



UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLÁS DE
HIDALGO

FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA - DIVISIÓN DE
ESTUDIOS DE POSGRADO

**Detección de excentricidades en
motores de inducción usando Análisis
Topológico de Datos**

T E S I S

PARA OBTENER EL GRADO DE:

Maestro en Ciencias en Ingeniería Eléctrica

PRESENTA:

Kristian Gerardo Gochi Vergara

DIRECTOR:

Dr. Juan Anzures Marín

Co-director:

Dr. Juan Ahtziri González Lemus



**Morelia, Michoacán, México.
Enero 2026**



DETECCIÓN DE EXCENTRICIDADES EN MOTORES ELÉCTRICOS USANDO ANÁLISIS TOPOLÓGICOS DE DATOS

Los Miembros del Jurado de Examen de Grado aprueban la **Tesis de Maestría en Ciencias en Ingeniería Eléctrica** de **Kristian Gerado Gochi Vergara**.

Dr. Jaime Cerda Jacobo
Presidente del Jurado

Dr. Juan Anzures Marín
Director de Tesis

Dr. Juan Ahtziri González Lemus
Co-director

Dr. Roberto Tapia Sánchez
Vocal

Dr. Enrique Jaime Herrera López
Revisor Externo (CIATEJ)

Dr. J. Aurelio Medina Rios
*Jefe de la División de Estudios de Posgrado
de la Facultad de Ingeniería Eléctrica. UMSNH
(Por reconocimiento de firmas)*

UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO
Diciembre 2025

*“No entiendes realmente algo
a menos que seas capaz de explicárselo a tu ague.”*
— Albert Einstein

Agradecimientos

En esta tesis se refleja un largo proceso lleno de desafíos, dificultades, logros, alegrías y aprendizajes. En este trayecto tuve la dicha de contar con personas que me guiaron de manera directa o indirecta, y a todas ellas les agradezco de todo corazón.

Agradezco a Dios por los momentos que me concedió, y especialmente por brindarme a mis padres, quienes fueron mi roca a lo largo de este trabajo. Ellos me acompañaron en todos los estados posibles y me impulsaron siempre a seguir adelante. A ellos dedico este esfuerzo, fruto de un compromiso compartido.

A mis hermanos, mi cuñada y mis sobrinos, por su apoyo incondicional, por la paciencia en mis momentos difíciles y por darme el refugio que solo una familia puede brindar.

Al Dr. Juan Anzures Marín, le expreso mi más sincero agradecimiento por su tiempo, paciencia y dedicación durante todo este proceso. Le agradezco profundamente haberme tomado bajo su tutela.

Al Dr. Juan Ahtziri González Lemus, por su guía incondicional, paciencia, enseñanzas y firme compromiso. Ha sido un honor contar con su apoyo y trabajar bajo su dirección.

A los sinodales de este trabajo, por sus valiosas aportaciones y observaciones que enriquecieron la calidad de esta investigación.

A mi pareja Daniela Carrillo, por tu apoyo y amor incondicional y sobre todo, por estar a mi lado. Te agradezco profundamente.

A mis compañeros, gracias por todos los momentos que compartimos, por las risas, el apoyo y el compañerismo que hicieron de cada día una experiencia especial. Aprendí mucho de cada uno de ustedes, no solo en lo académico, sino también en lo personal. Les deseo lo mejor en todo lo que venga, y espero que sigamos recordando esta etapa con cariño.

A la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería Eléctrica de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, por brindarme la oportunidad de realizar mis estudios de maestría.

Finalmente, agradezco a la Secretaría de Ciencias, Humanidades, Tecnologías e Innovación (SECIHTI) por el otorgamiento de la beca que me permitió llevar a cabo estos estudios de maestría.

Resumen

El diagnóstico temprano de fallas en sistemas industriales es fundamental para garantizar la continuidad operativa, evitar pérdidas económicas y mejorar la seguridad de los procesos. En este contexto, los motores de inducción representan un componente crítico debido a su amplio uso y a la dificultad de identificar ciertas fallas en etapas iniciales.

Esta tesis se centra en el estudio de fallas por excentricidad, una anomalía que modifica el comportamiento del motor y puede disminuir su eficiencia. El objetivo principal es desarrollar un método de detección basado en análisis topológico aplicado a señales de corriente.

Para tal fin, se modelaron en ANSYS condiciones sin carga bajo distintos niveles de excentricidad, a partir de las cuales se obtuvieron señales de corriente. Estas señales permitieron construir nubes de datos, entendidas como representaciones de conjuntos de puntos que capturan la estructura geométrica contenida en los datos medidos. Dichas nubes se aproximaron mediante complejos alfa con el propósito de extraer propiedades topológicas relevantes. Posteriormente, estas propiedades se analizaron mediante representaciones visuales como diagramas de persistencia y curvas de Betti, lo que permitió distinguir patrones asociados a los diferentes niveles de excentricidad.

Los resultados muestran que el análisis topológico de datos aplicado a señales eléctricas constituye una alternativa efectiva para la detección de fallas por excentricidad en motores de inducción, destacando además por no depender de modelos matemáticos específicos.

Palabras clave: Diagnóstico de fallas, motores de inducción, análisis topológico de datos, complejos alfa, curvas de Betti, diagramas de persistencia

Abstract

Early fault diagnosis in industrial systems is essential to ensure operational continuity, prevent economic losses, and improve process safety. In this context, induction motors are a critical component due to their widespread use and the challenges associated with detecting certain faults at early stages.

This thesis focuses on eccentricity faults, an anomaly that alters the electromagnetic behavior of the motor and may reduce its efficiency. The main objective is to develop a detection method based on topological data analysis applied to current signals.

To this end, no-load operating conditions with different eccentricity levels were modeled in ANSYS, from which current signals were obtained. These signals were used to construct data clouds, understood as point sets that represent the geometric structure inherent in the measured data. The resulting data clouds were approximated using alpha complexes to extract relevant topological properties. Such properties were subsequently analyzed through visual tools such as persistence diagrams and Betti curves, allowing the distinction of patterns associated with the different eccentricity levels.

The results indicate that the topological analysis of electrical signals offers an effective alternative for detecting eccentricity faults in induction motors, while also standing out for not relying on specific mathematical models.

Simbologia

Símbolo	Descripción	Unidades
V_L	Voltaje de línea	V
V_φ	Voltaje de fase	V
I_L	Corriente de línea	A
I_φ	Corriente de fase	A
f	Frecuencia eléctrica	Hz
N_s	Velocidad síncrona	rpm
N_r	Velocidad del rotor	rpm
s	Deslizamiento	—
p	Número de polos	—
P	Pares de polos	—
$\vec{B}$	Densidad de flujo magnético	T
E	Voltaje inducido	V
l	Longitud del conductor	m
v	Velocidad del campo magnético	m s^{-1}
σ	Complejo simplicial	—
N	Nube de datos	—
r	Radio de bolas	—
$r_{\text{mín}}$	Radio mínimo de la filtración por complejos alfa	—
$r_{\text{máx}}$	Radio máximo de la filtración por complejos alfa	—
$\mathcal{A}_r(N)$	Complejos alfa de radio r de N	—
α	Hoyo de dimensión 0, 1 o 2	—
$u(t)$	Referencia	—
$y(t)$	Salida	—
$\hat{y}(t)$	Salida estimada	—
$i_a(t), i_b(t), i_c(t)$	Corrientes A, B, C de línea instantaneas	A
I_m	Amplitud de corriente	A
f	Frecuencia	Hz
t	Tiempo	s

Acrónimos

Acrónimo	Descripción
IoT	Internet de las Cosas
CD	Corriente Directa
CA	Corriente Alterna
EE	Excentricidad Estática
ED	Excentricidad Dinámica
EM	Excentricidad Mixta
IEEE	Institute of Electrical and Electronics Engineers
EPRI	Electric Power Research Institute
ATD	Análisis Topológico de Datos
DF	Diagnóstico de Fallas
FFT	Fast Fourier Transform
MCSA	Análisis de firma de corrientes

Índice general

Agradecimientos	I
Resumen	III
Abstract	V
Simbología	VII
Acrónimos	IX
1. Introducción	1
1.1. Planteamiento del Problema	1
1.2. Estado del arte	2
1.3. Justificación	3
1.4. Hipótesis	3
1.5. Metodología de la investigación	3
1.6. Objetivos de investigación	4
1.6.1. Objetivo General	4
1.6.2. Objetivos Particulares	4
1.7. Contenido de la tesis	5
2. Motores de inducción	7
2.1. Conceptos básicos de motores	7
2.2. Motores eléctricos rotativos	8
2.2.1. Clasificación de motores eléctricos	11
2.3. Motor de inducción trifásico	12
2.3.1. Principio de funcionamiento	12
2.3.2. Partes de un motor de inducción jaula de ardilla	13
2.3.3. Velocidad Sincrónica y Deslizamiento	14
2.3.4. Conexiones en motores de inducción trifásicos	14
2.4. Fallas en motores de inducción	16
2.4.1. Clasificación de fallas en motores de inducción	17
2.5. Excentricidad en motores de inducción	21
2.6. Conclusiones del capítulo	22

3. Introducción al Análisis Topológico de Datos	23
3.1. Introducción	23
3.2. Preliminares matemáticos del ATD	24
3.2.1. Complejos simpliciales	24
3.2.2. Complejos Alfa	26
3.2.3. Homología de conjuntos en $\mathbb{R}^3$	30
3.2.4. Homología persistente	33
3.3. Ejemplos	35
3.4. Conclusiones del capítulo	39
4. Diagnóstico de fallas	41
4.1. Introducción	41
4.2. Conceptos generales	41
4.3. Métodos de diagnóstico de fallas	45
4.3.1. Diagnóstico de fallas basado en modelos matemáticos	46
4.3.2. Diagnóstico de fallas basado en datos o señales	47
4.4. Conclusiones del capítulo	49
5. Artículos preliminares	51
5.1. Datos preliminares	51
5.2. Caso ideal	52
5.3. Captura de datos	53
5.4. Aplicación del ATD	55
5.4.1. Diagramas de persistencia	56
5.4.2. Curvas de Betti	57
5.5. Aplicación práctica del ATD	58
5.6. Conclusiones del capítulo	59
6. Resultados obtenidos	61
6.1. Generación y análisis de datos	61
6.1.1. Procedimiento para el análisis de las corrientes	62
6.2. Reconstrucción de resultados preliminares	62
6.2.1. Diagramas de persistencia	64
6.2.2. Curvas de Betti	67
6.2.3. Observaciones de la sección	68
6.3. Extensión del análisis	69
6.3.1. Diagramas de persistencia	70
6.3.2. Curvas de Betti	72
6.3.3. Observaciones de la sección	75
6.4. Discusión sobre los métodos de diagnóstico	75
6.5. Conclusiones del capítulo	76

7. Conclusiones	77
7.1. Conclusiones Generales	77
7.2. Aportaciones	77
7.3. Limitaciones	78
7.4. Trabajos futuros	78
 Apéndices	 79
A. Parámetros de simulación para ANSYS RMXprt	79
A.1. Parámetros del artículo [22]	79
 B. Código en Python para el ATD	 83
B.1. Script principal de análisis	83
B.2. Módulo <code>curvasBetti.py</code>	89
 Referencias	 93

Índice de figuras

1.1. Diagrama de flujo del procedimiento de la metodología.	4
2.1. Devanado o bobina de un motor.	8
2.2. Eje ensamblado en el rodamiento o balero.	9
2.3. Comparación de estatores en motores de CA y CD.	9
2.4. Comparación de diferentes tipos de rotores.	10
2.5. Diagrama de un motor concéntrico.	10
2.6. Imán móvil que induce una corriente sobre la escalera conductora. . . .	12
2.7. Estator de un motor de inducción.	13
2.8. Rotor de un motor de inducción jaula de ardilla.	13
2.9. Conexión estrella: diagrama y bornera de un motor de inducción. . . .	15
2.10. Conexión delta: diagrama y bornera de un motor de inducción.	16
2.11. Consecuencias de un cortocircuito entre espiras del devanado.	18
2.12. Diagrama de una fase abierta (V_a) en un motor trifásico.	18
2.13. Imagen de un rotor con una barra rota.	19
2.14. Desbalanceo del rotor.	19
2.15. Distinto tipo de fallas en rodamientos.	20
2.16. Porcentajes de componentes de fallas en motores de inducción extraídos de [25].	21
2.17. Diagrama de un motor cuando el rotor no está centrado, pero gira de forma estable sobre su eje.	21
2.18. Diagrama del motor cuando el rotor gira de forma inestable.	22
2.19. Secuencia de un motor en presencia de una excentricidad mixta.	22
3.1. Ilustración de uniones entre simplejos.	25
3.2. Cuatro 2-simplejos (triángulos), cinco 1-simplejos (segmentos) y veinti- dós 0-simplejos.	25
3.3. Ejemplos de formas de formar un nuevo simplejo con base en la Figura 3.2.	26
3.4. Diagrama de Voronoi en $\mathbb{R}^2$ determinado por los puntos negros.	27
3.5. Visualización de complejos alfa: color rojo son las bolas truncadas, el color negro son las fronteras de las celdas de Voronoi, el color azul son los 1-simplejos y el relleno de azul un 2-simplejo.	28

3.6. Diagrama de Voronoi compuesta por un círculo, un semicírculo y un triángulo.	29
3.7. Evolución del complejo alfa generado a partir de la nube de puntos de la Figura 3.6.	30
3.8. Ilustración del conjunto X con diferentes tipos de hoyos.	31
3.9. Diagrama de persistencia del conjunto con círculo, semicírculo y triángulo.	36
3.10. Curvas de Betti de la nube de datos del Ejemplo 3.2.3.	37
3.11. Diagrama de persistencia de la nube de puntos de forma de Mickey.	38
3.12. Curvas de Betti para la nube de punto con forma de cabeza, orejas y nariz.	39
4.1. Partes y procesos de un sistema de control.	43
4.2. Diagrama de clasificación de fallas según la magnitud de la falla.	43
4.3. Etapas del diagnóstico de fallas.	44
4.4. Componentes del sistema de banda transportadora automática	44
4.5. Clasificación de métodos de diagnóstico de fallas.	45
4.6. Esquema general del diagnóstico de fallas basado en modelos matemáticos.	47
4.7. Diagrama de conexión de un motor de inducción trifásico con sensores de corriente.	48
4.8. Corrientes extraídas de los sensores trifásicos durante su operación.	48
4.9. Comparación de las 0-curvas de Betti para la condición normal (azul) y la condición de falla (naranja).	48
5.1. Corrientes trifásicas ideales balanceadas.	52
5.2. Círculo ideal $\mathcal{C}$ obtenido de las corrientes trifásicas.	53
5.3. Muestra de 1024 datos de corrientes trifásicas correspondientes a la excentricidad pequeña.	54
5.4. Muestra de 1024 datos de corrientes trifásicas correspondientes a la excentricidad grande.	54
5.5. Representación de las corrientes en $\mathbb{R}^3$ para el caso de excentricidad pequeña.	55
5.6. Representación de las corrientes en $\mathbb{R}^3$ para el caso de excentricidad grande.	55
5.7. Diagramas de persistencia asociados a la Tabla 5.2.	56
5.8. 0-curvas de Betti de los casos propuestos.	57
5.9. 1-curvas de Betti de los casos propuestos.	58
6.1. Marco de datos de corrientes trifásicas con excentricidad pequeña.	63
6.2. Marco de datos de corrientes trifásicas con excentricidad grande.	63
6.3. Nubes de datos en $\mathbb{R}^3$ para los dos extremos de niveles de excentricidad.	64
6.4. Diagrama de persistencia para $EE= 1.5\%$	64
6.5. Diagrama de persistencia para $EE= 17.2\%$	65
6.6. Diagrama de persistencia para $EE= 24.1\%$	65
6.7. Diagrama de persistencia para $EE= 40.5\%$	65
6.8. Diagrama de persistencia para $EE= 47.1\%$	66
6.9. Diagrama de persistencia para $EE= 64.6\%$	66
6.10. 0-curva de Betti sin carga para las excentricidades.	67

6.11. 1-curva de Betti de las primeras tres excentricidades.	68
6.12. 1-curva de Betti de las últimas tres excentricidades.	68
6.13. Corrientes trifásicas para la excentricidad pequeña.	69
6.14. Corrientes trifásicas para la excentricidad grande.	69
6.15. Nubes de datos en $\mathbb{R}^3$ para los dos extremos de niveles de excentricidad.	70
6.16. Diagrama de persistencia para EE= 1.5 %.	70
6.17. Diagrama de persistencia para EE= 17.2 %.	71
6.18. Diagrama de persistencia para EE= 24.1 %.	71
6.19. Diagrama de persistencia para EE= 40.5 %.	71
6.20. Diagrama de persistencia para EE= 47.1 %.	72
6.21. Diagrama de persistencia para EE= 64.6 %.	72
6.22. 0-curva de Betti sin carga para las excentricidades.	73
6.23. 1-curva de Betti de las primeras tres excentricidades.	73
6.24. 1-curva de Betti de las últimas tres excentricidades.	74
6.25. 2-curva de Betti de las primeras tres excentricidades.	74
6.26. 2-curva de Betti de las últimas tres excentricidades.	74

Índice de tablas

3.1. Ejemplos de homologías en $\mathbb{R}^3$	32
5.1. Características del motor de inducción analizado en [23] y [22].	51
5.2. Excentricidades consideradas en el análisis.	52
5.3. MAE de estimación de excentricidades en la fabricación de motores. . .	59
5.4. MAE en la predicción de excentricidad para el escenario de operación del motor.	59
6.1. Área bajo la curva de la Figura 6.10.	67
6.2. Radios de muerte de los 1-hoyos asociados al círculo de los distintos niveles de excentricidad.	68
6.3. Tiempos de procesamiento para el cálculo de hoyos.	69
6.4. Área bajo la curva de la Figura 6.22.	73
6.5. Tabla comparativa de 2-hoyos e intervalos implementados.	75
6.6. Comparación entre MCSA y métodos ATD para diagnóstico de excen- tricidad.	75

Capítulo 1

Introducción

Este capítulo presenta la problemática relacionada con los motores de inducción e incluye una revisión general del estado del arte. Asimismo, se presentan la hipótesis, el objetivo general y los objetivos específicos de la tesis. Finalmente, se justifica la relevancia de la investigación y se describen brevemente los capítulos que conforman esta tesis.

1.1. Planteamiento del Problema

El motor de inducción es uno de los dispositivos más utilizados en la industria debido a su robustez, eficiencia y reducido costo de mantenimiento. Sin embargo, a pesar de su fiabilidad, estos motores pueden presentar fallas que ocasionan paros no programados, pérdidas de producción e incrementos en los costos operativos.

Entre las fallas mecánicas más comunes se encuentra la excentricidad, originada por la desalineación entre el rotor y el estator. Esta condición produce vibraciones, sobrecalentamiento y una disminución gradual de la eficiencia, pudiendo derivar en daños severos si no se detecta oportunamente. Por ello, resulta necesario contar con métodos de diagnóstico que permitan identificar esta falla en sus etapas iniciales.

Existen diversas metodologías para el diagnóstico de excentricidades, tales como el análisis de corrientes del estator mediante transformada de Fourier, el análisis de vibraciones y técnicas basadas en redes neuronales. Aunque estos enfoques han demostrado utilidad, presentan algunas limitaciones, entre ellas: requerir grandes volúmenes de datos y depender de etapas de preprocesamiento complejas.

Ante este panorama, surge la necesidad de explorar enfoques alternativos que permitan mejorar la detección temprana de excentricidades sin incrementar significativamente la complejidad del análisis. Esta tesis propone el uso del Análisis Topológico de Datos, una técnica emergente que permite extraer patrones relevantes a partir de la “forma” de los datos, sin depender de modelos matemáticos específicos y con menor cantidad de datos.

1.2. Estado del arte

El diagnóstico de fallas en motores de inducción es un área ampliamente estudiada debido a la importancia de estos equipos en procesos industriales. A pesar de su confiabilidad, los motores están sujetos a fallas eléctricas y mecánicas que pueden ocasionar vibraciones, ruidos, pérdidas de rendimiento y daños irreversibles. Para enfrentar estos problemas, se han desarrollado diversas metodologías que abarcan desde enfoques convencionales hasta técnicas basadas en inteligencia artificial [1].

Entre los métodos tradicionales, destacan el Análisis de Firma de Corrientes del Motor y el Análisis de Vibraciones, ambos ampliamente utilizados por ser técnicas no invasivas, pero estos presentan las siguientes limitantes: El primero presenta limitaciones en la detección de fallas incipientes y su efectividad puede depender en gran medida de la experiencia del usuario que lo emplea [2]. El segundo emplea sensores de vibración colocados en la carcasa del estator [3]; sin embargo, requiere múltiples sensores para lograr un diagnóstico completo de la máquina [4]. Como alternativa, se encuentra el Análisis de Flujo de Dispersión de Secuencia Cero, que utiliza bobinas externas para detectar asimetrías asociadas a fallas en el rotor [5][6]. Asimismo, se han propuesto técnicas híbridas, por ejemplo, la descomposición de modos empíricos con la transformada Wavelet [7].

Por otro lado, existen metodologías basadas en modelos matemáticos, siendo los más comunes: los modelos eléctricos clásicos [8][9]; el método de elementos finitos, que divide al motor en una malla y resuelve numéricamente ecuaciones diferenciales parciales para describir con precisión los campos electromagnéticos, aunque con alto costo computacional [10][11]. Este método es utilizado para diagnosticar fallas, tales como: fallas en rodamientos [12], excentricidades [13][14] y barras rotas [15]. Finalmente, el método de función de bobinado modificado, centrado en la representación de los devanados [10][16].

En los últimos años, la Industria 4.0 ha impulsado el uso del aprendizaje automático y profundo en el diagnóstico de fallas. Como ejemplos se tiene al sistema de monitoreo propuesto en [17], que integra sensores de corriente, vibración, voltaje, temperatura y velocidad con procesamiento en una aplicación móvil. Y el sistema descrito en [18], que emplea el internet de las cosas (IoT), transformada de Fourier de ventana corta y redes neuronales convolucionales para clasificar el estado del motor en tiempo real. Otro ejemplo es el visto en [19], donde se aplicó el uso de imágenes termográficas como datos y a estos se les aplicó una red neuronal convolucional para identificar fallas mecánicas en motores de inducción y desgaste en cajas de engranajes a partir de sus imágenes térmicas.

La inteligencia artificial ha avanzado desde modelos clásicos como redes neuronales y máquinas de vectores de soporte hasta técnicas de aprendizaje profundo con arquitecturas más complejas, logrando una buena precisión en el diagnóstico de fallas. Sin embargo, uno de los principales desafíos es la falta de interpretabilidad de sus resultados para el usuario [20][21].

Para superar esta limitante, investigaciones recientes han presentado técnicas de aprendizaje automático combinadas con el Análisis Topológico de Datos. En [22] utiliza

el Análisis Topológico de Datos con estimadores para clasificar la severidad de la excentricidad en señales de corriente, logrando una diferenciación entre los distintos niveles de la falla. Este tipo de propuestas abren una línea emergente de investigación con gran potencial para el diagnóstico de motores de inducción.

1.3. Justificación

Los métodos convencionales utilizados para la detección de excentricidades suelen requerir grandes volúmenes de datos o etapas de preprocesamiento complejas, lo que limita su aplicación para la detección temprana y el monitoreo práctico en entornos industriales. Ante estas restricciones, resulta pertinente explorar técnicas que sean más eficientes, menos dependientes de datos extensos y capaces de capturar irregularidades sutiles en las señales.

En este contexto, el Análisis Topológico de Datos surge como técnica para el diagnóstico de excentricidades en motores de inducción, ofreciendo dos ventajas principales: no requiere un conjunto masivo de datos para identificar irregularidades y no depende de un modelo matemático explícito. Con ello se busca aportar una alternativa robusta y práctica que contribuya al desarrollo de métodos de mayor eficiencia y fiabilidad.

1.4. Hipótesis

El Análisis Topológico de Datos permite establecer un procedimiento preciso y confiable para detectar excentricidades en motores de inducción trifásicos a partir de las corrientes de línea en estado estacionario.

1.5. Metodología de la investigación

La metodología de esta tesis se describe en la Figura 1.1. En primer lugar, se construye el modelo paramétrico en ANSYS RMxprt a partir de los datos de la hoja técnica del motor para sus conexiones en estrella y delta sin carga. Posteriormente, el modelo se importa a ANSYS Maxwell para realizar las simulaciones, donde se introducen diferentes niveles de excentricidad mediante la extensión ACT.

Una vez obtenidas las simulaciones, se descarta la parte transitoria de las corrientes y se extraen marcos de 1024 datos de la corriente de línea en condición sin carga. Cada uno de estos marcos permite construir una nube de puntos con una trayectoria bien definida en $\mathbb{R}^3$. Después, a cada nube de datos se le aplica el Análisis Topológico de Datos utilizando complejos alfa mediante la librería GUDHI en Python. Finalmente, se calcula la homología persistente de cada nube y se obtienen e interpretan sus diagramas de persistencia y las curvas de Betti correspondientes.

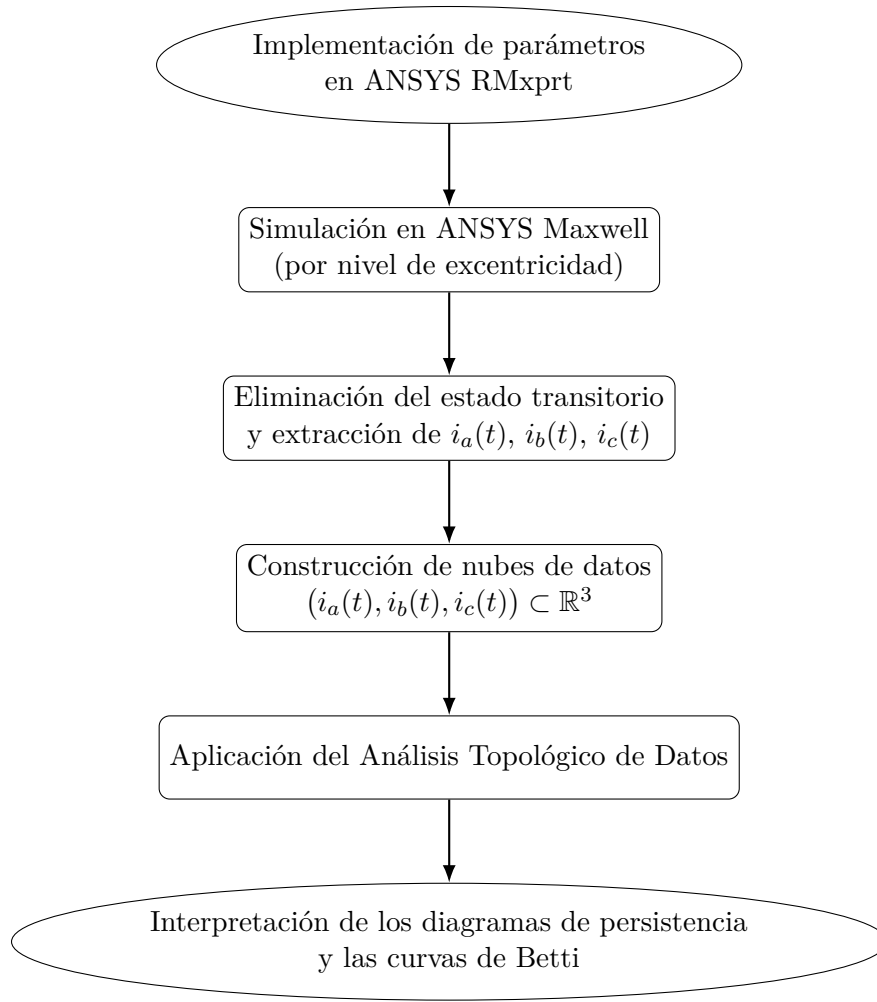


Figura 1.1: Diagrama de flujo del procedimiento de la metodología.

1.6. Objetivos de investigación

1.6.1. Objetivo General

Diseñar un procedimiento para el diagnóstico de excentricidades en motores de inducción, empleando Análisis Topológico de Datos aplicado a las nubes de datos obtenidas a partir de las mediciones de corrientes trifásicas.

1.6.2. Objetivos Particulares

- Replicar las propiedades del motor de inducción utilizado en los artículos [23] y [22] mediante ANSYS. Después, comparar los resultados obtenidos con los de dichos artículos.
- Obtener los datos de corrientes trifásicas de la simulación en las conexiones estrella y delta.

- Aplicar el Análisis Topológico de Datos sobre las señales de corriente para identificar los patrones que se obtienen con diferentes niveles de excentricidad.
- Exponer las diferencias en las señales de corriente capturadas por el Análisis Topológico de Datos para los dos tipos de conexiones.

1.7. Contenido de la tesis

Esta tesis se organiza en seis capítulos y dos apéndices, descritos a continuación:

- El Capítulo 2 presenta la teoría básica de los motores de inducción y fallas principales que puede presentar el motor de inducción trifásico.
- El Capítulo 3 introduce los conceptos fundamentales del Análisis Topológico de Datos, como los complejos simpliciales, los complejos alfa y la homología persistente. Se finaliza con ejemplos ilustrativos que faciliten la comprensión de estos conceptos.
- El Capítulo 4 aborda fundamentos del diagnóstico de fallas y métodos tradicionales empleados en esta área.
- El Capítulo 5 expone y analiza los artículos [23] y [22], los cuales fungen de referencias principales para el desarrollo de esta tesis.
- El Capítulo 6 presenta los resultados de las simulaciones y su interpretación mediante el uso del Análisis Topológico de Datos.
- El Capítulo 7 menciona las conclusiones generales de la investigación y se plantean posibles líneas de trabajos a futuro.
- El Apéndice A presenta la información del modelo del motor utilizado en esta tesis.
- El Apéndice B presenta el código en el lenguaje Python implementado para analizar las corrientes simuladas en la plataforma ANSYS.

Capítulo 2

Motores de inducción

En este capítulo se presentan los conceptos fundamentales necesarios para comprender el comportamiento de los motores de inducción trifásicos, que constituyen el objeto de estudio en los análisis desarrollados en capítulos posteriores.

Se presenta una revisión general de los motores eléctricos y sus principales componentes, para después introducir el principio de funcionamiento del motor de inducción trifásico, sus conexiones típicas y las magnitudes eléctricas asociadas. Finalmente, se describen las fallas más frecuentes en este tipo de máquinas, haciendo énfasis en la excentricidad por ser la condición de interés en esta tesis. Para una exposición más detallada de la teoría de funcionamiento pueden consultarse [24][25][26][27][28].

2.1. Conceptos básicos de motores

El **motor** se define como una máquina que transforma energía eléctrica, química, hidráulica o neumática en energía mecánica, la cual se manifiesta en un movimiento rotativo y par mecánico. Esta energía es aprovechada para realizar un proceso útil dentro de un sistema, como accionar una carga, mover un mecanismo o impulsar un eje.

A continuación, se presentan definiciones de los tipos de motores según la energía que consumen:

- **Motores de combustión interna:** Convierten la energía química contenida en un combustible (gasolina, diésel o gas) en energía mecánica. Encontrados en motores de automóviles, motocicletas, motosierras, entre otros.
- **Motores hidráulicos:** Transforman la presión de un líquido para generar energía mecánica. Utilizados en maquinaria industrial y equipos móviles, como motores de paletas, engranajes o pistones presentes en excavadoras, grúas hidráulicas y sistemas de dirección asistida.
- **Motores neumáticos:** Emplean la energía de un gas comprimido, usando aire para inducir la rotación de sus componentes internos, generando energía. Empleados en herramientas como llaves de impacto, taladros, atornilladores industriales,

sistemas robóticos ligeros y en entornos donde no se permite el uso de electricidad por razones de seguridad.

- **Motores eléctricos:** Consumen corriente alterna (CA) o corriente directa (CD) y la transforman en energía mecánica. Encontrados en aparatos domésticos tanto en licuadoras, lavadoras, batidoras, como en aplicaciones industriales. Asimismo, en el área del transporte, los motores eléctricos están sustituyendo progresivamente a los de combustión interna.

Esta tesis se especializa en motores eléctricos, por lo que en la siguiente sección se describen las características generales de los motores eléctricos rotativos.

2.2. Motores eléctricos rotativos

El **motor eléctrico** transforma energía eléctrica en energía mecánica mediante campos magnéticos que ejercen fuerzas sobre elementos conductores. Consta de dos partes: una fija (estator) y otra giratoria (rotor). Para un funcionamiento correcto, ambas partes deben ser **concéntricas**; es decir, los centros del estator y del rotor deben coincidir. Los elementos principales de los motores eléctricos son los siguientes:

- **Devanados o bobinas.** La Figura 2.1 muestra una bobina de alambre de cobre enrollado, donde circula la corriente. Las cuales generan campos magnéticos que permiten el funcionamiento del motor y según el tipo de máquina, pueden estar ubicadas en el estator, en el rotor, o en ambos.



Figura 2.1: Devanado o bobina de un motor.

- **Eje y rodamiento.** La Figura 2.2 muestra una barra cilíndrica metálica (el eje) ubicada en el centro del rodamiento o balero. A través del eje se transmite el movimiento giratorio y el par generado por el motor hacia el exterior. El rodamiento permite que el rotor gire con baja fricción dentro del motor.

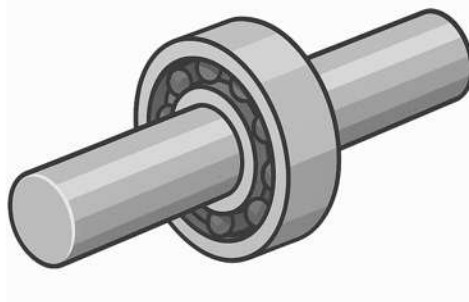
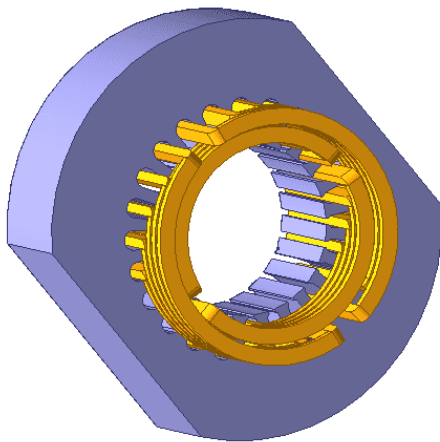
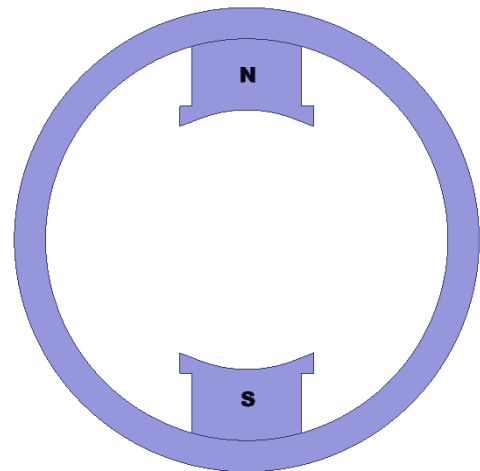


Figura 2.2: Eje ensamblado en el rodamiento o balero.

- **Estator.** Es la parte inmóvil del motor. En su interior se encuentran los devanados que generan el campo magnético necesario para el funcionamiento del motor. La Figura 2.3a muestra un estator con ranuras que contienen a los devanados; dicho estator puede pertenecer a motores de CA o CD. Por otro lado, la Figura 2.3b ilustra un motor de CD con imanes permanentes; en este caso, el estator está formado por dos imanes colocados estratégicamente para generar el giro.



(a) Estator con devanados acomodados en las ranuras.



(b) Estator de un motor de CD con imanes permanentes.

Figura 2.3: Comparación de estatores en motores de CA y CD.

- **Rotor.** Es la parte móvil del motor. La Figura 2.4a muestra el rotor de CD; incorporando bobinas conectadas a un conmutador, el cual cambia el sentido de la corriente para mantener el giro. En las Figuras 2.4b y 2.4c se observan rotores

típicos de motores de CA: uno con barras metálicas configuradas como una jaula de ardilla, y el otro con devanados.

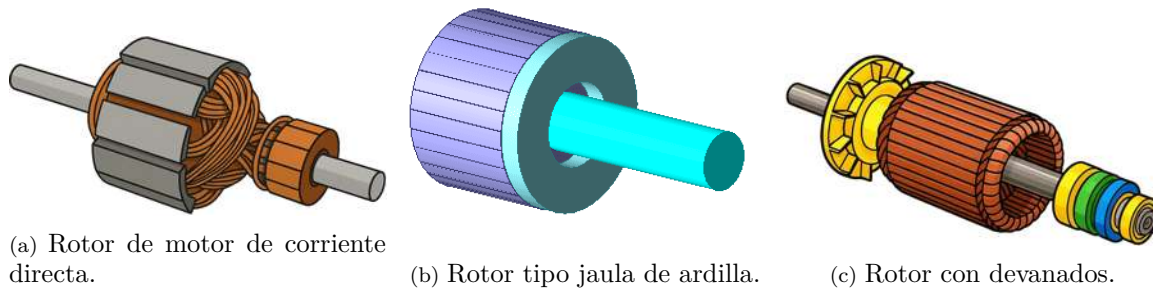


Figura 2.4: Comparación de diferentes tipos de rotores.

- **Entrehierro.** Corresponde al espacio que existe entre el estator y el rotor. La Figura 2.5 muestra la sección transversal de un motor concéntrico, permitiendo que el rotor gire sin tocar al estator y a la vez que el campo magnético del estator llegue al rotor para producir un giro y par mecánico. Si el entrehierro no es uniforme, entonces se presentan anomalías que serán explicadas en secciones posteriores.

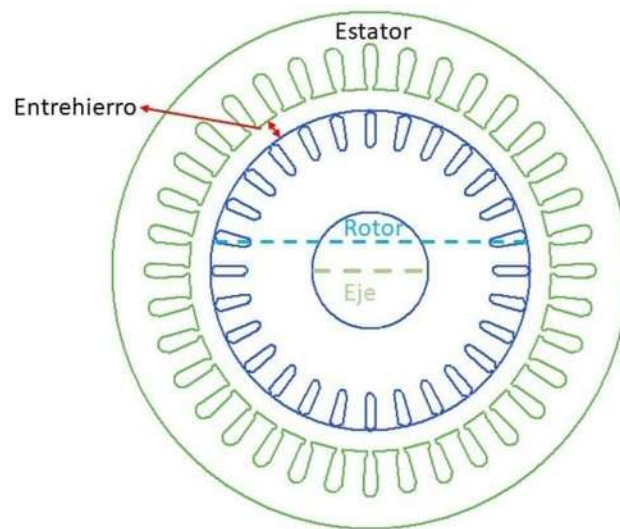


Figura 2.5: Diagrama de un motor concéntrico.

Una vez explicadas las partes del motor, se mencionan las dos formas en las que se utiliza la corriente eléctrica para hacer girar al eje:

1. Utilizando devanados colocados en el estator, a través de los cuales fluye la corriente eléctrica que alimenta el motor, generando así un campo magnético. Dicho campo hace girar al rotor y por lo tanto, al eje.

2. Colocando imanes polarizados en el estator y utilizando la corriente de alimentación para polarizar al rotor, por lo que el principio de repulsión gira al rotor y al eje.

2.2.1. Clasificación de motores eléctricos

Según el tipo de corriente de alimentación, los motores eléctricos se clasifican en:

■ Motores de CD

- **Motor en serie.** Consta de devanados en el estator y rotor conectados en serie; brinda un alto par de arranque y velocidad que varía con la carga. Se aplica en: arrancadores de automóviles, taladros y sierras portátiles.
- **Motor en derivación (shunt).** Cuenta con devanados en paralelo, lo cual proporciona velocidad prácticamente constante. Se aplica en: equipos de laboratorio, ventiladores de CD.
- **Motor compuesto.** Combina las virtudes del motor en serie y shunt, equilibrando el par de arranque y regulación de velocidad. Se emplea en: montacargas, grúas, ascensores industriales.
- **Motor de imanes permanentes.** Se construye con imanes (en estator o rotor, según la construcción del motor) para generar la energía mecánica. Sus aplicaciones van desde juguetes eléctricos, ventiladores USB, cepillos dentales eléctricos, entre otros.

■ Motores de CA

- **Motores monofásicos.** Son alimentados por una fase; el estator contiene a los devanados y el rotor está construido con barras metálicas cortocircuitadas que se asemejan a una jaula de ardilla. Algunas de sus aplicaciones son: ventiladores de techo, extractores y bombas pequeñas.
- **Motores trifásicos.** Consumen corriente alterna trifásica; son más eficientes y potentes que los monofásicos, clasificándolos en dos categorías:
 - *Motor de inducción tipo jaula de ardilla.* En este motor, el estator está construido con ranuras que contienen devanados espaciados entre sí por 120° y el rotor está diseñado en forma de jaula de ardilla. Dicho motor es robusto, económico y de bajo mantenimiento.
 - *Motor de rotor devanado.* Su rotor contiene devanados trifásicos conectados a colectores o anillos rozantes, esto permite insertar resistencias externas para mejorar el arranque y el control de velocidad. Útil en cargas de alta inercia o en el caso de requerir una variación de velocidad.

Sus aplicaciones típicas van desde compresores, cintas transportadoras hasta maquinaria de proceso, entre otros.

Esta tesis se enfoca en los motores de inducción trifásicos tipo jaula de ardilla, debido a su variedad de aplicaciones, bajo mantenimiento y diseño robusto. En la siguiente sección se describen sus características y principios de funcionamiento.

2.3. Motor de inducción trifásico

2.3.1. Principio de funcionamiento

El principio de funcionamiento de este motor depende de las leyes de Faraday, Lorentz y Lenz, que rigen la interacción entre los campos magnéticos y las corrientes inducidas en los conductores.

La Figura 2.6 presenta un esquema simplificado del motor de inducción tipo jaula de ardilla, mostrando un imán que genera un campo magnético $\vec{B}$. El imán se desplaza horizontalmente a una velocidad v sobre una estructura de escalera formada por *peldaños cilíndricos* de longitud l , las cuales están conectadas en cortocircuito en sus extremos mediante dos barras A y B, deduciendo los siguientes fenómenos:

1. **Ley de Faraday:** El movimiento del imán genera un cambio en el flujo magnético que atraviesa los conductores, induciendo un voltaje $E = |\vec{B}|lv$ en cada barra cilíndrica.
2. **Generación de corriente:** El voltaje inducido provoca que circule una corriente I a través de los peldaños, cerrándose entre las barras A y B.
3. **Ley de Lenz:** La corriente generada produce un campo magnético que se opone al campo $\vec{B}$, compensando la alteración del flujo magnético.
4. **Ley de Lorentz:** La interacción entre la corriente I y el campo magnético $\vec{B}$ genera una fuerza electromagnética que impulsa los conductores, produciendo el movimiento de la escalera.

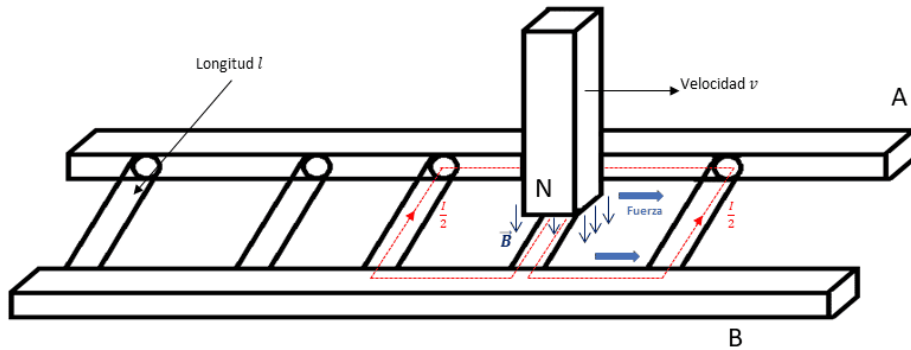


Figura 2.6: Imán móvil que induce una corriente sobre la escalera conductora.

Es importante señalar que la Figura 2.6 es meramente ilustrativa debido a que los motores de inducción se les inyecta una corriente en los devanados, teniendo un comportamiento de electroimán acorde a la evolución de la corriente inyectada, además, la escalera hace el papel del rotor.

2.3.2. Partes de un motor de inducción jaula de ardilla

El estator consta de un armazón de acero laminado que soporta un núcleo cilíndrico hueco compuesto por laminaciones apiladas y devanados (ver Figura 2.7). En su circunferencia interna se encuentran varias ranuras equidistantes, las cuales proporcionan el espacio necesario para albergar a los devanados del estator.

En la Figura 2.8, el rotor jaula de ardilla se compone por barras conductoras, generalmente de cobre o aluminio, ligeramente más largas que el rotor, insertadas en las ranuras y conectados por sus extremos mediante anillos conductores. Estas barras y anillos pueden estar fabricados mediante fundición a presión en una sola pieza o ensamblados por separado, dependiendo del diseño y la aplicación del motor.

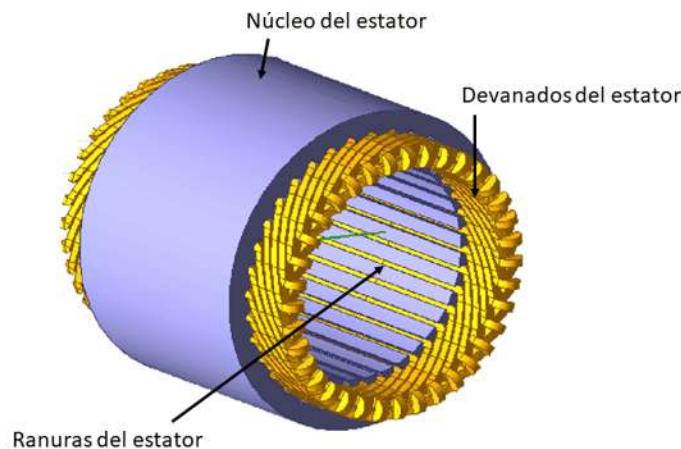


Figura 2.7: Estator de un motor de inducción.

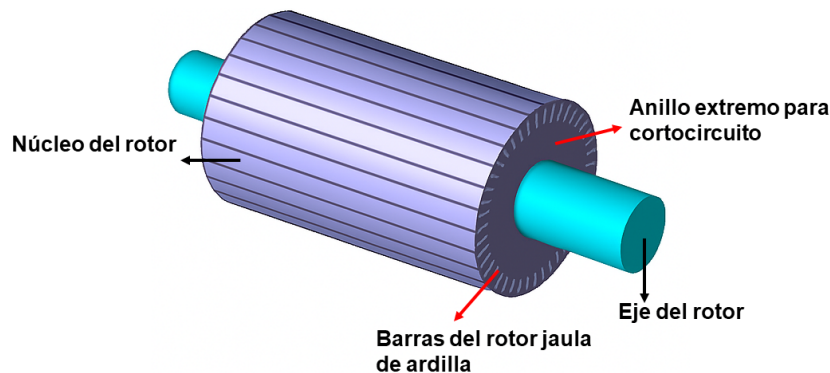


Figura 2.8: Rotor de un motor de inducción jaula de ardilla.

2.3.3. Velocidad Síncrona y Deslizamiento

Como se explicó en la Subsección 2.3.1, el movimiento del imán a una velocidad determinada genera un voltaje inducido en la escalera conductora; de forma análoga, en los motores de inducción, se refiere a la **velocidad síncrona** como la velocidad a la que gira el campo magnético del estator. Por lo que depende de la frecuencia de alimentación eléctrica y del número de polos del motor, cuya expresión se muestra en la Ecuación 2.1.

$$N_s = \frac{120f}{p} = \frac{60f}{P} \quad (2.1)$$

donde:

- N_s es la velocidad síncrona en revoluciones por minuto (rpm).
- f es la frecuencia de la red en Hz.
- P es el número de pares de polos del motor.
- p es el número de polos.

Para que el rotor funcione, este no debe girar a la misma velocidad que el campo magnético del estator. Si lo hiciera, no se induciría un voltaje en sus conductores y, por tanto, no se generaría corriente alguna para producir movimiento. Para que el motor funcione correctamente, el rotor debe girar a una velocidad ligeramente menor que N_s .

La diferencia entre velocidad síncrona y la velocidad del rotor se denomina **deslizamiento**. Un parámetro esencial para entender tanto la eficiencia del motor como su capacidad de respuesta ante cambios de carga, dicha expresión se describe en la Ecuación 2.2.

$$s = \frac{N_s - N_r}{N_s} \quad (2.2)$$

donde:

- s representa el deslizamiento del motor, generalmente toma valores entre 0 y 1.
- N_s representa la velocidad síncrona del campo magnético.
- N_r representa la velocidad de rotación del rotor.

2.3.4. Conexiones en motores de inducción trifásicos

Se emplea dos tipos de conexiones básicas en la alimentación del motor: **estrella (Y)** y **delta (Δ)**. Denotando a las variables V_L , I_L , V_φ e I_φ como valores RMS de voltajes y corrientes de línea y fase, respectivamente. A continuación se describen las conexiones.

Conexión estrella (Y)

Los extremos de cada devanado se unen en un punto en común llamado neutro (denotado como “ N ”). Las ecuaciones de esta conexión son:

$$V_L = \sqrt{3} V_\varphi, \quad \angle V_L = \angle V_\varphi + 30^\circ, \quad I_L = I_\varphi$$

Se observa en la Figura 2.9 que el nodo del neutro cumple la Ecuación 2.3, donde proporciona un retorno cuando las corrientes de fase no están balanceadas.

$$i_a + i_b + i_c = i_N \quad (2.3)$$

donde:

- i_a, i_b, i_c son las corrientes de fase,
- i_N es la corriente de neutro.

En un sistema balanceado se cumple:

$$i_a + i_b + i_c = 0$$

por lo tanto:

$$i_N = 0.$$

En condiciones de desbalance, el neutro absorbe la diferencia de corrientes y asegura el retorno hacia la fuente de alimentación. A continuación se menciona la nomenclatura de terminales de un motor trifásico:

$$U_1, U_2, V_1, V_2, W_1, W_2$$

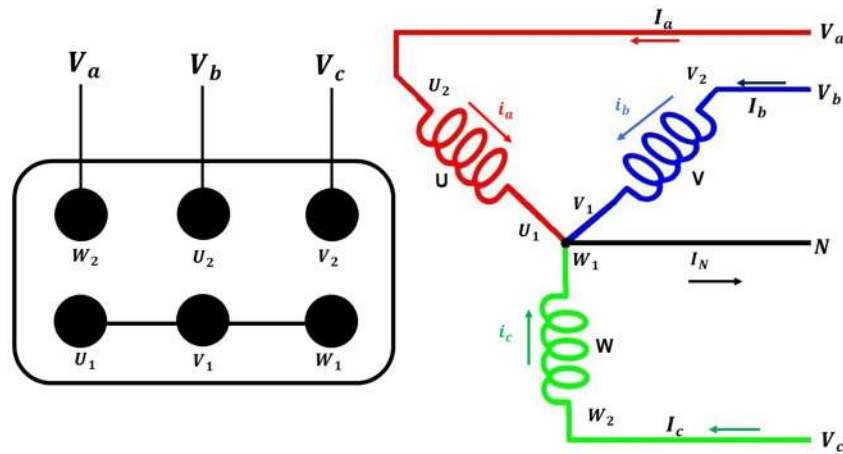


Figura 2.9: Conexión estrella: diagrama y bornera de un motor de inducción.

Conexión delta (Δ)

En la conexión delta, los extremos de cada devanado se unen formando un triángulo. Así, los bornes U_1, U_2, V_1, V_2 y W_1, W_2 son conectados en los extremos de los devanados y no existe un nodo neutro (ver Figura 2.10). Las ecuaciones de esta conexión son:

$$V_\varphi = V_L, \quad I_L = \sqrt{3} I_\varphi, \quad \angle I_L = \angle I_\varphi - 30^\circ$$

Cada devanado tiene una corriente de fase i_{ab}, i_{bc}, i_{ca} , mientras que la corriente de línea es resultado de la diferencia entre las dos corrientes de fase en cada nodo.

$$I_a = i_{ab} - i_{ca} \quad (2.4a)$$

$$I_b = i_{bc} - i_{ab} \quad (2.4b)$$

$$I_c = i_{ca} - i_{bc} \quad (2.4c)$$

De la Ecuación 2.4 se observa que las corrientes serán balanceadas cuando $i_{ab} = i_{bc} = i_{ca}$, en caso de un desbalance, las corrientes de línea no serán iguales a cero. La misma nomenclatura utilizada en la conexión estrella también se aplica en la conexión delta.

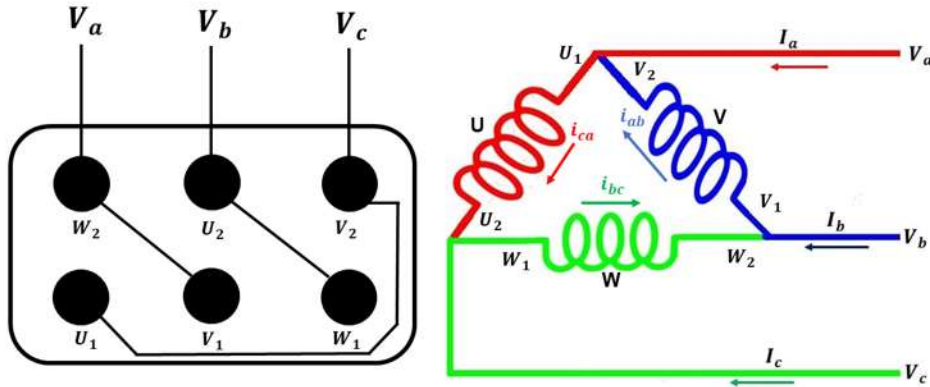


Figura 2.10: Conexión delta: diagrama y bornera de un motor de inducción.

2.4. Fallas en motores de inducción

Las fallas en motores de inducción suelen originarse por factores eléctricos, mecánicos o térmicos. La detección temprana resulta fundamental para evitar daños críticos y asegurar la continuidad operativa. Varios estudios han demostrado que las fallas en motores ocasionan interrupciones en procesos industriales, pérdidas de producción, altos costos de mantenimiento y reemplazo de equipos [29][30][31]. Por otro lado, reportes

técnicos del sector industrial coinciden en que estas fallas constituyen una de las principales causas de paros no planificados y daños severos [32]. A continuación, se presentan algunos de los métodos empleados en la detección de fallas en motores de inducción:

- **Análisis de Firma de Corriente:** Examina la corriente del estator en el dominio de la frecuencia para identificar armónicos asociados a fallas internas como barras rotas, cortocircuitos en el devanado, excentricidades, etc.
- **Monitoreo de Vibraciones:** Emplea sensores de vibración que detectan desequilibrios mecánicos, desalineaciones o fallas en los cojinetes a partir de la vibración generada por el motor.
- **Redes Neuronales:** Algoritmos capaces de clasificar o predecir fallas a partir de datos históricos o en tiempo real, incluso en presencia de ruido. Entre sus variantes se incluyen las redes profundas y convolucionales.
- **Análisis Topológico de Datos:** Técnica que captura la “forma” de los datos, útil para detectar cambios sutiles en señales de corriente antes de que la falla se vuelva crítica.
- **Transformada Wavelet:** Herramienta matemática que descompone señales de corriente o vibración a distintos niveles de resolución, permitiendo localizar y caracterizar fallas transitorias.
- **Termografía Infrarroja:** Técnica sin contacto que identifica puntos calientes en el motor, útil para detectar sobrecalentamiento, cortocircuitos o problemas de ventilación.

Estos métodos permiten identificar problemas incipientes antes de que se conviertan en fallas catastróficas, lo que contribuye a la confiabilidad del motor y a reducir costos de mantenimiento. La siguiente subsección aborda la clasificación de fallas en motores y consecuentemente se explica a detalle la falla analizada en esta tesis.

2.4.1. Clasificación de fallas en motores de inducción

Las fallas más comunes en los motores de inducción se agrupan en tres categorías:

- **Fallas eléctricas:**
 - *Falla por desequilibrio de fases:* Ocurre cuando los voltajes de alimentación no tienen la misma amplitud de voltaje o no tienen el desfase de 120° . Su desbalance ocasiona problemas de alimentación, conexiones incorrectas, cargas asimétricas o fallas en el motor.
 - *Cortocircuito entre espiras del estator:* La Figura 2.11 muestra el desgaste en el aislante de los devanados por cortocircuito.

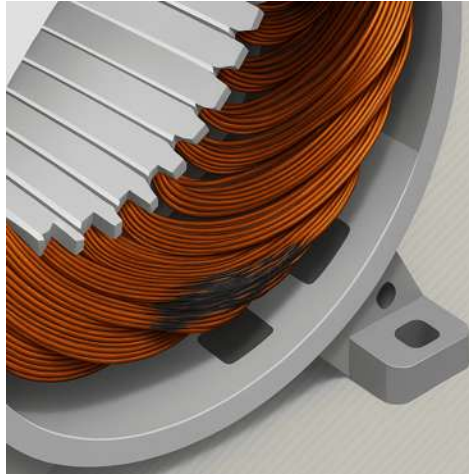


Figura 2.11: Consecuencias de un cortocircuito entre espiras del devanado.

- *Fase abierta (single phasing)*: La Figura 2.12 muestra la pérdida de corriente de una fase, esta ocasiona que las otras dos soporten un exceso de corriente de acuerdo con la carga del motor. Esta condición conduce a desequilibrios de corriente, sobrecalentamiento, reducción de par mecánico y otros efectos adversos.

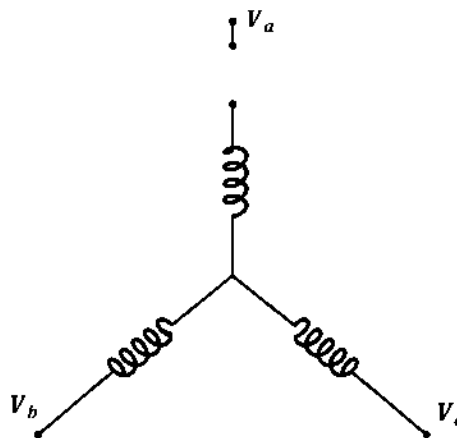


Figura 2.12: Diagrama de una fase abierta (V_a) en un motor trifásico.

- *Barras rotas*: La Figura 2.13 ilustra cuando una sus barras se fractura o pierde continuidad eléctrica, lo cual impide el flujo adecuado de corriente durante la operación, ocasionando calentamiento excesivo, reducción de eficiencia, vibraciones o desbalance magnético.

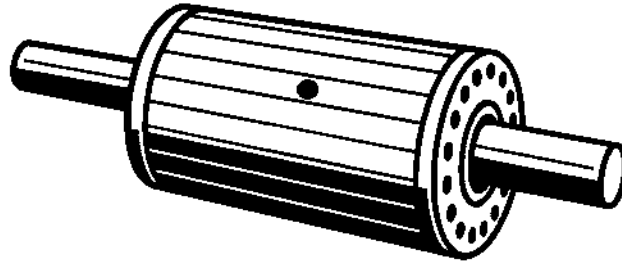


Figura 2.13: Imagen de un rotor con una barra rota.

■ **Fallas mecánicas:**

- *Desbalance de rotor:* Se observan dos líneas en la Figura 2.14:
 - Eje principal de inercia se representa con una línea verde punteada.
 - Eje geométrico de rotación se representa con una línea negra.

Idealmente, ambos ejes deben coincidir; sin embargo, en la práctica presentan una pequeña separación, manteniéndose paralelos entre sí. Al tener una separación es considerable, el rotor presenta un desbalance, causando vibraciones, esfuerzos mecánicos adicionales y una disminución en la eficiencia del motor.



Figura 2.14: Desbalanceo del rotor.

- *Fallas en rodamientos:* Al ocurrir un defecto en el rodamiento, pueden presentarse cuatro tipos de fallas: daños en las bolas (ver Figura 2.15a), fallas en las pistas interior (ver Figura 2.15b) o exterior del rodamiento (ver Figura 2.15c) y degradamiento en el lubricante (ver Figura 2.15d). Llegan a producir fricción, vibración y ruido.

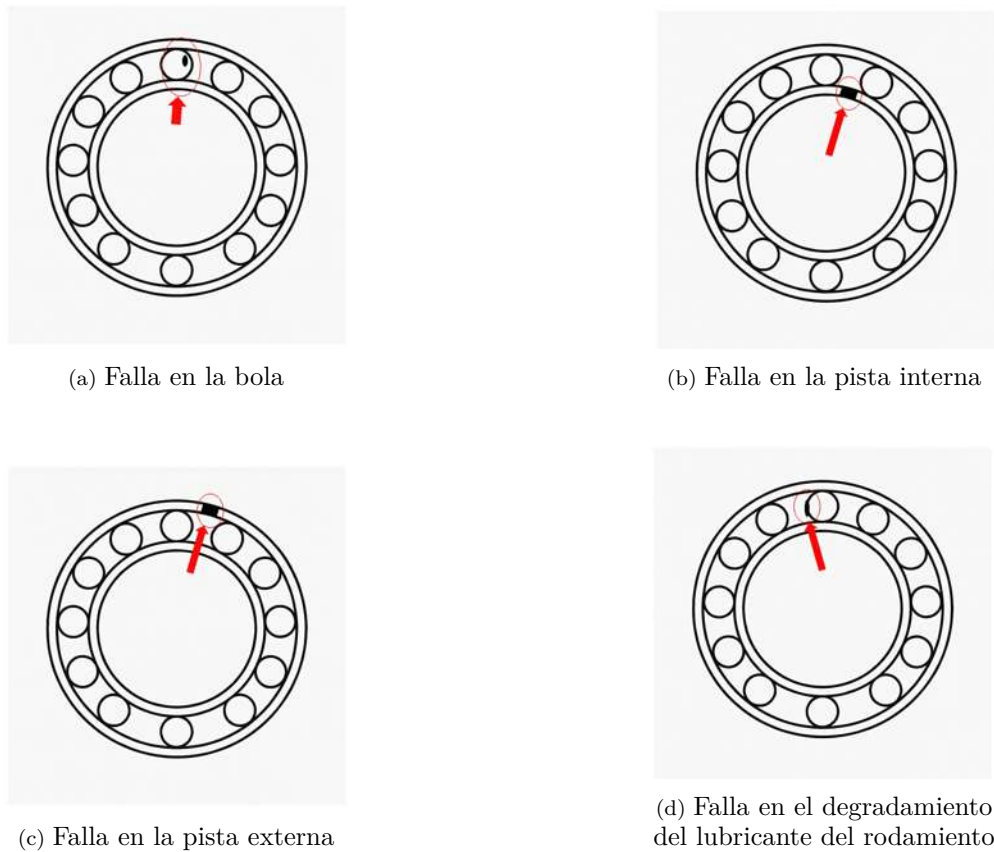


Figura 2.15: Distinto tipo de fallas en rodamientos.

- *Excentricidades*: Surge al no están alineados los centros del rotor y estator, el rotor se desplaza hacia un lado o genera un movimiento rotatorio anormal. En la siguiente sección se hablará con detalle de esta falla.

■ Fallas ambientales:

- *Contaminación, humedad o sobrecalentamiento*: Surge por exposiciones a climas adversos o en ambientes industriales agresivos, afectando su aislamiento, materiales o componentes.

De acuerdo con estudios y encuestas realizados por el Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE) y el Electric Power Research Institute (EPRI), los componentes con mayor frecuencia de falla en motores de inducción se concentran en la Figura 2.16.

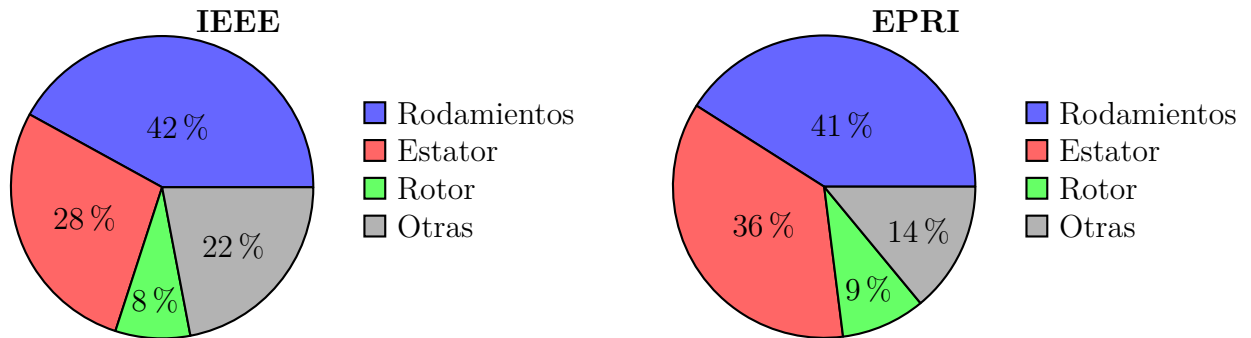


Figura 2.16: Porcentajes de componentes de fallas en motores de inducción extraídos de [25].

Esta tesis está enfocada en el análisis de las excentricidades, la siguiente subsección explica a detalle este tipo de falla.

2.5. Excentricidad en motores de inducción

La **excentricidad** en un motor corresponde a una asimetría entre el eje del rotor y el eje del estator, es decir, el rotor está desplazado con respecto al eje del estator. Puede ser provocado por diversos factores, desde una mala fabricación o ensamblaje, falta de mantenimiento, desgaste de rodamientos, hasta accidentes. Existen tres tipos de excentricidades:

- **Excentricidad Estática (EE).** Esta condición surge cuando el rotor gira sobre un eje distinto al del estator, generando una separación entre ambos a lo largo de su funcionamiento. La Figura 2.17 muestra que: el punto rojo indica el eje del estator, el punto verde el eje del rotor y la curva verde el sentido de giro del rotor.

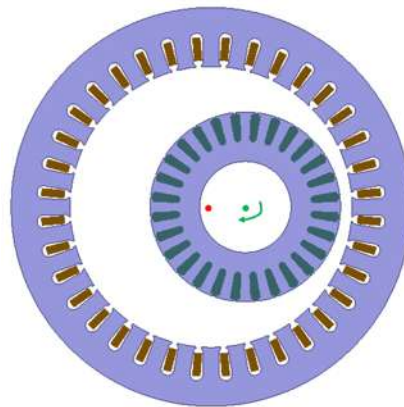


Figura 2.17: Diagrama de un motor cuando el rotor no está centrado, pero gira de forma estable sobre su eje.

- **Excentricidad Dinámica (ED).** En este caso, el eje del rotor presenta un pequeño desplazamiento, girando alrededor del eje del estator. Esto provoca que el

eje se vuelva inestable, generando vibraciones y ruido en el motor. La Figura 2.18 ilustra como el eje del rotor (punto verde) gira alrededor del eje del estator (punto rojo), trazando una trayectoria circular.

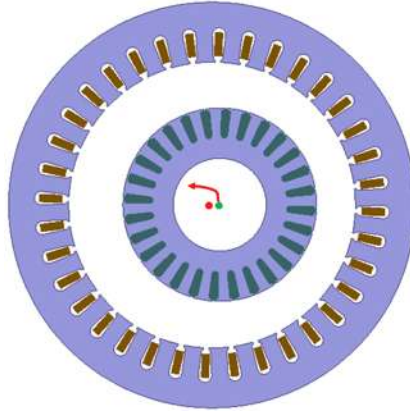


Figura 2.18: Diagrama del motor cuando el rotor gira de forma inestable.

- **Excentricidad Mixta (EM).** Corresponde a la combinación de la EE y ED. Sus implicaciones producen un nivel elevado de vibraciones, ruido y desgaste prematuro. La Figura 2.19 muestra, mediante una secuencia de tres imágenes, el comportamiento de manera conjunta de ambas excentricidades.

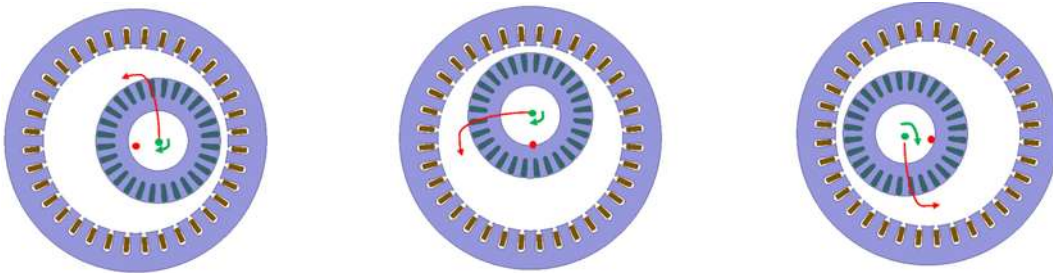


Figura 2.19: Secuencia de un motor en presencia de una excentricidad mixta.

2.6. Conclusiones del capítulo

En este capítulo se establecieron los conceptos fundamentales para describir el comportamiento de los motores de inducción trifásicos, incluyendo sus componentes principales, así como magnitudes como la velocidad síncrona y el deslizamiento. También se revisaron las conexiones estrella y delta, junto con las relaciones entre voltajes y corrientes de línea y fase que se emplearán en el análisis posterior.

Asimismo, se presentó una clasificación de fallas eléctricas, mecánicas y ambientales, destacando la excentricidad por su relación directa con la no uniformidad del entrehierro y sus efectos electromagnéticos y mecánicos. Estos conceptos proporcionan el contexto y la terminología necesarios para introducir el Análisis Topológico de Datos.

Capítulo 3

Introducción al Análisis Topológico de Datos

El contenido de este capítulo reúne los elementos esenciales del Análisis Topológico de Datos aplicados a nubes de datos en $\mathbb{R}^3$. Se introducen los complejos simpliciales y los complejos alfa como herramientas geométricas para aproximar la estructura de los datos, junto con la homología y la homología persistente para cuantificar componentes conexas, ciclos y cavidades. Finalmente, se emplean diagramas de persistencia y curvas de Betti en ejemplos ilustrativos que servirán como base para el análisis de corrientes eléctricas en capítulos posteriores.

3.1. Introducción

Es un gran desafío identificar patrones relevantes en las bases de datos, especialmente en presencia de ruido y alta dimensionalidad. Este fenómeno conocido como **Big Data**, surge debido al crecimiento acelerado de la información en áreas de la ciencia y tecnología, exigiendo herramientas de análisis cada vez más sofisticadas.

Las metodologías tradicionales y las técnicas de aprendizaje automático presentan limitaciones, ya que suelen tener dificultades para identificar propiedades globales o estructuras sutiles en los datos. Ante esta situación, se propone el uso del **Análisis Topológico de Datos (ATD)** como una técnica innovadora y robusta, capaz de explorar la “forma” de una nube de datos.

El ATD se fundamenta en los conceptos de topología algebraica y geometría computacional, su objetivo es capturar propiedades relevantes de nubes de datos, tales como: agrupaciones (clústeres), ciclos (agujeros) y cavidades en nubes de datos en $\mathbb{R}^3$.

En múltiples disciplinas se muestra el potencial del ATD como herramienta de análisis, particularmente en áreas como la medicina [33][34][35], ingeniería [22][36][37][38], física [39][40], psicología [41][42][43] y economía [44][45].

Se expone en este capítulo los fundamentos del ATD, así como una introducción intuitiva a sus herramientas matemáticas, ejemplificadas mediante nubes de datos construidas con fines didácticos.

3.2. Preliminares matemáticos del ATD

El ATD permite extraer propiedades relevantes de una nube de datos mediante herramientas topológicas y geométricas. El propósito de esta sección es introducir dichas herramientas de forma intuitiva y sin formalismos matemáticos. Se trabaja con nubes de datos de la forma:

$$N = \{p_1, p_2, \dots, p_m\} \subset \mathbb{R}^3.$$

Para el lector interesado en una presentación formal y detallada de los fundamentos teóricos del ATD, se recomienda consultar las siguientes referencias [46][47][48][49].

3.2.1. Complejos simpliciales

Para extraer información de una nube de datos, es necesario aproximar a N mediante espacios que describan su forma. El ATD emplea los **complejos simpliciales**, contruidos mediante un conjunto finito de puntos y la unión de elementos geométricos llamados simplejos.

Un **simplejo** es un elemento geométrico definido por un número determinado de puntos:

- Un punto es un 0-simplejo.
- Un segmento es un 1-simplejo, pues une a dos 0-simplejos.
- Un triángulo relleno es un 2-simplejo no colineales, definido por tres 0-simplejos (sus vértices).
- Un tetraedro relleno es un 3-simplejo, formado por cuatro 0-simplejos no copla- nares (sus vértices).

A continuación se presenta una definición de los complejos simpliciales.

Definición 3.2.1. Un **complejo simplicial finito** K es una colección finita de simple- jos $K = \{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_s\}$, tal que para cualquier par de simplejos $\sigma_i, \sigma_j \in K$, se cumple una de las siguientes condiciones:

- $\sigma_i \cap \sigma_j = \emptyset$.
- $\sigma_i \cap \sigma_j = \sigma_l$ para algún $\sigma_l \in K$.

La Definición 3.2.1. se ilustra en la Figura 3.1, la cual se explica a continuación:

1. La unión mostrada en la Figura 3.1a no es válida en los complejos simpliciales, debido a que un par de 2-simplejos se interseca en su interior.
2. La unión de los simplejos mostrados en la Figura 3.1b no es válida en los complejos simpliciales, ya que un 2-simplejo contiene en su interior un 0-simplejo que no está conectado a sus vértices ni a sus aristas, además, un 1-simplejo cruza dos de sus aristas.

3. La unión mostrada en la Figura 3.1c es válida en los complejos simpliciales, ya que los simplejos se intersectan únicamente en sus vértices y no en sus interiores.

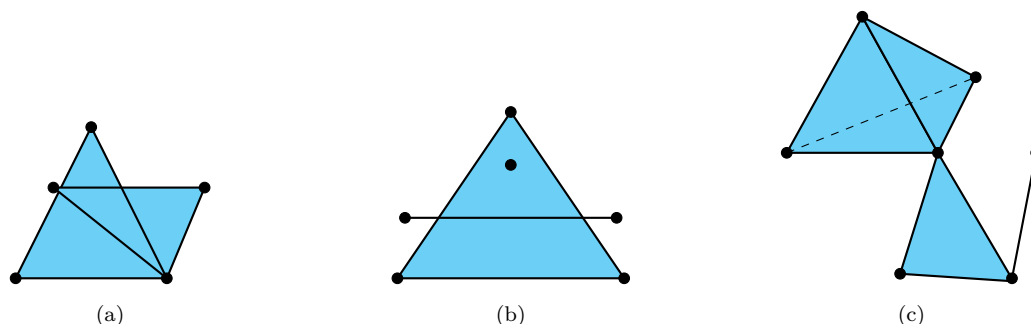


Figura 3.1: Ilustración de uniones entre simplejos.

El siguiente ejemplo ilustra con detalle como se construyen los complejos simpliciales, pegando simplejos de manera adecuada.

Ejemplo 3.2.1. Considérese un conjunto de simplejos: cuatro 2-simplejos, cinco 1-simplejos y veintidós 0-simplejos, representados por los puntos de los 1-simplejos y los vértices de los 2-simplejos, mostrados en la Figura 3.2. A continuación, se describen tres maneras distintas de unir estas piezas para formar complejos simpliciales. Las construcciones se ilustran en la Figura 3.3.

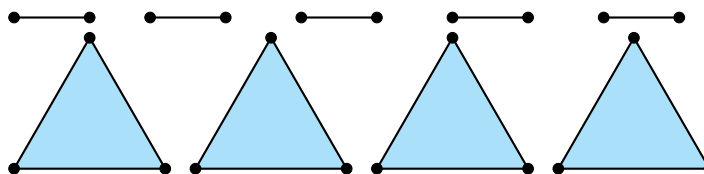


Figura 3.2: Cuatro 2-simplejos (triángulos), cinco 1-simplejos (segmentos) y veintidós 0-simplejos.

1. En la Figura 3.3a los cuatro 2-simplejos se unen en un vértice común, formando un trébol. Los segmentos restantes conectan los vértices exteriores y se agrega un segmento al costado inferior izquierdo.
2. En la Figura 3.3b los cuatro 2-simplejos se unen formando un triángulo más grande. Además, se utilizan los segmentos de tal manera que se conecten para formar rombos conectados al costado de los vértices del triángulo grande.
3. En la Figura 3.3c los 2-simplejos son unidos de tal manera que se forma un tetraedro hueco. Tres segmentos son adyacentes a este tetraedro formando un cuadrado y los otros dos segmentos son adyacentes entre sí, pero no están unidos a la estructura anterior.

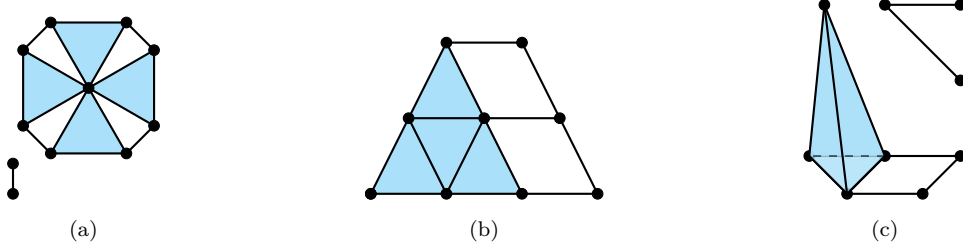


Figura 3.3: Ejemplos de formas de formar un nuevo simplejo con base en la Figura 3.2.

Los complejos simpliciales son fundamentales en geometría computacional, ya que permiten representar figuras a través de conjuntos finitos de puntos.

3.2.2. Complejos Alfa

Para extraer las propiedades relevantes de la nube de datos N mediante el ATD, se aproxima a la nube de datos a través de complejos simpliciales que capturen sus propiedades geométricas. Existen diversas formas de construir dichos complejos simpliciales, en esta tesis se proponen los *complejos Alfa*, pues permiten hacer cálculos rápidos y precisos a un bajo costo, ya que son computacionalmente eficientes.

Se introduce de manera intuitiva la teoría de los complejos alfa, si el lector desea profundizar en el tema, puede consultar [46][50][51]. La distancia entre los puntos $a_1 = (a_{11}, a_{12}, a_{13})$, $a_2 = (a_{21}, a_{22}, a_{23}) \in \mathbb{R}^3$ se expresa como:

$$\|a_1 - a_2\| = \sqrt{(a_{11} - a_{21})^2 + (a_{12} - a_{22})^2 + (a_{13} - a_{23})^2} \quad (3.1)$$

- **Diagramas de Voronoi**

Definición 3.2.2. Sea $N = \{p_1, p_2, \dots, p_m\} \subset \mathbb{R}^3$ un conjunto finito de puntos. La **celda de Voronoi** de un punto $p_i \in N$ es el conjunto:

$$V(p_i) = \{x \in \mathbb{R}^3 \mid \|x - p_i\| \leq \|x - p_j\|, \forall p_j \in N\}. \quad (3.2)$$

La celda $V(p_i)$ representa la región determinada por los puntos $x \in \mathbb{R}^3$ que están más cerca de p_i que de cualquier otro punto del conjunto N . Las fronteras de las celdas de Voronoi se construyen con partes de planos que equidistan con los puntos de N , lo cuales se conocen como planos bisectores.

Definición 3.2.3. El **diagrama de Voronoi** de $\mathbb{R}^3$ definido por $N = \{p_1, p_2, \dots, p_m\}$, está determinado por las celdas $V(p_1), V(p_2), \dots, V(p_m)$ que dividen a todo el espacio.

El Ejemplo 3.2.2 explica la representación de un diagrama de Voronoi de puntos en $\mathbb{R}^2$ para una mejor comprensión de la definición.

Ejemplo 3.2.2. La Figura 3.4 muestra el diagrama de Voronoi determinado por los puntos negros en el plano $\mathbb{R}^2$. Las fronteras de las celdas de Voronoi de cada punto se muestran con segmentos de color guinda que equidistan de dos puntos negros.

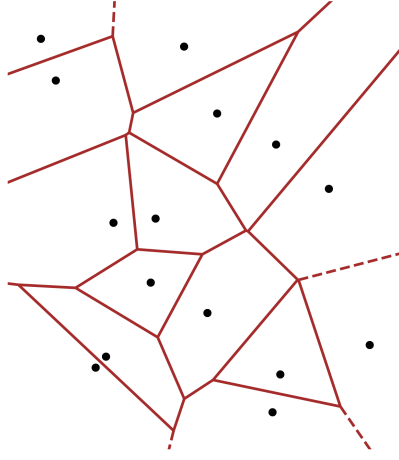


Figura 3.4: Diagrama de Voronoi en $\mathbb{R}^2$ determinado por los puntos negros.

- **Construcción de los complejos Alfa**

Antes de definir los complejos alfa, se resalta que si $r > 0$ y $p \in \mathbb{R}^3$, entonces la bola cerrada con centro en p y radio r es el conjunto:

$$B_r(p) = \{x \in \mathbb{R}^3 \mid \|x - p\| \leq r\}.$$

Definición 3.2.4. Sea $N = \{p_1, p_2, \dots, p_m\} \subset \mathbb{R}^3$ una nube de datos y $r > 0$. Para cada punto $p_i \in N$ la **bola truncada de radio r** y centrada en p_i , es la intersección de $B_r(p_i)$ con la celda de Voronoi $V(p_i)$, es decir,

$$C_r(p_i) := V(p_i) \cap B_r(p_i).$$

Por definición, las bolas truncadas están contenidas en las celdas de Voronoi. De tal modo que si las celdas de Voronoi de dos puntos de N no se intersecan, entonces para dichos puntos las bolas truncadas de cualquier radio nunca se intersecan, ver Figura 3.5.

Definición 3.2.5. Sea $N = \{p_1, p_2, \dots, p_m\} \subset \mathbb{R}^3$ una nube de datos y $r > 0$. Dos puntos $p_i, p_j \in N$ generan un 1-simplejo en el **complejo alfa de radio r** , denotado $\mathcal{A}_r(N)$, si sus respectivas bolas truncadas se intersecan:

$$C_r(p_i) \cap C_r(p_j) \neq \emptyset. \quad (3.3)$$

De forma general, un subconjunto $\sigma \subseteq N$ con $k + 1$ elementos, genera un k -simplejo en $\mathcal{A}_r(N)$ si

$$\bigcap_{p_i \in \sigma} C_r(p_i) \neq \emptyset \quad (3.4)$$

La Figura 3.5 muestra una construcción de complejos alfa para una nube de datos, donde las bolas truncadas se representan en rojo y los simplejos generados por las intersecciones se representan en azul.

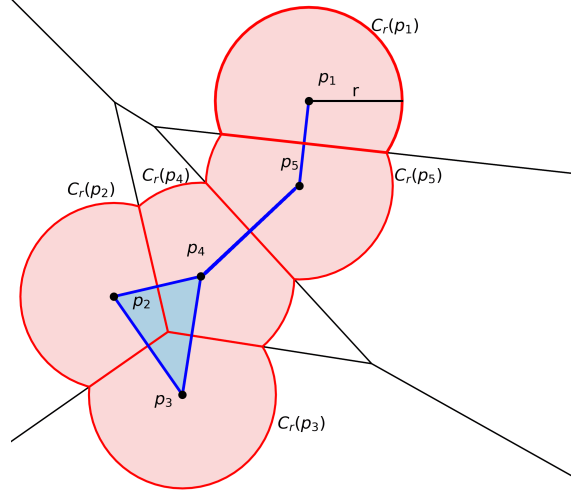


Figura 3.5: Visualización de complejos alfa: color rojo son las bolas truncadas, el color negro son las fronteras de las celdas de Voronoi, el color azul son los 1-simplejos y el relleno de azul un 2-simplejo.

- **Filtración de los complejos Alfa**

Definición 3.2.6. Para la nube de datos $N = \{p_1, p_2, \dots, p_m\} \subset \mathbb{R}^3$, los **radios mínimo y máximo** están definidos como:

$$r_{\min} = \min_{i \neq j} \{\|p_i - p_j\|\} \quad \text{y} \quad r_{\max} = \max_{i \neq j} \{\|p_i - p_j\|\} \quad (3.5)$$

Para valores de r pequeños ($r < \frac{r_{\min}}{2}$), los puntos de N no están conectados entre sí, por tanto, se tiene $\mathcal{A}_r(N) = N$. Siendo que para valores de r grandes ($r > \frac{r_{\max}}{2}$), $\mathcal{A}_r(N)$ contiene a todos los k -simplejos correspondientes. De manera que para N , los radios r para los cuales los complejos alfa $\mathcal{A}_r(N)$ aproximan fidedignamente a N , son los que satisfacen la siguiente expresión:

$$\frac{r_{\min}}{2} \leq r \leq \frac{r_{\max}}{2}.$$

Definición 3.2.7. La **filtración por complejos alfa** de N determinada por la secuencia creciente de radios $\frac{r_{\min}}{2} = r_1 < r_2 < \dots < r_l = \frac{r_{\max}}{2}$, es la sucesión creciente de complejos alfa:

$$\mathcal{A}_{r_{\min}}(N) = \mathcal{A}_{r_1}(N) \subset \mathcal{A}_{r_2}(N) \subset \dots \subset \mathcal{A}_{r_l}(N) = \mathcal{A}_{r_{\max}}(N) \quad (3.6)$$

Se concluye esta subsección construyendo los complejos alfa $\mathcal{A}_r(N)$ para una nube particular y con cuatro valores distintos del radio $r_1 < r_2 < r_3 < r_4$.

Ejemplo 3.2.3. Se muestra la filtración de una nube de datos (ver Figura 3.6) para cuatro valores crecientes de r .

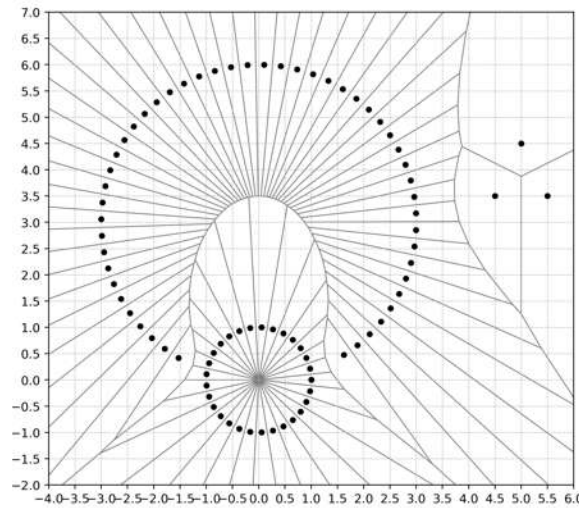
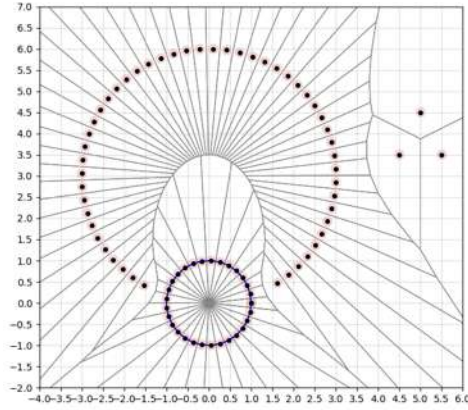


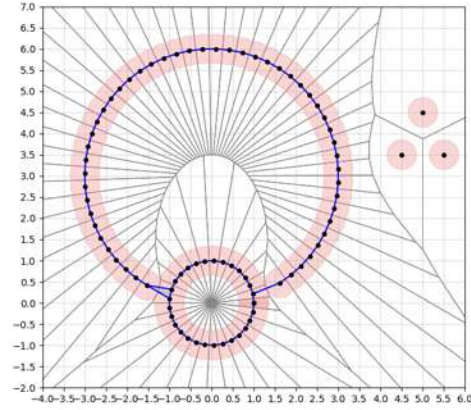
Figura 3.6: Diagrama de Voronoi compuesta por un círculo, un semicírculo y un triángulo.

La Figura 3.7 ilustra la evolución del complejo. Los complejos alfa construidos para cada radio se explican a continuación:

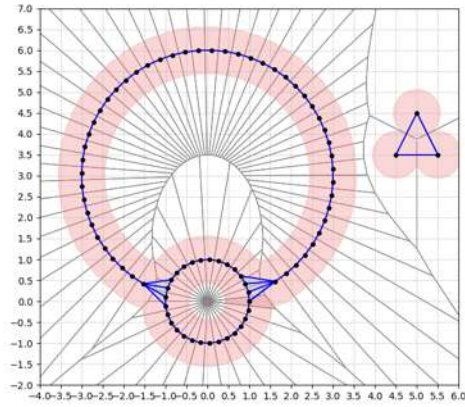
- Para $r_1 = 0.1082$, en la Figura 3.7a se observa que solamente los puntos más cercanos del círculo pequeño se conectaron.
- Para $r_2 = 0.348$, la Figura 3.7b muestra que todos los puntos del semicírculo se conectan entre sí y se enlazan con el círculo a través de sus puntos inferiores. Los vértices del triángulo derecho aún permanecen desconectados.
- Con $r_3 = 0.56$, en la Figura 3.7c se aprecia que los puntos del triángulo se conectan formando un pequeño agujero, aunque todavía no existe conexión con el semicírculo.
- Finalmente, para $r_4 = 2.52$, la Figura 3.7d evidencia que todos los puntos se conectan y los agujeros previamente formados quedan rellenos.



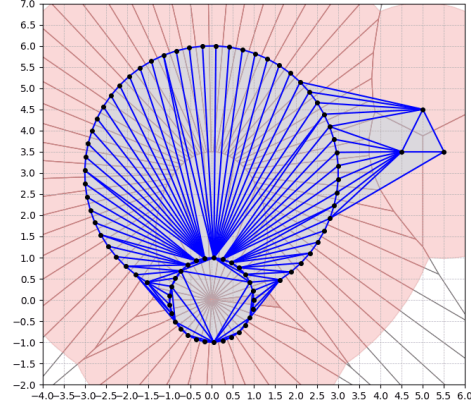
(a) Diagrama de Voronoi y complejos alfa con un radio de $r_1 = 0.1082$.



(b) Diagrama de Voronoi y complejos alfa con un radio $r_2 = 0.347$.



(c) Diagrama de Voronoi y complejos alfa con un radio de $r_3 = 0.56$.



(d) Conexión de todos los puntos para un radio $r_4 = 2.52$.

Figura 3.7: Evolución del complejo alfa generado a partir de la nube de puntos de la Figura 3.6.

3.2.3. Homología de conjuntos en $\mathbb{R}^3$

La homología es una herramienta matemática indispensable para el ATD y es ampliamente estudiada en el área de las matemáticas llamada topología algebraica. Por lo que se proporciona una explicación sin tecnicismos de la homología de conjuntos en $\mathbb{R}^3$ para su mayor comprensión. Si se requiere una exposición más formal, se puede consultar en [47][52].

La homología permite “contar hoyos” de distintas dimensiones en objetos matemáticos. En este caso, los objetos serán los complejos alfa que aproximan la estructura de una nube de datos.

Un espacio $X \subset \mathbb{R}^3$ solamente puede contener hoyos de dimensiones 0, 1 y 2, los cuales son nombrados como 0-, 1- y 2-hoyos, respectivamente. Para $0 \leq i \leq 2$, la cantidad de i -hoyos en el espacio $X \subset \mathbb{R}^3$ se representa con $\beta_i(X)$ y se le conoce como el i -ésimo número de Betti de X . Por lo que:

- Un **0-hoyo** del conjunto X corresponde a una componente conexa, de manera que $\beta_0(X)$ es el número de componentes conexas de X ; dos subconjuntos conforman componentes diferentes si no existe ningún simplejo que los conecte. Véase los complejos simpliciales en las Figuras 3.3a, 3.3b y 3.3c los cuales tienen $\beta_0 = 2$, $\beta_0 = 1$ y $\beta_0 = 1$, respectivamente.
- Un **1-hoyo** es un agujero del conjunto X , de manera que $\beta_1(X)$ es el número de agujeros que contiene X . En las Figuras 3.3a, 3.3b y 3.3c se muestran los complejos simpliciales, los cuales tienen $\beta_1 = 4$, $\beta_1 = 2$ y $\beta_1 = 1$, respectivamente.
- Un **2-hoyo** es una cavidad rodeada por el conjunto X , por lo que $\beta_2(X)$ es el número de cavidades que rodea X . Los complejos simpliciales vistos en las Figuras 3.3a y 3.3b no encierran cavidades, por otro lado, en la Figura 3.3c existe una cavidad encerrada por el tetraedro hueco, por tanto, se tiene $\beta_2 = 1$.

Ejemplo 3.2.4. La Figura 3.8 presenta un conjunto de objetos X , que contienen elementos con diferentes tipos de hoyos, mostrando como identificar visualmente hoyos de dimensión 0, 1 y 2 mediante ejemplos.



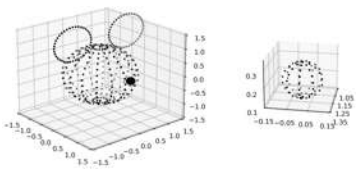
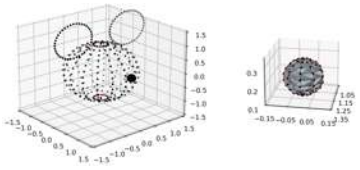
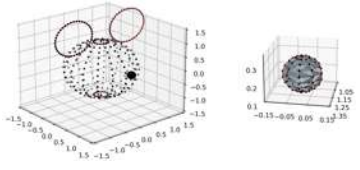
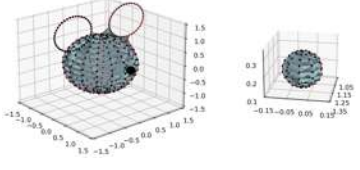
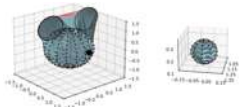
Figura 3.8: Ilustración del conjunto X con diferentes tipos de hoyos.

El conjunto X contiene seis 0-hoyos, lo cual indica que $\beta_0(X) = 6$, señalando que existen seis componentes desconectados entre sí. En X se muestra un par de 1-hoyos, uno en el círculo y otro en la estrella, por lo que $\beta_1(X) = 2$. La caja abierta no contiene un 1-hoyo, ya que el aparente agujero está tapado por la parte inferior del cubo. Finalmente, $\beta_2(X) = 2$ ya que existen un par de 2-hoyos correspondientes a la esfera y a la caja cerrada, pues ambos objetos encierran una cavidad. La caja abierta no tiene un 2-hoyo debido a que no está cerrado.

La Tabla 3.1 muestra los complejos alfa contruidos a partir de una nube de datos en $\mathbb{R}^3$ para cuatro valores distintos del radio. Se puede notar que la nube de datos describe el contorno de la cabeza de Mickey Mouse.

En cada caso, se calculan los números de Betti asociados. Las ilustraciones muestran una gráfica principal y una subgráfica, donde esta última corresponde a una ampliación de los datos pertenecientes a la esfera pequeña que representa a la nariz de Mickey.

Tabla 3.1: Ejemplos de homología en $\mathbb{R}^3$

r	$\mathcal{A}_r(N)$	$\beta_0(\mathcal{A}_r(N))$	$\beta_1(\mathcal{A}_r(N))$	$\beta_2(\mathcal{A}_r(N))$
0		469	0	0
0.039		310	2	1
0.05		234	4	1
0.23		1	2	1
1.2		1	0	0

3.2.4. Homología persistente

De forma sencilla se explica la homología persistente. Si se desea indagar se puede consultar [46][47][48].

Se reitera que la homología cuenta los hoyos de diferentes dimensiones en objetos matemáticos. La idea general de la homología persistente sobre la nube de datos $N = \{p_1, p_2, \dots, p_m\} \subset \mathbb{R}^3$, se resume en los siguientes cuatro pasos:

1. En primer lugar, se aproxima a N mediante complejos alfa $\mathcal{A}_r(N)$ para radios tales que $\frac{r_{\min}}{2} \leq r \leq \frac{r_{\max}}{2}$.
2. A continuación se calcula la homología de todos los complejos alfa construidos.
3. Posteriormente, se analiza la evolución de los hoyos que aparecen en dichos complejos alfa.
4. Finalmente, se muestra gráficamente los resultados obtenidos.

Como se mostró en la Tabla 3.1, al estudiar la evolución de los hoyos mediante la filtración de los complejos alfa en N , existen radios para los cuales aparecen o “nacen” hoyos y radios para los cuales desaparecen o “mueren” hoyos. A continuación se describe los conceptos de nacimiento, muerte y persistencia de un hoyo:

- *Nacimiento de un hoyo α* : Se dice que el 0-, 1- ó 2-hoyo α **nace** en $\mathcal{A}_r(N)$, si r es el primer valor del radio para el cual dicho hoyo aparece. Este valor se denomina **radio de nacimiento** y se denota como $r_{\text{nac}}(\alpha)$.
- *Muerte de un hoyo α* : Se dice que el 0-, 1- ó 2-hoyo α **muere** en $\mathcal{A}_r(N)$, si r es el primer valor del radio para el cual α se cubrió con simplejos de la filtración. A este radio se le denomina **radio de muerte**, y se denota por $r_{\text{mue}}(\alpha)$.
- *Persistencia del hoyo α* : La **persistencia** de α se define como la diferencia $r_{\text{mue}}(\alpha) - r_{\text{nac}}(\alpha)$. El **intervalo de persistencia** de α es $[r_{\text{nac}}(\alpha), r_{\text{mue}}(\alpha)]$.

Observación 3.2.8. Si se tiene que $r_{\text{nac}}(\alpha) < r_1 < r_2 < r_{\text{mue}}(\alpha)$, entonces el hoyo α está presente tanto en $\mathcal{A}_{r_1}(N)$ como en $\mathcal{A}_{r_2}(N)$, es decir, persiste a lo largo de esa parte de la filtración.

Por simplicidad, se usa la notación $A_r = \mathcal{A}_r(N)$. Por consiguiente se muestra el comportamiento general de los 0-, 1- y 2- hoyos a través de los complejos alfa en la filtración:

$$N = A_{r_0} \subset A_{r_1} \subset A_{r_2} \subset \dots \subset A_{r_l} \quad (3.7)$$

- Para $r < r_{\min}$, la cantidad de 0-hoyos en A_r es m ($\beta_0(A_r) = m$), el número de puntos en N . Conforme r incrementa, el número de 0-hoyos disminuye ya que los puntos comienzan a conectarse entre sí. Finalmente, cuando $r \geq r_{\max}$, todos los puntos se encuentran conectados formando una única componente conexa, es decir, $\beta_0(A_r) = 1$.

- Para $r < r_{\min}$, no existen 1-hoyos en A_r , por lo que $\beta_1(A_r) = 0$. Si al aumentar r aparece al menos un 1-hoyo, entonces $\beta_1(A_r) \geq 1$. Conforme r sigue incrementándose, pueden aparecer nuevos 1-hoyos, o bien, los 1-hoyos existentes pueden rellenarse y desaparecer, de manera que $\beta_1(A_r)$ puede aumentar o disminuir (depende de N). Al inicio y al final de la filtración no existen 1-hoyos, por lo que $\beta_1(A_r)$ inicia y termina en cero.
- El comportamiento de los 2-hoyos es análogo al descrito previamente para los 1-hoyos.

A continuación se presentan dos ejemplos donde se ilustra la homología persistente.

Ejemplo 3.2.5. Presenta una explicación de la evolución los hoyos del Ejemplo 3.2.3 y de la Tabla 3.1.

a) *Ejemplo 3.2.3.*

1. Para A_{r_1} se tiene que $\beta_0(A_{r_1}) = 54$, además, en este radio nace el primer 1-hoyo, el cual está encerrado por los puntos del círculo conectados, por lo que $\beta_1(A_{r_1}) = 1$.
2. En A_{r_2} , se muestra que $\beta_0(A_{r_2}) = 4$ y $\beta_1(A_{r_2}) = 2$. El nuevo 1-hoyo que nace corresponde a los datos conectados del semicírculo.
3. Para A_{r_3} se tiene que $\beta_0(A_{r_3}) = 2$ y $\beta_1(A_{r_3}) = 3$, los tres 1-hoyos son los atrapados por el semicírculo, el círculo y el triángulo.
4. Finalmente, se obtiene una única componente conexa y se mueren todos los 1-hoyos en N ; por lo que, $\beta_0(A_{r_4}) = 1$ y $\beta_1(A_{r_4}) = 0$.

b) *Tabla 3.1.*

1. Para $r_1 = 0.039$ se obtiene: $\beta_0(A_{r_1}) = 310$, $\beta_1(A_{r_1}) = 2$ y $\beta_2(A_{r_1}) = 1$. Los dos 1-hoyos se forman en la parte superior e inferior de la cabeza de Mickey, además, nace un 2-hoyo que corresponde a la nariz.
2. Para $r_2 = 0.05$, los números de Betti son: $\beta_0(A_{r_2}) = 234$, $\beta_1(A_{r_2}) = 4$ y $\beta_2(A_{r_2}) = 1$. En este radio se aprecia que disminuye la cantidad de componentes conexas. Asimismo, persisten los dos 1-hoyos de la cabeza y se generan dos 1-hoyos de las orejas.
3. Para $r_3 = 0.23$ se observa: $\beta_0(A_{r_3}) = 1$, $\beta_1(A_{r_3}) = 2$ y $\beta_2(A_{r_3}) = 1$. Se unen todos los puntos naciendo solo una componente conexa, pero aún persisten los dos 1-hoyos de las orejas, además, que muere el 2-hoyo de la nariz y se forma el 2-hoyo de la cabeza.
4. Finalmente, en $r_4 = 1.2$ se tiene que $\beta_0(A_{r_4}) = 1$, $\beta_1(A_{r_4}) = 0$ y $\beta_2(A_{r_4}) = 0$, observando que todos los 1- y 2-hoyos murieron en este radio y solo queda un 0-hoyo.

Una vez comprendido el comportamiento del nacimiento, muerte y persistencia de los 0-, 1- y 2-hoyos de la nube de datos N , la información puede representarse de distintas maneras. En esta tesis se emplean los diagramas de persistencia y las curvas de Betti, y estas se definen a continuación.

- **Diagramas de persistencia.** Conformados por un eje horizontal que representa al radio de nacimiento y un eje vertical que representa el radio muerte de los hoyos. En los diagramas de persistencia, cada hoyo α determina el punto $(r_{\text{nac}}(\alpha), r_{\text{mue}}(\alpha))$. Además, ya que $r_{\text{mue}}(\alpha) > r_{\text{nac}}(\alpha)$, dicho punto está por arriba de la diagonal. Para mayor claridad, los puntos correspondientes a 0-, 1- y 2-hoyos se presentan en colores azul, naranja y rojo, respectivamente. Estos diagramas permiten visualizar cuántos i -hoyos tiene N , en qué momentos nacen, mueren y cuanto persisten los hoyos.
- **Curvas de Betti.** Para cada $i = 0, 1, 2$, se construye la i -curva de Betti de N . Dicha curva ilustra en un plano las siguientes características: el eje horizontal representa al radio de la filtración y en el eje vertical muestra la cantidad de i -hoyos en dicho radio. Para un valor de radio r , el punto correspondiente en la i -curva de Betti es $(r, \beta_i(A_r))$. Al igual que en los diagramas de persistencia, la 0-, 1- y 2-curva de Betti se grafican en color azul, naranja y rojo, respectivamente.

Estos conceptos se ejemplifican en la siguiente sección, donde se construyen los diagramas de persistencia y curvas de Betti para dos nubes de puntos.

3.3. Ejemplos

Se muestran los diagramas de persistencia y las curvas de Betti correspondientes al Ejemplo 3.2.3 y de la Tabla 3.1 mostrados en las Subsecciones 3.2.2 y 3.2.3, respectivamente. Se implementaron algoritmos en Python, utilizando la biblioteca GUDHI para calcular los diagramas de persistencia y las curvas de Betti de las nubes de datos.

a. Ejemplo 3.2.3.

La Figura 3.9 muestra el diagrama de persistencia correspondiente al Ejemplo 3.2.3. Se explica de abajo hacia arriba el significado de todos los 0-hoyos, representados en forma de puntos de color azul:

1. El primer 0-hoyo se asocia con la conexión de los puntos que forman el círculo.
2. El segundo 0-hoyo corresponde a la unión de los cincuenta puntos del semicírculo.
3. El tercer 0-hoyo surge cuando el semicírculo se une con el círculo, reduciendo el número de componentes.
4. El cuarto 0-hoyo aparece al conectarse entre sí los vértices inferiores del triángulo.

5. El quinto 0-hoyo representa la unión completa de los vértices del triángulo, quedando este como una única componente.
6. Finalmente, el último 0-hoyo se forma cuando el vértice inferior izquierdo del triángulo se conecta con el punto más cercano del semicírculo, de modo que todos los datos quedan conectados.

Los puntos naranjas correspondientes a los 1-hoyos formados por las tres figuras se etiquetan en el diagrama de persistencia. Estos indican los radios de nacimiento y muerte asociados a cada 1-hoyo, cuyas características se describen a continuación:

- Se observa que el radio de muerte del 1-hoyo correspondiente al círculo es $r_{\text{mue}} = 1$; esto se debe a que los datos se encuentran distribuidos sobre un círculo de radio 1.
- Los puntos del semicírculo están distribuidos sobre un círculo de radio 3. Sin embargo, los datos superiores del círculo influyen en la disminución del radio de muerte del 1-hoyo asociado al semicírculo, por ende $r_{\text{mue}} = 2.5015$.
- El 1-hoyo correspondiente al triángulo presenta baja persistencia, estando cercano de la diagonal.
- Los puntos situados sobre la diagonal representan 1-hoyos con los mismos radios de nacimiento y muerte, originados por las conexiones entre el semicírculo y el círculo, así como entre el semicírculo y el triángulo.

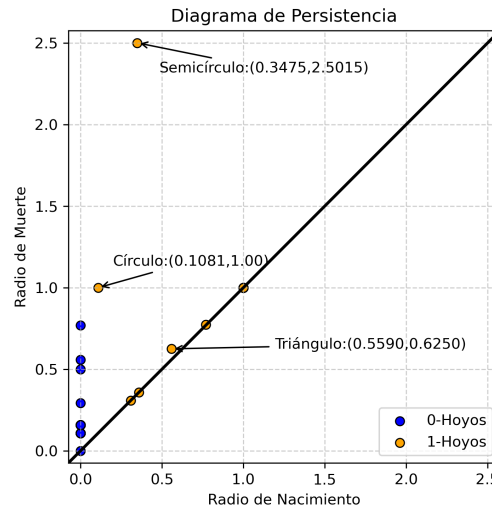


Figura 3.9: Diagrama de persistencia del conjunto con círculo, semicírculo y triángulo.

La Figura 3.10 muestra las curvas de Betti asociadas a la nube de datos del ejemplo. En la parte superior se observa la 0-curva de Betti, mientras que en la parte inferior la 1-curva de Betti, resaltando ciertas partes de la curva con

etiquetas. A continuación se describen las 0- y 1-curvas de Betti obtenidas en el ejemplo.

0-curva de Betti

1. La curva inicia en $\beta_0(A_0) = 83$, valor que corresponde al número de datos del conjunto.
2. En $r_1 = 0.1082$ desciende a $\beta_0(A_{r_1}) = 54$, indicando que los puntos del círculo se conectaron entre sí.
3. En $r_2 = 0.159$ disminuye a $\beta_0(A_{r_2}) = 5$, lo cual refleja la unión de los datos del semicírculo.
4. Posteriormente, los siguientes tres escalones corresponden a la unión de los vértices del triángulo y a la conexión entre el semicírculo, círculo y triángulo.
5. Finalmente, en $r_3 = 0.77$, la curva alcanza $\beta_0(A_{r_3}) = 1$, lo que indica que todos los puntos han formado una sola componente.

1-curva de Betti

1. Para radios en el intervalo $[0, 0.1082)$ no aparece ningún 1-hoyo.
2. En el intervalo $[0.1082, 0.345]$ se mantiene un único 1-hoyo asociado al círculo.
3. En el intervalo $(0.345, 0.56)$ se observan dos 1-hoyos, correspondientes al círculo y al semicírculo.
4. En el intervalo de $[0.56, 0.625]$ aparecen tres 1-hoyos, asociados al triángulo, al círculo y al semicírculo.
5. Al cubrirse el 1-hoyo del triángulo, en el intervalo de $(0.625, 1]$ persisten los hoyos del círculo y el semicírculo.
6. En el intervalo $(1, 2.502)$ solo permanece el 1-hoyo del semicírculo.
7. Finalmente, desaparece el semicírculo para el radio $r \geq 2.502$.

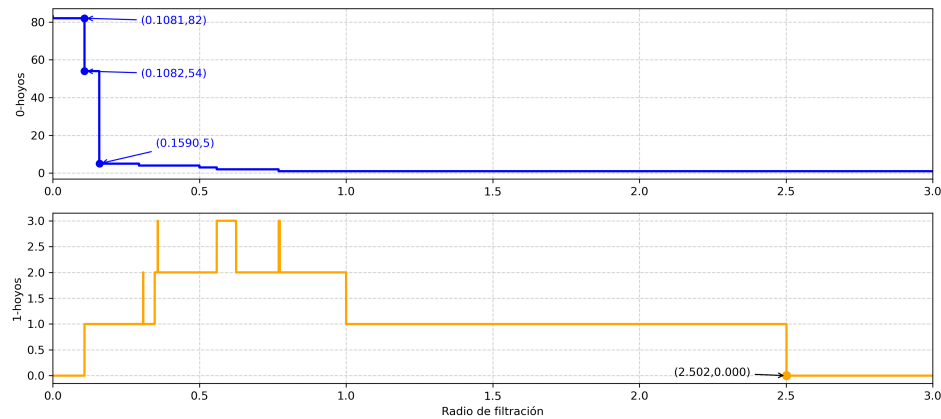


Figura 3.10: Curvas de Betti de la nube de datos del Ejemplo 3.2.3.

b. Tabla 3.1.

La Figura 3.11 presenta el diagrama de persistencia de la nube de datos mostrada en la Tabla 3.1. Se aprecian los 0-hoyos distribuidos uniformemente, denotando que los datos son uniformes en la nube. Los 1- y 2-hoyos cercanos y sobre la diagonal muestran la formación de diminutos agujeros y cavidades formadas en la cabeza, orejas y nariz de la nube de datos con forma de cabeza de Mickey.

Se resalta las etiquetas de los 1- y 2-hoyos más persistentes. El punto etiquetado como “Orejas” corresponde a los dos 1-hoyos de las orejas, ya que estos son círculos del mismo radio. El diagrama de persistencia captura la persistencia de los 2-hoyos pertenecientes a la nariz y a la cabeza.

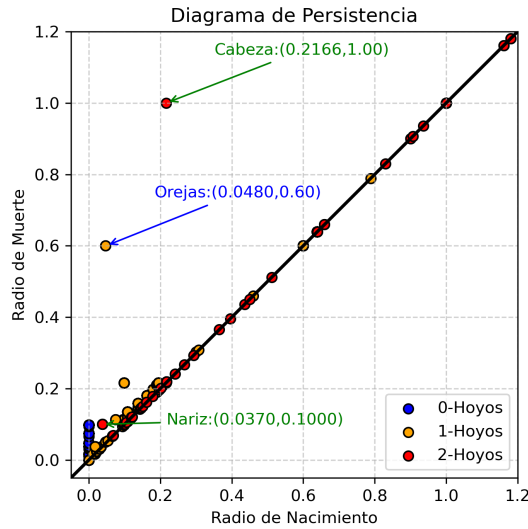


Figura 3.11: Diagrama de persistencia de la nube de puntos de forma de Mickey.

La Figura 3.12 presenta las curvas de Betti asociadas a la nube de puntos con forma de la cabeza de Mickey.

- La 0-curva de Betti muestra los puntos de la nube de datos uniformemente distribuidos. Ya que para el radio $r = 0.09802$, la curva llega al valor $\beta_0(A_r) = 1$.
- La 1-curva de Betti muestra el intervalo $[0, 0.038)$ donde aparecen 1-hoyos poco persistentes formados por datos en la nariz, siendo estos los más cercanos entre sí. El intervalo $[0.038, 0.2167]$ aparecen 1-hoyos poco persistentes que se forman en la cabeza, recalcando los 1-hoyos correspondientes a las orejas persisten en el intervalo $(0.2166, 1.01)$.
- En el intervalo $(0.037, 0.1]$, la 2-curva de Betti captura la cavidad encerrada por los datos de la nariz. Posteriormente, aparecen cinco 2-hoyos poco persistentes. Finalmente, en el intervalo de $(0.2166, 1.01)$ se obtiene la persistencia del 2-hoyo de la cabeza.

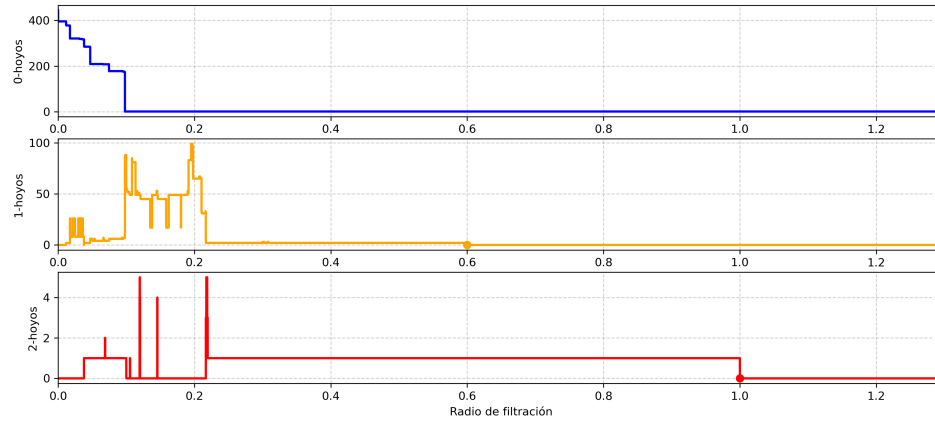


Figura 3.12: Curvas de Betti para la nube de punto con forma de cabeza, orejas y nariz.

3.4. Conclusiones del capítulo

En este capítulo se establecieron los fundamentos teóricos del ATD, presentando las herramientas necesarias para caracterizar la estructura geométrica y topológica de nubes de datos en $\mathbb{R}^3$. Se introdujeron los complejos alfa como una aproximación eficiente de la forma de los datos, junto con la homología persistente, además, se presenta una explicación de los diagramas de persistencia y curvas de Betti, los cuales permiten identificar los hoyos relevantes y persistentes de los datos, diferenciándolas de aquellas asociadas al ruido.

Con estos conceptos, el ATD queda formalmente definido como la herramienta central de análisis en esta tesis. En el siguiente capítulo, se presenta las definiciones del diagnóstico de fallas, así como algunos ejemplos relacionados con el tema.

Capítulo 4

Diagnóstico de fallas

El presente capítulo introduce los fundamentos del diagnóstico de fallas en sistemas dinámicos y su relación con los motores de inducción. Se describen los elementos básicos de un sistema de control, las principales categorías de fallas y los métodos utilizados para su detección, destacando sus ventajas y limitaciones, así como su carácter invasivo o no invasivo. Este marco general permite contextualizar la relevancia de la falla por excentricidad analizada en esta tesis. Para una descripción más detallada de la teoría puede consultarse [53][54][55][56][57][58].

4.1. Introducción

En la actualidad, la detección de fallas se ha vuelto indispensable para garantizar la seguridad y eficiencia de los sistemas industriales. La creciente complejidad de los sistemas eléctricos y de automatización incrementa la probabilidad de fallas que pueden pasar desapercibidas si no se implementan diagnósticos adecuados.

La detección temprana de anomalías identifica una extensa variedad de irregularidades, desde fallas incipientes y excentricidades tolerables en máquinas eléctricas, hasta condiciones críticas que pueden comprometer la operación, generar grandes pérdidas económicas o incluso poner en riesgo al personal.

El diagnóstico de fallas se ha aplicado en diversos sistemas industriales, tales como: el monitoreo de procesos de nivel de líquidos en tanques [59][60], la detección de fallas en paneles solares [61][62], el análisis de condiciones anómalas en motores de inducción [22][63], entre otros.

4.2. Conceptos generales

Se define el **diagnóstico de fallas (DF)** como el proceso que detecta, aísla e identifica el tipo, la magnitud y la ubicación de una falla dentro de un sistema o planta, resaltando que el término **sistema** o **planta** es usado con frecuencia para describir un sistema físico mediante modelos basados en ecuaciones diferenciales, generalmente no lineales. Dichas ecuaciones son aproximadas mediante métodos lineales alrededor de un

punto de operación, lo que facilita su análisis y permite aplicar adecuadamente técnicas de control y diagnóstico [64]. Algunos ejemplos son los motores eléctricos, las redes de distribución eléctrica o los sistemas de nivel de líquidos.

Una **falla** se define como una desviación no permitida de al menos un parámetro del sistema respecto a sus condiciones ideales, originada por factores externos, ya sea por condiciones ambientales adversas (humedad, altas temperaturas, exposición a la intemperie) o por factores internos, ya sea el desgaste de componentes, errores humanos o falta de mantenimiento.

Una planta se compone por el sistema físico, la instrumentación asociada y la dinámica del proceso, siendo necesarias para alcanzar su objetivo, por lo que sus elementos fundamentales son:

- **Algoritmo de control.** Es un conjunto de instrucciones diseñadas para cumplir una o varias tareas específicas dentro del sistema. El algoritmo se implementa en función del método de control adoptado, buscando el desempeño óptimo del sistema.
- **Sensores.** Son los “sentidos” del sistema que miden variables relevantes, tales como: parámetros eléctricos (corrientes, voltajes, potencia), biomédicos (frecuencia cardíaca, niveles de glucosa), mecánicos (par, velocidad, aceleración), entre otros. Los sensores desempeñan un papel clave para mantener un buen rendimiento; por ejemplo, los sensores de pulso cardíaco, de temperatura o los ultrasónicos.
- **Actuadores.** Son los elementos encargados de ejecutar acciones físicas a partir de instrucciones del algoritmo de control, tales como los motores eléctricos, bombas de agua, válvulas de control y transportadores automáticos.
- **Controlador.** Es el “cerebro” encargado de ejecutar el algoritmo de control, procesar la información recibida de los sensores y enviar instrucciones a los actuadores. Algunos ejemplos de controladores son: controlador lógico programable (PLC) y tarjetas de adquisición de datos especializadas en el tema.

Los componentes del sistema facilitan la comprensión de su funcionamiento en condiciones ideales y permiten relacionarlo con el proceso del sistema. El **proceso del sistema** se refiere a la interacción dinámica entre sus variables internas con el fin de alcanzar un objetivo específico. Algunas aplicaciones son: el control de temperatura en una habitación o de velocidad en un motor eléctrico y la regulación de flujo en redes de distribución eléctrica.

La Figura 4.1 ilustra un sistema controlado, el controlador compara la referencia con la salida del sistema para ajustar su comportamiento. Los actuadores y sensores mantienen las variables de la planta dentro de los valores deseados.

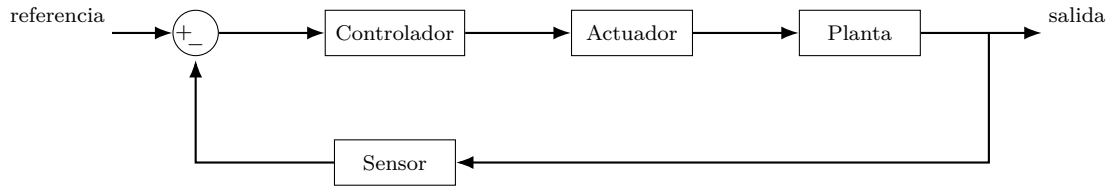


Figura 4.1: Partes y procesos de un sistema de control.

Los elementos que conforman un sistema controlado tienden a presentar fallas en los actuadores, el proceso del sistema o los sensores. La Figura 4.2 muestra una clasificación de fallas, cuyas partes se describen a continuación.

- **Falla tolerable.** Es una perturbación de baja magnitud en el comportamiento estándar de un sistema, el cual no interrumpe su operación. Estas no conducen a una avería inmediata y pueden ser absorbidas por la redundancia, la robustez del diseño o por el sistema. Ejemplos comunes incluyen a desviaciones menores en sensores, presencia de armónicos de mínima amplitud en redes eléctricas, oscilaciones en la frecuencia de operación o un desgaste ligero de algún componente.
- **Falla abrupta.** Corresponde a un evento repentino y de alta severidad que genera un cambio inmediato en el comportamiento del sistema. Provocan la pérdida total del funcionamiento de algún componente importante, requiriendo acciones correctivas inmediatas como reemplazo o intervención directa. Se pueden representar con el corte súbito de una línea de comunicación, la ruptura de un actuador, la pérdida total de presión en un sistema hidráulico, o la desconexión de un módulo esencial.
- **Mal funcionamiento.** Se refiere a un comportamiento “intermitente” o “inconsistente”, impide al sistema cumplir adecuadamente alguna de sus funciones, sin producirse una falla completa. Esta se debe a múltiples causas y su detección suele ser compleja por su naturaleza no persistente. Ejemplos de mal funcionamiento incluyen a errores ocasionales de comunicación entre módulos, obstrucciones temporales en sensores, ruidos eléctricos que afectan la lectura de señales o fallas por falta de calibración.

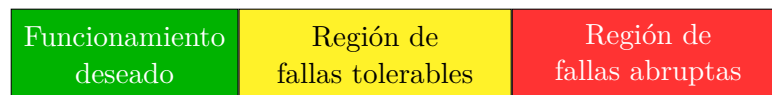


Figura 4.2: Diagrama de clasificación de fallas según la magnitud de la falla.

El DF se divide en tres etapas, ilustradas en la Figura 4.3: la detección de la falla, el aislamiento y la identificación de la misma. Su función principal es proporcionar información sobre el comportamiento de las fallas presentes en sensores, actuadores o procesos [65].

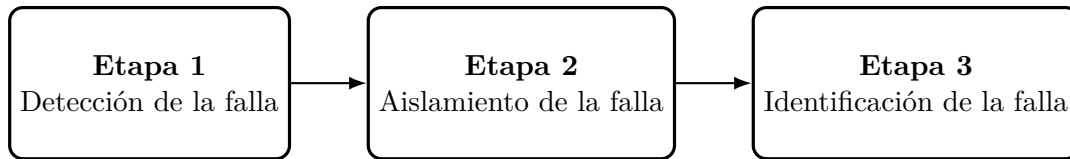


Figura 4.3: Etapas del diagnóstico de fallas.

A continuación se describen las tres etapas del diagnóstico de fallas.

- **Etapa 1: Detección de fallas.** Se monitorea la planta para asegurar que opere de manera ideal o dentro de umbrales establecidos. Por ejemplo, en motores eléctricos, un diminuto desplazamiento en el rotor puede generar excentricidad en el motor de inducción.
- **Etapa 2: Aislamiento de la falla.** Identifica el componente del sistema responsable del comportamiento anómalo o de la falla detectada, siendo sus manifestaciones más comunes: ruidos inusuales en el motor, sensores desgastados o con fallas y el mal funcionamiento de actuadores.
- **Etapa 3: Identificación de la falla.** Cuantifica la magnitud y determina el tipo de falla que se presenta. Continuando con el ejemplo del motor con excentricidad, la falla sería de tipo mecánico y la identificación corresponde a una mala alineación entre el rotor y estator.

Ejemplo 4.2.1. Se ilustra los conceptos del diagnóstico de fallas a través de una banda transportadora (ver Figura 4.4), identificando las partes de la banda. Se explica su funcionamiento y las fallas que presente el sistema.

Partes del sistema

- Partes físicas: Motores, banda transportadora, sistema de transmisión.
- Sensores: Sensores de proximidad que detectan la presencia de objetos.
- Actuador: Motor de inducción trifásico que impulsa la banda a través de un sistema de transmisión.
- Controlador: PLC que recibe las señales de los sensores y activa el motor.

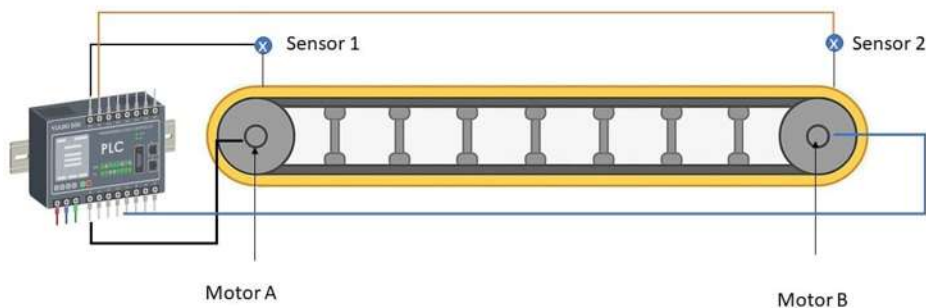


Figura 4.4: Componentes del sistema de banda transportadora automática

Funcionamiento del sistema

El sistema mueve objetos a lo largo de la banda, estando unida a los ejes del motor mediante un mecanismo especializado. Los sensores se ubican estratégicamente para detectar la presencia de objetos, se envía dicha información al PLC, este decide cuándo activar el motor, a su vez mueve la banda mediante un sistema de poleas y rodillos. De esta forma, se asegura un flujo continuo y automatizado de materiales.

Fallas en los componentes del sistema

- **Sensores:** Errores de lectura por suciedad, desalineación o fallas eléctricas.
- **Motor:** Excentricidades, cortocircuitos entre fase, desgaste del eje, fallas en el bobinado, bloqueo mecánico, entre otros.
- **Proceso:** Acumulación de producto sobre la banda, deslizamiento de la correa, obstrucciones físicas.

Fallas del sistema de acuerdo a la gravedad

- **Fallas tolerables:** Lecturas erráticas de sensores por suciedad, vibraciones menores, respuesta mal acondicionada del motor, una ligera excentricidad.
- **Falla abrupta:** Paro completo del motor, ruptura de la banda, fallo total del sensor de presencia.
- **Mal funcionamiento:** Productos atascados, activación errónea del motor, fallas intermitentes en la detección.

4.3. Métodos de diagnóstico de fallas

En el DF se han desarrollado diversos métodos para prevenir fallas, clasificándose en dos tipos: el primero se basa en el modelo matemático del sistema y el segundo en los datos obtenidos por los sensores. Véase Figura 4.5.

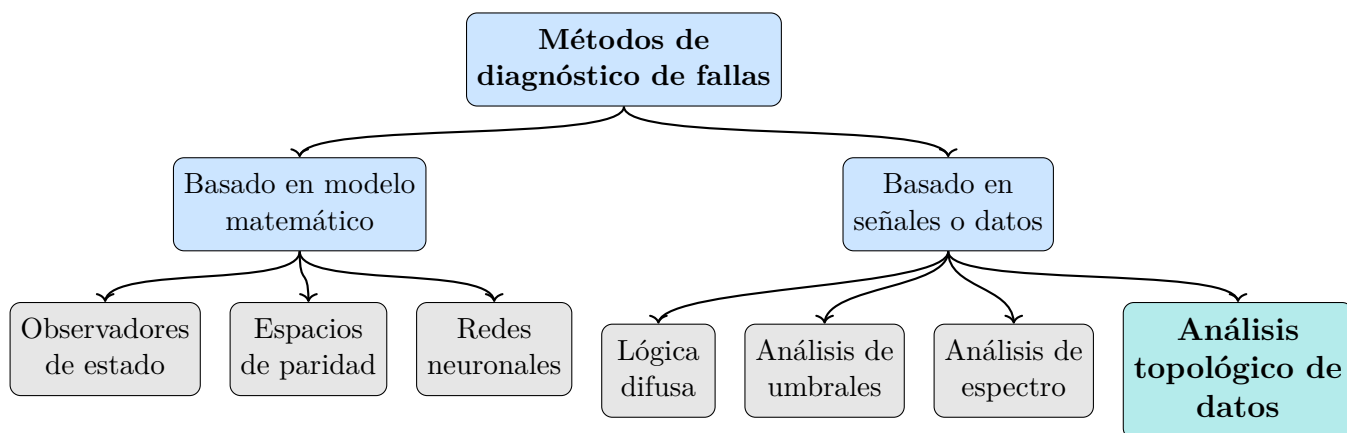


Figura 4.5: Clasificación de métodos de diagnóstico de fallas.

4.3.1. Diagnóstico de fallas basado en modelos matemáticos

El **diagnóstico de fallas basado en modelos matemáticos** se define como la comparación de las variables del sistema real y los datos generados por un observador. Un **observador** es el modelo matemático del sistema, diseñado para replicar el comportamiento del sistema real usando entradas y salidas disponibles, su objetivo es estimar las variables del sistema, incluso cuando no pueden medirse directamente.

La diferencia entre la salida real del sistema y la salida estimada por el observador se denomina **residuo** y se denota como $r(t)$ [66]. En condiciones ideales (ver Figura 4.6) el residuo debe ser cero o cercano a cero, reflejando un seguimiento adecuado del sistema. Si se presenta una falla, el residuo tiende a infinito, indicando una discrepancia entre el modelo y el sistema físico.

El residuo permite detectar y aislar fallas, identificando su magnitud o ubicación dentro del sistema. Este enfoque es útil en sistemas donde la detección temprana de anomalías es fundamental. Además, constituye una base sólida para implementar esquemas de control tolerante a fallas.

La Figura 4.6 ilustra la estructura básica del diagnóstico de fallas basado en modelos matemáticos. A continuación se explica dicha figura.

- a. Tanto el sistema físico como el modelo reciben la misma señal de entrada $u(t)$, la cual representa una magnitud física, como voltaje, corriente, par mecánico, etc.
- b. El sistema físico está compuesto por los siguientes tres bloques,
 - **A (Actuador).**
 - **P (Planta).**
 - **S (Sensor).**

Estos bloques generan una salida $y(t)$.

- c. La variable f_s representa una falla que puede presentarse en cualquiera de los bloques A, P o S, afectando el comportamiento del sistema real sin afectar el modelo matemático.
- d. El modelo del sistema, genera una salida estimada $\hat{y}(t)$, la cual es comparada con la salida real $y(t)$ del sistema físico.
- e. El **residuo** se define como la diferencia entre la salida medida y la estimada: $r(t) = y(t) - \hat{y}(t)$. Un valor pequeño indica que el sistema está operando de manera normal y una desviación significativa muestra la presencia de una falla.

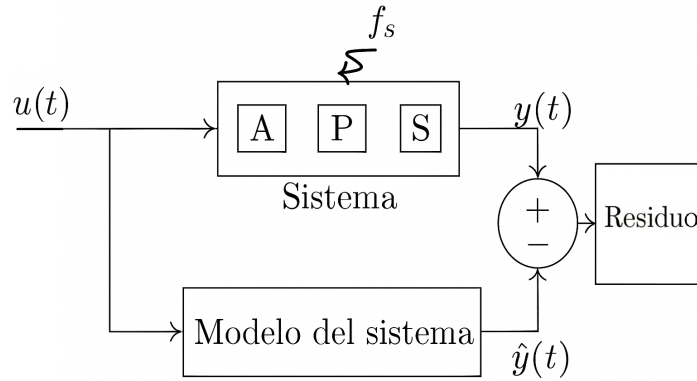


Figura 4.6: Esquema general del diagnóstico de fallas basado en modelos matemáticos.

4.3.2. Diagnóstico de fallas basado en datos o señales

El **diagnóstico de fallas basado en datos** es un método que analiza la información generada por una planta para detectar anomalías, sin depender de un modelo matemático. Este enfoque se basa en procesar las señales para identificar patrones que revelen un comportamiento anómalo, resultando especialmente práctico cuando la dinámica del sistema es desconocida o su complejidad impide modelarla. Los métodos más comunes son:

- **Análisis basado en umbrales:** Establece umbrales para el comportamiento de las variables medidas. Si una señal excede su límite permitido, se activa una alarma que indica una posible anomalía, resultando efectivo para detectar fallas abruptas o fuera de rango.
- **Análisis de tendencias:** Examina la evolución de las señales, identificando patrones crecientes, decrecientes o irregulares que puedan reflejar una perturbación en el sistema. Útil para anticipar fallas incipientes o que no sobrepasen un umbral fijo, permitiendo estimar la ubicación y magnitud de la falla mediante técnicas como redes neuronales, ATD, transformadas de Fourier, Wavelet o machine learning.

A continuación se presenta un ejemplo de un sistema práctico, basado en el diagnóstico de datos.

Ejemplo 4.3.1. Se presenta la aplicación del ATD en un motor de inducción usado en la banda transportadora del Ejemplo 4.2.1 (ver Figura 4.7). El análisis se enfoca en el diagnóstico de las excentricidades, descritas en la Sección 2.5.

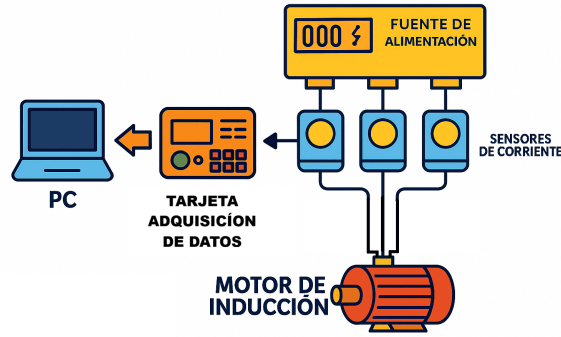


Figura 4.7: Diagrama de conexión de un motor de inducción trifásico con sensores de corriente.

Se tomaron las corrientes de línea obtenidas durante la operación normal del motor, mostradas en la Figura 4.8. Estas señales sirven como referencia para identificar las variaciones asociadas a los diferentes niveles de excentricidad analizados.

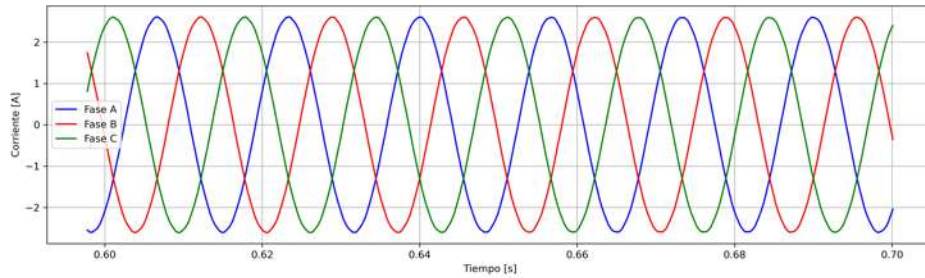


Figura 4.8: Corrientes extraídas de los sensores trifásicos durante su operación.

Las corrientes se representan como una nube de datos en $\mathbb{R}^3$ para aplicarles el ATD. Para probar el enfoque, se propone una falla crítica (para el ejemplo se propone $EE=64.6\%$ y $ED=6\%$) y se utilizan las 0-curvas de Betti (ver Elemento 3.2.4) para distinguir entre esta anomalía y los datos de referencia. El resultado se muestra en la Figura 4.9, donde la curva de la condición de falla (naranja) presenta un área bajo la curva notablemente mayor que la curva azul. Este cambio drástico indica una alteración en la estructura de los datos, evidenciando así el incremento de la excentricidad.

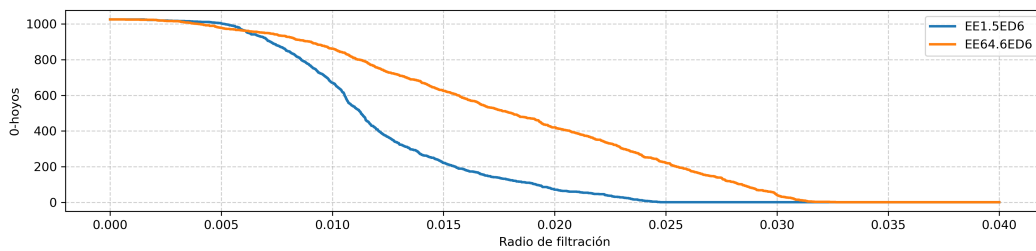


Figura 4.9: Comparación de las 0-curvas de Betti para la condición normal (azul) y la condición de falla (naranja).

4.4. Conclusiones del capítulo

En este capítulo se presentaron los fundamentos del diagnóstico de fallas en sistemas dinámicos, haciendo énfasis en su aplicación a motores de inducción. Se describieron las principales categorías de fallas, las etapas que conforman el proceso de diagnóstico y los métodos más utilizados, tanto basados en modelos matemáticos como en el análisis de datos. Además, se incluyeron ejemplos ilustrativos que muestran cómo estas ideas se aplican en sistemas industriales y en el estudio de excentricidades mediante ATD.

Estos conceptos permite identificar las limitaciones de los enfoques tradicionales y motiva la exploración de herramientas topológicas para el diagnóstico de fallas. El siguiente capítulo analiza las referencias [23] y [22], que constituyen la base comparativa para contextualizar las aportaciones obtenidas en esta tesis.

Capítulo 5

Artículos preliminares

Este capítulo explica con detalle los artículos [23] y [22], los cuales analizan excentricidades en motores de inducción mediante el ATD. Sus autores, Bingnan Wang, Chungwei Lin, Hiroshi Inoue y Makoto Kanemaru, trabajan en los laboratorios de Mitsubishi Electric, empresa especializada en la fabricación de motores eléctricos. En 2022 se publicó el artículo [23], donde se estudiaron seis condiciones de excentricidad sin carga. Posteriormente, en 2024 ampliaron el estudio a distintas condiciones de carga en el artículo publicado en IEEE Access [22].

5.1. Datos preliminares

El motor de inducción trifásico reportado en [23] y [22] es de tipo jaula de ardilla. Las características del motor se resumen en la Tabla 5.1. Estos parámetros resultan relevantes, ya que constituyen la base para las simulaciones implementadas en esta tesis.

Tabla 5.1: Características del motor de inducción analizado en [23] y [22].

Parámetro	Valor
Número de polos	4
Potencia nominal	0.75 kW
Número de ranuras del estator	36
Número de barras del rotor	28
Entrehierro	0.28 mm
Voltaje de línea	200 V
Frecuencia	60 Hz

Los autores, en su análisis experimental, modificaron la carcasa del motor para instalar sensores de desplazamiento y entrehierro, además, incorporan sensores de corriente en los cables de alimentación con el fin de monitorear las excentricidades.

Los sensores fueron muestreados a una frecuencia de 10kHz y se tomaron muestras de 1024 datos en estado estable (aproximadamente 0.1 s) para el análisis.

Se evaluaron seis condiciones de excentricidad estática (EE) mostradas en la Tabla 5.2; al analizar los sensores de entrehierro se confirmó que en todas las EE presentaban una excentricidad dinámica (ED) constante del 6 %.

Tabla 5.2: Excentricidades consideradas en el análisis.

Casos	EE (%)	ED (%)
<i>I</i>	1.5	6
<i>II</i>	17.2	6
<i>III</i>	24.1	6
<i>IV</i>	40.5	6
<i>V</i>	47.1	6
<i>VI</i>	64.6	6

En el artículo [22] se trabajó con cinco condiciones de carga, a cada una se les aplicó las excentricidades de la Tabla 5.2, obteniendo así un total de 30 escenarios de análisis. Para cada condición se extrajeron 1170 muestras, lo que resultó en un total de 35100 muestras. En esta tesis solamente se trabaja el caso sin carga.

5.2. Caso ideal

Esta sección muestra el comportamiento de las corrientes trifásicas balanceadas de un motor de inducción ideal.

Las corrientes de línea, representadas en la Figura 5.1, se expresan como:

$$I_a(t) = I_m \sen(2\pi ft), \quad I_b(t) = I_m \sen(2\pi ft + 120^\circ), \quad I_c(t) = I_m \sen(2\pi ft + 240^\circ),$$

donde I_m es la amplitud, f la frecuencia y t el tiempo.

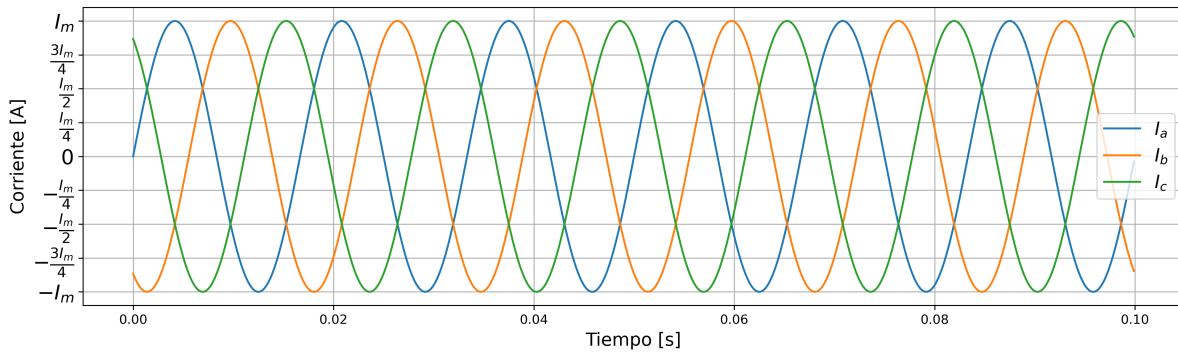


Figura 5.1: Corrientes trifásicas ideales balanceadas.

Para analizar las tres fases de manera conjunta, se consideran como coordenadas en $\mathbb{R}^3$, generando la trayectoria

$$(I_a(t), I_b(t), I_c(t)) \subset \mathbb{R}^3.$$

Dado que las corrientes están balanceadas en amplitud y fase, se cumple:

$$I_a(t) + I_b(t) + I_c(t) = I_m \left[\text{sen}(2\pi ft) + \text{sen}(2\pi ft + 120^\circ) + \text{sen}(2\pi ft + 240^\circ) \right] = 0,$$

lo que implica que la trayectoria está contenida en el plano

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y + z = 0\}.$$

Por otro lado, la norma de cada punto en la trayectoria satisface:

$$\sqrt{I_a^2(t) + I_b^2(t) + I_c^2(t)} = \sqrt{\frac{3}{2}} I_m. \quad (5.1)$$

En consecuencia, la trayectoria descrita por $(I_a(t), I_b(t), I_c(t))$ es el círculo $\mathcal{C}$ de radio $\sqrt{\frac{3}{2}} I_m$ y centrado en el origen $(0, 0, 0) \in \mathbb{R}^3$, el cual se muestra en la Figura 5.2.

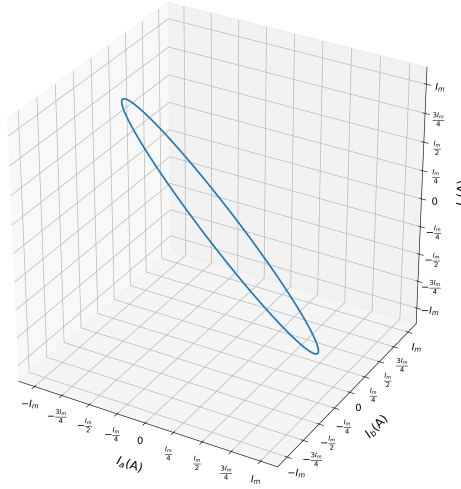


Figura 5.2: Círculo ideal $\mathcal{C}$ obtenido de las corrientes trifásicas.

5.3. Captura de datos

Los autores proponen el análisis de excentricidades mediante los sensores de corrientes colocados en la alimentación. Para ilustrar las diferencias generadas por el nivel de excentricidad, en esta sección se presentan las muestras de datos de las corrientes correspondientes a los casos *I* y *VI* de la Tabla 5.2, los cuales se citan como “excentricidad pequeña” y “excentricidad grande”, respectivamente.

Las Figuras 5.3 y 5.4 muestran los datos correspondientes de ambas condiciones. A partir de dichas figuras se resaltan dos observaciones relevantes:

- Las Figuras 5.3 y 5.4 muestran cambios sutiles, casi imperceptibles en las crestas y valles de las ondas senoidales. En la Figura 5.3 dichas deformaciones son leves, mientras que en la Figura 5.4 resultan más notorias, lo cual está relacionado con la presencia de una mayor excentricidad.

- Al comparar las Figuras 5.3 y 5.4 con la Figura 5.1, la diferencia radica en que en los datos capturados se presentan variaciones en sus picos máximo y mínimo, mientras que en las corrientes ideales, las crestas y valles se mantienen a la misma altura.

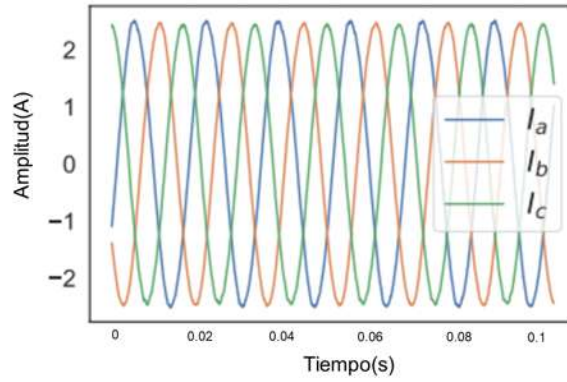


Figura 5.3: Muestra de 1024 datos de corrientes trifásicas correspondientes a la excentricidad pequeña.

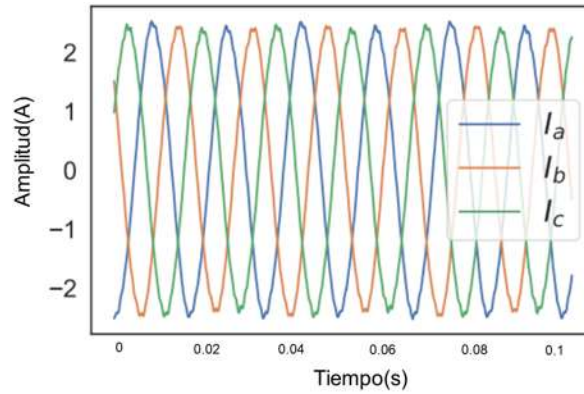


Figura 5.4: Muestra de 1024 datos de corrientes trifásicas correspondientes a la excentricidad grande.

Al igual que el caso ideal, estas muestras son representadas como coordenadas en $\mathbb{R}^3$, generando una trayectoria circular. La nube de datos obtenida de esta manera, se forma alrededor del círculo ideal $\mathcal{C}$ que se introdujo en la sección anterior. De esta forma se obtienen las Figuras 5.5 y 5.6, en las cuales se generan mayores deformaciones cuanto mayor sea el nivel de excentricidad.

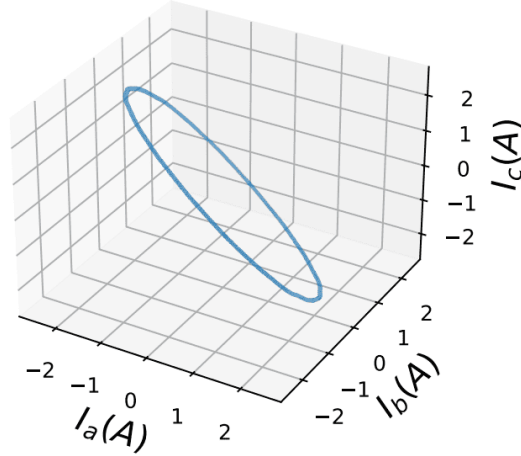


Figura 5.5: Representación de las corrientes en $\mathbb{R}^3$ para el caso de excentricidad pequeña.

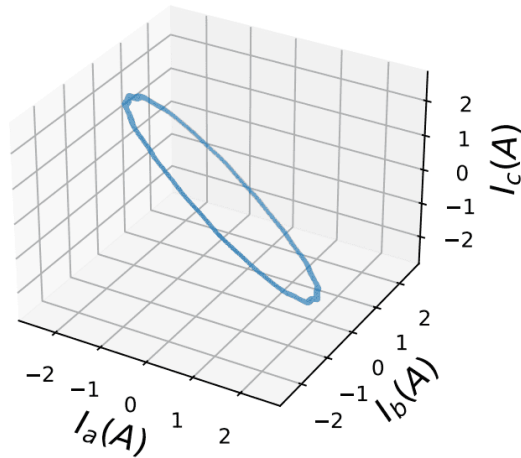


Figura 5.6: Representación de las corrientes en $\mathbb{R}^3$ para el caso de excentricidad grande.

A pesar de que en las representaciones mostradas con anterioridad se aprecian deformaciones debidas a las excentricidades, los datos mostrados solo permiten una comparación cualitativa. No es posible cuantificar con precisión el nivel de excentricidad a partir de estas representaciones, lo que motiva el uso del ATD para distinguir y medir de manera precisa dichas excentricidades.

5.4. Aplicación del ATD

El ATD puede ser aplicado de dos maneras distintas: directamente en el dominio del tiempo o mediante su representación en $\mathbb{R}^3$.

No se aplicó el ATD directamente a las muestras de corriente en el dominio del tiempo, debido a que las Figuras 5.3 y 5.4 presentan muchos 1-hoyos con persistencias similares, lo que impide discernir de manera efectiva entre los distintos niveles de excentricidad.

Al representar las muestras de corriente en $\mathbb{R}^3$, estas se distribuyen alrededor del círculo ideal $\mathcal{C}$ asociado a la componente fundamental, lo que genera un 1-hoyo persistente con $r_{mue} \approx 3.0618$. La presencia de excentricidad deforma este círculo y produce una mayor dispersión de los datos, lo cual es reflejado en el ATD de las siguientes dos formas: Un incremento el radio de muerte de los 0-hoyos y la aparición de ruido en forma de 1-hoyos.

Cabe mencionar que en los diagramas de persistencia y en las curvas de Betti que se presentan a continuación, los autores descartaron el 1-hoyo persistente asociado al círculo generado por las muestras de corriente, ya que se enfocaron en la evolución de los 0-hoyos y en el ruido presente en forma de 1-hoyos.

5.4.1. Diagramas de persistencia

La Figura 5.7 muestra los diagramas de persistencia que se presentan en las referencias [23] y [22]. Las imágenes corresponden a una ampliación centrada en los 0-hoyos y los 1-hoyos en forma de ruido, es por ello que el 1-hoyo principal asociado al círculo no aparece. Es importante mencionar que los radios de nacimiento y muerte son diferentes en los diagramas.

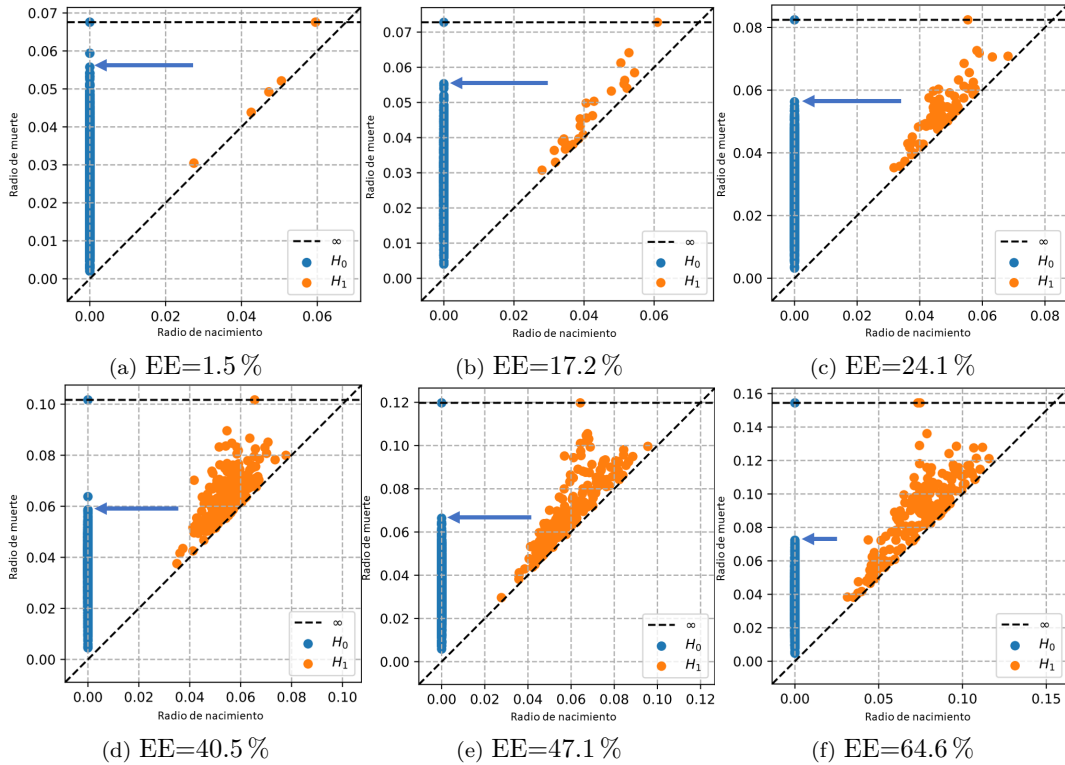


Figura 5.7: Diagramas de persistencia asociados a la Tabla 5.2.

La Figura 5.7 muestra que la fila correspondiente a los 0-hoyos finaliza en un radio de muerte mayor a medida que aumenta la excentricidad (La flecha azul indica el punto donde dicha fila termina). Asimismo, se observa que conforme aumenta la excentricidad, se incrementa el ruido en los 1-hoyos (puntos naranjas cercanos a la diagonal).

5.4.2. Curvas de Betti

Otra manera de discriminar las excentricidades de la Tabla 5.2 consiste en el uso de las 0- y 1-curvas de Betti, denotadas como H_0 y H_1 , las cuales concentran las propiedades extraídas por el ATD (ver Elemento 3.2.4).

La Figura 5.8 muestra las 0-curvas de Betti en el intervalo del radio de filtración $[0, 0.07]$. Se observa que todas las curvas inician en 1024 y descienden hasta 1 conforme aumenta el radio de filtración. Además, el área bajo la curva se incrementa con el nivel de excentricidad, lo que indica que en condiciones de excentricidad elevada, los datos tienden a separarse más del círculo ideal $\mathcal{C}$. Notar que para valores de $r > 0.07$, todos los datos se encuentran conectados.

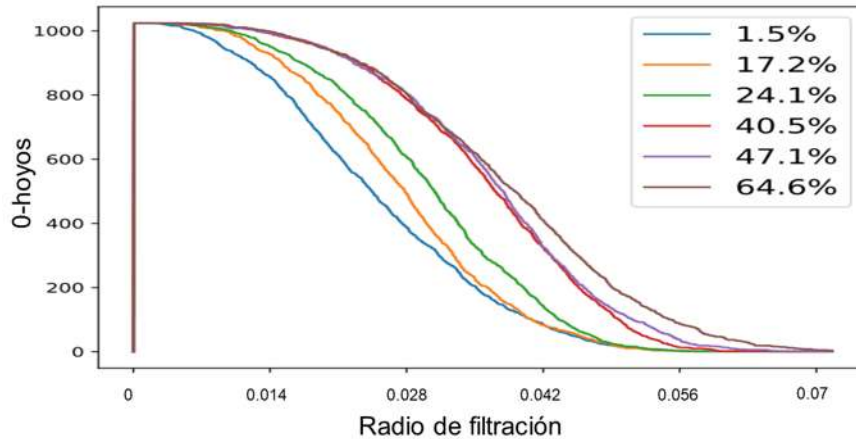


Figura 5.8: 0-curvas de Betti de los casos propuestos.

La Figura 5.9 presenta las 1-curvas de Betti obtenidas para los distintos niveles de excentricidad. El análisis se restringe al intervalo de radio de filtración $[0, 0.14]$, donde aparecen los 1-hoyos asociados al ruido de los distintos niveles de excentricidad. Para valores de $r > 0.14$, únicamente persiste el 1-hoyo generado por el círculo descrito por las muestras de corriente de cada caso correspondiente a la señal fundamental, por lo que dicha región no se considera en el análisis.

Dentro del intervalo considerado se observa que a medida que aumenta la excentricidad, el pico más alto de las 1-curvas de Betti se desplaza hacia radios de filtración mayores.

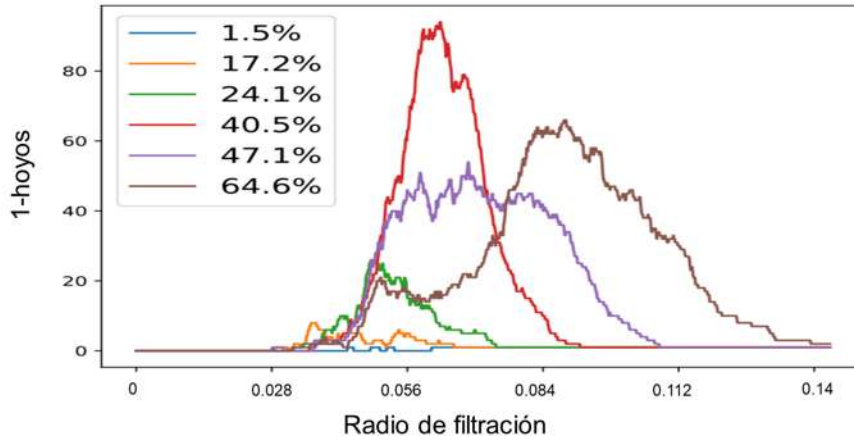


Figura 5.9: 1-curvas de Betti de los casos propuestos.

5.5. Aplicación práctica del ATD

Esta sección analiza los siguientes dos escenarios descritos en la referencia [22], los cuales son de especial interés para la empresa Mitsubishi Electric.

- La fabricación de motores, donde se busca garantizar estándares de calidad.
- La operación de motores, donde resulta importante anticipar posibles fallas durante su vida útil.

Los resultados reportados muestran el potencial de las curvas de Betti en escenarios prácticos. En particular, los autores validan la capacidad del ATD utilizando 1170 muestras de corriente en cada condición de carga y aplicando técnicas de visualización como t-SNE, así como métodos de estimación como k-NN y regresión cuadrática. Para evaluar el desempeño de estas técnicas se empleó la métrica del error medio absoluto (MAE), con lo cual demostraron la efectividad del ATD.

Al aplicar t-SNE sobre las muestras obtenidas en el dominio del tiempo (TD) en condición sin carga, se reporta que no es posible separar claramente las condiciones de excentricidad debido a la dominancia de la componente fundamental. En contraste, las 0- y 1-curvas de Betti mencionadas en la sección anterior, especialmente la combinación $H_0 + H_1$, permite distinguir con claridad los diferentes niveles de excentricidad. A continuación se presentan los casos donde se aplicó el ATD y se describen los escenarios.

• Fabricación

En este escenario se tiene como objetivo el asegurar que la excentricidad no supere un umbral predeterminado. Para ello, se aplicó k-NN, mostrando que los datos en el TD generan un mayor MAE, mientras que las curvas de Betti reducen notablemente dicho error. En particular, la combinación $H_0 + H_1$ alcanzó una estimación cuasi perfecta, ver la Tabla 5.3.

Tabla 5.3: MAE de estimación de excentricidades en la fabricación de motores.

Carga ($N \cdot m$)	TD	H_0	H_1	$H_0 + H_1$
0	6.89	0.38	0.01	0
1.3	6.58	0.58	2.93	0.31
2.0	10.45	1.40	1.31	0.53
2.7	12.99	2.33	5.79	2.06
3.5	13.89	2.78	6.13	2.35

- **Operación del motor**

Para este escenario se entrenó un modelo de regresión cuadrático con las cuatro excentricidades más bajas y se predijeron las dos más altas. Para la comparación se usó los valores RMS de las muestras de las corrientes TD, así como el área bajo la curva de H_0 , la posición del pico más alto de H_1 y la combinación $H_0 + H_1$. Las corrientes RMS presentan errores elevados, mientras que las propiedades de H_0 , H_1 y $H_0 + H_1$, reducen significativamente el error de predicción, ver la Tabla 5.4.

Tabla 5.4: MAE en la predicción de excentricidad para el escenario de operación del motor.

Carga ($N \cdot m$)	TD	H_0	H_1	$H_0 + H_1$
0	28.22	10.22	12.48	10.10
1.3	27.56	3.91	10.77	3.93
2.0	27.30	3.81	8.5	3.29
2.7	28.05	2.87	20.94	3.14
3.5	27.36	3.40	21.76	3.43

En ambos escenarios, los resultados muestran que las curvas de Betti detectan excentricidades con mayor precisión y exactitud que con TD. Esto confirma el potencial del ATD para detectar los niveles de excentricidad en conjunto con modelos de aprendizaje sencillos, sin necesidad de recurrir a técnicas complejas del aprendizaje automático.

5.6. Conclusiones del capítulo

En este capítulo se analizó el uso del ATD para la detección y cuantificación de la severidad de excentricidades en motores de inducción a partir de corrientes trifásicas. Al representar los datos de corriente en $\mathbb{R}^3$, la señal dominada por la componente fundamental se transforma en una estructura circular cuya deformación aumentan con el nivel de excentricidad.

Los diagramas de persistencia y las curvas de Betti permiten capturar estas deformaciones mediante el incremento en el radio de muerte de los 0-hoyos y la aparición de 1-hoyos asociados al ruido, proporcionando propiedades robustas incluso con marcos de datos cortos. Este análisis establece la base para la reconstrucción del estudio mediante simulaciones propias, la cual se presenta en el siguiente capítulo aplicando las herramientas del ATD vista en el Capítulo 3.

Capítulo 6

Resultados obtenidos

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos de la reconstrucción del motor de inducción descrito en las referencias [23] y [22]. Asimismo, se presentan las simulaciones sin carga, los resultados y las aportaciones obtenidas en esta tesis.

6.1. Generación y análisis de datos

Esta sección describe el procedimiento implementado para obtener y analizar las corrientes del motor de inducción. La tesis se llevó a cabo empleando el software de simulación ANSYS, en particular, las paqueterías ANSYS RMxpert y ANSYS Maxwell, con las cuales se construye un modelo paramétrico de un motor y se realizan simulaciones incorporando los distintos niveles de excentricidad mediante ACT Extension. Al basarse en parámetros de diseño disponibles en especificaciones técnicas de fabricante, el procedimiento permite reproducir el comportamiento de diferentes motores de inducción.

Primero se utilizó ANSYS RMxpert para generar el modelo del motor a partir de sus parámetros. Algunas propiedades del motor que este programa permite manejar son las siguientes:

- a. Características eléctricas.
- b. Características mecánicas.
- c. Construcción del estator y del rotor.
- d. Características de los devanados.
- e. Materiales de construcción.

Una vez que se generó el modelo del motor, se exportó en ANSYS Maxwell, donde se configuraron las condiciones de simulación (velocidad de motor, tiempo de simulación, condiciones de carga, entre otros), implementando los distintos niveles de excentricidades propuestos mediante ACT Extension. Finalmente, se obtuvieron los datos correspondientes a las corrientes trifásicas en cada caso.

En este estudio se consideraron las conexiones estrella y delta descritas en la Subsección 2.3.4 y se analizó únicamente el caso sin carga.

6.1.1. Procedimiento para el análisis de las corrientes

Los datos de las corrientes se extrajeron y guardaron en marcos de 1024 datos (equivalentes a 0.1 s) en estado estacionario, con un paso de integración de 0.0001s. Los pasos que se realizan para analizar dichas corrientes son los siguientes:

- a. Para cada nivel de excentricidad, se corre la simulación y se ignora el estado transitorio. Una vez que llega a su estado estacionario, los marcos de datos son extraídos mediante las corrientes $i_a(t), i_b(t), i_c(t)$.
- b. Los marcos de datos son representados como coordenadas $(i_a(t), i_b(t), i_c(t))$ en $\mathbb{R}^3$. De esta manera se obtienen nubes de datos que forman trayectorias alrededor del círculo ideal $\mathcal{C}$, ver Sección 5.2.
- c. Se aplican los complejos alfa a las nubes mediante la paquetería GUDHI en Python, ver Subsección 3.2.2.
- d. Para cada nivel de excentricidad se obtienen los diagramas de persistencia correspondientes y se interpretan sus propiedades.
- e. Finalmente, se obtienen e interpretan las curvas de Betti de los niveles de excentricidad analizados.

6.2. Reconstrucción de resultados preliminares

Para validar los procedimientos y verificar el comportamiento de las paqueterías ANSYS RMxpert y Maxwell, esta sección presenta los resultados obtenidos reproduciendo las propiedades del motor y las excentricidades reportadas en [23], el cual se explica con detalle en el Capítulo 5, recalando que solamente menciona las características que se muestran en la Tabla 5.1. Sin embargo, ANSYS RMxpert requiere un mayor número de propiedades del motor que no fueron especificadas en [23] (materiales, geometría detallada de estator y rotor, características de devanados, entre otras). Por ello, se realizaron múltiples pruebas variando los parámetros de ANSYS RMxpert hasta reproducir de forma aproximada las corrientes reportadas en el artículo. Durante este proceso, se verificó que al emplear la conexión estrella con una velocidad del rotor $N_r = 1780$ RPM, se obtienen corrientes similares al caso estudiado. Finalmente, para los lectores que deseen modelar el motor, todos los parámetros empleados se encuentran disponibles en el Apéndice A.

La Figura 6.1 ilustra las corrientes obtenidas para el caso de excentricidad pequeña (EE=1.5 %, ED=6 %), mientras que en la Figura 6.2 muestra las correspondientes al caso de excentricidad grande (EE=64.6 %, ED=6 %).

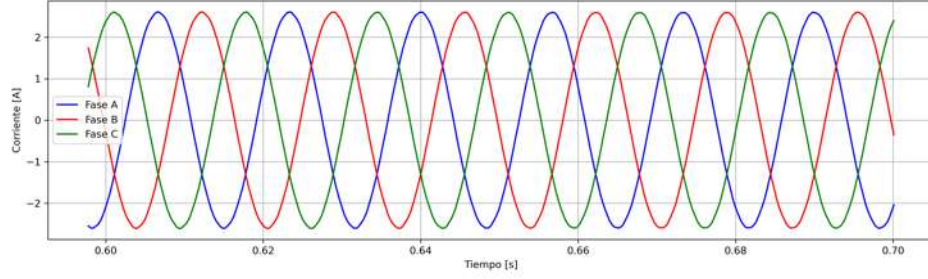


Figura 6.1: Marco de datos de corrientes trifásicas con excentricidad pequeña.

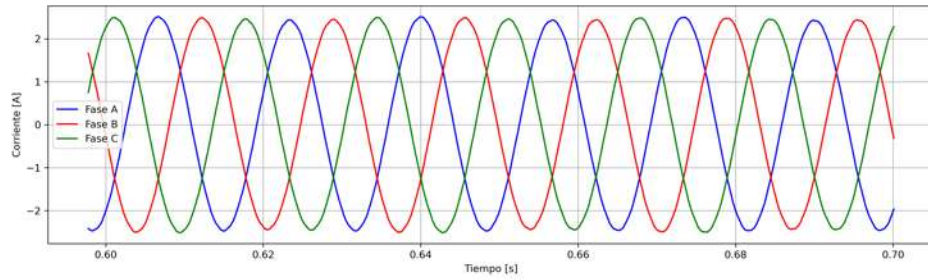
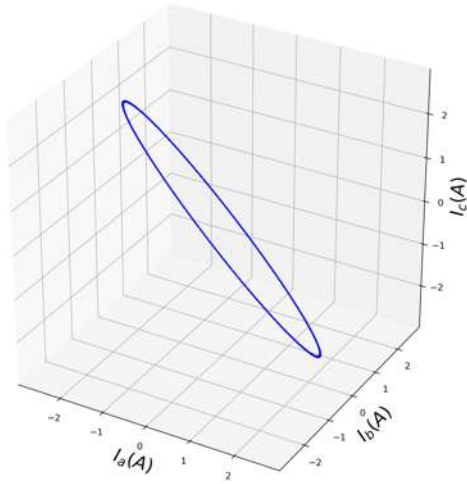


Figura 6.2: Marco de datos de corrientes trifásicas con excentricidad grande.

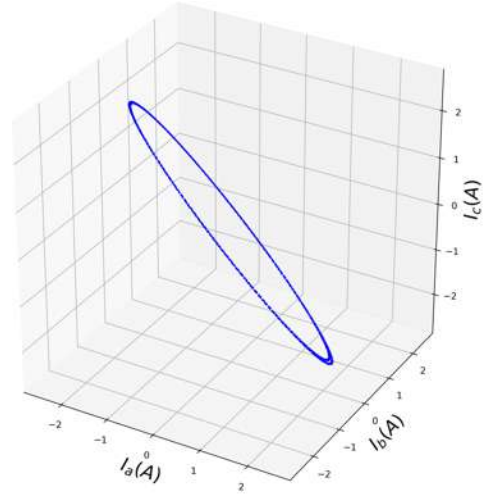
Se aprecian ligeras diferencias entre las figuras anteriores y las ondas senoidales mostradas en las Figuras 5.3 y 5.4, pero se mantienen las siguientes características:

- Las ondas senoidales tienen amplitudes similares. En el caso de la Figura 6.1 la amplitud de las corrientes es de $I_m \approx 2.5792\text{A}$, por otro lado, para la Figura 6.2 su amplitud de las corrientes es de $I_m \approx 2.4446\text{A}$.
- Tienen una variación mayor en las crestas y en los valles de las senoides cuando aumenta la excentricidad.
- En condiciones ideales, la amplitud de cada fase debe ser constante (ver Figura 5.1). En los casos simulados, las excentricidades deforman las ondas senoidales, y dicha deformación se intensifica conforme aumenta la excentricidad.

Las Figuras 6.3a y 6.3b muestran las nubes de datos en $\mathbb{R}^3$ de los marcos anteriormente mencionados.



(a) Nube de datos en $\mathbb{R}^3$ para la excentricidad pequeña.



(b) Nube de datos en $\mathbb{R}^3$ para la excentricidad grande.

Figura 6.3: Nubes de datos en $\mathbb{R}^3$ para los dos extremos de niveles de excentricidad.

De las nubes de datos anteriores se calculó el radio teórico mediante la Ecuación 5.1, obteniéndose $r \approx 3.1753$ para la excentricidad pequeña y $r \approx 3.0016$ para la excentricidad grande. Una vez replicados los resultados del artículo, a continuación se presentan los diagramas de persistencia correspondientes a los distintos niveles de excentricidad.

6.2.1. Diagramas de persistencia

Las Figuras 6.4, 6.5, 6.6, 6.7, 6.8 y 6.9 muestran los diagramas de persistencia correspondientes a los niveles de excentricidad propuestos en la Tabla 5.2. En cada figura, el panel izquierdo presenta el diagrama completo de la nube de datos y el panel derecho, al igual que en el artículo [23], es una ampliación enfocada en radios pequeños para distinguir los 0-hoyos y el ruido en los 1-hoyos.

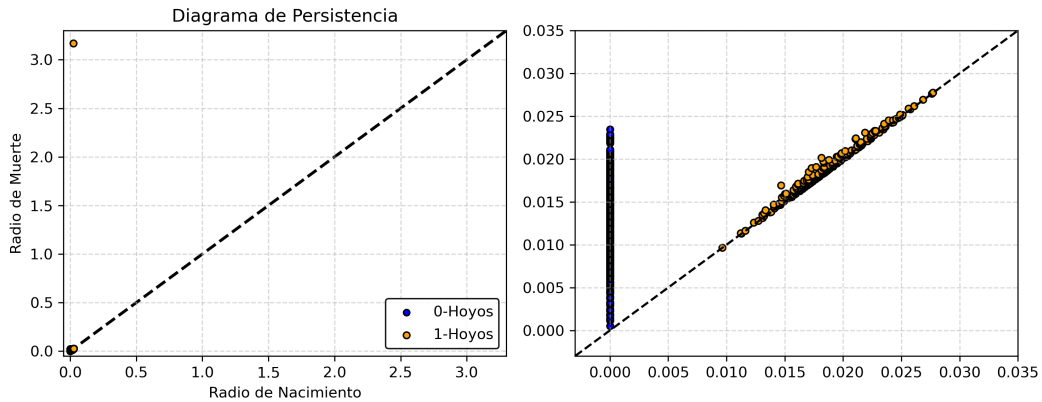
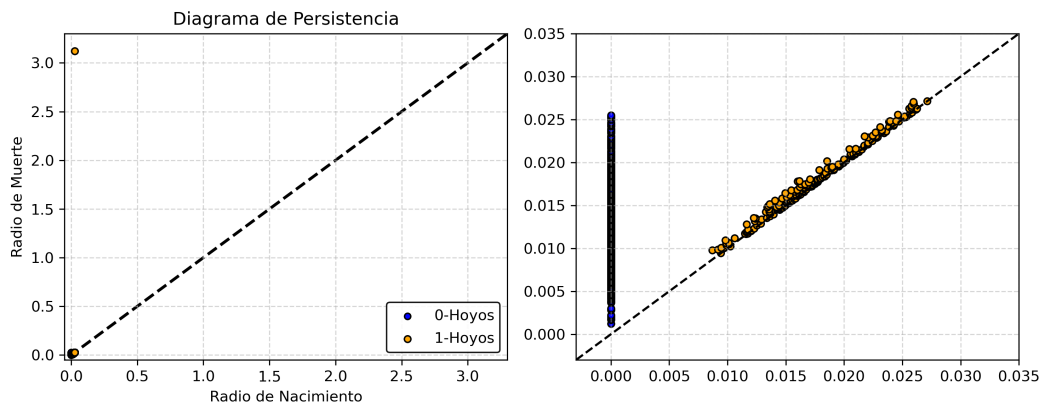
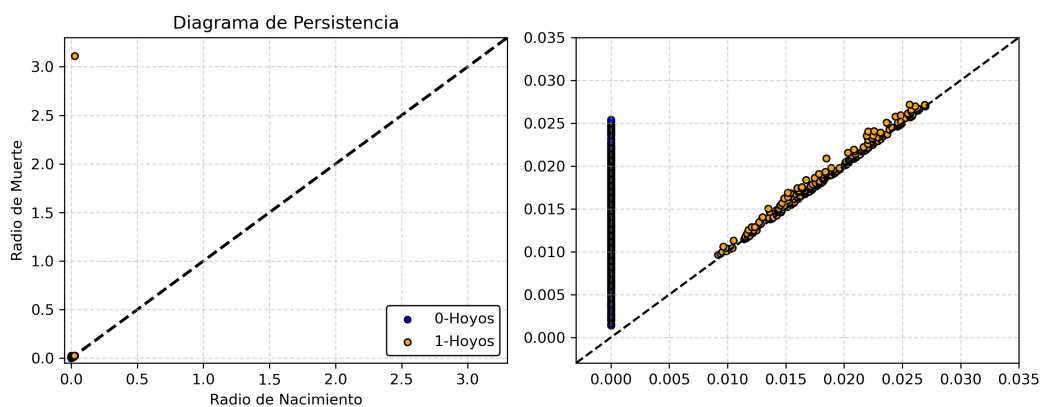
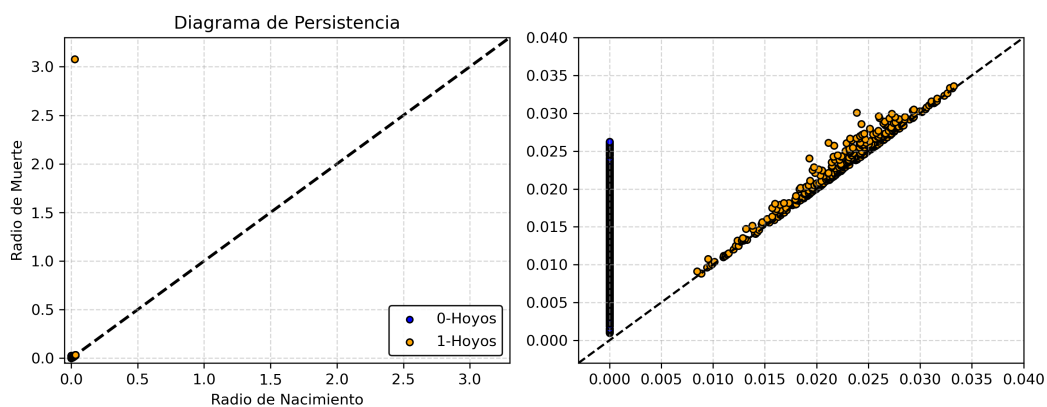


Figura 6.4: Diagrama de persistencia para EE= 1.5 %.

Figura 6.5: Diagrama de persistencia para $EE=17.2\%$.Figura 6.6: Diagrama de persistencia para $EE=24.1\%$.Figura 6.7: Diagrama de persistencia para $EE=40.5\%$.

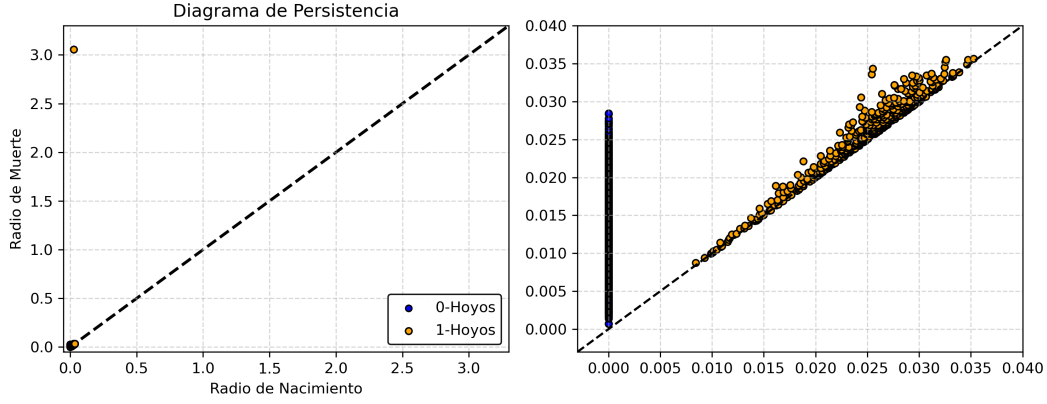


Figura 6.8: Diagrama de persistencia para EE= 47.1 %.

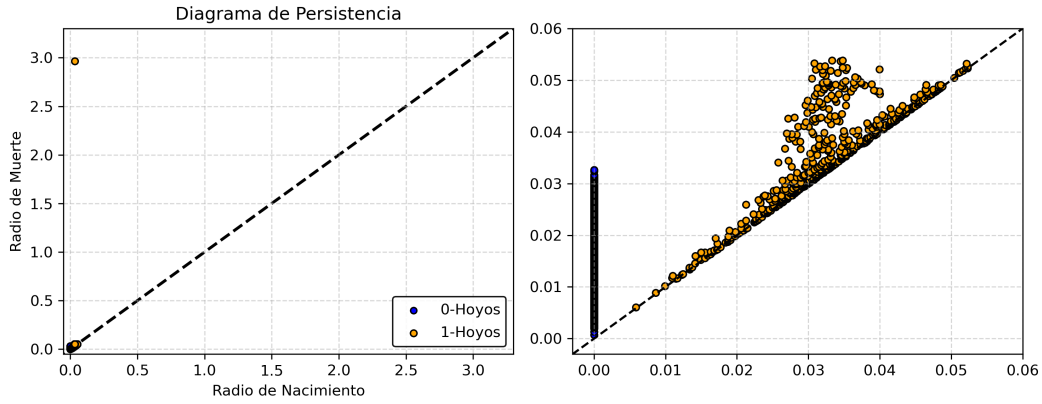


Figura 6.9: Diagrama de persistencia para EE= 64.6 %.

Los diagramas presentados muestran patrones similares a los observados en Subsección 5.4.1. A medida que aumenta la excentricidad se distinguen las siguientes propiedades:

- Los 0-hoyos incrementan su radio de muerte.
- Aparecen más 1-hoyos cercanos a la diagonal, correspondientes al ruido.
- El 1-hoyo asociado al círculo reduce su persistencia.

Como ejemplo, se comparan los casos de excentricidad pequeña y grande:

- En la Figura 6.4, la fila de 0-hoyos se concentra hasta el último que muere en $r_{\text{mue}} = 0.0229$. El 1-hoyo del círculo aparece en $(r_{\text{nac}}, r_{\text{mue}}) = (0.0235, 3.1697)$.
- En la Figura 6.9, los 0-hoyos se dispersan más y el último 0-hoyo muere en $r_{\text{mue}} = 0.0324$. El ruido de los 1-hoyos incrementó significativamente respecto a la excentricidad pequeña. El 1-hoyo del círculo corresponde al punto $(r_{\text{nac}}, r_{\text{mue}}) = (0.0325, 2.9660)$.

Estos resultados se complementan en la siguiente subsección con el análisis de las curvas de Betti para todos los casos de excentricidad.

6.2.2. Curvas de Betti

La Figura 6.10 muestra las 0-curvas de Betti. Al compararlas con las reportadas en la Figura 5.8, en ambos casos se aprecia que el área bajo la curva tiende a incrementar conforme aumenta la excentricidad. Sin embargo, en los resultados de esta tesis la curva correspondiente a $EE=1.5\%$ presenta cruces con otras curvas en radios muy pequeños, lo que dificulta discriminar visualmente los niveles de excentricidad.

Para reforzar esta observación, en la Tabla 6.1 se presentan los valores del área bajo la curva calculados mediante la regla trapezoidal de la biblioteca Numpy en Python. Dichos valores confirman que las diferencias solo son evidentes de la segunda excentricidad en adelante.

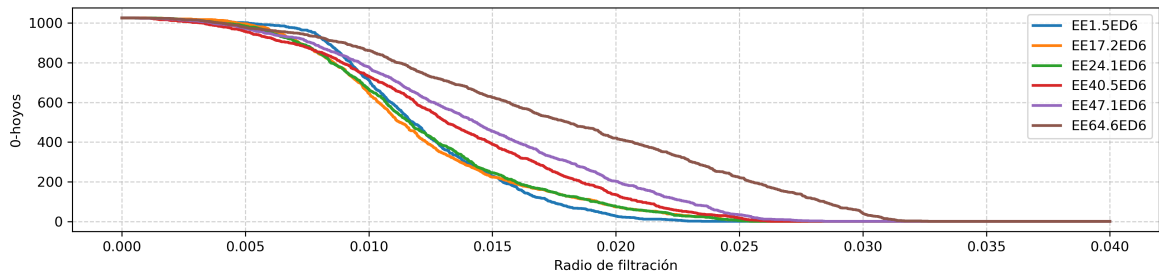


Figura 6.10: 0-curva de Betti sin carga para las excentricidades.

Tabla 6.1: Área bajo la curva de la Figura 6.10.

EE(%)	Área bajo la curva
1.5	12.4580
17.2	12.3592
24.1	12.5024
40.5	13.7393
47.1	14.8212
64.6	18.3446

La Figura 5.9 presenta las 1-curvas de Betti en una sola gráfica, mientras que en esta tesis se dividieron en dos partes (ver Figuras 6.11 y 6.12) para evitar que el ruido de las últimas tres excentricidades oculte a las primeras. En la esquina superior derecha de cada gráfica se incluye una ampliación que muestra cuando muere el 1-hoyo asociado al círculo.

Otra diferencia importante es que las curvas reproducidas en esta tesis muestran un nivel de ruido distinto al reportado en [23]. En la Figura 5.9 los picos más altos aparecen en radios de filtración mayores conforme aumenta la excentricidad, mientras que en las

figuras obtenidas con ANSYS Maxwell este patrón no se repite de la misma manera para las primeras tres excentricidades. A pesar de esta variación, en ambos casos se conserva la tendencia de que al aumentar la excentricidad, se incrementa la cantidad de 1-hoyos de baja persistencia.

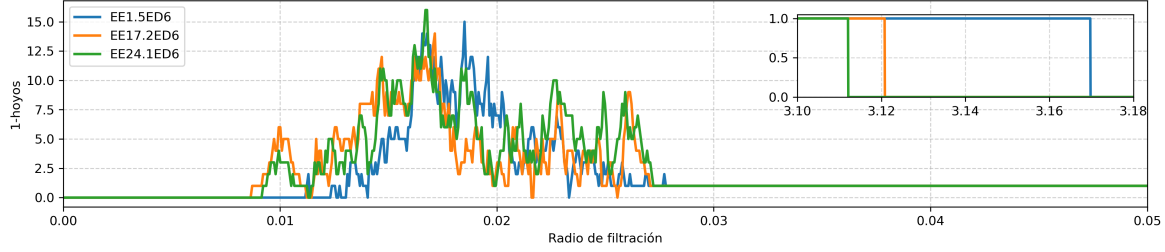


Figura 6.11: 1-curva de Betti de las primeras tres excentricidades.

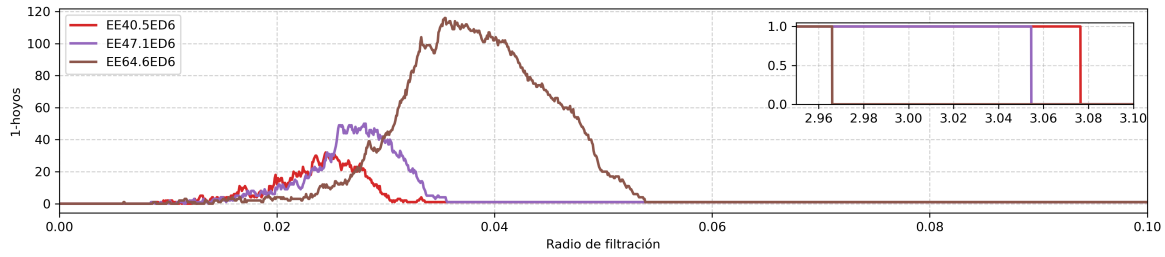


Figura 6.12: 1-curva de Betti de las últimas tres excentricidades.

6.2.3. Observaciones de la sección

Se observó esta sección recalcando las aportaciones que se lograron al reproducir el artículo.

- Se nota que el 1-hoyo asociado al círculo disminuye su radio de muerte conforme aumenta la excentricidad, lo cual no se menciona en el artículo, ver Tabla 6.2.

Tabla 6.2: Radios de muerte de los 1-hoyos asociados al círculo de los distintos niveles de excentricidad.

EE(%)	r_{mue}
1.5	3.1697
17.2	3.1208
24.1	3.1121
40.5	3.0764
47.1	3.0545
64.6	2.9660

- Los complejos alfa presentan tiempos de procesamiento menores en comparación con los complejos de Vietoris–Rips. Esta diferencia se evidencia en la Tabla 6.3,

donde se presentan los tiempos correspondientes a los casos de excentricidad pequeña y grande

Tabla 6.3: Tiempos de procesamiento para el cálculo de hoyos.

Caso	Método	Tiempo de cálculo de los hoyos (s)
Excentricidad pequeña	Ripser (Complejos de Vietoris–Rips)	7.662423
	GUDHI (Complejos alfa)	0.441919
Excentricidad grande	Ripser (Complejos de Vietoris–Rips)	6.961367
	GUDHI (Complejos alfa)	0.428156

6.3. Extensión del análisis

Esta sección analiza el comportamiento del motor conectado en delta. Para asegurar que cada devanado reciba su voltaje nominal, el voltaje de línea se ajustó a $V_L \approx \frac{200}{\sqrt{3}}$ V, lo que permite mantener amplitudes de corriente similares con la sección anterior.

Siguiendo el mismo procedimiento realizado en la sección previa, las Figuras 6.13 y 6.14 presentan los marcos de 1024 datos en estado estable correspondientes a las excentricidades pequeña y grande.

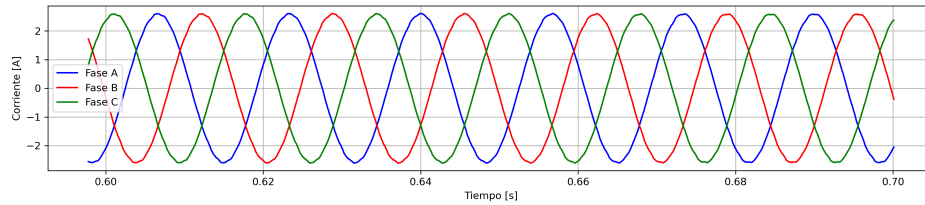


Figura 6.13: Corrientes trifásicas para la excentricidad pequeña.

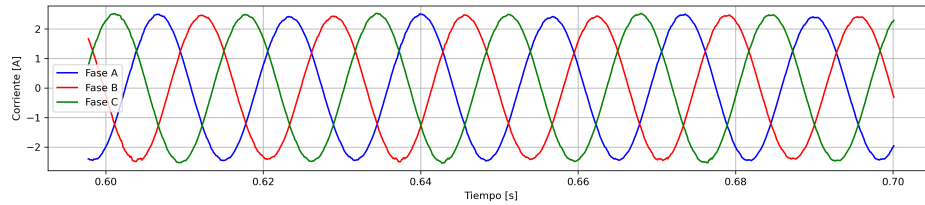
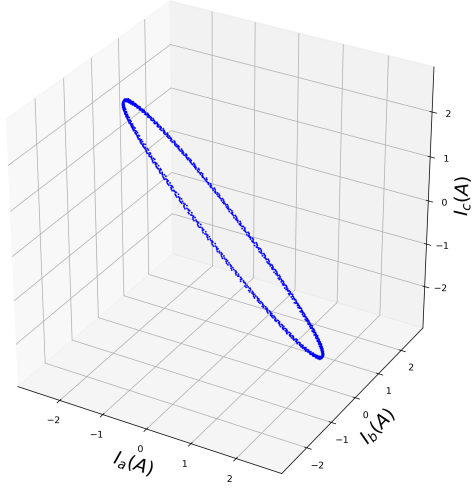
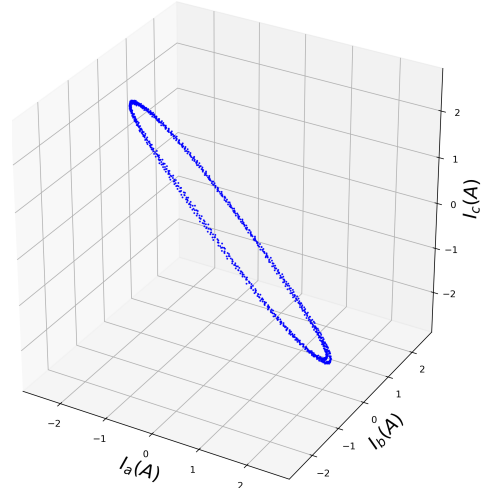


Figura 6.14: Corrientes trifásicas para la excentricidad grande.

Los marcos anteriores muestran que la excentricidad pequeña se obtiene una amplitud de 2.6169A, mientras que para la excentricidad grande presenta un valor de 2.4242A. En ambos casos se mantienen las deformaciones de las corrientes como en las Figuras 6.1 y 6.2. Las representaciones en $\mathbb{R}^3$ de dichos marcos de datos se muestran en las Figuras 6.15a y 6.15b.



(a) Nube de datos en $\mathbb{R}^3$ para la excentricidad pequeña.



(b) Nube de datos en $\mathbb{R}^3$ para la excentricidad grande.

Figura 6.15: Nubes de datos en $\mathbb{R}^3$ para los dos extremos de niveles de excentricidad.

Calculando los radios de estos círculos se obtienen radios de $r \approx 3.2050$ para el caso de excentricidad pequeña y $r \approx 2.9690$ para el caso de excentricidad grande.

6.3.1. Diagramas de persistencia

Las Figuras 6.16, 6.17, 6.18, 6.19, 6.20 y 6.21 presentan los diagramas de persistencia asociados a las nubes de datos en conexión delta. El panel izquierdo de cada figura corresponde al diagrama de persistencia completo y el panel derecho es una ampliación para distinguir los hoyos en radios pequeños.

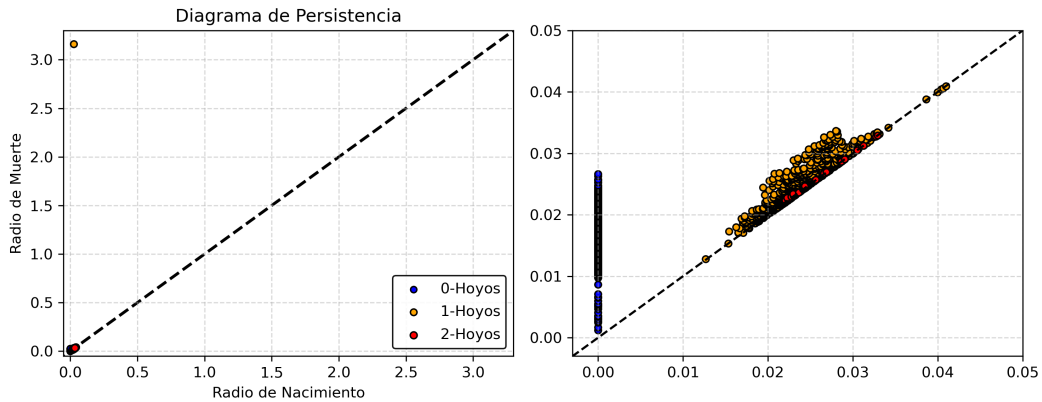
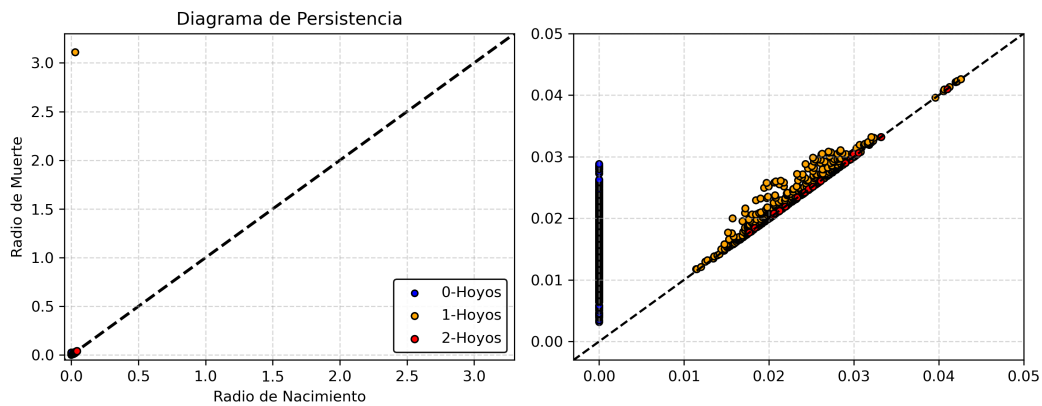
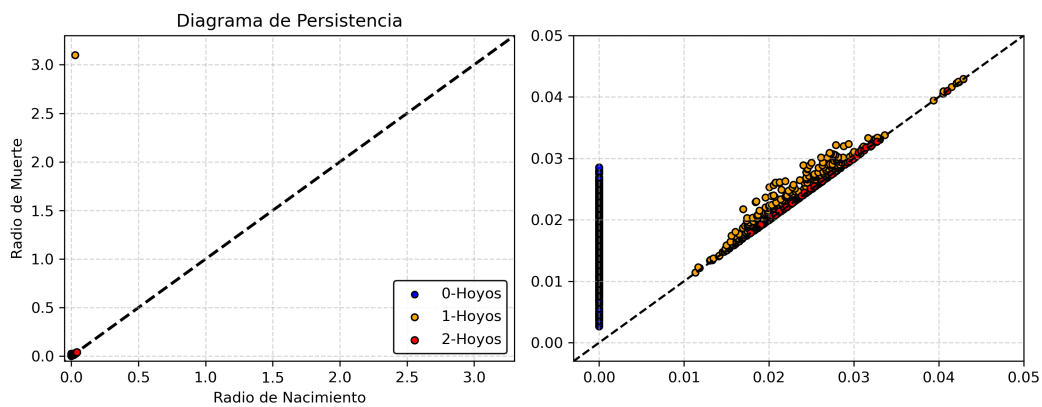
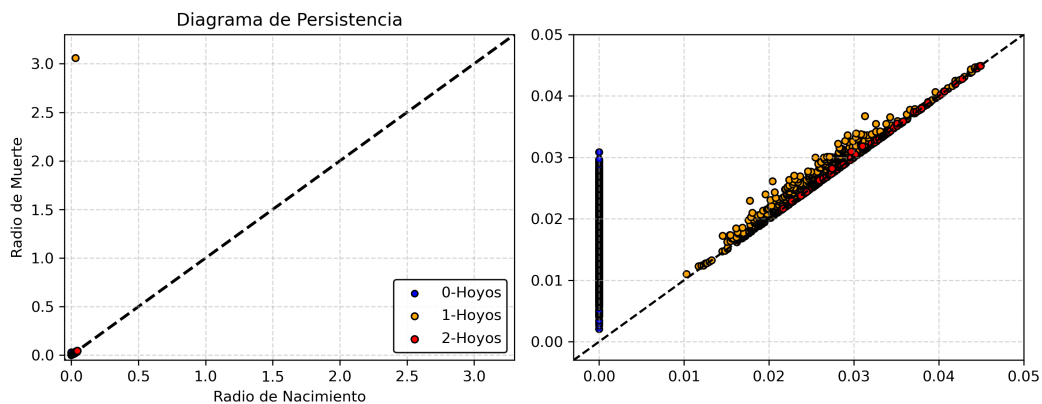
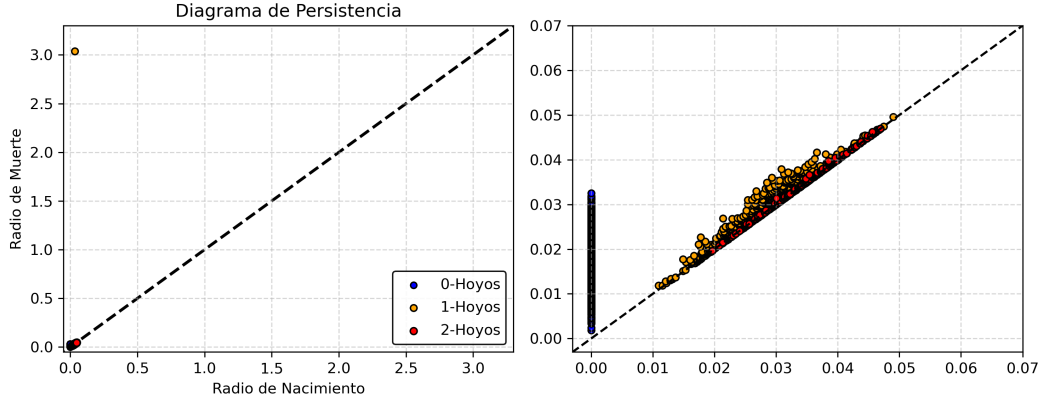
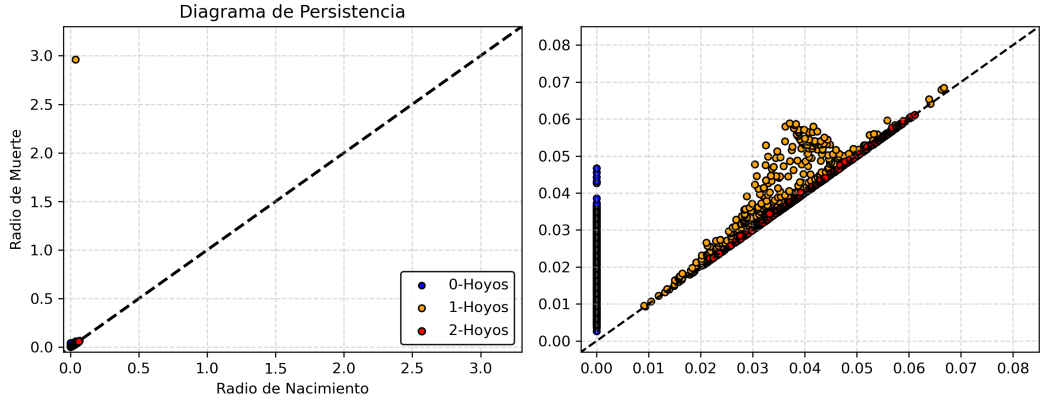


Figura 6.16: Diagrama de persistencia para $EE = 1.5\%$.

Figura 6.17: Diagrama de persistencia para $EE = 17.2\%$.Figura 6.18: Diagrama de persistencia para $EE = 24.1\%$.Figura 6.19: Diagrama de persistencia para $EE = 40.5\%$.

Figura 6.20: Diagrama de persistencia para $EE= 47.1\%$.Figura 6.21: Diagrama de persistencia para $EE= 64.6\%$.

El análisis de estos diagramas muestra que los 0- y 1-hoyos conservan un comportamiento similar al observado en la Subsección 6.2.1, siguiendo las mismas características frente al aumento de la excentricidad. Sorpresivamente, en la conexión delta surge la presencia de 2-hoyos en forma de ruido. De esta diferencia se deduce que en la conexión delta tiene algunos datos que tienden a apartarse del plano donde está contenida la trayectoria circular ideal $\mathcal{C}$, lo que genera 2-hoyos poco persistentes que son atrapados por los complejos alfa.

6.3.2. Curvas de Betti

La Figura 6.22 muestra las 0-curvas de Betti en $r \in [0, 0.04]$, manteniendo un patrón idéntico al observado en la Figura 6.10. No obstante, al comparar el área bajo las 0-curvas de Betti en conexiones estrella y delta, se aprecia que la conexión delta presenta áreas mayores que en la conexión estrella, ver Tabla 6.4.

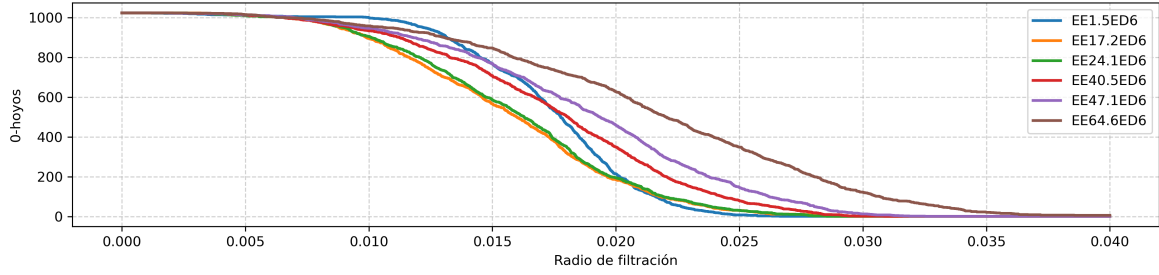


Figura 6.22: 0-curva de Betti sin carga para las excentricidades.

Tabla 6.4: Área bajo la curva de la Figura 6.22.

EE(%)	Área bajo la curva
1.5	17.7072
17.2	16.0793
24.1	16.2834
40.5	18.0007
47.1	19.2809
64.6	22.2182

La Figura 6.23 presenta las 1-curvas de Betti de las tres primeras excentricidades en $r \in [0, 0.05]$, observando que las dos primeras excentricidades, su ruido muestra un comportamiento similar, mientras que en la tercera curva aparece una mayor cantidad de ruido. En la ampliación con $r \in [3.08, 3.18]$, se observa el mismo comportamiento descrito en la sección anterior, es decir, la persistencia del 1-hoyo asociado al círculo disminuye a medida que crece la excentricidad.

De manera análoga, la Figura 6.24 incluye las 1-curvas de Betti de las tres últimas excentricidades, observando que en $r \in [0, 0.1]$ sigue aumentando el ruido cuando crece el nivel de excentricidad. En la ampliación correspondiente con $r \in [2.95, 3.1]$ se aprecia que la persistencia del 1-hoyo del círculo se reduce a medida que la excentricidad aumenta.

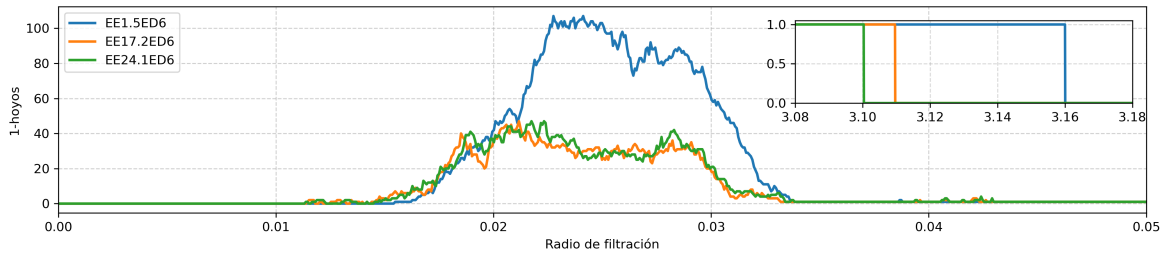


Figura 6.23: 1-curva de Betti de las primeras tres excentricidades.

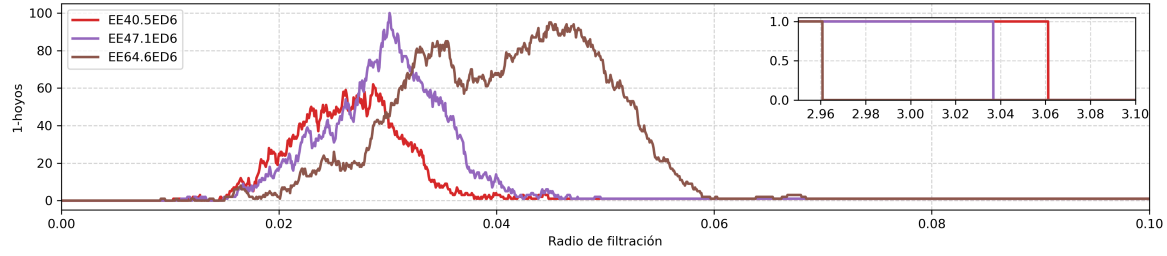


Figura 6.24: 1-curva de Betti de las últimas tres excentricidades.

La Figura 6.25 presenta las 2-curvas de Betti correspondientes a las primeras tres excentricidades en $r \in [0.01, 0.05]$. Conforme aumenta la excentricidad, se genera una mayor cantidad de 2-hoyos.

La Figura 6.26 muestra las 2-curvas de Betti de las últimas tres excentricidades en $r \in [0.01, 0.07]$, apreciando un crecimiento considerable de los 2-hoyos a comparación de la Figura 6.25. Además, se capturaron cuatro 2-hoyos en ciertos radios.

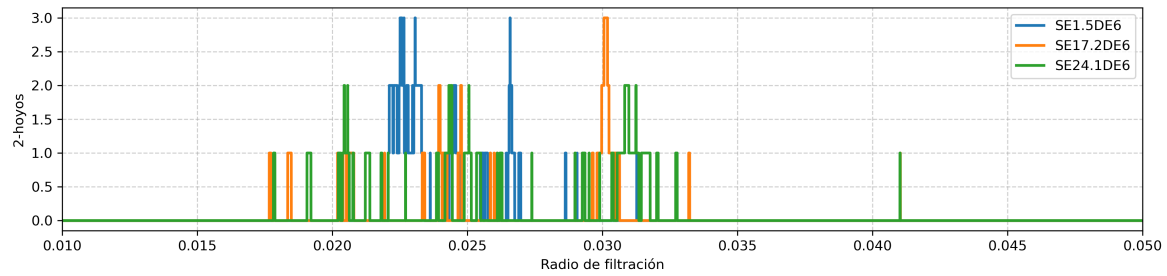


Figura 6.25: 2-curva de Betti de las primeras tres excentricidades.

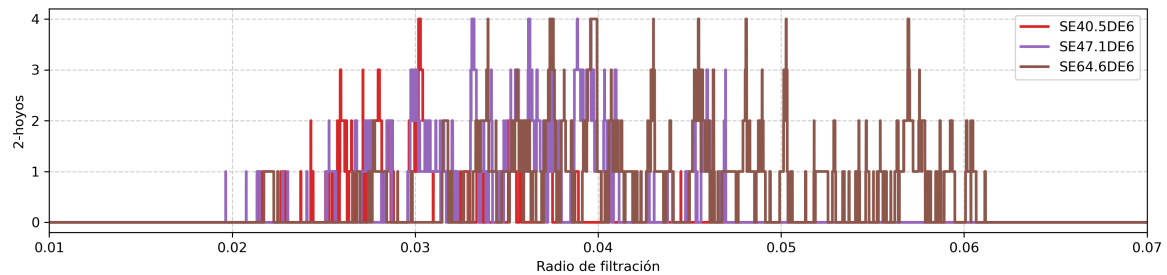


Figura 6.26: 2-curva de Betti de las últimas tres excentricidades.

Para comprobar la existencia de un patrón en las 2-curvas de Betti, la Tabla 6.5 presenta la cantidad de 2-hoyos generados y los valores (r_1, r_2) , donde r_1 es el radio donde aparece el primer 2-hoyo y r_2 es el radio donde termina el último 2-hoyo, mostrando que conforme aumenta la excentricidad, se incrementan tanto la cantidad de 2-hoyos como el intervalo de radios en los que aparecen.

Tabla 6.5: Tabla comparativa de 2-hoyos e intervalos implementados.

EE(%)	Cantidad de 2-hoyos	(r_1, r_2)
1.5	31	(0.0221, 0.0329)
17.2	31	(0.0177, 0.0410)
24.1	37	(0.0178, 0.0410)
40.5	76	(0.0215, 0.0449)
47.1	128	(0.0196, 0.0470)
64.6	161	(0.0217, 0.0611)

6.3.3. Observaciones de la sección

Se observó que el ATD detecta las siguientes propiedades:

- En las 0-curvas de Betti se aprecia un patrón similar al de la conexión estrella; no obstante, en la conexión delta el área bajo las curvas es mayor.
- En las 1-curvas de Betti el ruido presenta diferencias respecto a la conexión estrella. A pesar de estas variaciones, se conserva la tendencia de disminución en la persistencia del 1-hoyo del círculo.
- La diferencia más relevante entre las dos conexiones es que en la conexión delta aparecen 2-hoyos cuya cantidad conforme aumenta la excentricidad. Esta característica no está presente en la conexión estrella y constituye un descubrimiento representativo de esta tesis.

6.4. Discusión sobre los métodos de diagnóstico

En esta sección se comparan tres enfoques para el diagnóstico de excentricidades a partir de corrientes trifásicas: el análisis de firma de corriente (MCSA), el ATD usando los complejos de Vietoris–Rips y complejos alfa. A continuación se presenta una tabla comparativa fundamentada en los resultados reportados en [22] y en la teoría expuesta en [25].

Tabla 6.6: Comparación entre MCSA y métodos ATD para diagnóstico de excentricidad.

Criterio	MCSA	Vietoris–Rips	Complejos alfa
Tipo de información	Analiza el espectro en frecuencia para detectar fallas.	Emplea diagramas de persistencia y curvas de Betti (0- y 1-hoyos).	Emplea diagramas de persistencia, curvas de Betti e incluye 2-hoyos.

Desempeño con ventanas cortas (1024 datos)	Requiere gran cantidad de datos; con 1024 muestras no distingue fallas con precisión.	Opera adecuadamente con marcos cortos; muestra patrones claros en 0- y 1-hoyos.	Opera con marcos cortos; identifica 0-, 1- y 2-hoyos, permitiendo discriminar configuraciones.
Costo computacional	Muy eficiente gracias a como está programada la FFT.	Aprox. 7 s por marco.	Aprox. 0.5 s por marco.
Detección a la excentricidad	Baja detección con marcos cortos; difícil identificar fallas.	Detecta cambios en 0-hoyos y en ruido de 1-hoyos.	Detecta 0-, 1- y 2-hoyos; los 2-hoyos permiten distinguir tipos de conexión.

6.5. Conclusiones del capítulo

Este capítulo presentan los resultados propios, confirmando la capacidad del ATD para la detección y cuantificación de excentricidades en motores de inducción trifásicos. Aunque los datos obtenidos difieren ligeramente de los analizados en el capítulo anterior, se demostró que la técnica es capaz de identificar las excentricidades propuestas. Además, se incorporó el análisis del 1-hoyo asociado al círculo, lo que refuerza la interpretación de la excentricidad.

Por otro lado, los complejos alfa permiten distinguir el tipo de conexión del motor. En particular, se observó que en la conexión estrella no aparece ruido en forma de 2-hoyos, mientras que en la conexión delta sí presenta esta propiedad.

La comparación de tiempos de cómputo presentada en la Tabla 6.3 muestra que los complejos alfa requieren menos tiempo que los de Vietoris–Rips.

Capítulo 7

Conclusiones

7.1. Conclusiones Generales

En esta tesis se desarrolló y evaluó un procedimiento para detectar excentricidades en motores de inducción mediante el ATD aplicado a nubes de datos generados a partir de corrientes trifásicas en estado estacionario. A partir de modelos paramétricos contruidos en ANSYS RMxpert y ANSYS Maxwell, se generaron corrientes bajo distintos niveles de excentricidad y se analizaron sus propiedades topológicas mediante complejos alfa.

Los resultados muestran que las nubes en $\mathbb{R}^3$ de marcos de datos cortos permiten capturar armónicos contenidos en la estructura de las nubes asociadas a diferentes niveles de excentricidad. Las curvas de Betti obtenidas a partir de los diagramas de persistencia proporcionaron un indicador sensible a dichas distorsiones y permitieron distinguir de manera consistente los niveles evaluados.

Con base en los resultados obtenidos, se confirma que el ATD es capaz de identificar y diferenciar niveles de excentricidad utilizando ventanas cortas de datos de corrientes trifásicas, cumpliendo así el objetivo principal planteado en esta tesis.

7.2. Aportaciones

Las aportaciones de esta tesis son las siguientes:

1. Se replicó una investigación publicada en 2024, agregando observaciones que dicha investigación no menciona.
2. Se desarrolló un procedimiento basado en representaciones en $\mathbb{R}^3$ de marcos de datos de corrientes trifásicas para cada nivel de excentricidad, sobre las cuales se aplicó ATD mediante complejos alfa.
3. Se mostró que los complejos alfa presentan tiempos de procesamiento reducidos, incluso cuando aumenta la cantidad y la dimensionalidad de los datos. En contraste, los complejos de Vietoris–Rips muestra tiempos considerablemente mayores, como se evidencia en la Tabla 6.3.

4. Los complejos alfa distinguen entre las conexiones estrella y delta con la cantidad de datos implementada. En la conexión estrella no aparecen 2-hoyos. Cabe destacar que aunque no se presenta en esta tesis, si se analizaron ambas conexiones con los complejos de Vietoris-Rips. En ambas conexiones dichos complejos no detectan la presencia de 2-hoyos.

7.3. Limitaciones

Las principales limitaciones de la presente tesis son:

- El análisis se realizó únicamente en condiciones sin carga, por lo que no se evaluó la sensibilidad del método frente a otras condiciones de carga.
- Se estudiaron exclusivamente fallas por excentricidad; no se incluyeron fallas combinadas como barras rotas, desbalance de fases u otros defectos mecánicos.
- Los resultados se basan en simulaciones mediante ANSYS. No se incluyeron datos experimentales reales obtenidos de un banco de pruebas físico.

7.4. Trabajos futuros

- Escribir un artículo con las aportaciones realizadas en esta tesis.
- Extender el análisis a condiciones de carga variable para evaluar la robustez del método bajo diferentes regímenes de operación.
- Realizar pruebas experimentales completas en condiciones reales de operación.
- Evaluar el procedimiento frente a otras fallas mecánicas y eléctricas, así como a combinaciones de fallas, para explorar la versatilidad del ATD.
- Evaluar el procedimiento a otros sistemas, como lo son los generadores y los transformadores.

Apéndice A

Parámetros de simulación para ANSYS RMXprt

Este apéndice presenta los parámetros eléctricos, mecánicos y geométricos empleados en las simulaciones realizadas con la herramienta ANSYS RMXprt. Dichos parámetros fueron definidos a partir de las especificaciones reportadas en los artículos [23] y [22], ajustándolos para reproducir el motor de inducción descrito en dichas referencias. La finalidad de incluir este apartado es dejar documentado los parámetros utilizados en las simulaciones, de modo que se garantice la reproducibilidad de los resultados presentados en el Capítulo 6.

A.1. Parámetros del artículo [22]

- Potencia nominal: 1 HP
- Voltaje nominal: En estrella: $200 V_{LL}$, en delta: $\frac{200}{\sqrt{3}} V_{LL}$
- Velocidad Síncrona: 1800 rpm
- Temperatura de operación: 75 grados celsius
- Conexión de los devanados: Estrella/Delta
- Frecuencia: 60 Hz
- Machine:
 - Machine Type: Three Phase Induction Motor
 - Number of Poles: 4
 - Stray Loss Factor: 0.015
 - Frictional Loss: 20
 - Windage Loss: 5

- Reference Speed: 1780 rpm

■ Stator:

- Outer Diameter(mm): 210
- Inner Diameter(mm): 148
- Length(mm): 250
- Stacking Factor: 0.92
- Steel Type: M19_24G
- Number of slots: 36
- Slot Type: 2
- Skew Width: 1
- Slot:
 - Hs0(mm): 0.8
 - Hs1(mm): 1.05
 - Hs2(mm): 12.5
 - Bs0(mm): 2.8
 - Bs1(mm): 4.9
 - Bs2(mm): 6.9
- Winding:
 - Winding layers: 1
 - Winding Type: Whole-Coiled
 - Parallel Branches: 2
 - Conductors Per Slot: 34
 - Number of Strands: 2
 - Wire Wrap(mm): 0.1
 - Wire size: Diameter:0.813mm

■ Rotor:

- Stacking Factor: 0.92
- Number of Slots: 28
- Slot Type: 2
- Outer Diameter(mm): 147.44
- Inner Diameter(mm): 48
- Length(mm): 120
- Steel Type: M19_24G
- Skew Width: 2

- Slot:
 - Hs0(mm): 0.5
 - Hs1(mm): 1.2
 - Hs2(mm): 12
 - Bs0(mm): 1
 - Bs1(mm): 5
 - Bs2(mm): 3.5
- Winding:
 - Bar Conductor Type: cast_aluminum_75C
 - End Length(mm): 0
 - End Ring Width(mm): 10
 - End Ring Height(mm): 20
 - End Ring Conductor Type: cast_aluminum_75C

Apéndice B

Código en Python para el ATD

El apéndice presenta el código fuente en Python utilizado para el ATD de las corrientes de línea del motor con distintas excentricidades. El script principal realiza la carga de datos desde archivos .csv, la construcción de los complejos alfa mediante la biblioteca GUDHI, el cálculo de los diagramas de persistencia y la obtención de las curvas de Betti, así como el cálculo del área bajo dichas curvas. Adicionalmente, se incluyen un módulo auxiliar para la graficación de las curvas de Betti, los cuales fueron empleados en el desarrollo experimental de esta tesis.

B.1. Script principal de análisis

Código B.1: Script principal para el análisis ATD de las corrientes del motor.

```
1 from matplotlib import pyplot as plt
2 import numpy as np
3 import gudhi as gd
4 import pandas as pd
5 import curvasBetti as cB
6
7 # son las las variables las cuales cargan los archivos csv que
8 # contienen los datos de las corrientes
9 # de las excentricidades. Estas son de tamaño 3xN
10 df0 = pd.read_csv("motorEE1_5ED6.csv")
11 df1 = pd.read_csv("motorEE17_2ED6.csv")
12 df2 = pd.read_csv("motorEE24_1ED6.csv")
13 df3 = pd.read_csv("motorEE40_5ED6.csv")
14 df4 = pd.read_csv("motorEE47_1ED6.csv")
15 df5 = pd.read_csv("motorEE64_6ED6.csv")
16
17 # === Para df0 (EE=7.1, ED=6)
18 faseA_SE7_1DE6 = list(df0['Current(PhaseA) [A]'])
19 faseB_SE7_1DE6 = list(df0['Current(PhaseB) [A]'])
20 faseC_SE7_1DE6 = list(df0['Current(PhaseC) [A]'])
21
22 # === Para df1 (EE=16.5, ED =6)
23 faseA_SE16_5DE6 = list(df1['Current(PhaseA) [A]'])
```

```

23 faseB_SE16_5DE6 = list(df1['Current(PhaseB) [A]'])
24 faseC_SE16_5DE6 = list(df1['Current(PhaseC) [A]'])
25
26 # === Para df2 (EE=31.1, ED =6)
27 faseA_SE31_1DE6 = list(df2['Current(PhaseA) [A]'])
28 faseB_SE31_1DE6 = list(df2['Current(PhaseB) [A]'])
29 faseC_SE31_1DE6 = list(df2['Current(PhaseC) [A]'])
30
31 # === Para df3 (EE=42.5, ED =6)
32 faseA_SE42_5DE6 = list(df3['Current(PhaseA) [A]'])
33 faseB_SE42_5DE6 = list(df3['Current(PhaseB) [A]'])
34 faseC_SE42_5DE6 = list(df3['Current(PhaseC) [A]'])
35
36 # === Para df4 (EE=47.5, ED =6)
37 faseA_SE47_5DE6 = list(df4['Current(PhaseA) [A]'])
38 faseB_SE47_5DE6 = list(df4['Current(PhaseB) [A]'])
39 faseC_SE47_5DE6 = list(df4['Current(PhaseC) [A]'])
40
41 # === Para df5 (EE=57.3, ED =6)
42 faseA_SE57_3DE6 = list(df5['Current(PhaseA) [A]'])
43 faseB_SE57_3DE6 = list(df5['Current(PhaseB) [A]'])
44 faseC_SE57_3DE6 = list(df5['Current(PhaseC) [A]'])
45
46 # === Definir el rango de muestras: últimos 1024 datos
47 inicio_muestra = len(faseA_SE7_1DE6)-int(1024)
48
49 # === SE7.1 DE6
50 p0_SE7_1DE6 = np.column_stack((
51     np.array(faseA_SE7_1DE6[inicio_muestra:]),
52     np.array(faseB_SE7_1DE6[inicio_muestra:]),
53     np.array(faseC_SE7_1DE6[inicio_muestra:])
54 ))
55 ac0_SE7_1DE6 = gd.AlphaComplex(points=p0_SE7_1DE6)
56 st0_SE7_1DE6 = ac0_SE7_1DE6.create_simplex_tree()
57 st0_SE7_1DE6.compute_persistence()
58
59
60 # === SE16.5 DE6
61 p0_SE16_5DE6 = np.column_stack((
62     np.array(faseA_SE16_5DE6[inicio_muestra:]),
63     np.array(faseB_SE16_5DE6[inicio_muestra:]),
64     np.array(faseC_SE16_5DE6[inicio_muestra:])
65 ))
66 ac0_SE16_5DE6 = gd.AlphaComplex(points=p0_SE16_5DE6)
67 st0_SE16_5DE6 = ac0_SE16_5DE6.create_simplex_tree()
68 st0_SE16_5DE6.compute_persistence()
69
70 # === SE31.1 DE6
71 p0_SE31_1DE6 = np.column_stack((
72     np.array(faseA_SE31_1DE6[inicio_muestra:]),
73     np.array(faseB_SE31_1DE6[inicio_muestra:]),
74     np.array(faseC_SE31_1DE6[inicio_muestra:])
75 ))

```

```

76 ac0_SE31_1DE6 = gd.AlphaComplex(points=p0_SE31_1DE6)
77 st0_SE31_1DE6 = ac0_SE31_1DE6.create_simplex_tree()
78 st0_SE31_1DE6.compute_persistence()
79
80 # === SE42.5 DE6
81 p0_SE42_5DE6 = np.column_stack((
82     np.array(faseA_SE42_5DE6[inicio_muestra:]),
83     np.array(faseB_SE42_5DE6[inicio_muestra:]),
84     np.array(faseC_SE42_5DE6[inicio_muestra:])
85 ))
86 ac0_SE42_5DE6 = gd.AlphaComplex(points=p0_SE42_5DE6)
87 st0_SE42_5DE6 = ac0_SE42_5DE6.create_simplex_tree()
88 st0_SE42_5DE6.compute_persistence()
89
90
91 # === SE47.5 DE6
92 p0_SE47_5DE6 = np.column_stack((
93     np.array(faseA_SE47_5DE6[inicio_muestra:]),
94     np.array(faseB_SE47_5DE6[inicio_muestra:]),
95     np.array(faseC_SE47_5DE6[inicio_muestra:])
96 ))
97 ac0_SE47_5DE6 = gd.AlphaComplex(points=p0_SE47_5DE6)
98 st0_SE47_5DE6 = ac0_SE47_5DE6.create_simplex_tree()
99 st0_SE47_5DE6.compute_persistence()
100
101
102 # === SE57.3 DE6
103 p0_SE57_3DE6 = np.column_stack((
104     np.array(faseA_SE57_3DE6[inicio_muestra:]),
105     np.array(faseB_SE57_3DE6[inicio_muestra:]),
106     np.array(faseC_SE57_3DE6[inicio_muestra:])
107 ))
108 ac0_SE57_3DE6 = gd.AlphaComplex(points=p0_SE57_3DE6)
109 st0_SE57_3DE6 = ac0_SE57_3DE6.create_simplex_tree()
110 st0_SE57_3DE6.compute_persistence()
111
112
113 def graficaTDA_con_subgrafica_ruido(
114     st,
115     nombre_salida,          # <-- nombre del archivo a guardar
116                             (ej. "EE7_1_alfaCArticulo.png")
117     ancho=10, altura=4,
118     tolerancia=0.1,
119     titulo="Diagrama de Persistencia",
120     limiteSub=0.06,
121     lim_main=3.3            # límite del eje principal (x/y)
122 ):
123     # === Extraer intervalos (con raíz cuadrada porque AlphaComplex
124     # trabaja en  $\alpha^2$ )
125     def get_intervals_dim(st, dim):
126         arr = np.array(st.persistence_intervals_in_dimension(dim),
127                         dtype=float)
128         if arr.size == 0:

```

```

126         return np.empty((0, 2))
127     return np.sqrt(arr) # transformar de alfa^2 a alfa
128
129     H0 = get_intervals_dim(st, 0)
130     H1 = get_intervals_dim(st, 1)
131     H2 = get_intervals_dim(st, 2)
132
133     # == Reporte H1 más persistente (si existe)
134     if H1.shape[0] > 0:
135         idx_max_1 = np.argmax(H1[:, 1] - H1[:, 0])
136         r_nac_1, r_mue_1 = H1[idx_max_1]
137         print(f"[H1] más persistente -> (nac, mue)={({r_nac_1:.4f}}, {
138             r_mue_1:.4f}), vida={r_mue_1 - r_nac_1:.4f}")
139     else:
140         print("[H1] sin barras.")
141
142     # == Reporte H0 más persistente 'finita' (si existe)
143     if H0.shape[0] > 0:
144         mask_fin = np.isfinite(H0[:, 1])
145         H0_fin = H0[mask_fin]
146         if H0_fin.shape[0] > 0:
147             # ordenar por muerte y tomar la segunda más grande si hay
148             # >1, si no, la más grande
149             idx_sorted = np.argsort(H0_fin[:, 1])
150             idx_sel = idx_sorted[-2] if H0_fin.shape[0] > 1 else
151                 idx_sorted[-1]
152             r_nac_0, r_mue_0 = H0_fin[idx_sel]
153             print(f"[H0] barra relevante -> (nac, mue)={({r_nac_0:.4f}},
154                 {r_mue_0:.4f}), vida={r_mue_0 - r_nac_0:.4f}")
155         else:
156             print("[H0] sin barras finitas.")
157     else:
158         print("[H0] sin barras.")
159
160     # == Figura y subgráficas
161     fig, (ax1, ax2) = plt.subplots(1, 2, figsize=(ancho, altura),
162                                   gridspec_kw={'width_ratios':
163                                                 [1,1]})
164
165     # --- Gráfico principal
166     if H0.shape[0] > 0:
167         ax1.scatter(H0[:, 0], H0[:, 1], color='blue', label='$0$-Hoyos
168             ', edgecolors='black', s=18, zorder=2)
169     if H1.shape[0] > 0:
170         ax1.scatter(H1[:, 0], H1[:, 1], color='orange', label='$1$-
171             Hoyos', edgecolors='black', s=20, zorder=2)
172     if H2.shape[0] > 0:
173         ax1.scatter(H2[:, 0], H2[:, 1], color='red', label='$2$-Hoyos'
174             , edgecolors='black', s=22, zorder=2)
175
176     # Diagonal
177     ax1.plot([-1.01, lim_main+0.8], [-1.01, lim_main+0.8], 'k--',
178             linewidth=2, zorder=1)

```

```

170
171     ax1.set_xlim(-0.05, lim_main)
172     ax1.set_ylim(-0.05, lim_main)
173     ax1.set_xlabel('Radio de Nacimiento')
174     ax1.set_ylabel('Radio de Muerte')
175     ax1.set_title(titulo)
176     ax1.grid(True, linestyle='--', alpha=0.5)
177     ax1.legend(loc='lower right', frameon=True, framealpha=0.9,
178               edgecolor='black')
179
180     # --- Subgráfica (zoom al "ruido": vida < tolerancia)
181     if H0.shape[0] > 0:
182         vida_H0 = H0[:, 1] - H0[:, 0]
183         ruido_H0 = H0[vida_H0 < tolerancia]
184         if ruido_H0.shape[0] > 0:
185             ax2.scatter(ruido_H0[:, 0], ruido_H0[:, 1], color='blue',
186                       edgecolors='black', s=20)
187     if H1.shape[0] > 0:
188         vida_H1 = H1[:, 1] - H1[:, 0]
189         ruido_H1 = H1[vida_H1 < tolerancia]
190         if ruido_H1.shape[0] > 0:
191             ax2.scatter(ruido_H1[:, 0], ruido_H1[:, 1], color='orange',
192                       edgecolors='black', s=20)
193     if H2.shape[0] > 0:
194         vida_H2 = H2[:, 1] - H2[:, 0]
195         ruido_H2 = H2[vida_H2 < tolerancia]
196         if ruido_H2.shape[0] > 0:
197             ax2.scatter(ruido_H2[:, 0], ruido_H2[:, 1], color='red',
198                       edgecolors='black', s=20)
199
200     ax2.plot([-10, limiteSub], [-10, limiteSub], 'k--', linewidth=1.5)
201     ax2.set_xlim(-0.003, limiteSub)
202     ax2.set_ylim(-0.003, limiteSub)
203     ax2.grid(True, linestyle='--', alpha=0.5)
204
205     plt.tight_layout()
206     # plt.show()
207     # plt.savefig(nombre_salida, dpi=300)      # <-- guarda el archivo
208     # aquí
209     # plt.close(fig)                          # cierra la figura para
210     # liberar memoria
211     print(f"Guardado: {nombre_salida}")
212
213 graficaTDA_con_subgrafica_ruido(
214     st0_SE7_1DE6, nombre_salida="EE1_5_alfaC.png",
215     ancho=10, altura=4, tolerancia=0.1, titulo="Diagrama de
216         Persistencia", limiteSub=0.035
217 )
218
219 graficaTDA_con_subgrafica_ruido(
220     st0_SE16_5DE6, nombre_salida="EE17_2_alfaC.png",
221     ancho=10, altura=4, tolerancia=0.1, titulo="Diagrama de
222         Persistencia", limiteSub=0.035
223 )

```

```

215 )
216
217 graficaTDA_con_subgrafica_ruido(
218     st0_SE31_1DE6, nombre_salida="EE24_1_alfaC.png",
219     ancho=10, altura=4, tolerancia=0.1, titulo="Diagrama de
        Persistencia", limiteSub=0.035
220 )
221
222 graficaTDA_con_subgrafica_ruido(
223     st0_SE42_5DE6, nombre_salida="EE40_5_alfaC.png",
224     ancho=10, altura=4, tolerancia=0.1, titulo="Diagrama de
        Persistencia", limiteSub=0.04
225 )
226
227 graficaTDA_con_subgrafica_ruido(
228     st0_SE47_5DE6, nombre_salida="EE47_1_alfaC.png",
229     ancho=10, altura=4, tolerancia=0.1, titulo="Diagrama de
        Persistencia", limiteSub=0.04
230 )
231
232 graficaTDA_con_subgrafica_ruido(
233     st0_SE57_3DE6, nombre_salida="EE64_6_alfaC.png",
234     ancho=10, altura=4, tolerancia=0.1, titulo="Diagrama de
        Persistencia", limiteSub=0.06
235 )
236
237 # === Parámetros
238 dim_betti = 0 # ESTE CAMBIA DEPENDIENDO DE QUE i-HOYO SE DESEA VER
239 num_puntos = 50000 # ES LA RESOLUCION DE LAS CURVAS
240 radio_inicio = 0.0 # ESTE ES EL RADIO DONDE EMPIEZA LA FILTRACION
241 radio_final = 0.3 # ESTE ES EL RADIO QUE TERMINA LA FILTRACION
242
243 # === Generación de curvas de Betti
244 vectorCurvasBetti_SE7_1DE6 = cB.obtenerVectorCurvaBetti(st0_SE7_1DE6
    , dim_betti, num_puntos, radio_inicio, radio_final)
245 vectorCurvasBetti_SE16_5DE6 = cB.obtenerVectorCurvaBetti(
    st0_SE16_5DE6, dim_betti, num_puntos, radio_inicio, radio_final)
246 vectorCurvasBetti_SE31_1DE6 = cB.obtenerVectorCurvaBetti(
    st0_SE31_1DE6, dim_betti, num_puntos, radio_inicio, radio_final)
247 vectorCurvasBetti_SE42_5DE6 = cB.obtenerVectorCurvaBetti(
    st0_SE42_5DE6, dim_betti, num_puntos, radio_inicio, radio_final)
248 vectorCurvasBetti_SE47_5DE6 = cB.obtenerVectorCurvaBetti(
    st0_SE47_5DE6, dim_betti, num_puntos, radio_inicio, radio_final)
249 vectorCurvasBetti_SE57_3DE6 = cB.obtenerVectorCurvaBetti(
    st0_SE57_3DE6, dim_betti, num_puntos, radio_inicio, radio_final)
250
251 # === Diccionario para iterar
252 curvas_betti = {
253     "EE1.5ED6" : vectorCurvasBetti_SE7_1DE6 ,
254     "EE17.2ED6" : vectorCurvasBetti_SE16_5DE6 ,
255     "EE24.1ED6" : vectorCurvasBetti_SE31_1DE6 ,
256     "EE40.5ED6" : vectorCurvasBetti_SE42_5DE6 ,
257     "EE47.1ED6" : vectorCurvasBetti_SE47_5DE6 ,

```

```

258     "EE64.6ED6" : vectorCurvasBetti_SE57_3DE6
259 }
260
261 # === Calcular áreas bajo la curva
262 areas = {}
263 for nombre, (x_vals, y_vals) in curvas_betti.items():
264     area = np.trapz(y_vals, x_vals) # integración por trapecios
265     areas[nombre] = area
266     print(f"Area bajo la curva {nombre}: {area:.4f}")
267
268 # === Graficar con Matplotlib
269 plt.figure(figsize=(12, 3))
270
271 for nombre, (x_vals, y_vals) in curvas_betti.items():
272     plt.plot(x_vals, y_vals, label=f"{nombre}", linewidth=2)
273
274 plt.xlabel("Radio de filtración")
275 plt.ylabel(f"{dim_betti}-hoyos")
276 plt.grid(True, linestyle="--", alpha=0.6)
277 plt.legend(loc="upper right", frameon=True)
278 plt.tight_layout()
279
280 # Guardar y mostrar
281 # plt.savefig("CurvasBetti_H0Alfa.png", dpi=300)
282 plt.show()

```

B.2. Módulo curvasBetti.py

Código B.2: Funciones para el cálculo y graficación de curvas de Betti.

```

1  import gudhi as gd
2  import matplotlib.pyplot as plt
3  from gudhi.representations.vector_methods import BettiCurve
4  import numpy as np
5
6  def curvasBetti(st, numHoyo=None, resolucio=n=None, limInferior=None,
7                limSuperior=None):
8      limInferior = 0 if limInferior is None else limInferior
9      limSuperior = 1 if limSuperior is None else limSuperior
10     resolucio = 100 if resolucio is None else resolucio
11     # Crear un SimplexTree (ejemplo sencillo)
12
13     ceroHoyo = np.sqrt(st.persistence_intervals_in_dimension(0))
14     unoHoyo = np.sqrt(st.persistence_intervals_in_dimension(1))
15     dosHoyo = np.sqrt(st.persistence_intervals_in_dimension(2))
16
17     # Crear el objeto BettiCurve
18     betti = BettiCurve(resolucio=resolucio, sample_range=(
19         limInferior, limSuperior)) # Ajustar según el rango de datos
20
21     if (numHoyo==2):

```

```

20         # Variable para la dimensión (puedes modificarla)
21         dimension = numHoyo
22         diagrama = [dosHoyo]
23         _graficaCurvaBetti(betti,diagrama,dimension)
24     elif(numHoyo==1):
25         dimension = numHoyo
26         diagrama = [unoHoyo]
27         _graficaCurvaBetti(betti,diagrama,dimension)
28     elif(numHoyo==None or numHoyo==0):
29         dimension = 0
30         diagrama = [ceroHoyo]
31         _graficaCurvaBetti(betti,diagrama,dimension)
32     else:
33         print("Solo puedo proporcionarte la curva de betti desde su
34             cero hoyo hasta su dos hoyo")
35 def obtenerVectorCurvaBetti(st,numHoyo,resolucion=None,limInferior=
36     None,limSuperior=None):
37
38     limInferior = 0 if limInferior is None else limInferior
39     limSuperior = 1 if limSuperior is None else limSuperior
40     resolucion = 100 if resolucion is None else resolucion
41     ceroHoyo = np.sqrt(st.persistence_intervals_in_dimension(0))
42     unoHoyo = np.sqrt(st.persistence_intervals_in_dimension(1))
43     dosHoyo = np.sqrt(st.persistence_intervals_in_dimension(2))
44
45     # Crear el objeto BettiCurve
46     betti = BettiCurve(resolucion=resolucion, sample_range=(
47         limInferior,limSuperior)) # Ajustar según el rango de datos
48
49     if(numHoyo==2):
50         # Variable para la dimensión (puedes modificarla)
51         dimension = numHoyo
52         diagrama = [dosHoyo]
53     elif(numHoyo==1):
54         dimension = numHoyo
55         diagrama = [unoHoyo]
56     elif(numHoyo==None or numHoyo==0):
57         dimension = 0
58         diagrama = [ceroHoyo]
59     else:
60         print("Solo puedo proporcionarte la curva de betti desde su
61             cero hoyo hasta su dos hoyo")
62
63     curvas_betti = betti.fit_transform(diagrama)
64     x = np.linspace(betti.sample_range[0], betti.sample_range[1],
65         betti.resolution)
66     return x, curvas_betti[0]
67
68 def _graficaCurvaBetti(betti,diagrama,dimension):
69     # Calcular la curva de Betti
70     curvas_betti = betti.fit_transform(diagrama)

```

```
68     # Graficar la curva de Betti
69     x = np.linspace(betti.sample_range[0], betti.sample_range[1],
    betti.resolution)
70     plt.plot(x, curvas_betti[0], label=f"{dimension}-hoyo")
71     plt.title(f"Curva de Betti (Dimensión {dimension})") # Incluye la
    dimensión en el título
72     plt.xlabel("Intervalo")
73     plt.ylabel("Número de Betti")
74     plt.grid()
75     plt.legend()
76     plt.show()
```


Referencias

- [1] Rahul R Kumar et al. «A comprehensive review of conventional and intelligence-based approaches for the fault diagnosis and condition monitoring of induction motors». En: *Energies* 15.23 (2022), pág. 8938.
- [2] Sang Bin Lee et al. «Condition monitoring of industrial electric machines: State of the art and future challenges». En: *IEEE Industrial Electronics Magazine* 14.4 (2020), págs. 158-167.
- [3] Adam Glowacz. «Fault diagnosis of single-phase induction motor based on acoustic signals». En: *Mechanical Systems and Signal Processing* 117 (2019), págs. 65-80.
- [4] Mohamed Boudiaf Koura et al. «Induction Motor Bearing Faults Diagnosis Using Stator Current and Vibration Analysis». En: *Periodica Polytechnica Electrical Engineering and Computer Science* 65.4 (2021), págs. 344-351.
- [5] Panagiotis A Panagiotou et al. «A new approach for broken rotor bar detection in induction motors using frequency extraction in stray flux signals». En: *IEEE Transactions on Industry Applications* 55.4 (2019), págs. 3501-3511.
- [6] Konstantinos N Gyftakis et al. «Zero-sequence flux analysis aiming for reliable detection of broken rotor bars in induction motors». En: *IEEE Transactions on Industry Applications* (2025).
- [7] Kun Tian et al. «Induction motors dynamic eccentricity fault diagnosis based on the combined use of WPD and EMD-simulation study». En: *Applied Sciences* 8.10 (2018), pág. 1709.
- [8] Andres Diaz et al. «Induction motor equivalent circuit for dynamic simulation». En: *2009 IEEE International Electric Machines and Drives Conference*. IEEE. 2009, págs. 858-863.
- [9] Marco Antonio Rodriguez-Blanco et al. «Fault diagnosis of induction motor using DQ simplified model and parity equations». En: *Energies* 15.22 (2022), pág. 8372.
- [10] Zijian Liu et al. «A review of modeling and diagnostic techniques for eccentricity fault in electric machines». En: *Energies* 14.14 (2021), pág. 4296.
- [11] Carla Terron-Santiago et al. «A review of techniques used for induction machine fault modelling». En: *Sensors* 21.14 (2021), pág. 4855.

- [12] C Vinothraj, N Praveen Kumar y T Isha. «Bearing fault analysis in induction motor drives using finite element method». En: *Int. J. Eng. Technol* 7.3 (2018), pág. 6.
- [13] Dimitrios Karampasoglou, Jorge Bonet-Jara y Konstantinos Gyftakis. «Static, Dynamic and Mixed Eccentricity Fault Detection Using MCSA and Stray Flux Monitoring via Finite Element Analysis». En: *2023 IEEE 14th International Symposium on Diagnostics for Electrical Machines, Power Electronics and Drives (SDEMPED)*. 2023, págs. 272-278. DOI: 10.1109/SDEMPED54949.2023.10271409.
- [14] Arya Asok y N Praveen Kumar. «Finite element-based dynamic eccentricity fault analysis in switched reluctance motor using machine learning approach». En: *2023 7th International Conference on Computer Applications in Electrical Engineering-Recent Advances (CERA)*. IEEE. 2023, págs. 1-6.
- [15] Georgii D Baranov et al. «New spectral markers for broken bars diagnostics in induction motors». En: *Machines* 8.1 (2020), pág. 6.
- [16] Bilal Asad et al. «Modified winding function-based model of squirrel cage induction motor for fault diagnostics». En: *IET Electric Power Applications* 14.9 (2020), págs. 1722-1734.
- [17] Muhammad Yousuf et al. «IoT-based health monitoring and fault detection of industrial AC induction motor for efficient predictive maintenance». En: *Measurement and Control* 57.8 (2024), págs. 1146-1160.
- [18] Eyüp Irgat et al. «An IoT-based monitoring system for induction motor faults utilizing deep learning models». En: *Journal of Vibration Engineering & Technologies* 11.7 (2023), págs. 3579-3589.
- [19] Emmanuel Resendiz-Ochoa et al. «Application of Thermography and Convolutional Neural Network to Diagnose Mechanical Faults in Induction Motors and Gearbox Wear». En: *Applied System Innovation* 7.6 (2024), pág. 123.
- [20] Kyojin Jang et al. «Explainable artificial intelligence for fault diagnosis of industrial processes». En: *IEEE Transactions on Industrial Informatics* 21.1 (2023), págs. 4-11.
- [21] Usman Ali et al. «An Improved Fault Diagnosis Strategy for Induction Motors Using Weighted Probability Ensemble Deep Learning». En: *IEEE Access* (2025).
- [22] Bingnan Wang et al. «Induction Motor Eccentricity Fault Detection and Quantification Using Topological Data Analysis». En: *IEEE Access* 12 (2024), págs. 37891-37902. DOI: 10.1109/ACCESS.2024.3376249.
- [23] Bingnan Wang et al. «Topological Data Analysis for Electric Motor Eccentricity Fault Detection». En: *IECON 2022 – 48th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*. 2022, págs. 1-6. DOI: 10.1109/IECON49645.2022.9968912.
- [24] Jesús Fraile Mora. *Máquinas eléctricas*. Vol. 5. McGraw-Hill, 2008.

- [25] William T Thomson y Ian Culbert. *Current signature analysis for condition monitoring of cage induction motors: Industrial application and case histories*. John Wiley & Sons, 2017.
- [26] Subrata Chattopadhyay Karmakar, Surajit Mitra y MadhuChhanda. *Induction Motor Fault Diagnosis: Approach Through Current Signature Analysis*. Springer, 2018.
- [27] Antoni Creus Solé. *Neumática e hidráulica*. Marcombo, 2012.
- [28] Willard W Pulkrabek. *Engineering fundamentals of the internal combustion engine*. 2004.
- [29] Dmytro Mamchur y Serhii Husach. «An analysis on induction motor reliability and lifetime estimation methods». En: *Przegląd Elektrotechniczny* 97.12 (2020), págs. 218-221.
- [30] Bishakh Paul y V Joshi Manohar. «A COMPREHENSIVE SURVEY ON REAL TIME INDUCTION MOTOR FAILURE DIAGNOSIS AND ANALYSIS». En: *ASEAN Engineering Journal* 15.1 (2025), págs. 199-206.
- [31] Kevin Thomas et al. «Comprehensive Fault Diagnosis of Three-Phase Induction Motors Using Synchronized Multi-Sensor Data Collection». En: *Scientific Data* 12.1 (2025), pág. 1468.
- [32] Traction. *Fallas en motores eléctricos: conoce las 10 causas más comunes y cómo evitarlas*. 2025. URL: <https://traction.com/es/blog/fallas-en-motores-electricos-conoce-las-10-causas-mas-comunes-y-como-evitarlas>.
- [33] Yashbir Singh et al. «Topological data analysis in medical imaging: current state of the art». En: *Insights into Imaging* 14.1 (2023), pág. 58.
- [34] Enrique Hernández-Lemus, Pedro Miramontes y Mireya Martínez-García. «Topological data analysis in cardiovascular signals: An overview». En: *Entropy* 26.1 (2024), pág. 67.
- [35] Yashbir Singh et al. «Topological data analysis in the assessment of coronary atherosclerosis: a comprehensive narrative review». En: *Mayo Clinic Proceedings: Digital Health* (2025), pág. 100199.
- [36] Martin Uray et al. «Topological Data Analysis in smart manufacturing: State of the art and future directions». En: *Journal of Manufacturing Systems* 76 (2024), págs. 75-91.
- [37] Guanshihan Du et al. «Topological data analysis assisted machine learning for polar topological structures in oxide superlattices». En: *Acta Materialia* 282.12046 (2025), pág. 7.
- [38] Simone Casolo et al. «Testing Topological Data Analysis for Condition Monitoring of Wind Turbines». En: *arXiv preprint arXiv:2406.16380* (2024).
- [39] Nicholas Sale, Biagio Lucini y Jeffrey Giansiracusa. «Persistent homology as a probe for center vortices and deconfinement in SU (2) lattice gauge theory». En: *arXiv preprint arXiv:2211.16273* (2022).

- [40] José Núñez, Ahtziri González y Eduardo Ramos. «Topological data analysis of Lagrangian orbits in natural convection flows confined in a cylinder». En: *Physical Review Fluids* 7.12 (2022), pág. 123501.
- [41] Moo K Chung et al. «Altered topological structure of the brain white matter in maltreated children through topological data analysis». En: *Network Neuroscience* 8.1 (2024), págs. 355-376.
- [42] Tomasz M Rutkowski, Tomasz Komendziński y Mihoko Otake-Matsuura. «Mild cognitive impairment prediction and cognitive score regression in the elderly using EEG topological data analysis and machine learning with awareness assessed in affective reminiscent paradigm». En: *Frontiers in Aging Neuroscience* 15 (2024), pág. 1294139.
- [43] Ilya Ernston, Arsenii Onuchin y Timofey Adamovich. «Topological data analysis suggests human brain networks reconfiguration in the transition from a resting state to cognitive load». En: *arXiv preprint arXiv:2305.12491* (2023).
- [44] Samuel W Akingbade et al. «Why topological data analysis detects financial bubbles?». En: *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation* 128 (2024), pág. 107665.
- [45] Christopher Shultz. «Applications of topological data analysis in economics». En: *Available at SSRN 4378151* (2023).
- [46] Edelsbrunner, Letscher y Zomorodian. «Topological persistence and simplification». En: *Discrete & computational geometry* 28 (2002), págs. 511-533.
- [47] María Maximov Cortés. «Análisis Topológico de Datos: Introducción y Ejemplos». Tesis de Licenciatura. Morelia, Michoacán, México: Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas, ene. de 2023.
- [48] Žiga Virk. *Introduction to Persistent Homology*. Založba UL FRI, 2022.
- [49] Frédéric Chazal y Bertrand Michel. «An introduction to topological data analysis: fundamental and practical aspects for data scientists». En: *Frontiers in artificial intelligence* 4 (2021), pág. 667963.
- [50] Tamal Krishna Dey y Yusu Wang. *Computational topology for data analysis*. Cambridge University Press, 2022.
- [51] Jean-Daniel Boissonnat, Frédéric Chazal y Mariette Yvinec. *Geometric and topological inference*. Vol. 57. Cambridge University Press, 2018.
- [52] James W Vick. *Homology theory: an introduction to algebraic topology*. Vol. 145. Springer Science & Business Media, 2012.
- [53] Cristina Verde, Sylviane Gentil y Rubén Morales-Menéndez. *Monitoreo y diagnóstico automático de fallas en sistemas dinámicos*. Trillas, 2013.
- [54] Jie Chen y Ron J Patton. *Robust model-based fault diagnosis for dynamic systems*. Vol. 3. Springer Science & Business Media, 2012.

- [55] Ron J Patton, Paul M Frank y Robert N Clark. *Issues of fault diagnosis for dynamic systems*. Springer Science & Business Media, 2013.
- [56] Rolf Isermann. *Fault-diagnosis systems: an introduction from fault detection to fault tolerance*. Springer Science & Business Media, 2005.
- [57] Katsuhiko Ogata et al. *Modern control engineering*. Prentice Hall India, 2009.
- [58] Chi-Tsong Chen. *Analog and digital control system design: transfer-function, state-space, and algebraic methods*. Oxford University Press, Inc., 1995.
- [59] Ismael Guzmán Jiménez et al. «Fault Diagnosis of Two Interconnected Water Tanks System with Topological Data Analysis». En: *2024 IEEE International Autumn Meeting on Power, Electronics and Computing (ROPEC)*. Vol. 8. IEEE. 2024, págs. 1-7.
- [60] Hilina Workneh y Ioannis Raptis. «A Comprehensive Experimental Liquid-Level Control System for Advancing Fault Diagnosis Research Innovation: Data, Models, and Procedures». En: *Advanced Control for Applications 7.2* (2025), e70011. DOI: <https://doi.org/10.1002/adc2.70011>. eprint: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/adc2.70011>. URL: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/adc2.70011>.
- [61] Joshuva Arockia Dhanraj et al. «An effective evaluation on fault detection in solar panels». En: *Energies* 14.22 (2021), pág. 7770.
- [62] Rifat Al Mamun Rudro et al. «SPF-Net: Solar panel fault detection using U-Net based deep learning image classification». En: *Energy Reports* 12 (2024), págs. 1580-1594. ISSN: 2352-4847. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.egyr.2024.07.044>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2352484724004682>.
- [63] Paulo Antonio Delgado-Arredondo et al. «Methodology for fault detection in induction motors via sound and vibration signals». En: *Mechanical Systems and Signal Processing* 83 (2017), págs. 568-589.
- [64] Hassan K Khalil y Jessy W Grizzle. *Nonlinear systems*. Vol. 3. Prentice hall Upper Saddle River, NJ, 2002.
- [65] Marcin Witczak. *Fault diagnosis and fault-tolerant control strategies for nonlinear systems*. Vol. 266. Springer, 2014.
- [66] Isidro I. Lázaro Castillo. *Ingeniería de sistemas de control continuo*. 2a ed. Revisión técnica: Juan Anzures Marín, José Alberto Álvarez Martín. México: Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Facultad de Ingeniería Eléctrica, 2008. ISBN: 9786074245332.

Gochi Vergara Kristian Gerardo

Detección de excentricidades en motores de inducción usando Análisis Topológico de Datos.pdf

 Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo

Detalles del documento

Identificador de la entrega

trn:oid::3117:545059101

Fecha de entrega

9 ene 2026, 12:45 p.m. GMT-6

Fecha de descarga

9 ene 2026, 12:56 p.m. GMT-6

Nombre del archivo

Detección de excentricidades en motores de inducción usando Análisis Topológico de Datos.pdf

Tamaño del archivo

13.9 MB

121 páginas

25.716 palabras

136.769 caracteres

5% Similitud general

El total combinado de todas las coincidencias, incluidas las fuentes superpuestas, para ca...

Filtrado desde el informe

- Texto citado
- Texto mencionado
- Coincidencias menores (menos de 10 palabras)

Fuentes principales

- 5%  Fuentes de Internet
- 3%  Publicaciones
- 0%  Trabajos entregados (trabajos del estudiante)

Marcas de integridad

N.º de alertas de integridad para revisión

-  **Caracteres reemplazados**
94 caracteres sospechosos en N.º de páginas
Las letras son intercambiadas por caracteres similares de otro alfabeto.
-  **Texto oculto**
43 caracteres sospechosos en N.º de página
El texto es alterado para mezclarse con el fondo blanco del documento.

Los algoritmos de nuestro sistema analizan un documento en profundidad para buscar inconsistencias que permitirían distinguirlo de una entrega normal. Si advertimos algo extraño, lo marcamos como una alerta para que pueda revisarlo.

Una marca de alerta no es necesariamente un indicador de problemas. Sin embargo, recomendamos que preste atención y la revise.

Formato de Declaración de Originalidad y Uso de Inteligencia Artificial

Coordinación General de Estudios de Posgrado
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo



A quien corresponda,

Por este medio, quien abajo firma, bajo protesta de decir verdad, declara lo siguiente:

- Que presenta para revisión de originalidad el manuscrito cuyos detalles se especifican abajo.
- Que todas las fuentes consultadas para la elaboración del manuscrito están debidamente identificadas dentro del cuerpo del texto, e incluidas en la lista de referencias.
- Que, en caso de haber usado un sistema de inteligencia artificial, en cualquier etapa del desarrollo de su trabajo, lo ha especificado en la tabla que se encuentra en este documento.
- Que conoce la normativa de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, en particular los Incisos IX y XII del artículo 85, y los artículos 88 y 101 del Estatuto Universitario de la UMSNH, además del transitorio tercero del Reglamento General para los Estudios de Posgrado de la UMSNH.

Datos del manuscrito que se presenta a revisión		
Programa educativo	Maestría en Ciencias en Ingeniería Eléctrica	
Título del trabajo	Detección de excentricidades en motores eléctricos usando Análisis Topológico de Datos	
	Nombre	Correo electrónico
Autor/es	Kristian Gerardo Gochi Vergara	1719356h@umich.mx
Director	Juan Anzures Marin	juan.anzures@umich.mx
Codirector	Juan Ahtziri González Lemus	ahtziri.lemus@umich.mx
Coordinador del programa	Norberto Garcia Barriga	norberto.garcia@umich.mx

Uso de Inteligencia Artificial		
Rubro	Uso (sí/no)	Descripción
Asistencia en la redacción	Si	Se usó para checar la ortografía del documento.

Formato de Declaración de Originalidad y Uso de Inteligencia Artificial

Coordinación General de Estudios de Posgrado
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo



Uso de Inteligencia Artificial		
Rubro	Uso (sí/no)	Descripción
Traducción al español	No	
Traducción a otra lengua	No	
Revisión y corrección de estilo	No	
Análisis de datos	No	
Búsqueda y organización de información	No	
Formateo de las referencias bibliográficas	No	
Generación de contenido multimedia	Si	Se genero imágenes con IA para la implementación de la tesis.
Otro	No	

Datos del solicitante	
Nombre y firma	Kristian Gerardo Gochi Vergara
Lugar y fecha	Morelia, Michoacan. 13/01/2026