



UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO
FACULTAD DE INGENIERÍA EN TECNOLOGÍA DE LA MADERA

División de Estudios de Posgrado

Maestría en Ciencia y Tecnología de la Madera

**Estudio sobre el grabado de madera comercial
de *Fraxinus americana, L.* (Fresno americano)
con láser de CO₂**

TESIS

Que para obtener el Título de

Maestría en Ciencias y Tecnología de la Madera

Presenta

Ing. Marisol Pérez López

Director de tesis

Dr. Gildardo Cruz de León

Morelia, Mich., Julio de 2013



Agradecimientos

A la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo y a la Facultad de Ingeniería en Tecnología de la Madera, por abrirme las puertas de esta institución y otorgarme la oportunidad de realizar mis estudios profesionales.

A mi director de tesis, Dr. Gildardo Cruz de León, por su tiempo, por su apoyo, por su paciencia y por la sabiduría que me transmitió en el desarrollo de mi formación profesional. En especial, por haber guiado el desarrollo de este trabajo y llegar a la culminación del mismo.

Al Dr. José Guadalupe Rutiaga Quiñones y M.C. Fabiola Eugenia Pedraza Bucio por las facilidades permitidas en el Laboratorio de Química de la Madera.

Al M.C. Marco A. Herrera Ferreira por el apoyo requerido del laboratorio de física y mecánica de la madera.

A mis maestros, que marcaron cada etapa de mi camino universitario, y que me ayudaron en asesorías y dudas presentadas en la elaboración de la tesis, en especial a la Ing. Teresa García Moreno, por su apoyo en la identificación de la madera *Fraxinus americana*, L. (Fresno americano) y por su apoyo incondicional.

Al M.C. Isaac Alfaro Trujillo, por su apoyo en el cortado y pre-rectificado de probetas para este trabajo de investigación.

A mis padres Ma. Juanita López Moreno e Higinio Pérez Moreno[†], por ser el pilar fundamental en todo lo que soy, tanto académicamente como en la vida, por su incondicional apoyo, por la motivación constante y por sus ejemplos de perseverancia y constancia que me han transmitido, pero principalmente por su amor.

En particular, agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por el apoyo brindado para la realización de mis estudios de maestría y del presente trabajo de tesis a través de una beca de estudios de posgrado.

INDICE GENERAL

Capítulo	1	Introducción	1
Capítulo	2	Antecedentes	4
Capítulo	3	Descripción del tema de investigación	6
	3.1	Planteamiento del problema	6
	3.2	Justificación	7
	3.3	Hipótesis	7
	3.4	Objetivos	9
	3.4.1	Objetivo general	9
	3.4.2	Objetivos particulares	9
Capítulo	4	Conceptos generales	10
	4.1	La madera	10
	4.1.1	Descripción de la madera	10
	4.1.2	Propiedades térmicas de la madera	13
	4.2	El láser	15
	4.2.1	Definición	15
	4.2.2	Origen del láser	16
	4.2.3	Principios básicos del funcionamiento del Láser	16
	4.2.4	Tipos de láseres y aplicaciones	18
	4.3	Maquinado de materiales con láser	19
	4.3.1	Interacción láser-material	19
	4.3.2	Modelo de Chryssolouris para el corte y grabado de metales con láser	21
Capítulo	5	Metodología	26
	5.1	Selección del material de estudio	26
	5.2	Preparación de probetas del material de estudio	28
	5.2.1	Selección de dimensión para corte de probetas	28
	5.2.2	Pre-rectificado y rectificado de probetas	28
	5.3	Grabado láser de las probetas de madera	30
	5.3.1	Características del equipo láser	30
	5.3.2	Diseño experimental para grabado láser	31
	5.3.3	Grabado láser de probetas	32
	5.4	Limpieza de canales de grabado, entintado y etiquetado de probetas	34
	5.5	Medición de la profundidad y ancho de los canales de grabado con análisis de imágenes digitales.	36
	5.5.1	Características del equipo de análisis de imágenes digitales	36
	5.5.2	Medición de ancho y profundidad de canales de grabado láser con análisis de imágenes digitales.	37
	5.6	Determinación de la razón de remoción de material	39
	5.6.1	Medición de la cantidad de material extraído	39
	5.6.2	Cálculo de la razón de remoción de material	39

	5.7	El Modelo de Li y Mazumder para corte y grabado de madera con láser.	40
Capítulo	6	Resultados	43
	6.1	Resultados experimentales de ancho y profundidad de líneas de grabado, con análisis de imágenes digitales.	43
	6.1.1	Ancho de las líneas de grabado.	44
	6.1.2	Profundidad de líneas de grabado.	46
	6.2	Razón de remoción del material	48
	6.3	Cálculo de profundidad con el Modelo de Li y Mazumder sin atenuación y comparación con los resultados experimentales.	51
	6.4	Cálculo de profundidad con el Modelo de Li y Mazumder, en la aproximación de bajas atenuaciones, para $\alpha=20$, y comparación con los resultados experimentales.	53
	6.5	Cálculo de profundidad con el Modelo de Li y Mazumder, en la aproximación de bajas atenuaciones, para diferente α , y comparación con los resultados experimentales.	55
Capitulo	7	Discusión y conclusiones	57
	7.1	Discusión de resultados	57
	7.2	Conclusiones	60
Bibliografía			63
Apéndice	A	Lenguaje matemático	67
Apéndice	B	Transferencia de calor	71

INDICE DE FIGURAS

Figura	4.1	Haz estrecho de luz monocromática y coherente de un láser	16
Figura	4.2	Proceso de interacción átomo-fotón en emisión espontánea y emisión estimulada	17
Figura	4.3	Inversión de población	17
Figura	4.4	Partes esenciales de un Láser	18
Figura	4.5	Superficie de control infinitesimal en la superficie de frente de erosión de los procesos de corte y grabado laser, respectivamente.	22
Figura	5.1	Software automatizado de control en donde se muestran la forma en que se clasifica al material madera en la industria del grabado láser.	27
Figura	5.2	Probeta de 4 x 6.5 x 2.5 cm	28
Figura	5.3	Pre-rectificado de las probetas de <i>Fraxinus americana</i> , L (Fresno americano) por medio de una lijadora de banda.	29
Figura	5.4	Rectificado de la probeta	30
Figura	5.5	Características cualitativas de una misma cara de probeta. A) Imagen de probeta sin pre-rectificado, tomada con la cámara digital; B) Imagen de probeta con pre-rectificado tomada con la cámara digital a través de microscopio estereoscópico; C) Probeta con rectificado tomada en forma similar a B).	30
Figura	5.6	Equipo laser de CO ₂ del laboratorio de grabado laser y análisis de imágenes de la FITECMA.	31
Figura	5.7	Enfoque de probeta con el cabezal móvil portador del haz.	33
Figura	5.8	Proceso de grabado láser de líneas sobre la probeta a una potencia de 100% y velocidad de 4%.	33
Figura	5.9	Probeta con canales de grabado láser	34
Figura	5.10	Materiales empleados para limpieza de polvo y etiquetado de canales de grabado.	34
Figura	5.11	Entintado de probetas con tinte rolaplica.	35
Figura	5.12	Canales de grabado mejor visible con el entintado	35
Figura	5.13	Etiquetado de los canales de grabado visto a través de microscopio estereoscópico	35
Figura	5.14	Equipo de análisis de imágenes digitales de laboratorio de grabado láser y análisis de imágenes de la FITECMA	36
Figura	5.15	Profundidades alcanzadas en los canales de grabado. A) Profundidades mayores alcanzadas con potencia de 100% y velocidad de 4%. B) Profundidades menores con potencia de 100% y velocidad de 16%.	37
Figura	5.16	Impresión del vernier Mitutoyo en el material madera para referencia de la calibración.	38

Figura	5.17	Medición de ancho y profundidad de canal de grabado a una potencia de 100% y velocidad de 4%.	38
Figura	5.18	Balanza analítica utilizada en este trabajo	39
Figura	6.1	Comportamiento del ancho de líneas de grabado como función de la velocidad	45
Figura	6.2	Comportamiento del ancho de líneas de grabado como función de la potencia	45
Figura	6.3	Comportamiento de profundidad de líneas de grabado láser como función de velocidad.	47
Figura	6.4	Comportamiento de profundidad de líneas de grabado láser como función de potencia.	47
Figura	6.5	Serie experimental II: Razón de remoción del material como función de la velocidad, con ajuste de regresión lineal proporcionado por el software Statistica.	50
Figura	6.6	Serie experimental I: Razón de remoción del material como función de la potencia, con ajuste de regresión lineal proporcionado por el software Statistica	50
Figura	6.7	Comportamiento de profundidad como función de velocidad obtenida con Modelo de Li y Mazumder cuando $\alpha=0$.	52
Figura	6.8	Comportamiento de profundidad como función de velocidad obtenida con Modelo de Li y Mazumder cuando $\alpha=0$.	53
Figura	6.9	Comportamiento de profundidad como función de velocidad obtenida con Modelo de Li y Mazumder cuando $\alpha=20$.	54
Figura	6.10	Comportamiento de profundidad como función de potencia obtenida con Modelo de Li y Mazumder cuando $\alpha=20$.	55
Figura	6.11	Comportamiento de profundidad como función de velocidad obtenida con Modelo de Li y Mazumder cuando $\alpha= 20, \alpha= 40, \alpha= 60$.	56
Figura	6.12	Comportamiento de profundidad como función de potencia obtenida con Modelo de Li y Mazumder cuando $\alpha= 20, \alpha= 40, \alpha= 60$.	56

INDICE DE CUADROS

Cuadro	3.1	Carbonización de madera en un amplio intervalo de temperaturas.	7
Cuadro	5.1	Calor específico de la madera reportado en la literatura sobre transferencia de calor	27
Cuadro	5.2	Serie experimental I: variación de velocidad con potencia fija	32
Cuadro	5.3	Serie experimental II: variación de potencia con velocidad fija	32
Cuadro	6.1	Ancho de líneas de grabado como función de velocidad	44
Cuadro	6.2	Ancho de líneas de grabado como función de potencia	44
Cuadro	6.3	Profundidad de líneas de grabado como función de velocidad	46
Cuadro	6.4	Profundidad de líneas de grabado como función de potencia	46
Cuadro	6.5	Cantidad de masa extraída como función de la velocidad	48
Cuadro	6.6	Cantidad de masa extraída como función de la potencia	48
Cuadro	6.7	Razón de remoción del material como función de la velocidad	49
Cuadro	6.8	Razón de remoción del material como función de la potencia	49

INDICE DE APENDICES

Apéndice	A	Lenguaje matemático básico para estudios de transferencia de calor	67
	A.1	Derivada de una función	67
	A.2	Derivadas parciales de una función	68
	A.3	Gradiente de una función	69
	A.4	Divergencia de un vector	70
	A.5	Laplaciano de una función	70
Apéndice	B	Transferencia de calor	71
	B.1	Transferencia de calor	71
	B.2	Transferencia de calor multidimensional	74
	B.3	Ecuación de transferencia de calor por conducción en una dimensión (unidimensional).	76
	B.4	Ecuación general de conducción de calor en coordenadas rectangulares	74

CAPÍTULO I

INTRODUCCIÓN

El presente tema de tesis se ubica en el área denominada Ingeniería del procesamiento de materiales y en particular, en el procesamiento de materiales con láser (Chryssolouris, 1991; Chryssolouris, 2006).

Las aplicaciones de los láseres en la industria del procesamiento de materiales son variados, se puede utilizar para perforación, grabado, corte y soldadura. El corte y grabado de materiales con láser se han convertido en actividades comunes, de tal manera que es posible "maquinar" madera, metales, diamantes, cerámica y otros materiales (Peters y Banas, 1977; Chryssolouris, 1991; Caristan, 2004).

Con los procesos automatizados de corte y grabado de alta precisión y velocidad, se obtienen variedad de formas, menos desperdicio de material, menos contaminación por ruido y menos requerimientos de mantenimiento,

entre otras ventajas. Lo anterior, ha permitido que esta tecnología predomine en procesos avanzados de manufactura (Caristan, 2004).

En particular, en los procesos de corte y grabado de madera con láser, no se genera aserrín, no hay desgaste de herramientas, se hacen cortes en cualquier dirección y se disminuye considerablemente el ruido durante el proceso, en comparación con el corte tradicional con sierras. En la superficie de corte y grabado se obtienen superficies lisas y no presenta características tales como fibras levantadas y rugosidad (Peters y Marshall, 1975; Naderi *et al.*, 1999).

El láser más utilizado por décadas ha sido el de CO₂, seguido de Nd: YAG. Actualmente se han desarrollado láseres de fibra óptica, más compactos y con mejores características, para dichas tareas, que empiezan a sustituir a los anteriores (Hecht, 1992; Acosta, 2011; Injeyan y Goodno, 2011).

La mayor demanda de aplicación industrial se encuentra en el corte de materiales con láser, principalmente sobre metales. Por esta razón, existe una extensa cantidad de trabajo de investigación sobre el tema (Chryssolouris, 1991, Stournaras *et al.*, 2009)

El grabado de materiales con láser, es también de considerable importancia industrial, pero no ha recibido igual atención en el aspecto de investigación. Por lo tanto, se requiere investigación que eleve el conocimiento, predominantemente empírico, que se maneja actualmente en dicho campo, a un conocimiento científico (Chryssolouris, 1991).

En el caso del material madera, la situación es más crítica. Existe escasa información en la bibliografía del procesamiento de materiales con láser, incluso, sobre el corte de madera con láser (Chryssolouris, 1991). Entonces, se deduce que la situación es aún peor para el grabado de madera.

Con el presente trabajo de tesis se pretende aportar al conocimiento sobre el grabado de madera con láser de CO₂. Así mismo, se busca que los

conocimientos adquiridos sean de utilidad para promover un mejor aprovechamiento de la madera cuyos productos tienen un alto valor agregado en la industria de grabado láser. Con esta investigación, se espera iniciar un camino en donde se contribuya a que el material madera tenga una presencia más significativa que la que tiene actualmente en el área de procesamiento de materiales con láser. Esta área no es otra cosa que ciencia (física) y tecnología (tecnología láser) aplicada a la madera, que es lo que define al posgrado en donde se ha desarrollado este trabajo.

CAPÍTULO 2

ANTECEDENTES

Desde hace aproximadamente cuatro décadas, se ha investigado sobre la posibilidad de corte de madera con láser de CO₂. Aún cuando existen casos de quemado en los bordes de la zona de corte (Peters y Marshall, 1975). Se ha investigado con láseres modernos de pulsos ultracortos para disminuir el efecto de quemado, pero tampoco se ha logrado la adopción extensiva de dicho método en la industria de la madera (Naderi *et al.*, 1999). También se han realizado estudios con madera seca y húmeda, ambas cortadas a la misma velocidad y potencia. Se ha encontrado que para madera con mayor contenido de humedad únicamente se reduce la carbonización (Peters y Banas, 1977; Barnekov *et al.*, 1986).

El primer trabajo relacionado directamente con este proyecto de tesis es el de Gómez (2005), realizado en el laboratorio de análisis de imágenes y grabado

láser de la Facultad de Ingeniería en Tecnología de la Madera de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo (FITECMA-UMSNH). En dicho trabajo, se realizó un estudio sobre la interacción radiación-materia, al caracterizar la máxima profundidad y ancho de los canales de grabado, así como la estimación del área y volumen de grabado con láser de CO₂ en madera de cuatro especies comerciales.

Otro estudio reciente, también relacionado de manera directa con la presente tesis, fue el realizado por Acosta (2011), en la empresa Laser Tech, S.A. de C.V. de Aguascalientes, Ags. Se trata de un trabajo de investigación sobre el efecto físico en grabado y corte que ocurre con el láser de fibra óptica sobre metales. En este caso se utilizó acero inoxidable AISI 304. Este estudio trata sobre la remoción del material y la profundidad máxima de grabado como función de la potencia y velocidad. Compara los resultados experimentales de profundidad del grabado como función de la potencia y también como función de la velocidad, con los resultados teóricos del Modelo de Chryssolouris (1991).

En particular, en el transcurso de la presente investigación, se encontró el trabajo de Li y Mazumder (1991) sobre el corte de cuatro especies de madera con láser de CO₂. Se trata de un trabajo muy completo que incluye una descripción física del proceso a través de su propio modelo, que se denominará aquí, *Modelo de Li y Mazumder*. El trabajo anterior, cambió la perspectiva que se tenía originalmente en esta tesis, según se describe más adelante.

CAPÍTULO 3

DESCRIPCIÓN DEL TEMA DE INVESTIGACIÓN

3.1 Planteamiento del problema

El problema que se identificó de interés para este proyecto de tesis, consiste en que, a nivel de investigación, no está suficientemente caracterizado el proceso del grabado de madera con láser de CO₂.

3.2 Justificación

La industria del grabado de materiales con láser está prácticamente dominada por el láser de CO₂. La madera es uno de los principales materiales para esta industria a nivel internacional. Se cuenta con catálogos de todo tipo de artículos de madera muy cotizados que utiliza esta industria. Por estos motivos se consideró que una investigación sobre el grabado láser de madera era de suma importancia, tanto para el área de procesamiento de materiales con láser como para el área de ciencia y tecnología de la madera.

3.3 Hipótesis

Dentro del área del procesamiento de materiales con láser, no se hace distinción entre especies de madera, debido a que las propiedades térmicas del material no cambian significativamente de una especie a otra. Se manejan parámetros termodinámicos promedio y se refiere únicamente al material madera como suave, intermedia y dura. Eso simplifica mucho el problema por un lado, pero aparece otro gran problema. El proceso de grabado láser sobre madera no corresponde exclusivamente a un proceso físico como en el caso de los metales, en donde ocurren principalmente transiciones de fase y el proceso se explica mediante modelos termodinámicos. En la madera, ocurren procesos químicos conocidos en diferentes rangos de temperatura, lo cual complica enormemente el problema, como se muestra en la cuadro 3.1 (Kollmann y Coté, 1984).

Cuadro 3.1 Carbonización en un amplio intervalo de temperaturas (Kollmann y Coté, 1984).

Periodo de carbonización	Vapor	Gases que contienen O, CO ₂ , CO	Desprendimientos de hidrocarburos		Disociación formación de CO ₂	Hidrogeno (H ₂)
			Comienzo	Cantidad abundante		
Condensado	Agua	Agua, ácido acético	Ácido acético, metileno, alquitranes ligeros	Alquitranes pesados	Alquitrán, parafina	Poco
150 °C	200°C	280°C	380°C	500°C	700°C	900°C

Independientemente de la naturaleza del proceso involucrado, el efecto neto de la radiación láser sobre el material madera es muy similar al del caso de metales. Incluso, Acosta (2011), utilizó el método de medición de profundidad de canal de grabado propuesto previamente para madera por Gómez (2005). Lo anterior, condujo a suponer que, posiblemente, podría relacionarse el complejo proceso físico-químico de la interacción radiación láser-madera con un modelo físico más simple del problema, en forma análoga al caso de los metales. Se le denominó aquí Modelo Termodinámico Análogo. *El suponer que se puede establecer un Modelo Termodinámico Análogo*, constituyó la hipótesis central inicial de este proyecto de tesis.

Al presentar la propuesta del Modelo Termodinámico Análogo en el protocolo de esta investigación no se había revisado el trabajo de Li y Mazumder. Ocurre que en dicho trabajo suponen que el proceso de corte de madera con un láser de CO₂ se puede modelar mediante un proceso físico únicamente, que es la misma idea que se tenía para la presente tesis. Li y Mazumder proponen un modelo físico para la descripción del proceso y comprueban su hipótesis al observar que los datos experimentales concuerdan satisfactoriamente con los datos que predice su modelo. De esta forma, el Modelo de Li y Mazumder resulta ser exactamente el modelo que se buscaba para este trabajo y que se denominó previamente Modelo Termodinámico Análogo. Por lo tanto, de aquí en adelante, solo se hablará del Modelo de Li y Mazumder. Como ya existe el modelo que se pretendía buscar, el objetivo general y uno de los objetivos particulares del trabajo requirieron redefinirse.

3.4 Objetivos

3.4.1 Objetivo general

Conservando la idea original que se tenía al inicio de la esta investigación, sin mencionar un modelo particular, el objetivo general puede definirse como: *verificar que el grabado de madera de Fraxinus americana, L., con láser de CO₂ puede describirse mediante un proceso físico.*

3.4.2 Objetivos particulares

Los objetivos particulares consistirán en:

- 1) Realizar canales de grabado con láser de CO₂ sobre madera.
- 2) Medir la cantidad de material extraído y calcular la razón de remoción de material (referido en la literatura como MRR, Material Removal Rate).
- 3) Medir las máximas profundidades y anchos de los canales de grabado.
- 4) Comparar los resultados experimentales para las máximas profundidades de grabado con los que predice el Modelo de Li y Mazumder.

En los objetivos particulares, únicamente se cambió el nombre de Modelo Termodinámico Análogo, por el del Modelo de Li y Mazumder en 4).

CAPÍTULO 4

CONCEPTOS GENERALES

4.1 La madera

4.1.1 Descripción de la madera

Durante miles de años y hasta la actualidad, la madera ha sido ampliamente usada por el hombre para construcción de viviendas, elaboración de muebles, fabricación de instrumentos musicales, fabricación de artesanías, utensilios de cocina, mangos para herramientas, etc. (Echenique, 1993).

La madera es un material heterogéneo, estructurado por diversos tipos de células distribuidas y organizadas en diferentes direcciones, que forman un sistema de tejidos. Este sistema de tejidos forma la materia dura que integran al tronco y ramas de los árboles y cumple las funciones de conducción,

almacenamiento, transformación y soporte en árboles vivos. Los árboles se clasifican en gimnospermas o coníferas, de donde se obtienen maderas suaves o blandas, y angiospermas o latifoliadas, de donde se obtienen maderas duras (Kollmann, 1950; Echenique, 1993).

Debido a su estructura, la madera adopta tres planos o secciones de corte con características anatómicas y físico-mecánicas diferentes. La sección transversal, se obtiene con un corte perpendicular al eje longitudinal del árbol; la sección radial, se obtiene con un corte paralelo a los radios o perpendicular a los anillos de crecimiento; y la sección tangencial, se obtiene con un corte tangencial a los anillos de crecimiento o perpendicular a los radios (Kollmann, 1950; Echenique, 1993).

Independientemente si la madera es de coníferas o latifoliadas, la madera puede ser considerada como un material con propiedades de higroscopicidad, anisotropía y heterogeneidad. Higroscopicidad es la característica que se refiere a la capacidad que presenta la madera para absorber o liberar humedad dependiendo del medio ambiente en donde se encuentre. Anisotropía porque presenta un comportamiento tanto físico como mecánico, diferente en cada uno de sus ejes de corte. La heterogeneidad de la madera es la propiedad que se origina como una consecuencia de la diversidad de sus elementos anatómicos constitutivos y del arreglo irregular que presentan estos en conjunto (Kollmann, 1950; Echenique, 1993).

La ciencia y tecnología de la madera comprende el estudio de las propiedades anatómicas, químicas, físicas y mecánicas de la madera (Tsoumis, 1991). Las propiedades anatómicas están dadas por las características del arreglo de los elementos celulares estructurales. Para su estudio se distinguen tres niveles: estructura macroscópica, microscópica y ultramicroscópica (Echenique, 1993; Capuz, 2005). Las características macroscópicas varían de acuerdo al plano (transversal, radial y tangencial) en el cual son observados estos elementos. Se pueden apreciar a simple vista o por medio de una lupa. Así mismo, las características organolépticas se perciben por medio de los órganos de los

sentidos, tales como son color, olor, sabor y textura. Las estructuras microscópicas se aprecian por medio del microscopio óptico, tales como: traqueidas, células parenquimatosas, canales resiníferos (coníferas), poros, vasos, fibras y radios (latifoliadas). Las características de ultraestructura se pueden estudiar a través de microscopios electrónicos de barrido o bien de transmisión, por ejemplo microfibrillas, y su disposición en la pared celular, puntuaciones, engrosamientos en espiral y tilides (Panshin, 1970; Echenique, 1993).

Las propiedades químicas de la madera, están relacionados con los elementos que constituyen el tejido fibroso de la madera. Comprende la celulosa, hemicelulosa, lignina y extraíbles. La celulosa en coníferas y latifoliadas se encuentra entre 45 y 50% y su función es de armazón. La hemicelulosa se encuentra entre 20 y 25% y su función es de sostén de los filamentos celulósicos. La lignina se encuentra en coníferas del 24 al 33% y su función es de cementante. En maderas de latifoliadas se presenta en menor cantidad. Por último las sustancias extractivas no forman parte integral de las paredes celulares si no que se encuentran dentro de ellas, las cuales cambian de una especie a otra (Tsoumis, 1991; Echenique, 1993).

Otras propiedades de la madera son las propiedades mecánicas y físicas. Las propiedades mecánicas están relacionadas con su comportamiento como material sólido, cuando se encuentra sometido ante la acción de fuerzas o cargas. Las propiedades físicas se refiere a su comportamiento como material, tales como: densidad, propiedades acústicas, propiedades eléctricas, propiedades térmicas. La densidad de la madera es un referente físico que relaciona la cantidad de masa contenida en una unidad de volumen de madera. Las propiedades acústicas permiten su uso ya sea como aislante del sonido en algunas maderas y para producir sonidos determinados, en algunas otras. Las propiedades eléctricas de la madera se refieren a la capacidad para conducir la corriente eléctrica. La madera seca es un buen aislante eléctrico, a medida que aumenta el contenido de humedad su conductividad eléctrica aumenta (Kollmann, 1960; Tsoumis, 1991; Echenique, 1993;). Las propiedades térmicas

serán de particular importancia en el presente trabajo de investigación, por lo que se discutirán de manera independiente en la sección siguiente.

4.1.2 Propiedades térmicas de la madera

La madera al igual que otros materiales, es afectada por la variación de la temperatura y la acción del calor. Sin embargo presenta excelentes propiedades térmicas, debido a su estructura y su composición química. Dentro de las propiedades térmicas de la madera se encuentran la dilatación térmica, conductividad térmica, difusividad térmica y calor específico (Echenique, 1993).

La dilatación térmica en la madera, es el cambio de dimensión que ocurre en la madera al ser sometida al calor. La madera al ser sometida al calor se expande y al enfriarse se contrae. El cambio de dimensión es diferente de acuerdo al plano de corte y tipo de madera (Tsoumis, 1991; Echenique, 1993; Vignote y Martínez, 2005).

La conductividad térmica es la capacidad de la madera para conducir calor. La conductividad térmica de la madera seca es considerablemente menor que la mayoría de los demás materiales, es por esta razón que se considera uno de los mejores aislantes térmicos (Tsoumis, 1991; Echenique, 1993; Vignote y Martínez, 2005).

La difusividad térmica en la madera es la velocidad con que la madera se calienta al estar en contacto con una fuente de calor. Debido a que la madera presenta baja conductividad térmica, su difusividad térmica es bastante baja, por esta razón la madera al tocarla no se siente tan caliente ni fría en comparación con otros materiales (Tsoumis, 1991; Echenique, 1993; Vignote y Martínez, 2005).

El calor específico es la cantidad de calor necesario para aumentar en un grado centígrado la temperatura de un gramo de masa. En la madera, el calor específico es bajo, pues no requiere de grandes cantidades de calor para incrementar su temperatura. Así mismo, el calor específico, no depende

apreciablemente de la especie y la densidad, pero si es afectado por el incremento de temperatura y contenido de humedad (Beall, 1968; Kollmann y Coté, 1984; Tsoumis, 1991).

Dunlap determinó un promedio de 0.324 para el calor específico de 20 especies entre 0°C a 106°C, obteniendo un valor mínimo de 0.317 y un máximo de 0.337 (Kollmann y Coté, 1984).

Un estudio previo para encontrar el calor específico en la madera, cuando depende de la temperatura, fue realizado por Volbehr (Volbehr, 1896 citado por Beall, 1968) en donde determinó la siguiente ecuación.

$$\bar{c}_p = 0.2590 + 0.000605T \quad [4.1]$$

Posteriormente en otro estudio realizado por Dunlap (Dunlap, 1912 citado por Beall, 1968; Kollmann y Coté, 1984), determinó la ecuación siguiente

$$\bar{c}_p = 0.266 + 0.00058T \quad [4.2]$$

En donde T es la temperatura en un intervalo aproximado de 0°C a 100°C. Esta última ecuación es la más conocida en la literatura y es muy parecida a la ecuación de Volbehr (Volbehr, 1896 citado por Beall, 1968).

Como se mencionó anteriormente el calor específico depende del contenido de humedad y para esto Dunlap (Dunlap, 1912 citado por Kollmann y Coté, 1984) encontró que mediante un sencillo cálculo se obtiene el calor específico medio (C_{p_v}), referido al peso húmedo de la madera como se muestra en la ecuación siguiente

$$C_{p_v} = Ch_{(v)} \cdot C_{p_{(H_2O)}} + (1 - Ch_{(v)}) \cdot C_{p_{(s)}} \quad [4.3]$$

Donde $Ch_{(v)}$ es el contenido de humedad referido al peso húmedo, $C_{p_{(ms)}}$ el calor específico de la madera completamente seca. Para aplicar a la madera

esta relación es necesario sustituir el valor $Ch_{(v)}$ por el de $Ch_{(s)}$, o referir el contenido de humedad al peso seco en estufa. Mediante la ecuación siguiente

$$Cp_s = \frac{Ch_{(s)}}{1+Ch_{(s)}} Cp_{(H_2O)} + \left(1 - \frac{Ch_{(s)}}{1+Ch_{(s)}}\right) \cdot Cp_{(ms)} = \frac{Ch_{(s)} + Cp_{(H_2O)} + Cp_{(ms)}}{1+Ch_{(s)}} \quad [4.4]$$

en donde Cp_s se refiere al calor específico medio referido al peso seco de la madera, $Cp_{(H_2O)}$ se refiere al calor específico del agua y $Cp_{(ms)} = 0.324$ por lo tanto de obtiene

$$Cp_{(s)} = \frac{Ch_{(s)} + 0.324}{1+Ch_{(s)}} \quad [4.5]$$

4.2 El láser

4.2.1 Definición

Por sus siglas en inglés, LASER significa Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation, que en español se traduce como "amplificación de la luz por emisión estimulada de radiación" (Siegman, 1986, Hecht, 1992; Steen y Mazumder, 2010).

4.2.2 Origen del láser

El primer concepto para el surgimiento del láser, es la emisión estimulada de radiación, en donde un átomo absorbe radiación de la misma longitud de onda de la que puede emitir, el cual fue propuesto por Albert Einstein en 1917. El siguiente trabajo fue el descubrimiento de métodos para subir el nivel energético de los átomos, utilizando efectos de resonancia óptica, que recibe el nombre de bombeo óptico, desarrollado a principios de la década de los cincuenta por Alfred Kastler. Estos trabajos permitieron a Charles H. Townes en 1954, construir el primer dispositivo amplificador de microondas denominado

MASER (Microwave Amplification by Stimulated Emission of Radiation). De manera independiente se obtuvieron los mismos resultados por Nikolay G. Basov y Alexander M. Prokhorov en Moscú (Hecht, 1992; Malacara, 1997). Posteriormente Theodore H. Maiman (1960), obtuvo la emisión estimulada para radiación visible (Luz), utilizando cristales sintéticos de rubí, construyendo el primer LASER (Chryssolouris, 1991; Hecht, 1992; Malacara, 1997). Actualmente se le denomina Láser a cualquier dispositivo que emita radiación estimulada ya sea visible o no.

4.2.3 Principios básicos del funcionamiento del Láser

Láser es una fuente de un haz estrecho de radiación monocromática y coherente. Es monocromática porque consiste prácticamente de una longitud de onda, y es coherente porque las ondas de la radiación están en fase es decir sincronizadas como se ilustra en la figura 4.1 (Hecht, 1992; Siegman, 1986; Steen y Mazumder, 2010).

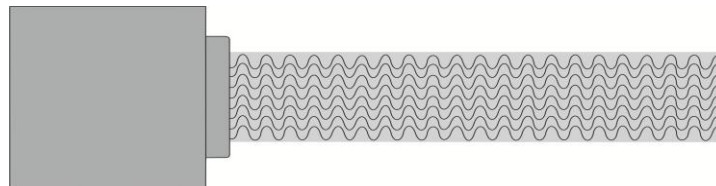


Figura 4.1. Haz estrecho de luz monocromática y coherente de un láser (Siegman, 1986).

Como se mencionó en la sección anterior, la emisión estimulada de radiación, es un fenómeno propuesto por Albert Einstein (1916). Si un electrón ubicado en un nivel energético inferior es estimulado (por un fotón), cambia a un nivel energético superior. A esto se le conoce como átomo en estado excitado. El electrón en el nivel energético superior se encuentra inestable y baja al nivel energético inferior, generando la emisión de un fotón, este proceso recibe el nombre de emisión espontánea. (Hecht, 1992; Malacara, 1995). En la propuesta de Einstein, el átomo en estado excitado es estimulado por un fotón de la misma longitud de onda de la que puede emitir. De esta manera se

originarán dos fotones en estado coherente, es decir, con energía y dirección similares. Ambos procesos se ilustran en la figura 4.2 (Aboites, 1991; Hecht, 1992; Steen y Mazumder, 2010).

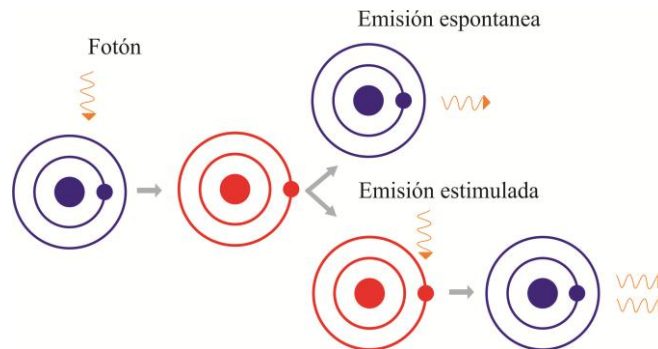


Figura 4.2. Proceso de interacción átomo-fotón en emisión espontánea y emisión estimulada (Aboites, 1991).

Para obtener radiación láser, se necesita obtener la mayor cantidad de átomos en estado excitado. Esto, recibe el nombre de inversión de población como se muestra en la figura 4.3. Para lograr esto, los átomos deben estar confinados en un espacio con características particulares que recibe el nombre de medio amplificador. Para mantener la inversión de población se suministra energía por medio de un sistema de bombeo externo según se muestra en la figura 4.4 (Aboites, 1991; Hecht, 1992; Malacara, 1997).

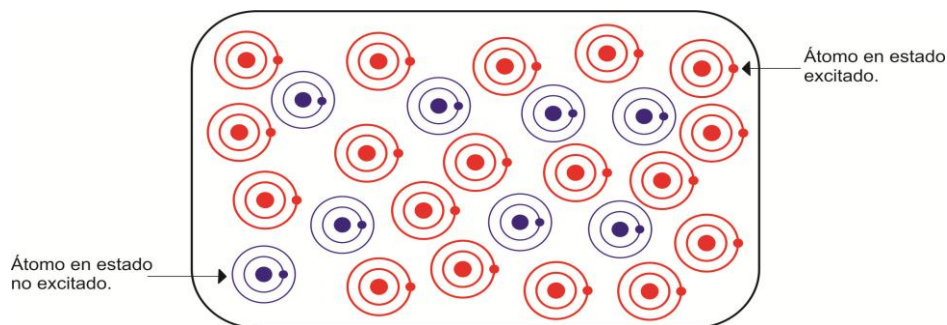


Figura 4.3. Inversión de población (Aboites, 1991).

Los átomos en estado excitado son inestables y muchas de las partículas al regresar al nivel energético inferior emiten fotones en todas las direcciones, algunos de los cuales son reflejados en el resonador óptico por medio de dos espejos en sus extremos. Un espejo es de reflexión total y el otro de reflexión parcial como se ilustra en la figura 4.4 (Siegman, 1986; Hecht, 1992).

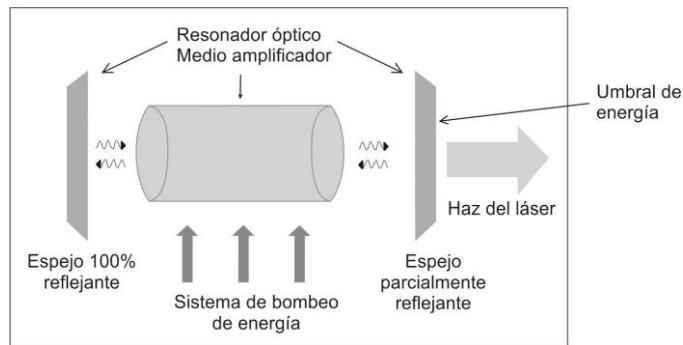


Figura 4.4. Partes esenciales de un Láser (Aboites, 1991).

Los fotones reflejados en los espejos del resonador, señalados en el párrafo previo e ilustrados en figura 4.4, se impactan contra átomos excitados dentro del mismo, produciendo fotones en estado coherente. Esto provoca una reacción en cadena que continúa hasta alcanzar un estado de equilibrio. Esto dará origen al haz de radiación, el cual atravesará en el espejo parcialmente reflejante, al momento que rebase el umbral de energía requerida y permanecerá mientras la acción de bombeo continúe (Siegman, 1986; Chryssolouris, 1991; Hecht, 1992; Steen y Mazumder, 2010).

4.2.4 Tipos de láseres y aplicaciones

Existen varios tipos de láseres, de acuerdo a su medio amplificador, que pueden ser: gas, líquido y sólido (Chryssolouris, 1991, Malacara, 1997). Los láseres de gas son los más comunes y útiles (Malacara, 1997), por ejemplo se encuentran:

- a) Láser de helio-neón (He-Ne): se utiliza en holografía, medición y comunicaciones (Malacara, 1997).
- b) Láseres de Argón (Ar), Kriptón (Kr) y Xenón (Xe): producen radiación con longitudes de onda de 0.5-1.0 μm . Estos láseres tienen aplicaciones quirúrgicas y de espectroscopia (Malacara, 1997).
- c) Láser de dióxido de carbono (CO_2): estos láseres emiten en infrarrojo y son comúnmente usados en maquinado, perforado, grabado, corte y soldadura de metales con láser (Chryssolouris, 1991; Young, 2001; Injeyan y Goodno, 2011).

Los Láseres sólidos contienen como medio activo un sólido por ejemplo: el láser de rubí, Nd-YAG (Neodimium-Yttrium Aluminum Garnet) y Nd-vidrio (Chryssolouris, 1991; Malacara, 1997). Estos láseres son utilizados en perforación y soldadura de metales, así como en oftalmología y holografía. Otro tipo de laser es el de diodo o de inyección, mejor conocido como láseres semiconductores (Young, 2001), los cuales se consideran diferentes, a pesar de que están hechos de materiales de estado sólido debido a las diferencias fundamentales en su operación (Hecht, 1992). Por ejemplo, un medio activo utilizado en estos láseres es el silicio (Malacara, 1997). Es importante el uso de éstos láseres en comunicaciones ópticas y diseño de equipo óptico (Young, 2001).

En los láseres líquidos el medio activo es líquido. Dicho medio, está compuesto de un colorante orgánico disuelto en un líquido (Hecht, 1992; Malacara, 1997; Young, 2001). Estos láseres son útiles para estudios en comunicaciones ópticas y detectores, así como en la fotoquímica y fenómenos físicos (Young, 2001).

4.3 Maquinado de materiales con láser

4.3.1 Interacción láser-material

La remoción de material depende del proceso usado para la liberación del material de la superficie, los procesos más comunes para la liberación de material son: 1) Procesos químicos y eléctrico químicos, 2) Puntas afiladas para remoción de material, 3) Procesos térmicos, y 4) Procesos mecánicos. La velocidad de remoción de material depende de la dureza del material (Chryssolouris, 1991).

El maquinado con láser es un proceso sin contacto y sustituye a los métodos de remoción de material que usan procesos mecánicos en la industria. El láser puede perforar, cortar, hacer ranuras (grabado), soldar y otros tratamientos de calor, sobre materiales como madera, papel, vidrio y goma, entre otros. (Chryssolouris, 1991). El maquinado láser es un tipo de proceso térmico y su

efectividad depende de las propiedades térmicas del material y de las propiedades ópticas del sistema láser. También, como es un proceso térmico, tiene desventajas como es la baja eficiencia de energía (Chryssolouris, 1991).

Los procesos de transferencia de calor implican transporte y conversión de la energía, por lo tanto, deben obedecer tanto a la primera como a la segunda ley de la termodinámica (Choi y Chryssolouris, 1995; Kreith, 2001;). La transferencia de energía entre el láser y el material ocurre a través de la radiación, lo que conduce a la ausencia de mecanismos inducidos que pueden dañar el material, dañar la herramienta y emitir vibración mecánica que se traduce en contaminación por ruido. Cuando un haz láser incide sobre una superficie, tiene lugar una transferencia de energía dentro de una región muy cercana a la superficie de una pieza de trabajo, parte de la radiación es reflejada y otra parte penetra en el material, esto se le conoce como absorción (Chryssolouris, 1991; Choi y Chryssolouris, 1995). En materiales opacos, la radiación que penetra es absorbida en un espesor muy pequeño comparado con las dimensiones totales de la pieza de trabajo (Chryssolouris, 1991).

Dependiendo de las condiciones de radiación y las características superficiales, ópticas y térmicas del material, en la zona sujeta a radiación se producirán cambios de fase y/o estado, relacionados con procesos de calentamiento, fusión y/o evaporación (Chryssolouris, 1991).

En el caso de metales, la fusión se ocasiona cuando la intensidad de la radiación absorbida es suficientemente alta y la temperatura de la superficie alcanza a exceder la temperatura de fusión del material, de esta manera se ocasiona un charco fundido. La interface del material de sólido-líquido, que también es denominada frente de fusión, avanza hacia el interior del material (Chryssolouris, 1991; Mai y Lin, 2006). En el charco fundido, la absorción de la radiación láser es mucho más significativa que en el material sólido. Cuando la superficie del charco fundido alcanza la temperatura de vaporización se produce la formación de una delgada capa de vapor sobre la superficie del charco de material fundido. Conforme la intensidad de la energía incidente es

mayor, el vapor se convierte en un plasma, el cual se expande en todas direcciones. El plasma generado, ocupa entonces, la cavidad formada absorbiendo eficientemente la radiación láser y la re-emite, calentando el líquido circundante (Chryssolouris, 1991; Stournaras *et al.*, 2009).

Los metales y algunos otros materiales son cortados con láser usando uno o dos métodos muy similares. Primeramente, la fusión asistida por gas, se realiza mediante la concentración de la radiación de un láser sobre una superficie de modo que el material se derrite. El material fundido se retira por corrientes de gas. El segundo método, de corte asistido por gas reactivo por ejemplo el oxígeno, es el mismo salvo que el gas reacciona con el material, al proporcionar más energía para el proceso (Chryssolouris, 1991; Stournaras *et al.*, 2009).

4.3.2 Modelo de Chryssolouris para el corte y grabado de metales con láser

En los metales, los procesos de corte y grabado se pueden describir como procesos termodinámicos relativamente simples. Un modelo físico para dicha descripción es el Modelo de Chryssolouris (Chryssolouris, 1991; Stournaras *et al.*, 2009), con el cual se pueden predecir el máximo grosor de corte o la máxima profundidad de grabado sobre un metal.

En caso necesario, los antecedentes matemáticos y físicos requeridos para la comprensión del siguiente material, como son derivadas parciales, gradiente de una función, divergencia de un vector, etc. Así como conocimientos básicos de transferencia de calor, se presentan en los apéndices A y B, respectivamente.

El modelo se basa en un balance de energía en la superficie del frente de erosión. Es necesario la comprensión cuantitativa de la relación entre la profundidad y los efectos de los parámetros involucrados en el proceso, para lo cual, se elige una superficie de control infinitesimal en la superficie del frente de erosión, como se muestra en la figura 4.5. La superficie de control está

inclinada en un ángulo θ respecto al eje "x" y un ángulo Φ con respecto al eje "y", y es sometido a la intensidad del haz láser $J(x,y)$. El sistema de coordenadas cartesianas del sistema (x,y,z) se mueve con el haz del láser que tiene un perfil de intensidad $J(x,y)$.

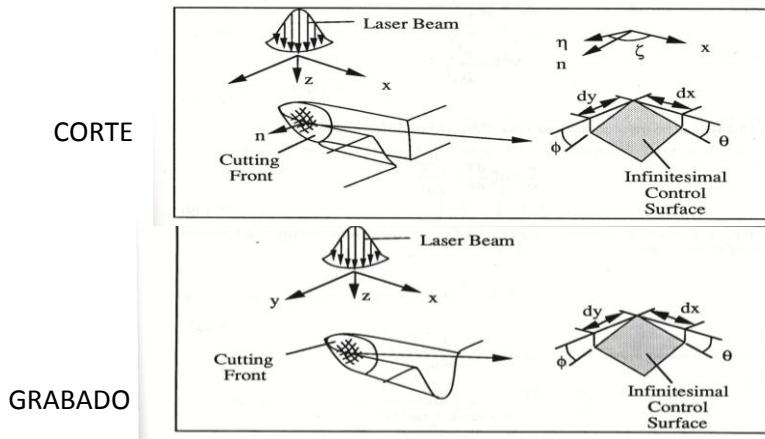


Figura 4.5 Superficie de control infinitesimal en la superficie de frente de erosión de los procesos de corte y grabado láser, respectivamente (Chryssolouris, 1991).

Es conocido que el perfil de intensidad de un laser se puede modelar mediante una función gaussiana o normal de dos dimensiones, es decir,

$J(x, y) = J_0 e^{-(x^2+y^2)/R^2}$. La ecuación para el balance de energía (primera ley de la termodinámica) en la superficie de control es:

$$aJ_0 \int e^{-(x^2+y^2)/R^2} dx dy = \rho L v \int dx dy \tan\theta - k \left(\frac{dT}{dn} \right)_{n=0} \int dx dy (1 + \tan^2\theta + \tan^2\phi)^{1/2} \quad [4.6]$$

en donde

- | | | | |
|-------|--|--------|----------------------------|
| J_0 | Intensidad del haz láser | L | Calor latente de fusión |
| a | Absortividad del material | k | Conductividad del material |
| v | Velocidad de corte | ρ | Densidad del material |
| n | Coordenada normal a la superficie de corte | | |

La transferencia de calor es principalmente paralela a la superficie. Por lo tanto, según el Modelo de Chryssolouris supone que la transferencia de calor se lleva a cabo en dos dimensiones en el sólido. En estas condiciones, el término

de conducción de la ecuación de balance de energía se puede simplificar como:

$$\left(\frac{dT}{dn}\right)_{n=0} (1 + \tan^2\theta + \tan^2\phi)^{1/2} = \left(\frac{dT}{d\eta}\right)_{\eta=0} \tan\theta \quad [4.7]$$

en donde η es la coordenada paralela a la superficie inferior y T es la temperatura.

Así, la ecuación de balance de energía puede reescribirse como

$$aJ_0 e^{-\frac{x^2+y^2}{R^2}} = \rho L v \tan\theta - k \left(\frac{dT}{d\eta}\right)_{\eta=0} \tan\theta \quad [4.8]$$

El gradiente de temperatura del frente de erosión se determina resolviendo la ecuación de conducción de calor.

$$\frac{v}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial x} = \nabla^2 T \quad [4.9]$$

en donde α es la difusividad térmica y $\nabla^2 T$ representa el Laplaciano de la distribución de temperatura.

Resolviendo la ecuación de conducción de calor para las condiciones del problema, la distribución de la temperatura en el interior del sólido se determina como

$$\frac{T-T_0}{T_s-T_0} = e^{-\frac{v}{\alpha} \cos\zeta \eta} \quad [4.10]$$

en donde T_s es la temperatura de fusión del material y T_0 es la temperatura ambiente.

La diferencia de distribución de la temperatura produce el siguiente gradiente de temperatura en la superficie del frente de erosión

$$\left(\frac{dT}{d\eta}\right)_{\eta=0} = -\frac{v}{\alpha} (\cos\zeta) (T_s - T_0) \quad [4.11]$$

Sustituyendo el gradiente de temperatura en la ecuación de balance de energía, ésta puede ser reescrita como

$$aJ_0 e^{-(x^2+y^2)/R^2} = \rho L v \tan\theta + \rho c_p v \cos\zeta (T_s - T_0) \tan\theta \quad [4.12]$$

en donde c_p es el calor específico del material.

El máximo grosor de corte se puede obtener a lo largo de la línea central, donde $y=0$ y $\zeta=0$. La pendiente del frente de erosión en la dirección de corte se puede expresar como

$$\tan\theta = \frac{aJ_0 e^{-x^2/R^2}}{\rho v (L + c_p (T_s - T_0))} \quad [4.13]$$

Si se denota a s como el máximo grosor de corte, el grosor de corte infinitesimal esta dado por

$$ds = dx \tan\theta \quad [4.14]$$

El máximo grosor de corte se puede determinar por la integración desde $-\infty$ a $+\infty$ de la ecuación [4.11].

$$s = \int_{-\infty}^{\infty} ds = \int_{-\infty}^{\infty} \tan\theta dx \quad [4.15]$$

Sustituyendo la expresión para $\tan\theta$, se obtiene que

$$s = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{aP e^{-x^2/R^2}}{\pi R^2 (L + c_p (T_s - T_0))} dx \quad [4.16]$$

en donde P es la potencia del haz. La temperatura en la superficie superior del material es T_0 y a lo largo de la línea central de la ranura se supone que es la temperatura de fusión T_s . En consecuencia, el grosor máximo de corte resultante es

$$s = \frac{aP \pi^{1/2} R}{\pi R^2 \rho v (c_p (T_s - T_0) + L)} = \frac{2aP}{\pi^{1/2} \rho v d (c_p (T_s - T_0) + L)} \quad [4.17]$$

en donde d es el diámetro del haz, $d=2R$.

De acuerdo con Chryssolouris (1991), los procesos de corte y grabado de materiales con láser son similares. Por lo tanto, la ecuación para determinar el máximo grosor de corte para un material será la misma que determina la máxima profundidad de grabado para un material con un grosor mayor que el máximo grosor de corte. Este hecho es muy relevante para el presente trabajo.

Se consideró conveniente presentar aquí este material sobre corte y grabado de metales con láser porque los procesos de corte y grabado de madera con láser son más complejos y se describirán mediante otro modelo que representa prácticamente una generalización del modelo de Chryssolouris. Dicho modelo se denominará el modelo de Li y Mazumder y será presentado y discutido en el próximo capítulo como parte de la metodología utilizada en esta investigación.

CAPÍTULO 5

METODOLOGÍA

5.1 Selección del material de estudio

De acuerdo con otras ramas de ingeniería diferentes a la ingeniería en tecnología de la madera, el material madera se clasifica a lo mucho en tres tipos: suave, intermedia y dura, como puede observarse en el cuadro 5.1 (parte de tabla tomada de Cengel, 2004) y 4.2 (Manual de Universal Laser Systems, 2004). En particular, la figura 5.1 muestra que en software automatizado de control para equipos comerciales de grabado y corte de placas delgadas con láser, se manejan dichas opciones.

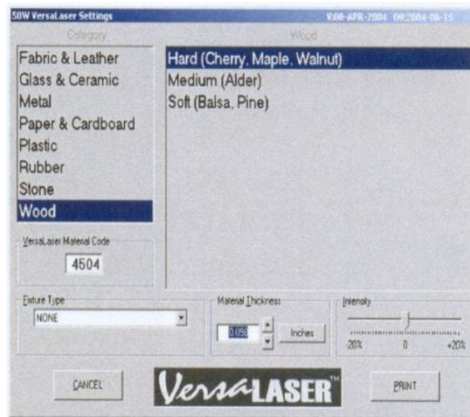


Figura 5.1 Software automatizados de control en donde se muestran la forma en que se clasifica al material madera en la industria del grabado láser (Universal Laser Systems, 2004).

Cuadro 5.1 Calor específico de la madera reportado en la literatura sobre transferencia de calor (Cengel, 2004).

TABLA A-5						
Propiedades de materiales de construcción (a una temperatura media de 24°C)						
Material	Espesor, <i>L</i> mm	Densidad, ρ kg/m ³	Conductividad térmica, <i>k</i> W/m · °C	Calor específico, C_p kJ/kg · °C	Valor <i>R</i> (para los espesores de la lista, <i>L/k</i>), °C · m ² /W	
Maderas						
Maderas duras (arce, roble, etc.)	—	721	0.159	1.26	—	
Maderas suaves (abeto, pino, etc.)	—	513	0.115	1.38	—	

Se había observado previamente, y en la cuadro 5.1 se confirma, que el calor específico es prácticamente independiente de la especie, de manera que en la práctica se utiliza un calor específico promedio que se reporta en la literatura como de 0.324 (Beall, 1968; Kollmann y Coté, 1984). Esto indica que al estudiar un proceso térmico en madera, no es importante la especie de la misma, de manera que puede elegirse cualquiera. En particular, para la presente investigación, por tener en existencia en el laboratorio de análisis de imágenes y grabado láser de la Facultad de Ingeniería en Tecnología de la Madera de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, suficiente madera comercial de *Fraxinus americana*, *L.* (Fresno americano) para las pruebas requeridas de grabado láser, se eligió a esta especie como el material de estudio. Esta madera se obtuvo de la empresa Maderería la Huerta en Morelia, Michoacán.

5.2 Preparación de probetas del material de estudio

5.2.1 Selección de dimensión para corte de probetas

Las probetas que se utilizaron son del material referido en la sección anterior. Para la dimensión y corte de probetas se consideró un ancho de 4 cm y una longitud de 6.5 cm, para facilitar el manejo manual de la probeta. Para simplificar la preparación de probetas, se dejó el mismo grosor de las tablas originales, 2.5 cm. Para poder etiquetar cada canal de grabado se estimó una separación entre canal de grabado de 3 mm. De esta forma, caben 21 canales en una longitud de 6.5 cm. Como se muestra en la figura 5.2.



Figura 5.2. Probeta de 4 x 6.5 x 2.5 cm.

5.2.2 Pre-rectificado y Rectificado de probetas

El pre-rectificado y rectificado, se realizó con el propósito de obtener caras perpendiculares en la probeta. Esto permite obtener las probetas del material de tal forma que en las mediciones de profundidad y ancho, el error sea mínimo. También evita el levantamiento de las fibras de la madera que pudieran obstruir la medición de la profundidad, después de ser grabadas las probetas.

El pre-rectificado consiste en lijar cada cara de la probeta. Se realizó por medio de una lijadora de banda, marca Makita de 4"x 24", con grano de numero 80, como se muestra en la figura 5.3.



Figura 5.3. Pre-rectificado de las probetas de *Fraxinus americana*, L (Fresno americano) por medio de una lijadora de banda.

El pre-rectificado no fue suficiente para obtener el terminado requerido en las caras de la probeta por lo que se necesitó un rectificado final. Este rectificado consistió en lijar manualmente la probeta del material con diferentes granos de lijas, 150, 180, 240, 360 y 400.

Para esta parte del trabajo, fue necesario diseñar y construir el rectificador que se muestra en la figura 5.4. Está compuesto por un par de plataformas de MDF de diferente tamaño, superpuestas, un par de topes verticales también de madera, uno de ellos fijo a las plataformas, una mini-prensa para sujetar a la probeta y la herramienta de lijar, que consiste en una lija adherida a una tableta de madera. En la figura 5.4 se muestran las características cualitativas obtenidas.

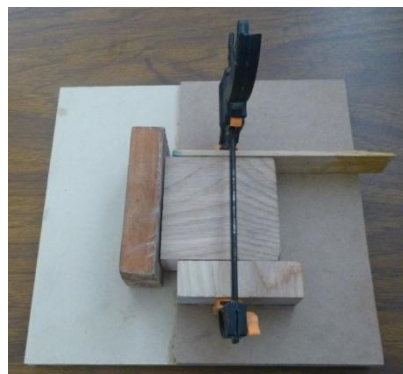


Figura 5.4 Rectificado de la probeta

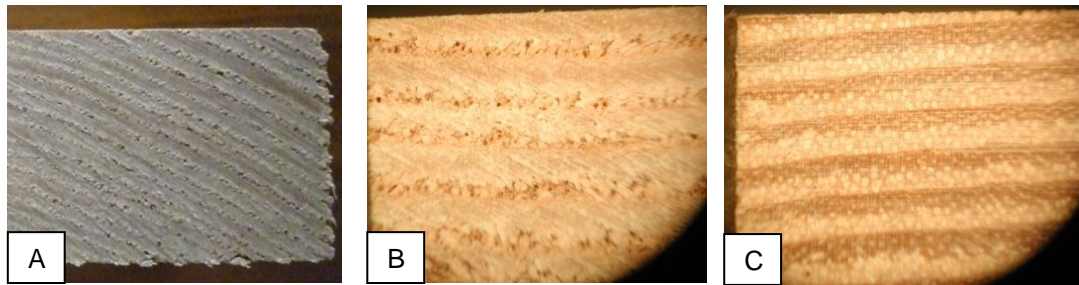


Figura 5.5. Características cualitativas de una misma cara de probeta. A) Imagen de probeta sin pre-rectificado, tomada con la cámara digital; B) Imagen de probeta con pre-rectificado tomada con la cámara digital a través de microscopio estereoscópico; C) Probeta con rectificado tomada en forma similar a B).

5.3 Grabado laser de probetas de madera

5.3.1 Características del equipo láser

El grabado laser de las probetas de madera, se realizó con un equipo láser de Dióxido de Carbono (CO_2), modelo Versa-Laser de Universal Láser Systems, que se muestra en la figura 5.6, con que se cuenta en el laboratorio de Grabado Laser y Análisis de Imágenes, de la Facultad de Ingeniería en Tecnología de la Madera (FITECMA) de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo (UMSNH). Cuenta con una potencia máxima de 42 Watts, velocidad máxima de 108.6 cm/s (Uranga, 2006) y longitud de onda de 10.6 μm . En este equipo láser de CO_2 , el cabezal móvil portador del haz, se posiciona en la plataforma de trabajo que define un plano horizontal. Esta plataforma de trabajo se puede desplazar en la dirección vertical para enfocar la radiación sobre el material a grabar.

Este equipo láser se encuentra conectado a una computadora y el control se realiza a través de un software. También se requiere un software de diseño compatible con el equipo láser. Se utilizó Corel Draw. En el software Corel Draw, se realizaron los diseños de grabado y se le asignaron los parámetros de grabado tales como potencia, velocidad. Los parámetros de PP1 (puntos por

pulgada) y calidad se mantuvieron en valores que por default asigna el software del equipo (PP1 600 y calidad 4).



Figura 5.6 Equipo laser de CO₂ del laboratorio de grabado laser y análisis de imágenes de la FITECMA.

5.3.2 Diseño experimental para grabado láser

Se diseñaron dos series experimentales para pruebas de grabado láser en el material madera. Esto permitió medir mediante análisis de imágenes digitales el ancho y profundidad de los canales de grabado. También se determinó para cada serie experimental la razón de remoción del material (MRR), se realizó de la siguiente manera:

Serie experimental I: Se tomó un valor fijo de potencia de referencia al variar la velocidad. Se utilizó la potencia máxima del láser de CO₂. Para variar la velocidad se inició desde 4% de velocidad y se incrementó de dos en dos hasta 16%. De esta manera se realizaron 7 probetas para esta serie, como se muestra en el cuadro 5.2.

Serie experimental II: Se tomó un valor fijo de velocidad de grabado del láser de CO₂, se utilizó la velocidad mínima que sugiere en la literatura (4%). Para variar la potencia se inició desde 40% de potencia y de diez en diez hasta 100%. De esta manera se realizaron también 7 probetas para esta otra serie, como se muestra en el cuadro 5.3.

De esta forma, se prepararon 14 probetas para el presente estudio.

Cuadro 5.2. Serie experimental I: variación de velocidad con potencia fija

SERIE EXPERIMENTAL I			
Experimento	Velocidad (%)	Velocidad (m/s)	Potencia (watts)
1	4	0.0434	42
2	6	0.0652	42
3	8	0.0869	42
4	10	0.1086	42
5	12	0.1303	42
6	14	0.1520	42
7	16	0.1738	42

Cuadro 5.3. Serie experimental II: variación de potencia con velocidad fija

SERIE EXPERIMENTAL II			
Experimento	Velocidad (m/s)	Potencia (%)	Potencia (watts)
1	0.0434	40	16.8
2	0.0434	50	21
3	0.0434	60	25.2
4	0.0434	70	29.4
5	0.0434	80	33.6
6	0.0434	90	37.8
7	0.0434	100	42

5.3.3 Grabado láser de probetas

Se realizó el grabado de canales, en las probetas del material madera, por medio del equipo de grabado laser, que se describió en la sección 5.3.1. Con el software del equipo se asignaron los parámetros que corresponden a velocidad y potencia de láser.

Para el enfoque de la probeta con el cabezal móvil portador del haz, se realizó por medio del software que controla el equipo laser. Se posicionó la probeta sobre la mesa de trabajo y se colocó la herramienta de enfoque sobre ella como se muestra en la figura 5.7.



Figura 5.7 Enfoque de probeta con el cabezal móvil portador del haz.

Después de enfocar la probeta, se procedió a grabar la misma. En la figura 5.8, se muestra el proceso de grabado con la radiación láser.



Figura 5.8 Proceso de grabado láser de líneas sobre la probeta a una potencia de 100% v velocidad de 4%.

A cada probeta se le realizaron 21 líneas o canales de grabado, espaciadas cada 3 mm, como se muestra en la figura 5.9. Las profundidades se midieron en los extremos de cada línea o canal de grabado, lo que dio un total de 42 mediciones por probeta.



Figura 5.9 Probeta con canales de grabado láser

5.4 Limpieza de canales de grabado, entintado y etiquetado de probetas

Al terminar de grabar las probetas se procede a la limpieza de canales de grabado para extraer el polvo fino que se acumula en el interior de los mismos. Los materiales utilizados para la limpieza, y etiquetado de canales, fueron aire comprimido, pinceles delgados y marcadores ultrafinos, como se muestra en la figura 5.10. Primero se aplicó aire comprimido sobre el canal para retirar el polvo, posteriormente con pinceles delgados que permitieron entrar en los canales de grabado se extrajo el polvo acumulado que se adhieren en las paredes de los canales. Finalmente, se etiquetaron mediante números con los marcadores.



Figura 5.10 Materiales empleados para limpieza de polvo y etiquetado de canales de grabado.

Aún con la preparación cuidadosa de probetas descrita, no fue posible caracterizar con precisión a los canales de grabado mediante microscopio estereoscópico. Este problema fue resuelto mediante un entintado de la madera. El entintado de la probeta se realizó con tinte rojo Rol-aplica de Grupo Azor México. Por medio de un cojín al cual se le aplicó el tinte, se colocó la probeta y se presionó para que el material madera se impregnará de tinta, como se muestra en la figura 5.11. Como puede observarse en la figura 5.12, después del entintado, los canales de grabado son claramente visibles para la medición de ancho y profundidad.



Figura 5.11 Entintado de probetas con tinte rolaplica.

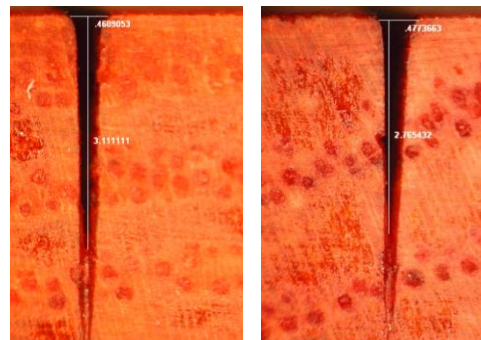


Figura 5.12 Canales de grabado mejor visible con el entintado.

Después de realizar el entintado de probetas se dejó secar por un tiempo aproximado de 24 horas para evitar manchar el equipo de trabajo y así mismo realizar el etiquetado de canales de grabado como se muestra en la figura 5.13. Esto último, para evitar confusión al realizar las mediciones de ancho y profundidad con el equipo de análisis de imágenes digitales.

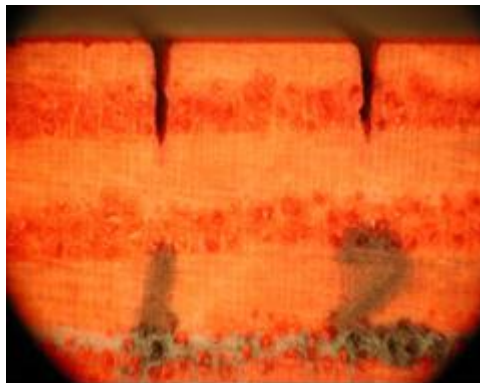


Figura 5.13 Etiquetado de los canales de grabado visto a través de microscopio estereoscópico.

5.5 Medición de la profundidad y ancho de los canales de grabado con análisis de imágenes digitales

5.5.1 Características del equipo de análisis de imágenes digitales

Para realizar la captura y análisis de imágenes para la medición de la profundidad y ancho de los canales en la madera, provocados por radiación láser, se utilizó la metodología desarrollada por Gómez (2005), quien estableció un método para caracterizar la profundidad y ancho de los canales de grabado mediante análisis de imágenes digitales. Esta metodología, se basa en la técnica de análisis de imágenes digitales con que se cuenta también en laboratorio de análisis de imágenes y grabado láser. La técnica consta esencialmente de un microscopio estereoscópico OLYMPUS modelo SZ-CTV, equipado con una cámara digital Olympus, modelo C-3040ZOOM y un equipo de cómputo equipado con el software IMAGE PRO Plus, como se muestra en la figura 5.14.



Figura 5.14 Equipo de análisis de imágenes digitales de laboratorio de grabado láser y análisis de imágenes de la FITECMA

La metodología de Gómez (2005), también ha sido utilizada por Acosta (2011) para la caracterización de canales en acero inoxidable comercial, hechos con un láser de fibra óptica.

5.5.2 Medición de ancho y profundidad de canales de grabado láser con análisis de imágenes digitales

Por medio del equipo de análisis de imágenes digitales, que se describió en la sección anterior, se realizó la medición de ancho y profundidad de cada canal de grabado en las probetas del material madera.

Mediante la cámara digital que se encuentra adaptada al microscopio estereoscópico, se realizó la captura de imagen. Se colocó la probeta del material madera en la base del microscopio para enfocar los perfiles de los canales, y de esta manera medir el ancho y profundidad de los mismos. Se utilizó un zoom de 5 para la captura de imágenes. Este zoom permitió que para profundidades mayores alcanzadas y profundidades menores, las imágenes fueran visibles y facilitaran la medición de los canales, como se muestra en la figura 5.15.

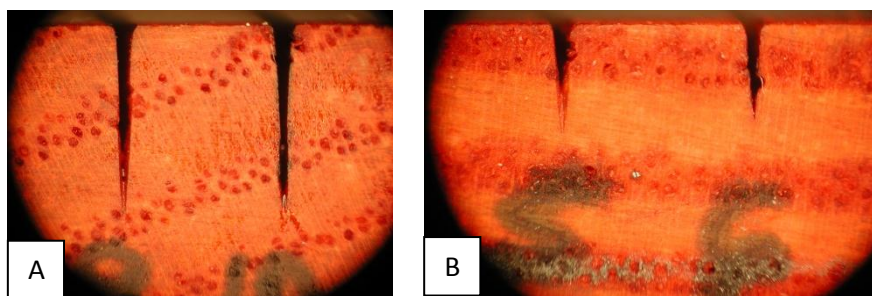


Figura 5.15 Profundidades alcanzadas en los canales de grabado. A) Profundidades mayores alcanzadas con potencia de 100% y velocidad de 4%. B) Profundidades menores con potencia de 100% y velocidad de 16%.

Mediante el equipo de cómputo equipado con el software IMAGE PRO Plus, se realizó la medición de ancho y profundidad de canales de grabado como se explica a continuación. 1) Se calibró el sistema por medio de la captura de una imagen de referencia. Esta captura de imagen corresponde a una impresión de un milímetro, que se realizó por medio de un vernier Mitutoyo sobre el material madera, como se muestra en la figura 5.16. Para la impresión se colocó tinta roja en los picos del vernier y se realizó la impresión sobre el material. Enseguida se capturó la imagen con el mismo zoom de 5, de las imágenes

capturadas de los canales de grabado. Mediante el software image Pro-plus se realizó la calibración a un milímetro del espacio entre las marcas.



Figura 5.16 Impresión del vernier Mitutoyo en el material madera para referencia de la calibración.

2) Después de calibrado el software, se cargan las imágenes obtenidas de los canales de grabado, al software Image Pro-Plus. Por medio de las herramientas del software se realizaron las mediciones de profundidad y ancho de canales de grabado como se muestra en la figura 5.17.

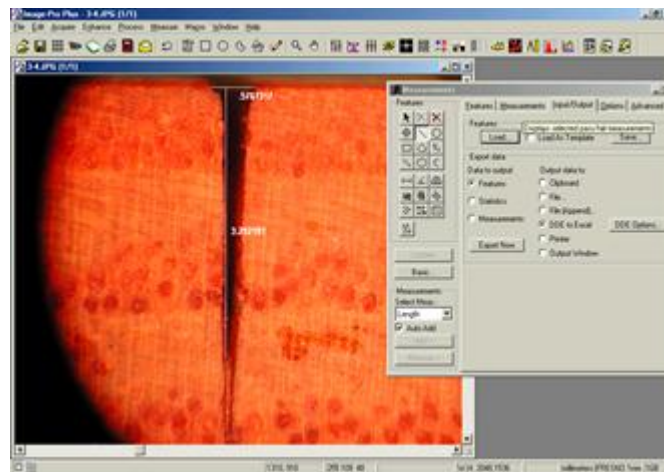


Figura 5.17 Medición de ancho y profundidad de canal de grabado a una potencia de 100% y velocidad de 4%.

5.6 Determinación de la razón de remoción de material

5.6.1 Medición de la cantidad de material extraído

La cantidad de material extraído o removido durante el proceso de grabado laser, se determinó con la diferencia de los pesos inicial y final de las probetas de madera antes y después del grabado. La determinación del peso inicial se realizó después de rectificarse la probeta y la determinación del peso final se realizó después de la limpieza de los canales de grabado. Se realizó la medición mediante una balanza analítica de la marca Ohaus con modelo Adventure Pro AV213, con capacidad máxima de 200 gr, y permite medir hasta 0.1 miligramo. Este método fue utilizado por Acosta (2011). En la figura 5.18, se muestra la balanza mencionada.



Figura 5.18 Balanza analítica utilizada en este trabajo.

5.6.2 Cálculo de la razón de remoción de material

La razón de remoción de material (Material Removal Rate MRR), es el volumen de material removido por unidad de tiempo. Se trata de un parámetro que se utiliza en la literatura sobre corte y grabado de materiales con láser. Si la

densidad de la madera utilizada es ρ , y m es la masa extraída en el proceso de grabado láser, entonces el volumen extraído, está dado por:

$$V = \frac{m}{\rho} \quad [5.1]$$

El tiempo que dura el proceso de grabado es determinado por el software que controla la operación del láser. Si se representa a este tiempo como t , entonces el parámetro para la razón de remoción de material está dado por:

$$MRR = \frac{V}{t} = \frac{m}{\rho t} \quad [5.2]$$

5.7. Modelo de Li y Mazumder para corte y grabado de madera con láser

Como se mencionó en el capítulo 4, de acuerdo con Chryssolouris (1991), el proceso de corte de metales con láser de CO₂ de alta potencia, se puede considerar como un simple proceso termodinámico en donde existe calentamiento y posterior fusión del material. Los equipos utilizan un chorro de gas a presión que desaloja el material fundido. Dicho autor propone un modelo que determina el grosor de corte en términos de los parámetros del material y del láser. También, menciona que el corte y grabado de materiales son procesos similares y que la misma ecuación resultante es válida si se interpreta como la máxima profundidad de grabado en un material. En el grabado de acero inoxidable con láser de fibra óptica, Acosta (2011) ha probado que el modelo de Chryssolouris funciona siempre y cuando se cambie el proceso de fusión por el de evaporación del metal.

Los procesos de corte y grabado con láser del material madera son mucho más complejos que en el caso de los metales. En este caso, el proceso térmico origina reacciones químicas que modifican al material. Como el resultado neto del grabado de metal y de madera con láser es muy similar, la hipótesis inicial

de este trabajo es que se podría proponer un Modelo Físico Análogo para dicho proceso. Sin embargo, al revisar la literatura, se encontró un trabajo sobre corte de madera con láser de CO₂ en donde dicha idea ya había sido utilizada (Li-Mazumder, 1991). En dicho trabajo, se propone una ecuación para calcular el grosor de corte. Dicha ecuación representa un modelo más general que el de Chryssolouris y también representa al Modelo Análogo que se buscaría. Se le ha llamado aquí el Modelo de Li y Mazumder.

El Modelo de Li y Mazumder supone que los principales procesos que ocurren en el corte de madera con láser son: 1) calentamiento de la madera hasta alcanzar su carbonización (en la carbonización de la madera se producen gases combustibles, incombustibles y residuos de carbón vegetal); 2) calentamiento del carbón resultante hasta alcanzar la evaporación o sublimación del mismo; 3) radiación de calor del carbón.

Se considera que la energía generada por la reacción de combustión de los gases, no contribuye significativamente al balance energético del proceso. La ecuación general del balance de energía para el Modelo de Li-Mazumder queda expresada de la siguiente manera

$$P - ds\varepsilon\sigma T_s^4 + ds\nu\rho_{8.6\%}E = ds\nu\rho_{8.6\%}[Cp_{(m)}(T_s - T_0) + H] + ds\nu\rho_0q[Cp_{(c)}(T_s - T_s) + L] \quad [5.3]$$

en donde:

P	Potencia de láser.	v	Velocidad de corte.
d	Diámetro del haz.	T _s	Temperatura de carbonización de la madera.
s	Profundidad.	T ₀	Temperatura ambiente.
ε	Emisividad de carbón.	q	Porcentaje de rendimiento del carbón.
T _s	Temperatura de vaporización de carbón.	Cp _(c)	Calor específico de carbón.
σ	Constante de radiación de Stefan-Boltzmann.	L	Calor de vaporización de carbón.
ρ ₀	Densidad de la madera anhidra.	E	Calor generado durante la carbonización de la madera.
ρ _{8.6%}	Densidad de la madera al 8.6 % de CH.	H	Calor latente de vaporización del agua en la madera.
Cp _(m)	Calor específico de la madera.		

Si la intensidad del haz no cambia en la posición z , de la zona de corte, la ecuación de energía se puede expresar como

$$\frac{P}{s} = dv\rho_{8.6\%}[Cp_{(m)}(T_s - T_0) + H - E] + dv\rho_0q[Cp_{(c)}(T_s - T_s) + L] + d\varepsilon\sigma T_s^4 \quad [5.4]$$

Si la intensidad del haz cambia en la posición z , la ecuación de energía se puede expresar como

$$\frac{Pe^{-\alpha s}}{s} = dv\rho_{8.6\%}[Cp_{(m)}(T_s - T_0) + H - E] + dv\rho_0q[Cp_{(c)}(T_s - T_s) + L] + d\varepsilon\sigma T_s^4 \quad [5.5]$$

Por lo tanto se tiene la siguiente ecuación para el grosor de corte

$$s = \frac{Pe^{-\alpha s}}{dv\rho_{8.6\%}[Cp_{(m)}(T_s - T_0) + H - E] + dv\rho_0q[Cp_{(c)}(T_s - T_s) + L] + d\varepsilon\sigma T_s^4} \quad [5.6]$$

Prácticamente, es a la ecuación [5.6] a lo que se le referirá en este trabajo como el Modelo de Li y Mazumder.

Si se toma en cuenta aquí, la consideración de Chryssolouris de que los procesos de corte y grabado de materiales son similares y para el grabado se considera que s representa la máxima profundidad de grabado en el material, entonces, se puede utilizar la ecuación anterior para el estudio sobre el grabado de madera con láser.

Los resultados experimentales para la máxima profundidad de grabado con láser de CO_2 sobre madera de *Fraxinus americana*, L., así como las correspondientes predicciones teóricas del Modelo de Li y Mazumder se muestran en el siguiente capítulo.

CAPÍTULO 6

RESULTADOS

6.1 Resultados experimentales de ancho y profundidad de líneas de grabado, con análisis de imágenes digitales

En la primera serie experimental se realizó para cada experimento una probeta, cada probeta con 21 líneas de grabado. Se analizaron los perfiles transversales de grabado en ambos extremos de cada línea. Mediante análisis de imágenes digitales, se determinaron las correspondientes 42 mediciones de ancho y profundidad en los extremos de las líneas de grabado para cada probeta. Los resultados obtenidos para ancho y profundidad de líneas de grabado, como función de velocidad se reportan como el promedio de las 42 mediciones referidas y se muestran en la sección siguiente.

6.1.1 Ancho de las líneas de grabado

Los resultados obtenidos de las mediciones de ancho de líneas de grabado laser realizadas, como función de la velocidad y potencia se muestran en el cuadro 6.1 y 6.2.

Cuadro 6.1. Ancho de líneas de grabado como función de velocidad.

SERIE EXPERIMENTAL I				
Experimento	Velocidad (m/s)	Potencia (watts)	Ancho promedio (mm)	Desviación estándar
1	0.0434	42	0.5211	0.0446
2	0.0652	42	0.4374	0.0391
3	0.0869	42	0.3980	0.0321
4	0.1086	42	0.3680	0.0268
5	0.1303	42	0.3395	0.0287
6	0.1520	42	0.3445	0.0352
7	0.1738	42	0.3462	0.0302

Cuadro 6.2. Ancho de líneas de grabado como función de potencia.

SERIE EXPERIMENTAL II				
Experimento	Velocidad (m/s)	Potencia (watts)	Ancho promedio (mm)	Desviación estándar
1	0.0434	16.8	0.4306	0.0325
2	0.0434	21	0.4341	0.0288
3	0.0434	25.2	0.4415	0.0374
4	0.0434	29.4	0.4530	0.0353
5	0.0434	33.6	0.4785	0.0353
6	0.0434	37.8	0.4750	0.0421
7	0.0434	42	0.4725	0.0405

En la figura 6.1 y 6.2 muestran el comportamiento del ancho de las líneas de grabado como función de la velocidad y potencia, con sus respectivas barras de error.

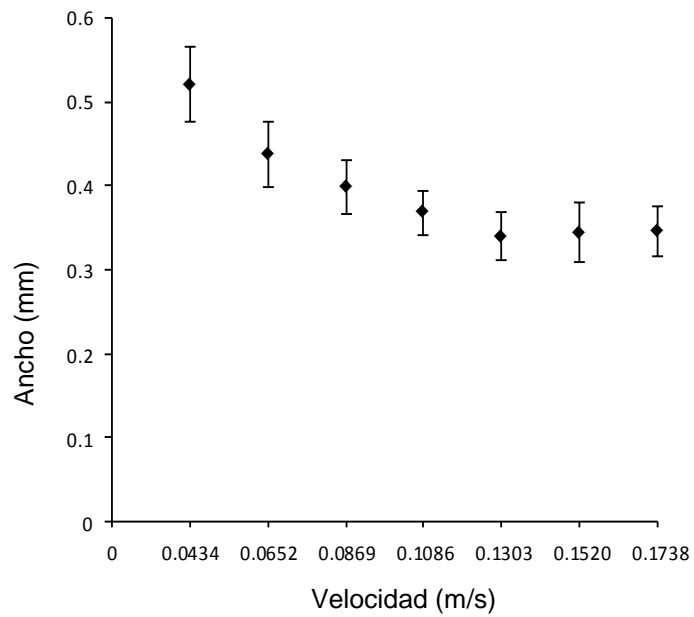


Figura 6.1. Comportamiento del ancho de líneas de grabado como función de la velocidad.

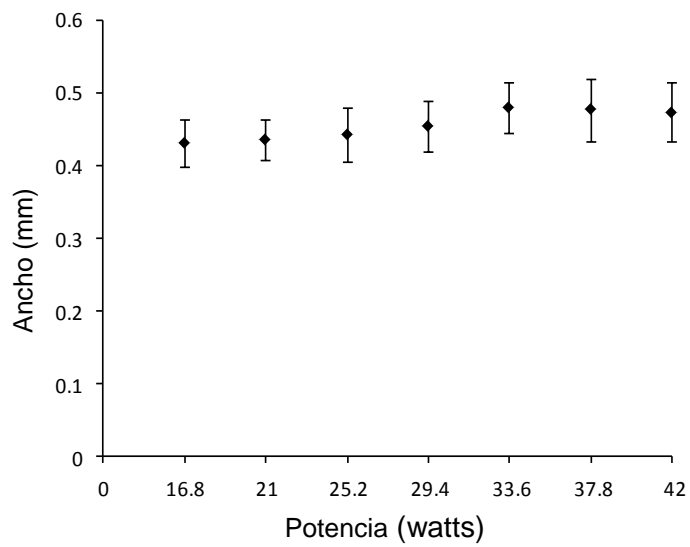


Figura 6.2. Comportamiento del ancho de líneas de grabado como función de la potencia.

6.1.2 Profundidad de las líneas de grabado

Los resultados obtenidos de las mediciones de profundidad de líneas de grabado láser, realizadas mediante análisis de imágenes digitales, como función de la velocidad y potencia se muestran en el cuadro 6.3. y 6.4.

Cuadro 6.3. Profundidad de líneas de grabado como función de velocidad.

SERIE EXPERIMENTAL I				
Experimento	Velocidad (m/s)	Potencia (watts)	Profundidad promedio (mm)	Desviación estándar
1	0.0434	42	3.0817	0.3251
2	0.0652	42	2.5499	0.2302
3	0.0869	42	1.9551	0.2041
4	0.1086	42	1.5236	0.1643
5	0.1303	42	1.3725	0.2650
6	0.1520	42	1.2630	0.1814
7	0.1738	42	1.0868	0.1776

Cuadro 6.4. Profundidad de líneas de grabado como función de potencia.

SERIE EXPERIMENTAL II				
Experimento	Velocidad (m/s)	Potencia (watts)	Profundidad promedio (mm)	Desviación estándar
1	0.0434	16.8	2.1164	0.2219
2	0.0434	21	2.3821	0.2564
3	0.0434	25.2	2.6210	0.2861
4	0.0434	29.4	2.7059	0.3767
5	0.0434	33.6	2.9920	0.3271
6	0.0434	37.8	3.1031	0.3269
7	0.0434	42	3.0910	0.2834

En la figura 6.3 y 6.4 se muestran el comportamiento de la profundidad de líneas de grabado como función de la velocidad y potencia.

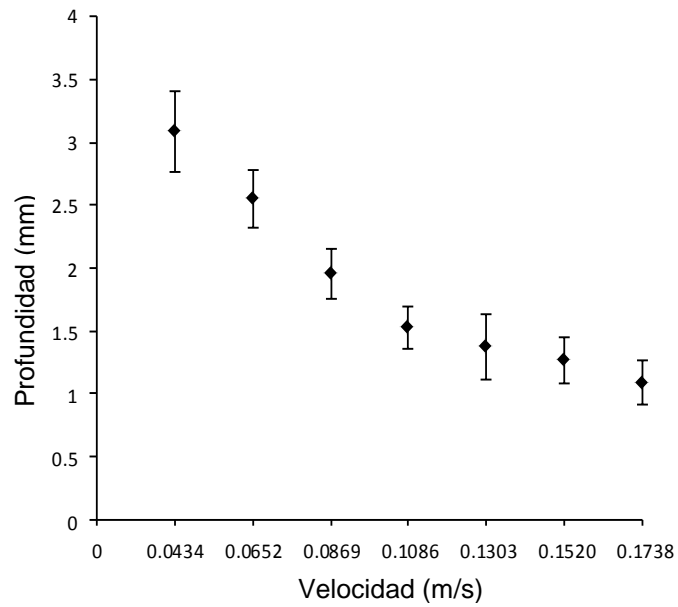


Figura 6.3. Comportamiento de profundidad de líneas de grabado láser como función de velocidad.

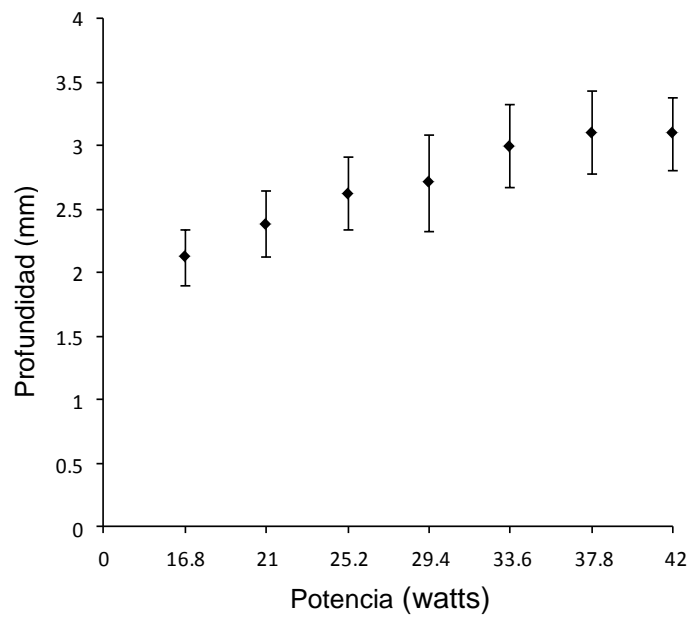


Figura 6.4. Comportamiento de profundidad de líneas de grabado láser como función de potencia.

La figura 6.3, muestra el comportamiento de la profundidad de corte del material, como función de la velocidad, donde un aumento en la velocidad de corte implica una disminución en la profundidad del canal de grabado. La figura 6.4, muestra el comportamiento de la profundidad de corte del material como función de la potencia, donde un aumento en la potencia de corte implica un aumento en la profundidad.

6.2 Razón de remoción del material

La cantidad de masa extraída o removida total durante el proceso de grabado láser, se determinó mediante la balanza analítica. Por medio de la diferencia de pesos antes y después del grabado en cada experimento de la serie experimental. Los resultados de muestran en el cuadro 6.5. y 6.6.

Cuadro 6.5. Cantidad de masa extraída como función de la velocidad

SERIE EXPERIMENTAL I					
Experimento	Potencia (watts)	Velocidad (m/s)	Peso inicial (g)	Peso final (g)	Masa extraída (g)
1	42	0.0434	43.1822	42.727	0.4556
2	42	0.0652	43.2277	42.915	0.3124
3	42	0.0869	44.7319	44.497	0.2347
4	42	0.1086	47.348	47.156	0.1918
5	42	0.1303	42.4517	42.291	0.1609
6	42	0.1520	44.5096	44.361	0.1486
7	42	0.1738	43.6215	43.49	0.132

Cuadro 6.6. Cantidad de masa extraída como función de la potencia

SERIE EXPERIMENTAL II					
Experimento	Potencia (watts)	Velocidad (m/s)	Peso inicial (g)	Peso final (g)	Masa extraída (g)
1	16.8	0.0434	42.52	42.221	0.2989
2	21	0.0434	46.7934	46.445	0.3489
3	25.2	0.0434	44.4199	44.035	0.385
4	29.4	0.0434	46.0527	45.643	0.4102
5	33.6	0.0434	44.242	43.744	0.4982
6	37.8	0.0434	43.1183	42.629	0.4894
7	42	0.0434	48.7092	48.175	0.5344

La razón de remoción de material (Material Removal Rate, MRR), se determina mediante el volumen de material removido por unidad de tiempo. El volumen de material removido está dado por la cantidad de masa extraída por la densidad del material. La densidad de la madera de *Fraxinus americano, L.*, reportado en la literatura es de 660 kg/m³ (Lincoln, 1986). El tiempo se determinó mediante el software que controla la operación del equipo láser. Los resultados de la razón de remoción del material se muestran en el cuadro 6.7. y 6.8.

Cuadro 6.7. Razón de remoción del material como función de la velocidad.

SERIE EXPERIMENTAL I					
Experimento	Potencia (watts)	Velocidad (m/s)	Tiempo (s)	Volumen material removido(cm ³)	Razón de remoción del material (cm ³ /s)
1	42	0.0434	44	0.6903	0.0157
2	42	0.0652	33	0.4733	0.0143
3	42	0.0869	28	0.3556	0.0127
4	42	0.1086	24	0.2906	0.0121
5	42	0.1303	23	0.2438	0.0106
6	42	0.1520	21	0.2252	0.0107
7	42	0.1738	21	0.2	0.0095

Cuadro 6.8. Razón de remoción del material como función de la potencia.

SERIE EXPERIMENTAL II					
Experimento	Potencia (watts)	Velocidad (m/s)	Tiempo (s)	Volumen material removido(cm ³)	Razón de remoción del material (cm ³ /s)
1	16.8	0.0434	44	0.4529	0.0103
2	21	0.0434	44	0.5286	0.0120
3	25.2	0.0434	44	0.5833	0.0133
4	29.4	0.0434	44	0.6215	0.0141
5	33.6	0.0434	44	0.7549	0.0172
6	37.8	0.0434	44	0.7415	0.0169
7	42	0.0434	44	0.8097	0.0184

En las figuras 6.5 y 6.6 se muestran las gráficas de la razón de remoción del material como función de la velocidad y la potencia, respectivamente. También se incluyen ajustes de regresión lineal obtenidos con el software Statistica.

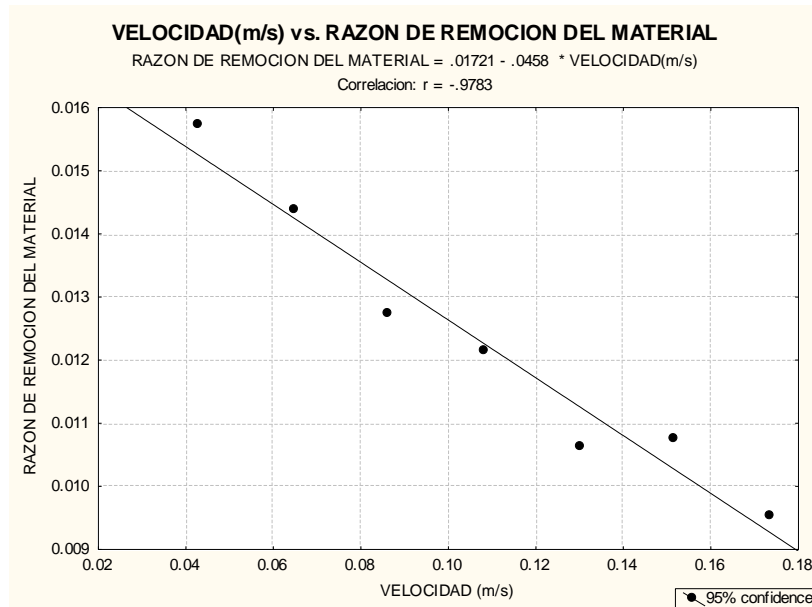


Figura 6.5. Serie experimental I: Razón de remoción del material como función de la velocidad, con ajuste de regresión lineal proporcionado por el software Statistica.

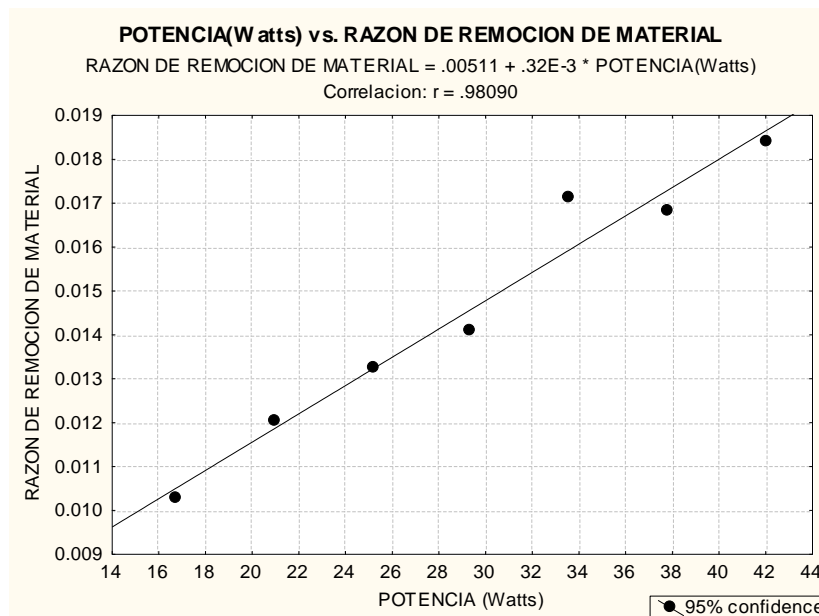


Figura 6.6. Serie experimental II: Razón de remoción del material como función de la potencia, con ajuste de regresión lineal proporcionado por el software Statistica.

6.3 Cálculo de profundidad con el Modelo de Li y Mazumder sin atenuación y comparación con los resultados experimentales

El Modelo de Li y Mazumder, como se explicó en el capítulo 5, se puede utilizar para determinar la profundidad máxima de grabado alcanzada, con láser de CO₂ en madera, la cual está dada por:

$$S = \frac{P e^{-\alpha s}}{d\nu\rho_{8.6\%}[Cp_{(m)}(T_s-T_o)+H-E]+d\nu\rho_0q[Cp_{(c)}(T_s-T_s)+L]+d\varepsilon\sigma T_s^4} \quad [5.6]$$

En el caso en que no exista atenuación de la radiación láser por el material en la dirección z de la zona de grabado (a lo largo de la profundidad del grabado) el coeficiente de atenuación α vale cero, por lo que la ecuación anterior queda como

$$S = \frac{P}{d\nu\rho_{8.6\%}[Cp_{(m)}(T_s-T_o)+H-E]+d\nu\rho_0q[Cp_{(c)}(T_s-T_s)+L]+d\varepsilon\sigma T_s^4} \quad [6.1]$$

Los valores que requiere la ecuación para el presente trabajo se enlistan a continuación (se indican las referencias correspondientes).

P= 42 watts	(Uranga, 2006)
$\alpha= 20 \text{ m}^{-1}$	(Li y Mazumder, 1991)
d= 0.000127 mm	(Universal Laser Systems, 2004).
v= 108.6 cm/s	(Uranga, 2006)
$\rho_{8.6\%}= 680 \text{ kg/m}^3$	(Para este caso se determinó a un contenido de humedad de 8.6%)
$T_s=573^\circ\text{k}$	(Li y Mazumder, 1991).
$T_o= 20^\circ\text{C}$.	(Se determinó por medio de un termómetro digital marca Control Company modelo 4184)
$\rho_o= 660 \text{ kg/m}^3$	(Lincoln, 1986).

$q= 38\%$	(Li y Mazumder, 1991).
$Cp_{(c)}= 0.6688 \text{ KJ/kg}^\circ\text{k}$	(Kollmann y Coté, 1984)
$T_s= 4273^\circ\text{k}$	(Li y Mazumder, 1991).
$L= 5024 \text{ KJ/kg}$	(Li y Mazumder, 1991).
$\varepsilon= 0.85$	(Li y Mazumder, 1991).
$\sigma= 5.6679 \times 10^{-11} \text{ kw/m}^2\text{K}^4$	(Li y Mazumder, 1991; Cengel, 2004)
$E= 1104.5655 \text{ KJ/kg}$	(Li y Mazumder, 1991).
$H= 197.4698 \text{ KJ/kg}$	(Li y Mazumder, 1991).
$Cp_{(m)}= 0.324 \text{ cal/g }^\circ\text{C}$	(Li y Mazumder, 1991).

Los resultados teóricos que proporciona la ecuación del Modelo de Li y Mazumder, cuando no existe atenuación ($\alpha=0$), para profundidad máxima como función de la velocidad y potencia, se muestra en las figuras 6.7 y 6.8, respectivamente. Para propósitos de comparación se muestran también los resultados experimentales en dichas figuras.

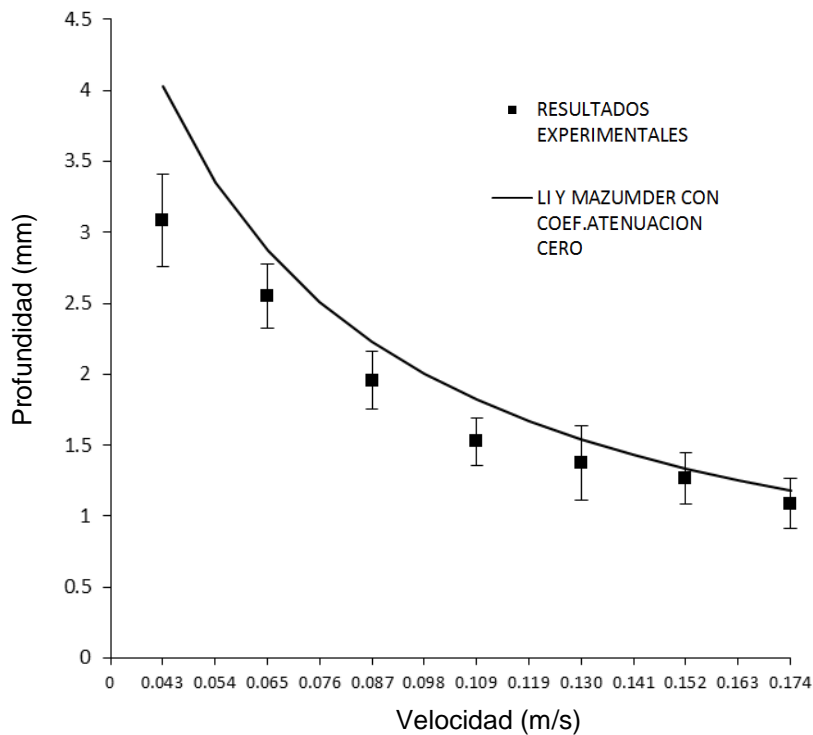


Figura 6.7. Comportamiento de profundidad como función de velocidad obtenida con Modelo de Li y Mazumder cuando $\alpha=0$.

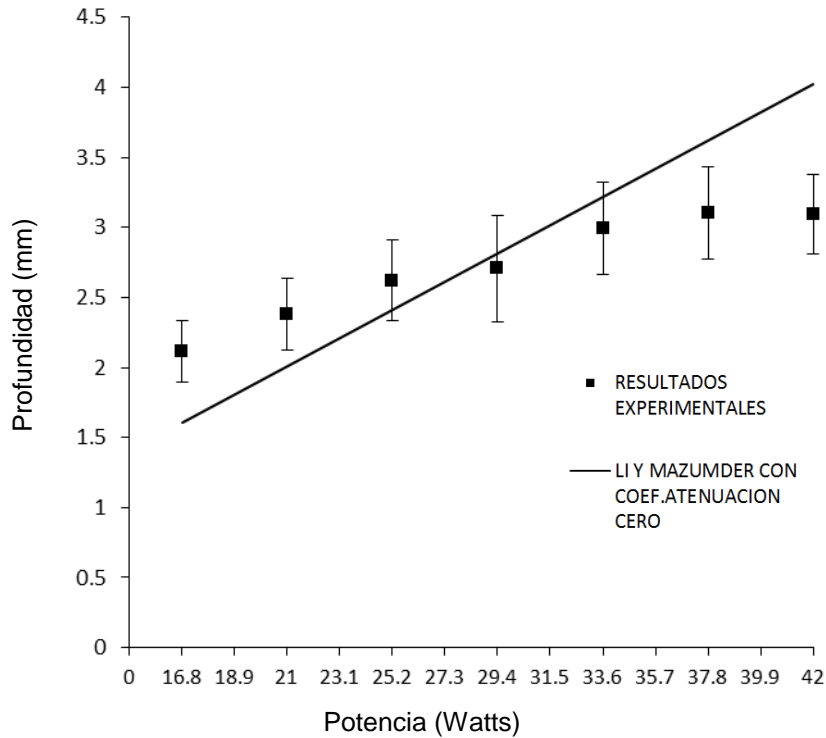


Figura 6.8. Comportamiento de profundidad como función de velocidad obtenida con Modelo de Li y Mazumder cuando $\alpha=0$.

6.4 Cálculo de profundidad con el Modelo de Li y Mazumder, en la aproximación de bajas atenuaciones, para $\alpha=20$, y comparación con los resultados experimentales

La presente aproximación es una propuesta original de este trabajo de tesis. Si se considera que la atenuación no es cero, pero es pequeña, esto se expresa matemáticamente como

$$\alpha s \ll 1 \tag{6.2}$$

De esta forma, es conocido en matemáticas aplicadas y física que, la exponencial de la ecuación [5.6] se puede aproximar como

$$e^{-\alpha s} \cong 1 - \alpha s \tag{6.3}$$

Si se sustituye la ecuación [6.3] en la [5.6], y se despeja s , la ecuación para la máxima profundidad de grabado, dentro de esta aproximación, queda como

$$s = \frac{P}{dv\rho_{8.6\%}[Cp_{(m)}(T_S-T_0)+H-E]+dv\rho_0q[Cp_{(c)}(T_S-T_S)+L]+d\varepsilon\sigma T_S^4+\alpha P} \quad [6.4]$$

Para varias especies estudiadas, Li y Mazumder (1991) estimaron un coeficiente de atenuación $\alpha=20$. Los resultados para la máxima profundidad como función de la velocidad y la potencia, respectivamente, en la aproximación de pequeñas atenuaciones, para $\alpha=20$, se muestran en las figuras 6.9 y 6.10. Para propósito de comparación, también se incluyen en dichas tablas los datos experimentales del presente trabajo.

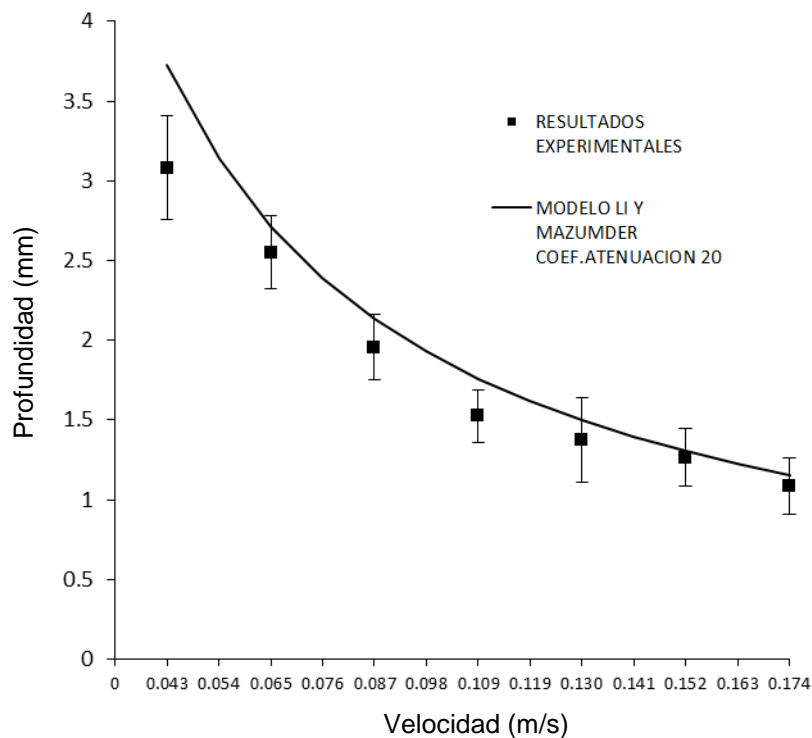


Figura 6.9 Comportamiento de profundidad como función de velocidad obtenida con Modelo de Li y Mazumder cuando $\alpha=20$.

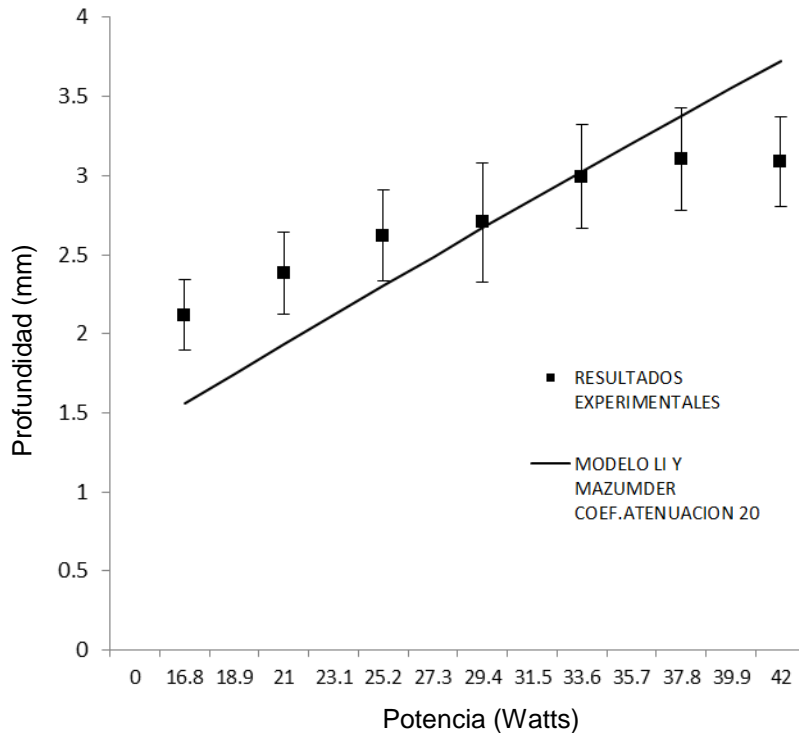


Figura 6.10 Comportamiento de profundidad como función de potencia obtenida con Modelo de Li y Mazumder cuando $\alpha=20$.

6.5 Cálculo de profundidad con el Modelo de Li y Mazumder, en la aproximación de bajas atenuaciones, para diferentes α , y comparación con los resultados experimentales

Los resultados teóricos de la máxima profundidad de grabado, dentro de la aproximación de baja atenuación del modelo de Li y Mazumder, para $\alpha=20$, están muy cercanos a los resultados experimentales. Se pensaría que un ligero ajuste de este parámetro de atenuación podría mejorar los resultados. En las figuras 6.11 y 6.12 se muestran resultados teóricos para la máxima profundidad de grabado para varios coeficientes de atenuación ($\alpha= 20$, $\alpha= 40$ y $\alpha= 60$), como función de la velocidad y la potencia, respectivamente. Para fines de comparación se muestran también los datos experimentales obtenidos en este trabajo.

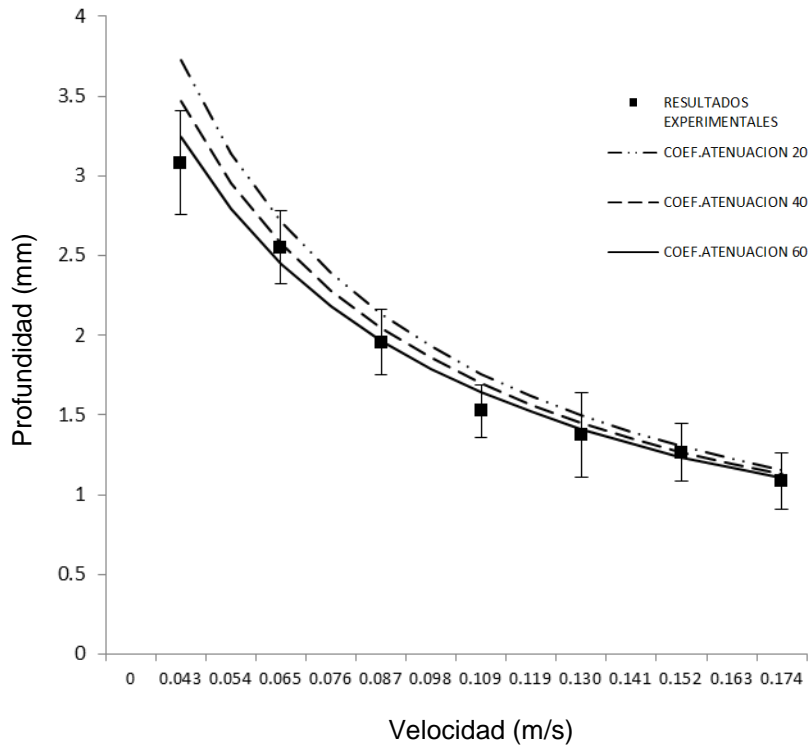


Figura 6.11. Comportamiento de profundidad como función de velocidad obtenida con Modelo de Li y Mazumder cuando $\alpha= 20$, $\alpha= 40$, $\alpha= 60$.

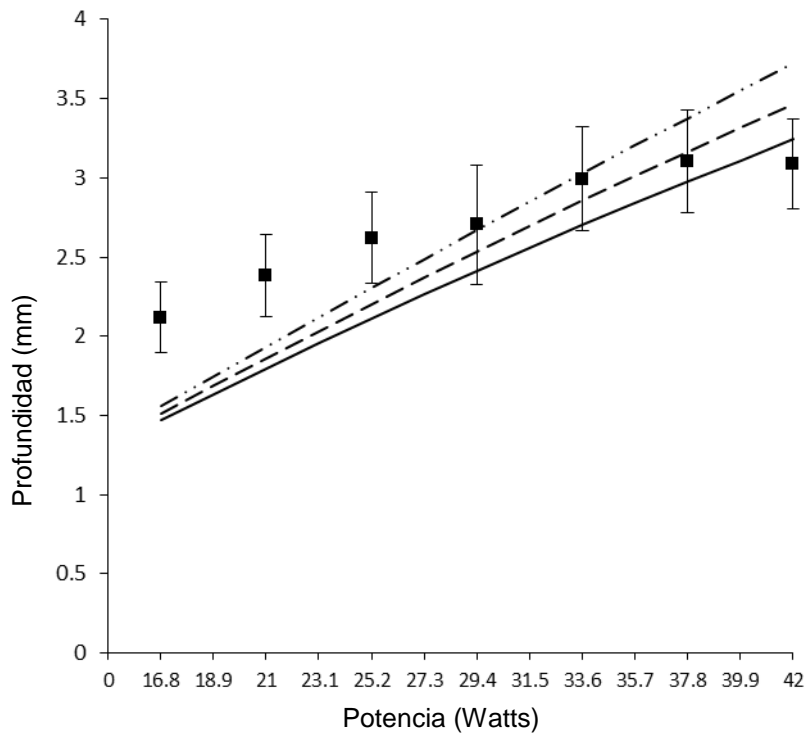


Figura 6.12. Comportamiento de profundidad como función de potencia obtenida con Modelo de Li y Mazumder cuando $\alpha= 20$, $\alpha= 40$, $\alpha= 60$.

CAPÍTULO 7

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

7.1 Discusión de resultados

En el caso de la Razón de Remoción de Material (MRR), se observan comportamientos lineales tanto en función de la velocidad (v) como en función de la potencia. En el caso como función de la velocidad, se encuentra que los datos pueden ser modelados por la ecuación

$$MRR = -0.0458v + 0.01721 \quad [7.1]$$

Para el caso como función de la potencia la ecuación es:

$$MRR = 0.0032 P + 0.00511 \quad [7.2]$$

Estos resultados difieren del trabajo de Acosta (2011) sobre el grabado de acero inoxidable con un laser de fibra óptica. En dicho trabajo, solo la razón de remoción de material en función de la potencia presenta un comportamiento

lineal. El caso como función de la velocidad presenta un comportamiento claramente no lineal. Los datos experimentales encontrados, pueden ayudar a estimar el parámetro de remoción de material en los diferentes rangos de potencia y velocidad que se deseen utilizar en el proceso de grabado de madera con láser.

Con relación al ancho de las líneas de grabado, se observa que disminuye de una manera no lineal conforme aumenta la velocidad de grabado, pero lo que parece más interesante en este caso, es que, dentro del error experimental, el ancho de las líneas de grabado permanece constante al variar la potencia. Esto puede ser de importancia en el grabado de madera, ya que implicaría que los detalles finos y calidad del grabado no se afectarían, solo se incrementaría la profundidad del mismo. Esto parece explicar lo que ocurre en la práctica.

En el caso de la máxima profundidad de grabado como función de la velocidad, se tiene un comportamiento no lineal. Como puede observarse en las figura 6.3, en general, el modelo de Li y Mazumder describe cualitativamente muy bien el tipo de variación determinado por las mediciones. En particular, si se utiliza un coeficiente de atenuación entre 40 y 60 m^{-1} en el modelo de Li y Mazumder para baja atenuación, la concordancia del modelo con los datos experimentales es también cuantitativamente buena. Lo anterior, significa que la radiación sufre su atenuación característica más importante a las distancias (inverso del coeficiente de atenuación) de 25 mm y 16.6 mm respectivamente, a partir de la superficie del material a grabar.

En el caso de la profundidad máxima de grabado como función de la potencia, la situación no es tan alentadora. Los datos experimentales muestran un comportamiento no lineal, en general diferente a lo que predice el modelo de Li y Mazumder. Para el caso sin atenuación, el modelo predice un comportamiento estrictamente lineal. Como puede observarse en la figura 6.8. El coeficiente de atenuación produce una ligera curvatura en el modelo de Li y Mazumder en la aproximación de bajas atenuaciones. La curvatura aumenta conforme aumenta dicho coeficiente, sin embargo, aún así, se está lejos de

una aceptable descripción del fenómeno, incluso, de manera cualitativa. Lo que puede rescatarse, es que al menos para potencias mayores o igual a 70 watts, el modelo de Li y Mazumder para bajas atenuaciones produce buenos resultados también para coeficientes de atenuación entre 40 y 60 m^{-1} , y la concordancia es cuantitativamente aceptable.

Un problema crítico que queda pendiente, es resolver la ecuación [5.6] sin aproximaciones. Este tipo de ecuaciones solo se puede resolver mediante métodos numéricos o utilizando un software profesional de matemáticas. Es probable que el comportamiento de la máxima profundidad de grabado como función de la potencia sea en general descrito mejor de esta manera, al menos cualitativamente.

Por otro lado, la potencia máxima del láser, que se utilizó en el modelo teórico, es la potencia que midió Uranga (2006) y que fue de 42 watts. Se sabe que los láseres de gas se degradan poco a poco en el transcurso del tiempo y disminuye su potencia. En este trabajo, se tuvo el inconveniente de que no se pudo medir la potencia actual del láser, debido a que el medidor de potencia con que se cuenta es muy básico, anticuado y al parecer ya no está funcionando de manera adecuada. Proporciona una potencia del orden de la mitad de la anterior, lo que no parece tener sentido, ya que el láser sigue grabando madera, con la misma calidad de grabado, con los mismos parámetros que se utilizaban desde que el equipo estaba nuevo. Incluso sigue cortando triplay y placas delgadas de madera, lo cual no sería posible con la baja potencia que registra el medidor. Se tiene el antecedente de que aproximadamente en el mismo tiempo en que Uranga Valencia (2006), hizo su medición, se solicitó apoyo de la empresa Laser Tech S.A.de C.V. para alinear y recuperar la potencia máxima de su laser de CO_2 . Utilizando el mismo medidor de potencia, se encontró que dicho láser todavía tenía la misma potencia máxima original, a pesar de que ya tenía un uso intensivo de 4 o 5 años.

Por las consideraciones anteriores, si la potencia del láser usado en este trabajo hubiera disminuido, no se esperaría que esa disminución sea significativa. En ese caso, es posible que los datos teóricos se ajusten todavía mejor a los datos experimentales para el caso de la profundidad máxima como función de la velocidad. De cualquier forma, queda como perspectiva la adquisición de un nuevo y más avanzado medidor de potencia y la determinación de la máxima potencia actual del láser.

En caso de lograr realizar los cálculos correctos y se obtuviera una concordancia cuantitativamente aceptable, en general, considerando el coeficiente de atenuación como un parámetro estadístico de ajuste tal como lo hicieron Li y Mazumder, el presente trabajo representaría un método experimental relativamente simple para determinar el coeficiente de atenuación para diferentes especies de madera. Li y Mazumder utilizaron un láser de kilowatts para el corte de tablas de madera de hasta una pulgada de espesor. El equipo anterior es excesivamente grande y costoso, y requiere de espacio e instalaciones de tipo industrial, a diferencia del grabado láser de madera en donde el equipo es pequeño y aunque costoso, no se compara con el de corte utilizado por Li y Mazumder. Además, las probetas de madera son en este caso también pequeñas.

7.2 Conclusiones

Como se ha observado, de acuerdo a lo que se suponía al inicio de la presente investigación, aún cuando el grabado de madera es un proceso físico-químico muy complejo en donde ocurren un número considerable de reacciones químicas, en diferentes rangos de temperatura, éste puede ser modelado mediante un proceso físico neto dominante, ya que las energías involucradas en los procesos químicos son muy pequeñas comparadas con los procesos físicos. No se tenía conocimiento de que esta idea ya había sido utilizada previamente, hasta que se encontró el trabajo de Li y Mazumder (1991), el cual fue un soporte muy importante para el posterior desarrollo de la presente investigación. De cualquier forma, en este trabajo de tesis se confirma que

dicha suposición es correcta. Dentro del error experimental, los datos experimentales para la máxima profundidad de grabado concuerdan satisfactoriamente con los datos teóricos que dicha suposición implica, lo cual está representado en el Modelo de Li y Mazumder. La concordancia es general para el caso de la máxima profundidad como función de la velocidad y parcial como función de la potencia.

La explicación de que la suposición o hipótesis referida en el párrafo previo resulte correcta o haya sido probada, radica en que, de acuerdo al Modelo de Li y Mazumder, avalado por los datos experimentales, además del calentamiento y carbonización de la madera, la contribución principal al proceso de grabado está dada por los subprocesos físicos de calentamiento y posterior evaporación del carbón, que es la parte del proceso que involucra las mayores energías.

Chryssolouris (1991), menciona que en este tipo de estudios, hasta donde se tenía conocimiento en ese momento, no se había logrado un avance, en general, en cuanto a una concordancia cuantitativa entre teoría y experimento. El estudio de Li y Mazumder (1991) sí logra una buena concordancia cuantitativa en el caso del corte de madera con láser como función de la velocidad. Sin embargo, debe tomarse en cuenta que al coeficiente de atenuación lo consideraron como un parámetro de ajuste a los resultados experimentales en el análisis estadístico de datos. En el presente trabajo, también se logra una concordancia aceptable entre experimento y teoría, la cual también mejora con un ajuste del coeficiente de atenuación. Por lo anterior, el presente trabajo puede representar también una contribución al avance en la investigación sobre el grabado de materiales con láser.

Por otro lado, se ha verificado nuevamente que el método diseñado y desarrollado por Gómez (2005) en la Facultad de Ingeniería en Tecnología de la Madera de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, que consiste en la elaboración de líneas de grabado con láser sobre probetas de madera y el posterior análisis de su sección transversal y medición de la

máxima amplitud y profundidad de grabado mediante análisis de imágenes digitales, es completamente adecuado para este tipo de investigación. Se trata de un método general que puede ser aplicado para cualquier tipo de láser y para cualquier material. Ya fue verificado dicho método por Acosta (2011) utilizando un láser de fibra óptica de la más reciente tecnología y acero inoxidable como material de grabado.

Se dejan como perspectivas para futuras investigaciones, la solución de la profundidad máxima de la ecuación original del Modelo de Li y Mazumder como función del coeficiente de atenuación, para lo cual, según se mencionó, se requieren métodos numéricos o un software profesional de matemáticas. También queda pendiente la medición de la máxima potencia actual del láser. Una vez que las condiciones anteriores se hayan resuelto, se requeriría un ajuste de datos teóricos a experimentales mediante un software estadístico para determinar el coeficiente de atenuación correspondiente. Con todo lo anterior, se dispondría ya de un método accesible para determinar los coeficientes de atenuación de cualquier material que utilice la industria de grabado láser con CO₂. En particular, se podrían obtener los coeficientes de atenuación para diferentes especies de madera.

BIBLIOGRAFIA

Aboites, V. 1991. El láser. Fondo de Cultura Economica, S.A. de C.V. México.

Acosta, G. M. A. 2011. Estudio del grabado de metales y corte de láminas metálicas delgadas con un láser de fibra óptica. Tesis de Maestría. Instituto de Investigación en Comunicación Óptica. Universidad Autónoma de San Luis Potosí. San Luis Potosí. México.

Barnekov, V.G., McMillin, C.W., Huber, H.A. 1986. Factors influencing laser cutting of Wood. Forest Products Journal. Vol. 36, No. 1.

Beall, F.C. 1968. Specific heat of wood. Further research required to obtain meaningful data. U.S. Department of agriculture. Forest Products laboratory. Madison. Wisconsin.

Capuz, Lladro R. 2005. Materiales orgánicos maderas. Universidad Politécnica de Valencia. Valencia, España.

Caristan, C.L. 2004. Laser cutting guide for manufacturing. Society for Manufacturing Engineers.

Cengel, Y. A. 2004. Transferencia de calor. McGraw-Hill. México.

Choi, W.C., Chryssolouris, G. 1995. Analysis of the laser grooving and cutting processes. J. Phys. D. App. Phys. Korea University. Vol. 28, 873-878.

Chryssolouris, G. 1991. Laser machining theory and practice. Springer-Verlag. New York Inc.

Chryssolouris, G. 2006. Manufacturing Systems: Theory and Practice. Springer-Verlang. New York.

Echenique, R. 1993. Ciencia y tecnología de la madera 1. Universidad Veracruzana. México.

Gómez, M. J. 2005. Caracterización de cortes en el grabado laser de Madera de cuatro especies comerciales. Tesis de licenciatura. Facultad de Ingenieria en Tecnología de la Madera. Universidad Michoacana de San Nicolas de Hidalgo. Morelia, Michoacan. México.

Hecht, J. 1992. The Laser Guidebook. McGraw-Hill. Inc.

Holman, J.P. 1986. Transferencia de calor. McGrall-Hill. México.

Incropera, F. P., Witt, D. P. 1999. Fundamentos de transferencia de calor. Prentice Hall. México.

Injeyan, H., Goodno, G.D. 2011. High-Power Laser Handbook. McGraw-Hill. Inc.

Kollman, F. 1950. Tecnología de la Madera y sus Aplicaciones. Instituto Forestal de Investigaciones y Experiencias y el Servicio de la Madera. Madrid.

Kollman, F., Coté, W.A. 1984. Principles of Wood Science and Technology. Springer-Verlag.

Kreith, F. 2001. Principios de transferencia de calor. Thomson. México.

Li, L., Mazumder, J. 1991. A study of the mechanism of laser cutting of wood. Forest Products Journal. Vol. 41 No.10.

Lincoln, W. A. 1986. World Woods in color. Linden publishing Co. Inc. Fresno California.

Mai, C.C., Lin, J. 2006. An investigation of the surface contours in laser grooving. Int J Adv Manuf Tech. Springer-Verlag. Vol. 28, 76-81.

Malacara, D. 1997. Óptica Tradicional y Moderna. Fondo de Cultura Económica. México.

Naderi, N., Legacéy, S., Chin, S.L. 1999. Preliminary investigations of ultrafast intense Láser Wood processing. Forest products journal. Vol. 49 No. 6.

Panshing, A.J. 1970. Textbook of wood technology. Vol. 1. Structure, identification, uses and properties of commercial woods of United States and Canada. McGrall-Hill. New York.

Peters, C.C., Banas, C.M. 1977. Cutting wood and wood-base products with a multikilowatt C02 laser. Forest Products Journal. Vol. 27, No. 11. Portland. Oregon.

Peters, C.C., Marshall, H.L. 1975. Cutting wood Materials by Laser. U.S. Department of agriculture. Forest Products laboratory. Madison. Wisconsin.

Schuocker, D., 1986. Dinamic phenomena in Laser cutting and cut quality. Appl. Phys. Vol. 40, 9-14.

Siegman, A.E. 1986. Láser. Universidad de Stanford. University Science Books. Stanford.

Smith, J. M., Van, N.H.C. 1986. Introducción a la termodinámica en ingeniería química. McGrall-Hill. México.

Steen, W. M., Mazumder, J. 2010. Laser Material Processing. Springer-Verlang. London.

Stournaras, A., Salonitis, K., Stavropoulos, P., Chryssolouris, G., 2009. Theoretical and experimental investigation of pulsed laser grooving process. Springer-Verlag Vol. 44, 114–124.

Tsoumis, G. 1991. Science and Technology of Wood. Structure, properties, utilization. Van Nostrand Reinhold. New York.

Universal Laser Systems, Inc. 2004. Manual de laser de CO₂, modelo Versa-Laser.

Uranga, V. L. 2006. Desarrollo de la técnica de grabado láser por segmentación de imagen y aplicación a cinco especies de madera laminada comercial. Facultad de Ingeniería en Tecnología de la Madera. Universidad Michoacana de San Nicolas de Hidalgo. Morelia, Michoacan. México.

Vignote, P. S., Martínez, R. 2005. Tecnología de la Madera. Mundi-Prensa. Madrid. España.

Young, M. 2001. Optics and lasers. Including Fibers and Optical Waveguides. Springer-Verlang. USA.

APÉNDICE A

LENGUAJE MATEMÁTICO BÁSICO PARA ESTUDIOS DE TRANSFERENCIA DE CALOR

A.1 Derivada de una función

La derivada de una función corresponde al cálculo diferencial de una variable y se representa con el símbolo $\frac{dy}{dx}$. El símbolo $\frac{d}{dx}$, se llama operador derivada, indica que toda función que se escriba después de él ha de derivarse con respecto a x .

La derivada de una función de x es también función de x , se utiliza también el símbolo $f'x$ o $\frac{dy}{dx}$ para representar la derivada de $f(x)$.

$$\text{Si } y = f(x)$$

$$\frac{dy}{dx} = f'(x) \quad \text{Se lee la derivada de } y \text{ con respecto a } x.$$

De igual forma se definen derivadas de orden mayor que uno.

$$\frac{df}{dx} = f'(x); \text{ primer derivada}$$

$$\frac{d^2f}{dx^2} = f''(x); \text{ segunda derivada}$$

$$\frac{d^3f}{dx^3} = f'''(x); \text{ tercera derivada, etc.}$$

A.2 Derivadas parciales de una función

Las derivadas parciales de una función corresponden al cálculo de dos o más variables y se representan con el símbolo ∂ , conocida como la d de Jacobi.

La derivada parcial de primer orden de una función f con respecto a la variable x o bien con respecto a la variable y se representa con cualquiera de las siguientes notaciones equivalentes

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \partial_x f = f'_x, \quad \frac{\partial f}{\partial y} = \partial_y f = f'_y$$

Las derivadas parciales de una función $z = f(x, y)$ definen a su vez nuevas funciones. Si a estas nuevas funciones se les calcula las derivadas parciales, se obtienen de esta manera las derivadas parciales segundas y se representan como:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f''_{xx} = \partial_{xx} f, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = f''_{yy} = \partial_{yy} f$$

Para calcular las derivadas parciales son válidas las reglas y fórmulas de derivación ordinarias. Para realizar el cálculo se considera que todas las variables son constantes, excepto la variable con respecto a la cual se está derivando.

Si $z = f(x, y)$ donde f es una función de x e y .

en donde se tiene

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \text{derivada parcial de } z \text{ con respecto a } x \text{ (y permanece constante)}$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \text{derivada parcial de } z \text{ con respecto a } y \text{ (x permanece constante)}$$

A.3 Gradiente de una función

Se llama gradiente de una función, al vector cuyas proyecciones sobre los ejes de coordenadas son las derivadas parciales de dicha función y se denota por.

$$\nabla F \text{ o } \textit{grad } F$$

Y se lee “el gradiente de F ”.

Se define como:

$$\nabla F = \left(\frac{\partial F}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial F}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial F}{\partial z} \hat{k} \right) \quad [\text{A.1}]$$

Al operador ∇ se le llama operador nabla.

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{k} \right) \quad [\text{A.2}]$$

$$\nabla F = \left(\frac{\partial F}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial F}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial F}{\partial z} \hat{k} \right) \quad [\text{A.3}]$$

Para dos variables $F=F(x, y)$ se tiene que:

$$\nabla F = \left(\frac{\partial F}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial F}{\partial y} \hat{j} \right) \quad [\text{A.4}]$$

Si se tiene una función escalar $F(x, y, z)$, puede ser una distribución de presión, concentración (humedad), temperatura, etc. Se hablará entonces de un gradiente de presión, gradiente de concentración, gradiente de temperatura,

etc. En caso de una distribución de temperatura se representa por $T(x, y, z)$ y se denota por:

$$\nabla T \text{ o } \textit{grad } T$$

se define como

$$\nabla T = \left(\frac{\partial T}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial T}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial T}{\partial z} \hat{k} \right) \quad [\text{A.5}]$$

A.4 Divergencia de un vector

Si se tienen dos vectores, ∇ y \vec{r} . El producto escalar entre estos dos vectores es $\nabla \cdot \vec{r}$. Por lo tanto el producto escalar de estos vectores se denomina divergencia de un vector y se denota como $\textit{div } \vec{r} = \nabla \cdot \vec{r}$.

en donde
$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{k} \quad [\text{A.6}]$$

y
$$\vec{r} = r_x \hat{i} + r_y \hat{j} + r_z \hat{k} \quad [\text{A.7}]$$

por lo tanto la divergencia de un vector se define como:

$$\textit{div } \vec{r} = \nabla \cdot \vec{r} = \frac{\partial r_x}{\partial x} + \frac{\partial r_y}{\partial y} + \frac{\partial r_z}{\partial z} \quad [\text{A.8}]$$

A.5 Laplaciano de una función

El Laplaciano de una función $F(x, y, z)$ se denota como $\nabla^2 F$ y se define como:

$$\nabla^2 F = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} \quad [\text{A.9}]$$

en donde $\nabla^2 F = \nabla \cdot \nabla F$ es la divergencia del gradiente de F .

APÉNDICE B

TRANSFERENCIA DE CALOR

B.1 Transferencia de calor

Calor y temperatura son conceptos que en el lenguaje cotidiano se confunden, pero son diferentes. La termodinámica define al calor como una forma de energía. La energía puede manifestarse de diferentes maneras, así como en energía térmica (calor), mecánica, cinética, potencial, eléctrica, química y nuclear (Cengel, 2004). La unidad utilizada para medir la cantidad de energía térmica intercambiada es la caloría (cal). La caloría es la cantidad de energía calorífica necesaria para elevar la temperatura de un gramo de agua a un grado centígrado (1°C). Como el calor es una forma de energía, su unidad es el Joule. El equivalente mecánico del calor es el Joule (J) (Smith y Van, 1986).

$$1 \text{ cal} = 4.184 \text{ J}$$

La temperatura es una magnitud física, que se refiere a la sensación de calor o frío al tocar alguna sustancia (Smith y Van, 1986). Siempre que exista una diferencia de temperaturas en un cuerpo o entre cuerpos, debe de ocurrir una transferencia de calor (Incropera y Witt, 1999).

La transferencia de calor estudia la transferencia de energía que puede ocurrir entre dos sistemas o entre un sistema y sus alrededores; para que ocurra la transferencia de calor, debe haber un gradiente de temperatura. A diferencia de la termodinámica, que se encarga del estudio de los sistemas en equilibrio, donde excluye la existencia de un gradiente de temperatura (Holman, 1986; Kreith, 2001).

La termodinámica sirve para determinar la cantidad de energía requerida en forma de calor para pasar de un sistema en estado de equilibrio a otro; pero no considera los mecanismos que realizan el intercambio de calor ni los métodos para calcular la velocidad de este intercambio, ya que el sistema no se encuentra en equilibrio durante el proceso (Holman, 1986; Kreith, 2001).

La ciencia de la transferencia de calor, busca llevar a cabo lo que la termodinámica es incapaz de hacer, esto es, explicar cómo puede ser transferida la energía calorífica, así mismo determinar la velocidad a la que ocurre la transferencia de calor (Holman, 1986). Todos los procesos de transferencia de calor implican transporte y la conversión de la energía, por lo tanto, deben obedecer tanto la primera y segunda ley de la termodinámica (Kreith, 2001).

Primera ley de la termodinámica. Conocida como principio de conservación de la energía, establece que la energía no se crea ni se destruye durante un proceso; solo se transforma de una forma a otra (Smith y Van, 1986).

Segunda ley de la termodinámica: si dos cuerpos a diferentes temperaturas se ponen en contacto, habrá una transferencia de calor del cuerpo de mayor

temperatura (más caliente) al de menor temperatura (más frío) hasta que los dos alcancen la misma temperatura (Smith y Van, 1986).

El calor se transfiere mediante tres mecanismos: conducción, convección y radiación. La conducción es la transferencia de energía de la región de alta temperatura a la de baja temperatura, como resultado de la interacción entre partículas. La convección es la transferencia de energía entre una superficie sólida y el fluido adyacente que se encuentra en movimiento, y que tiene que ver con los efectos combinados de la conducción y el movimiento del fluido. La radiación es la transferencia de energía debida a la emisión de ondas electromagnéticas (o fotones), como se muestra en la figura B.1 (Incropera y Witt, 1999; Cengel, 2004).

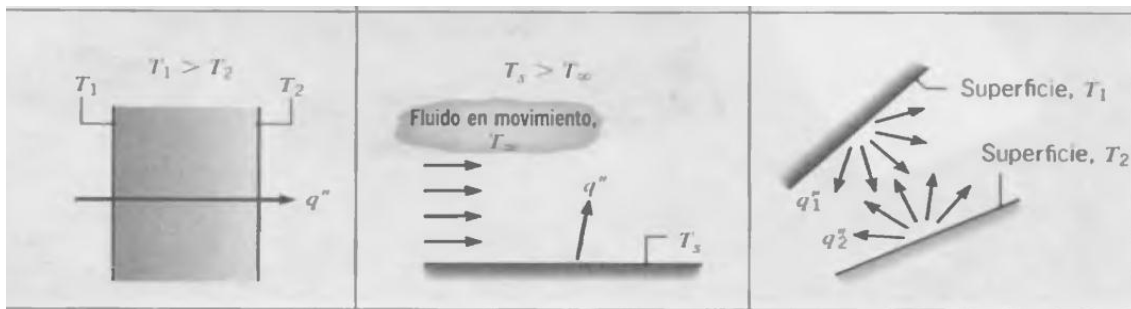


Figura B.1: Modos de transferencia de calor: conducción, convección y radiación (Incropera y Witt, 1999).

La cantidad de calor transferido durante un proceso se denota por Q . La cantidad de calor transferido por unidad de tiempo se denomina *velocidad de transferencia de calor* y se denota por \dot{Q} . El punto arriba representa la derivada respecto al tiempo o por unidad de tiempo. La velocidad de transferencia de calor tiene la unidad J/s (Cengel, 2004) y se expresa como:

$$\dot{Q} = \frac{dQ}{dt} \quad [\text{B.1}]$$

La velocidad de transferencia de calor por unidad de tiempo y por unidad de área perpendicular a la dirección de transferencia, se denomina *flujo de calor*, se denota por \dot{q} (Cengel, 2004) y se expresa como:

$$\dot{q} = \frac{\dot{Q}}{A} \quad [\text{B.2}]$$

B.2 Transferencia de calor multidimensional

En algunos problemas de transferencia de calor es necesario, determinar la distribución de temperatura, es decir conocer como varia la temperatura en un punto en el medio. La distribución de la temperatura en un punto (x,y,z) a un tiempo t , se especifica como $T(x,y,z,t)$ en coordenadas rectangulares (Incropera y Witt, 1999; Cengel, 2004).

La transferencia de calor es una cantidad vectorial, por lo tanto tiene dirección así como magnitud. Para esto se utiliza un sistema de coordenadas y por medio de los signos positivos y negativo se indica su dirección, esto permite describir por completo la transferencia de calor en un punto (Incropera y Witt, 1999; Cengel, 2004).

B.3 Ecuación de transferencia de calor por conducción en una dimensión (unidimensional)

Cuando existe un gradiente de temperatura en un cuerpo, hay una transferencia de energía térmica, de la región de alta temperatura a la de baja temperatura. Los problemas de transferencia de calor se clasifican de acuerdo con las variables que influyen en la temperatura. Si la temperatura cambia con el tiempo, el problema se considera como inestable o transitorio, pero si es independiente del tiempo, recibe el nombre de problema de estado estable o estacionario como se muestra en la figura B.2 (Incropera y Witt, 1999).

Los problemas de transferencia de calor también se clasifican como unidimensionales, bidimensionales o tridimensionales. La conducción de calor es unidimensional, cuando la temperatura cambia en una sola dirección, entonces la transferencia de calor es en esa dirección. Por lo tanto la variación de temperatura y la transferencia de calor son despreciables en las otras dos dimensiones. Es bidimensional cuando la temperatura varia en dos direcciones, por lo tanto, la variación de temperatura y la transferencia de calor en la

tercera dirección son despreciables. Es tridimensional cuando la variación de temperatura y transferencia de calor son significativas en las tres direcciones (Cengel, 2004).

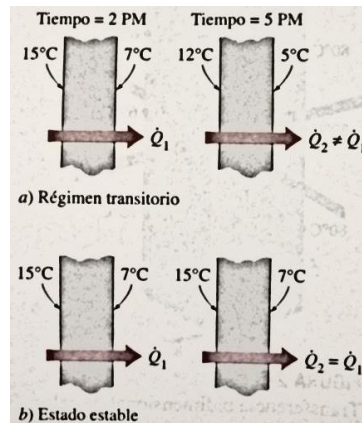


Figura B.2 Conducción de calor estable y transitoria en una pared plana (Cengel, 2004)

Es posible determinar el proceso de transferencia de calor por conducción en términos de las ecuaciones o modelos apropiados. Para la conducción de calor, la ecuación se conoce como ley de Fourier (Incropera y Witt, 1999; Cengel, 2004).

La velocidad de transferencia de calor por conducción a través de una capa plana es proporcional al gradiente de temperatura a través de esta y al área de transferencia de calor, pero es inversamente proporcional al espesor de esa capa (Cengel, 2004), es decir

$$\text{Velocidad de transferencia de calor por conduccion} \propto \frac{(\text{Area})(\text{Diferencia de temperatura})}{\text{Espesor}}$$

O bien

$$\dot{Q} = -kA \frac{T_1 - T_2}{\Delta x} = -kA \frac{\Delta T}{\Delta x} \quad [\text{B.3}]$$

Al evaluar esta expresión en el límite de $\Delta x \rightarrow 0$ la ecuación se reduce a

$$\text{Ley de Fourier de la conducción de calor.} \quad \dot{Q}_{cond.} = -kA \frac{dT}{dx} \quad [\text{B.4}]$$

O para el flujo de calor

Ley de Fourier en términos del flujo de calor por conducción.

$$\dot{q}_{cond.} = \frac{\dot{Q}}{A} = -k \frac{dT}{dx} \quad [B.5]$$

En donde k es la propiedad de conductividad térmica del material. dT/dx es el gradiente unidimensional de temperatura en la dirección del flujo de calor. A es el área perpendicular a la dirección de transferencia de calor. El signo negativo en la ecuación garantiza que la transferencia de calor en la dirección x sea una cantidad positiva.

B.4 Ecuación general de conducción de calor en coordenadas rectangulares

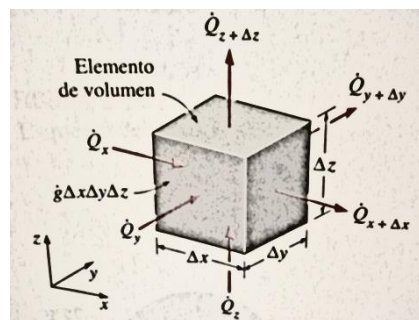


Figura B.3 Volumen de control para coordenadas rectangulares (Cengel, 2004)

Balance de energía sobre este volumen de control como se muestra en la figura B.3, durante un intervalo de tiempo Δt , se expresa como:

Velocidad de conducción del calor en x, y y z	-	Velocidad de conducción del calor en $x+\Delta x, y+\Delta y, y z+\Delta z$	+	Velocidad total de generación de calor en el interior del elemento (\dot{G}).	=	Velocidad de cambio del contenido de energía del elemento.
--	---	---	---	--	---	---

$$\text{Si } \dot{G}_{elemento} = \dot{g}V_{elemento} \quad [B.6]$$

en donde \dot{g} es velocidad de generación de calor por unidad de volumen y V es volumen del elemento.

se obtiene

$$\dot{Q}_x + \dot{Q}_y + \dot{Q}_z - \dot{Q}_{x+\Delta x} - \dot{Q}_{y+\Delta y} - \dot{Q}_{z+\Delta z} + \dot{g}\Delta x\Delta y\Delta z = \rho C\Delta x\Delta y\Delta z \frac{T_{t+\Delta t} - T}{\Delta t} \quad [\text{B.7}]$$

Al dividir entre $\Delta x\Delta y\Delta z$ y tomando el limite cuando $\Delta x, \Delta y, \Delta z, \Delta t \rightarrow 0$, por definición de derivada y a partir de la ley de Fourier de la conducción de calor, se obtiene

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{g} = \rho C \frac{\partial T}{\partial t} \quad [\text{B.8}]$$

En caso de conductividad constante (k) se obtiene

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\dot{g}}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad [\text{B.9}]$$

en dónde $\alpha = \frac{k}{\rho C}$

La ecuación general también se puede expresar como:

$$\nabla^2 T + \frac{\dot{g}}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad [\text{B.10}]$$

A α , se le llama difusividad térmica y a ∇^2 el operador Laplaciano.

Condiciones específicas:

Régimen transitorio sin generación de calor
(Ecuación de difusión) $\nabla^2 T = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}$ [B.11]

Estado estable (sin cambio de temperatura
en el tiempo) con generación de calor:
(Ecuación de Poisson) $\nabla^2 T + \frac{\dot{g}}{k} = 0$ [B.12]

Estado estable sin generación de calor
(Ecuación de Laplace) $\nabla^2 T = 0$ [B.13]

Las ecuaciones tridimensionales de conducción de calor se reducen a las ecuaciones unidimensionales cuando la temperatura varía en una dimensión es

decir dirección x , las derivadas con respecto a y y a z se cancelan y las ecuaciones se reducen a las siguientes:

$$\text{Conductividad variable} \quad \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \dot{g} = \rho C \frac{\partial T}{\partial t} \quad [\text{B.14}]$$

$$\text{Conductividad constante} \quad \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\dot{g}}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad [\text{B.15}]$$

$$\text{Estado estable:} \quad \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\dot{g}}{k} = 0 \quad [\text{B.16}]$$

$$\text{Régimen transitorio:} \quad \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad [\text{B.17}]$$

Sin generación de calor

$$\text{Estado estable:} \quad \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0 \quad [\text{B.18}]$$

Sin generación de calor

También es posible expresar la ecuación de conducción en coordenadas cilíndricas y esféricas. Se puede obtener como se realizó en la sección previa para coordenadas rectangulares, donde se realizó un balance de energía sobre un elemento de volumen. También se puede obtener directamente de la ecuación B.10, por transformación de coordenadas (Cengel, 2004).