



UNIVERSIDAD MICHOCANA DE SAN
NICOLÁS DE HIDALGO

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO
FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

**Diseño de un esquema de Diagnóstico de
Fallas para una clase de Sistemas no
Lineales usando el enfoque del Análisis
Topológico de Datos**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

Maestro en Ciencias en Ingeniería Eléctrica

PRESENTA:

Ing. Ismael Guzmán Jiménez

DIRECTOR:

Dr. Juan Anzures Marín

CO-DIRECTOR:

Dr. Juan Ahtziri González Lemus



MORELIA, MICHOCÁN, MÉXICO.
JULIO 2025



**DISEÑO DE UN ESQUEMA DE DIAGNÓSTICO DE FALLAS PARA
UNA CLASE DE SISTEMAS NO LINEALES USANDO EL ENFOQUE
DEL ANÁLISIS TOPOLÓGICO DE DATOS**

Los Miembros del Jurado de Examen de Grado aprueban la Tesis de Maestría en
Ciencias en Ingeniería Eléctrica de Ismael Guzmán Jiménez.

Dr. Roberto Tapia Sánchez
Presidente del Jurado

Dr. Juan Anzures Marín
Director de Tesis

Dr. Juan Ahtziri González Lemus
Co-director

Dr. Antonio Ramos Paz
Vocal

Dr. Enrique Jaime Herrera López.
Revisor Externo (CIATEJ)

Dr. J. Aurelio Medina Rios
*Jefe de la División de Estudios de Posgrado
de la Facultad de Ingeniería Eléctrica. UMSNH
(Por reconocimiento de firmas)*

UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO
Junio 2025

*A Dios, por la vida que me ha dado, por su amor infinito, por ser mi guía
en este camino, por la fortaleza que me dio en momentos difíciles
y por darme la perseverancia necesaria para culminar este
trabajo. A Él le debo cada logro, aprendizaje y cada
oportunidad que he tenido en la vida.*

A mi esposa por su paciencia y apoyo incondicional.

Agradecimientos

Esta tesis es el resultado de un largo proceso lleno de aprendizajes, desafíos y logros. A lo largo de este recorrido, tuve la oportunidad de contar con el apoyo de grandes personas de manera directa e indirecta, quienes hicieron posible la culminación de este trabajo. A ellos mis infinitas agradecimientos.

Primeramente, agradezco a Dios por la vida y por ser la fuente de mi fortaleza. En medio de la incertidumbre, me dio paciencia para continuar; en la dificultad, me brindó la fuerza para seguir adelante. Sin Él este trabajo no hubiera sido posible. A Él le debo no solo este trabajo, sino que cada bendición en mi vida.

Gracias a mi esposa, Greyci Ivonne, por su apoyo incondicional, por su paciencia en mis momentos más difíciles y por motivarme siempre a ser una mejor persona. Sin duda alguna, su amor y comprensión han sido pilar fundamental en este proceso.

Agradezco a mis padres por su amor incondicional. Gracias por enseñarme el valor de la perseverancia y la humildad. Su ejemplo ha sido mi mayor motivación para alcanzar este logro.

A mis hermanos, por estar siempre presentes en cada etapa de mi vida, por su apoyo y aliento. En especial, quiero dedicar unas palabras a mi hermano Julio Cesar, quien, aunque ya no esté físicamente con nosotros, sigue viviendo en mi corazón y en cada uno de mis logros. Su recuerdo me ha dado la fuerza para seguir adelante y su amor sigue siendo una luz en mi camino.

Agradezco y reconozco infinitamente a mis directores de tesis, el Dr. Juan Anzures Marín y al Dr. Juan Ahtziri González Lemus, por guiarme durante todo este proceso. Su dedicación, paciencia, compromiso y enseñanzas han sido pieza clave en mi formación. Ha sido un honor y privilegio aprender bajo su tutela.

Gracias a mis sinodales: Dr. Roberto Tapia Sánchez, Dr. Antonio Ramos Paz, Dr. Enrique Jaime Herrera López, por dedicar su valioso tiempo en revisar y enriquecer este trabajo de investigación con sus valiosos comentarios.

Agradezco a María Maximov Cortés, cuyo trabajo ha sido fundamental para el desarrollo de esta investigación. Aunque no tengo la oportunidad de conocerla en Persona, su aporte ha sido de gran valor y una referencia clave para el desarrollo de esta investigación.

Agradezco a Brayan Hernández Calvillo, por su apoyo y disposición de explicarme conceptos clave relacionados con mi investigación. Sus conocimientos fueron de gran valor.

A mis amigos, tanto dentro como fuera del posgrado, agradezco infinitamente su compañía, apoyo y consejos durante este proceso, quienes no sólo me motivaron, sino que me sacaron una sonrisa cuando estaba desanimado.

A la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería Eléctrica de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, por abrirme las puertas y brindarme la oportunidad de realizar mis estudios de maestría.

Finalmente agradezco a la Secretaría de Ciencia, Humanidades, Tecnología e Innovación (SECIHTI), por el otorgamiento de una beca para realizar dichos estudios de maestría.

Resumen

El diagnóstico de fallas en sistemas dinámicos es un tema crucial para el sector industrial, ya que la detección temprana puede prevenir cualquier tipo de incidencias, desde una falta de eficacia, pérdidas económicas, hasta situaciones que ponen en riesgo la seguridad del personal. Siendo un ejemplo representativo un sistema de nivel de líquido, ya que puede modelar diversos procesos en la industria. En esta tesis se introduce un enfoque innovador para el diagnóstico de fallas, basado en el Análisis Topológico de Datos. La metodología propuesta consiste en estudiar la “forma de los datos”, con la finalidad de detectar patrones que indiquen la presencia de un mal funcionamiento (falla) en el proceso. Actualmente existen muchos métodos de diagnóstico, como los basados en modelos matemáticos y los que son basados en datos o señales, los cuales podrían tener cierta desventaja ante situaciones de no linealidades y de grandes volúmenes de datos. En cambio como se muestra en este trabajo, el análisis topológico de datos permite capturar información que no es tan evidente con los métodos tradicionales.

En la presente investigación, se utilizó como planta de prueba un sistema de nivel de líquido, que es prototipo de laboratorio de la División de Estudios del Posgrado de la Facultad de Ingeniería Eléctrica de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, para desarrollar el diagnóstico fallas en los sensores del sistema. La principal aportación de este trabajo fue la implementación de un algoritmo utilizando herramientas del análisis topológico de datos, para estudiar cómo cambian las propiedades topológicas de los datos ante la presencia de comportamientos anómalos.

Los resultados obtenidos demuestran que el análisis topológico de datos es una herramienta con ventajas para ser utilizada en el diagnóstico de fallas, no sólo en sistemas de nivel de líquidos, sino que en cualquier sistema dinámico complejo. En esta tesis se logró implementar una metodología basada en el análisis topológico de datos capaz de detectar fallas emuladas en los datos capturados por los sensores, a partir del análisis de la forma de los datos. Esta metodología fue aplicada a dos escenarios: operación normal y operación con fallas, a partir de los datos obtenidos del sistema. Se aplicó el análisis topológico de datos para examinar la forma de los datos y se identificaron patrones topológicos que son diferentes en ambos casos.

Este enfoque da una perspectiva al diagnóstico de fallas, al no depender de modelos matemáticos del sistema, y abre nuevas líneas de investigación en el campo del diagnóstico de fallas.

Palabras clave: Diagnóstico de fallas, sistema de nivel de líquidos, análisis topológico de datos, complejos de Vietoris-Rips, homología persistente, código de barras.

Abstract

The fault diagnosis in dynamic systems is a crucial topic for the industrial sector, as early fault detection can prevent a wide range of incidents, from inefficiencies and economic losses to situation that may compromise personal safety. A representative example is a liquid level system, as it can model various industrial processes. In this thesis, a novel approach to fault diagnosis known as Topological Data Analysis is presented. This methodology focuses on studying the data shape in order to indentify patterns that may indicate the presence of malfunctioning within the process.

Currently, there are many diagnostic methods, such as those based on mathematical models and those based on data or signals. However, these methods may present limitations when dealing with nonlinearities or large volumes of data. In contrast, as shown in this work, topological data analysis is capable of capturing information that is not as evident using traditional methods.

For this research, a liquid level system was used as the test plant. This liquid-level control system is a prototype used at the Division of Graduate Studies, Faculty of Electrical Engineering, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo for the fault detection in the system's sensors. The main contribution of this work is the implementation of an algorithm using topologic data analysis tools to study how the topological properties of the data change in the presence of anomalous behavior.

The results show that the topological data analysis offers significant advantages that can be used in the fault diagnosis in liquid-level control systems but also in any other complex dynamic system. In this thesis, a methodology based on topological data analysis was successfully implemented to detect emulated faults in the sensor data by analyzing the shape of the data. This methodology was applied to two scenarios: normal operation and faulty operation, using data obtained from the system. Topological data analysis was applied to examine the shape of the data, and distinguishable topological patterns were identified between the two cases.

This approach offers a new perspective on fault diagnosis by not relying on mathematical models of the system and opens new lines of research in the field of fault diagnosis.

Simbología

$y(t)$	Salida del sistema.
$u(t)$	Entrada de control del sistema.
$\hat{y}(t)$	Salida estimada.
$r(t)$	Residuo.
$f(s)$	Falla inducida en el sistema.
T_1, T_2	Tanques de almacenamiento de agua.
$h_1(t), h_2(t)$	Altura del líquido en los tanques.
S_1, S_2	Sensores de ultrasonido.
ev_1, ev_2	Electro-válvulas.
D	Deposito de agua.
B	Bomba hidráulica.
$v_1(t), v_2(t)$	Voltaje generado por los sensores.
$s_1(k), s_2(k)$	Voltajes digitales de los sensores.
h_{max}	Altura máxima del líquido en los tanques.
h_{min}	Altura mínima del líquido en los tanques.
H_1, H_2	Alturas de referencia.
$\mathbb{R}^n$	Espacio vectorial de dimensión n .
N	Nube de datos.
p_i	Puntos en el plano $\mathbb{R}^2$.
K	Complejo simplicial finito.
$\mathcal{VR}_\varepsilon(N)$	Complejo de Vietoris-Rips.
ε	Radio de filtración.
r_{nac}	Radio de nacimiento de las homologías.
r_{mue}	Radio de nacimiento de las homologías.
β_0, β_1	Números de Betti.

Índice general

Resumen	v
Abstract	vii
Simbología	ix
1. Introducción	1
1.1. Planteamiento del Problema	1
1.2. Estado del Arte	2
1.3. Hipótesis	3
1.4. Objetivos de la investigación	3
1.5. Justificación y relevancia del estudio	3
1.6. Metodología	4
1.7. Organización de la tesis	5
1.8. Lista de publicaciones	5
2. Preliminares del Diagnóstico de Fallas y descripción del sistema de estudio	7
2.1. Conceptos generales del diagnóstico de fallas	7
2.2. Métodos de diagnóstico de fallas	9
2.2.1. Diagnóstico basado en modelos matemáticos	10
2.2.2. Diagnóstico basado en datos o señales	11
2.3. Descripción del sistema no lineal de dos tanques interconectados	12
2.4. Comportamiento óptimo del sistema	14
2.5. Comportamiento del sistema con fallas	15
3. Análisis Topológico de Datos	23
3.1. Historia del Análisis Topológico de Datos	23
3.2. Preliminares matemáticos	24
3.2.1. Complejos simpliciales	24
3.2.2. Complejo de Vietoris-Rips	25
3.2.3. 0- y 1-homología de conjuntos en el plano	28
3.2.4. Homología persistente	30
3.2.5. Código de barras	32
3.2.6. Ejemplos	33

4. Aplicación del ATD al diagnóstico de fallas en el sistema de nivel de líquidos	39
4.1. Preparación de los datos	39
4.2. Desarrollo del algoritmo	40
4.3. Resultados obtenidos	42
4.4. Análisis comparativo entre TDA, observadores y análisis de umbrales	46
5. Conclusiones y trabajos futuros	49
5.1. Conclusiones	49
5.2. Trabajos futuros	50
A. Características del controlador	53
B. Códigos de programación para el algoritmo implementado	55
B.1. Código para captura de datos y extracción de ciclos en Matlab®	55
B.2. Código de análisis de datos en Python	57
.	

Índice de figuras

2.1. Partes de un sistema.	8
2.2. Clasificación de fallas en un sistema por su gravedad.	9
2.3. Fases del diagnóstico de fallas.	9
2.4. Métodos de diagnóstico de fallas.	10
2.5. Esquema de diagnóstico de fallas basado en modelo matemático.	11
2.6. Sistema de nivel de líquidos	13
2.7. Dinámica del sistema en condiciones óptimas	14
2.8. Dinámica del sistema en condiciones óptimas vistas como puntos en $\mathbb{R}^2$. . .	15
2.9. Falla de Tipo 1 en S_1 con respecto del tiempo	17
2.10. Falla de Tipo 1 en S_2 con respecto del tiempo	17
2.11. Falla de Tipo 1 en S_1 como puntos en $\mathbb{R}^2$	18
2.12. Falla de Tipo 1 en S_2 como puntos en $\mathbb{R}^2$	18
2.13. Falla de Tipo 2 en S_1 como evolución en el tiempo	19
2.14. Falla de Tipo 2 en S_2 como evolución en el tiempo	20
2.15. Falla de Tipo 2 en S_1 como puntos en $\mathbb{R}^2$	20
2.16. Falla de Tipo 2 en S_2 como puntos en $\mathbb{R}^2$	20
2.17. Falla de Tipo 3 en S_1 con respecto del tiempo	21
2.18. Falla de Tipo 3 en S_1 como puntos en $\mathbb{R}^2$	21
2.19. Falla de Tipo 3 en S_2 con respecto del tiempo	22
2.20. Falla de Tipo 3 en S_2 como puntos en $\mathbb{R}^2$	22
3.1. Complejos simpliciales	24
3.2. Ejemplos de complejos simpliciales de dimensiones 0, 1 y 2.	25
3.3. Complejo de Vietoris-Rips de radio ε_1	26
3.4. Complejo de Vietoris-Rips $\mathcal{VR}_{\frac{1}{2}}(N)$	27
3.5. Complejo de Vietoris-Rips $\mathcal{VR}_1(N)$	27
3.6. Complejo de Vietoris-Rips $\mathcal{VR}_{\frac{5}{4}}(N)$	27
3.7. Complejo de Vietoris-Rips $\mathcal{VR}_{\frac{3}{2}}(N)$	27
3.8. Complejo de Vietoris-Rips $\mathcal{VR}_{\frac{5}{2}}(N)$	28
3.9. Complejos de Vietoris-Rips $\mathcal{VR}_{\frac{5}{2}}(N)$ para $N = 80$	28
3.10. 0- y 1- hoyos en un conjunto X	29
3.11. Complejos de Vietoris-Rips para una nube de datos N	31
3.12. Código de barras para la filtración del Ejemplo 3.2.6.	33
3.13. Código de barras para N con 11 datos.	34

3.14. Etapas de la filtración de la nube de datos en a)	35
3.15. Código de barras para N con 42 datos	35
3.16. Etapas de la filtración de la nube de datos en a)	36
3.17. Código de barras para N con 26 datos.	36
3.18. Etapas de la filtración de la nube de datos en a)	37
3.19. Código de barras para N con 200 datos.	37
3.20. Etapas de la filtración de la nube de datos en a)	38
4.1. Base de datos depurados	40
4.2. Ajuste lineal de los datos del sistema	40
4.3. Ciclo C_8 de la nube de datos del sistema	41
4.4. Interpolación del ciclo C_8	41
4.5. Código de barras del ciclo C_8	42
4.6. Ciclo C_1 en funcionamiento óptimo	43
4.7. Ciclo C_{10} en presencia de falla del Tipo 1	44
4.8. Ciclos C_{10} y C_{11} en presencia de falla del Tipo 2	45
A.1. Diagrama de bloques del controlador en Simulink.	53

Índice de tablas

3.1. Ejemplo de números de Betti de conjuntos en el plano	30
4.1. Radios de muerte $r_{mue}(j)$ en funcionamiento óptimo	43
4.2. Radios de muerte $r_{mue}(j)$ en presencia de falla de Tipo 1	44
4.3. Radios de muerte $r_{mue}(j)$ en presencia de falla de Tipo 2	45
4.4. Radios de muerte $r_{mue}(j)$ en presencia de una falla del Tipo 3.	46
4.5. Comparación entre métodos de diagnóstico de fallas aplicados al sistema de nivel de líquidos	47
A.1. Ganancias del controlador por retroalimentación de estado en el modelo Takagi-Sugeno	54

Capítulo 1

Introducción

En este capítulo se presenta primeramente el problema a abordar en esta tesis. Luego se procede a revisar el estado del arte de manera general, el planteamiento de la hipótesis, el objetivo general y los objetivos particulares, la justificación del trabajo y, finalmente, se explica de manera breve el contenido de cada uno de los capítulos.

1.1. Planteamiento del Problema

En el sector industrial es indispensable mantener una producción continua y con el menor número de accidentes posible, por lo que es importante mantener ciertas variables dentro de un rango de operación en específico que garantice la eficiencia y seguridad tanto del sistema como la del personal.

Debido a que la mayoría de los sistemas industriales presentan comportamientos no lineales y generan grandes volúmenes de datos, los métodos tradicionales podrían presentar ciertas desventajas para un diagnóstico de fallas eficiente, dado que requieren de un modelo matemático que describa de manera precisa la dinámica del sistema o, como en el caso de las redes neuronales, requieren de grandes volúmenes de datos para su entrenamiento.

Un ejemplo de un sistema no lineal es el sistema de nivel de líquidos estudiado en esta tesis, cuyo correcto funcionamiento depende de la instrumentación involucrada, como los actuadores y sensores. Detectar falla en estos componentes es un reto debido a que los datos generados por el sistema contienen un alto grado de ruido. El análisis topológico de datos se propone como una alternativa para diagnosticar fallas en los sensores del sistema de nivel de líquidos, mediante el estudio de la dinámica de la estructura de los datos en presencia de una falla, sin necesidad de contar con un modelo matemático, o de una cierta cantidad de datos en específico. Es por ello que surge la necesidad de desarrollar una estrategia basada en el análisis topológico de datos que detecte patrones asociados a fallas en los sensores de un sistema de nivel de líquidos.

1.2. Estado del Arte

El diagnóstico de fallas ha estado presente desde la época de la revolución industrial, con la aparición de las primeras máquinas industriales como las máquinas de vapor y el telar mecánico. En esta época no existía un método definido, sino que el diagnóstico de fallas se hacía de forma empírica y en la experiencia del operador para diferenciar entre una operación normal y una desviación significativa. En general, se actuaba cuando ocurría fallas evidentes que provocaban consecuencias graves, como paros del sistema, daños en los equipos y riesgos para la seguridad. Este enfoque no permitía detectar fallas menores o degradaciones progresivas del sistema, lo que limitaba un funcionamiento confiable y continuo.

En el siglo XX, con el auge de la industria automotriz, la aviación y la industria petroquímica, emerge la necesidad de buscar nuevas estrategias debido a la complejidad de los sistemas. En la segunda guerra mundial surge el concepto de mantenimiento preventivo, el cual consistía en revisiones periódicas para evitar posibles fallas en los sistemas. Este método era poco viable dado que consistía en reemplazar los componentes antes de que presentaran índices de fallas, por lo que resultaba muy costoso.

Con el avance en la electrónica y en el control automático en la década de los 40's, surgen los primeros enfoques de diagnóstico de fallas basados en métodos estocásticos. Entre ellos se destaca el trabajo de Norbert Wiener, el cual consistía en predecir los valores futuros de una señal basados en valores pasados [1]. La idea de Wiener fue encontrar una predicción que más se aproxime al valor real, reduciendo el error medio cuadrático. Más adelante, en 1960 Rudolf Kalman introduce el algoritmo conocido como Filtro de Kalman [2], este enfoque consiste en estimar el estado del sistema, sin la necesidad de medir los valores reales, considerando la posibilidad de falla en las mediciones de los sensores.

La década de 1970 marca el comienzo de la redundancia analítica, que consiste en el uso de un modelo matemático que describa la dinámica del sistema. Uno de los pioneros en introducir este concepto fue David Luenberger, quien propuso el uso de observadores, método utilizado hasta hoy en día. Este método consiste en estimar los estados internos del sistema y generar un residuo, es decir, la diferencia entre el valor observado y el valor estimado por el observador. Una pequeña variación en el residuo es indicativo de la presencia de una falla [3]. Otro importante investigador que ayudó a introducir el concepto de redundancia analítica fue Richard Vernon Beard, quien en su tesis doctoral formaliza los conceptos de ecuaciones de paridad. En la década de los 80's se extiende el uso de métodos estocásticos para modelar sistemas con incertidumbre, Lofti Zadeh introduce los conceptos de conjuntos difusos [4].

La era de la computación marcó un gran avance en el campo del diagnóstico de fallas mediante el desarrollo de algoritmos basados en redes neuronales y aprendizaje automático, permitiendo detectar anomalías en grandes volúmenes de datos. Uno de los primeros trabajos que popularizó el uso de las redes neuronales, es el introducido por Rumelhart, Hinton y Williams con el concepto de backpropagation, técnica para entrenamiento de redes neuronales multicapa [5]. La cual tuvo grandes impactos en las industrias automotriz y de aviación.

Hoy en día con la llegada de la industria 4.0, el campo del diagnóstico de fallas ha alcanzado niveles sofisticados gracias a las tecnologías como: el Internet de las cosas (IoT), Inteligencia artificial, Aprendizaje automático, Aprendizaje profundo, etc. No obstante, el

campo de investigación sigue abierto en la búsqueda de técnicas más robustas y eficaces.

El análisis topológico de datos es una técnica que actualmente va ganando terreno en el campo del diagnóstico de fallas. Esta herramienta utiliza matemáticas avanzadas, como la geometría computacional y la topología algebraica para estudiar la forma de una nube de datos. En el campo del diagnóstico de fallas, un cambio en la estructura de los datos representa un comportamiento de falla en el sistema. El análisis topológico de datos se destaca por las características de manejar grandes volúmenes de datos, la independencia de un modelo matemático, la insensibilidad a las no linealidades del sistema, y que es robusto ante la presencia de ruido. Existen trabajos reportados que muestran eficacia y que es una técnica prometedora en el campo del diagnóstico de fallas [6, 7, 8].

1.3. Hipótesis

Es posible realizar la implementación del análisis topológico de datos en un esquema de diagnóstico de fallas para una clase de sistema no lineal que permita identificar y caracterizar de manera efectiva los patrones estructurales asociados a fallas.

1.4. Objetivos de la investigación

Objetivo general:

Diseñar un esquema de diagnóstico de fallas para un sistema de nivel de líquido basado en análisis topológico de datos, que permita identificar y caracterizar comportamientos anómalos a partir de la estructura geométrica de los datos generados por el sistema.

Objetivos particulares:

- *Recopilar datos para modelar el comportamiento dinámico del sistema no lineal de nivel de líquidos de dos tanques interconectados mediante simulaciones con datos experimentales, identificando sus principales modos de operación y posibles fallas.*
- *Extraer características topológicas relevantes mediante el análisis topológico de datos para diferenciar fallas.*
- *Diseñar un esquema de diagnóstico que relacione las características topológicas extraídas con la presencia o tipo de fallas en el sistema de nivel de líquido.*
- *Validar el desempeño del esquema propuesto mediante pruebas en datos simulados y/o experimentales, evaluando su capacidad de detección y aislamiento de fallas.*

1.5. Justificación y relevancia del estudio

Los sistemas de nivel de líquidos son ampliamente utilizados en la industria. Por ejemplo; En las plantas petroquímicas es necesario mantener los niveles de los productos químicos para evitar pérdidas de material o evitar reacciones peligrosas. En las plantas de tratamientos

de agua es fundamental mantener el nivel dentro de los rangos específicos para garantizar la presión correcta en la red. En la industria alimentaria, donde el nivel en los tanques garantiza el control de temperatura, presión y flujo durante el procesamiento de alimentos, un ejemplo particular es en una planta pasteurizadora de leche. Una falla en este sistema puede provocar derrames o funcionamiento en vacío de las bombas, hasta interrupciones en la pasteurización, afectando directamente la calidad del producto. Es por ello que es importante contar con estrategias que ayuden a diagnosticar fallas en dichos sistemas de manera efectiva, de tal forma que eviten un paro operativo y que garanticen la calidad del producto final. Además, es importante enfatizar que las fallas al no ser detectadas de manera correcta y temprana, no sólo significan pérdidas económicas, sino que pueden poner en riesgo la integridad del personal. Actualmente, para detectar fallas en sistemas de nivel de líquidos se han usado técnicas basadas en modelos matemáticos y de Big-data. Estas técnicas son efectivas, pero presentan ciertas limitaciones cuando tratan con grandes volúmenes de datos o con comportamientos no lineales [9, 10].

En este trabajo de investigación se utiliza una metodología basada en el análisis topológico de datos como una herramienta novedosa en el campo del diagnóstico de fallas. Dos ventajas claves de este método son; no tiene restricción en el manejo de grandes volúmenes de datos y no requiere un modelo matemático. Este trabajo representa una de las primeras aplicaciones del análisis topológico de datos a un sistema real que se encuentra en el posgrado de la Facultad de Ingeniería Eléctrica de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo.

1.6. Metodología

Para cumplir con el objetivo del presente trabajo de investigación se ha estructurado una metodología de cinco etapas que van desde la revisión bibliográfica hasta la validación del esquema de diagnóstico de fallas.

En primer lugar, se realiza una revisión completa de la bibliografía con el propósito de comprender el estado del arte de las técnicas de diagnóstico de fallas aplicadas para sistemas dinámicos no lineales, así como los fundamentos teóricos y aplicaciones recientes del análisis topológico de datos. Esta etapa permitirá identificar brechas de conocimiento y justificar la pertinencia del enfoque.

Posteriormente se debe seleccionar el sistema no lineal; en este caso un sistema de nivel de líquidos, el cual se puede modelar desde el punto de vista dinámico. Este sistema se ha analizado con técnicas tradicionales en tiempo real y en simulación, lo cual se aprovecha para obtener un conjunto de datos en diversos escenarios o condiciones para diagnóstico.

La tercera etapa corresponde a la aplicación de las herramientas del análisis topológico de datos utilizando técnicas como homología persistente. Los resultados se interpretan mediante códigos de barras, con el objeto de distinguir patrones asociados con fallas.

En la cuarta etapa, se diseña el esquema de diagnóstico de falla a partir de la información extraída del análisis topológico de datos. El esquema incluye la identificación de características que distingan el comportamiento normal del sistema ante diferentes fallas.

La quinta etapa consiste en la validación del esquema propuesto, se emplean datos nuevos

o simulaciones para evaluar la capacidad de diagnóstico, así mismo se realiza una comparación con métodos tradicionales.

1.7. Organización de la tesis

El contenido de esta tesis se distribuye en 5 capítulos, que se describen a continuación.

- En el Capítulo 2 se introduce los conceptos generales del diagnóstico de fallas y los métodos tradicionales que se han utilizado en este campo. Se presenta también el sistema de nivel de líquidos como caso de estudio en este trabajo de investigación. Se expone primero la infraestructura (partes físicas) y la instrumentación que lo conforman. Posteriormente se analiza la dinámica del sistema estudiado; considerando tanto su funcionamiento óptimo, como su comportamiento en presencia de falla en los sensores.
- En el Capítulo 3 se expone las herramientas matemáticas necesarias para el análisis topológico de datos y se presentan ejemplos ilustrativos para ayudar al lector con la comprensión de la técnica.
- En el Capítulo 4 se desarrolla el algoritmo de diagnóstico de fallas basado en análisis topológico de datos, se presentan los resultados obtenidos y se hace una comparación con otros métodos.
- En el Capítulo 5 se presentan las conclusiones de la tesis, así como los trabajos en desarrollo y los trabajos que se tienen planeados a futuro.

1.8. Lista de publicaciones

1. I. G. Jiménez, J. A. Marin, B. H. Calvillo y A. González, “Fault Diagnosis of Two Interconnected Water Tanks System with Topological Data Analysis”, in 2024 IEEE International Autumn Meeting on Power, Electronics and Computing (ROPEC), IEEE, vol. 8, 2024, págs. 1-7.

Capítulo 2

Preliminares del Diagnóstico de Fallas y descripción del sistema de estudio

En el presente capítulo se hace una descripción de los conceptos básicos del diagnóstico de fallas en sistemas dinámicos, así como del sistema en particular que en esta tesis se utilizó para pruebas experimentales, el cual consiste de un prototipo de laboratorio de dos tanques interconectados, cuya dinámica no lineal favorece a la aplicación de la técnica propuesta.

2.1. Conceptos generales del diagnóstico de fallas

El diagnóstico de fallas (FD, por sus siglas en inglés), es el proceso que se realiza para identificar, localizar y determinar la causa y magnitud de algún problema en un sistema o planta. En el contexto de la ingeniería de control, una **planta** se refiere al sistema físico cuyo comportamiento se desea modelar, supervisar o controlar. Este puede ser un proceso industrial, un sistema hidráulico, una red eléctrica, una planta química, entre otros. También puede incluir subsistemas específicos como un motor, un sistema de nivel de líquidos o una aeronave, siempre que exista interés en controlar o diagnosticar su comportamiento dinámico.

Una **falla** se define como una desviación del comportamiento deseado del sistema, la cual puede ser generada por causas externas, como influencias ambientales (radiación electromagnética, humedad, temperaturas elevadas, productos químicos, etc.), accidentes humanos, o por causas internas como el desgaste de algún componente o la falta de mantenimiento [11]. Estas fallas pueden comprometer la seguridad, la eficiencia o la calidad del proceso, por lo que su detección temprana resulta fundamental.

En particular, en un sistema de nivel de líquidos con dos tanques interconectados, como el que se estudia en esta tesis, la manifestación de fallas en componentes como sensores ultrasónicos, bombas o válvulas puede alterar la dinámica del sistema, impidiendo alcanzar o mantener los niveles deseados. La implementación de técnicas de diagnóstico permite identificar estas desviaciones en etapas tempranas, lo que facilita una intervención oportuna y evita consecuencias mayores. El diagnóstico de fallas, entonces, no solo tiene un papel correctivo, sino también preventivo, y su aplicación en sistemas físicos reales permite mejorar la confia-

bilidad, reducir los tiempos de inactividad no programados y optimizar el mantenimiento.

Los elementos principales que componen a un sistema tanto hardware como software se pueden describir como:

- **Sensores.** Dispositivos que miden la variable física, química, biológica, que es relevante para el buen funcionamiento del sistema. Por ejemplo; sensores de posición, sensores de nivel, sensores de temperatura, etc.
- **Actuadores.** Dispositivos encargados de ejecutar acciones de control sobre el sistema. Ejemplos de actuadores son: motores, válvulas, servomotores, hidráulicos, entre otros.
- **Controlador.** Dispositivo que se encarga mediante software de procesar la información recibida de los sensores y realizar la tarea de enviar señales a los actuadores. Por ejemplo; Microcontrolador, PLC y tarjeta de adquisición de datos.

La interacción de todos estos dispositivos (como se muestran en la Figura 2.1) tienen como objetivo lograr un buen funcionamiento del sistema, mediante el control adecuado de las variables involucradas. Algunos ejemplos de procesos donde se aplica este principio son: el control de temperatura en una habitación, llenado de un sistema de tanques y control de vuelo de un avión.

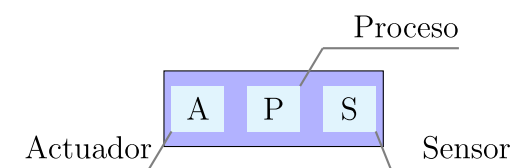


Figura 2.1: Partes de un sistema.

Sin embargo, debido a esta interacción de diversos dispositivos en un sistema es que estos son susceptibles a fallas [12], afectando el funcionamiento en diversos grados. Una forma de clasificar las fallas según su gravedad y el impacto que generan es la siguiente, ver Figura 2.2.

- **Falla tolerable (incipiente).** Es una alteración ligera en el comportamiento esperado que permite al sistema continuar su funcionamiento. Por ejemplo: desviaciones menores en los instrumentos de medición, oscilaciones mínimas en la frecuencia de una red, presencia de armónicos, desgaste en algún componente del sistema, falta de mantenimiento, entre otras.
- **Falla abrupta (catastrófica).** Es una ruptura o descomposición total de algún componente del sistema, de manera que es necesario remplazar dicho componente para que el sistema siga en operación.
- **Falla intermitente.** Es un comportamiento que ocurre de forma esporádica y puede ser producto de varias fallas. A diferencia de una falla abrupta, en este tipo de comportamiento el sistema regresa a su operación normal después de un periodo de tiempo. Algunos ejemplos de este tipo de falla son: error de comunicación entre componentes del sistema, obstrucción temporal de algún sensor o falta de calibración, falsos contactos, etc.

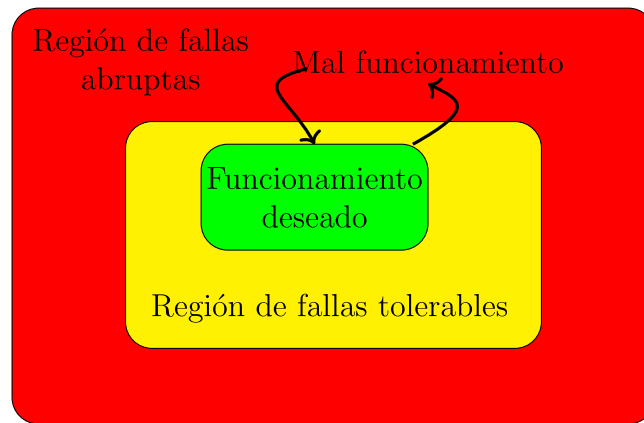


Figura 2.2: Clasificación de fallas en un sistema por su gravedad.

El principal objetivo del FD es proporcionar información sobre el comportamiento de las variables (sensores, actuadores, proceso) que participan en el sistema. Las fases de un esquema de diagnóstico de fallas [13] se ilustran en la Figura 2.3:

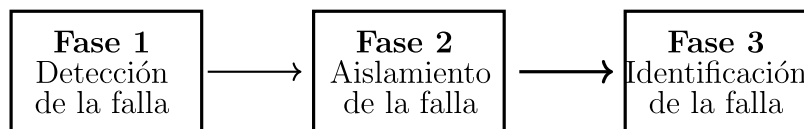


Figura 2.3: Fases del diagnóstico de fallas.

Fase 1: Detección de la falla. Se toma la decisión de si el sistema está operando de manera óptima o si existe algún comportamiento no deseado en su funcionamiento.

Fase 2: Aislamiento de la falla. Se localiza el componente del sistema que está ocasionando la falla. Por ejemplo, qué sensor o qué actuador está fallando.

Fase 3: Identificación de la falla. Se determina la magnitud, la naturaleza o el tipo de la falla que está ocurriendo en el sistema (mecánica, eléctrica, de comunicación).

2.2. Métodos de diagnóstico de fallas

Existen reportados en la literatura varios métodos que se utilizan para el diagnóstico de fallas. En general, los métodos se dividen en dos grandes grupos: los que se basan en modelos matemáticos del sistema y los que se basan en señales o datos. En la Figura 2.4 se muestran algunos métodos de cada grupo. Esta clasificación permite organizar las distintas estrategias en función de la información disponible del sistema y del enfoque analítico adoptado. Cada grupo presenta una filosofía distinta: mientras uno parte del conocimiento explícito del sistema, el otro extrae conocimiento implícito directamente de los datos. Esta distinción resulta útil para guiar la selección de métodos según las características del problema, como la complejidad del proceso, la disponibilidad de sensores o la posibilidad de construir un modelo confiable. A lo largo de las siguientes secciones se describen con mayor detalle los enfoques más representativos de cada categoría.

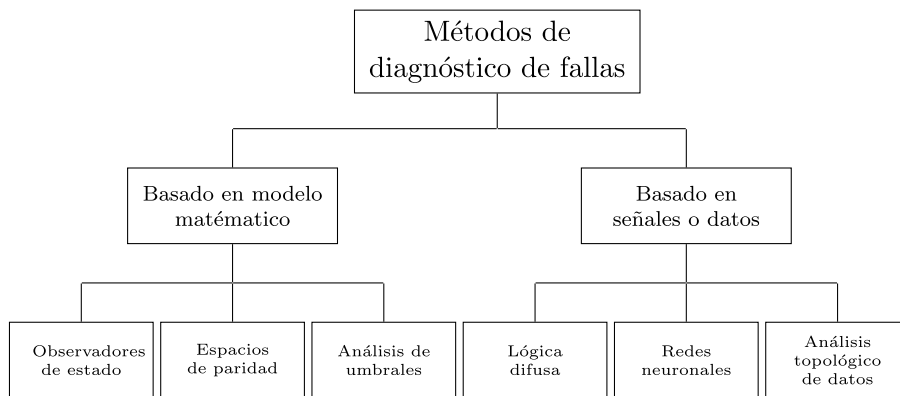


Figura 2.4: Métodos de diagnóstico de fallas.

2.2.1. Diagnóstico basado en modelos matemáticos

Los métodos basado en modelos matemáticos consisten en diagnosticar comportamientos anómalos del sistema mediante la comparación entre sus mediciones reales y las estimaciones generadas por un modelo que describen el comportamiento dinámico del sistema. Este enfoque requiere una descripción matemática del sistema, generalmente formulada como ecuaciones diferenciales, que permiten predecir el comportamiento dinámico del proceso bajo condiciones ideales.

A partir de este modelo, se calculan estimaciones de las variables internas del sistema, como las salidas o los estados, y se comparan con las señales medidas en tiempo real. A la diferencia entre estas mediciones se conoce como residuo $r(t)$. Si el residuo permanece cercano a cero, se asume que el sistema funciona correctamente. En cambio, una desviación significativa indica la posible presencia de una falla [13, 12]. Algunos ejemplos de estos métodos son:

- **Observadores de estado.** Este método permite estimar los estados del sistema, a partir de las entradas y salidas disponibles. Un observador compara las salidas estimadas por el modelo matemático con la salida real del sistema, generando de esta manera un residuo, que representa la diferencia. Si el residuo es cercana a cero, se asume que el sistema funciona correctamente. Si ocurre una falla, esta diferencia se desvía, indicando una anomalía.
- **Espacios de paridad.** Se basa en el uso de relaciones algebraicas que deberían cumplirse si el sistema opera en condiciones normales. A partir del modelo matemático se genera combinaciones lineales de las entradas y salidas, conocidas como ecuaciones de paridad, eliminando de esta manera los estados internos del sistema. Cuando una falla ocurre, estas relaciones dejan de cumplirse, y la anomalía se refleja en que el residuo se desvía o se aleja de cero.
- **Análisis de umbrales.** Su fundamento radica en establecer límites o rangos aceptables para ciertas variables medibles del sistema (como temperatura, presión, nivel de líquido, velocidad, voltaje, etc.). Mientras que las variables se mantengan dentro del rango, se considera que el sistema opera con normalidad. Cuando algunas de las señales rebasa alguno de los límites, se interpreta como una posible falla.

Un esquema general del diagnóstico de fallas basado en modelo se puede representar como se muestra en la Figura 2.5. Se construye un estimador de estado basado en la entrada $u(t)$ y la salida $y(t)$ para generar una salida estimada $\hat{y}(t)$. Como se indicó anteriormente, la diferencia de la salida $y(t)$ y la salida estimada $\hat{y}(t)$ constituye el llamado residuo $r(t)$, cuya magnitud establece el estado actual del sistema.

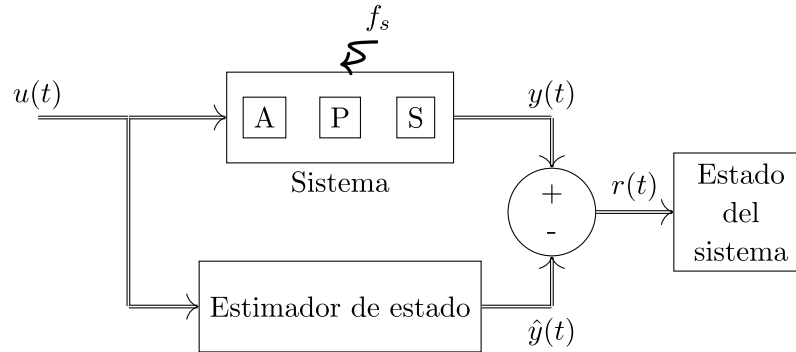


Figura 2.5: Esquema de diagnóstico de fallas basado en modelo matemático.

2.2.2. Diagnóstico basado en datos o señales

El diagnóstico de fallas basado en señales o datos es una alternativa de análisis cuando no se dispone de un modelo preciso del sistema. En lugar de depender de una representación formal, este método se apoya en la información contenida en los datos históricos o en tiempo real que provienen de sensores, actuadores u otras fuentes de monitoreo.

El principio fundamental de este enfoque es que el comportamiento normal del sistema deja un “patrón” en los datos. Cualquier desviación significativa respecto a este patrón puede interpretarse como un indicio de anomalía o falla [14]. Algunos ejemplos de estos métodos son:

- **Redes Neuronales:** son estructuras computacionales, que están compuestas por capas de nodos que procesan información y aprenden patrones sobre el comportamiento normal del sistema a partir de los datos de entrada. Una ventaja significativa es su capacidad de modelar relaciones no lineales complejas entre variables, sin necesidad de un modelo matemático explícito.
- **Lógica difusa:** es un método de inferencia que permite trabajar con incertidumbre e imprecisión, a diferencia de la lógica clásica que se basa únicamente en valores binarios (verdadero o falso). Esta característica la hace especialmente útil en el diagnóstico de fallas, donde las condiciones del sistema no siempre pueden describirse de forma exacta.

En este enfoque, el comportamiento del sistema se evalúa mediante reglas lingüísticas del tipo “si-entonces”.

A diferencia de los métodos estrictamente numéricos, la lógica difusa permite que términos como “alta” o “baja” no tengan límites precisos, sino que se definan mediante funciones de pertenencia que representan el grado con el que una variable pertenece a una categoría. De este modo, se modela el conocimiento experto de forma cualitativa y se

facilita la detección de fallas en sistemas donde no se dispone de modelos exactos, pero sí de experiencia operativa [11].

- **Análisis de correlaciones:** es una técnica estadística que evalúa la relación entre dos o mas variables del sistema en tiempo real, con la finalidad de detectar desviaciones en el comportamiento normal del proceso del sistema.

Bajo condiciones normales, muchas variables de un sistema presentan patrones de comportamiento consistentes: por ejemplo, si el nivel de un tanque aumenta, es esperable que la presión también lo haga. Estas relaciones se manifiestan a través de una alta correlación (positiva o negativa) entre las señales.

Cuando ocurre una falla, por ejemplo, un sensor defectuoso o una válvula atascada, estas relaciones pueden romperse o cambiar significativamente. El análisis de correlación permite detectar este cambio, lo cual se interpreta como un indicio de que una anomalía ha alterado la dinámica del sistema.

2.3. Descripción del sistema no lineal de dos tanques interconectados

Un **sistema de nivel de líquidos** se conforma por recipientes o tanques acomodados en una cierta configuración, puede ser en serie, en paralelo, en conexión con equilibrio hidráulico, entre otros, en los cuales es de interés mantener los niveles del líquido que contienen a una cierta altura fija. El sistema de nivel de líquidos estudiado en esta tesis es un prototipo de laboratorio que está conformado por los siguientes elementos (Figura 2.6):

1. Dos **tanques** T_1 y T_2 **de almacenamiento** de agua conectados en cascada. Sobre el tanque T_1 o superior, denotamos a la altura del líquido con $h_1(t)$ y sobre el tanque T_2 o inferior, denotamos a la altura con $h_2(t)$.
2. Dos **sensores de ultrasonido** S_1 y S_2 encargados de medir el nivel del líquido en los tanques T_1 y T_2 respectivamente.
3. Dos **electro-válvulas**. La primera ev_1 , se encarga de regular el flujo del tanque T_1 al tanque T_2 . La segunda ev_2 , tiene la función de regular el flujo del líquido que sale del tanque T_2 al depósito.
4. Un **depósito** D que almacena el agua que fluye en todo el sistema.
5. Una **bomba hidráulica** B que proporciona un flujo constante de agua del depósito al tanque superior.
6. Un microcontrolador **arduino uno** que permite la adquisición de datos y el control del sistema.
7. Una **computadora** para procesar los datos de los sensores y ejecutar el algoritmo de control el cual se desarrolló en Matlab[®].

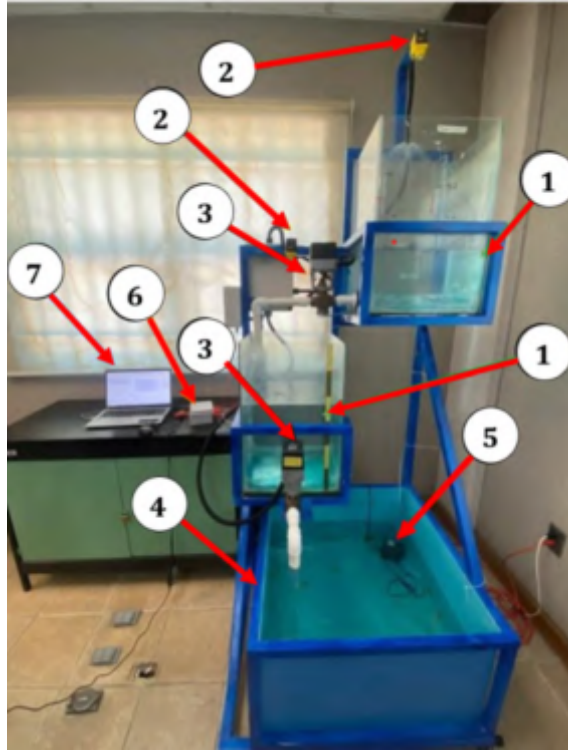


Figura 2.6: Prototipo de laboratorio de un sistema de nivel de líquidos que es objeto de estudio en esta tesis. En la figura se muestran todos los componentes y se observa que los tanques están conectados en cascada.

El propósito de este sistema es mantener o controlar el nivel de líquido en cada uno de los tanques a un valor deseado (referencia). Inicialmente el sistema es alimentado por la bomba hidráulica permitiendo un flujo constante del depósito D al tanque T_1 , este flujo se trasfiere del tanque T_1 al tanque T_2 , y finalmente del tanque T_2 regresa al depósito, completando de esta manera un ciclo. Los sensores realizan la medición de las alturas del líquido en cada tanque en forma de voltaje analógico $v_1(t)$ y $v_2(t)$. Dichas mediciones se envían al microcontrolador arduino a una frecuencia de muestreo de 0.3 Hz. Después son convertidas a los valores correspondientes de los niveles de líquido en los tanques a través de los siguientes pasos:

1. El arduino convierte $v_1(t)$ y $v_2(t)$ a voltajes digitales $s_1(k)$ y $s_2(k)$ mediante su convertidor analógico digital (ADC). Estos son valores enteros que varían de 0 a 1023, que corresponden a la resolución de 10 bits del ADC del arduino. Posteriormente, estos datos son enviados a la computadora para su procesamiento.
2. Previamente, con el algoritmo de control se fijaron $h_{max} = 40 \text{ cm}$ y $h_{min} = 0 \text{ cm}$, como las alturas máxima y mínima del líquido en cada uno de los tanques.
3. Con el software computacional Matlab[®] se calculan las alturas de los tanque $h_1(t)$ y $h_2(t)$ a través de la Ecuación 2.1,

$$h_i(t) = \left(\frac{h_{max} - h_{min}}{1023} \right) s_i(t) \quad (2.1)$$

El algoritmo de control es el encargado de procesar las alturas $h_1(t)$ y $h_2(t)$ y generar una señal de respuesta, la cual consiste en un voltaje que es enviado hacia cada una de las electro-válvulas para abrirlas o cerrarlas, dependiendo de si la altura del líquido en los tanques es mayor o menor que la referencia. Es importante mencionar que el sistema puede iniciar su operación en cualquier condición inicial; es decir, ambos tanques pueden tener cualquier cantidad de agua y a partir de ahí iniciar el proceso de control.

El algoritmo de control que emplea el sistema de nivel de líquidos está basado en un modelado Takagi-Sugeno y modos deslizantes; sin embargo, esto no es motivo de la presente tesis, aprovechando el sistema controlado se realiza el registro de datos para la aplicación del análisis topológico de datos (ver apéndice A).

2.4. Comportamiento óptimo del sistema

El comportamiento óptimo del sistema se alcanza cuando el nivel del agua en cada uno de los tanques se encuentra en el valor de referencia. Recordando que la operación del sistema puede iniciar en diferentes alturas en cada uno de los tanques, el algoritmo de control se encarga de llevarlos a las alturas de referencia deseadas. Una vez alcanzadas las referencias, las alturas medidas por los sensores permanecen con ligeras oscilaciones alrededor de dichas referencias, esto se muestra en la Figura 2.7. Estas oscilaciones se deben principalmente al ruido en la señal de los sensores y a las perturbaciones físicas generadas por el impacto del chorro en los tanques.

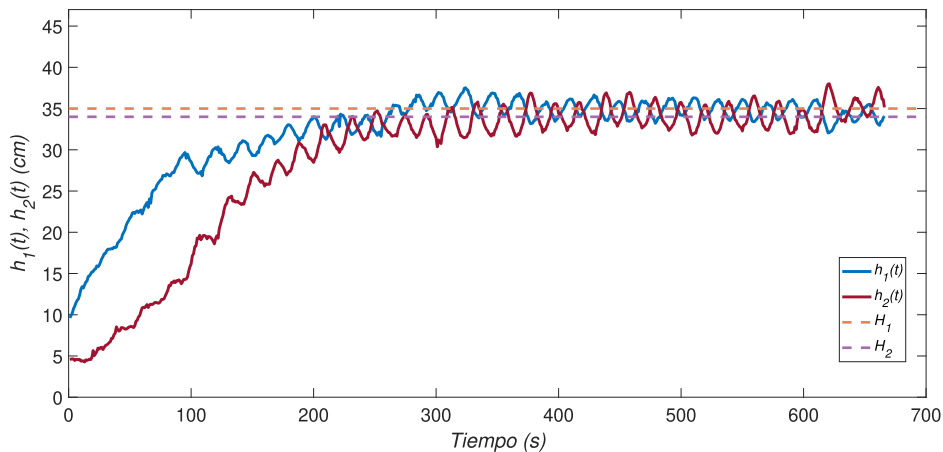


Figura 2.7: Comportamiento de las alturas del sistema bajo operación óptima. Las líneas azul y café representan la evolución de $h_1(t)$ y $h_2(t)$, respectivamente. Las correspondientes referencias se muestran en línea punteadas en colores naranja y violeta.

Como ejemplo de investigación se consideran las referencias $H_1 = 35$ cm y $H_2 = 34$ cm como alturas de referencia. La selección de estas referencias responden a criterios prácticos, ya que corresponden a criterios previamente estudiadas durante el ajuste de las ganancias del controlador.

Es posible representar el comportamiento del sistema de dos formas: la primera es a través de la evolución de las alturas con respecto del tiempo, como se muestra en la Figura

2.7. La segunda es como puntos en $\mathbb{R}^2$ de la forma $(h_1(t), h_2(t))$, donde las coordenadas representan las alturas del primer y segundo tanque, respectivamente, ver Figura 2.8. La inclusión de ambas representaciones tiene como finalidad mostrar la evolución del sistema desde dos perspectivas: la primera permite observar la respuesta dinámica del sistema desde las condiciones iniciales, hasta llegar a la referencia deseada, mientras que la vista geométrica $h_1(t)$ vs $h_2(t)$ facilita la identificación de patrones en los datos del sistema. En esta tesis se utiliza esta segunda forma de representar los datos de funcionamiento arrojados por el sistema para diagnosticar fallas con análisis topológico de datos.

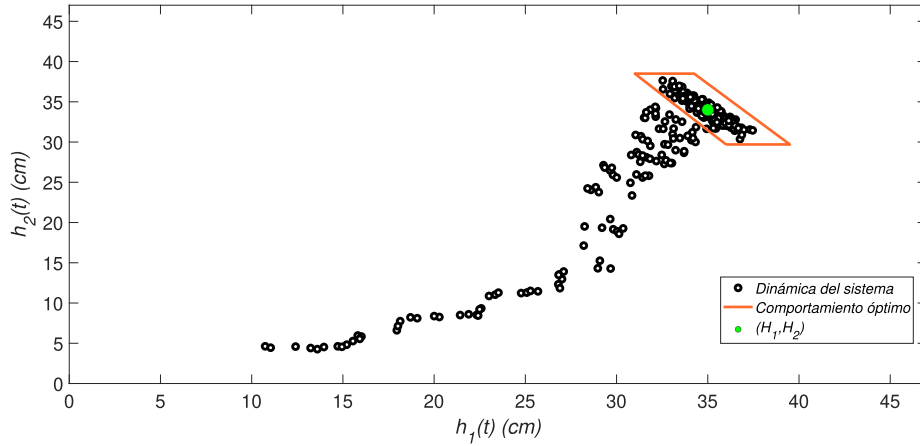


Figura 2.8: Comportamiento de las alturas vistas como puntos $(h_1(t), h_2(t)) \in \mathbb{R}^2$. Las coordenadas del punto verde son las alturas referencia (H_1, H_2) y el comportamiento óptimo del sistema se enmarca en un paralelogramo naranja. Notar que los puntos $(h_1(t), h_2(t))$ giran alrededor del punto referencia y por dentro del paralelogramo.

2.5. Comportamiento del sistema con fallas

El sistema de nivel de líquidos estudiado es susceptible a diversas fallas que pueden afectar su desempeño al mantener el nivel de agua en cada tanque en las alturas referencia, y pueden ser ocasionadas por cualquiera de los elementos que conforman el sistema. Algunos ejemplos de posibles fallas que se pueden analizar.

1. **Lecturas erróneas en los sensores.** Para ilustrar algunas fallas se toma sólo como ejemplo el sensor S_1 , es fácil extender para S_2 .
 - Lectura del sensor S_1 siempre mayor al valor real, provocando que la altura $h_1(t)$ se mantenga por arriba del nivel de referencia.
 - Lectura del sensor S_1 siempre por debajo del valor real, generando que $h_1(t)$ permanezca por abajo del nivel de referencia.
2. **Obstrucción en las electro-válvulas.** En este caso el resultado es diferente si la falla se presenta en ev_1 ó en ev_2 . Para explicar se toman como ejemplos los casos extremos, es decir, alguna de las electro-válvulas se bloquea quedando totalmente abierta o cerrada.
 - Cuando ev_1 queda totalmente abierta, el tanque superior se vacía debido a que el flujo de T_1 a T_2 es mayor que el flujo del depósito a T_1 . En este caso el sistema de

control genera que $h_2(t)$ se mantenga oscilando alrededor de la referencia. Si ev_1 queda totalmente cerrada, entonces se provoca un desborde de agua en T_1 , en este caso el tanque inferior se estabiliza un poco abajo de la altura referencia.

- Si ev_2 queda totalmente abierta, entonces el sistema de control abriría completamente a ev_1 intentando suministrar el agua suficiente para que T_2 alcance la referencia. De manera que ambos tanques quedarán totalmente vacíos ya que el flujo de salida de T_2 es igual al de T_1 . Por otro lado, si ev_2 se queda cerrada, entonces se provoca un desborde en el tanque T_2 y T_1 se mantendrá oscilando alrededor de la referencia.
- Si la **bomba deja de suministrar agua**, entonces ambos tanques se mantienen abajo de la referencia.

El presente trabajo de investigación aborda el problema de diagnóstico, considerando fallas intermitentes y catastróficas en los sensores S_1 , S_2 , las cuales fueron emuladas, alterando los datos recabados de los sensores en un período de tiempo de 50 segundos (multiplicados por un valor constante en el período mencionado), simulando así comportamientos anómalos en dichos componentes.

Las fallas se clasifican en:

- **Tipo 1:** lecturas menores al valor correcto.
- **Tipo 2:** lecturas mayores al valor correcto.
- **Tipo 3:** alguno de los sensores deja de funcionar por completo.

Las fallas intermitentes (Tipo 1 y 2) pueden originarse por obstrucciones, descalibración o condiciones climáticas; mientras que las catastróficas (Tipo 3) pueden deberse a desconexiones o daños internos que provocan la pérdida total de alguno de los sensores.

Estas fallas se aplicaron de forma independiente tanto al sensor S_1 como al sensor S_2 , permitiendo observar el impacto individual que cada una tiene sobre el comportamiento dinámico del sistema.

El objetivo principal de estas simulaciones fue analizar cómo varían las mediciones de altura captadas por los sensores ante la presencia de fallas, y cómo dicha variación afecta la forma de los datos.

A través de esta metodología, es posible observar diferencias topológicas claras entre las condiciones de operación normal y aquellas en las que ocurre una falla, lo que permite identificar patrones distintivos asociados a cada tipo de comportamiento. Los resultados obtenidos se presentan a continuación, ilustrando tanto las señales de nivel a lo largo del tiempo, como su representación en el plano (h_1, h_2) , con el objetivo de mostrar cómo se manifiestan las anomalías y cómo el método es capaz de detectarlas de manera eficaz.

Falla de Tipo 1

Durante una falla de Tipo 1, el sensor afectado envía al arduino lecturas inferiores al valor correcto por un periodo aproximadamente de 50 seg. apartir del segundo 450. Después, regresa a su comportamiento óptimo. Esto lleva a que la altura sea menor a la referencia durante dicho periodo de tiempo.

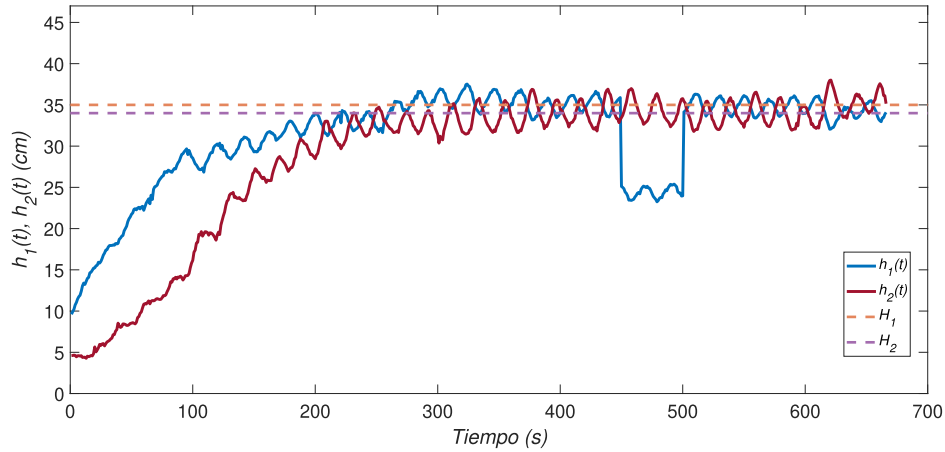


Figura 2.9: Falla de Tipo 1. La curva en azul indica la altura $h_1(t)$, durante 50 seg. Se observa un comportamiento anormal a partir del segundo 450, mostrando una falla en la medición del sensor S_1 .

La Figura 2.9 muestra la evolución temporal de las alturas de el nivel del líquido en los tanques cuando ocurre una falla de Tipo 1 en el sensor S_1 . La señal en azul, correspondiente al tanque T_1 , presenta una desviación considerable en el periodo de tiempo mencionado, lo cual indica que el sistema percibe un nivel del líquido más bajo de lo real debido a la falla inducida en S_1 .

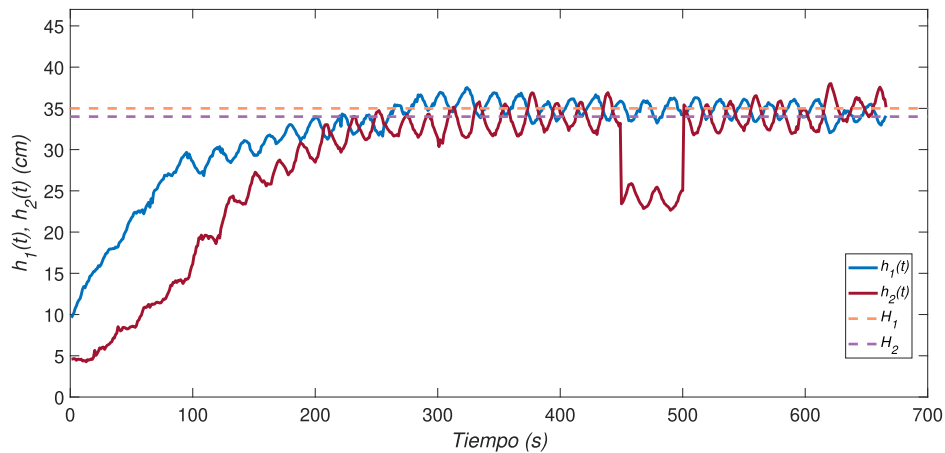


Figura 2.10: La señal café indica la altura $h_2(t)$, ilustrando una falla de Tipo 1 en el sensor S_2 .

De manera similar, la Figura 2.10 ilustra el comportamiento del sistema cuando la falla ocurre en el sensor S_2 . En este caso, la señal café, correspondiente al tanque T_2 , se desvía significativamente durante el mismo intervalo, como resultado de las lecturas anómalas.

Como parte del enfoque basado en datos, se muestra la representación del comportamiento del sistema en el plano (h_1, h_2) , donde cada punto corresponde a una medición simultánea de los niveles en ambos tanques. Durante el periodo de falla, los datos se marcan en color rojo. Si la falla ocurre en el sensor S_1 , se observa un corrimiento en el eje x , ya que las lecturas de h_1 son inferiores al valor real, como se muestra en la Figura 2.11. En contraste, una falla en el sensor S_2 se manifiesta como un desplazamiento sobre el eje y , debido a lecturas erróneas en h_2 como se ilustra en la Figura 2.12.

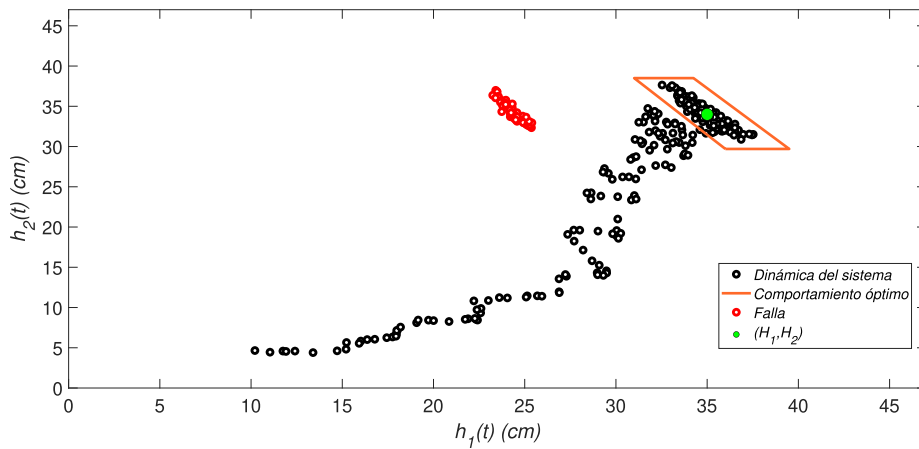


Figura 2.11: Comportamiento de las alturas del sistema vistas como puntos $(h_1(t), h_2(t)) \in \mathbb{R}^2$ bajo presencia de una falla de Tipo 1. Los puntos de color rojo reflejan la falla, dichos datos se desplazan a la izquierda del eje x , indicando una falla en S_1 .

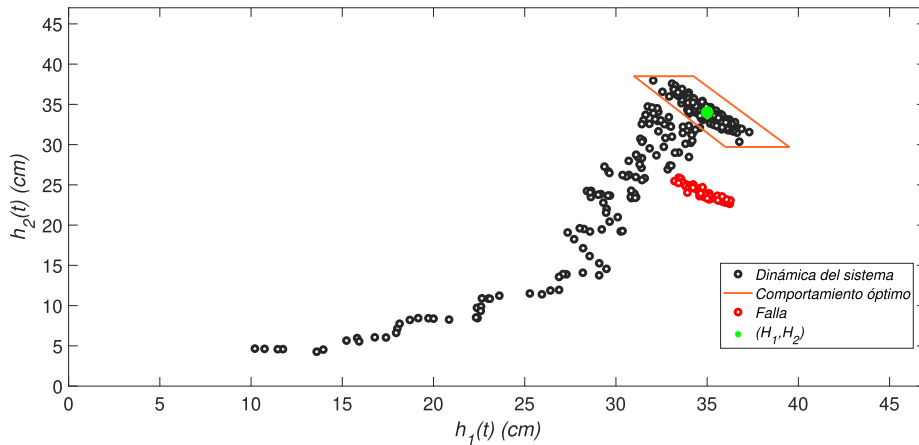


Figura 2.12: Comportamiento de las alturas del sistema vistas como puntos $(h_1(t), h_2(t)) \in \mathbb{R}^2$ bajo presencia de una falla de Tipo 1. Los puntos de color rojo reflejan la falla, dichos datos se desplazan en el eje y , ilustrando una falla en S_2 .

Falla de Tipo 2

Durante una falla de Tipo 2, se presenta un comportamiento similar a la falla de Tipo 1. La diferencia es que ahora las lecturas enviadas por los sensores al arduino son superiores al valor real durante aproximadamente 50 segundos. Posteriormente, la señal vuelve a su comportamiento normal. Este error provoca que el sistema perciba un nivel de líquido mayor al existente, lo cual se traduce en un seguimiento inadecuado de la referencia durante dicho periodo.

La Figura 2.13 muestra la evolución temporal del nivel en ambos tanques cuando el sensor S_1 experimenta una falla de Tipo 2. En esta ocasión, la señal azul asociada al tanque T_1 se incrementa de forma considerable en el intervalo afectado, evidenciando la sobre estimación generada por el sensor defectuoso, lo que indica que el nivel en T_1 sea superior a la referencia.

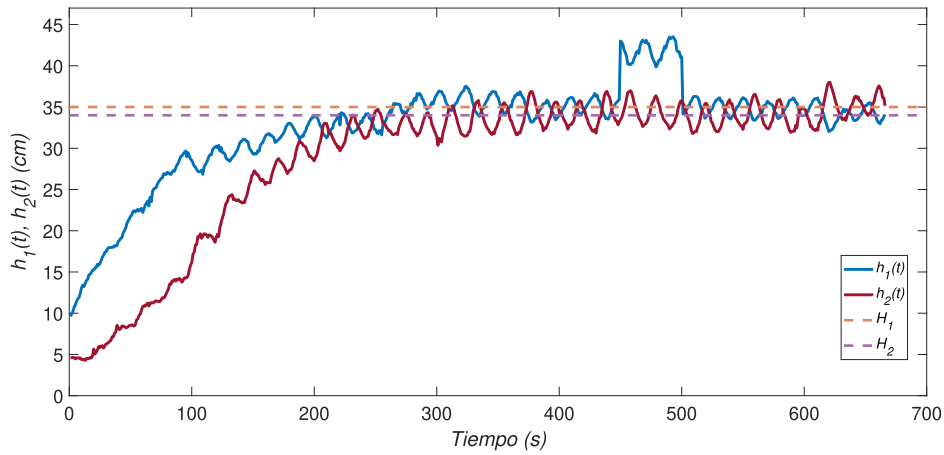


Figura 2.13: Falla de Tipo 2. La curva azul indica la altura $h_1(t)$ y durante 50 seg se observa un comportamiento anormal de S_1 , indicando que el nivel de agua en T_1 esta por encima de la referencia.

Del mismo modo, la Figura 2.14 presenta el comportamiento del sistema ante una falla del sensor S_2 . En este caso, la señal café correspondiente al tanque T_2 refleja un aumento anómalo, coherente con las lecturas erróneamente elevadas enviadas por S_2 .

En el análisis basado en datos, se representa el comportamiento en el plano $(h_1(t), h_2(t))$. Dentro de este espacio, se define una región de operación deseada, representada por un paralelogramo de color naranja, el cual delimita las condiciones que se consideran óptimas o normales para el sistema. Este paralelogramo funciona como una zona de referencia visual que facilita la detección de desviaciones anómalas. Cuando se presenta una falla de Tipo 2 en S_1 , el corrimiento de los datos es sobre el eje x , a la derecha de la referencia (H_1, H_2) , indicando que el nivel del líquido en T_1 está por encima de la referencia como se muestra en la Figura 2.15. En el caso de una falla en S_2 , el corrimiento se manifiesta en el eje y hacia arriba, como se puede apreciar en la Figura 2.16. Los datos con fallas se ilustran en color rojo.

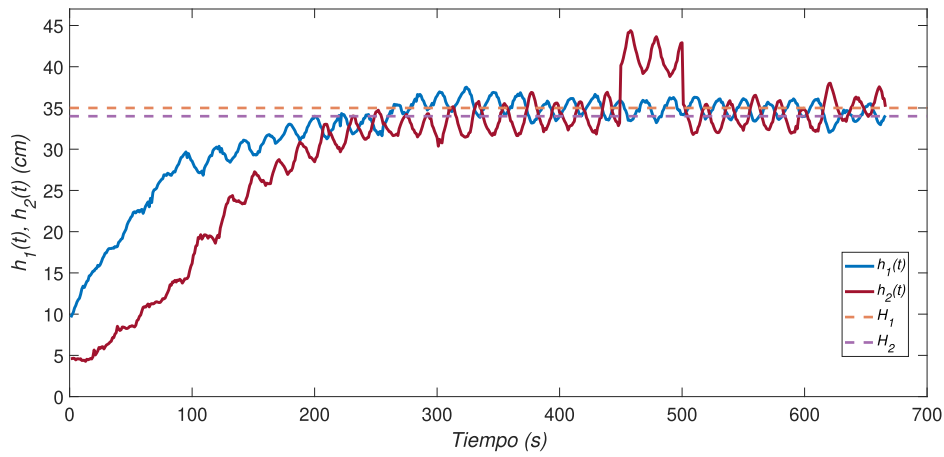


Figura 2.14: Falla de Tipo 2. La curva café indica la altura $h_2(t)$ y durante 50 seg. se observa un comportamiento anormal de S_2 , indicando que el nivel de agua en T_2 está por encima de la referencia.

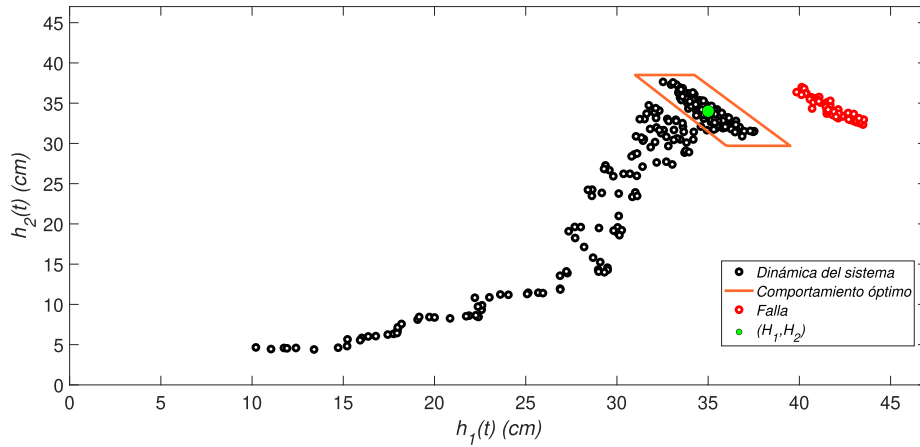


Figura 2.15: Falla de Tipo 2. El punto $(h_1(t), h_2(t))$ es desplazado a la derecha, indicando que $h_1(t)$ rebasó la referencia.

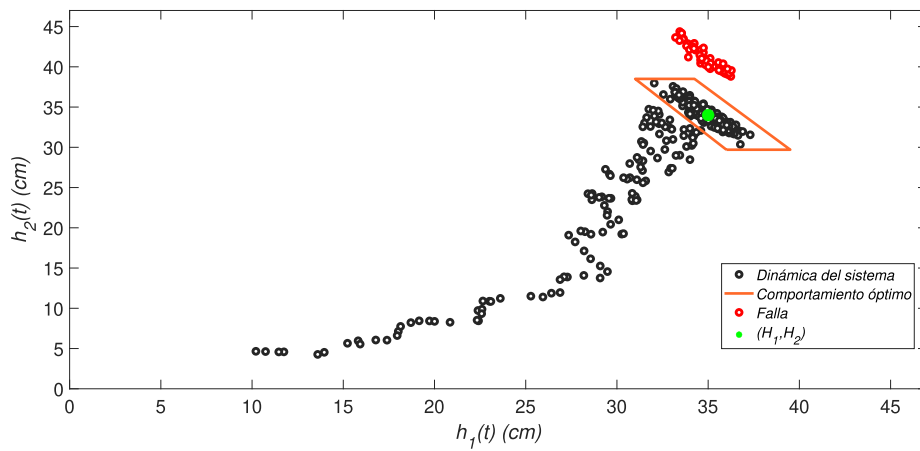


Figura 2.16: Falla de Tipo 2. El punto $(h_1(t), h_2(t))$ es desplazado por encima de la referencia sobre el eje y , indicando que $h_2(t)$ rebasó la referencia.

Falla de Tipo 3

Representa la pérdida completa de las mediciones de los sensores S_1, S_2 en el segundo 450. A partir de dicho momento la lectura que regresa el sensor es **cero**. En la Figura 2.17 se ilustra la pérdida de las mediciones del sensor S_1 y en la Figura 2.19 la pérdida de S_2 .

Debido a la pérdida en las mediciones de uno de los sensores, solo se tiene datos en un eje. Para una falla de este tipo en S_1 , solo se tiene datos en el eje y , correspondientes a datos de S_2 como se muestra en la Figura 2.18. Cuando la falla se presenta en S_2 , sólo se tienen datos en el eje x , correspondientes a S_1 como se ilustra en la Figura 2.20.

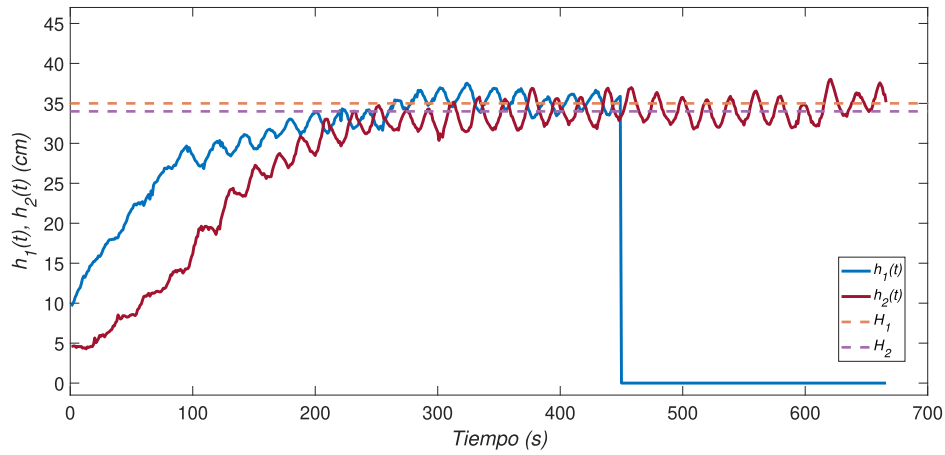


Figura 2.17: Falla de Tipo 3. En el segundo 450 el sensor S_1 sufre un falla catastrófica devolviendo un valor nulo.

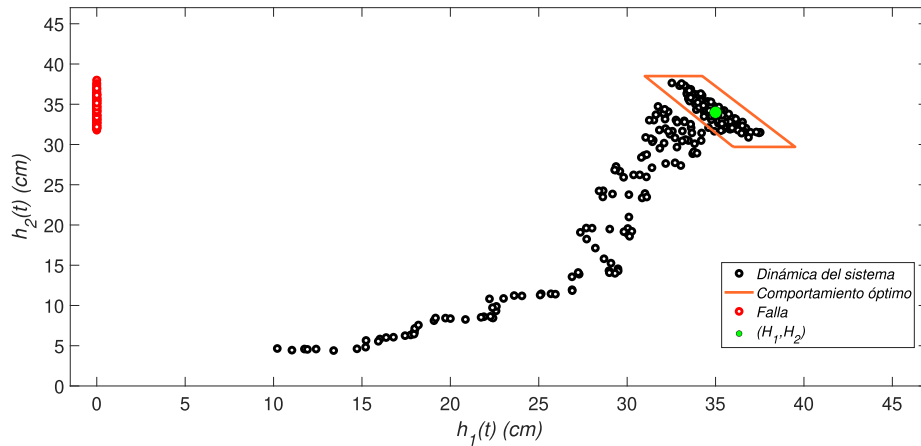


Figura 2.18: Falla de Tipo 3. Debido a la falla catastrófica de S_1 , solo se tiene lecturas de S_2 indicados en color rojo.

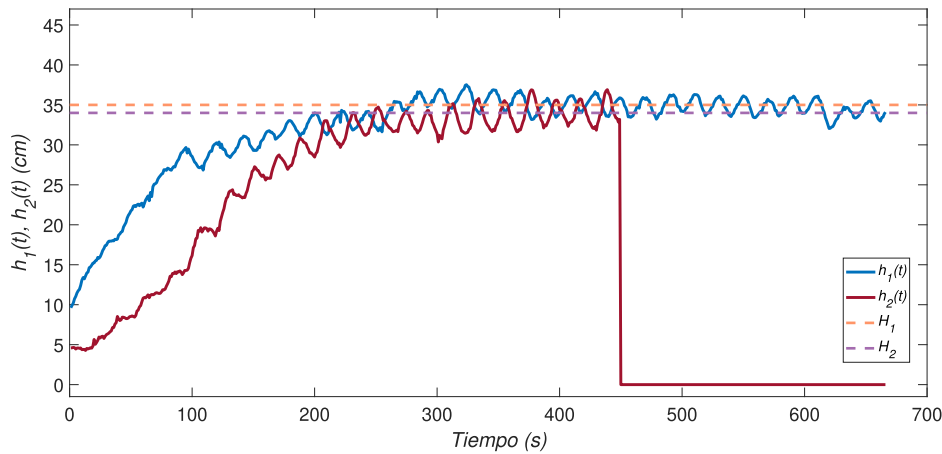


Figura 2.19: Falla de Tipo 3. En el segundo 450 el sensor S_2 sufre un falla catastrófica devolviendo un valor nulo.

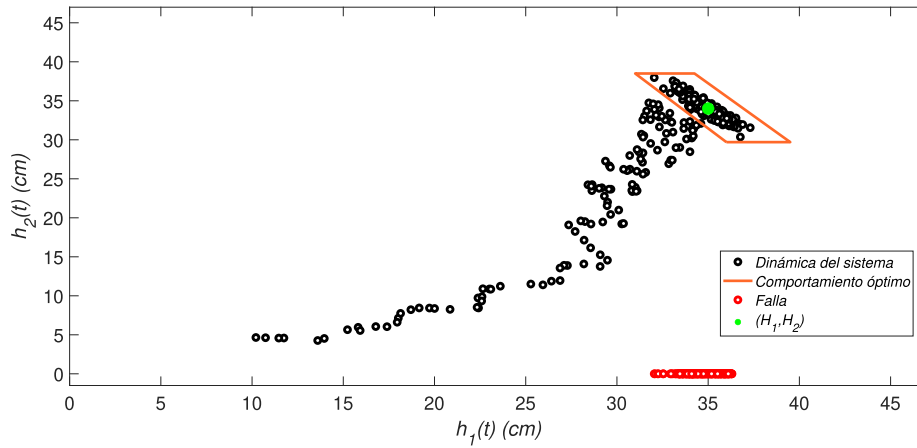


Figura 2.20: Falla de Tipo 3. Debido a la falla catastrófica de S_2 , solo se tiene lecturas de S_1 indicados en color rojo.

En este capítulo se describió los conceptos fundamentales, así como los métodos comúnmente usados en el diagnóstico de fallas. Después se describe a detalle el sistema nivel de líquidos que se estudia en esta tesis. En primer lugar, se presentaron los componentes físicos y la instrumentación necesaria para su buen funcionamiento. Posteriormente se explicó el principio de funcionamiento del sistema y la relación que existe entre cada componente para cumplir con el objetivo de mantener el nivel de agua en la referencia establecida. Asimismo, se identificaron los componentes mas propensos a fallas, siendo los sensores y los actuadores los elementos críticos que pueden llegar a afectar el correcto funcionamiento del sistema. Debido a que en esta tesis se centra en el diagnóstico de fallas en los sensores, se analizó fallas tanto para el sensor S_1 , como para el sensor S_2 , ilustrando los tipos de fallas posibles y las consecuencias que pueden generar en el funcionamiento del sistema.

Capítulo 3

Introducción al Análisis Topológico de Datos

En este capítulo se expone una introducción al análisis topológico de datos. Para que el lector tenga una mejor comprensión de la herramienta, se incluyen los preliminares matemáticos necesarios y se finaliza con ejemplos ilustrativos en los que se aplica el análisis topológico de datos a nubes de puntos en el plano.

3.1. Historia del Análisis Topológico de Datos

El Análisis Topológico de Datos (ATD) es una metodología de la ciencia de datos que combina herramientas topológicas, como la homología, y geométricas, como los complejos simpliciales, para estudiar la “forma de una nube de datos”. El ATD tiene ventajas significativas sobre otras técnicas de análisis de datos, como lo son la robustez ante el ruido y la independencia de la dimensión y el volumen de los datos.

Aunque el ATD es considerado como una técnica moderna en la ciencia de datos, tiene sus orígenes a principios del siglo XX con la aplicación de conceptos de topología algebraica y geometría computacional al análisis de datos [15, 16]. Los inicios del ATD se deben a los trabajos de los matemáticos; A. Zomorodian, H. Edelsbrunner [17], J. Harer [18],[19] y G. Carlson [20], quienes desarrollan la homología persistente, los códigos de barras y los diagramas de persistencia. Una idea general de la información que el ATD extrae de una base de datos, es que logra capturar “hoyos de todas las dimensiones” en el conjunto de puntos formado por los datos, de esta manera se construye una imagen global de la forma de la nube de datos. Dicha información no se puede obtener con otros métodos de análisis de datos (análisis de componentes principales, análisis de clústeres, redes neuronales, reducción de dimensión). En la actualidad, el ATD se ha aplicado para estudiar grandes bases de datos en diferentes áreas de la ciencia, como lo son: medicina [21, 22, 23], economía [24, 25, 26], resoluciones de problemas tecnológicos [27, 28], en el campo de la ingeniería [29, 30, 6], entre otros.

3.2. Preliminares matemáticos

Para explorar la estructura general de una nube de datos, el ATD se ayuda de herramientas geométrico/topológicas, las cuales se exponen en esta sección. A lo largo de la tesis, sólo se trabajará con bases de datos como en la ecuación (3.1).

$$N = \{p_1, p_2, \dots, p_\ell\} \subset \mathbb{R}^2, \quad \text{donde } p_i = (x_i, y_i). \quad (3.1)$$

Los lectores que deseen profundizar en los temas que se tratan en esta sección, pueden consultar las siguientes referencias bibliográficas [17, 31, 32, 33, 34].

3.2.1. Complejos simpliciales

Para extraer información de la nube de datos en (3.1) con el ATD, es necesario aproximar a los puntos con espacios que nos proporcionen información de la forma de N (3.1). Para ello se utilizan los complejos simpliciales finitos, los cuales son espacios determinados por un conjunto finito de puntos y que se construyen uniendo piezas conocidas como simplejos.

Un **simplejo** es una estructura geométrica que puede tener distintas dimensiones, dependiendo del número de puntos que se utilicen para definirlo. Por ejemplo, un 0-simplejo es un punto, un 1-simplejo es un segmento determinado por sus extremos que son dos 0-simplejos, un 2-simplejo es un triángulo determinado por tres 0-simplejos (vértices del triángulo) que están en su frontera, la cual además contiene a tres 1-simplejos que unen por pares a los 0-simplejos.

Definición 3.2.1. *Un **complejo simplicial finito** K es una colección finita de simplejos $\{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_s\}$ tal que, $\sigma_i \cap \sigma_j = \emptyset$ (vacío) ó $\sigma_i \cap \sigma_j$ es un simplejo σ_k que está en la frontera de ambos σ_i y σ_j .*

La definición anterior establece que las uniones de los simplejos se realicen de manera que la intersección de cada dos de ellos, sea un 0-simplejo en K , un 1-simplejo en K , un 2-simplejo en K , así sucesivamente. La Figura 3.1 proporciona una explicación gráfica de esta propiedad.

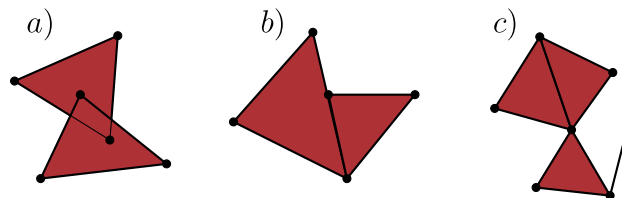


Figura 3.1: En complejos simpliciales, las uniones en a) y b) no están permitidas, pero las uniones en c) sí lo están ya que se realiza a través simplejos en la frontera de ambos.

La Figura 3.2 ilustra tres complejos simpliciales que se construyen con los mismos puntos. En estos casos, se dice que los complejos simpliciales en a), b) y c) de dicha figura tienen dimensión 0, 1 y 2, respectivamente. Esto ya que están formados sólo por puntos (0- simple-

jos), por puntos y segmentos (0- y 1- simplejos) o por puntos, segmentos y triángulos (0-, 1- y 2- simplejos).

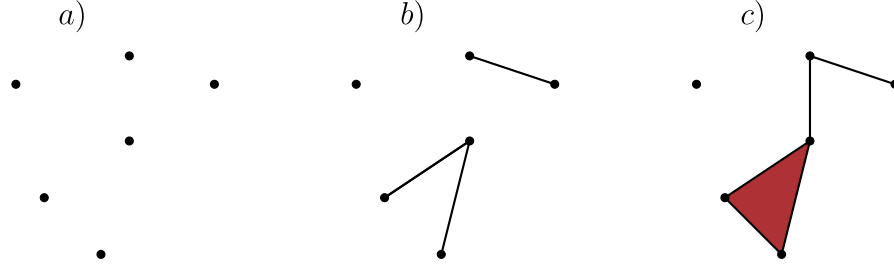


Figura 3.2: Ejemplos de complejos simpliciales de dimensiones 0, 1 y 2.

3.2.2. Complejo de Vietoris-Rips

Para construir complejos simpliciales que aproximen a la nube de datos N (3.1), en esta tesis se emplean los complejos de Vietoris-Rips. Si bien existen otras alternativas como los alfa complejos o los complejos de Čech, el complejo de Vietoris-Rips fue elegido debido a su eficiencia computacional y que su construcción se basa únicamente en la distancia entre los puntos de N , lo que lo hace adecuado para datos sin estructura geométrica o con presencia de ruido. La distancia usual entre los puntos $p_i = (x_i, y_i)$ y $p_j = (x_j, y_j)$ en el plano $\mathbb{R}^2$ se denota como $\|p_i - p_j\|$, ver ecuación (3.2).

$$\|p_i - p_j\| = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \quad (3.2)$$

Definición 3.2.2. Dado un número $\varepsilon > 0$. El **complejo de Vietoris-Rips de N de radio ε** es el complejo simplicial $\mathcal{VR}_\varepsilon(N) \subset \mathbb{R}^2$ que se construye con la unión de simplejos con vértices en los subconjuntos $A \subset N$, tales que para todo par de puntos $p_i, p_j \in A$, se cumple que $\|p_i - p_j\| \leq \varepsilon$.

Notar que para cada radio positivo, existe un complejo de Vietoris-Rips que aproxima a la nube de datos N . De manera que, al incrementar el valor del radio, los complejos de Vietoris-Rips correspondientes cambian.

Ejemplo 3.2.3. Para ejemplificar la Definición 3.2.2 se construye el complejo de Vietoris-Rips $\mathcal{VR}_1(N)$ (radio 1) para la nube de datos $N = \{p_1 = (0, 0), p_2 = (1, 0), p_3 = (\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}), p_4 = (\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}), p_5 = (2, \frac{7}{10})\} \subset \mathbb{R}^2$.

Las distancias entre los puntos de N son:

$$\begin{array}{ll} \|p_1 - p_2\| = 1 & \|p_2 - p_4\| = 0.707 \\ \|p_1 - p_3\| = 1 & \|p_2 - p_5\| = 1.2 \\ \|p_1 - p_4\| = 1.58 & \|p_3 - p_4\| = 1.69 \\ \|p_1 - p_5\| = 2.11 & \|p_3 - p_5\| = 1.5 \\ \|p_2 - p_3\| = 1 & \|p_4 - p_5\| = 1.3 \end{array}$$

Como los puntos $\{p_1, p_2, p_3\}$ están a distancia 1, ellos definen un triángulo en $\mathcal{VR}_1(N)$. Además, los puntos p_2 y p_4 están a distancia menor que 1, por lo que el segmento entre ellos

pertenece a $\mathcal{VR}_1(N)$. Como el punto p_5 está a distancia mayor que 1 de los demás, éste no define conexión con el resto de puntos. El complejo $\mathcal{VR}_1(N)$ formado por estos simplejos se muestra en la Figura 3.3.

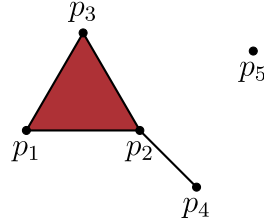


Figura 3.3: Complejo de Vietoris-Rips $\mathcal{VR}_1(N)$.

Notar que si $\varepsilon < \min\{\|p_i - p_j\| \mid p_i, p_j \in N\}$, entonces $\mathcal{VR}_\varepsilon(N) = N$. Por otro lado, si $\varepsilon > \max\{\|p_i - p_j\| \mid p_i, p_j \in N\}$, entonces $\mathcal{VR}_\varepsilon(N)$ es un conjunto convexo en $\mathbb{R}^2$ que contiene a todos los puntos de N . Por lo tanto, es útil conocer la distancia máxima y mínima entre los puntos de N para saber el radio de inicio para comenzar a formar los complejos de Vietoris-Rips y el radio cuando todos los puntos se conectan.

$$r_{min} = \min_{i \neq j} \{\|p_i - p_j\|\} \quad \text{y} \quad r_{max} = \max_{i \neq j} \{\|p_i - p_j\|\}. \quad (3.3)$$

Como no existe un valor ε para el cuál el complejo $\mathcal{VR}_\varepsilon(N)$ sea el que mejor aproxima a N , se escoge una sucesión de valores $r_{min} = \varepsilon_0 < \varepsilon_1 < \varepsilon_2 < \dots < \varepsilon_n = r_{max}$ y se calculan los correspondientes complejos de Vietoris-Rips para cada radio. Dichos complejos satisfacen,

$$N = \mathcal{VR}_{\varepsilon_0}(N) \subset \mathcal{VR}_{\varepsilon_1}(N) \subset \mathcal{VR}_{\varepsilon_2}(N) \subset \dots \subset \mathcal{VR}_{\varepsilon_n}(N) = \text{conv}(N), \quad (3.4)$$

donde $\text{conv}(N) \subset \mathbb{R}^2$ es la envolvente convexa de la nube de datos N . A esta sucesión anidada de complejos de Vietoris-Rips se le conoce como filtración de N asociada a los radios $\varepsilon_0 < \varepsilon_1 < \varepsilon_2 < \dots < \varepsilon_n$. A continuación se muestra un ejemplo de una filtración de Vietoris-Rips.

Ejemplo 3.2.4. Considere la nube de datos $N = \{p_1 = (-\frac{3}{2}, 0), p_2 = (0, 0), p_3 = (1, 0), p_4 = (\frac{3}{4}, \frac{3}{4})\} \subset \mathbb{R}^2$. Se construye la filtración de Vietoris-Rips de N asociada a los radios $\varepsilon = \frac{1}{2}, 1, \frac{5}{4}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}$, además se realiza la figura del correspondiente complejo $\mathcal{VR}_\varepsilon(N)$.

Las distancias entre los puntos de N son las siguientes:

$$\begin{aligned} \|p_2 - p_3\| &= 1, & \|p_1 - p_2\| &= 1.5, & r_{min} &= 0.79 \\ \|p_3 - p_4\| &= 0.79, & \|p_1 - p_4\| &= 2.37, & r_{max} &= 2.37 \\ \|p_2 - p_4\| &= 1.06, & \text{Por lo tanto,} & & & \end{aligned}$$

a) Para $\varepsilon = \frac{1}{2}$: se tiene que $\mathcal{VR}_{\frac{1}{2}}(N) = N = \{p_1, p_2, p_3, p_4\}$ (Figura 3.4).

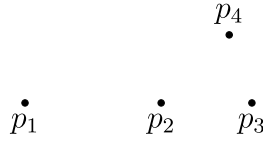


Figura 3.4: Complejo de Vietoris-Rips $\mathcal{VR}_{\frac{1}{2}}(N)$. Dado a que ε es menor que la distancia mínima entre cada par de puntos, no se generan conexiones.

b) Para $\varepsilon = 1$: El complejo de Vietoris-Rips es (Figura 3.5).

$$\mathcal{VR}_1(N) = \{p_1, p_2, p_3, p_4, \{p_2, p_3\}, \{p_3, p_4\}\}.$$

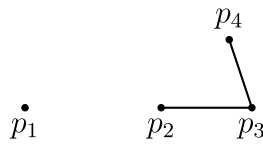


Figura 3.5: Complejo de Vietoris-Rips $\mathcal{VR}_1(N)$. Dado que las parejas p_2, p_3 y p_3, p_4 están a distancia menor que ε , se generan segmentos entre ellos.

c) Para $\varepsilon = \frac{5}{4}$: El complejo de Vietoris-Rips es (Figura 3.6).

$$\mathcal{VR}_{\frac{5}{4}}(N) = \{p_1, p_2, p_3, p_4, \{p_2, p_3\}, \{p_3, p_4\}, \{p_2, p_4\}\}.$$

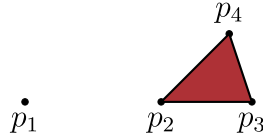


Figura 3.6: Complejo de Vietoris-Rips $\mathcal{VR}_{\frac{5}{4}}(N)$. Los puntos p_2, p_3, p_4 están a distancia menor que ε , por lo que generan un 2-simplejo.

d) Para $\varepsilon = \frac{3}{2}$: Es complejo de Vietoris-Rips es (Figura 3.7).

$$\mathcal{VR}_{\frac{3}{2}}(N) = \{p_1, p_2, p_3, p_4, \{p_2, p_3\}, \{p_3, p_4\}, \{p_2, p_4\}, \{p_1, p_2\}\}.$$

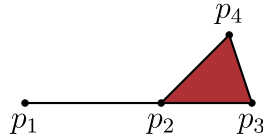


Figura 3.7: Complejo de Vietoris-Rips $\mathcal{VR}_{\frac{3}{2}}(N)$. Se ilustra la conexión entre los puntos que están a una distancia igual o menor que ε .

e) Para $\varepsilon = \frac{5}{2}$: El complejo de Vietoris-Rips es (Figura 3.8).

$$\mathcal{VR}_{\frac{5}{2}}(N) = \{p_1, p_2, p_3, p_4, \{p_2, p_3\}, \{p_3, p_4\}, \{p_2, p_4\}, \{p_1, p_2\}, \{p_1, p_2\}\}.$$

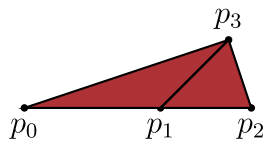


Figura 3.8: Complejo de Vietoris-Rips $\mathcal{VR}_{\frac{\varepsilon}{2}}(N)$. Como ε es mayor que las distancias entre los puntos, se presentan conexiones entre ellos.

Para todo tipo de nubes de datos es posible construir una filtración de Vietoris-Rips. Con la finalidad de ilustrar cuándo dos datos están a una distancia menor al radio de construcción ε del complejo de Vietoris-Rips, se coloca un disco azul de radio $\frac{\varepsilon}{2}$ centrado en cada dato. De manera que si dos discos azules se intersectan, entonces los correspondientes centros están a una distancia menor que ε . En tal caso, los centros determinan un segmento (1-simplejo) que los conecta. Si los discos azules de tres datos se intersectan entre sí, entonces dichos datos determinan un triángulo (2-simplejo). La Figura 3.9 muestra algunos elementos de una filtración de Vietoris-Rips para una nube con 80 datos.

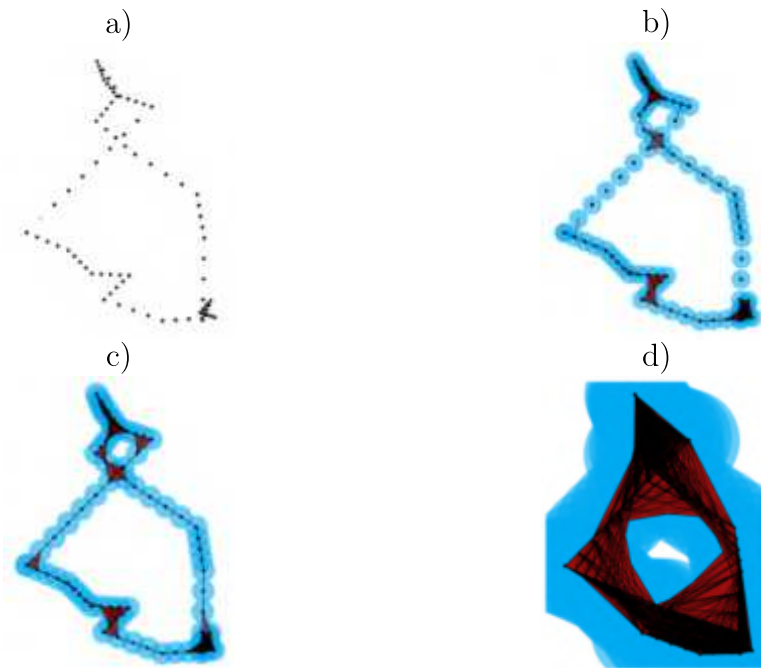


Figura 3.9: Complejos de Vietoris-Rips de una nube de datos en el plano. Los discos azules son auxiliares para la construcción, no forman parte de los complejos Vietoris-Rips. En a) se ilustra la nube de datos N , en b) se ilustra la filtración para ε_1 , en c) para un radio ε_2 y en d) se ilustra la filtración para un radio ε_3 .

3.2.3. 0- y 1-homología de conjuntos en el plano

Una herramienta matemática indispensable para el análisis topológico de datos es la homología [35], esta herramienta permite capturar “hoyos” de diferentes dimensiones en un conjunto X . Para cada $i \geq 0$, existe un número entero $\beta_i(X) \geq 0$ que representa “la cantidad de hoyos de dimensión i que contiene X ”, llamados “ i -hoyos”, a dicho valor se le conoce como el i -ésimo número de Betti de X . En esta tesis se estudian bases de datos contenidas en el

plano $\mathbb{R}^2$, por lo que sólo aparecerán hoyos de dimensión 0 y 1. A continuación se explica de manera intuitiva cómo se ven estos hoyos en un conjunto $X \subset \mathbb{R}^2$ y se presentan dos ejemplos.

Un **0-hoyo** de X corresponde a una pieza conexa del conjunto X . Así, $\beta_0(X)$ es el número de piezas conexas en las que se divide X .

Un **1-hoyo** es un hueco que rodea el conjunto X sin atravesarlo. De manera que $\beta_1(X)$ es el número de huecos que tiene X .

Ejemplo 3.2.5. En la siguiente figura se presenta dos conjunto X, Y , para ilustrar como se ven las homologías y se procede a explicar los 0- y 1-hoyos que contiene.

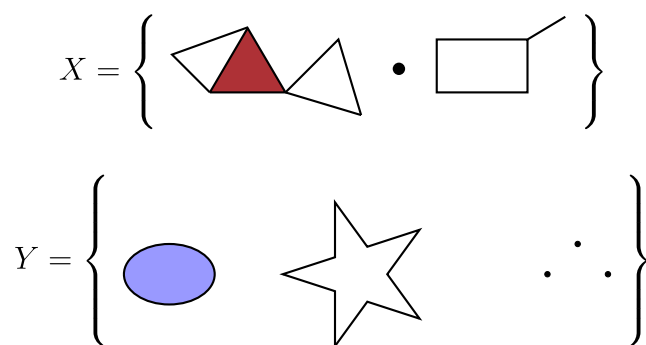
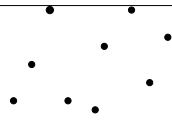
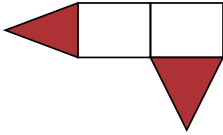
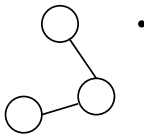


Figura 3.10: Conjunto X formado por tres componentes conexas o piezas, un punto, un rectángulo con una “antena” y dos triángulos huecos unido a uno relleno.

- El conjunto X que se muestra en la Figura 3.10 está formado por tres componentes conexas, lo que indica la presencia de tres hoyos de dimensión 0, es decir, $\beta_0(X) = 3$.
- X también contiene tres hoyos de dimensión 1, correspondientes a los dos triángulos y al rectángulo sin relleno. Éstos 1-hoyos son huecos que rodea el conjunto X sin atravesarlos, por lo tanto $\beta_1(X) = 3$.
- De la misma manera el conjunto Y está formado por cinco componentes conexas, lo que indica la presencia de cinco hoyos de dimensión 0, es decir, $\beta_0(X) = 5$.
- En este caso Y contiene solo un hoyo de dimensión 1, correspondientes a la estrella. Éstos 1-hoyos son huecos que rodea el conjunto Y sin atravesarlos, por lo tanto $\beta_1(X) = 1$

Para que el lector se familiarice más con los conceptos de homología, en la Tabla 3.1 se presentan varios ejemplos ilustrativos que permiten visualizar de manera concreta los números de Betti β_0 y β_1 en diferentes subconjuntos de $\mathbb{R}^2$. Estos ejemplos buscan reforzar la intuición geométrica sobre los 0-hoyos y 1-hoyos, mostrando cómo las componentes conexas y los ciclos se manifiestan en figuras sencillas y representativas. De esta forma, se facilita la comprensión de los conceptos teóricos previos, preparando al lector para su aplicación práctica en los análisis posteriores. Con estos ejemplos, se concluye esta sección introductoria sobre homologías, enfatizando su importancia como herramienta fundamental en el estudio de la forma de los datos.

Tabla 3.1: Ejemplo de números de Betti de conjuntos en el plano

#	Conjunto X	$\beta_0(X)$	$\beta_1(X)$
I		9	0
II		1	2
III		1	1
IV		2	3
V		8	0

3.2.4. Homología persistente

Para una nube de datos $N = \{p_1, p_2, \dots, p_\ell\} \subset \mathbb{R}^2$, la homología persistente estudia cómo cambian los 0- y 1-hoyos (propiedades topológicas) de los complejos simpliciales de Vietoris-Rips $\mathcal{VR}_\varepsilon(N)$ a medida que el radio de construcción ε crece. A continuación se presenta los conceptos de nacimiento y muerte de un hoyo:

- **Nacimiento del hoyo α .** Hace referencia a cuando el 0- ó 1-hoyo α aparece por primera vez en la filtración (ecuación 3.4). Al correspondiente radio de construcción, es decir, al primer valor de ε para el cual α aparece en $\mathcal{VR}_\varepsilon(N)$, se le conoce como **radio de nacimiento** y se denota con $r_{nac}(\alpha)$.
- **Muerte del hoyo α .** Indica cuando un 0- ó 1-hoyo α se cubre o desaparece en la filtración (ecuación 3.4). El correspondiente radio de construcción se le conoce como el

radio de muerte y denota con $r_{mue}(\alpha)$.

Notar que si $r_{nac}(\alpha) < \varepsilon_1 < \varepsilon_2 < r_{mue}(\alpha)$, entonces el hoyo α pertenece a ambos complejos $\mathcal{VR}_{\varepsilon_1}(N)$ y $\mathcal{VR}_{\varepsilon_2}(N)$. En este caso se dice que α **persistió** de $\mathcal{VR}_{\varepsilon_1}(N)$ a $\mathcal{VR}_{\varepsilon_2}(N)$.

- **Persistencia del hoyo α .** Al valor $r_{mue}(\alpha) - r_{nac}(\alpha)$ se le conoce como la **persistencia de α** y a $[r_{nac}(\alpha), r_{mue}(\alpha)]$ se le llama **intervalo de persistencia de α** .

Por simplicidad, de ahora en adelante se utiliza la notación $K_\varepsilon = \mathcal{VR}_\varepsilon(N)$. La siguiente observación muestra cómo es el comportamiento general de los 0- y 1-hoyos a través de la filtración de Vietoris-Rips.

$$N = K_{\varepsilon_0} \subset K_{\varepsilon_1} \subset K_{\varepsilon_2} \subset \dots \subset K_{\varepsilon_m} = \text{conv}(N)$$

- Para $\varepsilon < r_{min}$, la cantidad de componentes conexas en K_ε es igual a ℓ , el número de puntos en N . Otra forma de decirlo es que para todos los 0-hoyos el radio de nacimiento es 0 y por lo tanto $\beta_0(K_\varepsilon) = \ell$. Notar que conforme ε crece, el número $\beta_0(K_\varepsilon)$ decrece debido a que las componentes conexas se unen entre sí. Finalmente, cuando $\varepsilon \geq r_{max}$, todos los puntos se conectan de tal forma que $\beta_0(K_\varepsilon) = 1$. En resumen, el número de Betti $\beta_0(K_\varepsilon)$ decrece de ℓ a 1 cuando el radio de construcción aumenta.
- Cuando $\varepsilon < r_{min}$, no existen 1-hoyos en K_ε y por lo tanto $\beta_1(K_\varepsilon) = 0$. Si existe un valor $\varepsilon_1 > r_{min}$ para el cual K_{ε_1} tiene un 1-hoyo, entonces $\beta_1(K_{\varepsilon_1}) \geq 1$. Para otro radio $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$ tal que $\beta_1(K_{\varepsilon_2}) \geq 1$, es posible que $\beta_1(K_{\varepsilon_1}) \leq \beta_1(K_{\varepsilon_2})$ ó $\beta_1(K_{\varepsilon_1}) \geq \beta_1(K_{\varepsilon_2})$, dependiendo si se generaron o se taparon 1-hoyos de K_{ε_1} a K_{ε_2} . Dado que tanto al inicio como al final de la filtración no existen 1-hoyos, los radios de nacimiento y muerte de un 1-hoyo α satisfacen (ecuación 3.3):

$$r_{min} < r_{nac}(\alpha) < r_{mue}(\alpha) < r_{max}$$

La idea general de la “homología persistente” es guardar qué tanto persisten los 0- y 1-hoyos a través de la filtración. Los hoyos que tienen mayor persistencia representan una propiedad geométrica significativa de la nube de datos $N = \{p_1, p_2, \dots, p_\ell\} \subset \mathbb{R}^2$. Para ilustrar la homología persistente se realiza un ejemplo.

Ejemplo 3.2.6. Se construye los complejos de Vietoris-Rips $K_{\varepsilon_0} < K_{\varepsilon_1} < K_{\varepsilon_2}$ de la nube de datos N que se muestra en la Figura 3.11.

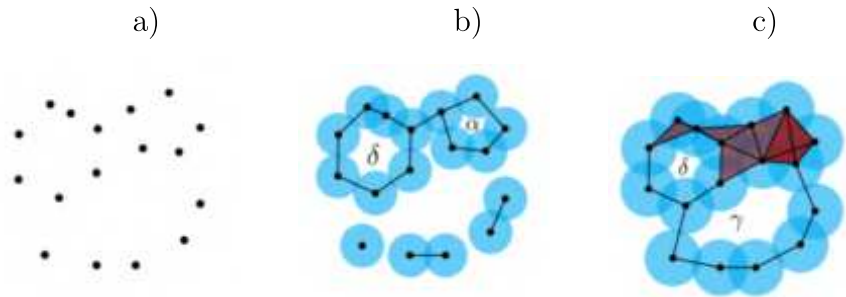


Figura 3.11: Complejos de Vietoris-Rips para una nube de datos, donde K_{ε_0} corresponde al inciso a), K_{ε_1} al inciso b) y K_{ε_2} al inciso c).

Se proceden a explicar las propiedades de dichos complejos:

- a) El complejo simplicial K_{ε_0} es igual a la nube de datos N , debido a que $\varepsilon_0 < r_{min}$. De manera que $\beta_0(K_{\varepsilon_0}) = 17$ que corresponde al número de datos en la nube N .
- b) El complejo K_{ε_1} tiene dos 1-hoyos α y δ . Calculando su homología obtenemos que $\beta_1(K_{\varepsilon_1}) = 2$ y $\beta_0(K_{\varepsilon_1}) = 4$, es decir, el número de componentes conexas disminuyó al aumentar el radio de ε_0 a ε_1 .
- c) Finalmente, en K_{ε_2} el 1-hoyo α se cubrió con 2-simplejos pero se creó el 1-hoyo γ . En este caso la homología es $\beta_1(K_{\varepsilon_2}) = 2$ y $\beta_0(K_{\varepsilon_2}) = 1$ ya que K_{ε_2} tiene solo una pieza. Notar que el 1-hoyo δ persistió de K_{ε_1} a K_{ε_2} .

3.2.5. Código de barras

Para presentar la información obtenida a través de la homología persistente, se utilizan los códigos de barras. El **código de barras** ofrece una representación gráfica de la evolución de las homologías a lo largo de la filtración de Vietoris-Rips, mostrando cómo nacen y mueren los 0- y 1-hoyos durante la filtración (ecuación 3.4). Los códigos de barras se construyen de la siguiente manera:

1. Existe un eje horizontal que representa la variación del radio de construcción $\varepsilon \geq 0$, dicho eje finaliza en el radio máximo r_{max} .
2. Si α es un 0- ó 1-hoyo que nace en el radio $r_{nac}(\alpha)$, entonces comenzamos una barra que se extiende hasta el radio de muerte $r_{mue}(\alpha)$. Se utilizan los colores verde y azul para las barras de la 0- y 1-homología, respectivamente.
3. La línea vertical en un radio fijo ε_0 , intersecta tantas barras como el número de 0- y 1-hoyos que tiene el complejo de Vietoris-Rips K_{ε_0} .

De la construcción de los códigos de barras se deduce que:

- Cada barra representa un 0-hoyo o un 1-hoyo.
- La longitud de una barra indica la persistencia del 0-hoyo o 1-hoyo al que representa.
- Las barras con mayor longitud persisten por varios de complejos de Vietoris-Rips, éstos se corresponden con propiedades importantes de la nube de datos N .

Para visualizar cómo es que las homologías evolucionan conforme el radio ε aumenta, se presenta el código de barras de la nube de datos mostrada en el Ejemplo 3.2.6, proporcionando una explicación detallada del significado de cada barra.

En el código de barras de la Figura 3.12 se ilustra la evolución de las homologías a lo largo de la filtración, recordando que cada barra de color verde representa a un 0-hoyo y cada barra de color azul representa a un 1-hoyo. Para valores de $\varepsilon < r_{min}$, la cantidad de 0-hoyos en la filtración es 17, que corresponden a los puntos en la nube N . Notar que hay tres barras que son un poco más largas, las cuales reflejan que los datos están separados en tres clusters, ver Figura 3.11. Una de las barras de color verde se extiende para todos los radios de la filtración, ya que esta representa la componente conexa final. A medida que el radio de filtración aumenta, los 0-hoyos disminuyen progresivamente debido a que las componentes se

conectan entre sí. De manera paralela empiezan a aparecer 1-hoyos, en total son tres δ , α y γ . Los 1-hoyos δ y α aparecen cuando los datos aun están separados por en clusters, mientras que γ aparece cuando los datos ya pertenecen a la componente conexa final.

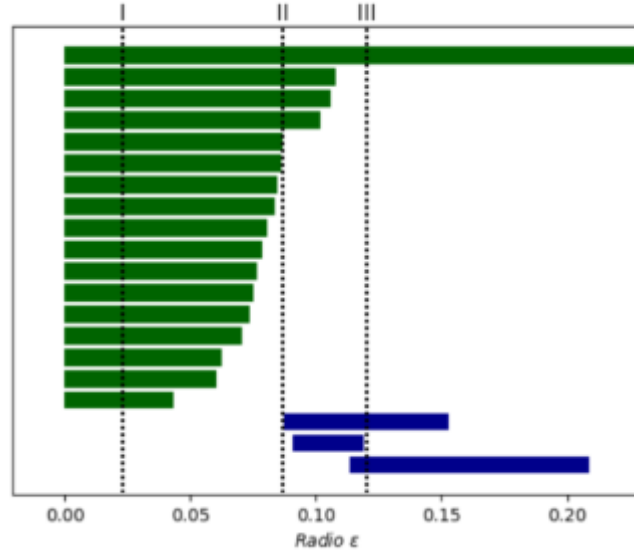


Figura 3.12: Código de barras para la filtración del Ejemplo 3.2.6.

3.2.6. Ejemplos

A continuación se presentan cuatro ejemplos de nubes de datos analizados con ATD. Estos ejercicios prácticos están diseñados para que el lector interprete la información contenida en los códigos de barras, por ello se le invita a proceder con la lectura de la siguiente manera.

1. Utilizando solo el código de barras, extraer cuidadosamente la información contenida en ellos.
2. Leer la descripción de los códigos de barras expuesta en cada ejemplo y compararla con la información que el lector propuso en 1.
3. Observar la nube de datos y comparar con la información que se obtuvo del código de barras correspondiente.

Para proceder con el análisis de los códigos de barras, es importante considerar los siguientes aspectos:

- En los códigos, las barras de color verde corresponden a las 0-homologías (0-hoyos), mientras que las barras azules a las 1-homologías (1-hoyos).
- Para una mejor visualización no se presentan todas las barras correspondientes a las 0-homologías. Los códigos de barras se construyen destacando sólo las barras más relevantes. Sin embargo, el número de puntos en la nube de datos N de la cual se obtuvo el código de barras se menciona en el pie de figura de cada código.
- Las líneas verticales punteadas en los códigos de barras, indican los radios construcción, ε_I , ε_{II} , ε_{III} y ε_{IV} , de los complejos de Vietoris-Rips correspondientes a las figuras que

se mostrarán posteriormente.

- Cada inciso en las nubes de datos indican etapas de la filtración, en el inciso a) se muestra la nube de datos, y en los incisos b), c), d) correspondes a tres etapas para tres radios ε diferentes.

Ejemplo 1:

- *Código de barras*

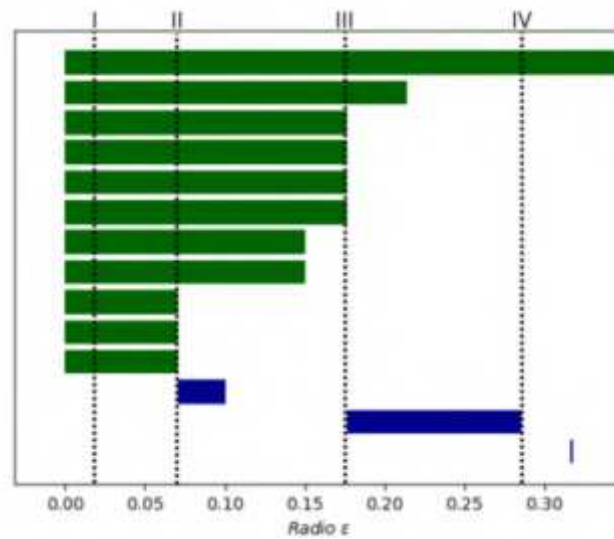


Figura 3.13: Código de barras para N con 11 datos.

- *Análisis del código de barras para la Figura 3.13*

Para el radio ε_I , la línea punteada intersecta a cada una de las barras verdes (0-hoyos), lo que indica que $\varepsilon_I < r_{min}$. En este caso, el número de puntos es igual 11. La persistencia de las barras verdes indica que los datos de N están separados en tres clusters principales. En el radio ε_{II} nace el primer 1-hoyo, pero su corta persistencia indica que los datos que lo forman están a una distancia muy cerca entre sí. Para ε_{III} nace el segundo 1-hoyo con una mayor persistencia, además, cuando éste nace, los datos aún están separados en dos clusters. Esta descripción corresponde a la nube de datos de la Figura 3.14

- *Nube de datos*

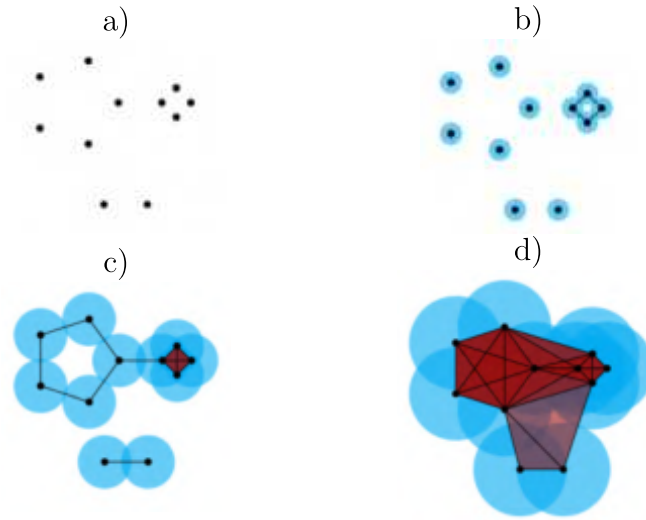


Figura 3.14: Etapas de la filtración de la nube de datos en a) .

Ejemplo 2:

- *Código de barras*

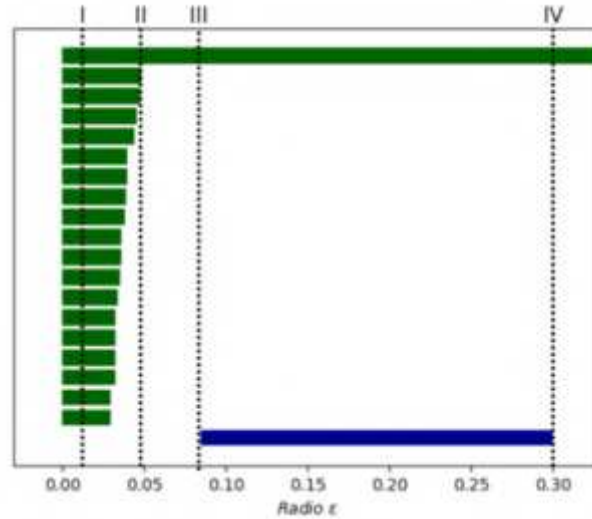


Figura 3.15: Código de barras para N con 42 datos. En este código de barras se ilustra la evolución de la filtración conforme el radio ε crece.

- *Análisis del código de barras de la Figura 3.15*

Las barras verdes, que representan a las 0-homologías, son cortas y mueren en radios parecidos lo que indica que la distancia entre los datos es pequeña, y que están distribuidos de manera uniforme. La barra azul correspondiente a la 1-homología, nace después de que

los complejos de Vietoris-Rips son conexos (muerte de la última barra verde). Esto indica que hay un par de puntos más separados que el resto. La persistencia de la barra azul es aproximadamente 0.21, lo que da una idea del diámetro del 1-hoyo. Es importante mencionar que el código de barras no nos indica la forma exacta de la nube de datos, pero las propiedades mencionadas previamente, es posible deducir que tiene forma de un ciclo. La Figura 3.16 confirma que la nube de datos tiene forma de una elipse.

- *Nube de datos*

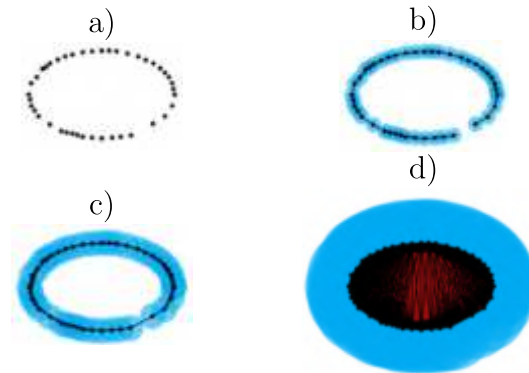


Figura 3.16: Etapas de la filtración de la nube de datos en a). En b) representa el complejo de Vietoris-Rips para ε

Ejemplo 3:

- *Código de barras*

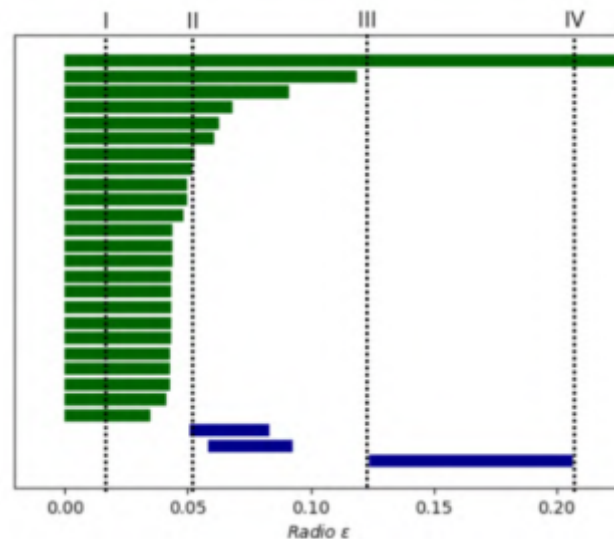


Figura 3.17: Código de barras para N con 26 datos.

- *Análisis del código de barras de la Figura 3.17*

Las primeras 12 barras verdes, correspondientes a los 0-hoyos, indican que la mayoría de los datos están distribuidos de manera uniforme, con excepción a algunos puntos que están

más separados, esto se puede visualizar en las barras de la 13 a la 20. Las dos barras verdes con mayor persistencia señalan que los datos están separados en dos clusters. Las barras azules evidencian el nacimiento de dos 1-hoyos con una persistencia pequeña cuando aún se tiene dos componentes en la filtración. El último 1-hoyo, con mayor persistencia, nace cuando el complejo de Vietoris-Rips ya es conexo, esto indica que los clusters se han fusionado para formar dicho hoyo. Estas propiedades sugieren que los clusters no tienen forma de elipse o círculo, si no que existe una hendidura entre ellos, que al unirse hacen posible la formación del último 1-hoyo. Por lo tanto, se concluye que los dos clusters tienen forma similar a lunas menguantes, orientadas en sentidos opuestos. Al observar la Figura 3.20 se encuentra que los datos están distribuidos en dos clusters, y que tienen la forma descrita anteriormente.

- *Nube de datos*

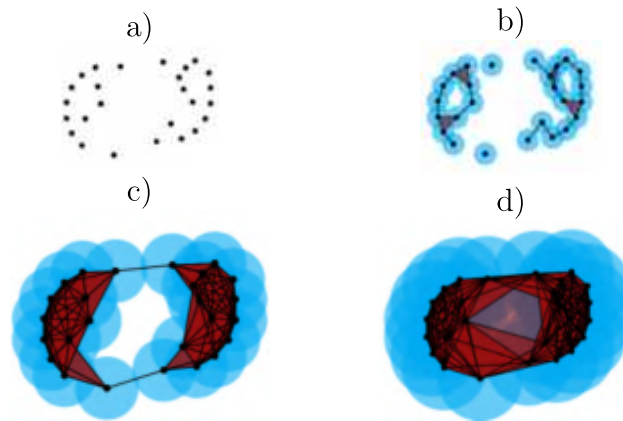


Figura 3.18: Etapas de la filtración de la nube de datos en a) .

Ejemplo 4:

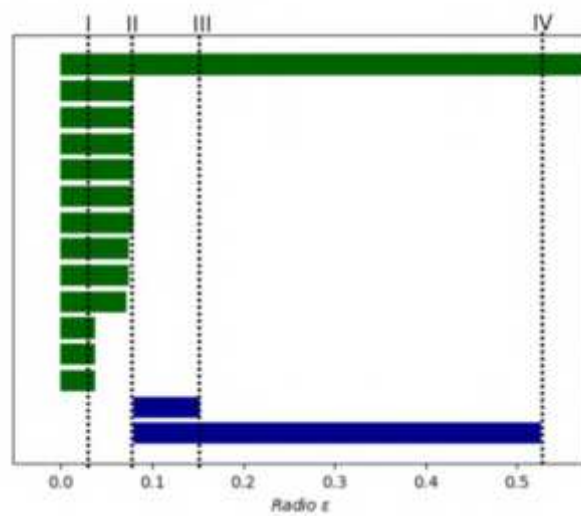


Figura 3.19: Código de barras para N con 200 datos.

- *Análisis del código de barras de la Figura 3.19*

Las barras de color verde ilustran que los datos de N están distribuidas de manera uniforme, aunque algunos están ligeramente más separados. Esta distribución da lugar al nacimiento de dos 1-hoyos en el mismo radio ε_{II} cuando el complejo de Vietoris-Rips ya es conexo. Dado a que la persistencia de estos 1-hoyos es diferente, se interpreta que la forma de los datos se asemeja al número 8, compuestas por dos regiones cerradas como un círculo, una de ellas con un diámetro menor. Al ver la Figura 3.20, se confirman que los datos encierran dos 1-hoyos.

- *Nube de datos*

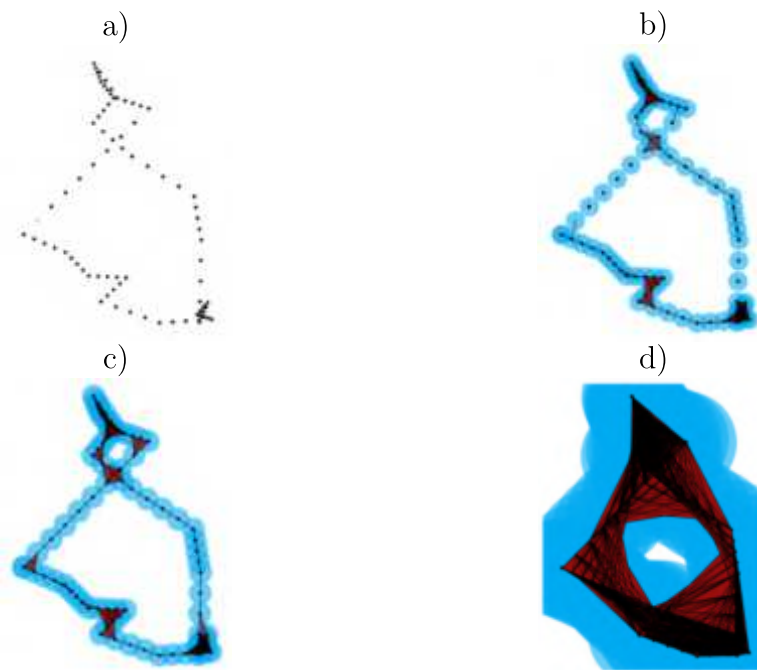


Figura 3.20: Etapas de la filtración de la nube de datos en a) .

En este capítulo se presentó los preliminares matemáticos del ATD, abordando las herramientas necesarias para poder extraer información de una nube de datos. Se explicaron las herramientas claves como los complejos simpliciales, los complejos de Vietoris-Rips, homología persistente y la construcción de códigos de barras, con el fin de proporcionar una base sólida para su aplicación práctica. Para facilitar la comprensión, estas herramientas fueron ilustrados mediante ejemplos ilustrativo. Con estos preliminares establecidos, en el siguiente capítulo se implementa el algoritmo de diagnóstico de fallas para el sistema de nivel de líquidos estudiado con análisis topológico de datos.

Capítulo 4

Aplicación del ATD al diagnóstico de fallas en el sistema de nivel de líquidos

En este capítulo se desarrolla el algoritmo basado ATD para el diagnóstico de fallas en el sistema de nivel de líquidos, motivo de estudio en esta tesis. Se describe detalladamente la metodología utilizada para identificar desviaciones en el comportamiento del sistema, asociadas a fallas, y para mejor visualización se ilustran con figuras. Posteriormente, se presentan los resultados obtenidos con la aplicación del algoritmo, destacando su efectividad para detectar distintas tipologías de falla en condiciones simuladas. Este análisis permite validar la utilidad del enfoque propuesto dentro del marco del diagnóstico basado en datos.

4.1. Preparación de los datos

Para implementar un algoritmo de diagnóstico fallas con ATD, es importante considerar las siguientes generalidades del sistema de nivel de líquidos estudiado:

1. El sistema puede empezar a operar en cualquier condición inicial, donde el nivel del líquido en los tanques T_1 y T_2 puede tener cualquier altura $h_1(0)$ y $h_2(0)$. El algoritmo de control se encarga de llevarlos a las referencias H_1 y H_2 previamente fijadas.
2. Una vez que las alturas $h_1(t)$ y $h_2(t)$ alcanzan las referencias H_1 y H_2 , el funcionamiento óptimo del sistema consiste en mantener el nivel lo más cercano posible a esta referencia.
3. Desde el inicio de la operación del sistema, el arduino captura datos de los sensores S_1 y S_2 cada 3 segundos. Debido a que el sistema tiene una dinámica lenta, se capturan muchos datos repetidos, por lo que es necesario depurarlos antes de analizarlos.
4. Para el algoritmo que se implementa, se utilizan los datos capturados cuando el sistema está en estado estable alrededor del punto de referencia (H_1, H_2) . Es por ello, que se eliminan los datos correspondientes a cuando las alturas aún no alcanzan las referencias, ver Figura 4.1.

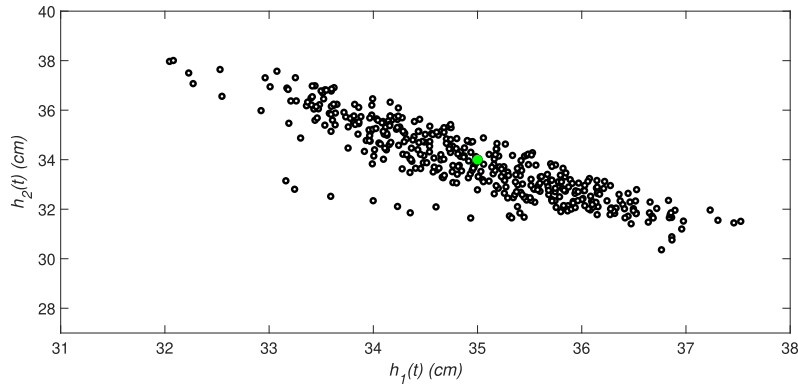


Figura 4.1: Base de datos depurados. Estos datos son los que se utilizarán para aplicar el algoritmo de diagnóstico de fallas, dichos datos giran entorno al punto referencia (H_1, H_2) que se marca en verde.

4.2. Desarrollo del algoritmo

Cuando las alturas $h_1(t)$ y $h_2(t)$ capturadas por los sensores alcanzan las referencias, los datos $(h_1(t), h_2(t))$ tienen un comportamiento oscilatorio alrededor del punto (H_1, H_2) . Este comportamiento da lugar a que los datos generen ciclos, los cuales serán estudiados con ATD para el desarrollo del algoritmo de diagnóstico de fallas. A continuación se describe el algoritmo utilizado en 6 pasos:

Paso 1. Una vez que los datos $(h_1(t), h_2(t))$ están alrededor del punto (H_1, H_2) , se guardan los primeros 50 puntos para realizar un ajuste lineal de ellos, como se muestra en la Figura 4.2. Así, se determina una línea recta que se denota como L_1 .

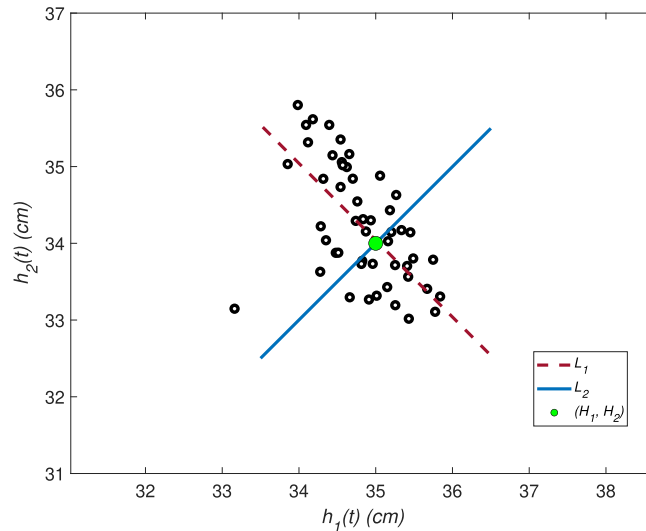


Figura 4.2: En color café y punteada se muestra el ajuste lineal L_1 de los primeros 50 datos $(h_1(t), h_2(t))$ cuando el sistema ya está en operación óptima. La línea azul L_2 por el punto referencia (H_1, H_2) es la perpendicular al ajuste lineal.

Paso 2. A través del punto (H_1, H_2) se traza la línea recta L_2 perpendicular a L_1 , como se muestra en la Figura 4.2.

Paso 3. En adelante se registra cada vez que los datos $(h_1(t), h_2(t))$ cruzan a la recta L_2 , sin importar el sentido del cruce (arriba-abajo o abajo-arriba).

Paso 4. Los datos se separan en “ciclos” $C_1, C_2, C_3, \dots$, de manera que los puntos inicial y final de cada ciclo corresponden a dos cruces por L_2 consecutivos y en el mismo sentido, ver Figura 4.3. Es importante destacar que un ciclo no necesariamente sigue un patrón uniforme.

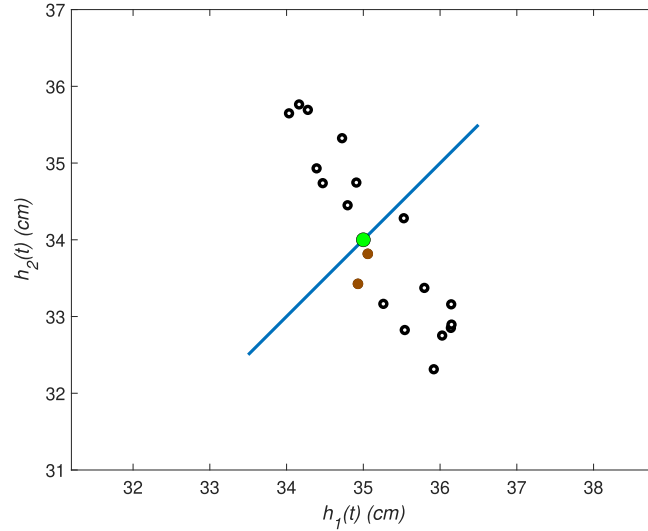


Figura 4.3: Ciclo C_8 de la nube de datos capturados por los sensores S_1, S_2 . En color café se ilustran los puntos inicial y final del ciclo, lo cuales corresponden a dos cruces por L_2 .

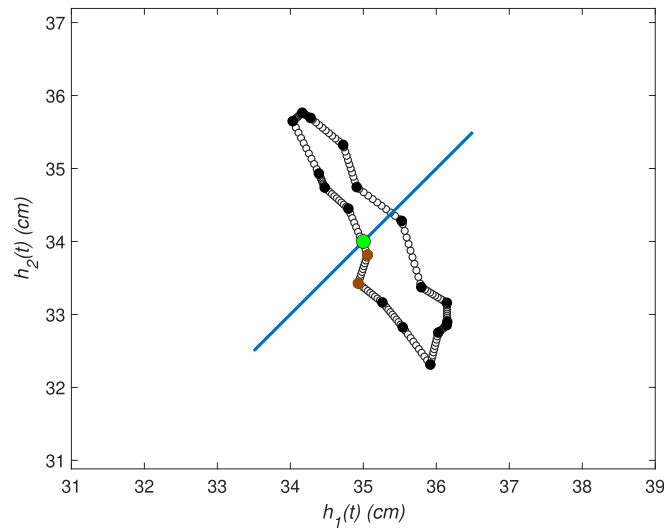


Figura 4.4: Los puntos en color negro representan los datos originales y los de color gris sin relleno representan los 10 puntos agregados entre ellos.

Paso 5. Los datos en los ciclos pueden estar muy separados, lo que podría generar que el ATD no extraiga la persistencia de los 1-hoyos contenidos en ellos. Para evitar esto, se agregan 10

puntos uniformemente distribuidos en el segmento que une a cada par de datos consecutivos, también se realizó esto entre los datos inicial y final de cada ciclo, como se muestra en la Figura 4.4.

Paso 6. A cada ciclo C_j se le aplica el ATD para determinar así el radio en que muere el último 1-hoyo contenido en C_j , al cual llamamos radio de muerte y lo denotamos $r_{mue}(j)$. Por ejemplo, en el ciclo C_8 de la Figura 4.4, el radio de muerte del último 1-hoyo es $r_{mue}(8) = 0.346$ y se ilustra en el código de barras de la Figura 4.5. La idea general es que el radio de muerte $r_{mue}(j)$ proporciona una noción de qué tanto rodea el ciclo C_j al punto de referencia (H_1, H_2) .

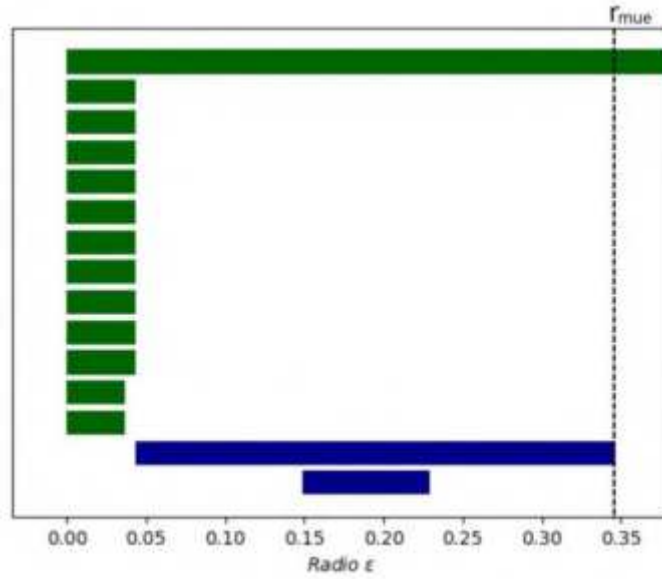


Figura 4.5: En línea punteada se marca el radio de muerte $r_{mue}(8)$ del último 1-hoyo para el ciclo C_8 .

4.3. Resultados obtenidos

Para la aplicación del algoritmo desarrollado en la sección anterior, se tomaron $H_1 = 35$ y $H_2 = 34$ como alturas de referencia y se dejó correr el sistema por aproximadamente 1 hora. Con el objetivo de mostrar el funcionamiento de la estrategia y cómo ésta detecta los distintos tipos de fallas, se aplica el algoritmo a los diferentes escenarios descritos en el Capítulo 2 para el sensor S_1 que mide la altura del tanque superior. Los resultados obtenidos se presentan a continuación:

1. Funcionamiento óptimo. Durante un funcionamiento adecuado del sistema los resultados obtenidos se presentan en la Tabla 4.1. La primera columna corresponde al número de ciclos generados durante el tiempo de operación, los cuales son un total de 20, cada uno conformado por aproximadamente 20 datos. En la segunda columna se presentan los radios de muerte del último 1-hoyo contenido en cada uno de ellos. Como se muestra en la Tabla 4.1, el radio de muerte $r_{mue}(1)$ correspondiente al primer ciclo es el más grande. Esto se debe al hecho de que por ser el primero, en este ciclo se consideran datos que se obtienen de cuando el sistema evoluciona de las condiciones iniciales hacia el punto referencia (H_1, H_2) ,

ver Figura 4.6. Por esta observación, el radio $r_{mue}(1)$ nos proporciona un cota natural para los radios de muerte de los ciclos posteriores, es decir, si el sistema está funcionando de manera óptima, entonces los radios de muerte del último 1-hoyo para los ciclos C_j cumplen la siguiente condición

$$r_{mue}(1) \geq r_{mue}(j), \quad \text{para todo } j \geq 2.$$

Tabla 4.1: Radios de muerte $r_{mue}(j)$ del último 1-hoyo asociado al ciclo j en condiciones de funcionamiento óptimo del sistema.

No. ciclo (j)	$r_{mue}(j)$ para un funcionamiento óptimo
1	0.5256
2	0.2987
3	0.2491
4	0.2729
5	0.3306
6	0.4803
7	0.2688
8	0.3461
9	0.2258
10	0.2979
11	0.4038
12	0.3038
13	0.2694
14	0.3457
15	0.4237
16	0.1792
17	0.2044
18	0.4593
19	0.0614
20	0.3186

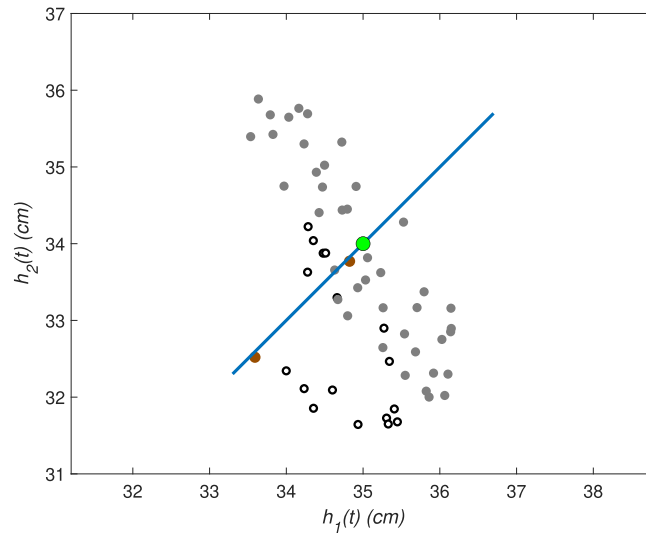


Figura 4.6: El primer ciclo generado se marca en color negro y el resto de los ciclos en color gris. Notar que el primer ciclo incluye algunos puntos que aún están alejados del punto referencia (H_1, H_2) (en verde), por ese motivo el radio de muerte $r_{mue}(1)$ es el mayor.

2. Falla de Tipo 1. Esta falla indica que el sensor está registrando lecturas menores a las correctas, lo que lleva a que la altura en el tanque T_1 permanezca por debajo de la referencia durante 50 segundos. Por lo tanto, en este periodo de tiempo los datos no cruzan a la recta perpendicular L_2 , lo que genera que el ciclo C_{10} tenga un radio de muerte más grande que el $r_{mue}(1)$ del primer ciclo en funcionamiento óptimo. Este radio de muerte se ilustra en color rojo en la Tabla 4.2 y su ciclo correspondiente se ilustra en la Figura 4.7.

Tabla 4.2: Radios de muerte $r_{mue}(j)$ para los ciclos en funcionamiento óptimo y en la presencia de Falla del Tipo 1

No. ciclo (j)	$r_{mue}(j)$ para un funcionamiento óptimo	$r_{mue}(j)$ para Falla de Tipo 1
1	0.5256	0.5256
2	0.2987	0.2987
3	0.2491	0.2491
4	0.2729	0.2729
5	0.3306	0.3306
6	0.4803	0.4803
7	0.2688	0.2688
8	0.3461	0.3461
9	0.2258	0.2258
10	0.2979	2.2204
11	0.4038	0.3018
12	0.3038	0.3457
13	0.2694	0.4237
14	0.3457	0.1792
15	0.4237	0.2044
16	0.1792	0.4593
17	0.2044	0.0614
18	0.4593	0.3186
19	0.0614	
20	0.3186	

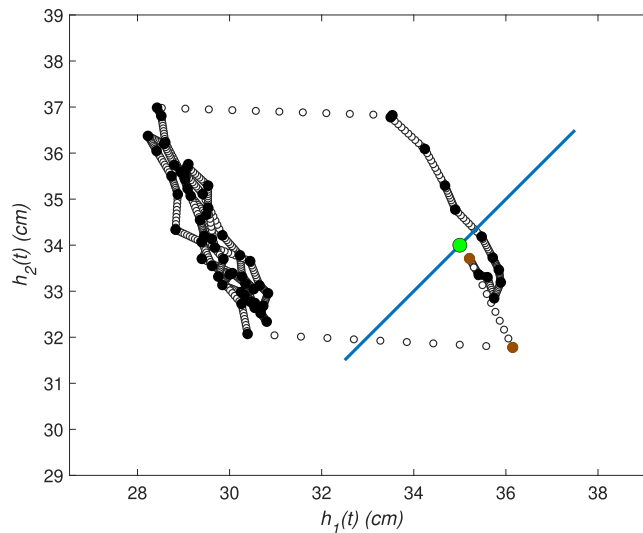


Figura 4.7: Ciclo C_{10} cuando hay presencia de una falla del Tipo 1. El $r_{mue}(10)$ generado es mucho más grande que el $r_{mue}(1)$. En los datos se observa un alejamiento del punto de referencia por un periodo de tiempo

En la columna 1 de la Tabla 4.2 se registra el número de ciclo j , la columna 2 corresponden a los radios de muerte $r_{mue}(j)$ en funcionamiento óptimo y en la columna 3 se muestran los radios de muerte $r_{mue}(j)$ cuando hay presencia de una falla.

3. Falla de tipo 2. Esta falla representa cuando S_1 está registrando lecturas mayores a la correcta, lo cual hace que se generen dos ciclos grandes C_{10} , C_{11} ilustrados en la Figura 4.8, es decir, los radios $r_{mue}(10)$ y $r_{mue}(11)$ superan la cota establecido por $r_{mue}(1)$. Estos radios marcados en color rojo en la Tabla 4.3, representan que el nivel del líquido en el tanque T_1 superó la referencia.

Tabla 4.3: Radios de muerte $r_{mue}(j)$ para los ciclos en funcionamiento óptimo y en la presencia de Falla del Tipo 2

No. Ciclo	Funcionamiento óptimo	Falla del tipo 2 r_j
1	0.5256	0.5256
2	0.2987	0.2987
3	0.2491	0.2491
4	0.2729	0.2729
5	0.3306	0.3306
6	0.4803	0.4803
7	0.2688	0.2688
8	0.3461	0.3461
9	0.2258	0.2258
10	0.2979	0.9940
11	0.4038	1.5615
12	0.3038	0.3457
13	0.2694	0.4237
14	0.3457	0.1792
15	0.4237	0.2044
16	0.1792	0.4593
17	0.2044	0.0614
18	0.4593	0.3186
19	0.0614	
20	0.3186	

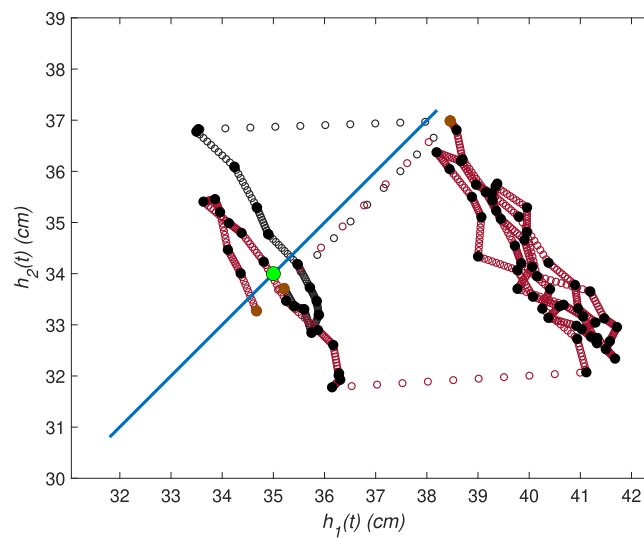


Figura 4.8: En presencia de una falla del Tipo 2, se generan dos ciclos C_{10} (en negro), C_{11} con r_{mue} (en color rojo) mayores al $r_{mue}(1)$.

Es importante indicar que los dos escenarios anteriores representan fallas intermitentes, es decir, que después de un periodo de tiempo el sistema regresa a su funcionamiento óptimo. En el siguiente tipo de falla, el sistema deja de funcionar por completo.

4. Falla del tipo 3. Esta falla representa una pérdida total del sensor S_1 . En la segunda columna de la Tabla 4.4 se ilustra como comienza el sistema a funcionar de manera óptima, pero después del ciclo 9 ya no se registra ningún dato de S_1 , lo que hace que ya no se genere ningún ciclo y que ya no se tenga un radio de muerte r_j para $j > 9$.

Tabla 4.4: Radios de muerte $r_{mue}(j)$ en presencia de una falla del Tipo 3.

Ciclo	Funcionamiento óptimo	Falla del tipo 3 r_j
1	0.5256	0.5256
2	0.2987	0.2987
3	0.2491	0.2491
4	0.2729	0.2729
5	0.3306	0.3306
6	0.4803	0.4803
7	0.2688	0.2688
8	0.3461	0.3461
9	0.2258	0.2258
10	0.2979	Sin señal
11	0.4038	Sin señal
12	0.3038	Sin señal
13	0.2694	Sin señal
14	0.3457	Sin señal
15	0.4237	Sin señal
16	0.1792	Sin señal
17	0.2044	Sin señal
18	0.4593	Sin señal
19	0.0614	Sin señal
20	0.3186	Sin señal

Notar que para los distintos tipos de fallas, la nube de datos generado presenta un desplazamiento, ya sea a la derecha o a la izquierda del punto de referencia, sobre el eje x para el caso del sensor S_1 .

4.4. Análisis comparativo entre TDA, observadores y análisis de umbrales

En esta sección se comparan tres enfoques distintos de diagnóstico de fallas aplicados al mismo sistema: el análisis topológico de, observadores de entradas desconocidas y análisis de umbrales. Esta comparación permite evaluar las ventajas y limitaciones de cada técnica, destacando la utilidad del enfoque de análisis topológico de datos frente a métodos convencionales.

Dado que el sistema estudiado presenta una dinámica no lineal y está sujeto a perturbaciones o ruido, la elección del método de diagnóstico es crucial. En este trabajo, se eligió el ATD como enfoque principal, dada su capacidad para detectar cambios en la estructura global de los datos sin requerir un modelo matemático explícito. Esta característica representa

una ventaja frente a los observadores de entradas desconocidas, los cuales, si bien ofrecen una alta sensibilidad ante fallas pequeñas, dependen de una modelación precisa. Por otro lado, el análisis de umbrales, aunque es simple de implementar y útil para detectar fallas abruptas, presenta limitaciones en su sensibilidad y puede generar falsos positivos o no detectar fallas sutiles, como las intermitentes.

Desde la perspectiva del sistema de nivel de líquidos, donde las señales pueden presentar oscilaciones y ruido, el ATD demostró ser una herramienta robusta que permite visualizar cambios topológicos en las trayectorias de los datos. En contraste, los observadores requieren un ajuste cuidadoso y pueden no ser fácilmente adaptables a variaciones no modeladas. El análisis de umbrales, si bien puede ser una solución rápida en entornos industriales, requiere establecer límites apropiados, los cuales pueden no ser obvios cuando el sistema tiene comportamiento variable.

Tabla 4.5: Comparación entre métodos de diagnóstico de fallas aplicados al sistema de nivel de líquidos

Criterio	Análisis topológico de Datos (TDA)	Observadores de entradas desconocidas	Análisis de umbrales
Requiere modelo matemático	No	Sí	No
Sensibilidad a fallas pequeñas	Alta	Alta	Baja
Robustez ante ruido	Alta (con procesamiento adecuado)	Media	Baja
Facilidad de implementación	Media (requiere procesamiento topológico)	Baja (modelado e implementación compleja)	Alta
Capacidad de localizar la falla	Sí (por patrones topológicos)	Sí	Limitada
Tipo de información usada	Datos históricos del sistema	Modelo dinámico + entradas/salidas	Señales de salida
Dependencia de la experiencia del usuario	Baja	Media	Alta

En este capítulo se presentó el algoritmo desarrollado basado en el análisis topológico de datos para diagnosticar fallas en el sistema de nivel de líquidos estudiado. Cada etapa del algoritmo se acompaña de ilustraciones que facilitan su comprensión.

Así mismo se muestran los resultados obtenidos, los cuales evidencian la efectividad del algoritmo desarrollado, destacando su capacidad para detectar fallas con una alta precisión.

Capítulo 5

Conclusiones y trabajos futuros

5.1. Conclusiones

En esta tesis, se desarrolló un enfoque basado en Análisis Topológico de Datos (ATD), aplicado a un sistema de nivel de líquidos de dos tanques interconectados en cascada. El objetivo principal fue diagnosticar fallas en los sensores del sistema mediante el análisis de las propiedades topológicas de los datos generados por los sensores durante su operación.

En primera instancia, se describió el sistema nivel de líquidos, detallando los componentes físicos, su principio de funcionamiento y la instrumentación necesaria para su correcto funcionamiento. Si bien tanto los sensores y actuadores son susceptibles a falla, esta investigación se centró específicamente en el diagnóstico de fallas en los sensores, tomando el sensor 1 como caso de estudio, con la finalidad de validar la efectividad de la estrategia propuesta.

Con la caracterización del sistema, se introdujeron los conceptos de diagnóstico de fallas y los métodos que se han usando hasta la actualidad. Debido a las limitaciones que presentan dichos enfoques, como la dependencia de modelos matemáticos, la sensibilidad frente a ruido, o la necesidad de contar con grandes volúmenes de datos, justifican la necesidad de explorar nuevas estrategias, en este caso el ATD como una técnica reciente en el campo del diagnóstico de fallas.

Para sustentar la técnica propuesta, se presentaron los preliminares matemáticos necesarios del análisis topológico de datos, como los complejos de Vietoris-Rips, la homología persistente y los códigos de barras, herramientas esenciales para estudiar la evolución de las propiedades topológicas de los datos, proporcionando información valiosa para la detección de estructuras que indiquen la presencia de falla.

Como parte final de este trabajo, se desarrolló un algoritmo de diagnóstico de fallas, tomando en cuenta los fundamentos teóricos previos. Los resultados obtenidos demostraron que el ATD es una herramienta robusta frente a variaciones o deformaciones en los datos y capaz de detectar los cambios en la estructura de los datos, esto permite a tener ventajas frente a otros métodos. A diferencia de técnicas tradicionales como el análisis de umbrales o el uso de observadores con entradas desconocidas, el enfoque propuesto permite distinguir claramente entre un comportamiento normal y la aparición de anomalías, reduciendo así la

posibilidad de falsas alarmas.

Como principal aportación, en esta tesis se propone un enfoque innovador en el área del diagnóstico de fallas basado en el estudio de la topología de los datos. En comparación con métodos tradicionales (basados en modelos matemáticos, análisis de señales, análisis de umbrales, Machine Learning), el ATD presenta ventajas significativas que se detallan a continuación:

- Con ATD no es necesario tener un modelo matemático del sistema para hacer el diagnóstico de fallas.
- La aplicación del ATD no restringe la cantidad de datos disponibles, ya sea que se tenga muchos o pocos. En comparación con el métodos de Machine Learnig que sí ocupan gran cantidad de datos para su entrenamiento.
- El ATD es robusto ya que las propiedades que extrae de los datos no cambian con pequeñas variaciones.
- El ATD es tolerante a ruido en comparación con el análisis de umbrales, que detecta como falla cuando un dato sale del umbral.
- El algoritmo que se desarrolló en este trabajo se puede generalizar para aplicarlo en el diagnóstico de fallas de cualquier sistema no lineal con un comportamiento oscilatorio similar al sistema estudiado en este texto.

Finalmente es importante destacar que se cumplió con el objetivo general y los objetivos particulares de la tesis al lograr tener resultados satisfactorios en la aplicación del ATD. A continuación se mencionan los trabajos futuros.

5.2. Trabajos futuros

Este enfoque presentado abre puertas para futuras investigaciones y mejoras en el algoritmo desarrollado, por ejemplo en la aplicación en sistemas más complejos. A continuación se presentan algunos trabajos futuros.

- Actualmente se está implementando el algoritmo desarrollado en esta tesis para que pueda realizar el diagnóstico de fallas en este sistema nivel de líquidos en tiempo real, de tal forma que cada vez que se detecte un comportamiento anómalo, se active una alarma.
- Generalizar el algoritmo para diagnóstico de fallas en cualquier componente del sistema.
- Implementar un esquema de control tolerante a fallas.

Bibliografía

- [1] L. A. Zadeh y J. R. Ragazzini, “An extension of Wiener’s theory of prediction”, *Journal of Applied Physics*, vol. 21, n.º 7, págs. 645-655, 1950.
- [2] R. E. Kalman, “A new approach to linear filtering and prediction problems”, 1960.
- [3] D. Luenberger, “An introduction to observers”, *IEEE Transactions on automatic control*, vol. 16, n.º 6, págs. 596-602, 1971.
- [4] D. J. Dubois, *Fuzzy sets and systems: theory and applications*. Academic press, 1980, vol. 144.
- [5] D. E. Rumelhart, G. E. Hinton y R. J. Williams, “Learning representations by back-propagating errors”, *nature*, vol. 323, n.º 6088, págs. 533-536, 1986.
- [6] B. Wang, C. Lin, H. Inoue y M. Kanemaru, “Topological data analysis for electric motor eccentricity fault detection”, en *IECON 2022-48th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, IEEE, 2022, págs. 1-6.
- [7] S. Casolo, A. Stasik, Z. Zhang y S. Riemer-Sorensen, “Testing Topological Data Analysis for Condition Monitoring of Wind Turbines”, *arXiv preprint arXiv:2406.16380*, 2024.
- [8] B. Wang, C. Lin, H. Inoue y M. Kanemaru, “Induction motor eccentricity fault detection and quantification using topological data analysis”, *IEEE Access*, 2024.
- [9] L. H. Chiang, E. L. Russell y R. D. Braatz, *Fault detection and diagnosis in industrial systems*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [10] S. Yin, S. X. Ding, X. Xie y H. Luo, “A review on basic data-driven approaches for industrial process monitoring”, *IEEE Transactions on Industrial electronics*, vol. 61, n.º 11, págs. 6418-6428, 2014.
- [11] R. Isermann, *Fault-diagnosis systems: an introduction from fault detection to fault tolerance*. Springer Science & Business Media, 2006.
- [12] M. Witczak, *Fault diagnosis and fault-tolerant control strategies for non-linear systems*. Springer, 2014, vol. 266.
- [13] J. Chen y R. J. Patton, *Robust model-based fault diagnosis for dynamic systems*. Springer Science & Business Media, 2012, vol. 3.
- [14] V. Venkatasubramanian, R. Rengaswamy, S. N. Kavuri y K. Yin, “A review of process fault detection and diagnosis: Part III: Process history based methods”, *Computers & chemical engineering*, vol. 27, n.º 3, págs. 327-346, 2003.
- [15] Lee y Preparata, “Computational geometry—a survey”, *IEEE Transactions on Computers*, vol. 100, n.º 12, págs. 1072-1101, 1984.
- [16] H. Poincaré, *Analysis situs*. Gauthier-Villars Paris, France, 1895.

- [17] Edelsbrunner, Letscher y Zomorodian, “Topological persistence and simplification”, *Discrete & computational geometry*, vol. 28, págs. 511-533, 2002.
- [18] A. Zomorodian y G. Carlsson, “Computing persistent homology”, en *Proceedings of the twentieth annual symposium on Computational geometry*, 2004, págs. 347-356.
- [19] G. Singh, F. Mémoli, G. E. Carlsson et al., “Topological methods for the analysis of high dimensional data sets and 3d object recognition.”, *PBG@ Eurographics*, vol. 2, págs. 091-100, 2007.
- [20] G. Carlsson, A. Zomorodian, A. Collins y L. J. Guibas, “Persistence barcodes for shapes”, *International Journal of Shape Modeling*, vol. 11, n.º 2, págs. 149-187, 2005.
- [21] Y. Singh et al., “Topological data analysis in medical imaging: current state of the art”, *Insights into Imaging*, vol. 14, n.º 1, pág. 58, 2023.
- [22] Y. Skaf y R. Laubenbacher, “Topological data analysis in biomedicine: A review”, *Journal of Biomedical Informatics*, vol. 130, pág. 104082, 2022.
- [23] C. F. Loughrey, P. Fitzpatrick, N. Orr y A. Jurek-Loughrey, “The topology of data: opportunities for cancer research”, *Bioinformatics*, vol. 37, n.º 19, págs. 3091-3098, 2021.
- [24] C. Shultz, “Applications of Topological Data Analysis in Economics”, *Available at SSRN 4378151*, 2023.
- [25] L. C. de Jesus, F. Fernández-Navarro y M. Carbonero-Ruz, “Enhancing financial time series forecasting through topological data analysis”, *Neural Computing and Applications*, págs. 1-19, 2025.
- [26] S. W. Akingbade, M. Gidea, M. Manzi y V. Nateghi, “Why topological data analysis detects financial bubbles?”, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, vol. 128, pág. 107665, 2024.
- [27] T. Davies, “A Review of Topological Data Analysis for Cybersecurity”, *arXiv preprint arXiv:2202.08037*, 2022.
- [28] M. Uray, B. Giunti, M. Kerber y S. Huber, “Topological Data Analysis in smart manufacturing: State of the art and future directions”, *Journal of Manufacturing Systems*, vol. 76, págs. 75-91, 2024.
- [29] A. D. Smith, P. Dłotko y V. M. Zavala, “Topological data analysis: concepts, computation, and applications in chemical engineering”, *Computers & Chemical Engineering*, vol. 146, pág. 107202, 2021.
- [30] J. Núñez, A. González y E. Ramos, “Topological data analysis of Lagrangian orbits in natural convection flows confined in a cylinder”, *Physical Review Fluids*, vol. 7, n.º 12, pág. 123501, 2022.
- [31] J. Jonsson, *Simplicial complexes of graphs*. Springer, 2008, vol. 1928.
- [32] Ž. Virk, *Introduction to Persistent Homology*, English. Založba UL FRI, 2022, ISBN: 978-961-7059-10-6.
- [33] A. González, *Teoría de Morse Discreta y Gráficas de Reeb Aplicadas a ATD*, CIMAT, 2014.
- [34] M. M. Cortés, “Análisis Topológico de Datos: Introducción y Ejemplos”, Tesis de licenciatura, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, 2023.
- [35] J. W. Vick, *Homology theory: an introduction to algebraic topology*. Springer Science & Business Media, 2012, vol. 145.

Apéndice A

Características del controlador

Se presenta el diagrama de bloque del controlador implementado en Matlab Simulink y las ganancias del controlador

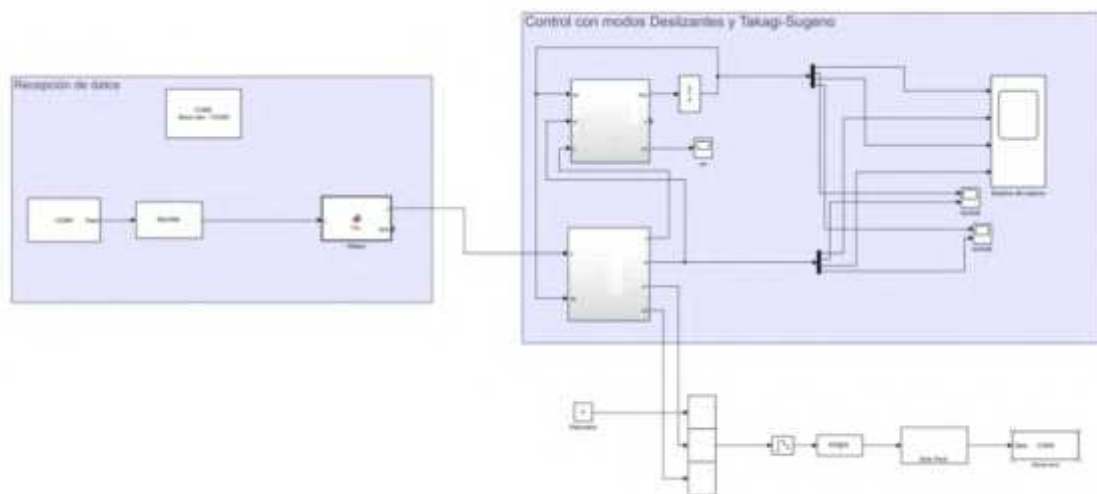


Figura A.1: Diagrama de bloques del controlador en Simulink.

Una para las ganancias del controlador Takagi-Sugeno (las

Tabla A.1: Ganancias del controlador por retroalimentación de estado en el modelo Takagi-Sugeno

Subsistema	Ganancia K_i					
K_1	1.0×10^5	-8.0162	2.6641	3.8154	0.0919	
		-0.4188	0.0076	-4.5987	2.8887	
K_2	1.0×10^6	-1.4685	0.4169	0.7041	0.0155	
		-0.0775	-0.0009	-1.0637	0.5385	
K_3	1.0×10^6	-1.8315	0.4935	0.8800	0.0188	
		-0.0530	0.0003	-0.6413	0.3680	
K_4	1.0×10^6	-2.1337	0.5556	1.0267	0.0215	
		-0.0824	-0.0012	-1.1542	0.5734	

Apéndice B

Códigos de programación para el algoritmo implementado

B.1. Código para captura de datos y extracción de ciclos en Matlab[®]

A continuación se presenta el código con los comentarios (indicados con el símbolo % y en mayúsculas) que describen de manera general cada uno de los pasos mencionados en el algoritmo.

```
% DEFINICIÓN DE LAS REFERENCIAS (H_1,H_2)
H_1=35;
H_2=34;

% ALTURAS LEÍDAS POR LOS SENSORES
h_i=S_i*100;

%DEPURACIÓN DE LOS DATOS
u_1=0.03*H_1;
u_2=0.03*H_2;
u_inf=H_2-u_2;
u_sup=H_1+u_1;
h_dep=unique(h_i,'rows','stable');
indice_hr = find(h_dep(:,1) > u_inf & h_dep(:,1) < u_sup & h_dep(:,2) > u_inf &
↳ h_dep(:,2) < u_sup,1);
h_est=h_dep(indice_hr:end,:);

%AJUSTE LINEAL CON LOS PRIMEROS 50 DATOS CUANDO h_i YA ESTA OSCILANDO EN LA REFERENCIA
n=50;
d_u = h_est(h_est(:,1) > u_inf & h_est(:,1) < u_sup & h_est(:,2) > u_inf & h_est(:,2) <
↳ u_sup, :);
h_ajus = d_u(1:n,:);
a = polyfit(h_ajus(:,1), h_ajus(:,2), 1);
L_1 = polyval(a, d_u(:,1));
```

%CALCULO DE LA RECTA PERPENDICULAR

```

m = a(1);
m_p = -1 / m;
b_p = H_2 - m_p * H_1;
L_2 = m_p * d_u + b_p;

```

% REGISTRO DE DATOS h_1 y h_2 CUANDO CRUZAN LA RECTA PERPENDICULAR

```

enc = false;
for i = 2:size(h_est, 1)
    y_pan = m_p * h_est(i-1, 1) + b_p;
    y_pac = m_p * h_est(i, 1) + b_p;
    pos_ant = h_est(i-1, 2) - y_pan;
    pos_act = h_est(i, 2) - y_pac;
    d_act = abs(h_est(i, 2) - y_pac);
    if ((pos_ant <= 0 && pos_act > 0) || (pos_ant >= 0 && pos_act < 0)) && d_act > u_d
        p_c = i;
        enc = true;
        break;
    end
end

```

% EXTRAER LOS CICLOS

```

ddpc = h_est(p_c:end, :);
c = 0;
ciclo = 1;
p_ciclo = [];
i = 1;
while i <= size(ddpc, 1)
    plot(ddpc(i, 1), ddpc(i, 2));
    p_ciclo = [p_ciclo; ddpc(i, :)];
    if i > 1
        quiver(ddpc(i-1, 1), ddpc(i-1, 2), ddpc(i, 1) - ddpc(i-1, 1), ddpc(i, 2) -
            ↪ ddpc(i-1, 2), 0, 'Color', 'r');

        y_pa = m_p * ddpc(i-1, 1) + b_p;
        y_act = m_p * ddpc(i, 1) + b_p;
        if ((ddpc(i-1, 2) > y_pa && ddpc(i, 2) < y_act) || (ddpc(i-1, 2) < y_pa &&
            ↪ ddpc(i, 2) > y_act)) && (abs(ddpc(i-1, 2) - y_pa) && abs(ddpc(i, 2) - y_act))

            c = c + 1;
            if c == 2

                name_file = sprintf('ciclo%d.txt', ciclo);
                dlmwrite(name_file, p_ciclo, 'delimiter', '\t');
                pause(10);
                c = 0;
                ciclo = ciclo + 1;
                p_ciclo = ddpc(i, :);
            end
        end
    end
end

i = i + 1;

```

end

B.2. Código de análisis de datos en Python

Se hizo uso de la paquetería ghudi para el análisis de los datos con ATD. A continuación, se presenta el código junto con una explicación general, donde los comentarios están denotados con mayúsculas y con el símbolo # .

```
#CARGA DE LAS PAQUETERIAS NECESARIAS PARA EL ATD
import gudhi as gd
import os
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

#IMPORTAR CICLOS GENERADOS
c = np.loadtxt('C:\\documents\\ciclo8.txt',delimiter='\t')

#INTERPOLACIÓN DE LOS CICLOS, AGREGANDO 10 PUNTOS ENTRE ELLOS

from scipy.interpolate import interp1d

def interpolate_uniformly(c, p):
    c = np.array(c)
    c = np.vstack([c, c[0]])
    interpolated_c = []
    x=np.arange(c.shape[0])
    X_new=np.linspace(0, c.shape[0]-1, num=p*(c.shape[0]-1)+ c.shape[0])

    for col in range(c.shape[1]):
        f=interp1d(x, c[:, col], kind='linear')
        interpolated_col=f(X_new)
        interpolated_c.append(interpolated_col)
    c_interpolated=np.column_stack(interpolated_c)

    return c_interpolated

c_interpolated=interpolate_uniformly(c, p=10)

#APLICACIÓN DEL ATD
ac=gd.RipsComplex(c_interpolated)
st=ac.create_simplex_tree(max_dimension=2)
persistence_diagrams= st.persistence()
persistence_diagrams_c= []
for dim, interval in persistence_diagrams:
    start=interval[0]/2
    end=interval[1]/2
    interval_c= (dim, (start, end))
    persistence_diagrams_c.append(interval_c)
gd.plot_persistence_barcode(persistence_diagrams_c,max_intervals=15)
```


Ismael Guzmán Jiménez

Diseño de un esquema de Diagnóstico de fallas para sistemas no lineales usando el enfoque del Análisis



Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo

Detalles del documento

Identificador de la entrega

trn:oid::3117:472750305

Fecha de entrega

9 jul 2025, 8:25 a.m. GMT-6

Fecha de descarga

9 jul 2025, 8:28 a.m. GMT-6

Nombre de archivo

Diseño de un esquema de Diagnóstico de fallas para sistemas no lineales usando el enfoque delpdf

Tamaño de archivo

3.5 MB

83 Páginas

19.562 Palabras

94.674 Caracteres

Formato de Declaración de Originalidad y Uso de Inteligencia Artificial

Coordinación General de Estudios de Posgrado
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo



A quien corresponda,

Por este medio, quien abajo firma, bajo protesta de decir verdad, declara lo siguiente:

- Que presenta para revisión de originalidad el manuscrito cuyos detalles se especifican abajo.
- Que todas las fuentes consultadas para la elaboración del manuscrito están debidamente identificadas dentro del cuerpo del texto, e incluidas en la lista de referencias.
- Que, en caso de haber usado un sistema de inteligencia artificial, en cualquier etapa del desarrollo de su trabajo, lo ha especificado en la tabla que se encuentra en este documento.
- Que conoce la normativa de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, en particular los Incisos IX y XII del artículo 85, y los artículos 88 y 101 del Estatuto Universitario de la UMSNH, además del transitorio tercero del Reglamento General para los Estudios de Posgrado de la UMSNH.

Datos del manuscrito que se presenta a revisión		
Programa educativo	Maestría en Ciencias en Ingeniería Eléctrica	
Título del trabajo	Diseño de un esquema de Diagnóstico de Fallas para una clase de Sistemas no Lineales usando el enfoque del Análisis Topológico de Datos	
	Nombre	Correo electrónico
Autor/es	Ismael Guzmán Jiménez	ismael.guzman@umich.mx
Director	Dr. Juan Anzures Marín	juan.anzures@umich.mx
Codirector	Dr. Juan Ahtziri González Lemus	ahtziri.lemus@umich.mx
Coordinador del programa	Dr. Norberto García Barriga	norberto.garcia@umich.mx

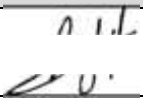
Uso de Inteligencia Artificial		
Rubro	Uso (sí/no)	Descripción
Asistencia en la redacción	No	

Formato de Declaración de Originalidad y Uso de Inteligencia Artificial

Coordinación General de Estudios de Posgrado
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo



Uso de Inteligencia Artificial		
Rubro	Uso (sí/no)	Descripción
Traducción al español	No	
Traducción a otra lengua	No	
Revisión y corrección de estilo	Si	Para corregir ortografía y buscar sinónimos
Análisis de datos	No	
Búsqueda y organización de información	Si	Búsqueda de referencias bibliográficas
Formateo de las referencias bibliográficas	No	
Generación de contenido multimedia	No	
Otro	Si	Consultar dudas de como colocar tablas, ecuaciones, figuras o uso de paqueterías.

Datos del solicitante	
Nombre y firma	Ismael Guzmán Jiménez 
Lugar y fecha	Morelia, Michoacán a 08 de Julio del año 2025

Ismael Guzmán Jiménez

Diseño de un esquema de Diagnóstico de fallas para sistemas no lineales usando el enfoque del Análisis



Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo

Detalles del documento

Identificador de la entrega

trn:oid::3117:472750305

Fecha de entrega

9 jul 2025, 8:25 a.m. GMT-6

Fecha de descarga

9 jul 2025, 8:28 a.m. GMT-6

Nombre de archivo

Diseño de un esquema de Diagnóstico de fallas para sistemas no lineales usando el enfoque delpdf

Tamaño de archivo

3.5 MB

83 Páginas

19.562 Palabras

94.674 Caracteres

Formato de Declaración de Originalidad y Uso de Inteligencia Artificial

Coordinación General de Estudios de Posgrado
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo



A quien corresponda,

Por este medio, quien abajo firma, bajo protesta de decir verdad, declara lo siguiente:

- Que presenta para revisión de originalidad el manuscrito cuyos detalles se especifican abajo.
- Que todas las fuentes consultadas para la elaboración del manuscrito están debidamente identificadas dentro del cuerpo del texto, e incluidas en la lista de referencias.
- Que, en caso de haber usado un sistema de inteligencia artificial, en cualquier etapa del desarrollo de su trabajo, lo ha especificado en la tabla que se encuentra en este documento.
- Que conoce la normativa de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, en particular los Incisos IX y XII del artículo 85, y los artículos 88 y 101 del Estatuto Universitario de la UMSNH, además del transitorio tercero del Reglamento General para los Estudios de Posgrado de la UMSNH.

Datos del manuscrito que se presenta a revisión		
Programa educativo	Maestría en Ciencias en Ingeniería Eléctrica	
Título del trabajo	Diseño de un esquema de Diagnóstico de Fallas para una clase de Sistemas no Lineales usando el enfoque del Análisis Topológico de Datos	
	Nombre	Correo electrónico
Autor/es	Ismael Guzmán Jiménez	ismael.guzman@umich.mx
Director	Dr. Juan Anzures Marín	juan.anzures@umich.mx
Codirector	Dr. Juan Ahtziri González Lemus	ahtziri.lemus@umich.mx
Coordinador del programa	Dr. Norberto García Barriga	norberto.garcia@umich.mx

Uso de Inteligencia Artificial		
Rubro	Uso (sí/no)	Descripción
Asistencia en la redacción	No	

Formato de Declaración de Originalidad y Uso de Inteligencia Artificial

Coordinación General de Estudios de Posgrado
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo



Uso de Inteligencia Artificial		
Rubro	Uso (sí/no)	Descripción
Traducción al español	No	
Traducción a otra lengua	No	
Revisión y corrección de estilo	Si	Para corregir ortografía y buscar sinónimos
Análisis de datos	No	
Búsqueda y organización de información	Si	Búsqueda de referencias bibliográficas
Formateo de las referencias bibliográficas	No	
Generación de contenido multimedia	No	
Otro	Si	Consultar dudas de como colocar tablas, ecuaciones, figuras o uso de paqueterías.

Datos del solicitante	
Nombre y firma	Ismael Guzmán Jiménez
Lugar y fecha	Morelia, Michoacán a 08 de Julio del año 2025