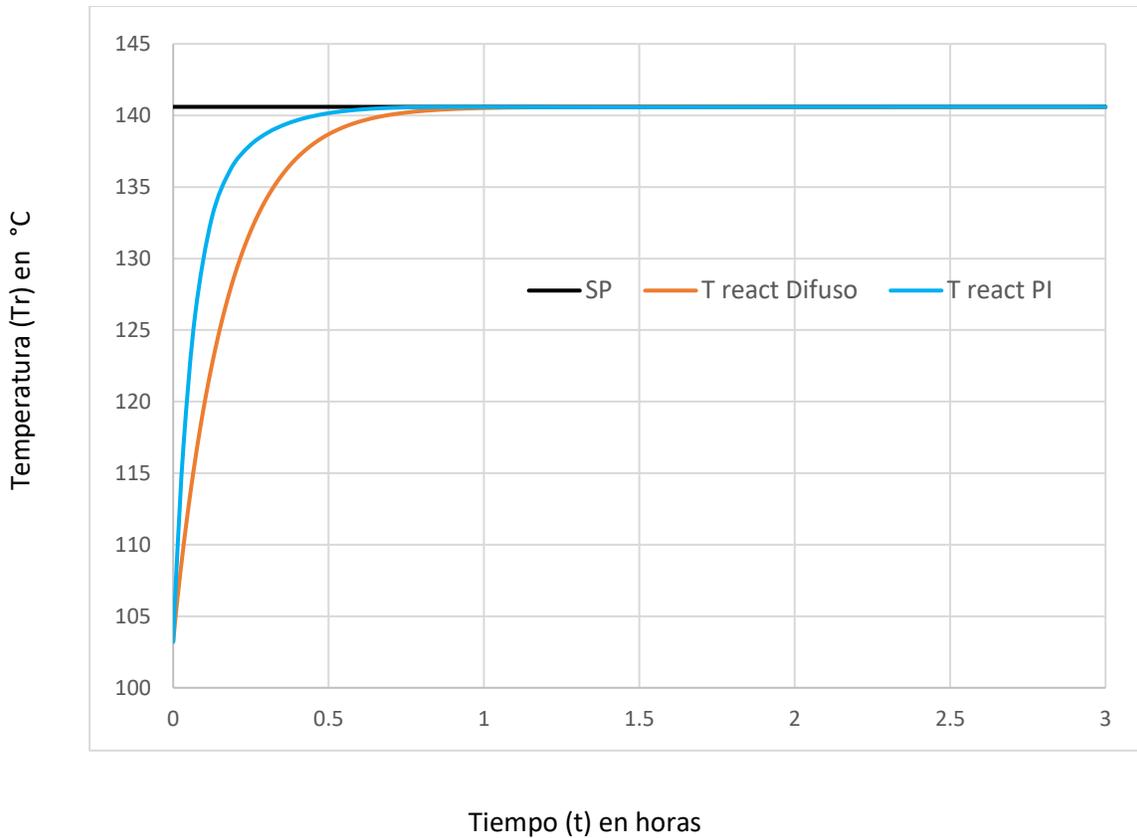
**Tabla 4.13 Índices de desempeño IAE e ITAE para los controladores**

Método de control	IAE	ITAE
ZN	0.0006632	0.0002973
Cancelación de polos	0.001703	0.001102
Ackermann	0.003227	0.003615
Difuso	0.001152	0.001365
Lyapunov	0.001932	0.001499

Comparando los resultados obtenidos de los índices de desempeño, los controladores por cancelación de polos, difuso y Lyapunov presentan valores semejantes, sin embargo el que presenta los valores más pequeños es el control clásico sintonizado por Ziegler-Nichols. Si se consideran los aspectos anteriores, se puede decir que el control más equilibrado es el diseñado por cancelación de polos, ya que su respuesta no presenta oscilaciones, se estabiliza rápido, la salida del controlador es poco exigente al actuador y presenta valores bajos para los criterios integrales de desempeño.

#### **4.6 Caso de estudio 6: Reactor CSTR para la producción de propilenglicol**

Para el control de la temperatura del reactor se varió la temperatura de agua de alimentación. Se colocó una referencia a 140.6 °C, se eligió esta temperatura porque logra la mayor conversión de reacción. En la Figura 4.43 se presenta la respuesta de ambos controladores (PI y difuso).



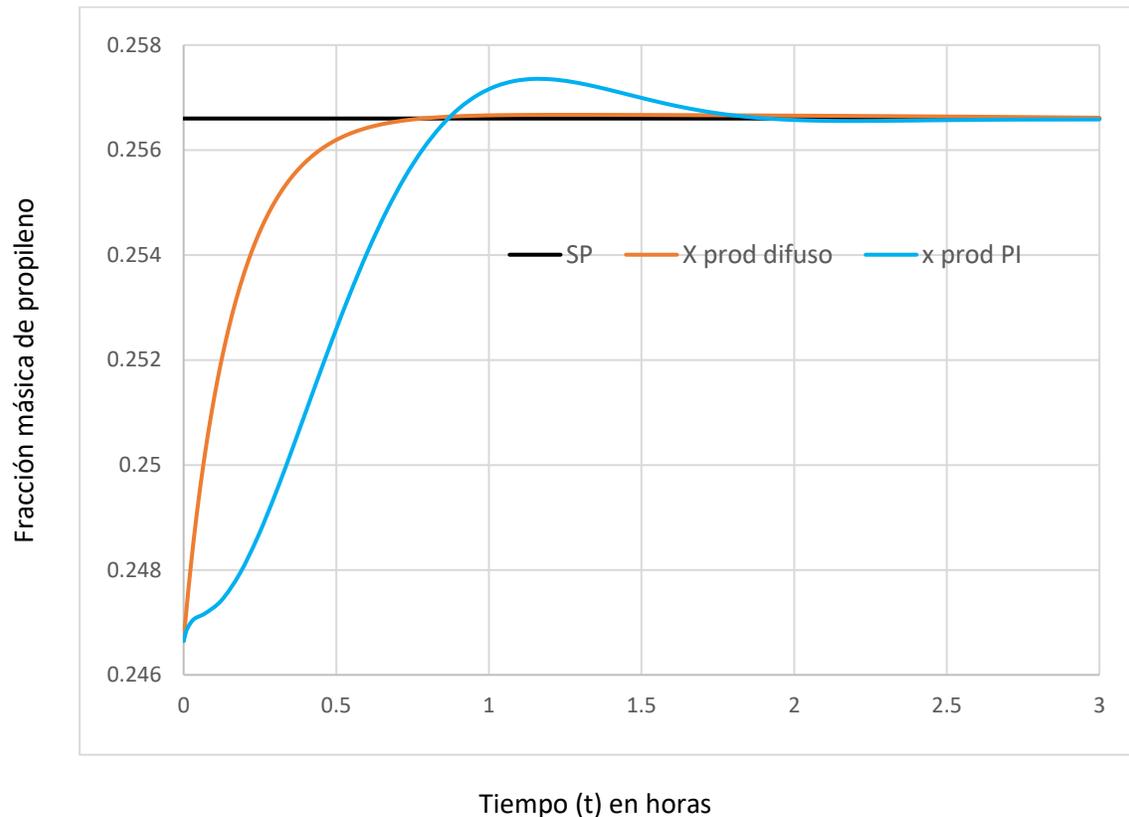
**Figura 4.43** Respuesta de los controladores a una referencia de 140.6 °C en la temperatura del reactor

A pesar de que se trató de eliminar la respuesta escalonada para el control difuso, el tiempo de muestreo no representó de una manera más suavizada la respuesta del mismo. Sin embargo es posible ver que ambos controladores responden de una manera adecuada, sin sobretiros y de manera rápida para el tipo de proceso, sin embargo el control PI alcanza la referencia aproximadamente a las 0.5 hr mientras que el difuso lo consigue, a valores semejantes de temperatura de reactor a las 0.75 hr. Una vez que logran el estado estable, no presentan problemas para mantenerse en ese punto.

Para el control de la fracción másica del producto a la salida del reactor, se usó al flujo de agua de la alimentación como variable de control. A pesar de que el reactivo limitante es la cantidad de óxido de propileno, al variar la cantidad de agua se observa una mayor interacción con el lazo de control de la temperatura del reactor, ya que el agua también sirve como refrigerante de la

reacción al estar en exceso. Además de que este sistema tiene múltiples estados de operación y el elegido aquí ya se encuentra cerca de la máxima conversión.

En la Figura 4.44 se muestra la respuesta del sistema a una referencia de 0.2566 en la fracción másica de propileno.



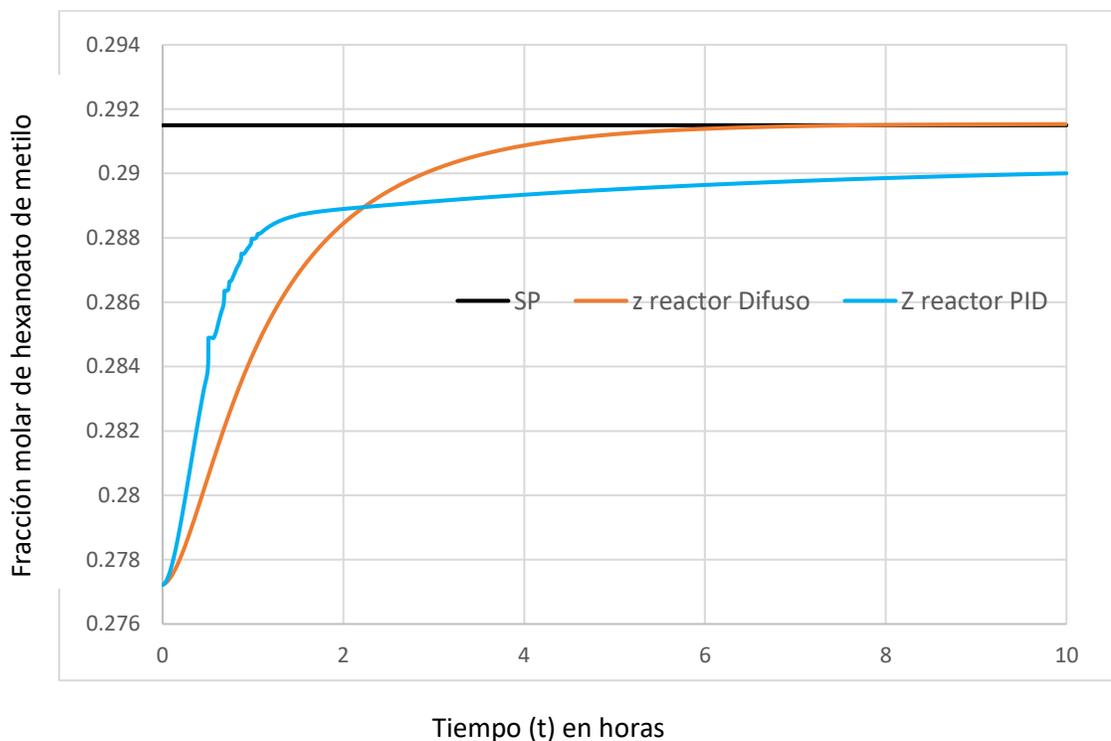
**Figura 4.44** Respuesta de los controladores a una referencia de 0.2566 en la fracción másica de propileno

Como es posible ver en la Figura 4.44, ambos controladores logran alcanzar la referencia requerido, sin embargo el control difuso lo logra más rápido y de forma estable, alcanzándolo aproximadamente a las 0.7 hr, mientras que el control PI lo logra a las 0.8 hr, además de mostrar un sobretiro pequeño pero que provoca una compensación para poder mantenerse en la referencia logrando estabilidad aproximadamente a las 1.7 hr.

#### 4.7 Caso de estudio 7: Reactor de esterificación

Para este caso se plantearon 3 lazos de control, pese a que en un inicio se consideraron 5, la dificultad de convergencia en el control PID obligó a eliminar 2 lazos, los cuales sí pudieron ser simulados con lógica difusa.

El primer lazo de control fue para la fracción mol del hexanoato de metilo a la salida del reactor a través de la manipulación de la temperatura de alimentación. La Figura 4.45 muestra la respuesta de los controladores PID y difuso por síntesis difusa de Lyapunov a una referencia de 0.2915 en la fracción mol de hexanoato de metilo.

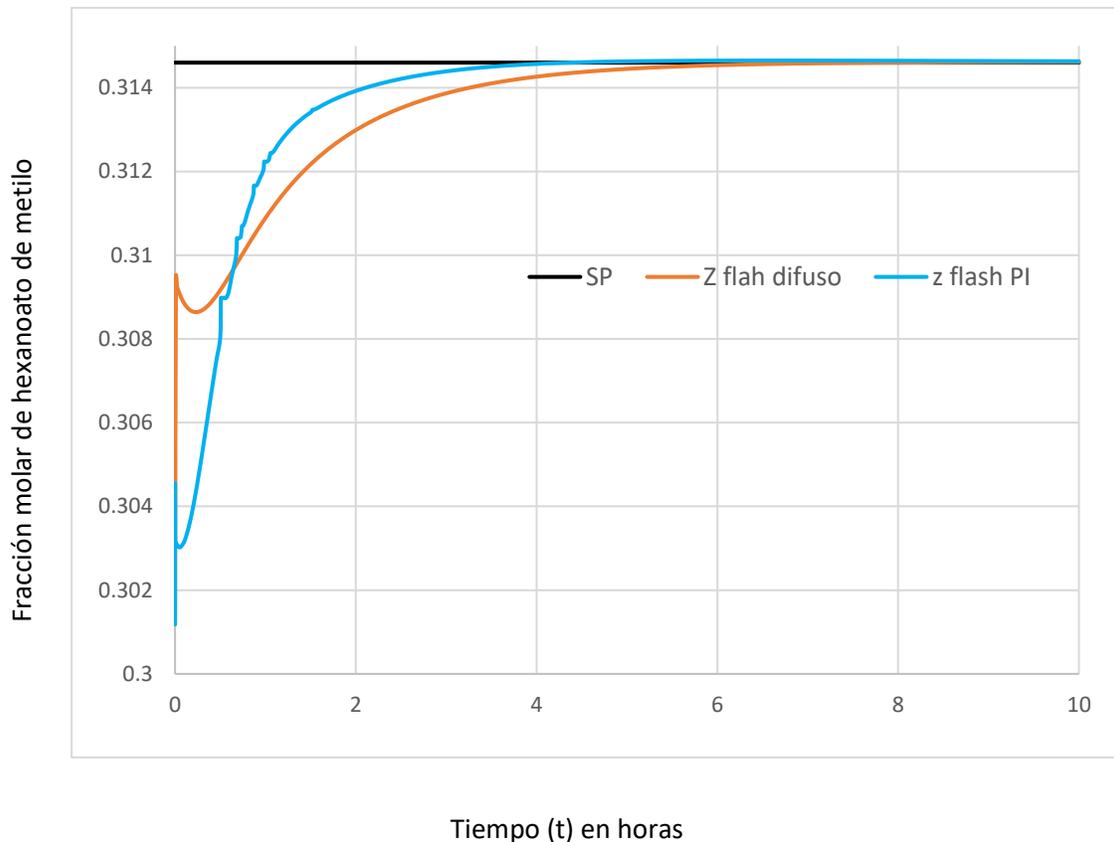


**Figura 4.45** Respuesta de los controladores a una referencia de 0.2915 en la fracción mol de hexanoato de metilo

Como es posible ver en la Figura 4.45, el control PID no logra alcanzar la referencia en el tiempo de simulación, aunque por la forma de la respuesta se puede ver que logrará alcanzarlo en un tiempo mayor, por otro lado el control difuso logra alcanzarlo en aproximadamente 6 hr. Como en el caso anterior, se observa la respuesta escalonada del sistema difuso, se podría corregir esta respuesta con trabajo en el acoplamiento de ambos softwares o haciendo un suavizado de los datos

obtenidos, pero se decidió presentarlos así debido a que bajo las condiciones actuales la respuesta permite apreciar la respuesta del control.

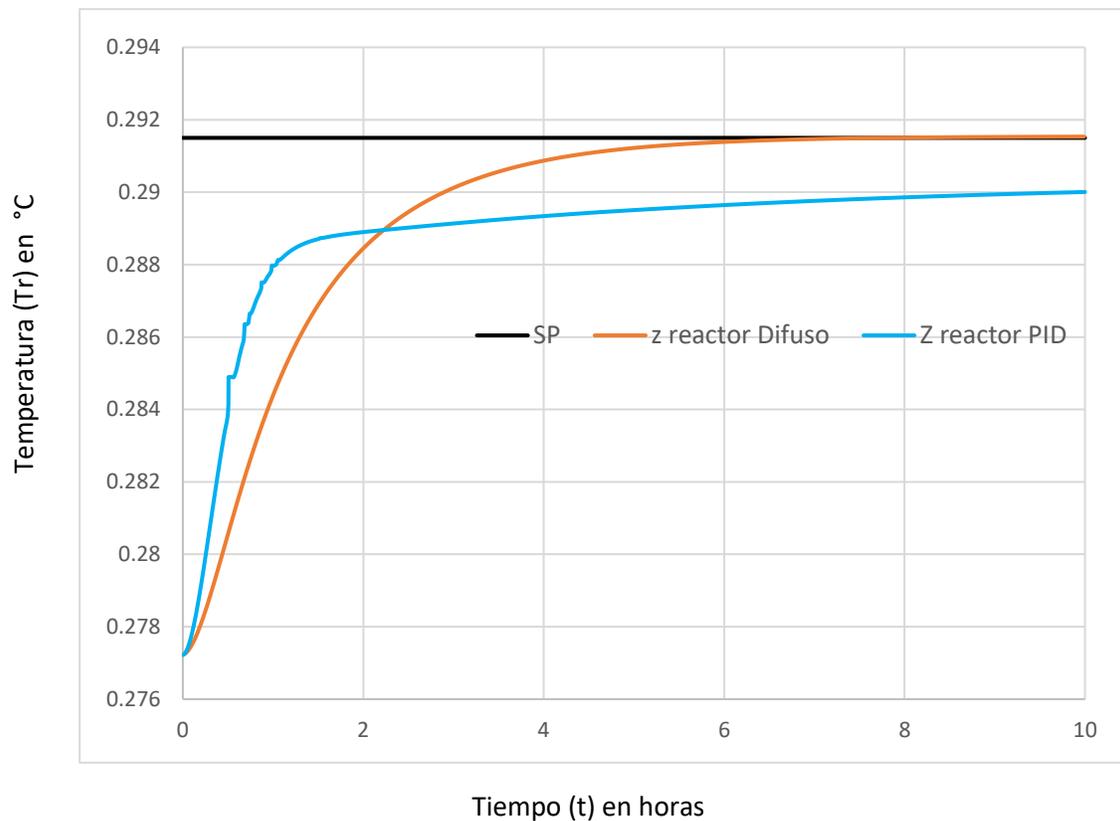
Para controlar a la fracción mol de hexanoato de metilo a la salida del flash, se utilizó la cantidad de calor suministrado al mismo para separar principalmente a la fase orgánica de la acuosa, así, la Figura 4.46 presenta la respuesta de los controladores a una referencia de 0.3146 en la fracción mol de hexanoato de metilo.



**Figura 4.46** Respuesta de los controladores a una referencia de 0.3146 en la fracción mol de hexanoato de metilo

En la Figura 4.46 se observa como en este caso ambos controladores si logran alcanzar la referencia en el tiempo de simulación empleado, aunque el control PI lo logra más rápido que el control difuso, aunque al inicio ambos controladores exigen mucho al actuador, posteriormente la respuesta se hace más suave. Llama la atención la respuesta inversa que tiene ambos controladores dentro de la primera hora de simulación, en este caso se prefiere el controlador difuso de Lyapunov frente al PI ya que se trata de una operación de transferencia de calor.

Para el control de la temperatura del reactor, se utilizó el calor alimentado al reactor, así para una referencia de 115.5 °C, la Figura 4.47 muestra la respuesta de ambos controladores.



**Figura 4.47** Respuesta de los controladores a una referencia de 115.5 °C en la temperatura del reactor

Como se observa en la Figura 4.47, el control PI no logra alcanzar la referencia en el tiempo de simulación, mientras que el control difuso lo logra en aproximadamente 6.5 hr. Considerando los tres lazos de control operando simultáneamente, en los tres el control difuso logró alcanzar las referencias especificadas, mientras que en dos el control PID no lo logró, es importante señalar que se podría hacer un ajuste en los valores de las constantes del control PID, sin embargo al tratar de ajustarlas el simulador indicaba error, siendo las Figuras 4.45, 4.46 y 4.47 las que lograron mostrar resultados. En el caso de los controladores difusos por la síntesis difusa de Lyapunov, no existió ningún error al momento de su implementación, e incluso fue más sencillo que el control PID, así, para este caso, el controlador difuso fue la mejor alternativa.

### Conclusiones

A lo largo del proyecto se han observado varios aspectos de los controladores trabajados, se puede decir que los controladores difusos, tanto el heurístico proporcional como el basado en la síntesis difusa de Lyapunov, que es un controlador de segundo orden ya que usa al error y su derivada, son fáciles de escribir, siempre y cuando se conozca la respuesta del sistema, ya que las funciones de membresía deben estar escritas basadas en la respuesta que resuelve el requerimiento del controlador, esto implica que si el error o la salida que requiere el sistema están fuera del rango de operación de las reglas, el control no funcionará adecuadamente. Además, ya que estos controladores difusos no trabajan con la integral del error, dependen de un diseño específico para disminuir el error en estado estacionario, pero en el caso de que el sistema se someta a varias referencias no consideradas en el diseño del controlador el error en estado estacionario puede ser grande respecto a valores tolerables. Esto se puede resolver agregando un término integral del error. En otro sentido, llama la atención de manera sobresaliente que el control difuso mejora al tener varios lazos operando simultáneamente y que además están acoplados, y en caso de que se presente el error en estado estacionario, es posible agregar las variables de error de los otros sistemas que le permiten al control considerar otras variables de entrada y mejorar su desempeño. De estos dos controladores difusos, el basado en la síntesis difusa de Lyapunov es más estable comparado con el difuso proporcional, el actuador tiene menos exigencias en varios casos. En el mismo sentido, cuando se presentan los lazos de control múltiple y acoplado, los diseños basados en control PID presentan importantes complicaciones, ya que se vuelven más lentos, con mayor inestabilidad o aumentan los sobre impulsos, mientras que los controladores difusos no presentan estos problemas ya que si las reglas y las funciones de membresía son establecidas de manera correcta el control será capaz de seguir la referencia considerada, e incluso se pueden colar diferentes entradas provenientes de otros sistemas previniendo el mal funcionamiento de otras partes del proceso. Bajo esta misma idea, se debe tomar en cuenta de que, pese a que existen métodos para desacoplar sistemas de ecuaciones para aplicar controladores basados en el modelo, esto complica el diseño del controlador, siendo el caso que en los controladores difusos no es necesario llevar a cabo esta etapa.

El control clásico sintonizado por Ziegler-Nichols, sigue siendo un referente sencillo y útil para el diseño de controladores, presenta respuestas aceptables aunque en muchos casos es la más

oscilatoria. Por otro lado, los controladores basados en los modelos, como el de cancelación de polos, o en espacio de estados tipo servo, son más robustos que los difusos, presentan buenos resultados en los índices de desempeño, pero requieren linealizar al sistema, agregando así cierto error, sin embargo, los controladores presentan buenas respuestas.

Para la simulación en Aspen, los controladores difusos no dependen del modelo, solo de conocer la respuesta del sistema. Se observó que los sistemas pueden responder con diferentes órdenes para distintas referencias, esto puede provocar problemas a las simulaciones que fueron diseñadas con órdenes diferentes a la respuesta del sistema. Aquí es donde los controladores difusos presentan una opción atractiva, ya que no se requieren ajustes en algún modelo que modifique el diseño del controlador.

Una vez que se ha logrado el acoplamiento de los softwares *Simulink* y *Aspen Dynamics*, se puede decir que es viable probar diferentes configuraciones de esquemas de control. Sin embargo, este acoplamiento debe ser vigilado cuidadosamente, ya que los principales inconvenientes se presentan en *Aspen Dynamics*. En primera instancia, la generación del archivo dinámico se da de dos tipos, uno basado en los flujos y otro en las presiones, aunque uno es consecuencia del otro, es fácil observar que el segundo es más riguroso que el primero, en el caso de las simulaciones presentadas se llevaron en la simulación basada en los flujos, ya que el uso de la herramienta con la que dispone *Aspen Plus* para la dinámica basada en las presiones generó archivos que fueron limitados por la capacidad de disco duro, es decir, que se generaron archivos de cientos de gigabytes que impidieron el uso de la computadora, esto se puede revisar en la forma de instalación del software.

Ya que las simulaciones dinámicas se hicieron en el modo basado en flujos (*Driven Flow*), uno de los errores más comunes es la incongruencia entre el paso de iteración y la lectura de datos, ya que el primero lo establece *Aspen* y el segundo *Matlab*, ajustado esto, *Matlab* asigna valores para el inicio de la simulación en *Aspen Dynamics* y si estos valores no son congruentes *Aspen Dynamics* se detiene y *Matlab* reporta el error, y del mismo modo si durante la simulación, los datos de salida del controlador no son congruentes con las ecuaciones de *Aspen Plus* sucede lo mismo. Así, un prediseño de los controladores PID, en algunos casos da información al menos del orden de los

coeficientes de los términos de control, pero en otros casos, los valores que acepta el simulador varían mucho de los que son posible emplear.

En el momento en que se logra convergencia y que los controles PID se desempeñan de manera aceptable, se observó que cuando la simulación es más compleja, al incluir más equipos en la simulación, los valores de las constantes de los parámetros de control no son los más adecuados, generando respuestas lentas que lograrán alcanzar la referencia pero en más tiempo que los usados en la simulación, lo que implica dar otros valores a estos parámetros cayendo en el problema de generar errores durante la simulación, y en varias ocasiones se deben reiniciar los softwares para poder generar resultados sin error bajo condiciones anteriores.

También cabe destacar la diferencia en tiempo de simulación y gasto de recursos del equipo de cómputo, en el caso de los controladores difusos, los tiempos no fueron mayores a los 2 minutos en los casos más complejos, con uso de memoria *ram* no mayor a los 2 Gb, mientras que para el control PID en la misma simulación, se llegó a tardar alrededor de una hora con uso máximo de 14 Gb de *ram* (las simulaciones fueron hechas en un equipo con 24 Gb de memoria *ram*).

En cuanto a los requerimientos que implica la implementación industrial de un control difuso bajo la síntesis difusa de Lyapunov, no se requiere de ningún elemento adicional con tal fin, ya que lo que lo diferencia solo es la programación empleada en la configuración del control, en donde se puede emplear cualquier lenguaje o, como en el caso de este trabajo, las herramientas con las que cuenta *Matlab*.

Con esto, el uso de herramientas de control como la síntesis difusa de Lyapunov, obtiene resultados adecuados para operaciones de ingeniería química simuladas en *Aspen Dynamics*, con poco uso de memoria y en tiempos cortos, permitiendo con esto su comparación con otros esquemas de control que puedan ser implementados en *Simulink*, abriendo la alternativa de combinar diferentes procesos y esquemas de control que requieran investigación en el área de la ingeniería química.

**Bibliografía:**

- [1] **Stephanopoulos, G. (1983)**. Synthesis of control systems for chemical plants A challenge for creativity. *Computers & chemical engineering*, 7(4), 331-365.
- [2] **Seborg, D. E., Edgar, T. F., Mellichamp, D. A., & Doyle III, F. J. (2016)**. *Process dynamics and control*. John Wiley & Sons.
- [3] **Jamshidi, M., Vadiiee, N., & Ross, T. (1993)**. *Fuzzy logic and control: software and hardware applications*, vol. 2 (Vol. 2). Pearson Education.
- [4] **Cazarez-Castro, N. R., Aguilar, L. T., Cardenas-Maciel, S. L., Goribar-Jiménez, C. A., & Odreman-Vera, M. (2017)**. Diseño de un Controlador Difuso mediante la Síntesis Difusa de Lyapunov para la Estabilización de un Péndulo de Rueda Inercial. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial*, 14(2), 133-140.
- [5] **Ogata, K. (2010)**. *Modern control engineering (Vol. 5)*. Upper Saddle River, NJ: Prentice hall.
- [6] **Åström, K. J., & Hägglund, T. (1995)**. *PID controllers: theory, design, and tuning*. Instrument Society of America.
- [7] **García, C. E., Prett, D. M., & Morari, M. (1989)**. Model predictive control: theory and practice: a survey. *Automatica*, 25(3), 335-348.
- [8] **Astrom, K. J., & Wittenmark, B. (2013)**. *Adaptive control*. Courier Corporation.
- [9] **Isidori, A. (1995)**. *Nonlinear control systems (Vol. 118)*. Springer Science & Business Media.
- [10] **Bellman, R. (1964)**. Control theory. *Scientific American*, 211(3), 186-201.
- [11] **Kalman, R. E. (1960)**. On the general theory of control systems. In *Proceedings First International Conference on Automatic Control, Moscow, USSR* (pp. 481-492).
- [12] **Freeman, R., & Kokotovic, P. V. (2008)**. *Robust nonlinear control design: state-space and Lyapunov techniques*. Springer Science & Business Media.
- [13] **Burns, R. (2001)**. *Advanced control engineering*. Elsevier.

- [14] **Ackermann, J., & Utkin, V. (1998)**. Sliding mode control design based on Ackermann's formula. *IEEE transactions on automatic control*, 43(2), 234-237.
- [15] **Zadeh, L. A. (1965)**. Fuzzy sets. *Information and control*, 8(3), 338-353.
- [16] **Ross, T. J. (2005)**. Fuzzy logic with engineering applications. John Wiley & Sons.
- [17] **Chen, G., & Pham, T. T. (2005)**. Introduction to fuzzy systems. CRC Press.
- [18] **Lee, C. C. (1990)**. Fuzzy logic in control systems: fuzzy logic controller. I. *IEEE Transactions on systems, man, and cybernetics*, 20(2), 404-418.
- [19] **Hayward, G., & Davidson, V. (2003)**. Fuzzy logic applications. *Analyst*, 128(11), 1304-1306.
- [20] **Takagi, T., & Sugeno, M. (1985)**. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. *IEEE transactions on systems, man, and cybernetics*, (1), 116-132.
- [21] **Tsukamoto, Y., & Terano, T. (1977)**, December). Failure diagnosis by using fuzzy logic. In 1977 IEEE Conference on Decision and Control including the 16th Symposium on Adaptive Processes and A Special Symposium on Fuzzy Set Theory and Applications (pp. 1390-1395). IEEE.
- [22] **Yedavalli, R. K. (1993)**. Robust root clustering for linear uncertain systems using generalized Lyapunov theory. *Automatica*, 29(1), 237-240.
- [23] **Jang, J. R. (1997)**. MATLAB: Fuzzy logic toolbox user's guide: Version 1. Math Works.
- [24] **Yadav, P., & Jana, A. K. (2010)**. Simulation and control of a commercial double effect evaporator: tomato juice. *Chemical Product and Process Modeling*, 5(1).
- [25] **Ziegler, J. G., & Nichols, N. B. (1942)**. Optimum settings for automatic controllers. *trans. ASME*, 64(11).
- [26] **Bequette, B. W. (2003)**. Process control: modeling, design, and simulation. Prentice Hall Professional.

[27] **Ojeda-Elizarrarás Hugo, Maya-Yescas Rafael, Hernández-Castro Salvador, Segovia-Hernández Gabriel, et al. (2013)** "Fuzzy control of a non-linear system with inverse response: Van de Vusse reaction" *International Journal of Latest Research in Science and Technology* Vol.

[28] **Trierweiler, J.O. (1996)**; A Systematic Approach to Control Structure Design, Ph.D. Thesis, Univ. Dortmund.

[29] **Wood, R. K., & Berry, M. W. (1973)**. Terminal composition control of a binary distillation column. *Chemical Engineering Science*, 28(9), 1707-1717.

[30] **Luyben, W. L. (1989)**. Process modeling, simulation and control for chemical engineers. McGraw-Hill Higher Education.

[31] **Ibrahim, H. G. (2022)**. Mathematical modeling and simulation of control strategies for continuous stirrer tank reactor. *Bangladesh Journal of Scientific and Industrial Research*, 57(3), 149-162.

[32] **Haydary, J. (2019)**. Chemical process design and simulation: Aspen Plus and Aspen Hysys applications. John Wiley & Sons.