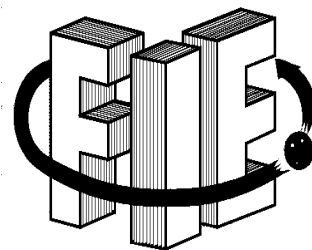




**Universidad Michoacana
de San Nicolás de
Hidalgo**



**Facultad de Ingeniería Eléctrica
División de Estudios de Posgrado**

**DETERMINACIÓN DE EQUIVALENTES
DEPENDIENTES DE LA FRECUENCIA EN
SISTEMAS DE POTENCIA**

TESIS

FELIPE DE JESÚS SÁNCHEZ SÁNCHEZ

PARA OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERÍA ELÉCTRICA

DR. J. AURELIO MEDINA RIOS

Director de Tesis

MORELIA, MICH. AGOSTO DEL 2025

Agradecimientos

El poder realizar este trabajo de investigación representó el mayor reto de mi vida hasta ahora, la resiliencia fue el motor que me mantuvo en este camino lleno de tropiezos, caídas, frustración y desespero. Sin lugar a duda los sacrificios han valido la pena, pero a lo largo de los días transcurridos, no se vieron todos así.

El hecho de poder contar un posgrado y engrosar las filas del selecto grupo de mexicanos que contamos con dicho privilegio, me llena de orgullo y responsabilidad, de devolver un poco de lo mucho que se me ha brindado por parte del CONAHCYT con su apoyo económico, pero sobre todo a mis padres, hermana, amigos, compañeros y profesores.

En el ámbito personal agradezco infinitamente a mi madre por haberme apoyado, a pesar de que no es posible que ella pueda ver los resultados debido a su partida durante este proceso; quiero dedicar cada una de mis alegrías a ella. A esa mujer que me ha llenado de coraje y convicciones los 26 años que tuve la dicha de estar a su lado. A mi padre por siempre darme aliento, sustento, cariño y comprensión, además de ser el verdadero causante de mi interés por la ciencia con el incalculable conocimiento que me regalo desde mi infancia. A mi hermana que siempre ha estado al pendiente de mis necesidades, que siempre está dispuesta a brindarme un abrazo, un aliento y todo lo que se requiera, a todos ellos debo llenarlos de halagos pues este logro es suyo.

A mis compañeros de generación que siempre se portaron como una verdadera familia, a ti Fernando Villa, Jorge Luis Montalvo y Amaranta Alfaro que, sin su ayuda, comprensión y paciencia brindada a mi persona, no habría habido manera de que este proyecto fuera una realidad.

Agradecer a mi director de Tesis, el Dr. J. Aurelio Medina Ríos, por su invaluable sabiduría compartida, su paciencia, y su comprensión por haberme brindado apoyo ante la difícil situación que se presentó a lo largo de mis años de maestría, ese gesto no tiene precio, es simplemente un acto de una persona con un gran corazón. El Dr. Rafael Cisneros Magaña, por tratarse de un sabio completo, el cual además tiene la convicción de apoyar a cualquier

persona que cuente con la duda más sencilla o compleja posible, para el todo mi afecto y aprecio a pesar del poco tiempo que pude coincidir con él.

Por último, agradecer a la que probablemente sea la persona más importante de esta investigación, puesto que me prestó su apoyo, conocimiento, tiempo y amabilidad de manera desinteresada, esa persona no es otra más que Juan Verduzco al cual le estoy infinitamente agradecido y al cual muestro toda mi admiración.

Resumen

En esta tesis, se presenta el análisis de los modelos de los componentes principales de un sistema eléctrico de potencia, con el propósito de obtener un equivalente dinámico dependiente de la frecuencia para obtener las resonancias serie y paralelo del sistema, así como analizar la respuesta a la frecuencia del sistema eléctrico.

Para la obtención del equivalente, se analizan diversos métodos desarrollados a lo largo de los últimos años, así como las diferentes formas en que pueden determinarse, dependiendo del campo de estudio, sus aplicaciones y demás aspectos. Por último, se muestra la metodología propuesta, a partir de un algoritmo existente, basado en una función racional en el dominio Z , la cual obtiene los parámetros del sistema mediante el método de mínimos cuadrados recursivos; con la aplicación de las modificaciones necesarias para optimizar la obtención del equivalente y con ello, estimaciones más rápidas y en algunos de los casos, más precisas, de las mostradas en la literatura.

Con el objetivo de poder determinar la utilidad de la metodología, se proponen diversos casos de estudio en distintas redes eléctricas, con un aumento gradual de su escala. Por último, se determina el equivalente que es capaz de determinar las resonancias naturales series y paralelo, respectivamente, a través de un análisis minucioso a lo largo de un rango de frecuencias

Palabras clave: Resonancia serie, resonancia paralelo, función racional, dominio Z , mínimos cuadrados recursivos.

Abstract

This research undertakes an analysis of the models of the primary components of a power system. The objective of the model is to obtain a frequency-dependent dynamic equivalent, allowing for the determination of series and parallel resonances within the system, as well as the analysis of the system's frequency response.

To obtain this equivalent, various methods developed over the past few years are analyzed, as well as the different ways in which they can be determined depending on the domain of study, their applications, and other aspects. Finally, the proposed methodology is presented, based on an existing algorithm, with the application of certain necessary modifications to optimize the acquisition of the equivalent and to enable faster and, in some cases, more accurate estimations.

To determine the utility of the methodology, various case studies are proposed in different networks, with a gradual increase in their extent. Finally, the equivalent capable of determining the resonances is identified through a thorough analysis across a frequency range.

Contenido

Agradecimientos	ii
Resumen	iv
Abstract.....	v
Lista de Figuras	ix
Lista de Tablas.....	xi
Lista de Símbolos y Abreviaturas.....	xii
Capítulo 1	1
1.1 Introducción	1
1.2 Descripción general del problema	3
1.3 Antecedentes	4
1.4 Justificación	8
1.5 Objetivos	8
1.5.1 Objetivos generales	8
1.5.2 Objetivos particulares.....	9
1.6 Metodología	9
1.7 Descripción de capítulos	9
Capítulo 2	11
Modelos en el dominio del tiempo de componentes de la red eléctrica	11
2.1 Introducción	11
2.2 Modelos de componentes del sistema eléctrico de potencia.....	12
2.2.1 Máquina Síncrona	13
2.2.2 Líneas de transmisión.....	16
2.2.3 Transformador de potencia.....	17
2.2.4 Carga lineal	18
2.3 Conclusiones	19
Capítulo 3.....	21
Equivalentes dependientes de la frecuencia.....	21

3.1 Introducción	21
3.2 Métodos en el dominio de la frecuencia	21
3.2.1 Método de Hingorani y Burberry	23
3.2.2 Método iterativo	28
3.2.3 Método basado en optimización.....	34
3.3 Método en el dominio del tiempo	38
3.3.1 Método de Abur y Singh	39
3.3.2 Método de función racional en el domino z	45
3.3.2 Modelo implementado.....	49
3.4 Conclusiones	52
Capítulo 4	53
Casos de estudio	53
4.1 Introducción	53
4.2 Sistema de la Isla Sur de Nueva Zelanda.....	54
4.3 Red propuesta de 5 Nodos	60
4.4 Red propuesta de 8 Nodos	65
4.5 Red IEEE de 14 Nodos	70
4.6 Conclusiones.....	74
Capítulo 5	75
Conclusiones generales y sugerencias de trabajo de investigación futuro	75
5.1 Conclusiones.....	75
5.2 Sugerencias para trabajos futuros	76
Apéndice A	78
Solución numérica en el dominio del tiempo	78
A.1 Método Runge-Kutta de 4to orden	78
Apéndice B	81
Mínimos Cuadrados Recursivos	81
Apéndice C	86
Datos de red de la Isla Sur de Nueva Zelanda.....	86
C.1 Línea de transmisión	86
C.2 Generadores.....	87
C.3 Cargas.....	88

C.4 Parámetros del sistema	88
Apéndice D	89
Datos de red de 5 nodos propuesta a partir del sistema IEEE de 14 nodos.....	89
D.1 Datos de buses.....	89
D.2 Datos de líneas de transmisión.....	89
D.3 Datos de Generadores	90
D.4 Parámetros del sistema.....	90
Apéndice E	91
Datos de red de 8 nodos propuesta a partir del sistema IEEE de 14 nodos.....	91
E.1 Datos de nodos	91
E.2 Datos de líneas de transmisión	92
E.3 Datos de generadores.....	93
E.4 Parámetros del sistema	93
Apéndice F.....	94
Datos de red IEEE de 14 nodos	94
F.1 Datos de nodos.....	94
F.2 Datos de líneas de transmisión	95
F.3 Datos de Generadores.....	96
F.4 Parámetros del sistema	96
Referencias	97

Lista de Figuras

Figura 2.1 Diagrama de máquina síncrona [Verduzco 2020].....	13
Figura 2.2 Circuito equivalente del generador síncrono [Verduzco 2020].	15
Figura 2.3 Modelo de línea de transmisión tipo π [Verduzco 2020].....	16
Figura 2.4 Conexión de n líneas al nodo Vi [Verduzco 2020].	17
Figura 2.5 Circuito equivalente del transformador ideal [Verduzco 2020].....	18
Figura 2.6 Circuito equivalente de carga lineal [Verduzco 2020].....	19
Figura 3.1 Diferenciación de zona interna y externa.....	22
Figura 3.2 Sistemas de Hingorani y Burberry [Hingorani y Burberry 1970].	23
Figura 3.3 Sistema con fuente en rama RL [Hingorani y Burberry 1970].	23
Figura 3.4 Sistema sin pérdidas [Hingorani y Burberry 1970].....	24
Figura 3.5 Circuito equivalente AC dependiente de frecuencia [Medina 1992].....	29
Figura 3.6 Efecto de la resistencia con L/C ajustado [Medina 1992].....	30
Figura 3.7 Efecto de los elementos L/C con R corregida [Medina 1992].....	32
Figura 3.8 Interpretación de los términos propios y mutuos del sistema [Watson 1987]. ...	35
Figura 3.9 Sistema equivalente trifásico [Watson 1987].....	37
Figura 3.10 Sistema con ramas inductivas en cada una de sus ramas [Watson 1987].	38
Figura 3.11 Sistema reducido mediante equivalente [Abur y Singh 1993].....	43
Figura 3.12 Diagrama de flujo método [Verduzco et al. 2023].....	49
Figura 4.1 Red de prueba de la Isla Sur de Nueva Zelanda.....	54
Figura 4.2 Magnitud de la respuesta a la frecuencia vista desde el nodo M220	56
Figura 4.3 Fase de la respuesta a la frecuencia vista desde el nodo M220.	56
Figura 4.4 Magnitud de la respuesta a la frecuencia desde el nodo T220.....	57
Figura 4.5 Fase de la respuesta a la frecuencia desde el nodo T220.	58
Figura 4.6 Respuesta a la frecuencia vista desde el nodo M220 en [Verduzco et al. 2023].	59
Figura 4.7 Red propuesta de 5 nodos.	61
Figura 4.8 Magnitud de la respuesta a la frecuencia vista desde el nodo 5.....	62
Figura 4.9 Fase de la respuesta a la frecuencia vista desde el nodo 5.....	63
Figura 4.10 Magnitud de la respuesta a la frecuencia vista desde el nodo 3.....	64
Figura 4.11 Fase de la respuesta a la frecuencia vista desde el nodo 3.....	64
Figura 4.12 Red propuesta de 8 nodos.	66
Figura 4.13 Magnitud de la respuesta a la frecuencia vista desde el nodo 3.....	67
Figura 4.14 Fase de la respuesta a la frecuencia vista desde el nodo 3.....	67
Figura 4.15 Magnitud de la respuesta a la frecuencia vista desde el nodo 7.....	68
Figura 4.16 Fase de la respuesta a la frecuencia vista desde el nodo 7.....	69
Figura 4.17 Sistema IEEE de 14 nodos.	70
Figura 4.18 Magnitud de la respuesta a la frecuencia vista desde el nodo 9.....	71
Figura 4.19 Fase de la respuesta a la frecuencia vista desde el nodo 9.....	72

Figura 4.20 Magnitud de la respuesta a la frecuencia vista desde el nodo 12.....	73
Figura 4.21 Fase de la respuesta a la frecuencia vista desde el nodo 12.	73

Lista de Tablas

Tabla 1. Magnitud y error de valor real contra estimación vista desde nodo M220	55
Tabla 2. Magnitud y erro de valor real contra estimación vista desde nodo T220.....	57
Tabla 3 Orden y MSE analizado desde bus M220 y T220.....	58
Tabla 4. Orden y MSE analizado desde bus M220 y T220 [Verduzco et al. 2023].....	59
Tabla 5. Magnitud y error de valor real contra estimación vista desde nodo 5.....	62
Tabla 6. Magnitud y error de valor real contra estimación vista desde nodo 3.....	63
Tabla 7. Orden y MSE analizado desde el nodo 3 y 5.	65
Tabla 8. Magnitud y error de valor real contra estimación vista desde nodo 3.....	66
Tabla 9. Magnitud y error de valor real contra estimación vista desde nodo 7.....	68
Tabla 10. Orden y MSE analizado desde el nodo 3 y 7.....	69
Tabla 11. Magnitud y error de valor real contra estimación vista desde nodo 9.....	71
Tabla 12. Magnitud y error de valor real contra estimación vista desde nodo 9.....	72
Tabla 13. Orden y MSE analizado desde el nodo 9 y 12.....	74

Lista de Símbolos y Abreviaturas

SEP	Sistema eléctrico de potencia
FDNE	Equivalente dinámico dependiente de la frecuencia
EMT	Transitorios electromagnéticos
μs	Microsegundos
R	Resistivo
L	Inductivo
C	Capacitivo
QR	Factorización QR, Q factorización de matriz ortogonal y R matriz resultante superior
SVD	Descomposición de valores singulares
EDO	Ecuaciones diferenciales ordinarias
Hz	Hertz
RMS	Raíz cuadrada media
Dominio Z	Dominio del tiempo discreto
IEEE	Instituto de Ingenieros Eléctricos y Electrónicos
MSE	Mínimo error cuadrático
Et al.	y otros

Capítulo 1

1.1 Introducción

El funcionamiento, composición y desarrollo de las sociedades modernas está ligado estrechamente a la disponibilidad y consumo energético de las mismas. En las últimas décadas el aumento de la población mundial, así como la calidad de vida ha implicado un requerimiento energético superior. Siendo la energía eléctrica el actor principal en un mundo en que la industria, el transporte y la vida cotidiana funcionan a base de electricidad.

Para lograr el abastecimiento de energía, se requiere de sistemas eléctricos de potencia (SEP), los cuales son los encargados de la generación, transmisión y distribución de electricidad. Por ello, los sistemas eléctricos de potencia han ido evolucionando a pasos agigantados con el objetivo de satisfacer la demanda, haciendo énfasis en la confiabilidad, seguridad y calidad que se requieren para el óptimo funcionamiento de los sistemas eléctricos alrededor del mundo.

En el siglo XX y principios del siglo XXI se han utilizado métodos de generación convencionales como centrales nucleares, hidráulicas, térmicas, etc., sin embargo, asegurar el abastecimiento de energía no resulta suficiente en el contexto actual ya que una de las problemáticas principales del mundo moderno es el cambio climático, y la generación de electricidad juega un papel clave en dicho problema. Debido al calentamiento global, se ha realizado un esfuerzo global por buscar formas alternas de generar electricidad mediante el aprovechamiento del Sol, el viento, las mareas, etc., que evitan la emisión de gases efecto invernadero. Diversos países alrededor del mundo poseen una alta penetración de energías renovables dentro de su abanico energético. Lo anterior parece ser un aspecto positivo en el combate del cambio climático, sin embargo, en el contexto de los sistemas eléctricos de potencia, se ha demostrado que la creciente penetración de fuentes alternas de energía ha añadido diversos problemas para su óptimo funcionamiento y operación ya que representan una de las principales fuentes de distorsión armónica. Debido al aumento de dicha distorsión

armónica se ha vuelto indispensable la utilización de filtros armónicos, los cuales poseen una frecuencia de resonancia propia. Con el objetivo de identificar y evitar dichas resonancias propias de los filtros armónicos, el análisis de la respuesta en frecuencia mediante equivalentes dinámicos dependientes de la frecuencia resulta especialmente útil para este tipo de estudios.

Por lo anterior, el análisis oportuno de los sistemas eléctricos de potencia representa un enorme reto para los especialistas, ya que a lo largo de los años se han buscado alternativas para lograr reducir los tiempos y costos computacionales y es que debido al incesante crecimiento de los sistemas interconectados globales se requiere de estudios más minuciosos y detallados, lo que a su vez conlleva un mayor manejo de datos, incrementando la complejidad de la tarea.

Una de las alternativas que se han desarrollado durante las últimas décadas se refiere a la implementación de los equivalentes dinámicos dependientes de frecuencia (FDNE, por sus siglas en inglés), los cuales se han vuelto fundamentales para el análisis de sistemas eléctricos de gran escala, ya que brindan la posibilidad de simular una gran cantidad de fenómenos distintos, sin tener la necesidad de realizar estudios con un costo computacional inmenso, ya que dependiendo del análisis que se desea efectuar, es posible determinar cuáles son los elementos que requieren un mayor grado de detalle en su modelado, y cuales pueden tener un modelo más simplificado. Es aquí donde se encuentra la importancia de los equivalentes dependientes de frecuencia ya que permiten dividir al sistema en el área de estudio (donde sucede el fenómeno y utilizan un modelo detallado) y el área externa (donde los elementos participan de manera secundaria en el análisis y emplean un modelo reducido). Mediante la diferenciación de áreas y modelos es que se permite estudiar con detalle el fenómeno deseado, en el área especificada necesaria, con un costo computacional mucho menor y sin perder precisión.

En este trabajo se obtiene un FDNE para distintos casos de estudio, en los cuales se demuestra que la respuesta en frecuencia obtenida mediante el FDNE representa una alternativa viable a los análisis detallados ya que se realiza una comparación del comportamiento del sistema original contra la del equivalente, además de analizar el esfuerzo computacional de cada una de las partes para demostrar la utilidad de la investigación.

1.2 Descripción general del problema

A lo largo de las últimas décadas se ha trabajado en el desarrollo de sistemas capaces de reducir redes de gran tamaño a equivalentes de menores dimensiones, las técnicas parten primordialmente de dos enfoques: los modelos de transitorios electromagnéticos (EMT) por sus siglas en inglés y los modelos de estabilidad transitoria o mejor conocidos como modelos fasoriales. Las principales diferencias radican en el hecho de que los modelos de EMT requieren de pasos de integración del orden de $50\mu s$ para lograr cubrir el ancho de banda. El problema de dicha metodología consiste en que los programas EMT resultan ser demasiado lentos, lo cual impide resolver sistemas muy grandes apegados a la realidad de los sistemas eléctricos [Tostado 2017].

Acorde a lo establecido, sería lógico pensar que los modelos fasoriales son la principal herramienta en el área de los equivalentes dinámicos. El problema surge del hecho de que no es posible abordar la totalidad de fenómenos a través de ellos, puesto que en estudios que involucran oscilaciones subsíncronas, la dinámica turbina-generator es necesario modelarla detalladamente, así como para transitorios de alta frecuencia donde es necesario realizar un modelado detallado de las líneas de transmisión [Annakkage *et al.* 2012].

Una de las problemáticas asociadas con la operación de los sistemas eléctricos de potencia tiene que ver con las resonancias serie y paralelo. Las resonancias serie ocurren cuando en un circuito RLC en serie la reactancia capacitiva e inductiva se cancelan mutuamente provocando una impedancia mínima y una corriente máxima; mientras que las resonancias paralelo son aquellas en las que la impedancia es máxima y la corriente mínima. Dichas resonancias han acrecentado su importancia debido al impacto que han tenido elementos como las fuentes alternas de energía, las cuales, al emplear electrónica de potencia para interconectarse a la red, suelen ocasionar alteraciones de las características resonantes de los sistemas, además del contenido armónico que inyectan a la red y el uso de filtros armónicos con diseños incorrectos, los cuales son capaces de acrecentar la problemática de la resonancia en el sistema eléctrico. Otro tipo de casos como la incorporación indiscriminada de cargas capacitivas generalmente compuestas por bancos de capacitores, los cuales en gran cantidad de casos suelen ser empleados de manera incorrecta debido a diagnósticos errados de los

ingenieros, que automáticamente emplean bancos de capacitores al presentarse cargas inductivas a pesar de que muchas veces no son necesarios o que incluso se encuentran mal dimensionados. Además, las complejas interacciones dinámicas que existen entre todos y cada uno de los elementos de un sistema eléctrico de potencia, requieren de medidas inmediatas y eficaces que eviten que el sistema se vea afectado de manera prolongada o llevando a casos catastróficos como la caída del sistema eléctrico, los cuales se han presentado en distintas regiones y contextos alrededor del mundo.

Para poder determinar las resonancias serie y paralelo del sistema, así como las medidas pertinentes para mitigarlas, se requiere determinarlas de manera precisa, considerando que las redes suelen estar formadas por cientos de miles de nodos, unidades de generación y cargas, dicho escrutinio continuo y detallado es inviable aún con los avances computacionales logrados en las últimas décadas.

Por ello es necesario buscar alternativas que permitan realizar estudios rápidos y que a su vez no se alejen de la realidad de la dinámica del sistema. Los equivalentes dependientes de la frecuencia se han erigido como una solución ideal, ya que su capacidad para obtener las características resonantes del sistema entre otras muchas aplicaciones ha quedado demostrada a lo largo de las últimas décadas, permitiendo realizar estudios de un alto grado de complejidad y costo computacional, con recursos computacionales y tiempos considerablemente inferiores a los empleados tradicionalmente.

1.3 Antecedentes

A lo largo de los años se han desarrollado métodos para la obtención de equivalentes dependientes de la frecuencia. Cada uno de ellos aporta enfoques distintos dependiendo del propósito de estudio. Se puede clasificar a los FDNE en las dos grandes familias compuestas por los programas de EMT y los programas basados en modelos fasoriales, respectivamente.

Sin embargo, es preciso ahondar en el detalle de que el modelo adecuado del sistema depende del fenómeno a estudiar y es por eso por lo que se ha clasificado en 3 grandes categorías [Annakkage *et al.* 2012]:

- Oscilación electromecánica de baja frecuencia: para este caso de estudios es posible desarrollar el modelo de la línea de transmisión mediante impedancias constantes.
- Transitorios de alta frecuencia: en este tipo de modelos es necesario realizar modelos detallados de las líneas de transmisión para reflejar los fenómenos dependientes de la frecuencia.
- Oscilaciones subsíncronas: esta área requiere un modelado detallado de los transitorios de la red, así como la dinámica turbina-generador.

De acuerdo con lo anterior se han realizado modelos matemáticos y numéricos para analizar redes eléctricas de gran escala mediante equivalentes dinámicos a partir de distintos enfoques y soluciones; algunas de ellas presentes en la literatura son:

El trabajo pionero en el área de equivalentes es el realizado por Hingorani y Burbery, [Hingorani y Burbery 1970] donde obtienen un equivalente mediante la implementación de ramas RLC en derivación para determinar la impedancia del sistema en el dominio de la frecuencia. Se analiza un número limitado de frecuencias mediante distintas consideraciones como lo es el circuito sin pérdidas, aproximando los valores de inductancia y capacitancia. Sin embargo, el análisis decrece su eficiencia para los armónicos superiores al quinto orden.

La obtención de equivalentes dinámicos mediante análisis modal es propuesta en [Price *et al.* 1978], a través de la evaluación de valores característicos se determina cuáles son elegibles para ser eliminados siguiendo los siguientes criterios: los valores característicos con valores muy grandes, los modos con filas muy pequeñas en la matriz de entrada y los modos con columnas muy pequeñas en la matriz de salida.

Una de las primeras implementaciones de equivalentes dependientes de frecuencia se encuentra en [Morched y Brandwajn 1983], ya que aquí se argumenta que cualquier modelo de red que coincida con las características de frecuencia de la red es capaz de representar su respuesta transitoria. Se generan equivalentes de red a partir de la respuesta en frecuencia de su admitancia; dichos equivalentes son modelados en forma de circuitos de parámetros agrupados, el cual posee tantas resonancias serie como ramas RLC y tantas resonancias paralelo como ramas RLC más uno. Los parámetros de las ramas son obtenidos a partir de la identificación de las frecuencias de resonancia.

El uso de equivalentes dependientes de frecuencia mediante circuitos equivalentes propuesto por [Watson y Arrillaga 1988]; emplea métodos directos y de optimización, lo cual aumenta la precisión gracias a la consideración de los efectos de acoplamientos mutuos y asimetrías entre fases. Dicha obtención directa es acompañada de una optimización mediante la búsqueda de gradiente.

La metodología propuesta en [Wang *et al.* 1997], muestra la reducción dinámica de sistemas eléctricos de potencia de gran escala, la cual se realiza mediante 3 distintos métodos de identificación de generadores coherentes: los de enlace débil, escala de dos tiempos y simulación de tiempo lineal, respectivamente. Posteriormente se efectúa la agregación de generadores equivalentes a partir de la identificación de coherencia, de ahí procede a realizar la reducción de la red.

La utilización de métodos de ajuste racional mediante identificación de polos se muestra en [Noda 2005]. Los parámetros se obtienen mediante el método de mínimos cuadrados; para ello se incluye una ponderación adaptativa en la cual el error se reduce considerablemente y es posible efectuar el escalamiento de columnas a partir de dicho proceso; posteriormente se realiza una descomposición QR para calcular los polos. En general, se realiza una partición de la respuesta de frecuencia en secciones a lo largo de su eje, aplicando un ajuste racional a cada sección de la respuesta en frecuencia para la identificación de los polos.

Un método de particular importancia para el presente tema de investigación es el propuesto en [Todd *et al.* 1997], en él se obtienen equivalentes dependientes de frecuencia a partir del uso de una función racional en el dominio s , la cual utiliza mínimos cuadrados para la determinación de los parámetros del sistema mediante la descomposición de valores singulares (SVD). Realiza la comparación del método de Hingonari y Burbery que utiliza la obtención de admitancias mediante ramas RLC con el método de funciones racionales. Con el fin de definir el orden adecuado de la función racional se utiliza el criterio del máximo error absoluto; a partir de ello es posible establecer la relación de precisión contra esfuerzo computacional requerida de acuerdo con el orden del sistema que se desea analizar.

Referente a los métodos en el dominio del tiempo para el modelado de sistemas externos, en [Abur y Singh 1993] se discute la eficacia de la representación de sistemas externos mediante equivalentes de corto circuito debido al amplio espectro de frecuencias que requiere el

análisis. Para ello utiliza un equivalente en el tiempo discreto, el cual, para el caso del sistema externo, emplea un equivalente de Norton en tiempo discreto conectado al área de estudio en los nodos límite. Es decir, a partir de una excitación mediante una señal multiseno, se determina el modelo en tiempo discreto; la identificación de los parámetros desconocidos del sistema se realiza mediante el método de mínimos cuadrados.

La utilización de mínimos cuadrados para la estimación de parámetros ha sido estudiada ampliamente a lo largo de los años, por lo que en [Rahim y Al-Ramadhan 2002] se analiza la problemática de los mínimos cuadrados para la estimación de parámetros, debido a que dicho método no asegura la convergencia numérica. Por lo anterior, el artículo se basa en la aplicación de redes neuronales, considera un modelo trifásico de generadores y demás elementos de la red eléctrica y una representación en espacio de estado. El principal aporte de este método radica en que la estimación de los equivalentes dinámicos se efectúa a partir de los índices de estabilidad transitoria. Dicho enfoque permite optimizar los recursos computacionales, debido a que se centra en los aspectos dinámicos primordiales que se presentan durante el fenómeno transitorio, tales como variaciones de corriente y voltaje, desplazamiento de ángulo de generadores, oscilaciones de rotor, etc.

Los transitorios electromagnéticos representan fenómenos de corta duración que someten al sistema a elevadas corrientes o tensiones ocasionados principalmente por maniobras o fallas [Watson y Arrillaga 2019]. Los estudios de transitorios electromagnéticos de gran escala, suele dividirse en el área de estudio donde ocurre el fenómeno y el área externa representada mediante un FDNE, en [Nie y Dinavahi 2005] se discute la problemática de emplear un FDNE obtenido mediante ajuste vectorial en el dominio -s debido a la complejidad derivada del orden de la función racional empleada, por lo que propone una red equivalente de dos capas (TLNE) para los sistemas externos, mediante un ajuste vectorial de orden completo, así como la utilización de algoritmos genéticos, optimización mediante mínimos cuadrados linealizados restringidos (CLLSQ) y un ajuste de parámetros de línea de orden inferior.

1.4 Justificación

El desarrollo e implementación de modelos que identifican las impedancias características de cada región del sistema para determinar sus resonancias serie y paralelo naturales se han convertido en una de las principales alternativas para resolver esta problemática. Dichos modelos deben ir acompañados de metodologías que permitan que sea más eficaz y sencilla la determinación de las resonancias naturales del sistema debido a la extensión de los sistemas eléctricos modernos. En ese contexto los equivalentes dependientes de la frecuencia surgen como una herramienta invaluable pues permiten realizar estudios minuciosos en las áreas de interés donde se presenta el fenómeno resonante, mientras el área restante se representa mediante un modelo simplificado, es decir el equivalente. Lo anterior permite una disminución significativa en el costo computacional y tiempo del estudio.

Tal ahorro de tiempo permite reducir el retraso con el que inermemente se obtiene la información del estado del sistema, lo que se traduce en una ventaja significativa para los operadores de los sistemas eléctricos de potencia para poder realizar las acciones de control necesarias.

La implementación de los equivalentes en el estudio de las resonancias serie y paralelo, así como en otras áreas de estudio ajenas al alcance de esta investigación, representan una herramienta confiable y eficaz.

1.5 Objetivos

1.5.1 Objetivos generales

Desarrollar un método que sea capaz de obtener equivalentes dinámicos dependientes de la frecuencia, que permitan reducir el esfuerzo computacional y tiempo de proceso requeridos para la determinación de las resonancias naturales del sistema, conservando, sin embargo, la precisión numérica del proceso de solución asociada con el método convencional, que considera la red eléctrica representada de manera completa.

1.5.2 Objetivos particulares

- Desarrollar una herramienta digital orientada al análisis e identificación de resonancias serie y paralelo en redes de pequeña, mediana y gran escala basada en el uso de equivalentes dependientes de la frecuencia; que permitan reducir el esfuerzo computacional y tiempo de proceso requeridos por el proceso de solución, sin detrimento de la precisión numérica.
- Considerar y analizar la respuesta de métodos para la determinación de equivalentes dependientes de la frecuencia, en términos de sus ventajas y desventajas.
- Validación de los resultados mediante un simulador aceptado por la academia y la industria, tal como Matlab/Simulink®.

1.6 Metodología

En esta sección se muestran los procedimientos empleados en el desarrollo del presente trabajo de investigación:

- Revisión de la literatura acerca de la obtención de equivalentes dependientes de frecuencia.
- Desarrollar una formulación basada en una función racional en el dominio $-z$ para la determinación de equivalentes dinámicos dependientes de frecuencia.
- Formular casos de estudio de distintas redes eléctricas para determinar las resonancias serie y paralelo mediante equivalentes dinámicos.
- Evaluar las resonancias serie y paralelo mediante el uso de equivalentes dinámicos.

1.7 Descripción de capítulos

La estructura del presente trabajo de investigación es la siguiente:

Capítulo 1. Se presenta un análisis sobre los antecedentes asociados con la determinación de equivalentes dinámicos en redes eléctricas de mediana y gran escala. Se muestra la justificación de la investigación, los objetivos, la metodología implementada y el contenido de los capítulos de que consta esta tesis.

Capítulo 2. Se describen los modelos en espacio de estado de los elementos que conforman el sistema eléctrico de potencia.

Capítulo 3. Se describe de manera detallada la teoría acerca de asociada con la obtención de equivalentes dinámicos en redes eléctricas, los cuales componen el eje central de la investigación reportada en esta tesis.

Capítulo 4. Se analizan diversos casos de estudio aplicando la formulación de equivalentes dinámicos dependientes de frecuencia para determinar las resonancias serie y paralelo para distintas redes eléctricas.

Capítulo 5. Se describen las conclusiones generales a las que se ha llegado como resultado de la investigación realizada y se sugieren alternativas de investigación futura en el mismo campo del conocimiento.

Capítulo 2

Modelos en el dominio del tiempo de componentes de la red eléctrica

2.1 Introducción

El SEP contiene al conjunto de componentes eléctricos que conforman una red. Dichos componentes se clasifican en 3 grupos: centrales de generación, líneas de transmisión y las redes de distribución [Stevenson 1965], los cuales tienen como objetivo alimentar las cargas presentes en los distintos puntos de la red.

Un modelo matemático consiste en un conjunto de ecuaciones matemáticas que pueden describir la operación, comportamiento e interacción entre variables de un elemento o sistema dinámico. Dichas ecuaciones pueden ser algebraicas, diferenciales, diferencio-algebraicas o cualquier otro tipo de expresiones matemáticas, según la naturaleza del problema y las características del sistema que se desea representar.

Los modelos dinámicos son de gran importancia porque permiten representar y analizar el comportamiento de sistemas que evolucionan en el tiempo. En el caso de los SEP, considerando la complejidad de una red eléctrica tan extensa, es necesario implementar modelos matemáticos que permitan describir las interacciones de cada uno de los elementos implicados, por lo que en las últimas décadas los modelos matemáticos han ido evolucionando su complejidad y perfeccionándose acorde a los avances en el área en que se requiere de su aplicación. En este capítulo se presentan los modelos dinámicos de los elementos principales de un SEP.

2.2 Modelos de componentes del sistema eléctrico de potencia

Dentro de los modelos de los componentes de los sistemas eléctricos de potencia se consideran fundamentalmente los diversos tipos de generadores, los sistemas de control y otros componentes eléctricos. Dichos modelos permiten simular el comportamiento de cada componente individualmente, lo que facilita la identificación de posibles mejoras, la evaluación del rendimiento y la predicción del comportamiento dinámico del sistema.

Además, los modelos de sistemas eléctricos de potencia abordan la simulación de la red ante distintas condiciones operativas, situaciones de falla y demás condiciones que permitan conocer de manera detallada el comportamiento y composición del sistema, ya que ante situaciones imprevistas que someten a estrés la operación del sistema, se requiere de estudios rápidos y precisos que permitan tomar las medidas preventivas y correctivas necesarias para mantener la seguridad del sistema. Para lograr lo anterior, se requiere contar con modelos matemáticos adecuados, así como de técnicas y herramientas de simulación eficientes y precisas.

Es importante señalar que los modelos en el dominio del tiempo tienen la particularidad de ser capaces de responder a señales cambiantes o perturbaciones variantes en el tiempo. De acuerdo con la gran variedad de componentes que forman un sistema de potencia, es primero necesario hacer algunas definiciones puntuales para diferenciar algunas de las más importantes:

Se define a las máquinas eléctricas como aquellos componentes de la red eléctrica que son capaces de convertir energía mecánica en energía eléctrica o energía eléctrica en energía mecánica. Dependiendo de la conversión que se realiza se le denomina generador o motor, respectivamente [Chapman 2012].

Las máquinas eléctricas se clasifican en 3 grupos: máquinas de movimiento mecánico lineal (electroimanes), máquinas estáticas (transformadores) y las de movimiento rotatorio (generadores y motores). Las máquinas eléctricas rotativas se denominan así debido a que realizan la conversión de la energía a través de un movimiento rotatorio. A su vez, las

máquinas rotativas se dividen en: máquinas rotativas de corriente alterna (CA) y máquinas de corriente continua (CC) [Vargas-Machuca 1990].

Las máquinas eléctricas rotatorias constan de dos campos magnéticos el del estator también denominado de armadura que regularmente está hecho a base de laminaciones, el cual posee conductores dispuestos en ranuras. Mientras que el rotor, ya sea cilíndrico o de polos salientes, posee barras conductoras conectadas en corto circuito en ambos extremos a través de anillos conectores [Almazán 2022].

2.2.1 Máquina Síncrona

De acuerdo con el modelo descrito en [Krause *et al.* 2013] y [Verduzco 2020] el modelo de la máquina síncrona trifásica balanceada de polos salientes, estator con conexión en estrella, devanado de campo y 3 devanados de amortiguamiento, parte del esquema que se presenta en la Figura 2.1.

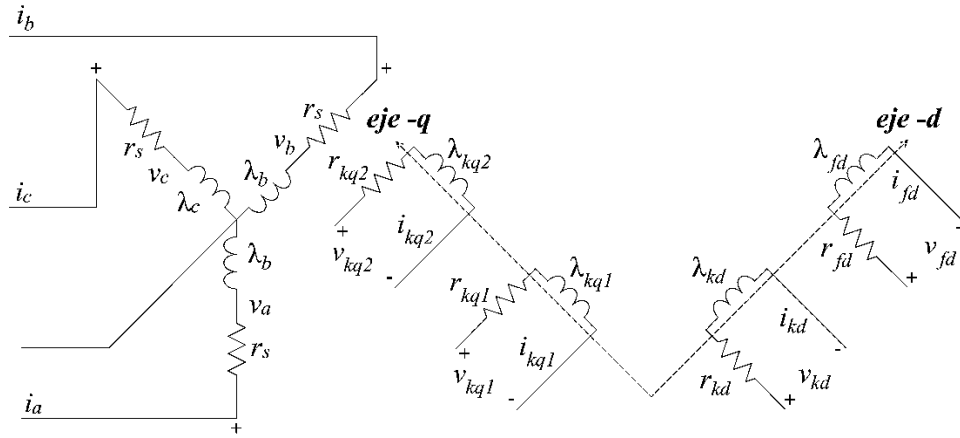


Figura 2.1 Diagrama de máquina síncrona [Verduzco 2020].

Las ecuaciones de voltaje del estator se expresan como y [Verduzco 2020]:

$$v_{abcs} = (-r_s)(i_{abcs}) + \frac{d}{dt}(\lambda_{abcs}) \quad (2.1)$$

Donde el subíndice “s” se refiere a las ecuaciones del estator, mientras que v_{abcs} y i_{abcs} son los vectores de voltaje y corriente de cada uno de los devanados, r_s es el vector de la resistencia de cada una de las ramas y λ_{abc} es el vector de los enlaces de flujo de cada una de las fases del estator.

Para el rotor de la máquina síncrona, sus ecuaciones de voltaje son las siguientes y [Verduzco 2020]:

$$v_{fdr} = (r_{fdr})(i_{fdr}) + \frac{d}{dt}(\lambda_{fdr}) \quad (2.2)$$

$$v_{kdr} = (r_{kdr})(i_{kdr}) + \frac{d}{dt}(\lambda_{kdr}) \quad (2.3)$$

$$v_{kq1r} = (r_{kq1r})(i_{kq1r}) + \frac{d}{dt}(\lambda_{kq1r}) \quad (2.4)$$

$$v_{kq2r} = (r_{kq2r})(i_{kq2r}) + \frac{d}{dt}(\lambda_{kq2r}) \quad (2.5)$$

donde el subíndice r hace referencia a las ecuaciones del rotor, λ son los enlaces de flujo, v es el voltaje, i corriente, r la resistencia, por su parte el subíndice fd se refiere al devanado de campo, por su parte los subíndices kd y kq son los devanados de amortiguamiento en el eje directo y de cuadratura.

La Ecuación 2.1 se transforma al marco de referencia del rotor, por lo que las expresiones son [Verduzco 2020]:

$$v_{ds} = (r_s)(i_{ds}) - (\omega_r)(\lambda_{qs}) + \frac{d}{dt}(\lambda_{ds}) \quad (2.6)$$

$$v_{qs} = (r_s)(i_{qs}) - (\omega_r)(\lambda_{ds}) + \frac{d}{dt}(\lambda_{qs}) \quad (2.7)$$

$$v_{0s} = (r_s)(i_{0s}) - (\omega_r)(\lambda_{0s}) + \frac{d}{dt}(\lambda_{0s}) \quad (2.8)$$

Para el caso de estudio, se realiza para condiciones balanceadas y en estado estacionario. Haciendo dicha especificación es que se pueden realizar las siguientes simplificaciones:

Al ser invariante con el tiempo, los enlaces de flujo establecidos son iguales a cero. La velocidad de sincronismo ω_e es igual a la velocidad angular eléctrica ω_r . Los devanados de amortiguamiento carecen de inducción de voltaje por lo que $i_{kdr} = i_{kqr} = 0$.

Se considera un sistema balanceado, por lo que la secuencia cero expresada en la Ecuación 2.8 puede ser omitida. Aplicando las condiciones anteriores a las Ecuaciones 2.2 a 2.8, las expresiones resultantes son [Verduzco 2020]:

$$v_{ds} = (r_s)(i_{ds}) - (\omega_r)(\lambda_{qs}) \quad (2.9)$$

$$v_{qs} = (r_s)(i_{qs}) + (\omega_r)(\lambda_{ds}) \quad (2.10)$$

$$v_{fdr} = (r_{fdr})(i_{fdr}) \quad (2.11)$$

$$\lambda_{ds} = (L_s)(i_{ds}) + L_{md}(i_{ds} + i_{fdr}) \quad (2.12)$$

$$\lambda_{qs} = (L_s)(i_{qs}) + L_{mq}(i_{qs}) \quad (2.13)$$

donde L_s se refiere a la inductancia de dispersión, L_{md} y L_{mq} representan las inductancias de magnetización para el eje directo y de cuadratura respectivamente. De manera compacta y sencilla es posible representar la máquina síncrona en estado estacionario de la siguiente manera:

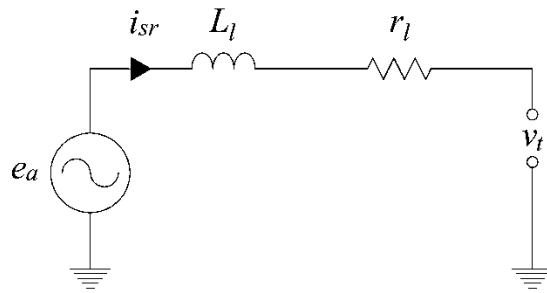


Figura 2.2 Circuito equivalente del generador síncrono [Verduzco 2020].

Matemáticamente se expresa de la siguiente manera [Verduzco 2020]:

$$\frac{d}{dt}(i_g) = (e_a - r_g i_g - v_t)/L_g \quad (2.14)$$

Donde e_a es el voltaje inducido y v_t es el voltaje en terminales del generador r_g y L_g se refieren a la resistencia e inductancia síncrona.

2.2.2 Líneas de transmisión

Las líneas de transmisión se definen como aquellos elementos de los sistemas eléctricos de potencia encargados de enviar la energía desde las centrales de generación de electricidad hasta las subestaciones y posteriormente a las cargas o usuarios finales [Chen 1996].

La clasificación más común de las líneas de transmisión es de acuerdo con su longitud, dependiendo de la distancia entre las dos terminales de la línea es que se clasifican en: [Manosalvas, 2022].

- Líneas cortas: menores a 80km.
- Líneas medias: mayores de 80 km y menores de 240 km.
- Líneas largas: mayores de 240 km.

El modelo de línea de transmisión implementado de acuerdo con [Verduzco 2020] es una línea tipo π . De la Figura 2.3 es posible obtener sus ecuaciones dinámicas, con el nodo de envío v_s como base del análisis.

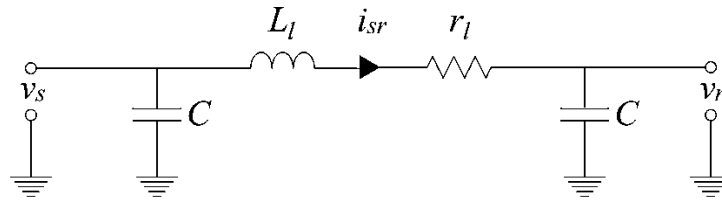


Figura 2.3 Modelo de línea de transmisión tipo π [Verduzco 2020].

$$\frac{d}{dt}(i_{sr}) = \frac{[v_s - v_r - (r_l i_{sr})]}{L_l} \quad (2.15)$$

donde v_s es el voltaje en terminales de la línea de envío y v_r el voltaje de la línea de recepción. Debido a la presencia del capacitor, el voltaje en terminales de la línea se considera una variable de estado, por lo que [Verduzco 2020]:

$$\frac{d}{dt}(v_s) = \frac{i_{in} - i_{out}}{C} \quad (2.16)$$

En la Figura 2.4 se muestra el diagrama de n líneas de transmisión conectadas al nodo v_i :

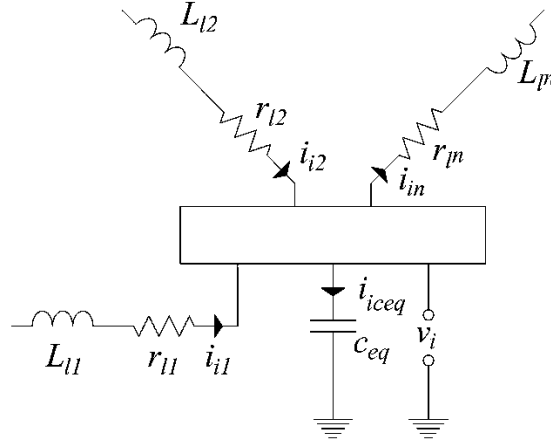


Figura 2.4 Conexión de n líneas al nodo v_i [Verduzco 2020].

Analizando la Figura 3.15 se obtiene [Verduzco 2020]:

$$\frac{d}{dt}(v_i) = \frac{i_{in_i} - i_{out_i}}{C_{eq}} \quad (2.17)$$

2.2.3 Transformador de potencia

El modelo del transformador de potencia de acuerdo con [Verduzco 2020] considera un transformador ideal, el cual se define como aquel en el que no existen pérdidas, ni eléctricas ni magnéticas. Dicha ausencia de pérdidas es debido a la inexistencia de resistencia

e inductancia en los bobinados [Syed 1984]. En la Figura 2.5 se muestra el diagrama del lado primario del circuito equivalente del transformador ideal.

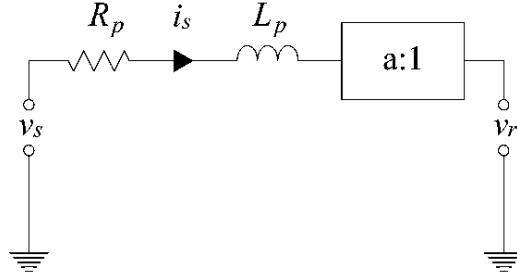


Figura 2.5 Circuito equivalente del transformador ideal [Verduzco 2020].

Del circuito equivalente surge la Ecuación 2.18 que determina la dinámica del transformador ideal [Verduzco 2020]:

$$\frac{d}{dt}(i_s) = \frac{(v_s - v_r - R_p)(i_s)}{L_p} \quad (2.18)$$

donde R_p es la resistencia del transformador definida como $R_p = r_1 + a^2 r_2$, mientras L_p es la inductancia del transformador $L_p = L_1 + a^2 L_2$. El subíndice 1 se refiere al lado primario del transformador y el 2 al lado secundario. La variable a es la relación de transformación, v_s es el voltaje de envío y v_r el voltaje de recepción. Con fines de simplicidad del modelo se omiten reactores y capacitores en derivación.

2.2.4 Carga lineal

Se utiliza el modelo de carga lineal descrito en [Verduzco 2020], la cual se modela como un circuito RL en paralelo. Una carga lineal se define como aquel tipo de cargas que demandan un voltaje y corriente relacionadas por un factor de potencia de 1 a una misma frecuencia [Llanos 2003]. En la Figura 2.6 se presenta el circuito equivalente de la carga lineal.

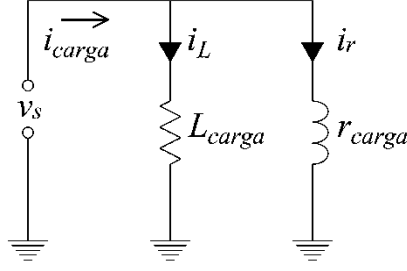


Figura 2.6 Circuito equivalente de carga lineal [Verduzco 2020].

Debido a la presencia del inductor, es necesario añadir la variable de estado i_L , obteniendo la Ecuación 2.19 [Verduzco 2020]:

$$\frac{d}{dt}(i_L) = \frac{v_s}{L_{carga}} \quad (2.19)$$

Por lo que la corriente de carga es [Verduzco 2020]:

$$i_{carga} = i_L + i_r = \frac{i_L + v_s}{r_{carga}} \quad (3.20)$$

2.3 Conclusiones

Se han presentado los modelos de componentes de la red eléctrica considerados en esta tesis; estos son los modelos de la máquina síncrona, la línea de transmisión, transformador de potencia y las cargas del tipo lineal. Es importante señalar que en todos los casos se utilizaron consideraciones especiales que permiten simplificar el modelo, a su vez simplificando los estudios y reduciendo el esfuerzo computacional.

Cada uno de los elementos presentes en el Capítulo 2 representan una parte importante en los sistemas eléctricos de potencia convencionales, los cuales resultan vitales en la elaboración

de un modelo completo, el cual permita evaluar el comportamiento dinámico de la SEP, a su vez la búsqueda de alternativas de análisis como las que se proponen en capítulos posteriores.

Capítulo 3

Equivalentes dependientes de la frecuencia

3.1 Introducción

En los capítulos previos se han expuesto las ventajas que brindan al análisis de los sistemas eléctricos de potencia la utilización de los equivalentes dinámicos dependientes de frecuencia. Por ello es necesario ahondar en cuáles son algunos de los métodos empleados para obtener dichos equivalentes, cuáles son sus antecesores, así como cada uno de los enfoques utilizados en este campo del conocimiento.

Además, se presentan algunos de los métodos obtenidos en el dominio del tiempo y del tiempo discreto, como demostración de la eficiencia de dichos métodos para el estudio de los sistemas de potencia debido a las ventajas que aportan al análisis debido a su adaptación a los cambios presentes en los sistemas, lo que permite realizar estudios más apegados a la realidad que aquellos en estado estacionario.

En el presente capítulo se muestran algunos de los métodos más relevantes, utilizados como base para la realización de esta herramienta, así como una revisión de la teoría y desarrollo matemático necesario para la obtención de los equivalentes dinámicos dependientes de frecuencia.

3.2 Métodos en el dominio de la frecuencia

A lo largo de los años se han efectuado múltiples intentos por optimizar y agilizar el análisis de los sistemas eléctricos de potencia. Dicha necesidad surge de las dimensiones y complejidad de los sistemas, los cuales, al tratarse en su gran mayoría de sistemas

interconectados, engloban una red conformada por miles de nodos para la cual se deben de proveer todos los requerimientos de seguridad y confiabilidad para la operación del sistema.

La problemática principal se deriva del costo computacional requerido por los sistemas eléctricos para su análisis adecuado, ya que, al tratarse de sistemas variantes en el tiempo, es necesario contar con resultados oportunos y fidedignos del estado del sistema a cada segundo, con el objetivo de implementar las medidas pertinentes para salvaguardar la operación de éste.

El área de estudio se refiere a la zona de principal interés del sistema, la cual requiere de un nivel de detalle alto en su modelado, para poder realizar el análisis minucioso de cada uno de los elementos que la componen, así como sus interacciones con la red. Por su parte el área externa son todas aquellas zonas restantes del sistema donde no se desea analizar sus componentes, es decir que el modelado de la zona externa puede ser reducido en su tamaño y detalle. La forma en que se manejan las distintas zonas se muestra en la Figura 3.1.



Figura 3.1 Diferenciación de zona interna y externa.

A pesar de la reducción del tamaño y detalle del área externa de estudio, los equivalentes dinámicos deben ser capaces de representar de manera precisa el sistema de potencia, por ello es por lo que su estudio ha reanimado el interés por sintetizar los sistemas eléctricos. En los siguientes apartados se describen algunas de las contribuciones más significativas a esta área del conocimiento.

3.2.1 Método de Hingorani y Burberry

La impedancia como parámetro eléctrico juega un papel fundamental en el análisis de los sistemas eléctricos de potencia, es por ello por lo que el método propuesto por Hingorani y Burberry [Hingorani y Burberry 1970] hace particular énfasis en su determinación dependiente de la frecuencia. En dicho método se plantea la posibilidad de determinar una red equivalente a partir de circuitos RLC en derivación. La impedancia de las ramas debe reproducir la de la red para un rango amplio de frecuencias, incluyendo sus resonancias serie y paralelo naturales. De manera gráfica se representa en la Figuras 3.2 y 3.3.

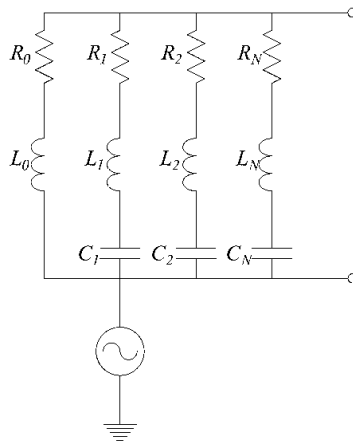


Figura 3.2 Sistemas de Hingorani y Burberry [Hingorani y Burberry 1970].

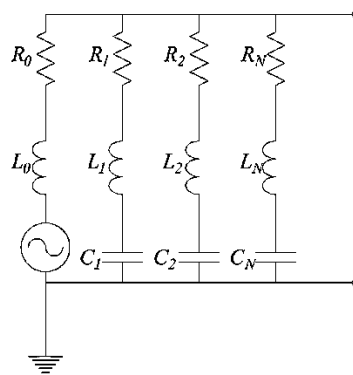


Figura 3.3 Sistema con fuente en rama RL [Hingorani y Burberry 1970].

El análisis parte del sistema sin pérdidas que se muestra en la Figura 3.4. Las admitancias en la n -ésima rama LC se expresa como:

$$Y_N(s) = \frac{s}{L_N(s^2 + 1/L_N C_N)} \quad (3.1)$$

Utilizando $1/L_N$ como común denominador:

$$\frac{s}{L_N(s^2 + 1/L_N C_N)} = \frac{1}{L_N} \frac{s}{s^2 + 1/L_N C_N} \quad (3.2)$$

Donde la frecuencia natural se define como:

$$\omega_i^2 = \frac{1}{L_N C_N} \quad \text{ó} \quad \omega_i = \frac{1}{\sqrt{L_N C_N}} \quad (3.3)$$

Sustituyendo en la Ecuación 3.2 se obtiene de manera simplificada la admitancia en la rama N :

$$Y_N(s) = \frac{\frac{1}{L_N} s}{s^2 + \omega^2} \quad (3.4)$$

Donde el subíndice i se refiere a la i -ésima frecuencia.

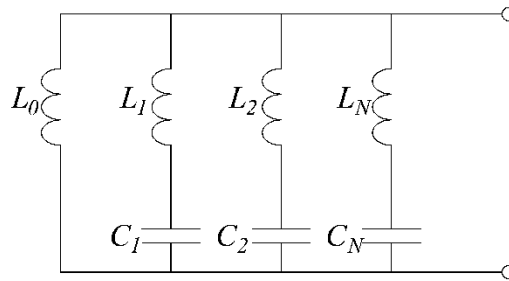


Figura 3.4 Sistema sin pérdidas [Hingorani y Burberry 1970].

La rama 0 se muestra como un caso especial ya que $\omega_i = 1/L_1 C_1$, mientras que $\omega_0 = \frac{1}{L_0 C_0} =$

0 debido a la ausencia de capacitar en esa rama, por lo que la Ecuación 3.4 para la rama 0 es:

$$Y_0(s) = \frac{1}{sL_0} \quad (3.5)$$

Por lo que el desarrollo de la suma de las N ramas en derivación de la Figura 3.4 se expresa:

$$Y(s) = \frac{1}{sL_0} + \frac{\frac{1}{L_1}}{s^2 + \omega_1^2} + \frac{\frac{1}{L_2}}{s^2 + \omega_1^2} + \dots + \frac{\frac{1}{L_N}}{s^2 + \omega_N^2} \quad (3.6)$$

De manera compacta (3.6) se puede expresar como:

$$Y(s) = \frac{s \sum_{k=0}^n \frac{1}{L_k} (\prod_{i=0}^n (s^2 + \omega_i^2))}{\prod_{j=0}^n (s^2 + \omega_j^2)} \quad (3.7)$$

Las resonancias se clasifican en dos tipos: resonancia serie y paralelo. La resonancia serie se define como aquella que en una red LC el denominador de la Ecuación 3.7 es cero, es decir:

$$\prod_{j=0}^n (s^2 + \omega_j^2) = 0 \quad (3.8)$$

Por su parte, la resonancia paralela es aquella en la que el numerador de la Ecuación 3.7 tiende a cero. Por lo que:

$$s \sum_{k=0}^n \frac{1}{L_k} (\prod_{i \neq k}^n (s^2 + \omega_i^2)) = 0 \quad (3.9)$$

Las frecuencias angulares en las cuales la admitancia es cero se definen como: $M_0 = 2\pi f_0$, $M_1 = 2\pi f_1$, $M_2 = 2\pi f_2$... $M_i = 2\pi f_i$ y ω_j para $j=0 \dots n$. Por lo que la Ecuación 3.7 se expresa como:

$$Y(s) = \frac{s \prod_{i=0}^{n-1} (s^2 + M_i^2)}{\prod_{i=0}^n (s^2 + \omega_j^2)} \quad (3.10)$$

Donde $Y(s)$ es igual a cero cuando:

$$s \prod_{i=0}^{n-1} (s^2 + M_i^2) = 0 \quad (3.11)$$

Igualando los coeficientes de potencias decrecientes de S en las Ecuaciones 3.9 y 3.11, donde S , no es una variable; es un símbolo de agrupación que representa un polinomio simétrico en los parámetros del sistema, escrito de manera jerárquica según el exponente.

$$S^{2n-1} \sum_{k=0}^n \frac{1}{L_k} = 1 \quad (3.12)$$

La Ecuación 3.12 se refiere que al expandir las Ecuaciones 3.9 y 3.11 los términos dominantes en S^{2n-1} coincidan.

$$S^{2n-3} \sum_{k=0}^n \frac{1}{L_k} \left[\sum_{\substack{k=0 \\ i \neq k}}^n \omega_i^2 \right] = \sum_{j=0}^{n-1} M_j^2 \quad (3.13)$$

En la Ecuación 3.13 al lado izquierdo aparece la suma de las frecuencias cuadradas de los polos, mientras que en el lado derecho la suma de las frecuencias cuadradas de los ceros, lo cual implica que el segundo coeficiente decreciente del polinomio se relaciona con la suma de las raíces.

$$S^{2n-5} \sum_{k=0}^n \frac{1}{L_k} \left[\sum_{\substack{p=0 \\ p, i \neq k}}^{n-1} \sum_{ip+1}^n \omega_p^2 \omega_i^2 \right] = \sum_{m=0}^{n-2} \sum_{j=m+1}^{n-1} M_m^2 M_j^2 \quad (3.14)$$

Aquí se iguala el coeficiente que surge de los términos cruzados de la expansión de polinomios.

$$S \sum_{k=0}^n \frac{1}{L_k} \left[\sum_{\substack{p=0 \\ i \neq k}}^{n-1} \omega_i^2 \right] = \prod_{j=0}^{n-1} M_j^2 \quad (3.15)$$

Por último, el coeficiente independiente de S se refiere al producto de todos los términos. Las Ecuaciones 3.12 a 3.15 definen un sistema de ecuaciones lineales cuyas incógnitas son $1/L_0, 1/L_1, 1/L_2 \dots 1/L_n$. Dicho sistema puede describirse de forma compacta como:

$$[A] \cdot \tilde{x} = \tilde{b} \quad (3.16)$$

Donde $[A]$, $\tilde{x}$ y $\tilde{b}$ se definen como:

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 & \cdots & 1 \\ \sum_{i=1}^n \omega_i^2 & \sum_{\substack{i=0 \\ i \neq 1}}^n \omega_i^2 & \cdots & \sum_{\substack{i=0 \\ i \neq k}}^n \omega_i^2 & \cdots & \sum_{i=0}^{n-1} \omega_i^2 \\ \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n \omega_i^2 \omega_j^2 & \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n \omega_i^2 \omega_j^2 & \cdots & \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq k}}^n \omega_i^2 \omega_j^2 & \cdots & \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n \omega_i^2 \omega_j^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \prod_{i=1}^n \omega_i^2 & \prod_{i=1}^n \omega_i^2 & \cdots & \prod_{i \neq k}^n \omega_i^2 & \cdots & \prod_{i=0}^{n-1} \omega_i^2 \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

$$\tilde{x} = [1/L_0, 1/L_1, 1/L_2, \cdots, 1/L_n] \quad (3.18)$$

El vector de términos independientes $\tilde{b}$ depende de las frecuencias angulares M_i asociadas a las resonancias paralelo las cuales se obtienen a partir de los ceros de la admitancia factorizada que aparecen en el numerador de la Ecuación 3.10, es decir:

$$\tilde{b} = [1, \sum_{k=1}^{n-1} M_k^2, \sum_{k=0}^{n-1} \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq k}}^{n-1} M_j^2 M_k^2 \cdots \prod_{k=0}^{n-1} M_k] \quad (3.19)$$

El sistema de Ecuaciones expresado 3.16 es resuelto mediante el método de Gauss-Seidel, por lo que los valores de los capacitores se describen como:

$$C_N = \frac{1}{\omega_i L_N} \quad (3.20)$$

para $N= 1, 2, \dots, n$

Del valor obtenido de la impedancia del sistema a la frecuencia de resonancia, se utiliza la parte real de dicha impedancia para definir la resistencia, posteriormente mediante el proceso iterativo se define la resistencia de cada una de las ramas en derivación del sistema para formar el equivalente. Con el fin de mejorar la aproximación se utiliza un factor de escalamiento el cual se expresa como:

$$SF = \frac{Z_{eq}}{Z_{sistema}} = \frac{Y_{sistema}}{Y_{eq}} \quad (3.21)$$

Donde:

SF= Factor de escalamiento

Z_{eq} = impedancia del circuito equivalente

Y_{eq} = Admitancia del circuito equivalente

$Z_{sistema}$ = Impedancia del sistema

$Y_{sistema}$ = Admitancia del sistema

Como dicho escalamiento afecta solamente a los capacitores e inductores, las frecuencias de resonancia permanecen iguales mientras se mejora la aproximación a otras frecuencias, por lo que las expresiones del capacitor e inductor son:

$$C_N = \frac{C_N}{SF} \quad (3.22)$$

$$L_N = \frac{L_N}{SF} \quad (3.23)$$

3.2.2 Método iterativo

En este método se presenta una alternativa al propuesto por Hingorani y Burbery por parte de [Medina 1992]. Particularmente se describe cómo es posible representar un circuito equivalente de Thevenin mediante ramas RLC en derivación, además se toman en cuenta las consideraciones estipuladas en la sección anterior, referentes al modelo sin pérdidas. Es decir, la representación gráfica es la empleada en las Figuras 3.2 y 3.3, mientras que el circuito equivalente dependiente de la frecuencia se muestra en la Figura 3.5.

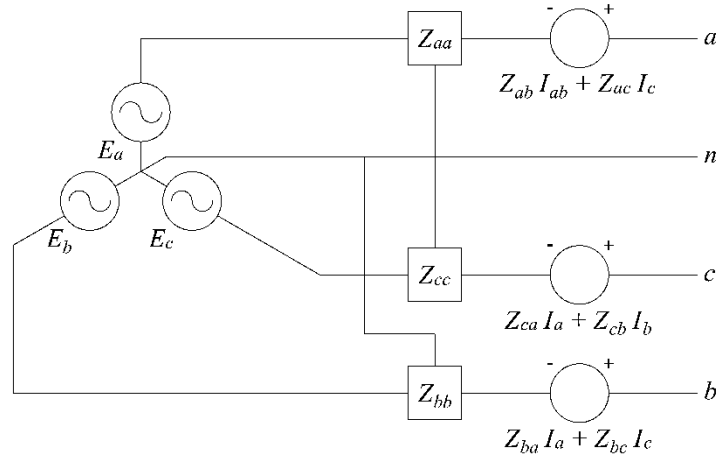


Figura 3.5 Circuito equivalente AC dependiente de frecuencia [Medina 1992].

La resistencia es obtenida acorde a lo descrito en la Sección 3.2.1 en las proximidades de las resonancias serie; dichas resistencias son incorporadas en sus respectivas ramas para obtener una respuesta similar a la de la red original. En el sentido de las resonancias paralelo se aplica el factor de escalamiento mostrado en la Ecuación 3.21 para reducir el error de estimación. Sin embargo, es importante recalcar que, a mayor cantidad de factores de escalamiento, es posible obtener una mejor respuesta a bajas frecuencias, mientras que, para las frecuencias altas, se mantiene un desplazamiento respecto de la señal original, por ello es por lo que el método empleado para corregirlo se muestra más adelante.

El proceso iterativo propuesto es realizado a partir de las resistencias de las ramas en derivación, mientras que los valores de la capacitancia y la inductancia permanecen constantes.

En la Figura 3.6 se muestra cómo es que el ajuste de la resistencia en las ramas en derivación favorece la corrección para acercarla a al pico de la resonancia paralelo. Por ello es por lo que se utilizan pequeños incrementos para poder determinar el punto idóneo, favoreciendo así la precisión de la estimación, a la vez que se asegura la convergencia del proceso iterativo.

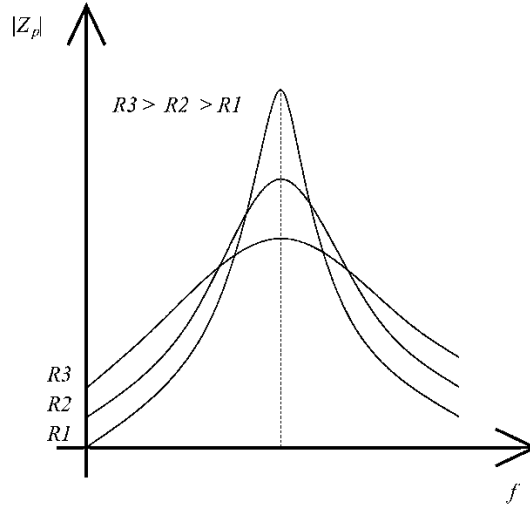


Figura 3.6 Efecto de la resistencia con L/C ajustado [Medina 1992].

Siguiendo esta metodología es que todas las resistencias de las ramas en derivación son corregidas simultáneamente, mediante el proceso iterativo sugerido, expresado matemáticamente para las resonancias serie en la rama k es:

$$|Z_s| > |Z_{bk}|^{(n)}; R_{bk}^{(n)} = R_{bk}^{(0)} + \Delta R_k \quad (3.24 \text{ a})$$

$$|Z_s| < |Z_{bk}|^{(n)}; R_{bk}^{(n)} = R_{bk}^{(0)} - \Delta R_k \quad (3.24 \text{ b})$$

donde:

$R_{bk}^{(n)}$ = resistencia de la rama actualizada

$R_{bk}^{(0)}$ = valor previo de resistencia de la rama

ΔR_k = incremento de la resistencia corregida

El proceso iterativo continua hasta que se satisface la condición preestablecida de convergencia:

$$||Z_{bk}|^{(n)} - |Z_{bk}|^{(0)}| \leq C_z \quad (3.25)$$

para $k = 1, 2, 3, \dots, n$.

A pesar del proceso de corrección anterior, como la diferencia en la estimación para las resonancias paralelo a altas frecuencias es significativa, es necesario adicionar ramas RLC en paralelo con las del circuito equivalente. Además de la corrección de las resonancias paralelo, este procedimiento permite mejorar aún más la estimación de las resonancias serie. Para ello, las áreas de mayor separación respecto a la respuesta del circuito son delimitadas en 3 frecuencias distintas $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ para determinar los parámetros R, L y C de las ramas de corrección, es decir:

$$Z_{cb} = Z_s - Z_{ec} \quad (3.26)$$

La Ecuación 3.26 representa la diferencia entre la impedancia del sistema y la equivalente, por lo que la impedancia equivalente Z_{ec} compuesta por las contribuciones obtenidas de las 3 frecuencias mencionadas anteriormente, dichas impedancias se expresan como:

$$|Z_1|^2 = R^2 + [\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C}]^2 \quad (3.27)$$

$$|Z_2|^2 = R^2 + [\omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C}]^2 \quad (3.28)$$

$$|Z_3|^2 = R^2 + [\omega_3 L - \frac{1}{\omega_3 C}]^2 \quad (3.29)$$

Para ello, primero se calculan los valores de L y C, discriminando R de las Ecuaciones 3.27 a 3.29 por lo que para el caso de las Ecuaciones 3.27 y 3.28 se expresan como:

$$|Z_1|^2 - |Z_2|^2 = (\omega_1^2 - \omega_2^2)L^2 - [\frac{1}{\omega_1^2} - \frac{1}{\omega_2^2}] \frac{1}{C^2} \quad (3.30)$$

Reagrupando la Ecuación 3.30 se obtiene:

$$C^2 = \frac{[\frac{1}{\omega_2^2} - \frac{1}{\omega_3^2}]}{|Z_2|^2 - |Z_3|^2 - (\omega_2^2 - \omega_3^2)L^2} \quad (3.31)$$

sustituyendo la Ecuación 3.31 en la Ecuación 3.30 se obtiene:

$$L^2 = \frac{|Z_1|^2 - |Z_2|^2 - [\frac{1}{\omega_1^2} - \frac{1}{\omega_2^2}](|Z_2|^2 - |Z_3|^2) / [\frac{1}{\omega_2^2} - \frac{1}{\omega_3^2}]}{(\omega_1^2 - \omega_2^2) + (\omega_1^2 \omega_3^2) [\frac{1}{\omega_1^2} - \frac{1}{\omega_2^2}]} \quad (3.32)$$

Una vez conocidos los parámetros de L y C es posible determinar la resistencia de las ramas en derivación adicionales. Dicha corrección se muestra en la Figura 3.6.

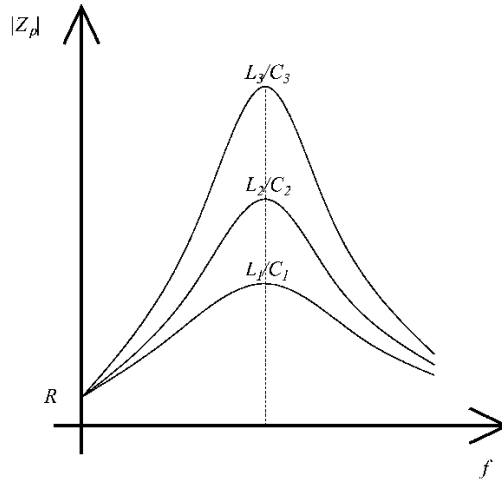


Figura 3.7 Efecto de los elementos L/C con R corregida [Medina 1992].

El método propuesto por Medina [Medina, 1992] se fundamenta en el modelo desarrollado por Hingorani y Bubery. En consecuencia, el procedimiento inicial se lleva a cabo de forma análoga, es decir: Para una rama en derivación LC sin pérdidas, la admitancia $Y(s)$ se obtiene mediante (3.3) o bien a través de la siguiente expresión:

$$Y(s) = \frac{s}{L[s^2 + \frac{1}{LC}]} \quad (3.33)$$

por lo que para un circuito de n ramas en paralelo se emplea la Ecuación 3.6, la cual se encuentra en forma compacta en la Ecuación 3.7. Como se mencionó anteriormente, las resonancias serie tienen lugar cuando el denominador de la Ecuación 3.7 tiende a cero, mientras que las resonancias paralelo cuando el numerador tiende a cero. Una vez definidas las resonancias mediante las raíces del denominador de la Ecuación 3.7, es necesario

modificar arbitrariamente la notación para representar W_j como las frecuencias de resonancia. para $j=1,2, 3 \dots, n$., Por lo que reescribiendo la Ecuación 3.7 se obtiene:

$$Y(s) = \frac{s \sum_{k=1}^n \frac{1}{L_k} [\prod_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^n (s^2 + \omega_i^2)]}{\prod_{j=1}^n (s^2 + W_j^2)} \quad (3.34)$$

Igualando los coeficientes de potencias decrecientes de S en las Ecuaciones 3.9 y 3.11, donde S , no es una variable; es un símbolo de agrupación que representa un polinomio simétrico en los parámetros del sistema, escrito de manera jerárquica según el exponente.

$$S^{2n-2} \sum_{k=1}^n \frac{1}{L_k} = 1 \quad (3.35)$$

$$S^{2n-4} \sum_{k=1}^n \frac{1}{L_k} [\sum_{\substack{k=1 \\ i \neq k}}^n \omega_i^2] = \sum_{j=1}^{n-1} W_j^2 \quad (3.36)$$

$$S^{2n-6} \sum_{k=1}^n \frac{1}{L_k} [\sum_{\substack{p=1 \\ p, i \neq k}}^{n-1} \sum_{i=p+1}^n \omega_p^2 \omega_i^2] = \sum_{m=1}^{n-2} \sum_{j=m+1}^{n-1} W_m^2 W_j^2 \quad (3.37)$$

$$S^0 \sum_{k=1}^n \frac{1}{L_k} [\sum_{\substack{p=1 \\ i \neq k}}^n \omega_i^2] = \prod_{j=1}^{n-1} W_j^2 \quad (3.38)$$

resolviendo simultáneamente las Ecuaciones 3.35 a 3.38 se obtienen las inductancias L_k , mientras que las capacitancias C_k se obtienen como:

$$C_k = \frac{1}{\omega_k^2 L_k} \quad (3.39)$$

donde: ω_k = frecuencia angular en la resonancia serie

Posteriormente incorporando el valor de las resistencias al modelo inicial sin pérdidas, la admitancia se obtiene de la siguiente expresión:

$$Y_k = \frac{1}{Z_k} = \frac{1}{R_k + j[\omega L_k - \frac{1}{\omega C_k}]} \quad (3.40)$$

mientras que la contribución de n ramas en paralelo a la misma frecuencia a la admitancia se expresa como:

$$Y_{ec} = \sum_{k=1}^n Y_k \quad (3.41)$$

3.2.3 Método basado en optimización

En este método [Watson 1987] se utiliza un método de optimización para obtener equivalentes dependientes de frecuencia. Se considera a los métodos basados en gradiente como uno de los más eficientes debido a su característica principal que radica en derivadas continuas que pueden ser evaluadas analíticamente. Por ello es por lo que los métodos de gradiente que sólo requieren la evaluación de la función objetivo se muestran como una opción idónea para resolver el problema de optimización.

La razón de su utilidad es que debido a que no es necesario añadir información derivativa, es posible obtener una estimación numérica a través de la fórmula de diferencia central, la cual es una aproximación de segundo orden de la segunda derivada, expresada en términos generales como:

$$f(x + \Delta x) - 2f(x) + f(x - \Delta x) / \Delta x^2 \quad (3.42)$$

Por lo que la función del multiplicador de penalización de Lagrange sólo con restricciones de igualdad es:

$$P(x, \lambda, \sigma) = \Theta(x) - \sum_{i=1}^k [\lambda_i C_i(x)] + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^k [\sigma_i C_i^2(x)] \quad (3.43)$$

donde la función objetivo se expresa como:

$$\Theta(x) = h\{G_1(x), G_2(x), \dots, G_m(x)\} \quad (3.44)$$

mientras que las restricciones son:

$C(x) = 0$, para $i=1, 2, \dots, k$.

σ_i , para $i=1, 2, \dots, k$, que representan los parámetros de penalización.

λ_i , para $i=1, 2, \dots, k$, que son los parámetros de multiplicación.

Acorde a los métodos presentados anteriormente obtiene el equivalente mediante la impedancia del sistema; siguiendo el criterio utilizado en el equivalente de Thevenin, es necesario reemplazar las fuentes de voltaje por un circuito abierto. Posteriormente, se inyecta una corriente de frecuencia definida en una de las fases, según se muestra en la Figura 3.8.

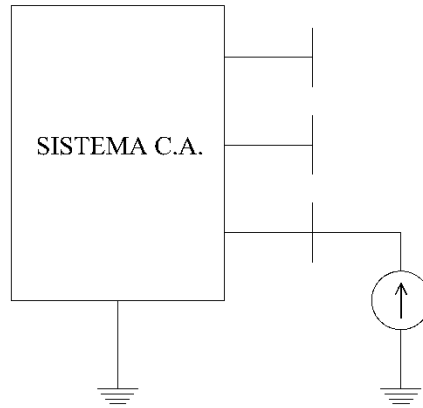


Figura 3.8 Interpretación de los términos propios y mutuos del sistema [Watson 1987].

Por lo que matricialmente se describe como:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{32} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

Como la determinación de la respuesta a la frecuencia se realiza mediante la impedancia, la cual es determinada con las fuentes independientes de voltaje en corto circuito, debe contar con la componente a frecuencia fundamental, por ello es por lo que en el modelo de Hingonari y Burbery que se muestra en la Figura 3.3 se incorpora la fuente de voltaje en la rama RL. Dicha disposición proporciona la ventaja de no necesitar elementos adicionales para modelar los voltajes mutuos, por lo que pueden ser incorporados con la fuente de voltaje a frecuencia fundamental.

Aplicando el teorema de superposición al circuito equivalente presentado en la Figura 3.8, el cual es igual al del caso de la Figura 3.3 pero con la particularidad de considerar las impedancias en lugar del efecto puramente resistivo, y considerando los efectos de los voltajes mutuos de manera aislada. Para el caso de análisis de la rama B, por las reglas del método de superposición, las fases A y C se consideran como ramas abiertas. Bajo estas condiciones, empleando el sistema matricial de la Ecuación 3.43, el voltaje en las terminales de la rama A sería $Z_{ab}I_b$, sin embargo, al ser alimentada la fuente de voltaje por las ramas B y C, el voltaje en terminales se expresa como:

$$V_a = Z_{ab}I_b - (Z_{r\ell}I_{r\ell} + L_{r\ell} \frac{dI_{r\ell}}{dt}) \quad (3.46)$$

donde:

$I_{r\ell}$ = Corriente en la rama ZL

$Z_{r\ell}$ = Impedancia de la rama ZL

$L_{r\ell}$ = Inductancia en la rama ZL

I_b = Corriente en la rama B

De acuerdo con la Figura 3.9, se pueden diferenciar tres partes importantes en el circuito equivalente:

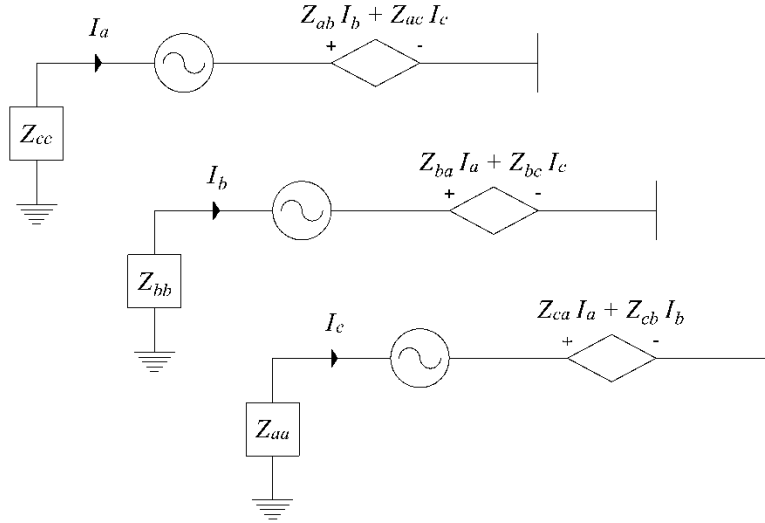


Figura 3.9 Sistema equivalente trifásico [Watson 1987].

- 1.- Z_{aa}, Z_{bb}, Z_{cc} se refiere a la impedancia en el dominio de la frecuencia.
- 2.- Fuentes de voltaje a frecuencia fundamental.
- 3.- Por último, se encuentran las fuentes de voltaje controlado, de las cuales se obtienen las expresiones $Z_{ab}I_b + Z_{ac}I_c$, $Z_{ba}I_a + Z_{bc}I_c$ y $Z_{ca}I_a + Z_{cb}I_b$.

De acuerdo con lo mostrado por [Joosten 1985], el modelo de una fuente voltaje no se puede realizar debido a que cada fuente debe estar junto a una rama inductiva como se muestra en la Figura 3.10. El problema principal es que debido a la necesidad de ampliar el modelo es que al hacer barridos superiores a los 50 Hz representan un costo computacional muy grande. Por ello es por lo que ante estas circunstancias es posible afirmar que las fuentes de voltaje mutuas pueden ser eliminadas de las ramas en derivación, haciendo el modelo más sencillo. Sin embargo, esta aseveración no es concluyente para los casos de frecuencias menores a la fundamental

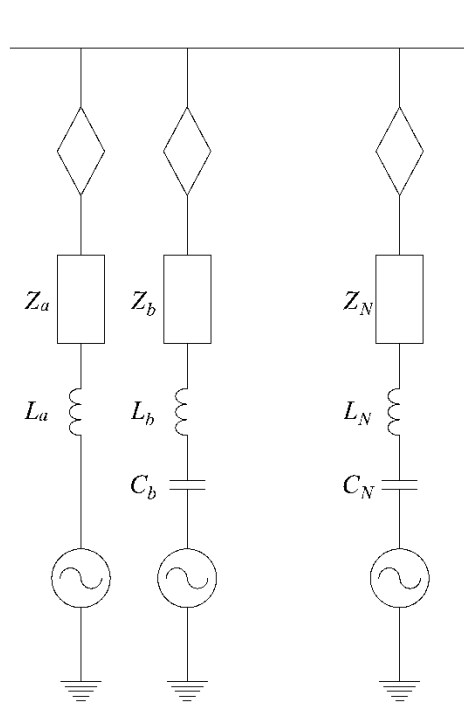


Figura 3.10 Sistema con ramas inductivas en cada una de sus ramas [Watson 1987].

La aplicación de este método deriva en la necesidad de realizar un proceso iterativo, el cual se puede describir de la siguiente manera: primero se estiman las variables estado, después se obtienen las corrientes de fase, se evalúan las variables dependientes, posteriormente se obtienen los voltajes mutuos, todo se obtiene de manera iterativa, reduciendo el error en cada iteración hasta que es menor o igual al error preestablecido.

3.3 Método en el dominio del tiempo

El análisis de los sistemas eléctricos de potencia también ha encontrado diversos enfoques en cuanto a estudios en el dominio de la frecuencia, del tiempo y métodos híbridos tiempo-frecuencia. Si bien los métodos mostrados en la sección anterior, en el dominio de la frecuencia, representan una herramienta valiosa para el estudio de diversos fenómenos presentes en los sistemas eléctricos, la característica estacionaria de dichos estudios limita la

posibilidad de estudiar los sistemas ante situaciones variantes en el tiempo, lo cual representa una de las prioridades en el análisis de las redes modernas.

Ante la necesidad de modelos que permitan análisis de variaciones a lo largo del tiempo, es que se requieren modelos precisos que representen la dinámica del sistema. El problema es que tanto los modelos dinámicos de los componentes del sistema eléctrico de potencia, así como los métodos de búsqueda de equivalentes en el dominio del tiempo, cuentan con un campo de acción limitado, ya que sólo encuentran su utilidad en sistemas pequeños, es decir de unos cuantos nodos, lo cual está completamente alejado de las necesidades modernas. La dificultad de los cálculos necesarios debido a la gran cantidad de ecuaciones que se requieren resolver, así como la gran cantidad de datos que requieren ser actualizados y adquiridos con el progreso del tiempo son las razones principales de dichas limitantes [Sowa *et al.* 2005].

Debido a las ventajas y desventajas que presentan los estudios en cada uno de los dos dominios, es que las metodologías híbridas tiempo-frecuencia han cobrado particular interés a lo largo de los últimos años; cada uno de ellos emplea un orden distinto respecto a la determinación de parámetros o circuitos equivalentes para posteriormente realizar una conversión hacia el dominio contrario. La utilización de estas metodologías permite acceder a las bondades que poseen tanto el dominio del tiempo como el de la frecuencia.

Dentro del cúmulo de parámetros presentes en un sistema eléctrico, la determinación de la impedancia a frecuencias superiores a la fundamental del sistema eléctrico vista desde cualquier nodo de la red de potencia reviste una especial importancia en el análisis de la red eléctrica debido a que proporciona información clave sobre la respuesta dinámica del sistema frente a perturbaciones de alta frecuencia [Arrillaga *et al.* 1995]. En las siguientes secciones se describen de manera concisa algunas de las metodologías propuestas para la obtención de equivalentes dinámicos en el dominio del tiempo.

3.3.1 Método de Abur y Singh

Debido a la inexactitud que presentan los métodos anteriores para representar el comportamiento del área externa del sistema ante transitorios con un amplio rango de

frecuencias, es que Abur y Singh [Abur y Singh 1993] mencionan que es necesario emplear enfoques alternativos que permitan obtener equivalentes capaces de reproducir el comportamiento del área externa de forma precisa.

Por lo anterior es que propone un método en el dominio del tiempo que se centra en la obtención del equivalente en tiempo discreto a través de la respuesta del sistema externo ante una excitación externa. Mediante un equivalente de Norton del sistema externo, se obtiene la respuesta del área de estudio en el nodo frontera. El desarrollo matemático se muestra a continuación.

Es necesario definir una función denominada $H(s)$ la cual se refiere al sistema externo, y es obtenida a partir de la corriente inyectada y el voltaje en terminales, es decir [Abur y Singh 1993]:

$$I(s) = H(s).V(s) \quad (3.47)$$

$$I(s) = K \frac{N(s)}{D(s)}.V(s) \quad (3.48)$$

donde:

K = ganancia escalar

$$N(s) = n_0 + n_1s + \dots + n_p s^p$$

$$D(s) = d_0 + d_1s + \dots + d_p s^p$$

El orden de los polinomios del numerador y denominador se consideran iguales, por lo que reemplazado el operador Laplaciano s por el diferencial $\frac{d}{dt}$ de la Ecuación 3.48 se reescribe en el dominio del tiempo como:

$$(d_0 + d_1 \frac{d}{dt} + \dots + d_p \frac{d^p}{dt^p})i(t) = K(n_0 + n_1 \frac{d}{dt} + \dots + n_p \frac{d^p}{dt^p})v(t) \quad (3.49)$$

El orden p de la ecuación diferencial es convertido a una ecuación de diferencias lineal mediante el método de integración numérica de Euler hacia atrás. Por ello, es necesario definir primero las variables internas de la siguiente manera:

$$\frac{di}{dt} = i_1, \frac{d^2i}{dt^2} = i_2, \dots, \frac{d^pi}{dt^p} = i_p \quad (3.50)$$

$$\frac{dv}{dt} = v_1, \frac{d^2v}{dt^2} = v_2, \dots, \frac{d^pv}{dt^p} = v_p \quad (3.51)$$

Las ecuaciones de diferencias lineal obtenidas mediante el método de Euler hacia atrás son:

$$i_{j+1}(t) = \frac{1}{\Delta t} [i_j(t) - i_j(t - \Delta t)] \quad (3.52)$$

para $j = 0, 1, \dots, p$; $i_0 = i$.

$$v_{j+1}(t) = \frac{1}{\Delta t} [v_j(t) - v_j(t - \Delta t)] \quad (3.53)$$

para $j = 0, 1, \dots, p$; $v_0 = v$ y donde Δt se refiere al paso de integración.

Las Ecuaciones 3.52 y 3.53 se utilizan de manera recursiva para convertir la Ecuación 3.49 en una ecuación diferencial de la forma:

$$\begin{aligned} i(t) + a_1 i(t - \Delta t) + \dots + a_p i(t - p\Delta t) = \\ g_0 v(t) + g_1 v(t - \Delta t) + \dots + g_p v(t - p\Delta t) \end{aligned} \quad (3.54)$$

Donde a_i y g_i se refiere a los parámetros por estimar. La estimación de parámetros y la identificación requiere reescribir la Ecuación 3.54 de manera compacta, es decir:

$$i(t) = -\sum_{k=1}^p a_{ki} (t - k\Delta t) + \sum_{\ell=0}^p g_{\ell} v(t - \ell\Delta t) \quad (3.55)$$

La Ecuación 3.55 se refiere al modelo a identificar, así como el orden p de dicho modelo. Una vez definido el orden p es necesario determinar los parámetros a_k y g_k . Además, p hace alusión al rango de frecuencias de estudio. Además, la Ecuación 3.55 se refiere a la respuesta del sistema externo ante la excitación aplicada mediante la fuente de voltaje en el nodo frontera. Debido a que es necesario excitar todos los modos del sistema, es importante definir el rango de frecuencias de estudio, lo cual implica una reducción en el tiempo de análisis, por

lo que el método iterativo para determinar los parámetros del sistema, así como el error RMS es:

$$e_{rms} = \frac{1}{(N-p)} \sqrt{\sum_{k=p+1}^N (i(k\Delta t) - \hat{i}(k\Delta t))^2} \quad (3.56)$$

donde:

N = Número total de pasos de integración

$i(k\Delta t)$ = corriente inyectada en el nodo frontera en el tiempo y muestra $k\Delta t$.

$\hat{i}(k\Delta t)$ = corriente inyectada en el nodo frontera estimada en el tiempo y muestra $k\Delta t$.

Para poder realizar la estimación es necesario desconectar el área de estudio del sistema externo, apagar todas las fuentes en el sistema externo y por último conectar una fuente de voltaje con una señal periódica multiseno. Una vez realizadas las acciones anteriores, es posible simular el sistema. Primero se inyecta la señal en el nodo frontera, una vez con ello, se analiza la respuesta del sistema. A través de los datos obtenidos de la respuesta del sistema se emplea el método de mínimos cuadrados para realizar la estimación de los parámetros a_k y g_k . Se sustituyen los parámetros determinados en la función del sistema; el proceso iterativo continúa hasta que el error rms es menor o igual al error preestablecido. Para incluir los términos pasados en la estimación, es necesario reescribir la Ecuación 3.55:

$$i(t) + g_0 \cdot v(t) + \sum_{k=1}^p [g_k \cdot v(t - k\Delta t) - a_k i(t - k\Delta t)] = g_0 \cdot v(t) + h \quad (3.57)$$

La Ecuación 3.57 se refiere al caso de un equivalente monofásico, según se muestra en la Figura 3.11. El equivalente polifásico se expresa de la siguiente manera:

$$I(t) = G_0 \cdot v(t) + \sum_{k=1}^p [G_k V(t - k\Delta t) - A_{ki} I(t - k\Delta t)] = G_0 \cdot V(t) + H \quad (3.58)$$

donde:

$I^T(t) = [i_a(t) i_b(t) i_c(t) \dots]$, Vector M de corrientes de fase.

$V^T(t) = [v_a(t)v_b(t)v_c(t)...]$, Vector M de voltajes de fase.

$H^T = [h_a(t)h_b(t)h_c(t)...]$, Vector M de términos pasados.

$G_i, A_i = M \times M$, Matriz de coeficientes para $i = 0, 1, 2, \dots, p$

M = Número de fases

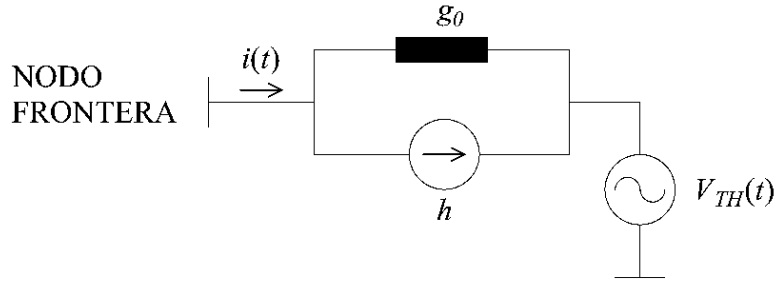


Figura 3.11 Sistema reducido mediante equivalente [Abur y Singh 1993].

Con el fin de simplificar la Ecuación 3.58 se considera que el sistema externo es completamente balanceado. La matriz de coeficientes G_i, A_i tiene la forma:

$$\begin{pmatrix} s & m & m \\ m & s & m \\ m & m & s \end{pmatrix} \quad (3.59)$$

Donde s y m son los coeficientes G_i y A_i simplificados como una matriz balanceada y transpuesta. Para diagonalizar la Ecuación 3.58 es necesario utilizar la Transformada de Clarke [Abur y Singh 1993], por lo que se obtiene $[T]$:

$$[T] = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & \sqrt{2} & 0 \\ 1 & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \\ 1 & -\frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = [T^T]^{-1} \quad (3.60)$$

Los voltajes y corrientes modales son:

$$V = T.V_{\text{mode}} \quad (3.61)$$

$$I = T.I_{\text{mode}} \quad (3.62)$$

donde:

$$I_{\text{mode}}^T = [i_0, i_\alpha, i_\beta]$$

$$V_{\text{mode}}^T = [v_0, v_\alpha, v_\beta]$$

Sustituyendo las Ecuaciones 3.61 y 3.62 en 3.58y premultiplicando por $[T^T]$, se obtienen las ecuaciones de los modos desacoplados:

$$I_0(t) = g_{0,\text{mode}-0}.v_0(t) + h_{\text{mode}-0} \quad (3.63)$$

$$I_\alpha(t) = g_{0,\text{mode}-\alpha}.v_\alpha(t) + h_{\text{mode}-\alpha} \quad (3.64)$$

$$I_\beta(t) = g_{0,\text{mode}-\beta}.v_\beta(t) + h_{\text{mode}-\beta} \quad (3.65)$$

donde:

$$T^T G_i T = \text{diag}[g_{i,\text{mode}-0}, g_{i,\text{mode}-\alpha}, g_{i,\text{mode}-\beta}], i = 0, 1, 2, \dots, p.$$

$$T^T A_i T = \text{diag}[a_{i,\text{mode}-0}, a_{i,\text{mode}-\alpha}, a_{i,\text{mode}-\beta}] i = 0, 1, 2, \dots, p.$$

$$T^T H = [h_{\text{mode}-0}, h_{\text{mode}-\alpha}, h_{\text{mode}-\beta}]^T$$

g y a = coeficientes del sistema

h = términos históricos

mientras que los modos estimados con los valores pasados son:

$$h_{\text{mode}-0} = \sum_{k=1}^p g_{k,\text{mode}-0} v_0(t-k\Delta t) - a_{k,\text{mode}-0} i_0(t-k\Delta t) \quad (3.66)$$

$$h_{\text{mode}-\alpha} = \sum_{k=1}^p g_{k,\text{mode}-\alpha} v_{\alpha}(t-k\Delta t) - a_{k,\text{mode}-\alpha} i_{\alpha}(t-k\Delta t) \quad (3.67)$$

$$h_{\text{mode}-\beta} = \sum_{k=1}^p g_{k,\text{mode}-\beta} v_{\beta}(t-k\Delta t) - a_{k,\text{mode}-\beta} i_{\beta}(t-k\Delta t) \quad (3.68)$$

Por último, es necesario excitar la fase α del sistema externo en el nodo frontera con el fin de excitar todos los nodos del sistema, posteriormente se obtienen los vectores I y V en tiempo discreto, por lo que es necesario transformarlos para obtener I_{mode}^T y V_{mode}^T . Por último, es necesario estudiar cada uno de los modos por separado y determinar el equivalente correspondiente para incluirlo en el sistema original y así poder evaluarlo.

3.3.2 Método de función racional en el dominio z

En [Verduzco *et al.* 2023] se propone una metodología para determinar las resonancias serie y paralelo mediante equivalentes dinámicos dependientes de frecuencia. La determinación del equivalente se efectúa mediante una función racional en el dominio z , para posteriormente realizar la estimación de parámetros mediante método de mínimos cuadrados recursivos.

La respuesta a la frecuencia de un sistema eléctrico de potencia puede caracterizarse a partir de la matriz de admitancia nodal, lo cual brinda la ventaja de evaluar el desempeño del sistema a distintas frecuencias de interés. La matriz de admitancia nodal se expresa como:

$$I_f = Y_f V_f \quad (3.69)$$

Donde I_f corresponde al vector de corrientes nodales en la frecuencia f , V_f es el vector de voltajes nodales a frecuencia f y Y_f representa la matriz de admitancias a la frecuencia f , mientras que la inversa de Y_f es la matriz de impedancias Z_f . Las admitancias de punto de conducción se encuentran en los elementos diagonales de Y_f , mientras que para el caso de Z_f

los elementos diagonales reciben el nombre de impedancias de punto de conducción. Si bien la señal real puede ser determinada a partir del análisis nodal que se muestra en la Ecuación 3.69, el autor define la señal real a partir del bloque chirp signal de Simulink.

El análisis de la respuesta a la frecuencia permite detectar resonancias serie y paralelo, ya que la respuesta de frecuencia observada desde un nodo particular es capaz de identificar los picos y valles de admitancia, donde los picos de admitancia representan una resonancia paralelo mientras que los valles de admitancia una resonancia serie.

La utilidad del análisis de la respuesta de frecuencia parte de la necesidad de comprobar con mayor detalle que el comportamiento del modelo FDNE estimado reproduce fielmente la admitancia del sistema original dentro del rango de frecuencias de interés. Al mantener las características de la respuesta en frecuencia desde cualquier terminal del sistema completo, el modelo FDNE asegura una aproximación adecuada.

La determinación de un modelo de orden reducido mediante un FDNE es posible a través de una función racional. En este caso se utiliza una función racional en el dominio z de la forma:

$$Y(z) = \frac{I(z)}{V(z)} = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_n z^{-n}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_n z^{-n}} \quad (3.70)$$

donde:

$y(z)$ = admitancia dependiente de la frecuencia en el nodo frontera

$V(z)$ = señal de excitación de voltaje

$I(z)$ = respuesta de corriente de salida

z = operador de tiempo discreto

a = coeficiente desconocido del denominador

b = coeficiente desconocido del numerador

n = el orden de la función de transferencia

Por lo que transformando la Ecuación 3.70 al tiempo discreto se obtiene:

$$I(z) = -I(z)(a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_n z^{-n}) + (b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_n z^{-n})V(z) \quad (3.71)$$

$$i(t) = -a_1 i(t - \Delta t) - a_2 i(t - 2\Delta t) - \dots - a_n i(t - n\Delta t) + b_1 v(t - \Delta t) + b_2 v(t - 2\Delta t) + \dots + b_n v(t - n\Delta t) \quad (3.72)$$

Donde:

$i(t)$ = en el instante de tiempo t depende de las muestras previas de entradas y salidas

$t = k\Delta t$

k = k-ésima muestra

Δt = paso de tiempo

El procedimiento de identificación de parámetros en el dominio del tiempo se utiliza para determinar los coeficientes de la función racional definida en la Ecuación 3.70. Dicha identificación tiene como propósito la obtención de una aproximación de la admitancia dependiente de la frecuencia observada desde un nodo particular.

La adquisición de datos en el dominio del tiempo se realiza a partir de la medición de las respuestas de entrada y salida del nodo elegido, dicho nodo se elige de manera aleatoria. A partir de una señal multiseno conectada al nodo de estudio como una fuente de voltaje constante a frecuencia variable aplicada como entrada al sistema, se formulan las ecuaciones en espacio de estados. Para su resolución se utiliza el método de Runge-Kutta de cuarto orden, descrito a detalle en el Apéndice A, obteniéndose como salida la corriente del nodo evaluado.

La señal multiseno se compone de múltiples ondas sinusoidales, con fase optimizada y amplitud ajustable, es decir:

$$x_f(t) = \sum_{k=1}^{M_f} A_k \sin(2\pi f_k t + \alpha_k) \quad (3.73)$$

para:

$$f_k = \frac{l_k}{T} \quad (3.74)$$

$$\alpha_m = \alpha_1 - \frac{m(m-1)}{M_f} \pi \quad (3.75)$$

Para $m = 2, \dots, M_f$

donde A_k representa la amplitud, f_k la frecuencia, l_k es un número entero y α_k la fase de la k -ésima componente y M_f corresponde al número total de componentes de frecuencia. Es necesario configurar la señal de excitación para poder hacer la simulación, se requiere configurar el tiempo máximo T_{max} así como el paso de tiempo Δ_t , los cuales se calculan como:

$$T_{max} = \frac{1}{\Delta f} = \frac{M_f}{f_{max}} \quad (3.76)$$

Donde Δ_f se refiere al paso de frecuencia y f_{max} es la frecuencia máxima. Δ_t debe cumplir con el criterio de Nyquist, es decir que $\Delta_t = 1/K_1 f_{max}$ con $K_1 > 2$ donde K [Abur y Singh 1993].

La estimación de los parámetros de la funcional racional mostrada en la Ecuación 3.70 se realiza mediante el método de mínimos cuadrados recursivos (RLS por sus siglas en inglés) el cual se describe a detalle en el Apéndice B. Con el objetivo de asegurar la precisión en la estimación de los parámetros, es necesario evaluar la función racional mediante el error cuadrático medio (MSE por sus siglas en inglés) el cual se expresa como:

$$e_{rms} = \frac{1}{N-n} \sqrt{\sum_{k=n+1}^N [i(k\Delta t) - \hat{i}(k\Delta t)]^2} \quad (3.77)$$

donde

$i(k\Delta t)$ = corriente inyectada en el nodo en el instante $k\Delta t$.

$\hat{i}(k\Delta t)$ = corriente inyectada del modelo estimado $k\Delta t$.

N = número total de muestras

El funcionamiento del modelo es satisfactorio si cumple con la condición:

$$e_{rms} \leq e \quad (3.78)$$

donde e se refiere al umbral determinado. En el caso en que la condición no se cumple, se repite el proceso de estimación con un modelo de mayor orden.

Es decir, la metodología propuesta en [Verduzco *et al.* 2023] se representa en el siguiente diagrama de flujo en la Figura 3.12:

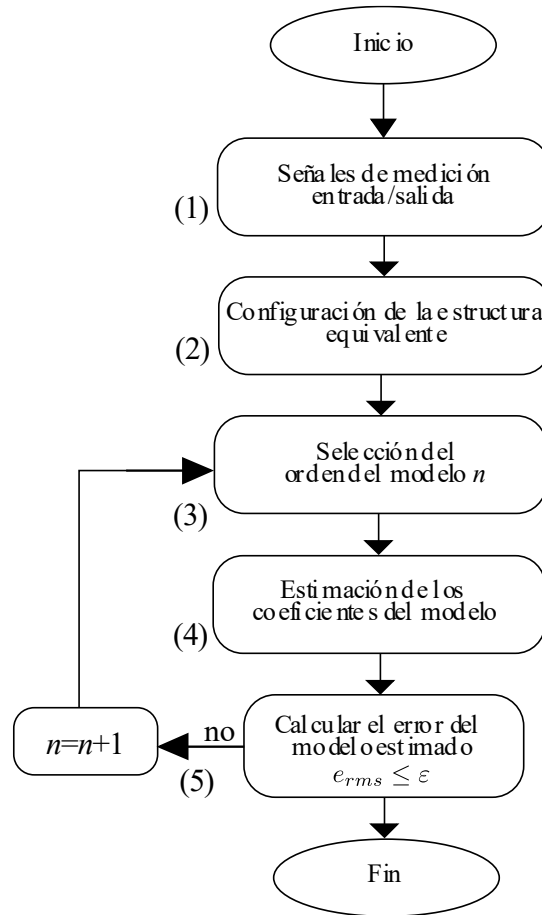


Figura 3.12 Diagrama de flujo método [Verduzco *et al.* 2023].

3.3.2 Modelo implementado

El objetivo del FDNE radica en que, al aplicar cualquier excitación, su respuesta sea equivalente a la del sistema real en el rango de frecuencias de estudio. La definición correcta de la señal de excitación, en este caso una señal multiseno con un espectro de amplitud plana y varias líneas espectrales distribuidas uniformemente en el ancho de banda resulta de vital importancia para la determinación del FDNE. Si la señal multiseno no incluye todas las frecuencias relevantes (hasta la frecuencia máxima f_{max}) el modelo no será capaz de capturar las resonancias o variaciones de impedancia del sistema real. Para realizar la simulación es

necesario configurar la duración total del T_{max} y el paso de tiempo Δ_t como se muestra en la Ecuación 3.73.

En esta investigación se emplea el bloque chirp signal del simulador Simulink para generar la señal multiseno de amplitud 1. Dicho bloque consta de 3 parámetros por definir:

- Frecuencia inicial= 0.01 Hz.
- Tiempo objetivo: es igual a T_{max} , el cual se obtiene de acuerdo con la Ecuación 3.76 $T_{max} = M_f / f_{max}$, donde M_f define el número de muestras de frecuencia y se establece con un valor $M_f = 2000$; mientras que la frecuencia máxima $f_{max} = 4000$; por lo que $T_{max}=0.5$.
- Frecuencia máxima: definida en el paso anterior como $f_{max} = 4000$, esta determina la anchura de banda de la señal, es decir que al aumentar f_{max} la señal multiseno contendrá componentes de frecuencia más altas.

En el algoritmo empleado en Matlab para la definición de la señal multiseno se establece el paso de frecuencia, el cual se expresa como $\Delta_f = 1/T_{max} = 2$ y el paso de tiempo:

$$\Delta_t = \frac{1}{K_1 f_{max}} = \frac{1}{5 f_{max}} \quad (3.79)$$

Se hace particular énfasis en la expresión anterior porque de acuerdo con lo establecido en [Verduzco *et al.* 2023] el paso de tiempo empleado es igual a:

$$\Delta_t = \frac{1}{K_1 f_{max}} = \frac{1}{8 f_{max}} \quad (3.80)$$

El factor de sobre/muestreo de Nyquist disminuye de 8 a 5, lo cual se traduce en menos muestras por ciclo. El sistema genera menos muestras totales, lo que se traduce en un menor costo computacional. Sin embargo, esta condición puede provocar una estimación sesgada de los parámetros debido a que la información puede ser insuficiente por lo que es necesario buscar alternativas que compensen la disminución de muestras.

De acuerdo con lo anterior, resulta conveniente aumentar el valor inicial de la matriz de covarianza. En este caso se propone un valor escalar para la matriz de covarianza de 1×10^9

el cual multiplica a la matriz de covarianza definida como una matriz identidad de tamaño (2 x número de orden de la función de transferencia). En el caso de [Verduzco *et al.* 2023] se propone un valor escalar de 1×10^6 .

Cuando se asigna una covarianza más grande, el algoritmo muestra un nivel de incertidumbre más alto en relación con los parámetros; en otras palabras, tiene poca confianza en los parámetros iniciales, lo que quiere decir que está preparado para cambiarlos con rapidez cuando recibe nuevos datos. Asimismo, la covarianza en aumento posibilita una investigación más extensa del espacio de soluciones.

En este contexto, la covarianza funciona como un elemento de ajuste que mejora la aptitud del algoritmo para aprender frente a la pérdida de muestras, lo cual propicia una convergencia más veloz y disminuye el sesgo en la estimación [Welch y Bishop 2006].

Por último, en el contexto de la programación del método de mínimos cuadrados recursivos en el simulador Simulink, el contador auxiliar de programación utilizado que sincroniza los índices de almacenamiento de los vectores y matrices empleados en la estimación como el vector de parámetros estimados $\hat{\theta}_k$, el error de $e(k)$, actúa como índice de referencia que marca el punto de inicio de la estimación.

Se propone una inicialización distinta de cero, en particular se encontró un valor óptimo de 3 para los cuatro casos de estudio que se muestran en el Capítulo 4. Este valor arbitrario fue definido a partir de la observación de la respuesta del algoritmo en múltiples simulaciones, en las cuales se obtenía una mejor respuesta al inicializar el método de mínimos cuadrados recursivos con un valor distinto de cero.

Es decir, la interacción de las 3 modificaciones empleadas para la determinación de la respuesta a la frecuencia mediante un FDNE se traduce en que al reducir número de muestras disponibles puede ralentizar la convergencia del estimador debido a la pérdida de información espectral, para contrarrestarlo se aumentó la covarianza inicial, lo cual permitió incrementar la sensibilidad del algoritmo, además la inicialización distinta de cero permitió acelerar la convergencia.

3.4 Conclusiones

A lo largo de este capítulo se han descrito diversos métodos para la determinación de equivalentes dependientes de frecuencia, tanto en el dominio del tiempo como en el de la frecuencia, así como de manera concisa los sistemas híbridos tiempo-frecuencia. Es importante hacer notar que cada una de las metodologías están asociadas con ventajas y desventajas.

Los métodos en el dominio del tiempo representan una opción adecuada para estudios de estabilidad transitoria, ya que permiten analizar con mayor precisión la evolución temporal de las señales. Por otra parte, los métodos en el dominio de la frecuencia permiten un análisis más simplificado, el cual proporciona una ventaja computacional significativa considerando las dimensiones de los sistemas eléctricos actuales. Los estudios en el dominio de la frecuencia son adecuados en aplicaciones de calidad de la energía, ya que son capaces de capturar las características armónicas y de resonancia del sistema.

Por todo lo anterior, resulta evidente que la elección de un método determinado para la obtención de equivalentes debe partir de la definición concreta del estudio que se desea realizar a partir de las particularidades del sistema de estudio, así como las herramientas computacionales disponibles.

Capítulo 4

Casos de estudio

4.1 Introducción

En los capítulos anteriores se ha hecho énfasis en la necesidad de simulaciones más rápidas y eficientes que permitan conocer el estado de los sistemas eléctricos de potencia, ya sea en su evolución temporal o ante diversas situaciones propias de los fenómenos eléctricos. Los progresos logrados para la representación y solución digital de redes eléctricas de potencia han representado una ventana de oportunidad inmensa para su análisis bajo condiciones de operación en estado estacionario y estado transitorio, respectivamente. Los sistemas eléctricos también han crecido en complejidad por lo que para su adecuado análisis y estudio se ha requerido del desarrollo de mejores métodos de simulación.

Analizando el método propuesto por [Verduzco *et al.* 2023] se observa que es capaz de reproducir de manera fiel la respuesta a la frecuencia del sistema real mediante el FDNE. No obstante, la principal limitación radica en el elevado costo computacional requerido para la determinación del equivalente, debido al orden elevado de la función de transferencia empleada.

En este capítulo se implementa un modelo que es capaz de reducir el costo computacional, disminuyendo el orden de la función racional a partir de un aumento del paso de tiempo Δ_t de la señal multiseno, acompañada de un mejor condicionamiento del método de mínimos cuadrados recursivos mediante el aumento de la covarianza y la inicialización del método fuera de la región plana, es decir diferente de cero. Todo lo anterior sin comprometer la estimación de la respuesta real.

4.2 Sistema de la Isla Sur de Nueva Zelanda

El primer caso de estudio consta de un sistema de 4 buses, con dos generadores conectados al nodo M220 y un tercero en el nodo R220. La red cuenta con tres cargas distribuidas en los nodos T220 (9.6 MW), I220 (2.7 MW) y R220(1.7 MW), respectivamente, según se muestra en la Figura 4.1. Los datos de la red de la Isla Sur de Nueva Zelanda se muestran a detalle en el Apéndice C.

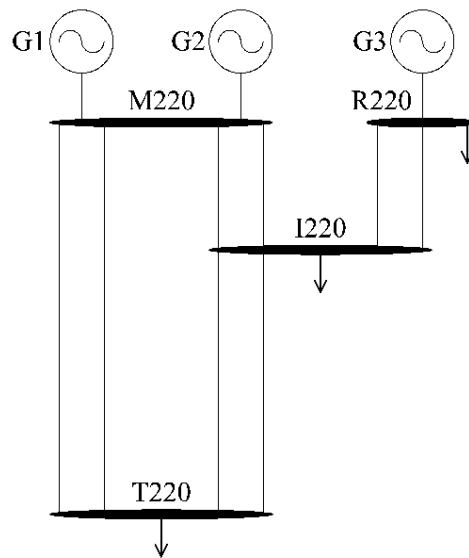


Figura 4.1 Red de prueba de la Isla Sur de Nueva Zelanda.

El proceso de determinación del FDNE, sigue los pasos propuestos por [Verduzco *et al.* 2023]. Si bien la metodología mencionada obtiene estimaciones bastante aproximadas al caso real o de referencia, el problema radica en que el costo computacional empleado es muy grande, aproximadamente de 220 segundos para el caso de la red de prueba de la Isla Sur de Nueva Zelanda debido a que utiliza ordenes muy elevados de su función de transferencia, del orden de 100. La metodología propuesta mediante el aumento de Δ_t , el aumento de la covarianza y la inicialización distinta de cero permiten obtener una estimación precisa con un orden de la función de transferencia menor.

El análisis de la respuesta a la frecuencia se realiza desde los nodos T220 y M220; en ellos se obtiene la admitancia con una fuente de voltaje constante a frecuencia variable en un rango

de 1 a 2500 Hz con un paso de 1 Hz. En las Figuras 4.2 y 4.3 se muestran los resultados obtenidos; la línea continua representa la respuesta original de la red eléctrica, mientras que la punteada es la obtenida mediante el FDNE. Observe que la respuesta obtenida con el método basado en [Verduzco *et al.* 2023] acompañado con las aportaciones propuestas en la presente investigación, reproduce fielmente la respuesta del sistema en magnitud y frecuencia para el análisis realizado desde el Bus M220, las resonancias paralelo se presentan a 330 Hz y 470 Hz, respectivamente. Las magnitudes de la impedancia son 5000 Ω y 650 Ω , respectivamente, mientras que las estimadas son 4985 Ω y 650 Ω , respectivamente, lo cual representa un error de 0.3% y 0%, así como un mínimo error cuadrático a lo largo de la simulación de $2.5316 \times 10^{-4}\%$, respectivamente. El tiempo de CPU asociado fue de 131 segundos.

Tabla 1. Magnitud y error de valor real contra estimación vista desde nodo M220

Magnitud impedancia vista desde Bus M220		
Actual	Estimación	%Error
5000 Ω	4985 Ω	0.3%
650 Ω	650 Ω	0%

En la Figura 4.2 y 4.3 se muestra la magnitud de la respuesta a la frecuencia y la fase de la respuesta a la frecuencia respectivamente.

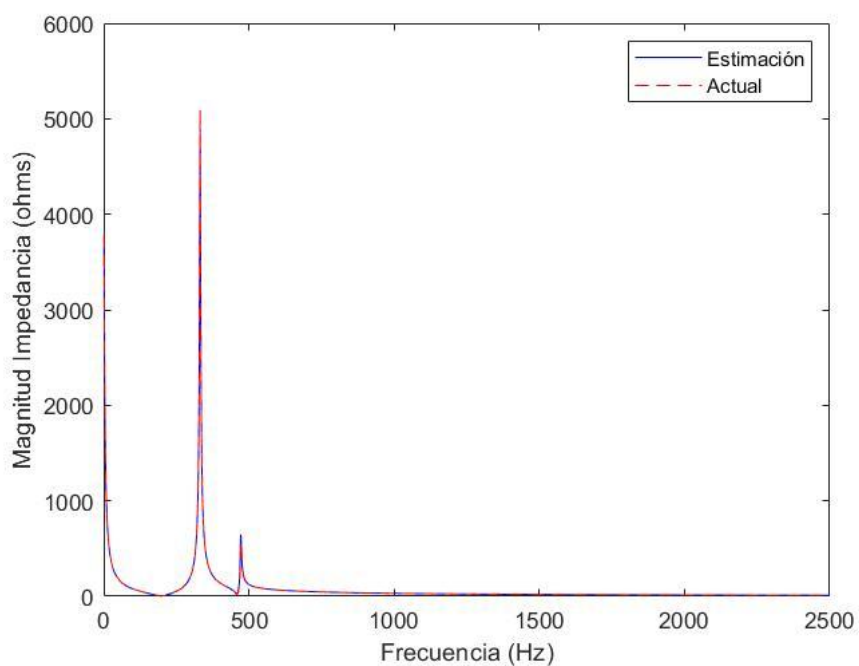


Figura 4.2 Magnitud de la respuesta a la frecuencia vista desde el nodo M220

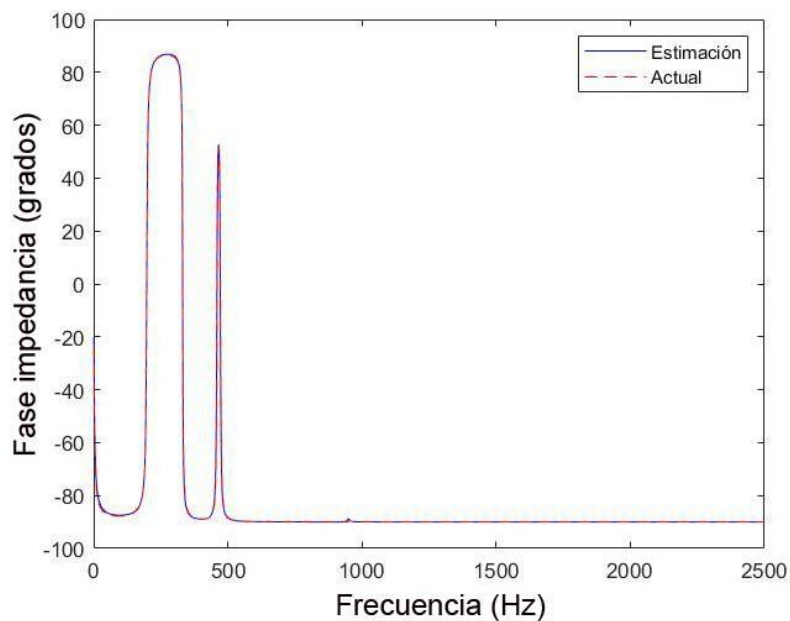


Figura 4.3 Fase de la respuesta a la frecuencia vista desde el nodo M220.

El estudio realizado desde el Bus T220 de la red de prueba de la Isla Sur de Nueva Zelanda, muestra como las resonancias paralelo se presentan a 330 Hz, 470 Hz y 950 Hz,

respectivamente. Las magnitudes de la impedancia son 406 Ω , 2236 Ω y 3700 Ω , respectivamente, mientras que las estimadas son 402 Ω , 2132 Ω y 3566 Ω , respectivamente, lo cual representa un error de 0.98%, 4.65% y 3.89%, así como un mínimo error cuadrático en el total de la simulación de 0.0163%, respectivamente. El tiempo requerido para obtener la estimación, fue de 177 segundos.

Tabla 2. Magnitud y error de valor real contra estimación vista desde nodo T220.

Magnitud impedancia Bus T220		
Actual	Estimación	%Error
406 Ω	402 Ω	0.98%
2236 Ω	2132 Ω	4.65%
3700 Ω	3566 Ω	3.89%

En la Figura 4.4 y 4.5 se muestra la magnitud de la respuesta a la frecuencia y la fase de la respuesta a la frecuencia respectivamente.

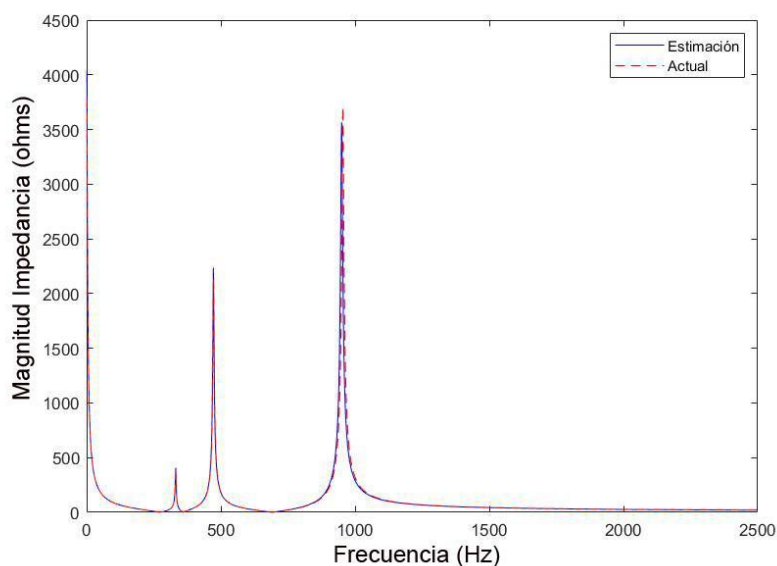


Figura 4.4 Magnitud de la respuesta a la frecuencia desde el nodo T220.

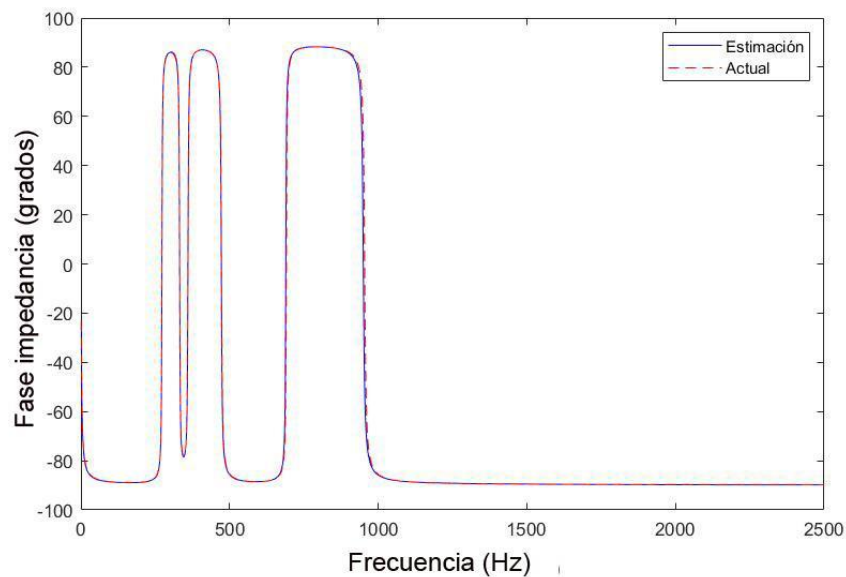


Figura 4.5 Fase de la respuesta a la frecuencia desde el nodo T220.

En la Tabla 3 se muestra se muestra el orden empleado para la estimación, así como el mínimo error cuadrático:

Tabla 3 Orden y MSE analizado desde bus M220 y T220.

BUS	Orden	MSE Magnitud	MSE Fase
M220	47	1.2e03	6.2993e-04
T220	67	2.5316e03	0.0163

Con fines comparativos se muestran las estimaciones publicadas en [Verduzco *et al.* 2023], en la Figura 4.6 se muestra la gráfica de la magnitud y fase de la impedancia obtenida mediante el FDNE mientras que en la Tabla 4 se reportan los órdenes de la función racional empleada para realizar la estimación, así como el mínimo error cuadrático de la estimación de la magnitud y la fase. Estos resultados sirven como referencia para comparar el desempeño de la metodología propuesta en esta tesis.

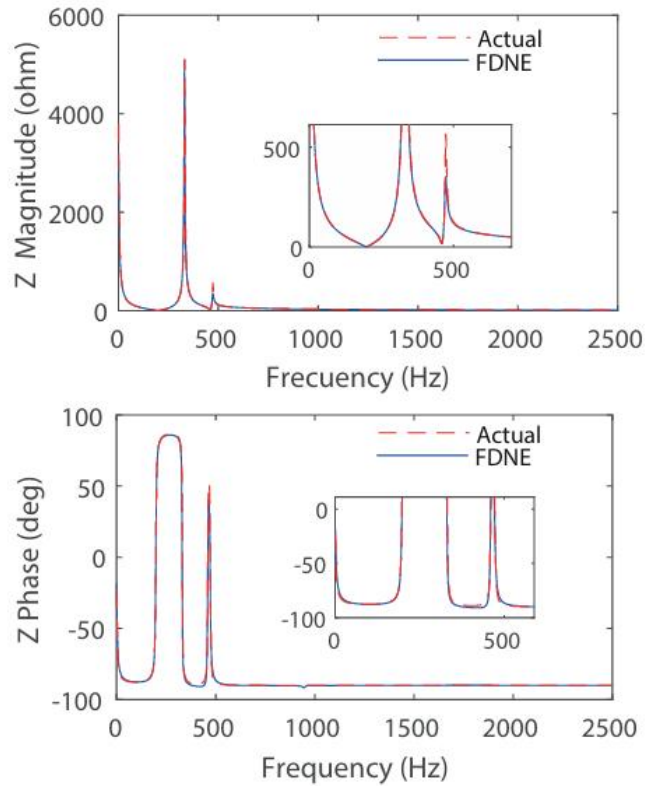


Figura 4.6 Respuesta a la frecuencia vista desde el nodo M220 en [Verduzco et al. 2023].

Tabla 4. Orden y MSE analizado desde bus M220 y T220 [Verduzco et al. 2023].

BUS	Orden	MSE Magnitud	MSE Fase
M220	100	9.5566e-4	0.0048
T220	90	1.6805e-6	0.0012

Partiendo del análisis de los datos presentados en ambos casos se puede apreciar cómo es que para el caso del FDNE en el Bus M220, en la metodología propuesta se requiere un orden menor a la mitad del empleado en [Verduzco et al. 2023] en términos de tiempo no es posible realizar la comparativa debido a que [Verduzco et al. 2023] no especifica el tiempo de cómputo empleado. Mientras en [Verduzco et al. 2023] se requiere emplear una función racional de orden 100, en esta investigación en el caso visto desde el nodo M220 es a través de una función racional de orden 47. Si bien para el caso desde el Bus T220, la diferencia no es tan pronunciada, la disminución es significativa pues de utilizar una función de transferencia de orden 90, el método propuesto requiere una de orden 67, con una aproximación de la señal original bastante apegada a la real.

Para obtener las reducciones del orden de la función racional, los esfuerzos fueron concentrados en definir de manera adecuada la señal multiseno de excitación y en la optimización del método de mínimos cuadrados recursivos, ya que a lo largo de observación, experimentación y análisis minucioso se pudo apreciar cómo es que la estimación cambiaba a partir de diversos factores. Como es de esperarse, el paso de tiempo Δ_t juega un papel crucial en la definición de la señal multiseno, puesto que de él depende en gran medida el grado de detalle que se proporciona para la estimación de la magnitud y fase de la impedancia del sistema; por lo que la reducción del paso de tiempo Δ_t empleado en [Verduzco *et al.* 2023] de un valor de $\frac{1}{8f_{max}}$ al propuesto en la presente investigación de $\frac{1}{5f_{max}}$, permitió encontrar un balance entre precisión y costo computacional sin afectar la estimación de la señal real.

La optimización del método de mínimos cuadrados recursivos se efectúa mediante el aumento de la covarianza. En [Verduzco *et al.* 2023] se utiliza un valor escalar para la matriz de covarianza de 1×10^6 , lo que provoca un aumento del costo computacional; mientras que en la presente investigación se emplea una covarianza con un valor escalar de 1×10^9 , reduciendo el tiempo y costo computacional, ya que el aumento de la covarianza permite realizar muestras más dispersas y reducir el número total de iteraciones sin comprometer la estabilidad de análisis.

Por último, las observaciones obtenidas de manera empírica a través de múltiples simulaciones permitieron notar el hecho de que el sistema resultaba más sensible en las primeras iteraciones cuando los mínimos cuadrados recursivos se inician con valores diferentes de cero. Particularmente, el mejor resultado se encontró cuando el valor era igual a 3. Como se menciona anteriormente dicho valor es arbitrario ya que fue obtenido de manera empírica.

Es decir, los puntos clave de la investigación se refieren al aumento del paso de tiempo Δ_t , un valor óptimo de la covarianza y la inicialización diferente de cero de la estimación de parámetros mediante mínimos cuadrados recursivos.

4.3 Red propuesta de 5 Nodos

El segundo caso de estudio fue seleccionado con una cantidad similar de nodos, con el fin de evaluar el FDNE ante un aumento gradual del tamaño de la red de estudio, el sistema consta de 5 nodos y cuenta con 2 generadores y 5 cargas distribuidas en cada uno de los buses del sistema. Esta red propuesta se obtuvo del modelo de IEEE de 14 nodos y su composición se muestra en la Figura 4.7. En el Apéndice D se encuentran los datos de la red de 5 nodos propuesta a partir del sistema IEEE de 14 nodos [Al-Roomi 2015].

El procedimiento para la determinación de la respuesta a la frecuencia del sistema consta de las mismas consideraciones utilizadas en el estudio anterior, a excepción del rango de frecuencia, ya que se emplea un intervalo de 0 a 1000 Hz con un paso de 1 Hz. A pesar de presentarse más picos de impedancia, se muestra como la estimación es correcta y además se logra mediante un orden reducido de la función de transferencia. El primer análisis se lleva a cabo desde el nodo 5 y el segundo desde el nodo 3, los resultados se muestran en las Figuras 4.8, 4.9, 4.10 y 4.11 respectivamente:

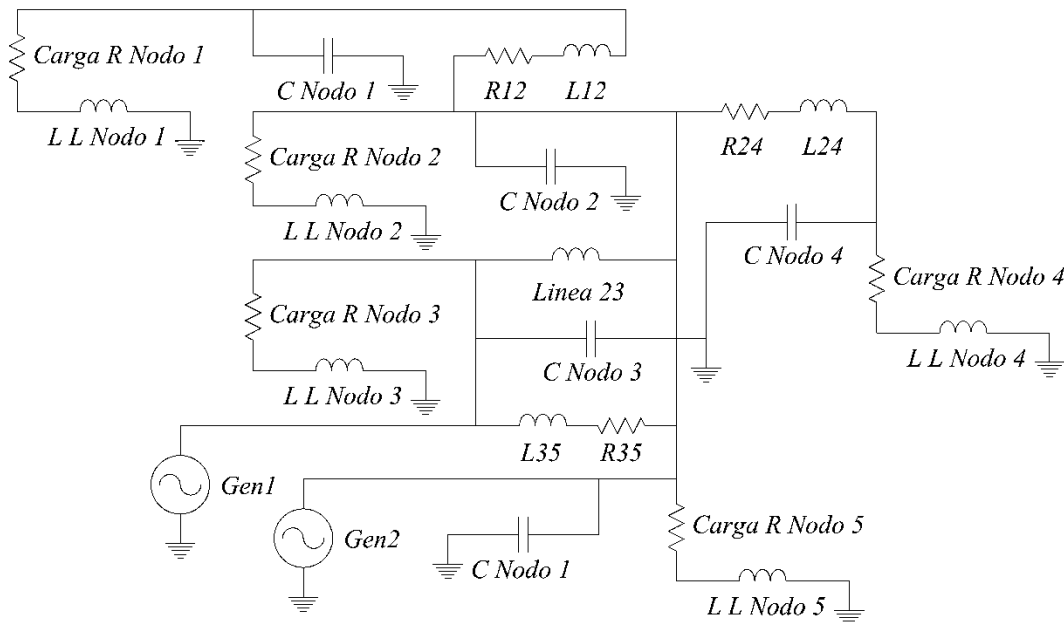


Figura 4.7 Red propuesta de 5 nodos.

Mediante el método basado en [Verduzco *et al.* 2023] así como con las aportaciones propuestas en la presente investigación, se reproduce la respuesta del sistema en frecuencia y magnitud para el caso de la red de 5 nodos, realizado desde el nodo 5. Las resonancias paralelo se presentan a 600 Hz y 700 Hz, respectivamente. Las magnitudes de la impedancia

son $0.117 \, \Omega$ y $0.025 \, \Omega$, respectivamente, mientras que las estimadas son $0.108 \, \Omega$ y $0.021 \, \Omega$, respectivamente, se reporta un error de 7.69% y 16%, así como un mínimo error cuadrático a lo largo de la simulación de $2.7418 \times 10^{-4} \, \%$, respectivamente. El tiempo de cómputo empleado fue de 155.2 segundos.

Tabla 5. Magnitud y error de valor real contra estimación vista desde nodo 5.

Magnitud impedancia vista desde Nodo 5		
Actual	Estimación	%Error
$0.017 \, \Omega$	$0.108 \, \Omega$	7.69%
$0.025 \, \Omega$	$0.021 \, \Omega$	16%

En la Figura 4.8 y 4.9 se muestra la magnitud de la respuesta a la frecuencia y la fase de la respuesta a la frecuencia respectivamente.

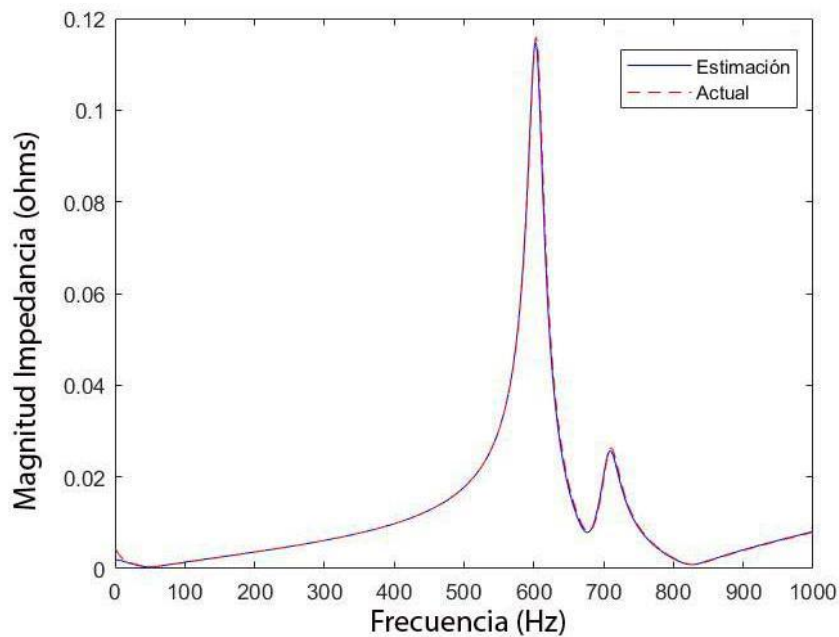


Figura 4.8 Magnitud de la respuesta a la frecuencia vista desde el nodo 5.

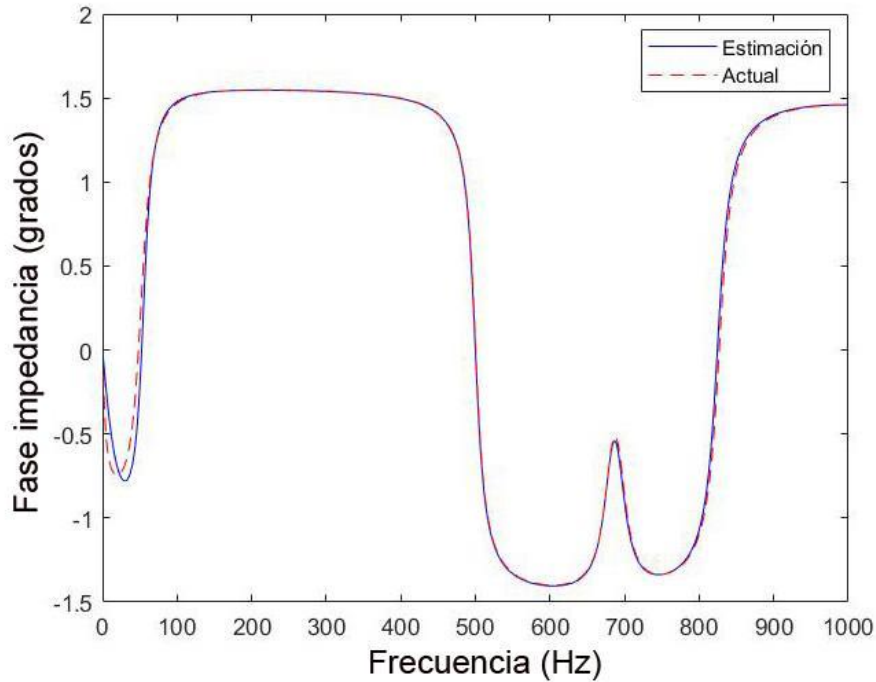


Figura 4.9 Fase de la respuesta a la frecuencia vista desde el nodo 5.

El segundo análisis efectuado en el sistema de 5 nodos, desde el nodo 3, mediante la metodología mencionada anteriormente, muestra la magnitud y frecuencia de las resonancias paralelo que aparecen a 500 y 700 Hz, respectivamente. Las magnitudes de la impedancia son $0.157 \, \Omega$ y $0.005 \, \Omega$, respectivamente, mientras que las estimadas son $0.1564 \, \Omega$ y $0.0048 \, \Omega$, respectivamente, con un error de 2.54% y 4% respectivamente, así como un mínimo error cuadrático (MSE por sus siglas en inglés) a lo largo de la estimación de $4.4893 \times 10^{-6} \, \%$. El tiempo de CPU asociado fue de 149 segundos.

Tabla 6. Magnitud y error de valor real contra estimación vista desde nodo 3.

Magnitud impedancia vista desde Nodo 3		
Actual	Estimación	%Error
$0.157 \, \Omega$	$0.005 \, \Omega$	2.54%
$0.1564 \, \Omega$	$0.0048 \, \Omega$	4%

En la Figura 4.10 y 4.11 se muestra la magnitud de la respuesta a la frecuencia y la fase de la respuesta a la frecuencia respectivamente.

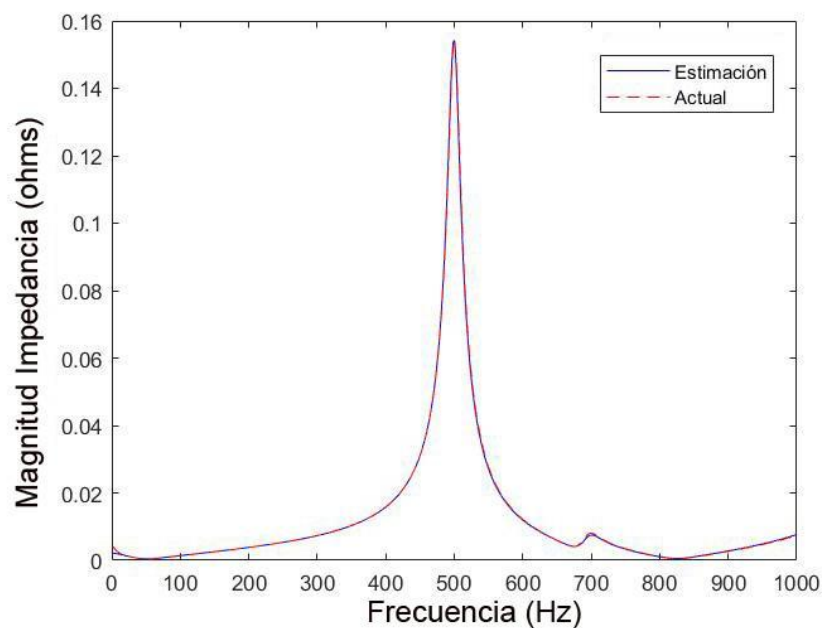


Figura 4.10 Magnitud de la respuesta a la frecuencia vista desde el nodo 3.

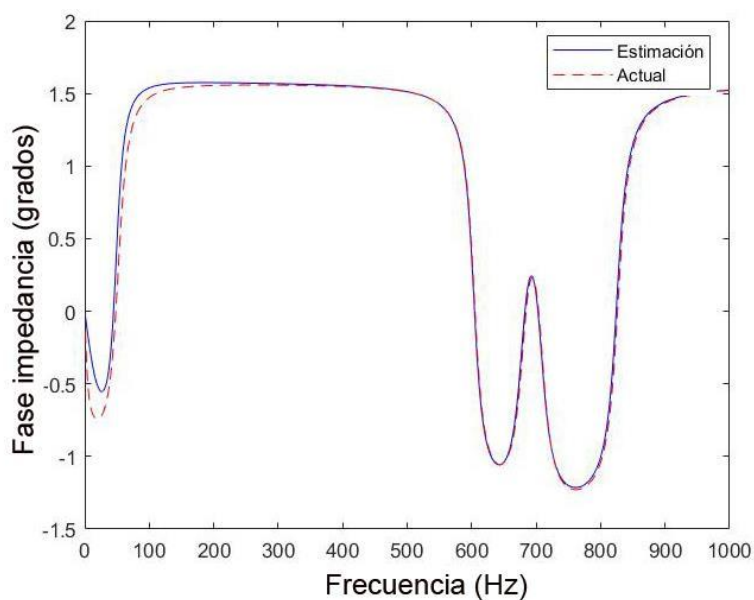


Figura 4.11 Fase de la respuesta a la frecuencia vista desde el nodo 3.

En ambos casos se puede apreciar que el funcionamiento del FDNE es idóneo puesto que es capaz de seguir con precisión el comportamiento de la respuesta original del sistema eléctrico

analizado. En la Tabla 7, se muestra el orden empleado, así como el mínimo error cuadrático de la fase y la magnitud.

Tabla 7. Orden y MSE analizado desde el nodo 3 y 5.

Bus	Orden	MSE Magnitud	MSE Fase
5	36	4.4893×10^{-6}	0.0060
3	33	2.7418×10^{-4}	0.0038

De acuerdo con los datos reportados en la Tabla 7, la respuesta estimada fue posible obtenerla con un orden de la función racional 3 veces menor que el empleado por [Verduzco *et al.* 2023], manteniendo la concordancia respecto a la señal real, además de que se trata de un sistema de mayor orden, por lo que se puede aseverar que la metodología funciona. En la siguiente sección se presenta el caso de una red de 8 nodos, obtenida a partir del sistema IEEE de 14 nodos.

4.4 Red propuesta de 8 Nodos

La red propuesta de 8 nodos, obtenida de la red IEEE consta de dos generadores conectados al nodo 4 y 5 respectivamente, además de 8 cargas distribuidas en cada uno de los 8 nodos, como se muestra en la Figura 4.12. El procedimiento para determinar el FDNE, así como el análisis de la respuesta a la frecuencia es el mismo empleado en caso de la red de 5 nodos. En el Apéndice E se encuentran los datos de la red de 5 nodos propuesta a partir del sistema IEEE de 14 nodos [Al-Roomi 2015].

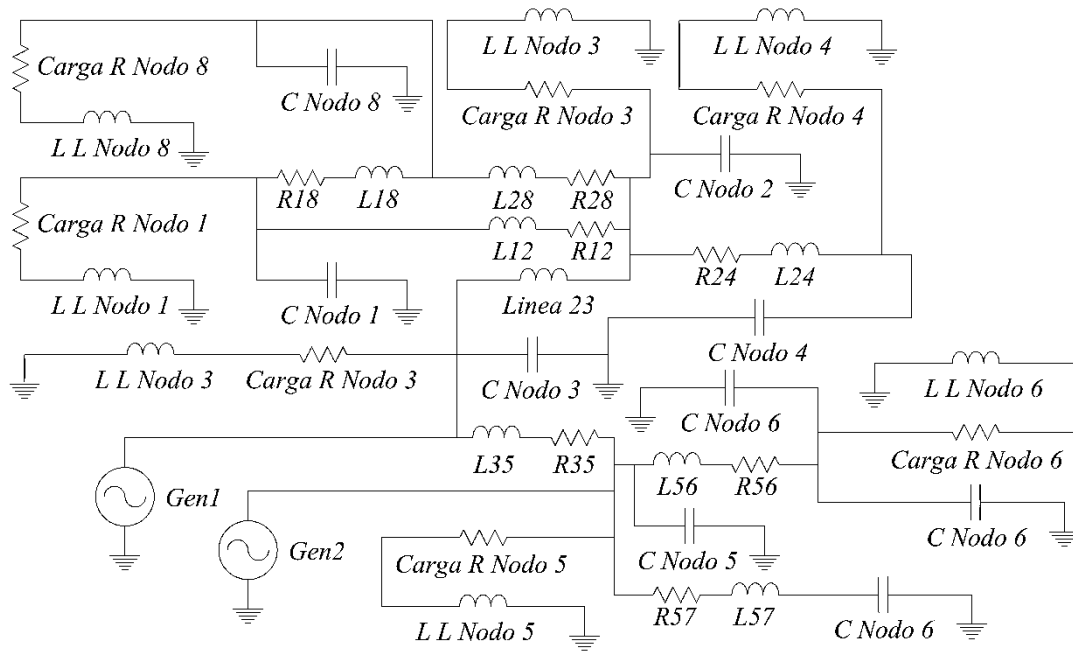


Figura 4.12 Red propuesta de 8 nodos.

El primer análisis se realiza desde el nodo 3 y el segundo desde el nodo 7, los resultados se muestran en las Figuras 4.13, 4.14, 4.15 y 4.16 respectivamente:

La respuesta del sistema en magnitud y frecuencia para el análisis realizado desde el nodo 3, de la red propuesta de 8 nodos, mediante el método basado en [Verduzco *et al.* 2023] y las aportaciones propuestas, muestra como las resonancias paralelo se presentan a 250 y 640 Hz, respectivamente. Las magnitudes de la impedancia son 0.067Ω y 0.0125Ω , respectivamente, mientras las estimadas son 0.068Ω y 0.012Ω , respectivamente, lo cual arroja un error de 1.49% y 4%, así como un mínimo error cuadrático (MSE) en la totalidad de la simulación de $2.9906 \times 10^{-6} \%$. El tiempo de CPU requerido fue de 138 segundos.

Tabla 8. Magnitud y error de valor real contra estimación vista desde nodo 3.

Magnitud impedancia viste desde Nodo 3		
Actual	Estimación	%Error
0.067Ω	0.068Ω	1.49%
0.0125Ω	0.012Ω	4%

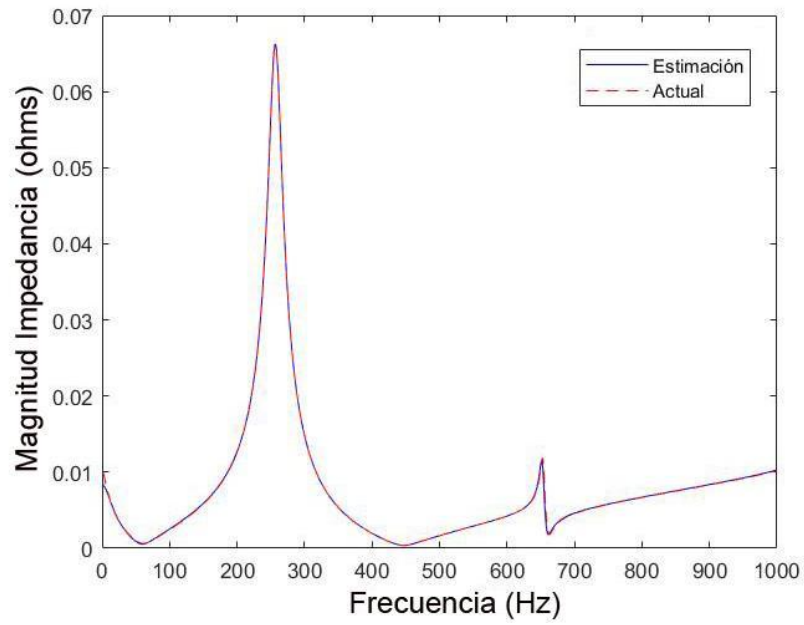


Figura 4.13 Magnitud de la respuesta a la frecuencia vista desde el nodo 3.

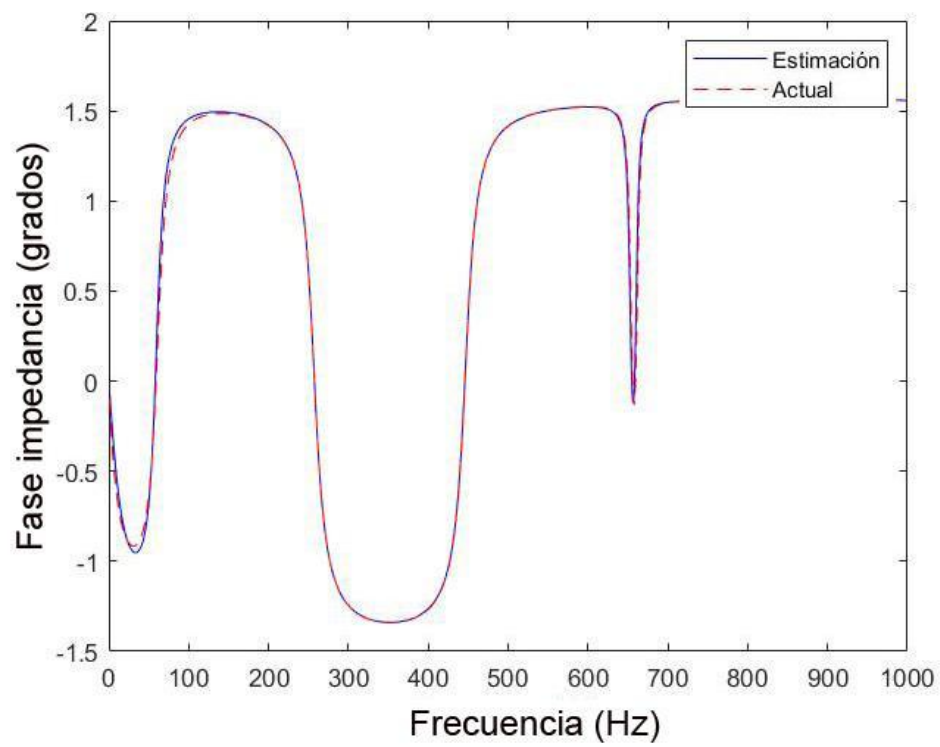


Figura 4.14 Fase de la respuesta a la frecuencia vista desde el nodo 3.

El segundo análisis efectuado en la red propuesta de 8 nodos se realiza desde el nodo 7, mediante el método propuesto en [Verduzco *et al.* 2023] y las mejoras propuestas en la presente tesis, se muestra una resonancia paralela a 210 Hz, mientras que la magnitud de la impedancia es 0.24Ω , por su parte, la magnitud estimada es 0.23Ω , la cual contiene un error de 4.16%, así como un mínimo error cuadrático global de la simulación de $5.3472 \times 10^{-6} \%$, respectivamente. El tiempo de cómputo asociado fue de 132 segundos.

Tabla 9. Magnitud y error de valor real contra estimación vista desde nodo 7.

Magnitud impedancia viste desde Nodo 7		
Actual	Estimación	%Error
0.024Ω	0.023Ω	4.16%

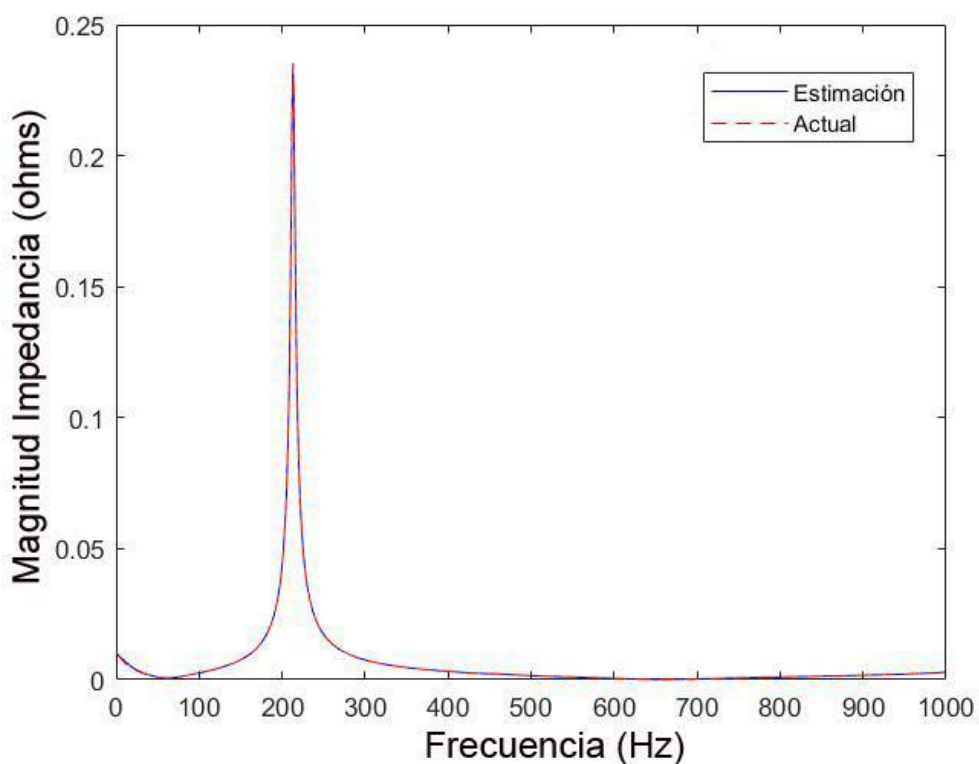


Figura 4.15 Magnitud de la respuesta a la frecuencia vista desde el nodo 7.

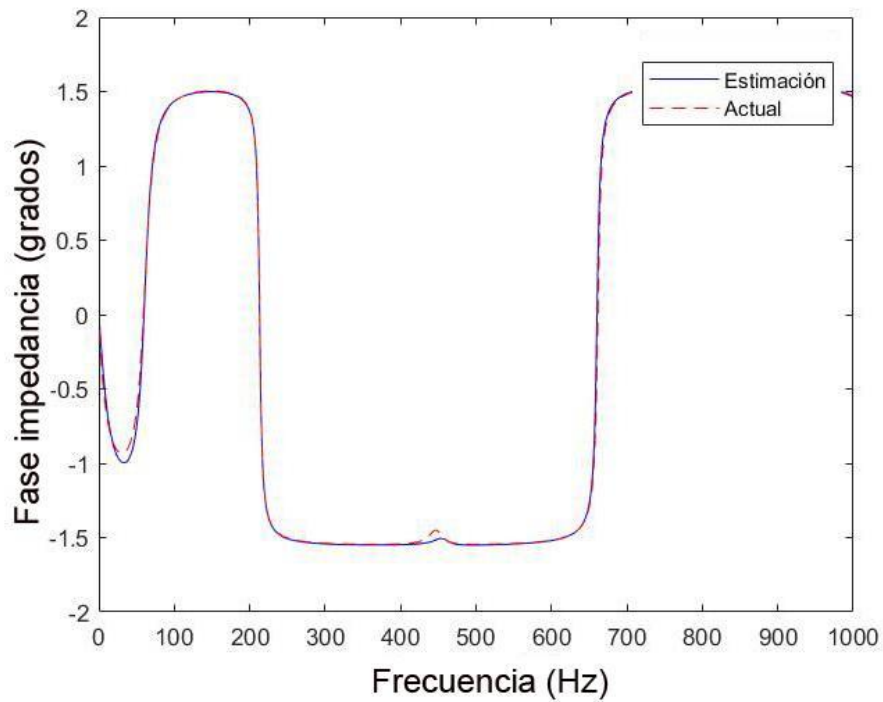


Figura 4.16 Fase de la respuesta a la frecuencia vista desde el nodo 7.

El orden de la función de transferencia empleado para la determinación de las resonancias paralelo, así como el mínimo error cuadrático se muestra a continuación:

Tabla 10. Orden y MSE analizado desde el nodo 3 y 7.

Bus	Orden	MSE Magnitud	MSE Fase
3	60	2.9906×10^{-6}	0.0153
7	33	5.3472×10^{-6}	0.0314

Si bien, los resultados obtenidos en este caso mantienen la precisión mostrada en los casos anteriores, al tratarse de un sistema del doble de magnitud del de la red del Sur de Nueva Zelanda, demuestra la eficiencia del método.

4.5 Red IEEE de 14 Nodos

El último caso de estudio se muestra la red de 14 nodos de IEEE [Al-Roomi 2015] la cual consta de dos generadores conectados a los nodos 2 y 5 respectivamente, además de 14 cargas distribuidas en cada uno de los nodos del sistema, según se muestra en la Figura 4.17. Los datos de la red se encuentran de manera detallada en el en el Apéndice F.

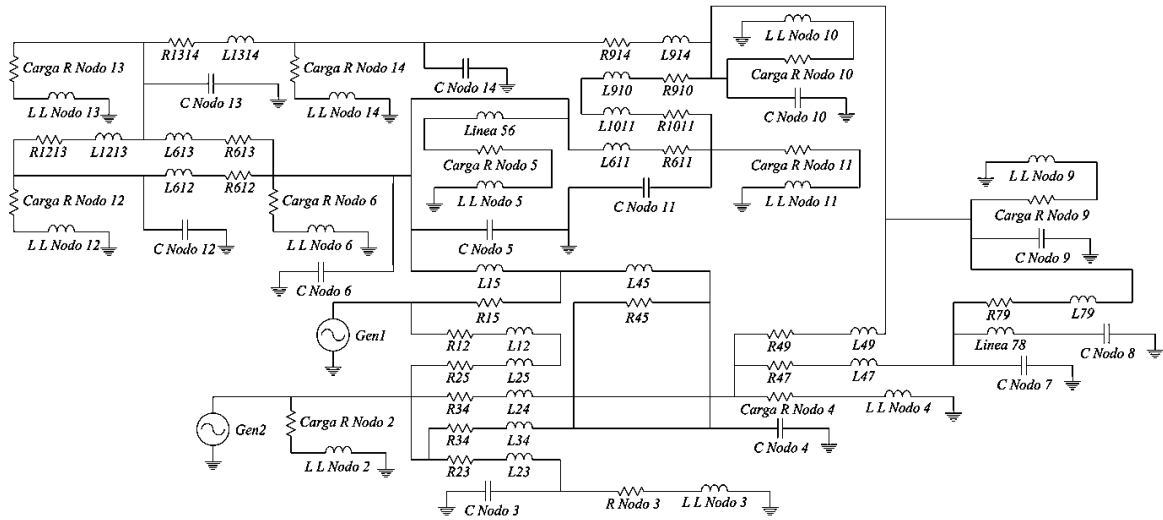


Figura 4.17 Sistema IEEE de 14 nodos.

El análisis se lleva a cabo desde los nodos 9 y 12. Los resultados se muestran en las Figuras 4.18, 4.19, 4.20 y 4.21, así como en la Tabla 11.

A través del método basado en [Verduzco *et al.* 2023] con las aportaciones propuestas en la presente investigación, fue posible reproducir la respuesta del sistema en magnitud y frecuencia para el caso de la red de 14 nodos, vista desde el nodo 9, las resonancias paralelo se presentan a 295 Hz, 550 Hz, 570 Hz y 897 Hz, respectivamente. Las magnitudes de la impedancia son 0.22 Ω , 0.71 Ω , 0.022 Ω y 0.035 Ω , respectivamente, mientras que las estimadas son 0.225 Ω , 0.5 Ω , 0.017 Ω y 0.033 Ω , respectivamente, lo cual arroja un error de 2.27%, 29.57%, 22.72% y 5.71%, respectivamente, así como un mínimo error cuadrático en la totalidad de la simulación de $9.7512 \times 10^{-3}\%$, respectivamente. El tiempo de cómputo empleado fue de 152 segundos.

Tabla 11. Magnitud y error de valor real contra estimación vista desde nodo 9.

Magnitud impedancia viste desde Nodo 9		
Actual	Estimación	%Error
0.022 Ω	0.225 Ω	2.27%
0.71 Ω	0.5 Ω	29.57%
0.022 Ω	0.017 Ω	22.72%
0.035 Ω	0.033 Ω	5.71%

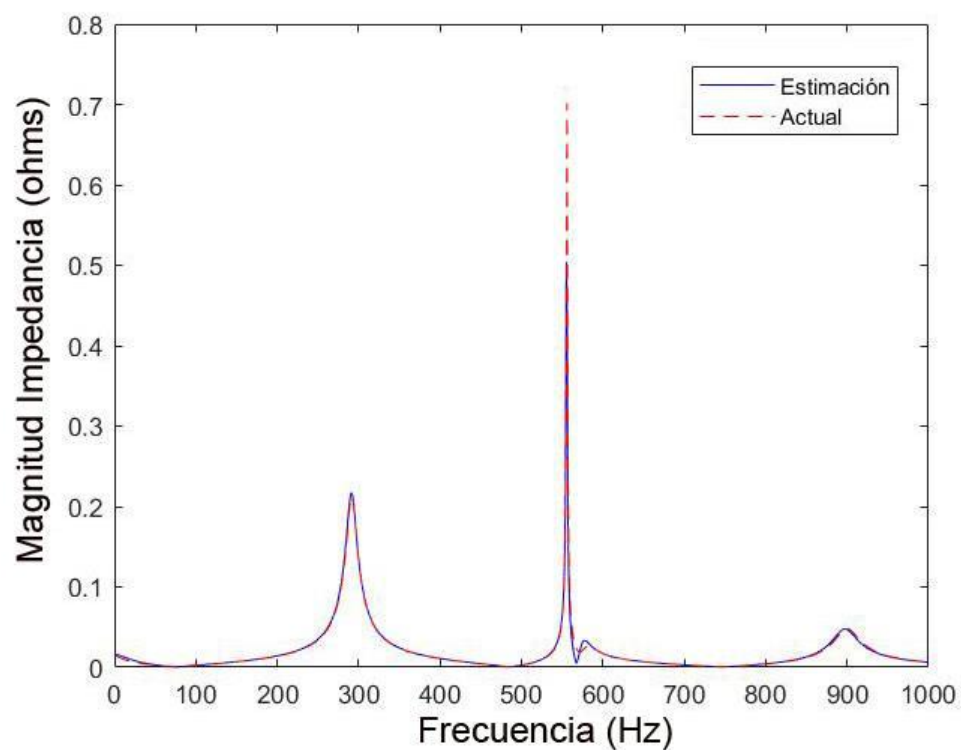


Figura 4.18 Magnitud de la respuesta a la frecuencia vista desde el nodo 9.

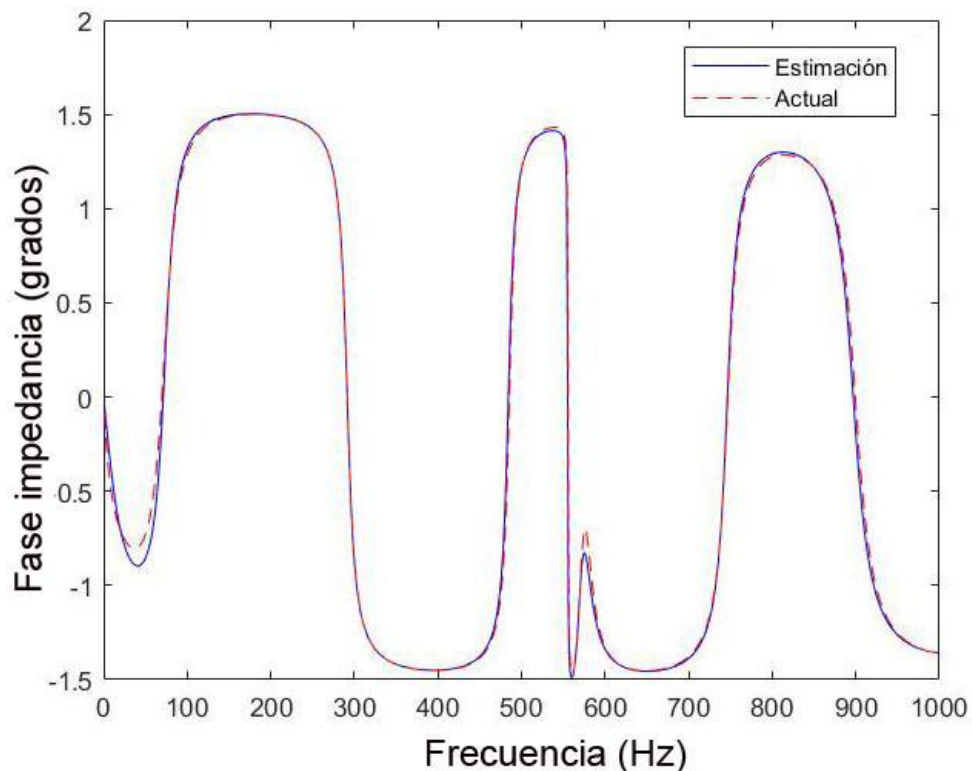


Figura 4.19 Fase de la respuesta a la frecuencia vista desde el nodo 9.

En el caso visto desde el nodo 12, de la red propuesta de 14 nodos, se obtiene la respuesta del sistema en frecuencia y magnitud, las resonancias paralelo están a 215 Hz, 590 Hz, 960 Hz y 1400 Hz, respectivamente. Las magnitudes de la impedancia son 0.051Ω , 0.016Ω , 0.0235Ω y 0.0075Ω , respectivamente, mientras que las estimadas son 0.051Ω , 0.017Ω , 0.023Ω y 0.008Ω , respectivamente, lo cual implica un error de 0%, 29.57%, 22.72% y 5.71%, respectivamente, así como un mínimo error cuadrático acumulado de $2.1044 \times 10^{-3}\%$. El tiempo de cómputo empleado fue de 157 segundos.

Tabla 12. Magnitud y error de valor real contra estimación vista desde nodo 9.

Magnitud impedancia viste desde Nodo 12		
Actual	Estimación	%Error
0.051Ω	0.051Ω	0%
0.016Ω	0.017Ω	6.25%
0.0235Ω	0.023Ω	2.12%
0.0075Ω	0.008Ω	6.66%

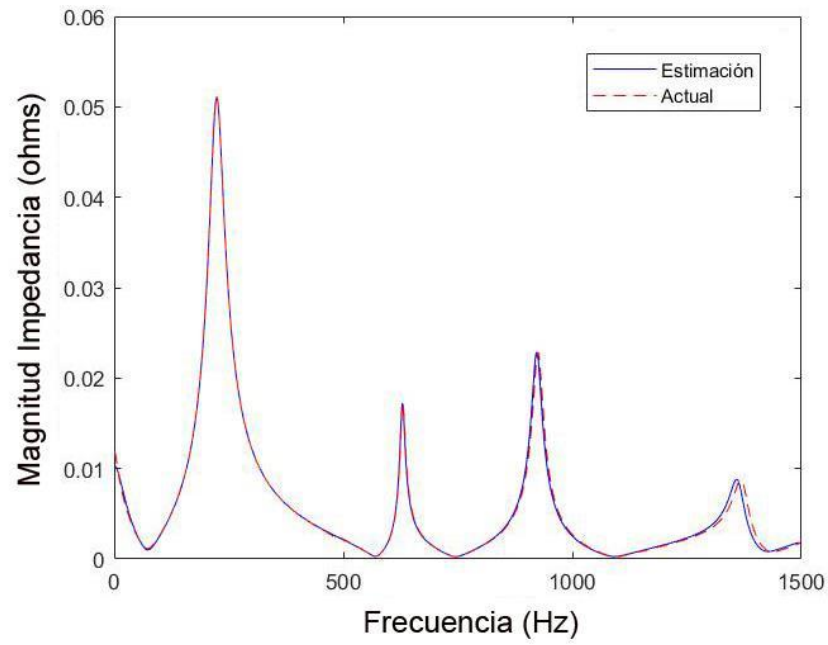


Figura 4.20 Magnitud de la respuesta a la frecuencia vista desde el nodo 12.

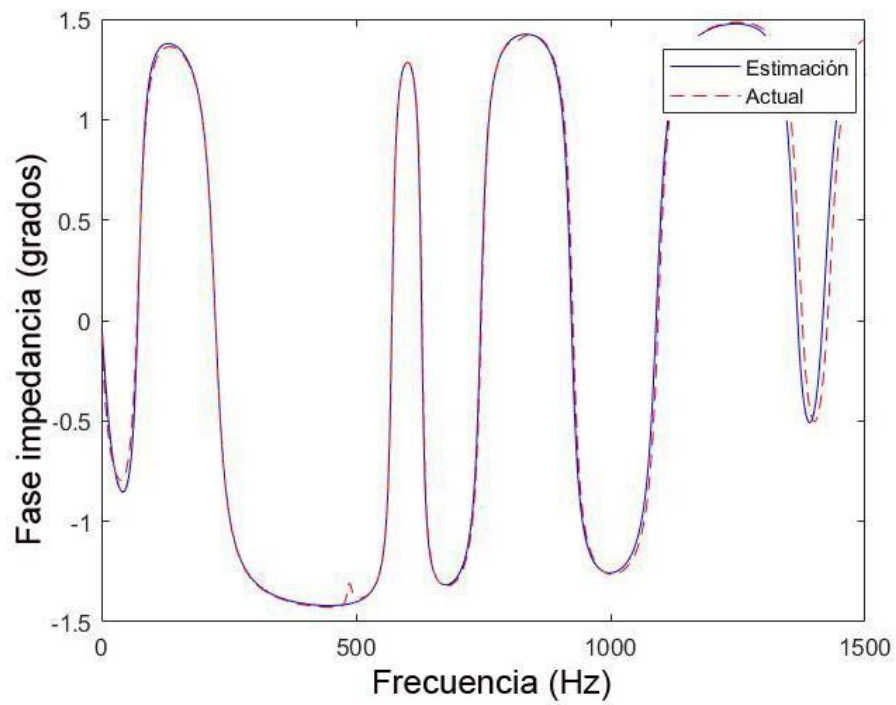


Figura 4.21 Fase de la respuesta a la frecuencia vista desde el nodo 12.

Tabla 13. Orden y MSE analizado desde el nodo 9 y 12.

Bus	Orden	MSE Magnitud	MSE Fase
9	117	9.7512×10^{-3}	0.0031
12	75	2.1044×10^{-5}	0.0093

Los resultados obtenidos en la estimación del sistema propuesto de 14 nodos distan de la precisión mostrada en los primeros 3 casos, sin embargo, al tratarse de un sistema de mayor complejidad, es que puede ser este el mejor ejemplo de cómo las estimaciones deben considerar los pros y contras del grado de precisión necesario o mantener buenos tiempos de estimación y viceversa. Sin embargo, puede asegurarse que el método propuesto refleja su utilidad ante los casos mostrados.

4.6 Conclusiones

La experimentación llevada a cabo en el presente capítulo permite ejemplificar con apego al método científico que las modificaciones propuestas al algoritmo de [Verduzco *et al.* 2023] permiten realizar estimaciones de manera más rápida y eficiente.

El caso de la red de la Isla Sur de Nueva Zelanda permite señalar de forma más clara que la mejora del algoritmo, fue capaz de estimar las impedancias del sistema a través de una función de transferencia de orden 47 y un error mínimo cuadrático de 1.2×10^3 , mientras que en [Verduzco *et al.* 2023] fue necesario utilizar una función de transferencia de orden 100 con error mínimo cuadrático de 1.68×10^{-6} .

En los casos posteriores de los sistemas 5, 8, y 14 nodos, hay una clara correspondencia respecto al comportamiento mostrado en el caso de la red de la Isla Sur de Nueva Zelanda, ya que, para el caso de mayor extensión, es decir el sistema propuesto de 14 nodos, el tiempo computacional asciende a los 157 segundos, lo que muestra que, a pesar del aumento en la complejidad del sistema, fue posible realizar un análisis de manera rápida, eficaz y precisa.

Capítulo 5

Conclusiones generales y sugerencias de trabajo de investigación futuro

5.1 Conclusiones

Se ha desarrollado una técnica para la determinación de equivalentes dinámicos dependientes de la frecuencia de un sistema eléctrico de potencia, la cual se centra en la disminución del costo computacional necesario para analizar la respuesta a la frecuencia del sistema eléctrico. La metodología propuesta en [Verduzco *et al.* 2023], muestra un funcionamiento correcto, sin embargo, requiere de ordenes muy elevados de su función de transferencia para poder realizar la estimación de la impedancia del sistema, lo cual se traduce en un esfuerzo computacional excesivo.

Después de un análisis extenso de dicho algoritmo, se pudo apreciar que la formulación es correcta y que, basados en la literatura existente, su mejora podía radicar en el modo en que funciona el proceso iterativo. Debido a que como se muestra, el sistema es capaz de responder de manera correcta ante la señal de excitación y a partir de ella obtener la respuesta del sistema, sin embargo, al momento de realizar la estimación de parámetros era necesario disponer de extensos tiempos de simulación.

Se propuso emplear una inicialización distinta a la utilizada convencionalmente por el método de mínimos cuadrados recursivos, así como una covarianza mayor que brinda al sistema una mayor adaptabilidad ante los cambios y una reducción del número de iteraciones necesarias. A través de los cambios empleados en el método de mínimos cuadrados recursivos fue posible reducir a la mitad el orden de la función de transferencia

Sin duda el hecho de poder detectar las resonancias de los sistemas de potencia es una necesidad primordial para el funcionamiento óptimo de los mismos, puesto que mientras se

posea un mayor conocimiento del comportamiento del sistema y los fenómenos que lo componen, es posible realizar estudios más efectivos, así como un mayor control del sistema en todos los parámetros operativos que contempla.

El incremento continuo de las necesidades energéticas globales enfocadas en la electricidad como principal fuente de energía representan un reto para el funcionamiento idóneo de los sistemas eléctricos de potencia alrededor del mundo, por ello es por lo que es necesario poder simplificar dichos sistemas.

El desarrollo de filtros mediante la detección de resonancias se trata de uno de los campos de mayor oportunidad para la presente investigación, ya que se trata de una necesidad creciente debido al incremento de la participación de la electrónica de potencia en los sistemas eléctricos, asociado con la incorporación de las fuentes renovables de energía, las cuales, siguiendo la tendencia global, de las metas establecidas por los países desarrollados, se trata de una realidad a presente y futuro.

Por todo lo anterior es que de manera concluyente se puede hablar de una propuesta eficaz para la determinación de equivalentes dinámicos, puesto que es capaz de representar de manera precisa el comportamiento de una parte importante del sistema eléctrico de potencia, para un amplio espectro de frecuencias, reduciendo el costo computacional asociado con la representación detallada de toda la red eléctrica.

5.2 Sugerencias para trabajos futuros

La necesidad de estudiar la estabilidad transitoria requiere de algunas alternativas debido a que el grado de detalle necesario anteriormente, puede imposibilitar el estudio del efecto transitorio en la red completa, por lo que los equivalentes dinámicos resultan útiles para analizar el efecto transitorio en determinados puntos y circunstancias del sistema. Los transitorios pueden ser de tipo electromecánico y electromagnético; los equivalentes dinámicos dependientes de la frecuencia pueden encontrar aplicación en la eficiente representación de transitorios electromecánicos.

El análisis de la estabilidad transitoria, es posible acompañarlo con la incorporación de fuentes renovables de energía. La característica intermitente de dichas fuentes de energía, además de su necesidad de emplear componentes de electrónica de potencia para acoplarse a la red eléctrica, convierten a las fuentes alternas de energía en una de las potenciales fuentes de resonancia, por lo que analizar a detalle cómo es que afectan la estabilidad transitoria del sistema, resulta en un posible caso de estudio futuro.

El análisis de transitorios electromecánicos y electromagnéticos en redes eléctricas de potencia convencionales y con fuentes renovables de energía integradas utilizando equivalentes dinámicos puede ser realizado en tiempo real, Esta es un área de oportunidad importante a explorar de manera natural.

Apéndice A

Solución numérica en el dominio del tiempo

A.1 Método Runge-Kutta de 4to orden

El modelado de los sistemas físicos se hace comúnmente mediante ecuaciones diferenciales, las cuales solo dependen de una variable independiente (el tiempo) [Robles 2020].

Las ecuaciones diferenciales poseen soluciones analíticas (variables separables, Bernoulli, etc.) y numéricas (Runge-Kutta, Euler modificado, etc.) pero las soluciones analíticas resultan limitadas, comparados con los procesos numéricos puesto que los últimos brindan flexibilidad para el diseño del modelo. [Cortés *et al.* 2019].

La utilidad de los métodos numéricos surge del hecho de que muchas ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO) no poseen una solución matemática sencilla, por lo que es necesario hacer aproximaciones de la solución. Además, surgen diversos problemas derivados del uso de métodos numéricos, su principal inconveniente es el hecho de no ser una opción rápida, pero si el problema no cuenta con solución explícita, es imprescindible buscar el método para abordar el problema de manera correcta para obtener la aproximación idónea.

Los métodos de Runge-Kutta poseen la cualidad de contar con un error local de truncamiento alto, además de que no es necesario calcular y evaluar las derivadas de $f(t,y)$, donde: t se refiere a la variable independiente (regularmente el tiempo), y es la variable dependiente y $f(t,y)$ es la función que define la derivada de y respecto a t . [Burden *et al.* 2011].

En términos generales los métodos de Runge-Kutta se expresan de la siguiente manera, partiendo de:

$$\begin{aligned} y' &= f(t, y) \\ y(t_0) &= y_0 \end{aligned} \tag{A.1}$$

Como se menciona anteriormente, los métodos de Runge-Kutta no requieren el cálculo y evaluación de las derivadas de $f(t, y)$, es decir: facilita la obtención de las fórmulas $y'', y''', y^{(4)}$ por lo que en vez de partir de la forma expresada en la Ecuación A.2 obtenida a partir de la formulación de la serie de Taylor:

$$y_{n+1} = y_n + hf(t_n, y_n) + \frac{h^2}{2!} f^{(1)}(t_n, y_n) + \frac{h^3}{3!} f^{(2)}(t_n, y_n) + \dots + \frac{h^p}{p!} f^{(p-1)}(t_n, y_n) \tag{A.2}$$

Para Runge-Kutta se considera:

$$y_{n+1} = y_n + h \sum_{i=1}^r w_i k_i = y_n + h(w_1 k_1 + w_2 k_2 + \dots + w_r k_r) \tag{A.3}$$

Donde se define k_1 hasta k_i como:

$$k_1 = f(t_n, y_n) \tag{A.3a}$$

$$k_i = f(t_n + h\alpha_i, y_n + h\beta_i k_{i=1}) \tag{A.3b}$$

Para $i > 1$, es necesario determinar los coeficientes α_i , β_i y w_i , así los primeros $p+1$ términos de la serie de Taylor son los mismos $p+1$ términos de la Ecuación A.2 que coinciden con los $p+1$ términos de la Ecuación A.3. Se considera la serie de Taylor en dos variables.

$$\begin{aligned}
f(t_n + h\alpha, y_n + h\beta k) &= \\
&= f(t_n, y_n) + h \left(\alpha \frac{\partial}{\partial t} + \beta k \frac{\partial}{\partial y} \right) f(t_n, y_n) \\
&+ \frac{h^2}{2!} \left(\alpha \frac{\partial}{\partial t} + \beta k \frac{\partial}{\partial y} \right)^2 f(t_n, y_n) + \dots \\
&+ \frac{h^{p-1}}{(p-1)!} \left(\alpha \frac{\partial}{\partial t} + \beta k \frac{\partial}{\partial y} \right)^{p-1} f(t_n, y_n) \\
&+ h^p S_p(t_n, y_n, \alpha, \beta k)
\end{aligned} \tag{A.4}$$

Donde $h^p S_p(t_n, y_n, \alpha, \beta k)$ representa el residuo [Gutiérrez et. al 2011]. Para $p=2,3,4$ es donde recibe el nombre de Método de Runge-Kutta de n orden. Cuando se utiliza el Runge-Kutta de cuarto orden es necesario calcular k_1, k_2, k_3, k_4 , y se obtienen de la siguiente manera:

$$k_1 = f(t_n, y_n) \tag{A.5a}$$

$$k_2 = f\left(t_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}k_1h\right) \tag{A.5b}$$

$$k_3 = f\left(t_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}k_2h\right) \tag{A.5c}$$

$$k_4 = f(t_n + h, y_n + k_3h) \tag{A.5d}$$

Por lo que se obtiene:

$$y^{k+1} = y^k + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)h \tag{A.6}$$

Es posible emplear métodos de Runge-Kutta de orden superior; para fines prácticos de la investigación se utiliza el método de cuarto orden.

Apéndice B

Mínimos Cuadrados Recursivos

Para desarrollar el método de mínimos cuadrados recursivos es necesario dar un repaso a la base teórica del mismo y para ello es que se requiere el análisis de los mínimos cuadrados, los cuales son los antecesores del método recursivo.

Los mínimos cuadrados se refieren al método de análisis numérico que emplea el criterio de error mínimo cuadrático entre los datos obtenidos y el modelo propuesto. Es decir, proporciona el método para calcular una función que se ajuste de manera óptima a un conjunto de datos [Jiménez 2020].

Matemáticamente se expresa para un sistema de ecuaciones lineales $Ax=b$, el cual de forma matricial es:

$$\begin{bmatrix} u_1 & u_2 & \cdots & u_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = b \quad (\text{B.1})$$

El desarrollo del producto matricial es:

$$x_1 u_1 + x_2 u_2 + \cdots x_n u_n = b \quad (\text{B.2})$$

Para el caso en que la Ecuación B.2 no se cumple, es necesario obtener la solución aproximada, con ello se minimiza el mínimo error cuadrático dado por:

$$e = \|b - Ax'\| \quad (\text{B.3})$$

El error se obtiene a partir de la consideración de que un punto ortogonal definido crea una proyección ortogonal sobre la función de ajuste. Se refiere a la diferencia entre la función aproximada Ax' y $Ax=b$.

Para $Aw \neq 0$ perteneciente al espacio de A , es ortogonal al vector $b - Ax'$, por lo que:

$$[Aw, b - Ax'] = 0 \quad (\text{B.4})$$

Debido a su propiedad lineal, la Ecuación B.4 se transforma en:

$$[Aw, b] - [Aw, -Ax'] = 0 \quad (\text{B.5})$$

El producto se obtiene a partir de $[u, v] = u^T v$ por lo que:

$$[Aw, b] - [Aw, -Ax'] = 0 \quad (\text{B.6a})$$

$$(Aw)^T b - (Aw)^T (-Ax') = w^T A^T Ax' \quad (\text{B.6b})$$

$$w^T (A^T b - A^T Ax') = 0 \quad (\text{B.6c})$$

Como w no es vector nulo:

$$A^T b - A^T Ax' = 0 \quad (\text{B.7})$$

Por lo que la solución matricial del método de mínimos cuadrados está dada por:

$$A^T b = A^T Ax' \quad (\text{B.8})$$

Si bien los mínimos cuadrados se presentan como una solución útil para un conjunto de datos invariantes en el tiempo, para los casos en que los parámetros se encuentran cambiando a lo largo del tiempo, el sistema pierde eficiencia. Esto se debe a que el método requiere la utilización de todos los datos disponibles para poder realizar la estimación de los parámetros del sistema, lo cual implica que, al estarse actualizando los datos, el tiempo de cómputo crece sustancialmente por lo que se requiere una alternativa que sea capaz de actualizar las estimaciones sin tener que calcular los coeficientes desde el principio. Esta alternativa son los mínimos cuadrados recursivos [Soñez *et al.* 2020].

La razón por la que resulta tan eficiente para los casos en los que existe una actualización continua de los datos se debe a que es capaz de obtener una estimación nueva en cada iteración. De acuerdo con [Ortega 2011] la formulación recursiva de los mínimos cuadrados que se muestra en la Ecuación A.14 para $k-1$ muestras es:

$$P(k) = [x^T(k)x(k)]^{-1} \quad (\text{B.9})$$

A partir de $P(k)$ se obtiene:

$$p^{-1}(k) = p^{-1}(k-1) + x(k)x^T(k) \quad (\text{B.10})$$

Los mínimos cuadrados estimados se expresan como:

$$\hat{\theta}(k) = P(k) \sum_{i=1}^k x(i)y(i) \quad (\text{B.11})$$

Resolviendo Ecuación B.11 con la ecuación de los mínimos cuadrados se obtiene:

$$\sum_{i=1}^{k-1} x(i)y(i) = P^{-1}(k-1)\hat{\theta}(k-1) = p^{-1}(k)\hat{\theta}(k-1) - x(k)x^T(k)\hat{\theta}(k-1) \quad (\text{B.12})$$

La estimación para la muestra k está dada por las siguientes ecuaciones:

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) - P(k)x(k)x^T(k)\hat{\theta}(k-1) + P(k)x(k)y(k) \quad (\text{B.13})$$

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + P(k)x(k)[y(k) - x^T(k)\hat{\theta}(k-1)] \quad (\text{B.14})$$

Donde se obtienen los siguientes términos:

$$K(k) = P(k)x(k) \quad (\text{B.15})$$

$$\varepsilon(k) = y(k) - x^T(k)\hat{\theta}(k-1) \quad (\text{B.16})$$

Donde K se refiere a la ganancia de Kalman y ε al error de estimación. Obtener la inversa implica un esfuerzo computacional considerable, por lo que para evitar dicha inversa lo ideal es utilizar la función original, lo que vuelve necesario detallar el lema de la matriz inversa, el cual se describe a continuación: Para las matrices dadas A , B , C y D las cuales son matrices cuadradas no singulares, por lo que son invertibles, concluyendo que:

$$(A + BCD)^{-1} = A^{-1} - A^{-1}B(C^{-1} + DA^{-1}B)^{-1}DA^{-1}$$

La expresión anterior es posible aplicarla en la Ecuación A.16 obteniendo:

$$A = \gamma P^{-1}(k-1) \quad (\text{B.17a})$$

$$B = x(k) = x \quad (\text{B.17b})$$

$$C = \omega(k) = a \quad (\text{B.17c})$$

$$D = x^T(k) = x^T \quad (\text{B.17d})$$

Resolviendo para las ecuaciones anteriores se tiene que:

$$P(k) = [P(k-1)^{-1} + x(k)x^T(k)]^{-1} \quad (\text{B.18})$$

$$P(k) = P(k-1) - P(k-1)x(k)[I + x^T(k)P(k-1)x(k)]^{-1}x^T(k)P(k-1) \quad (\text{B.19})$$

Por lo que:

$$K(k) = P(k)x(k) = P(k-1)x(k)[I + x^T(k)P(k-1)x(k)]^{-1} \quad (\text{B.20})$$

Considerando que $x^T(k)x(k)$ es no singular para todo $k \geq k_0$, que $x(k)$ es una matriz de rango completo y que dados $\hat{\theta}(k_0)$ y $P(k_0) = [x^T(k_0)x(k_0)]^{-1}$ se obtienen las siguientes expresiones:

$$K(k) = \frac{P(k-1)x(k+1)}{\gamma + x^T(k+1)P(k-1)x(k+1)} \quad (\text{B.21})$$

$$P(k) = \frac{[I - K(k+1)x^T(k+1)]P(k-1)}{\gamma} \quad (\text{B.22})$$

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + K(k)\varepsilon(k) \quad (\text{B.23})$$

$$\varepsilon(k) = [y(k) - x^T(k+1)\hat{\theta}(k-1)] \quad (\text{B.24})$$

donde K representa la ganancia de Kalman, γ es el factor de olvido (cuyo valor se encuentra entre 0 y 1), P es la matriz de covarianza y $\hat{\theta}$ representa la estimación del vector de estado. Las Ecuaciones 2.29 a 2.32 representan la solución del teorema de mínimos cuadrados recursivos [Thakallapelli *et al.* 2019].

Apéndice C

Datos de red de la Isla Sur de Nueva Zelanda

C.1 Línea de transmisión

Los datos son obtenidos en [Medina 1992] y son los siguientes:

- *Resistividad de tierra:* $100 \Omega - m$

1.- I220-M220

- *Longitud de línea:* 152.9 km
- Tipo de conductor: GOAT(30/3.71+7/3.71 ACSR)
- Tipo de conductor de tierra: (7/3.05 Gehss)

Coordenadas de conductores [m]		
Fase A	4.80	12.50
Fase B	6.34	18.00
Fase C	4.42	23.50
Tierra	0.00	29.00

2.- M220-T220

- Longitud de línea: 175.6 km

Las coordenadas y tipos de los conductores de fase y tierra son iguales a los descritos en I220-M220

3.- I220-T220

- Longitud de línea: 24.3 km
- Tipo de conductor: GOAT(30/3.71+7/3.71 ACSR)
- Tipo de conductor de tierra: (7/3.05 Gehss)

Coordenadas de conductores [m]		
Fase A	4.77	12.50
Fase B	6.29	17.95
Fase C	4.41	23.41
Tierra	1.52	28.26

4.- I220-R220

- Longitud de línea: 131.00 km
- Tipo de conductor: Zebra(54/3.18+7/3.18 ACSR)
- Tipo de conductor de tierra (2): (7/3.18 Gehss)

Coordenadas de conductores [m]		
Fase A	0.00	12.50
Fase B	6.47	12.50
Fase C	12.94	12.50
Tierra	11.08	18.41
Tierra	1.86	18.41

Las coordenadas del circuito 2 en metros:

coordenadas del circuito 2 [m]		
Fase A	22.94	12.50
Fase B	30.14	12.50
Fase C	37.34	12.50

C.2 Generadores

Generador	X'' _d	X'' _o
M220	0.0370	0.0197
M220	0.1840	0.0788
R220	0.0620	0.0323

C.3 Cargas

Carga	P [MW]	Q [MVAR]
R220	90.0	54.0
M220	135.0	36.0
I220	135.0	36.0

C.4 Parámetros del sistema

Frecuencia [Hz]	50
Potencia nominal [MVA]	100
Voltaje [kV]	220

Apéndice D

Datos de red de 5 nodos propuesta a partir del sistema IEEE de 14 nodos

D.1 Datos de buses

Bus	Nombre	Tipo	Área	Zona	V_mag	V_angle	P_gen	Q_gen	P_load	Q_load
1	Nodo 1	LV	1	1	1055	-15.07	6.1	1.6	0.0	0.0
2	Nodo 2	LV	1	1	1070	-14.22	11.2	7.5	0.0	12.2
3	Nodo 3	HV	1	1	1020	-8.78	7.6	1.6	0.0	0.0
4	Nodo 4	LV	1	1	1057	-14.79	3.5	1.8	0.0	0.0
5	Nodo 5	HV	1	1	1019	-10.33	47.8	-3.9	0.0	0.0

Bus	Nombre	G_shunt	B_shunt	V_base	V_max	V_min	Q_max	Q_min	Remote Control
1	Nodo 1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0	0
2	Nodo 2	0.0	1070	24.0	-6.0	0.0	0.0	0	0
3	Nodo 3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0	0
4	Nodo 4	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0	0
5	Nodo 5	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0	0

D.2 Datos de líneas de transmisión

De nodo	A nodo	R	X	B	RateA	RateB	RateC	Tap	Shift	Estado
2	1	0.12291	0.25581	0.0	9900	0	0	1.0	0.0	1
2	4	0.09498	0.1989	0.0	9900	0	0	1.0	0.0	1
3	2	0.0	0.25202	0.0	9900	0	0	1.0	0.0	1
5	3	0.01335	0.04211	0.0	9900	0	0	1.0	0.0	1

D.3 Datos de Generadores

Generador	Potencia [k W]
1	199.061
2	196.245

D.4 Parámetros del sistema

Frecuencia [Hz]	50
Voltaje [kV]	220

Apéndice E

Datos de red de 8 nodos propuesta a partir del sistema IEEE de 14 nodos

E.1 Datos de nodos

Bus	Nombre	Tipo	Área	Zona	V_mag	V_angle	P_gen	Q_gen	P_load	Q_load
1	Nodo 1	LV	1	1	1055	-15.07	6.1	1.6	0.0	0.0
2	Nodo 2	LV	1	1	1070	-14.22	11.2	7.5	0.0	12.2
3	Nodo 3	HV	1	1	1020	-8.78	7.6	1.6	0.0	0.0
4	Nodo 4	LV	1	1	1057	-14.79	3.5	1.8	0.0	0.0
5	Nodo 5	HV	1	1	1019	-10.33	47.8	-3.9	0.0	0.0
6	Nodo 6	HV	1	1	1010	-12.72	94.2	19.0	0.0	23.4
7	Nodo 7	ZV	1	1	1062	-13.37	0.0	0.0	0.0	0.0
8	Nodo 8	LV	1	1	1050	-15.16	13.5	5.8	0.0	0.0

Bus	Nombre	G_shunt	B_shunt	V_base	V_max	V_min	Q_max	Q_min	Remote Control
1	Nodo 1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0	0
2	Nodo 2	0.0	1070	24.0	-6.0	0.0	0.0	0	0
3	Nodo 3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0	0
4	Nodo 4	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0	0
5	Nodo 5	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0	0
6	Nodo 6	0.0	1010	40.0	0.0	0.0	0.0	0	0
7	Nodo 7	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0	0
8	Nodo 8	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0	0

E.2 Datos de líneas de transmisión

De nodo	A nodo	R	X	B	RateA	RateB	RateC	Tap	Shift	Estado
1	8	0.22092	0.19988	0.0	9900	0	0	1.0	0.0	1
2	1	0.12291	0.25581	0.0	9900	0	0	1.0	0.0	1
2	4	0.09498	0.1989	0.0	9900	0	0	1.0	0.0	1
2	8	0.06615	0.13027	0.0	9900	0	0	1.0	0.0	1
3	2	0.0	0.25202	0.0	9900	0	0	1.0	0.0	1
5	3	0.01335	0.04211	0.0	9900	0	0	1.0	0.0	1
5	7	0.0	0.20912	0.0	9900	0	0	1.0	0.0	1
6	5	0.06701	0.17103	0.0128	9900	0	0	1.0	0.0	1

E.3 Datos de generadores

Generador	Potencia [k W]
1	199.061
2	196.245

E.4 Parámetros del sistema

Frecuencia [Hz]	50
Voltaje [kV]	220

Apéndice F

Datos de red IEEE de 14 nodos

F.1 Datos de nodos

Nodo	Nombre	Tipo	Área	Zona	V_mag	V_angle	P_gen	Q_gen	P_load	Q_load
1	Nodo 1	HV	1	1	1.060	0.0	0.0	0.0	232.4	-16.9
2	Nodo 2	HV	1	1	1.045	-4.98	21.7	12.7	40.0	42.4
3	Nodo 3	HV	1	1	1.010	-12.72	94.2	19.0	0.0	23.4
4	Nodo 4	HV	1	1	1.019	-10.33	47.8	-3.9	0.0	0.0
5	Nodo 5	HV	1	1	1.020	-8.78	7.6	1.6	0.0	0.0
6	Nodo 6	LV	1	1	1.070	-14.22	11.2	7.5	0.0	12.2
7	Nodo 7	ZV	1	1	1.062	-13.37	0.0	0.0	0.0	0.0
8	Nodo 8	TV	1	1	1.090	-13.36	0.0	0.0	0.0	17.4
9	Nodo 9	LV	1	1	1.056	-14.94	29.5	16.6	0.0	0.0
10	Nodo 10	LV	1	1	1.051	-15.10	9.0	5.8	0.0	0.0
11	Nodo 11	LV	1	1	1.057	-14.79	3.5	1.8	0.0	0.0
12	Nodo 12	LV	1	1	1.055	-15.07	6.1	1.6	0.0	0.0
13	Nodo 13	LV	1	1	1.050	-15.16	13.5	5.8	0.0	0.0
14	Nodo 14	LV	1	1	1.036	-16.04	14.9	5.0	0.0	0.0

Nodo	Nombre	G_shunt	B_shunt	V_base	V_max	V_min	Q_max	Q_min	Remote Control
1	Nodo 1	0.0	1.060	0.0	0.0	0.0	0.0	0	0
2	Nodo 2	0.0	1.045	50.0	-40.0	0.0	0.0	0	0
3	Nodo 3	0.0	1.010	40.0	0.0	0.0	0.0	0	0
4	Nodo 4	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0	0
5	Nodo 5	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0	0
6	Nodo 6	0.0	1.070	24.0	-6.0	0.0	0.0	0	0
7	Nodo 7	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0	0
8	Nodo 8	0.0	1.090	24.0	-6.0	0.0	0.0	0	0
9	Nodo 9	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.19	0	0
10	Nodo 10	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0	0
11	Nodo 11	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0	0
12	Nodo 12	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0	0
13	Nodo 13	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0	0
14	Nodo 14	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0	0

F.2 Datos de líneas de transmisión

De nodo	A nodo	R	X	B	RateA	RateB	RateC	Tap	Shift	Estado
1	2	0.01938	0.05917	0.0528	9900	0	0	1.0	0.0	1
1	5	0.05403	0.22304	0.0492	9900	0	0	1.0	0.0	1
2	3	0.04699	0.19797	0.0438	9900	0	0	1.0	0.0	1
2	4	0.05811	0.17632	0.034	9900	0	0	1.0	0.0	1
2	5	0.05695	0.17388	0.0346	9900	0	0	1.0	0.0	1
3	4	0.06701	0.17103	0.0128	9900	0	0	1.0	0.0	1
4	5	0.01335	0.04211	0.0	9900	0	0	1.0	0.0	1
4	7	0.0	0.20912	0.0	9900	0	0	1.0	0.0	1
4	9	0.0	0.55618	0.0	9900	0	0	1.0	0.0	1
5	6	0.0	0.25202	0.0	9900	0	0	1.0	0.0	1
6	11	0.09498	0.1989	0.0	9900	0	0	1.0	0.0	1
6	12	0.12291	0.25581	0.0	9900	0	0	1.0	0.0	1
6	13	0.06615	0.13027	0.0	9900	0	0	1.0	0.0	1
7	8	0.0	0.17615	0.0	9900	0	0	1.0	0.0	1
7	9	0.0	0.11001	0.0	9900	0	0	1.0	0.0	1
9	10	0.03181	0.0845	0.0	9900	0	0	1.0	0.0	1

9	14	0.12711	0.27038	0.0	9900	0	0	1.0	0.0	1
10	11	0.08205	0.19207	0.0	9900	0	0	1.0	0.0	1
12	13	0.22092	0.19988	0.0	9900	0	0	1.0	0.0	1
13	14	0.17093	0.34802	0.0	9900	0	0	1.0	0.0	1

F.3 Datos de Generadores

Generador	Potencia [k W]
1	199.061
2	196.245

F.4 Parámetros del sistema

Frecuencia [Hz]	50
Voltaje [kV]	220

Referencias

[Tostado 2017]

Tostado M., “Técnicas de estabilidad de tensión en sistemas eléctricos de gran dimensión”, Tesis de maestría. Departamento de Ingeniería Eléctrica, Escuela Técnica Superior de Ingeniería, Universidad de Sevilla. Sevilla, España 2017.

[Annakkage *et al.* 2012]

Annakkage U.D. *et al.*, "Equivalentes de sistemas dinámicos: un estudio de las técnicas disponibles", en *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 27, núm. 1, págs. 411-420, enero de 2012, doi: 10.1109/TPWRD.2011.2167351.

[Kundur 1994]

Kundur P., “Power System Stability and Control”, McGraw-Hill, EUA, 1994.

[Hingorani y Burbery 1970]

Hingorani N.G. y Burbery M.F., "Simulación de la impedancia del sistema de CA en estudios de sistemas HVDC", en *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-89, núm. 5, págs. 820-828, mayo de 1970, doi: 10.1109/TPAS.1970.292644.

[Price *et al.* 1978]

Price W.W., Gulachenski E.M., Kundur P., Lange F.J., Loehr G.C., Roth B. A., y Silva R.F., (2007). “Testing of the modal dynamic equivalents technique”. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, (4), 1366-1372.

[Morched y Brandwajn 1983]

Morched A.S. y Brandwajn V., "Equivalentes de redes de transmisión para estudios de transitorios electromagnéticos", en *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-102, núm. 9, págs. 2984-2994, septiembre de 1983.

[Watson y Arrillaga 1988]

Watson N.R. y Arrillaga J., "Equivalentes de sistemas de CA dependientes de la frecuencia para estudios armónicos y simulación de convertidores transitorios", en IEEE Transactions on Power Delivery , vol. 3, núm. 3, págs. 1196-1203, julio de 1988, doi: 10.1109/61.193903.

[Wang *et al.* 1997]

Wang L., Klein M., Yirga S. y Kundur P., "Reducción dinámica de grandes sistemas de energía para estudios de estabilidad", en IEEE Transactions on Power Systems , vol. 12, núm. 2, págs. 889-895, mayo de 1997, doi: 10.1109/59.589749.

[Noda 2005]

Noda T., "Identificación de una red multifásica equivalente para cálculos transitorios electromagnéticos utilizando una respuesta de frecuencia dividida", en IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 20, núm. 2, págs. 1134-1142, abril de 2005, doi: 10.1109/TPWRD.2004.834347.

[Todd *et al.* 1997]

Todd S., Wood A.R., Bodger P.S., Smith B.C., "Rational functions as frequency dependent equivalents for transient studies", Dept. Electrical and Electronic Engineering, University of Canterbury, New Zealand, 1997.

[Abur y Singh 1993]

Abur A. y Singh H., "Modelado en el dominio del tiempo de sistemas externos para programas de transitorios electromagnéticos", en IEEE Transactions on Power Systems, vol. 8, núm. 2, págs. 671-679, mayo de 1993, doi: 10.1109/59.260813.

[Rahim y Al-Ramadhan 2002]

Rahim A.H.M.A. y Al-Ramadhan A.J., "Dynamic equivalent of external power system and its parameter estimation through artificial neural networks". International Journal of Electrical Power & Energy Systems, Volume 24, Issue 2, 2002, Pages 113-120, ISSN 0142-0615, [https://doi.org/10.1016/S0142-0615\(01\)00016-3](https://doi.org/10.1016/S0142-0615(01)00016-3).

[Nie y Dinavahi 2005]

Nie X. y Dinavahi V., "A robust two-layer network equivalent for transient studies". 2005.

[Stevenson 1965]

Stevenson W.D., “Análisis de Sistemas Eléctricos de Potencia”. Madrid, España, 1965.

[Chapman 2012]

Chapman S.J., “Máquinas eléctricas” quinta edición. McGraw-Hill. Melbourne, Australia, 2012.

[Vargas-Machuca 1990].

Vargas-Machuca F., “Máquinas eléctricas rotativas”. Pontificia Universidad Católica del Perú. Perú, 1990.

[Almazán 2022]

Almazán D.A., “Análisis de la Operación Dinámica de Máquinas Asíncronas Doblemente Alimentadas”. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. Tesis de maestría, 2022.

[Krause *et al.* 2013]

Krause P.C., Wasynczuk O., Sundhoff S. y Pekarek S., “Analysis of electric machinery and drive systems,” IEEE Press, 2013.

[Verduzco 2020]

Verduzco J., "Estimación de estado bajo condiciones de distorsión armónica en redes eléctricas con fuentes eólicas de generación", Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. Tesis de maestría, 2020.

[Chen 1996]

Chen M.S., “Modeling and Analysis of Modern Power Systems” Energy Systems Research Center (ESRC) University of Texas at Arlington, 1969.

[Syed 1984]

Syed A.N., “Maquinas eléctricas y electromecánicas”. Editorial McGraw-Hill, España. (1984).

[Llanos 2003]

Llanos D., “Calidad en el servicio eléctrico. Universidad de Girona”, (2003).

[Rueda 2007]

Rueda, D.X., “Equivalentes en el dominio del tiempo para el análisis dinámico de sistemas eléctricos de potencia”. Tesis de Maestría. Universidad Michoacana de san Nicolás de Hidalgo, diciembre 2007.

[Medina 1992]

Medina A., “Power systems modelling in the harmonic domain”. Ph. D. Thesis, University of Canterbury, New Zealand, 1985.

[Watson 1987]

Watson N.R., “Frequency-dependent A.C. system equivalents for harmonic studies and transient convertor simulation” Ph. D. Thesis, University of Canterbury, New Zealand, 1985

[Joosten 1985]

Joosten A.P.B., “Convertor transformer simulation for T.C.S studies” Ph. D. Thesis, University of Canterbury, New Zealand, 1985.

[Sowa *et al.* 2005]

Sowa P. y Zychma D., “Dynamic equivalents in power system studies: A review”. Department of Power System and Control, Faculty of Electrical Engineering, Silesian University of Technology, Polonia 2005.

[Arrillaga *et al.* 1995]

Arrillaga J., Medina A., Lisboa M.L.V., Cavia M.A. y Sánchez P., “The harmonic domain. A frame of reference for power system harmonic analysis”, IEEE Transactions on power systems, Vol. 10 No. 1. 1995.

[Verduzco *et al.* 2023]

Verduzco J., Ramos A., Medina A. y Cisneros R., "Respuesta en frecuencia de sistemas de potencia utilizando equivalentes de red dependientes de la frecuencia basados en una función racional en el dominio z ", 2023 *IEEE International Autumn Meeting on Power, Electronics*

and Computing (ROPEC), Ixtapa, México, 2023, pp. 1-6, doi: 10.1109/ROPEC58757.2023.10409461.

[Robles 2020]

Robles J.A.G. “Métodos de solución para ecuaciones diferenciales ordinarias”. *e-Gnosis*, 18. 2020.

[Cortés *et al.* 2019]

Cortés J.J., González M.E., Pinilla V.D., Salazar A. y Tovar V.H., “Solución numérica de ecuaciones diferenciales parciales”. UNAM-DGAPA-PAPIME PE105717, 2019.

[Burden *et al.* 2011]

Burden R. L., Faires J. D., “Análisis Numérico” (Spanish Edition) 9th Revised edition, Cengage Learning Editores S.A., ISBN: 978-6074816631, 2011.

[Jiménez 2020]

Jiménez A., “Álgebra Lineal”. Lectura 27: método de mínimos cuadrados. <https://recursoseducativos.unam.mx/handle/123456789/19677>. (2020, 1 enero).

[Ortega 2011]

Ortega G., y Carolina J. “Control adaptativo en tiempo real”. <https://bibdigital.epn.edu.ec/bitstream/15000/3780/1/CD-3515.pdf>. 2011.

[Soñez *et al.* 2020]

Soñez, G. R., D’Angiolo, F. G., Asteasuain, F., y Mayer, R. O. “Algoritmo recursivo de mínimos cuadrados: identificación de modelos de plantas de primer orden para procesos industriales”. SIIIO, Simposio Argentino de Informática Industrial E Investigación Operativ. <http://sedici.unlp.edu.ar/handle/10915/116733>. 2020.

[Thakallapelli *et al.* 2019].

Thakallapelli A., Ghosh S. y Kamalasadan S.” Development and Applicability of Online Passivity Enforced Wide-Band Multi-Port Equivalents for Hybrid Transient Simulation,” in IEEE Transactions on Power Systems, vol. 34, no. 3, pp. 2302-2311, May 2019.

[Welch y Bishop 2006]

Welch G. y Bishop G. "Introduction to the Kalman filter" Tech. Rep. TR 95-041 University of North Carolina at Chapel Hill. 2006.

[Watson y Arrillaga 2019]

Watson N. y Arrillaga J. "Power systems electromagnetic transients simulation". The Institution of Engineering and Technology. 2019. <https://doi.org/10.1049/pbpo0393>.

Felipe de Jesús Sánchez Sánchez

DETERMINACIÓN DE EQUIVALENTES DEPENDIENTES DE LA FRECUENCIA EN SISTEMAS DE POTENCIA.pdf

 Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo

Detalles del documento

Identificador de la entrega

trn:oid:::3117:487982036

Fecha de entrega

28 ago 2025, 8:36 a.m. GMT-6

Fecha de descarga

28 ago 2025, 8:38 a.m. GMT-6

Nombre del archivo

DETERMINACIÓN DE EQUIVALENTES DEPENDIENTES DE LA FRECUENCIA EN SISTEMAS DE POTENC.....pdf

Tamaño del archivo

2.0 MB

114 páginas

23.742 palabras

119.757 caracteres

13% Similitud general

El total combinado de todas las coincidencias, incluidas las fuentes superpuestas, para ca...

Fuentes principales

- 12%  Fuentes de Internet
- 6%  Publicaciones
- 0%  Trabajos entregados (trabajos del estudiante)

Marcas de integridad

N.º de alertas de integridad para revisión

No se han detectado manipulaciones de texto sospechosas.

Los algoritmos de nuestro sistema analizan un documento en profundidad para buscar inconsistencias que permitirían distinguirlo de una entrega normal. Si advertimos algo extraño, lo marcamos como una alerta para que pueda revisarlo.

Una marca de alerta no es necesariamente un indicador de problemas. Sin embargo, recomendamos que preste atención y la revise.

Formato de Declaración de Originalidad y Uso de Inteligencia Artificial

Coordinación General de Estudios de Posgrado
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo



A quien corresponda,

Por este medio, quien abajo firma, bajo protesta de decir verdad, declara lo siguiente:

- Que presenta para revisión de originalidad el manuscrito cuyos detalles se especifican abajo.
- Que todas las fuentes consultadas para la elaboración del manuscrito están debidamente identificadas dentro del cuerpo del texto, e incluidas en la lista de referencias.
- Que, en caso de haber usado un sistema de inteligencia artificial, en cualquier etapa del desarrollo de su trabajo, lo ha especificado en la tabla que se encuentra en este documento.
- Que conoce la normativa de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, en particular los Incisos IX y XII del artículo 85, y los artículos 88 y 101 del Estatuto Universitario de la UMSNH, además del transitorio tercero del Reglamento General para los Estudios de Posgrado de la UMSNH.

Datos del manuscrito que se presenta a revisión		
Programa educativo	Maestría en Ciencias en Ingeniería Eléctrica	
Título del trabajo	Determinación de equivalentes dependientes de la frecuencia en sistemas de potencia	
	Nombre	Correo electrónico
Autor/es	Felipe de Jesús Sánchez Sánchez	1364719x@umich.mx
Director	Dr. J. Aurelio Medina Ríos	aurelio.medina@umich.mx
Codirector		
Coordinador del programa	Dr. Norberto García Barriga	norberto.garcia@umich.mx

Uso de Inteligencia Artificial		
Rubro	Uso (sí/no)	Descripción
Asistencia en la redacción	Sí	Utilizado para analizar cuan perfectible resultaba una idea y mediante mis medios mejorarla

Formato de Declaración de Originalidad y Uso de Inteligencia Artificial

Coordinación General de Estudios de Posgrado
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo



Uso de Inteligencia Artificial		
Rubro	Uso (sí/no)	Descripción
Traducción al español	Sí	Usado para facilitar la comprensión de artículos científicos
Traducción a otra lengua	Sí	Empleado para la redacción del abstract
Revisión y corrección de estilo	No	
Análisis de datos	No	
Búsqueda y organización de información	No	
Formateo de las referencias bibliográficas	No	
Generación de contenido multimedia	No	
Otro	No	

Datos del solicitante	
Nombre y firma	
Lugar y fecha	Morelia, Michoacán a 28 de agosto de 2025