



UNIVERSIDAD MICHOCANA DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO



DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO DE LA FACULTAD DE
INGENIERÍA CIVIL

MAESTRÍA EN INGENIERÍAS EN EL ÁREA DE LAS ESTRUCTURAS

**“Comportamiento de estructuras tipo péndulo invertido ante cargas
sísmicas y eólicas”**

T E S I S

Como requisito parcial para obtener el título de

Maestra en Ingeniería en el Área de las Estructuras

Presenta

Ing. Blanca Alicia Flores González

Director de tesis

Dr. Hugo Hernández Barrios

Morelia, Mich. mayo 2023

Resumen

Este trabajo se enfoca en obtener las ecuaciones de movimiento de estructuras clasificadas como tipo péndulo invertido, con y sin interacción suelo-estructura. Así como en comparar la respuesta lineal en la historia del tiempo de un espectacular (letrero) ante cargas simuladas de viento sinóptico y huracanado.

Las ecuaciones de movimiento desarrolladas se aplican a una columna de concreto de un puente para evaluar su respuesta en el dominio del tiempo ante cargas sísmicas. En los análisis se considera el comportamiento elástico e inelástico del material, para este último se utilizó el modelo histerético de Takeda.

Para el análisis sísmico se utilizó un registro real de un sismo producido en la ciudad de Acapulco Guerrero. Mientras que para el análisis eólico se realizaron simulaciones de viento sinóptico en las direcciones longitudinal y transversal, así como simulaciones de viento huracanado considerando sus características no gaussianas.

Los resultados obtenidos permiten comprender mejor el comportamiento dinámico de las estructuras tipo péndulo invertido, además de brindar información relevante acerca de los elementos mecánicos utilizados para diseño.

Palabras clave: péndulo invertido, simulación de viento huracanado gaussiano, simulación de viento huracanado no-gaussiano, simulaciones de viento sinóptico, interacción suelo-estructura.

Abstract

This work focuses on obtaining the equations of motion of structures classified as inverted pendulum type, with and without soil-structure interaction. As well as to compare the linear response in the time history of a spectacular (sign) to simulated synoptic and hurricane wind loads.

The equations of motion developed are applied to a concrete column of a bridge to evaluate its time domain response to seismic loads. The elastic and inelastic behavior of the material is considered in the analyses; for the latter, the Takeda hysteretic model was used.

For the seismic analysis, a real record of an earthquake in the city of Acapulco, Guerrero, was used. For the wind analysis, synoptic wind simulations were carried out in longitudinal and transverse directions, as well as hurricane wind simulations considering its non-Gaussian characteristics.

The results obtained allow a better understanding of the dynamic behavior of the inverted pendulum type structures, besides providing relevant information about the mechanical elements used for design.

Keywords: inverted pendulum, Gaussian hurricane wind simulation, non-Gaussian hurricane wind simulation, synoptic wind simulations, soil-structure interaction.

Agradecimientos

Al CONACYT, por los recursos aportados para la realización de los estudios de maestría.

A la facultad de Ingeniería Civil de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, por abrirme las puertas y permitirme ser parte de su programa de estudios.

A mi asesor, el Dr. Hugo Hernández Barrios, por compartir sus conocimientos y apoyo en la realización de este trabajo.

A Moníc, que siempre estuvo a mi lado apoyándome con su amor en momentos difíciles y dispuesta a aprender cualquier cosa con la finalidad de ayudarme.

A mi familia, papás, hermanas y hermanos que siempre han estado a mi lado en cada paso que doy.

A mis sobrinos, que son mi motivación y siempre me alegran en días difíciles.

ÍNDICE

CAPÍTULO 1. REVISIÓN DE LOS CÓDIGOS DE DISEÑO EÓLICO EXISTENTES EN MÉXICO.....	1
1.1. INTRODUCCIÓN	1
1.2. ANÁLISIS ESTÁTICO.....	2
1.2.1. Recomendaciones de diseño de las NTC-2004 y NTC-2017	2
1.2.2. Observaciones a las NTC-2017	4
1.2.3. Recomendaciones de diseño en el MDOC-1993	6
1.2.4. Recomendaciones de diseño en el MDOC-2008 y MDOC-2020	10
1.2.5. Observaciones al MDOC-2008 y MDOC-2020	17
1.2.6. Formulación del ASCE 7-16 (2017).....	21
1.2.7. Comparación de perfiles de velocidad MDOC-2020 y ASCE 7-16	26
1.2.8. Normas Técnicas Complementarias de algunos municipios de los estados de la República Mexicana	27
1.3. ANÁLISIS DINÁMICO.....	37
1.3.1. Metodologías para el cálculo del efecto dinámico en estructuras flexibles	37
1.3.2. Dominio de la frecuencia	42
1.3.3. Factor de amplificación dinámica (FAD).....	44
1.3.4. Dominio del tiempo.....	45
1.3.5. Demostración de porque debe evitar despreciarse la ráfaga del viento en una estructura rígida.	45
1.3.6. Recomendaciones de diseño de las NTC 2004 y 2017	46
1.3.7. Observaciones a las NTC-2017	49
1.3.8. Recomendaciones de diseño del MDOC-2008 y MDOC-2020	49
1.3.9. Observaciones al MDOC-2008 y MDOC-2020	55
1.3.10. Normas Técnicas Complementarias de algunos municipios de los estados de la República Mexicana	56
1.4. Conclusiones parciales	61
CAPÍTULO 2. SIMULACIÓN DE CARGAS EÓLICAS DEBIDO A VIENTO SINÓPTICO.....	62
2.1. INTRODUCCIÓN	62
2.2. SIMULACIONES DE CARGAS EÓLICAS EN LA DIRECCIÓN LONGITUDINAL.....	64
2.2.1. Velocidad media del viento.....	64
2.2.2 Espectro teórico de potencia de la velocidad longitudinal del viento	67
2.2.3 Correlación cruzada para las simulaciones de viento	76

2.2.4 Función de admitancia aerodinámica	76
2.2.5 Coeficiente de arrastre	77
2.3. TÉCNICA DE SIMULACIÓN DE REPRESENTACIÓN ESPECTRAL	79
2.4. CARGAS EÓLICAS EN LA DIRECCIÓN TRANSVERSAL	81
2.4.1 Coeficiente de levante	81
2.4.2 Número de strouhal	84
2.4.3 Modelo de correlación cruzada para las simulaciones	84
2.4.4 Espectro de potencia	85
2.4.5. Simulación por representación espectral de Shinozuka	86
2.5 RESPUESTA CARACTERÍSTICA	86
2.6. FUNCIÓN DE MODULACIÓN	87
2.7 EJEMPLOS DE APLICACIÓN	88
APÉNDICE 2A	93
APÉNDICE 2B	97
CAPÍTULO 3. SIMULACIÓN DE CARGAS EÓLICAS DEBIDO A HURACANES.....	101
3.1. INTRODUCCIÓN	101
3.2 MODELO DE VIENTO NO ESTACIONARIO	101
3.3 VELOCIDAD MEDIA	102
3.4. EXTRACCIÓN DE LA VELOCIDAD MEDIA DEL VIENTO	103
3.4.1 Método de la media móvil ponderado	103
3.4.2 Descomposición modal empírica	103
3.4.3 Expansión de Fourier incompleta	104
3.5 ESPECTRO DE POTENCIA	104
3.6 INTENSIDAD DE TURBULENCIA	105
3.7 FACTOR DE RÁFAGA	106
3.8 ESCALA DE LONGITUD INTEGRAL	106
3.9 ALTURA DE LA CAPA LÍMITE	106
3.10 ESTIMACIÓN DE VELOCIDADES DE RÁFADA POR MEDIO DEL FACTOR PICO	107
3.11 SIMULACIÓN DE HISTORIAS DE VIENTO	108
3.12. EJEMPLO DE APLICACIÓN	113
APÉNDICE 3A	117
CAPÍTULO 4. ECUACIONES DE MOVIMIENTO DE UNA ESTRUCTURA TIPO PÉNDULO INVERTIDO .	122
4.1. INTRODUCCIÓN	122

4.2. ECUACIÓN DE MOVIMIENTO DE UNA ESTRUCTURA TIPO PÉNDULO INVERTIDO	124
4.2.1. Ecuación de movimiento de la estructura tipo péndulo invertido excitada por una carga sísmica 124	
4.2.1.1 Matriz de amortiguamiento	128
4.2.1.2 Matriz de masas	129
4.2.2. Ecuación de movimiento de la estructura tipo péndulo invertido excitada por una carga eólica	134
4.2.3. Ecuación de movimiento de la estructura tipo péndulo invertido excitada por una carga sísmica considerando interacción suelo-estructura, ISE.....	134
4.2.4. Ecuación de movimiento de la estructura tipo péndulo invertido excitada por una carga eólica considerando interacción suelo-estructura, ISE	142
CAPÍTULO 5. ANÁLISIS LINEAL Y NO LINEAL DE ESTRUCTURAS TIPO PÉNDULO INVERTIDO ANTE CARGAS SÍSMICAS Y EÓLICAS	145
5.1. INTRODUCCIÓN	145
5.2. MÉTODO BETA DE NEWMARK	145
5.3. BALANCE ENERGÉTICO EN EL INTERVALO ELÁSTICO	147
5.4. BALANCE ENERGÉTICO EN EL INTERVALO INELÁSTICO.....	149
5.4.1. Modelo hysterético de Takeda	150
5.5. EJEMPLOS DE APLICACIÓN	153
5.5.1. Columna de puente con su tablero	153
5.5.1.1 Análisis sísmico.....	156
5.5.1.2 Análisis eólico	166
APÉNDICE 5A	193
CONCLUSIONES	196
REFERENCIAS.....	198

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1. Rugosidad del terreno, valor de exposición y altura gradiente, NTC-2004 y NTC-2017...	3
Figura 1.2. Formas topográficas locales. (NTC, 2004; NTC,2017).	3
Figura 1.3. Valores de la altura gradiente MDOC-1993.	9
Figura 1.5. Densidad del aire corregida para las ciudades más importantes de México.	19
Figura 1.6. Exponente de variación de la velocidad con la altura, coeficiente de rugosidad y altura gradiente para cada tipo de categoría de terreno (adaptado del ASCE 7-16 (2017)).	24
Figura 1.7. Comparación de perfiles de velocidad para ASCE 7-16 por categoría de terreno.	24
Figura 1.8. Comparación de perfiles de velocidad entre MDOC-2020 y ASCE 7-16.	27
Figura 1.9. Estructura tipo punto.	38
Figura 1.10. Respuesta en resonancia y la respuesta de fondo.	44
Figura 2.1. Componentes del vector de velocidad del viento en un punto con altura z	63
Figura 2.2. Propiedades geométricas y respuesta dinámica de una estructura tipo línea.	63
Figura 2.3. Altura gradiente.	65
Figura 2.4. Comparación de perfiles de la velocidad media del viento.	67
Figura 2.5. Componente longitudinal de la velocidad del viento.	68
Figura 2.6. Comparación de los modelos de $S_u(z, f)$, $z=50\text{m}$.	74
Figura 2.8. Comparación de los modelos teóricos de $S_u(z, f)$, $z=200\text{m}$.	75
Figura 2.9. Comparación de los modelos teóricos de $S_u(z, f)$, $z=200\text{m}$.	75
Figura 2.10. Coeficientes de arrastre para estructuras con forma prismática.	78
Figura 2.11. Función de Modulación.	88
Figura 2.12. Modelo de un letrero.	88
Figura 2.13. Nodos de simulación.	89
Figura 2.15. Comparación de historia de la respuesta de desplazamiento ante cargas de viento sinóptico, nodo 1, con y sin función de modulación.	90
Figura 2.16. Respuestas máximas en el intervalo elástico, letrero ante cargas eólicas en la dirección longitudinal y transversal.	92
Figura 2.17. Ingreso de datos para la simulación de viento longitudinal (columnas A-K).	94
Figura 2.18. Ingreso de datos para la simulación de viento longitudinal (columnas K-Q).	94

Figura 2.19. Gráfica de las simulaciones de velocidad de viento sinóptico en la dirección longitudinal.	96
Figura 2.20. Archivos de resultados de la simulación de viento sinóptico en la dirección longitudinal.	96
Figura 2.21. Ingreso de datos para la simulación de viento transversal (columnas A-G).	99
Figura 2.22. Ingreso de datos para la simulación de viento transversal (columnas H-N).	99
Figura 2.23. Archivos de resultados de la simulación de viento sinóptico en la dirección transversal.	100
Figura 2.24. Gráfica de simulaciones de fuerza de viento transversal.	100
Figura 3.1. Comparación entre simulaciones de fuerzas para viento huracanado.	114
Figura 3.2. Respuestas máximas en el intervalo elástico, letrero ante cargas eólicas de viento huracanado.	115
Figura 3.3. Ingreso de datos para la simulación de viento huracanado no gaussiano (columnas A-K).	118
Figura 3.4. Ingreso de datos para la simulación de viento huracanado no gaussiano (columnas K-Q).	118
Figura 3.5. Gráfica de las simulaciones de velocidad de viento huracanado no gaussiano.	120
Figura 3.6. Archivos de resultados de la simulación de viento huracanado no gaussiano.	121
Figura 4.2 Desplazamiento total de la estructura.	125
Figura 4.3 Grados de libertad asociados a la estructura.	127
Figura 4.4 Modelo de masas concentradas.	129
Figura 4.5 Modelo para matriz de masas consistentes.	130
Figura 4.6. Estructura tipo péndulo invertido con ISE cuando (coinciden CM y CR).	135
Figura 4.7 Estructura tipo péndulo invertido con ISE cuando no coinciden CM y CR.	138
Figura 4.8 Estructura tipo péndulo invertido con ISE sometido a una carga eólica cuando no coinciden el centro de masas y el centro de rigideces.	143
Figura 5.1. Modelo histerético por Takeda et. al (1970).	152
Figura 5.2. Modelo histerético de Takeda modificado por Otani (1974).	152
Figura 5.3. Puntos del modelo histerético de Takeda.	153
Figura 5.4. Columna de puente con su Tablero	154
Figura 5.5. Registro sísmico “San Juan de los Llanos” empleado en el análisis sísmico.	156

Figura 5.6. Fuerzas, rigideces y desplazamientos del modelo de Takeda.....	157
Figura 5.7. Espectro elástico de aceleración para el registro de “San Juan de Llanos”	157
Figura 5.10. Fuerza restauradora ante carga sísmica, “San José de los Llanos” (roca dura).	162
Figura 5.13. Fuerza restauradora ante carga sísmica, “San José de los Llanos” (suelo blando).	166
Figura 5.14. Registros eólicos empleados para el análisis ante cargas de viento.....	167
Figura 5.17. Fuerza restauradora ante cargas de viento sinóptico, columna de un puente (terreno duro).....	172
Figura 5.18. Historia de desplazamiento ante carga de viento sinóptico, columna de un puente (suelo blando)	174
Figura 5.19. Balance de energía ante cargas de viento sinóptico, columna de un puente (suelo blando).	175
Figura 5.20. Fuerza restauradora ante cargas de viento sinóptico, columna de un puente (suelo blando)	176
Figura 5.21. Historia de desplazamiento ante carga de viento huracanado gaussiano, columna de un puente (suelo blando)	178
Figura 5.22. Balance de energía ante cargas de viento huracanado gaussiano, columna de un puente (suelo blando).	179
Figura 5.23. Fuerza restauradora ante cargas de viento huracanado gaussiano, columna de un puente (suelo blando).	180
.....	183
Figura 5.26. Fuerza restauradora ante cargas de viento huracanado no gaussiano, columna de un puente (suelo blando).	184
Figura 5.28. Historia de desplazamiento en el intervalo inelástico de la columna con su tablero considerada con 2GDL sin ISE ante cargas simuladas de viento (suelo blando).	186
Figura 5.29. Balance de energía en el intervalo elástico de la columna con su tablero considerada con 2GDL sin ISE ante cargas simuladas de viento.....	187
Figura 5.30. Balance de energía en el intervalo inelástico de la columna con su tablero considerada con 2GDL sin ISE ante cargas simuladas de viento.....	188
Figura 5.31. Historia de desplazamiento en el intervalo elástico de la estructura considerada con 2GDL con ISE ante cargas simuladas de viento.	189
Figura 5.32. Historia de desplazamiento en el intervalo inelástico de la estructura considerada con 2GDL con ISE ante cargas simuladas de viento.	190
Figura 5.34. Balance de energía en el intervalo inelástico de la estructura considerada con 2GDL con ISE ante cargas simuladas de viento.....	192

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1.1 Velocidades medias registradas para un periodo de retorno de 50 años. (MDOC, 1993; MDOC, 2020).....	1
Tabla 1.2 Velocidades medias registradas para un periodo de retorno de 200 años. (MDOC, 1993; MDOC, 2020).....	2
Tabla 1.3. Factor de topografía F_{TR} y rugosidad del terreno. (NTC, 2004; NTC,2017).....	4
Tabla 1.4. Valores de los factores de corrección de la densidad del aire. (MDOC, 2020).	5
Tabla 1.5. Categorías del terreno según su rugosidad. (MDOC, 1993).	7
Tabla 1.6. Clase de estructuras según su tamaño. (MDOC, 1993).	8
Tabla 1.7. Factor de tamaño F_c . (MDOC, 1993).	8
Tabla 1.8. Factor de topografía local, F_T . (MDOC, 1993).	8
Tabla 1.9. Valores de α y δ MDOC . (MDOC, 1993).	9
Tabla 1.10. Clasificación de las estructuras según su importancia. (MDOC, 2008).	11
Tabla 1.11. Clasificación de las estructuras según su importancia. (MDOC, 2020).	11
Tabla 1.11. Clasificación de las estructuras según su importancia. (MDOC, 2020). (continuación).	12
Tabla 1.12. Categorías del terreno según su rugosidad. (MDOC, 2008).	13
Tabla 1.13. Categorías del terreno según su rugosidad. (MDOC, 2020).	13
Tabla 1.13. Categorías del terreno según su rugosidad. (MDOC, 2020). (continuación).....	14
Tabla 1.14. Factores de topografía local, F_T . (MDOC, 2008; MDOC, 2020).	14
Tabla 1.15. Valores de α , δ y c . (MDOC, 2008).	15
Tabla 1.16. Valores de α , δ y c . (MDOC,2020).	15
Tabla 1.17. Valores del coeficiente correctivo de la densidad del aire. (MDOC, 1993; MDOC, 2008; MDOC, 2020).	18
Tabla 1.18. Factor de corrección de la densidad del aire. (Haithman et al., 2016).	20
Tabla 1.19. Valores de densidad del aire ambiente. (INTI, CIRSOC, 2005).	20
Tabla 1.19. Valores de densidad del aire ambiente, (INTI, CIRSOC, 2005). (continuación).....	21
Tabla 1.20. Constantes de exposición del terreno ASCE/SEI 7-16.	22
Tabla 1.21. Coeficiente de variación de la velocidad con la altura y altura gradiente (adaptado del ASCE 7-16 (2017)).	23
Tabla 1.22. Constantes de exposición ASCE 7-16 (2017).	25

Tabla 1.23. Resumen de algunos aspectos básicos de las Normas y Reglamentos revisados en este trabajo.	34
Tabla 1.24. Tiempos de promediación para distintos códigos nacionales e internacionales.	37
Tabla 1.25. Clasificación de las estructuras de acuerdo con su respuesta ante la acción del viento (NTC, 2004; NTC, 2017).	47
Tabla 1.26. Valores de los parámetros $\bar{d}$, α' , z_0 y z_{min} . (NTC, 2004; NTC. 2017).	48
Tabla 1.27. Valores del factor F'_{TR} . (NTC,2004; NTC, 2017).	48
Tabla 1.28. Clasificación de las estructuras de acuerdo con su respuesta ante la acción del viento. (MDOC, 2008).	50
Tabla 1.29. Clasificación de las estructuras de acuerdo con su respuesta ante la acción del viento. (MDOC, 2020).	51
Tabla 1.30. Parámetros $\bar{b}$ y α' .(MDOC, 2008).	53
Tabla 1.31 Parámetros $\bar{b}$ y α' . (MDOC, 2020).	53
Tabla 1.32. Valores de los parámetros $\bar{d}$, z_0 , z_{min} y, $\bar{\alpha}$. (MDOC, 2008).	54
Tabla 1.33. Valores de los parámetros $\bar{d}$, z_0 , z_{min} , z_{max} y $\bar{\alpha}$. (MDOC, 2020).	55
Tabla 1.34. Clasificación de las estructuras ante la acción del viento, Morelia, Michoacán.	58
Tabla 2.1. Rugosidad del terreno	66
Tabla 2.2. Rugosidades de materiales.	82
Tabla 2.3. Vórtices alternantes alrededor de una sección transversal cilíndrica.	83
Tabla 2.4. Viscosidad cinemática del aire.	83
Tabla 2.5. Valores de C_z para la correlación de fuerzas transversales eólicas para edificios con sección transversal rectangular constante.	85
Tabla 2.6. Propiedades de los nodos.	89
Tabla 2.7. Respuesta máxima (viento sinóptico longitudinal).	90
Tabla 2.8. Respuesta máxima (viento sinóptico transversal).	91
Tabla 2.9. Elección del espectro.	95
Tabla 2.10. Elección para el cálculo de los parámetros estadísticos.	95
Tabla 2.11. Elección la función de admitancia aerodinámica.	95
Tabla 3.1. Coeficientes para el espectro de potencia de Yu <i>et al.</i> (2008).	105

Tabla 3.2. Respuesta máxima del letrero (viento huracanado considerado como gaussiano y simulado con la metodología descrita en Lorenzo <i>et al.</i> (2020)).	114
Tabla 3.3. Respuesta máxima del letrero (viento huracanado considerado como sinóptico y simulado con la metodología descrita en el capítulo 2).	114
Tabla 3.4. Respuesta máxima del letrero (viento huracanado considerado como no-gaussiano y simulado con la metodología descrita en el apartado 3.10).	114
Tabla 3.5. Elección del espectro para la simulación de viento huracanado no gaussiano.	119
Tabla 3.6. Elección para cálculo de los parámetros estadísticos para la simulación de viento huracanado no gaussiano.	119
Tabla 3.7. Elección la función de admitancia aerodinámica para la simulación de viento huracanado no gaussiano.	119
Tabla 5.1. Datos de la columna del puente.	153
Tabla 5.2. Respuestas máximas en el intervalo elástico ante carga sísmicas, columna y tablero de un puente. (terreno duro).	158
Tabla 5.3. Respuesta máximas en el intervalo inelástico ante carga sísmicas, columna de un puente (suelo duro).	159
Tabla 5.4. Respuestas máximas en el intervalo elástico ante carga sísmicas, columna y tablero de un puente (suelo blando).	162
Tabla 5.5. Respuestas máximas en el intervalo inelástico ante carga sísmicas, columna y tablero de un puente (suelo blando).	163
Tabla 5.6. Valores de fuerzas rigideces y desplazamientos para el modelo de Takeda, cargas eólicas.	168
Tabla 5.7. Respuesta máximas en el intervalo elástico ante carga de viento sinóptico, columna de un puente (terreno duro).	168
Tabla 5.8. Respuesta máximas en el intervalo inelástico ante carga de viento sinóptico, columna de un puente (terreno duro).	169
Tabla 5.9. Respuesta máximas en el intervalo elástico ante carga de viento sinóptico, columna de un puente (suelo blando).	172
Tabla 5.10. Respuesta máximas en el intervalo inelástico ante carga de viento sinóptico, columna de un puente (suelo blando).	173
Tabla 5.11. Respuesta máximas en el intervalo elástico ante carga de viento huracanado gaussiano, columna de un puente (suelo blando).	176
Tabla 5.12. Respuesta máximas en el intervalo inelástico ante carga de viento huracanado gaussiano, columna de un puente (suelo blando).	177

Tabla 5.13. Respuesta máximas en el intervalo elástico ante carga de viento huracanado no gaussiano.....	180
Tabla 5.14. Respuesta máximas en el intervalo inelástico ante carga de viento huracanado no gaussiano.....	181
Tabla 5.15 Comparación de elementos mecánicos en la base de la columna sin considerar masa de la pila ni efectos por carga axial.	194
Tabla 5.16 Comparación de los efectos en la base de la columna considerando masa de la pila y efectos por carga axial.	195

CAPÍTULO 1

REVISIÓN DE LOS CÓDIGOS DE DISEÑO EÓLICO EXISTENTES EN MÉXICO

1.1. INTRODUCCIÓN

A nivel nacional existen normas y reglamentos en lo que respecta a la ingeniería eólica, actualmente para la CDMX son las Normas Técnicas Complementarias, NTC, mientras que para lo que resta de la República Mexicana es el Manual de diseño de Obras Civiles de la Comisión Federal de Electricidad, MDOC. En las normas y reglamentos mencionados, el análisis de estructuras que están sometidas a la acción del viento se divide en análisis estático y análisis dinámico. En este capítulo se revisarán las referencias nacionales, (NTC, 2017; MDOC, 2020), y se compararán con las normas municipales en el interior del país, así como con códigos internacionales.

La demanda de la excitación eólica en México se ha incrementado, ya que registros de velocidades de viento obtenidos recientemente indican un incremento del orden del 30% con respecto a las registradas hace 25 años, principalmente en las zonas de generación de huracanes. Este incremento de velocidades se debe principalmente al aumento de la temperatura en los mares y en las capas atmosféricas, causado por el calentamiento global de la Tierra. En la Tabla 1.1 se muestran las velocidades medias del viento registradas en algunas ciudades de México contenidas en el MDOC (1993) y en el MDOC(2020), para un periodo de retorno de 50 años y su incremento en términos de porcentaje. En la Tabla 1.2 se muestran las mismas relaciones, pero para un periodo de retorno de 200 años. Como se observa en la Tabla 1.1 en Tepic, Nayarit, el incremento de velocidades medias es del 30% para un periodo de retorno de 50 años; y en la Tabla 2, para Cozumel, Quintana Roo, del 33% para un periodo de retorno de 200 años.

Año con año, durante los meses de mayo a diciembre, la República Mexicana se ve afectada por la incidencia de fuertes vientos en las zonas costeras del Golfo de México y del Pacífico. Los municipios ubicados en esas zonas geográficas sufren de pérdidas económicas y de fallas estructurales debido a la incidencia del viento, por lo que es necesario que las Normas y Reglamentos con los que se regula el diseño eólico estén actualizados, sean transparentes y de relativa facilidad de aplicación para sus ingenieros estructuralistas.

Tabla 1.1 Velocidades medias registradas para un periodo de retorno de 50 años. (MDOC, 1993; MDOC, 2020).

División política	Municipio	MDOC (2020)	MDOC (1993)	Incremento, (%)
		Velocidad (km/h)		
Nayarit	Tepic	132.50	102.00	29.90
Quintana Roo	Cozumel	198.70	158.00	25.76
Coahuila	Piedras Negras	193.60	155.00	24.90
San Luis Potosí	Río Verde	137.12	111.00	23.53
Michoacán	Morelia	108.10	92.00	17.50

Tabla 1.2 Velocidades medias registradas para un periodo de retorno de 200 años. (MDOC, 1993; MDOC, 2020).

División política	Municipio	MDOC (2020)	MDOC (1993)	Incremento, (%)
		Velocidad (km/h)		
Nayarit	Tepic	148.80	115.00	29.39
Quintana Roo	Cozumel	245.50	185.00	32.70
Coahuila	Piedras Negras	209.10	168.00	24.46
San Luis Potosí	Río Verde	155.12	130.00	19.32
Michoacán	Morelia	120.50	102.00	18.14

1.2. ANÁLISIS ESTÁTICO

1.2.1. Recomendaciones de diseño de las NTC-2004 y NTC-2017

Las normas técnicas complementarias para Diseño por Viento del Distrito Federal en su versión 2004, NTC-2004, y las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Viento de la Ciudad de México en su versión 2017, NTC- 2017, establecen que la velocidad regional, V_R , propuesta para la Ciudad de México, incluye el efecto de ráfaga. Considerar este efecto implica tomar el valor máximo de la velocidad media durante un intervalo de tres segundos. La velocidad de diseño se calcula con

$$V_D = F_\alpha F_{TR} V_R \text{ en (m/s)} \quad (1.1)$$

donde F_α es el factor de variación de la velocidad con la altura y que puede calcularse con las siguientes expresiones

$$F_\alpha = 1 \text{ si } z \leq 10m \quad (1.2)$$

$$F_\alpha = \left(\frac{z}{10} \right)^\alpha \text{ si } 10m < z < \delta \quad (1.3)$$

$$F_\alpha = \left(\frac{\delta}{10} \right)^\alpha \text{ si } z \geq \delta \quad (1.4)$$

donde δ es la altura gradiente; α es el exponente que determina la forma de la variación de la velocidad con la altura y se obtiene de la figura 1.1.

El factor de topografía F_{TR} , se obtiene en función de la rugosidad del terreno de los alrededores de la estructura a diseñar y se obtiene de la figura 1.2 y con la Tabla 1.3.

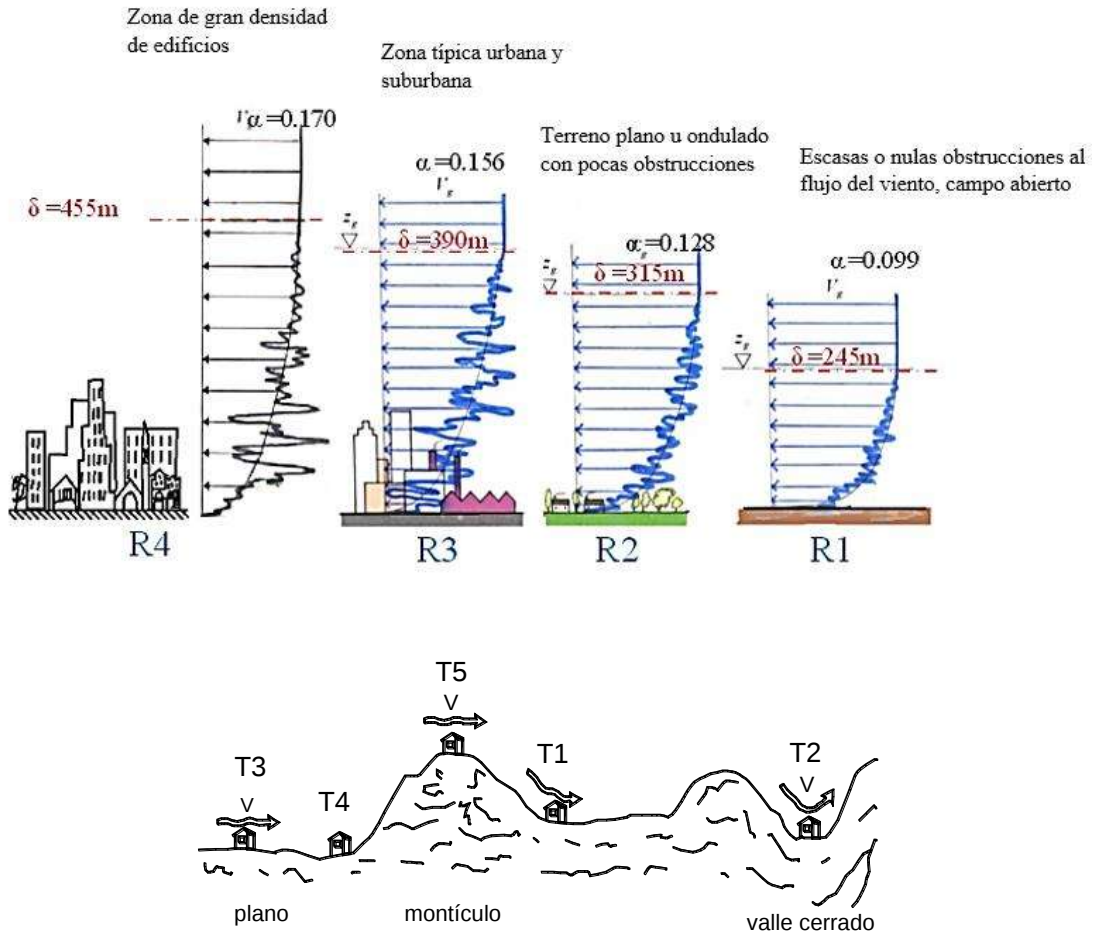


Figura 1.2. Formas topográficas locales. (NTC, 2004; NTC,2017).

La presión de diseño se obtiene en el sistema de unidades internacional con

$$p_z = 0.47C_p V_D^2 \text{ en Pa} \quad (1.5)$$

y en el sistema métrico con

$$p_z = 0.048C_p V_D^2 \text{ en kg/m}^2 \quad (1.6)$$

donde C_p es el coeficiente de presión local que depende de la forma de la estructura y V_D es la velocidad de diseño en m/s.

Tabla 1.3. Factor de topografía F_{TR} y rugosidad del terreno. (NTC, 2004; NTC,2017).

Tipos de topografía	Rugosidad de terrenos en alrededores, Terreno Tipo			
	R1	R2	R3	R4
T1 Base protegida de promontorios y faldas de serranías del lado de sotavento	1.0	0.80	0.70	0.66
T2 Valles cerrados	1.0	0.90	0.79	0.74
T3 Terreno prácticamente plano, campo abierto, ausencia de cambios topográficos importantes, con pendientes menores de 5 % (normal)	1.0	1.00	0.88	0.82
T4 Terrenos inclinados con pendientes entre 5 y 10 %	1.0	1.10	0.97	0.90
T5 Cimas de promontorios, colinas o montañas, terrenos con pendientes mayores de 10 %, cañadas o valles cerrados	1.0	1.20	1.06	0.98

1.2.2. Observaciones a las NTC-2017

Las ecuaciones 1.2 a 1.4 representan la función exponencial de la de la variación de la velocidad con la altura para una velocidad promediada a 3 segundos. Según el Eurocódigo y el MDOC (2020) la formulación exponencial para representar la variación de la velocidad con la altura sólo es válida para máximo 200 m de alto. Se puede observar que la ecuación 1.4, deja de tener validez, ya que solo se aplicará en caso de que $z \geq \delta$, es decir, para valores de referencia de $z \geq 245m$ para terreno tipo R1, $z \geq 315m$ para terreno tipo R2; $z \geq 390m$ para terreno tipo R3; y de $z \geq 455m$ para terreno tipo R4. Por lo que no aplica en ningún caso.

Considerando un valor de la densidad del aire promedio a nivel del mar y a 15°C

$$\rho = 1.225 \text{ kg/m}^3 \quad (1.7)$$

la presión del viento, denominada en el MDOC (1993), MDOC (2008) y MDOC (2020) como presión dinámica de base se calcula con

$$q_z = \frac{1}{2}(\rho G)V_D^2 \quad (1.8)$$

donde G es un factor correctivo (adimensional) de la densidad del aire debido a la contaminación, que puede calcularse con cualesquiera de las siguientes ecuaciones

$$G_1 = \frac{8 + h_m}{8 + 2h_m} \quad (1.9)$$

donde h_m es la altitud del sitio sobre el nivel del mar en metros (ASNM), o

$$G_2 = \frac{0.392\Omega}{273 + \tau} \quad (1.10)$$

donde Ω es la presión barométrica en mm de mercurio (mm de Hg) y τ es la temperatura media del sitio en grados celsius. Para el caso de la Ciudad de México en la Tabla 1.4 se registran los valores de la altura sobre el nivel del mar, la presión barométrica y las temperaturas medias anuales

máximas y mínimas, para las 16 alcaldías que forman la Ciudad de México. Con esos valores se calcularon los factores correctivos de la densidad del aire con las ecuaciones 1.9 y 1.10.

Tabla 1.4. Valores de los factores de corrección de la densidad del aire. (MDOC, 2020).

Alcaldía	ASNM (m)	G_1	Ω mm de Hg	G_2	
				τ (22°C)	τ (5°C)
Benito Juárez	2,242	0.8204	583.06	0.7747	0.8372
Álvaro Obregón	2,373	0.8138	573.89	0.7622	0.8241
Xochimilco	2,240	0.8205	583.20	0.7745	0.8377
Azcapotzalco	2,240	0.8205	583.20	0.7745	0.8377
Coyoacán	2,240	0.8205	583.20	0.7745	0.8377
Cuajimalpa	2,711	0.7980	550.23	0.7308	0.7901
Cuauhtémoc	2,230	0.8210	583.90	0.7754	0.8377
Gustavo A. Madero	2,240	0.8205	583.20	0.7745	0.8375
Iztacalco	2,235	0.8208	583.90	0.7745	0.8377
Iztapalapa	2,278	0.8186	580.54	0.7709	0.8337
Magdalena Contreras	2,510	0.8072	564.30	0.7494	0.8103
Miguel Hidalgo	2,250	0.8200	582.50	0.7736	0.8364
Milpa Alta	3,300-3,600	0.774-0.764	509-495	0.6760-0.6574	0.7309-0.7108
Tláhuac	2,220	0.8226	584.46	0.7762	0.8533
Tlalpan	2,294	0.8177	579.42	0.7699	0.8320
Venustiano Carranza	2,240	0.8205	583.20	0.7745	0.8377

Los valores promedios de los factores de corrección para las alcaldías son: $G_1 = 0.80$ y de $G_2 = 0.77$ para una temperatura máxima anual de 22°C y $G_2 = 0.80$ para una temperatura mínima anual de 5°C. Por lo anterior, al sustituir en la ecuación 1.8 un valor de $G_2 = 0.77$ para la Ciudad de México, se tiene que

$$q_z = \frac{1}{2}(0.77\rho)V_D^2 \quad (1.11)$$

Si se considera que $\rho = 1.225 \text{ kg/m}^3$, la presión del viento es

$$q_z = \frac{1}{2}(0.77)(1.225 \text{ kg/m}^3)V_D^2 \quad (1.12)$$

considerando que la velocidad de diseño se expresa en m/s en las NTC (2017), se tiene

$$q_z = 0.4716V_D^2 \text{ en } \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)\left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = \left(\frac{\text{kg}}{\text{ms}^2}\right) = \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = \text{Pa} \quad (1.13)$$

en términos de presión dinámica de base

$$q_z = 0.47C_p V_D^2 \text{ en Pa} \quad (1.14)$$

que corresponde a la ecuación 1.5, ya que el coeficiente de presión es adimensional.

En la revisión de las NTC-2017 no se encontraron referencias para demostrar que la densidad del aire fue medida al mismo tiempo que las velocidades medias regionales, como para asegurar que efectivamente el valor medio correctivo es de 0.77 del real. Por lo que se intuye que sólo se realizó el análisis estadístico de las velocidades y no de las densidades. Otro factor importante es que de la Tabla 1.2, todos los valores correctivos son menores de la unidad. Para mantener la seguridad en la estructura debe evitar utilizarse el factor correctivo de la densidad, tal y como lo hacen una gran cantidad de códigos internacionales. Por otro lado, en la versión 1993 del MDOC en la página 1.4.24 dice:

y también presenta cambios si la masa de aire contiene otras partículas a altos grados de contaminación, a condiciones de arrastre de polvos, o a gotas de lluvia en regiones donde ocurren fuertes tormentas o huracanes. Estas condiciones son despreciables para fines de aplicación práctica; sin embargo, el valor de la densidad suele incrementarse localmente, como el caso del Reglamento de Construcciones del Distrito Federal...si se desea tomar en cuenta este cambio de densidad, se recomienda incrementar un 10% el valor de 0.0048 que aparece en el cálculo de la presión dinámica de base. (MDOC, 1993).

Según el texto anterior, hay dos inconsistencias en las NTC (2017). Primero, no se aclara que valor correctivo de la densidad del aire considera; tampoco menciona si el valor correctivo se toma de otra referencia como el MDOC. Por lo tanto, es pertinente especificar cómo y de dónde se obtienen los valores correctivos de la densidad del aire. Por otro lado, como se menciona en el MDOC (1993), la densidad del aire debiera incrementarse en un 10% y no reducirse en un 23% como lo hace la NTC (2017).

Por tanto, los reglamentos o normas técnicas de los estados de la República Mexicana que utilicen las ecuaciones 1.5 o 1.6 para calcular la presión del viento estarán considerando erróneamente la presión al corregir la densidad del aire con un valor ajeno al de su ubicación geográfica. Peor aún, si en esas normas se utilizan velocidades regionales en km/h y no se convierten a m/s; o si además de usar la expresión 1.5 o 1.6 todavía se “corrige” la densidad del aire.

Las ecuaciones transparentes para el cálculo de la presión dinámica son, en el sistema internacional

$$q_z = 0.6125C_p V_D^2 \quad \text{en } Pa \quad (1.15)$$

$$q_z = 0.06243C_p V_D^2 \quad \text{en } kg/m^2 \quad (1.16)$$

en donde la velocidad de diseño está en m/s y no se considera un factor correctivo de la densidad del aire, como se comentará más adelante.

Además, se observa que no existe un factor que represente la amplificación de carga dinámica sobre las estructuras rígidas, ver apartado 1.3.1.4. En la mayoría de los reglamentos internacionales, incluso en el ASCE 7-16 (2017) como se verá más adelante, se utiliza un factor efectivo de carga que amplifica la carga dinámica. Si ese factor efectivo para el ASCE 7-16 es menor de la unidad no importa, ya que matemáticamente debe existir y, como se demostrará más adelante, es un factor que influye notablemente en la respuesta dinámica.

1.2.3. Recomendaciones de diseño en el MDOC-1993

El Manual de Diseño por Viento de la Comisión Federal de Electricidad en su versión 1993, MDOC-1993, considera una densidad del aire a 15°C y a nivel del mar (1.013 bar) de

$$\rho = 1.2255 \text{ en } kg/m^3 \quad (1.17)$$

El manual establece cuatro tipos de terrenos según su rugosidad, Tabla 1.5 y tres clases de estructuras según su tamaño, Tabla 1.6, según la clase de estructura se determina el factor de tamaño F_c , Tabla 1.7.

Tabla 1.5. Categorías del terreno según su rugosidad. (MDOC, 1993).

Categoría	Descripción	Ejemplos	Limitaciones
1	Terreno abierto prácticamente plano y sin obstrucciones.	Franjas costeras planas, zonas de pantanos, campos aéreos, pastizales y tierras de cultivo sin setos o bardas alrededor. Superficies nevadas planas.	La longitud mínima de este tipo de terreno en la dirección del viento debe ser de 2000 m o de 10 veces la altura de la construcción por diseñar, la que sea mayor.
2	Terreno plano u ondulado con pocas obstrucciones.	Campos de cultivo o granjas con pocas obstrucciones tales como setos o bardas alrededor, árboles y construcciones dispersas.	Las obstrucciones tienen alturas de 1.5 a 10 m en una longitud mínima de 1500 m.
3	Terreno cubierto por numerosas obstrucciones largas, altas y estrechamente espaciadas	Áreas urbanas, suburbanas y de bosques, o cualquier terreno con numerosas obstrucciones estrechamente espaciadas. El tamaño de construcciones corresponde al de casas y viviendas.	Las obstrucciones presentan alturas de 3 a 5 m. La longitud mínima de este tipo de terreno en la dirección del viento debe ser de 500 m o 10 veces la altura de la construcción, la que sea mayor.
4	Terreno con numerosas obstrucciones largas, altas y estrechamente espaciadas.	Centro de grandes ciudades y complejos industriales bien desarrollados.	Por lo menos el 50% de los edificios tiene una altura mayor que 20 m. Las obstrucciones miden de 10 a 30 m de altura. La longitud mínima de este tipo de terreno en la dirección del viento debe ser la mayor entre 400 m y 10 veces la altura de la construcción.

La velocidad de diseño se determina con

$$V_D = F_T F_c F_{rz} V_R \quad \text{en km/h} \quad (1.18)$$

donde la velocidad regional se considera en terreno Tipo 2 a 10 m de altura promediada a 3s, dada en mapas de iguales velocidades en km/h, para diferentes periodos de retorno. El factor de topografía F_T se determina según la Tabla 1.8.

Tabla 1.6. Clase de estructuras según su tamaño. (MDOC, 1993).

Clase	Descripción
A	Todo elemento de recubrimiento de fachadas, de ventanerías y de techumbres y sus respectivos sujetadores. Todo elemento estructural aislado, expuesto directamente a la acción del viento. Asimismo, todas las construcciones cuya mayor dimensión, ya sea horizontal o vertical, sea menor de 20 m.
B	Todas las construcciones cuya mayor dimensión, ya sea horizontal o vertical, varíe entre 20 y 50 m.
C	Todas las construcciones cuya mayor dimensión, ya sea horizontal o vertical, sea mayor de 50 m

Tabla 1.7. Factor de tamaño F_c . (MDOC, 1993).

Clase de estructura	F_c
A	1.0
B	0.95
C	0.90

Y para calcular el factor de rugosidad y altura, F_{rz} , se proponen las expresiones

$$F_{rz} = 1.56 \left(\frac{10}{\delta} \right)^\alpha \quad \text{si } z \leq 10m \quad (1.19)$$

$$F_{rz} = 1.56 \left(\frac{z}{\delta} \right)^\alpha \quad \text{si } 10m < z < \delta \quad (1.20)$$

$$F_{rz} = 1.56 \quad \text{si } z \geq \delta \quad (1.21)$$

donde δ es la altura gradiente; α es el exponente que determina la forma de la variación de la velocidad con la altura y se obtienen de la Tabla 1.9 y Figura 1.3.

Tabla 1.8. Factor de topografía local, F_T . (MDOC, 1993).

Sitios	Topografía	F_T
Protegidos	Base de promontorios y faldas de serranías del lado sotavento.	0.8
	Valles serrados.	0.9
Normales	Terreno prácticamente plano, campo abierto, ausencia de campos topográficos importantes, con pendientes menores del 5%.	1.0
Expuestos	Terrenos inclinados con pendientes entre 5 y 10%, valles abiertos y litorales planos.	1.1
	Cimas de promontorios, colinas o montañas, terrenos con pendientes mayores que 10%, cañadas cerradas y valles que formen un embudo o cañón, islas.	1.2

Tabla 1.9. Valores de α y δ MDOC . (MDOC, 1993).

Categoría de terreno	α			δ (m)
	Clase de estructura			
	A	B	C	
1	0.099	0.101	0.105	245
2	0.128	0.131	0.138	315
3	0.156	0.160	0.171	390
4	0.170	0.177	0.193	455

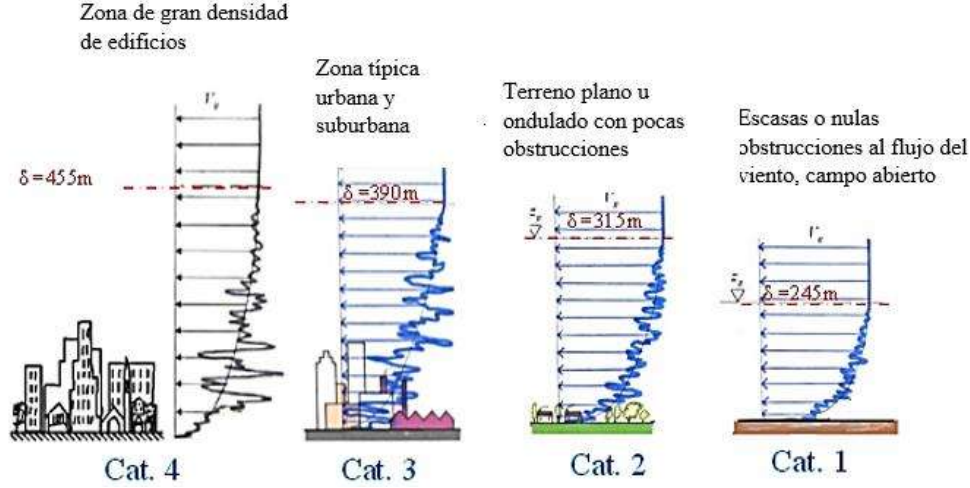


Figura 1.3. Valores de la altura gradiente MDOC-1993.

La justificación de la constante 1.56 en las ecuaciones 1.19 a 1.21 según el MDOC (1993), es que los perfiles de velocidades son válidos para terreno categoría 2, y suponiendo que a una altura gradiente la intensidad de la velocidad es la misma, para un terreno categoría “n”, se determina con

$$V_{\delta_n} = V_{\delta_2} \quad (1.22)$$

de donde

$$V_{z_n} \left(\frac{\delta_n}{z_n} \right)^{\alpha_n} = V_{10} \left(\frac{\delta_2}{10} \right)^{\alpha_2} \quad (1.23)$$

despejando para una constante de categoría “n”

$$V_{z_n} = V_{10} \left(\frac{\delta_2}{10} \right)^{\alpha_2} \left(\frac{z_n}{\delta_n} \right)^{\alpha_n} \quad (1.24)$$

Según en MDOC (1993) para una categoría de terreno 2

$$\left(\frac{\delta_2}{10} \right)^{\alpha_2} = \left(\frac{315}{10} \right)^{0.128} \doteq 1.56 \quad (1.25)$$

Sustituyendo la Ecuación 1.25 en la ecuación 1.24

$$V_{z_n} = 1.56 \left(\frac{z_n}{\delta_n} \right)^{\alpha_n} V_{10} \quad (1.26)$$

La denominada presión dinámica de base se calcula en el sistema métrico de unidades con

$$p_z = 0.0048 G V_D^2 \quad \text{en kg/m}^2 \quad (1.27)$$

donde se corrige la densidad del aire por medio del factor

$$G_2 = \frac{0.392 \Omega}{273 + \tau^0}, \text{ adimensional} \quad (1.28)$$

donde Ω es la presión barométrica en mm de mercurio (mm de Hg) y τ es la temperatura media del sitio en grados Celsius. Y en forma optativa

$$G_1 = \frac{8 + h_m}{8 + 2h_m}, \text{ adimensional} \quad (1.29)$$

y el término

$$\frac{1}{2} \rho = \frac{1.2255 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} (10^6)}{2 (9.81 \text{ m/s}^2) (3,600 \text{ s})^2} = 0.0048 \frac{\text{kg h}^2}{\text{m}^2 \text{ km}^2} \quad (1.30)$$

es producto de una serie de conversiones de unidades para facilitarle al diseñador la compatibilidad de unidades, ya que la velocidad de diseño está definida en km/h.

1.2.4. Recomendaciones de diseño en el MDOC-2008 y MDOC-2020

En el Manual de Diseño de Obras Civiles, Diseño por Viento, MDOC-2008 y el Manual de Diseño de Obras Civiles, Diseño por viento, capítulo C.1.4 MDOC-2020 se considera una densidad del aire a 15°C y a nivel del mar (1.013 bar) de

$$\rho = 1.2255 \text{ en kg/m}^3 \quad (1.31)$$

La clasificación de la estructura según su grupo de importancia en el MDOC (2008) puede ser del grupo A al grupo C, en el MDOC (2020) del grupo A+ a C, Tablas 1.10 y 1.11, respectivamente.

En el MDOC (2008) y en el MDOC (2020) la clasificación de la estructura según su importancia solo es, para definir la velocidad regional de acuerdo con diferentes valores del periodo de retorno.

La categoría del terreno según su rugosidad se define como Categoría 1 a 4, de forma similar en ambas referencias (MDOC, 2008; MDOC, 2020) Tablas 1.12 y 1.13, respectivamente.

Tabla 1.10. Clasificación de las estructuras según su importancia. (MDOC, 2008).

Grupo	Descripción
A	Estructuras con un grado de seguridad elevado. Se incluyen en este grupo aquéllas cuya falla cause la pérdida de un número importante de vidas, o perjuicios económicos o culturales excepcionalmente altos; las construcciones y depósitos cuya falla implique un peligro significativo por almacenar o contener sustancias tóxicas o inflamables; las construcciones cuyo funcionamiento es imprescindible y debe continuar después de la ocurrencia de vientos fuertes y las construcciones cuya falla impida la operación de plantas termoeléctricas, hidroeléctricas y nucleares. Ejemplos de estas estructuras son: áreas de reunión con capacidad mayor que doscientas personas (salas de espectáculos, auditorios y centros de convenciones), locales y cubiertas que alojen equipo especialmente costoso, museos, templos, estadios, terminales de distribución de hidrocarburos, centrales telefónicas e inmuebles de telecomunicaciones principales, estaciones terminales de transporte, estaciones de bomberos, de rescate y de policía, hospitales e inmuebles médicos con áreas de urgencias, centros de operación en situaciones de desastre, escuelas, chimeneas, subestaciones eléctricas.
B	Estructuras para las que se recomienda un grado de seguridad moderado. Se clasifican en este grupo las que, al fallar, generan baja pérdida de vidas humanas y que ocasionan daños materiales de magnitud intermedia; aquéllas cuya falla por viento pueda poner en peligro a otras de este grupo o del anterior; las construcciones que forman parte de plantas generadoras de energía y que, al fallar, no paralizarían el funcionamiento de la planta. Ejemplos de estructuras en este grupo son: plantas industriales, subestaciones eléctricas de menor importancia que las del Grupo A, bodegas ordinarias, gasolineras (excepto los depósitos exteriores de combustibles pertenecientes al Grupo A), comercios, restaurantes, casas para habitación, viviendas, edificios de apartamentos u oficinas, hoteles, bardas cuya altura sea mayor que 2.5 metros. También pertenecen: salas de reunión y espectáculos, estructuras de depósitos urbanas o industriales, no incluidas en el Grupo A. Los recubrimientos, tales como cancelerías y elementos estructurales que formen parte de las fachadas, pertenecerán a este grupo siempre y cuando no causen daños corporales o materiales importantes al desprenderse, en caso contrario, se analizarán como pertenecientes al Grupo A.
C	Estructuras para las que se recomienda un grado de seguridad bajo. Son aquéllas cuya falla no implica graves consecuencias, ni causa daños a construcciones de los Grupos A y B. Abarca estructuras o elementos temporales con vida útil menor que tres meses, bodegas provisionales, cimbras, carteles, muros aislados y bardas con altura menor o igual que 2.5 metros. Las provisiones necesarias para la seguridad durante la construcción de estructuras se evaluarán para la importancia de este grupo.

Tabla 1.11. Clasificación de las estructuras según su importancia. (MDOC, 2020).

Grupo	Descripción
A+	Las estructuras de gran importancia son aquellas en que se requiere un grado de seguridad extremo, ya que su falla causaría cientos o miles de víctimas, así como graves pérdidas, daños económicos, culturales, ecológicos y sociales. Ejemplos de estructuras de importancia extrema son las estructuras fundamentales, tales como las existentes dentro de las plantas nucleares, termoeléctricas, hidroeléctricas, de hidrocarburos, entre otras.

Tabla 1.11. Clasificación de las estructuras según su importancia. (MDOC, 2020). (continuación)

Grupo	Descripción
A	Estructuras en las que se requiere un grado de seguridad alto. Construcciones cuya falla causaría la pérdida de un número elevado de vidas o pérdidas económicas, daños ecológicos o culturales, científicos o tecnológicos de magnitud excepcionalmente alta, o que constituyan un peligro significativo por contener sustancias tóxicas o inflamables, así como construcciones cuyo funcionamiento sea esencial después de la ocurrencia de vientos fuertes. Ejemplos de ellas son las estructuras fundamentales tales como aerogeneradores y pantas solares; otros ejemplo son áreas de reunión con capacidad mayor que doscientas personas (por ejemplo, salas de espectáculos, auditorios y centros de convenciones), locales y cubiertas que alojen equipo especialmente costoso, museos, templos, estadios, terminales de distribución de hidrocarburos, centrales telefónicas e inmuebles de telecomunicaciones principales, estaciones terminales de transporte, estaciones de bomberos, de rescate, y de policía, hospitales e inmuebles médicos con áreas de urgencias, centros de operación para situaciones de desastre, escuelas, subestaciones eléctricas.
B	Estructuras en las que se requiere un grado de seguridad moderado. Construcciones cuya falla ocasionaría la pérdida de un número reducido de vidas, pérdidas económicas moderadas, o pondría en peligro otras construcciones de este grupo y/o causaría daños moderados a las del grupo A+ y A. Ejemplos de ellas son las estructuras no fundamentales tales como plantas industriales, subestaciones eléctricas de menor importancia que las del grupo A, bodegas ordinarias, gasolineras (excepto los depósitos exteriores de combustibles pertenecientes al grupo A) , comercios, restaurantes, casas para habitación, viviendas, edificios de apartamentos u oficinas, hoteles, bardas cuya altura sea mayor que 2.5 metros. También pertenecen a este grupo salas de reunión y espectáculos, estructuras de depósitos urbanas o industriales, no incluidas en el grupo A. Los recubrimientos tales como cancelerías y elementos no estructurales que forman parte de las fachadas y techos, pertenecerán a este grupo B siempre y cuando no causen daños corporales y materiales (incluyendo contenidos) importantes al desprenderse; en caso contrario, se analizarán con las condiciones para el grupo A o A+. Solamente para el caso del diseño de los recubrimientos y sus anclajes, según al grupo que le corresponda, la presión deberá multiplicarse por un factor de 1.5, como se indica en los incisos 3.5.1.1 y 3.5.1.2
C	Estructuras para las que se recomienda un grado de seguridad bajo. Son aquellas cuya falla no implica graves consecuencias, ni causa daños a construcciones de los Grupos A+, A y B. Ejemplos de ellas pueden ser estructuras o elementos temporales con vida útil menor que seis meses, tales como bodegas provisionales, cimbras, andamios, carteles, muros aislados y bardas con altura menor o igual que 2.5 metros.

Tabla 1.12. Categorías del terreno según su rugosidad. (MDOC, 2008).

Categoría	Descripción	Ejemplos	Limitaciones
1	Terreno abierto, prácticamente plano, sin obstrucciones y superficies de agua.	Franjas costeras planas, zonas de pantanos o de lagos, campos aéreos, pastizales y tierras de cultivo sin setos o bardas alrededor, superficies nevadas planas.	La longitud mínima de este tipo de terreno en la dirección del viento debe ser de 2000 m o 10 veces la altura de la construcción por diseñar, la que sea mayor.
2	Terreno plano u ondulado con pocas obstrucciones.	Campos de cultivo o granjas con pocas obstrucciones tales como setos o bardas alrededor, árboles y construcciones dispersas.	Las obstrucciones tienen alturas de 1.5 a 10 m, la longitud mínima debe ser la mayor entre 1500 m o 10 veces la altura de la construcción por diseñar, la que sea mayor.
3	Terreno cubierto por numerosas obstrucciones estrechamente espaciadas.	Áreas urbanas, suburbanas y de bosques, o cualquier terreno con numerosas obstrucciones estrechamente espaciadas. El tamaño de construcciones corresponde al de casas y viviendas.	Las obstrucciones presentan alturas de 3 a 5 m. La longitud mínima de este tipo de terreno en la dirección del viento debe ser de 500 m o 10 veces la altura de la construcción, la que sea mayor.
4	Terreno con numerosas obstrucciones largas, altas y estrechamente espaciadas.	Centro de grandes ciudades y complejos industriales bien desarrollados.	Por lo menos el 50% de los edificios tiene una altura mayor que 20 m. Las obstrucciones miden de 10 a 30 m de altura. La longitud mínima de este tipo de terreno en la dirección del viento debe ser la mayor entre 400 m y 10 veces la altura de la construcción.

Tabla 1.13. Categorías del terreno según su rugosidad. (MDOC, 2020).

Categoría	Descripción	Ejemplos	Limitaciones
1	Terreno abierto, prácticamente plano, sin obstrucciones y superficies de agua.	Franjas costeras planas, zonas de pantanos o de lagos, campos aéreos, pastizales y tierras de cultivo sin setos o bardas alrededor, superficies nevadas planas.	La longitud mínima de este tipo de terreno en la dirección del viento debe ser de 2000 m o 20 veces la altura de la construcción por diseñar, la que sea mayor.
2	Terreno plano u ondulado con pocas obstrucciones.	Campos de cultivo o granjas con pocas obstrucciones tales como setos o bardas alrededor, árboles y construcciones dispersas.	Las obstrucciones tienen alturas de 1.5 a 10 m, la longitud mínima debe ser la mayor entre 1500 m o 20 veces la altura de la construcción por diseñar, la que sea mayor.

Tabla 1.13. Categorías del terreno según su rugosidad. (MDOC, 2020). (continuación)

Categoría	Descripción	Ejemplos	Limitaciones
3	Terreno cubierto por numerosas obstrucciones estrechamente espaciadas.	Áreas urbanas, suburbanas y de bosques, o cualquier terreno con numerosas obstrucciones estrechamente espaciadas. El tamaño de construcciones corresponde al de casas y viviendas.	Las obstrucciones presentan alturas de 3 a 10 m. La longitud mínima de este tipo de terreno en la dirección del viento debe ser de 500 m o 20 veces la altura de la construcción, la que sea mayor.
4	Terreno con numerosas obstrucciones largas, altas y estrechamente espaciadas.	Centro de grandes ciudades y complejos industriales bien desarrollados.	Por lo menos el 50% de los edificios tiene una altura mayor que 20 m. Las obstrucciones miden de 10 a 30 m de altura. La longitud mínima de este tipo de terreno en la dirección del viento debe ser la mayor entre 400 m y 20 veces la altura de la construcción.

La velocidad básica de diseño en MDOC (2008) y MDOC (2020) se calcula con

$$V_D = F_T F_{rz} V_R \quad \text{en km/h} \quad (1.32)$$

donde V_R es la velocidad regional de ráfaga en km/h, F_T es el factor de topografía local considerado igual en ambas referencias, Tabla 1.14.

El factor de exposición local, F_{rz} , se determina en ambos documentos MDOC (2008) y MDOC (2020) con

$$F_{rz} = c \quad \text{si } z \leq 10m \quad (1.33)$$

$$F_{rz} = c \left(\frac{z}{10} \right)^\alpha \quad \text{si } 10m < z < \delta \quad (1.34)$$

$$F_{rz} = c \left(\frac{\delta}{10} \right)^\alpha \quad \text{si } z \geq \delta \quad (1.35)$$

Tabla 1.14. Factores de topografía local, F_T . (MDOC, 2008; MDOC, 2020).

Sitios	Ejemplos de topografía local	F_T
Protegidos	Valles cerrados	0.9
Normales	Terreno prácticamente plano: Campo abierto, ausencia de cambios topográficos importantes, con pendientes menores de 5%.	1.0
Expuestos	Promontorios: Montos, cerros, lomas, cimas, colinas, montañas. Terraplenes: Peñascos, acantilados, precipicios, diques, presas	Véanse las ecuaciones (4.2.6) a (4.2.8) según el MDOC (2008) y las ecuaciones (2.6) a (2.8) según el MDOC (2020).

Los valores del exponente de variación de la velocidad con la altura, la altura gradiente y la constante c, se determinan según las Tablas 1.15 y 1.16.

Tabla 1.15. Valores de α , δ y c . (MDOC, 2008).

Categoría del terreno	α	δ (m)	c
1	0.099	245	1.137
2	0.128	315	1.000
3	0.156	390	0.881
4	0.170	455	0.815

Tabla 1.16. Valores de α , δ y c . (MDOC, 2020).

Categoría del terreno	α	δ (m)	c
1	0.061	280	1.142
2	0.095	350	1.000
3	0.140	410	0.832
4	0.192	470	0.668

Los valores de la constante c, de las ecuaciones 1.33 a 1.35, para el MDOC-2008 se obtiene de la ecuación 1.24, reescribiéndola

$$V_{z_n} = V_{10} \left(\frac{\delta_2}{10} \right)^{\alpha_2} \left(\frac{z_n}{\delta_n} \right)^{\alpha_n} \quad (1.36)$$

el término

$$\left(\frac{z_n}{\delta_n} \right)^{\alpha_n} = \left(\frac{10}{\delta_n} \right)^{\alpha_n} \left(\frac{z_n}{10} \right)^{\alpha_n} \quad (1.37)$$

sustituyendo en la Ecuación 1.36

$$V_{z_n} = 1.56 \left(\frac{10}{\delta_n} \right)^{\alpha_n} \left(\frac{z_n}{10} \right)^{\alpha_n} V_{10} \quad (1.38)$$

o bien,

$$V_{z_n} = c \left(\frac{z_n}{10} \right)^{\alpha_n} V_{10} \quad (1.39)$$

donde

$$c = 1.56 \left(\frac{10}{\delta_n} \right)^{\alpha_n} \quad (1.40)$$

Por lo tanto,

$$V_{z_n} = 1.56 \left(\frac{z_n}{\delta} \right)^{\alpha_n} V_{10} \quad (1.41)$$

La Ecuación 1.41 resulta idéntica a la Ecuación 1.26 que es la que se utiliza en el MDOC-1993 para la obtención del perfil de velocidad.

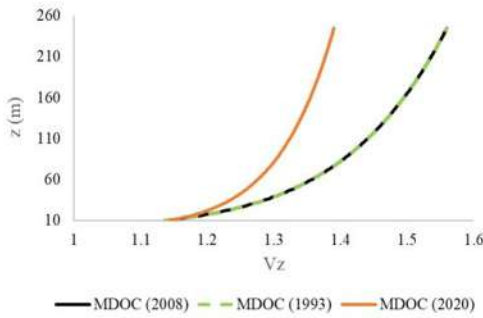
Los valores del exponente de variación de la velocidad con la altura, la altura gradiente para el MDOC-2020 difieren de los establecidos en MDOC-1993 y MDOC-2008, por lo tanto

$$V_{z_n} = V_{10} \left(\frac{\delta_z}{10} \right)^{\alpha_2} \left(\frac{z_n}{\delta_n} \right)^{\alpha_n} = V_{10} \left(\frac{350}{10} \right)^{0.095} \left(\frac{z_n}{\delta_n} \right)^{\alpha_n} = 1.4018 V_{10} \left(\frac{z_n}{\delta_n} \right)^{\alpha_n} \quad (1.42)$$

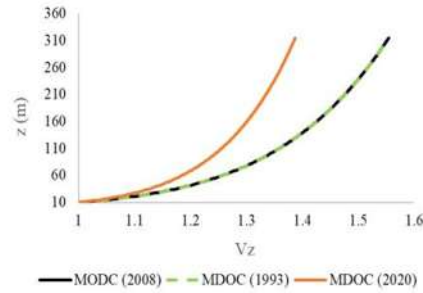
donde

$$c = 1.40 \left(\frac{10}{\delta_n} \right)^{\alpha_n} \quad (1.43)$$

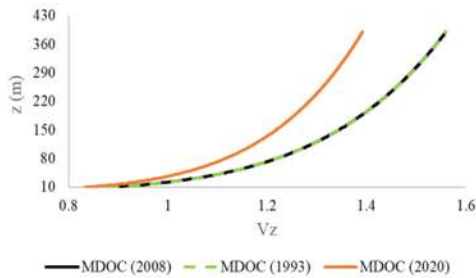
En las referencias MDOC (1993), MDOC (2008) y MDOC (2020) los perfiles de velocidad están referidos al mismo tiempo de promediación, en terreno clase 2 a una altura de 10 m y se obtienen con las Ecuaciones 1.26, 1.41 y 1.42, respectivamente. En consecuencia, se espera que los perfiles de velocidad para cada una de las referencias resulten iguales. La comparación se muestra en la Figura 1.4 en la cual se puede ver que los perfiles de velocidad graficados de acuerdo con el MDOC (1993) y MDOC (2008) son iguales, mientras que el perfil del MDOC (2020) es diferente, resultando en todo momento velocidades inferiores a las otras dos referencias. Ninguna de las referencias se justifica con mediciones de velocidad realizadas a nivel nacional. Basados únicamente en las recomendaciones de las referencias mencionadas, utilizar el perfil de velocidades del MDOC (2020) resultaría contraproducente ya que, al tener velocidades menores, la presión dinámica del viento sobre una estructura disminuiría y, por lo tanto, se subestimarían los resultados poniendo en riesgo la seguridad de la estructura.



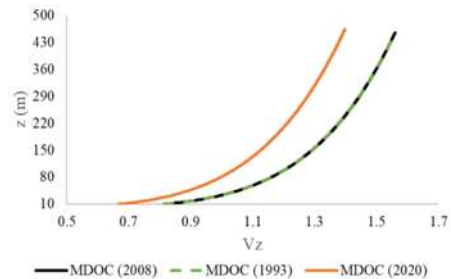
(a) Terreno categoría 1



(b) Terreno categoría 2



(c) Terreno categoría 3



(d) Terreno categoría 4

Figura 1.4. Comparación de perfiles de velocidad para cada MDOC por categoría de terreno.

La presión de diseño (MDOC- 2008 y 2020) se obtiene en el sistema de unidades internacional con

$$p_z = 0.047GV_D^2 \quad \text{en Pa} \quad (1.44)$$

y en el sistema métrico con

$$p_z = 0.0048GV_D^2 \quad \text{en kg/m}^2 \quad (1.45)$$

donde V_D es la velocidad de diseño en km/h. G , según el MDOC-1993, 2008 y 2020, es un factor correctivo (adimensional) de la densidad del aire, que puede calcularse con cualesquiera de las dos ecuaciones

$$G_2 = \frac{0.392\Omega}{273+\tau}, \text{ adimensional} \quad (1.46)$$

donde Ω es la presión barométrica en mm de mercurio (mm de Hg) y τ es la temperatura media del sitio en grados Celsius. Y en forma optativa

$$G_1 = \frac{8+h_m}{8+2h_m}, \text{ adimensional} \quad (1.47)$$

donde h_m es la altitud del sitio sobre el nivel del mar en metros (ASNM).

1.2.5. Observaciones al MDOC-2008 y MDOC-2020

Es innegable que las características del viento se definen con la ley de los gases y que la densidad del aire cambia con la altura del sitio de interés, según la presión atmosférica y la temperatura. Si bien es cierto el valor de la densidad del aire de referencia es de 1.225 kg/m³ a 15°C y a una atmosfera de presión barométrica de 101.325kPa. En las recomendaciones de las NTC y del MDOC no se especifica la forma o la referencia bibliográfica en donde se pueda revisar la metodología estadística, de dónde y con qué tipo de aparatos, se cuantificaron las velocidades a 10m de altura y en terreno plano. Por lo anterior, no es posible verificar que, en México, en el mismo instante en que se midió la velocidad del viento, también se midió la densidad del aire.

En la Tabla 1.17 se muestran los valores del factor correctivo de la densidad del aire para las ciudades que son capitales en los estados de la República Mexicana, considerando las ecuaciones 1.45 y 1.46. Puede verse que el valor máximo que toma el valor correctivo es de 1.067, considerado intrascendente desde el punto de vista ingenieril. Además, para una gran cantidad de sitios de la República Mexicana, el valor del factor correctivo es menor de la unidad, pudiendo ser de 0.73.

Considerando la gran incertidumbre de las mediciones de las velocidades en México, desde el punto de vista de la seguridad, la literatura sugerida de diseño, MDOC, debiera dejar de forma transparente y optativa la utilización de dicho factor, estableciendo como en otros códigos, (GB 50009, 2012; ASCE 7-16, 2017), utilizar un valor unitario y alternativamente usar la corrección. La principal diferencia, es que en dichos códigos si es posible verificar la forma y aparatos de medición de la velocidad y densidad del aire.

Tabla 1.17. Valores del coeficiente correctivo de la densidad del aire. (MDOC, 1993; MDOC, 2008; MDOC, 2020).

Ciudad	Elevación (m)	Elevación (km)	G ₁	Ω (mm de Hg)	t _{min} (°C)	t _{max} (°C)	G _{2min}	G _{2max}
CDMX	2250	2.25	0.820	582.5	6	27	0.818	0.761
Guadalajara	1566	1.566	0.859	630.38	5	32	0.889	0.810
Puebla	2135	2.135	0.826	590.55	6	42	0.830	0.735
Monterrey	540	0.54	0.941	716.4	10	35	0.992	0.912
Chihuahua	1413	1.413	0.869	641.96	1	34	0.918	0.820
Mérida	10	0.01	0.999	759.2	18	36	1.023	0.963
San Luis Potosí	1864	1.864	0.841	609.52	5	29	0.859	0.791
Aguascalientes	1888	1.888	0.840	607.84	4	30	0.860	0.786
Hermosillo	200	0.20	0.976	744	8	40	1.038	0.932
Saltillo	1600	1.6	0.857	628	5	29	0.886	0.815
Mexicali	8.23	0.00823	0.999	759.3416	6	42	1.067	0.945
Culiacán	71	0.071	0.991	754.32	12	36	1.038	0.957
Querétaro	1820	1.820	0.844	612.6	5	30	0.864	0.793
Morelia	1920	1.920	0.838	605.6	5	29	0.854	0.786
Tuxtla	522	0.522	0.942	718.02	17	34	0.971	0.917
Durango	1890	1.890	0.840	607.7	1	31	0.869	0.784
Toluca	2667	2.667	0.800	553.31	0	23	0.794	0.733
Xalapa	1417	1.417	0.869	641.64	8	28	0.895	0.836
Villahermosa	20	0.020	0.998	758.4	19	35	1.018	0.965
Cuernavaca	1510	1.51	0.863	634.3	10	31	0.879	0.818
Tepic	920	0.920	0.907	682.2	8	31	0.952	0.880
Ciudad Victoria	316	0.316	0.963	734.72	13	37	1.007	0.929
Pachuca	2432	2.432	0.811	569.76	4	24	0.806	0.752
Oaxaca	1555	1.555	0.860	631.15	9	31	0.877	0.814
Campeche	10	0.010	0.999	759.2	18	34	1.023	0.969
La paz	30	0.030	0.996	757.6	12	36	1.042	0.961
Chilpancingo	1350	1.350	0.874	647	18	32	0.872	0.832
Chetumal	10	0.01	0.999	759.2	20	32	1.016	0.976
Colima	550	0.550	0.940	715.5	14	32	0.977	0.920
Zacatecas	2440	2.440	0.811	569.2	1	26	0.814	0.746
Guanajuato	2012	2.012	0.833	599.16	4	28	0.848	0.780
Tlaxcala	2230	2.230	0.821	583.9	5	25	0.823	0.768

Efectivamente, sólo algunos códigos de diseño eólico internacionales proponen corregir la densidad del aire durante el diseño. El código ASCE 7-16 (2017), propone

$$K_e = \exp(-0.000119z_g) \quad (1.48)$$

tal que la densidad del aire es

$$\rho(z) = K_e \rho_o \quad (1.49)$$

donde $\rho_o = 1.224 \text{ kg/m}^3$ y z_g es la altura sobre el nivel del mar. Propone usar un valor unitario para todos los casos.

El código de China GB 50009 (2012), propone

$$\rho(z) = 1.25 \exp(-0.0001z) \quad (1.50)$$

En la Figura 1.5 se muestra el valor de la densidad del aire obtenido usando los factores correctivos propuestos por el MDOC (2020), y los códigos GB 50009 (2012) y ASCE 7-16 (2017).

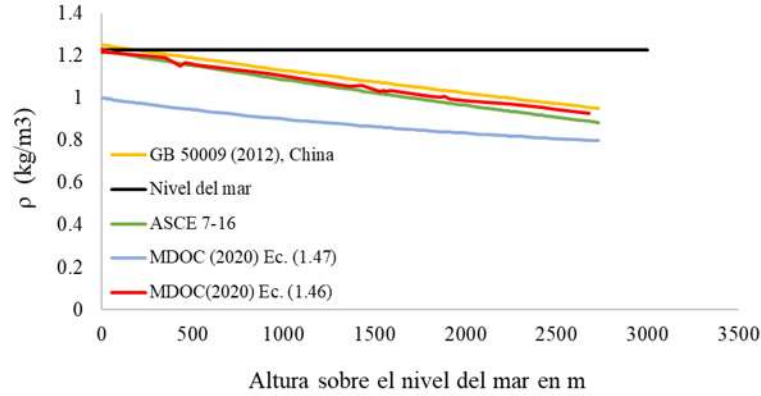


Figura 1.5. Densidad del aire corregida para las ciudades más importantes de México.

En Haithman et al. (2016), se propone calcular la densidad del aire en función de la altura y de la temperatura con la expresión

$$\rho(z) = \rho_o \left(\frac{15}{\tau} \right) \exp(1.2 - 0.001H) \quad (1.51)$$

donde τ es la temperatura en grados Celsius y H es la elevación del terreno. En la Tabla 1.18 se muestran los resultados de aplicar el factor correctivo de la densidad del aire en las ciudades más importantes de la República Mexicana a 10m de altura. Como se puede ver en la Tabla 1.6 el valor más crítico, para fines del diseño del lado de la seguridad, es de 1.056.

En el reglamento de Argentina, (INTI, CIRSOC, 2005), se registra el valor mínimo, promedio y máximo de la densidad del aire en función de la altitud (Tabla 1.19). Se puede ver que conforme la altura aumenta, disminuye la densidad del aire.

Como conclusión y apoyado por lo expresado en He et al. (2021), el efecto de corregir la densidad del aire en la obtención de la velocidad del viento con la altura es intrascendente y siempre produce valores menores a la unidad. Por lo que se recomienda que no se realice ninguna corrección.

Se observa, que al igual que las NTC de la Ciudad de México, no existe un factor que represente la amplificación de carga dinámica sobre las estructuras rígidas, ver apartado 1.3.1.4. Seguramente el argumento de ello es que las velocidades promediadas a 3s ya incluyen la ráfaga, pero ese factor de amplificación omitido puede ser del orden del 1.50, (Wang y Kopp, (2021); Lui et al., 2021).

Tabla 1.18. Factor de corrección de la densidad del aire. (Haithman et al., 2016).

Ciudad	t _{min} (°C)	t _{max} (°C)	H (m)	G _{3min}	G _{3max}
CDMX	6	27	10	1.033	0.961
Guadalajara	5	32	10	1.037	0.945
Puebla	6	42	10	1.033	0.915
Monterrey	10	35	10	1.018	0.936
Chihuahua	1	34	10	1.052	0.939
Mérida	18	36	10	0.990	0.933
San Luis Potosí	5	29	10	1.037	0.954
Aguascalientes	4	30	10	1.040	0.951
Hermosillo	8	40	10	1.026	0.921
Saltillo	5	29	10	1.037	0.954
Mexicali	6	42	10	1.033	0.915
Culiacán	12	36	10	1.011	0.933
Querétaro	5	30	10	1.037	0.951
Morelia	5	29	10	1.037	0.954
Tuxtla	17	34	10	0.994	0.939
Durango	1	31	10	1.052	0.948
Toluca	0	23	10	1.056	0.974
Xalapa	8	28	10	1.026	0.957
Villahermosa	19	35	10	0.987	0.936
Cuernavaca	10	31	10	1.018	0.948
CDMX	6	27	10	1.033	0.961
Tepic	8	31	10	1.026	0.948
Ciudad Victoria	13	37	10	1.008	0.930
Pachuca	4	24	10	1.040	0.970
Oaxaca	9	31	10	1.022	0.948
Campeche	18	34	10	0.990	0.939
La paz	12	36	10	1.011	0.933
Chilpancingo	18	32	10	0.990	0.945
Chetumal	20	32	10	0.984	0.945
Colima	14	32	10	1.004	0.945
Zacatecas	1	26	10	1.052	0.964
Guanajuato	4	28	10	1.040	0.957
Tlaxcala	5	25	10	1.037	0.967

Tabla 1.19. Valores de densidad del aire ambiente. (INTI, CIRSOC, 2005).

Altitud (m)	Valores de la densidad del aire ambiente		
	Mínimo (kg/m ³)	Promedio (kg/m ³)	Máximo (kg/m ³)
0	1.1405	1.2254	1.3167
305	1.1101	1.1886	1.2735
610	1.0812	1.1533	1.2302
914	1.0524	1.1197	1.2222
1000	1.0444	1.1101	1.1902
1219	1.0252	1.0861	1.1501
1524	0.9996	1.0556	1.1133
1829	0.9739	1.0236	1.0764
2000	0.9595	1.0076	1.0572

Tabla 1.19. Valores de densidad del aire ambiente, (INTI, CIRSOC, 2005). (continuación)

Altitud (m)	Valores de la densidad del aire ambiente		
	Mínimo (kg/m ³)	Promedio (kg/m ³)	Máximo (kg/m ³)
2314	0.9483	0.9931	1.0412
2438	0.9243	0.9643	1.0060
2743	0.8986	0.9355	0.9723
3000	0.8794	0.9115	0.9467
3048	0.8762	0.9082	0.9419

1.2.6. Formulación del ASCE 7-16 (2017)

En forma general, los códigos internacionales de diseño eólico sugieren la utilización de la formulación logarítmica o exponencial, para definir la velocidad del viento con la altura. Muy pocos de esos códigos sugieren la utilización de un tiempo de promediación de 3s para la velocidad media. El ASCE 7-16 (2017), es uno de ellos.

Considerando que la presión debida a la velocidad, evaluada en un punto con altura $z(m)$, según el ASCE 17-16, se calcula con

$$q_z = 0.613K_zK_{zt}K_dK_eV^2 \text{ en } N/m^2 \quad (1.52)$$

donde la velocidad básica V en m/s se obtiene de un mapa de igual velocidades correspondientes a un tiempo de 3s de velocidad de ráfaga, medida a 10 m de altura en terreno exposición o categoría C (terreno plano con pocas obstrucciones). El coeficiente de exposición evaluado a una altura z es, K_z ; el factor de topografía es K_{zt} ; el factor de direccionalidad es K_d y K_e es el factor de elevación del terreno con respecto al nivel del mar, es decir, es un factor correctivo de la densidad del aire. El factor de exposición es

$$K_z = 2.01 \left(\frac{15}{\delta} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \text{ para } z < 4.6m \quad (1.53)$$

$$K_z = 2.01 \left(\frac{z}{\delta} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \text{ para } 4.6m \leq z < \delta \quad (1.54)$$

Los valores del exponente en función de la exposición del terreno se registran en la Tabla 1.20.

Se puede ver que la presión debido al viento es

$$q_z = \frac{1}{2}(\rho K_e)V_D^2 = (0.613K_e)V_D^2 \text{ en } N/m^2 \quad (1.55)$$

donde el factor correctivo de la densidad del aire, lo renombraremos

$$K_e = G = \exp(-0.000119z_g) \text{ adimensional} \quad (1.56)$$

donde $z_g(m)$ es la altura sobre el nivel del mar. El factor correctivo se permite que sea unitario para todos los casos.

Tabla 1.20. Constantes de exposición del terreno ASCE/SEI 7-16.

Exposición	α	δ (m)
B: Edificios u otras estructuras con altura media de su parte superior menor o igual a 9.1m. Debe aplicarse en donde el terreno tiene rugosidad B, es decir, áreas urbanas o suburbanas con numerosas obstrucciones.	7.0	365.76
C: Terreno abierto con obstrucciones con alturas menores a 9m, en terreno plano, suburbano o zonas montañosas con hielo.	9.5	274.32
D: Terreno plano, sin obstrucciones y superficies con agua	11.5	231.36

La velocidad de diseño se puede escribir como

$$V_D = \left(\sqrt{K_z K_{zt} K_d} \right) V \quad \text{en m/s} \quad (1.57)$$

Considerando que en México el factor de direccionalidad es unitario

$$K_d = 1.0 \quad (1.58)$$

renombrando al factor de topografía como

$$F_T = \sqrt{K_{zt}} \quad (1.59)$$

y

$$F_{rz} = \sqrt{K_t} \quad (1.60)$$

Rescribiendo las ecuaciones (1.53) y (1.54)

$$F_{rz} = 1.42 \left(\frac{15}{\delta} \right)^\alpha \quad \text{para } z < 4.6m \quad (1.61)$$

$$F_{rz} = 1.42 \left(\frac{z}{\delta} \right)^\alpha \quad \text{para } 4.6m \leq z < \delta \quad (1.62)$$

El término

$$\left(\frac{z_n}{\delta_n} \right)^{\alpha_n} = \left(\frac{15}{\delta_n} \right)^{\alpha_n} \left(\frac{z_n}{15} \right)^{\alpha_n} \quad (1.63)$$

entonces

$$F_{rz} = 1.42 \left(\frac{z}{\delta} \right)^\alpha = 1.42 \left(\frac{15}{\delta_n} \right)^{\alpha_n} \left(\frac{z_n}{15} \right)^{\alpha_n} \quad (1.64)$$

y llamando a

$$c = 1.42 \left(\frac{15}{\delta_n} \right)^{\alpha_n} \quad (1.65)$$

se puede escribir

$$F_{rz} = c \left(\frac{z_n}{15} \right)^{\alpha_n} \quad (1.66)$$

Por tanto, de forma equivalente a la literatura en México MDOC-2008 y 2020, el factor de exposición con la altura es

$$F_{rz} = c \quad \text{para } z < 4.6m \quad (1.67)$$

$$F_{rz} = c \left(\frac{z}{15} \right)^{\alpha} \quad \text{para } 4.6m \leq z < \delta \quad (1.68)$$

La velocidad de diseño es

$$V_D = F_T F_{rz} V_R \quad (1.69)$$

donde la velocidad regional V_R (m/s) se obtiene de mapas de iguales velocidades en m/s a 10 metros de altura en terreno plano sin obstrucciones y promediado a 3s. Los valores del exponente de variación dependen del tipo de exposición y de la altura gradiente Tabla 1.21 y Figura 1.6.

Tabla 1.21. Coeficiente de variación de la velocidad con la altura y altura gradiente (adaptado del ASCE 7-16 (2017)).

Exposición	c	α	δ (m)
B: Edificios u otras estructuras con altura media de su parte superior menor o igual a 9.1m. Debe aplicarse en donde el terreno tiene rugosidad B, es decir, áreas urbanas o suburbanas con numerosas obstrucciones.	0.8994	0.143	365.76
C: Terreno abierto con obstrucciones con alturas menores a 9m, en terreno plano, suburbano o zonas montañosas con hielo.	1.00	0.105	274.32
D: Terreno plano, sin obstrucciones y superficies con agua	1.1192	0.087	231.36

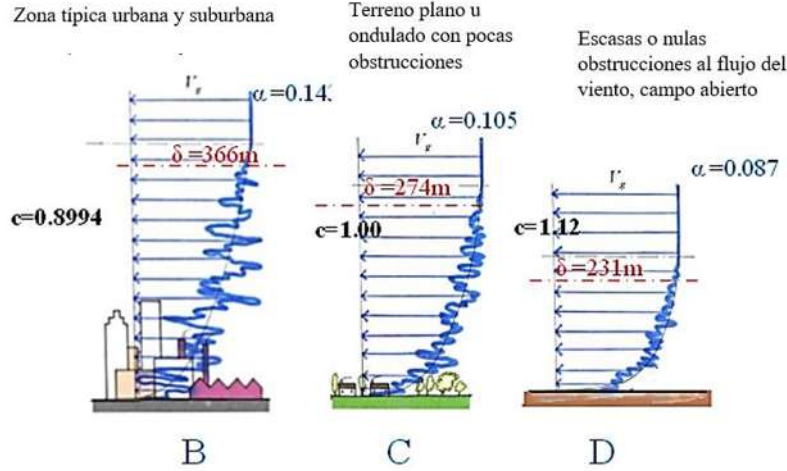


Figura 1.6. Exponente de variación de la velocidad con la altura, coeficiente de rugosidad y altura gradiente para cada tipo de categoría de terreno (adaptado del ASCE 7-16 (2017)).

La comparación de perfiles de velocidad para cada ASCE 7-16 por categoría de terreno se muestra en la Figura 1.7.

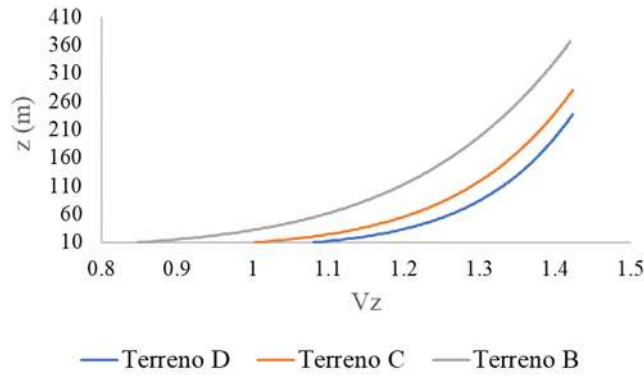


Figura 1.7. Comparación de perfiles de velocidad para ASCE 7-16 por categoría de terreno.

La presión máxima de diseño es

$$p_z = q_z C_p F_e \quad \text{en} \quad \text{N/m}^2 \quad (1.70)$$

donde el coeficiente de presión C_p es adimensional y depende de la forma de la estructura; y F_e es el factor efectivo de ráfaga.

$$F_e = \left[\frac{1 + 1.7 g_Q I_z Q}{1 + 1.7 g_v I_z} \right] \quad (1.71)$$

En el ASCE 7-16 (2017) se propone

$$F_e = 0.925 \left[\frac{1 + 1.7 g_Q I_z Q}{1 + 1.7 g_v I_z} \right] \quad (1.72)$$

Según Liu et al. (2021), el término 0.925 en la ecuación 1.71, tiene como objetivo ajustar las cargas a los valores obtenidos en las versiones del ASCE 7-93 (1993). Para estructuras consideradas como rígidas el ASCE 7-16 (2017), permite considerar

$$F_e = 0.85 \quad (1.73)$$

que se puede interpretar como un valor que proporciona mayor seguridad ya que considera que solo entre el 0 y 10% de los valores obtenidos con la Ecuación 1.80 es mayor de 0.85 (ASCE, 2016; Liu et al., 2021).

En la Ecuación 1.80 se debe considerar

$$\begin{aligned} g_Q &= 3.4 \\ g_v &= 3.4 \end{aligned} \quad (1.74)$$

La intensidad de la turbulencia a una altura $\bar{z} = 0.60h$ pero no menor que $z_{\min}(m)^a$ y el valor de λ se obtiene de la Tabla 1.22.

Tabla 1.22. Constantes de exposición ASCE 7-16 (2017).

Exposición	λ	$\ell(m)$	$\bar{\varepsilon}(m)$	$z_{\min}(m)^a$
B: Edificios u otras estructuras con altura media de su parte superior menor o igual a 9.1m. Debe aplicarse en donde el terreno tiene rugosidad B, es decir, áreas urbanas o suburbanas con numerosas obstrucciones.	0.30	97.54	1/3.0	9.14
C: Terreno abierto con obstrucciones con alturas menores a 9m, en terreno plano, suburbano o zonas montañosas con hielo.	0.20	152.40	1/5.0	4.57
D: Terreno plano, sin obstrucciones y superficies con agua	0.15	198.12	1/8.0	2.13

$$I_{\bar{z}} = \lambda \left(\frac{10}{\bar{z}} \right)^{\frac{1}{16}} \quad (1.75)$$

La integral de escala de longitud de la turbulencia a una altura equivalente es

$$L_{\bar{z}} = \ell \left(\frac{\bar{z}}{10} \right)^{\bar{\varepsilon}} \quad (1.76)$$

El factor de respuesta de fondo está dado por

$$Q = \sqrt{\frac{1}{1 + 0.63 \left(\frac{B+h}{L_{\bar{z}}} \right)^{0.63}}} \quad (1.77)$$

donde $B(m)$ es la dimensión horizontal del edificio medido en la dirección normal al viento y h es la altura media de la parte superior del edificio.

Liu et al., (2021) concluyen que el valor de factor efectivo de ráfaga propuesto por el ASCE 7-16 (2017) para edificios rígidos es subestimado para muchas consideraciones de edificios. Las principales razones son:

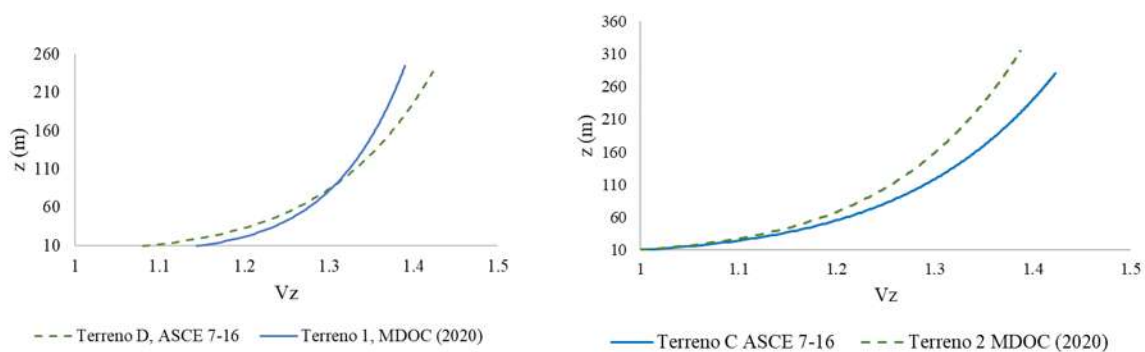
- 1) El término en la formulación del factor. Este término es caracterizado por la acción de ráfaga no contemporánea, es decir, el valor teórico de la función de admitancia aerodinámica subestima las condiciones verdaderas, debido a despreciar el efecto de turbulencia generada por el cuerpo.
- 2) La subestimación del factor pico. Debido a la limitada aplicación del método, el cual se supone como un proceso Gaussiano. Sin embargo, las condiciones reales muestran que se trata de un proceso con características no-Gaussianas.
- 3) El empleo de la promediación de 3s. Este tiempo de promediación genera una gran subestimación para las paredes de los lados y en sotavento. Mientras que es bajo en las paredes de barlovento, menor del 5% en promedio.

Por otro lado, el valor del factor de carga para la fuerza de arrastre es teóricamente bien estimado, excepto para $0.5 \leq D/B \leq 1$.

Liu et al., (2021), concluyen que el modelo del factor de ráfaga para estructuras rígidas trabaja bien para fuerzas de arrastre, pero no tan bien para determinar los coeficientes promedios de presión en las paredes individualmente.

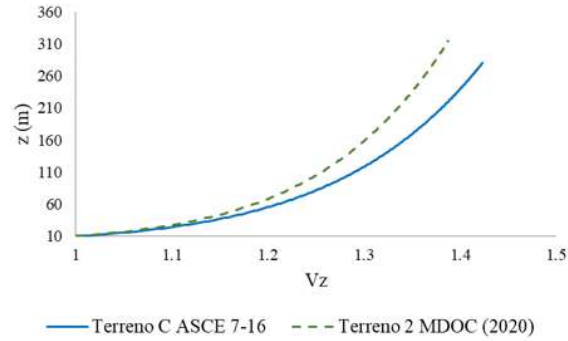
1.2.7. Comparación de perfiles de velocidad MDOC-2020 y ASCE 7-16

Las velocidades regionales, de acuerdo con el MDOC-2020, están promediadas a 3s y se obtienen de mapas de isotacas regionales correspondientes a diferentes periodos de retorno. El MDOC-2020, carece de transparencia en cuanto a la obtención de datos para la elaboración de dichos mapas. Es importante hacer notar que, desafortunadamente, en México no se realizan mediciones de la velocidad del viento; por ende, se espera que se tome como referencia el código del país vecino, ASCE7-16, el cual si realiza mediciones de la velocidad del viento. Por lo anterior se procede a comparar los perfiles de velocidad del ASCE-7-16 y del MDOC-2020 en los terrenos análogos, Figura 1.8.



(a) Categorías de terreno 1 y D

(b) Categorías de terreno 2 y C



(c) Categorías del terreno 3 y B

Figura 1.8. Comparación de perfiles de velocidad entre MDOC-2020 y ASCE 7-16

Es evidente que los perfiles de velocidad son distintos, lo cual es ilógico porque como se mencionó, se esperaría que, al no contar con mediciones nacionales de velocidad del viento, se tomen como referente los datos del país vecino. En caso de que el MDOC-2020, esté tomando como referencia los datos de otro país, resultaría más incongruente por la lejanía.

1.2.8. Normas Técnicas Complementarias de algunos municipios de los estados de la República Mexicana

Se realizó una búsqueda electrónica en las páginas oficiales de los municipios de los estados de la República, para obtener el Reglamento de Construcciones y sus Normas Técnicas vigentes. La lógica indica que, en las páginas electrónicas de los ayuntamientos municipales encargados de obras, principalmente de los ayuntamientos que son capitales de los estados, se encuentren los documentos con los que se rigen los lineamientos para los Directores Responsables de Obra y en su caso los Corresponsables de Seguridad Estructural, pero la gran mayoría de los documentos que presentan, son versiones antiguas o sencillamente no existen. En algunos casos, los documentos llamados oficiales o vigentes, no están fechados o no están publicados en los diarios oficiales municipales o estatales, por lo que estrictamente no los hace oficiales. Entonces la pregunta es: ¿cómo diseñan en los estados de la República Mexicana? Seguramente la respuesta es conforme al MDOC vigente, pero el MDOC no es un documento oficial, es una sugerencia. O tal vez la respuesta es: conforme a las NTC de la Ciudad de México, pero estas solo son oficiales en la dicha Ciudad.

En este apartado se comentan los lineamientos encontrados de la búsqueda electrónica de algunos municipios de los estados de la República Mexicana, y se hacen algunas observaciones a las metodologías encontradas. En la Tabla 1.23 se resumen algunas características y observaciones encontradas en dichas normas.

Aguascalientes, Aguascalientes

En su artículo 845, declara:

Mientras no se cuente con Normas Técnicas Complementarias propias de este Libro, se consideran como parte de él y de aplicación supletoria las siguientes normas pertenecientes al Reglamento de Construcciones del Distrito Federal. También se considera como parte de este libro el Manual de Diseño por Viento perteneciente al Manual de Diseño de Obras Civiles de la Comisión Federal de Electricidad. (H. Ayuntamiento del Municipio de Aguascalientes, 2019).

La norma aplica para todos los municipios del Estado. Considera una velocidad regional para el Estado de Aguascalientes, para estructuras Grupo A: 150 km/h y para el Grupo B: 130 km/h. (H. Ayuntamiento del Municipio de Aguascalientes, 2019).

Mexicali, Baja California

H. Ayuntamiento del Municipio de Mexicali (2013), propone un valor de la velocidad básica en km/h, Tabla 1.23. El perfil de velocidades y los factores para su cálculo son los mismos que en las NTC-2004. La presión de diseño es la misma que en el MDOC-2008 y se obtiene en el sistema de unidades internacional con

$$p_z = 0.047 C_p V_D^2 \quad \text{en Pa} \quad (1.78)$$

y en el sistema métrico con

$$p_z = 0.0048 C_p V_D^2 \quad \text{en kg/m}^2 \quad (1.79)$$

No corrige la densidad del aire.

Campeche, Campeche

H. Ayuntamiento del Municipio de Campeche (1989), propone una velocidad básica de 185 km/h para estructuras grupo A y de 160 km/h para estructuras grupo B. La velocidad de diseño la calcula con

$$V_D = F_T V_R (0.10z)^\alpha \quad \text{en km/h} \quad (1.80)$$

El factor de topografía es $F_T = 1.0$ en terreno plano y 0.80 en centro de ciudades; $\alpha = 0.14$ en terreno planos, 0.22 en zona suburbanas y 0.33 en centro de ciudades. Usa la expresión del MDOC en el sistema métrico con

$$p_z = 0.0048 C_p V_D^2 \quad \text{en kg/m}^2 \quad (1.81)$$

No corrige la densidad del aire.

Tuxtla Gutierrez, Chiapas

H. Ayuntamiento del Municipio de Tuxtla Gutierrez, (2017), propone una velocidad básica de 80 km/h. Dice en su artículo 389: “La forma de realizar tales modificaciones y procedimientos para el cálculo de las presiones que se producen en distintas porciones del edificio se establecerán en las NTC-2004 o en el MDOC-2008”.

Lo anterior es confuso, ya que, si toma las NTC, la velocidad de referencia para estas está en m/s. Y aquí sí se considera la corrección por densidad del aire.

Chihuahua, Chihuahua

H. Ayuntamiento del Municipio de Chihuahua, (2013), propone para el municipio de Chihuahua una velocidad de 145 km/h; la presión dinámica de base se calcula con

$$q_z = 0.005 K_z K_{zt} K_d IV_R^2 \quad \text{en kg/m}^2 \quad (1.82)$$

Donde K_d es el Factor de direccionalidad; K_z es el coeficiente de exposición; K_{zt} es el factor de topografía; y I es el factor de importancia es. Se intuye que

$$\frac{1}{2}\rho = 0.0048\left(\frac{kg}{m^2}\right)\left(\frac{h}{km}\right)^2 \approx 0.005\left(\frac{kg}{m^2}\right)\left(\frac{h}{km}\right)^2 \quad (1.83)$$

La ecuación para la presión es la misma que en el ASCE 7-16.

En el artículo 154 dice: “Se determinarán los coeficientes de exposición K_z y K_h , correspondientes a los tipos de exposición definidos en el artículo 153 de este Reglamento, según se requiera de acuerdo con la Tabla 15 del mismo”.

El factor K_h no está definido. No corrige la densidad del aire y considera un factor efectivo de ráfaga para estructuras rígidas de

$$F_e = G = 0.85 \quad (1.84)$$

Durango, Durango

En el artículo 155, dice:

Se establecen las bases para la revisión de la seguridad y condiciones de servicio de las estructuras ante los efectos de viento, para lo que se tomará como base una velocidad de viento de 115 km/h para el diseño de construcciones. Esta velocidad de viento es a nivel de piso por lo que para alturas arriba de 10 m deberán hacerse las correcciones correspondientes. (H. Ayuntamiento del Municipio de Durango, 2016).

En sus Normas Técnicas, copian exactamente las NTC-2004, incluyendo las velocidades aplicables para la Ciudad de México.

León, Guanajuato.

H. Ayuntamiento del Municipio de León, (2021), establece la Norma Técnica Municipal NTM-LEON-DU-05-2021. Propone para el Municipio de León, una velocidad regional de 120.6 km/h para un periodo de retorno de 10 años, de 137.5 km/h para un periodo de retorno de 50 años y de 152.8 km/h para un periodo de retorno de 200 años. Sugiere el mismo lineamiento de diseño que en el MDOC-2020, en donde

$$p_z = 0.0048GV_D^2 \quad \text{en kg/m}^2 \quad (1.85)$$

Estado de Guerrero

En su capítulo VII, Diseño por Viento, artículo 213 dice:

En este capítulo se establecen las bases para la revisión de la seguridad y condiciones de servicio de las estructuras ante los efectos de viento. Los procedimientos detallados de diseño se encontrarán en las Normas Técnicas Complementarias respectivas.

Artículo 2016. Para las construcciones del grupo B del artículo 174, en la zona comprendida entre la costa y el parteaguas de la Sierra Madre del Sur, se tomará como base una velocidad de viento de 150 km/h, en el resto del Estado se tomará de 100 km/h. (Gobierno del Estado de Guerrero, 1994).

Durante la búsqueda bibliográfica de este trabajo, no fue posible encontrar las Normas Técnicas Complementarias al Reglamento; por lo que se desconocen las regulaciones de diseño.

Estado de Hidalgo

En el Capítulo 7, del Diseño por Viento, en su artículo 231, dice:

La clasificación de las estructuras para fines de diseño por viento, los efectos del viento a considerar, las especificaciones técnicas y los métodos para el diseño de las estructuras sometidas a los efectos del viento, serán establecidos en el Manual de Diseño de Obras Civiles de la CFE, relativas al diseño de estructuras sujetas a las acciones del viento o cualquiera otra Norma Técnica aplicable con carácter oficial.

Artículo 232: Los casos que, por alguna circunstancia, se consideren especiales, deberán resolverse por el Director Responsable de Obra y/o el Corresponsables en Seguridad Estructural, obteniendo para ello la autorización de la Secretaría. (Gobierno del Estado de Hidalgo, 2016)

Guadalajara, Jalisco

Las NTC de Diseño por viento del 2002, se basan en las recomendaciones de la Uniform Building Code (UBC), por facilidad de aplicación y para mantener la congruencia con otros capítulos del Reglamento de Construcciones de Guadalajara. Establece una velocidad básica de diseño de 125 km/h para un periodo de retorno de 50 años. El lapso de promediación es la milla más rápida.

Para estructuras sensibles a efectos dinámicos, recomiendan el uso del MDOC de la Comisión Federal de Electricidad. En este caso, habrá que emplear la velocidad propuesta por dicho organismo. (H. Ayuntamiento del Municipio de Guadalajara, 2002).

Como se observa, mezclan reglamentos y periodos de promediación. La presión de diseño la calculan con

$$P = C_e C_q I_w q_s \quad (1.86)$$

Morelia, Michoacán

La velocidad de diseño se calcula con

$$V_D = V_R \sqrt[3]{z} \quad (1.87)$$

Para construcciones del grupo B, la velocidad a 10 m de altura no se tomará menor de 80 km/h; en promontorios se supondrá una velocidad mínima de 110 km/h a una altura de 10 m sobre la cima del promontorio. Para las construcciones del grupo A se incrementará en un 15% las velocidades mencionadas. Para las construcciones del grupo C no se requiere diseño por viento.

Para el cálculo de la velocidad de diseño no considera ningún factor, como topografía, exposición, etc. La presión del viento la calcula con la expresión del MDOC-2008, sin corregir la densidad y en unidades del sistema métrico

$$p_z = 0.0048 C_p V_D^2 \text{ en kg/m}^2 \quad (1.88)$$

(H. Ayuntamiento del Municipio de Morelia, 2019).

Cuernavaca, Morelos

En su página 41, expresa:

“Para la evaluación de las acciones del viento, así como las recomendaciones para el análisis y diseño por viento, deberán tomarse en cuenta las bases y criterios generales conforme establece en el Capítulo por viento del MDOC-2008”. (H. Ayuntamiento del Municipio de Cuernavaca, 2017).

Tepic, Nayarit

En el artículo 252, tema 2, expresa:

“Se considerará las acciones estáticas y dinámicas debidas al viento (ver el MDOC (2008))”. (H. Ayuntamiento del Municipio de Tepic, (2014).

Monterrey, Nuevo León

En el artículo 109, expresa:

“Se tomará como base una velocidad de viento de 143 km/h para diseño de edificaciones. Para contrarrestar la presión de viento que se produce para esta velocidad, se deberá aplicar las normas técnicas correspondientes”. (H. Ayuntamiento del Municipio de Monterrey, 2010).

Durante la búsqueda bibliográfica no fue posible encontrar las normas citadas. Por lo tanto, se desconoce la metodología empleada en el diseño eólico.

Estado de Oaxaca

En el documento denominado Norma Técnica Complementaria de Emergencia para diseño por viento, se emplean las mismas ecuaciones que las NTC-2004 para calcular las velocidades de diseño, así como tablas para coeficientes de topografía. Para la presión dinámica de base, usa la ecuación del MDOC-2008 incluyendo el factor de corrección G y proporciona una tabla de la presión barométrica de los municipios de Oaxaca. (Gobierno del Estado de Oaxaca, 2016).

La presión de diseño se obtiene en el sistema de unidades internacional con

$$p_z = 0.047GV_D^2 \quad \text{en Pa} \quad (1.89)$$

y en el sistema métrico con

$$p_z = 0.0048C_p V_D^2 \quad \text{en kg/m}^2 \quad (1.90)$$

Las velocidades básicas se toman del MDOC-2008 en km/h.

Puebla, Puebla

En el artículo 1004, se dice:

“Las bases para la revisión de la seguridad y condiciones de servicio de las estructuras ante los efectos de viento y los procedimientos de diseño se establecen en el MDOC de la CFE vigente y en las NTC”. (H. Ayuntamiento del Municipio de Puebla, 2017).

No se especifica si se refiere a las NTC del municipio o de la Ciudad de México.

Benito de Juárez, Quintana Roo

En H. Ayuntamiento del Municipio de Benito de Juárez (2008), se definen velocidades básicas en km/h. Para el cálculo de la velocidad de diseño emplea las mismas ecuaciones que proponen el MDOC-1993

$$V_D = F_{TR}F_\alpha F_T V_R \quad \text{en (km/h)} \quad (1.91)$$

donde F_α es el factor de variación de la velocidad con la altura y que puede tomar los siguientes valores

$$F_{\alpha} = 1.56 \left(\frac{10}{\delta} \right)^{\alpha} \quad \text{si } z \leq 10m \quad (1.92)$$

$$F_{\alpha} = 1.56 \left(\frac{z}{10} \right)^{\alpha} \quad \text{si } 10m < z < \delta \quad (1.93)$$

$$F_{\alpha} = 1.56 \quad \text{si } z \geq \delta \quad (1.94)$$

donde δ es la altura gradiente; α , es el exponente que determina la forma de la variación de la velocidad con la altura. Ambos tomados del MDOC-1993. Los factores de topografía, F_{RT} , los toma igual que en las NTC-2004 de la ciudad de México.

Curiosamente considera el valor de corrección de la densidad con

$$F_T = \frac{298}{273 + t^0 (C)} \quad (1.95)$$

corrigiendo la velocidad del viento y no la densidad del aire, de forma conceptualmente errónea.

La presión de diseño se calcula en el sistema métrico como en el MDOC-1993

$$p_z = 0.0048 C_p V_D^2 \quad \text{en kg/m}^2 \quad (1.96)$$

Culiacán, Sinaloa

En el artículo 167, dice:

Las construcciones se diseñarán de acuerdo con los códigos y manuales nacionales y norteamericanos vigentes, que se señalan en este título. El responsable en seguridad estructural podrá optar por las normas que se consideren las más convenientes para cada proyecto en particular, Los códigos y manuales que podrán utilizarse, para cada materia, son International Building Code (IBC), Manual de Diseño de Obras Civiles, Diseño por Viento, IIE de la CFE. Estudio, en su caso, aprobado por el Ayuntamiento, para el diseño eólico en Culiacán. (H. Ayuntamiento del Municipio de Culiacán, 2007).

Se trata de una norma carente de transparencia.

Hermosillo, Sonora

En su artículo 37 establece:

“Se reconocen como válidos los siguientes manuales, reglamentos y códigos:

I. Manual de Diseño de Obras Civiles de la Comisión Federal de Electricidad,

Diseño por Viento, edición 1993

Diseño por Viento, edición 2008”. (H. Ayuntamiento del Municipio de Hermosillo, 2003).

Esta norma aparentemente considera la posibilidad de aplicar dos metodologías similares, pero las cargas en ambas son diferentes.

Veracruz, Veracruz

En el Capítulo VII, de diseño por viento, el artículo 98, dice:

Las bases para la revisión de las seguridad y condiciones de servicio de las estructuras ante los efectos de viento y los procedimientos de diseño serán de acuerdo con los criterios establecidos en la norma indicada en el Artículo 66, se establecen en el Manual de Diseño de Obras Civiles de la Comisión Federal de Electricidad para Diseño por Viento vigentes. (H. Ayuntamiento del Municipio de Veracruz, 2015).

Mérida, Yucatán

En el artículo 102 se establece que para el diseño de estructuras sometidas a la acción del viento se considerará una velocidad mínima en construcciones del Grupo A de 185 km/h y en construcciones del Grupo B de 160 km/h. Las estructuras del Grupo C no requieren diseño por viento. (H. Ayuntamiento del Municipio de Mérida, 2018).

La norma no es clara sobre el procedimiento sugerido para el cálculo de velocidades de diseño y tampoco para el cálculo de la presión de diseño.

Estado de Zacatecas

En el artículo 222, dice que las presiones o succiones debidas al viento se supondrán perpendiculares a la superficie sobre la cual actúa. Su intensidad se calculará con la expresión

$$p_z = 0.055C_p V_D^2 \quad \text{en kg/m}^2 \quad (1.97)$$

donde la velocidad de diseño está en km/h.

Se comete un grave error conceptual, ya que, si la velocidad de diseño está en km/h, y la presión se calcula en kg/m², la formula correcta es

$$p_z = 0.0048C_p V_D^2 \quad \text{en kg/m}^2 \quad (1.98)$$

(Gobierno del Estado de Zacatecas, 1983).

Es una norma que no especifica la velocidad regional, tiempo de promediación, procedimiento de cálculo de la velocidad de diseño, etc.

Tabla 1.23. Resumen de algunos aspectos básicos de las Normas y Reglamentos revisados en este trabajo.

Entidad	Año	Velocidad básica de diseño, V_R	Tiempo de promediación				
Aguascalientes, Aguascalientes	2019	Grupo A: 150 km/h Grupo B: 130 km/h	Según lo establecido en el MDOC de la CFE				
Mexicali, Baja California	1992	Tabla 3.1 Velocidades regionales, V_R , según la importancia de la construcción y la zonificación eólica, km/h	3 s				
		Importancia		AA	A	B	C
		Periodo de retorno		200	200	50	10
		Mexicali		131	116	101	83
		San Felipe y Costa Sur		150	130	110	90
		Tecate		140	120	110	90
		Tijuana		140	130	119	100
		Playas de Rosarito		140	130	119	100
		Ensenada		135	120	105	86
Campeche, Campeche	1989	Grupo A: 185 km/h Grupo B: 160 km/h	No especifica				
Tuxtla Gutiérrez ,Chiapas.	2017	Grupo A: 80 km/h	Según lo establecido en el MDOC de la CFE y en las NTC vigentes				
Chihuahua, Chihuahua	2013	145 km/h	3 s				

Tabla 1. 23. Resumen de algunos aspectos básicos de las Normas y Reglamentos revisados en este trabajo, (continuación)

Entidad	Año	Velocidad básica de diseño, V _R	Tiempo de promediación																								
Ciudad de México	2017	Tabla 3.1.1 Velocidades regionales, V _R , según la importancia de la construcción y la zonificación eólica, m/s	3 s																								
		<table><tr><td></td><td colspan="3">Importancia de la construcción</td></tr><tr><td></td><td>A</td><td>B</td><td>Temporal</td></tr><tr><td>Periodo de retorno,</td><td>200</td><td>50</td><td>10</td></tr><tr><td>Zona I</td><td>28</td><td>25</td><td>19</td></tr><tr><td>Zona II</td><td>33</td><td>30</td><td>23</td></tr><tr><td>Zona III</td><td>39</td><td>35</td><td>27</td></tr></table>			Importancia de la construcción				A	B	Temporal	Periodo de retorno,	200	50	10	Zona I	28	25	19	Zona II	33	30	23	Zona III	39	35	27
				Importancia de la construcción																							
				A	B	Temporal																					
		Periodo de retorno,		200	50	10																					
		Zona I		28	25	19																					
		Zona II		33	30	23																					
		Zona III		39	35	27																					
Igual que las NTC 2004																											
Tabla 3.1 Velocidades regionales, V _R , según la importancia de la construcción y la zonificación eólica, m/s	3 s																										
<table><tr><td></td><td colspan="3">Importancia de la construcción</td></tr><tr><td></td><td>A</td><td>B</td><td>Temporal</td></tr><tr><td>Periodo de retorno,</td><td>200</td><td>50</td><td>10</td></tr><tr><td>Zona I Álvaro Obregón, Benito</td><td>39</td><td>36</td><td>31</td></tr><tr><td>Zona II Magdalena Contreras</td><td>35</td><td>32</td><td>28</td></tr></table>			Importancia de la construcción				A	B	Temporal	Periodo de retorno,	200	50	10	Zona I Álvaro Obregón, Benito	39	36	31	Zona II Magdalena Contreras	35	32	28						
		Importancia de la construcción																									
		A	B	Temporal																							
Periodo de retorno,		200	50	10																							
Zona I Álvaro Obregón, Benito	39	36	31																								
Zona II Magdalena Contreras	35	32	28																								
León, Guanajuato,	2021	Periodo retorno 10 años: 120 km/h Periodo retorno 50 años: 200 km/h Periodo retorno 200 años: 152.8 km/h	No se especifica																								
Guerrero	1994	Estructuras grupo B, ubicadas en la Costa y el parteaguas de las Sierra Madre del Sur: 150km/h En el resto del estado: 100 km/h	No se especifica																								
Hidalgo	2016	Según lo establecido en el MDOC de la CFE	Según el MDOC																								
Guadalajara, Jalisco	2002	125 km/h	la milla más rápida																								

Tabla 1. 23. Resumen de algunos aspectos básicos de las Normas y Reglamentos revisados en este trabajo, (continuación)

Entidad	Año	Velocidad básica de diseño, V_R	Tiempo de promediación
Morelia, Michoacán	2019	Estructuras grupo B: 80 km/h Estructuras grupo B en promontorios: 110 km/h Estructuras del Grupo A: incremento del 15%	No se especifica
Cuernavaca, Morelos	2017	Según el MDOC 2008	No se especifica
Tepic, Nayarit	2014	Según el MDOC	Según el MDOC
Monterrey, Nuevo León	2010	143 km/h	No se especifica
Oaxaca	2016	Mismos valores y procedimiento que las NTC-2004	Según el MDOC-2008
Puebla	2019	Según el MDOC vigente	Según el MDOC
Benito Juárez, Quintana Roo	2008	Según el MDOC-1993	Según el MDOC-1993
Culiacán, Sinaloa	2007	Según el MDOC y el IBC	-
Hermosillo, Sonora	2003	Según el MDOC-1993 y 2008	-
Veracruz, Veracruz	2015	Según el MDOC vigente	Según el MDOC
Mérida, Yucatán.	2018	Estructuras grupo a: 185 km/h Estructuras grupo B: 160 km/h	Según las NTC
Zacatecas	1983	-	No se especifica

1.3. ANÁLISIS DINÁMICO

1.3.1. Metodologías para el cálculo del efecto dinámico en estructuras flexibles

La velocidad media del viento varía con la altura, como se mencionó anteriormente puede describirse por perfiles de velocidad, en la mayoría de los códigos internacionales se utiliza un perfil logarítmico o exponencial. En cada punto de la altura las velocidades medias del viento son diferentes. Para calcularlas se utiliza una velocidad medida a una altura de referencia que por lo regular es a 10 m. Las velocidades del viento están controladas por el tiempo de promediación y en general se adopta un tiempo de tres 3 segundos, 10 minutos o 1 hora. De igual manera, la parte de la velocidad correspondiente a la ráfaga depende de un tiempo de promediación que puede ser cualquiera de los antes mencionados. En la Tabla 1.24 se realiza una comparativa de los tiempos de promediación presentes en normas y/o códigos de referencia mundial junto con las presentes en el MDOC y en las NTC.

Tabla 1.24. Tiempos de promediación para distintos códigos nacionales e internacionales.

Código	Altura de referencia (m)	Tiempo de promediación velocidad media	Tiempo de promediación para la velocidad de ráfaga
Australia y Nueva Zelanda	10	3 s	3 s
Canadá	10	1 h	1 h
China	10	10 min	10 min
Hong Kong, China	10	1 h	1 h
India	10	1 h	1 h
Indonesia	10	3 s	3 s
Japón	10	10 min	10 min
Korea	10	10 min	10 min
Malasia	10	3 s	3 s
Filipinas	10	3 s	3 s
Singapur	10	3 s	3 s
Taiwán, China	10	10 min	10 min
Tailandia	10	1 h	1 h
Estados Unidos	10	1 h	3 s
Vietnam	10	10 min	10 min
México MDOC-2008	10	3 s	10 min
México MDOC-2020	10	3 s	10 min
México NTC-2004	10	3 s	3 s
México NTC-2004	10	3 s	10 min

El análisis dinámico de la respuesta estructural, ante los efectos del viento, es uno de los principales problemas de la ingeniería eólica. En 1961 Davenport introdujo una técnica espectral, es decir, basada en el dominio de la frecuencia; la cual tomó auge en 1967 cuando formuló la expresión para calcular el factor de amplificación dinámica o factor de ráfaga. La metodología propuesta estaba orientada hacia estructuras flexibles de sección rectangular y se basa en la suposición de que la respuesta depende sólo del primer modo de vibrar.

La propuesta de Davenport ha sido la precursora de una serie de métodos refinados, que destacan por la generación de simulaciones de velocidad del viento.

En resumen, existen tres metodologías para calcular la respuesta dinámica de una estructura flexible cuando está sometida a la acción del viento, las cuales son: el factor de amplificación dinámica, las metodologías en el dominio de la frecuencia y las metodologías en el dominio del tiempo, las cuales serán descritas a continuación. Por facilidad se extrapolará la explicación de los métodos a un oscilador con un solo grado de libertad.

La ecuación de movimiento de un oscilador de un grado de libertad está dada por

$$m\ddot{x}(t) + 2\xi_s\omega_1 m\dot{x}(t) + kx(t) = F_D(t) \quad (1.99)$$

donde m es la masa del oscilador; ξ_s es el amortiguamiento estructural; ω_1 es la frecuencia del oscilador y k representa la rigidez lateral. Figura 1.9.

La presión dinámica sobre el oscilador por definición es

$$q_D(z,t) = \frac{1}{2} \rho_a [U_R(z,t)]^2 \quad (1.100)$$

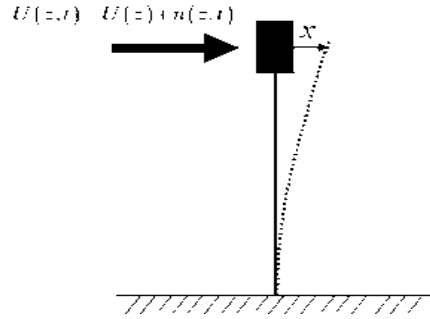


Figura 1.9. Estructura tipo punto.

La velocidad del viento relativa al oscilador capaz de deformarse es

$$U_R(z,t) = \bar{U}(z) + u(z,t) - \dot{x}(z,t) \quad (1.101)$$

donde $\bar{U}(z)$ es la componente media de la velocidad del viento; $u(z,t)$ es la ráfaga y $\dot{x}(z,t)$ es la componente de la velocidad relativa a la respuesta de la estructura.

Desarrollando el término $[U_R(z,t)]^2$ tenemos

$$[U_R(z,t)]^2 = [\bar{U}(z) + u(z,t)]^2 - 2[\bar{U}(z) + u(z,t)]\dot{x}(z,t) + [\dot{x}(z,t)]^2 \quad (1.102)$$

Si se tratase de una estructura rígida, los términos de la velocidad de la estructura se pueden despreciar, porque la respuesta de desplazamiento es muy pequeña y por ende la derivada de estos, es decir la velocidad, también es pequeña, por lo que la Ecuación 1.102 de la velocidad relativa se puede expresar como

$$[U_R(z,t)]^2 = [\bar{U}(z) + u(z,t)]^2 \quad (1.103)$$

Por lo tanto, la presión dinámica de base para una estructura rígida es

$$q_D(z,t) = \frac{1}{2} \rho_a [\bar{U}(z) + u(z,t)]^2 \quad (1.104)$$

Para una estructura flexible donde no se desprecian los términos relacionados con la velocidad de la estructura, la presión dinámica de base queda

$$q_D(z,t) = \frac{1}{2} \rho_a \left\{ [\bar{U}(z) + u(z,t)]^2 - 2[\bar{U}(z) + u(z,t)]\dot{x}(z,t) + [\dot{x}(z,t)]^2 \right\} \quad (1.105)$$

Con las ecuaciones desarrolladas anteriormente, para la presión dinámica de base de estructuras rígidas y flexibles, podemos apreciar que independientemente de si se deforma o no la estructura, el término de la ráfaga del viento nunca se anula. El viento es independientemente del tipo de estructura con la que interactúa.

Para fines de la ingeniería estructural lo que nos interesa son fuerzas en lugar de presiones, por lo que para obtener las fuerzas se multiplica la presión dinámica por el área expuesta, A , y por un coeficiente de arrastre que depende de la forma de la estructura, C_D ,

$$F_D(z,t) = \frac{1}{2} \rho_a A C_D \left\{ [\bar{U}(z) + u(z,t)]^2 - 2[\bar{U}(z) + u(z,t)]\dot{x}(z,t) + [\dot{x}(z,t)]^2 \right\} \quad (1.106)$$

Una de las diferencias entre una estructura que se deforma y una que no se deforma es la ecuación de movimiento que, como se mencionó al inicio, se extrapola para un oscilador de un solo grado de libertad y se repite por conveniencia

$$m\ddot{x}(t) + 2\xi_s \omega_1 m\dot{x}(t) + kx(t) = F_D(t) \quad (1.107)$$

Si se sustituye la fuerza de la Ecuación 1.106 en la ecuación de movimiento se tiene

$$m\ddot{x}(t) + 2\xi_s \omega_1 m\dot{x}(t) + kx(t) = \frac{1}{2} \rho_a A C_D \left\{ [\bar{U}(z) + u(z,t)]^2 - 2[\bar{U}(z) + u(z,t)]\dot{x}(z,t) + [\dot{x}(z,t)]^2 \right\} \quad (1.108)$$

La ecuación de movimiento es una ecuación diferencial no lineal, debido a que el término correspondiente a la velocidad de la estructura aparece en ambos lados de la ecuación. Además, el término de la derecha está elevado al cuadrado por lo que se complica su solución con métodos tradicionales. De acuerdo con diversos resultados experimentales, Davenport sugiere que el flujo en torno a secciones transversales de estructuras esbeltas puede ser considerado como prácticamente cuasi-estacionario. (Mendes, 1994). De esta forma la ecuación se puede resolver de la siguiente manera

$$m\ddot{x}(t) + 2\xi_s \omega_1 m\dot{x}(t) + kx(t) \approx \frac{1}{2} \rho_a A C_D \left\{ [\bar{U}(z)]^2 + 2[\bar{U}(z) \cdot u(z,t)] - 2\bar{U}(z) \cdot \dot{x}(z,t) \right\} \quad (1.109)$$

Desarrollando el lado derecho de la ecuación, el cual corresponde a la fuerza $F_D(t)$ total a la cual está sometido el oscilador, resulta

$$F_D(t) = \frac{1}{2} \rho_a A C_D (0) \bar{U}(z)^2 + \rho_a A C_D (f_B) \bar{U}(z) u(z,t) - \rho_a A C_D (f_B) \bar{U}(z) \dot{x}(z,t) \quad (1.110)$$

Si la fuerza F_D puede se representa como

$$F_D(t) = \bar{F}(z) + F_1(t) + F_2(t) \quad (1.111)$$

donde la fuerza media de arrastre asociada a la velocidad media del viento es

$$\bar{F}(z) = \frac{1}{2} \rho_a A C_D(0) \bar{U}(z)^2 \quad (1.112)$$

la fuerza media de arrete asociada a la velocidad de ráfaga del viento es

$$F_1(t) = \rho_a A C_D(f_B) \bar{U}(z) u(z, t) \quad (1.113)$$

y la fuerza asociada al amortiguamiento aerodinámico es

$$F_2(t) = \rho_a A C_D(f_B) \bar{U}(z) \dot{x}(z, t) \quad (1.114)$$

La Ecuación 1.110 se puede reescribir

$$F_D(t) = \bar{F}(z) \left[1 + 2 \frac{u(z, t)}{\bar{U}(z)} \frac{C_D(f_B)}{C_D(0)} - 2 \frac{\dot{x}(z, t)}{\bar{U}(z)} \frac{C_D(f_B)}{C_D(0)} \right] \quad (1.115)$$

La ecuación de movimiento 1.109 reescrita

$$m\ddot{x}(t) + 2\xi_s \omega_1 m \dot{x}(t) + kx(t) = \frac{1}{2} \rho_a A C_D(0) \bar{U}(z)^2 + \rho_a A C_D(f_B) \bar{U}(z) u(z, t) - \rho_a A C_D(f_B) \bar{U}(z) \dot{x}(z, t) \quad (1.116)$$

Si pasamos el termino correspondiente a la fuerza asociada al amortiguamiento aerodinámico del lado derecho se tiene

$$m\ddot{x}(t) + 2\xi_s \omega_1 m \dot{x}(t) + \rho_a A C_D(f_B) \bar{U}(z) \dot{x}(z, t) + kx(t) = \frac{1}{2} \rho_a A C_D(0) \bar{U}(z)^2 + \rho_a A C_D(f_B) \bar{U}(z) u(z, t) \quad (1.117)$$

Al factorizar

$$m\ddot{x}(t) + 2\omega_1 m \left[\xi_s + \frac{\rho_a A C_D(f_B) \bar{U}(z)}{2\omega_1 m} \right] \dot{x}(t) + kx(t) = \frac{1}{2} \rho_a A C_D(0) \bar{U}(z)^2 + \rho_a A C_D(f_B) \bar{U}(z) u(z, t) \quad (1.118)$$

El amortiguamiento que le genera el viento a la estructura se conoce como amortiguamiento viscoso aerodinámico y es

$$\xi_a = \frac{\rho_a A C_D(f_B) \bar{U}(z)}{2\omega_1 m} \quad (1.119)$$

El amortiguamiento total, es igual a la suma algebraica del amortiguamiento estructural, el amortiguamiento aerodinámico y los amortiguamientos exteriores que se le puedan agregar al oscilador

$$\xi_T = \xi_s + \xi_a + \xi_e \quad (1.120)$$

Si se sustituye la Ecuación 1.120 en la Ecuación 1.118,

$$m\ddot{x}(t) + 2\omega_1 m \xi_T \dot{x}(z, t) + kx(t) = \frac{1}{2} \rho_a A C_D(0) \bar{U}(z)^2 + \rho_a A C_D(f_B) \bar{U}(z) u(z, t) \quad (1.121)$$

se puede ver que ahora la fuerza F_D es

$$F_D(t) = \frac{1}{2} \rho_a A C_D(0) \bar{U}(z)^2 + \rho_a A C_D(f_B) \bar{U}(z) u(z, t) \quad (1.122)$$

Al sacar como termino común la fuerza estática tenemos

$$F_D(t) = \bar{F}(z) \left[1 + 2 \frac{u(z, t)}{\bar{U}(z)} \frac{C_D(f_B)}{C_D(0)} \right] \quad (1.123)$$

El valor medio de la fuerza de arrastre es igual a la fuerza ejercida por un flujo uniforme de velocidad $\bar{U}(z)$, que corresponde a un coeficiente de arrastre cuasi-estacionario designado por $C_D(0)$. Sin embargo, el coeficiente de arrastre que relaciona la amplitud de la parte variable de la fuerza actuante con la amplitud de ráfaga de la velocidad del flujo no es constante, ya que depende de la frecuencia reducida f_B . Este parámetro se define en función de la longitud de onda de las fluctuaciones y una dimensión típica B del cuerpo sumergido, a través de

$$f_B = \frac{fB}{\bar{U}(z)} \quad (1.124)$$

donde B es el ancho de la estructura.

La relación

$$\chi(f_B) = \frac{C_D(f_B)}{C_D(0)} \quad (1.125)$$

es conocida como admitancia aerodinámica, que como se puede ver está en el dominio de la frecuencia y representa el efecto de la fuerza del viento sobre la estructura, por lo que la Ecuación 1.123 se puede reescribir de la siguiente manera

$$F_D(t) = \bar{F}(z) \left[1 + 2 \frac{u(z, t)}{\bar{U}(z)} \chi(f_B) \right] \quad (1.126)$$

Entonces, la fuerza total está formada por una fuerza estática

$$\bar{F}(z) = \frac{1}{2} \rho_a A C_D(0) \bar{U}(z)^2 \quad (1.127)$$

y por una fuerza dinámica

$$F_1(t) = \bar{F}(z) \chi(f_B) \left(2 \frac{u(z, t)}{\bar{U}(z)} \right) = \rho_a A C_D \bar{U}(z) \chi(f_B) u(z, t) \quad (1.128)$$

En consecuencia, la respuesta de desplazamiento media o estática de una estructura debida a la velocidad media del viento a un tiempo de promediación está dada por

$$\bar{x} = \frac{\bar{F}(z)}{k} = \frac{1}{2} \frac{\rho_a A C_D}{k} [\bar{U}(z)]^2 \quad (1.129)$$

Para obtener la respuesta dinámica de la estructura a la ráfaga del viento, al mismo tiempo de promediación de la velocidad media, se tiene que resolver la ecuación de movimiento

$$m\ddot{x}(t) + 2\omega_1 m \xi_T \dot{x}(t) + k(t) = \rho_a A C_D \bar{U}(z) \chi(f_B) u(z, t) \quad (1.130)$$

Por lo tanto, la respuesta de desplazamiento total de una estructura flexible sometida a la acción del viento está compuesta por la respuesta media de desplazamiento, Ecuación 1.129, más la respuesta de desplazamiento dinámica que se obtiene al resolver la Ecuación 1.130.

Se puede ver que hay una fuerza estática y por lo tanto una respuesta estática de la estructura. Cabe resaltar que esta respuesta corresponde a la parte estática de una estructura que se deforma, por lo anterior, no se puede generalizar que la ecuación correspondiente a la fuerza media sea la fuerza en cualquier estructura. Resulta erróneo aplicar la fuerza estática a una estructura rígida porque se estaría despreciando el término correspondiente a la ráfaga del viento. En el apartado 1.3.1.4 se demuestra que no es conveniente despreciar el término mencionado anteriormente en las estructuras rígidas.

Para resolver la ecuación de movimiento y obtener la respuesta dinámica de la estructura, se pueden utilizar dos métodos, ya sea en el dominio del tiempo o en el dominio de la frecuencia, de este último se obtiene el Factor de Amplificación Dinámica (FAD), que como ya se mencionó, fue el primer método para obtener la respuesta dinámica de una estructura propuesto por Davenport.

1.3.2. Dominio de la frecuencia

Para resolver la ecuación en el dominio de la frecuencia, el viento se representa por medio de una función de densidad espectral de la velocidad del viento, $S_u(f)$, dicha función es la energía que tiene el viento en forma estática, luego se utiliza como filtro una función de admitancia aerodinámica, $\chi(f_B)$, que representa el efecto del viento sobre el oscilador y también se encuentra en el dominio de la frecuencia. El resultado de multiplicar la función de densidad espectral de la velocidad del viento por la admitancia aerodinámica, es una función de densidad espectral de la fuerza aerodinámica, $S_F(f)$, la se multiplicará por la función de admitancia mecánica, $\chi_m(f_B)$, que contiene las propiedades del oscilador y el resultado es la densidad espectral del desplazamiento de la respuesta del oscilador, $S_x(f)$.

En las ecuaciones 1.131 y 1.132 se muestra el establecimiento de las relaciones entre los espectros de potencia del viento, fuerza aerodinámica y desplazamiento de la estructura.

$$S_F(f) = \frac{4\bar{F}^2}{\bar{U}^2} |\chi(f)|^2 S_u(f) \quad (1.131)$$

$$S_x(f) = \frac{4\bar{x}^2}{\bar{U}^2} |\chi_m(f)|^2 |\chi(f)|^2 S_u(f) \quad (1.132)$$

En las técnicas espectrales, las varianzas tienden a ser la integral de la función de densidad espectral, por lo tanto, la varianza del espectro de desplazamientos es

$$\sigma_x^2 = \int_0^\infty S_x(f) df = \int_0^\infty \frac{4\bar{x}^2}{\bar{U}^2} |\chi_m(f)|^2 |\chi(f)|^2 S_u(f) df \quad (1.133)$$

Multiplicando y dividiendo por la varianza del espectro de velocidades

$$\sigma_x^2 = \frac{4\bar{x}^2 \sigma_u^2}{\bar{U}^2} \int_0^\infty |\chi_m(f)|^2 |\chi(f)|^2 \frac{S_u(f)}{\sigma_u^2} df \quad (1.134)$$

El área correspondiente a la integral de la función de densidad integral de la respuesta de desplazamiento, puede obtenerse de forma aproximada mediante dos componentes llamados R y B , los cuales representan la respuesta en resonancia y la respuesta de fondo o respuesta en la zona no resonante, respectivamente, Figura 1.10. Por lo tanto, la Ecuación 1.34 puede expresarse como

$$\sigma_x^2 = \frac{4\bar{x}^2 \sigma_u^2}{\bar{U}^2} [I]_B + [I]_R \quad (1.135)$$

donde

$$[I]_B = \int_0^\infty |\chi(f)|^2 \frac{S_u(f)}{\sigma_u^2} df \quad (1.136)$$

y

$$[I]_R = |\chi(f)|^2 \frac{S_u(f)}{\sigma_u^2} \int_0^\infty |\chi_m(f)|^2 df \quad (1.137)$$

En la zona no resonante, para las frecuencias alejadas de la frecuencia del oscilador, la función de transferencia $\chi_m(f_B)$ se considera unitaria. El efecto del viento cuando impacta contra una estructura rígida, es prácticamente la velocidad del viento. De tal manera que la admitancia aerodinámica también puede considerarse unitaria. En la zona resonante la función de admitancia aerodinámica es constante.

La integral de la función de admitancia mecánica para un intervalo de cero a infinito puede ser evaluada por un método desarrollado por Crandell y Mark, (Holmes, 2001), durante los años 60's a través de la siguiente ecuación

$$\int_0^\infty |\chi_m(f)|^2 df = \frac{\pi f_1}{4\xi_T} \quad (1.138)$$

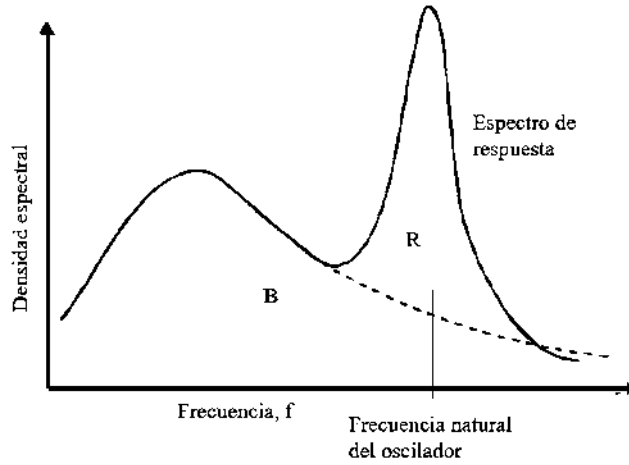


Figura 1.10. Respuesta en resonancia y la respuesta de fondo.

1.3.3. Factor de amplificación dinámica (FAD)

El FAD puede ser definido como la relación que existe entre la máxima respuesta esperada de una estructura en un tiempo de promediación y la respuesta media de la estructura en el mismo tiempo de promediación.

La respuesta máxima de la estructura, como se mencionó anteriormente, está compuesta por la respuesta media de desplazamiento, sumada a la ráfaga.

Si a la varianza, Ecuación 1.135, se le saca la raíz cuadrada se obtiene la desviación estándar de la respuesta que, multiplicada por una constante, representa la dispersión de los datos. Para fines matemáticos, la ráfaga se puede suponer como tantas veces la desviación estándar a partir de la media

$$u(z, t) = k_p(z) \sigma_u \quad (1.139)$$

Por lo tanto, la respuesta máxima se puede representar mediante

$$\hat{x} = \bar{x} + k_p \sigma_x(z) \quad (1.140)$$

De acuerdo con la definición del FAD tenemos

$$G = \frac{\hat{x}}{\bar{x}} = 1 + k_p \frac{\sigma_x(z)}{\bar{x}} \quad (1.141)$$

La ecuación para el cálculo de la varianza del espectro de respuesta de desplazamiento se repite por conveniencia

$$\sigma_x^2 = \frac{4\bar{x}^2 \sigma_u^2}{\bar{U}^2} \left[[I]_B + [I]_R \right] \quad (1.142)$$

y al sustituir en la Ecuación 1.141 del factor de ráfaga, se obtiene

$$G = 1 + 2k_p \frac{\sigma_u}{\bar{U}(z)} \sqrt{[I]_B + [I]_R} \quad (1.143)$$

Davenport propuso la siguiente expresión para obtener el factor pico k_p

$$k_p = \sqrt{2 \ln(\nu_0 T)} + \frac{0.5772}{\sqrt{2 \ln(\nu_0 T)}} \quad (1.144)$$

donde ν_0 es la frecuencia efectiva de la respuesta, también conocida como número de cruces por cero; y T es el intervalo de tiempo en el que se quiere obtener el valor de la respuesta.

1.3.4. Dominio del tiempo

Para resolver la ecuación en el dominio del tiempo, es necesario hacer simulaciones de registros de velocidades de viento, las cuales tienen que convertirse a simulaciones de fuerzas y así poder resolver la ecuación diferencial de movimiento por cualquier método.

Entre las técnicas para la simulación de registros artificiales de velocidad del viento, la más común es la WAWS (Weighted Amplitude Wave Superposition). Este enfoque fue presentado inicialmente por Rice (1954) y posteriormente desarrollado y extendido por Shinozuka (1971). La descripción de esta técnica se encuentra en el apartado 2.2.6 del capítulo 2.

1.3.5. Demostración de porque debe evitar despreciarse la ráfaga del viento en una estructura rígida.

Reescribiendo la ecuación para calcular la presión dinámica de base en una estructura rígida

$$q_D(z, t) = \frac{1}{2} \rho_a [\bar{U}(z) + u(z, t)]^2 \quad (1.145)$$

desarrollando el término cuadrático

$$q_D(z, t) = \frac{1}{2} \rho_a \bar{U}(z)^2 + \rho_a \bar{U}(z) u(z, t) + \frac{1}{2} \rho_a u(z, t)^2 \quad (1.146)$$

reescribiendo

$$q_D(z, t) = \frac{1}{2} \rho_a \bar{U}(z)^2 \left[1 + 2 \frac{u(z, t)}{\bar{U}(z)} + \frac{u(z, t)^2}{\bar{U}(z)^2} \right] \quad (1.147)$$

El término $\frac{u(z, t)^2}{\bar{U}(z)^2}$ se desprecia porque al estar elevado al cuadrado resulta un valor muy pequeño, quedando

$$q_D(z, t) = \frac{1}{2} \rho_a \bar{U}(z)^2 \left[1 + 2 \frac{u(z, t)}{\bar{U}(z)} \right] \quad (1.148)$$

Se sabe que, la ráfaga se puede suponer como tantas veces la desviación estándar a partir de la media

$$u(z,t) = k_p(z)\sigma_v(z) \quad (1.149)$$

donde k_p es el factor pico y σ_v es la desviación estándar.

Sustituyendo la Ecuación 1.149 en la Ecuación 1.148 se tiene

$$q_D(z,t) = \frac{1}{2} \rho_a \bar{U}(z)^2 \left[1 + 2 \frac{k_p(z)\sigma_v(z)}{\bar{U}(z)} \right] \quad (1.150)$$

La intensidad de la turbulencia es un parámetro estadístico definido por el cociente de la desviación estándar y la velocidad media del viento

$$I_v(z) = \frac{\sigma_v(z)}{\bar{U}(z)} \quad (1.151)$$

Sustituyendo la Ecuación 1.151 en la Ecuación 1.150

$$q_D(z,t) = \frac{1}{2} \rho_a \bar{U}(z)^2 [1 + 2k_p(z)I_v(z)] \quad (1.152)$$

En general k_p tiende a un valor máximo de 3.5, entonces

$$q_D(z,t) = \frac{1}{2} \rho_a \bar{U}(z)^2 [1 + 7I_v(z)] \quad (1.153)$$

De acuerdo con la demostración anterior, se puede ver el error que se comete al despreciar la intensidad de la turbulencia. Ya que el índice de turbulencia normalmente es pequeño para alturas de más de 200 m. Las estructuras rígidas regularmente son de una altura menor, por lo que el índice de turbulencia resulta mayor y por ende el error aumenta cuando no se considera. Además, aunque el índice de turbulencia sea pequeño, este se suma 7 veces a la velocidad media. Por lo tanto, omitirlo altera considerablemente la respuesta de la estructura, poniendo en peligro la seguridad de esta. Al no considerar la ráfaga, se está despreciando totalmente el efecto del viento sobre la estructura, porque si se considera solo la parte estática, el viento se estaría considerando laminar y, de esta manera, sus efectos difícilmente pueden tener efecto en una estructura.

1.3.6. Recomendaciones de diseño de las NTC 2004 y 2017

De acuerdo con las NTC (2004) y NTC (2017), la clasificación de las estructuras según su respuesta ante la acción del viento se presenta en la Tabla 1.25.

Los efectos estáticos y dinámicos del viento deben considerarse en el diseño de estructuras Tipo 2, 3 y 4. Para el diseño de las estructuras tipo 1 será suficiente tener en cuenta los efectos estáticos.

Tabla 1.25. Clasificación de las estructuras de acuerdo con su respuesta ante la acción del viento (NTC, 2004; NTC, 2017).

Tipo de estructura	Descripción
Tipo 1	Comprende las estructuras poco sensibles a las ráfagas y a los efectos dinámicos de viento. Incluye las construcciones cerradas techadas con sistemas de cubierta rígidos; es decir, que sean capaces de resistir las cargas debidas a viento sin que varíe esencialmente su geometría. Se excluyen las construcciones en que la relación entre altura y dimensión menor en planta es mayor que 5 o cuyo periodo natural de vibración excede de 1 segundo. Se excluyen también las cubiertas flexibles, como las de tipo colgante, a menos que por la adopción de una geometría adecuada, la aplicación de presfuerzo u otra medida, se logre limitar la respuesta estructural dinámica.
Tipo 2	Comprende las estructuras cuya esbeltez o dimensiones reducidas de su sección transversal las hace especialmente sensibles a las ráfagas de corta duración, y cuyos periodos naturales largos favorecen la ocurrencia de oscilaciones importantes. Se cuentan en este tipo, los edificios con esbeltez, definida como la relación entre la altura y la mínima dimensión en planta, mayor que 5, o con periodo fundamental mayor que 1 segundo.
Tipo 3	Comprende estructuras como las definidas en el Tipo 2 en que, además, la forma de la sección transversal propicia la generación periódica de vórtices o remolinos de ejes paralelos a la mayor dimensión de la estructura.
Tipo 4	Comprende las estructuras que por su forma o por lo largo de sus periodos de vibración presentan problemas aerodinámicos especiales. Entre ellas se hallan las cubiertas colgantes, que no pueden incluirse en el Tipo 1.

Según las NTC (2017), para tomar en cuenta los efectos estáticos y dinámicos en las estructuras correspondientes al Tipo 2, la presión de diseño calculada con cualquiera de las ecuaciones

$$p_z = 0.47C_p V_D^2 \text{ en Pa} \quad (1.154)$$

$$p_z = 0.048C_p V_D^2 \text{ en kg/m}^2 \quad (1.155)$$

será multiplicada por el factor $1/(1+7I_{Z_s})$, y por un factor, G , de efectos dinámicos. El cual es aplicable siempre y cuando la estructura no exceda los 200 m

$$G = 1 + 2gI_{Z_s} \sqrt{B^2 + R^2} \quad (1.156)$$

donde

$$I_{Z_s} = \bar{d} \left(\frac{Z_s}{10} \right)^{-\alpha'} \quad \text{si } z_{\min} < z_s \leq 200 \quad (1.156.1)$$

$$I_{Z_s} = \frac{1}{\ln \left(\frac{z_{\min}}{z_0} \right)} \quad \text{si } z_s \leq z_{\min} \quad (1.156.2)$$

$$g = \left(\sqrt{2 \ln(600v)} + \frac{0.60}{\sqrt{2 \ln(600v)}} \right) > 3.0 \quad (1.156.3)$$

$$v = n_0 \sqrt{\frac{R^2}{B^2 + R^2}} \quad (1.156.4)$$

y z_s es la altura de referencia para la cual se calcula el factor de efectos dinámicos.

Los valores de los parámetros $\bar{d}$, α' , z_0 y $z_{\min}$ se encuentran en la Tabla 1.26 los cuales dependen de la exposición del terreno descritas en la Tabla 1.3.

Tabla 1.26. Valores de los parámetros $\bar{d}$, α' , z_0 y $z_{\min}$. (NTC, 2004; NTC, 2017).

Exposición	$\bar{d}$	z_0 (m)	$z_{\min}$ (m)	α'
R1	0.15	0.01	1	0.12
R2	0.19	0.05	2	0.16
R3	0.29	0.30	5	0.21
R4	0.43	1.0	10	0.29

El perfil de velocidad media para efectos dinámicos del viento sobre una estructura Tipo 2 está promediado a un intervalo de 10 minutos y se obtiene con

$$V_D' = F_{TR}' F_{\alpha}' V_R \quad (1.157)$$

donde F_{TR}' es el factor correctivo que toma en cuenta las condiciones locales relativas a la topografía y a la rugosidad del terreno en los alrededores del sitio de desplante, Tabla 1.27; F_{α}' es el factor que toma en cuenta la variación de la velocidad con la altura y la conversión de velocidad de ráfaga de 3 segundos a 10 minutos y se obtiene de acuerdo con las ecuaciones 1.158 y 1.159; y V_R es la velocidad regional según la zona que le corresponde al sitio en donde se construirá la estructura.

$$F_{\alpha}' = 0.702 \text{ si } z \leq 10m \quad (1.158)$$

$$F_{\alpha}' = 0.702 \left(\frac{z}{10} \right)^{\alpha'} \text{ si } 10m < z < 200m \quad (1.159)$$

donde α' es el exponente que determina la forma de la variación de la velocidad media del viento con la altura. Este exponente está en función de la rugosidad del terreno y se define en la Tabla 1.27. En el terreno tipo R1 el factor F_{TR}' se tomará unitario en todos los casos.

Tabla 1.27. Valores del factor F_{TR}' . (NTC,2004; NTC, 2017).

Tipos de topografía	Rugosidades de terreno en alrededores		
	R2	R3	R4
T1	0.80	0.62	0.44
T2	0.90	0.70	0.50
T3	1.0	0.77	0.55
T4	1.1	0.85	0.60
T5	1.2	0.92	0.66

Según las NTC (2004), para tomar en cuenta los efectos estáticos y dinámicos en las estructuras correspondientes al Tipo 2, la presión de diseño se multiplicará por un factor de amplificación dinámica que se calcula con la ecuación

$$G = 0.43 + g \sqrt{\frac{R}{C_e} \left(B + \frac{SF}{\beta} \right)} \geq 1 \quad (1.160)$$

donde

$$g = \left(\sqrt{2 \ln(3600v)} + \frac{0.58}{\sqrt{2 \ln(3600v)}} \right) \frac{1}{2.3} > 1.48 \quad (1.160.1)$$

$$v = n_0 \sqrt{\frac{SF}{SF + \beta B}} \quad (1.160.2)$$

R es el factor de rugosidad; C_e es un factor correctivo que depende de la altura z ; B es el factor de excitación de fondo; S es el factor reductivo por tamaño; F es la relación de energía de ráfaga; β es la fracción de amortiguamiento crítico y n_0 la frecuencia del modo fundamental de la estructura en Hz.

1.3.7. Observaciones a las NTC-2017

Según las NTC (2017) el factor F'_{TR} además de tomar en cuenta la variación de la velocidad con la altura, convierte la velocidad de ráfaga de 3 segundos a 10 minutos, lo cual resulta incoherente puesto que con la Ecuación 1.157 se está calculando la velocidad media y no la velocidad de ráfaga. Además, es erróneo que se cambie la velocidad a 10 minutos y se tengan perfiles de velocidad a 3 segundos. Lo ideal es que la velocidad regional y el perfil de velocidades, tengan tiempos de promediación congruentes.

La expresión para el cálculo del verdadero factor de amplificación dinámica de acuerdo con la propuesta de Davenport, se encuentra en la Ecuación 1.143, la cual coincide con la recomendación de las NTC (2017) presentada en la Ecuación 1.156. Sin embargo, existe una discrepancia, ya que en las NTC (2017) recomiendan que la presión de diseño se multiplique por el factor $1/(1+7I_{z_s})$.

Para que resultase congruente el cálculo de la presión de diseño, el factor de amplificación dinámica debería multiplicarse por el factor $(1+7I_{z_s})$ y de esta manera no subestimar el resultado.

1.3.8. Recomendaciones de diseño del MDOC-2008 y MDOC-2020

En el MDOC (2008), la clasificación de las estructuras según su respuesta ante la acción del viento, se encuentra en la Tabla 1.28 y para el MDOC (2020) en la Tabla 1.29.

En el diseño de estructuras del Tipo 1, será suficiente con analizar la respuesta ante la fuerza media o estática del viento. Para el diseño de estructuras Tipo 2, se considerarán los efectos dinámicos y estáticos del viento. Las estructuras del Tipo 3, deben diseñarse con los criterios establecidos para las del Tipo 2; en adición, debe revisarse su capacidad para resistir los empujes dinámicos transversales generados por los vórtices alternantes. Finalmente, para las estructuras del Tipo 4, los efectos del viento se evaluarán mediante estudios analíticos y/o experimentales; los efectos resultantes normalmente resultan mayores que los obtenidos para las construcciones del Tipo 3.

Tabla 1.28. Clasificación de las estructuras de acuerdo con su respuesta ante la acción del viento.
(MDOC, 2008).

Tipo de estructura	Descripción
Tipo 1	Estructuras poco sensibles a las ráfagas y a los efectos dinámicos del viento. Se agrupan en este tipo aquéllas en las que la relación de esbeltez, λ , (definida como la relación entre la altura y la menor dimensión en planta), es menor o igual que cinco y con periodo natural de vibración del primer modo, menor o igual que un segundo. Se consideran dentro de este tipo la mayoría de los edificios para habitación u oficinas, bodegas, naves industriales, teatros y auditorios, puentes cortos. Para traveses y para armaduras simples o continuas, la relación de esbeltez se obtendrá al dividir el claro mayor por la menor dimensión perpendicular a éste. Incluye las construcciones cerradas con sistemas de cubierta rígidos, capaces de resistir las cargas debidas al viento sin que varíe esencialmente su geometría. Se excluyen las cubiertas flexibles, como las de tipo colgante, a menos que, por la adopción de una geometría adecuada, proporcionada por la aplicación de pre-esfuerzo u otra medida conveniente, se limite la respuesta estructural dinámica de manera que se satisfagan los requerimientos aquí establecidos.
Tipo 2	Estructuras que, por su alta relación de esbeltez o las dimensiones reducidas de su sección transversal, son sensibles a la turbulencia del viento y tienen periodos naturales que favorecen la ocurrencia de oscilaciones importantes por la acción del viento. En este tipo se incluyen los edificios con relación de esbeltez, λ , mayor que cinco o con periodo fundamental mayor que un segundo; las torres de celosía atirantadas, chimeneas, tanques elevados, antenas, bardas, parapetos, anuncios y las construcciones que presentan una pequeña dimensión paralela a la dirección del viento. Se excluyen aquéllas que explícitamente se mencionan como pertenecientes a los Tipos 3 y 4.
Tipo 3	Estas estructuras, presentan todas las características de las del Tipo 2 y, además, presentan oscilaciones importantes transversales al flujo del viento al aparecer vórtices o remolinos periódicos que interactúan con la estructura. Se incluyen las construcciones y elementos aproximadamente cilíndricos o prismáticos esbeltos, tales como chimeneas, tuberías exteriores o elevadas, arbotantes para iluminación y postes de distribución.
Tipo 4	Estructuras que por su forma y dimensiones o por la magnitud de sus periodos de vibración (periodos naturales mayores que un segundo), presentan problemas aerodinámicos inestables. Entre ellas se hallan las formas aerodinámicamente inestables como los cables de las líneas de transmisión, cuya sección transversal se ve modificada de manera desfavorable en zonas sometidas a heladas, las tuberías colgantes y las antenas parabólicas.

Tabla 1.29. Clasificación de las estructuras de acuerdo con su respuesta ante la acción del viento.
(MDOC, 2020).

Tipo de estructura	Descripción
Tipo 1	Estructuras poco sensibles a las ráfagas y a los efectos dinámicos del viento. Se agrupan en este tipo aquéllas en las que la relación de esbeltez, λ , (definida como la relación entre la altura y la menor dimensión en planta), es menor o igual que cinco y con periodo natural de vibración del primer modo, menor o igual que un segundo. Se consideran dentro de este tipo la mayoría de los edificios para habitación u oficinas, bodegas, naves industriales, teatros y auditorios, paneles solares, parapetos, bardas con altura hasta de 2.5 m, puentes con claros menores de 100 m. Para trabes y para armaduras simples o continuas, la relación de esbeltez se obtendrá al dividir el claro mayor por la menor dimensión perpendicular a éste. Incluye las construcciones cerradas con sistemas de cubierta rígidos, capaces de resistir las cargas debidas al viento sin que varíe esencialmente su geometría. Se excluyen las cubiertas flexibles, como las de tipo colgante, a menos que, por la adopción de una geometría adecuada, proporcionada por la aplicación de pre-esfuerzo u otra medida conveniente, se limite la respuesta estructural dinámica de manera que se satisfagan los requerimientos aquí establecidos. Para el diseño de este tipo de estructuras se deberán considerar los empujes medios estáticos, los cuales son causados por presiones y succiones del flujo medio del viento, tanto exteriores como interiores y generan presiones globales (para el diseño de la estructura en conjunto) y locales (para el diseño de un elemento estructural o recubrimiento en particular). Se considera que estos empuje son varían con el tiempo. La respuesta de la estructura ante el empuje medio del viento se calculará según se establece en el inciso 3.
Tipo 2	Estructuras que, por su alta relación de esbeltez o las dimensiones reducidas de su sección transversal, son sensibles a las ráfagas de corta duración y cuyos periodos fundamentales largos favorecen la ocurrencia de oscilaciones importantes. En este tipo se incluyen los edificios con relación de esbeltez, λ , mayor que cinco o con periodo fundamental del primer modo de vibrar mayor que un segundo, pero no mayor que 5 s; las torres de celosía aisladas, chimeneas, estructuras de soporte de aerogeneradores, tanques elevados, antenas, bardas con una altura mayor a los 2.5 m, anuncios y las construcciones que presentan una pequeña dimensión paralela a la dirección del viento. En este tipo de estructuras se considera la acción dinámica generada por la turbulencia del viento al interactuar con la estructura en forma de fuerzas equivalentes. Para el diseño se deberán considerar las vibraciones generadas por ráfagas turbulentas en la dirección del viento. La respuesta se evaluará mediante las recomendaciones que se presentan en el inciso 4. Se excluyen aquellas que explícitamente se mencionan como pertenecientes a los Tipos 3 y 4.
Tipo 3	Estas estructuras, presentan todas las características de las del Tipo 2 y, además, presentan oscilaciones importantes transversales al flujo del viento al aparecer vórtices o remolinos periódicos que interactúan con la estructura. La presencia de estructuras cilíndricas o prismáticas dentro del flujo del viento, genera el desprendimiento de vórtices alternantes que provocan fuerzas y vibraciones transversales a la dirección del flujo. Se incluyen las construcciones y elementos aproximadamente cilíndricos o prismáticos esbeltos, tales como chimeneas, estructuras de soporte de aerogeneradores, tuberías exteriores o elevadas, arbotantes para iluminación y postes de distribución. Las estructuras clasificadas como Tipo 3 deben diseñarse con los criterios establecidos para

Tabla 1.29. Clasificación de las estructuras de acuerdo con su respuesta ante la acción del viento.
(MDOC, 2020). (continuación)

Tipo de estructura	Descripción
	las del Tipo 2, y adicionalmente debe revisarse su capacidad para resistir los empujes dinámicos transversales generados por los vórtices alternantes, de acuerdo con el inciso 4.
Tipo 4	Estructuras que, por la geometría de la construcción, presentan problemas aerodinámicos inestables, debido a los distintos ángulos de incidencia del viento, a las propiedades dinámicas de la estructura (modos y periodos fundamentales de vibración, y amortiguamiento estructural) y al cambio de amortiguamiento aerodinámico. Entre ellas se hallan las formas aerodinámicamente inestables como los cables de las líneas de transmisión, cuya sección transversal se ve modificada de manera desfavorable en zonas sometidas a heladas, los tirantes de puentes, las tuberías colgantes y las antenas parabólicas. Para este tipo de estructura, los efectos del viento se evaluarán mediante estudios experimentales o mediante modelos numéricos de la mecánica de fluidos computacional; los efectos resultantes normalmente resultan mayores que los obtenidos para las construcciones del Tipo 3, por lo que aquellos que resulten para las del Tipo 3, se considerarán como mínimos. Los requisitos mínimos para la realización de pruebas experimentales en túnel de viento se indican en el inciso 1.5.2.

La determinación de la velocidad media para el análisis dinámico de acuerdo con el MDOC (2008) y MDOC (2020), se hace con la ecuación

$$V_D' = \frac{F_T F_{rz}' V_R}{3.6} \quad (1.161)$$

donde V_R es la velocidad regional de ráfaga en km/h; F_T es el factor de topografía y F_{rz}' es el factor de exposición para la velocidad media.

Según el MDOC (2008), el F_{rz}' se obtiene con las siguientes ecuaciones

$$F_{rz}' = 0.702 \bar{b} \quad \text{si } z \leq 10m \quad (1.162)$$

$$F_{rz}' = 0.702 \bar{b} \left(\frac{z}{10} \right)^{\alpha'} \quad \text{si } 10m < z \leq 200m \quad (1.163)$$

y según el MDOC (2020) con las ecuaciones

$$F_{rz}' = 0.702 \bar{b} \quad \text{si } z \leq 10m \quad (1.164)$$

$$F_{rz}' = 0.702 \bar{b} \left(\frac{z}{10} \right)^{\alpha'} \quad \text{si } 10m < z \leq 200m \quad (1.165)$$

$$F_{rz}' = 0.702 \bar{b} \left(\frac{\delta}{10} \right)^{\alpha'} \quad \text{si } z \geq \delta \quad (1.166)$$

donde $\bar{b}$ es el coeficiente de escala de rugosidad para la velocidad media, adimensional; α' es el exponente de variación de la velocidad media con la altura, adimensional y corresponde a un tiempo de promediación de 10 minutos; y δ es la altura gradiente.

Los valores de $\bar{b}$ y α' para el MDOC (2008) y MDOC (2020) se encuentran en las Tablas 1.30 y 1.31, respectivamente.

Tabla 1.30. Parámetros $\bar{b}$ y α' .(MDOC, 2008).

Categoría de terreno	$\bar{b}$	α'
1	1.17	0.12
2	1.00	0.16
3	0.77	0.21
4	0.55	0.29

Tabla 1.31 Parámetros $\bar{b}$ y α' . (MDOC, 2020).

Categoría de terreno	$\bar{b}$	α'
1	1.17	0.10
2	1.00	0.14
3	0.82	0.19
4	0.61	0.26

La presión actuante sobre una estructura de acuerdo con el MDOC (2008) es

$$p_z = C_p q_z \quad (1.167)$$

donde C_p es el coeficiente de presión y q_z es la presión dinámica de base en Pa.

La fuerza dinámica equivalente en la dirección del viento se obtiene con

$$F_{eq}(z) = p_z A_{exp} F_{AD} \quad (1.168)$$

donde A_{exp} es el área expuesta proyectada en un plano perpendicular a la dirección del viento en m²; y F_{AD} es el factor de amplificación dinámica.

El F_{AD} para estructuras prismáticas es

$$F_{AD} = \frac{1 + 2k_p I_v(z_s) \sqrt{B^2 + R^2}}{1 + 7I_v(z_s)} \quad \text{si } z \geq \delta \quad (1.169)$$

donde z_s es la altura de referencia; $I_v(z_s)$ es el índice de turbulencia; B es el factor de respuesta de fondo; R es el factor de respuesta en resonancia y k_p es el factor pico.

El índice de turbulencia está definido como

$$I_v(z_s) = \bar{d} \left(\frac{z_s}{10} \right)^{-\alpha'} \quad \text{si } z_{min} < z_s \leq 200 \quad (1.170)$$

$$I_v(z_s) = \frac{1}{\ln\left(\frac{z_{\min}}{z_0}\right)} \text{ si } z_s \leq z_{\min} \quad (1.171)$$

Los valores de las constantes $\bar{d}$, z_0 , $z_{\min}$ y $\bar{\alpha}$ se obtienen de la Tabla 1.32.

Tabla 1.32. Valores de los parámetros $\bar{d}$, z_0 , $z_{\min}$ y $\bar{\alpha}$. (MDOC, 2008).

Categoría del terreno	$\bar{d}$	z_0 (m)	$z_{\min}$ (m)	$\bar{\alpha}$
1	0.15	0.01	1	0.44
2	0.19	0.05	2	0.52
3	0.29	0.30	5	0.61
4	0.43	1.0	10	0.67

Cuando la respuesta en la dirección del viento se asocia con una distribución de probabilidades de tipo Gaussiana, el factor pico se expresa como

$$k_p = \left(\sqrt{2 \ln(vT)} + \frac{0.60}{\sqrt{2 \ln(vT)}} \right) > 3.0 \quad (1.172)$$

donde T es el intervalo de tiempo con el que se desea calcular la respuesta máxima, y es igual a 600s; v es la frecuencia de cruces por cero o tasa media de oscilaciones, en Hz, definida como

$$v = n_{1x} \sqrt{\frac{R^2}{B^2 + R^2}} \geq 0.08 \quad (1.173)$$

donde n_{1x} es la frecuencia natural de vibración medida en Hz de la estructura en la dirección del viento.

Según el MDOC (2020) la presión estática equivalente actuante en estructuras es

$$p_{eq} = \left(\frac{p_e}{(1 + 7I_v(z_s))} F_{RR} - p_i \right) \quad (1.174)$$

donde p_e es la presión exterior en Pa; p_i es la presión interior en Pa; F_{RR} es el factor de respuesta de ráfaga adimensional; $I_v(z_s)$ es el índice de turbulencia adimensional y z_s es la altura de referencia para la determinación de la respuesta de ráfaga en metros.

Para obtener a fuerza estática equivalente se multiplica la presión equivalente por el área expuesta

$$F_{eq} = \left(\frac{p_e}{(1 + 7I_v(z_s))} F_{RR} - p_i \right) A_{\exp} \quad (1.175)$$

El factor de respuesta de ráfaga para estructuras prismáticas se calcula con

$$F_{RR} = 1 + 2k_p I_v(z_s) \sqrt{B^2 + R^2} \quad (1.176)$$

donde

$$I_v(z_s) = \bar{d} \left(\frac{z_s}{10} \right)^{-\alpha'} \quad \text{si } z_{\min} < z_s \leq z_{\max} \quad (1.177)$$

$$I_v(z_s) = \frac{1}{\ln \left(\frac{z_{\min}}{z_0} \right)} \quad \text{si } z_s \leq z_{\min} \quad (1.178)$$

Los valores de las constantes $\bar{d}$, z_0 , $z_{\min}$, $z_{\max}$ y $\bar{\alpha}$ se obtienen de la Tabla 1.33

Tabla 1.33. Valores de los parámetros $\bar{d}$, z_0 , $z_{\min}$, $z_{\max}$ y $\bar{\alpha}$. (MDOC, 2020).

Categoría del terreno	$\bar{d}$	z_0 (m)	$z_{\min}$ (m)	$z_{\max}$	$\bar{\alpha}$
1	0.12	0.001	1	200	0.44
2	0.17	0.02	2	200	0.52
3	0.25	0.20	5	200	0.61
4	0.39	1.0	10	200	0.67

1.3.9. Observaciones al MDOC-2008 y MDOC-2020

En el MDOC-2008 el factor $1/(1+7I_{z_s})$ multiplica directamente al factor de amplificación dinámica, Ecuación 1.169, si se sustituye dicha expresión en la Ecuación 1.168, el cálculo de la fuerza dinámica equivalente queda

$$F_{eq}(z) = p_z A_{exp} \left(\frac{1 + 2k_p I_v(z_s) \sqrt{B^2 + R^2}}{1 + 7I_v(z_s)} \right) \quad (1.179)$$

En el MDOC-2020, el factor $1/(1+7I_{z_s})$ multiplica a la presión exterior, Ecuación 1.174. Si la presión interior se considera igual a cero y si se sustituye la Ecuación 1.176, que corresponde al factor de ráfaga, en la Ecuación 1.175 se tiene que la fuerza dinámica equivalente es

$$F_{eq} = \left(\frac{p_e}{(1 + 7I_v(z_s))} \left(1 + 2k_p I_v(z_s) \sqrt{B^2 + R^2} \right) \right) A_{exp} \quad (1.180)$$

Se puede apreciar cómo ambas referencias calculan la fuerza estática equivalente de la misma manera, por lo tanto, el siguiente texto presentado en el apartado 4.3 de la sección de comentarios del MDOC-2020, no tiene validez.

De manera práctica el factor $[1+7I_v(z)]$ se aplica por separado del factor F_{RR} , por lo que el F_{RR} siempre será mayor o igual que la unidad. En la versión del 2008 de este capítulo, estos dos factores se consideraban de manera simultánea en el factor de amplificación dinámica, F_{AD} pudiendo resultar valores menores de la unidad. (MDOC, 2020).

Además, en el apartado 4.3 de la sección de comentarios del MDOC (2020), se menciona que el factor $(1+7I_{z_s})$, transforma las presiones a un tiempo de promediación de 10 minutos. Esto es erróneo porque como se demostró en el apartado 1.3.1.4. el factor $(1+7I_{z_s})$ corresponde a la consideración de la turbulencia.

Al igual que en las NTC en ambas referencias del MDOC, falta corregir la presión dinámica de base. Si el factor $1/(1+7I_{zs})$ multiplica al factor de amplificación dinámica la presión dinámica de base debe ser corregida por el inverso de dicho factor para que no se subestimen los resultados.

1.3.10. Normas Técnicas Complementarias de algunos municipios de los estados de la República Mexicana

Aguscalientes, Aguascalientes

En su artículo 845, declara:

Mientras no se cuente con Normas Técnicas Complementarias propias de este Libro, se consideran como parte de él y de aplicación supletoria las siguientes normas pertenecientes al Reglamento de Construcciones del Distrito Federal. También se considera como parte de este libro el Manual de Diseño por Viento perteneciente al Manual de Diseño de Obras Civiles de la Comisión Federal de Electricidad. (H. Ayuntamiento del Municipio de Aguascalientes, 2019).

La norma aplica para todos los municipios del Estado. Considera una velocidad regional para el Estado de Aguascalientes, para estructuras Grupo A: 150 km/h y para el Grupo B: 130 km/h. (H. Ayuntamiento del Municipio de Aguascalientes, 2019).

Mexicali, Baja California

Para el análisis dinámico utiliza los mismos criterios y ecuaciones que las NTC-2004. (H. Ayuntamiento del Municipio de Mexicali, (2013).

Campeche, Campeche

En estas NTC se hace una clasificación de las estructuras de acuerdo con su respuesta ante la acción, menciona que las del Tipo 2 son en general aquellas que tienen un periodo fundamental mayor de dos segundos. Mencionan que para el diseño de estructuras Tipo 2 y Tipo 3 se requieren considerar los efectos estáticos y dinámicos causados por el viento, pero no presenta información acerca de cómo tomar en cuenta los efectos dinámicos. (H. Ayuntamiento del Municipio de Campeche, 1989)

Tuxtla Gutierrez, Chiapas

En su artículo 388 dice:

En edificios en que la relación entre la altura y la dimensión mínima en planta es menor que cinco y en los que tengan un período natural de vibración menor de 2 segundos y que cuentan con cubiertas y paredes rígidas ante cargas normales a su plano, el efecto del viento podrá tomarse en cuenta por medio de presiones estáticas equivalentes, deducidas de la velocidad de diseño especificada en el artículo 389.

Se requerirán procedimientos especiales de diseño que tomen en cuenta las características dinámicas de la acción del viento en construcciones que no cumplan con los requisitos del párrafo anterior, y en particular en cubiertas exteriores tengan poca rigidez ante cargas normales a su plano o cuya forma propicie la generación periódica de vórtices

Y en su artículo 389 dice:

Las presiones que se producen para esta velocidad se modificarán tomando en cuenta la importancia de la construcción, las características del flujo del viento en el sitio donde se

ubica la estructura y la altura sobre el del terreno a la que se encuentra ubicada el área expuesta al viento. La forma de realizar tales modificaciones y los procedimientos para el cálculo de las presiones que se producen en distintas porciones del edificio se establecerán en las normas complementarias para diseño por viento (NTC-DF-2004 y/ o la Norma Técnicas complementaria Vigente en la Ciudad de México) o en el Manual de obras civiles de diseño de viento de Comisión Federal de Electricidad. (H. Ayuntamiento del Municipio de Tuxtla Gutierrez, 2017),

No es clara el concepto de vértices que menciona. Este concepto no es perteneciente a la ingeniería eólica.

Chihuahua, Chihuahua

En su artículo 156 dice:

Los factores de ráfaga se emplean para tomar en cuenta las fluctuaciones naturales del viento y su interacción con edificios y otras estructuras. Para el caso de estructuras rígidas, según se definió en el artículo 148 de este instrumento, el factor de ráfaga G se puede tomar igual a 0.85. En ciertos casos los factores de ráfaga se combinan con coeficientes de empuje produciendo los factores combinados GCp, GCpf o GCpi. En estas circunstancias los factores de ráfaga y los factores de empuje no se deben determinar por separado. Para el caso de edificios y estructuras flexibles, el factor de ráfaga debe ser determinado por medio de procedimientos que tomen en cuenta la interacción del viento, las características dinámicas de la estructura y estén fuera del alcance de este Reglamento. (H. Ayuntamiento del Municipio de Chihuahua, 2013),

Durango, Durango

En sus Normas Técnicas, infortunadamente, copian exactamente las NTC (2004), incluyendo las velocidades aplicables para la Ciudad de México. Completamente errónea esta normatividad. (H. Ayuntamiento del Municipio de Durango, 2016).

León, Guanajuato.

Sugiere el mismo lineamiento de diseño que en el MDOC (2020). (H. Ayuntamiento del Municipio de León, 2021).

Estado de Guerrero

En su capítulo VII, Diseño por Viento, artículo 213 dice:

En este capítulo se establecen las bases para la revisión de la seguridad y condiciones de servicio de las estructuras ante los efectos de viento. Los procedimientos detallados de diseño se encontrarán en las Normas Técnicas Complementarias respectivas.

Artículo 2016. Para las construcciones del grupo B del artículo 174, en la zona comprendida entre la costa y el parteaguas de la Sierra Madre del Sur, se tomará como base una velocidad de viento de 150 km/h, en el resto del Estado se tomará de 100 km/h. (Gobierno del Estado de Guerrero, 1994).

Durante la búsqueda bibliográfica de este trabajo, no fue posible encontrar las Normas Técnicas Complementarias al Reglamento; por lo que se desconocen las regulaciones de diseño.

Estado de Hidalgo

En el Capítulo 7, del Diseño por Viento, en su artículo 231, dice:

La clasificación de las estructuras para fines de diseño por viento, los efectos del viento a considerar, las especificaciones técnicas y los métodos para el diseño de las estructuras sometidas a los efectos del viento, serán establecidos en el Manual de Diseño de Obras Civiles de la CFE, relativas al diseño de estructuras sujetas a las acciones del viento o cualquiera otra Norma Técnica aplicable con carácter oficial. (Gobierno del Estado de Hidalgo, 2016)

Guadalajara, Jalisco

Las NTC de Diseño por viento del 2002, se basan en las recomendaciones de la Uniform Building Code (UBC), por facilidad de aplicación y para mantener la congruencia con otros capítulos del Reglamento de Construcciones de Guadalajara. Para estructuras sensibles a efectos dinámicos, recomiendan el uso del MDOC de la Comisión Federal de Electricidad. En ese caso habrá que emplear la velocidad propuesta por ese organismo.

Para estructuras sensibles a efectos dinámicos, recomiendan el uso del MDOC de la Comisión Federal de Electricidad. En este caso, habrá que emplear la velocidad propuesta por dicho organismo. (H. Ayuntamiento del Municipio de Guadalajara, 2002).

Morelia, Michoacán

Clasifica las estructuras de acuerdo con su respuesta ante la acción del viento como se muestra en la Tabla 1.34.

Tabla 1.34. Clasificación de las estructuras ante la acción del viento, Morelia, Michoacán.

Estructura	Descripción
Tipo I	Comprende las estructuras poco sensibles a las ráfagas y a los efectos dinámicos de viento. Incluye específicamente las siguientes construcciones: a) Edificios de habitación u oficina con altura menor a 60.00 m. o periodo natural menor de 2 seg. b) Las construcciones cerradas techadas con sistema de arcos, trabes o armaduras, losas, cascarones y otros sistemas de cubierta rígida; es decir, que sean capaces de tomar las cargas debidas a viento sin que varíe esencialmente su geometría, se excluyen las cubiertas flexibles como la de tipo colgante, a menos que por la adopción de una geometría adecuada, la aplicación de preesfuerzo u otra medida, se logre limitar la respuesta estructural dinámica.
Tipo II	Comprende las estructuras cuya esbeltez o dimensiones reducidas en su sección transversal, las hace especialmente sensible a las ráfagas de corta duración cuyos periodos naturales largos favorecen la ocurrencia de oscilaciones, con esbeltez, definida como la relación entre la altura y la mínima dimensión en planta, mayor de 5 y en los que además se cumpla con algunas de las siguientes condiciones: periodo fundamental mayor de 2 seg., o la altura mayor de 60.00 m.
Tipo III	Comprende estructuras como las definidas en el tipo II, en que además la forma de su sección transversal propicia la generación periódica de vórtices (remolinos) de ejes paralelos a la mayor dimensión de la estructura. Son de este tipo las estructuras con componentes aproximadamente cilíndricos y de pequeño diámetro tales como tuberías y chimeneas.

Tabla 1.34. Clasificación de las estructuras ante la acción del viento, Morelia, Michoacán, (continuación)

Estructura	Descripción
Tipo IV	Comprende las estructuras que por su forma o por lo largo de su periodo de vibración presentan problemas aerodinámicos especiales. Entre ellas se hallan las cubiertas colgantes, que no pueden incluirse en el tipo I.

Menciona que en las construcciones pertenecientes al Tipo II, los efectos estáticos y dinámicos debidos a la turbulencia se tomarán en cuenta multiplicando la velocidad de diseño por un factor de ráfaga igual a 1.3. (H. Ayuntamiento del Municipio de Morelia, 2019).

Cuernavaca, Morelos

En su página 41, expresa: la evaluación de las acciones del viento, así como las recomendaciones para el análisis y diseño por viento, deberán tomarse en cuenta las bases y criterios generales conforme establece en el Capítulo por viento del MDOC (2008). (H. Ayuntamiento del Municipio de Cuernavaca, 2017).

Tepic, Nayarit

En el artículo 252, tema 2, expresa: “Se considerará las acciones estáticas y dinámicas debidas al viento (ver el MDOC (2008)). (H. Ayuntamiento del Municipio de Tepic, (2014)

Monterrey, Nuevo León

En el artículo 109, expresa:

“Se tomará como base una velocidad de viento de 143 km/h para diseño de edificaciones. Para contrarrestar la presión de viento que se produce para esta velocidad, se deberá aplicar las normas técnicas correspondientes”. (H. Ayuntamiento del Municipio de Monterrey, 2010).

Durante la búsqueda bibliográfica no fue posible encontrar las normas citadas, por lo que no se conoce la metodología empleada para el diseño eólico.

Estado de Oaxaca

En el documento denominado Norma Técnica Complementaria de Emergencia para diseño por viento, se emplean las mismas ecuaciones que las NTC (2004). (Gobierno del Estado de Oaxaca, 2016).

Puebla, Puebla

En el artículo 1004, se dice:

“Las bases para la revisión de la seguridad y condiciones de servicio de las estructuras ante los efectos de viento y los procedimientos de diseño se establecen en el MDOC de la CFE vigente y en las NTC”. (H. Ayuntamiento del Municipio de Puebla, 2017).

No se especifica si se refiere a las NTC del municipio o de la Ciudad de México.

Benito de Juárez, Quintana Roo

Sugiere el mismo lineamiento de diseño que las NTC-2004. (H. Ayuntamiento del Municipio de Benito de Juárez, 2008),

Culiacán, Sinaloa

En el artículo 167, dice:

Para los efectos de este Título las construcciones se clasifican en los siguientes grupos:....Las construcciones se diseñarán de acuerdo con los códigos y manuales nacionales y norteamericanos vigentes, que se señalan en este título. El corresponsable en seguridad estructural podrá optar por las normas que se consideren las más convenientes para cada proyecto en particular, Los códigos y manuales que podrán utilizarse, para cada materia, son International Building Code (IBC), Manual de Diseño de Obras Civiles, Diseño por Viento, IIE de la CFE. Estudio, en su caso, aprobado por el Ayuntamiento, para el diseño eólico en Culiacán. (H. Ayuntamiento del Municipio de Culiacán, 2007).

Se trata de una norma que carece de transparencia.

Hermosillo, Sonora

En su artículo 37 establece:

“Se reconocen como válidos los siguientes manuales, reglamentos y códigos:

I. Manual de Diseño de Obras Civiles de la Comisión Federal de Electricidad,

Diseño por Viento, edición 1993

Diseño por Viento, edición 2008”. (H. Ayuntamiento del Municipio de Hermosillo, 2003).

Esta norma aparentemente considera la posibilidad de aplicar dos metodologías similares, pero las cargas en ambos son diferentes en el MDOC (1993) y el MDOC (2008).

Veracruz, Veracruz

En el Capítulo VII, Del diseño por Viento, artículo 98, dice:

Las bases para la revisión de la seguridad y condiciones de servicio de las estructuras ante los efectos de viento y los procedimientos de diseño serán de acuerdo con los criterios establecidos en la norma indicada en el Artículo 66, se establecen en el Manual de Diseño de Obras Civiles de la Comisión Federal de Electricidad para Diseño por Viento vigentes. (H. Ayuntamiento del Municipio de Veracruz, 2015).

Mérida, Yucatán

En el artículo 102 se establece que el diseño de estructuras sometidas a la acción del viento se considerará una velocidad mínima en construcciones del Grupo A de 185 km/h y en construcciones del Grupo B de 160 km/h. Las del grupo C no requieren ser diseñadas por viento. (H. Ayuntamiento del Municipio de Mérida, 2018).

La norma no es clara sobre el procedimiento sugerido para el cálculo de velocidades de diseño y de la presión de diseño del viento.

Estado de Zacatecas

En su artículo 227 dice:

“En las construcciones pertenecientes al tipo 2, los efectos estáticos y dinámicos debidos a la turbulencia se tomarán en cuenta multiplicando la velocidad de diseño especificada en el Artículo 223 de este reglamento por un factor de ráfaga igual a 1.3”. (Gobierno del Estado de Zacatecas, 1983).

1.4. Conclusiones parciales

En la República Mexicana, según el artículo 115 de la Constitución Mexicana, que acredita a los Estados y sus Municipios como libres y soberanos, dichos municipios mantienen personalidad jurídica para manejar su patrimonio conforme a la ley. Son responsables de emitir y mantener actualizadas las leyes, reglamentos y normatividad complementaria, en todo lo que se refiere a seguridad de la población. Incluyendo lo relativo a seguridad estructural. En México existen 2471 municipios libres y soberanos, los cuales por medio de sus ayuntamientos, emiten y regulan la Reglamentación de Construcción y Seguridad Estructural, así como sus Normas Técnicas Complementarias.

Durante el desarrollo de este trabajo, fue complicado obtener la reglamentación actualizada de los reglamentos de diseño eólico de estructuras publicados por los municipios que son capital de los Estados, ya que en sus páginas electrónicas oficiales no se encontraron. La documentación revisada, está desactualizada y confusa. Se encontró evidencia de que existen contradicciones y errores en las expresiones de diseño, algunas son copia “exacta” de la Normas Técnicas de diseño, que son exclusivas de la Ciudad de México; otras refieren a reglamentos extranjeros, sin aclarar aspectos básicos de diseño como velocidades regionales, tiempo de promediación, factor de cálculo de las velocidades de diseño, presiones del viento y factores de carga efectiva.

Es innegable, que la centralización de la normatividad por la Ciudad de México por medio de sus NTC y del Manual de Diseño de Obras Civiles, son un importante referente para las normas en los municipios. Por lo que dichos documentos debieran ser redactados de forma transparente para que, si así lo desean, los responsables de emitir las normas municipales, sean adaptadas de forma fácil y sin errores.

Por otro lado, es necesario que los ingenieros que radican en los diferentes Estados de la República, por medio de sus asociaciones de profesionistas, colegios de ingenieros civiles o delegaciones de la Sociedad Mexicana de Ingeniería Estructural; se organicen por medio de algún especialista en el área de diseño eólico para actualizar, homogenizar y aplicar normas correctas y actualizadas que garanticen la seguridad estructural ante eventos eólicos en México.

CAPÍTULO 2

SIMULACIONES DE CARGAS EÓLICAS DEBIDO A VIENTO SINÓPTICO

2.1. INTRODUCCIÓN

El viento se puede definir como el movimiento de masas de aire con respecto a la superficie terrestre, la causa principal de esto puede deberse a una diferencia ya sea de presión o de temperatura. Ambos fenómenos y por ende el de viento se desarrollan en la capa más cercana al suelo llamada tropósfera, que contiene más del 75% del aire que se encuentra en la Tierra, esta capa tiene un espesor aproximadamente de 18 km en la zona intertropical y 7 km en las zonas polares.

Los vientos en cualquier parte del mundo tienen las mismas características, lo que cambia son las velocidades de entrada de un sitio a otro. Los vientos según sus propiedades estadísticas se pueden clasificar en:

- 1) Vientos sinópticos o normales que se producen por diferencias de presiones atmosféricas, es el viento que normalmente sentimos. Se abordan como vientos estacionarios, es decir la desviación estándar permanece constante durante todo el tiempo de registro de la señal del viento.
- 2) Vientos no-sinóptico son los vientos que corresponden a los ciclones tropicales, es decir, a fenómenos meteorológicos extremos. Aquí es donde se encuentran los vientos huracanados. Se abordan como vientos no estacionarios.

Para el campo de la ingeniería civil, lo que interesa es conocer la velocidad del viento, recientemente para registrarla se utilizan anemómetros, que actualmente son más populares, pero no existen suficientes registros de eventos eólicos pasados para hacer análisis paso a paso en la historia del tiempo. Por eso es necesario hacer simulaciones de velocidad del viento a lo largo del tiempo.

Para fines matemáticos, el viento se supone separado en flujo laminar y flujo turbulento, esta clasificación está en función del número de Reynolds, el cual representa la relación entre las fuerzas inerciales y las fuerzas viscosas presentes en el fluido. Cuando se hace el análisis de la ecuación de movimiento también se separa en dos partes, la que corresponde a flujo laminar que no depende del tiempo y la ecuación correspondiente al flujo turbulento que depende del tiempo.

A la variación de la velocidad del viento con la altura se le llama perfil de velocidades y ese perfil tiene una forma matemática donde la velocidad del viento a cierta altura, $U(z, t)$, es la suma de una velocidad media (flujo laminar), $\bar{U}(z)$, que solo depende de la altura y no del tiempo, más la ráfaga (flujo turbulento), $u(z, t)$, que es la distancia entre la media y los valores máximos, y depende del tiempo y de la altura. Entonces, la velocidad del viento se puede expresar como

$$U(z,t) = \bar{U}(z) + u(z,t) \quad (2.1)$$

El vector que representa la velocidad del viento en un punto con altura z tiene tres componentes ortogonales (Figura 2.1): la longitudinal, $U(z,t)$ la transversal $v(z,t)$ y la vertical $w(z,t)$.

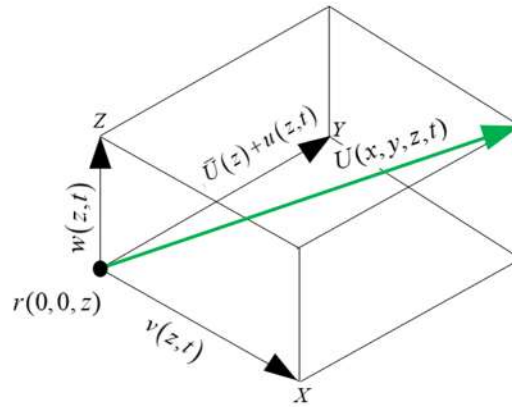


Figura 2.1. Componentes del vector de velocidad del viento en un punto con altura z .

Para fines de sencillas, una vez que se elige la dirección de análisis, se considera que el viento en la dirección elegida está formado por, la velocidad media y la ráfaga, Ecuación 2.1; en las otras direcciones solo se considera la ráfaga, es decir, la media solo se considera en la dirección que se analiza.

En la Figura 2.2 se muestran las propiedades de una estructura tipo línea con sección rectangular, B es el ancho perpendicular en la dirección longitudinal del viento, D es el ancho paralelo a la dirección longitudinal del viento. Sobre el ancho B se genera la presión de barlovento, P_b , y la succión en la cara de sotavento, P_s . Además, se representa la incidencia del viento sobre una estructura y los tres tipos de respuesta dinámica de ésta; respuesta longitudinal al flujo del viento, transversal al flujo del viento y torsional.

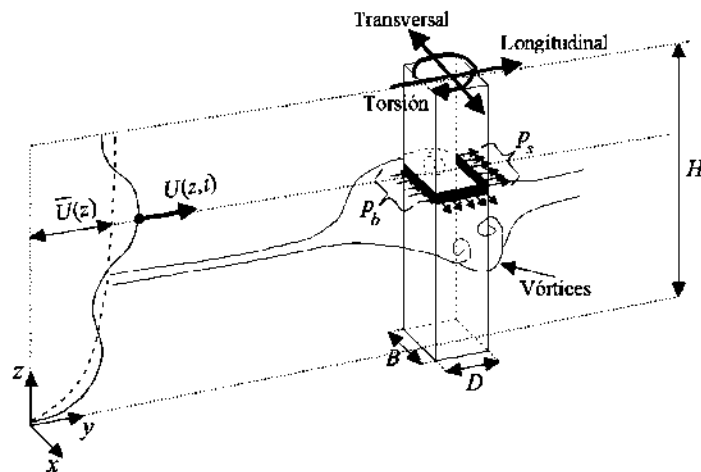


Figura 2.2. Propiedades geométricas y respuesta dinámica de una estructura tipo línea.

Con base en la Figura 2.2, las fuerzas dinámicas inducidas por el viento en el j -ésimo entrepiso de un edificio alto están dadas por

$$F_D(z_j, t) = \frac{1}{2} \rho_a A_j C_D [\bar{U}(z_j) + u(z_j, t)]^2 \quad (2.2)$$

$$F_L(z_j, t) = \frac{1}{2} \rho_a A_j \bar{F}_L(z_j, t) [\bar{U}(z_j)]^2 \quad (2.3)$$

$$M_z(z_j, t) = \frac{1}{2} \rho_a A_j B \bar{M}_z(z_j, t) [\bar{U}(z_j)]^2 \quad (2.4)$$

donde $j=1,2,3,\dots,N$; N es el número de entrepisos del edificio; t es el tiempo; H es la altura total del edificio; $F_D(z_j, t)$ es la fuerza de arrastre del viento en el j -ésimo entrepiso, es decir, la fuerza longitudinal al flujo del viento; $F_L(z_j, t)$ es la fuerza de sustentación inducida por los vórtices en el j -ésimo entrepiso, es decir, la fuerza transversal al flujo del viento; $M_z(z_j, t)$ es el momento de torsión inducido por los vórtices en el j -ésimo entrepiso; A_j es el área de incidencia del viento para el j -ésimo entrepiso, es decir, el área perpendicular al flujo del viento; C_D es el coeficiente de arrastre; $\bar{F}_L(z_j, t)$ es la fuerza adimensional de sustentación normalizada; $\bar{M}_z(z_j, t)$ es el momento adimensional de torsión normalizado.

Una desventaja que existe a nivel nacional para hacer el análisis de una estructura sometida al viento, es la falta de registros eólicos, sin embargo, existen diversas metodologías para realizar simulaciones de registros de velocidad del viento. Para los intereses de este trabajo se utilizará el modelo de representación espectral de Shinozuka, descrita en el apartado 2.2.6. Para que la respuesta de una estructura sometida al viento se pueda apreciar de una manera más fiable y realista, el registro eólico debe de tener una duración considerable, lo recomendable son 10 minutos puesto que los códigos de diseño eólico existentes a nivel mundial manejan velocidades de referencia del viento a un tiempo de promediación de 10 minutos.

2.2. SIMULACIONES DE CARGAS EÓLICAS EN LA DIRECCIÓN LONGITUDINAL

En este apartado se aborda la metodología para realizar la simulación de fuerzas en la dirección longitudinal al flujo del viento turbulento. Como se mencionó anteriormente, se utilizará el modelo de representación espectral de Shinosuka (también conocido como WAWA por sus siglas en inglés *Weighted Amplitude Wave Superposition*) con un tiempo para la simulación de 10 minutos. Además, de seleccionar la metodología para la simulación es necesario conocer varios parámetros como lo son: la velocidad media del viento, contenido energético de $u(z, t)$, correlación vertical del viento, función de admitancia aerodinámica, coeficiente de arrastre, entre otros.

2.2.1. Velocidad media del viento

La velocidad media del viento incrementa con la altura, después de cierta altura llamada altura gradiente, la velocidad permanece constante. La altura gradiente puede extenderse hasta alrededor de un kilómetro, (Holmes, 2004); en función de la rugosidad del terreno y por debajo de esta altura se crea una fuerte turbulencia (Figura 2.3).

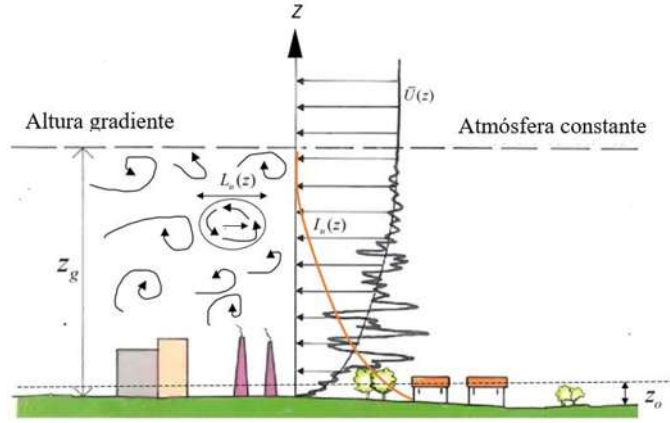


Figura 2.3. Altura gradiente.

En la Figura 2.3, $\bar{U}(z)$ es la velocidad media del viento; z_g es la altura gradiente; z_o es la longitud de rugosidad del terreno, la cual representa la altura promedio de los elementos que obstruyen el paso del viento; $I_u(z)$ es la intensidad de turbulencia de la componente longitudinal del flujo del viento, la cual se define como una medida de dispersión de la velocidad longitudinal del viento con respecto a su valor medio (representa el tamaño de los remolinos); y $L_u(z)$ es la longitud de la escala integral del tiempo en la dirección longitudinal al flujo del viento, la cual representa el tamaño promedio de los vórtices.

Matemáticamente, la variación de la velocidad media con la altura se ajusta a un perfil que puede obtenerse mediante la ley logarítmica, la ley exponencial, o la ley logarítmica corregida; todas son válidas y cambian con la rugosidad del terreno y con la ráfaga. Las primeras dos leyes convergen hasta una altura de 200 m, la tercera permanece constante hasta una altura de un kilómetro. En este trabajo se utilizará el perfil logarítmico corregido de Harris y Deaves (1980). Los perfiles mencionados se muestran en las siguientes ecuaciones.

Ley de potencia:

$$\bar{U}(z) = \bar{U}(z_r) \left(\frac{z - z_d}{z_r} \right)^\alpha \quad (2.5)$$

Ley logarítmica:

$$\bar{U}(z) = \frac{u^*}{\kappa} \ln \left(\frac{z - z_d}{z_o} \right) \quad (2.6)$$

Ley logarítmica corregida.

$$\bar{U}(z) = \frac{u^*}{\kappa} \left[\ln \left(\frac{z - z_d}{z_o} \right) + 5.75 b - 1.88 b^2 - 1.33 b^3 + 0.25 b^4 \right] \quad (2.7)$$

Actualmente, en el Eurocode 1 (2005) se utiliza la ley logarítmica corregida, en la cual se pueden omitir los últimos tres términos si la altura es igual o menor de 300 m.

$$\bar{U}(z) = \frac{u^*}{\kappa} \left[\ln \left(\frac{z - z_d}{z_o} \right) + 5.75 b \right] \leq 300m \quad (2.8)$$

para una altura de 30 m o menor la correlación no es necesaria, por lo que la ecuación se reduce a:

$$\bar{U}(z) = \frac{u^*}{\kappa} \left[\ln \left(\frac{z - z_d}{z_o} \right) \right] \leq 30m \quad (2.9)$$

donde z_g es la altura gradiente; z_o es la longitud de rugosidad del terreno y z_r es la altura de referencia ($z_r = 10m$); α es el exponente propuesto por Counihan (1975) para la ley de potencia, el cual está definido como

$$\alpha = 0.096 \log_{10} z_o + 0.016 (\log_{10} z_o)^2 + 0.24 \quad (2.10)$$

donde κ es la constante de Von Kármán ($\kappa \sim 0.4$); u^* es la velocidad de fricción del viento, la cual está definida como

$$u^* = \sqrt{\frac{\tau_s}{\rho_a}} = \bar{U}(z_r) \sqrt{r_D} \quad (2.11)$$

donde τ_s es el esfuerzo cortante de la superficie del terreno y r_D es el coeficiente de arrastre de la superficie del terreno, el cual a su vez está dado por

$$r_D = \left[\frac{\kappa}{\ln(z_r / z_o)} \right]^2 \quad (2.12)$$

Por último

$$b = \frac{z - z_d}{z_g} \quad (2.13)$$

$$z_g = \frac{u^*}{6 f_c} \quad (2.14)$$

donde f_c es el coeficiente de Coriolis en s^{-1} , el cual a su vez queda definido como

$$f_c = 2\Omega \sin(\varsigma) \quad (2.15)$$

donde Ω es la velocidad angular de la Tierra ($\Omega = 7.27 \times 10^{-5}$ rad/s) y ς es la latitud del sitio de interés en grados decimales.

En la Tabla 2.1 se muestran los valores de la longitud de rugosidad de acuerdo con el tipo de terreno.

Tabla 2.1. Rugosidad del terreno

Tipo de terreno	$z_o(m)$	Descripción del terreno
I	0.01	Lagos o área con vegetación despreciable y sin obstáculos.
II	0.05	Área con pocas obstrucciones, como vegetación, hierba y obstáculos aislados (árboles, edificios, etc.)
III	0.3	Área con cobertura regular de vegetación o edificios o con obstáculos aislados (terreno suburbano, bosque permanente).
IV	1	Área en la que al menos el 15% de la superficie está cubierta con edificios y su altura promedio supera los 15 m.

Si se conoce de antemano el coeficiente de arrastre del terreno, entonces la longitud de rugosidad del terreno se puede obtener con

$$z_o = z_r \exp\left(-\frac{\kappa}{\sqrt{r_D}}\right) \quad (2.16)$$

En la figura 2.4 se muestra la comparación de los tres modelos utilizados para el cálculo del perfil de velocidad media del viento. Los datos del sitio que tomó como ejemplo son latitud de 21.10°, velocidad media del viento medida a 10 m y promediada a 10 minutos de 32 m/s, y se consideraron las cuatro rugosidades del terreno presentes en la Tabla 2.1.

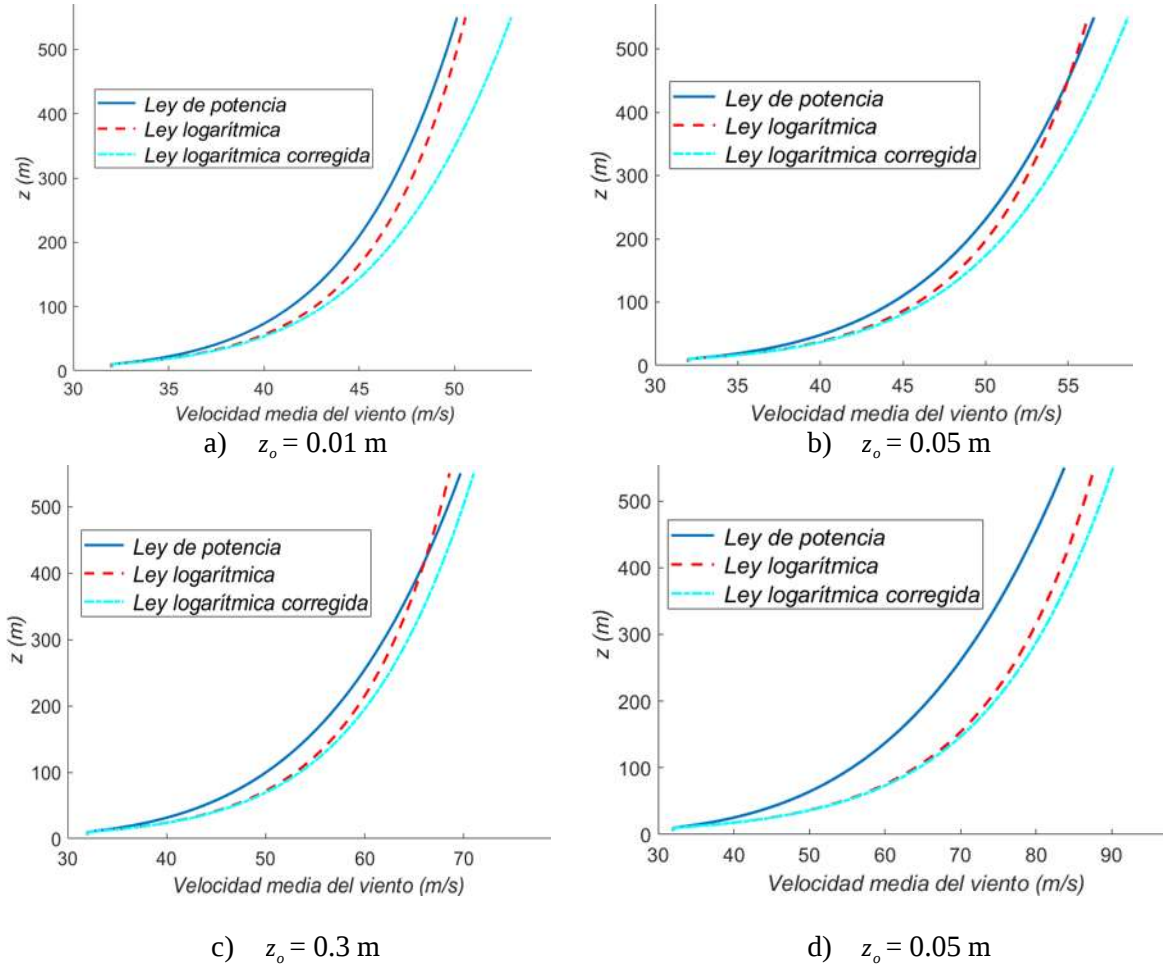


Figura 2.4. Comparación de perfiles de la velocidad media del viento.

La diferencia entre los perfiles de la ley logarítmica y la logarítmica corregida es mínima para alturas menores de 200 m, pero conforme aumenta la altura el perfil obtenido con la ley logarítmica tiende a ser menor. Para cualquier altura la ley de potencia resulta menor que las logarítmicas. Por lo tanto, se recomienda usar la ley logarítmica corregida puesto que siempre da valores mayores de las velocidades medias del viento.

2.2.2 Espectro teórico de potencia de la velocidad longitudinal del viento

La representación gráfica de la Ecuación 2.1 se muestra en la Figura 2.5. De acuerdo con esta figura la intensidad de turbulencia es un parámetro estadístico que se obtiene con la Ecuación 2.17.

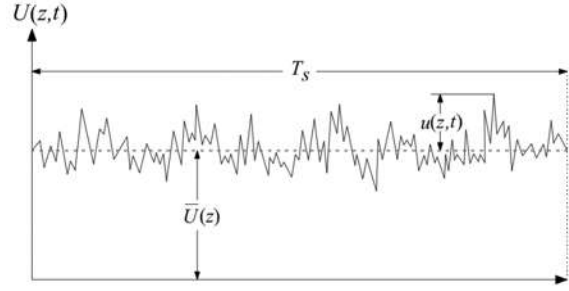


Figura 2.5. Componente longitudinal de la velocidad del viento.

$$I_u(z) = \frac{\sigma_u(z)}{\bar{U}(z)} \quad (2.17)$$

donde $\sigma_u(z)$ es la desviación estándar de $u(z,t)$.

De acuerdo con la propuesta de Solari y Piccardo (2001) la desviación estándar puede calcularse con la siguiente ecuación,

$$\sigma_u(z) = \frac{\kappa \bar{U}(z) \sqrt{4.5 - 0.856 \log_{10}(z_o)}}{\ln(z/z_o)} \quad (2.18)$$

Otra propuesta para la intensidad de turbulencia y la desviación estándar se encuentra en Jeong *et al.* (2021)

$$I_u(z) = 0.1 \left(\frac{z}{z_g} \right)^{-\alpha-0.05} \quad (2.19)$$

$$\sigma_u(z) = I_u \bar{U}(z) \quad (2.20)$$

donde α es el exponente de la ley de potencia del perfil de la velocidad media del viento.

La componente turbulenta del viento longitudinal, $u(z,t)$, también conocida como ráfaga puede ser representada como la suma de un gran número de remolinos u ondas con distintas amplitudes y frecuencias. El contenido de energía de cada remolino se puede representar mediante la función de densidad espectral de potencia, que generalmente se conoce como espectro de potencia de la componente turbulenta del viento. Asumiendo la hipótesis de Taylor de turbulencia congelada y considerando frecuencias en el subintervalo inercial, se tiene que

$$R_u(z, f) = \frac{f S_u(z, f)}{\sigma_u^2(z)} = A (f^*)^{-2/3} \quad (2.21)$$

donde $R_u(z, f)$ es la función de densidad espectral de potencia adimensional de $u(z,t)$; f son las frecuencias en Hz; $S_u(z, f)$ es el espectro de potencia de $u(z,t)$ en $(\text{m/s})^2/\text{Hz}$; A es una constante dependiente ligeramente de la altura y f^* es la frecuencia adimensional dada por

$$f^* = \frac{f L_u(z)}{\bar{U}(z)} \quad (2.22)$$

donde $L_u(z)$ es la longitud promedio de los remolinos, denominada comúnmente como longitud de escala integral del tiempo de $u(z,t)$, que de acuerdo con Solari & Piccardo (2001) se calcula con

$$L_u(z) = 300 \left(\frac{z}{200} \right)^{0.67+0.05 \ln(z_0)} \quad (2.23)$$

Otra alternativa para el cálculo de $L_u(z)$ es la propuesta por Jeong *et al.* (2021)

$$L_u(z) = 100 \left(\frac{z}{30} \right)^{0.50} \quad (2.24)$$

En la literatura se encuentran diversos modelos teóricos para obtener $S_u(z, f)$ los más comunes son:

Kolmogorov (1941)

$$S_u(z, f) = \frac{0.26 (u^*)^2 \left[\frac{f z}{\bar{U}(z)} \right]^{-\frac{2}{3}}}{f} \quad (2.25)$$

Von Kármán (1948)

$$S_u(z, f) = \frac{4 \sigma_u^2(z) \left[\frac{L_u(z)}{\bar{U}(z)} \right]}{1.339 \left[1 + 39.48 \left[f \frac{L_u(z)}{\bar{U}(z)} \right]^2 \right]^{5/6}} \quad (2.26)$$

Davenport (1961)

$$S_u(z, f) = \frac{2 \sigma_u^2(z) \left[1200 \frac{f}{\bar{U}(z)} \right]^2}{3 f \left(1 + \left[1200 \frac{f}{\bar{U}(z)} \right]^2 \right)^{4/3}} \quad (2.27)$$

Von Kármán modificado por Harris. (Harris, 1968)

$$S_u(z, f) = \frac{4 \sigma_u^2(z) \left[\frac{L_u(z)}{\bar{U}(z)} \right]}{\left[1 + 70.8 \left[f \frac{L_u(z)}{\bar{U}(z)} \right]^2 \right]^{5/6}} \quad (2.28)$$

Harris (1970)

$$S_u(z, f) = \frac{2 \sigma_u^2(z) \left| \frac{1800 f}{\bar{U}(z)} \right|}{3 f \left[2 + \left[\frac{1800 f}{\bar{U}(z)} \right]^2 \right]^{5/6}} \quad (2.29)$$

Kaimal (1972)

$$S_u(z, f) = \frac{105 (u^*)^2 \left| \frac{z}{\bar{U}(z)} \right|}{\left[1 + 33 \left[f \frac{z}{\bar{U}(z)} \right] \right]^{5/3}} \quad (2.30)$$

Simiu (1974)

$$S_u(z, f) = \frac{200 (u^*)^2 \left| \frac{f z}{\bar{U}(z)} \right|}{f \left[1 + 50 \left[\frac{f z}{\bar{U}(z)} \right] \right]^{5/3}} \quad (2.31)$$

Högström (1982)

$$S_u(z, f) = \frac{86.6 (u^*)^2 \left| \frac{f z}{\bar{U}(z)} \right|}{f \left[1 + 29.6 \left[\frac{f z}{\bar{U}(z)} \right] \right]^{5/3}} \quad (2.32)$$

Solari (1993)

$$S_u(z, f) = \frac{6.868 \sigma_u^2(z) L_u(z) / \bar{U}(z)}{\left[1 + 10.302 \left(f L_u(z) / \bar{U}(z) \right) \right]^{5/3}} \quad (2.33)$$

Kaimal modificado por Hiriart. (Hiriart, 2001)

$$S_u(z, f) = \frac{100 (u^*)^2 \left| \frac{z}{\bar{U}(z)} \right|}{\left[0.44 + 33 \left[f \frac{z}{\bar{U}(z)} \right] \right]^{5/3}} \quad (2.34)$$

Fichtl-McVehil. (Meskouris *et al.*, 2019)

$$S_u(z, f) = \frac{4 \sigma_u^2(z) \left| \frac{L_u(z)}{\bar{U}(z)} \right|}{\left[1 + b \left[f \frac{L_u(z)}{\bar{U}(z)} \right]^r \right]^{5/(3r)}} \quad (2.35)$$

donde

$$b = 1.5 \left(\frac{4}{a} \right)^r \quad (2.35a)$$

$$a = 1.5^{\frac{1}{r}} \cdot r \cdot \frac{\Gamma\left(\frac{5}{3}\right)r}{\Gamma\left(\frac{2}{3}\right)r \cdot \Gamma\left(\frac{1}{r}\right)} \quad (2.35b)$$

$$r = 0.845 \quad (2.35c)$$

Jing and Lee (1998)

$$S_u(z, f) = \frac{4 f \sigma_u^2(z) L_u(z) / \bar{U}(z)}{\left[1 + 50.8 \left(f L_u(z) / \bar{U}(z) \right)^2 \right]^{5/6}} \cdot \phi \cdot \frac{\left[0.75 + 15 \left(f L_u(z) / \bar{U}(z) \right)^2 \right]}{\left[1 + 70.8 \left(f L_u(z) / \bar{U}(z) \right)^2 \right]} \quad (2.36)$$

donde ϕ son secuencias angulares de fase distribuidas aleatoriamente de manera uniforme en un intervalo de $[0 - 2\pi]$ que da la característica aleatoria del viento a las simulaciones.

Mikkelsen *et al.* (2017)

$$S_u(z, f) = \frac{0.953 (u^*)^2 f \cdot z / \bar{U}(z)}{f \left[1 + \left(f \cdot z / \bar{U}(z) \right) / \left(f_c z / (0.6 u^*) \right) \right] \left[1 + \left(f \cdot z / \bar{U}(z) \right) / 0.185 \right]^{2/3}} \quad (2.37)$$

donde f_c es el coeficiente de Coriolis y u^* es la velocidad de fricción del viento.

La desviación estándar y la longitud de escala integral del tiempo de $u(z, t)$ quedaron definidas en las ecuaciones 2.18, 2.20, 2.17 y 2.19, respectivamente.

Otro espectro común es el espectro propuesto por Harris (1990), este espectro se encuentra actualmente en el ESDU (2001) y está dado por

$$S_u(z, f) = \sigma_u(z)^2 C_1 \frac{2.987 \frac{n_u}{\varepsilon}}{f \left[1 + \left(\frac{2\pi n_u}{\varepsilon} \right)^2 \right]^{5/6}} + \sigma_u(z)^2 C_2 \frac{1.294 \frac{n_u}{\varepsilon}}{f \left[1 + \left(\frac{\pi n_u}{\varepsilon} \right)^2 \right]^{5/6}} R_1 \quad (2.38)$$

$$n_u = \frac{f L_u(z)}{\bar{U}(z)} \quad (2.38a)$$

$$L_u(z) = \frac{A_k^{3/2} \left[\sigma_u(z) / u^* \right]^3 z}{2.5 K_z^{3/2} (1 - z / z_g)^2 (1 + 5.75 z / z_g)} \quad (2.38b)$$

$$A_k = 0.115 \left[1 + 0.3151 \left(1 - \frac{z}{z_g} \right)^6 \right]^{2/3} \quad (2.38c)$$

$$K_z = 0.19 - (0.19 - K_o) e^{-B_k (z/z_g)^{N_k}} \quad (2.38d)$$

$$K_o = \frac{0.39}{R_o^{0.11}} \quad (2.38e)$$

$$B_k = 24 R_o^{0.155} \quad (2.38f)$$

R_o es el número adimensional de Richardson, el cual expresa la relación entre la energía potencial y la energía cinética del aire.

$$R_o = \frac{u^*}{f_c z_o} \quad (2.38g)$$

u^* es la velocidad de fricción del viento

$$N_k = 1.24 R_o^{0.008} \quad (2.38h)$$

$$\sigma_u(z) = \frac{7.5 \eta u^* [0.538 + 0.09 \ln(z/z_o)]^p}{1 + 0.156 \ln(R_o)} \quad (2.38i)$$

$$\eta = 1 - \frac{6 f_c z}{u^*} \quad (2.38j)$$

$$p = \eta^{16} \quad (2.38k)$$

$$\varepsilon = 0.535 + 2.76(0.138 - A_k)^{0.68} \quad (2.38l)$$

$$C_1 = 2.357 \varepsilon - 0.761 \quad (2.38m)$$

$$C_2 = 1 - C_1 \quad (2.38n)$$

$$R_1 = 1 + 0.455 \exp \left[-0.76 (n_u / \varepsilon)^{-0.8} \right] \quad (2.38p)$$

Kaimal *et al.* (1972)

$$S_u(z, f) = \frac{\bar{U}(z_r)^2 \kappa}{f} \cdot \frac{17 \frac{fz}{\bar{U}(z)}}{\left(1 + 9.5 \frac{fz}{\bar{U}(z)} \right)^{5/3}} \quad (2.39)$$

Tieleman (1995)

$$S_u(z, f) = \frac{\bar{U}(z_r)^2 \kappa}{f} \cdot \frac{6.83 \beta_v \frac{fz}{\bar{U}(z)}}{\left[1 + 75.84 \left(f \frac{fz}{\bar{U}(z)} \right)^{5/3} \right]} \quad (2.40)$$

Solari y Piccardo (2001)

$$S_u(z, f) = \frac{9.434 \beta_v \bar{U}(z_r)^2 \kappa}{f} \cdot \frac{\frac{fL_u(z)}{\bar{U}(z)}}{\left[1 + 14.151 \left(\frac{fL_u(z)}{\bar{U}(z)} \right) \right]^{5/3}} \quad (2.41)$$

donde

$$\beta_v = 3.375 - 0.619 \arctan [\ln(z_0) + 1.75] \quad (2.41a)$$

$$L_u(z) = 75 \left(\frac{z}{200} \right)^\psi \quad (2.41b)$$

y

$$\psi = 0.67 + 0.5 \ln(z_0) \quad (2.41c)$$

En las Figuras 2.6-2.9 se muestra una comparación de los distintos modelos teóricos de $S_u(z, f)$; para cada uno de los espectros se tomó como referencia el perfil logarítmico corregido de la velocidad media de la Figura 2.4(b).

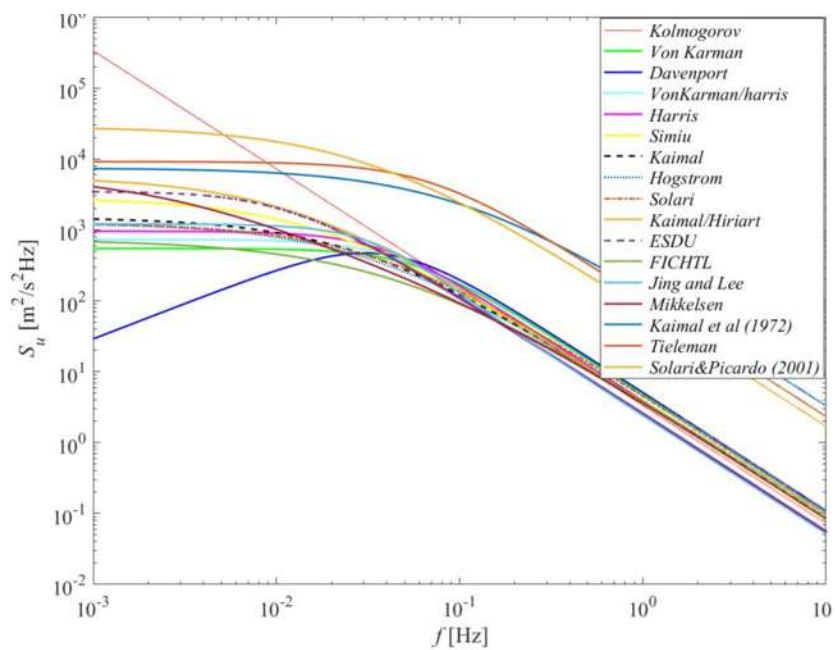


Figura 2.6. Comparación de los modelos de $S_u(z, f)$, $z=50\text{m}$.

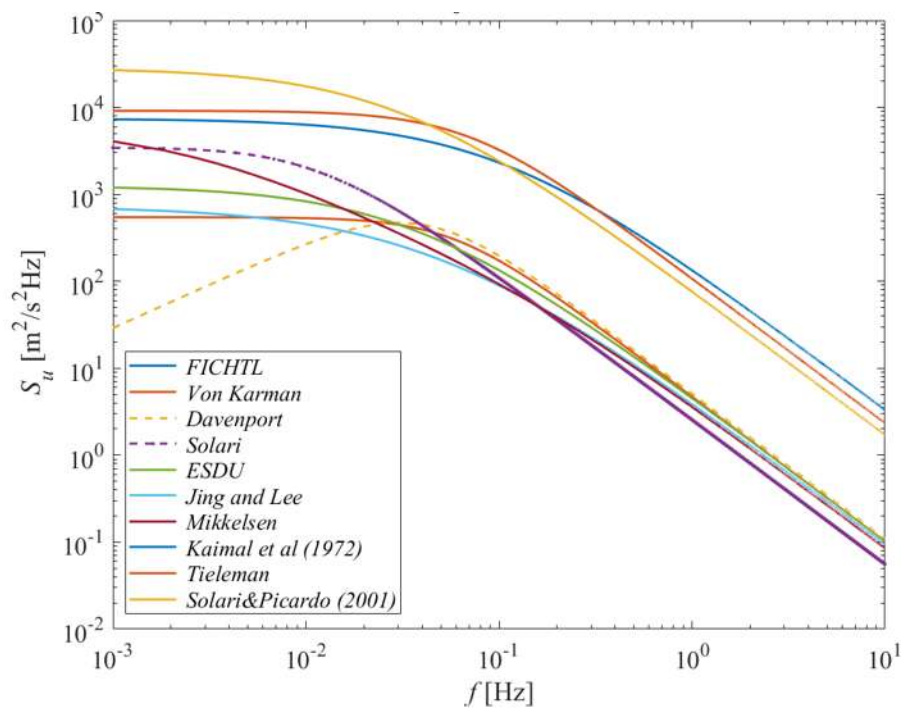


Figura 2.7. Comparación de los modelos teóricos de $S_u(z, f)$, $z=50\text{m}$.

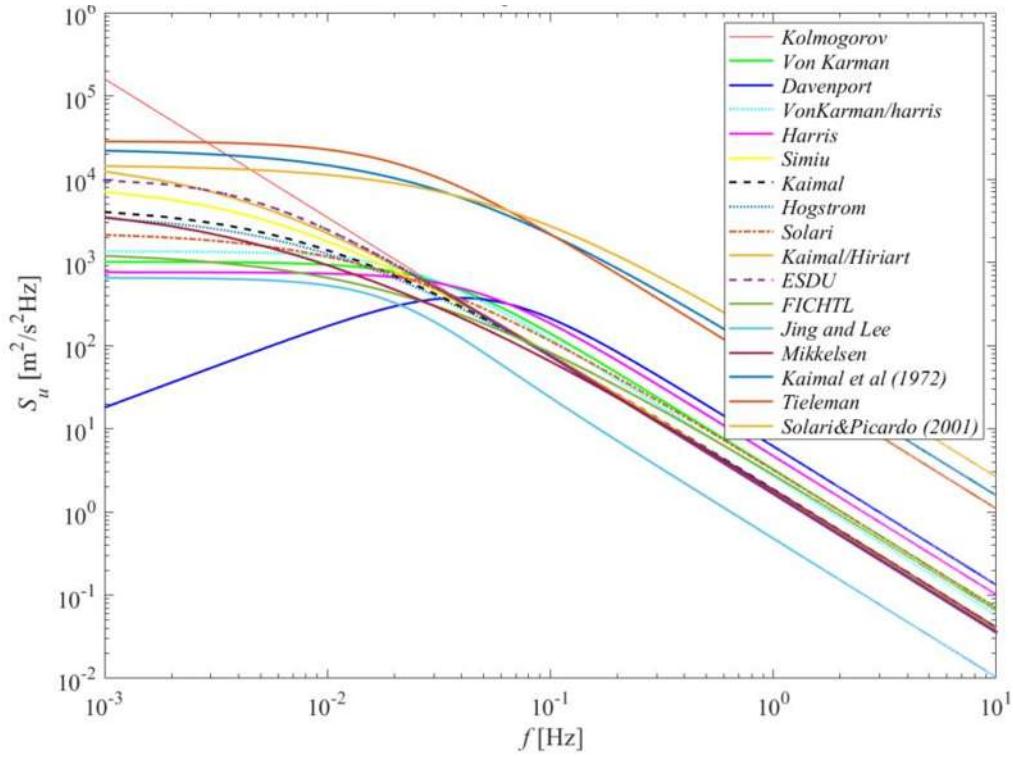


Figura 2.8. Comparación de los modelos teóricos de $S_u(z, f)$, $z=200\text{m}$

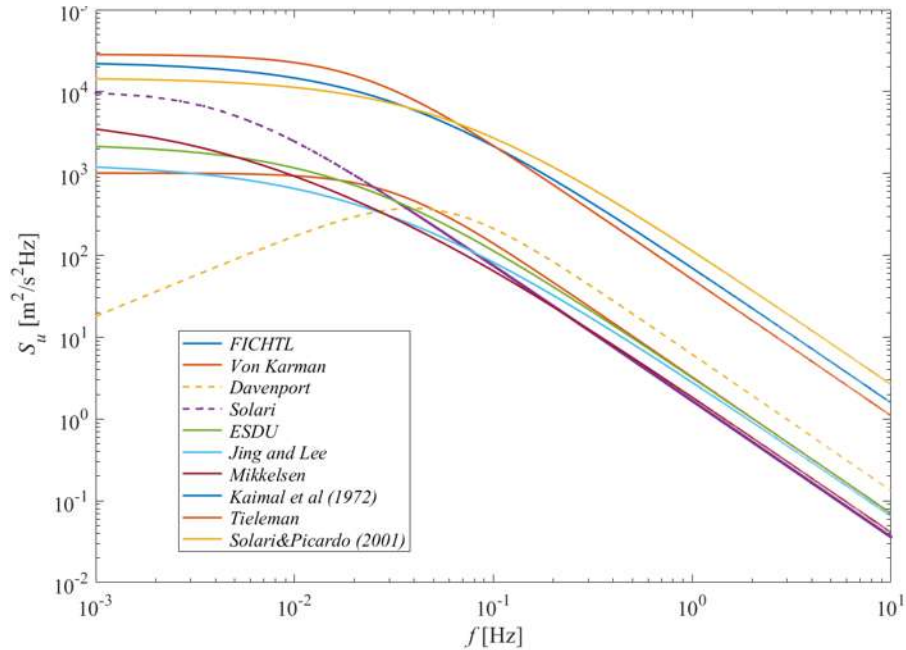


Figura 2.9. Comparación de los modelos teóricos de $S_u(z, f)$, $z=200\text{m}$.

En este trabajo se emplea el espectro del ESDU (2021) ya que reproduce adecuadamente la potencia del viento en todo el intervalo frecuencial; además de que contempla una gran cantidad de parámetros adicionales como el número de Richardson y la altura gradiente del sitio de interés.

2.2.3 Correlación cruzada para las simulaciones de viento

Para las estructuras tipo línea, es necesario considerar la correlación cruzada que existe entre varios puntos y así obtener resultados que se apeguen en mayor medida a la realidad. La dependencia estadística entre las componentes turbulentas, en dos puntos en el espacio para una frecuencia dada, se debe a la dimensión espacial de los remolinos en el campo del viento y se representa mediante el espectro cruzado

$$S_{u_j u_k}(f) = \sqrt{S_u(z_j, f) S_u(z_j + r_z, f)} \text{Coh}_{j,k}(f) \quad (2.42)$$

donde $S_{u_j u_k}(f)$ es el espectro cruzado en $(\text{m/s})^2/\text{Hz}$ entre las componentes turbulentas de los puntos P_j y P_k ; r_z es la separación vertical entre los puntos P_j y P_k ; $S_u(z_j, f)$ y $S_u(z_j + r_z, f)$ son los espectros de potencia en $(\text{m/s})^2/\text{Hz}$ para $u(z_j, t)$ y $u(z_k, t)$, respectivamente; y $\text{Coh}_{j,k}(f)$ es la función de coherencia que representa el valor absoluto del espectro cruzado normalizado entre los puntos P_j y P_k . Davenport (1977) propuso una ecuación empírica para la función de coherencia, la cual está dada por

$$\text{Coh}_{j,k}(f) = \exp\left(\frac{-2f C_z r_z}{\bar{U}(z) + \bar{U}(z + r_z)}\right) \quad (2.43)$$

donde C_z es la constante de decaimiento en la dirección vertical. Davenport (1977) propuso un valor de $C_z = 7$, mientras que la mayoría de los códigos de diseño eólico sugieren un valor de $C_z = 8$.

Otra propuesta para la función de coherencia fue hecha por Krenk (1996), esta corrige algunas inconsistencias de la propuesta por Davenport (1977).

$$\text{Coh}_{j,k}(f) = \left(1 - \frac{f_m C_z r_z}{\bar{U}(z) + \bar{U}(z + r_z)}\right) \exp\left(-\frac{2 f_m C_z r_z}{\bar{U}(z) + \bar{U}(z + r_z)}\right) \quad (2.44)$$

donde

$$f_m = \sqrt{f^2 + \left(\frac{\bar{U}(z) + \bar{U}(z + r_z)}{2 \pi [L_u(z) + L_u(z + r_z)]}\right)^2} \quad (2.45)$$

Según Hansen y Krenk (1999) para valores de r_z entre 10 y 20 m, un valor de $C_z \approx 5$ para el Ecuación 2.44 arroja resultados muy similares a los de la Ecuación 2.43 con un valor de $C_z \approx 7.5$. En este trabajo se emplea la función de coherencia de Krenk (1996) con un valor de $C_z = 5$.

2.2.4 Función de admitancia aerodinámica

La función de admitancia aerodinámica, representa la relación entre la frecuencia de ráfaga y el área de exposición de la estructura, corrige la correlación imperfecta de las simulaciones evitando una sobreestimar las cargas simuladas. Por ejemplo, si las ráfagas con frecuencias altas solo afectan una parte del área de contacto, en cambio, si las ráfagas tienen frecuencias bajas el área afectada es

mayor que el área de contacto. Por ello es indispensable incluir el filtro de la admitancia aerodinámica.

El modelo de Vickery (1972), para la función de admitancia aerodinámica es frecuentemente usado para el cálculo de las cargas de viento en edificios, cuando estos son modelados como estructuras discretizadas en elementos finitos lineales

$$\chi(z, f)^2 = \frac{1}{h^2} \frac{1}{b^2} \int_h \int_h \int_b \int_b Coh_{j,k}(f) dy_j dy_k dz_j dz_k \quad (2.46)$$

Un ajuste empírico de la Ecuación 2.46 realizada por Vickery (1968) permite la aplicación de esta misma para edificios altos,

$$\chi(z, f)^2 = \left[1 + \left(\frac{2 f \sqrt{A_j}}{\bar{U}(z_j)} \right)^{4/3} \right]^{-2} \quad (2.47)$$

donde A_j ($j=1,2,3,\dots,N$) es el área expuesta al viento del j -ésimo entrepiso del edificio.

Otra modificación al modelo de Vickery (1968) hecha por Castro *et al.* (2015), es recomendada para cualquier estructura flexibles, incluidos edificios altos.

$$\chi(z, f)^2 = \left[1 + \left(\frac{2 f \sqrt{A_j}}{\bar{U}(z_j)} \right)^{4/3} \right]^{-7/6} \quad (2.48)$$

El modelo de MOLIT (2016) para la función de la admitancia aerodinámica fue utilizado en Jeong *et al.* (2021) y se presenta en la siguiente ecuación

$$\chi(z, f)^2 = \frac{0.84}{\left[1 + 2.1 \left(f / \bar{U}(z) \right) \right] \left[f B / \bar{U}(z) \right]} \quad (2.49)$$

Donde B es el ancho del edificio perpendicular al flujo del viento.

Se recomienda utilizar la función de admitancia aerodinámica de Vickery (1968) cuando los edificios son de baja altura, y la de Castro *et al.* (2015) cuando los edificios son altos o cuando se está analizando cualquier otra estructura flexible tipo línea en altura.

2.2.5 Coeficiente de arrastre

Este coeficiente es una cantidad adimensional que cuantifica la resistencia que tiene un objeto en un medio fluido, en este caso en el aire. Depende del número de Reynolds del flujo, de las dimensiones y forma de la estructura, de la dirección y de la velocidad del flujo, entre otros. En un edificio se calcula con

$$C_D = \frac{2 F_D(z, t)}{\rho_a A U(z, t)^2} \quad (2.50)$$

donde $F_D(z, t)$ es la fuerza de arrastre.

La norma brasileña de diseño eólico (ABNT, NBR-6123., 1998) proporciona valores de C_D para edificios con forma prismáticos inmersos en viento turbulento (Figura 2.10).

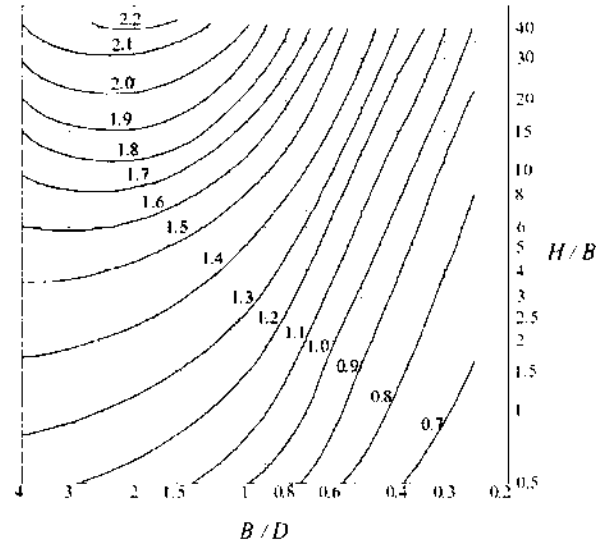


Figura 2.10. Coeficientes de arrastre para estructuras con forma prismática.

Donde B es el ancho perpendicular al flujo del viento; D es el ancho paralelo al flujo del viento y H es la altura total de la estructura.

El valor propuesto por Davenport es de 7 el cual representa grandes variaciones, es por eso por lo que otros autores han propuesto otros valores para el modelo de coherencia exponencial de Davenport (1977): Solari (1993) propuso un valor de 11.5; Dyrbye y Hansen (1997) un valor de 10; y Strømmen (2010) uno de 9. Algunos códigos de diseño eólico proponen usar un valor de 8.

En el modelo de coherencia de Krenk (1996), se requieren coeficientes de decaimiento vertical menores para alcanzar el mismo grado de correlación que el modelo de coherencia exponencial de Davenport (1977).

Se recomiendan valores del coeficiente de decaimiento vertical entre 9 y 10 para el modelo de coherencia exponencial de Davenport (1977). Para el modelo de coherencia de Krenk (1996) se recomienda un valor de 5.

En Patlán (2020), se propuso una ecuación que permite la determinación del coeficiente de arrastre con buena aproximación.

$$\begin{aligned}
 C_d = & 0.3596 + 1.046 \left(\frac{B}{D} \right) + 0.04916 \left(\frac{H}{B} \right) - 0.4229 \left(\frac{B}{D} \right)^2 + 0.04588 \left(\frac{B}{D} \right) \left(\frac{H}{B} \right) \\
 & - 0.003634 \left(\frac{H}{B} \right)^2 + 0.05499 \left(\frac{B}{D} \right)^3 - 0.01518 \left(\frac{B}{D} \right)^2 \left(\frac{H}{B} \right) - 0.0004883 \left(\frac{B}{D} \right) \left(\frac{H}{B} \right)^2 \\
 & + 0.0001056 \left(\frac{H}{B} \right)^3 + 0.001394 \left(\frac{B}{D} \right)^3 \left(\frac{H}{B} \right) + 9.036 \times 10^{-5} \left(\frac{B}{D} \right)^2 \left(\frac{H}{B} \right)^2 \\
 & + 9.974 \times 10^{-7} \left(\frac{B}{D} \right) \left(\frac{H}{B} \right)^3 - 1.052 \times 10^{-6} \left(\frac{H}{B} \right)^4
 \end{aligned} \tag{2.51}$$

2.3. TÉCNICA DE SIMULACIÓN DE REPRESENTACIÓN ESPECTRAL

Entre las técnicas para la simulación de registros artificiales de velocidad del viento la más común es la WAWA (Weighted Amplitude Wave Superposition). Este enfoque fue desarrollado y extendido por Shinozuka.

El intervalo de muestreo de las simulaciones de viento, se obtiene de acuerdo con el teorema de Nyquist con las siguientes ecuaciones

$$\Delta t = \frac{1}{2 f_u} \quad (2.52)$$

$$\Delta f = \frac{f_u - f_l}{N_s - 1} \quad (2.53)$$

Donde f_l y f_u son las frecuencias que acotan el ancho de banda del espectro, lo recomendable es proponer límites que incluyan las frecuencias características de las ráfagas del viento, $f_l = 0.001\text{Hz}$ y $f_u = 10\text{Hz}$ son valores aceptables; N_s es el número de datos discretos, es decir, el total de datos de la simulación

$$N_s = \frac{T_s}{\Delta t} + 1 \quad (2.54)$$

y T_s es la duración total de simulación que corresponde al tiempo de promediación de 10 minutos ($T_s = 600\text{s}$).

Para una frecuencia dada, f_n , se hace un acomodo de los valores de la correlación vertical para N número de puntos en una matriz de densidad espectral cruzada, tal que

$$[S(f_n)] = \begin{bmatrix} S_{u_1 u_1}(f_n) & S_{u_1 u_2}(f_n) & \cdots & S_{u_1 u_N}(f_n) \\ S_{u_2 u_1}(f_n) & S_{u_2 u_2}(f_n) & \cdots & S_{u_2 u_N}(f_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{u_N u_1}(f_n) & S_{u_N u_2}(f_n) & \cdots & S_{u_N u_N}(f_n) \end{bmatrix} \quad (2.55)$$

donde

$$S_{u_j u_k}(f_n) = \sqrt{S_u(z_j, f_n) S_u(z_k, f_n)} \text{Coh}_{j,k}(f_n) \quad (2.56)$$

Entonces, la simulación de la componente longitudinal turbulenta para un edificio con N entresijos de acuerdo con el modelo WAWS está dada por

$$u(z_j, t) = \sum_{k=1}^N \sum_{n=1}^m |H_{jk}(f_n)| \sqrt{2 \Delta f} \cos[2 \pi f_n t + \phi_{kn}] \quad (2.57)$$

donde $|H_{jk}(f_n)|$ es la matriz triangular inferior de la descomposición de Cholesky de $S(f_n)$

$$[S(f_n)] = [H(f_n)][H(f_n)]^T \quad (2.58)$$

$$[H(f_n)] = \begin{bmatrix} H_{11}(f_n) & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ H_{21}(f_n) & H_{22}(f_n) & & 0 & & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & & \\ H_{j1}(f_n) & H_{j2}(f_n) & \cdots & H_{jj}(f_n) & & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \ddots & \\ H_{N1}(f_n) & H_{N2}(f_n) & \cdots & H_{Nj}(f_n) & \cdots & H_{NN}(f_n) \end{bmatrix} \quad (2.59)$$

La descomposición de Cholesky de la Ecuación 2.55 tiene la limitación de que los puntos de la simulación deben estar distribuidos uniformemente, en Zhao (2020) se propone una descomposición de Cholesky modificada para que los puntos de simulación puedan estar distribuidos de manera arbitraria, dicha descomposición está dada por

$$[S(f_n)] = [D(f_n)][\Gamma(f_n)][D(f_n)]^T \quad (2.60)$$

donde

$$[D(f_n)] = \text{diag} \left[\sqrt{S_{u1u1}(f_n)}, \sqrt{S_{u2u2}(f_n)}, \dots, \sqrt{S_{uNuN}(f_n)} \right] \quad (2.60a)$$

y $\Gamma(f_n)$ es la matriz de coherencia factorizada como

$$\Gamma(f_n) = B(f_n)B(f_n)^T \quad (2.60b)$$

donde $B(f_n)$ es la matriz triangular inferior expresada como

$$[B(f_n)] = \begin{bmatrix} \beta_{11}(f_n) & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \beta_{21}(f_n) & \beta_{22}(f_n) & & 0 & & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & & \\ \beta_{j1}(f_n) & \beta_{j2}(f_n) & \cdots & \beta_{jj}(f_n) & & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \ddots & \\ \beta_{N1}(f_n) & \beta_{N2}(f_n) & \cdots & \beta_{Nj}(f_n) & \cdots & \beta_{NN}(f_n) \end{bmatrix} \quad (2.60c)$$

En consecuencia, se pueden obtener las siguientes relaciones

$$H(f_n) = D(f_n)B(f_n) \quad (2.61)$$

$$H_{ij}(f_n) = \sqrt{S_{uij}(f_n)}\beta_{jk}(f_n), j = 1, 2, \dots, N; j \geq k \quad (2.62)$$

Las simulaciones calculadas en el dominio del tiempo pasan al dominio de la frecuencia mediante la transformada rápida de Fourier y posteriormente se multiplican por la función de admitancia que se encuentra en el dominio de la frecuencia y funciona como filtro. Hecho lo anterior, se aplica la

inversa de la transformada rápida de Fourier a las simulaciones para regresar al dominio del tiempo y obtener nuevamente las simulaciones de las velocidades, las cuales no estarán sobreestimadas gracias a la función de admitancia aerodinámica.

Entonces la fuerza de arrastre del viento como se ha escrito en apartados anteriores es

$$F_D(z_j, t) = \frac{1}{2} \rho_a A_j C_D [\bar{U}(z_j) + u(z_j, t)]^2 \quad (2.63)$$

El manual de usuario del programa desarrollado en Matlab para la generación de las simulaciones del viento en la dirección longitudinal se encuentra en el apéndice 2.A.

2.4. CARGAS EÓLICAS EN LA DIRECCIÓN TRANSVERSAL

Además de que el viento afecta a las estructuras en la dirección longitudinal, también lo hace en la dirección transversal, resultando en algunas ocasiones desplazamientos transversales mayores que los longitudinales. Por tal razón es necesario hacer simulaciones de viento en la dirección transversal.

Las componentes longitudinal y transversal del viento, así como los vórtices alternantes contribuyen a la respuesta transversal de una estructura. Dicha respuesta se debe principalmente a los vórtices, por lo tanto, el programa de simulaciones de viento transversal desarrollado en este trabajo corresponde a las fuerzas producidas por los vórtices.

Las simulaciones se hacen con la misma metodología de representación espectral de Shinozuka (1990), con la diferencia de que se utilizan espectros experimentales de fuerza en lugar de espectros teóricos de velocidad, es decir, las fuerzas inducidas por los vórtices son simuladas directamente.

2.4.1 Coeficiente de levante

El coeficiente de levante es análogo al coeficiente de arrastre, es adimensional y relaciona la fuerza transversal al flujo del viento con el área expuesta y con la densidad y la velocidad del viento. Se calcula con la ecuación

$$C_L = \frac{2F_L(z, t)}{\rho_a A U(z, t)^2} \quad (2.64)$$

donde $F_L(z, t)$ es la fuerza transversal.

Para determinarlo en secciones circulares se usa la propuesta de Simiu y Scanlan (1986).

$$C_L = \begin{cases} 0.45 & R_e < 2 \cdot 10^5 \\ 0.14 & 2 \cdot 10^5 \leq R_e \leq 2 \cdot 10^6 \\ a \left\{ .15 + .035 \left[5 + \log_{10} \left(\frac{k}{d(z)} \right) \right]^2 \right\} & R_e > 2 \cdot 10^6 \end{cases} \quad (2.65)$$

donde

$$a = \begin{cases} 1 & \frac{H}{d(H)} \geq 12 \\ 0.8 + 0.05 \left[\frac{H}{d(H) - 8} \right] & 8 < \frac{H}{d(H)} < 12 \end{cases} \quad (2.66)$$

H es la altura total de la estructura; $d(H)$ es el diámetro de la sección transversal en la parte superior y k es la rugosidad de la superficie del material en metros. Algunos valores de k para ciertos materiales se encuentran en la Tabla 2.2. Y R_e es el número de Reynolds el cual determina la forma en que se desarrollan los vórtices alternantes (Tabla 2.3).

El número de Reynolds se obtiene mediante

$$R_e = \frac{d(z)\bar{U}(z)}{\nu_c} \quad (2.67)$$

donde $d(z)$ es el diámetro de la sección transversal en la altura z ; $\bar{U}(z)$ es la velocidad media del viento en la altura z ; y ν_c es la viscosidad cinemática del aire los valores de ésta dependen de la temperatura media anual del sitio de interés la cual se puede consultar en la tabla C.2 del MDOC (2015). Conocida la temperatura media anual, se puede conocer la viscosidad cinemática mediante la Tabla 2.4, para valores intermedios se puede interpolar.

El coeficiente de levante para secciones rectangulares constantes depende de la relación de aspecto de la sección transversal, $1/4 \leq D/B \leq 4$, y se obtiene con la Ecuación 2.68 propuesta por Liang et. al. (2002),

$$C_L = 0.045(D/B)^3 - 0.335(D/B)^2 + 0.868(D/B) - 0.174 \quad (2.68)$$

Tabla 2.2. Rugosidades de materiales.

Material	k (m)
Plástico	3.0×10^{-7}
Tubo extruido, cobre, latón y acero	1.5×10^{-6}
Acero comercial o soldado	4.6×10^{-5}
Hierro galvanizado	1.5×10^{-4}
Hierro dúctil recubierto	1.2×10^{-4}
Hierro dúctil no recubierto	2.4×10^{-4}
Concreto	1.2×10^{-4}
Acero remachado	1.8×10^{-4}

Tabla 2.3. Vórtices alternantes alrededor de una sección transversal cilíndrica.

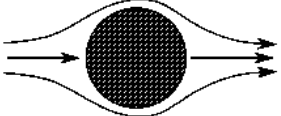
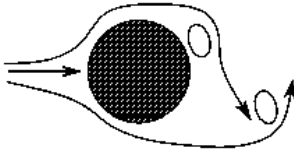
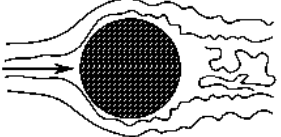
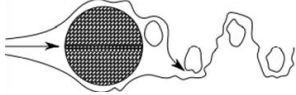
Esquema	R_e	Descripción
	$R_e < 5$	Régimen de flujo no separado.
	$5 \leq R_e < 40$	Un par de vórtices de flujo en estela.
	$40 \leq R_e < 150$	La calle de vórtices es laminar.
	$150 \leq R_e < 300$	Intervalo de transición a régimen turbulento.
	$300 \leq R_e < 3 \times 10^5$	La calle de vórtices es completamente turbulenta.
	$3 \times 10^5 \leq R_e < 3 \times 10^6$	La capa límite laminar ha experimentado una transición turbulenta y la estela es más estrecha y desorganizada.
	$R_e \geq 3 \times 10^6$	Restablecimiento de la calle de vórtices.

Tabla 2.4. Viscosidad cinemática del aire.

Temperatura media anual (°C)	$\nu_e \text{ (m}^2/\text{s)}$
-30	1.08×10^{-5}
-20	1.16×10^{-5}
-10	1.24×10^{-5}
0	1.33×10^{-5}
10	1.42×10^{-5}
20	1.51×10^{-5}
30	1.60×10^{-5}
40	1.69×10^{-5}
50	1.79×10^{-5}
60	1.89×10^{-5}
70	1.99×10^{-5}
80	2.09×10^{-5}
90	2.19×10^{-5}
100	2.30×10^{-5}
200	3.45×10^{-5}
300	4.75×10^{-5}

2.4.2 Número de strouhal

El número de strouhal, es un factor que relaciona la oscilación de un flujo con su velocidad media. Para las secciones circulares se obtiene con las ecuaciones siguientes propuestas por Simiu y Scanlan (1978)

$$S_t(z) = \begin{cases} 0.2 & R_e < 2 \cdot 10^5 \\ 0.22 \leq S_t(z) \leq 0.45 & 2 \cdot 10^5 \leq R_e \leq 2 \cdot 10^6 \\ c \left\{ 0.23 - 0.007 \left[5 + \log_{10} \left(\frac{k}{d(z)} \right) \right] \right\} & R_e > 2 \cdot 10^6 \end{cases} \quad (2.69)$$

donde

$$c = \begin{cases} 1 & \frac{H}{d(H)} \geq 30 \\ 0.736 + 0.012 \left[\frac{H}{d(H)} - 8 \right] & 8 < \frac{H}{d(H)} < 30 \end{cases} \quad (2.70)$$

Cuando el número de Reynolds se encuentra entre $2 \cdot 10^5 \leq R_e \leq 2 \cdot 10^6$ el número de strouhal se calcula con la siguiente ecuación

$$S_t(z) = 1.28 \times 10^{-7} (R_e - 2 \times 10^5) + 0.22 \quad (2.71)$$

Para una sección transversal rectangular constante, el número de Strouhal se calcula de acuerdo con la ecuación propuesta por Liang et. al. (2002)

$$S_t(z) = \begin{cases} 0.094 & 1/4 \leq D/B \leq 1/2 \\ 0.002(D/B)^2 - 0.023(D/B) + 0.105 & 1/2 < D/B \leq 4 \end{cases} \quad (2.72)$$

2.4.3 Modelo de correlación cruzada para las simulaciones

Con la finalidad de obtener registros de simulaciones mucho más cercanos a la realidad, se necesita considerar la influencia cruzada de las señales, una opción para hacerlo es utilizando el modelo de coherencia exponencial propuesta por Davenport (1977). El decaimiento lateral no se considera, únicamente interesa la correlación vertical entre los puntos donde se hace la simulación.

En varios estudios, se afirma que la correlación de fuerzas transversales es mayor que la presentada en fuerzas longitudinales, por lo tanto, el coeficiente de decaimiento vertical es menor en comparación con las fuerzas longitudinales al flujo del viento.

En Liang *et al.* (2002), se presentan varias mediciones en túnel de viento, de los coeficientes de correlación de Pearson de señales transversales para edificios de sección transversal rectangular constante con relación de aspecto $0.25 < D/B \leq 4$. En Patlán (2020), se obtuvieron valores de C_z que se ajustan adecuadamente a los datos medidos por Liang *et al.* (2002), los valores se presentan en la Tabla 2.5.

De igual manera en Patlán (2020), se propuso una ecuación que representa un ajuste logarítmico a los valores de la Tabla 2.5

$$C_z = -0.872 \ln B + 3.7875 \quad (2.73)$$

En lo que respecta a las secciones circulares, no se encuentra información experimental disponible acerca del coeficiente de decaimiento, por ende, al realizar una simulación se debe verificar que los coeficientes simulados sean aproximados a los valores esperados. Si se observa que la correlación no es adecuada es recomendable cambiar el valor de C_z .

Tabla 2.5. Valores de C_z para la correlación de fuerzas transversales eólicas para edificios con sección transversal rectangular constante.

B	C_z
$B < 15m$	$C_z \geq 1.5$
$15m < B \leq 30m$	$1.5 > C_z \geq 0.75$
$30m < B \leq 50m$	$0.75 > C_z \geq 0.25$
$50m < B \leq 75m$	$0.25 > C_z \geq 0.15$
$B > 75m$	$0.15 > C_z > 0$

2.4.4 Espectro de potencia

Con base en las ecuaciones experimentales propuestas por Liang *et al.* (2002), se calculan los espectros de potencia de la fuerza transversal del viento para las secciones rectangulares, dichos espectros se obtienen con base en las desviaciones estándar esperadas. Cuando la relación de aspecto es $1/4 \leq D/B < 3$ el espectro se obtiene de la siguiente manera

$$S_{FL}(z, f) = \left[a^* \frac{H(C_1) \bar{f}^2}{(1 - \bar{f}^2)^2 + C_1 \bar{f}^2} + (1 - a^*) \frac{\sqrt{2} \bar{f}^3}{1.56 [(1 - \bar{f}^2)^2 + 2 \bar{f}^2]} \right] \frac{\sigma_{FL}^2(z)}{f} \quad (2.74)$$

donde

$$C_1 = \left[0.47(D/B)^{2.8} - 0.52(D/B)^{1/4} + 0.24 \right] / (H / \sqrt{BD}) \quad (2.74a)$$

$$H(C_1) = 0.179 C_1 + 0.65 \sqrt{C_1} \quad (2.74b)$$

$$a^* = \left(H / \sqrt{BD} \right) \left[-0.6(D/B)^2 + 0.29(D/B) - 0.06 \right] + \left[9.84(D/B)^2 - 5.86(D/B) + 1.25 \right], \quad 1/4 \leq D/B < 1/2 \quad (2.74c)$$

$$a^* = \left(H / \sqrt{BD} \right) \left[-0.118(D/B)^2 + 0.358(D/B) - 0.214 \right] + \left[0.066(D/B)^2 - 0.26(D/B) + 0.894 \right], \quad 1/2 \leq D/B < 3 \quad (2.74d)$$

$$\bar{f} = \frac{f}{f_s(z)} = \frac{B f}{S_t \bar{U}(z)} \quad (2.74e)$$

Cuando la relación de aspecto es $3 \leq D/B \leq 4$ el espectro de acuerdo Liang *et al.* (2002), se obtiene de la siguiente manera

$$S_{FL}(z, f) = \left[a^* \frac{1.275 \bar{f}^2}{(1 - \bar{f}^2)^2 + 2 \bar{f}^2} + (1 - a^*) \frac{\sqrt{2/k} (\bar{f}/k)^3}{1.56 \left[\left(1 - (\bar{f}/k)^2\right)^2 + \frac{2(\bar{f}/k)^2}{k} \right]} \right] \frac{\sigma_{FL}^2(z)}{f} \quad (2.75)$$

donde

$$k = -0.175(H / \sqrt{B D}) + 4.7, \quad 4 \leq H / \sqrt{B D} \leq 8 \quad (2.75a)$$

$$a^* = \left[0.17(H / \sqrt{B D}) + 3.32 \right] [I_u(z)]^{0.18 \left(\frac{D}{B} \right) + 0.26} \quad (2.75b)$$

$$\bar{f} = \frac{f}{f_s(z)} = \frac{B f}{S_t \bar{U}(z)} \quad (2.75c)$$

Para las secciones circulares, el espectro de potencia de la fuerza transversal del viento se obtiene de acuerdo con la propuesta de Vickery y Clark (1972)

$$S_{FL}(z, f) = \frac{\sigma_{FL}^2(z)}{d(z) f_s(z) \sqrt{\pi}} \exp \left\{ - \left[\frac{1 - f / f_s(z)}{d(z)} \right]^2 \right\} \quad (2.76)$$

2.4.5. Simulación por representación espectral de Shinozuka

Obtenido el espectro $S(f_n)$, se realiza la simulación de las fuerzas transversales con el método de representación espectral de Shinozuka, solo que en este caso se omite el filtrado de las simulaciones. El manual de usuario del programa desarrollado en Matlab para la generación de las simulaciones del viento en la dirección transversal se encuentra en el Apéndice 2B.

2.5 RESPUESTA CARACTERÍSTICA

Estrictamente hablando, cuando se hace un análisis por medio de simulaciones los resultados no son fiables si se genera una única simulación. En la literatura no existe una recomendación específica y consensuada en cuanto a la cantidad de simulaciones que deben realizarse; sin embargo, un total de 15 simulaciones puede considerarse una cantidad aceptable. Los resultados de la respuesta de la estructura ante cada simulación son distintos lo cual es lógico, porque en la simulación intervienen

números aleatorios que, aunque están en un intervalo de una distribución de probabilidad gaussiana difieren entre cada simulación.

El resultado final de la respuesta de la estructura ante las simulaciones que debe reportarse, es decir, la respuesta característica es un valor que tenga cierto nivel de confianza, dicho valor se puede calcular de las siguientes formas.

- 1) Por medio de una distribución de extremos tipo Gumbel que admite una curva exponencial para la distribución de probabilidad, considerando un índice de confianza del 95%, es decir una probabilidad del 5% de ser excedida. (Corril, 2000).

El valor característico de la variable seleccionada, será aquel valor que más se aproxime al valor obtenido de x_c ,

$$x_c = \bar{x} + \frac{w}{\tilde{\alpha}} \quad (2.77)$$

donde

$$w = -\ln[-\ln(0.95)] = 2.970195249 \quad (2.77a)$$

la media de la dispersión es

$$\tilde{\alpha} = \frac{\pi}{\sigma\sqrt{6}} \quad (2.77b)$$

donde σ es la desviación estándar, y la moda es

$$\bar{x} = \mu - \frac{\gamma}{\tilde{\alpha}} \quad (2.77c)$$

donde la media es μ y la constante de Euler es

$$\gamma = 0.5772157 \quad (2.77d)$$

- 2) Por medio de una distribución Gaussiana con una probabilidad del 95% de ocurrencia, es decir del 5% de ser excedida

$$x_{\max} = \mu + 1.65\sigma \quad (2.78)$$

donde $x_{\max}$ valor máximo probable de la variable aleatoria; μ media de las variables máximas de las simulaciones y σ desviación estándar.

2.6. FUNCIÓN DE MODULACIÓN.

Las historias de las simulaciones de la velocidad del viento presentan valores grandes desde los primeros instantes de tiempo. Si las cargas se aplican directamente a la estructura, la respuesta dinámica se sobreestimaría debido a la aplicación repentina de la carga. Para compensar lo anterior, se aplica una función de modulación $F'(t)$ que permite el aumento gradual de la carga (Figura 2.11). (Jeong *et al.*, 2021). Para aplicar la función de modulación se consideran 100 s adicionales de

tiempo de carga para el inicio, en los cuales las velocidades se incrementan gradualmente de forma proporcional y 100s para el final del registro, con el fin de que las velocidades disminuyan gradualmente de la misma forma durante los últimos 100 s.

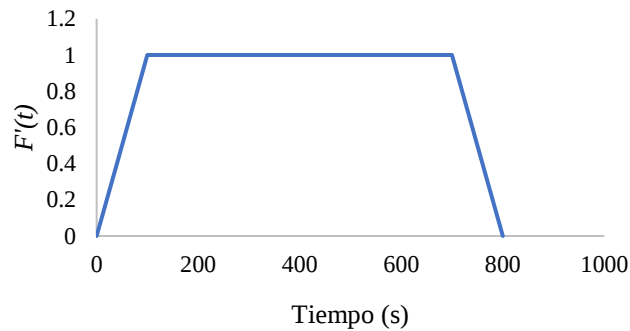


Figura 2.11. Función de Modulación.

2.7 EJEMPLOS DE APLICACIÓN

Con fines comparativos se realizaron simulaciones de viento sinóptico y transversal para un monopolo espectacular, también conocido como letrero (Figura 2.12). El letrero se supone ubicado en la ciudad de Acapulco en un terreno categoría II, la velocidad media de diseño a 10 metros de altura se consideró de 5, 10, 20 y 25 m/s. Para la simulación de las cargas de viento no se consideró la corrección de la densidad del aire, por tal razón no es necesario conocer la temperatura ambiente y la presión barométrica.

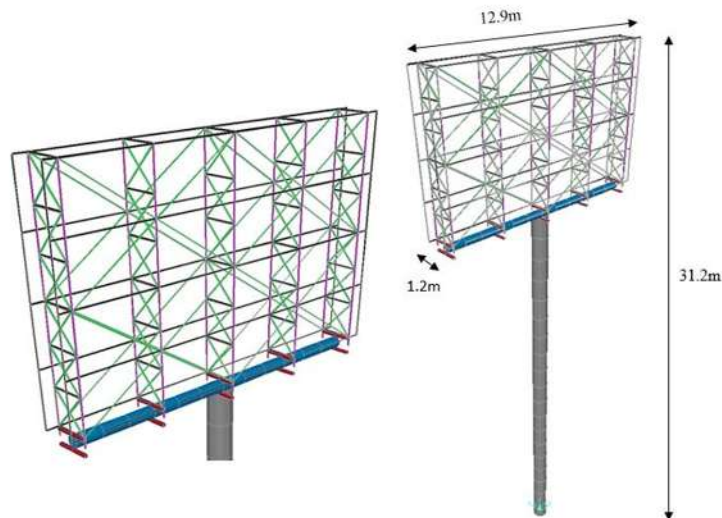


Figura 2.12. Modelo de un letrero.

Los nodos para los cuales se realizaron las simulaciones se muestran en la Figura 2.13. Y en la Tabla 2.6 se describen sus alturas y áreas transversales expuestas.

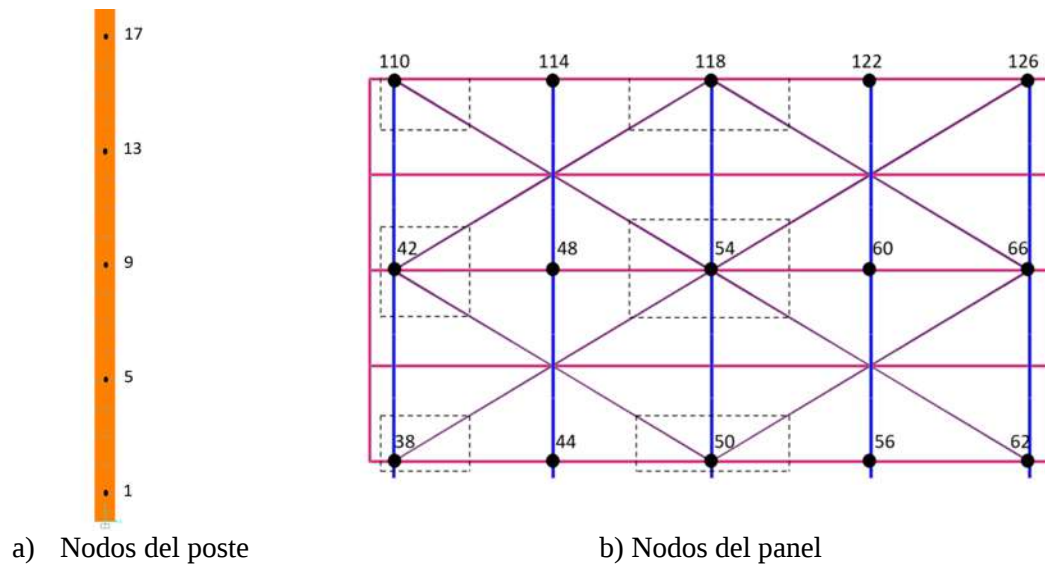


Figura 2.13. Nodos de simulación.

Tabla 2.6. Propiedades de los nodos.

Nodo	Altura (m)	Área transversal expuesta (m ²)
1	1.2474	2.8563
5	6.2368	4.572
9	11.2263	4.572
13	16.2158	4.572
17	21.2053	4.572
38, 50, 62	24	3.15
42, 54, 66	27.6	5.4
110, 118, 126	31.2	2.7

Para mostrar la aplicación de la función de modulación de la Figura 2.11, se comparan las simulaciones de velocidad a lo largo del tiempo del nodo 1 con y sin función de modulación, ambas para una velocidad media de 20 m/s (Figura 2.14). Además, se comparan las historias de la respuesta de desplazamiento ante cargas simuladas de viento sinóptico con y sin función de modulación (Figura 2.15).

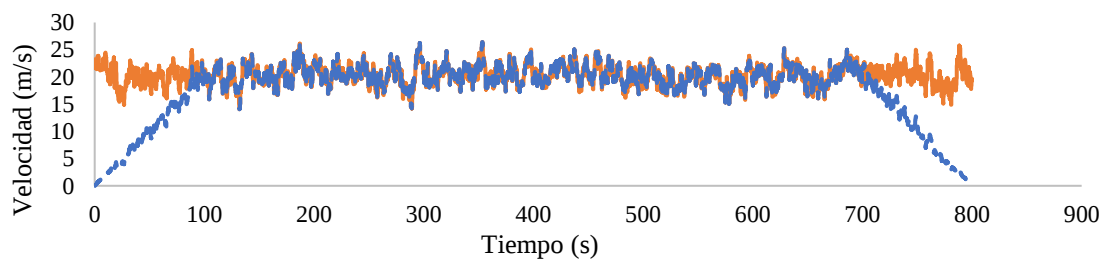


Figura 2.14. Comparación de simulaciones de viento sinóptico, nodo 1, con y sin función de modulación.

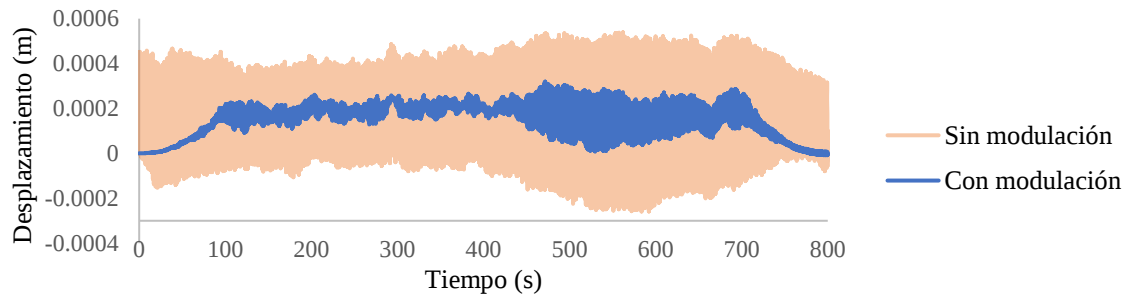


Figura 2.15. Comparación de historia de la respuesta de desplazamiento ante cargas de viento sinóptico, nodo 1, con y sin función de modulación.

Las fuerzas simuladas en los nodos mostrados en la Tabla 2.6 se agregaron a estos en el modelo del letrero desarrollado en SAP2000 v14.0.0, en sus respectivas direcciones. Posteriormente se realizó un análisis dinámico lineal para las simulaciones de viento sinóptico longitudinal y transversal. En las tablas 2.7 y 2.8, y en la Figura 2.16 se resumen los resultados.

De acuerdo con BLANDÓN (2003) la respuesta máxima se puede calcular con

$$A_{\max} = \left[\sqrt{\ln(N)} + \frac{0.2886}{\sqrt{\ln(N)}} \right] A_m \quad (2.79)$$

donde

$$A_m = \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N A_i^2 \right]^{1/2} \quad (2.79a)$$

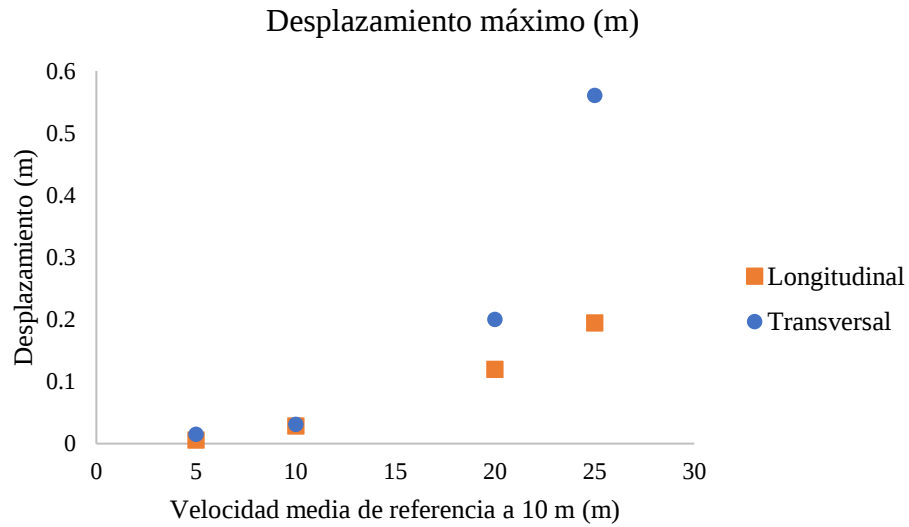
donde $A_{\max}$ es la respuesta máxima; A_i es la respuesta en el instante de tiempo i ; A_m raíz cuadrada del valor cuadrado medio y N es el número de respuestas en el tiempo.

Tabla 2.7. Respuesta máxima (viento sinóptico longitudinal).

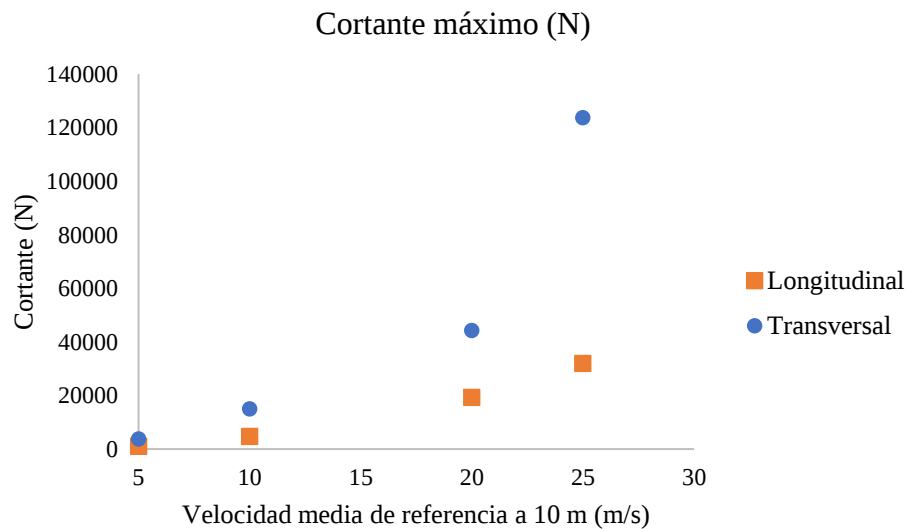
Velocidad media a 10 m (m/s)	Desplazamiento máximo (m)	Reacciones en la base	
		Cortante Máximo (N)	Momento Máximo (N-m)
5	0.005841	935.98	21,051.78
10	0.028575	4,642.93	103,250.59
20	0.119584	19,304.29	433,715.88
25	0.194224	31,938.02	709,189.97

Tabla 2.8. Respuesta máxima (viento sinóptico transversal).

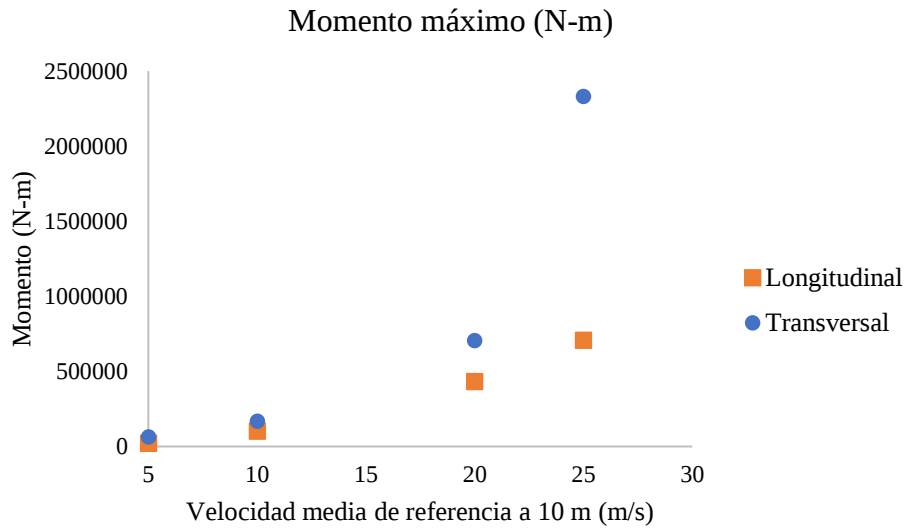
Velocidad media (m/s)	Desplazamiento máximo (m)	Reacciones en la base	
		Cortante Máximo (N)	Momento Máximo (N-m)
5	0.015	3,796.2	64,727.12
10	0.031	14,938.5	169,795.84
20	0.20	44,220.91	706,877.05
25	0.561	123,627.31	2,331,648.21



a) Desplazamientos máximos



b) Cortante máximo



c) Momentos máximos

Figura 2.16. Respuestas máximas en el intervalo elástico, letrero ante cargas eólicas en la dirección longitudinal y transversal.

De acuerdo con la Figura 2.16 b) se puede observar la respuesta transversal es mayor a la longitudinal, sobre todo cuando la velocidad media de referencia medida a 10 metros de altura aumenta, por lo tanto, se requiere realizar simulaciones en ambas direcciones.

APÉNDICE 2A

MANUAL DE USUARIO

SIMULACIÓN DE VIENTO SINÓPTICO EN LA DIRECCIÓN LONGITUDINAL

2.A.1. Generalidades

El programa `simulacionsinopticomod.m`, tiene como finalidad simular las velocidades y fuerzas asociadas a vientos sinópticos de una estructura tipo línea a diferentes alturas en la historia del tiempo. Además, calcula los valores esperados y simulados de las velocidades medias, desviaciones estándar, longitudes de escala e intensidades de turbulencia del viento.

2.A.2. Archivos

Para el correcto funcionamiento del programa, la persona usuaria debe guardar en el mismo destino los siguientes archivos `simulacionsinopticomod.m` y `datosimulacionesmod.xlsx`.

2.A.3. Ingreso de datos

Una vez guardados los archivos en el mismo destino, se procede con la edición del archivo `datosimulacionesmod.xlsx`. En la “Hoja1” se ingresan los datos requeridos correspondientes a las propiedades de los nodos, las propiedades generales del sitio donde se ubica la estructura de interés; así como la elección del modelo de coherencia, el coeficiente de decaimiento vertical y la altura de la capa límite de la atmosfera desde el suelo (Figuras 2.17 y 2.18). En seguida se hace una descripción de los datos solicitados:

El orden de los datos de los nodos es de menor a mayor de manera estricta.

Columna A: Alturas a las cuales se desean realizar las simulaciones, en metros y de menor mayor.

Columna B: Áreas transversales expuestas en la dirección del viento para cada altura en metros cuadrados.

Columna C: Coeficientes de arrastre de la sección transversal para cada altura. Este coeficiente es una cantidad adimensional que cuantifica la resistencia que tiene un objeto en un medio fluido, en este caso en el aire.

Columna D: Velocidad de referencia de diseño, medida a una altura de referencia de 10 m y promediada a 10 minutos, m/s.

Columna E: Tipo de terreno donde se ubica la estructura de acuerdo con Eurocode 1 (1995).

Columna F: Ancho del edificio perpendicular al flujo del viento.

Columna G: Colocar el número 1 si se desea corregir la densidad del aire de acuerdo con lo establecido en el MDOC (2020) en caso contrario colocar un 0.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K								
Altura de entrapiso o punto de interés medido desde la base	Área transversal expuesta (m2), Ai	Coefficiente de arrastre, Cd	Velocidad de referencia a 10m, promediada a 10 minutos, Uz	Tipo de terreno donde se ubica la estructura	Ancho del edificio perpendicular al flujo del viento	¿Desea hacer la corrección de la densidad del aire?	Presión barométrica en mm de Hg	Temperatura anual promedio en °C.	Elegir perfil para velocidades medias del viento	Latitud del sitio de interés en grados decimales								
5 10 15 20 25 30 35 40 45 50 55 60 65 70 75 80	37.5 75 75 75 75 75 75 75 75 75 75 75 75 75 75	0.5 0.4 0.5 0.5 0.4 0.5 0.4 0.4 0.5 0.5 0.4 0.5 0.4 0.5 0.4	20.35	2	15 15 15 15 15 15 15 15 15 15 15 15 15 15 15	1 Si coor 1: No coor 2	759.14	27.8	3 ↓ Perfil para velocidades medias del viento ley de potencia ley logarítmica ley logarítmica corregida	35.54 ↓ Único requerido únicamente si se elige la ley logarítmica corregida para el cálculo del perfil de velocidades medias y si se utiliza el espectro de potencia ESDU								
									<table><tr><th colspan="2">Número de asignación</th></tr><tr><td>1</td><td></td></tr><tr><td>2</td><td></td></tr><tr><td>3</td><td></td></tr></table>	Número de asignación		1		2		3		
Número de asignación																		
1																		
2																		
3																		

Figura 2.17. Ingreso de datos para la simulación de viento longitudinal (columnas A-K).

L	M	N	O	P	Q	R																																																			
Elegir espectro de potencia a utilizar para la velocidad longitudinal del viento	Elegir el modelo de la coherencia a utilizar	Coefficiente de decaimiento vertical	Altura de la capa límite de la atmosfera desde el suelo (Altura gradiente) (Z _g) en m	Parametros estadísticos	Elegir función de admitancia aerodinámica																																																				
2 ↓	1 ↓	2 ↓	350 ↓	2 ↓	3 ↓																																																				
<table><tr><th>Espectro</th><th>No. asignado</th></tr><tr><td>Kolmogorov</td><td>1</td></tr><tr><td>Von Kármán</td><td>2</td></tr><tr><td>Davenport</td><td>3</td></tr><tr><td>Von Kármán modificado por Harris</td><td>4</td></tr><tr><td>Harris</td><td>5</td></tr><tr><td>Kaimal</td><td>6</td></tr><tr><td>Simiu</td><td>7</td></tr><tr><td>Hogstrom</td><td>8</td></tr><tr><td>Solari</td><td>9</td></tr><tr><td>Kaimal modificado por Hirsht</td><td>10</td></tr><tr><td>Fichtl-McVehil</td><td>11</td></tr><tr><td>ESDU</td><td>12</td></tr><tr><td>Jing and Lue</td><td>13</td></tr><tr><td>Mikkelsen</td><td>14</td></tr></table>	Espectro	No. asignado	Kolmogorov	1	Von Kármán	2	Davenport	3	Von Kármán modificado por Harris	4	Harris	5	Kaimal	6	Simiu	7	Hogstrom	8	Solari	9	Kaimal modificado por Hirsht	10	Fichtl-McVehil	11	ESDU	12	Jing and Lue	13	Mikkelsen	14	<table><tr><th>Modelo de coherencia</th><th>No. De asignación</th></tr><tr><td>Exponencial de Davenport</td><td>1</td></tr><tr><td>Exponencial modificado por Krenk</td><td>2</td></tr></table>	Modelo de coherencia	No. De asignación	Exponencial de Davenport	1	Exponencial modificado por Krenk	2		<table><tr><th>Propuesta</th><th>No. asignado</th></tr><tr><td>Solari & Piccardo (2001)</td><td>1</td></tr><tr><td>Jeong et al. (2021)</td><td>2</td></tr><tr><td>ESDU (2001)</td><td>3</td></tr></table>	Propuesta	No. asignado	Solari & Piccardo (2001)	1	Jeong et al. (2021)	2	ESDU (2001)	3	<table><tr><th>Función de admitancia aerodinámica</th><th>No. asignado</th></tr><tr><td>Vickery (1958)</td><td>1</td></tr><tr><td>Castro (2015)</td><td>2</td></tr><tr><td>MOLIT (2016)</td><td>3</td></tr></table>	Función de admitancia aerodinámica	No. asignado	Vickery (1958)	1	Castro (2015)	2	MOLIT (2016)	3	
Espectro	No. asignado																																																								
Kolmogorov	1																																																								
Von Kármán	2																																																								
Davenport	3																																																								
Von Kármán modificado por Harris	4																																																								
Harris	5																																																								
Kaimal	6																																																								
Simiu	7																																																								
Hogstrom	8																																																								
Solari	9																																																								
Kaimal modificado por Hirsht	10																																																								
Fichtl-McVehil	11																																																								
ESDU	12																																																								
Jing and Lue	13																																																								
Mikkelsen	14																																																								
Modelo de coherencia	No. De asignación																																																								
Exponencial de Davenport	1																																																								
Exponencial modificado por Krenk	2																																																								
Propuesta	No. asignado																																																								
Solari & Piccardo (2001)	1																																																								
Jeong et al. (2021)	2																																																								
ESDU (2001)	3																																																								
Función de admitancia aerodinámica	No. asignado																																																								
Vickery (1958)	1																																																								
Castro (2015)	2																																																								
MOLIT (2016)	3																																																								

Figura 2.18. Ingreso de datos para la simulación de viento longitudinal (columnas K-Q).

Columna H. Presión barométrica en milímetros de mercurio, solo es necesaria si se desea corregir la densidad del aire.

Columna I: Temperatura media anual en grados centígrados, solo es necesaria si se desea corregir la densidad del aire.

Columna J: Elegir el perfil de velocidades medias del viento colocar 1 para la ley de potencia, 2 para la ley logarítmica y 3 para la ley logarítmica corregida.

Columna K: Latitud del sitio de interés en grados decimales, solo es necesario si se elige la ley logarítmica corregida para describir el perfil de la velocidad con la altura, o si se elige el espectro de potencia del ESDU.

Columna L: Elegir el espectro de potencia que se desea utilizar, el número designado a cada espectro se muestra en la Tabla 2.9.

Tabla 2.9. Elección del espectro.

Espectro	No. asignado
Kolmogorov	1
Von Kármán	2
Davenport	3
Von Kármán modificado por Harris	4
Harris	5
Kaimal	6
Simiu	7
Hogstrom	8
Solari	9
Kaimal modificado por Hiriart	10
Fichtl-McVehil	11
ESDU	12
Jing and Lee	13
Mikkelsen	14
Kaimal <i>et al.</i> (1972)	15
Tieleman (1995)	16
Solari y Piccardo (2001)	17

Columna M: Colocar el número asignado al modelo de coherencia que se desea utilizar. Para colocar un valor en la celda es necesario elegir entre dos modelos de coherencia vertical, coherencia exponencial de Davenport (1977) y coherencia exponencial modificada de Krenk (1995).

Columna N: Se ingresa el valor del coeficiente de decaimiento vertical.

Columna O: Altura gradiente en metros.

Columna P: Elegir con que propuesta se quieren calcular los parámetros estadísticos (Tabla 2.10).

Tabla 2.10. Elección para el cálculo de los parámetros estadísticos.

Propuesta	No. asignado
Solari y Piccardo (2001)	1
Jeong <i>et al.</i> (2021)	2
ESDU (2001)	3

Columna Q: Elegir la función de admitancia aerodinámica de acuerdo con la Tabla 2.11.

Tabla 2.11. Elección la función de admitancia aerodinámica.

Función de admitancia aerodinámica	No. asignado
Vickery (1968)	1
Castro (2015)	2
MOLIT (2016)	3

2.A.4. Resultados

Después de la edición de datos y al término de la ejecución del programa, se crea una carpeta llamada “ResultadosSimVientoSinoptico” en la misma ubicación donde se encuentre el archivo del programa. En dicha carpeta se crean los siguientes archivos (Figura 2.20):

Simulaciones.eps: Gráfica de las simulaciones de la velocidad en formato de gráficos vectoriales (Figura 2.19).

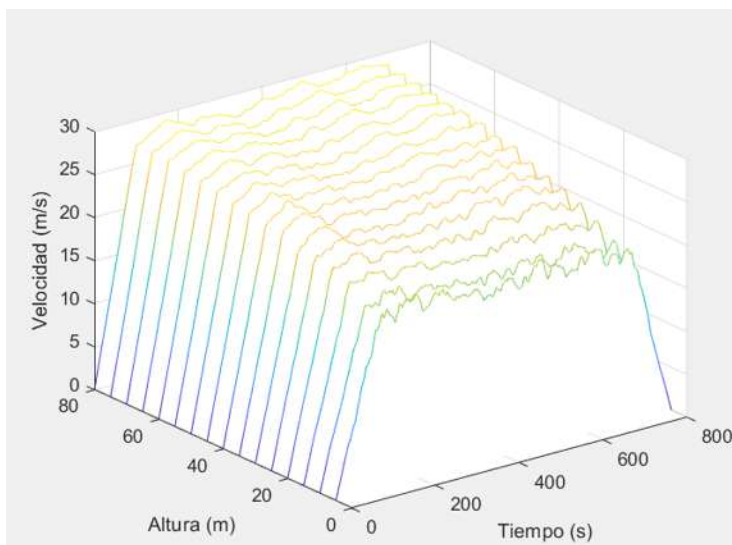


Figura 2.19. Gráfica de las simulaciones de velocidad de viento sinóptico en la dirección longitudinal.

ComparacionSinoptico.xlsx: Contiene las alturas de la simulación, los valores teóricos y simulados de las características del viento en cada altura de la desviación estándar, la velocidad media, la intensidad de turbulencia y la longitud de turbulencia.

ResSimulacionesSinoptico.xlsx: Contiene los resultados de las simulaciones de velocidad y fuerza con y sin filtro en Excel.

simulacionesFuerzaSinoptico.txt: Contiene los resultados de las simulaciones de fuerza sin filtro en archivo de texto.

simulacionesFuerzaSinopticoConfiltro.txt: Contiene los resultados de las simulaciones de fuerza con filtro en archivo de texto.

simulacionesVelocidadSinoptico.txt: Contiene los resultados de las simulaciones de velocidad sin filtro en archivo de texto.

simulacionesVelocidadSinopticoConfiltro.txt: Contiene los resultados de las simulaciones de velocidad con filtro en archivo de texto.

OGRAMAS TESIS > SimulacionSinopticoAlicia > ResultadosSimVientoSinoptico			
Nombre	Fecha de modificación	Tipo	Tamaño
ComparacionSinoptico	27/07/2022 06:00 p. m.	Hoja de cálculo d...	11 KB
ResSimulacionesSinoptico	27/07/2022 06:00 p. m.	Hoja de cálculo d...	2,554 KB
Simulaciones	27/07/2022 06:00 p. m.	Archivo EPS	432 KB
simulacionesFuerzaSinoptico	27/07/2022 06:00 p. m.	Documento de tex...	718 KB
simulacionesFuerzaSinopticoConfiltro	27/07/2022 06:00 p. m.	Documento de tex...	718 KB
simulacionesVelocidadSinoptico	27/07/2022 06:00 p. m.	Documento de tex...	1,557 KB
simulacionesVelocidadSinopticoConfiltro	27/07/2022 06:00 p. m.	Documento de tex...	719 KB

Figura 2.20. Archivos de resultados de la simulación de viento sinóptico en la dirección longitudinal.

APÉNDICE 2B

MANUAL DE USUARIO

SIMULACIÓN DE VIENTO SINÓPTICO EN LA DIRECCIÓN TRANSVERSAL

2.B.1. Generalidades

El programa `simulaciontransveral.m`, tiene como finalidad simular las fuerzas transversales asociadas a los vórtices alternantes de una estructura tipo línea a diferentes alturas en la historia del tiempo. Además, calcula las desviaciones estándar y la correlación vertical entre las simulaciones.

2.B.2. Archivos

Para el correcto funcionamiento del programa, la persona usuaria debe guardar en el mismo destino los archivos `simulaciontransveral.m` y `datostrans.xlsx`.

2.B.3. Ingreso de datos

Una vez guardados los archivos en el mismo destino se procede con la edición del archivo `datostrans.xlsx`. En la “Hoja1” se ingresan los datos requeridos correspondientes a las propiedades de los nodos, las propiedades generales del sitio donde se ubica la estructura de interés (Figuras 2.21 y 2.22); así como la elección del perfil de velocidades medias. En seguida se hace una descripción de los datos solicitados:

El orden de los datos de los nodos es de menor a mayor de manera estricta.

Columna A: Alturas a las cuales se realizan las simulaciones medidas desde la base, en metros y de menor mayor.

Columna B: Se calculan automáticamente las alturas de cada entrepiso en metros.

Columna C: Se calculan automáticamente las alturas tributarias en cada nodo de entrepiso en metros.

Columna D: Seleccionar el tipo de sección transversal de la estructura tipo línea, colocar 1 para sección rectangular constante, 2 para circular constante y 3 para circular variable.

Columna E: En caso de elegir la sección rectangular, colocar el ancho de la estructura perpendicular al flujo del viento en metros. Si se elige la opción de sección circular, es indistinto si la columna tiene valores o no.

Columna F: En caso de elegir la sección rectangular, colocar el ancho de la estructura paralelo al flujo del viento en metros. Si se elige la opción de sección circular colocar el diámetro de la sección circular en metros.

Columna G: Si se eligió una sección transversal rectangular, se verifica si las dimensiones son adecuadas para la ejecución del programa, si lo son aparecerá el siguiente mensaje “Dimensiones válidas para la simulación” en caso contrario el mensaje “Dimensiones inválidas para la simulación”. Si la sección es circular no tiene relevancia el mensaje en esta columna.

Columna H: Velocidad de referencia a 10 m de altura promediada a 10 minutos en m/s.

Columna I: Tipo de terreno donde se ubica la estructura de acuerdo con Eurocode 1 (1995).

Columna J: Colocar el número asignado al perfil de velocidad que se desea utilizar, 1 para la ley de potencia, 2 para la ley logarítmica y 3 para la ley logarítmica corregida.

Columna K: Si se elige una sección transversal rectangular constante, el programa calculará automáticamente el coeficiente de levante, con base en la ecuación propuesta por Liang *et al.* (2002). En cualquier otro caso, se debe ingresar manualmente el valor para cada uno de los nodos.

Columna L: Si se elige una sección rectangular constante, el programa calculará automáticamente el número de Strouhal con base en la ecuación propuesta por Liang *et al.* (2002). En cualquier otro caso, se debe ingresar manualmente el valor para cada uno de los nodos.

Columna M: Ingresar el coeficiente de decaimiento vertical.

Columna N: Ingresar la latitud del sitio donde se ubica la estructura.

Columna O: Colocar el número 1 si se desea corregir la densidad del aire de acuerdo con lo establecido en el MDOC (2020), en caso contrario colocar un 0.

Columna P: Presión barométrica en milímetros de mercurio, solo es necesaria si se desea corregir la densidad del aire.

Columna Q: Temperatura media anual en grados centígrados, solo es necesaria si se desea corregir la densidad del aire.

A	B	C	D	E	F	G
Altura de entrepiso o punto de interés medido desde la base (m)	Altura de entrepiso (m)	Alturas tributarias en cada nodo de entrepiso (m)	Sección transversal del edificio	Ancho del edificio perpendicular al flujo del viento, B (m)	Ancho del edificio paralelo al flujo del viento o diámetro de la sección circular, D (m)	Condición para la ejecución del programa para secciones rectangulares $1/4 \leq D/B \leq 4$ Dimensiones Válidas Para Simulación
5	5	5	2	10	25	
10	5	5	Sección transversal	Número de asignación	25	
15	5	5	Rectangular constante	1	25	
20	5	5	Circular constante	2	25	
25	5	5	Circular variable	3	25	
30	5	5			25	

Figura 2.21. Ingreso de datos para la simulación de viento transversal (columnas A-G).

H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
Velocidad de referencia a 10m, promediada a 10 minutos, U_z	Tipo de terreno donde se ubica la estructura	Elegir perfil para velocidades medias del viento	Coefficiente de levante (ingresar datos de la sección transversal circular constante o variable)	Número de strouhal (ingresar datos de la sección transversal circular constante o variable)	Coefficiente de decaimiento vertical	Latitud	¿Desea hacer la corrección de la densidad del aire?	Presión barométrica en mm de Hg	Temperatura anual promedio en °C.
20	2	3	0.6048	0.7	20	16.84	1	759.14	27.8
		Perfiles para velocidades medias del viento	Número de asignación				Sí colocar 1 No colocar 2		
		Ley de Potencia	1						
		Ley logarítmica	2						
		Ley logarítmica corregida	3						

Figura 2.22. Ingreso de datos para la simulación de viento transversal (columnas H-N).

2.B.4. Resultados

Después de la edición de datos, al término de la ejecución del programa se crea una carpeta llamada “ResultadosVientoTrans” en la misma ubicación donde se encuentre el archivo del programa. En dicha carpeta se crean los archivos que se mencionan a continuación (Figura 2.23).

Simulaciones.eps: Gráfica de las simulaciones de fuerza en formato de gráficos vectoriales (Figura 2.24).

CoeficienteDeCorrelacionTeorico.txt: Contiene los resultados teóricos de la correlación vertical de las señales de fuerza.

CoeficienteDeCorrelacionSimulado (Pearson): Contiene los resultados simulados de la correlación vertical de las señales de fuerza, es decir, la matriz de correlación de Pearson, la cual es de tamaño $N \times N$; donde N es el número de simulaciones, y donde cada elemento ij de dicha matriz representa el coeficiente de correlación de Pearson entre la señal i y la señal j . Por obviedad, la diagonal de la matriz tendrá siempre valores unitarios, lo que representa una correlación del 100% debido a que $i=j$.

DesviacionEstandar.txt: Contiene los datos del análisis paramétrico, es decir, de las desviaciones estándar teórica y simulada en N , Las desviaciones estándar de cada j -ésima fuerza transversal,

pueden convertirse a unidades de N/m al dividir las entre las alturas tributarias de cada j -ésimo nodo de entrepiso.

EspectroDeFuerzaDelVientoSimulado.txt: Contiene el espectro simulado de las fuerzas transversales del viento para cada j -ésimo nodo de entrepiso en unidades N^2/Hz , esto para todo el contenido frecuencial utilizado.

EspectroDeFuerzaDelVientoTeorico.txt: Contiene el espectro teórico de las fuerzas transversales del viento para cada j -ésimo nodo de entrepiso en unidades N^2/Hz , esto para todo el contenido frecuencial utilizado.

FuerzasNodalesSimuladas.txt: Contiene los resultados de las simulaciones de fuerza para cada nodo de entrepiso en unidades N, donde las señales tienen una duración de 10 min, dichas fuerzas pueden convertirse en N/m al dividir las entre la altura tributaria correspondiente a cada nodo de entrepiso.

VelocidadMedia: Contiene las velocidades medias del viento en m/s para cada entrepiso o punto de interés.

PROGRAMAS TESIS		SimulaciónTransversalAlicia		ResultadosVientoTrans	
Nombre		Estado	Fecha de modificación	Tipo	Tamaño
	CoeficientesDeCorrelacionTeorico		03-07-2022 03:59 p. m.	Documento de te...	3 KB
	CoeficientesDeCorrelaionSimulado(Pearson)		03-07-2022 03:59 p. m.	Documento de te...	1 KB
	DesviacionEstandar		03-07-2022 03:59 p. m.	Documento de te...	1 KB
	EspectrosDeFuerzaDelVientoSimulado		03-07-2022 03:59 p. m.	Documento de te...	222 KB
	EspectrosDeFuerzaDelVientoTeorico		03-07-2022 03:59 p. m.	Documento de te...	679 KB
	FuerzasNodalesSimuladas		03-07-2022 03:59 p. m.	Documento de te...	306 KB
	Simulaciones		03-07-2022 03:59 p. m.	Archivo EPS	106 KB
	VelocidadMedia		03-07-2022 03:59 p. m.	Documento de te...	1 KB

Figura 2.23. Archivos de resultados de la simulación de viento sinóptico en la dirección transversal.

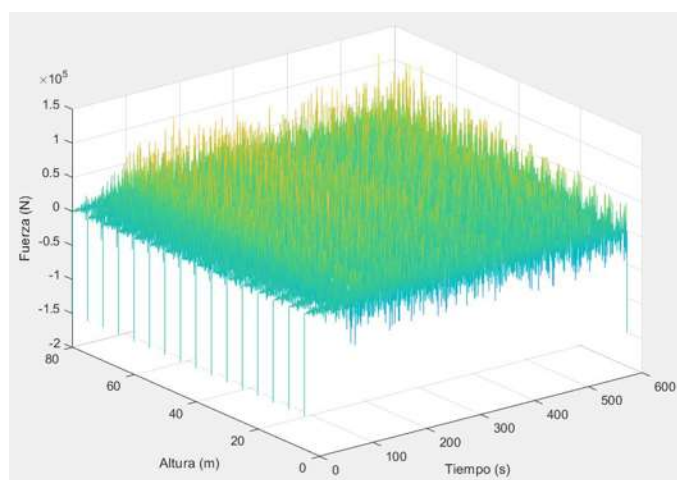


Figura 2.24. Gráfica de simulaciones de fuerza de viento transversal.

CAPÍTULO 3

SIMULACIONES DE CARGAS EÓLICAS DEBIDO A HURACANES

3.1. INTRODUCCIÓN

Actualmente, un tema de especial atención para los ingenieros estructuristas es la evaluación de las cargas eólicas producidas por los huracanes y que actúan sobre las estructuras civiles. En las urbes se construyen estructuras con mayor altura, lo que las hace más flexibles y en ocasiones estas tienen bajos porcentajes de amortiguamiento, lo que las hace sensibles a los efectos de las cargas dinámicas inducidas por estos fenómenos naturales.

El conocimiento del viento proveniente de huracanes y la respuesta inducida por este en las estructuras cobra cada vez mayor importancia para garantizar la seguridad de las mismas y por ende la comodidad de quienes las habitan.

Para los sitios en los que se complica la realización de mediciones de la velocidad del viento durante huracanes, existe la alternativa de realizar simulaciones de las cargas eólicas, en las que debe tomarse en consideración las características de no estacionariedad, provocadas por las rápidas variaciones de la velocidad y la dirección del viento.

Para caracterizar la velocidad del viento sinóptico en la dirección longitudinal, se supone que la velocidad del viento es un proceso aleatorio ergódico, que considera dos componentes de la velocidad del viento: 1) la componente de la velocidad media del viento, considerada como constante y 2) la componente de velocidad del viento fluctuante, conocida como turbulencia.

De acuerdo con Adhikari y Yamaguchi, 1995, los datos de viento registrados durante los huracanes demuestran que la velocidad del viento inducida por un huracán puede ser no estacionaria. Se han realizado varias investigaciones, sobre la estructura de la turbulencia referidas en gran medida a los vientos no huracanados; las investigaciones similares para los vientos huracanados han sido mucho menos activas debido a la falta de las mediciones adecuadas.

El objetivo de este capítulo es presentar un modelo de viento no estacionario y la simulación de velocidades de huracanes de acuerdo con las referencias bibliográficas revisadas.

3.2 MODELO DE VIENTO NO ESTACIONARIO

En general, las condiciones meteorológicas cambian con el tiempo por lo que todas las propiedades estadísticas del viento dependerán del tiempo, sin embargo, cuando los cambios ocurren con suficiente lentitud se considera que el viento es estacionario en un intervalo de tiempo relativamente corto. El problema se presenta cuando uno o más de los parámetros estadísticos del viento cambian de un nivel a otro en el transcurso del periodo de registro.

La no estacionariedad ha sido un fenómeno difícil de captar, porque no solo cambian las propiedades estadísticas de la carga con el tiempo y la frecuencia, sino que también cambia la dirección en la que estas cargas inciden sobre las estructuras, esto complica aún más el proceso de

evaluación de la carga. La no estacionariedad de los vientos huracanados tiene varias fuentes: la media variable en el tiempo, la varianza variable en el tiempo y los cambios de la varianza dependientes de la frecuencia. Normalmente, la media variable en el tiempo se trata como una tendencia de la señal y una vez eliminada, el proceso restante se considera estacionario si no hay otras fuentes de no estacionariedad.

Para que la metodología en el dominio de la frecuencia resulte práctica, es necesario definir una separación entre lo que se puede considerar exclusivo del registro no estacionario en cuestión y lo que puede considerarse estocástico. Por consiguiente, el elemento fundamental de la teoría de la turbulencia no estacionaria es dejar que la velocidad media del viento dependa del tiempo, y que las componentes de turbulencia correspondientes se describan mediante un proceso estocástico (Løvik, 2018).

De acuerdo con datos registrados de huracanes Chen *et al.*, (2004), demuestran que la mayor parte de las muestras de viento registradas son no estacionarias, y pueden descomponerse en una componente de velocidad media del viento variable con el tiempo más una componente de velocidad del viento fluctuante de media cero, admitida como proceso aleatorio estacionario con distribución gaussiana.

Por lo anterior, las características del viento descritas en el enfoque tradicional para viento sinóptico como lo son la velocidad media, la intensidad de turbulencia, el factor de ráfaga y el espectro del viento deben ser redefinidas para el enfoque de viento huracanado.

3.3. VELOCIDAD MEDIA

En Wang y Wu (2017), se indica que la utilización de la ley de potencia o el perfil logarítmico puede resultar en una subestimación de los efectos de la carga del viento en los edificios altos, bajo la incidencia de los huracanes.

Snaiki y Wu (2018), desarrollaron un modelo semiempírico para definir el perfil de la velocidad media del viento durante los huracanes. El modelo consiste en una función logarítmica de la altura z normalizada por la rugosidad del terreno z_o y una función de z normalizada por la altura del viento máximo δ , (z/δ) .

$$\bar{U}(z) = \frac{u^*}{\kappa} \left[\ln \left(\frac{z}{z_o} \right) + \eta_0 \sin \left(\frac{z}{\delta} \right) \exp \left(-\frac{z}{\delta} \right) \right] \quad (3.1)$$

donde κ es la constante de Von Kármán; u^* es la velocidad de fricción del viento; z_o es la rugosidad del terreno; δ es la altura del viento máximo y $\eta_0 \approx 9.026$.

En lugar de la ley logarítmica de la ecuación 3.1, también se puede utilizar la distribución de la ley de potencia,

$$\bar{U}(z) = \bar{U}(z_r) \left[\left(\frac{z}{z_r} \right)^\alpha + \eta_1 \sin \left(\frac{z}{\delta} \right) \exp \left(-\frac{z}{\delta} \right) \right] \quad (3.2)$$

donde α es el exponente de la ley de potencia y

$$\eta_1 = \frac{\left(\frac{\delta}{z_r}\right)^\alpha \alpha e}{\sin(1) - \cos(1)} \quad (3.3)$$

Como se mencionó, a diferencia del modelo de velocidad de viento sinóptico, en el modelo para un viento huracanado, la velocidad del viento no estacionario se modela como una componente determinista de velocidad media del viento variable en el tiempo más una componente de turbulencia estacionaria de media cero. En consecuencia, la velocidad no estacionaria del viento se expresa como:

$$U(z, t) = \bar{U}(z, t) + u(z, t) \quad (3.4)$$

Teniendo un registro de la velocidad del viento, la componente turbulenta $u(z, t)$ puede obtenerse restando la componente de la velocidad media $\bar{U}(z, t)$ de $U(z, t)$.

Una vez obtenida la componente turbulenta la varianza de la velocidad de turbulencia puede calcularse de manera tradicional.

3.4. EXTRACCIÓN DE LA VELOCIDAD MEDIA DEL VIENTO

A partir de una historia registrada del viento, la velocidad media variable en el tiempo se puede extraer de por medio de tres métodos que se describen de manera breve.

3.4.1 Método de la media móvil ponderado

El método de la media móvil ponderada, WMAM (Weighted Moving Average Method), es el método más sencillo para extraer la velocidad media del viento mediante una media móvil que viene dada por:

$$\bar{U}(z, t) = \frac{1}{2T_A} \int_{-T_A}^{T_A} U(t + \tau) d\tau \quad (3.5)$$

Cuando se utiliza un formato discreto para calcular $\bar{U}(z, t)$ a partir de una serie temporal discreta, la ecuación (3.5) toma la forma de la ecuación (3.6),

$$\bar{U}(z, t) = \sum_{i=-N}^{i=N} U(t + i\Delta t) w_i \quad (3.6)$$

3.4.2 Descomposición modal empírica

La descomposición empírica de modos, EMD (Empirical Mode Decomposition), fue propuesta por primera vez por Huang *et al.* (1998). La EMD puede descomponer cualquier conjunto de datos compilado en un número finito, a menudo pequeño, de funciones de modo intrínseco, IMF (Intrinsic Mode Functions).

La velocidad del viento, $U(z, t)$ se representará como una historia no estacionaria. Las envolventes superior e inferior de $U(z, t)$, se construyen conectando sus máximos y mínimos locales, respectivamente, mediante un polinomio cúbico. A continuación, se calcula la media de las dos envolventes y se resta de la señal original. La diferencia entre la velocidad original y el valor medio se denomina primer IMF, $c_1(t)$, si cumple las dos condiciones siguientes: 1) dentro del intervalo de datos, el número de extremos y el número de cruces por cero son iguales o difieren en uno solo; y

(2) la envolvente definida por los máximos locales y la envolvente definida por los mínimos locales, son simétricas con respecto a la media.

A continuación, la diferencia entre $U(z,t)$ y $c_1(t)$ se trata como una nueva historia temporal y se somete al mismo proceso, con lo que se obtiene la segunda IMF, $c_2(t)$.

El procedimiento EMD continúa, hasta que el residuo se hace tan pequeño que es inferior a un valor predeterminado. La historia temporal original $U(z,t)$, se expresa finalmente como la suma de las IMF más el residuo final (Chen y Xu, 2004).

$$U(z,t) = \sum_{j=1}^N c_j(t) + r(t)_N \quad (3.7)$$

donde N es el número de componentes IMF y $r(t)_N$ es el residuo final.

De acuerdo con Chen *et al.* (2004), se concluye que la tendencia de la velocidad media queda mejor representada por la suma del residuo final y la última componente del IMF.

3.4.3 Expansión de Fourier incompleta

El método de Expansión de Fourier incompleta, realiza una expansión en serie del método de Fourier del registro de la velocidad del viento, incluyendo únicamente los componentes hasta una determinada frecuencia. La ventaja de este método es que la velocidad media y el espectro se definen mediante la transformada de Fourier.

3.5 ESPECTRO DE POTENCIA

Cuando se cuenta con un registro de velocidades del viento huracanado, el espectro de la componente fluctuante del modelo del viento no estacionario se puede obtener de manera tradicional. A la velocidad de registro se le resta la velocidad media obtenida y la resultante es la ráfaga, la cual, sin complicación puede sustituirse en las fórmulas tradicionales para calcular el espectro (Wang y Kareem, 2005).

En Yu *et al.* (2008), se utilizaron mediciones superficiales del viento en el programa de vigilancia costera de Florida, FCMP (Florida Coastal Monitoring Program). Para estimar los espectros de vientos huracanados, con dichos datos se desarrollaron una serie de curvas espectrales de potencia para los vientos huracanados. El espectro se obtiene mediante,

$$\frac{nS_u}{u_*^2} = \frac{p_1 f^2 + p_2 f + p_3}{f^3 + q_1 f^2 + q_2 f + q_3} \quad (3.8)$$

donde f es la frecuencia reducida que se calcula con

$$f = \frac{nz}{U} \quad (3.9)$$

y n es la frecuencia en Hz.

Los coeficientes de los polinomios de la ecuación 3.8 se muestran en la Tabla 3.1

Tabla 3.1. Coeficientes para el espectro de potencia de Yu *et al.* (2008).

Altura de observación	p_1	p_2	p_3	q_1	q_2	q_3
10 m sobre tierra	-0.9999	3.112	1.159e-4	18.64	1.188	3.35e-3
5m sobre tierra	-0.554	1.088	2.637e-5	10.74	0.3311	6.432e-4

En Lorenzo *et al.* (2020), se realizan simulaciones de viento huracanado considerado como gaussiano, la simulación se realiza con la metodología de representación espectral d Shinozuka, los parámetros del viento utilizados para determinar las cargas de viento huracanado se describen a continuación.

La velocidad media se obtiene por medio de un perfil logarítmico,

(3.10)

donde k es la constante de Von Karman y es igual a 1.4; z es la altura del punto en el que se desea realizar la simulación; u_* es la velocidad de fricción y z_o es la rugosidad del sitio de interés.

El espectro de potencia que se utiliza es el de Von Kármán modificado por Harris (1968), que de acuerdo con Tamura *et al.* (2012) y Fu *et al.* (2012), es el más adecuado para la descripción de la turbulencia del viento durante el paso de huracanes.

$$S_u(z, f) = \frac{4 \sigma_u^2(z) L_u(z) / \bar{U}(z)}{\left[1 + 70.8 \left(f L_u(z) / \bar{U}(z) \right)^2 \right]^{5/6}} \quad (3.11)$$

La longitud de la escala integral del tiempo de la turbulencia se calcula con

$$L_u(z) = 300 \left(\frac{z}{200} \right)^{0.67+0.05 \ln(z_o)} \bar{U}(z) = \frac{u_*}{k} \ln \left(\frac{z}{z_o} \right) \quad (3.12)$$

La varianza se calcula con

$$\sigma_u^2 = \beta u_*^2 \quad (3.13)$$

donde,

$$\beta = (2.72 - 0.25 \log(z_o))^2 \quad (3.14)$$

3.6. INTENSIDAD DE TURBULENCIA

Puesto que para el viento no estacionario la velocidad media es variable en el tiempo, la intensidad de turbulencia también lo es. En Chen y Xu (2004), Wang y Kareem (2005), la intensidad de turbulencia queda definida como el valor medio de la intensidad de turbulencia variable en el tiempo a lo largo del intervalo de tiempo T .

$$I_u(z, t) = E \left[\frac{\sigma_{u,T}}{\bar{U}_T(t)} \right] \quad (3.15)$$

donde $E[]$ denota el valor medio a lo largo del intervalo de tiempo T ; $\sigma_{u,T}$ es la desviación estándar.

3.7. FACTOR DE RÁFAGA

De acuerdo con Chen y Xu (2004), Wang y Kareem (2005), el factor de ráfaga para el viento no estacionario se cambia por la relación máxima entre la velocidad media del viento variable en el tiempo $\bar{U}_{t1}(t)$ en el intervalo de tiempo t_1 y la velocidad media del viento variable en el tiempo $\bar{U}_h(t)$ en una hora.

$$G(t_1) = \max \left(\frac{\bar{U}_{t1}(t)}{\bar{U}_h(t)} \right) \quad (3.16)$$

3.8. ESCALA DE LONGITUD INTEGRAL

La escala integral de turbulencia es una medida del tamaño medio de los remolinos turbulentos del flujo del viento. De acuerdo con Wang y Kareem (2005), la escala de longitud integral queda definida como

$$L_u = \frac{\bar{U}(t)}{4\sigma_u^2} S_u(0) \quad (3.17)$$

donde $S_u(0)$ representa la transformada de Fourier.

3.9. ALTURA DE LA CAPA LÍMITE

Las regiones principales de que consta un huracán son: capa límite, región por encima de la capa límite, una región de corriente ascendente y un ojo inactivo (Carrier *et al.*, 1971). La región más importante para las aplicaciones de la ingeniería es la zona de la capa límite. La existencia de la región de viento supergradiente ha sido ampliamente observada dentro de la capa límite de huracán, la región super gradiente es donde existe el viento máximo y fue atribuida por Kepert (2001), y Kepert y Wang (2001).

A medida que aumenta la altura, la aplicación de la ley logarítmica para describir el perfil de velocidad ya no cumple y las velocidad comienzan a disminuir conforme aumenta la altura, esta altura está fuertemente relacionada con la altura a la que la velocidad media del viento alcanza un valor máximo, es decir, la altura de la capa límite. Para poder describir el perfil de velocidad media del viento en huracanes marinos utiliza el siguiente modelo (Vickery *et al.*, 2009),

$$\bar{U}(z) = \frac{u_*}{k} \left[\ln \left(\frac{z}{z_0} \right) - a \left(\frac{z}{H^*} \right)^n \right] \quad (3.18)$$

donde $a = 0.4$; $n = 0.2$ para un intervalo de altura de 20.0 -1,000 m; H^* es un parámetro de la altura de la capa límite que se calcula con

$$H^* = 343.7 + \frac{0.260}{I} \quad (3.19)$$

donde I es la inestabilidad inercial,

$$I = \sqrt{\left(f_c + \frac{2V}{r} \right) \left(f_c + \frac{V}{r} + \frac{\partial V}{\partial r} \right)} \quad (3.20)$$

donde r es la distancia radial desde el centro de la tormenta; f_c es el coeficiente de Coriolis; la velocidad máxima del perfil medio de velocidad del viento se utiliza como sustituto de V y el

termino $\frac{\partial V}{\partial r}$ se desprecia. En Vickery *et al.* (2009) se observó que la altura de la capa límite es igual a $1.12H^*$

3.10. ESTIMACIÓN DE VELOCIDADES DE RÁFAGA POR MEDIO DEL FACTOR PICO

El factor pico es un parámetro crítico en la estimación de velocidades de ráfaga de corta duración, el enfoque tradicional para estimar las velocidades máximas del viento es precisamente la aplicación de un factor pico, definido como el número de desviaciones estándar que separan la ráfaga máxima de la velocidad media del viento; entonces la ráfaga máxima queda expresada como

$$u_m = \bar{U} + g\sigma_u \quad (3.21)$$

Regularmente, en la literatura al factor pico se expresa como el factor de ráfaga, que es la relación entre el pico esperado de la velocidad del viento y la media del registro que contiene el pico, entonces, dividiendo la ecuación (3.21) entre la velocidad media, el factor de ráfaga se obtiene con

$$FG = 1 + g \left(\frac{\sigma_u}{\bar{U}} \right) \quad (3.22)$$

donde la relación $\frac{\sigma_u}{\bar{U}}$ representa la intensidad de turbulencia; donde $\bar{U}$ es la velocidad media; g es el factor pico y es la desviación estándar σ_u .

El factor pico de un proceso aleatorio estacionario con una distribución de probabilidad gaussiana, quedó descrito en el Capítulo 1, la cual se repite por conveniencia.

$$g = \sqrt{2\ln(\nu_0 T)} + \frac{0.5772}{\sqrt{2\ln(\nu_0 T)}} \quad (3.23)$$

La ecuación anterior es válida para calcular el pico instantáneo medio a partir de un conjunto de registros de velocidad del viento $T = 3,600s$. Esta ecuación debe reducirse por un factor,

$$\left(\frac{\sigma_u(t, T)}{\sigma_u} \right) \quad (3.24)$$

cuando se busca una media móvil y/o la duración del registro es inferior a una hora (Balderrama *et al.*, 2012),

$$g(t, T) = \left(\sqrt{2\ln(\nu_0 T)} + \frac{0.5772}{\sqrt{2\ln(\nu_0 T)}} \right) \left(\frac{\sigma_u(t, T)}{\sigma_u} \right) \quad (3.25)$$

donde ν_0 es la tasa de cruces por cero, que corresponde al número de veces por segundo que la señal de la velocidad cruza la velocidad media en una duración determinada y se puede obtener mediante

$$\nu_0(t, T) = \frac{\int_0^\infty n^2 S_{uu}(n) \chi^2(n) dn}{\int_0^\infty S_{uu}(n) \chi^2(n) dn} \quad (3.26)$$

donde n es la frecuencia; $S_{uu}(n)$ es la función del espectro de potencia y $\chi^2(n)$ es una función de filtro que se obtiene con

$$\chi^2(n) = \left(\frac{1}{1 + (2\pi n \lambda / \bar{U})^2} \right) \left(\left[\frac{\sin(\pi n t)}{\pi n t} \right]^2 - \left[\frac{\sin(\pi n T)}{\pi n T} \right]^2 \right) \quad (3.27)$$

El factor

$$\left(\frac{\sigma_u(t, T)}{\sigma_u} \right)$$

se puede obtener a partir de

$$\frac{\sigma_u(t, T)}{\sigma_u} = \int_0^\infty S_{uu}(n) \chi^2(n) dn \quad (3.28)$$

En Kareem y Zhao (1994), se propone el siguiente factor pico para procesos no gaussianos:

$$g_{NG} = \alpha \left\{ \left(\beta + \frac{\gamma}{\beta} \right) + h_3 (\beta^2 + 2\gamma - 1) + h_4 \left[\beta^3 + 3\beta(\gamma - 1) + \frac{3}{\beta} \left(\frac{\pi^2}{12} - \gamma + \frac{\gamma^2}{2} \right) \right] \right\} \quad (3.29)$$

donde

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + 2h_3^2 + 6h_4^2}} \quad (3.29.1)$$

$$\beta = \sqrt{2 \ln(\nu_0 T)} \quad (3.29.2)$$

$$h_3 = \frac{\gamma_3}{4 + 2\sqrt{1 + 1.5(\gamma_4 - 3)}} \quad (3.29.3)$$

$$h_4 = \frac{\sqrt{1 + 1.5(\gamma_4 - 3)} - 1}{18} \quad (3.29.4)$$

γ_3 es la asimetría, γ_4 es la curtosis y γ es la constante de Euler, 0.5772.

El espectro de potencia utilizado en esta metodología es una adaptación del espectro de Von Karman presentada por Brook y Spillane (1970),

$$S_{uu} = \frac{4T_u}{\left[1 + 70.8(nT_u)^2 \right]^{5/6}} \quad (3.30)$$

donde T_u es la escala integral de la velocidad y de acuerdo con Brook y Spillane (1970) se aproxima con

$$T_u = 3.13z^{0.20} \quad (3.31)$$

Basándose en los resultados de Brook y Spillane (1970), se concluye que la modificación del espectro es un ajuste adecuado para calcular la tasa de cruces por cero a partir de la ecuación (3.26).

3.11. SIMULACIÓN DE HISTORIAS DE VIENTO

Como se mencionó, varias bases de registros muestran que, en ocasiones las cargas de la excitación eólica presentan características no gaussianas; también se ha observado que la velocidad del viento huracanado no puede deducirse a partir de una hipótesis gaussiana. Por lo tanto, es necesario simular procesos no gaussianos, aunque esta tarea es compleja, recientemente se han desarrollado métodos para simular procesos no gaussianos.

El objetivo de los diversos métodos, desarrollados para la simulación de procesos no gaussianos, es generar realizaciones del proceso no gaussiano que coincidan con una función de densidad de probabilidad prescrita y que a su vez coincidan simultáneamente con un espectro de potencia objetivo. La idea principal de estos métodos es encontrar un espectro de potencia gaussiano subyacente, cuyo correspondiente espectro de potencia no gaussiano se aproxime al objetivo. Una vez determinado este espectro de potencia subyacente, las simulaciones se generan por el método de representación espectral o algún otro método para simular procesos gaussianos.

Comúnmente, una simulación no-gaussiana se realiza aplicando una transformación estática no lineal a una señal gaussiana, que ha sido generada por medio de técnicas estándar, los métodos espectrales se incluyen en estas técnicas estándar. La transformación no lineal se selecciona para que coincida con una función de densidad de probabilidad objetivo, dicha transformación distorsiona la autocorrelación y el espectro de potencia asociado utilizado para definir el proceso gaussiano.

Algunas metodologías ampliamente utilizadas para la simulación de procesos no gaussianos, que se basan en la teoría del proceso de traslación se encuentran en Yamazaki y Shinozuka (1988), Deodatis y Micaletti (2001), Shi y Deodatis (2005), Bocchini y Deodatis (2008). Todas las técnicas descritas en las referencias mencionadas siguen el siguiente esquema iterativo con alguna modificación (Shields *et al.*, 2011):

1. Iniciar con un espectro de potencia gaussiano subyacente, $S_G(\omega)$.
2. Generar el proceso gaussiano $g(t)$ utilizando el método de representación espectral.
3. Generar el proceso no gaussiano $x(t)$, utilizando la transformación del proceso de traslación y la función de distribución acumulativa no gaussiana prescrita.
4. Estimar el espectro de potencia no gaussiano $S_{NG}(\omega)$ del proceso no gaussiano $x(t)$.
5. Actualizar el espectro de potencia gaussiano $S_G(\omega)$
6. Iterar regresando al paso 2.

Para una mejor descripción de la metodología anterior, se describe el método iterativo desarrollado por Yamazaki y Shinozuka (1988), que opera sobre una simulación gaussiana con una transformación estática no lineal. Después de cada iteración, la distorsión del espectro de potencia se compensa numéricamente actualizando el espectro utilizado para crear el proceso gaussiano, denominado espectro de diseño. Una iteración suficiente produce una señal no gaussiana $x(t)$ que coincide con el espectro objetivo $S_{NG}^T(\omega)$ y con la función de densidad de probabilidad prescrita.

En este método primero se genera una señal gaussiana $u(t)$ basada en un espectro de diseño inicial $S_G(\omega)$; dicha señal se transforma en una señal no gaussiana $y(t)$ con la función de densidad de probabilidad deseada utilizando la propuesta de Grigoriu (1984),

$$y(t) = g[u(t)] = F^{-1}[\Phi(u(t))]$$
(3.32)

donde Φ es la función de distribución acumulativa gaussiana; $F(x)$ es la función de distribución acumulativa no gaussiana objetivo y $g(\cdot)$ es la función de traslación. Ahora el proceso resultante ya no coincide con el espectro de diseño inicial $S_G(\omega)$. La iteración actualiza numéricamente el espectro de diseño utilizado para generar $g(t)$, reutilizando la misma fase aleatoria, de manera que

el espectro de diseño final produzca una señal $u(t)$ que se transforme en una señal $y(t)$ que coincida con el espectro de potencia objetivo $S_{NG}^T(\omega)$.

En cada iteración se genera un espectro de potencia actualizado $S_G(i+1)$ basado en el espectro objetivo $S_{NG}^T(\omega)$, el espectro de diseño de la iteración anterior $S_G(i)$ y el espectro resultante S_{NG} del proceso transformado por $y(t)$.

$$S_G(i+1) = \frac{S_{NG}^T(\omega)}{S_{NG}(\omega)} S_G(\omega) \quad (3.33)$$

Las iteraciones continúan hasta que el error entre los espectros objetivo y de salida es aceptable.

Cabe mencionar que el método descrito anteriormente tiene la ventaja de no necesitar una muestra de datos para la simulación; solo se requiere una función de densidad de probabilidad no gaussiana objetivo, analítica e invertible, suministrada por el usuario.

En Yang y Gurley (2015), se desarrolla un método sencillo y eficaz para la simulación de procesos no gaussianos. El método utiliza el concepto de transformación de un proceso gaussiano a uno no gaussiano partiendo de un espectro de potencia objetivo y de una función de densidad de probabilidad objetivo. Y el polinomio de Hermite de tercer orden como función de traslación de un proceso gaussiano estándar a un proceso no gaussiano estandarizado.

El proceso no gaussiano $y(t)$ de la ecuación (3.35) se puede normalizar a

$$x(t) = \frac{y(t) - \mu_y}{\sigma_y} \quad (3.34)$$

de modo que $x(t)$ tiene media cero y desviación estándar unitaria; μ_y y σ_y son la media y la desviación estándar de $y(t)$, respectivamente.

La transformación del polinomio de Hermite de tercer orden es

$$x = g[u] = k[u + c(u^2 - 1) + d(u^3 - 3u)] \quad (3.35)$$

donde k es un factor de escala que garantiza la varianza unitaria de $x(t)$ y se calcula con

$$k = \frac{1}{\sqrt{1 + 2c^2 + 6d^2}} \quad (3.36)$$

El valor medio de $x(t)$ es cero, por lo que se trata de un proceso estandarizado no gaussiano. Los coeficientes c y d vienen determinados por los momentos de orden superior objetivos, es decir, por la asimetría γ_3 y la curtosis γ_4 .

$$\gamma_3 = k^3(8c^3 + 108cd^2 + 36cd + 6c) \quad (3.37)$$

$$\gamma_4 = k^4(60c^4 + 3348d^4 + 2232c^2d^2 + 60c^2 + 252d^2 + 1296d^3 + 576c^2d + 24d + 3) \quad (3.38)$$

Las ecuaciones 3.33 y 3.34 son ecuaciones no lineales que pueden resolverse numéricamente o mediante aproximación de forma cerrada para c y d .

En Yang *et al.* (2013), se presenta una solución aproximada de forma cerrada que cuenta con una precisión adecuada.

La metodología paso a paso del método propuesto en Yang y Gurley (2015) se describe a continuación.

1. Definir los modelos probabilísticos y espectrales objetivos.

El probabilístico se describe especificando la asimetría y curtosis de cada componente $x_i(t)$. El espectro objetivo se normaliza con

$$S_{NGij}^T(\omega) = \frac{S_{NGij}^T(\omega)}{\sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} S_{NGij}^T(\omega) d\omega \int_{-\infty}^{\infty} S_{NGij}^T(\omega) d\omega}}, \quad i, j = 1, 2, \dots, m \quad (3.39)$$

donde m es el número de puntos de la simulación.

2. Los parámetros c_i y d_i para cada $x_i(t)$ se determinan de acuerdo con la solución aproximada de forma cerrada presentada en Yang *et al.* (2013).
3. Calcular la función de autocorrelación no gaussiana mediante la relación inversa de Wiener y Khintchine,

$$\rho_{NGij}(\tau) = R_{NHij}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{NGij}(\omega) e^{I\omega\tau} d\omega, \quad \text{para } i, j = 1, 2, \dots, m \quad (3.40)$$

4. La función de autocorrelación Gaussiana se determina con

$$\rho_{Gij}(\tau) = \phi^{-1}[\rho_{NGij}(\tau)] = \frac{1}{k_i k_j} \left(B - \frac{A}{B} - \frac{c_i c_j}{9d_i d_j} \right), \quad \text{para } i, j = 1, 2, \dots, m \quad (3.41)$$

donde

$$A = \frac{1}{18d_i d_j} - \frac{c_i^2 c_j^2}{81d_i^2 d_j^2} \quad (3.42)$$

$$B = \left[\frac{\rho_{NGij}(\tau)}{12d_i d_j} + \sqrt{\left(\frac{\rho_{NGij}(\tau)}{12d_i d_j} + \frac{c_i c_j}{108d_i^2 d_j^2} - \frac{c_i^3 c_j^3}{729d_i^3 d_j^3} \right)^2 + A^3} + \frac{c_i c_j}{108d_i^2 d_j^2} - \frac{c_i^3 c_j^3}{729d_i^3 d_j^3} \right]^{1/3} \quad (3.43)$$

5. Se calcula el espectro de potencia gaussiano por medio de la relación de Wiener y Khintchine,

$$S_{Gij}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \rho_{Gij}(\tau) e^{-I\omega\tau} d\tau, \quad \text{para } i, j = 1, 2, \dots, m \quad (3.44)$$

6. Realizar la descomposición de Cholesky del espectro de potencia gaussiano.

$$S_G(\omega) = H(\omega)H^*(\omega)^T \quad (3.45)$$

7. Generar las historias temporales gaussianas $u(t)$ utilizando el método de representación espectral.

8. Obtener cada $x_i(t)$ no gaussiano por medio de la ecuación (3.31) y en seguida obtener el proceso no gaussiano sin normalizar por medio de

$$y_i(t) = \mu_{y_i} + \sigma_{y_i} x_i(t) \quad (3.46)$$

La metodología descrita no está exenta del problema de compatibilidad que se describe a continuación.

En Grigoriu (1984), la metodología para transformar un proceso gaussiano en uno no gaussiano es por medio de funciones de distribución acumulativa, tal como se describió en la ecuación 3.28, la cual se repite por conveniencia

$$y(t) = g[u(t)] = F^{-1}[\Phi(u(t))] \quad (3.47)$$

donde Φ es la función de distribución acumulativa gaussiana y $F(x)$ es la función de distribución acumulativa no gaussiana objetivo y $F^{-1}[\cdot]$ es su inversa. Los componentes de la matriz de autocorrelación no gaussiana están dados por,

$$\rho_{NGij}(\tau) = R_{NHij}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g_i(u_{i1}) g_j(u_{j2}) \phi_{u_{i1}u_{j2}}\{u_{i1}, u_{j2}; \rho_{Gij}(\tau)\} du_{i1} du_{j2}, \text{ para } i, j = 1, 2, \dots, m \quad (3.48)$$

donde $\phi_{u_{i1}u_{j2}}(\cdot)$ es la función de distribución de probabilidad gaussiana y $\rho_{Gij}(\tau)$ su función de autocorrelación.

La función de correlación no gaussiana $R_{NHij}(\tau)$ siempre puede calcularse teniendo el espectro de potencia gaussiano $S_G(\omega)$ y la inversa de la función de distribución acumulativa no gaussiana $F^{-1}[\cdot]$, usando la ecuación 3.43. La transformación inversa no siempre es posible, esto significa que, si el espectro de potencia no gaussiano y la función de distribución acumulativa no gaussiana se han asignado arbitrariamente, no siempre es posible determinar el espectro de potencia gaussiano subyacente. Cuando no se puede determinar dicho espectro, se dice que el espectro de potencia no gaussiano objetivo y la función de distribución acumulativa objetivo son incompatibles.

Para que dicha incompatibilidad no sea inconveniente se presenta un método iterativo propuesto en Shields y Deodatis (2013). El proceso se describe a continuación.

1. Se inicia con un espectro de potencia gaussiano subyacente, se recomienda que sea igual al espectro de potencia objetivo.

$$S_G^{(0)} = S_{NG}^T(\omega) \quad (3.49)$$

2. Para cada iteración k se calcula la función de autocorrelación gaussiana mediante la relación inversa de Wiener y Khintchine

$$\rho_{Gij}^{(k)}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{Gij}(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega, \text{ para } i, j = 1, 2, \dots, m \quad (3.50)$$

3. Se calcula la función de autocorrelación no gaussiana de acuerdo con la ecuación,

$$\rho_{NGij}(\tau) = k_i k_j [\rho_{Gij}(\tau) + 2c_i c_j \rho_{Gij}^2(\tau) + 6d_i d_j \rho_{Gij}^3(\tau)], \text{ para } i, j = 1, 2, \dots, m \quad (3.51)$$

4. Se calcula el espectro de potencia gaussiano por medio de la relación de Wiener y Khintchine

$$S_{NGij}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \rho_{NGij}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau, \text{ para } i, j = 1, 2, \dots, m \quad (3.52)$$

5. Se obtienen las descomposiciones de Cholesky de $S_{NG}^T(\omega)$, $S_G^{(k)}(\omega)$, $S_{NG}^{(k)}(\omega)$, para obtener

$$H_{NG}^T(\omega), H_G^{(k)}(\omega), H_{NG}^{(k)}(\omega) \quad (3.53)$$

6. Actualizar $H_G^{(k)}(\omega)$ a $H_G^{(k+1)}(\omega)$ mediante

$$H_{Gij}^{(k+1)}(\omega) = H_{Gij}^{(k)}(\omega) \left(\frac{H_{NGij}^{(T)}(\omega)}{H_{NGij}^{(k)}(\omega)} \right)^\beta, \quad \text{para } i, j = 1, 2, \dots, m \quad (3.54)$$

7. Calcular $S_G^{(k+1)}(\omega)$

$$S_G^{(k+1)}(\omega) = H_{Gij}^{(k+1)}(\omega) [H_{Gij}^{(k+1)}(\omega)]^T, \quad \text{para } i, j = 1, 2, \dots, m \quad (3.55)$$

8. Se calcula $S_{NG}^{(k+1)}(\omega)$ a partir de $S_G^{(k+1)}(\omega)$ y se compara con $S_{NG}^T(\omega)$ si el espectro gaussiano de la iteración actual y el espectro objetivo coinciden de acuerdo con la aproximación el error elegido, el algoritmo se termina y se obtiene como resultado $H_G^{(k)}(\omega)$.

La calidad del error utilizada en Shields y Deodatis (2013) es

$$\varepsilon_{ij}^{(k)} = 100 \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{\infty} [S_{NGij}^{(k)}(\omega) - S_{NGij}^T(\omega)]^2 d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} [S_{NGij}^T(\omega)]^2 d\omega}}, \quad \text{para } i, j = 1, 2, \dots, m \quad (3.56)$$

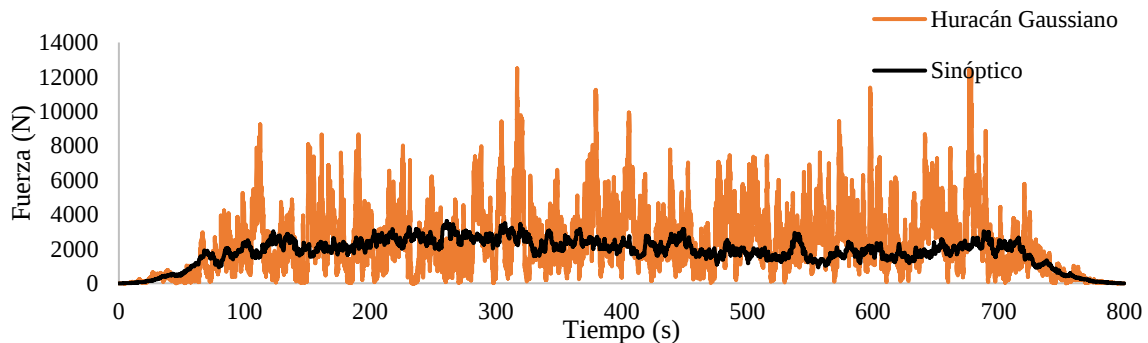
El manual de usuario del programa desarrollado en Matlab para la generación de las simulaciones del viento huracanado se encuentra en el Apéndice 3A.

3.12. EJEMPLO DE APLICACIÓN

Las propiedades del ejemplo de aplicación son las mismas que se describieron en la sección 2.5.

Con fines comparativos se realizaron simulaciones para viento huracanado con velocidades medias de referencia medidas a 10 metros de altura de 35, 45, 55 m/s, estas velocidades corresponden a huracanes categoría 1, 3 y 4, respectivamente. Para cada velocidad de referencia la simulación se realizó con tres metodologías: 1) metodología descrita en Lorenzo *et al.* (2020), en la cual se toman en cuenta las características de la turbulencia en condiciones de huracán, aunque supone que el viento huracanado es estacionario, 2) metodología descrita en el apartado 3.10, en esta se considera al viento huracanado como no gaussiano, 3) metodología descrita en el capítulo 2, es decir, se consideró el viento huracanado con características de turbulencia de viento sinóptico.

En la Figura 3.1 se muestran las comparaciones de las simulaciones para la altura del nodo 17 del letrero, se consideró una velocidad media de referencia de 35 m/s.



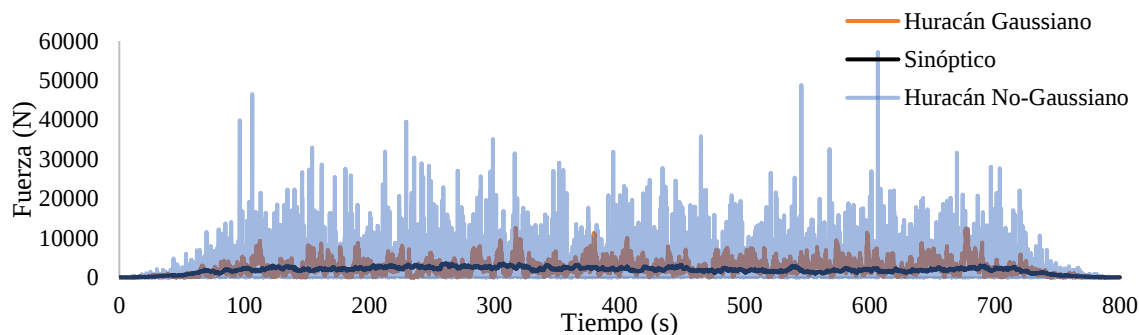


Figura 3.1. Comparación entre simulaciones de fuerzas para viento huracanado.

Las fuerzas simuladas se agregaron a los nodos mostrados en la Tabla 2.6 del capítulo 2 y se realizaron los análisis dinámicos lineales en el programa SAP2000 v14.0.0. En las tablas 3.2, 3.3 y 3.4 se muestran los resultados de la respuesta del letrero, así como en la Figura 3.2.

Tabla 3.2. Respuesta máxima del letrero (viento huracanado considerado como gaussiano y simulado con la metodología descrita en Lorenzo *et al.* (2020)).

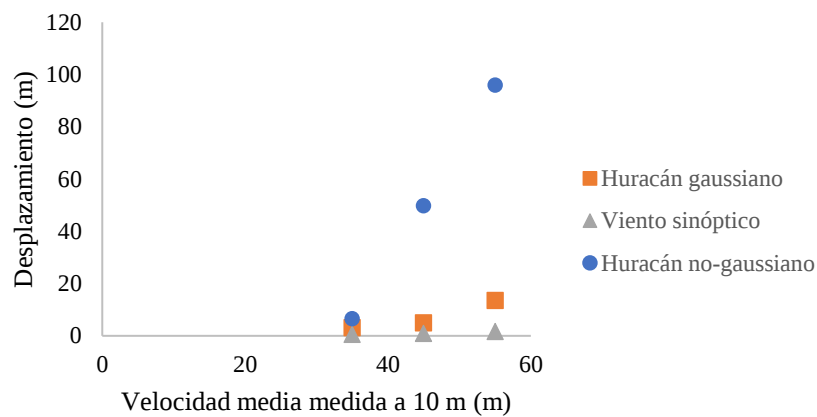
Velocidad media (m/s)	Desplazamiento máximo (m)	Cortante Máximo (N)	Momento Máximo (N-m)
35	3.188	638421.68	11360394.99
45	5.06	1055060.18	18894575.6
55	13.62	2805171.85	51835357.03

Tabla 3.3. Respuesta máxima del letrero (viento huracanado considerado como sinóptico y simulado con la metodología descrita en el capítulo 2).

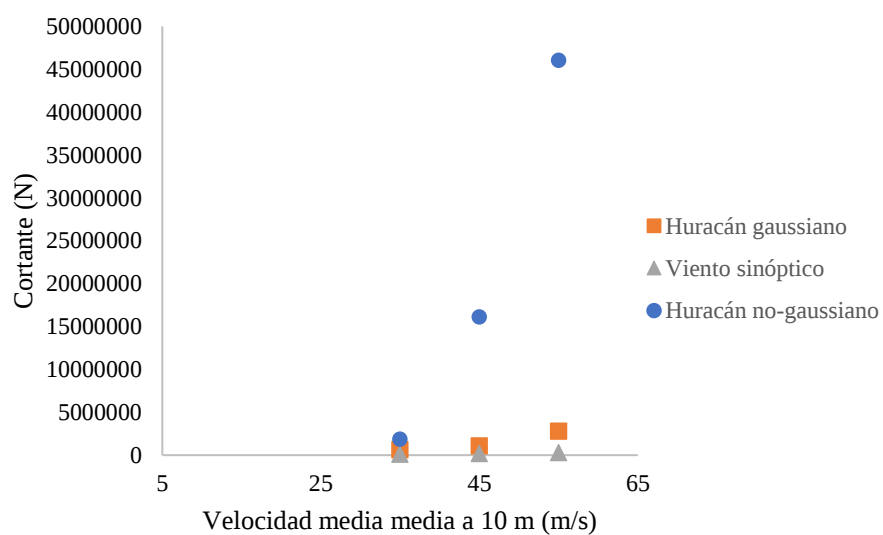
Velocidad media (m/s)	Desplazamiento máximo (m)	Cortante Máximo (N)	Momento Máximo (N-m)
35	0.5725	93325.56	2084927.35
45	0.9763	159340.52	3561062.63
55	1.77	293256.46	6507397.21

Tabla 3.4. Respuesta máxima del letrero (viento huracanado considerado como no-gaussiano y simulado con la metodología descrita en el apartado 3.10).

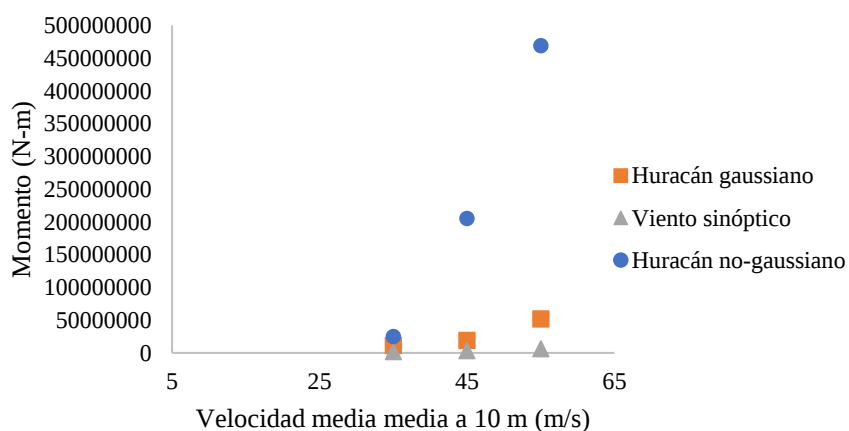
Velocidad media (m/s)	Desplazamiento máximo (m)	Cortante Máximo (N)	Momento Máximo (N-m)
35	6.58	1869238.98	25199965.39
45	49.78	16124971.82	204971954
55	96	46023919.07	468731975



d) Desplazamiento máximo



e) Cortante máximo



f) Momento máximo

Figura 3.2. Respuestas máximas en el intervalo elástico, letrero ante cargas eólicas de viento huracanado.

Se puede ver que los desplazamientos máximos que presenta el letrero con las simulaciones de huracán considerado como no-gaussiano son muy excesivos. Dicho comportamiento es irreal, porque indudablemente la estructura llegaría a la falla. Si se deseara permanecer en el intervalo elástico lo ideal sería aumentar la rigidez de la estructura para poder reducir la respuesta. Otra opción para reducir la respuesta sería permitir que la estructura incurriera en el intervalo inelástico y de esta manera permitir el daño. De igual manera se puede ver que las reacciones en la base de la estructura también aumentan de manera excesiva con las simulaciones de huracán y no-gaussiano.

Es importante resaltar que, para los análisis dinámicos ante cargas eólicas de estructuras que se encuentran en zonas de alta incidencia de huracanes, es más conveniente tomar las simulaciones de huracán que tengan en consideración la no estacionariedad, porque de acuerdo con los resultados mostrados, si en las simulaciones no se considera la no estacionariedad la respuesta de la estructura se puede subestimar en gran medida.

APÉNDICE 3A

MANUAL DE USUARIO DEL PROGRAMA DE SIMULACIONES DE VIENTO HURACANADO

3A.1 Generalidades

El programa HuracanNoGaussHermite.m tiene como finalidad realizar las simulaciones de las velocidades y fuerzas asociadas a vientos huracanados de una estructura tipo línea a diferentes alturas en la historia del tiempo.

3A.2 Archivos

Para el correcto funcionamiento del programa la persona usuaria debe guardar en el mismo destino los siguientes archivos:

HuracanNoGaussHermite.m,

sinoptico.m,

MBHTM.m,

nearestPSD.m y

datosimulacionesmod.xlsx.

3A.3 Ingreso de datos

Una vez guardados los archivos en el mismo destino se procede con la edición del archivo datosimulacionesmod.xlsx

En la “Hoja1” se ingresan los datos requeridos correspondientes a las propiedades de los nodos, las propiedades generales del sitio donde se ubica la estructura de interés; así como la elección del modelo de coherencia, el coeficiente de decaimiento vertical y la altura de la capa límite de la atmosfera desde el suelo (Figuras 3.3 y 3.4).

En seguida se hace una descripción de los datos solicitados.

El orden de los datos de los nodos es de menor a mayor de manera estricta.

Columna A: Alturas a las cuales se desean realizar las simulaciones, en m y de menor mayor.

Columna B: Áreas transversales expuestas en la dirección del viento para cada altura en m².

Columna C: Coeficientes de arrastre de la sección transversal para cada altura. Este coeficiente es una cantidad adimensional que cuantifica la resistencia que tiene un objeto en un medio fluido, en este caso en el aire.

Columna D: Velocidad de referencia de diseño medida a una altura de referencia de 10m y promediada a 10 minutos, m/s.

Columna E: Tipo de terreno donde se ubica la estructura de acuerdo con Eurocode 1 (1995).

Columna F: Ancho del edificio perpendicular al flujo del viento.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
Altura de entepiso o punto de interés medido desde la base	Área transversal expuesta (m ²), A1	Coefficiente de arrastre, Cd	Velocidad de referencia a 10m, promediada a 10 minutos, Uz	Tipo de terreno donde se ubica la estructura	Ancho del edificio perpendicular al flujo del viento	¿Desea hacer la corrección de la densidad del aire?	Presión barométrica en mm de Hg	Temperatura anual promedio en °C.	Elegir perfil para velocidades medias del viento	Latitud del sitio de interés en grados decimales
5	37.5	0.5	20.95	2	25	1	759.14	27.6	3	15.34
10	75	0.5			15	Si es 0 es 1 No, colocar 2				
15	75	0.5			10					
20	75	0.5			10					
25	75	0.5			15					
30	75	0.5			10					
35	75	0.5			10					
40	75	0.5			15					
45	75	0.5			10					
50	75	0.5			15					
55	75	0.5			15					
60	75	0.5			15					
65	75	0.5			15					
70	75	0.5			15					
75	75	0.5			15					
80	37.5	0.5			15					

Perfil para velocidades medias del viento

Perfil de potencia	Número de asignación
ley de potencia	1
ley logarítmica	2
ley logarítmica corregida	3

Lista requerida únicamente si se elige la ley logarítmica corregida para el cálculo del perfil de velocidades medias y si se utiliza el espectro de potencia ESDU

Figura 3.3. Ingreso de datos para la simulación de viento huracanado no gaussiano (columnas A-K).

L	M	N	O	P	Q	R																													
Elegir espectro de potencia a utilizar para la velocidad longitudinal del viento	Elegir el modelo de la coherencia a utilizar	Coefficiente de decaimiento vertical	Altura de la capa límite de la atmosfera desde el suelo (Altura gradiente) (Zg) en m	Parametros estadísticos	Elegir función de admitancia aerodinámica																														
2	1	2	350	2	3																														
	<table border="1"> <tr> <th>Modelo de coherencia</th><th>No. De asignación</th></tr> <tr> <td>Exponencial de Davenport</td><td>1</td></tr> <tr> <td>Exponencial modificada por Krenk</td><td>2</td></tr> </table>	Modelo de coherencia	No. De asignación	Exponencial de Davenport	1	Exponencial modificada por Krenk	2			<table border="1"> <tr> <th>Propuesta</th><th>No. asignado</th></tr> <tr> <td>Solari & Piccardo (2001)</td><td>1</td></tr> <tr> <td>Jeong et al. (2021)</td><td>2</td></tr> <tr> <td>ESDU (2001)</td><td>3</td></tr> </table>	Propuesta	No. asignado	Solari & Piccardo (2001)	1	Jeong et al. (2021)	2	ESDU (2001)	3	<table border="1"> <tr> <th>Función de admitancia aerodinámica</th><th>No. asignado</th></tr> <tr> <td>Vickery (1998)</td><td>1</td></tr> <tr> <td>Castro (2015)</td><td>2</td></tr> <tr> <td>MOUT (2016)</td><td>3</td></tr> </table>	Función de admitancia aerodinámica	No. asignado	Vickery (1998)	1	Castro (2015)	2	MOUT (2016)	3								
Modelo de coherencia	No. De asignación																																		
Exponencial de Davenport	1																																		
Exponencial modificada por Krenk	2																																		
Propuesta	No. asignado																																		
Solari & Piccardo (2001)	1																																		
Jeong et al. (2021)	2																																		
ESDU (2001)	3																																		
Función de admitancia aerodinámica	No. asignado																																		
Vickery (1998)	1																																		
Castro (2015)	2																																		
MOUT (2016)	3																																		
<table border="1"> <tr> <th>Espectro</th><th>No. asignado</th></tr> <tr> <td>Kolmogorov</td><td>1</td></tr> <tr> <td>Von Kármán</td><td>2</td></tr> <tr> <td>Davenport</td><td>3</td></tr> <tr> <td>Von Kármán modificado por Harris</td><td>4</td></tr> <tr> <td>Harris</td><td>5</td></tr> <tr> <td>Kaimal</td><td>6</td></tr> <tr> <td>Sinaiu</td><td>7</td></tr> <tr> <td>Hogstrom</td><td>8</td></tr> <tr> <td>Solari</td><td>9</td></tr> <tr> <td>Kaimal modificado por Hirsort</td><td>10</td></tr> <tr> <td>Fichtl-McVehil</td><td>11</td></tr> <tr> <td>ESDU</td><td>12</td></tr> <tr> <td>Jing and Lue</td><td>13</td></tr> <tr> <td>Mikkelsen</td><td>14</td></tr> </table>	Espectro	No. asignado	Kolmogorov	1	Von Kármán	2	Davenport	3	Von Kármán modificado por Harris	4	Harris	5	Kaimal	6	Sinaiu	7	Hogstrom	8	Solari	9	Kaimal modificado por Hirsort	10	Fichtl-McVehil	11	ESDU	12	Jing and Lue	13	Mikkelsen	14					
Espectro	No. asignado																																		
Kolmogorov	1																																		
Von Kármán	2																																		
Davenport	3																																		
Von Kármán modificado por Harris	4																																		
Harris	5																																		
Kaimal	6																																		
Sinaiu	7																																		
Hogstrom	8																																		
Solari	9																																		
Kaimal modificado por Hirsort	10																																		
Fichtl-McVehil	11																																		
ESDU	12																																		
Jing and Lue	13																																		
Mikkelsen	14																																		

Figura 3.4. Ingreso de datos para la simulación de viento huracanado no gaussiano (columnas K-Q).

Columna G: Colocar el número 1 si se desea corregir la densidad del aire de acuerdo con lo establecido en el MDOC (2020) en caso contrario colocar un 0.

Columna H: Presión barométrica en mm de Hg, solo es necesaria si se desea corregir la densidad del aire

Columna I: Temperatura media anual en °C, solo es necesaria si se desea corregir la densidad del aire

Columna J: Elegir el perfil de velocidades medias del viento colocar 1 para la ley de potencia, 2 para la ley logarítmica y 3 para la ley logarítmica corregida.

Columna K: Latitud del sitio de interés en grados decimales solo es necesario si se elige la ley logarítmica corregida para describir el perfil de la velocidad con la altura o si se elige el espectro de potencia del ESDU.

Columna L: Elegir el espectro de potencia que se desea utilizar, el número designado a cada espectro se muestra en la Tabla 3.5.

Tabla 3.5. Elección del espectro para la simulación de viento huracanado no gaussiano.

Espectro	No. asignado
Kolmogorov	1
Von Kármán	2
Davenport	3
Von Kármán modificado por Harris	4
Harris	5
Kaimal	6
Simiu	7
Hogstrom	8
Solari	9
Kaimal modificado por Hiriart	10
Fichtl-McVehil	11
ESDU	12
Jing and Lee	13
Mikkelsen	14

Columna M: Colocar el número asignado al modelo de coherencia que se desea utilizar. Para colocar un valor en la celda es necesario elegir entre dos modelos de coherencia vertical: coherencia exponencial de Davenport (1977) y coherencia exponencial modificada de Krenk (1995).

Columna N: Se ingresa el valor del coeficiente de decaimiento vertical.

Columna O: Altura gradiente en metros.

Columna P: Elegir con que propuesta se quieren calcular los parámetros estadísticos de acuerdo con la Tabla 3.6.

Tabla 3.6. Elección para cálculo de los parámetros estadísticos para la simulación de viento huracanado no gaussiano.

Propuesta	No. asignado
Solari & Piccardo (2001)	1
Jeong et al.(2021)	2
ESDU (2001)	3

Columna Q: Elegir la función de admitancia aerodinámica de acuerdo con la Tabla 3.7.

Tabla 3.7. Elección la función de admitancia aerodinámica para la simulación de viento huracanado no gaussiano.

Función de admitancia aerodinámica	No. asignado
Vickery (1968)	1
Castro (2015)	2
MOLIT (2016)	3

3A.4 Ejecución del programa y revisión de condiciones

Una vez que se ejecuta el programa, en la ventana de “Command Window” aparece el resultado de la revisión de las condiciones que definen si es aplicable el proceso de traslación no lineal, en ese momento el programa se pausa automáticamente. Se mostrarán tantos mensajes como puntos de interés donde se desea realizar la simulación, en el caso de que el mensaje sea “applicability condition is verified” el usuario debe de pulsar cualquier tecla para el programa continúe con su ejecución; si el mensaje “applicability condition is not verified” aparece al menos una vez, el usuario debe de cancelar la ejecución del programa e intentarlo una vez más hasta que se verifiquen las condiciones en todos los puntos.

3A.5 Resultados

Después de la edición de datos y al término de la ejecución del programa se crea una carpeta llamada “ResultadosSimVientoHuracanado” en la misma ubicación donde se encuentre el archivo del programa. En dicha carpeta se crean los archivos que se mencionan a continuación (Figura 3.6).

Simulaciones.eps: Gráficas de las simulaciones de la velocidad de viento sinóptico y huracanado en formato de gráficos vectoriales (Figura 3.5.).

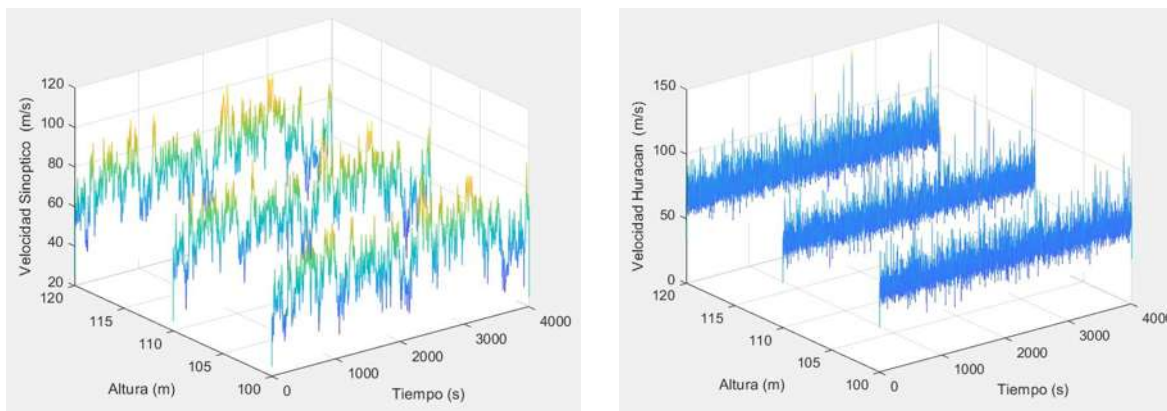


Figura 3.5. Gráfica de las simulaciones de velocidad de viento huracanado no gaussiano.

ResSimulacionesHuracanado.xlsx: Contiene los resultados de las simulaciones de velocidad y fuerza viento sinóptico y huracanado.

simulacionesFuerzaNoGaussHuracan.txt: Contiene los resultados de las simulaciones de fuerza del viento huracanado en archivo de texto.

simulacionesFuerzaSinopticoConfiltro.txt: Contiene los resultados de las simulaciones de fuerza con filtro en archivo de texto.

simulacionesVelNoGaussHuracan.txt: Contiene los resultados de las simulaciones de velocidad de viento huracanado en archivo de texto.

simulacionesVelocidadSinopticoConfiltro.txt: Contiene los resultados de las simulaciones de velocidad con filtro en archivo de texto.

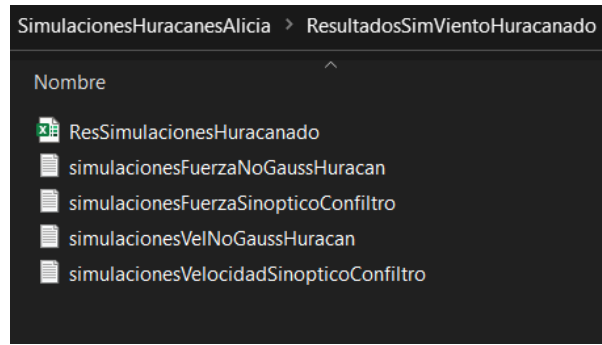


Figura 3.6. Archivos de resultados de la simulación de viento huracanado no gaussiano.

CAPÍTULO 4

ECUACIONES DE MOVIMIENTO DE UNA ESTRUCTURA TIPO PÉNDULO INVERTIDO

4.1. INTRODUCCIÓN

A lo largo de los años, se han presentado una cantidad considerable de fallas en estructuras clasificadas como péndulo invertido. Las fallas han sido causadas por excitaciones sísmicas o eólicas. Por ello la importancia de revisar su comportamiento lineal y no lineal ante las excitaciones mencionadas. Dentro de estas estructuras se encuentran puentes, tanques elevados, letreros, entre otras.

En este trabajo se plantea realizar el estudio de la ecuación de movimiento para este tipo de estructuras, así como establecer un procedimiento de diseño no lineal para las mismas. Para lograr lo antes mencionado se realizarán análisis paramétricos lineales y no lineales con cargas de sismo y de viento.

Los péndulos invertidos son osciladores de dos grados de libertad, el desplazamiento lateral y el cabeceo, estas estructuras fueron estudiadas inicialmente por Rascón (1965), establece que en el estudio del comportamiento dinámico de las estructuras tipo péndulo invertido, debe considerarse el efecto de la inercia rotacional que la masa induce en el movimiento total de la estructura y ha demostrado que, los momentos flexionantes en los extremos superiores de las columnas de las estructuras tipo péndulo invertido merecen una considerable atención; así como también lo merece la interacción suelo-estructura.

Newmark y Rosenblueth (1976), definen la estructura tipo péndulo invertido como aquella que tiene tres características comunes:

- 1) Su masa está concentrada principalmente en la parte superior.
- 2) Basta la formación de una sola articulación plástica en una columna para producir el colapso
- 3) La influencia de las fuerzas gravitacionales es decisiva en cuanto a que disminuye la capacidad para soportar fuerzas laterales.

Respecto a la segunda condición, si el sistema está apoyado en varias columnas, no necesariamente la formación de una articulación plástica producirá el colapso. Respecto a la tercera condición, establecen lo siguiente, suponiendo que el oscilador está formado por una sola columna elastoplástica, sin masa y empotrada en su base, se concluye que el momento de fluencia en la base del oscilador es del orden de 1.88 veces el momento de fluencia que tendría el oscilador cuando se desprecia la aceleración de la gravedad.

Además, propusieron unas ecuaciones simplificadas para calcular la fuerza cortante y el momento de volteo de las estructuras tipo péndulo invertido.

En México, a partir de las Normas Técnicas Complementarias para el Diseño por Sismo de 1976, NTC-1976, se introduce la definición de péndulo invertido, así como una ecuación para calcular las fuerzas laterales asociadas a la aceleración angular de la masa superior.

En las Normas Técnicas Complementarias para el Diseño por Sismo de 1987, NTC-1987; Normas Técnicas Complementarias para el Diseño por Sismo de 2004, NTC-2004; Normas Técnicas Complementarias para el Diseño por Sismo de 2017, NTC-2017; y Normas Técnicas Complementarias para el Diseño por Sismo de 2020, NTC-2020; nuevamente se introduce la definición de péndulo invertido y la misma ecuación para la determinación de las fuerzas laterales asociadas a la aceleración angular de la masa superior que se presenta desde NTC-1976.

Normas Técnicas Complementarias para el Diseño por Sismo de 2020, NTC-2020:

En el análisis de péndulos invertidos (estructuras en las que 50 por ciento o más de su masa se halle en el extremo superior y tengan un solo elemento resistente en la dirección de análisis o una sola hilera de columnas perpendicular a ésta), además de la fuerza lateral estipulada, F_{pe} , se tendrán en cuenta las asociadas a la aceleración angular de la masa superior, incluyendo como grado de libertad el giro de dicha masa con respecto a un eje horizontal normal a la dirección de análisis que pase por el punto de unión entre la masa y el elemento resistente vertical. Si se aplica el análisis estático, el efecto de dichas aceleraciones se tomará equivalente a un par aplicado en el extremo superior del elemento resistente, cuyo valor es

$$1.5F_{pe}r_o^2u_p / x_p \quad (4.1)$$

donde r_o es el radio de giro de la masa con respecto al eje horizontal en cuestión; y u_p y x_p , el giro y desplazamiento lateral, respectivamente, del extremo superior del elemento resistente bajo la acción de la fuerza lateral, F_{pe} , (NTC, 2020).

A nivel nacional, en el Manual de Diseño de obras civiles, Diseño por Sismo de 1981, MDOC (1981), se introduce la definición de péndulo invertido, y una ecuación para tomar en cuenta las aceleraciones de la masa superior, dicha ecuación es coincidente con la presentada en las Normas Técnicas Complementarias. De igual manera, se introduce la definición y la misma ecuación en los siguientes manuales de la Comisión Federal de Electricidad, Manual de Diseño de obras civiles, Diseño por Sismo de 1993, MDOC (1993); Manual de Diseño de obras civiles, Diseño por Sismo de 2008, MDOC (2008) y Manual de Diseño de obras civiles, Diseño por Sismo de 2015, MDOC (2015).

En los Manuales de Diseño de Obras Civiles de la Comisión Federal de Electricidad, se recomienda que las estructuras tipo péndulo invertido sigan las disposiciones referentes a edificios, salvo que en el análisis estático no se permite la reducción de la fuerza cortante en función del periodo fundamental, ni la reducción del momento de volteo. Además de considerar la fuerza lateral, se tomarán en cuenta las aceleraciones verticales de la masa superior, asociadas al giro de dicha masa con respecto a un eje horizontal normal a la dirección de análisis y que pase por un punto de unión entre la masa y el momento resistente. El efecto de las aceleraciones se tomará igual a un par de inercia, aplicado en el extremo superior del elemento resistente, es decir, con respecto al centro de rigidez del elemento, cuyo valor es:

$$M = 1.5Fr^2\phi / x \quad (4.2)$$

donde, r es el radio de giro de la masa con respecto al centro de rigidez, CR; x y φ son el desplazamiento lateral y el giro, respectivamente, del extremo superior del elemento resistente bajo la acción de la fuerza de inercia, F , que actúa sobre la masa, definida como:

$$F = \left(\frac{c}{QR} \right) W = W \left(\frac{c}{F_c} \right) \quad (4.3)$$

donde c , es el coeficiente sísmico, Q es el factor de comportamiento sísmico, R es el factor de reducción por sobre resistencia, tal que F_c es un factor de corrección y W es el peso del péndulo invertido.

Como puede comprobarse son las mismas expresiones que establecen las Normas Técnicas Complementarias para la Ciudad de México para el diseño estático de estructuras tipo péndulo invertido.

4.2. ECUACIÓN DE MOVIMIENTO DE UNA ESTRUCTURA TIPO PÉNDULO INVERTIDO

Como se mencionó anteriormente las estructuras tipo péndulo invertido son osciladores de dos grados de libertad, el desplazamiento horizontal y la rotación de la masa superior, dichos movimientos se pueden presentar como consecuencia de una carga sísmica o eólica.

Por la presencia de los dos grados de libertad se consideran dos fuerzas inerciales, una producida por el desplazamiento horizontal de la estructura y la otra, momento inercial, producida por la rotación de la estructura.

4.2.1. Ecuación de movimiento de la estructura tipo péndulo invertido excitada por una carga sísmica

Se tomarán como referencia las Figuras 4.1 y 4.2 para deducir la ecuación de movimiento tomando en cuenta los dos grados de libertad y la rigidez que produce el cabeceo. La ecuación de movimiento se plantea para toda estructura que esté clasificada como péndulo invertido.

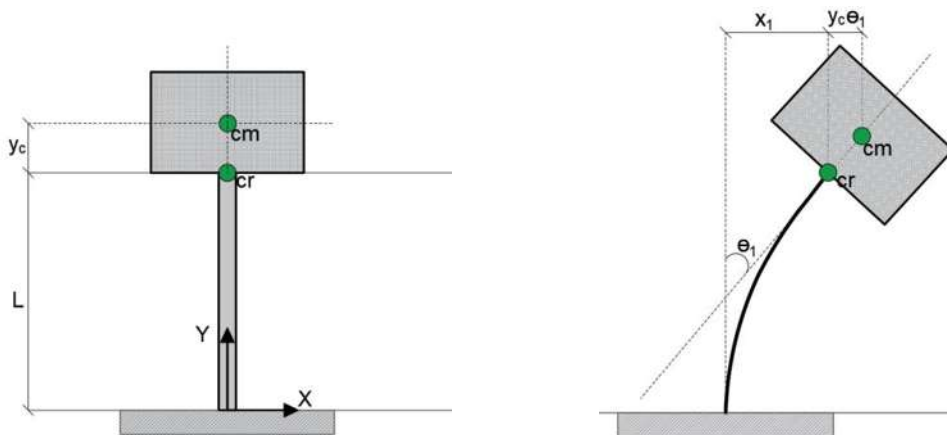


Figura 4.1 Estructura tipo péndulo invertido.

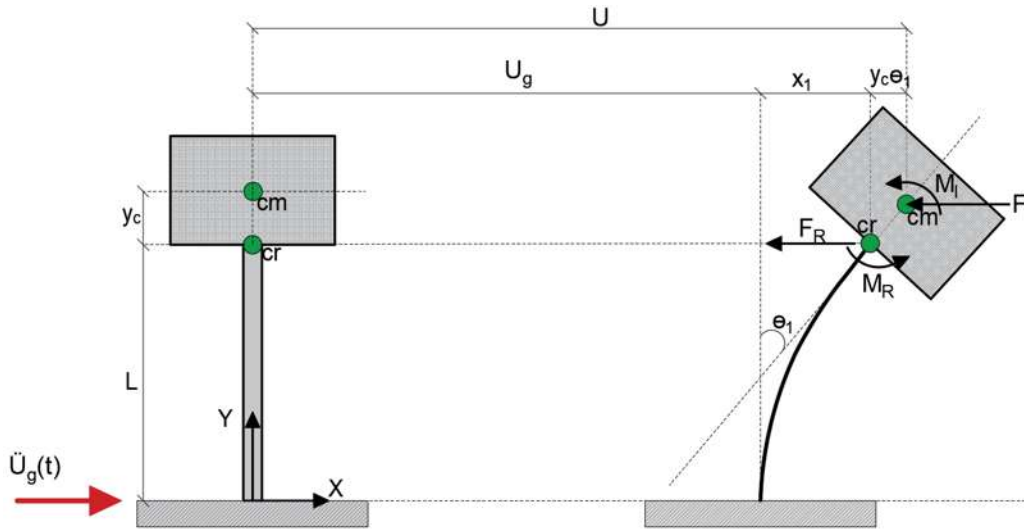


Figura 4.2 Desplazamiento total de la estructura.

Como se puede apreciar en la Figura 4.2 el desplazamiento total de la estructura, U , es la suma del desplazamiento del terreno $U_g(t)$ más el desplazamiento de la masa respecto a la base, x ,

$$U = U_g(t) + x \quad (4.4)$$

La primera derivada del desplazamiento es la velocidad y la segunda la aceleración por lo que se tiene

$$\dot{U} = \dot{U}_g(t) + \dot{x} \quad (4.5)$$

$$\ddot{U} = \ddot{U}_g + \ddot{x} \quad (4.6)$$

Según la segunda ley de Newton la fuerza inercial producida por el desplazamiento horizontal es igual al producto de la masa por la aceleración, por lo cual tenemos

$$F_I = m_0 \ddot{U} \quad (4.7)$$

Sustituyendo la ecuación (4.6) en la Ecuación (4.7),

$$F_I = m_0 (\ddot{U}_g + \ddot{x}) = m_0 \ddot{U}_g + m_0 \ddot{x} \quad (4.8)$$

De manera análoga, el momento inercial producido por el giro de cierto cuerpo alrededor de un eje (en este caso sería alrededor del eje que pasa por el centro de masas), es igual al producto del momento másico de inercia multiplicado por la aceleración angular

$$M_I = I_{CM} \ddot{\theta} \quad (4.9)$$

donde m_0 es la masa que está encima de la columna y se concentra en el centro de masas, denominado CM ; y_c es la distancia entre el centro de rigidez, cr , y el centro de masas, CM ; I_{CM} es el momento másico de inercia alrededor del eje z ; $\ddot{\theta}$ es la aceleración angular del giro provocada por la aceleración del suelo.

Reescribiendo las ecuaciones (4.8) y (4.9) de manera matricial tenemos lo siguiente

$$\begin{bmatrix} F_I \\ M_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_0 & 0 \\ 0 & I_{CM} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\theta}_1 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} m_0 \\ 0 \end{Bmatrix} \ddot{U}_g \quad (4.10)$$

El punto de referencia de la ecuación (4.10) es el centro de masas y en vista de que éste no es coincidente con el centro de rigideces para obtener el equilibrio de la ecuación de movimiento es necesario obtener la matriz de masas con respecto al centro de rigideces.

De acuerdo con la Figura 4.2 el desplazamiento de la estructura respecto a la base es

$$x = x_1 + x_2 \quad (4.11)$$

De acuerdo con la teoría de ángulos pequeños x_2 se obtienen de la siguiente manera

$$\tan \theta_1 = \frac{x_2}{y_c}, \quad \tan \theta_1 \approx \theta_1 \quad (4.12)$$

Despejando x_2

$$x_2 = y_c \theta_1, \quad (4.13)$$

Sustituyendo la ecuación (4.13) en la ecuación (4.11)

$$x = x_1 + y_c \theta_1 \quad (4.14)$$

Por lo anterior, la ecuación (4.6) resulta

$$\ddot{U} = \ddot{U}_g + \ddot{x} = \ddot{U}_g + \ddot{x}_1 + y_c \ddot{\theta}_1 \quad (4.15)$$

Sustituyendo la ecuación (4.15) en la ecuación de la fuerza inercial, Ecuación (4.8), se tiene lo siguiente

$$F_R = F_I = m_0(\ddot{U}_g + \ddot{x}_1 + y_c \ddot{\theta}_1) = m_0 \ddot{U}_g + m_0 \ddot{x}_1 + m_0 y_c \ddot{\theta}_1 \quad (4.16)$$

De igual manera el momento inercial se modifica tomando en cuenta la contribución de la fuerza inercial

$$M_R = M_I + F_I y_c = I_{CM} \ddot{\theta}_1 + (m_0 \ddot{U}_g + m_0 \ddot{x}_1 + m_0 y_c \ddot{\theta}_1) y_c \quad (4.17)$$

Reescribiendo,

$$M_R = m_0 \ddot{U}_g y_c + m_0 \ddot{x}_1 y_c + (I_{CM} + m_0 y_c^2) \ddot{\theta}_1 \quad (4.18)$$

Para obtener el momento másico de inercia se usa el teorema de ejes paralelos puesto que la masa está rotando respecto al eje que pasa por el centro de rigideces y no respecto al que pasa por el centro de masas,

$$I_{CR} = I_{CM} + m_0 y_c^2 \quad (4.19)$$

Sustituyendo la Ecuación (4.19) en la ecuación (4.18),

$$M_R = m_0 \ddot{U}_g y_c + m_0 \ddot{x}_1 y_c + (I_{CR}) \ddot{\theta}_1 \quad (4.20)$$

Escribiendo las ecuaciones (4.16) y (4.20), correspondientes a la fuerza inercial y al momento inercial, respectivamente; de forma matricial resulta

$$\begin{bmatrix} F_R \\ M_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_0 & m_0 y_c \\ m_0 y_c & I_{CR} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\theta}_1 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} m_0 \\ m_0 y_c \end{Bmatrix} \ddot{U}_g \quad (4.21)$$

Los grados de libertad que se consideran para obtener la matriz de rigideces son los que se muestran en la Figura 4.3.

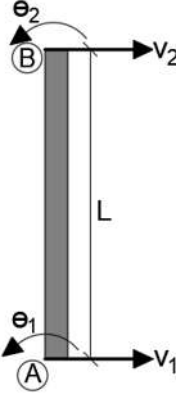


Figura 4.3 Grados de libertad asociados a la estructura.

La matriz de rigidez elástica correspondiente es

$$[K_e] = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} v_1 & \theta_1 & v_2 & \theta_2 \\ \begin{bmatrix} 12 & 6L \\ 6L & 4L^2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -12 & 6L \\ -6L & 2L^2 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -12 & -6L \\ 6L & 2L^2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 12 & -6L \\ -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

Las fuerzas restitutivas corresponden a las fuerzas del nodo B quedan como se muestra en seguida

$$\begin{bmatrix} F_{1A} \\ M_{1A} \\ F_{2B} \\ M_{2B} \end{bmatrix} = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} v_1 & \theta_1 & v_2 & \theta_2 \\ \begin{bmatrix} 12 & 6L \\ 6L & 4L^2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -12 & 6L \\ -6L & 2L^2 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -12 & -6L \\ 6L & 2L^2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 12 & -6L \\ -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ \theta_1 \\ x_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} \quad (4.23)$$

donde $F_R = F_{2B}$, $M_R = M_{2B}$, entonces,

$$\begin{bmatrix} F_R \\ M_R \end{bmatrix} = \frac{E_c I_c}{L^3} \begin{bmatrix} v_2 & \theta_2 \\ 12 & -6L \\ -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ \theta_1 \end{Bmatrix} \quad (4.24)$$

Reescribiendo la Ecuación (4.24) tenemos

$$\begin{bmatrix} F_R \\ M_R \end{bmatrix} = \frac{3E_c I_c}{L^3} \begin{bmatrix} 4 & -2L \\ -2L & \frac{4}{3}L^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ \theta_1 \end{Bmatrix} = k_D \begin{bmatrix} 4 & -2L \\ -2L & \frac{4}{3}L^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ \theta_1 \end{Bmatrix} \quad (4.25)$$

donde k_D es la rigidez lateral $\frac{3E_c I_c}{L^3}$; E_c es el módulo de elasticidad de la columna; I_c es el momento de inercia de la columna; L es la longitud de la columna.

4.2.1.1 Matriz de amortiguamiento

La masa y la rigidez que proporciona el cabeceo forman parte del amortiguamiento del oscilador por lo tanto la matriz de amortiguamiento tiene la forma que se describe a continuación

$$\frac{C}{m_0} = 2\beta, \quad (4.26)$$

donde C es la constante de amortiguamiento y m_0 es la masa del sistema

Despejando β , y multiplicando y dividiendo por la frecuencia natural del sistema se tiene

$$\beta = \frac{C}{2m_0} \frac{\omega_n}{\omega_n} \quad (4.27)$$

donde el producto del denominador es igual al amortiguamiento crítico

$$2m_0\omega_n = C_r, \quad (4.28)$$

por lo tanto

$$\beta = \frac{C\omega_n}{C_r} = \zeta\omega_n, \quad (4.29)$$

El cociente de la constante de amortiguamiento y el amortiguamiento crítico es igual al porcentaje de amortiguamiento ζ .

Sustituyendo β de la ecuación (4.27) en la ecuación (4.29)

$$\frac{C}{2m_0} = \zeta\omega_n, \quad (4.30)$$

y despejando la constante de amortiguamiento

$$C = 2m_0\zeta\omega_n \quad (4.31)$$

De manera análoga la constante de amortiguamiento proporcionada por el cabeceo es igual a

$$C = 2I_{CR}\omega_n\zeta \quad (4.32)$$

Expresado de forma matricial

$$[C] = \begin{bmatrix} 2m_0\omega_n\zeta & 0 \\ 0 & 2I_{CR}\omega_n\zeta \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

Entonces, la ecuación de equilibrio dinámico considerando amortiguamiento proporcional es,

$$\begin{bmatrix} m_0 & m_0 y_c \\ m_0 y_c & I_{CR} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{\theta}_1 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 2m_0 \omega_n \zeta & 0 \\ 0 & 2I_{CR} \omega_n \zeta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{\theta}_1 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} m_0 \\ m_0 y_c \end{Bmatrix} \ddot{U}_g + k_D \begin{bmatrix} 4 & -2L \\ -2L & \frac{4}{3} L^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ \theta_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.34)$$

Ordenando,

$$\begin{bmatrix} m_0 & m_0 y_c \\ m_0 y_c & I_{CR} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{\theta}_1 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 2m_0 \omega_n \zeta & 0 \\ 0 & 2I_{CR} \omega_n \zeta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{\theta}_1 \end{Bmatrix} + k_D \begin{bmatrix} 4 & -2L \\ -2L & \frac{4}{3} L^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ \theta_1 \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} m_0 \\ m_0 y_c \end{Bmatrix} \ddot{U}_g \quad (4.35)$$

4.2.1.2 Matriz de masas

Considerando que la columna de apoyo es de sección uniforme la masa se calcula como

$$m_p = \rho_c A_c L \quad (4.36)$$

donde ρ_c es la densidad del material de la columna por unidad de longitud; A_c es el área transversal de la columna y L su longitud.

Existen dos formas para representar la masa del sistema:

1. Matriz de masas concentradas
2. Matriz de masas consistentes

La forma más simple y común de definir la matriz de masa de una estructura es suponiendo que toda la masa está concentrada en los nodos de lo que se obtiene la matriz de masas concentradas (Figura 4.4).

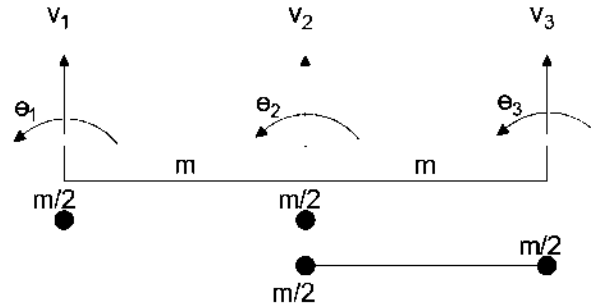


Figura 4.4 Modelo de masas concentradas.

La matriz de masas concentradas es diagonal y desprecia la inercia rotacional puesto que las masas puntuales no tienen inercia a la rotación. En caso de que en el modelo de representación del sistema se consideren los grados de libertad rotacional, se presentarán valores nulos en la diagonal de la matriz de masas como se muestra en la matriz de masas del sistema de la Figura 4.4.

$$[M] = \begin{bmatrix} m/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.37)$$

En cambio, aplicando elementos finitos se puede definir un tipo de matriz de masas más cercano a la realidad, haciendo uso del procedimiento similar al utilizado para obtener los coeficientes de la matriz de rigidez de la estructura.

Los coeficientes de la matriz de masas consistente, m_{ij} , representan las fuerzas de inercia que se generan en los nodos del elemento para aceleraciones unitarias. En un sentido físico, la masa distribuida del elemento se está sustituyendo por inercias concentradas en los nodos que generan las mismas fuerzas de inercia.

Para el caso particular de una barra con masa uniformemente distribuida y tres grados de libertad por nodo (Figura 4.5), la matriz de masas consistentes tiene la siguiente expresión

$$[\mathbf{M}] = \frac{m_p}{420} \begin{bmatrix} u_1 & v_1 & \theta_1 & u_2 & v_2 & \theta_2 \\ 140 & 0 & 0 & 70 & 0 & 0 \\ 0 & 156 & 22L & 0 & 54 & -13L \\ 0 & 22L & 4L^2 & 0 & 13L & -3L^2 \\ 70 & 0 & 0 & 140 & 0 & 0 \\ 0 & 54 & 13L & 0 & 156 & -22L \\ 0 & -13L & -3L^2 & 0 & -22L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (4.38)$$

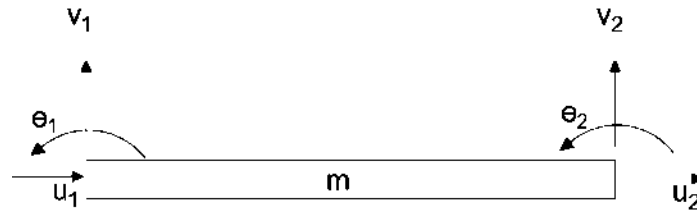


Figura 4.5 Modelo para matriz de masas consistentes.

Para el caso de los grados de libertad mostrados en la Figura 4.3, la matriz se reduce de la siguiente manera debido a que se está considerando la viga axialmente rígida y empotrada en la base

$$[\mathbf{M}] = \frac{m_p}{420} \begin{bmatrix} u_1 & v_1 & \theta_1 & u_2 & v_2 & \theta_2 \\ 140 & 0 & 0 & 70 & 0 & 0 \\ 0 & 156 & 22L & 0 & 54 & -13L \\ 0 & 22L & 4L^2 & 0 & 13L & -3L^2 \\ 70 & 0 & 0 & 140 & 0 & 0 \\ 0 & 54 & 13L & 0 & 156 & -22L \\ 0 & -13L & -3L^2 & 0 & -22L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

$$[\mathbf{M}] = \frac{m_p}{420} \begin{bmatrix} 156 & -22L \\ -22L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (4.40)$$

donde m_p es la masa de la pila o columna.

Para tener en cuenta los efectos de segundo orden, es decir la no linealidad geométrica, la matriz de rigidez elástica se modifica sumando la matriz de rigidez geométrica, K_g la cual considera los efectos de la carga axial y de flexión.

La matriz de no linealidad geométrica de un elemento barra con tres grados de libertad por nodo es

$$[K_g] = \frac{P}{L} \begin{bmatrix} u_1 & v_1 & \theta_1 & u_2 & v_2 & \theta_2 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{6}{5} & \frac{L}{10} & 0 & -\frac{6}{5} & \frac{L}{10} \\ 0 & \frac{L}{10} & \frac{2L^2}{15} & 0 & -\frac{L}{10} & \frac{L^3}{30} \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{6}{5} & -\frac{L}{10} & 0 & \frac{6}{5} & -\frac{L}{10} \\ 0 & \frac{L}{10} & -\frac{L^3}{30} & 0 & -\frac{L}{10} & \frac{2L^2}{15} \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

Para el caso de los grados de libertad mostrados en la Figura 4.3, la matriz de rigidez geométrica se reduce de la siguiente manera debido a que se está considerando la viga axialmente rígida y empotrada en la base,

$$[K_g] = \frac{P}{L} \begin{bmatrix} u_1 & v_1 & \theta_1 & u_2 & v_2 & \theta_2 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{6}{5} & \frac{L}{10} & 0 & -\frac{6}{5} & \frac{L}{10} \\ 0 & \frac{L}{10} & \frac{2L^2}{15} & 0 & -\frac{L}{10} & \frac{L^3}{30} \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{6}{5} & -\frac{L}{10} & 0 & \frac{6}{5} & -\frac{L}{10} \\ 0 & \frac{L}{10} & -\frac{L^3}{30} & 0 & -\frac{L}{10} & \frac{2L^2}{15} \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

$$[K_g] = \frac{P}{L} \begin{bmatrix} v_2 & \theta_2 \\ \frac{6}{5} & -\frac{L}{10} \\ -\frac{L}{10} & \frac{2L^2}{15} \end{bmatrix} \quad (4.43)$$

Entonces la matriz de rigidez total es

$$[K] = [K_e] + [K_g] \quad (4.44)$$

$$[\mathbf{K}] = k_D \begin{bmatrix} 4 & -2L \\ -2L & \frac{4}{3}L^2 \end{bmatrix} + \frac{P}{L} \begin{bmatrix} \frac{6}{5} & -\frac{L}{10} \\ -\frac{L}{10} & \frac{2L^2}{15} \end{bmatrix} \quad (4.45)$$

$$[\mathbf{K}] = \begin{bmatrix} 4k_D + \frac{6}{5}\frac{P}{L} & -2Lk_D - \frac{P}{L} \\ -2Lk_D - \frac{P}{L} & \frac{4}{3}k_DL^2 + \frac{2PL}{15} \end{bmatrix} \quad (4.46)$$

donde P es la carga axial en newton y es positiva si está en tensión y negativo si está en compresión.

$$P = m_0 g \quad (4.47)$$

donde g es la aceleración de la gravedad.

Considerando que se pueda o no contemplar los efectos de la masa de la columna y/o la carga axial en seguida se muestra la ecuación de movimiento en forma general

$$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{\theta}_1 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 2m_0\omega_n\zeta & 0 \\ 0 & 2I_{CR}\omega_n\zeta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{\theta}_1 \end{Bmatrix} + k_D \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ \theta_1 \end{Bmatrix} = -\{P(t)\} \quad (4.48)$$

donde $m_{21} = m_{12}$ y $k_{21} = k_{12}$.

Si $y_c = 0$ el centro de masas y el centro de rigideces coinciden y si $I_{CM} = 0$ no se presenta rotación en la masa, entonces la ecuación de movimiento 4.35 se reduce de la siguiente manera

$$\begin{bmatrix} m_0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{\theta}_1 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 2m_0\omega_n\zeta & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{\theta}_1 \end{Bmatrix} + k_D \begin{bmatrix} 4 & -2L \\ -2L & \frac{4}{3}L^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ \theta_1 \end{Bmatrix} = -\begin{Bmatrix} m_0 \\ 0 \end{Bmatrix} \ddot{U}_g \quad (4.49)$$

que representa la ecuación de movimiento de un oscilador de un grado de libertad,

$$m_0\ddot{x}_1 + 2m_0\omega_n\zeta\dot{x}_1 + 4k_Dx_1 - 2k_DL\theta_1 = -m_0\ddot{U}_g \quad (4.50)$$

De la segunda ecuación del sistema matricial expresado en la ecuación 4.49, se tiene

$$-2k_DLx_1 + \frac{4}{3}k_DL^2\theta_1 = 0 \quad (4.51)$$

despejando θ_1

$$\theta_1 = \frac{3}{2L} x_1 \quad (4.52)$$

Sustituyendo la ecuación 4.52 en la ecuación 4.50

$$m_0\ddot{x}_1 + 2m_0\omega_n\zeta\dot{x}_1 + 4k_Dx_1 - 2k_DL\left(\frac{3}{2L}x_1\right) = -m_0\ddot{U}_g \quad (4.53)$$

desarrollando los términos

$$m_0 \ddot{x}_1 + 2m_0 \omega_n \zeta \dot{x}_1 + 4k_D x_1 - 3k_D x_1 = -m_0 \ddot{U}_g \quad (4.54)$$

y agrupando términos semejantes

$$m_0 \ddot{x}_1 + 2m_0 \omega_n \zeta \dot{x}_1 + k_D x_1 = -m_0 \ddot{U}_g \quad (4.55)$$

Por lo tanto, se demuestra que la ecuación 4.35 está planteada de manera correcta, ya que representa la ecuación de un sistema tradicional de un grado de libertad.

La solución del problema de vibración libre sin amortiguamiento conduce a la obtención de los valores característicos de la ecuación de movimiento. Con dichos valores se obtienen las frecuencias y los periodos del oscilador a partir de la matriz de masas y de rigideces; en las siguientes ecuaciones se muestran los resultados.

$$[\mathbf{K}] = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \quad (4.56)$$

$$[\mathbf{M}] = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \quad (4.57)$$

La ecuación por resolver para encontrar el polinomio característico es

$$\det[\mathbf{K}] - \Omega^2 [\mathbf{M}] = 0 \quad (4.58)$$

$$\det \left[\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} - \Omega^2 \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \right] = 0 \quad (4.59)$$

Calculando el determinante y reordenando los términos se obtiene el polinomio característico

$$(m_{11}m_{22} - m_{12}^2)\Omega^2 + (-k_{11}m_{22} - k_{22}m_{22} + 2k_{12}m_{12})\Omega + (k_{11}k_{22} - k_{12}^2) = 0 \quad (4.60)$$

de la solución del polinomio se encuentran las raíces, Ω , que siempre se ordenan de menor a mayor.

$$\Omega_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (4.61)$$

donde

$$a = (m_{11}m_{22} - m_{12}^2) \quad (4.62)$$

$$b = (-k_{11}m_{22} - k_{22}m_{22} + 2k_{12}m_{12}) \quad (4.63)$$

$$c = (k_{11}k_{22} - k_{12}^2) \quad (4.64)$$

Para calcular las frecuencias de vibrar del oscilador se usan las siguientes ecuaciones:

$$\omega_1 = \sqrt{\Omega_1} \quad (4.65)$$

$$\omega_2 = \sqrt{\Omega_2} \quad (4.66)$$

Con cada una de las frecuencias calculadas se obtienen los periodos de vibrar

$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} \quad (4.67)$$

$$T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2} \quad (4.68)$$

4.2.2. Ecuación de movimiento de la estructura tipo péndulo invertido excitada por una carga eólica

Si la estructura tipo péndulo invertido es excitada por una carga eólica en el centro de masas, dicha fuerza del viento es

$$P(t) = P_D(Z, t) = \frac{1}{2} \rho C_D A [U_R(Z, t)]^2 \quad (4.69)$$

donde ρ es la densidad del aire; C_D es el coeficiente de arrastre; A es el área expuesta; U_R es la velocidad del viento relativa a la estructura.

Entonces la ecuación de equilibrio dinámico tendrá la siguiente forma

$$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{\theta}_1 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 2m_0\omega_n\zeta & 0 \\ 0 & 2I_{CR}\omega_n\zeta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{\theta}_1 \end{Bmatrix} + k_D \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ \theta_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ y_c \end{Bmatrix} P(t) \quad (4.70)$$

4.2.3. Ecuación de movimiento de la estructura tipo péndulo invertido excitada por una carga sísmica considerando interacción suelo-estructura, ISE.

Cuando se considera la contribución de la cimentación aparecen dos grados de libertad adicionales, el desplazamiento de la cimentación y la rotación de la cimentación. Para la deducción de la ecuación de movimiento se considerarán dos hipótesis 1) La cimentación se comporta como un cuerpo rígido y 2) La masa del oscilador por encima de la columna como un diafragma rígido, por lo tanto, si se produce un desplazamiento x_2 de la cimentación toda la estructura experimentará el mismo desplazamiento y si en la cimentación se produce una rotación de θ_2 la masa sobre la estructura experimentará un desplazamiento igual a $x_3 = L\theta_2$ lo anterior considerando la teoría de ángulos pequeños, adicionalmente se produce un desplazamiento horizontal x_1 producto de la rotación θ_1 de la masa que se encuentra encima de la columna; entonces, para el caso en el que el centro de masas coincide con el centro de rigideces (Figura 4.6), el desplazamiento total de la estructura sin considerar el desplazamiento del suelo es

$$x = x_1 + x_2 + L\theta_2 \quad (4.71)$$

y la rotación total de la estructura será igual a la rotación de la cimentación más la rotación de la masa superior

$$\theta = \theta_1 + \theta_2 \quad (4.72)$$

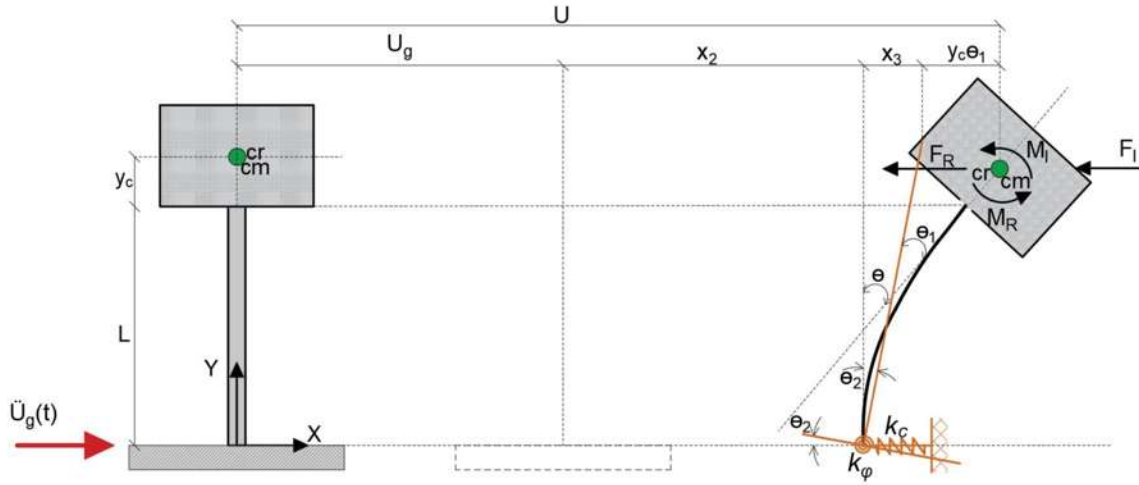


Figura 4.6. Estructura tipo péndulo invertido con ISE cuando (coinciden CM y CR).

Para obtener la matriz de masas para de un oscilador con interacción suelo-estructura se utiliza la energía cinética, el proceso se ejemplifica con un oscilador de dos grados de libertad.

Se sabe que si se integra la ecuación de movimiento respecto a desplazamientos diferenciales se obtienen el balance de energía, la ecuación de movimiento para un sistema de varios grados de libertad es

$$[\mathbf{M}]\{\ddot{x}(t)\} + [\mathbf{C}]\{\dot{x}(t)\} + [\mathbf{K}]\{x(t)\} = P(t) \quad (4.73)$$

donde $[\mathbf{M}]$ es la matriz de masas; $[\mathbf{C}]$ es la matriz de amortiguamiento; $\{x(t)\}$ es el vector de desplazamientos; $\{\dot{x}(t)\}$ es el vector de velocidades y $\{\ddot{x}(t)\}$ es el vector de aceleraciones.

Al integrar el primer término del lado izquierdo se obtiene la energía cinética

$$E_k(t) = \int_0^x [\mathbf{M}]\{\ddot{x}(t)\} dx \quad (4.74)$$

La aceleración es igual a la derivada de la velocidad respecto al tiempo

$$E_k(t) = [\mathbf{M}] \int_0^x \frac{d\dot{x}(t)}{dt} dx \quad (4.75)$$

La derivada del desplazamiento respecto al tiempo se sustituye por la velocidad

$$E_k(t) = [\mathbf{M}] \int_0^x \{\dot{x}(t)\} d\dot{x}(t) \quad (4.76)$$

Realizando la integral

$$E_k(t) = \frac{1}{2} \{\dot{x}(t)\}^T [\mathbf{M}] \{\dot{x}(t)\} \quad (4.77)$$

Para un sistema de dos grados de libertad la matriz de masas y el vector de velocidades son los siguientes

$$[\mathbf{M}] = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \quad (4.78)$$

donde

$$m_{12} = m_{21} \quad (4.79)$$

$$\{\dot{x}\} = \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} \quad (4.80)$$

Reemplazando las ecuaciones 4.78 y 4.80 en la ecuación de la energía cinética, 4.77

$$E_k(t) = \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 & \dot{x}_2 \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} \quad (4.81)$$

desarrollando las operaciones

$$E_k(t) = \frac{1}{2} \{ \dot{x}_1 m_{11} + \dot{x}_2 m_{21} \quad \dot{x}_1 m_{21} + \dot{x}_2 m_{22} \} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} \quad (4.82)$$

$$E_k(t) = \frac{1}{2} \{ (\dot{x}_1 m_{11} + \dot{x}_2 m_{21}) \dot{x}_1 + (\dot{x}_1 m_{21} + \dot{x}_2 m_{22}) \dot{x}_2 \} \quad (4.83)$$

$$E_k(t) = \frac{1}{2} \{ \dot{x}_1^2 m_{11} + 2 \dot{x}_1 \dot{x}_2 m_{21} + \dot{x}_2^2 m_{22} \} \quad (4.84)$$

El procedimiento para encontrar la matriz de masas una vez que se obtiene la energía cinética es

1. Encontrar la energía cinética de la estructura y sacar como factor común $\frac{1}{2}$
2. Los elementos de la diagonal de la matriz de masas son los coeficientes de $\dot{x}_i^2$
3. Los elementos que están fuera de la diagonal de la matriz de masas son simétricos y, por ejemplo, para el término m_{ij} sería $\frac{1}{2} \dot{x}_i \dot{x}_j$

Se prosigue con el cálculo de la matriz de masas del oscilador con ISE, para lo anterior se necesitan las velocidades del oscilador las cuales se pueden obtener derivando el desplazamiento.

Si la estructura tipo péndulo invertido presenta únicamente un grado de libertad la ecuación para calcular la energía cinética es

$$E_k(t) = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 \quad (4.85)$$

Si se consideran los grados de libertad descritos en la Figura 4.6, la energía cinética correspondiente al movimiento de la masa superior es

$$E_{kms}(t) = \frac{1}{2} m_0 [\dot{x}_1 + \dot{x}_2 + \dot{x}_3]^2 + \frac{1}{2} I_{CM} [\dot{\theta}]^2 \quad (4.86)$$

sustituyendo las derivadas del desplazamiento total de la estructura, ecuación 4.71, y de la rotación total de la estructura, ecuación 4.72 se tiene

$$E_{kms}(t) = \frac{1}{2} [\dot{x}_1 + \dot{x}_2 + L\dot{\theta}_2]^2 + \frac{1}{2} I_{CM} [\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2]^2 \quad (4.87)$$

La energía cinética correspondiente al movimiento de la cimentación es

$$E_{kc}(t) = \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} \dot{x}_2 & \dot{\theta}_2 \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} m_c & 0 \\ 0 & I_{cc} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_2 \\ \dot{\theta}_2 \end{Bmatrix}, \quad (4.88)$$

donde m_c es la masa de la cimentación y I_{cc} es el momento de inercia de la cimentación.

La energía cinética total será igual a

$$E_k(t) = E_{kms}(t) + E_{kc}(t) \quad (4.89)$$

$$E_k(t) = \frac{1}{2} [\dot{x}_1 + \dot{x}_2 + L\dot{\theta}_2]^2 + \frac{1}{2} I_{CM} [\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2]^2 + \frac{1}{2} m_c [\dot{x}_2]^2 + \frac{1}{2} I_{cc} [\dot{\theta}_2]^2 \quad (4.90)$$

Desarrollando y agrupando los términos de la ecuación 4.90,

$$E_k(t) = \frac{1}{2} [m_0 \dot{x}_1^2 + I_{CM} \dot{\theta}_1^2 + (m_0 + m_c) \dot{x}_2^2 + (m_0 L^2 + I_{CM} + I_{cc}) \dot{\theta}_2^2] + 2m_0 \dot{x}_1 \dot{x}_2 + 2m_0 L \dot{x}_1 \dot{\theta}_2 + 2m_0 L \dot{x}_2 \dot{\theta}_2 + 2I_{CM} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \quad (4.91)$$

Aplicando el procedimiento para obtener la matriz de masas se obtiene

$$[\mathbf{M}] = \begin{bmatrix} m_0 & 0 & m_0 & m_0 L \\ 0 & I_{CM} & 0 & I_{CM} \\ m_0 & 0 & m_0 + m_c & m_0 L \\ m_0 L & I_{CM} & m_0 L & m_0 L^2 + I_{CM} + I_{cc} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{\theta}_2 \end{Bmatrix} \quad (4.92)$$

El vector de cargas sísmicas se considera de la siguiente manera

$$\{P\} = - \begin{Bmatrix} m_0 \\ 0 \\ m_0 + m_c \\ m_0 L \end{Bmatrix} \ddot{U}_g \quad (4.93)$$

Ahora se considera que el centro de masas no coincide con el centro de rigideces por lo tanto aparece un nuevo desplazamiento que depende de la distancia vertical y_c que existe entre los dos puntos, Figura 4.7.

$$x_4 = y_c \theta \quad (4.94)$$

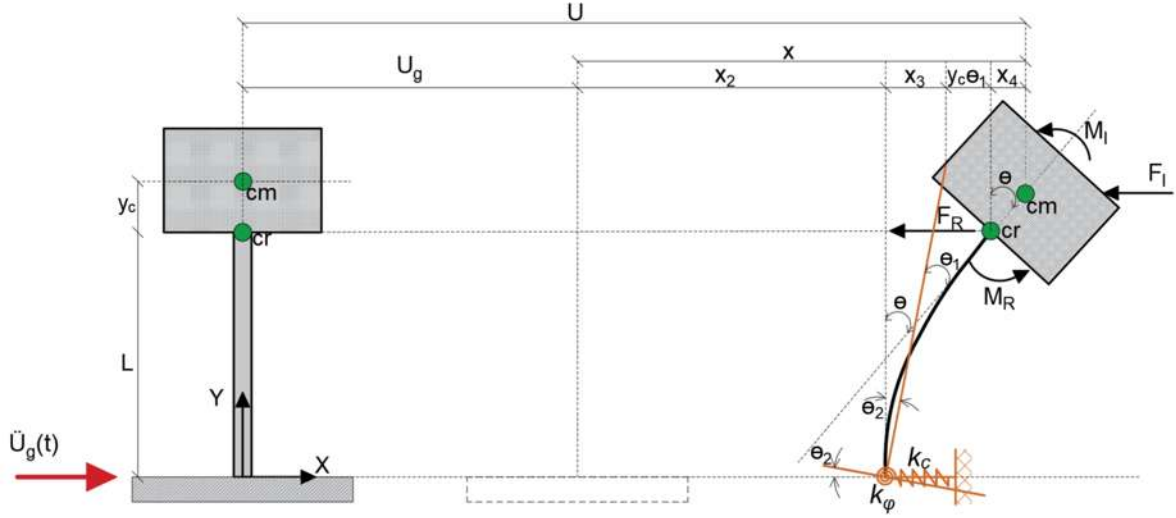


Figura 4.7 Estructura tipo péndulo invertido con ISE cuando no coinciden CM y CR.

Dicho desplazamiento debe considerarse en el cálculo de la energía cinética por lo que se tiene

$$E_k(t) = \frac{1}{2} [\dot{x}_1 + \dot{x}_2 + \dot{x}_3 + \dot{x}_4]^2 + \frac{1}{2} I_{CM} [\dot{\theta}]^2 \quad (4.95)$$

La energía cinética debida al movimiento de la cimentación es como se describió en la ecuación 4.88, al sumar ambas y desarrollar los términos resulta.

$$E_k(t) = \frac{1}{2} [\dot{x}_1 + \dot{x}_2 + L\dot{\theta}_2 + y_c\dot{\theta}_1 + y_c\dot{\theta}_2]^2 + \frac{1}{2} I_{CM} [\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2]^2 + \frac{1}{2} m_c [\dot{x}_2]^2 + \frac{1}{2} I_{cc} [\dot{\theta}_2]^2 \quad (4.96)$$

Desarrollando y agrupando los términos de la ecuación 4.96,

$$E_k(t) = \frac{1}{2} \left\{ m_0 \dot{x}_1^2 + (I_{CM} + m_0 y_c^2) \dot{\theta}_1^2 + (m_0 + m_c) \dot{x}_2^2 + (2m_0 L y_c + m_0 L^2 + I_{CM} + m_0 y_c^2 + I_{cc}) \dot{\theta}_2^2 + \right. \\ \left. + 2m_0 \dot{x}_1 \dot{x}_2 + 2m_0 y_c \dot{x}_1 \dot{\theta}_1 + 2m_0 (L + y_c) \dot{x}_1 \dot{\theta}_2 + 2m_0 y_c \dot{x}_2 \dot{\theta}_1 + 2m_0 (L + y_c) \dot{x}_2 \dot{\theta}_2 + \right. \\ \left. + 2[I_{CM} + m_0 y_c (L + y_c)] \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \right\} \quad (4.97)$$

Aplicando los pasos para encontrar la matriz de masas se obtiene

$$[M] = \begin{bmatrix} m_0 & m_0 y_c & m_0 & m_0 (L + y_c) \\ m_0 y_c & I_{CR} & m_0 y_c & I_{CR} + m_0 L y_c \\ m_0 & m_0 y_c & m_0 + m_c & m_0 (L + y_c) \\ m_0 (L + y_c) & I_{CR} + m_0 L y_c & m_0 (L + y_c) & 2m_0 L y_c + m_0 L^2 + I_{CR} + I_{cc} \end{bmatrix} \quad (4.98)$$

donde el vector de cargas sísmicas es

$$\{P\} = - \begin{bmatrix} m_0 \\ m_0 y_c \\ m_0 + m_c \\ m_0 (L + y_c) \end{bmatrix} \ddot{U}_g \quad (4.99)$$

Como se puede ver en las Figuras 4.6 y 4.7 se considera que el desplazamiento del terreno es $U_g(t)$ y por lo tanto se tiene un desplazamiento total de U que afecta a la masa superior igual a

$$U = U_g + x_1 + x_2 + L\theta_2 + y_c\theta_1 + y_c\theta_2 \quad (4.100)$$

entonces,

$$\ddot{U} = \ddot{U}_g + \ddot{x}_1 + \ddot{x}_2 + L\ddot{\theta}_2 + y_c\ddot{\theta}_1 + y_c\ddot{\theta}_2 \quad (4.101)$$

La fuerza y el momento inercial del oscilador se obtienen de acuerdo con

$$\begin{Bmatrix} F_{I1} \\ M_{I1} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} m_0 & I_{CM} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \end{Bmatrix} \quad (4.102)$$

Sustituyendo la ecuación 4.101 y la ecuación 4.72 en su segunda derivada

$$\begin{Bmatrix} F_{I1} \\ M_{I1} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} m_0 & I_{CM} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{U}_g + \ddot{x}_1 + \ddot{x}_2 + L\ddot{\theta}_2 + y_c\ddot{\theta}_1 + y_c\ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2 \end{Bmatrix} \quad (4.103)$$

Desarrollando las ecuaciones se tiene que la fuerza inercial de la masa del oscilador es

$$F_{I1} = m_0 (\ddot{U}_g + \ddot{x}_1 + \ddot{x}_2 + L\ddot{\theta}_2 + y_c\ddot{\theta}_1 + y_c\ddot{\theta}_2) \quad (4.104)$$

y el momento inercial de la masa del oscilador es

$$M_{I1} = I_{CM} (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) \quad (4.105)$$

La fuerza de restitución o fuerza inercial de la base del oscilador es

$$F_{I2} = m_c (\ddot{U}_g + \ddot{x}_2) \quad (4.106)$$

El momento de restitución o momento inercial de la base del oscilador es

$$M_{I2} = I_{CC} \ddot{\theta}_2 \quad (4.107)$$

Para que se cumpla el equilibrio de la ecuación de movimiento se debe de obtener la matriz de masas con respecto al centro de rigideces del oscilador y de la cimentación, la matriz de rigideces está definida en ese punto, por lo tanto, las fuerzas y momentos inerciales son

$$F_{R1} = F_{I1} \quad (4.108)$$

$$M_{R1} = M_{I1} + F_{I1}y_c \quad (4.109)$$

$$F_{R2} = F_{I1} + F_{I2} \quad (4.110)$$

$$M_{R2} = M_{I2} + M_{R1} + F_{R1}L \quad (4.111)$$

Sustituyendo la ecuación 4.104 en la ecuación 4.108 desarrollando y ordenando

$$\begin{aligned} F_{R1} &= m_0 (\ddot{U}_g + \ddot{x}_1 + \ddot{x}_2 + L\ddot{\theta}_2 + y_c\ddot{\theta}_1 + y_c\ddot{\theta}_2) \\ &= m_0\ddot{x}_1 + m_0y_c\ddot{\theta}_1 + m_0\ddot{x}_2 + m_0(L + y_c)\ddot{\theta}_2 + m_0\ddot{U}_g \end{aligned} \quad (4.112)$$

Sustituyendo las ecuaciones 4.104 y 4.105 en la Ecuación 4.109 desarrollando y ordenando

$$\begin{aligned} M_{R1} &= I_{CM} (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) + m_0 (\ddot{U}_g + \ddot{x}_1 + \ddot{x}_2 + L\ddot{\theta}_2 + y_c\ddot{\theta}_1 + y_c\ddot{\theta}_2) \\ &= m_0y_c\ddot{x}_1 + (I_{CM} + m_0y_c^2)\ddot{\theta}_1 + m_0y_c\ddot{x}_2 + [m_0y_c(L + y_c) + I_{CM}]\ddot{\theta}_2 + m_0y_c\ddot{U}_g \\ &= m_0y_c\ddot{x}_1 + (I_{CR})\ddot{\theta}_1 + m_0y_c\ddot{x}_2 + [I_{CR} + m_0Ly_c]\ddot{\theta}_2 + m_0y_c\ddot{U}_g \end{aligned} \quad (4.113)$$

Sustituyendo las ecuaciones 4.104 y 4.106 en la Ecuación 4.110 desarrollando y ordenando

$$\begin{aligned} F_{R2} &= m_c\ddot{U}_g + m_c\ddot{x}_2 + m_0 (\ddot{U}_g + \ddot{x}_1 + \ddot{x}_2 + L\ddot{\theta}_2 + y_c\ddot{\theta}_1 + y_c\ddot{\theta}_2) \\ &= m_0\ddot{x}_1 + m_0y_c\ddot{\theta}_1 + (m_0 + m_c)\ddot{x}_2 + m_0(L + y_c)\ddot{\theta}_2 + (m_0 + m_c)\ddot{U}_g \end{aligned} \quad (4.114)$$

Sustituyendo las ecuaciones 4.107, 4.112, y 4.113 en 4.111 desarrollando y ordenando

$$\begin{aligned} M_{R2} &= I_{CC}\ddot{\theta}_2 + m_0y_c\ddot{x}_1 + (I_{CR})\ddot{\theta}_1 + m_0y_c\ddot{x}_2 + (I_{CR} + m_0Ly_c)\ddot{\theta}_2 + m_0y_c\ddot{U}_g + \\ &+ (m_0\ddot{x}_1 + m_0y_c\ddot{\theta}_1 + m_0\ddot{x}_2 + m_0(L + y_c)\ddot{\theta}_2 + m_0\ddot{U}_g)L = \\ &= m_0(L + y_c)\ddot{x}_1 + (I_{CR} + m_0Ly_c)\ddot{\theta}_1 + m_0(L + y_c)\ddot{x}_2 + (2m_0Ly_c + m_0L^2 + I_{CR} + I_{CC})\ddot{\theta}_2 + m_0(L + y_c)\ddot{U}_g \end{aligned} \quad (4.115)$$

Ordenando las ecuaciones 4.12-4.15 matricialmente se tiene

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} F_{R1} \\ M_{R1} \\ F_{R2} \\ M_{R2} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} m_0 & m_0y_c & m_0 & m_0(L + y_c) \\ m_0y_c & I_{CR} & m_0y_c & I_{CR} + m_0Ly_c \\ m_0 & m_0y_c & m_0 + m_c & m_0(L + y_c) \\ m_0(L + y_c) & I_{CR} + m_0Ly_c & m_0(L + y_c) & 2m_0Ly_c + m_0L^2 + I_{CR} + I_{CC} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{\theta}_2 \end{Bmatrix} + \\ &+ \begin{Bmatrix} m_0 \\ m_0y_c \\ m_0 + m_c \\ m_0(L + y_c) \end{Bmatrix} \ddot{U}_g \end{aligned} \quad (4.116)$$

Se puede ver que los términos de las ecuaciones 4.98 y 4.99 son idénticos a los de la Ecuación 4.116, por lo tanto, se confirma que la matriz de masas y el vector de cargas sísmicas son correctos.

Para el caso en el que se desee considerar la masa de la pila, la matriz de masas de la ecuación 4.116 se modifica, ya que se debe sumar la matriz de masas correspondiente a la pila, ecuación 4.40. Quedando la matriz de masas de la siguiente manera.

$$[\mathbf{M}] = \begin{bmatrix} m_0 + \frac{13}{35}m_p & m_0 y_c - \frac{11}{210}m_p L & m_0 & m_0(L + y_c) \\ m_0 y_c - \frac{11}{210}m_p L & I_{CR} + \frac{1}{105}m_p L^2 & m_0 y_c & I_{CR} + m_0 L y_c \\ m_0 & m_0 y_c & m_0 + m_c & m_0(L + y_c) \\ m_0(L + y_c) & I_{CR} + m_0 L y_c & m_0(L + y_c) & 2m_0 L y_c + m_0 L^2 + I_{CR} + I_{cc} \end{bmatrix} \quad (4.117)$$

La matriz de rigidez considerando ISE de acuerdo con Aguiar (1991) es

$$[\mathbf{K}] = \begin{bmatrix} [\mathbf{K}_E] & 0 & 0 \\ 0 & k_L & 0 \\ 0 & 0 & k_A \end{bmatrix} \quad (4.118)$$

donde es $[\mathbf{K}_E]$ la matriz de rigidez del oscilador considerando la base empotrada; k_L y k_A son las rigideces de los resortes lineal y angular de la interacción suelo-estructura respectivamente. Existen varias ecuaciones para encontrar estas rigideces equivalentes de la cimentación, aquí se muestran las propuestas por Veletsos y Wolf (1977),

$$k_L = \frac{8Gr_1}{2-\nu} \left(1 + \frac{2d}{3r_1} \right) \quad (4.119)$$

$$k_A = \frac{8Gr_2^3}{3(1-\nu)} \left(1 + \frac{2d}{3r_2} \right) \quad (4.120)$$

donde G es el módulo de corte dinámico; d es la profundidad de desplante de la cimentación; ν es el módulo de Poisson del suelo; y r_1 y r_2 son los radios equivalentes que se obtienen con las siguientes ecuaciones,

$$r_1 = \sqrt{\frac{A}{\pi}} \quad (4.121)$$

$$r_2 = \sqrt[4]{\frac{4I}{\pi}} \quad (4.122)$$

donde A es el área de la base de la cimentación que está en contacto con el suelo; I es el momento de inercia de la base de la cimentación en la dirección que se analiza.

El módulo de corte dinámico se calcula con la ecuación

$$G = \rho V_s^2 \quad (4.123)$$

donde ρ es la densidad del suelo y V_s la velocidad de la onda de corte del suelo.

Por lo tanto, la matriz de rigidez es

$$[\mathbf{K}] = \begin{bmatrix} 4k_D + \frac{6P}{5L} & -2Lk_D - \frac{P}{L} & 0 & 0 \\ -2Lk_D - \frac{P}{L} & \frac{4}{3}k_DL^2 + \frac{2PL}{15} & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & k_L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_A \end{bmatrix} \quad (4.124)$$

La matriz de amortiguamiento se obtiene de manera similar a la matriz de rigideces

$$[\mathbf{C}] = \begin{bmatrix} [\mathbf{C}_E] & 0 & 0 \\ 0 & c_L & 0 \\ 0 & 0 & c_A \end{bmatrix} \quad (4.125)$$

donde $[\mathbf{C}_E]$ es la matriz de amortiguamiento del oscilador con la base empotrada, este se puede obtener usando el amortiguamiento de Rayleigh considerando la matriz de masas y de rigideces con base empotrada; c_L y c_A son el amortiguamiento viscoso lineal y angular de la interacción suelo-estructura, respectivamente. Las ecuaciones propuestas por Gazetas (1991),

$$c_L = \frac{4.6\rho V_s r_0^2}{2-\nu} \quad (4.126)$$

$$c_A = \frac{0.4\rho V_s r_0^4}{1-\nu} \quad (4.127)$$

donde r_0 es el radio de la cimentación.

Hasta este momento ya quedaron definidos todos los términos de la ecuación de movimiento con interacción suelo-estructura.

$$[\mathbf{M}] \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{\theta}_2 \end{Bmatrix} + [\mathbf{C}] \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{\theta}_2 \end{Bmatrix} + [\mathbf{K}] \begin{Bmatrix} x_1 \\ \theta_1 \\ x_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} = -\{P\} \ddot{U}_g \quad (4.128)$$

4.2.4. Ecuación de movimiento de la estructura tipo péndulo invertido excitada por una carga eólica considerando interacción suelo-estructura, ISE

La fuerza eólica se encuentra aplicada en el centro de masas, Figura 4.8 y es igual a

$$P(t) = P_D(Z, t) = \frac{1}{2} \rho C_D A [U_R(Z, t)]^2 \quad (4.129)$$

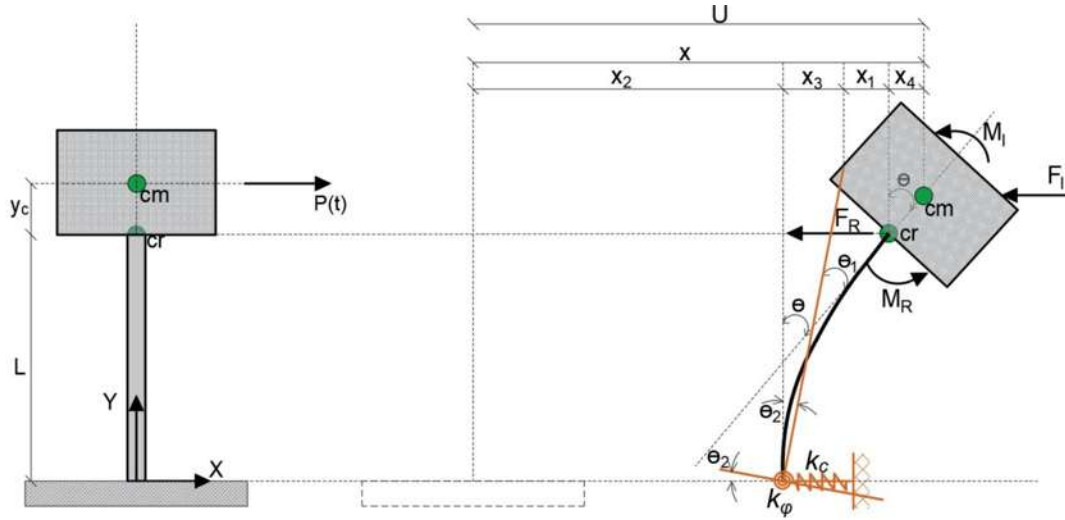


Figura 4.8 Estructura tipo péndulo invertido con ISE sometido a una carga eólica cuando no coinciden el centro de masas y el centro de rigideces.

Ahora se realiza el equilibrio de fuerzas, pero en lugar de considerar el desplazamiento del terreno se considera la fuerza $P_D(Z,t)$ por lo que ahora la fuerza y el momento inerciales del oscilador se obtienen con

$$\begin{Bmatrix} F_{I1} \\ M_{I1} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} m_0 & I_{CM} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 + \ddot{x}_2 + L\ddot{\theta}_2 + y_c\ddot{\theta}_1 + y_c\ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2 \end{Bmatrix} \quad (4.130)$$

Desarrollando las ecuaciones se tiene que la fuerza inercial es

$$F_{I1} = m_0 (\ddot{x}_1 + \ddot{x}_2 + L\ddot{\theta}_2 + y_c\ddot{\theta}_1 + y_c\ddot{\theta}_2) \quad (4.131)$$

y el momento inercial es

$$M_{I1} = I_{CM} (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) \quad (4.132)$$

La fuerza inercial de la base del oscilador es

$$F_{I2} = m_c \ddot{x}_2 \quad (4.133)$$

El momento inercial en la base del oscilador es igual que la ecuación 4.107

$$M_{I2} = I_{CC} \ddot{\theta}_2 \quad (4.134)$$

Para que se cumpla el equilibrio de la ecuación de movimiento se debe de obtener la matriz de masas con respecto al centro de rigideces del oscilador y de la cimentación, la matriz de rigideces está definida en ese punto, por lo tanto, las fuerzas y momentos inerciales son

$$F_{R1} = F_{I1} - P(t) \quad (4.135)$$

$$M_{R1} = M_{I1} + F_{I1}y_c - P(t)y_c \quad (4.136)$$

$$F_{R2} = F_{I1} + F_{I2} - P(t) \quad (4.137)$$

$$M_{R2} = M_{I2} + M_{R1} + F_{R1}L - P(t)(L + y_c) \quad (4.138)$$

Sustituyendo la ecuación 4.131 en la ecuación 4.135 desarrollando y ordenando

$$\begin{aligned} F_{R1} &= m_0 (\ddot{x}_1 + \ddot{x}_2 + L\ddot{\theta}_2 + y_c\ddot{\theta}_1 + y_c\ddot{\theta}_2) - P(t) = \\ &= m_0\ddot{x}_1 + m_0y_c\ddot{\theta}_1 + m_0\ddot{x}_2 + m_0(L + y_c)\ddot{\theta}_2 - P(t) \end{aligned} \quad (4.139)$$

Sustituyendo las ecuaciones 4.132 y 4.131 en la ecuación 4.136 desarrollando y ordenando

$$\begin{aligned} M_{R1} &= I_{CM} (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) + m_0 (\ddot{x}_1 + \ddot{x}_2 + L\ddot{\theta}_2 + y_c\ddot{\theta}_1 + y_c\ddot{\theta}_2) y_c - P(t)y_c \\ &= m_0y_c\ddot{x}_1 + (I_{CM} + m_0y_c^2)\ddot{\theta}_1 + m_0y_c\ddot{x}_2 + [m_0y_c(L + y_c) + I_{CM}]\ddot{\theta}_2 - P(t)y_c \\ &= m_0y_c\ddot{x}_1 + (I_{CR})\ddot{\theta}_1 + m_0y_c\ddot{x}_2 + [I_{CR} + m_0Ly_c]\ddot{\theta}_2 - P(t)y_c \end{aligned} \quad (4.140)$$

Sustituyendo las ecuaciones 4.132 y 4.133 en la ecuación 4.138 desarrollando y ordenando

$$\begin{aligned} F_{R2} &= m_c\ddot{x}_2 + m_0 (\ddot{x}_1 + \ddot{x}_2 + L\ddot{\theta}_2 + y_c\ddot{\theta}_1 + y_c\ddot{\theta}_2) - P(t) \\ &= m_0\ddot{x}_1 + m_0y_c\ddot{\theta}_1 + (m_0 + m_c)\ddot{x}_2 + m_0(L + y_c)\ddot{\theta}_2 - P(t) \end{aligned} \quad (4.141)$$

Sustituyendo las ecuaciones 4.134, 4.139 y 4.140 en la ecuación 4.138 desarrollando y ordenando

$$\begin{aligned} M_{R2} &= I_{cc}\ddot{\theta}_2 + m_0y_c\ddot{x}_1 + (I_{CR})\ddot{\theta}_1 + m_0y_c\ddot{x}_2 + (I_{CR} + m_0Ly_c)\ddot{\theta}_2 - P(t)y_c + \\ &+ [m_0\ddot{x}_1 + m_0y_c\ddot{\theta}_1 + m_0\ddot{x}_2 + m_0(L + y_c)\ddot{\theta}_2 - P(t)]L - P(t)(L + y_c) = \\ &= m_0(L + y_c)\ddot{x}_1 + (I_{CR} + m_0Ly_c)\ddot{\theta}_1 + m_0(L + y_c)\ddot{x}_2 + (2m_0Ly_c + m_0L^2 + I_{CR} + I_{cc})\ddot{\theta}_2 - 2P(t)(L + y_c) \end{aligned} \quad (4.142)$$

Ordenando de manera matricial las ecuaciones 4.139-4.142, resulta

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} F_{R1} \\ M_{R1} \\ F_{R2} \\ M_{R2} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} m_0 & m_0y_c & m_0 & m_0(L + y_c) \\ m_0y_c & I_{CR} & m_0y_c & I_{CR} + m_0Ly_c \\ m_0 & m_0y_c & m_0 + m_c & m_0(L + y_c) \\ m_0(L + y_c) & I_{CR} + m_0Ly_c & m_0(L + y_c) & 2m_0Ly_c + m_0L^2 + I_{CR} + I_{cc} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{\theta}_2 \end{Bmatrix} + \\ &- \begin{Bmatrix} 1 \\ y_c \\ 1 \\ 2(L + y_c) \end{Bmatrix} P(t) \end{aligned} \quad (4.143)$$

Se puede ver que la matriz de masas de la ecuación 4.143 es idéntica a la matriz de masas de la ecuación 4.116, la diferencia entre dichas ecuaciones es el vector de cargas externas.

CAPÍTULO 5

ANÁLISIS LINEAL Y NO LINEAL DE ESTRUCTURAS TIPO PÉNDULO INVERTIDO ANTE CARGAS SÍSMICAS Y EÓLICAS

5.1. INTRODUCCIÓN

Al resolver la ecuación de movimiento de una estructura sometida a una excitación dinámica, se obtiene la respuesta dinámica esta. En el capítulo uno se describió que la ecuación de movimiento puede resolverse en el dominio del tiempo o en el dominio de la frecuencia. En los análisis desarrollados en este capítulo se optó por resolver la ecuación en el dominio del tiempo por medio del método numérico beta de Newmark. Al resolverla en el dominio del tiempo se entiende que la respuesta dinámica son los desplazamientos, las velocidades, las aceleraciones, la fuerza restauradora y el balance de energía en cada instante de tiempo.

5.2. MÉTODO BETA DE NEWMARK

El método beta de Newmark discretiza la integral que da solución a la ecuación diferencial de movimiento aproximando la función continua de la aceleración. El método tiene tres variantes que dependen de la aproximación de la aceleración: 1) aceleración constante, 2) aceleración promedio constante y 3) aceleración lineal. En este trabajo se utiliza la aceleración promedio constante cuyas constantes son $\delta = 1/2$ y $\alpha = 1/4$. El paso de tiempo recomendable para que se logre una precisión numérica satisfactoria es $\Delta t \leq T_n / 10$, T_n donde es el periodo natural de vibrar de la estructura. En seguida se describe la metodología para resolver la ecuación diferencial de movimiento, para fines de sencillez se extrapola la explicación para un sistema de un grado de libertad.

Para resolver la ecuación diferencial de movimiento se parte de las siguientes ecuaciones

$$\dot{x}_{k+1} = \dot{x}_k + (1-\delta)\ddot{x}_k\Delta t + \delta\ddot{x}_{k+1}\Delta t \quad (5.1)$$

$$x_{k+1} = x_k + \dot{x}_k\Delta t + \left(\frac{1}{2}-\alpha\right)\ddot{x}_k\Delta t^2 + \alpha\ddot{x}_{k+1}\Delta t^2 \quad (5.2)$$

Para un instante de tiempo la ecuación de movimiento se puede representar como

$$m\Delta\ddot{x} + c\Delta\dot{x} + k_e\Delta x = \Delta F \quad (5.3)$$

donde

$$\Delta\ddot{x} = \ddot{x}_{k+1} - \ddot{x}_k \quad (5.3.1)$$

$$\Delta\dot{x} = \dot{x}_{k+1} - \dot{x}_k \quad (5.3.2)$$

$$\Delta x = x_{k+1} - x_k \quad (5.3.3)$$

$$\Delta F = F_{k+1} - F_k \quad (5.3.4)$$

Si de las ecuaciones 5.1 y 5.2 se despejan los términos $\dot{x}_{k+1} - \dot{x}_k$ y $x_{k+1} - x_k$, respectivamente, se obtiene

$$\Delta \dot{x} = \dot{x}_{k+1} - \dot{x}_k = (1 - \delta) \ddot{x}_k \Delta t + \delta \ddot{x}_{k+1} \Delta t \quad (5.4)$$

$$\Delta x = x_{k+1} - x_k = \dot{x}_k \Delta t + \left(\frac{1}{2} - \alpha \right) \ddot{x}_k \Delta t^2 + \alpha \ddot{x}_{k+1} \Delta t^2 \quad (5.5)$$

Al sustituir las ecuaciones 5.4 y 5.5 en la Ecuación 5.3, resulta

$$m \Delta \ddot{x} + c \left[(1 - \delta) \ddot{x}_k \Delta t + \delta \ddot{x}_{k+1} \Delta t \right] + k_e \left[\dot{x}_k \Delta t + \left(\frac{1}{2} - \alpha \right) \ddot{x}_k \Delta t^2 + \alpha \ddot{x}_{k+1} \Delta t^2 \right] = \Delta F \quad (5.6)$$

De la Ecuación 5.3.1 se obtiene

$$\ddot{x}_{k+1} = \Delta \ddot{x} + \ddot{x}_k \quad (5.7)$$

Al sustituir la Ecuación 5.7 en la Ecuación 5.6, desarrollando y ordenando términos resulta

$$\left[m + c \delta \Delta t + k_e \alpha \Delta t^2 \right] \Delta \ddot{x} + c \left[(1 - \delta) \ddot{x}_k \Delta t + \delta \ddot{x}_k \Delta t \right] + k_e \left[\dot{x}_k \Delta t + \left(\frac{1}{2} - \alpha \right) \ddot{x}_k \Delta t^2 + \alpha \ddot{x}_k \Delta t^2 \right] = \Delta F \quad (5.8)$$

Al simplificar la Ecuación 6.8 se tiene

$$\left[m + c \delta \Delta t + k_e \alpha \Delta t^2 \right] \Delta \ddot{x} + c \ddot{x}_k \Delta t + k_e \left[\dot{x}_k \Delta t + \frac{1}{2} \ddot{x}_k \Delta t^2 \right] = \Delta F \quad (5.9)$$

Despejando

$$\Delta \ddot{x} = \frac{\Delta F - c \ddot{x}_k \Delta t - k_e \left[\dot{x}_k \Delta t + \frac{1}{2} \ddot{x}_k \Delta t^2 \right]}{m + c \delta \Delta t + k_e \alpha \Delta t^2} \quad (5.10)$$

donde

$$\beta = m + c \delta \Delta t + k_e \alpha \Delta t^2 \quad (5.11)$$

Al reescribir la Ecuación 6.10 se obtiene

$$\Delta \ddot{x} = \frac{\Delta F}{\beta} - \frac{k_e \Delta t}{\beta} \dot{x}_k - \frac{c \Delta t + \frac{1}{2} k_e \Delta t^2}{\beta} \ddot{x}_k \quad (5.12)$$

Sustituyendo la Ecuación 5.12 en la Ecuación 5.7 se llega a

$$\begin{aligned} \ddot{x}_{k+1} &= \ddot{x}_k + \frac{\Delta F}{\beta} - \left(\frac{k_e \Delta t}{\beta} \right) \dot{x}_k - \left(\frac{c \Delta t + \frac{1}{2} k_e \Delta t^2}{\beta} \right) \ddot{x}_k \\ &= \frac{\Delta F}{\beta} - \left(\frac{k_e \Delta t}{\beta} \right) \dot{x}_k + \left(\frac{\beta - c \Delta t - \frac{1}{2} k_e \Delta t^2}{\beta} \right) \ddot{x}_k \end{aligned} \quad (5.13)$$

Sustituyendo la Ecuación 5.13 en la Ecuación 5.1, desarrollando y ordenando términos se obtiene

$$\dot{x}_{k+1} = \left(\frac{\delta \Delta t}{\beta} \right) \Delta F + \left(\frac{\beta - \delta k_e \Delta t^2}{\beta} \right) \dot{x}_k + \left(\frac{\beta \Delta t - c \delta \Delta t^2 - \frac{1}{2} k_e \Delta t^3}{\beta} \right) \ddot{x}_k \quad (5.14)$$

Y sustituyendo la Ecuación 5.13 en la Ecuación 5.2 se obtiene

$$x_{k+1} = \left(\frac{\delta \Delta t^2}{\beta} \right) \Delta F + x_k + \left(\frac{\beta \Delta t - k_e \alpha \Delta t^3}{\beta} \right) \dot{x}_k + \left(\frac{\frac{1}{2} \beta \Delta t^2 - c \alpha \Delta t^3 - \frac{1}{2} k_e \alpha \Delta t^4}{\beta} \right) \ddot{x}_k \quad (5.15)$$

Las ecuaciones 5.13, 5.14 y 5.15 se pueden expresar de manera matricial

$$\begin{Bmatrix} x_{k+1} \\ \dot{x}_{k+1} \\ \ddot{x}_{k+1} \end{Bmatrix} = F_N \begin{Bmatrix} x_k \\ \dot{x}_k \\ \ddot{x}_k \end{Bmatrix} + H_N \Delta F \quad (5.16)$$

donde

$$F_N = \frac{1}{\beta} \begin{bmatrix} \beta & \beta \Delta t - k_e \alpha \Delta t^3 & \frac{1}{2} \beta \Delta t^2 - c \alpha \Delta t^3 - \frac{1}{2} k_e \alpha \Delta t^4 \\ 0 & \beta - k_e \delta \Delta t^2 & \beta \Delta t - c \delta \Delta t^2 - \frac{1}{2} k_e \delta \Delta t^3 \\ 0 & -k_e \Delta t & \beta - c \Delta t - \frac{1}{2} k_e \Delta t^2 \end{bmatrix} \quad (5.16.1)$$

y

$$H_N = \frac{1}{\beta} \begin{Bmatrix} \alpha \Delta t^2 \\ \delta \Delta t \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (5.16.2)$$

La metodología recién descrita es utilizada tanto para el análisis lineal como para el análisis no lineal con la diferencia de que en este último se considera el cambio de rigidez y el cálculo del coeficiente de amortiguamiento para cada instante de tiempo.

5.3. BALANCE ENERGÉTICO EN EL INTERVALO ELÁSTICO

Al integrar la ecuación de movimiento respecto a desplazamientos diferenciales se obtiene el balance de energía. Para un sistema de un grado de libertad, los términos del balance de energía se obtienen mediante

$$\int_0^x m \ddot{x}(t) dx + \int_0^x c \dot{x}(t) dx + \int_0^x k x(t) dx = \int_0^x P(t) dx \quad (5.17)$$

Al integrar el primer término del lado izquierdo se obtiene la energía cinética

$$E_k(t) = \int_0^x m \ddot{x}(t) dx \quad (5.18)$$

$$E_k(t) = \int_0^x m \frac{d\dot{x}(t)}{dt} dx = m \int_0^x \dot{x} d\dot{x}(t) = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 \quad (5.18.1)$$

La energía de amortiguamiento se obtiene al integrar el segundo término de lado izquierdo con

$$E_D(t) = \int_0^x c \dot{x}(t) dx \quad (5.19)$$

$$E_D(t) = \int_0^x c \dot{x}(t) dx \frac{dt}{dt} = \int_0^t c \dot{x}^2(t) dt \quad (5.19.1)$$

Y la energía potencial con el tercer término del lado izquierdo

$$E_s(t) = \int_0^x kx(t) dx = \frac{1}{2} kx^2(t) \quad (5.20)$$

La energía de entrada se obtiene con la integral del término del lado derecho

$$E_t(t) = \int_0^x P(t) dx \quad (5.21)$$

$$E_t(t) = \int_0^x P(t) dx = P(t) \int_0^t dx \frac{dt}{dt} = P(t) \int_0^t \dot{x} dt \quad (5.21.1)$$

La energía de entrada se obtiene con la integral del término del lado derecho

Para un oscilador de múltiples grados de libertad el balance de energía se representa mediante

$$\int_0^x [M] \{ \ddot{x}(t) \} dx + \int_0^x [C] \{ \dot{x}(t) \} dx + \int_0^x [K] \{ x(t) \} dx = \int_0^x P(t) dx \quad (5.22)$$

donde $[M]$ es la matriz de masas; $[C]$ es la matriz de amortiguamiento; $\{x(t)\}$ es el vector de desplazamientos; $\{\dot{x}(t)\}$ es el vector de velocidades y $\{\ddot{x}(t)\}$ es el vector de aceleraciones.

Energía cinética

$$E_k(t) = \int_0^x [M] \{ \dot{x}(t) \} dx \quad (5.23.1)$$

$$E_k(t) = [M] \int_0^x \frac{d\dot{x}(t)}{dt} dx \quad (5.23.2)$$

$$E_k(t) = [M] \int_0^x \{ \dot{x}(t) \} d\dot{x}(t) \quad (5.23.3)$$

$$E_k(t) = \frac{1}{2} \{ \dot{x}(t) \}^T [M] \{ \dot{x}(t) \} \quad (5.23.4)$$

Energía de amortiguamiento

$$E_k(t) = \int_0^x [C] \{ \dot{x}(t) \} dx \frac{dt}{dt} \quad (5.24)$$

$$E_k(t) = \int_0^t \{ \dot{x}(t) \}^T [C] \{ \dot{x}(t) \} dt \quad (5.24.1)$$

Energía potencial

$$E_s(t) = \int_0^x [K] \{x(t)\} dx \frac{dt}{dt} \quad (5.25)$$

$$E_s(t) = \int_0^t \{\dot{x}(t)\}^T [K] \{x(t)\} dt \quad (5.25.1)$$

Energía de entrada

$$\int_0^x P(t) dx \frac{dt}{dt} \quad (5.26)$$

$$\int_0^t \{\dot{x}(t)\}^T P(t) dt \quad (5.26.1)$$

5.4. BALANCE ENERGÉTICO EN EL INTERVALO INELÁSTICO

Cuando una estructura incursiona en el rango inelástico, inevitablemente se presenta una degradación de rigidez, dicha degradación provoca que la fuerza restauradora de la ecuación de movimiento cambie en cada instante de tiempo. El desplazamiento que experimenta la estructura en el tiempo influye en el cálculo de la fuerza restauradora. Entonces, la ecuación de movimiento se representa de la siguiente forma,

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + fs(t) = F(t) \quad (5.27)$$

donde $fs(t)$ es a fuerza restauradora y representa el producto de la rigidez en cada instante de tiempo por el desplazamiento, para el caso del intervalo elástico la rigidez permanecería constante, pero para el intervalo inelástico tanto la rigidez como la fuerza restauradora cambiarían en el tiempo.

Tal como se escribió en el apartado anterior, para obtener la energía del oscilador en el intervalo inelástico se integra la ecuación de movimiento con respecto al desplazamiento

$$\int_0^x m\ddot{x}(t) dx + \int_0^x c\dot{x}(t) dx + \int_0^x fs(t) dx = \int_0^x F(t) dx \quad (5.28)$$

Se puede observar que la parte derecha de la ecuación y primer término del lado izquierdo son iguales que en el intervalo elástico. El término del lado izquierdo, correspondiente a la energía de amortiguamiento, cambio debido a que el coeficiente de amortiguamiento depende de la frecuencia del oscilador y esta a su vez depende de la rigidez.

$$E_D(t) = \int_0^x c(t)\dot{x}(t) dx \quad (5.29)$$

El tercer término del lado izquierdo de la Ecuación 5.28 es la suma de la energía histerética y la energía de deformación del sistema, se representa con la siguiente ecuación

$$\int_0^x fs(t) dx = E_H(t) + E_s(t) \quad (5.30)$$

donde

$$E_s(t) = \frac{[fs(t)]^2}{2k} \quad (5.31)$$

y

$$E_H(t) = \left[\int_0^x f_s(t) dx \right] - E_s(t) \quad (5.32)$$

donde k es la rigidez en el intervalo inelástico.

Para representar la degradación de rigidez del material se puede representar por medio de un modelo histerético, para los fines de este trabajo se utilizará el modelo de Takeda.

En este trabajo se desarrolló un programa de Matlab para encontrar la respuesta lineal y no lineal de una estructura tipo péndulo invertido sometido tanto a cargas sísmicas como eólicas, con y sin interacción suelo estructura. Las ecuaciones programadas con las desarrolladas en el capítulo 4. En el apéndice 5A se describe el manual de usuario del programa.

5.4.1. Modelo histerético de Takeda

El modelo histerético fue desarrollado por Takeda et al. (1970) a partir de ensayos realizados en elementos de concreto armado, con un simulador sísmico, en la Universidad de Illinois. El modelo incluye tanto los cambios de rigidez en agrietamiento por flexión y en la fluencia, así como las características de endurecimiento por deformación. La degradación de la rigidez de descarga se controla por una función exponencial de la deformación máxima anterior. Estos autores definieron una serie de reglas para cargas reversibles dentro de los lazos de histéresis más exteriores. El modelo de Takeda simula un comportamiento de flexión dominante y consiste en una curva envolvente trilineal bajo cargas monotónicas, una para cada sentido de carga, con cambios de pendiente en los puntos de agrietamiento (A y A') y de fluencia (B y B') como se muestra en la figura 5.2.

Una versión mucho más simple del modelo de Takeda, fue propuesta por Otani (1974) comprimiendo la curva envolvente en una sola esquina en el punto de cedencia y 7 reglas para los ciclos de histéresis. Por lo tanto, la curva envolvente resultante corresponde a una representación bilineal, figura 5.2.

Reglas:

1. Condición: la carga de agrietamiento P_{cr} no se ha excedido en una dirección. La carga se invierte de una carga P en la otra dirección. La carga P es menor que la carga de fluencia P_y
 Regla: La descarga sigue una línea recta desde la posición de la carga al punto que representa la carga de agrietamiento en la otra dirección.
2. Condición: Una carga P_1 es alcanzada en una dirección en la curva primaria de tal manera que P_1 es mayor que P_{cr} , pero menor que la carga de fluencia P_y . Luego la carga se invierte a $-P_2$, tal que $P_2 < P_1$.
 Regla: Descarga paralela a la curva de carga para ese medio ciclo.
3. Condición: Una carga P_1 es alcanzada en una dirección de tal manera que P_1 es mayor que P_{cr} , pero no mayor que la carga de fluencia P_y . Luego la carga se invierte a $-P_3$, tal que $P_3 < P_1$.
 Regla: la descarga sigue una línea recta que une el punto de retorno y el punto que representa la formación de grietas en la otra dirección.
4. Condición: Se han producido uno o más ciclos de carga. La carga es cero.

Regla: Para construir la curva de carga, conecte el punto de carga cero hasta el punto alcanzado en el ciclo anterior si ese punto se encuentra en la curva primaria o en una línea dirigida a un punto de la curva primaria. Si el ciclo de carga anterior no contiene tal punto, vaya al ciclo anterior y continúe el proceso hasta que se encuentre tal punto. A continuación, conecte ese punto hasta el punto de carga cero.

Excepción: si el punto de fluencia no ha sido excedido y si el punto de carga cero no se encuentra dentro de la proyección horizontal de la curva primaria para esa dirección de carga, conecte el punto de carga cero con el punto de fluencia para obtener la pendiente de carga.

5. Condición: Se supera la carga de fluencia P_y en una dirección.

Regla: La curva de descarga sigue la pendiente dada por la siguiente ecuación:

$$k_r = k_y \left(\frac{D_y}{D} \right)^{0.40} \quad (5.33)$$

En donde:

k_r es la pendiente de la curva de descarga; k_y es la pendiente de una línea que une el punto de fluencia en una dirección al punto de agrietamiento en la otra dirección; D_y es la deformación de fluencia y D es la deformación máxima alcanzada en la dirección de la carga.

6. Condición: La carga de fluencia se supera en una dirección, pero la carga de agrietamiento no se supera en la dirección opuesta.

Regla: La descarga sigue la regla 5. La carga en la otra dirección continua como una extensión de la línea de descarga hasta la carga de agrietamiento. Luego, la curva de carga está dirigida al punto de fluencia.

7. Condición: Se han producido uno o más ciclos de carga.

Regla: Si el cuarto de ciclo inmediatamente anterior se mantiene en un lado del eje de carga cero, descargue en la proporción basada en la regla 2,3 y 5 el que gobierne en la historia de carga anterior. Si el cuarto de ciclo inmediatamente anterior cruza el eje de carga, descarga el 70% de la proporción basada en la regla 2, 3, o 5, el que gobierne en la historia de carga anterior, pero no en una pendiente más plana que la pendiente de carga inmediatamente anterior.

La rigidez de descarga K_r después de la fluencia está dada por:

$$k_r = \frac{F_c + F_y}{D_c + D_y} \left| \frac{D_m}{D_y} \right|^{-\alpha} \quad (5.34)$$

donde α es el factor que controla la degradación de la rigidez de la rama de descarga, $0 \leq \alpha \leq 0.5$; D_m es la deformación máxima anterior más allá de la fluencia en la dirección considerada.

El modelo está definido por los siguientes parámetros:

El factor α descrito anteriormente y del cual comúnmente se usa un valor de 0.4 para para el concreto reforzado.

El factor β que controla la rigidez de la recarga, $0 \leq \beta \leq 0.6$.

El factor r que controla la pérdida de rigidez después de la cedencia, $1 \leq r \leq \infty$

La rigidez inicial k_0 igual a EI y la rigidez de la rama de descarga, k_u .

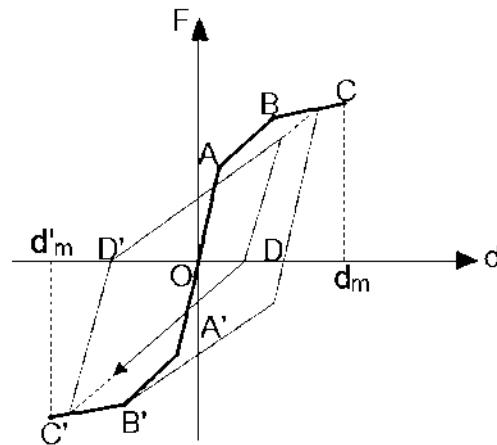


Figura 5.1. Modelo hysterético por Takeda et. al (1970).

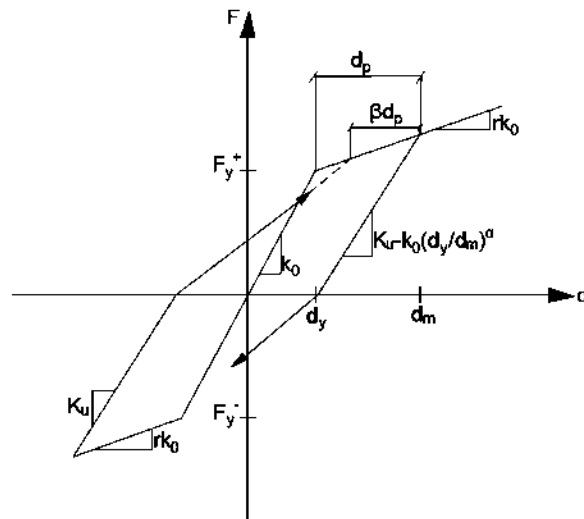


Figura 5.2. Modelo hysterético de Takeda modificado por Otani (1974).

En la figura 5.3 se puede apreciar el comportamiento de algunos puntos del modelo hysterético de Takeda donde C y C', Y y Y' representan los puntos de agrietamiento y fluencia para cada sentido de carga, respectivamente.

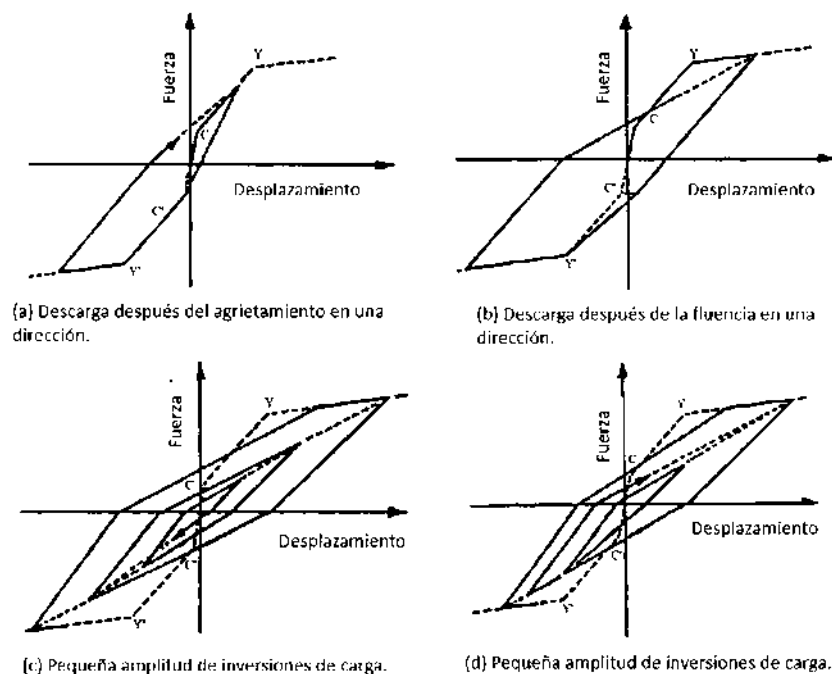


Figura 5.3. Puntos del modelo histerético de Takeda.

5.5. EJEMPLOS DE APLICACIÓN

5.5.1. Columna de puente con su tablero

Se realizaron diversos análisis paso a paso ante cargas sísmicas y eólicas de una columna de un puente con su tablero (figura 5.4), los datos de la columna se encuentran en la tabla 5.1.

Tabla 5.1. Datos de la columna del puente.

Dato	Valor	Unidades
Altura, d	12	m
Altura, h	3.1	m
Ancho a	14	m
Espesor	30	m
ρ_{concreto}	2400	kg/m^3
Masa	1,075,500	Kg
K_{lateral}	88,000,000	N/m

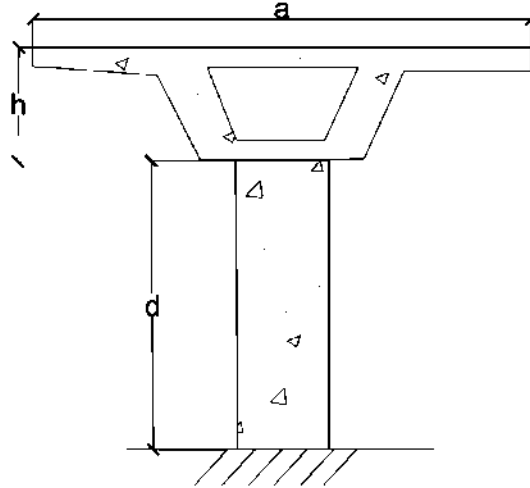


Figura 5.4. Columna de puente con su Tablero

Para el análisis sísmico el porcentaje de amortiguamiento se toma de $\xi = 0.05$ y para el análisis eólico de $\xi = 0.01$. El área expuesta al viento del tablero es $A = 93m^2$. El periodo fundamental de vibrar del sistema es de $T = 0.67s$ y las condiciones iniciales para todos los análisis se tomaron igual a cero. El momento másico de inercia de la columna es de $I_m = 12,653,071.2kg - m^2$.

Para los análisis con interacción suelo estructura la masa de la cimentación se toma de $750,000kg$ y su momento másico de inercia de $2,562,500kg - m^2$. Para las propiedades del suelo se toman dos ejemplos, el primer tipo es roca dura con módulo de Poisson del suelo de $\nu = 0.25$, una densidad del suelo de $\rho = 2,800kg / m^3$, una velocidad de onda de corte del suelo de $V_s = 5,000m / s$. Las dimensiones en planta de la cimentación son de $5 \times 5m$, la profundidad de desplante es igual a $d = 5m$ y el radio de la cimentación es de $r_o = 2.82m$.

El módulo de corte dinámico para el tipo de suelo roca dura es

$$G = \rho V_s^2 = (2800kg / m^3)(5000m / s)^2 = 7 \times 10^{10} Pa \quad (5.35)$$

El área de la base de la cimentación es

$$A = bh = (5m)(5m) = 25m^2 \quad (5.36)$$

El momento de inercia de la base de la cimentación es

$$I = \frac{bh^3}{12} = \frac{(5m)(5m)^3}{12} = 52.083m^4 \quad (5.37)$$

Los radios equivalentes de la cimentación son

$$r_1 = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = \sqrt{\frac{25m^2}{\pi}} = 2.821m \quad (5.38)$$

$$r_2 = \sqrt[4]{\frac{4I}{\pi}} = \sqrt{\frac{4(52.083m^4)}{\pi}} = 2.854m \quad (5.39)$$

Entonces, las rigideces de los resortes lineal y angular de la interacción suelo estructura son

$$k_A = \frac{8Gr_2^3}{3(1-\nu)} \left(1 + \frac{2d}{3r_2}\right) = \frac{8(7 \times 10^{10} Pa)(2.854m)^3}{3(1-0.25)} \left(1 + \frac{2(5m)}{2.854m}\right) = 2.6053 \times 10^{13} \frac{N-m}{rad} \quad (5.40)$$

$$k_L = \frac{8Gr_1}{2-\nu} \left(1 + \frac{2d}{3r_1}\right) = \frac{8(7 \times 10^{10} Pa)(2.821m)}{(2-0.25)} \left(1 + \frac{2(5m)}{3(2.821m)}\right) = 1.9694 \times 10^{12} \frac{N}{m} \quad (5.41)$$

Los amortiguamientos viscoso lineal y angular de la interacción suelo estructura son

$$c_L = \frac{4.6\rho V_s r_0^2}{2-\nu} = \frac{4.6(2800kg/m^3)(5000m/s)(2.82m)^2}{2-0.25} = 2.9265 \times 10^8 \frac{kg}{s} \quad (5.42)$$

$$c_A = \frac{0.4\rho V_s r_0^4}{1-\nu} = \frac{0.4(2800kg/m^3)(5000m/s)(2.82m)^4}{1-0.25} = 7.7220 \times 10^8 \frac{kg-m^2}{s-rad} \quad (5.43)$$

El segundo ejemplo es un tipo de suelo blando con módulo de Poisson de $\nu = 0.49$, una densidad del suelo de $\rho = 1,800kg/m^3$, una velocidad de onda de corte de $V_s = 100m/s$. Las dimensiones de la planta de cimentación, la profundidad de desplante y el radio de la cimentación son los mismos que se consideran en el tipo de suelo de roca dura.

El módulo de corte dinámico para el tipo de suelo roca dura es

$$G = \rho V_s^2 = (1,800kg/m^3)(100m/s)^2 = 1.8 \times 10^7 Pa \quad (5.44)$$

Entonces, las rigideces de los resortes lineal y angular de la interacción suelo estructura son

$$k_A = \frac{8Gr_2^3}{3(1-\nu)} \left(1 + \frac{2d}{3r_2}\right) = \frac{8(1.8 \times 10^7 Pa)(2.854m)^3}{3(1-0.49)} \left(1 + \frac{2(5m)}{2.854m}\right) = 9.8541 \times 10^9 \frac{N-m}{rad} \quad (5.45)$$

$$k_L = \frac{8Gr_1}{2-\nu} \left(1 + \frac{2d}{3r_1}\right) = \frac{8(1.8 \times 10^7 Pa)(2.821m)}{(2-0.25)} \left(1 + \frac{2(5m)}{3(2.821m)}\right) = 5.8690 \times 10^8 \frac{N}{m} \quad (5.46)$$

Los amortiguamientos viscoso lineal y angular de la interacción suelo estructura son

$$c_L = \frac{4.6\rho V_s r_0^2}{2-\nu} = \frac{4.6(1,800kg/m^3)(100m/s)(2.82m)^2}{2-0.49} = 4.3606 \times 10^6 \frac{kg}{s} \quad (5.47)$$

$$c_A = \frac{0.4\rho V_s r_0^4}{1-\nu} = \frac{0.4(1,800kg/m^3)(100m/s)(2.82m)^4}{1-0.49} = 8.9280 \times 10^6 \frac{kg-m^2}{s-rad} \quad (5.48)$$

5.5.1.1 Análisis sísmico

Para la realización del análisis sísmico se eligió el registro de la estación “San Juan de los Llanos”, figura 5.5, ubicada en la Ciudad de Acapulco, Guerrero; el sismo presentó una aceleración máxima de $1,073.51 \text{ cm/s}^2$. Se analizaron los siguientes casos con la excitación en la base: 1) Análisis lineal de la estructura considerada como un oscilador de un grado de libertad, 2) Análisis lineal y no lineal considerando dos grados de libertad, desplazamiento lateral y cabeceo, 3) Análisis lineal y no lineal con y sin interacción suelo-estructura (4 grados de libertad).

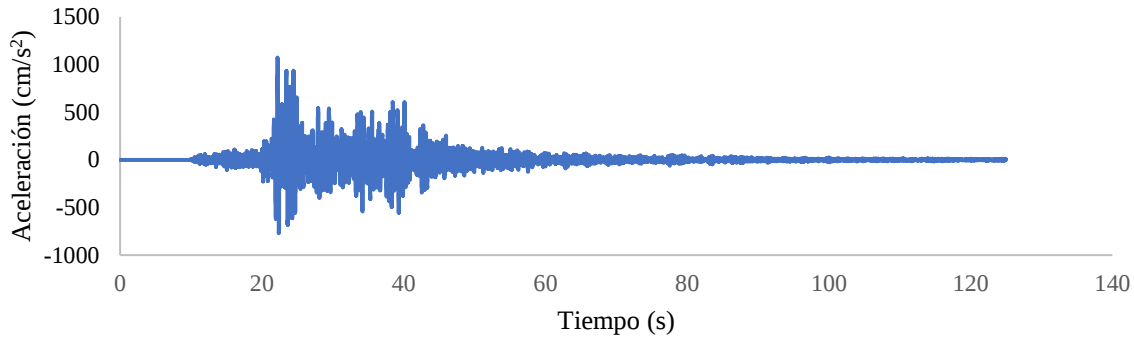


Figura 5.5. Registro sísmico “San Juan de los Llanos” empleado en el análisis sísmico.

Para los análisis no lineales se utilizó el modelo histerético de Takeda, el parámetro de degradación de rigidez de descarga se tomó igual a $\alpha = 0.4$, el factor que controla la rigidez de recarga se tomó igual a $\beta = 1$, y para el factor de ductilidad se tomó un valor de $\mu = 4$. Las fuerzas, rigideces y desplazamientos necesarios para el modelo se obtuvieron de acuerdo con lo descrito en el capítulo 13 del libro “Nonlinear Earthquake Response Analysis of Reinforced concrete Buildings (Lecture Notes) de Shunsuke Otani (2002), y se describen a continuación. Para la fuerza de fluencia F_y se toma el 60% del cociente de la fuerza de inercia máxima elástica F_e entre $\sqrt{2\mu - 1}$, donde μ es el factor de ductilidad, si el periodo del oscilador es menor de 0.5 s. Cuando el periodo es mayor de 0.5s la fuerza de inercia elástica máxima se divide únicamente entre el factor de ductilidad μ . La fuerza de inercia máxima elástica se obtiene realizando el producto de la masa por la respuesta máxima de aceleración del oscilador. La fuerza de agrietamiento F_c se toma como $\frac{1}{3}F_y$. La rigidez de agrietamiento K_c es igual a dos veces la rigidez secante K_s ; la rigidez secante es igual a la rigidez elástica K_e , la cual se puede obtener con la masa y el periodo del oscilador, siempre y cuando sea de un grado de libertad. La rigidez después de la fluencia K_u se toma como el 10% de la rigidez secante; la rigidez antes de la fluencia K_y se obtiene con la ecuación de la pendiente de una recta entre los puntos “C” y “Y”. El desplazamiento de agrietamiento d_c se obtiene con el cociente de la fuerza de agrietamiento entre la rigidez antes del agrietamiento y el desplazamiento de fluencia d_y se obtiene con el cociente de la fuerza de fluencia entre la rigidez secante. (figura 5.6).

Como se mencionó en el párrafo anterior, para calcular los parámetros del modelo de Takeda es necesario conocer la aceleración máxima del oscilador con el registro seleccionado, para ello, en la

figura 5.7, se muestra el espectro elástico de aceleraciones para el registro de “San Juan de los Llanos”. La aceleración máxima para el periodo de 0.67 s de la columna de concreto es de 18.89 m/s^2 . Por lo tanto, las fuerzas, rigideces y desplazamientos son:

- Fuerza de inercia máxima elástica, $F_e = 20,316,195 \text{ N}$.
- Fuerza de fluencia, $F_y = 5079048.75 \text{ N}$.
- Fuerza de agrietamiento, $F_c = 1,696,016.25 \text{ N}$.
- Rigidez secante, $K_s = 88,000,000 \text{ N/m}$.
- Rigidez antes del agrietamiento, $K_c = 176,000,000 \text{ N/m}$.
- Rigidez antes de la fluencia, $K_y = 70,400,000 \text{ N/m}$.
- Rigidez después de la fluencia, $K_u = 8,800,000 \text{ N/m}$.
- Desplazamiento de agrietamiento, $d_c = 0.009619 \text{ m}$.
- Desplazamiento de fluencia, $d_y = 0.05771 \text{ m}$.

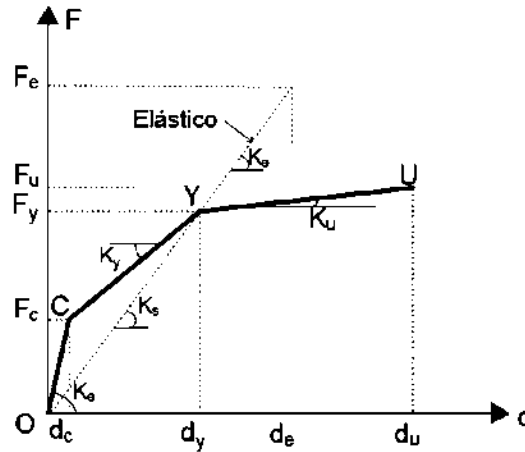


Figura 5.6. Fuerzas, rigideces y desplazamientos del modelo de Takeda.

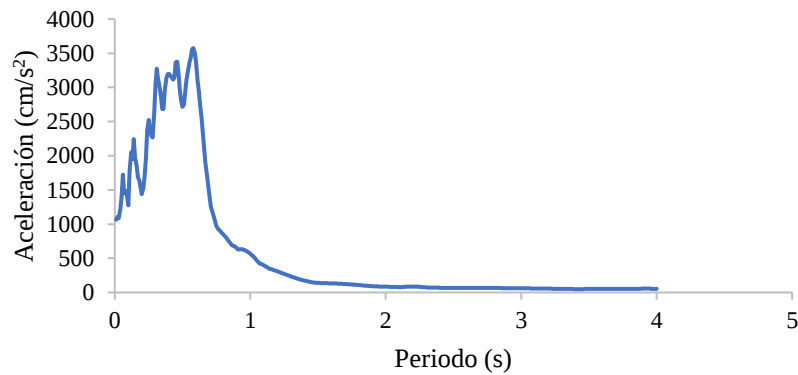


Figura 5.7. Espectro elástico de aceleración para el registro de “San Juan de Llanos”

RESULTADOS DE ANÁLISIS SÍSMICOS DE LA COLUMNA DESPLANTADA SOBRE ROCA DURA

Las respuestas del análisis paso a paso de la estructura considerándola como: un oscilador de un grado de libertad, un oscilador de dos grados de libertad con y sin interacción suelo-estructura, ante carga sísmica y desplantada en roca dura se muestran en la tablas 5.2 y 5.3 y en la figuras 5.8-5.10. Los resultados de la estructura desplantada en suelo blando se muestran en las tablas 5.4 y 5.5, y en las figuras 5.11-5.13.

Tabla 5.2. Respuestas máximas en el intervalo elástico ante cargas sísmicas, columna y tablero de un puente. (terreno duro)

ANÁLISIS ELÁSTICO ANTE CARGAS SÍSMICAS						
Respuesta máxima en el tiempo						
	1GDL	Sin ISE	Con ISE			
Umax [m] =	0.1794	0.0933	0.0933			
Vmax [m/s] =	1.9231	0.8448	0.8445			
Amax [m/s ²] =	22.47	10.91	10.96			
Energías máximas			Cortante basal máximo			
	Sin ISE	Con ISE		1GDL	Sin ISE	Con ISE
EKmax [J] =	773,067.7	772,933.01	Vbmax [N] =	15,787,090	8,213,862	8,215,616
EDmax [J] =	1,667,884.7	1,667,185.3				
ESmax [J] =	406,417.4	406,807.8	Momento de volteo máximo			
EK_ED_ESmax[J]=	1,671,036.8	1,670,406.7		1GDL	Sin ISE	Con ISE
EImax [J] =	1,670,993.2	1,670,363.5	Mvolmax [N-m] =	189,445,090	89,119,670	89,179,800

Comentarios de la comparación entre las respuestas máximas elásticas de la columna considerada como un oscilador de 1GDL y como un oscilador de 2GDL (desplazamiento horizontal y cabeceo), sin ISE.

Se puede observar que el desplazamiento, la velocidad y la aceleración máximos difieren en un 50% aproximadamente, resultando mayores en el sistema de 1GDL. Respecto a la fuerza cortante y al momento de volteo máximos se observa que , considerando el cabeceo, disminuyen considerablemente, un 42 y 52 %, respectivamente. Por lo tanto, resulta importante considerar el cabeceo en las estructuras tipo péndulo invertido ya que afecta el comportamiento de la estructura y por ende sus consideraciones de diseño cambiarían, en este ejemplo de aplicación el diseño se estaría sobreestimando si no se consideran los dos grados de libertad. El efecto que pueda tener el cabeceo en el comportamiento de la estructura depende en gran medida de la sección de la columna, es decir, de su momento másico de inercia, y de la distancia que existe entre el centro de rigidez y el centro de masas. La respuesta máxima del balance de energía, de acuerdo con la figura (5.9), disminuye considerablemente con el oscilador de 2GDL.

Comentarios de la comparación entre la respuesta elástica de la estructura considerada como un oscilador de 2GDL con y sin ISE (suelo duro).

Se puede observar que la respuestas máximas de desplazamiento, velocidad, y aceleración cuando se considera la interacción suelo estructura son prácticamente iguales que cuando no se considera la interacción, lo anterior se debe en gran medida a que las consideraciones para la interacción corresponden a un suelo tipo roca. Lo mismo sucede con la fuerza cortante máxima, el momento de

volteo máximo y el balance de energía, resultan prácticamente iguales. (tabla 5.2 y figuras 5.8 y 5.9).

Efectos en la base de la columna: Análisis estático lineal considerando cabeceo vs. Análisis con el método estático sugerido en MDOC-2015 para estructuras tipo péndulo invertido.

En el apéndice 5A se presenta el análisis de la columna del puente con el método estático, los resultados de este análisis son: Cortante basal igual a $V = 30,723,507 N$, y momento de volteo de $M = 436,455,644 N - m$. Los resultados con el análisis estático lineal paso a paso de la columna, ante el registro sísmico y considerada como un sistema de un grado de libertad, son $V = 15,787,090 N$ y $M = 189,445,090 N - m$. Es evidente que, con el método estático sugerido en el MDOC-2015 se sobreestiman en gran medida los efectos en la base de la columna.

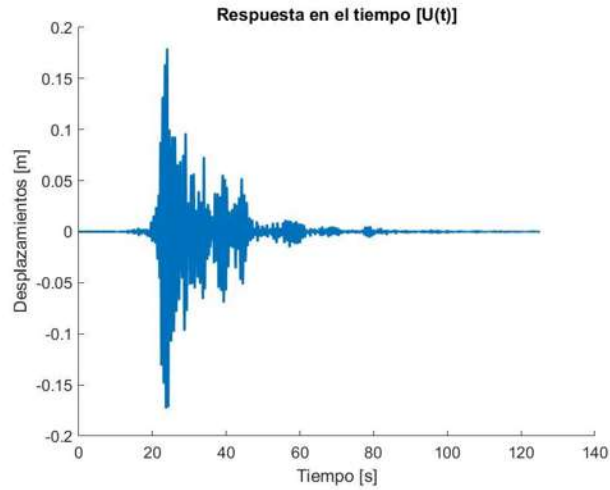
Tabla 5.3. Respuesta máximas en el intervalo inelástico ante carga sísmicas, columna de un puente (suelo duro).

ANÁLISIS INELÁSTICO ANTE CARGAS SISMICAS					
Respuesta máxima en el tiempo					
	Sin ISE	Con ISE			
$U_{max} [m] =$	0.0827	0.0816			
$V_{max} [m/s] =$	0.7376	0.7472			
$A_{max} [m/s^2] =$	9.3312	9.3401			
$FS_{max} [N] =$	5,299,189.89	5,289,899.8			
Energías máximas			Cortante basal máximo		
	Sin ISE	Con ISE		Sin ISE	Con ISE
$EK_{max} [J] =$	556,842.8	568,907.6	$Vb_{max} [N] =$	8,743,750.6	9,028,717.2
$ED_{max} [J] =$	1,086,888.03	1,083,912.6			
$ES_{max} [J] =$	159,550.04	159,050.8	Momento de volteo máximo		
$EH_{max} [J] =$	690,578.6	695,662.4		Sin ISE	Con ISE
$EK_ED_ES_{max} [J] =$	1,755,709.7	1,758,532.7	$Mvol_{max} [N*m] =$	90,684,677.1	94,574,414.8
$EImax [J] =$	1,755,709.7	1,758,532.7			

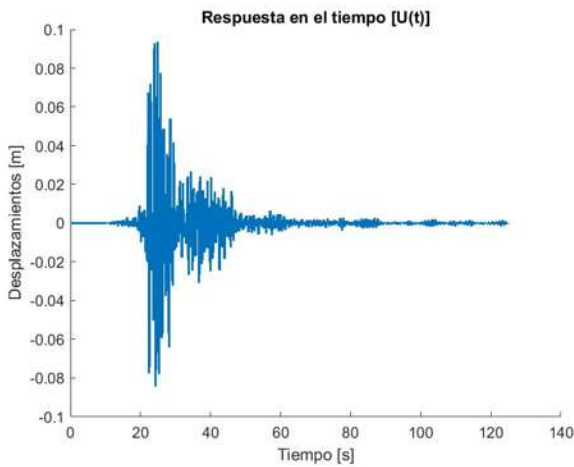
Comentarios de la comparación entre la respuesta inelástica de la estructura considerada como un oscilador de 2GDL con y sin ISE .

Se puede observar que la respuestas máximas de desplazamiento, velocidad, y aceleración cuando se considera la interacción suelo estructura son prácticamente iguales que cuando no se considera la interacción, lo anterior se debe en gran medida a que las consideraciones para la interacción corresponden a un suelo tipo roca. La fuerza cortante máxima, el momento de volteo máximo aumentan tan solo un 3% y 4%, respectivamente. El balance de energía, resultan resulta igual en ambos casos. (tabla 5.3 y figuras 5.8 y 5.9).

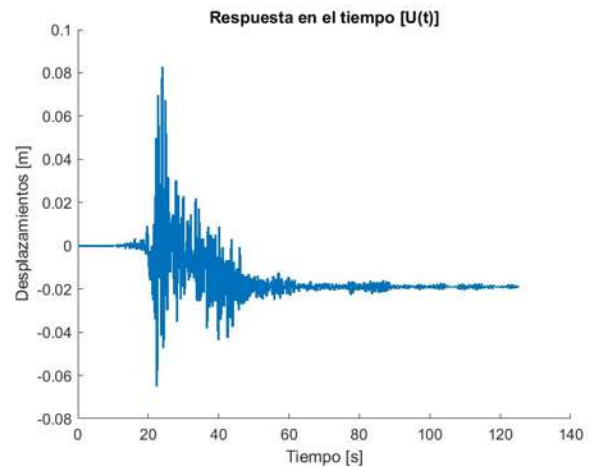
Comparando el análisis lineal con el análisis no lineal, se puede observar que, los desplazamientos positivos disminuyen muy poco, mientras que los desplazamientos en la parte negativa disminuyen en mayor medida (figura 5.8).



a) Estructura considerada como oscilador de 1 GDL, (elástico).

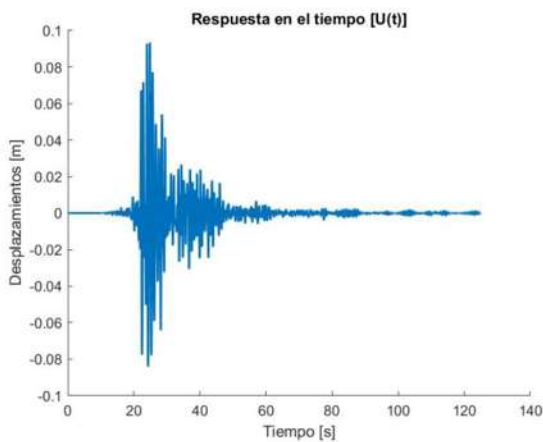


Elástico

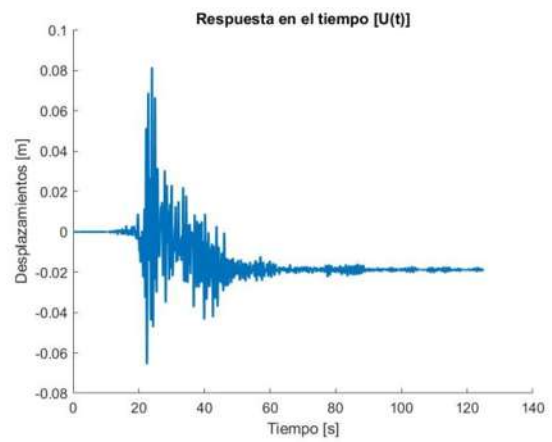


Inelástico

b) Estructura considerando 2 GDL sin ISE



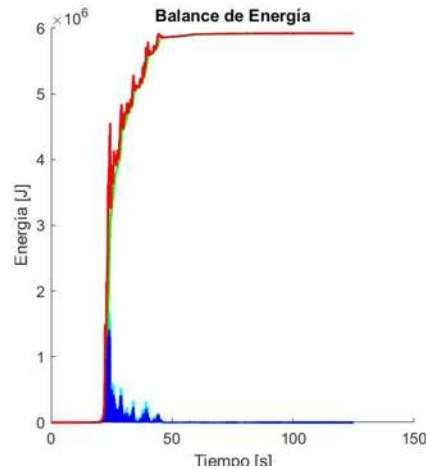
Elástico



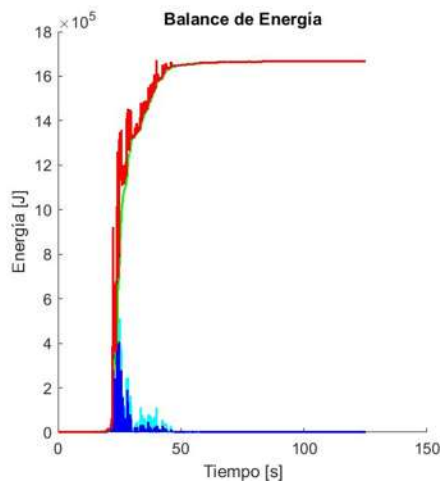
Inelástico

c) Estructura considerando 2 GDL con ISE

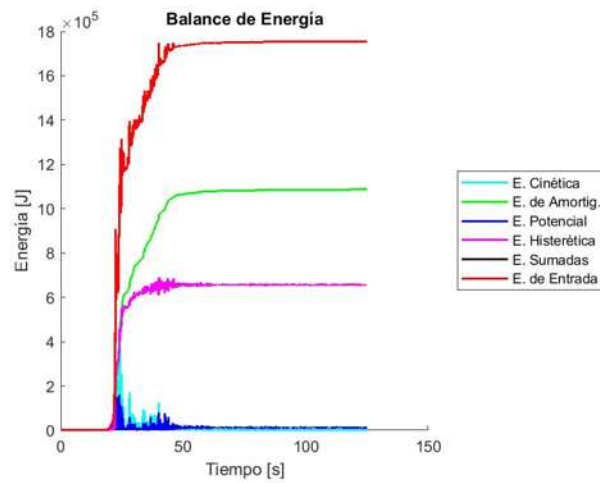
Figura 5.8. Historia de desplazamiento en el intervalo elástico ante carga sísmica, “San José de los Llanos” (roca dura) .



a) Estructura considerada como oscilador de 1 GDL

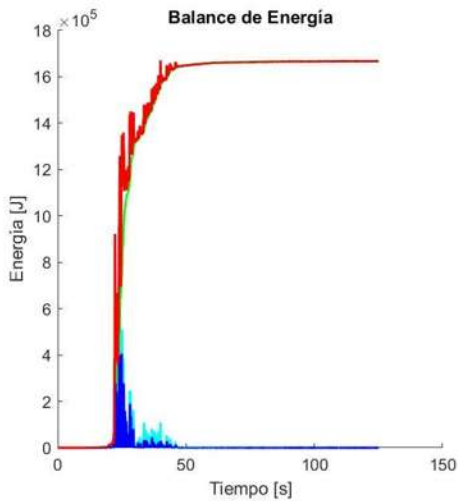


Elástico

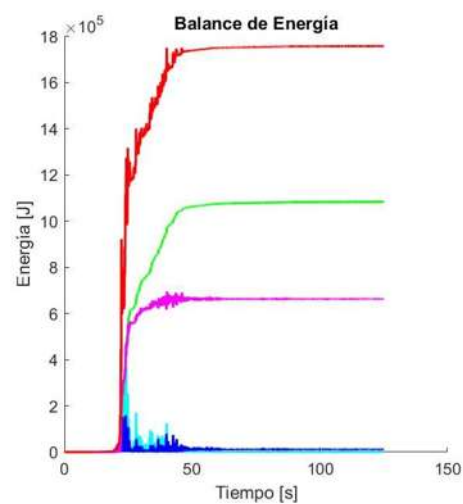


Inelástico

b) Estructura considerando 2 GDL sin ISE



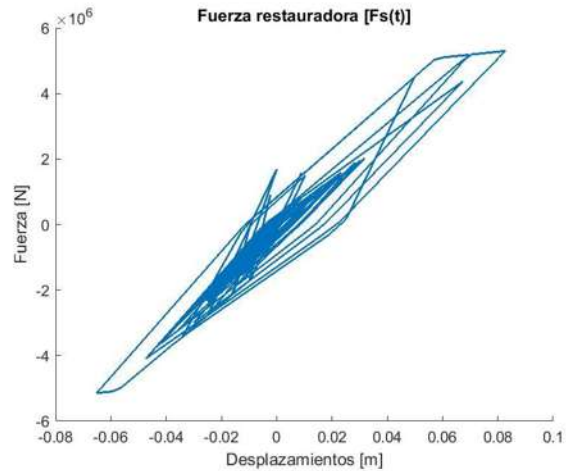
Elástico



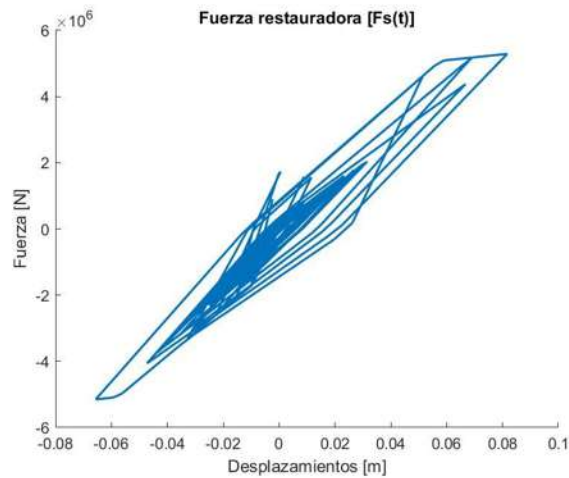
Inelástico

c) Estructura considerando 2 GDL con ISE

Figura 5.9. Balance de en el intervalo elástico ante carga sísmica, “San José de los Llanos” (roca dura).



a) Estructura considerando 2 GDL sin ISE



b) Estructura considerando 2 GDL con ISE

Figura 5.10. Fuerza restauradora ante carga sísmica, “San José de los Llanos” (roca dura).

Resultados de análisis sísmicos de la columna desplantada sobre suelo blando.

Tabla 5.4. Respuestas máximas en el intervalo elástico ante carga sísmicas, columna y tablero de un puente (suelo blando).

ANÁLISIS ELÁSTICO ANTE CARGAS SÍSMICAS EN SUELO BLANDO						
Respuesta máxima en el tiempo						
	1GDL	Sin ISE	Con ISE			
Umax [m] =	0.1794	0.0933	0.0395			
Vmax [m/s] =	1.9231	0.8448	0.4730			
Amax [m/s ²] =	22.47	10.91	9.5077			
Energías máximas			Cortante basal máximo			
	Sin ISE	Con ISE		1GDL	Sin ISE	Con ISE
EKmax [J] =	773,067.7	420,990.5	Vbmax [N] =	15,787,090	8,213,862	3,476,771.8
EDmax [J] =	1,667,884.7	1,915,380.4				
ESmax [J] =	406,417.4	197,712.3	Momento de volteo máximo			
EK_ED_ESmax[J]=	1,671,036.8	1,915,516.7		1GDL	Sin ISE	Con ISE
EImax [J] =	1,670,993.2	1,915,517.4	Mvolmax [N-m] =	189,445,090	89,119,670	32,453,108.8

Comentarios de la comparación entre la respuesta elástica de la estructura considerada como un oscilador de 2GDL con y sin ISE (suelo blando) .

Se puede observar que, cuando se considera la ISE, la respuestas máximas de desplazamiento y velocidad disminuyen en un 57 y 44 %, aproximadamente. La aceleración máxima disminuye 12%, aproximadamente. La fuerza cortante máxima y el momento de volteo máximo disminuyen en promedio un 60% . La energía total en el balance de energía aumenta 14.6%, (tabla 5.4 y figuras 5.11 y 5.12).

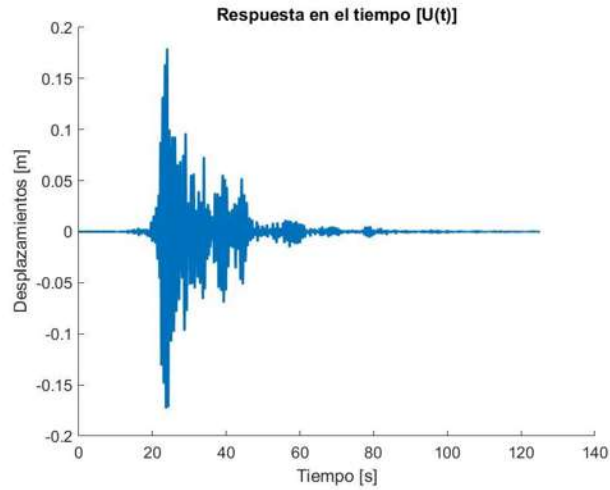
Tabla 5.5. Respuestas máximas en el intervalo inelástico ante carga sísmicas, columna y tablero de un puente (suelo blando).

ANÁLISIS INELÁSTICO ANTE CARGAS SÍSMICAS EN SUELO BLANDO					
Respuesta máxima en el tiempo					
	Sin ISE	Con ISE			
U _{max} [m] =	0.0827	0.0768			
V _{max} [m/s] =	0.7376	0.5007			
A _{max} [m/s ²] =	9.3312	13.5660			
FS _{max} [N] =	5,299,189.89	5,247,068.06			
Energías máximas			Cortante basal máximo		
	Sin ISE	Con ISE		Sin ISE	Con ISE
EK _{max} [J] =	556,842.8	473,650.55	Vb _{max} [N] =	8,743,750.6	6,841,478.9
ED _{max} [J] =	1,086,888.03	1,853,949.5			
ES _{max} [J] =	159,550.04	272,260.3	Momento de volteo máximo		
EH _{max} [J] =	690,578.6	180,654.1		Sin ISE	Con ISE
EK_ED_ES _{max} [J] =	1,755,709.7	2,033,938.32	Mvol _{max} [N*m] =	90,684,677.1	67,843,890.3
EI _{max} [J] =	1,755,709.7	2,033,938.3			

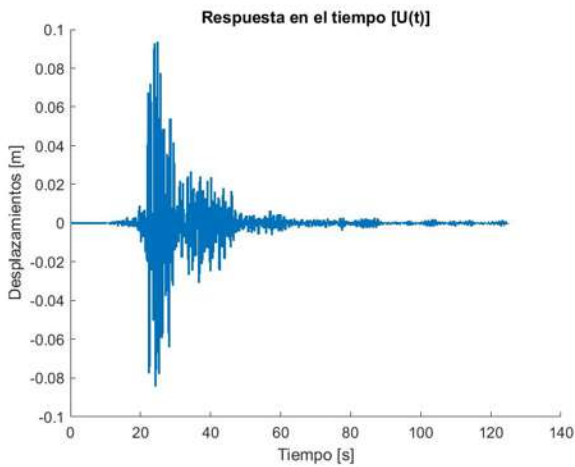
Comentarios de la comparación entre la respuesta inelástica de la estructura considerada como un oscilador de 2GDL con y sin ISE (suelo blando) .

Se puede observar que, cuando se considera la ISE, la respuesta máximas de desplazamiento y velocidad disminuyen en 7% y 32%, respectivamente. La aceleración máxima aumenta 45%, aproximadamente. La fuerza cortante máxima y el momento de volteo máximo disminuyen en promedio un 23% . La energía total en el balance de energía aumenta 15.8%, (tabla 5.5 y figuras 5.11 y 5.12).

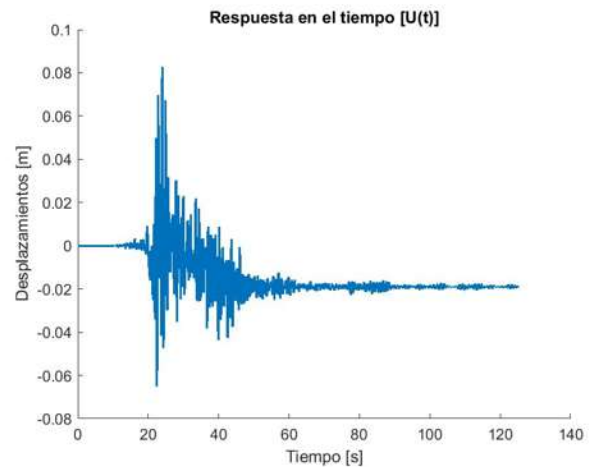
Comparando el análisis lineal con el análisis no lineal, sin ISE, se puede observar que, los desplazamientos positivos disminuyen muy poco, mientras que los desplazamientos en la parte negativa disminuyen en mayor medida (figura 5.8). La respuesta máxima de velocidad y desplazamiento también disminuyen. Cuando se considera ISE, las respuestas máximas aumentan con el análisis no lineal.



d) Estructura considerada como oscilador de 1 GDL, (elástico).

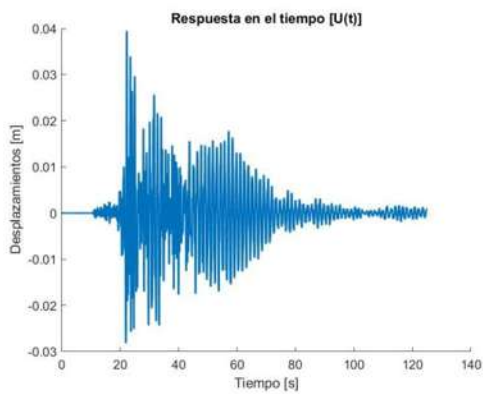


Elástico

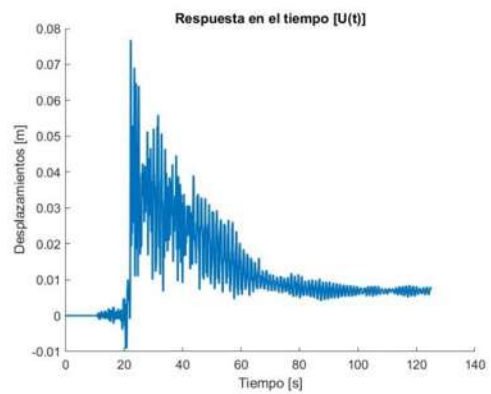


Inelástico

e) Estructura considerando 2 GDL sin ISE



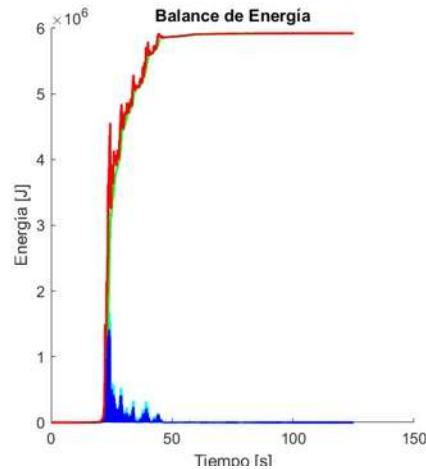
Elástico



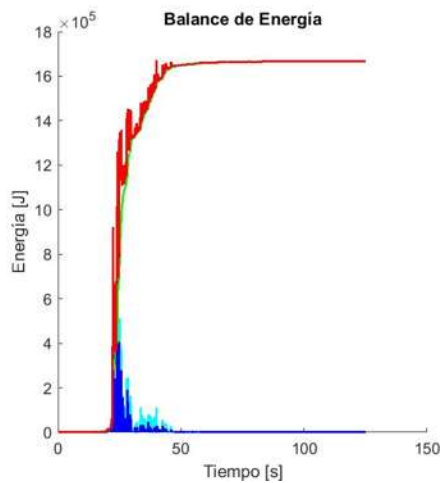
Inelástico

f) Estructura considerando 2 GDL con ISE

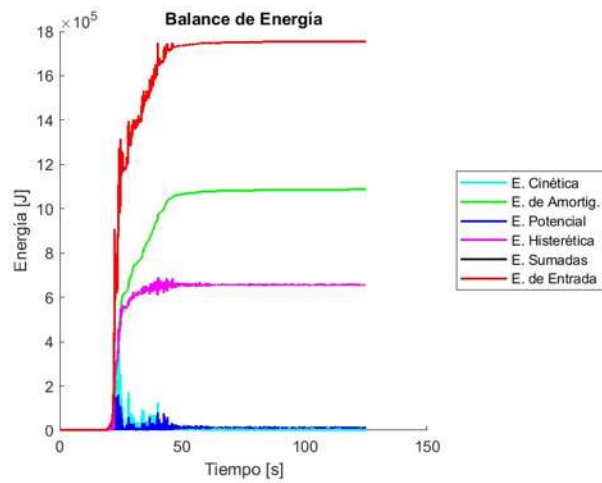
Figura 5.11. Historia de desplazamiento ante carga sísmica, “San José de los Llanos” (suelo blando).



d) Estructura considerada como oscilador de 1 GDL

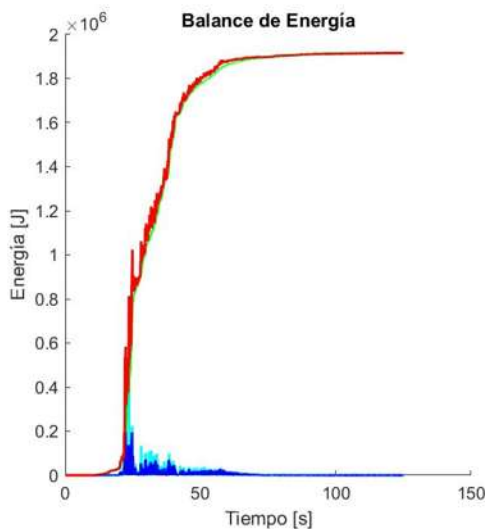


Elástico

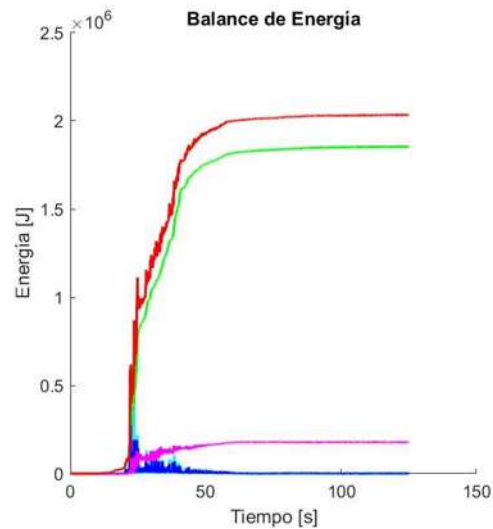


Inelástico

e) Estructura considerando 2 GDL sin ISE



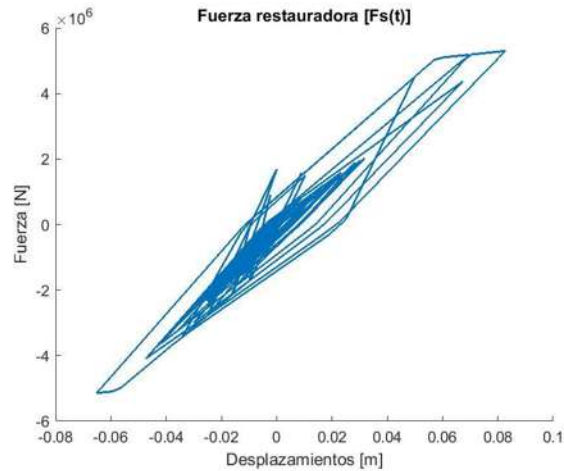
Elástico



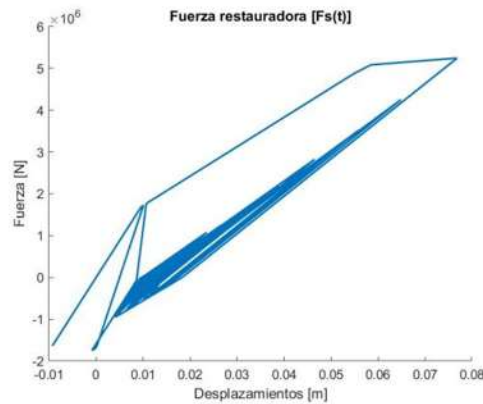
Inelástico

f) Estructura considerando 2 GDL con ISE

Figura 5.12. Balance de energía ante carga sísmica, “San José de los Llanos” (suelo blando).



c) Estructura considerando 2 GDL sin ISE

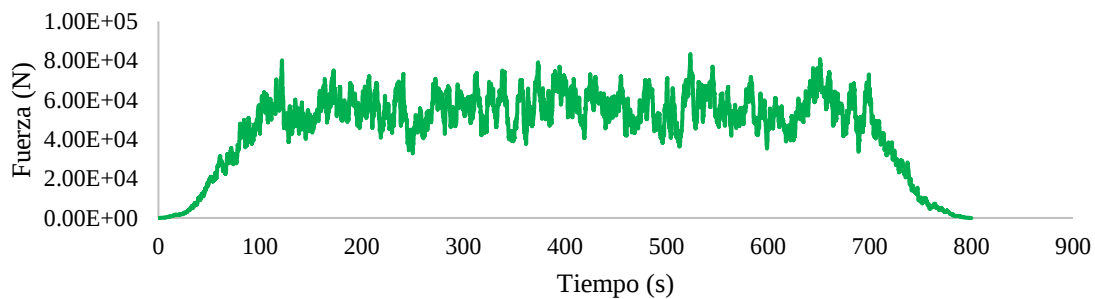


d) Estructura considerando 2 GDL con ISE

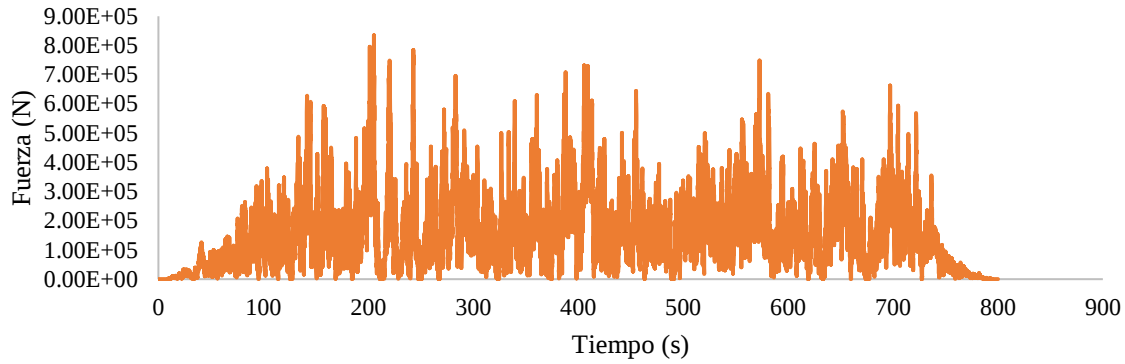
Figura 5.13. Fuerza restauradora ante carga sísmica, “San José de los Llanos” (suelo blando).

5.5.1.2 Análisis eólico

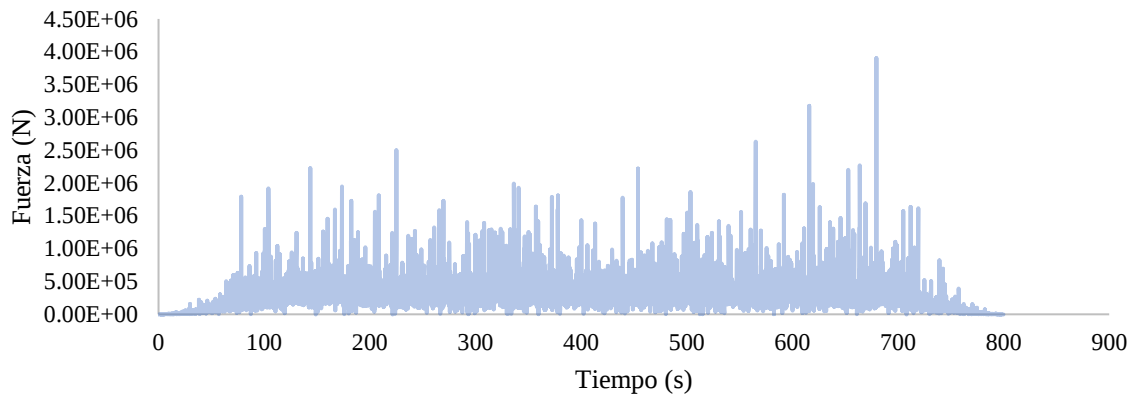
Para la realización del análisis eólico se hicieron simulaciones cargas de viento sinóptico, viento huracanado considerado como gaussiano y huracanado considerado como no-gaussiano. Todos en la dirección longitudinal (figura 5.14). La velocidad media de referencia a 10 m de altura considerada fue de 25 m/s, para viento sinóptico y de 40 m/s para viento huracanado gaussiano y viento huracanado no gaussiano.



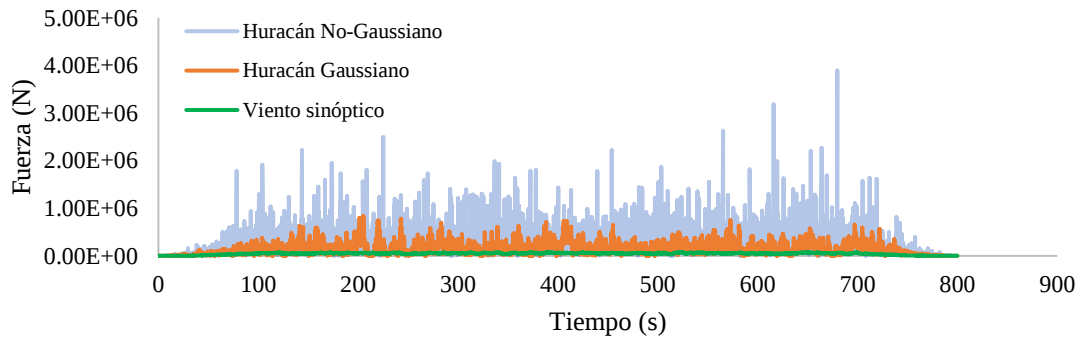
a) Registro de fuerzas simuladas de viento sinóptico



b) Registro de fuerzas simuladas de viento huracanado gaussiano



c) Registro de fuerzas simuladas de viento huracanado no-gaussiano



d) Comparación entre fuerzas simuladas, viento sinóptico y viento huracanado

Figura 5.14. Registros eólicos empleados para el análisis ante cargas de viento

Para los análisis no lineales se utilizó el modelo histerético de Takeda, el parámetro de degradación de rigidez de descarga se tomó igual a $\alpha = 0.4$, el factor que controla la rigidez de recarga se tomó igual a $\beta = 1$, y para el factor de ductilidad se tomó un valor de $\mu = 4$. La fuerza de inercia elástica máxima se toma igual a la fuerza máxima de la simulación de fuerzas. Las fuerzas máximas de las simulaciones de viento son 125,023.5 N, 834,890 N, y 2,535,520 N para viento sinóptico, viento huracanado gaussiano y viento huracanado no gaussiano, respectivamente. La rigidez antes del agrietamiento se toma igual a la rigidez elástica, la rigidez secante es un medio de la rigidez elástica, los otros valores se obtienen como se describió para el análisis sísmico. Las fuerzas, rigideces y desplazamientos del modelo de Takeda para las tres simulaciones de viento se resumen en la tabla 5.6.

Tabla 5.6. Valores de fuerzas rigideces y desplazamientos para el modelo de Takeda, cargas eólicas.

Parámetro	Viento sinóptico	Huracán Gaussiano	Huracán no gaussiano
Fuerza de inercia máxima elástica, F_e en N	125,023.5	834,890	3,900,800
Fuerza de fluencia, F_y en N	31,255.8	208,722.5	975,200
Fuerza de agrietamiento, F_c en N	10,418.6	69,574.2	325,066.6
Rigidez secante, K_s en N/m	44,000,000	44,000,000	44,000,000
Rigidez antes del agrietamiento, K_c en N/m	88,000,000	88,000,000	88,000,000
Rigidez antes de la fluencia, K_y en N/m	35,200,000	35,200,000	35,200,000
Rigidez después de la fluencia, K_u en N/m	8,800,000	8,800,000	8,800,000
Desplazamiento de agrietamiento, d_c en m	0.0001183	0.0007906	0.00369394
Desplazamiento de fluencia, d_y en m	0.0007100	0.0047436	0.02216364

RESULTADOS DE ANÁLISIS ANTE CARGAS SIMULADAS DE VIENTO SINÓPTICO DE LA COLUMNA DE UN PUENTE DESPLANTADA SOBRE SUELO DURO

Tabla 5.7. Respuesta máximas en el intervalo elástico ante carga de viento sinóptico, columna de un puente (terreno duro).

ANÁLISIS ELÁSTICO ANTE CARGAS SIMULADAS DE VIENTO SINÓPTICO						
Respuesta máxima en el tiempo						
	1GDL	Sin ISE	Con ISE			
Umax [m] =	0.0018	0.0023	0.0023			
Vmax [m/s] =	0.0052	0.0067	0.0067			
Amax [m/s^2] =	0.0460	0.0471	0.0470			
Energías máximas			Cortante basal máximo			
	Sin ISE	Con ISE		1GDL	Sin ISE	Con ISE
EKmax [J] =	45.68	45.64	Vbmax [N] =	162,504.6	203,186.11	203,027.40
EDmax [J] =	446.34	445.82				
ESmax [J] =	241.58	241.48	Momento de volteo máximo			
EK_ED_ESmax [J] =	603.49	603.53		1GDL	Sin ISE	Con ISE
EImax [J] =	604.26	604.51	Mvolmax[N*m] =	1,950,056.28	2,396,251.6	2,393,916.33

Comentarios de la comparación entre las respuestas máximas elásticas de la columna con su tablero considerada como un oscilador de 1GDL y como un oscilador de 2GDL (desplazamiento horizontal y cabeceo), sin ISE, ante cargas de viento sinóptico.

Se puede observar que las respuestas máximas de desplazamiento, velocidad y aceleración aumentan muy poco considerando el cabeceo esto, además de deberse a las dimensiones pequeñas de la sección de la columna puede deberse a las magnitudes pequeñas de la simulaciones de la carga del viento sinóptico. Respecto a la fuerza cortante y al momento de volteo máximos se observa que en el oscilador de 2 GDL aumentan en un 23% aproximadamente. La respuesta máxima del balance de energía aumenta considerablemente cuando se considera el cabeceo de la estructura (figura 5.16).

Comentarios de la comparación entre la respuesta elástica de la columna con su tablero considerada como un oscilador de 2GDL con y sin ISE, ante cargas de viento sinóptico.

En los resultados del oscilador se puede observar que la respuesta máxima de los desplazamientos, las velocidades y las aceleraciones son muy parecidas, lo anterior se debe en gran medida a que las características sobre las que se supone desplantada la estructura corresponden a un terreno duro. De igual manera la fuerza cortante y el momento de volteo máximos aumentan muy poco. La respuesta del balance de energía permanece igual. (tabla 5.7).

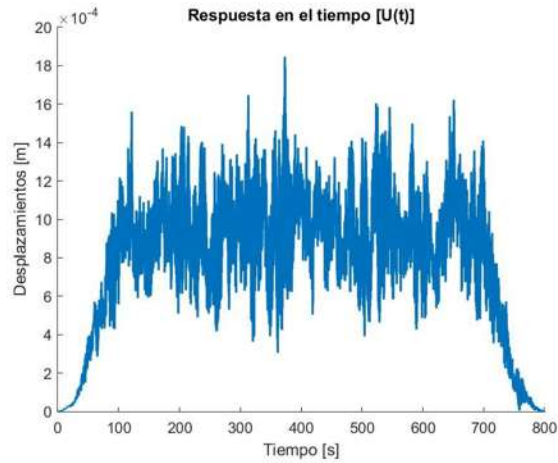
Tabla 5.8. Respuesta máximas en el intervalo inelástico ante carga de viento sinóptico, columna de un puente (terreno duro).

ANÁLISIS INELÁSTICO ANTE CARGAS SIMULADAS DE VIENTO SINÓPTICO					
Respuesta máxima en el tiempo					
	Sin ISE	Con ISE			
Umax [m] =	0.0156	0.0182			
Vmax [m/s] =	0.0395	0.0198			
Amax [m/s ²] =	0.6722	0.0660			
FSmax [N] =	162,825.81	185,736.32			
Energías máximas			Cortante basal máximo		
	Sin ISE	Con ISE		Sin ISE	Con ISE
EKmax [J] =	1,237.72	396.83	Vbmax [N] =	351,620.30	360,439.95
EDmax [J] =	3,572.39	2,164.47			
ESmax [J] =	150.63	196.31	Momento de volteo máximo		
EHmax [J] =	3,044.49	2,451.44		Sin ISE	Con ISE
EK_ED_ESmax [J] =	5,116.65	4,066.58	Mvolmax [N*m] =	4,317,019.24	4,405,486.35
EImax [J] =	5,116.65	4,066.58			

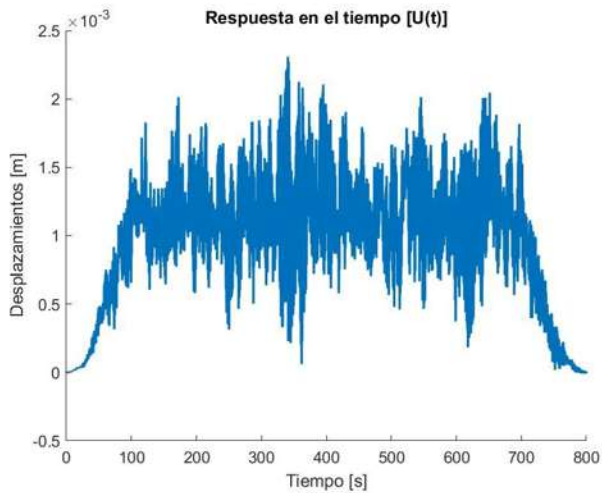
Comentarios de la comparación entre la respuesta inelástica de la columna considerada como un oscilador de 2GDL con y sin ISE ante carga de viento sinóptico.

Se puede observar que la respuesta máxima de desplazamiento aumenta aproximadamente un 16% con ISE. Las respuestas máximas de velocidad y aceleración, cuando se considera la interacción suelo estructura, disminuyen. La fuerza cortante máxima, el momento de volteo máximo aumentan tan solo un 2%. De igual manera, el balance de energía aumenta disminuye poco cuando se considera la interacción suelo estructura con un tipo de suelo duro. (tabla 5.8 y figuras 5.15 y 5.16).

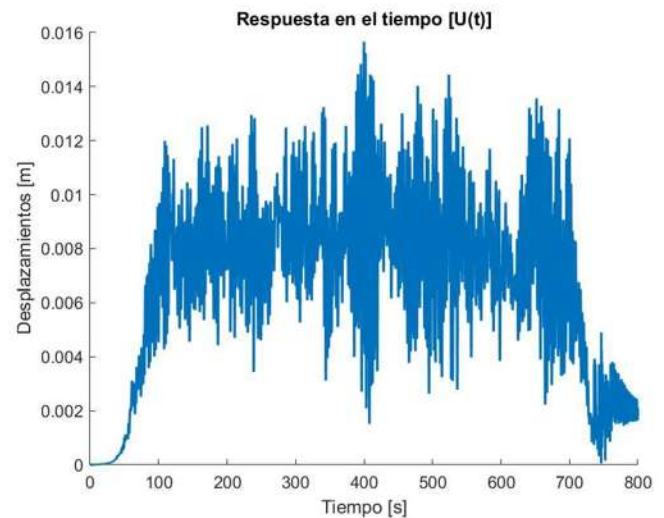
Comparado con el análisis lineal, en el análisis no lineal las respuestas máximas de desplazamiento, velocidad, aceleración, cortante, momento y balance de energía, aumentan considerablemente. Lo anterior se presenta con y sin consideración de la interacción suelo estructura. (figuras 5.15 y 5.16).



a) Estructura considerada como oscilador de 1 GDL, (elástico).

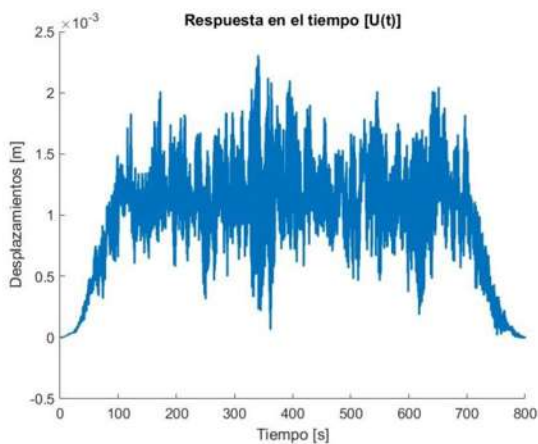


Elástico

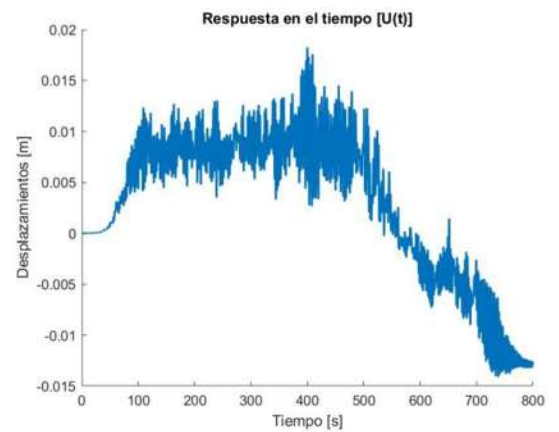


Inelástico

b) Estructura considerando 2 GDL sin ISE



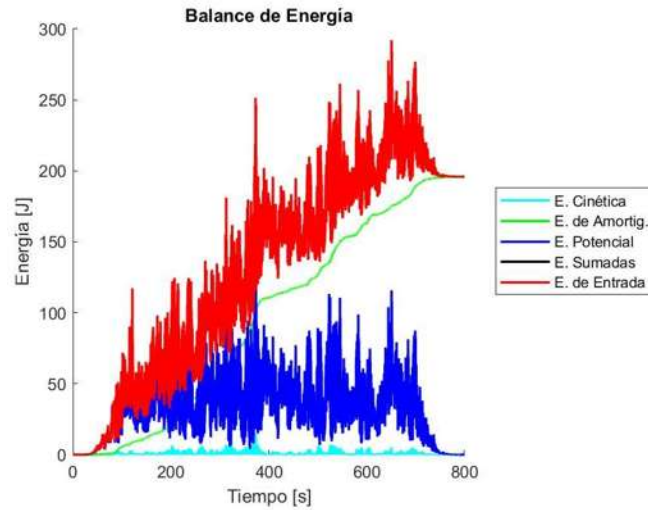
Elástico



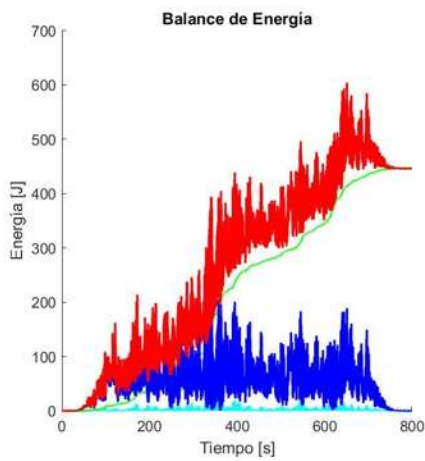
Inelástico

b) Estructura considerando 2 GDL con ISE

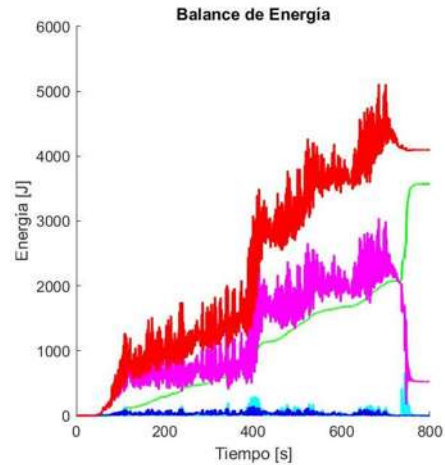
Figura 5.15. Historia de desplazamiento ante carga de viento sinóptico, columna de un puente (roca dura) .



a) Estructura considerada como oscilador de 1 GDL

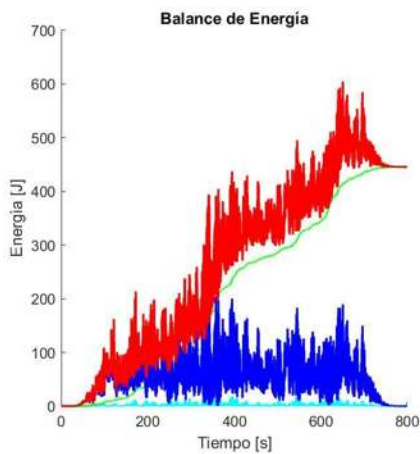


Elástico

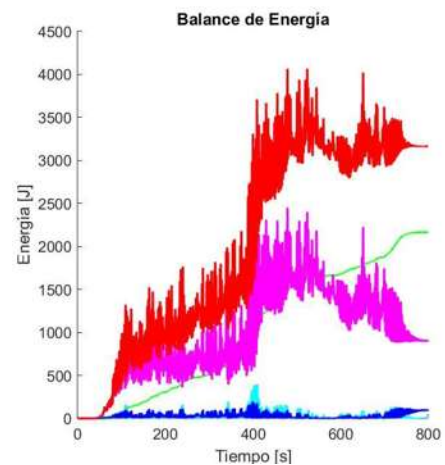


Inelástico

b) Estructura considerando 2 GDL sin ISE



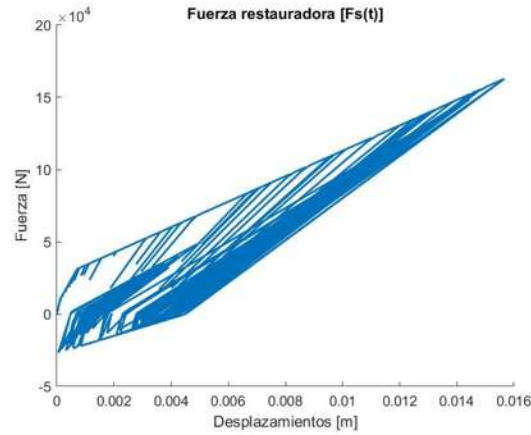
Elástico



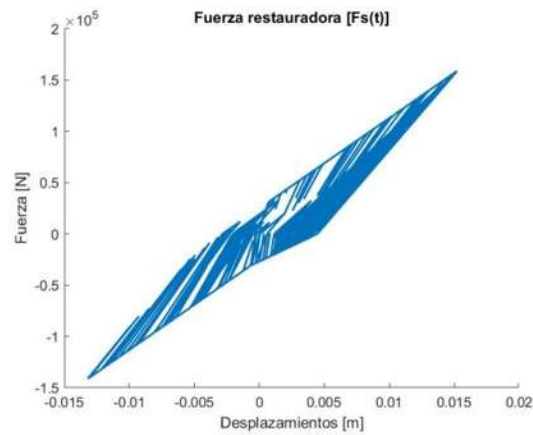
Inelástico

c) Estructura considerando 2 GDL con ISE

Figura 5.16. Balance de energía ante cargas de viento sinóptico, columna de un puente (suelo duro).



e) Estructura considerando 2 GDL sin ISE



f) Estructura considerando 2 GDL con ISE

Figura 5.17. Fuerza restauradora ante cargas de viento sinóptico, columna de un puente (terreno duro).

RESULTADOS DE ANÁLISIS ANTE CARGAS SIMULADAS DE VIENTO SINÓPTICO DE LA COLUMNA DE UN PUENTE DESPLANTADA SOBRE SUELO BLANDO.

Tabla 5.9. Respuesta máximas en el intervalo elástico ante carga de viento sinóptico, columna de un puente (suelo blando).

ANÁLISIS ELÁSTICO ANTE CARGAS SIMULADAS DE VIENTO SINÓPTICO					
Respuesta máxima en el tiempo					
	Sin ISE	Con ISE			
Umax [m] =	0.0023	0.0031			
Vmax [m/s] =	0.0067	0.0088			
Amax [m/s^2] =	0.0471	0.0512			
Energías máximas			Cortante basal máximo		
	Sin ISE	Con ISE		Sin ISE	Con ISE
EKmax [J] =	45.68	327.83	Vbmax [N] =	203,186.11	276,201.98
EDmax [J] =	446.34	2,730.47			
ESmax [J] =	241.58	1,541.25	Momento de volteo máximo		
EK_ED_ESmax [J] =	603.49	3,962.92		Sin ISE	Con ISE
EImax [J] =	604.26	3,969.64	Mvolmax [N*m] =	2,396,251.6	3,305,192.39

Comentarios de la comparación entre la respuesta elástica de la columna con su tablero considerada como un oscilador de 2GDL con y sin ISE, ante cargas de viento sinóptico (suelo blando).

En los resultados del oscilador se puede observar que, con ISE, la respuesta máxima de desplazamiento y velocidades aumentan en promedio un 30% mientras que la respuesta máxima de aceleración aumenta en 8%, aproximadamente, lo anterior se debe en gran medida a que las características sobre las que se supone desplantada la estructura corresponden a un suelo blando. De igual manera la fuerza cortante y el momento de volteo máximos aumentan en promedio un 35%. La respuesta del balance de energía aumenta considerablemente (tabla 5.9).

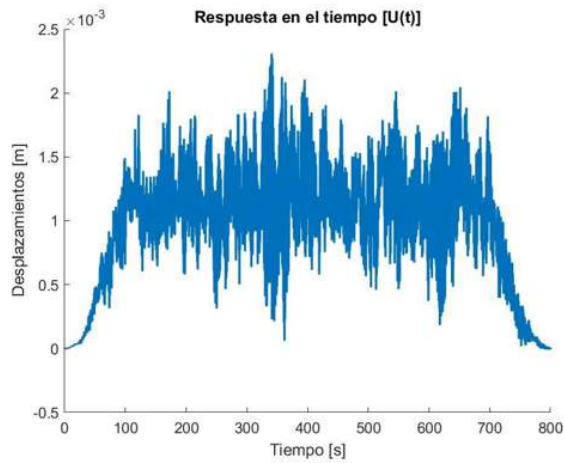
Tabla 5.10. Respuesta máximas en el intervalo inelástico ante carga de viento sinóptico , columna de un puente (suelo blando).

ANÁLISIS INELÁSTICO ANTE CARGAS SIMULADAS DE VIENTO SINÓPTICO					
Respuesta máxima en el tiempo					
	Sin ISE	Con ISE			
U _{max} [m] =	0.0156	0.0086			
V _{max} [m/s] =	0.0395	0.0109			
A _{max} [m/s ²] =	0.6722	0.3091			
F _{smax} [N] =	162,825.81	81,960.98			
Energías máximas			Cortante basal máximo		
	Sin ISE	Con ISE		Sin ISE	Con ISE
EK _{max} [J] =	1,237.72	7,340.84	V _{bmax} [N] =	351,620.30	89,851.70
ED _{max} [J] =	3,572.39	658.68			
ES _{max} [J] =	150.63	14,174.49	Momento de volteo máximo		
EH _{max} [J] =	3,044.49	1,499.28		Sin ISE	Con ISE
EK_ED_ES _{max} [J] =	5,116.65	15,262.48	M _{volmax} [N*m] =	4,317,019.24	2,003,318.85
EI _{max} [J] =	5,116.65	15,262.48			

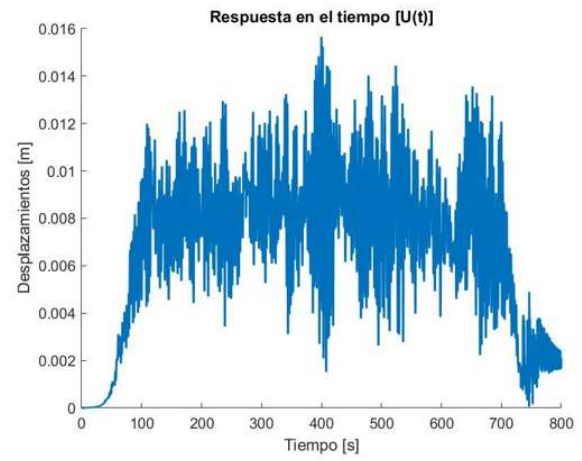
Comentarios de la comparación entre la respuesta inelástica de la columna con su tablero considerada como un oscilador de 2GDL con y sin ISE, ante cargas de viento sinóptico (suelo blando).

De acuerdo con los resultados se puede observar que, con ISE, la respuesta máxima de desplazamiento disminuye un 45% , la de velocidad disminuye un 70% y la de aceleración disminuye en 54%, aproximadamente, lo anterior se debe en gran medida a que las características sobre las que se supone desplantada la estructura corresponden a un suelo blando. De igual manera la fuerza cortante y el momento de volteo máximos disminuyen considerablemente. La respuesta del balance de energía aumenta considerablemente (tabla 5.10).

Comparado con el análisis lineal, en el análisis no lineal las respuestas máximas de desplazamiento, velocidad, aceleración, cortante, momento y balance de energía, aumentan considerablemente cuando no se toma en cuenta la ISE. Cuando se considera la ISE, las respuestas máximas de desplazamiento, velocidad y aceleración aumentan, pero la cortante máxima y el momento de volteo máximos disminuyen considerablemente. El balance de energía aumenta considerablemente. (figuras 5.18 y 5.19).

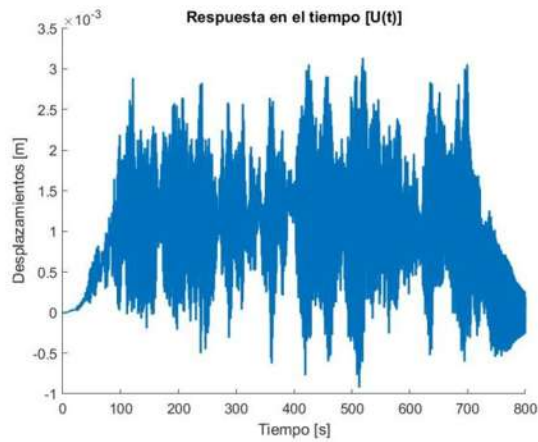


Elástico

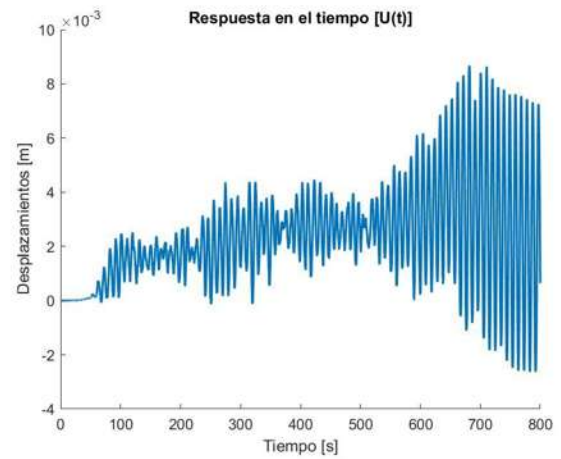


Inelástico

a) Estructura considerando 2 GDL sin ISE



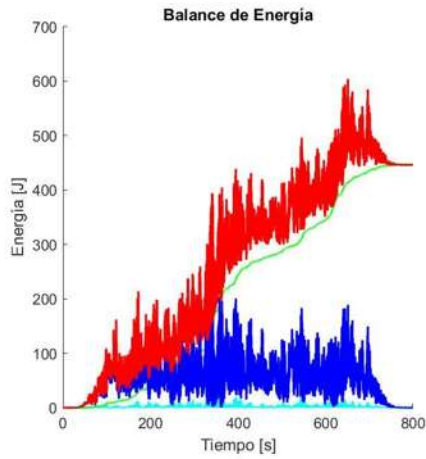
Elástico



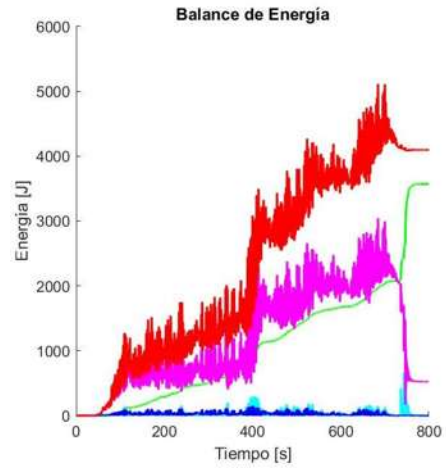
Inelástico

b) Estructura considerando 2 GDL con ISE

Figura 5.18. Historia de desplazamiento ante carga de viento sinóptico, columna de un puente (suelo blando) .

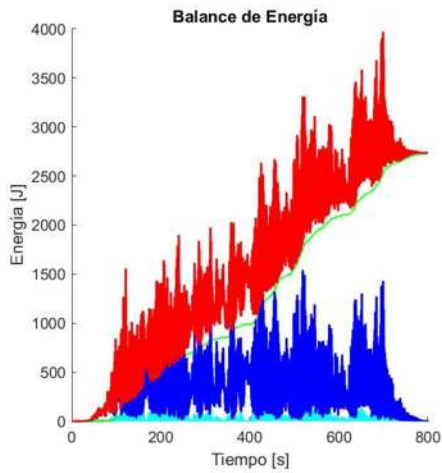


Elástico

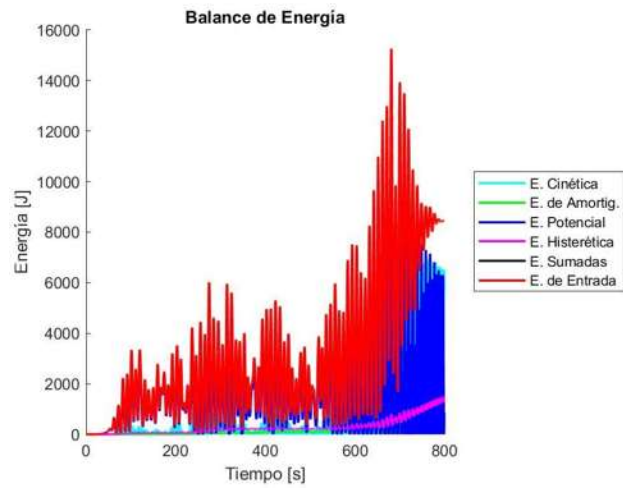


Inelástico

a) Estructura considerando 2 GDL sin ISE



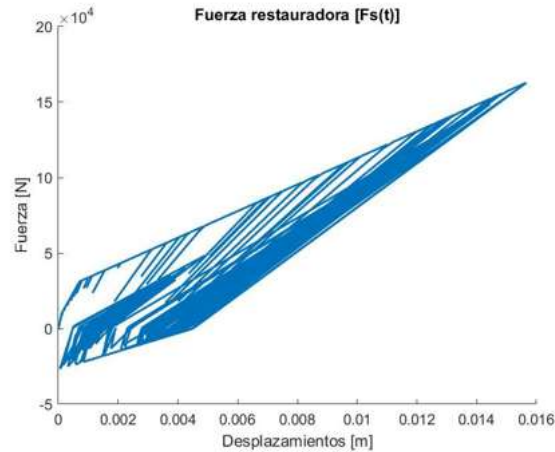
Elástico



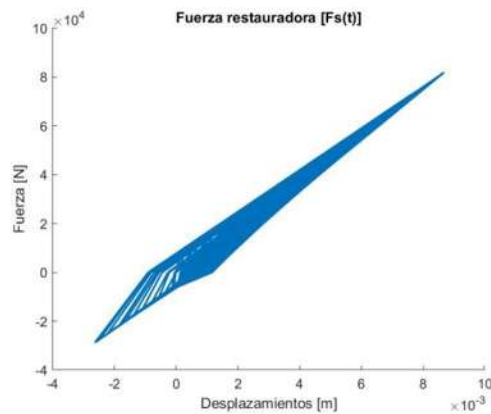
Inelástico

b) Estructura considerando 2 GDL con ISE

Figura 5.19. Balance de energía ante cargas de viento sinóptico, columna de un puente (suelo blando).



a) Estructura considerando 2 GDL sin ISE



b) Estructura considerando 2 GDL con ISE

Figura 5.20. Fuerza restauradora ante cargas de viento sinóptico, columna de un puente (suelo blando)

RESULTADOS DE ANÁLISIS ANTE CARGAS SIMULADAS DE VIENTO HURACANADO GAUSSIANO DE LA COLUMNA DE UN PUENTE DESPLANTADA SOBRE SUELO BLANDO.

Tabla 5.11. Respuesta máximas en el intervalo elástico ante carga de viento huracanado gaussiano, columna de un puente (suelo blando).

ANÁLISIS ELÁSTICO ANTE CARGAS SIMULADAS DE VIENTO HURACANADO GAUSSIANO					
Respuesta máxima en el tiempo					
	Sin ISE	Con ISE			
Umax [m] =	0.0225	0.0415			
Vmax [m/s] =	0.1150	0.2101			
Amax [m/s^2] =	0.7714	6.2043			
Energías máximas			Cortante basal máximo		
	Sin ISE	Con ISE		Sin ISE	Con ISE
EKmax [J] =	13,392.09	120,915.34	Vbmax [N] =	1,983,338.3	3,658,548
EDmax [J] =	149,086.32	741,085.6			
ESmax [J] =	23,103.7	196,285.1	Momento de volteo máximo		
EK_ED_ESmax [J] =	153,205.06	780,195.9		Sin ISE	Con ISE
EImax [J] =	153,240.43	780,559.7	Mvolmax [N*m] =	22,870,184.4	45,327,336.1

Comentarios de la comparación entre la respuesta elástica de la columna con su tablero considerada como un oscilador de 2GDL con y sin ISE, ante cargas de viento huracanado gaussiano.

En los resultados del oscilador se puede observar que, cuando se considera ISE, la respuesta máxima de desplazamiento y velocidad, aumentan en promedio 80%. La respuesta máxima de aceleración aumenta en mayor medida. La fuerza cortante y el momento de volteo máximos aumentan en un 80% aproximadamente cuando se considera la interacción suelo estructura, de igual manera, la respuesta del balance de energía aumenta considerablemente. (tabla 5.11).

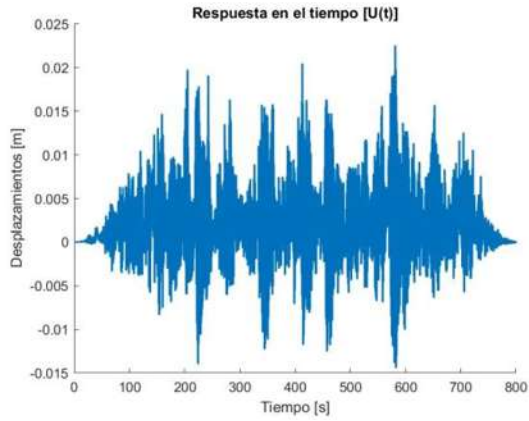
Tabla 5.12. Respuesta máximas en el intervalo inelástico ante carga de viento huracanado gaussiano, columna de un puente (suelo blando).

ANÁLISIS INELÁSTICO ANTE CARGAS SIMULADAS DE VIENTO HURACANADO GAUSSIANO					
Respuesta máxima en el tiempo					
	Sin ISE	Con ISE			
Umax [m] =	0.1527	0.2480			
Vmax [m/s] =	0.1902	0.4099			
Amax [m/s ²] =	0.5852	8.4340			
Fsmax [N] =	1,511,454.66	2,349,813.64			
Energías máximas			Cortante basal máximo		
	Sin ISE	Con ISE		Sin ISE	Con ISE
EKmax [J] =	36,857.10	144,238.07	Vbmax [N] =	1,906,331.4	2,552,900.71
EDmax [J] =	258,786.29	971,690.32			
ESmax [J] =	12,979.80	48,610.48	Momento de volteo máximo		
EHmax [J] =	648,248.58	836,153.67		Sin ISE	Con ISE
EK_ED_ESmax [J] =	886,620.27	1,769,962.42	Mvolmax [N*m] =	23,701,111.6	37,348,872.8
EImax [J] =	886,620.27	1,769,962.42			

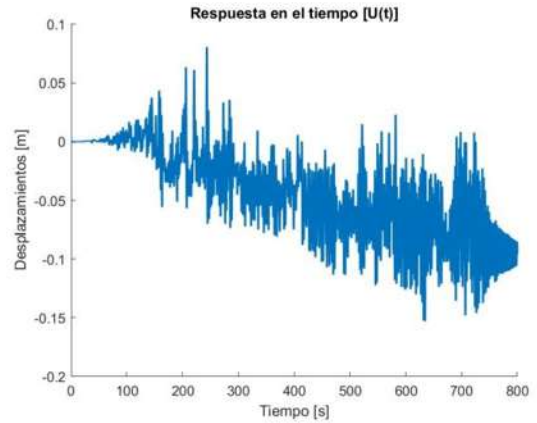
Comentarios de la comparación entre la respuesta inelástica de la columna con su tablero considerada como un oscilador de 2GDL con y sin ISE, ante cargas de viento huracanado gaussiano.

En general, las respuestas máximas aumentan considerablemente cuando se considera la interacción suelo estructura. (tabla 5.12 y figuras 5.21 y 5.22).

Comparado con el análisis lineal, en el análisis no lineal sin ISE, las respuestas máximas de desplazamiento, velocidad, aceleración, y el balance de energía aumentan considerablemente. El cortante máximo disminuye muy poco, y el momento de volteo máximo aumenta. En el análisis no lineal con ISE, las respuestas máximas de desplazamiento, velocidad, aceleración y el balance de energía aumentan considerablemente, mientras que el cortante y el momento de volteo máximos disminuyen 30 y 17%, respectivamente. (figuras 5.21 y 5.22).

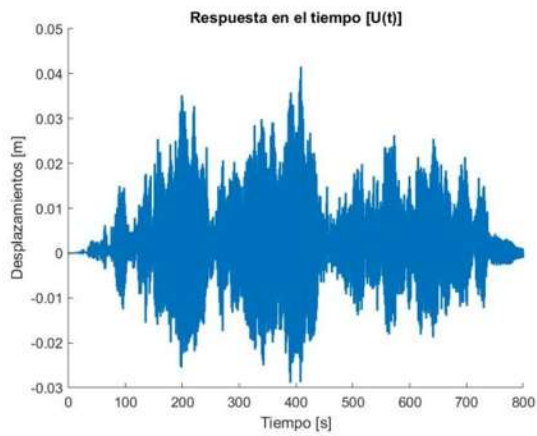


Elástico

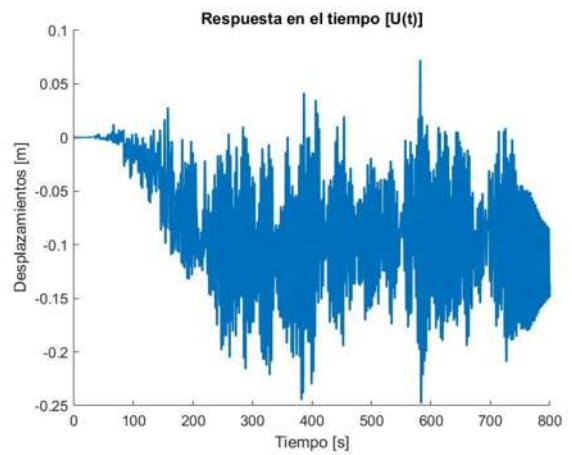


Inelástico

a) Estructura considerando 2 GDL sin ISE



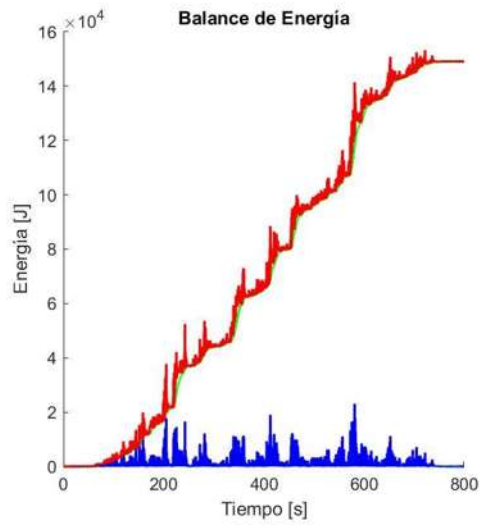
Elástico



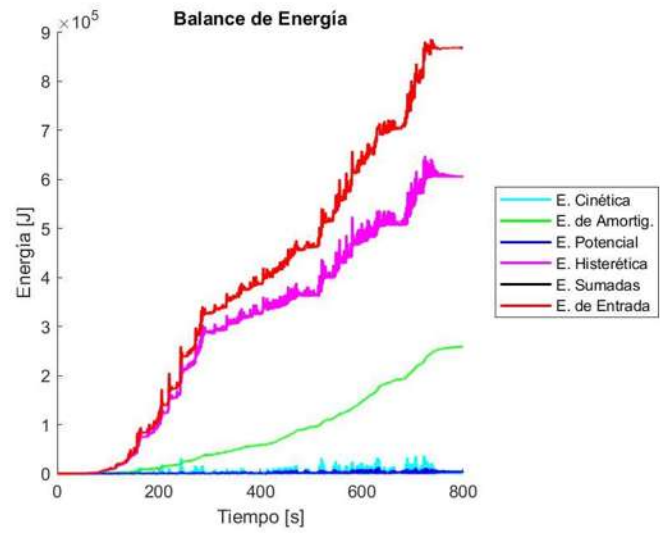
Inelástico

b) Estructura considerando 2 GDL con ISE

Figura 5.21. Historia de desplazamiento ante carga de viento huracanado gaussiano, columna de un puente (suelo blando) .

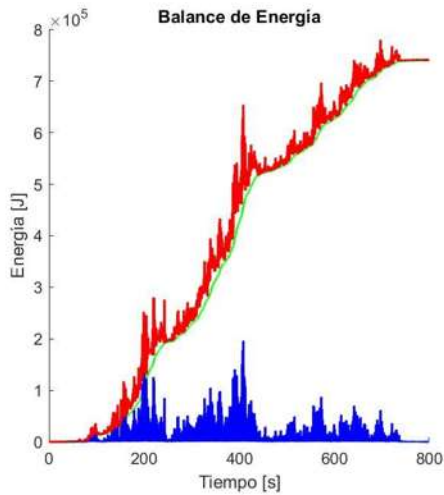


Elástico

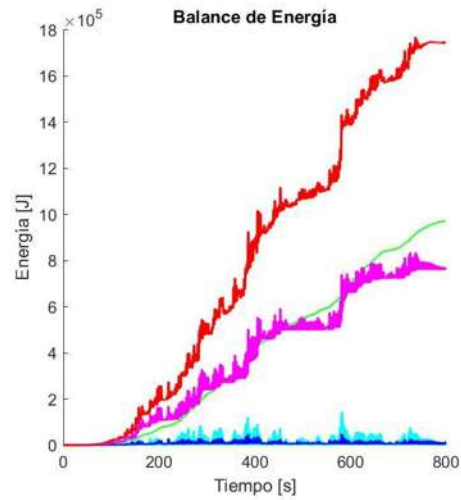


Inelástico

a) Estructura considerando 2 GDL sin ISE



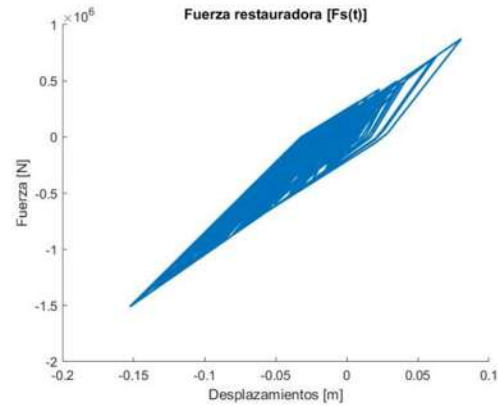
Elástico



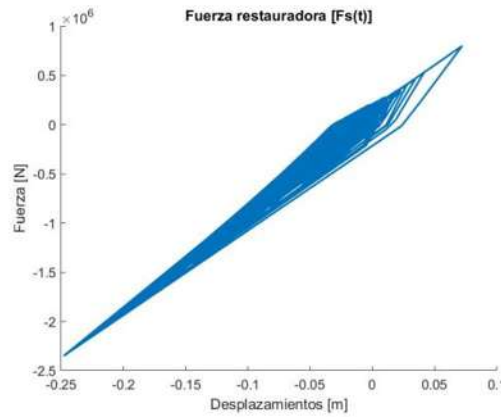
Inelástico

b) Estructura considerando 2 GDL con ISE

Figura 5.22. Balance de energía ante cargas de viento huracanado gaussiano, columna de un puente (suelo blando).



a) Estructura considerando 2 GDL sin ISE



b) Estructura considerando 2 GDL con ISE

Figura 5.23. Fuerza restauradora ante cargas de viento huracanado gaussiano, columna de un puente (suelo blando).

RESULTADOS DE ANÁLISIS ANTE CARGAS SIMULADAS DE VIENTO HURACANADO NO GAUSSIANO DE LA COLUMNA DE UN PUENTE DESPLANTADA SOBRE SUELO BLANDO.

Tabla 5.13. Respuesta máximas en el intervalo elástico ante carga de viento huracanado no gaussiano.

ANÁLISIS ELÁSTICO ANTE CARGAS SIMULADAS DE VIENTO HURACANADO NO GAUSSIANO					
Respuesta máxima en el tiempo					
	Sin ISE	Con ISE			
Umax [m] =	0.03016	0.0657			
Vmax [m/s] =	0.1855	1.0555			
Amax [m/s ²] =	1.5183	65.9438			
Energías máximas			Cortante basal máximo		
	Sin ISE	Con ISE		Sin ISE	Con ISE
EKmax [J] =	34,599.49	357,871.63	Vbmax [N] =	2,654,481.05	5,788,756.9
EDmax [J] =	426,745.35	5,662,019.3			
ESmax [J] =	41,618.86	411,553.7	Momento de volteo máximo		
EK_ED_ESmax [J] =	426,781.31	5,670,330.1		Sin ISE	Con ISE
EImax [J] =	426,787.18	5,671,901.2	Mvolmax [N*m] =	29,766,173.32	93,606,346.2

Comentarios de la comparación entre la respuesta elástica de la estructura considerada como un oscilador de 2GDL con y sin ISE, ante cargas de viento huracanado no gaussiano.

En general, las respuestas máximas de desplazamiento, velocidad y aceleración aumentan en gran medida cuando se considera la interacción suelo estructura. Lo mismo sucede con el cortante máximo, el momento de volteo máximo y el balance de energía. (tabla 5.13, figuras 5.24 y 5.25).

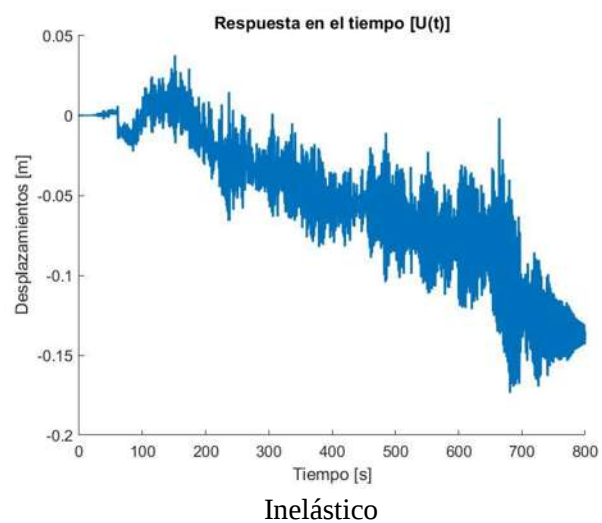
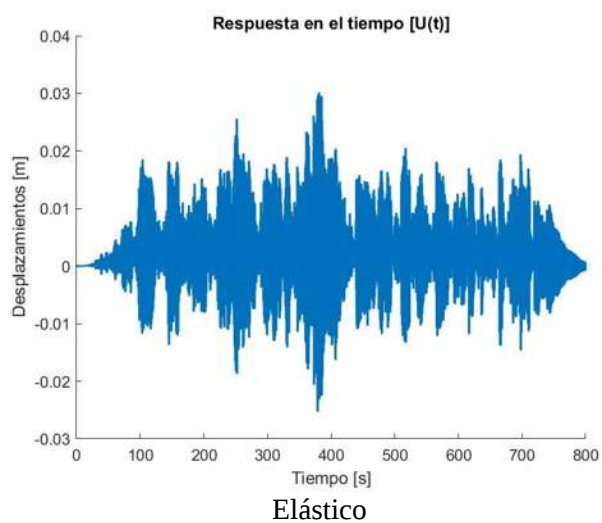
Tabla 5.14. Respuesta máximas en el intervalo inelástico ante carga de viento huracanado no gaussiano.

ANÁLISIS INELÁSTICO ANTE CARGAS SIMULADAS DE VIENTO HURACANADO NO GAUSSIANO					
Respuesta máxima en el tiempo					
	Sin ISE	Con ISE			
Umax [m] =	0.1735	0.4805			
Vmax [m/s] =	0.2628	1.7767			
Amax [m/s ²] =	3.5508	71.46			
Fsmax [N] =	2,307,188.28	5,008,679.4			
Energías máximas			Cortante basal máximo		
	Sin ISE	Con ISE		Sin ISE	Con ISE
EKmax [J] =	62,776.42	290,713.6	Vbmax [N] =	3,803,350.57	7,031,390.7
EDmax [J] =	462,819.05	7,032,664.7			
ESmax [J] =	30,244.33	253,123.4	Momento de volteo máximo		
EHmax [J] =	700,708.18	216,007.8		Sin ISE	Con ISE
EK_ED_ESmax [J] =	1,117,721.37	6,930,527.2	Mvolmax [N*m] =	51,068,380.93	121,513,553.8
EImax [J] =	1,117,721.37	6,930,527.2			

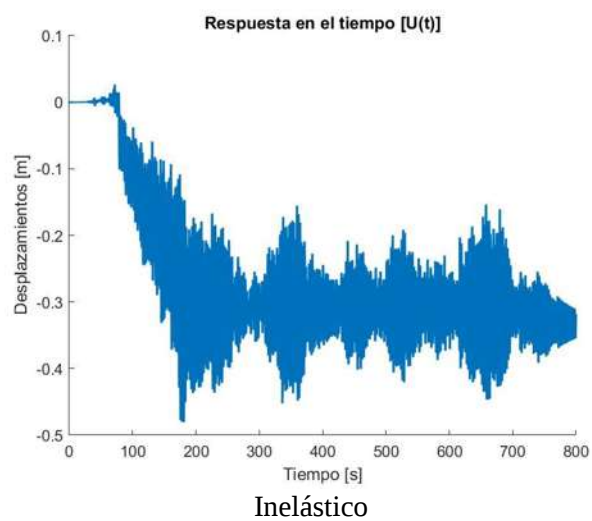
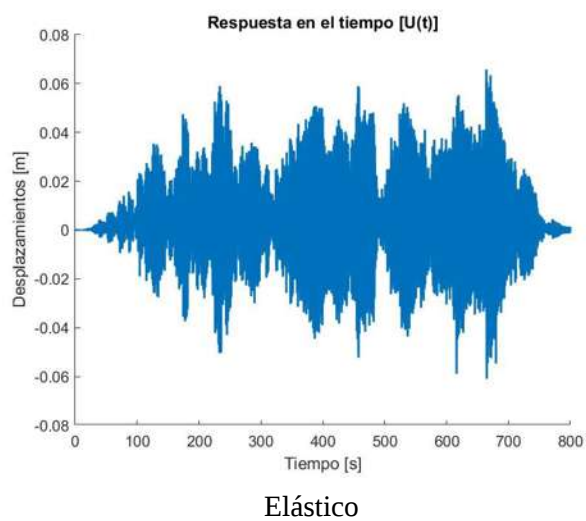
Comentarios de la comparación entre la respuesta elástica de la estructura considerada como un oscilador de 2GDL con y sin ISE, ante cargas de viento huracanado no gaussiano.

En general, las respuestas máximas de desplazamiento, velocidad y aceleración aumentan en gran medida cuando se considera la interacción suelo estructura. Lo mismo sucede con el cortante máximo, el momento de volteo máximo y el balance de energía. (tabla 5.14, figuras 5.24 y 5.25).

Comparado con el análisis lineal, en el análisis no lineal sin ISE, las respuestas máximas de desplazamiento, aceleración y balance de energía aumentan considerablemente (figura 5.24). La respuesta máxima de velocidad y el cortante máximo aumentan en promedio un 42%. El momento de volteo máximo aumenta en un 71%. En el análisis no lineal con ISE, las respuesta máxima de desplazamiento aumenta considerablemente, la de velocidad y aceleración aumentan en 68 y 8%, respectivamente. El balance de energía aumenta 29% (figura 5.25), mientras que el cortante y el momento de volteo máximos aumentan en promedio 21%.

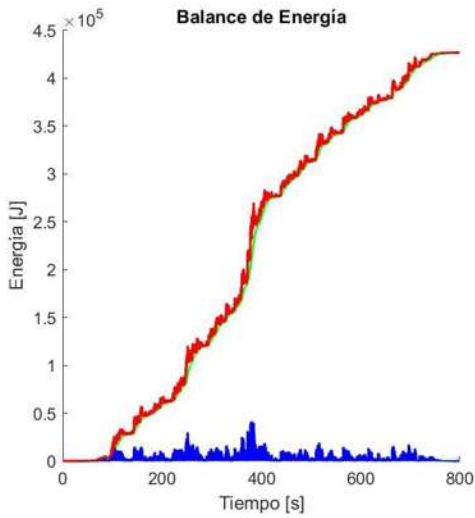


a) Estructura considerando 2 GDL sin ISE

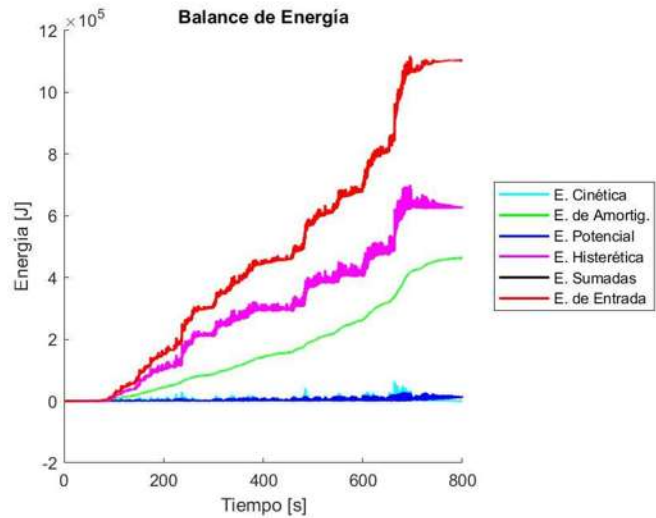


b) Estructura considerando 2 GDL con ISE

Figura 5.24. Historia de desplazamiento ante carga de viento huracanado no gaussiano, columna de un puente (suelo blando)

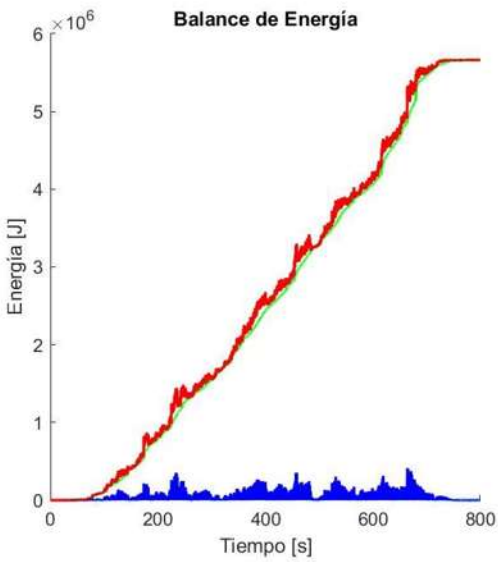


Elástico

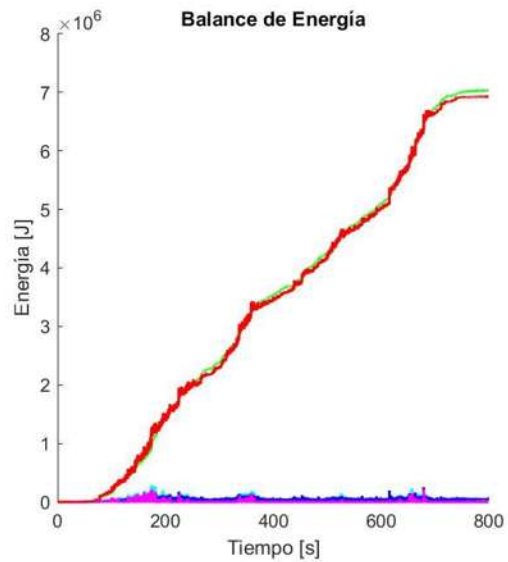


Inelástico

a) Estructura considerando 2 GDL sin ISE



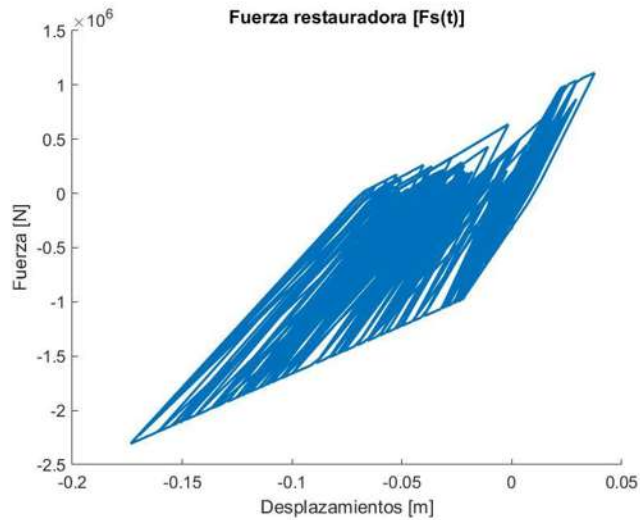
Elástico



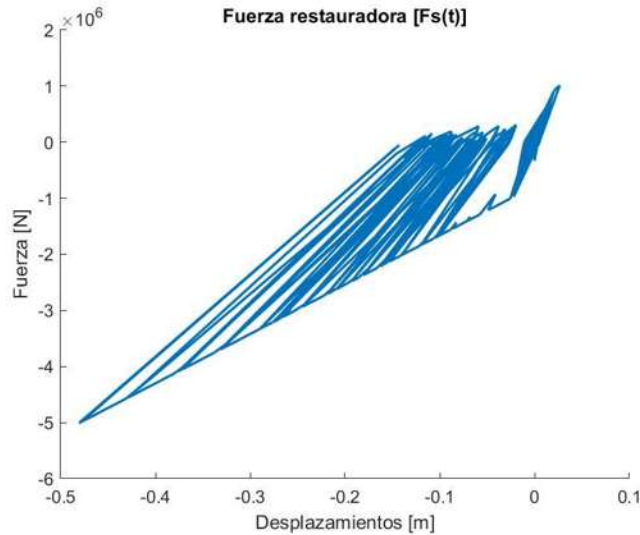
Inelástico

b) Estructura considerando 2 GDL con ISE

Figura 5.25. Balance de energía ante cargas de viento huracanado no gaussiano, columna de un puente (suelo blando).



a) Estructura considerando 2 GDL sin ISE



b) Estructura considerando 2 GDL con ISE

Figura 5.26. Fuerza restauradora ante cargas de viento huracanado no gaussiano, columna de un puente (suelo blando).

Comparado con el análisis lineal, en el análisis no lineal sin ISE, las respuestas máximas de desplazamiento, y aceleración aumentan en gran medida. La respuesta máxima de velocidad aumenta en un 40%. La cortante máxima y momento máximo de volteo aumentan en un 43% y 71%, respectivamente. El balance de energía aumenta considerablemente. En el análisis no lineal con ISE la respuesta máxima de desplazamiento aumenta en gran medida, mientras que la de velocidad y aceleración aumentan en un 68 y 8%, respectivamente. El cortante máximo y el momento de volteo máximo aumentan en un 21 y 29%, respectivamente. El balance máximo total de energía aumenta en un 22%. (figuras 5.24 y 5.25).

COMPARACIÓN DE LA RESPUESTA DE LA COLUMNA CON SU TABLERO ANTE CARGAS DE VIENTO SIMULADAS COMO: VIENTO SINÓPTICO, VIENTO HURACANADO GAUSSIANO Y NO GAUSSIANO.

Comparando las respuestas máximas obtenidas del análisis elástico con cargas simuladas de viento sinóptico y viento huracanado gaussiano, sin ISE, se puede observar que, las respuesta máximas de desplazamiento, velocidad, aceleración, el cortante y el momento de volteo máximos, así como el balance de energía aumentan de manera considerablemente con las cargas simuladas de viento huracanado gaussiano. (figuras 5.27 y 5.29). Con el análisis inelástico sin ISE, de igual forma, las respuestas máximas aumentan considerablemente a excepción de la aceleración máxima que aumenta un 13%. (figuras 5.28 y 5.30).

Comparando las respuestas máximas obtenidas del análisis elástico con cargas simuladas de viento huracanado gaussiano y viento huracanado no gaussiano, sin ISE, se puede observar que, con las cargas simuladas de viento huracanado no gaussiano, las respuesta máximas de desplazamiento, velocidad y aceleración aumentan en 34, 61 y 96%, respectivamente. El cortante y el momento de volteo máximos aumentan en promedio 32%. El balance máximo de energía aumenta considerablemente. (figuras 5.27 y 5.29). Con el análisis inelástico sin ISE, las respuestas máximas de desplazamiento y velocidad se incrementan en menor medida con las cargas simuladas de huracán no gaussiano, en un 13 y 38%, respectivamente. La aceleración máxima, el cortante y el momento de volteo máximos aumentan considerablemente, mientras que el balance de energía aumenta en un 26%. (figuras 5.28 y 5.30).

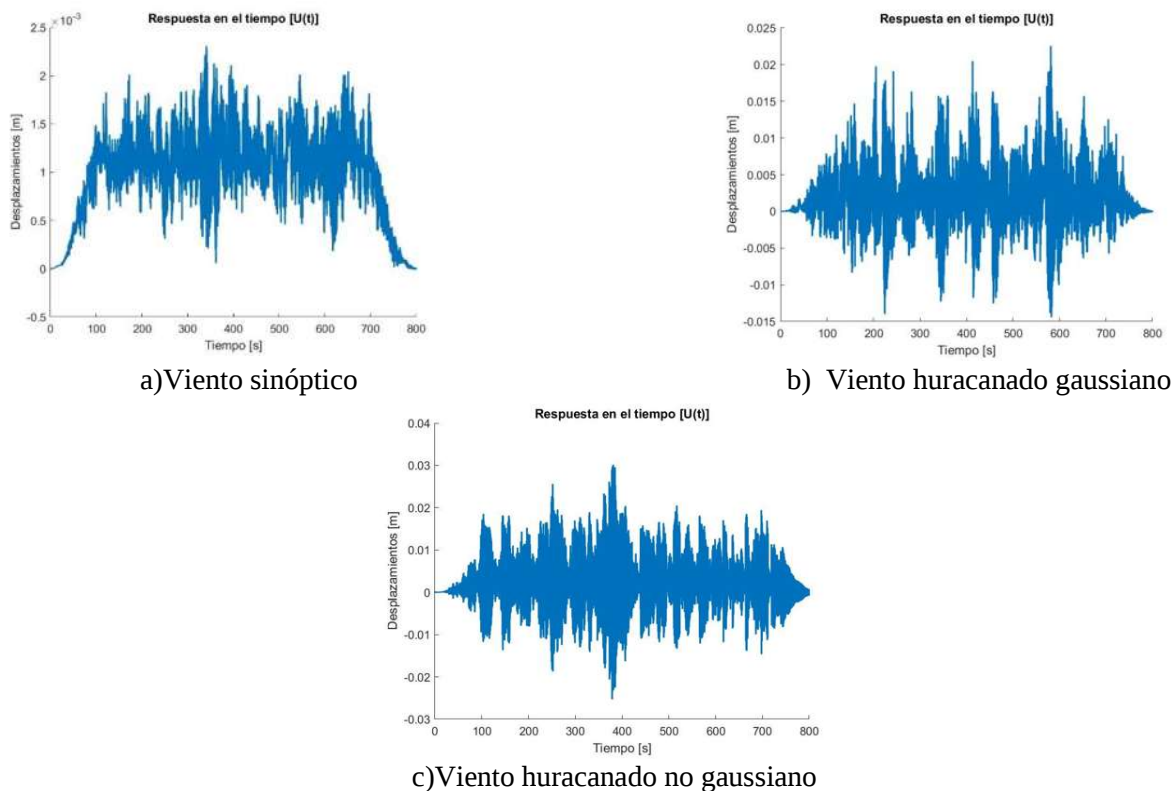
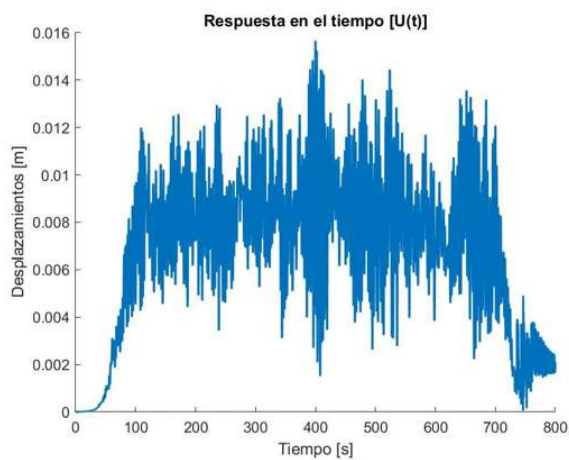
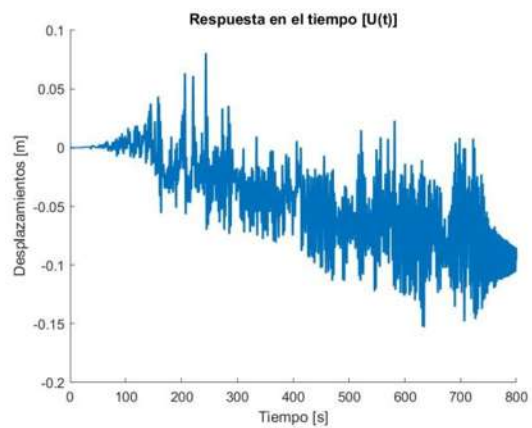


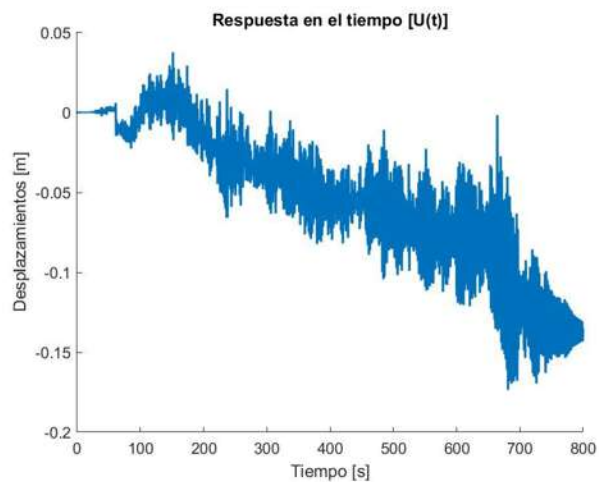
Figura 5.27. Historia de desplazamiento en el intervalo elástico de la columna con su tablero considerada con 2GDL sin ISE ante cargas simuladas de viento (suelo blando).



a) Viento sinóptico

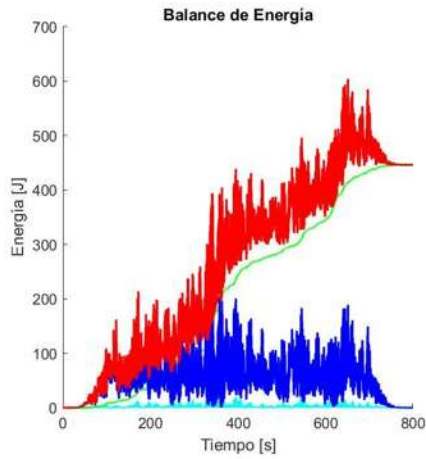


b) Viento huracanado gaussiano

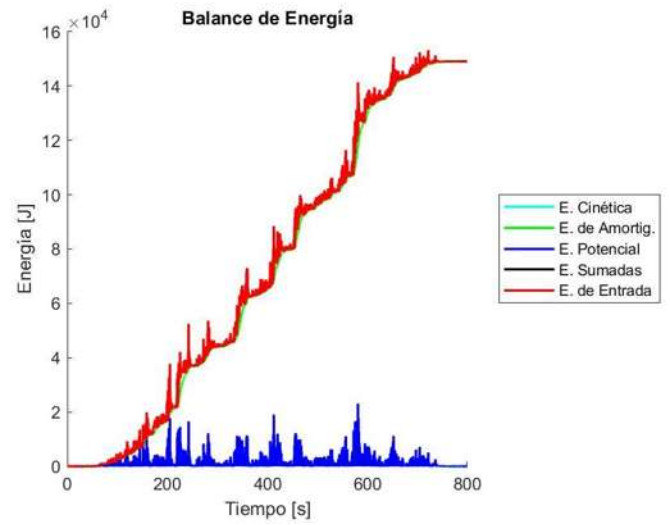


a) Viento huracanado no gaussiano

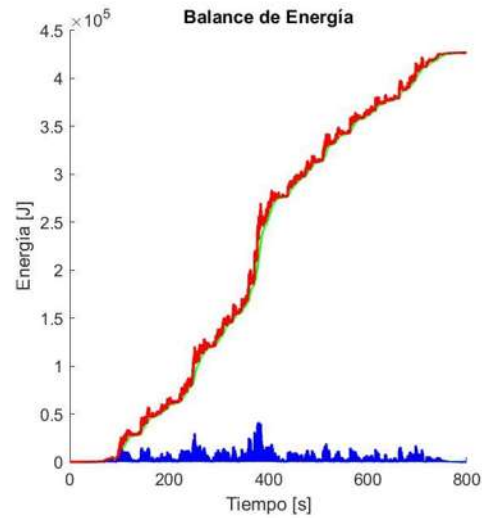
Figura 5.28. Historia de desplazamiento en el intervalo inelástico de la columna con su tablero considerada con 2GDL sin ISE ante cargas simuladas de viento (suelo blando).



a) Viento sinóptico

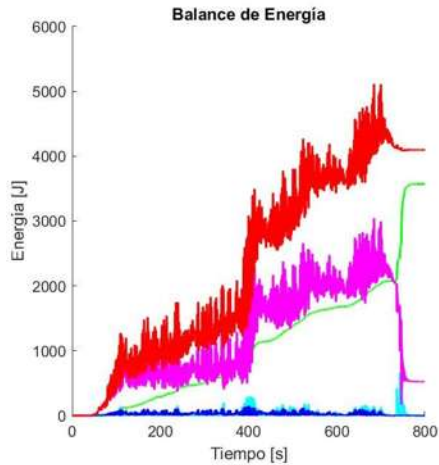


b) Viento huracanado gaussiano

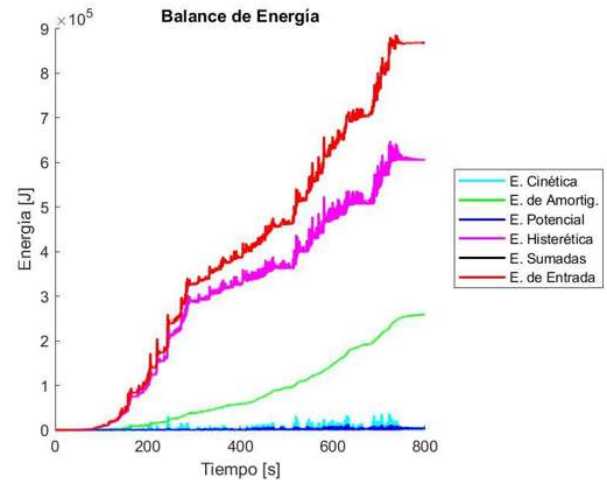


b) Viento huracanado no gaussiano

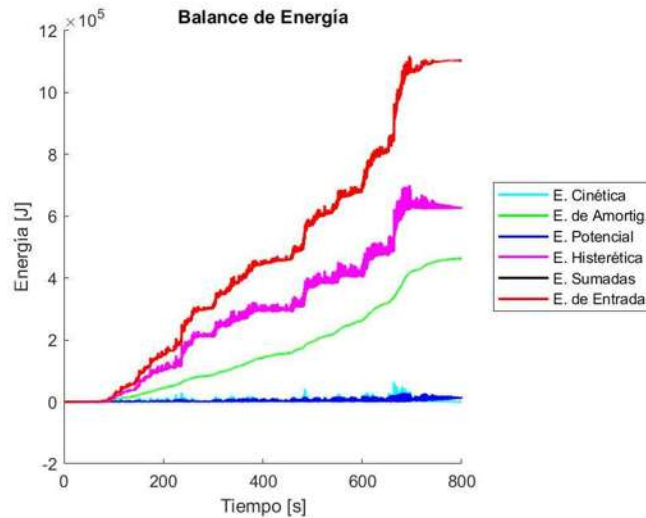
Figura 5.29. Balance de energía en el intervalo elástico de la columna con su tablero considerada con 2GDL sin ISE ante cargas simuladas de viento.



a) Viento sinóptico



b) Viento huracanado gaussiano



c) Viento huracanado no gaussiano

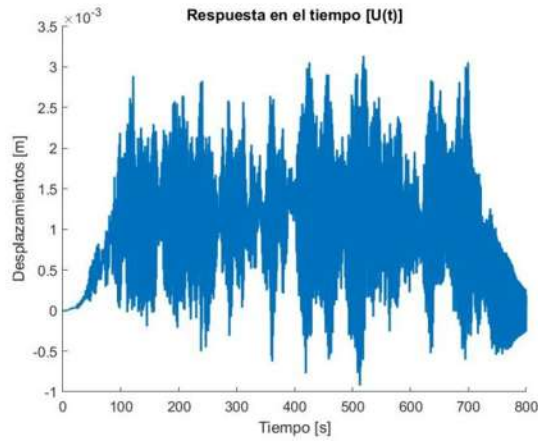
Figura 5.30. Balance de energía en el intervalo inelástico de la columna con su tablero considerada con 2GDL sin ISE ante cargas simuladas de viento.

Comentarios de la comparación entre la respuesta máxima de la columna con su tablero considerada como un oscilador de 2gdl con ISE, ante cargas de viento simuladas como: viento sinóptico, viento huracanado gaussiano y no gaussiano.

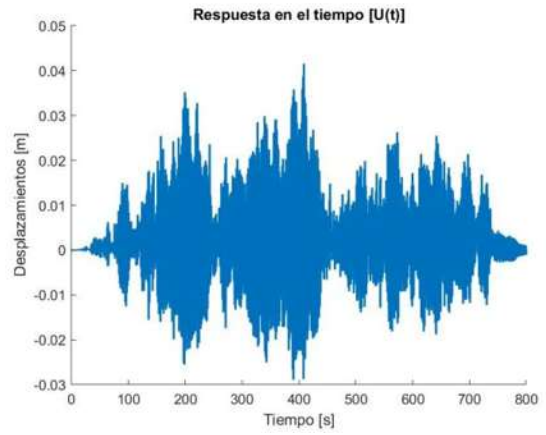
Comparando las respuestas máximas obtenidas del análisis elástico con cargas simuladas de viento sinóptico y viento huracanado gaussiano, con ISE, se puede observar que, en general las respuestas máximas aumentan en gran medida con las cargas simuladas de viento huracanado gaussiano. (figuras 5.31 y 5.33). Con el análisis inelástico con ISE, de igual forma, las respuestas máximas aumentan considerablemente (figuras 5.32 y 5.34).

Comparando las respuestas máximas obtenidas del análisis elástico con cargas simuladas de viento huracanado gaussiano y viento huracanado no gaussiano, con ISE, se puede observar que, con las cargas simuladas de viento huracanado no gaussiano, la respuesta máxima de desplazamiento y la fuerza cortante máxima aumentan en un 58%, mientras que el resto de las respuestas máximas aumentan considerablemente. (figuras 5.31 y 5.33). Con el análisis inelástico con ISE, la respuesta

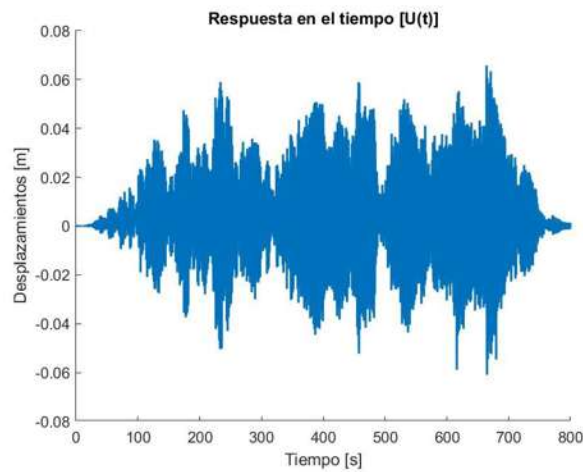
máxima de desplazamiento aumenta en un 93% con las cargas de viento huracanado no gaussiano. De igual manera, las respuestas máximas de velocidad aceleración, la fuerza cortante máxima, el momento de volteo y el balance de energía aumentan considerablemente. (figuras 5.32 y 5.34).



a) Viento sinóptico

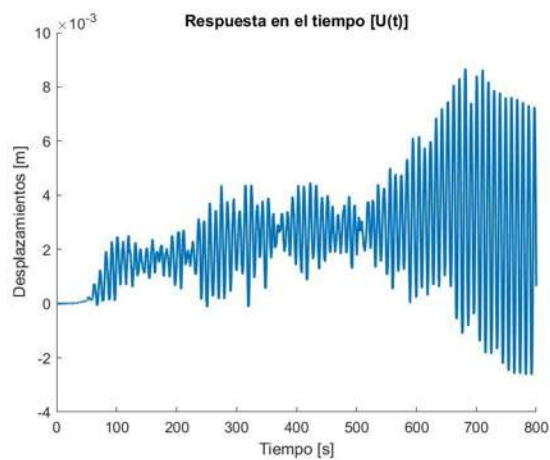


b) Viento huracanado gaussiano

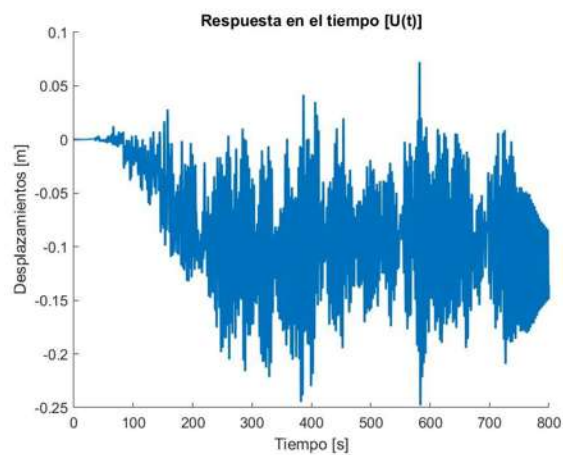


c) Viento huracanado no gaussiano

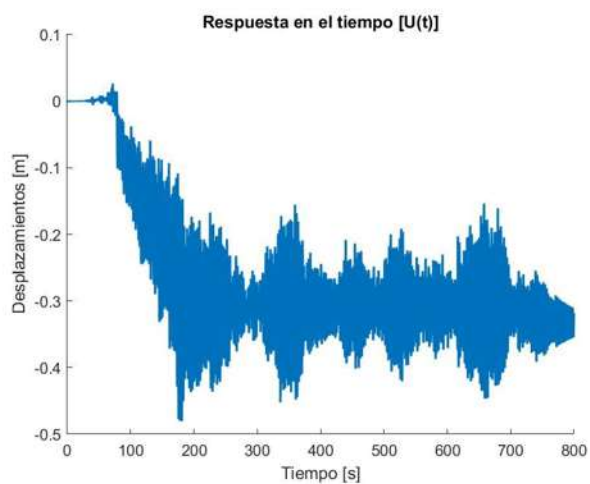
Figura 5.31. Historia de desplazamiento en el intervalo elástico de la estructura considerada con 2GDL con ISE ante cargas simuladas de viento.



a) Viento sinóptico

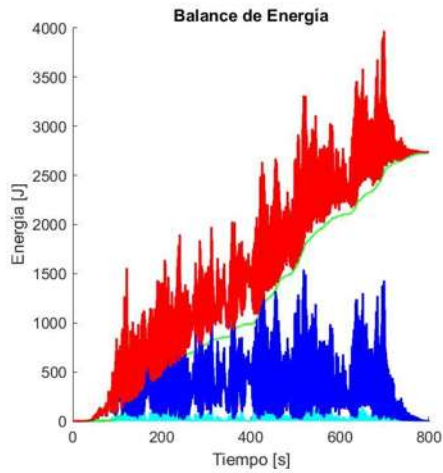


b) Viento huracanado gaussiano

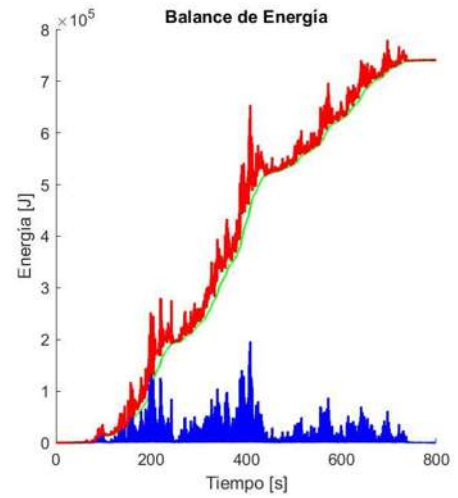


c) Viento huracanado no gaussiano

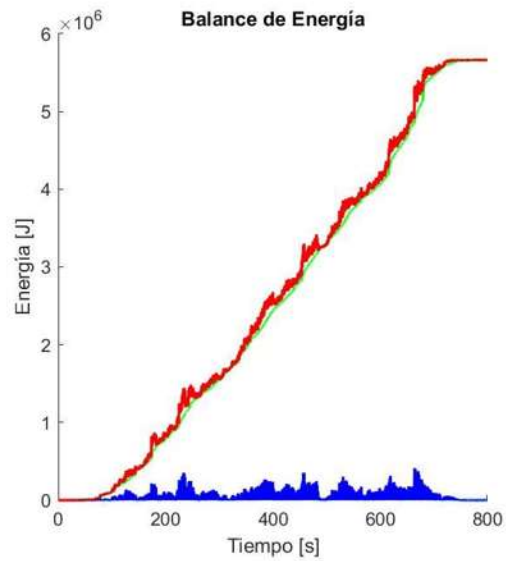
Figura 5.32. Historia de desplazamiento en el intervalo inelástico de la estructura considerada con 2GDL con ISE ante cargas simuladas de viento.



a) Viento sinóptico

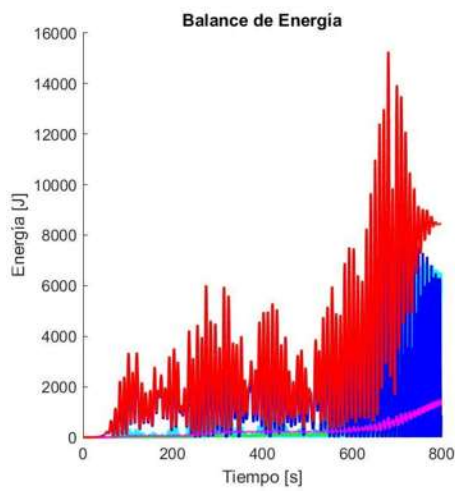


b) Viento huracanado gaussiano

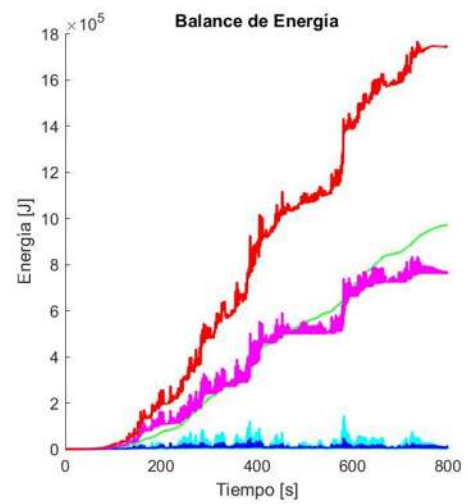


c) Viento huracanado no gaussiano

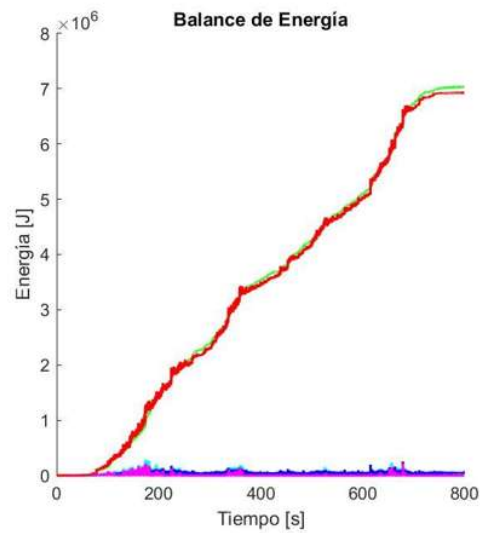
Figura 5.33. Balance de energía en el intervalo elástico de la estructura considerada con 2GDL con ISE ante cargas simuladas de viento.



a) Viento sinóptico



b) Viento huracanado gaussiano



c) Viento huracanado no gaussiano

Figura 5.34. Balance de energía en el intervalo inelástico de la estructura considerada con 2GDL con ISE ante cargas simuladas de viento.

APÉNDICE 5A

ANÁLISIS DE LA COLUMNA DEL PUENTE CON EL MÉTODO ESTÁTICO SUGERIDO EN EL MDOC-2015.

5A.1. Datos de entrada

Aceleración máxima espectral, $c = 3,575 \text{ cm} / \text{s}^2$.

Peso total, $W_p = (1,075,500 \text{ kg})(9.81 \text{ m} / \text{s}^2) = 10,550,655 \text{ N}$.

Altura de la columna, $h = 12 \text{ m}$.

5A.2. Clasificación de la estructura.

Clasificación A de acuerdo con su importancia y A1 por su tamaño.

5A.3. Solución del método estático.

El efecto de las aceleraciones verticales de la masa superior se toma en cuenta mediante un momento equivalente aplicado en la parte superior del elemento resistente.

La fuerza de inercia, P , que actúa sobre la masa del péndulo se calcula como se indica en la ecuación 5.2 del inciso 3.5.2 de Recomendaciones (MDOC 2015) y la ordenada espectral máxima normalizada $a\langle T_a, \beta \rangle$ se obtendrá con la ecuación 1.14 del inciso 3.1.6.4 de Recomendaciones.

$$a\langle T_a, \beta \rangle = \frac{3,575 \text{ cm} / \text{s}^2}{981 \text{ cm} / \text{s}^2} = 3.64g \quad (5.49)$$

$$P = \frac{a\langle T_a, \beta \rangle}{Q\langle T_e, Q \rangle R\langle T_e, R_o \rangle} W_p \quad (5.50)$$

Para estructuras tipo péndulo invertido $Q\langle T_e, Q \rangle = 1$ y $R\langle T_e, R_o \rangle = 1.25$, por lo tanto,

$$P = \frac{\frac{3,575 \text{ cm} / \text{s}^2}{981 \text{ cm} / \text{s}^2}}{(1)(1.25)} (10,550,655 \text{ N}) = 30,723,507 \text{ N} \quad (5.51)$$

Adicionalmente, se obtiene el momento equivalente aplicado en la parte superior (ecuación 5.1 del inciso 3.5.2 de Recomendaciones).

$$M = 1.5(P) r_m^2 \frac{\varphi}{x} \quad (5.52)$$

Donde, el radio de giro de la masa, r_m , se calcula con la siguiente ecuación

$$r_m = \sqrt{\frac{I_w}{W_p}} \quad (5.53)$$

donde I_w es el momento másico de inercia de la columna y es igual a $I_w = 124,084.2407 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$, por lo tanto

$$r_m = \sqrt{\frac{124,084.2407 \text{ kN} \cdot \text{m}^2}{10,547.05 \text{ kN}}} = 3.43 \text{ m} \quad (5.54)$$

Para determinar φ/x generado por la fuerza sísmica, P , se supondrán las demandas de desplazamiento y rotación en el extremo de una columna empotrada en su base con una carga puntual en el extremo libre, es decir

$$\frac{\varphi}{x} = \frac{3}{2h} = \frac{3}{2(12)} = 0.125 \frac{1}{m} \quad (5.55)$$

Se calcula el momento en la parte superior,

$$M = 1.5(30,723,507 \text{ N})(3.43 \text{ m})^2 (0.125) = 67,773,560.2 \text{ N} \cdot \text{m} \quad (5.56)$$

Finalmente, los efectos finales en la base son,

Cortante, $V = 30,723,507 \text{ N}$.

Momento, $M = 67,773,560.2 \text{ N} \cdot \text{m} + (30,723,507 \text{ N})(12 \text{ m}) = 436,455,644 \text{ N} \cdot \text{m}$

Tabla 5.15 Comparación de elementos mecánicos en la base de la columna sin considerar masa de la pila ni efectos por carga axial.

	Cortante (N)	Momento (N-m)
Método estático MDOC	30,723,507	436,455,644
Sistema considerado 1GDL y 5% de amortiguamiento. Con aceleración constante.	53,456,484	641,477,811
Sistema considerado 1GDL y 0% de amortiguamiento. Con aceleración constante.	57,450,324	689,403,888.5
Sistema considerado 1GDL y 5% de amortiguamiento. Con el registro de San José de Llanos.	15,787,090	189,445,090
Sistema considerando cabeceo 5%	55,840,225	667,031,351
Sistema considerando cabeceo 0%	59,636,638	727,431,819

Tabla 5.16 Comparación de los efectos en la base de la columna considerando masa de la pila y efectos por carga axial.

Considerando masa de la pila y carga axial	Cortante (N)	Momento (N-m)
Método estático MDOC	30,723,507	436,455,644
Sistema considerando cabeceo 5%. Aceleración constante	55,016,172	654,728,899
Sistema considerando cabeceo 0%. Aceleración constante.	58,673,536	704,185,207

CONCLUSIONES

Las metodologías simplificadas de revisión y diseño estructural ante cargas eólicas, presentes en la normativa nacional tienden a subestimar las cargas eólicas aplicadas en la estructura y por ende la respuesta de esta. Lo anterior implica un problema porque no se garantiza la seguridad estructural, por lo tanto, es indispensable que las normas y reglamentos a nivel nacional y municipal se actualicen y homogenicen para que puedan aplicarse de manera correcta y por tanto mejorar la seguridad estructural frente a cargas eólicas.

Además de realizar análisis de una estructura tipo péndulo invertido ante cargas simuladas de viento longitudinal es conveniente hacer análisis de esta ante simulaciones de carga de viento transversal, ya que puede presentarse el caso de que la respuesta ante estas simulaciones sea mayor. En el ejemplo de análisis del capítulo 2 se demostró que, el desplazamiento máximo, la fuerza cortante y el momento máximos resultan mayor con la simulaciones de viento transversal, y la diferencia se incrementa a medida que se aumenta la velocidad media de referencia, lo cual puede cambiar las consideraciones de diseño. De igual manera, en el capítulo 2 también se mostró la importancia de aplicar una función de modulación a las cargas de viento simuladas para que la respuesta de la estructura no se sobreestime a consecuencia de la aplicación repentina de la carga.

Utilizar un método eficiente de simulación multivariante no gaussiano para las cargas de huracán es más eficiente porque representa de una manera más adecuada las características de no estacionariedad de los huracanes. Además, de acuerdo con el ejemplo de aplicación del capítulo 3 se mostró que la respuesta en el intervalo elástico, de la estructura ante viento huracanado no estacionario es mucho mayor que la respuesta con cargas de viento huracanado gaussiano o de viento sinóptico. Lo que lleva a concluir que en zonas con alta incidencia de huracanes es importante simular las cargas de huracán considerando las características de no estacionariedad, de lo contrario la respuesta y las reacciones en la base de la estructura se estarán subestimando demasiado, poniendo en riesgo la seguridad estructural. Si no se optase por simular las cargas de huracán con características no gaussianas, se recomienda simularlas como viento huracanado gaussiano, puesto que, la respuesta de la estructura ante estas, según lo visto en el capítulo 3, resulta mucho mayor que con las cargas simuladas como viento sinóptico.

Cuando se trate de estructuras ubicadas en zonas de alta incidencia de huracanes es recomendable realizar los análisis por viento puesto que se puede presentar el caso en el que sean de más peso que el análisis sísmico.

De acuerdo con los resultados obtenidos en los ejemplos de aplicación del capítulo 5, se concluye que, considerar el cabeceo en las estructuras tipo péndulo invertido, cuando se tiene una excitación en la base es importante porque la respuesta de la estructura puede variar drásticamente ya sea aumentando o disminuyendo. Por ejemplo, para la columna analizada en este trabajo, en el caso de la excitación en la base, los desplazamientos, la velocidad y la aceleración disminuyen hasta el 50%, al igual que el balance de energía, la fuerza cortante máxima y el momento de volteo máximo. Para el caso de la excitación en la masa aumentaron alrededor del 25%. Por lo tanto, es de vital importancia considerar el cabeceo en el análisis de estas estructuras ya que puede afectar su comportamiento y por ende sus consideraciones de diseño. De igual manera se mostró que considerar la interacción suelo estructura afecta el comportamiento de la estructura presentando una respuesta mayor, así como reacciones en la base mayores. Se recomienda hacer análisis considerando cabeceo y las características del suelo en estructuras importantes ya que el

comportamiento puede ser muy variado si se consideran o no estos aspectos, entiéndase por variado a que pueden beneficiar o perjudicar el comportamiento de la estructura. Es importante resaltar, que cuando el tipo de terreno sobre el que se va a desplantar la estructura es roca dura, no es necesario hacer análisis con ISE, porque los resultados son prácticamente iguales que si se considera la base empotrada, lo anterior se pudo apreciar en el ejemplo de aplicación ante carga sísmica y ante carga simulada de viento sinóptico. Cuando se tiene otro tipo de suelo es importante considerar ISE.

Cuando se hace análisis paso a paso, permitiendo que la estructura incurra en el intervalo inelástico, las respuestas de desplazamiento velocidad y aceleración disminuyen cuando la excitación se encuentra en la base de la estructura. Cuando la excitación se considera en la masa las respuestas en general aumentan cuando se considera la no linealidad del material. Es importante aclarar que no existe información en la literatura acerca de cómo obtener los parámetros para el modelo histerético cuando la excitación está en la masa, la forma mencionada en este trabajo es con la finalidad de presentar unos posibles resultados. Estos parámetros pudieran obtenerse en un ensayo a escala real, o a cualquier escala. Respecto a la energía, se observa que no siempre se mantiene, esta puede variar dependiendo del daño o de la energía histerética que se presente, en esto influyen la rigidez y los parámetros del modelo histerético. Se puede apreciar que la energía histerética en algunos casos es mayor que la energía de amortiguamiento, por lo que resulta más importante el daño que el amortiguamiento.

Con base en los resultados mostrados en el apéndice 5A, se demuestra que con el método estático, sugerido en el MDOC-2015, se sobreestiman en gran medida los efectos en la base de la columna, por tanto, para obtener un comportamiento más cercano a la realidad es preferible al menos realizar un análisis paso a paso en el intervalo lineal.

REFERENCIAS

- ABNT, NBR-6123. (1998). Forças devidas ao vento em edificações. Rio de Janeiro.
- Adhikari, R., y Yamaguchi, H. (1995). A study on the non-stationarity in wind and wind-induced response of tall buildings for adaptive control. Proceedings of Ninth International Conference on Wind Engineering. Vol. 3, 1455-1466. Wiley Eastern Limited.
- ASCE7-16 American Society of Civil Engineers. (2017). Minimum design loads and associated criteria for buildings and other structures. American Society of Civil Engineers.
- Balderrama, J. A., Masters, F. J., y Gurley, K. R. (2012). Peak factor estimation in hurricane surface winds, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 102, 1-13.
- BLANDÓN, N. (2003). Dissipação de Energia em Estruturas de Edifícios sob Ação Sísmica (Doctoral dissertation, Tese D. Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil).
- Bocchini, P., y Deodatis, G. (2008). Critical review and latest developments of a class of simulation algorithms for strongly non-Gaussian Random Fields. Probabilistic Engineering Mechanics, 23(4), 393-407.
- Brook, R.R., y Spillane, K.T. (1970). On the variation of maximum gusts with height, Journal of Applied Meteorology 9 (1), 72-78.
- Carrier, G. F., y Hammond, A. L., & George, O. D. (1971). A model of the mature hurricane. Journal of Fluid Mechanics, 47(1), 145-170.
- Castro, H.G., De Bortoli, M.E., Paz, R.R., y Marighetti, J.O. (2015). Una metodología de cálculo para la determinación de la respuesta dinámica longitudinal de estructuras altas bajo la acción del viento. Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería. 31(4), 235-245.
- Chen, J., y Xu, Y. L. (2004). On modelling of typhoon-induced non-stationary wind speed for tall buildings. The Structural Design of Tall and Special Buildings, 13(2), 145-163.
- Comisión Federal de Electricidad. (1981). Manual de diseño de obras civiles. Diseño por sismo. México.
- Comisión Federal de Electricidad. (1993). Manual de diseño de obras civiles. *Diseño por Viento*. México.
- Comisión Federal de Electricidad. (1993). Manual de diseño de obras civiles. Diseño por sismo. México.
- Comisión Federal de Electricidad. (2008). Manual de diseño de obras civiles. *Diseño por Viento*. México.
- Comisión Federal de Electricidad. (2008). Manual de diseño de obras civiles. Diseño por sismo. México.
- Comisión Federal de Electricidad. (2015). Manual de diseño de obras civiles. Diseño por sismo. México.
- Comisión Federal de Electricidad. (2020). Manual de diseño de obras civiles. *Diseño por Viento*. México.
- Corril, C. (2000). Análise numérica e experimental de efeito para telecomunicações (Doctoral dissertation, Tesis doctoral, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil).
- Counihan, J. O. (1975). Adiabatic Atmospheric Boundary Layers: A review and analysis of data from the period 1880-1972. Atmospheric Environment (1967),9(10), 871-905.
- Davenport, A. G. (1961). The Spectrum of Horizontal Gustiness Near the Ground in High Winds. Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society, 87, 194-211.

- Davenport, A. G. (1961). The Spectrum of Horizontal Gustiness Near the Ground in High Winds. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 87(372), 194–211.
- Davenport, A.G. (1977). The prediction of the response of structures to gusty wind. *Safety of Structures under Dynamic Loading*, Holand, Kavlie, Moe and Sigbjornsson (eds.), Tapir, Trondheim, 257-284.
- Davenport, A.G. (1977). The prediction of the response of structures to gusty wind. *Safety of Structures under Dynamic Loading*, 1, 257-284.
- Deodatis, G., y Micaletti, R. (2001). Simulation of highly skewed non-Gaussian stochastic processes. *Journal of Engineering Mechanics*, 127(12), 1284-1295.
- Dyrbye, C. y Hansen, S.O. (1997). *Wind Loads on Structures*
- ESDU. (2001). Characteristic of atmospheric turbulence near the ground, part II: Single point data for strong winds (neutral atmosphere). Engineering Sciences Data Unit, Tech. Rep. 85020, United Kingdom.
- Eurocode 1. (1995). Basic of design and action on structures-Part 2-4: Actions on structures-Wind actions. European Prestandard ENV 1991-2-4.
- Fu, J. Y., Wu, J. R., Xu, A., Li, Q. S., y Xiao, Y. Q. (2012). Full-scale measurements of wind effects on Guangzhou West Tower. *Engineering Structures*, 35, 120-139.
- GB 50009, 2012. Load Code for the Design of Building Structures. Ministry of Housing and Urban-Rural Construction of the People's Republic of China. China Architecture and Building Press, Beijing.
- Gobierno del Distrito Federal. (1976). Normas Técnicas Complementarias del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal. Diseño por Sismo. México.
- Gobierno del Distrito Federal. (1987). Normas Técnicas Complementarias del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal. Diseño por Sismo. México.
- Gobierno del Distrito Federal. (2004). Normas Técnicas Complementarias del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal. *Diseño por Viento*. México.
- Gobierno del Distrito Federal. (2004). Normas Técnicas Complementarias del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal. Diseño por Sismo. México.
- Gobierno del Distrito Federal. (2017). Normas Técnicas Complementarias del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal. *Diseño por Viento*. México.
- Gobierno del Distrito Federal. (2017). Normas Técnicas Complementarias del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal. Diseño por Sismo. México.
- Gobierno del Distrito Federal. (2020). Normas Técnicas Complementarias del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal. Diseño por Sismo. México.
- Gobierno del Estado de Guerrero. (1994). Reglamento de Construcción para los Municipios del Estado de Guerrero. <http://www.guerrero.gob.mx/consejeriajuridica/>
- Gobierno del Estado de Oaxaca. (2016). Reglamento de Construcción y Seguridad Estructural para el Estado de Oaxaca.
<http://cdam.unsis.edu.mx/files/Desarrollo%20Urbano%20y%20Ordenamiento%20Territorial/Reglamentacion/REGLAMENTO%20DE%20CONSTRUCCION%20C3%93N%20Y%20SEGURIDAD%20ESTRUCTURAL%20PARA%20EL%20ESTADO%20DE%20OAXACA.pdf>

- Gobierno del Estado de Zacatecas. (1983). Reglamento y Normas Técnicas para el Estado de Zacatecas. <http://juchipila.gob.mx/documentosPDF/normas%20tecnicas.pdf>
- Grigoriu, M. (1984). Crossings of non-Gaussian translation processes, *Journal of Engineering Mechanics*, 110(4), 610-620.
- H. Ayuntamiento del Municipio de Aguascalientes. (2019). Código Municipal de Aguascalientes. <https://eservicios2.aguascalientes.gob.mx/NormatecaAdministrador/archivos/MUN-4-2.pdf>
- H. Ayuntamiento del Municipio de Benito de Juárez. (2008). Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Viento del Reglamento de Construcciones del Municipio Benito de Juárez. <https://www.coursehero.com/file/76254196/quintana-roo-reglamento-construccion-municipal-benito-juarez-ntc-2006pdf/>
- H. Ayuntamiento del Municipio de Campeche. (1989). Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Viento del Reglamento de Construcciones del Municipio de Campeche. <https://www.smie.org.mx/archivos/informacion-tecnica/reglamentos-construccion-mexico/campeche/campeche-reglamento-construccion-municipal-ntc.pdf>
- H. Ayuntamiento del Municipio de Chihuahua. (2013). Reglamento de Construcciones y Normas Técnicas para el Municipio de Chihuahua. <http://www.municipiochihuahua.gob.mx/Transparencia/AD/16/81/635664234965868036/Reglamento%20de%20Construcciones%20y%20Normas%20Tecnicas.pdf>
- H. Ayuntamiento del Municipio de Cuernavaca. (2017). Reglamento de Construcciones para el Municipio de Cuernavaca. http://marcojuridico.morelos.gob.mx/archivos/reglamentos_municipales/pdf/Reg00113.pdf
- H. Ayuntamiento del Municipio de Culiacán. (2007). Reglamento de Construcciones para el Municipio de Culiacan. <https://www.culiacan.gob.mx/wp-content/uploads/2018/10/Reglamento-de-Construcciones-para-el-Municipio-de-Culiac%C3%A1n.pdf>
- H. Ayuntamiento del Municipio de Durango. (2016). Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Viento Municipio de Durango. <http://transparencia.municipiodurango.gob.mx/articulo66/II/mar/2016/349-marzo-2016-reglamento-de-construcciones-para-el-mpio-de-dgo.pdf>
- H. Ayuntamiento del Municipio de Hermosillo. (2003). Reglamento de Construcción para el Municipio de Hermosillo. <https://www.smie.org.mx/archivos/informacion-tecnica/reglamentos-construccion-mexico/sonora/sonora-reglamento-construccion-municipal-hermosillo-2003.pdf>
- H. Ayuntamiento del Municipio de León. (2021). Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Viento del Reglamento de Construcciones del Municipio de León. https://du.leon.gob.mx/contenidos/?page_id=220
- H. Ayuntamiento del Municipio de Mérida. (2018). Reglamento de Construcciones del Municipio de Mérida. https://isla.merida.gob.mx/serviciosinternet/normatividad/files/Reglamentos/CONSTRUCCIONES_2018.pdf
- H. Ayuntamiento del Municipio de Mexicali, A.C. (2013). Reglamento de la ley de edificaciones del estado de Baja California <http://www.sidue.gob.mx/doctos/2013/normatividad/39.pdf>
- H. Ayuntamiento del Municipio de Monterrey. (2010). Reglamento para las Construcciones para el Municipio de Monterrey. http://portal.monterrey.gob.mx/pdf/reglamentos/Reg_construcciones.pdf

- H. Ayuntamiento del Municipio de Morelia. (2019). Reglamento de Construcciones y de los Servicios Urbanos para el Municipio de Morelia. http://morelos.morelia.gob.mx/ArchivosTranspMorelia/Art3519/Norm/FraccI/normas_tecnicas%20complementarias%20del%20reglamento%20de%20construcciones.pdf
- H. Ayuntamiento del Municipio de Puebla. (2017). Código Reglamentario para el Municipio de Puebla. <https://www.pueblacapital.gob.mx/images/transparencia/obl/01marco/mun/77.01.coremun.puebla.doc>
- H. Ayuntamiento del Municipio de Tepeji del Río de Ocampo. (2016). Reglamento de Construcción para el Municipio de Tepeji del Río de Ocampo. <http://www.ordenjuridico.gob.mx/Documentos/Estatal/Hidalgo/Todos%20los%20Municipios/wo120748.pdf>
- H. Ayuntamiento del Municipio de Tepic. (2014). Reglamento de Construcción y Seguridad Estructural para el Municipio de Tepic. [http://www.transparenciafiscal.tepic.gob.mx/docs/sistema/docs/2020/20200808-1817-construccion_y_seguridad_estructural_para_el_municipio_de_tepic_\(reglamento_de\).pdf](http://www.transparenciafiscal.tepic.gob.mx/docs/sistema/docs/2020/20200808-1817-construccion_y_seguridad_estructural_para_el_municipio_de_tepic_(reglamento_de).pdf)
- H. Ayuntamiento del Municipio de Tuxtla Gutierrez. (2017). Reglamento de Construcción para el Municipio de Tuxtla Gutierrez. <https://www.tuxtla.gob.mx/admin/php/descargar.php?obj=Mjg=&post=MTk=>
- H. Ayuntamiento del Municipio de Veracruz. (2015). Reglamento de Comercio, Industria y Espectáculos para el Municipio libre de Veracruz. <http://gobiernoabierto.veracruzmunipio.gob.mx/wp-content/uploads/2018/08/REGLAMENTO-DE-CONSTRUCCIONES-P%C3%9ABLICAS-Y-PRIVADAS-PARA-EL-MUNICIPIO-LIBRE-DE-VERACRUZ.pdf>
- Haitham A., Amal E., Ayman E.A. Ashraf E. (2016). Review on Dynamic and quasi-static buffeting response of transmisión líneas under synoptic and non-synoptic winds, Engineering Structures, 112 23-46.
- Hansen, S.O. y Krenk, S. (1999). Dynamic along-wind response of simple structures. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 82, pp. 147-171.
- Harris, R.I. (1968). On the spectrum and auto-correlation function of gustiness in high winds. Electrical Research Association.
- Harris, R.I. (1970). The nature of the wind. Seminar on Modern Design of Wind-Sensitive Structures. Construction Industry Research y Information, CIRIA, London, pp. 29-55.
- Harris, R.I., y Deaves, D.M. (1980). The structure of strong winds. Proceedings of the CIRIA Conference.
- He, Y. C., Lin, H. B., Fu, J. Y., Chan, P. W., Zheng, Q. X., Deng, T. (2021). Dependence of wind load on air density for high rise buildings. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 211, 104558.
- Hiriart, D. (2001). Wind power spectrum measured at the San Pedro Mártir Sierra. Revista Mexicana de Astronomía y Astrofísica, 37, 213- 220.
- Högström, U., Bergström, H., y Alexandersson, H. (1982). Turbulence characteristics in a near neutrally stratified urban atmosphere. Boundary Layer Meteorology, 23, 449-472.
- Holmes, J. D. (2001). Wind Loading of Structures", Spon Press.
- Holmes, J.D. (2004). Wind Loading on Structures. CRC press.

- Huang, N. E., Shen, Z., Long, S. R., Wu, M. C., Shih, H. H., Zheng, Q., y Liu, H. H. (1998). The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: mathematical, physical and engineering sciences*, 454(1971), 903-995.
- INTI-CIRSOC. (2005). *Comentarios al Reglamento Argentino de acción del Viento sobre las Construcciones*, Instituto Nacional de Tecnología Industrial, Centro de Investigación de los Reglamentos Nacionales de Seguridad para las Obras Civiles.
- Jeong, S. Y., Alinejad, H., y Kang, T. H. K. (2021). Performance-based wind design of high-rise buildings using generated time-history wind loads. *Journal of Structural Engineering*, 147(9), 04021134.
- JING, J., y LEE, L. (1998). A study of along wind speed power spectrum for Taiwan area. *Journal of Marine Science and Technology*, 6(1), 71-77.
- Kaimal, J. C. (1972). Spectral characteristics of surface-layer turbulence. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 98(417), 563-589.
- Kaimal, J. C., Wyngaard, J. C. J., Izumi, Y., y Coté, O. R. (1972). Spectral characteristics of surface-layer turbulence. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 98(417), 563-589.
- Kareem, A., y Zhao, J. (1994). Analysis of non-Gaussian surge response of tension leg platforms under wind loads. *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, 116 (3), 137-144.
- Kepert, J. (2001). The dynamics of boundary layer jets within the tropical cyclone core. Part I: Linear theory. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 58(17), 2469-2484.
- Kepert, J. y Wang, Y. (2001). The dynamics of boundary layer jets within the tropical cyclone core. Part II: Nonlinear 520 enhancement. *Journal of the atmospheric sciences*, 58(17), 2485-2501.
- Kolmogorov, A. (1941). The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds numbers. *Doklady Akademii Nauk SSSR*, 30, 301-305.
- Krenk, S. (1996). Wind field coherence and dynamic wind forces. *Symposium on Advances in Nonlinear Stochastic Mechanics: Proceedings of the IUTAM Symposium held in Trondheim, Norway, 3-7 July 1995*, 269-278. Springer Netherlands.
- Liang, S., Liu, S., Li, Q.S., Zhang, L., Gu, M. (2002). Mathematical model of acrosswind dynamic loads on rectangular tall buildings. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 90, 1757-1770.
- Lorenzo, I. F., Elena, B. C., Rodríguez, P. M., y Parnás, V. B. E. (2020). Dynamic analysis of self-supported tower under hurricane wind conditions. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 197, 104078.
- Løvik, A. R. (2018). *Non-Stationary Buffeting Response of Slender Suspension Bridges* (Master's Thesis, NTNU).
- Lui Y, Kopp G A., Chen S. (2021). An examination of the Gust Effect Factor for Rigid High-Rise Buildings, *Frontiers in Built Environment*, 6:620071, doi: 10.3389/fbuil.2020.620071.
- MDOC. (2020). *Manual de diseño de obras civiles. Diseño por viento*, Comisión Federal de Electricidad-Instituto de Investigaciones Eléctricas, México.
- Mendes, P. A. M. (1994). *Modelação Numerica do Comportamento Aerodinâmico de Estruturas Esbeltas*, Tese de Doutoramento, IST-UTL, Lisboa.

- Meskouris, K., Butenweg, C., Hinzen, K. G., y Höffer, R. (2019). Structural dynamics with applications in earthquake and wind engineering. Berlin: Springer.
- Mikkelsen, T., Larsen, S.E., Jorgensen, H.E., Astrup, P., Larsen, X.G. (2017). Scaling of turbulence spectra measured in strong shear flow near the earth's surface. *Physica Scripta*, 92(12), 124002.
- MOLIT (Ministry of Land, Infrastructure and Transport). (2016). Korean building code. Sejong, South Korea: MOLIT (Korea).
- Patlán Manjarrez, C. M. (2020). Control de vibraciones sísmicas y eólicas en una estructura esbelta. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo.
- Rascón, O. A. (1965). Efecto sísmico en estructuras en forma de péndulo invertido. *Revista de la Sociedad Mexicana de Ingeniería Sísmica*, 3(1), 8-16

REFERENCIAS

- Roberto, A. F. (1991). Análisis sísmico de estructuras en forma de péndulo invertido. Centros de Investigaciones Científicas
- Rosenblueth, E. Newmark, N. M. (1976) Fundamentos de Ingeniería Sísmica. Diana, México, ISBN 968-13-0408-X
- Shi, Y., y Deodatis, G. (2005). A novel approach for simulation of non-Gaussian fields: applications in estimating wire strengths from experimental data. In: *Safety and Reliability of Engineering Systems and Structures. Proceedings of the Ninth international conference on structural safety and reliability.*
- Shields, M. D., Deodatis, G., y Bocchini, P. (2011). A simple and efficient methodology to approximate a general non-Gaussian stationary stochastic process by a translation process. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 26(4), 511-519.
- Shields, M. D., y Deodatis, G. (2013). A simple and efficient methodology to approximate a general non-Gaussian stationary stochastic vector process by a translation process with applications in wind velocity simulation. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 31, 19-29.
- Shinozuka, M. (1971). Simulation of multivariate and multi-dimensional random processes, *The Journal of Acoustical Society of America*, Vol. 49(1), 357-367.
- Shinozuka, M. (1971). Simulation of multivariate and multi-dimensional random processes, *The Journal of Acoustical Society of America*, Vol. 49(1), 357-367.
- Shinozuka, M. (1972). Monte Carlo solution of structural dynamics, *Computers and Structures*, Vol. 2(1972), 855-874.
- Shinozuka, M., Yun, C. B., y Seya, H. (1990). Stochastic methods in wind engineering. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 36, 829-843.
- Shinozuka, M.; Deodatis, G. (1991), Simulation of stochastic processes by spectral representation.
- Shinozuka, M.; Deodatis, G. (1991). Simulation of stochastic processes by spectral representation, *Rev. Applied Mechanics*, Vol. 44(4), 191-204.
- Shinozuka, M.; Jan, C. (1972). Digital simulation of random processes and its applications, *Journal of Sound and Vibrations*, Vol. 25(1), 111-128.
- Simiu, E. (1974). Wind Spectra and Dynamic Along-Wind Response. *Journal of the Structural Division, ASCE*, 100(9), 1897-1910.

- Simiu, E., Scanlan, R.H. (1978). Wind effects on structures. Wiley.
- Snaiki, R., y Wu, T. (2018). A semi-empirical model for mean wind velocity profile of landfalling hurricane boundary layers. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 180, 249–261.
- Solari, G. (1993). Gust buffeting, I: Peak wind velocity and equivalent pressure. *Journal of Structural Engineering*, 119(2).
- Solari, G., y Piccardo, G. (2001). Probabilistic 3-d turbulence modeling for gust buffeting of structures. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 16 (1), 73-86.
- Strømmen, E.N. (2010). *Theory of Bridge Aerodynamics*. Berlin: Springer.
- Tamura, Y., Cao, S., y Giang, L. T. (2012). Wind characteristics of strong tropical cyclones. VI National Conference on Wind Engineering, Roorkee at New Delhi, India.
- Tieleman, H. W. (1995). Universality of velocity spectra. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 56(1), 55-69.
- Veletsos, A. S. (1977). *Structural and Geotechnical Mechanic*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- Vickery, B.J. & Clark A.W. (1972). Lift or across-wind response of tapered stacks. *Journal of the Structural Division, ASCE*, 98, 1-20.
- Vickery, B.J. (1968). Load fluctuations in turbulent flow. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 94(1), 31-46.
- Vickery, P. J., Wadhwa, D., Powell, M. D., y Chen, Y. (2009). A Hurricane boundary layer and wind field model for use in Engineering Applications, *Journal of Applied Meteorology and Climatology*, 48(2), 381-405.
- Von Kármán, T. (1948). Progress in the statistical theory of turbulence. *National Academy of Sciences of the United States of America*, 34(11), 530–539.
- Wang L, Kopp G. A. (2021). Gust effect factors for windward walls of rigid buildings with various aspect ratios, *Journal of Wind Engineering and Industrial aerodynamics*, 212, 144603, doi: 10.1016/j.jweia.2021.104603.
- Wang, H., y Wu, T., (2017). Gust-Front Factor: A Case Study of Tropical Cyclone-Induced Wind Load Effects on Tall Buildings. *Proceedings of 13th Americas Conference on Wind Engineering (13ACWE)*, Gainesville, FL, USA.
- Wang, L., y Kareem, A. (2005). Modeling and simulation of transient winds in downbursts/hurricanes. In *Proceedings of the 10th American Conference on Wind Engineering*, Baton Rouge, LA.
- Yamazaki, F., y Shinozuka, M. (1988). Digital Generation of Non-Gaussian Stochastic Fields. *Journal of Engineering Mechanics*, 114(7), 1183-1197.
- Yang, L., Gurley, K. R., y Prevatt, D. O. (2013). Probabilistic modeling of wind pressure on low-rise buildings. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 114, 18-26.
- Yang, L., y Gurley, K. R. (2015). Efficient stationary multivariate non-Gaussian simulation based on a Hermite PDF model. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 42, 31-41.
- Yu, B., Gan, Chowdhury, A., y Masters, F. J. (2008). Hurricane wind power spectra, cospectra, and integral length scales. *Boundary-layer meteorology*, 129(3), 411-430.

Zhao, N., y Huang, G. (2020). Wind velocity field simulation based on enhanced closed-form solution of Cholesky decomposition. *Journal of Engineering Mechanics*, 146(2), 04019128.