



UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLÁS DE
HIDALGO

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO DE LA FACULTAD DE
INGENIERÍA ELÉCTRICA

**REGULACIÓN DE FRECUENCIA Y
VOLTAJE EN REDES ELÉCTRICAS
USANDO CONTROL ÓPTIMO Y
REUBICACIÓN DE POLOS**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

Maestro en Ciencias en Ingeniería Eléctrica

PRESENTA:

Ing. Sebastián Chávez Díaz Barriga

DIRECTOR:

Dr. Fernando Ornelas Tellez

CO-DIRECTOR

Dr. Claudio Rubén Fuerte Esquivel



Morelia, Michoacán, México.

Marzo de 2026



REGULACIÓN DE FRECUENCIA Y VOLTAJE EN REDES ELÉCTRICAS USANDO CONTROL ÓPTIMO Y REUBICACIÓN DE POLOS

Los Miembros del Jurado de Examen de Grado aprueban la **Tesis de Maestría en Ciencias en Ingeniería Eléctrica**, de **Sebastián Chávez Díaz Barriga**.

Dr. Juan Anzures Marín.
Presidente del Jurado

Dr. Fernando Ornelas Téllez
Director de Tesis

Dr. Claudio Rubén Fuerte Esquivel
Co-director de Tesis

Dr. Alejandro Zamora Méndez
Vocal

Dr. Luis Eduardo Ugalde Caballero
Revisor Externo (ITM)

Dr. J. Aurelio Medina Rios
*Jefe de la División de Estudios de Posgrado
de la Facultad de Ingeniería Eléctrica. UMSNH
(Por reconocimiento de firmas)*

UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO
Febrero 2026

Lista de publicaciones

- S. Chavez-Díaz, F. Ornelas-Téllez, C. R. Fuerte-Esquivel, J. Vargas-Castillo. Frequency and Voltage Regulation in Power Systems through Optimal Control. In 2025 IEEE International Autumn Meeting on Power, Electronics and Computing (ROPEC), 2025.
- S. Chavez-Díaz, F. Ornelas-Téllez, C. R. Fuerte-Esquivel, J. Vargas-Castillo. Frequency and Voltage Regulation in Power Systems through Optimal Control. (Trabajo en preparación para envío a revista.).

Dedicatoria

A mis abuelos José Luis Chávez y María Elena Díaz Barriga por todo el amor que me han dado.

Agradecimientos

Quiero agradecer al Dr. Fernando Ornelas por el tiempo, la paciencia y la amabilidad que me brindó para poder concluir este trabajo.

Al Dr. Claudio Rubén Fuerte, por sus observaciones, las cuales permitieron mejorar este documento.

A mis sinodales: Dr. Juan Anzures, Dr. Alejandro Zamora y Dr. Luis Eduardo Ugalde, por sus valiosos comentarios y correcciones, que enriquecieron el presente trabajo.

A mi madre, Elena Chávez, por todo su apoyo y la paciencia que me ha brindado durante mis estudios.

A mi pareja, Diana Ballesteros, por su cariño y el apoyo que me ha brindado durante esta etapa de mi vida.

A mis profesores en la FIE y DEP-FIE, por contribuir académicamente a mi desarrollo.

A mis compañeros de la maestría, Brayan, Reynaldo y Víctor, por su amistad, consejos y por tomarse el tiempo de asesorarme en temas que no entendía.

A mi compañero Josué, por su amistad y por el apoyo que me brindó durante mi último año de maestría.

Al resto de mis compañeros del posgrado, por su amistad y los buenos momentos que compartimos.

A la UMSNH, por albergarme entre sus aulas y haberme permitido crecer tanto personal como académicamente.

También quiero agradecer al SECIHTI por la beca CVU 1314192, que me permitió dar continuidad a mis estudios de maestría sin contratiempos.

Resumen

Esta tesis presenta el diseño de un sistema de control para la regulación del voltaje y la frecuencia en sistemas eléctricos de potencia. Las principales características de la investigación son dos: primero, los controladores se basan en el modelo del sistema, lo que se traduce en un alto desempeño del sistema controlado frente a los esquemas de control tradicionalmente utilizados; en segundo término, la consideración de que el sistema eléctrico es expuesto a una alta variabilidad de la carga e inyección de energía a partir de fuentes renovables intermitentes, lo que vulnera la estabilidad y desempeño del sistema, requiriéndose de estrategias de control que sean capaces de mantener reguladas las variables en presencia de tal variabilidad, y que comúnmente no se logra con controladores tradicionales basados únicamente en la salida del sistema, tal como compensadores atraso-adelanto, o controladores tipo proporcional integral. Las técnicas de control que se diseñan en esta tesis, basadas en el modelo matemático del sistema, son reubicación de polos y control óptimo, donde este último utiliza los factores de participación, provenientes de un análisis modal, para su sintonización, lo que permite priorizar sistemáticamente en el controlador las variables que afectan significativamente la dinámica del sistema. Adicionalmente, se plantea la incorporación de un control robusto por la salida basado en modos deslizantes, llamado Super-Twisting, que es efectivo para el control de sistemas inciertos y perturbados. La implementación de los controladores y del sistema eléctrico de potencia se realiza a nivel simulación, cuyos resultados, en términos de desempeño, se analizaron de forma cualitativa y cuantitativa, y se compararon respecto a los controladores tradicionales, mostrándose claramente las ventajas de la metodología propuesta.

Palabras clave: Modelado del sistema; Estabilidad dinámica; Variabilidad de

carga; Factores de participación; Super-Twisting.

Abstract

This thesis presents the design of a control system for voltage and frequency regulation in electric power systems. The research is characterized by two main features. First, the controllers are based on the system model, which translates into high performance of the controlled system compared with traditionally used control schemes. Second, it is recognized that the power system is subjected to high variability in load and in power injection from intermittent renewable sources, which undermines system stability and performance, thereby requiring control strategies capable of keeping the variables regulated in the presence of such variability something that is not commonly achieved with traditional controllers based solely on system output, such as lead-lag compensators or proportional-integral controllers. The control techniques designed in this thesis, based on the mathematical model of the system, are pole placement and optimal control, the latter using participation factors obtained from a modal analysis for its tuning, which allows the controller to systematically prioritize the variables that significantly affect the system dynamics. Additionally, the incorporation of an output-based robust control strategy, namely a sliding-mode controller known as Super-Twisting, is proposed, which is effective for the control of uncertain and disturbed systems. The controllers and the electric power system are implemented at the simulation level, and the resulting performance is analyzed both qualitatively and quantitatively and compared with that of traditional controllers, clearly highlighting the advantages of the proposed methodology.

Lista de símbolos

$\bar{x}, \bar{z}, \bar{u}$	Variables dinámicas, algebraicas y entradas de un generador
X_d, X_q	Reactancia en eje d/q en pu
X'_d, X'_q	Reactancia transitoria en eje d/q en pu
X''_d, X''_q	Reactancia subtransitoria en eje d/q en pu
R_s	Resistencia del estator en pu
X_{ls}	Reactancia de dispersión en pu
H	Constante de inercia del eje en segundos
T'_{do}	Constante de tiempo del eje d asociada a E'_q en segundos
T''_{do}	Constante de tiempo del eje d asociada a Ψ_{1d} en segundos
T'_{qo}	Constante de tiempo del eje q asociada a E'_d en segundos
T''_{qo}	Constante de tiempo del eje q asociada a Ψ_{2q} en segundos
T_A	Constante de tiempo del amplificador en segundos
T_{CH}	Constante de tiempo incremental de la cámara de vapor en segundos
T_{SV}	Constante de tiempo de la válvula de vapor en segundos
K_A	Ganancia del amplificador
K_E	Constante de excitación separada o autoexcitada
R_D	Cantidad de regulación de velocidad en Hz/pu
D_m	Factor de amortiguamiento
A_x, B_x	Constantes de saturación magnética
E'_d, E'_q	Voltajes internos transitorios en eje d/q en pu
Ψ_{1d}, Ψ_{2q}	Enlaces de flujo del devanado amortiguador $1d/2q$ en pu
δ, θ	Ángulo del rotor y ángulo del voltaje de barra en rad
ω_s, ω	Velocidad nominal y velocidad angular del generador en rad/s
E_{fd}	Voltaje de campo en pu
V_R	Entrada del excitador en pu
R_F	Realimentación de tasa en pu
T_M	Par mecánico de entrada en pu
P_{SV}	Posición de la válvula de vapor en pu
V	Magnitud del voltaje de barra en pu
I_d, I_q	Corriente en eje d/q en pu
S_G, S_T	Potencia compleja de los generadores y elementos de transmisión
Q_G, Q_L, Q_T	Potencia reactiva de los generadores, cargas y elementos de transmisión

P_G, P_L, P_T	Potencia activa de los generadores, cargas y elementos de transmisión
P_e, V_e	Señal de entrada al gobernador y al amplificador en pu
P_{op}, V_{op}	Señal de control de frecuencia y control de voltaje
$\Delta\omega$	Desviación de la velocidad angular del generador
R_C	Señal de regulación secundaria
Y_{bus}	Matriz de admitancias nodales
P_{in}, Q_{in}	Variaciones de potencia activa y reactiva
$P_{ren}(f), Q_{ren}(V)$	Inyecciones/consumo de potencia activa y reactiva
r, y, e, u	Referencia, salida, error y entrada de control de un sistema
K_p, K_i	Ganancia proporcional e integral de un PI
K_{1ST}, K_{2ST}	Ganancias de diseño de un controlador Super-Twisting
$sign(\cdot)$	Función signo de controlador Super-Twisting
m / n	Número de entradas / Número de estados
A, B	Matrices que relaciona los estados y entradas de un sistema linealizado
C, D	Matrices que relaciona las salidas de un sistema linealizado
λ	Eigenvalores de la matriz A
M/N	Número de generadores / Número de nodos
l, k, h	Contador de generadores, nodos y nodos sin generadores
$\sigma, j\omega$	Parte real e imaginaria de un valor propio o eigenvalor
$\alpha, \beta(t, \omega)$	modo no oscilatorio y no oscilatorio asociado a los eigenvalores
ζ	Razón de amortiguamiento
τ, μ	Tiempo de decaimiento y modo asociado a un eigenvalor
v, ϕ	Vector propio derecho e izquierdo de la matriz A
PF	Matriz de factores de participación
$\mathcal{C}, \mathcal{O}$	Matriz de controlabilidad y observabilidad
K_{RP}, K_{iRP}	Ganancias para el control por reubicación de polos
x_{ss}, u_{ss}, e_{ss}	Estados, entradas y errores en estado estable
ρ	Polinomio característico de la matriz A
$J, \mathcal{Q}, \mathcal{R}$	Funcional de costo y matrices de diseño del control óptimo
$\mathcal{P}$	Solución a la ecuación algebraica de Riccati
K_{opt}, K_{io}	Ganancias para el control óptimo
q_{init}, γ	Penalizaciones para el diseño de la matriz $\mathcal{Q}$

Índice general

Lista de publicaciones	iv
Dedicatoria	vi
Agradecimientos	viii
Resumen	x
Abstract	xii
Lista de símbolos	xiv
Lista de figuras	xx
Lista de tablas	xxiv
1 Introducción	1
1.1 Antecedentes	1
1.2 Descripción del problema	5
1.3 Hipótesis	6
1.4 Objetivo general	7
1.4.1 Objetivos particulares	7
1.5 Metodología	8
1.6 Justificación	9
1.7 Aportación de la tesis	10
1.8 Descripción de capítulos	10

2	Modelado de Redes Eléctricas con Integración de Renovables	12
2.1	Descripción de un sistema eléctrico de potencia	12
2.1.1	Descripción matemática de un SEP	13
2.2	Modelado del sistema eléctrico de potencia	14
2.2.1	Modelo del generador	14
2.2.2	Modelo del excitador	16
2.2.3	Modelo del gobernador y turbina	18
2.2.4	Modelo de las líneas de transmisión	19
2.2.5	Modelo de carga	22
2.3	Conclusiones del capítulo 2	25
3	Diseño de Sistemas de Control	26
3.1	Control basado en la salida	27
3.1.1	Control Proporcional-Integral	27
3.1.2	Control por modos deslizantes	28
3.2	Linealización y características para el diseño de control	32
3.2.1	Linealización	32
3.2.2	Eigenvalores	34
3.2.3	Factores de participación	37
3.3	Retroalimentación de estados	38
3.3.1	Control por reubicación de polos	39
3.3.2	Control óptimo lineal	41
3.3.3	Sintonización de Q usando factores de participación	45
3.4	Conclusiones del capítulo 3	49
4	Regulación de Frecuencia y Voltaje de un SEP	50
4.1	Casos de estudio	51
4.1.1	Caso de estudio 1: sistema con control AVR/PI	51
4.1.2	Caso de estudio 2: sistema de control por reubicación de polos .	57
4.1.3	Caso de estudio 3: sistema con control óptimo lineal	63

4.1.4	Caso de estudio 4: sistema de inyección de potencia regulada con ST y control óptimo	72
4.2	Conclusiones del capítulo 4	79
5	Conclusiones y Trabajos Futuros	80
5.1	Conclusiones generales	80
5.2	Trabajos futuros	81
A	Datos del Sistema IEEE 9 Nodos	83
B	Matrices del Sistema	85
B.1	Matrices del sistema linealizado	85
B.1.1	Validación de las matrices del sistema linealizado	89
B.2	Matriz de ganancia del controlador PI	89
B.3	Matrices de ganancias del controlador por reubicación de polos	90
B.4	Matrices del diseño del controlador óptimo	90
C	Solución al Sistema Diferencial-Algebraico	96
	Bibliografía	98

Lista de figuras

2.1	Estructura general del SEP.	13
2.2	Sistema de excitación IEEE tipo 1.	17
2.3	Sistema de gobernador y turbina	18
2.4	Respuesta de la frecuencia con control primario y secundario.	19
2.5	Señal escalón.	23
2.6	Señal senoidal con ruido.	24
3.1	Diagrama general de la selección de las estrategias de control para un SEP.	26
3.2	Diagrama de bloques del controlador PI.	27
3.3	Diagrama de bloques del controlador Super-Twisting.	30
3.4	Comparación de los controladores PI y ST con referencia constante (2da gráfica) y variante (3ra gráfica), ante una perturbación (1ra gráfica). . .	31
3.5	Comparación de las señales de error de los controladores PI y ST respecto a una referencia constante (1ra gráfica) y variante (2da gráfica).	32
3.6	Comportamiento de los modos y sus respuestas en el tiempo.	35
3.7	Región de ubicación de polos a partir de su comportamiento.	36
3.8	Retroalimentación en espacio de estados de un sistema.	38
3.9	Comportamiento del sistema a partir de la ubicación de los polos. . . .	40
3.10	Comparación del control por reubicación de polos contra el control óptimo.	44
3.11	Región de ubicación de polos con restricciones de amortiguamiento y tiempo de establecimiento.	46
3.12	Algoritmo de diseño de la matriz $\mathcal{Q}$ basado en factores de participación.	47

3.13	Diagrama general del controlador CO propuesto.	48
4.1	Sistema IEEE de 9 nodos.	51
4.2	Controlador AVR/PI	52
4.3	Ubicación de polos del sistema IEEE de 9 nodos con controladores AVR/PI.	53
4.4	Diagrama de bloques para regulación de frecuencia y voltaje con control AVR/PI.	55
4.5	Perfil de variación de carga constante a tramos.	56
4.6	Respuesta de la frecuencia con PI.	56
4.7	Respuesta del voltaje con AVR.	57
4.8	Sistema IEEE 9 nodos con controladores RP/CO y variación de carga.	59
4.9	Esquema completo de control por RP/CO.	59
4.10	Ubicación de polos del sistema con reubicación de polos.	60
4.11	Diagrama de bloques para regulación de frecuencia y voltaje con reubicación de polos.	61
4.12	Respuesta de la frecuencia con la reubicación de polos.	62
4.13	Respuesta del voltaje con la reubicación de polos.	62
4.14	Ubicación de polos del sistema con control óptimo.	64
4.15	Diagrama de bloques para regulación de frecuencia y voltaje con control óptimo.	65
4.16	Respuesta de la frecuencia con el control óptimo.	66
4.17	Respuesta del voltaje con control óptimo.	67
4.18	Potencia activa y reactiva de los generadores con control óptimo.	67
4.19	Comparación de las frecuencias con control PI, reubicación de polos (RP) y control óptimo (CO).	68
4.20	Comparación de los voltajes con control AVR, reubicación de polos (RP) y control óptimo (CO).	69
4.21	Comparación de las entradas al gobernador con PI, RP y CO.	70
4.22	Comparación de las entradas al amplificador con PI, RP y CO.	70

4.23	Perfil de variación de carga constante a tramos y variante con el tiempo.	73
4.24	Diagrama de bloques para regulación de frecuencia y voltaje con control óptimo y Super-Twisting.	74
4.25	Sistema IEEE 9 nodos con variación de carga e inyección de potencia. .	74
4.26	Inyección/consumo de potencia activa y reactiva por el ST.	75
4.27	Respuesta de la frecuencia con control óptimo e inyección de potencias.	76
4.28	Respuesta del voltaje con el control óptimo y con la inyección de potencias.	76
4.29	Comparación de la frecuencia con y sin inyección de potencias.	77
4.30	Comparación del voltaje con y sin inyección de potencias en los gener- adores.	77
4.31	Comparación del voltaje con y sin inyección de potencias en el nodo 6.	79

Lista de tablas

2.1	Tipos de nodos y sus variables	22
3.1	Principales características y aplicaciones de los controladores Proporcional-Integral (PI), Super-Twisting (ST), reubicación de polos (RP) y control óptimo (CO).	49
4.1	Razón de amortiguamiento ζ y frecuencias asociadas del sistema IEEE de 9 nodos.	54
4.2	Razón de amortiguamiento ζ y frecuencias asociadas al sistema IEEE de 9 nodos con reubicación de polos.	60
4.3	Relación modos dominantes y estados asociados usando factores de participación.	64
4.4	Razón de amortiguamiento ζ y frecuencias asociadas al sistema IEEE de 9 nodos con control óptimo.	65
4.5	Error cuadrático medio de los controladores AVR/PI, reubicación de polos (RP) y control óptimo (CO).	71
4.6	Factor de mejora del control AVR/PI con reubicación de polos (RP) y AVR/PI con control óptimo (CO).	71
4.7	Error cuadrático medio de la comparación con y sin inyección de potencia.	78
4.8	Factor de mejora de la comparación con y sin inyección de potencia.	78
A.1	Datos de las líneas de transmisión del sistema IEEE 9 nodos	83
A.2	Valores nominales de operación del sistema IEEE 9 nodos	83
A.3	Datos de los generadores del sistema IEEE 9 nodos	84

Lista de tablas

A.4	Datos del gobernador y turbina del sistema IEEE 9 nodos	84
A.5	Datos del sistema de excitación IEEE tipo 1	84
B.1	Validación de polos obtenidos.	89

Capítulo 1

Introducción

En este capítulo se ofrece una visión general de la tesis, iniciando con una revisión a los antecedentes para dar paso a la descripción del problema y la formulación de la hipótesis. Se presentan los objetivos generales y particulares que orientan el estudio y la metodología empleada. También se incluye la justificación y la aportación principal del trabajo, concluyendo con una descripción de los capítulos que integran el documento.

1.1 Antecedentes

Es inminente la integración de las fuentes de energía renovables (FER) en la red eléctrica, al constituir una alternativa limpia que no depende de la quema de combustibles fósiles, a diferencia de las plantas convencionales, lo cual evita la emisión de gases de efecto invernadero y contribuye a mitigar el calentamiento global. Sin embargo, la incorporación de las FER en los sistemas eléctricos plantea desafíos derivados de la intermitencia en su generación, lo que puede verse como perturbaciones en un sistema eléctrico y, a su vez, inestabilidades de frecuencia y voltaje [1]. Además, al carecer de respuesta inercial, cuando existe un desbalance entre generación y demanda, dependiendo de su magnitud, las FER podrían llegar a desconectarse sin poder contribuir al restablecimiento de su operación [2].

La integración de las energías renovables en México no es algo reciente, en el año

1994, en la localidad La Venta, en Oaxaca, se construye La Venta I, la primera planta experimental de energía eólica que cuenta con 7 aerogeneradores de 225 kW cada uno, teniendo una capacidad total de 1.575 MW. En el año 2006 se inaugura, de manera oficial, La Venta II, el primer parque eólico con una capacidad de generación de 83.3 MW [3]. En 2012 en Santa Rosalía, Baja California Sur y en Cerro Prieto, Baja California, la CFE construye proyectos fotovoltaicos de 1 MW y 5 MW, respectivamente. Como resultado de estos proyectos, en 2013 inicia operaciones la central fotovoltaica llamada Aura Solar en La Paz, Baja California, con una capacidad de 30 MW [4]. En el primer trimestre del año 2023 la generación eólica alcanzó una generación de 10,195.8 GWh, mientras que la fotovoltaica generó 12,115.4 GWh, representando el 5.9% y el 7.0%, respectivamente, de la generación renovable en todo el país [5]. En este contexto, con base al *Plan de Desarrollo del Sector Eléctrico 2025-2039*, la generación eléctrica proveniente de energías limpias para el presente año se estima en 27.7%, con un incremento proyectado a 38% para el año 2030. Por otro lado, el Programa Vinculante de Instalación y Retiro de Centrales Eléctricas (PVIRCE) reporta que, en el periodo 2025-2030, el porcentaje de adición de capacidad total corresponderán en 78.2% a tecnologías limpias (23.5% eólica y 44.0% fotovoltaica); para 2031-2039, esta proporción ascendería a 78.6% (27.15% fotovoltaica y 29.65% eólica) [6]. Este aumento en la integración de FER implica mayor variabilidad de la generación y menor inercia del sistema, por lo que es previsible un incremento en las variaciones que experimentarían los sistemas eléctricos.

En [7] realizan un estudio sobre las oscilaciones electromecánicas de baja frecuencia que presenta el parque eólico de La Venta, el cual está interconectado al Sistema Interconectado Nacional Mexicano (SINM). A partir de un análisis modal, identifican el origen de las oscilaciones y el grado de amortiguamiento que se tiene. Los resultados muestran que los modos obtenidos del sistema en el punto de operación propuesto están amortiguados, pero existen algunos que pueden resultar críticos si cambian las condiciones de operación. Por su parte, en [8] se propone un análisis modal generalizado para obtener un mayor amortiguamiento en las oscilaciones que presentan los sistemas

eléctricos que integran energías renovables. A partir del análisis se identifican los modos críticos del sistema a los cuales se les aplica un compensador estático de vars (SVC, por sus siglas en inglés) equipados con amortiguadores de oscilaciones de potencia (POD, por sus siglas en inglés). Los resultados muestran que los CEV y los POD en plantas solares mejoran el amortiguamiento de modos interárea, validado mediante simulaciones en el dominio del tiempo y análisis de Prony.

En [9] se estudia el impacto del desacople potencia–frecuencia y voltaje–reactiva en la estabilidad de modelos de prueba (Kundur dos áreas, IEEE 39 y México 190), simulando variaciones de carga y baja inercia. Se analiza la respuesta de frecuencia y voltaje, aplicando controles basados en el error de control de área (ACE, por sus siglas en inglés) y el error de inyección de área (AIE, por sus siglas en inglés), e integrando paneles solares con inversores para inyectar potencia activa y reactiva y ayudar a la regulación. De manera complementaria, en [10] se presentan técnicas de control diseñadas para las FER con y sin sistemas de almacenamiento de energía (ESS, por sus siglas en inglés), demostrando que las estrategias que incorporan ESS presentan un mejor desempeño al suministrar potencia activa y reactiva necesaria para mantener la estabilidad del sistema. Sin embargo, en un futuro, cuando se tenga una mayor presencia de las FER en el sistema eléctrico, se deben realizar nuevos estudios para verificar que estos métodos siguen siendo eficaces, de lo contrario se tendrán que actualizar los esquemas de control que integran almacenamiento de energía. Asimismo, en [11] se utiliza un método basado en el análisis de valores propios para la estabilidad del sistema cuando se tienen conectadas energías fotovoltaicas y eólicas. De esta manera se puede saber si el sistema puede mantener la estabilidad ante perturbaciones menores, y si el sistema tendrá un aumento o disminución en las oscilaciones. Al aplicar este análisis, se puede observar que al introducir ambas energías en determinados puntos del sistema, se reducen las oscilaciones y se restablece el valor nominal en un menor tiempo.

En [12] se presenta un control optimizado para redes de distribución de baja y media tensión. Un controlador central ejecuta periódicamente un algoritmo de opti-

mización que ajusta el voltaje en cada nodo, considerando las restricciones del sistema. La función objetivo busca minimizar desviaciones de 1 pu en los perfiles de tensión. Los resultados muestran los puntos de ajuste óptimo para todas las pruebas realizadas. Por otro lado, en [13] se implementa el cálculo de la inercia mínima como un límite que se debe mantener en los generadores para mantener una estabilidad de frecuencia segura con base en la condición de balance energético de un sistema eléctrico. Para este cálculo de la inercia crítica se requiere de cierta información como el criterio de desempeño del control de frecuencia, la cantidad de pérdida de generación (LoG, por sus siglas en inglés), el desempeño de la reserva de frecuencia primaria y las características de carga. Los resultados obtenidos para la inercia crítica podrían garantizar la estabilidad de frecuencia para diferentes valores de carga. Complementariamente, en [14] se propone un cálculo de inercia usando mediciones sincronizadas de frecuencia y potencia activa. Se aplica a cada generador para estimar la inercia tras una perturbación mediante la ecuación de oscilación. La estimación emplea mínimos cuadrados para minimizar el error, y sus resultados son independientes del tipo, tamaño o ubicación de la perturbación, lo que garantiza confiabilidad.

En [15] se realizan simulaciones en tiempo real con modelos de red eléctrica, en donde se hacen análisis modal, factores de participación y análisis de frecuencia, con el objetivo de verificar la estabilidad del sistema, y diseñar controladores que mejoren la respuesta del sistema ante diversas perturbaciones. Se aplican reguladores convencionales, como los estabilizadores del sistema de potencia (PSS, por sus siglas en inglés), controladores inteligentes (basados en redes neuronales difusas) y SVC. El estudio se aplicó a sistemas de prueba IEEE de 9 nodos, 68 nodos y al sistema Texas 2007 del noreste de Estados Unidos. El artículo [16] aborda la reducción de modelos en sistemas eléctricos de potencia descritos por ecuaciones diferenciales-algebraicas no lineales (NDAE, por sus siglas en inglés), cuyo tamaño y complejidad dificultan el análisis dinámico y el diseño de controladores avanzados. En el artículo se proponen dos métodos de reducción: descomposición ortogonal apropiada y descomposición ortogonal apropiada balanceada, donde esta última además considera criterios de con-

trolabilidad y observabilidad. Ambos métodos operan directamente sobre el modelo NDAE original, reduciendo simultáneamente estados dinámicos y algebraicos sin requerir linealización. Las técnicas se evalúan en sistemas de gran escala, como el IEEE de 39 nodos y la red de Texas de 2000 nodos, mostrando que los modelos reducidos conservan con alta precisión las respuestas dinámicas del sistema completo. Estos enfoques permiten obtener modelos compactos, eficientes y adecuados para aplicaciones de simulación y control en sistemas eléctricos modernos.

Dado todo lo expuesto, la mayoría de trabajos se centran en compensadores estáticos (SVC, ESS) y en controles para plantas renovables, logrando mejoras locales en amortiguamiento y regulación. No obstante, pocos estudios exploran a fondo la inercia y respuesta dinámica de los generadores síncronos en escenarios de alta penetración de energía renovable. Además, los análisis modales y factores de participación rara vez se traducen en leyes de control que minimicen un índice de desempeño definido o una función que penalice simultáneamente las oscilaciones y el esfuerzo de control. En este contexto, se identifica la oportunidad de incorporar un esquema de control óptimo en los generadores síncronos, basado en los factores de participación, obtenidos a partir de un análisis modal, para su sintonización, de manera que actúen coordinadamente para mitigar las oscilaciones de frecuencia y tensión. Por ello, la presente propuesta de tesis plantea el diseño e implementación de un control basado en el modelo matemático del sistema, como lo es la reubicación de polos y el control óptimo, aplicado a generadores síncronos, aprovechando su inercia y capacidad de generación, para mejorar el amortiguamiento global ante perturbaciones y variaciones de carga, propias de las fuentes renovables y cargas variables. Adicionalmente, se considera un controlador robusto basado en la salida del sistema para mejorar la estabilidad del sistema eléctrico ante eventos imprevistos.

1.2 Descripción del problema

El rápido avance tecnológico, el creciente uso de energías renovables, el aumento del consumo eléctrico en hogares e industrias y los efectos en el consumo por el cambio

climático, han elevado las variaciones de generación y demanda. Aunque la infraestructura del sistema eléctrico ha mejorado en capacidad y flexibilidad, el incremento en el número de dispositivos conectados —desde electrodomésticos inteligentes hasta vehículos eléctricos— y la intermitencia de fuentes fotovoltaicas y eólicas intensifican las fluctuaciones en el sistema eléctrico. Debido a que estas fuentes renovables carecen de respuesta inercial —es decir, de la capacidad de aportar potencia inmediata ante variaciones súbitas de carga o generación—, el sistema pierde la amortiguación natural que proporcionan los generadores síncronos; en consecuencia, su integración masiva puede provocar desviaciones de frecuencia o voltaje, y a la vez comprometer la capacidad del sistema para restablecer el equilibrio entre generación y demanda, incrementando la vulnerabilidad frente a perturbaciones y presentando comportamientos indeseados, o incluso llegando a presentar cortes del suministro eléctrico.

Las variaciones de carga generan un desequilibrio entre la generación y la demanda, provocando desviaciones en la frecuencia y el voltaje, que podrían sobrepasar los límites de operación y generar, desde alertas y disparo de protecciones, hasta la desconexión de líneas, subestaciones o centrales, o posibles daños en la infraestructura del sistema. Si bien los controles de regulación primaria y secundaria, junto con los reguladores automáticos de voltaje y los estabilizadores de potencia, permiten restablecer el sistema en la mayoría de las situaciones, se requiere de técnicas de control capaces de mantener la estabilidad y amortiguar las fluctuaciones de frecuencia y voltaje ante variaciones significativas en la carga.

1.3 Hipótesis

Es posible diseñar y aplicar técnicas de control basadas en el modelo matemático mediante retroalimentación de estados y control robusto, para mejorar significativamente la regulación de la dinámica de la frecuencia y el voltaje (f/V) de un sistema eléctrico de potencia (SEP), que particularmente exhibe condiciones de variabilidad considerables por la integración de energías renovables y carga variable, manteniendo las variables reguladas dentro de los rangos de operación establecidos.

Condiciones de operación del sistema bajo estudio: el SEP considera una carga cuya variación lo lleva a operar fuera de sus límites establecidos, tanto para frecuencia como voltaje. Lo anterior motiva a proponer sistemas de control que restablezcan de forma efectiva la operación del SEP, donde los controladores tradicionales pudiesen no presentar los mejores desempeños bajo esas condiciones de alta variabilidad. Los límites operativos contemplados son los dispuestos en el Código de Red Mexicano [17], y que considera para frecuencia un límite máximo de desviación de $\pm 0.3 \text{ Hz}$, mientras que para voltaje de $\pm 5 \%$ de su valor nominal.

1.4 Objetivo general

Diseñar un sistema de control a partir del modelo matemático de un sistema eléctrico de potencia, y aplicarlo en el control de generadores síncronos, con la finalidad de mantener las variables de frecuencia y voltaje dentro de los rangos de operación establecidos ante condiciones críticas de variabilidad.

1.4.1 Objetivos particulares

- Modelar un sistema eléctrico de potencia, considerando los componentes principales que lo integran, para disponer de un modelo diferencial-algebraico sobre el cual se puedan diseñar técnicas de control. Posteriormente, realizar un análisis modal para observar el comportamiento dinámico a partir de los polos, identificando aquellos que tienen más influencia sobre la respuesta dinámica del sistema.
- Implementar a nivel simulación, controladores tradicionales del tipo Proporcional-Integral (PI) y regulación automática de voltaje (AVR) en el generador síncrono y obtener la respuesta ante un perfil de carga constante a tramos y variante con el tiempo. Se hace notar que estos controladores tradicionales pueden ser suficientes bajo condiciones de baja o lenta variabilidad, no obstante, pueden presentar un bajo desempeño en regular variables en un SEP que está sujeto a una perturbación con variaciones más rápidas y de mayor magnitud.

- Diseñar un controlador, usando retroalimentación de estados, para lograr reubicar los polos, con el fin de que la respuesta del sistema tenga un mayor amortiguamiento y un tiempo de respuesta más rápido.
- Diseñar un sistema de control óptimo, sintonizado con teoría de factores de participación, para identificar la relación entre los modos del sistema y las variables de estado, y poder actuar de forma precisa sobre las variables que modifican significativamente la dinámica del sistema.
- Diseñar un controlador basado en la salida, usando el método Super-Twisting (ST), para la regulación de f/V como una medida adicional para el restablecimiento de las variables del sistema. Este controlador basado en la salida es apto para controlar sistemas inciertos y que presentan perturbaciones o entradas externas variantes en el tiempo.
- Realizar un análisis comparativo de forma cualitativa y cuantitativa entre los controladores diseñados, para identificar si existe una mejora respecto a los controladores tradicionales ante la presencia del mismo perfil de variación de carga e inserción de energía renovable intermitente.

1.5 Metodología

La metodología empleada en esta tesis se basa en los siguientes puntos:

- Realizar una revisión bibliográfica detallada para identificar y recopilar los modelos matemáticos que describen cada uno de los elementos del sistema eléctrico de potencia. Finalmente, disponer de un modelo matemático de un SEP sobre el cual poder hacer análisis y diseño de controladores.
- Se realiza un estudio de flujos de potencia con el fin de obtener las condiciones iniciales del sistema en un punto de operación en estado estable, para después linealizar el modelo del SEP alrededor de ese punto de operación.

- A partir del modelo linealizado, se realiza un análisis modal, lo que permite estudiar el comportamiento dinámico del sistema a partir de los eigenvalores y de los factores de participación, para finalmente diseñar un controlador que mejore la respuesta dinámica del sistema, al regular las variables de estado que presentan un mayor factor de participación en los modos del sistema.
- En los casos en que no se disponga de un modelo matemático, se recurre al diseño de los controladores basados en la salida del sistema, los cuales pueden aplicarse tanto al SEP como a fuentes que integran energía activa y reactiva al sistema, por ejemplo, energía proveniente de energías renovables integrada al SEP mediante convertidores de potencia.
- Finalmente, se desarrollaron simulaciones para evaluar el desempeño de los distintos controladores implementados. Los resultados obtenidos se enfocaron en mejorar el tiempo de respuesta, disminuir la magnitud de los sobreimpulsos y amortiguar las oscilaciones.

1.6 Justificación

La creciente integración de energías renovables en los sistemas eléctricos de potencia plantea retos importantes para la estabilidad, principalmente porque este tipo de generación carece de inercia, la cual constituye el mecanismo natural de respuesta inmediata ante desequilibrios entre la generación y la demanda. A ello se suma la intermitencia inherente de las fuentes renovables y el incremento sostenido de la demanda eléctrica por parte de los usuarios, factores que en conjunto pueden derivar en condiciones críticas que vulneren la seguridad y operación del SEP, e incluso se llegue a ocasionar la suspensión parcial del servicio.

Frente a este panorama, resulta necesario implementar estrategias de control que permitan mantener las variables eléctricas dentro de los rangos de operación establecidos. En este sentido, los controladores basados en el modelo matemático representan una alternativa sólida, ya que su diseño considera de manera explícita la dinámica com-

pleta del sistema, entender su comportamiento, y entonces poder actuar eficazmente sobre el control de las variables del sistema, favoreciendo con ello la estabilidad y el desempeño global de la red.

1.7 Aportación de la tesis

La principal aportación de este trabajo es el diseño de un controlador óptimo basado en el modelo matemático del sistema, cuya construcción utiliza los factores de participación para identificar los estados con mayor influencia en la dinámica del sistema eléctrico de potencia, y así sintonizar el controlador. De esta manera, el controlador se enfoca en las variables más relevantes y mejora la regulación de la frecuencia y el voltaje.

Adicionalmente, se propone la integración de un controlador robusto de tipo Super-Twisting basado en la salida del sistema, para ayudar a la regulación de variables. Este esquema permite modelar la inyección o el consumo de potencia activa y reactiva en un nodo específico de la red, similar a los sistemas que integran almacenamientos de energía en procesos de carga y descarga de sus baterías, favoreciendo el restablecimiento del sistema ante perturbaciones. Con ello se logra una estrategia de control complementaria que fortalece la estabilidad, reduce variaciones de frecuencia y voltaje en escenarios con una alta variabilidad de generación, proveniente principalmente de energías renovables, y carga.

1.8 Descripción de capítulos

A continuación, se describe de manera general el contenido de los capítulos:

En el capítulo 2 se tiene el modelado matemático del sistema eléctrico de potencia, en donde se tienen las ecuaciones diferenciales de los generadores síncronos, los sistemas de excitación, el gobernador y las turbinas, mientras que las ecuaciones algebraicas corresponden al modelo de cargas y de líneas de transmisión. En el capítulo 3 se presentan los controladores basados en la salida y a partir del modelo matemático

del sistema en una representación en espacio de estados, donde se describen sus características, propiedades y funcionamiento. En el capítulo 4 se muestran los resultados de simulaciones numéricas de los distintos controladores diseñados, en donde se realiza un análisis de su comportamiento, mencionando las mejoras que presentan. En el capítulo 5 se exponen las conclusiones y los trabajos futuros que se pueden aplicar a este trabajo de tesis.

En el apéndice A se presentan los datos del SEP empleados en la simulación del sistema eléctrico de potencia, mientras que en el apéndice B se muestran las matrices obtenidas que permiten realizar las simulaciones correspondientes a este estudio. Finalmente, en el apéndice C se detallan los pasos seguidos para la solución del sistema diferencial-algebraico del SEP.

Capítulo 2

Modelado de Redes Eléctricas con Integración de Renovables

En este capítulo se aborda la descripción y el modelado matemático de los elementos del SEP, los cuales se dividen en dos grupos: los modelos a partir de ecuaciones diferenciales como el generador síncrono, el sistema de excitación, el gobernador y la turbina; y los modelos a partir de las ecuaciones algebraicas, como lo son el modelo de las líneas de transmisión y las cargas. Además, se aborda la integración de las energías renovables, el impacto que tienen y cómo pueden ser incluidas en el restablecimiento del sistema.

2.1 Descripción de un sistema eléctrico de potencia

Un SEP está conformado por diversos elementos interconectados, cuyo objetivo es generar, transportar y distribuir energía eléctrica de forma segura, eficiente y confiable, garantizando el suministro a la demanda de los usuarios finales. La Figura 2.1 representa el modelo general de un SEP. Su estructura se organiza principalmente en tres partes:

- **Generación:** comprende las centrales eléctricas donde se transforma la energía mecánica, química o renovable en energía eléctrica, destacando los generadores síncronos como los equipos más utilizados.

- **Transmisión:** incluye las líneas de alta tensión, transformadores y subestaciones encargadas de transportar grandes bloques de energía a largas distancias con el menor nivel de pérdidas posible.
- **Distribución:** se encarga de llevar la energía desde los niveles de transmisión hasta los usuarios finales, operando en niveles de voltaje de media y baja tensión, y abasteciendo directamente a las cargas.

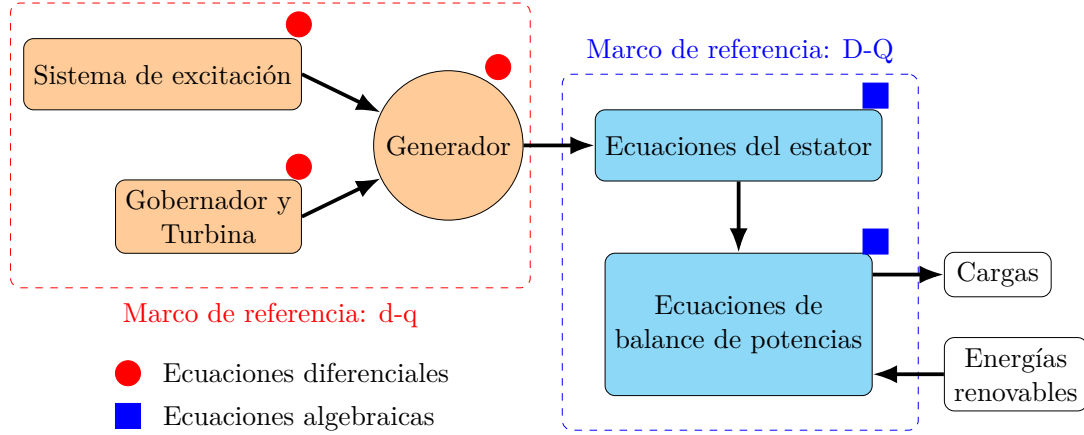


Figura 2.1: Estructura general del SEP.

2.1.1 Descripción matemática de un SEP

El comportamiento de un SEP puede expresarse mediante un conjunto de ecuaciones diferenciales-algebraicas (EDA) [18], dado por

$$\dot{\bar{x}}_l = f_l(\bar{x}_l, \bar{z}_k, \bar{u}_l) \quad (2.1.1a)$$

$$0 = g_l(\bar{x}_l, \bar{z}_k, \bar{u}_l) \quad (2.1.1b)$$

$$\bar{y} = q_l(\bar{x}_l, \bar{z}_k, \bar{u}_l) \quad (2.1.1c)$$

donde $\bar{x}_l$ representa las variables dinámicas, $\bar{z}_k$ el vector de las variables algebraicas y $\bar{u}_l$ representa la entrada del sistema, la notación $\overline{(\cdot)}$ representa las características no lineales del sistema, mientras que $f_l(\cdot)$, $g_l(\cdot)$ y $q_l(\cdot)$ representan las funciones que engloban las ecuaciones diferenciales, algebraicas y las ecuaciones que describen las

salidas del sistema, respectivamente. Al tratarse de un modelo con M generadores y N nodos, los subíndices que se estarán utilizando a lo largo de este trabajo corresponden a $l = 1, \dots, M$, $k = 1, \dots, N$ y $h = M + 1, \dots, N$, donde h representa los nodos en donde no hay generadores.

Las ecuaciones diferenciales (2.1.1a) definidas por $\dot{\bar{x}}$, representan la dinámica de los generadores, turbinas, excitadores y sistemas de control (marco de referencia d-q), mientras que las ecuaciones algebraicas (2.1.1b) (marco de referencia D-Q) describen las restricciones impuestas por la red, asociadas a las leyes de Kirchhoff [9], por último, (2.1.1c) definidas por $\bar{y}$, representa las ecuaciones de las variables que se estarán midiendo en la salida [8].

2.2 Modelado del sistema eléctrico de potencia

El estudio de un sistema eléctrico de potencia requiere contar con un modelo matemático que permita analizar su comportamiento tanto en condiciones de operación normal como ante perturbaciones. Dicho modelo constituye la base para evaluar la estabilidad, confiabilidad y calidad del suministro eléctrico, aspectos esenciales para garantizar el funcionamiento continuo de la red. La incorporación de energías renovables y de nuevos dispositivos de control introduce dinámicas adicionales que deben ser consideradas, lo que hace necesario un marco de modelado más completo y flexible.

2.2.1 Modelo del generador

El generador síncrono es un elemento esencial en las centrales eléctricas, que convierte la energía mecánica de la turbina en energía eléctrica. Su operación se basa en la inducción electromagnética: al girar el campo magnético del rotor a velocidad síncrona, se inducen tensiones trifásicas en el estator, V_a , V_b y V_c , desfasadas 120° , que constituyen la base del suministro eléctrico. Para el análisis dinámico, estas tensiones en el marco abc se transforman al marco dq mediante la transformada de Park, lo que simplifica las ecuaciones del generador, cuyas variables eléctricas y mecánicas se expresan en el

sistema por unidad (p.u.) y están dadas por [19]

$$\begin{aligned}
 T'_{dol} \frac{dE'_{ql}}{dt} &= -E'_{ql} - (X_{dl} - X'_{dl}) \\
 &\quad \left[I_{dl} - \frac{(X'_{dl} - X''_{dl})}{(X'_{dl} - X_{lsl})^2} (\Psi_{1dl} + (X'_{dl} - X_{lsl})I_{dl} - E'_{ql}) \right] + E_{fdl} \\
 T'_{qol} \frac{dE'_{dl}}{dt} &= -E'_{dl} + (X_{ql} - X'_{ql}) \\
 &\quad \left[I_{ql} - \frac{(X'_{ql} - X''_{ql})}{(X'_{ql} - X_{lsl})^2} (\Psi_{2ql} + (X'_{ql} - X_{lsl})I_{ql} + E'_{dl}) \right] \\
 T''_{qol} \frac{d\Psi_{2ql}}{dt} &= -\Psi_{2ql} - E'_{dl} - (X'_{ql} - X_{lsl})I_{ql} \\
 T''_{dol} \frac{d\Psi_{1dl}}{dt} &= -\Psi_{1dl} + E'_{ql} - (X'_{dl} - X_{lsl})I_{dl} \\
 \frac{d\delta_l}{dt} &= \omega_l - \omega_s \\
 \frac{2H_l}{\omega_s} \frac{d\omega_l}{dt} &= T_{Ml} - \left(\frac{(X''_{dl} - X_{lsl})}{(X'_{dl} - X_{lsl})} \right) E'_{ql}I_{ql} - \left(\frac{(X'_{dl} - X''_{dl})}{(X'_{dl} - X_{lsl})} \right) \Psi_{1dl}I_{ql} \\
 &\quad - \left(\frac{(X''_{ql} - X_{lsl})}{(X'_{ql} - X_{lsl})} \right) E'_{dl}I_{dl} + \left(\frac{(X'_{ql} - X''_{ql})}{(X'_{ql} - X_{lsl})} \right) \Psi_{2ql}I_{dl} \\
 &\quad - (X''_{ql} - X''_{dl})I_{dl}I_{ql} - D_{ml}(\omega_l - \omega_s).
 \end{aligned} \tag{2.2.1}$$

El modelo dado por (2.2.1), es una descripción típica de un generador síncrono de sexto orden que elimina los transitorios rápidos de la red y del estator, y considera los efectos dinámicos del devanado de campo y de los amortiguadores ubicados en ambos ejes del rotor. Las variables E'_{ql} , E'_{dl} representan las tensiones internas transitorias en los ejes de cuadratura (q) y directo (d), respectivamente, asociadas al devanado de campo y al acoplamiento electromagnético con el estator. Por su parte, Ψ_{1dl} y Ψ_{2ql} corresponden a los flujos de los devanados amortiguadores dispuestos en los ejes d y q , los cuales modelan el efecto de amortiguamiento producido por las corrientes inducidas en el rotor ante variaciones rápidas del flujo magnético [20]. A estas variables se suman el ángulo del rotor δ_l , la velocidad relativa ω_l y las corrientes I_{dl} , I_{ql} , que vinculan la dinámica eléctrica con la mecánica del generador. Como entradas se consideran el voltaje del excitador E_{fdl} y la potencia mecánica de la turbina T_{Ml} . Las constantes X_{dl} y X_{ql} , representan las reactancias síncronas, mientras que X'_{dl} , X'_{ql} , X''_{dl} y X''_{ql} corresponden a las reactancias transitorias y subtransitorias. Las constantes de tiempo

asociadas a estos regímenes son T'_{dol} , T'_{qol} , T''_{dol} y T''_{qol} . La reactancia de fuga se denota como X_{lsl} , y ω_s corresponde a la velocidad síncrona del sistema, considerada constante. Por su parte, los parámetros mecánicos incluyen la constante de inercia H_l y el factor de amortiguamiento D_{ml} .

Por otro lado, las ecuaciones del estator, las cuales están dadas por [19]

$$\begin{aligned} 0 &= R_{sl} I_{dl} - X''_{ql} I_{ql} - \frac{X''_{ql} - X_{lsl}}{X'_{ql} - X_{lsl}} E'_{dl} + \frac{X'_{ql} - X''_{ql}}{X'_{ql} - X_{lsl}} \Psi_{2ql} + V_l \sin(\delta_l - \theta_l) \\ 0 &= R_{sl} I_{ql} + X''_{dl} I_{dl} - \frac{X''_{dl} - X_{lsl}}{X'_{dl} - X_{lsl}} E'_{ql} - \frac{X'_{dl} - X''_{dl}}{X'_{dl} - X_{lsl}} \Psi_{1dl} + V_l \cos(\delta_l - \theta_l). \end{aligned} \quad (2.2.2)$$

En (2.2.2), se establecen la relación entre el rotor del generador y la red eléctrica. Estas ecuaciones se expresan en el marco de referencia D-Q, el cual gira a una velocidad síncrona, mientras que las ecuaciones del generador se encuentran en el marco de referencia d-q, que gira de acuerdo con la velocidad del rotor. Dado que se tienen diferentes marcos de referencia, es necesario realizar un acoplamiento que permita relacionar las variables del generador con las de la red [21]. Donde R_{sl} corresponde a la resistencia del estator, V_l y θ_l representan la magnitud y el ángulo del voltaje medido en terminales del generador.

2.2.2 Modelo del excitador

El sistema de excitación, en conjunto con el regulador automático de voltaje (AVR, por sus siglas en inglés), constituye un elemento esencial para el control del voltaje en los sistemas eléctricos de potencia. Normalmente está conformado por controladores tradicionales tipo rate-feedback, atraso, adelanto, adelanto-atraso, Proporcional-Integral (PI), Proporcional-Integral-Derivativo (PID), entre otros, dependiendo del tipo de sistema de excitación que se tenga [22]. Su propósito es mantener el nivel de tensión de la máquina síncrona mediante la modificación del voltaje aplicado al devanado de campo [23, 24]. De esta forma, el generador puede responder a cambios en las condiciones de operación y sostener un perfil de voltaje adecuado dentro de la red [19].

El modelo IEEE tipo 1 presentado en la Figura 2.2 corresponde al modelo simplifi-

cado del sistema tipo DC1A, que mantiene el comportamiento fundamental del sistema de excitación [19]. Este está conformado por tres bloques principales: el amplificador, el excitador y el estabilizador. El amplificador procesa la señal de error V_e obtenida de la diferencia entre la señal de control de entrada del voltaje V_{opl} , la cual puede estar dada por una constante o por la salida de un esquema de control, y el voltaje medido en terminales del generador V_l , generando la señal de salida V_{Rl} . El excitador es el dispositivo encargado de suministrar la tensión de campo al devanado del rotor por medio de la variable E_{fdl} , puede ser de tipo rotatorio (con generadores de corriente continua o alterna) o estático (basado en convertidores electrónicos). Finalmente, el estabilizador actúa como un lazo adicional de realimentación diseñado para mejorar el comportamiento dinámico del regulador a partir de la variable R_{fl} , evitando oscilaciones no deseadas y aumentando la robustez del sistema.

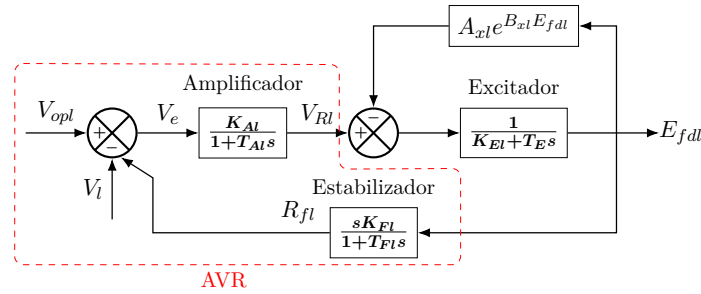


Figura 2.2: Sistema de excitación IEEE tipo 1.

Las ecuaciones diferenciales que se obtienen a partir del diagrama de bloques de la Figura 2.2 están dadas por [19]

$$\begin{aligned}
 T_{Fl} \frac{dR_{fl}}{dt} &= -R_{fl} + \frac{K_{Fl}}{T_{Fl}} E_{fdl} \\
 T_{El} \frac{dE_{fdl}}{dt} &= -\left(K_{El} + A_{xl} e^{B_{xl} E_{fdl}}\right) E_{fdl} + V_{Rl} \\
 T_{Al} \frac{dV_{Rl}}{dt} &= -V_{Rl} + K_{Al} R_{fl} - \frac{K_{Al} K_{Fl}}{T_{Fl}} E_{fdl} + K_{Al} (V_{opl} - V_l)
 \end{aligned} \tag{2.2.3}$$

donde K_{Fl} y T_{Fl} son la ganancia y la constante de tiempo del estabilizador. Asimismo, K_{El} y T_{El} corresponden a la ganancia y la constante de tiempo del excitador. Por

su parte, A_{xl} y B_{xl} representan los coeficientes de saturación magnética de la etapa de excitación. Finalmente, K_{Al} y T_{Al} son la ganancia y la constante de tiempo del amplificador.

2.2.3 Modelo del gobernador y turbina

El diagrama de bloques mostrado en la Figura 2.3 representa el sistema conformado por el gobernador de velocidad y la turbina de vapor sin recalentamiento, cuyo propósito es regular la frecuencia de los generadores [19]. El gobernador y la turbina desempeñan un papel importante en la dinámica de la frecuencia. En condiciones nominales, la frecuencia se mantiene estable al conservar el equilibrio entre la generación y la demanda. Sin embargo, cuando se presenta una variación de carga que ocasiona un desequilibrio de potencia carga-generación, surge una desviación en la velocidad angular del generador dada por $\Delta\omega_l = \frac{\omega_l}{\omega_s} - 1$, que se refleja directamente en la frecuencia del sistema [9]. Al ocurrir esto, el gobernador ajusta la apertura de la válvula a partir de P_e , cuyo tiempo de respuesta corresponde a la constante de tiempo T_{SVI} , regulando P_{SVI} , que corresponde a la cantidad de vapor que se entrega a la turbina, y ésta a su vez modifica el par mecánico aplicado al eje del generador, con una constante de tiempo de T_{CHI} , por medio de T_{MI} [25].

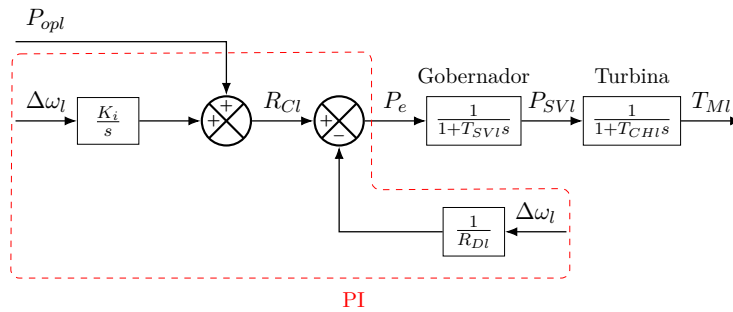


Figura 2.3: Sistema de gobernador y turbina

Las ecuaciones diferenciales que se obtienen a partir del diagrama de bloques de la

Figura 2.3 están dadas por [19]

$$\begin{aligned} T_{CHl} \frac{dT_{Ml}}{dt} &= -T_{Ml} + P_{SVl} \\ T_{SVl} \frac{dP_{SVl}}{dt} &= -P_{SVl} + R_{Cl} - \frac{1}{R_{Dl}} \left(\frac{\omega_l}{\omega_s} - 1 \right). \end{aligned} \quad (2.2.4)$$

La respuesta del sistema está determinada por el estatismo del regulador, R_{Dl} , el cual define la relación entre la variación de potencia y el cambio relativo de la frecuencia [9], generando así el proceso de regulación primaria, el cual logra restablecer la frecuencia a un valor por debajo del valor de referencia. Por otro lado, la regulación secundaria, representada por la variable $R_{Cl} = P_{opl} + K_i \int \Delta\omega_l dt$, considerada como una señal de entrada externa del sistema, cuyo objetivo es eliminar el error en estado estable y restablecer la frecuencia nominal del sistema a partir de una ganancia K_i y la integral de $\Delta\omega_l$ [26]. Adicionalmente se tiene la variable P_{opl} la cual puede estar dada por una constante o por la salida de un esquema de control. El proceso de regulación primaria y secundaria, mostrado en la Figura 2.4, corresponde al comportamiento de un controlador tipo PI, el cual se analizará con más detalle en el Capítulo 3.

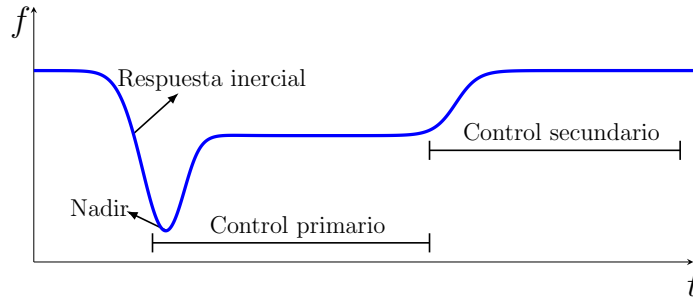


Figura 2.4: Respuesta de la frecuencia con control primario y secundario.

2.2.4 Modelo de las líneas de transmisión

En un SEP debe existir siempre un balance entre la potencia generada, la potencia que circula a través de las líneas de transmisión y la demandada por los usuarios, con el fin de garantizar la integridad del sistema [27]. El análisis de flujos de potencia es la herramienta utilizada a partir de la cual se indican las condiciones estacionarias

en que se encuentra trabajando el sistema. A partir de la información disponible en cada tipo de nodo se obtienen las magnitudes de voltaje y los ángulos de fase, lo que permite calcular las pérdidas de potencia en los elementos de transmisión, así como las potencias generadas o absorbidas en los nodos; de esta manera, se obtiene el balance de potencia de cada elemento del sistema [28].

Para llevar a cabo este análisis se requiere partir de un punto en donde el sistema se encuentre completamente balanceado, es decir, que la suma de las potencias sea igual a cero. Las ecuaciones que describen el balance de flujos están dadas por

$$0 = P_G - P_L - P_T \quad (2.2.5)$$

$$0 = Q_G - Q_L - Q_T$$

donde P_G y Q_G representan la potencia activa y reactiva generada, P_L y Q_L la potencia activa y reactiva demandada por las cargas, y P_T y Q_T la potencia activa y reactiva asociada a los elementos de transmisión. El cálculo de las potencias activa y reactiva se realiza a partir del concepto de potencia compleja S del sistema, el cual está dado por

$$S = VI^* = P + jQ \quad (2.2.6)$$

donde V es el fasor del voltaje, I^* es la corriente compleja conjugada, P representa la potencia activa y Q la potencia reactiva.

En el caso particular de las potencias generadas P_{Gl} y Q_{Gl} , estas corresponden a las potencias activa y reactiva entregadas por los generadores síncronos al sistema eléctrico. Su cálculo parte de la potencia compleja [19]

$$\begin{aligned} S_{Gl} &= V_l I_l^* = V_l e^{j\theta_l} (I_{dl} - jI_{ql}) e^{-j(\delta_l - \frac{\pi}{2})} \\ P_{Gl} &= V_l (I_{dl} \sin(\delta_l - \theta_l) + I_{ql} \cos(\delta_l - \theta_l)) \\ Q_{Gl} &= V_l (I_{dl} \cos(\delta_l - \theta_l) - I_{ql} \sin(\delta_l - \theta_l)) \end{aligned} \quad (2.2.7)$$

donde S_{Gl} representa la potencia compleja y I_l^* la corriente compleja conjugada en los

generadores.

En cuanto a las potencias asociadas a las líneas de transmisión P_{Th} y Q_{Th} , estas se calculan a partir de la matriz de admitancias nodales Y_{bus} de dimensión $N \times N$, la cual concentra la información eléctrica de todo el sistema a través de los parámetros de cada línea, representados en su modelo en π [9]. Dado que Y_{bus} relaciona los voltajes nodales con las corrientes inyectadas en cada nodo, es posible obtener la potencia compleja de las líneas de transmisión, S_{Th} , a partir de [19]

$$\begin{aligned}
 S_{Th} &= V_h I_h^* = \sum_{r=1}^N V_h V_r Y_{hr} e^{j(\theta_h - \theta_r - \angle Y_{hr})} \\
 P_{Th} &= \sum_{r=1}^N V_h V_r |Y_{hr}| \cos(\theta_h - \theta_r - \angle Y_{hr}) \\
 Q_{Th} &= \sum_{r=1}^N V_h V_r |Y_{hr}| \sin(\theta_h - \theta_r - \angle Y_{hr})
 \end{aligned} \tag{2.2.8}$$

Finalmente, al sustituir (2.2.7) y (2.2.8) en (2.2.5), se obtienen las ecuaciones de balance de potencia activa y reactiva para cada nodo del sistema.

■ Ecuaciones de balance de potencias activas

$$\begin{aligned}
 0 &= V_l \left(I_{dl} \sin(\delta_l - \theta_l) + I_{ql} \cos(\delta_l - \theta_l) \right) - P_{Ll} \\
 &\quad - \sum_{r=1}^N V_l V_r |Y_{lr}| \cos(\theta_l - \theta_r - \angle Y_{lr})
 \end{aligned} \tag{2.2.9}$$

$$0 = -P_{Lh} - \sum_{r=1}^N V_h V_r |Y_{hr}| \cos(\theta_h - \theta_r - \angle Y_{hr}) \tag{2.2.10}$$

■ Ecuaciones de balance de potencias reactivas

$$\begin{aligned}
 0 &= V_l \left(I_{dl} \cos(\delta_l - \theta_l) - I_{ql} \sin(\delta_l - \theta_l) \right) - Q_{Ll} \\
 &\quad - \sum_{r=1}^N V_l V_r |Y_{lr}| \sin(\theta_l - \theta_r - \angle Y_{lr})
 \end{aligned} \tag{2.2.11}$$

$$0 = -Q_{Lh} - \sum_{r=1}^N V_h V_r |Y_{hr}| \sin(\theta_h - \theta_r - \angle Y_{hr}) \tag{2.2.12}$$

Teniendo que (2.2.9) y (2.2.11) corresponden al balance de potencias en los nodos de generación, y (2.2.10) y (2.2.12) corresponden a los nodos de carga.

Tipos de nodos

En un SEP los nodos se clasifican en función de los elementos conectados a ellos y de las variables eléctricas que se consideran conocidas o desconocidas en el análisis de flujo de potencia. De manera general, se distinguen tres tipos principales: el nodo de referencia o Slack, los nodos de generación (PV) y los nodos de carga (PQ) [28].

- **Nodo Slack:** También denominado nodo de referencia, es aquel en el que se conocen la magnitud de voltaje y ángulo de fase. Este nodo se encarga de compensar las pérdidas de potencia activa y reactiva del sistema. Generalmente se selecciona en función de la capacidad de generación de una planta y actúa como el principal responsable de mantener la frecuencia del sistema [28].
- **Nodo PV:** Este nodo se caracteriza por tener conectado al menos una unidad de generación, por lo que se conocen la magnitud del voltaje y la potencia activa. Estos valores permanecen constantes debido a los sistemas de excitación y el sistema de gobernador y turbina [28].
- **Nodo PQ:** También conocido como nodo de carga, se define porque en él son conocidas las potencias activa y reactiva demandadas, mientras que la magnitud de voltaje y el ángulo de fase son incógnitas [28].

Tabla 2.1: Tipos de nodos y sus variables

Tipo de nodo	Datos	Incógnitas
Slack	V, δ	P_G, Q_G
PV	P_G, V	Q_G, δ
PQ	P_L, Q_L	V, δ

2.2.5 Modelo de carga

El modelo utilizado para representar las perturbaciones en el sistema corresponde al modelo de las cargas estáticas, debido a que permite expresar la potencia activa y

reactiva consumida como funciones algebraicas de la magnitud del voltaje en el nodo. A diferencia de los modelos dinámicos, estas cargas no incorporan ecuaciones diferenciales, sino que se describen mediante relaciones directas que vinculan la demanda con el nivel de tensión del sistema. El modelo se formula a partir de los valores de referencia del voltaje V_0 , y de las potencias P_0 y Q_0 , que corresponden a los valores de equilibrio del voltaje y de la carga en condiciones nominales, y de los exponentes α y β , los cuales permiten representar distintas características: potencia constante ($\alpha = \beta = 0$), corriente constante ($\alpha = \beta = 1$) o impedancia constante ($\alpha = \beta = 2$) [20]. Las ecuaciones que describen este comportamiento se expresan como

$$\begin{aligned} P_L &= (P_0 + P_{in}) \left(\frac{V}{V_0} \right)^\alpha \\ Q_L &= (Q_0 + Q_{in}) \left(\frac{V}{V_0} \right)^\beta. \end{aligned} \tag{2.2.13}$$

Con el objetivo de analizar la respuesta del sistema ante distintas condiciones de operación, este trabajo considera dos tipos de variaciones de carga: constantes y dependientes del tiempo, ambas aplicadas a través de los parámetros P_{in} y Q_{in} en (2.2.13).

- Constante: P_{in} y Q_{in} presentan un comportamiento tipo escalón, lo que produce cambios súbitos en los valores de potencia activa y reactiva respecto a sus condiciones nominales. Estas perturbaciones permiten evaluar la capacidad del sistema para responder frente a incrementos o reducciones abruptas de la demanda.

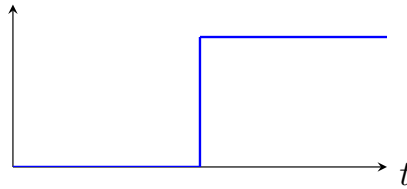


Figura 2.5: Señal escalón.

- Variable: aquí, P_{in} y Q_{in} se consideran dependientes del tiempo y siguen una señal de tipo senoidal a la cual se incorpora un nivel de ruido. Este planteamiento busca que, a partir de una señal de prueba con estas características, se pueda evaluar el desempeño de los controladores bajo condiciones más exigentes.

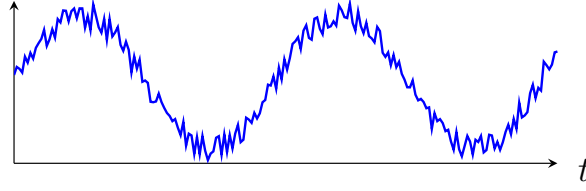


Figura 2.6: Señal senoidal con ruido.

Comportamiento dinámico de un SEP ante variaciones de carga

La alta penetración de energías renovables transforma el comportamiento dinámico de los SEP. Al desplazar unidades síncronas, disminuyen la inercia y la capacidad de mantenerse estable frente a perturbaciones, lo que estrecha los márgenes de estabilidad de frecuencia y de voltaje [29]. Ante una perturbación por una caída en la generación o un aumento repentino de la demanda, la tasa de cambio de frecuencia (RoCoF, por sus siglas en inglés) aumenta conforme disminuye la constante de inercia H del sistema. En estas condiciones, el nadir de frecuencia —definido como el valor mínimo que alcanza la frecuencia del sistema tras una perturbación antes de iniciar su recuperación— tiende a ser más pronunciado, incrementando la probabilidad de que se activen protecciones automáticas o se produzcan desconexiones de carga [30]. En presencia de una alta proporción de recursos basados en inversores, una coordinación inadecuada puede incluso propiciar desconexiones en cascada durante transitorios severos [31]. En cuanto al voltaje, la menor aportación de potencia reactiva y la reducción de la capacidad de soporte eléctrico del SEP —asociada a un índice de cortocircuito (SCR, por sus siglas en inglés) más bajo— vuelven al sistema más vulnerable a fluctuaciones y mecanismos de inestabilidad o colapso, especialmente cuando la generación renovable varía con rapidez o se presentan perturbaciones en enlaces de corriente directa en alta tensión (HVDC, por sus siglas en inglés) [31].

Recursos de soporte dinámico para la estabilidad del SEP

Para sostener el estado nominal del SEP con alta participación renovable y variaciones de carga, se combinan soluciones probadas: inercia virtual mediante control de inversores [29], FACTS, SVC y STATCOM para soporte de tensión, junto con condensadores

síncronos y, cuando procede, reducción selectiva de generación renovable [31]. Por otro lado, los sistemas de baterías (BESS, por sus siglas en inglés) pueden ayudar a mantener estable el SEP, actuando en dos frentes principales. Primero, con la potencia activa: las baterías se encargan de suministrar energía cuando la generación renovable es baja o la demanda sube, lo que ayuda a frenar la caída de frecuencia y a elevar el nadir; de forma inversa, pueden absorber energía cuando hay exceso de generación, evitando sobre-frecuencias [32]. Segundo, con la potencia reactiva: a través de sus inversores, se inyectan o consumen reactivos para sostener los niveles de voltaje y mejorar la estabilidad de tensión en la red [33]. Su desempeño depende del tamaño del banco de baterías, el estado de carga y la coordinación con los controles de los generadores renovables y los servicios auxiliares del SEP [31]. La inyección/consumo de potencia activa y reactiva en el modelo del sistema a partir de un nodo de carga está dada por [20]

$$\begin{aligned} P_L &= (P_0 - P_{ren}(f)) \left(\frac{V}{V_0} \right)^\alpha \\ Q_L &= (Q_0 - Q_{ren}(V)) \left(\frac{V}{V_0} \right)^\beta \end{aligned} \tag{2.2.14}$$

donde P_{ren} y Q_{ren} son la potencia activa y reactiva, respectivamente, que se consumen durante el proceso de carga de la batería o se inyectan durante su descarga, las cuales dependen de las mediciones locales de frecuencia y voltaje del mismo nodo. En caso de no contar con dichas mediciones, también puede considerarse la velocidad ω_l y el voltaje en terminales V_l de los generadores cercanos al

2.3 Conclusiones del capítulo 2

Este capítulo se centra en la formulación de los modelos matemáticos de los elementos que conforman un sistema eléctrico de potencia y en la descripción de su interacción mediante ecuaciones diferenciales y algebraicas. Asimismo, se identifican las variables susceptibles de recibir señales externas, ya sea para generar perturbaciones o para mantener el sistema en su estado nominal mediante una ley de control basada en el modelo desarrollado.

Capítulo 3

Diseño de Sistemas de Control

Este capítulo aborda el diseño y la formulación de los sistemas de control propuestos para los modelos del sistema eléctrico de potencia, los cuales se clasifican en dos grupos principales: controladores basados en la salida y controladores fundamentados en el modelo matemático del sistema, cada uno con distintos criterios de diseño y desempeño dinámico.

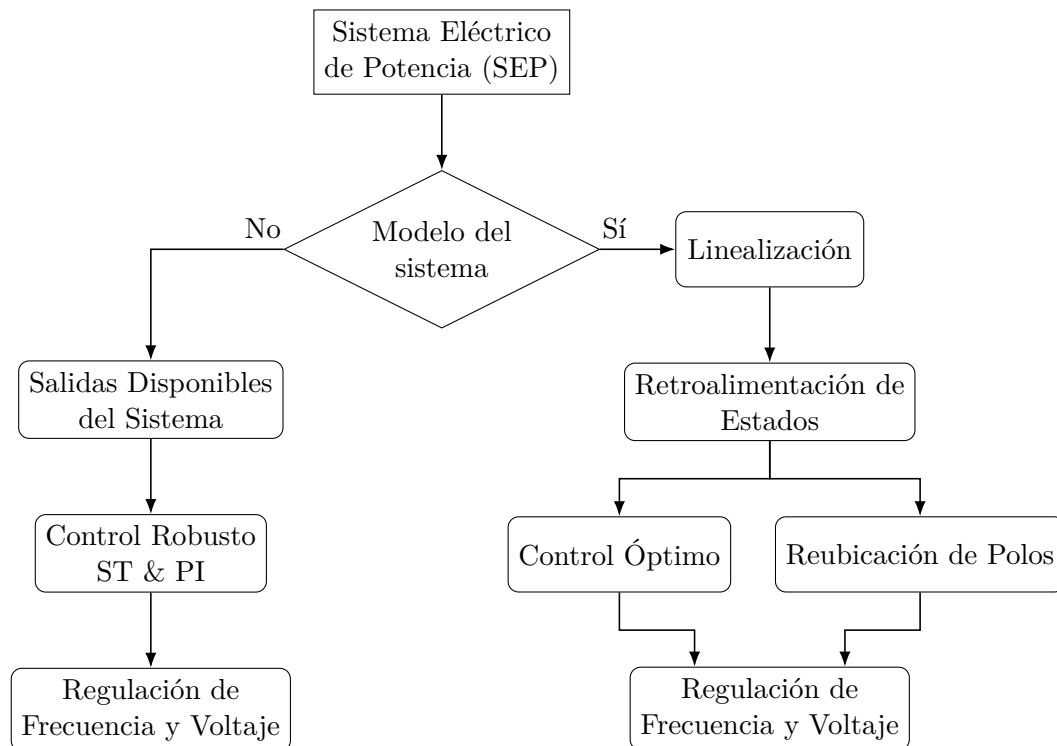


Figura 3.1: Diagrama general de la selección de las estrategias de control para un SEP.

En la Figura 3.1 se presenta el diagrama general de flujo para la selección de estrategias de control orientadas a mantener una adecuada regulación de frecuencia y voltaje. Si no se dispone del modelo matemático del sistema, lado izquierdo, se emplean controladores basados en la salida, como el ST o el PI. En caso contrario, cuando se cuenta con el modelo, lado derecho, generalmente es necesario realizar una linealización sobre la cual se diseña la ley de control mediante reubicación de polos o control óptimo.

3.1 Control basado en la salida

En un sistema, al no contar con el modelo matemático, teniendo acceso sólo a las salidas del sistema, se recurre a métodos de control basados en la salida. Dentro de esta categoría se encuentran los controladores tipo Proporcional-Integral-Derivativo (PID) y redes de compensación atraso-adelanto, ampliamente utilizados en aplicaciones industriales por su relativa simplicidad. Por otro lado, el control por modos deslizantes, que ofrece robustez frente a incertidumbres del modelo, y en particular el control robusto Super-Twisting (ST), es una variante que mejora la suavidad del control, el cual no presenta discontinuidades típicas de modos deslizantes básicos.

3.1.1 Control Proporcional-Integral

El controlador Proporcional-Integral (PI) es uno de los reguladores más utilizados en la industria, en aplicaciones mecánicas y en sistemas eléctricos de potencia, esto debido a su simplicidad, facilidad de implementación y a los buenos resultados que ofrece frente a perturbaciones constantes, incluso en presencia de ruido [34, 35].

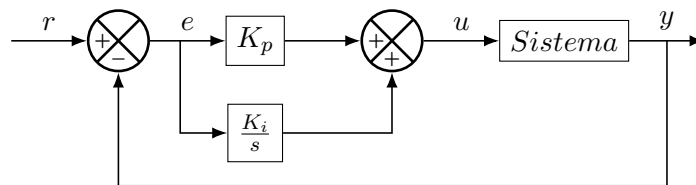


Figura 3.2: Diagrama de bloques del controlador PI.

El principio de funcionamiento del PI consiste en comparar de forma continua la señal de referencia r con la salida del sistema y , generando un error definido como $e = r - y$. A partir de este error, se determina la acción de control u , cuyo diagrama de bloques se muestra en la Figura 3.2. La ley de control correspondiente está dada por

$$u = -K_p e + K_i \int e dt \quad (3.1.1)$$

donde la ganancia proporcional K_p actúa de manera inmediata sobre el error, proporcionando una respuesta rápida, mientras que la ganancia integral K_i elimina el error en régimen permanente [36].

3.1.2 Control por modos deslizantes

El control por modos deslizantes (SMC, por sus siglas en inglés) es un control robusto del tipo no lineal, basado en la salida, que puede ser implementado en sistemas que presentan diversas perturbaciones e incertidumbres, incluso cuando se presentan en el mismo sistema, tanto constantes como variantes con el tiempo. Se considera un método de control robusto debido a que mantiene al sistema dentro de un rango de operación, denominado superficie de deslizamiento, aplicando correcciones de forma inmediata ante cualquier desviación que se presente. Sin embargo, la señal de control que se genera es del tipo discontinua, lo que provoca el efecto de cascabeleo o “chattering”, en el cual se presentan oscilaciones a una alta frecuencia, que en sistemas físicos puede presentar un mal funcionamiento de equipos electrónicos, fatiga o daños irreparables [37]. La ley de control que se genera tiene la forma

$$u = -K \operatorname{sign}(e) \quad (3.1.2)$$

donde u es la entrada de control que le llega directamente al sistema, e corresponde a la superficie de deslizamiento diseñada para que el sistema alcance y permanezca

sobre ella y K es la ganancia que asegura la convergencia del sistema [38]. La función discontinua $\text{sign}(\cdot)$ se define como

$$\text{sign}(e) = \begin{cases} 1, & e > 0 \\ 0, & e = 0 \\ -1, & e < 0. \end{cases} \quad (3.1.3)$$

La superficie de deslizamiento e está diseñada a partir de la diferencia entre la referencia y la salida del sistema, de esta manera, cuando el error sea cero, significa que el sistema se encuentra operando justo en el punto de operación deseado. En este esquema de control, la entrada u conmuta a alta frecuencia para obtener el error cercano a cero.

Super-Twisting

El algoritmo Super-Twisting (ST) es una técnica de modos deslizantes de segundo orden que está diseñado específicamente para sistemas de grado relativo uno, es decir, sistemas en los que la entrada aparece explícitamente en la primera derivada de la salida. Su principal objetivo es llevar en un tiempo finito la variable de deslizamiento e , definida por la diferencia entre la referencia y la salida del sistema, y su derivada $\dot{e}$ a cero. Para lograr esto, se tienen dos elementos: (i) un término continuo dado por $\sqrt{|e|} \text{sign}(e)$, que actúa como un amortiguamiento no lineal: genera una acción correctiva con fuerza cuando $|e|$ es grande y con sutileza cuando se aproxima a cero, lo que reduce el problema del “chattering” típico del control de modos deslizantes de primer orden [37]; y (ii) un estado integrador con derivada discontinua $\text{sign}(e)$, que introduce la dinámica de segundo orden, que aporta un fuerte rechazo a perturbaciones y sesgos, y garantiza la convergencia en tiempo finito de e y $\dot{e}$ [38].

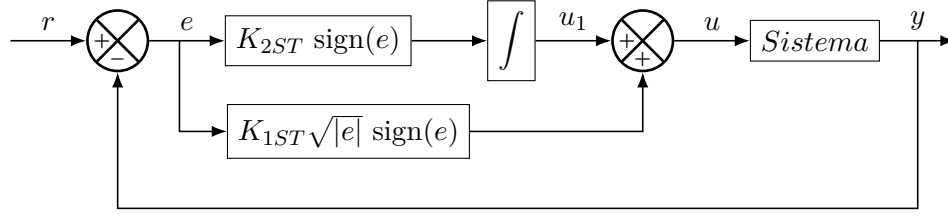


Figura 3.3: Diagrama de bloques del controlador Super-Twisting.

A partir del diagrama de bloques [39], mostrado en la Figura 3.3, se tiene la ley de control del algoritmo Super-Twisting dada por

$$\begin{aligned} u &= K_{1ST} \sqrt{|e|} \text{sign}(e) + u_1 \\ \dot{u}_1 &= K_{2ST} \text{sign}(e) \end{aligned} \quad (3.1.4)$$

donde K_{1ST} y K_{2ST} son las ganancias de diseño del controlador, $\text{sign}(\cdot)$ es la función signo $(-1, 0, 1)$, u es la entrada del sistema, u_1 es un estado auxiliar generado por el integrador. En la implementación, $\text{sign}(e)$ puede sustituirse por $\tanh(100e)$ para suavizar la conmutación, y lograr simulaciones que consuman menor tiempo de ejecución.

Ejemplo

Para demostrar el desempeño del controlador Super-Twisting en comparación con el controlador Proporcional-Integral se lleva a cabo una simulación en donde se toma como ejemplo el sistema de primer orden dado por

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -x + u + v \\ y &= x \end{aligned}$$

donde x representa el estado del sistema, u corresponde a la entrada dada por la señal del controlador y v corresponde a una perturbación variante con el tiempo. El error está definido como $e = r - y$, mientras la acción de control para el PI y el ST está dada por (3.1.1) y (3.1.4), respectivamente.

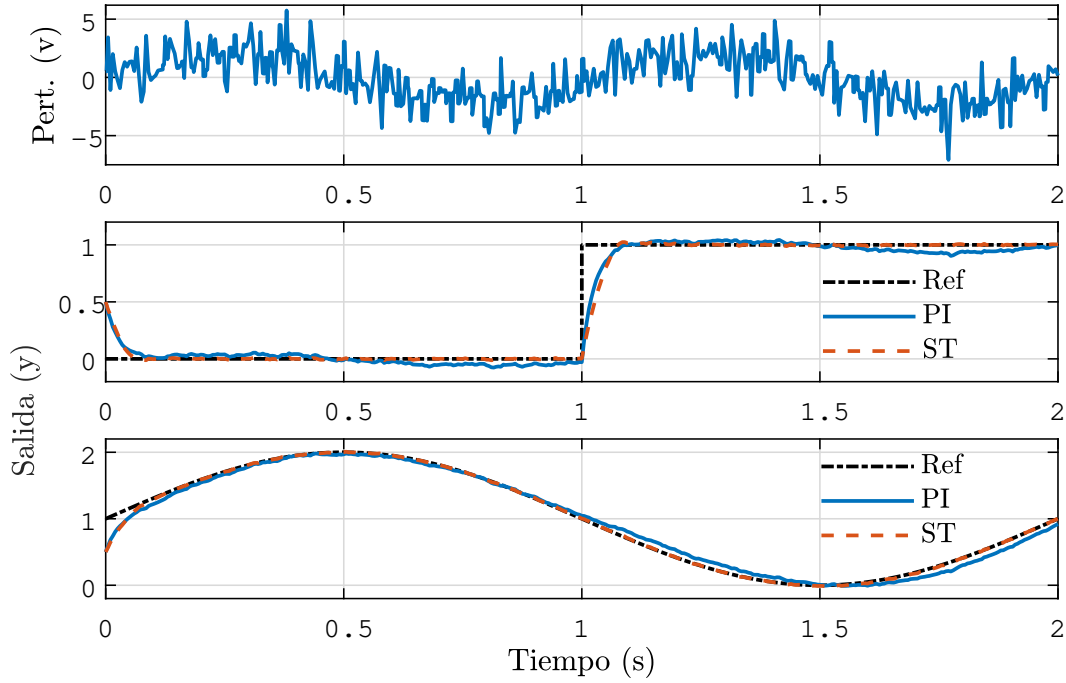


Figura 3.4: Comparación de los controladores PI y ST con referencia constante (2da gráfica) y variante (3ra gráfica), ante una perturbación (1ra gráfica).

Los resultados de la simulación se muestran en la Figura 3.4, donde el sistema parte de condiciones iniciales $x_1 = 0.5$. Se consideran dos escenarios de seguimiento de referencia: uno constante, representado por un escalón de amplitud 1, y otro variante, descrito por una señal senoidal de amplitud 1 y frecuencia de 3.1416 Hz. Puede observarse que, ante la perturbación temporal, el controlador ST mantiene la salida cercana a la referencia tanto en el caso de escalón como cuando la referencia es variante, mostrando buena capacidad de rechazo y seguimiento en donde las ganancias utilizadas son $K_{1ST} = 20$ y $K_{2ST} = 19$. En contraste, el controlador PI, requiere ganancias más altas, con valores de $K_p = 40$ y $K_i = 25$. Si bien elimina el error en condiciones constantes, exhibe oscilaciones persistentes cuando la perturbación cambia con el tiempo y, ante referencias variantes, presenta un atraso de fase y mayor error de seguimiento. Este comportamiento se observa en la Figura 3.5, donde la gráfica superior corresponde al error frente a una referencia constante, mientras que la inferior muestra el error asociado a la referencia variante.

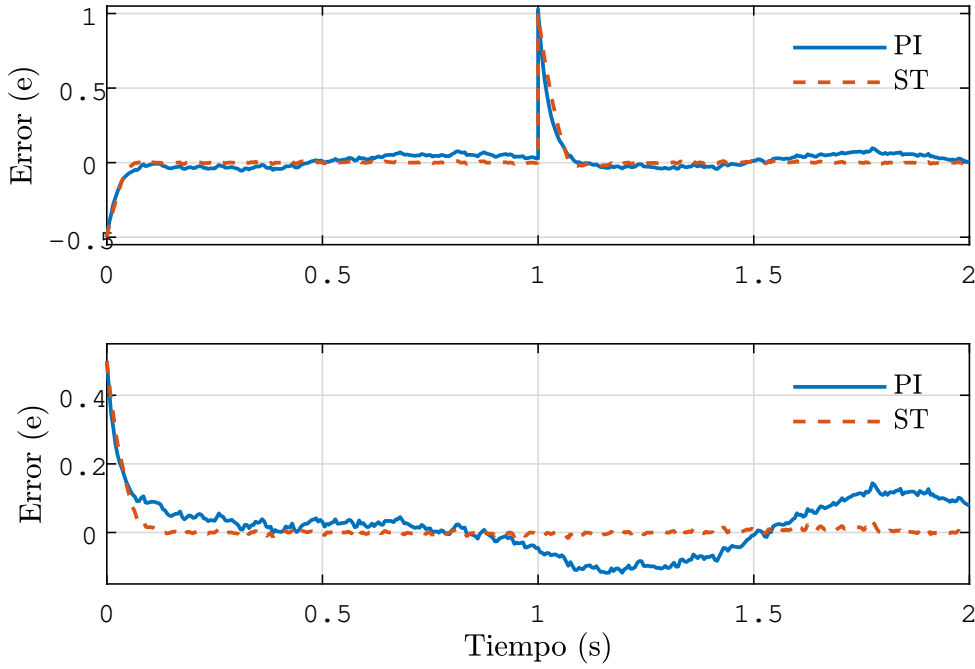


Figura 3.5: Comparación de las señales de error de los controladores PI y ST respecto a una referencia constante (1ra gráfica) y variante (2da gráfica).

3.2 Linealización y características para el diseño de control

La mayoría de los sistemas físicos, representados por sus modelos matemáticos, presentan comportamientos del tipo no lineal, lo que complica su análisis y diseño de control. No obstante, es posible aproximarlos mediante un modelo lineal cuando se estudian alrededor de un punto de operación. Este procedimiento, denominado linealización, se basa en el desarrollo en series de Taylor y en la retención de los términos hasta el de primer orden, lo que permite obtener un modelo lineal válido en un rango limitado de operación del sistema no lineal [36].

3.2.1 Linealización

Dado que los modelos matemáticos presentados en la Sección 2.2 son de carácter no lineal, resulta necesario aplicar un proceso de linealización alrededor de un punto de

operación. Esto posibilita el diseño y la implementación de los controladores descritos en este trabajo. A partir de (2.1.1), se define el vector de variables diferenciales que corresponden a los modelos del generador, sistema de excitación, gobernador y turbinas, de tamaño n , el vector de variables algebraicas que corresponden al modelo de líneas de transmisión y de carga, de tamaño a , y el vector de entradas al sistema de tamaño m

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \left[\omega_l, E'_{ql}, \psi_{1dl}, E'_{dl}, \psi_{2ql}, \delta_l, E_{fdl}, V_{Rl}, R_{fl}, T_{Ml}, P_{SVl} \right]^T \\ \bar{z} &= \begin{bmatrix} I_{d1}, I_{d2}, \dots, I_{dl} \\ I_{q1}, I_{q2}, \dots, I_{ql} \\ V_1, V_2, \dots, V_k \\ \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k \end{bmatrix} \\ \bar{u} &= \left[V_{opl}, R_{Cl} \right]^T.\end{aligned}$$

La linealización de (2.1.1) alrededor de un punto de operación (x_0, z_0, u_0) , está representada por [8]

$$\dot{\bar{x}}_{l0} = f_{l0}(\bar{x}_{l0}, \bar{z}_{k0}, \bar{u}_{l0}) \quad (3.2.1a)$$

$$0 = g_{l0}(\bar{x}_{l0}, \bar{z}_{k0}, \bar{u}_{l0}) \quad (3.2.1b)$$

$$\bar{y}_0 = q_{l0}(\bar{x}_{l0}, \bar{z}_{k0}, \bar{u}_{l0}). \quad (3.2.1c)$$

donde las desviaciones dadas por una perturbación se definen como $\bar{x} = \bar{x}_0 + x$, $\bar{z} = \bar{z}_0 + z$, $\bar{u} = \bar{u}_0 + u$, $\dot{\bar{x}} = \dot{\bar{x}}_0 + \dot{x}$ y $\bar{y} = \bar{y}_0 + y$. De está manera, el sistema linealizado se puede representar por las derivadas parciales de las funciones [18]

$$\dot{x} = \frac{\partial f}{\partial x}x + \frac{\partial f}{\partial z}z + \frac{\partial f}{\partial u}u \quad (3.2.2a)$$

$$0 = \frac{\partial g}{\partial x}x + \frac{\partial g}{\partial z}z + \frac{\partial g}{\partial u}u \quad (3.2.2b)$$

$$y = \frac{\partial q}{\partial x}x + \frac{\partial q}{\partial z}z + \frac{\partial q}{\partial u}u. \quad (3.2.2c)$$

Despejando z de (3.2.2b) y sustituyendo en (3.2.2a) y (3.2.2c), se puede obtener el sistema linealizado en representación en espacio de estado dado por

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du\end{aligned}\tag{3.2.3}$$

donde $x = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^T$ es el vector de estados del modelo, $u = [u_1 \ u_2 \ \dots \ u_m]^T$ es el vector de entradas del sistema y y es la salida del sistema. Las matrices A , B , C y D están dadas por [18]

$$\begin{aligned}A &= \left[\frac{\partial f}{\partial x} - \frac{\partial f}{\partial z} \left(\frac{\partial g}{\partial z} \right)^{-1} \frac{\partial g}{\partial x} \right], \quad B = \left[\frac{\partial f}{\partial u} - \frac{\partial f}{\partial z} \left(\frac{\partial g}{\partial z} \right)^{-1} \frac{\partial g}{\partial u} \right] \\ C &= \left[\frac{\partial q}{\partial x} - \frac{\partial q}{\partial z} \left(\frac{\partial g}{\partial z} \right)^{-1} \frac{\partial g}{\partial x} \right], \quad D = \left[\frac{\partial q}{\partial u} - \frac{\partial q}{\partial z} \left(\frac{\partial g}{\partial z} \right)^{-1} \frac{\partial g}{\partial u} \right].\end{aligned}$$

El punto de operación (x_0, z_0, u_0) sobre el cual se realiza la linealización corresponde al mismo que se obtiene al momento de calcular las condiciones iniciales del sistema a partir de la solución de flujos de potencia, y representa el estado en el que el SEP opera en condición de estado estable.

3.2.2 Eigenvalores

Los eigenvalores o valores propios, representados por λ , son parámetros que describen el comportamiento dinámico de un sistema lineal, o bien, linealizado. Particularmente, los eigenvalores del SEP se obtienen a partir de la matriz A del sistema linealizado [20], dada en (3.2.3), y resolviendo la ecuación característica

$$\det(A - \lambda I) = 0\tag{3.2.4}$$

donde I representa una matriz identidad de tamaño $n \times n$, donde n es el orden del sistema. Cada eigenvalor, llamado también valor propio, puede expresarse como $\lambda_j = \sigma_j + j\omega_j$, donde σ_j representa la parte real, ω_j la parte imaginaria y el subíndice

$j = 1, 2, \dots, n.$

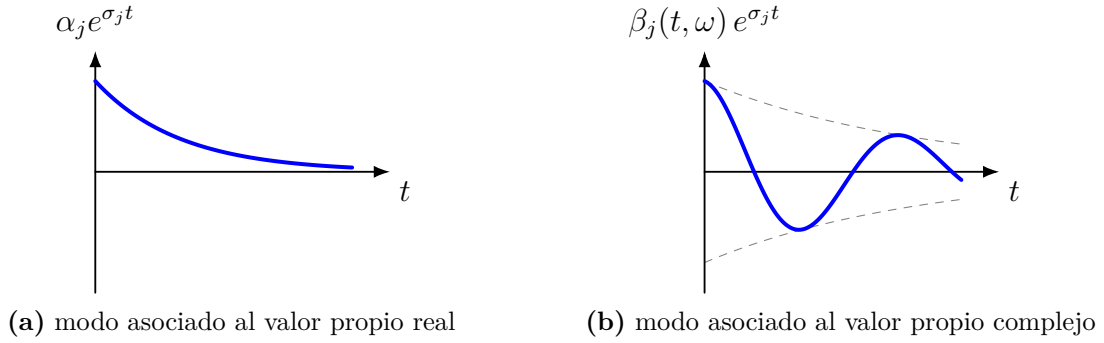


Figura 3.6: Comportamiento de los modos y sus respuestas en el tiempo.

El comportamiento modal respecto al tiempo se describe en la Figura 3.6. En este contexto, un modo representa una dinámica característica asociada a un determinado valor propio, mismo que puede modificarse mediante control para lograr un comportamiento conveniente [20].

Las respuestas temporales difieren según el tipo de valor propio, considerando que los eigenvalores tienen parte real negativa: **(a)** los valores propios reales exhiben un modo de decaimiento exponencial monótono, y **(b)** los valores propios complejos representan un modo oscilatorio con una envolvente exponencialmente decreciente [20, 40]. El término α_j , asociado a un valor propio real $\lambda = \sigma_j$, describe un modo no oscilatorio determinado por las condiciones iniciales y parámetros del sistema, representando la amplitud modal. Por su parte, el modo oscilatorio $\beta_j(t, \omega)$, asociado a valores propios complejos de la forma $\lambda = \sigma_j + j\omega_j$, capta inherentemente el componente oscilatorio, caracterizando el comportamiento de oscilación del sistema. En ambos modos, la parte real σ_j de los valores propios define el decaimiento exponencial, mientras que la parte imaginaria ω_j define la frecuencia de oscilación [20]. En modos oscilatorios, la razón de amortiguamiento está dada por

$$\zeta_j = -\frac{\sigma_j}{\sqrt{\sigma_j^2 + \omega_j^2}}. \quad (3.2.5)$$

Este índice adimensional relaciona la tasa de decaimiento σ_j con la frecuencia de oscilación ω_j , y proporciona una medida de cuál rápidamente las oscilaciones disminuyen

en relación con su período [41].

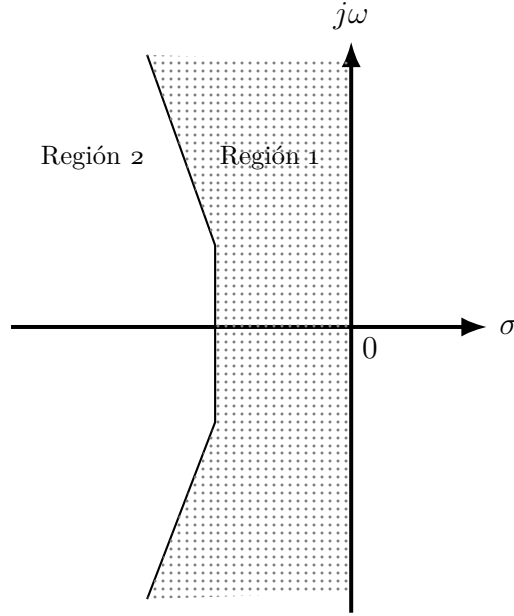


Figura 3.7: Región de ubicación de polos a partir de su comportamiento.

Por otro lado, el sistema dinámico suele exhibir dinámicas lentas y rápidas como consecuencia directa del valor de σ_j en los modos. De esta manera, se puede definir una medida cuantitativa para clasificar los modos de acuerdo a su tasa de decaimiento, en términos de la constante asociada como [20]

$$\tau_j = \frac{1}{|\sigma_j|}. \quad (3.2.6)$$

Los modos con un τ_j grande corresponden a dinámicas de decaimiento lento, que determinan en gran medida la respuesta general, mientras que los modos con τ_j pequeño decaen rápidamente y son menos significativos en la respuesta. En la Figura 3.7, la región sombreada (Región 1) destaca los polos con dinámica lenta, también llamados polos dominantes, mientras que la región no sombreada (Región 2) contiene los polos con dinámica rápida, considerados como polos no dominantes. Esta clasificación proporciona la base para el control del sistema por reubicación de polos, visto en la Sección 3.3.1, ya que los polos dominantes dictan el comportamiento general del sistema.

3.2.3 Factores de participación

Los factores de participación son una herramienta ampliamente utilizada en el análisis de estabilidad de sistemas eléctricos de potencia. Esta técnica permite evaluar la influencia que cada variable de estado x_i ejerce sobre los diferentes modos dinámicos del sistema, representados por μ_j , los cuales se encuentran asociados a sus correspondientes valores propios λ_j . Su fundamento se encuentra en la descomposición modal de la matriz del sistema A , mediante el uso de vectores propios izquierdos y derechos. Al emplear esta descomposición, los factores de participación eliminan las disparidades de unidades y escalas entre las variables de estado, generando una métrica adimensional y normalizada que refleja el grado en que cada variable contribuye al comportamiento dinámico del sistema [18]. Los valores propios de la matriz A se definen como

$$\lambda_j = \phi_j^T A v_j \quad (3.2.7)$$

donde v_j denota el vector propio derecho y ϕ_j^T representa el vector propio izquierdo (transpuesto) asociado con el modo μ_j . Bajo la condición estándar de biortogonalidad, los vectores propios izquierdos y derechos se seleccionan de manera que $\phi_j^T v_j = 1$. De acuerdo con [20], el factor de participación de la variable de estado x_i en el modo μ_j se define como

$$PF_{ij} = [\phi_j]_i [v_j]_i, \quad i, j = 1, \dots, n. \quad (3.2.8)$$

Dado que el sistema linealizado en (3.2.3) es de tamaño $n \times n$, la matriz de factores de participación está compuesta por n variables de estado asociadas con n modos dinámicos. Al examinar la magnitud de sus elementos, es posible identificar la i -ésima variable de estado que tiene el mayor impacto en el comportamiento dinámico del sistema, junto con sus modos correspondientes. Esta información proporciona la base para realizar los análisis correspondientes en el diseño de los controladores óptimos, como se verá en la Sección 3.3.2.

3.3 Retroalimentación de estados

A diferencia de los controladores basados en la salida, la retroalimentación de estados parte de la representación en espacio de estados, la cual se define como un conjunto de ecuaciones diferenciales, cada una de primer orden, que describe la dinámica interna del sistema. A partir de esta descripción, puede ser modificada por una señal de entrada de tal manera que la salida sea estable, rápida y sin oscilaciones innecesarias, mejorando además el rechazo a perturbaciones y la precisión en operación normal [36].

Considerando la representación en espacio de estados de un modelo lineal dada por (3.2.3), y suponiendo que todos los estados del sistema son medibles o están disponibles para retroalimentación, se puede implementar una ley de control por retroalimentación de estados para reubicación de polos, o bien, el diseño de un controlador óptimo, que finalmente requerirá la retroalimentación de estado. El diagrama de bloques correspondiente se muestra en la Figura 3.8, donde la ley de control u se define como [36]

$$u = -Kx \quad (3.3.1)$$

donde K es una matriz de ganancias denominada ganancia de Kalman, la cual ajusta la entrada u con el objetivo de regular el sistema hacia su valor de referencia; en este caso, dicha referencia es cero. Si la referencia es cero o una constante, el sistema se denomina como sistema regulador [36].

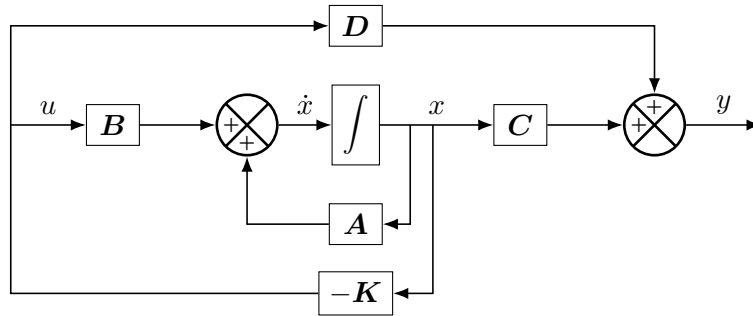


Figura 3.8: Retroalimentación en espacio de estados de un sistema.

Para lograr un control por retroalimentación de estado deben cumplirse que el sistema sea controlable y estar disponibles todos los estados. Cuando no se tiene todo

el estado medible, se puede diseñar un observador de estado, para lo cual se requiere que el sistema sea observable. Un sistema es controlable si se puede llevar de un estado inicial a cualquier otro estado, y se dice que un sistema es observable si se puede determinar el estado a partir de la salida en un tiempo finito [36], esto cuando se requiere un observador de estados. Las matrices de controlabilidad $\mathcal{C}$ y observabilidad $\mathcal{O}$, respectivamente, están dadas por [42]

$$\mathcal{C} = [B \mid AB \mid \cdots \mid A^{n-1}B], \quad \mathcal{O} = [C \mid CA \mid \cdots \mid CA^{n-1}]^T \quad (3.3.2)$$

Para verificar que el sistema es controlable y observable, a partir de la matriz de controlabilidad y observabilidad, se verifica que sea de rango pleno, es decir, que todos los vectores de la matriz sean linealmente independientes [43, 44], que matemáticamente se verifica comprobando que

$$\text{rango}[\mathcal{C}] = n, \quad \text{rango}[\mathcal{O}] = n.$$

3.3.1 Control por reubicación de polos

La reubicación de polos (RP), también conocida como asignación de polos, consiste en modificar las ubicaciones originales de los polos del sistema con el propósito de mejorar la velocidad de respuesta y el nivel de amortiguamiento. Si el sistema cumple con la propiedad de controlabilidad, es posible colocar los polos en posiciones deseadas mediante la retroalimentación de estados y una adecuada selección de ganancias [36]. Como guía práctica, se recomienda que, cuando los polos presenten parte imaginaria, se busque acercarlos al eje real con el fin de reducir las oscilaciones. Asimismo, y siempre cuidando que la señal de entrada no se incremente excesivamente, es conveniente desplazarlos hacia la izquierda del eje imaginario respecto a sus posiciones originales, de manera que se obtenga una respuesta más rápida y estable.

En la Figura 3.9 se muestra la relación entre la ubicación de los polos en el plano complejo y la respuesta temporal del sistema. En la parte superior (a) se presenta el caso en el que los polos tienen únicamente una parte real negativa; en esta situación,

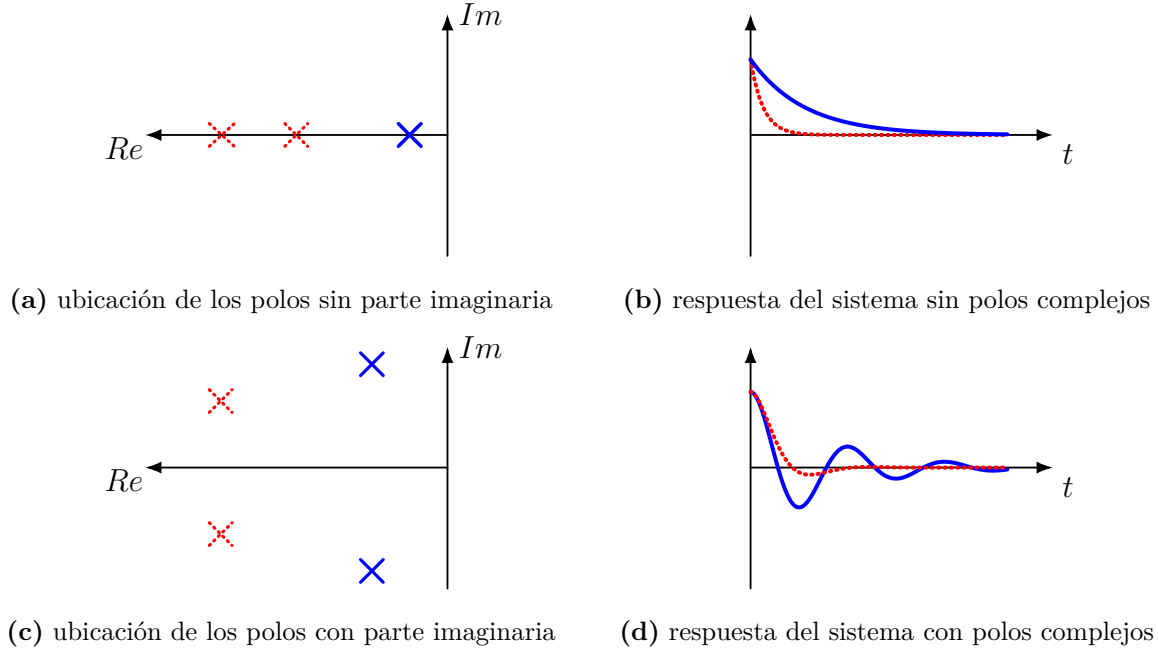


Figura 3.9: Comportamiento del sistema a partir de la ubicación de los polos.

cuanto mayor es su valor absoluto, más rápida es la convergencia de la respuesta (b) hacia el estado estacionario, sin la presencia de oscilaciones. Por el contrario, cuando los polos son complejos y se ubican cercanos al eje imaginario (c), la respuesta del sistema (d) exhibe un comportamiento oscilatorio, cuyo grado de amortiguamiento y frecuencia están determinados por la distancia de los polos al eje imaginario y por el valor de su parte imaginaria. La ley de control que permite realizar la reubicación de polos con el fin de mejorar el tiempo de respuesta y el amortiguamiento, que a diferencia de (3.3.1), sigue una referencia constante distinta de cero, se define como [36]

$$u = -K_{RP}(x - x_{ss}) + u_{ss} + K_{iRP} \int e_{ss} dt \quad (3.3.3)$$

donde K_{RP} es la ganancia que determina las nuevas ubicaciones de los polos, x corresponde a los estados del sistema, mientras que x_{ss} y u_{ss} corresponden a los estados y a la entrada en estado estable, respectivamente, requeridos para mantener el sistema en el valor de referencia. Adicionalmente, se incorpora una acción integral que elimina el error en régimen permanente donde $e_{ss} = r - y$, es decir, las salidas del sistema menos

el valor de referencia, que puede aparecer cuando se presentan variaciones significativas o perturbaciones, de manera similar a un controlador PI; sin embargo, a diferencia de la ecuación (3.1.1), la parte proporcional en este caso actúa sobre las variables de estado y no sobre la diferencia entre la referencia y la salida del sistema. Comúnmente, para determinar la matriz de ganancias K_{RP} , se utiliza la fórmula de Ackermann para sistemas de una entrada y una salida (SISO, por sus siglas en inglés) la cual está definida por

$$K_{RP} = [0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 1] \mathcal{C}^{-1} \rho(A) \quad (3.3.4)$$

donde $\rho(A)$ corresponde al polinomio característico deseado, obtenido de las nuevas ubicaciones de los polos propuestas, evaluado en la matriz A y $\mathcal{C}$ es la matriz de controlabilidad [36]. En MATLAB esta operación puede realizarse mediante la función *acker* para sistemas SISO y, como alternativa, se usa la función *place* para sistemas de múltiples entradas múltiples salidas (MIMO, por sus siglas en inglés).

3.3.2 Control óptimo lineal

El control óptimo (CO) es una de las técnicas de control basadas en modelo más eficaces y sistemáticas, ya que evita procesos de diseño heurístico y ofrece beneficios significativos frente a otras estrategias. Entre sus ventajas se encuentran: la obtención de un controlador inherentemente estabilizante, minimiza un índice de desempeño (o funcional de costo) que evalúa el comportamiento del sistema, logra una respuesta rápida y asegura márgenes de estabilidad que favorecen el amortiguamiento del sistema [45]. Además, el controlador resultante es computacionalmente factible y adecuado para sistemas multivariados.

El objetivo en control óptimo es diseñar la entrada de control u para el sistema dinámico (3.2.3) por medio del Regulador Lineal Cuadrático (LQR, por sus siglas en inglés), de manera que el funcional de costo

$$J = \int_{t_0}^{\infty} (x^T \mathcal{Q} x + u^T \mathcal{R} u) dt \quad (3.3.5)$$

sea minimizado [46, 47]. En el diseño óptimo, el funcional (3.3.5) se emplea para evaluar el desempeño del sistema; por ello, la matriz simétrica semidefinida positiva $\mathcal{Q}$ se asocia con la evolución de los estados x , mientras que la matriz simétrica definida positiva $\mathcal{R}$ se asocia con el esfuerzo de control u . Con estas definiciones se garantiza la estabilidad en lazo cerrado [42].

En particular, se selecciona $\mathcal{R}$ como la matriz identidad de dimensión m , es decir, $\mathcal{R} = I_m$, donde m corresponde al número de entradas del sistema. Esta elección simplifica el diseño y permite enfocar el ajuste del controlador en el desempeño de las variables de estado. En consecuencia, las entradas de $\mathcal{Q}$ se convierten en los parámetros de sintonía para lograr el comportamiento deseado del sistema. Su cálculo, descrito en la Sección 3.3.3, constituye una de las principales aportaciones de esta tesis. Nótese que, al asignar un valor mayor al elemento ii -ésimo de $\mathcal{Q}$, se penaliza en mayor medida la variable de estado i -ésima x_i , logrando una convergencia más rápida para dicha variable. Esta propiedad será fundamental cuando, a partir de los factores de participación, se determinen los elementos de la matriz $\mathcal{Q}$ para penalizar las variables más influyentes sobre los modos, y así alcanzar el desempeño deseado.

La solución óptima de control viene dada por [48]:

$$\begin{aligned} u &= -\mathcal{R}^{-1}B^T\mathcal{P}x \\ &= -K_{opt}x, \end{aligned} \tag{3.3.6}$$

donde $K_{opt} = \mathcal{R}^{-1}B^T\mathcal{P}$ es la ganancia óptima (también llamada ganancia óptima de Kalman), mientras que la matriz $\mathcal{P}$ es la solución de la ecuación algebraica de Riccati

$$-\mathcal{P}A - A^T\mathcal{P} - \mathcal{Q} + \mathcal{P}B\mathcal{R}^{-1}B^T\mathcal{P} = 0. \tag{3.3.7}$$

Bajo condiciones de controlabilidad y observabilidad, la ecuación de Riccati admite una solución única, y la ley de control (3.3.6) aplicada en (3.2.3) produce una realimentación de estados que garantiza la estabilidad del sistema en lazo cerrado [49, 50].

El esquema de control (3.2.3) con (3.3.6) se encarga de estabilizar al sistema. No obstante, ante variaciones significativas o perturbaciones, puede haber error e en

régimen permanente. Para atender este problema, se incorpora una acción integral a (3.3.6), obteniéndose el controlador

$$u = -K_{opt}(x - x_{ss}) + u_{ss} + K_{io} \int e_{ss} dt \quad (3.3.8)$$

donde K_{io} es la ganancia de la acción integral, la cual fuerza a cero el error en estado estacionario bajo condiciones perturbadas. La estructura de este controlador es muy similar a la que se da en (3.3.3), con la diferencia del cálculo de la ganancia óptima.

Ejemplo

Un ejemplo práctico donde se muestra el funcionamiento del controlador óptimo y las mejoras que tiene sobre la reubicación de polos, puede estar dado por el sistema lineal de segundo orden, con condiciones iniciales de $x_1 = 1$, y $x_2 = 0$

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad \dot{x}_2 = -2x_1 + x_2 + u, \quad y = x_1. \quad (3.3.9)$$

El sistema (3.3.9) es inestable ya que sus polos se encuentran del lado derecho del eje imaginario $\lambda = 0.5 \pm 1.3229j$. Al revisar la controlabilidad del sistema se obtiene que la matriz $\mathcal{C}$ es de rango pleno por lo que se le puede aplicar ambos controladores sin problema. En el diseño del controlador óptimo, para este ejemplo en particular, los valores de las matrices se seleccionaron de tal manera que $\mathcal{Q}$ penalice en mayor medida el estado x_1 con el objetivo de que la salida alcance más rápidamente su valor de referencia. Por su parte, $\mathcal{R}$ se fija como la matriz identidad, con el fin de concentrar la penalización principalmente en los estados del sistema. Bajo estas condiciones, la ganancia K_{opt} se obtiene mediante la función *lqr* de Matlab. Estos valores están dados por

$$\mathcal{Q} = \begin{bmatrix} 60 & 0 \\ 0 & 20 \end{bmatrix}, \quad \mathcal{R} = I_m, \quad K_{opt} = \begin{bmatrix} 6 & 6.7445 \end{bmatrix}.$$

Para el diseño del controlador por reubicación de polos se proponen las siguientes posiciones de los polos las cuales se encuentran de dos a cinco veces más pequeñas de sus posiciones originales, lo que indica que el sistema pasa de ser inestable a estable, y al tener los polos con parte puramente real, tendrá una respuesta sin oscilaciones. Las ganancias requeridas para modificar los polos en sus nuevas posiciones, se obtienen con la función *acker* de Matlab, y están dadas por

$$P = \begin{bmatrix} -2 & -2 \end{bmatrix}, \quad K_{RP} = \begin{bmatrix} 4.25 & 6 \end{bmatrix}.$$

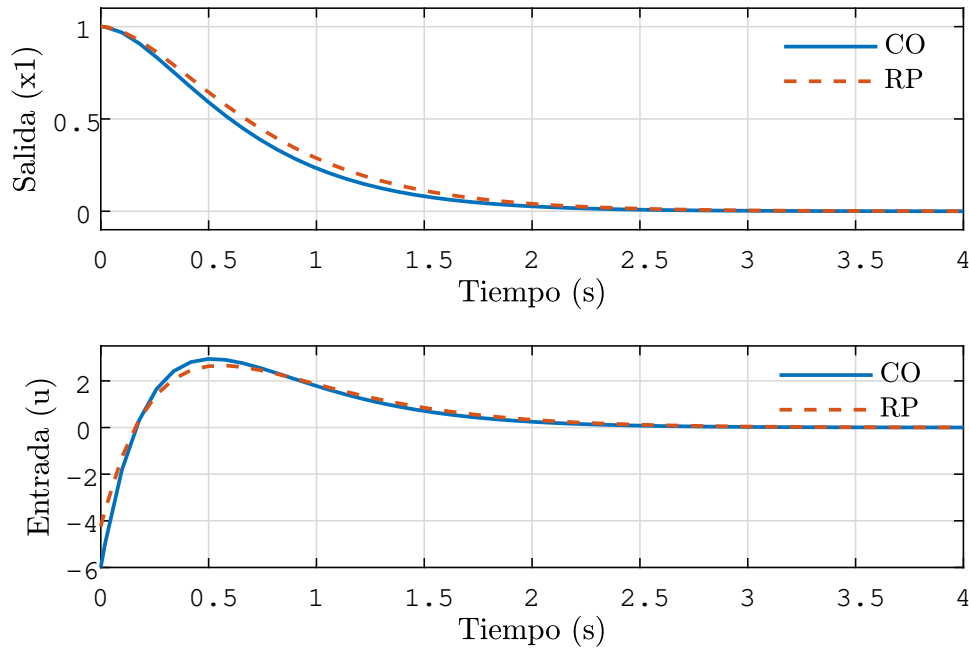


Figura 3.10: Comparación del control por reubicación de polos contra el control óptimo.

Los resultados de ambas simulaciones se muestran en la Figura 3.10, donde se observa que la respuesta del control óptimo, dada por (3.3.8), es superior a la respuesta con la reubicación de polos, dada por (3.3.3). Sin embargo, al analizar las entradas se aprecia que el control óptimo tiene una entrada con un sobre-impulso ligeramente mayor al que presenta la reubicación de polos. Si bien ambos controladores pueden generar una mejor respuesta en la salida del sistema, si no se tiene el debido cuidado,

la ley de control puede crecer de tal manera que de forma física no sería posible su implementación. No obstante, se puede mejorar el diseño de la matriz $\mathcal{Q}$ a partir de los factores de participación del sistema, justo como se muestra a continuación.

3.3.3 Sintonización de $\mathcal{Q}$ usando factores de participación

Para el diseño de la matriz $\mathcal{Q}$ se retoman las posiciones de los polos del sistema, cuyas regiones se establecen a partir de la dinámica descrita en la Sección 3.2.2. Esta clasificación proporciona la base para el diseño del control, que prioriza la mejora de los modos con decaimiento lento (Región 1), ya que ellos determinarán la respuesta general del sistema. Este hecho se define formalmente de la siguiente manera.

Definición 1. Se dice que un modo μ_j es dominante si su constante de tiempo asociada cumple $\tau_j > \tau_{max}$, donde τ_{max} es un valor límite prescrito.

El valor específico de τ_{max} debe fijarse de acuerdo con la rapidez de respuesta deseada para la aplicación en cuestión, considerando la escala temporal relevante y las restricciones físicas. La relación entre tiempo de respuesta y ubicación de los polos, puede establecerse como

$$\tau_j = \frac{1}{|\sigma_j|} \quad (3.3.10)$$

donde puede notarse que entre más alejado está un polo, la constante de tiempo es menor, y por el contrario, la cercanía de los polos al origen producirán constantes de tiempo mayores, y estos polos serán los que dominarán la respuesta del sistema. En los sistemas eléctricos de potencia, las escalas temporales de los fenómenos electromagnéticos se sitúan aproximadamente entre $100 \mu s$ y $1 s$, mientras que los fenómenos electromecánicos abarcan intervalos de tiempo desde $100 ms$ hasta alrededor de $10 s$ [51, 40]. En consecuencia, el valor de τ_{max} puede seleccionarse dentro de este rango temporal (véase la ubicación de dichos fenómenos en la Figura 3.11).

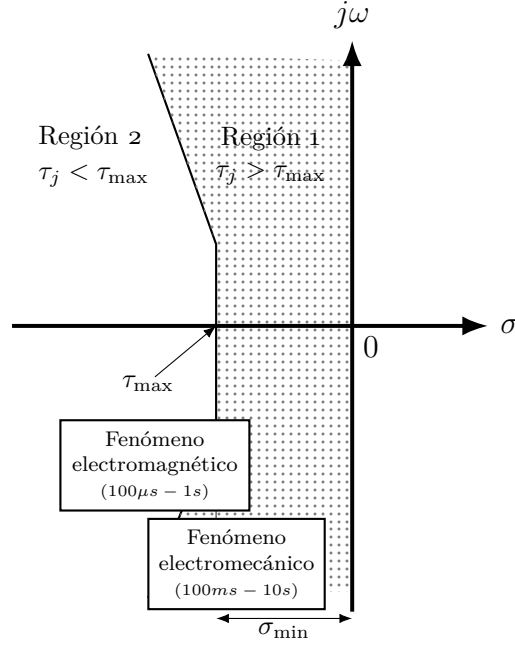


Figura 3.11: Región de ubicación de polos con restricciones de amortiguamiento y tiempo de establecimiento.

Con base en la Definición 1, el diseño de control óptimo debe concentrarse en los modos dominantes $\mathcal{S}$, de manera que se desplacen para exhibir una decaída más rápida, lo que resulta en una respuesta más rápida con un amortiguamiento mejorado. Para lograrlo, se selecciona el conjunto $\mathcal{S}$ y, posteriormente, la matriz de ponderación de estados $\mathcal{Q}$ para el diseño del LQR se construye a partir de los factores de participación. De esta manera, se garantiza que las variables de estado que dominan los modos lentos o mejorables reciban una penalización mayor en el funcional cuadrático de costo, dirigiendo así el esfuerzo de control hacia la mejora de su dinámica. Para el cálculo de la matriz de ponderación, $\mathcal{Q}$ se inicializa como

$$\mathcal{Q}_{init} = q_{init} I_n, \quad (3.3.11)$$

donde $q_{init} \in (0, 1]$ fija una penalización base aplicada a todos los estados. A partir de cada modo dominante $\mu_j \in \mathcal{S}$, el factor de participación correspondiente permite identificar la variable de estado x_i que influye de manera predominante en el comportamiento de dicho modo, como se ilustra en la Figura 3.12 y se detalla en el procedimiento re-

sumido en el Algoritmo 1.

Algoritmo 1 Procedimiento para determinar $\mathcal{Q}$ a partir de los modos asociados a la Región 1

Inicializar la matriz $\mathcal{Q} = \mathcal{Q}_{\text{init}}$, como se indica en (3.3.11).

Paso 1: De acuerdo con la Definición 1, identificar en la matriz de factores de participación (PF) los modos j que han sido clasificados como dominantes.

Paso 2: Para cada modo dominante j , localizar el mayor factor de participación pf_{ij} .

Paso 3: Asociar el factor de participación pf_{ij} con el estado x_i , que es la variable más influyente sobre dicho modo.

Paso 4: Actualizar la entrada q_{ii} en $\mathcal{Q}$, asociada con x_i , como $q_{ii} = \gamma \text{pf}_{ij}$.

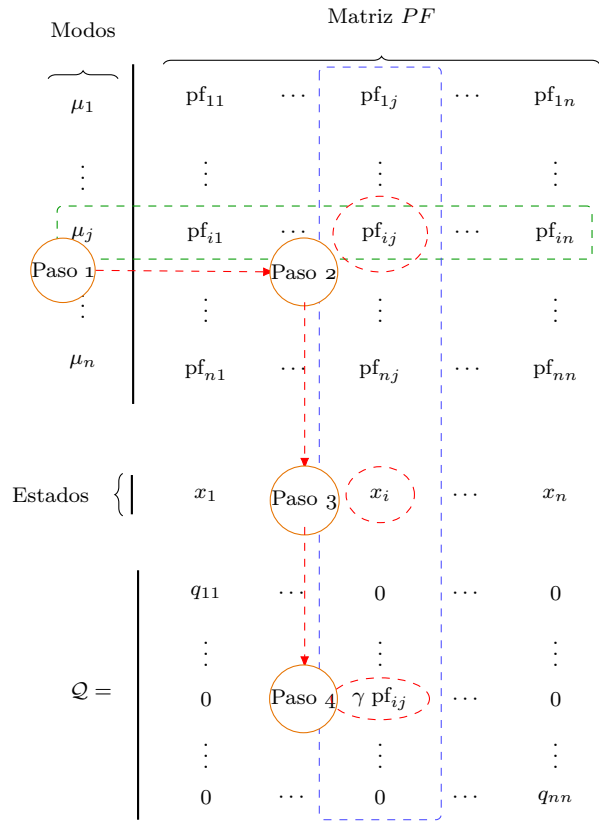


Figura 3.12: Algoritmo de diseño de la matriz $\mathcal{Q}$ basado en factores de participación.

Observe que únicamente se actualiza la entrada diagonal relacionada con x_i (es decir, la entrada q_{ii}), de acuerdo a la expresión

$$q_{ii} = \gamma \text{pf}_{ij}, \quad (3.3.12)$$

donde el factor de participación del estado dominante se escala mediante un factor

constante $\gamma > 0$ para mejorar el desempeño del controlador, es decir, entre mayor sea γ mayor sera la penalización en los estados correspondientes. El resto de las entradas de $\mathcal{Q}$ se mantienen como fue inicializado (con valores pequeños), ya que forman parte de los modos no dominantes. Consideraciones adicionales al Algoritmo 1: **(i)** si un estado está asociado con múltiples modos dominantes, la entrada diagonal correspondiente de $\mathcal{Q}$ se actualiza con el valor más grande entre las matrices asociadas $\mathcal{Q}_j$; **(ii)** cuando más de un estado se asocia al modo dominante j -ésimo, todos los elementos de la matriz asociados se asignan utilizando la relación (3.3.12).

De manera general, el diagrama de bloques que representa el proceso para la aplicación del control óptimo a un SEP se muestra en la Figura 3.13. El proceso inicia con la definición de las características del modelo del SEP, el cual puede representar un sistema con N nodos, por lo que no existe una limitación en el tamaño del sistema siempre que se disponga de sus parámetros. El siguiente bloque corresponde al modelo no lineal del SEP, donde a partir de las EDA se simula el comportamiento dinámico del sistema. Posteriormente, se obtiene el modelo linealizado, a partir del cual se realiza el diseño del control óptimo, donde se calcula la matriz $\mathcal{Q}$ con base en los factores de participación. Finalmente, la ley de control obtenida se aplica al modelo no lineal con el objetivo de lograr la regulación de frecuencia y voltaje.

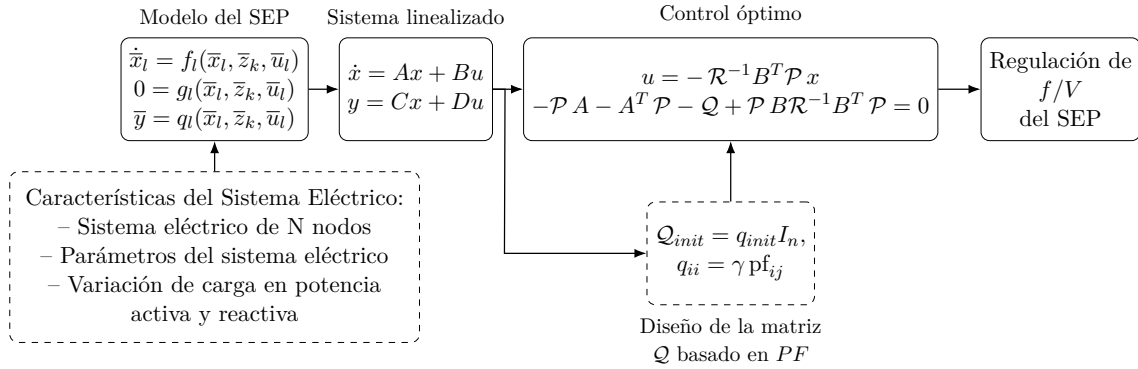


Figura 3.13: Diagrama general del controlador CO propuesto.

3.4 Conclusiones del capítulo 3

En este capítulo se presentaron distintas técnicas de control, distinguiendo entre las basadas en la salida, como los esquemas Proporcional-Integral y el Super-Twisting, y las basadas en el modelo matemático, como la reubicación de polos y el control óptimo. Aunque todas permiten regular la dinámica del sistema, las primeras destacan por su sencillez de aplicación, mientras que las segundas ofrecen un control más preciso al aprovechar la información interna del modelo. Esta comparación muestra la importancia de elegir el controlador según las condiciones de operación y el nivel de complejidad aceptable, buscando un equilibrio entre simplicidad, robustez y desempeño.

Finalmente, la Tabla 3.1 presenta un resumen de las principales características de cada técnica de control y las circunstancias en las que ofrecen un mejor desempeño.

Tabla 3.1: Principales características y aplicaciones de los controladores Proporcional-Integral (PI), Super-Twisting (ST), reubicación de polos (RP) y control óptimo (CO).

Técnicas de control	Características	Aplicaciones
PI	Modelo simple; basado en la salida; sintonización relativamente sencilla.	Referencias y perturbaciones constantes o lentas, con presencia de ruido moderado.
ST	Modelo robusto; basado en la salida; ganancias virtuales; convergencia en tiempo finito.	Sistemas de grado relativo 1; referencias y perturbaciones variantes, con presencia de ruido.
RP	Modifica directamente los polos del sistema; diseño de forma heurística.	Modelo linealizado; sistemas completamente controlables y observables.
CO	Mejora del desempeño y del esfuerzo de control; márgenes de estabilidad; reduce el funcional de costo a partir de una ley de control óptima; basado en los factores de participación.	Modelo linealizado; sistemas completamente controlables, observables y multivariados.

Capítulo 4

Regulación de Frecuencia y Voltaje de un SEP

En este capítulo se presenta la aplicación de las técnicas de control desarrolladas en el Capítulo 3 sobre el modelo matemático de un SEP presentado en el Capítulo 2. Debido a la naturaleza del diseño de los controladores basados en modelo, su implementación es aplicable a sistemas de cualquier dimensión, siempre que se disponga de los parámetros del sistema. No obstante, esta implementación puede presentar limitaciones relacionadas con la capacidad del equipo de cómputo y los tiempos de ejecución; es decir, a medida que aumenta el tamaño del sistema, también se incrementan los recursos computacionales requeridos y el tiempo necesario para su procesamiento.

Para fines de análisis, diseño y comparación de las técnicas de control, se utilizó el software Matlab/Simulink y se seleccionó el sistema IEEE de 9 nodos, el cual es ampliamente utilizado en la literatura como un sistema de referencia estándar. El modelo base implementado para la simulación, así como los códigos y los bloques de Matlab/Simulink, se tomaron como referencia a partir de los trabajos presentados en [15, 52] y del repositorio Power System Simulation Using Simulink, disponible en la plataforma MATLAB Central File Exchange. Dicho modelo fue posteriormente adaptado para el desarrollo de los casos de estudio considerados, modificando el sistema original de una configuración SISO a un esquema MIMO de 6 entradas y 6 salidas en lazo cerrado, incorporando las perturbaciones descritas en la Sección 2.2.5 y los

controladores propuestos en el Capítulo 3, según el caso de estudio correspondiente.

4.1 Casos de estudio

4.1.1 Caso de estudio 1: sistema con control AVR/PI

El caso base considera la aplicación de un sistema de control tradicional de un SEP, específicamente el sistema IEEE de 9 nodos, con las siguientes particularidades:

1. **Control:** tradicional tipo AVR y PI.
2. **Perturbación:** Se considera un perfil de carga constante a tramos, tanto en potencia activa como reactiva.
3. **Análisis:** Se realiza un análisis de ubicación de polos y razón de amortiguamiento basándose en el modelo linealizado del SEP.
4. **Resultados:** Se exponen las simulaciones obtenidas para las respuestas de las frecuencias y los voltajes del SEP.

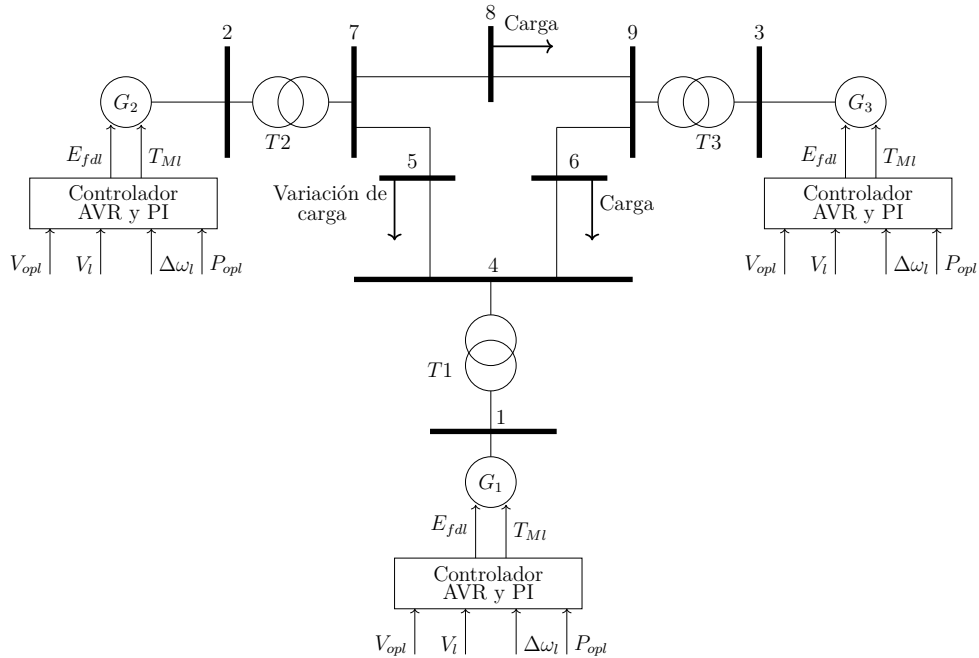


Figura 4.1: Sistema IEEE de 9 nodos.

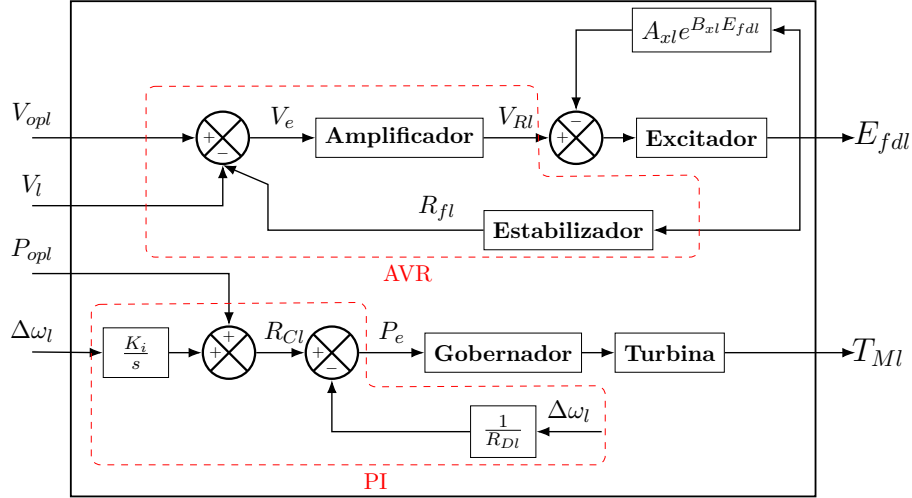


Figura 4.2: Controlador AVR/PI

El sistema IEEE de 9 nodos mostrado en la figura 4.1 está compuesto por un total de 9 nodos, entre los cuales se encuentran tres generadores, tres transformadores y tres puntos de carga. Cada generador cuenta con un sistema de excitación, gobernador y turbina, los cuales a su vez, cuentan con los controladores AVR/PI como se muestra en la Figura 4.2. En este caso, las señales de entrada V_{opl} y P_{opl} se consideran como las constantes que mantienen en estado estable al sistema y se obtienen como parte de las condiciones iniciales. Mientras que la configuración de los nodos se define de la siguiente manera: el nodo 1 está definido como el nodo *slack*, los nodos 2 y 3 corresponden a nodos del tipo *PV*, mientras que los nodos del 4 al 9 corresponden al tipo *PQ*. Los generadores $G1$, $G2$ y $G3$ se encuentran conectados a los nodos 1, 2 y 3 respectivamente a través de los transformadores $T1$, $T2$ y $T3$. Las cargas se localizan en los nodos 5, 6 y 8.

Con base en el sistema IEEE de 9 nodos, se realiza un análisis modal con el propósito de evaluar el comportamiento del SEP ante perturbaciones pequeñas y determinar su capacidad para regresar al equilibrio. Para ello, se realiza inicialmente un estudio de flujos de potencia, a partir del cual, se obtiene el estado estacionario o el punto de operación del sistema. Dicho punto de operación permite establecer las condiciones iniciales de las variables del EDA. Posteriormente, utilizando esta información, se linealiza el modelo descrito en (2.1.1), obteniendo la representación en espacio de estados

dada por (3.2.3), en donde se permite observar las matrices A y B del sistema, incluidas en el Apéndice B. La matriz A es de tamaño 33×33 , mientras que su vector de estados está dado por $x_i = [\omega_l, E'_{ql}, \psi_{1dl}, E'_{dl}, \psi_{2ql}, \delta_l, E'_{fdl}, V_{Rl}, R_{fl}, T_{Ml}, P_{SVl}]^T$, con $i = 1, \dots, n$, y $l = 1, \dots, M$ (33 estados), la matriz B de tamaño 33×6 con un vector de entradas $u = [V_{opl}, R_{Cl}]^T$ (seis entradas), la matriz C de tamaño 6×33 con un vector de salidas $y = [V_l, \omega_l]^T$ (seis salidas), la matriz D de tamaño 6×6 , que en este caso corresponde a una matriz nula. A partir de la matriz A , se calculan los valores propios del sistema (polos) mediante la ecuación (3.2.4), los cuales se muestran en la Figura 4.3, mientras que, de forma gráfica, se destacan los polos los cuales están relacionados con los polos dominantes (Región 1). El resto de los polos se encuentran más alejados (Región 2), por lo que su contribución a la dinámica total será mínima.

Polos	
0.0000	-7.0810
$-0.4203 \pm 1.1875i$	-8.7403
$-0.4457 \pm 0.4025i$	-8.7990
$-0.4547 \pm 0.6999i$	-9.3174
$-0.6644 \pm 9.0762i$	-16.3786
$-1.1571 \pm 14.9041i$	-20.3868
-1.3298	-21.1389
-1.3796	-22.0825
-2.8028	-27.1052
-3.2299	-31.1998
$-5.2039 \pm 7.8054i$	-35.9944
$-5.3212 \pm 7.8728i$	-45.5442
$-5.5330 \pm 7.9111i$	

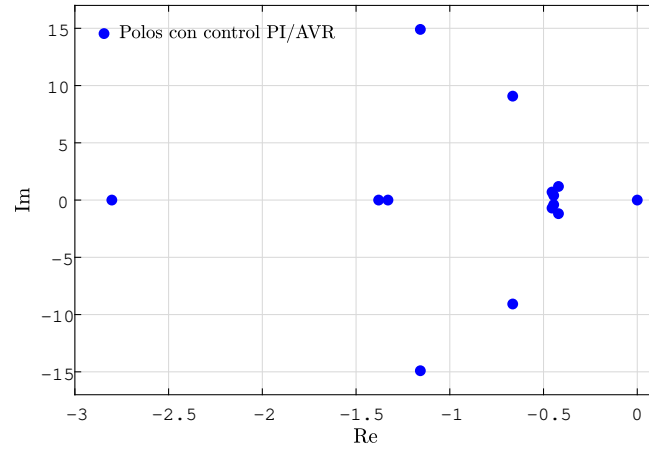


Figura 4.3: Ubicación de polos del sistema IEEE de 9 nodos con controladores AVR/PI.

Al analizar los polos del sistema linealizado, se identifica un polo en $\lambda = 9.83 \times 10^{-15}$, el cual es considerado como cero. Este valor es característico de los modelos linealizados de los sistemas eléctricos que no se encuentran conectados a un bus infinito [41]. En cuanto a los polos con parte real negativa, su influencia depende de la cercanía al eje imaginario. Los polos más próximos al eje imaginario dominan la respuesta del sistema, ya que su efecto persiste durante más tiempo. En cambio, los polos ubicados más a la izquierda del plano complejo representan modos rápidos que se amortiguan casi de inmediato, teniendo una menor influencia en la dinámica global.

A partir de los polos del sistema, se calcularon también el porcentaje de las razones de amortiguamiento ζ y la frecuencia de oscilación, cuyos valores se presentan en la Tabla 4.1. Estos parámetros permiten evaluar la estabilidad y el comportamiento dinámico del sistema, ya que la razón de amortiguamiento indica la rapidez con la que se atenúan las oscilaciones, mientras que la frecuencia de oscilación determina la velocidad a la que estas ocurren. En la literatura se ha propuesto una clasificación de los modos dinámicos en función de su frecuencia. De acuerdo con ésta, los modos inter-área se ubican en el rango de 0.05 – 0.5 Hz, los modos intra-área entre 0.4 – 1.0 Hz, los modos locales entre 0.8 – 2.0 Hz, y los modos intra-planta entre 1.5 – 3.0 Hz [53]. No obstante, el análisis detallado de esta clasificación queda fuera del alcance de este trabajo, por lo que no se considera en los resultados obtenidos.

Los polos que presentan solo parte real negativa tienen un amortiguamiento $\zeta = 100\%$ sin una frecuencia de oscilación, mientras que los polos que presentan parte imaginaria sí generan oscilaciones. Entre estos últimos, las frecuencias que se encuentran por debajo de 1.259 Hz muestran un amortiguamiento de al menos $\zeta \approx 33\%$, lo que implica que sus oscilaciones se extinguen rápidamente. En cambio, las frecuencias de 1.445 y 2.372 Hz muestran un amortiguamiento moderado $\zeta \approx 7\%$, aunque siguen estando por encima del umbral típicamente requerido para un desempeño estable definido en la literatura por $\zeta \geq 5\%$ [41].

Tabla 4.1: Razón de amortiguamiento ζ y frecuencias asociadas del sistema IEEE de 9 nodos.

Polos	Razón de amortiguamiento (ζ)	Frecuencia (Hz)
$-0.4203 \pm 1.1875i$	33.4%	0.189
$-0.4457 \pm 0.4025i$	74.2%	0.064
$-0.4547 \pm 0.6999i$	54.5%	0.111
$-0.6644 \pm 9.0762i$	7.3%	1.445
$-1.1571 \pm 14.9041i$	7.7%	2.372
$-5.2039 \pm 7.8054i$	55.5%	1.242
$-5.3212 \pm 7.8728i$	56.0%	1.253
$-5.5330 \pm 7.9111i$	57.3%	1.259

El diagrama de bloques que resume el proceso de control se muestra en la Figura 4.4. Está organizado en tres bloques: (i) control AVR/PI, donde la señal de control está dada por (3.1.1), cuyas ganancias K_p y K_i se definen en el Apéndice B. El control se calcula a partir de la salida y las referencias del sistema; (ii) modelo dinámico, que

incluye las ecuaciones diferenciales del generador, sistema de excitación, gobernador y turbina, dadas por (2.2.1), (2.2.3) y (2.2.4), respectivamente, recibiendo la señal de control como entrada y entregando los estados como salida; (iii) modelo algebraico, donde se resuelven las ecuaciones algebraicas no lineales (2.2.2) y (2.2.9)–(2.2.12). La descripción completa de la solución al conjunto EDA se muestra en el Apéndice C.

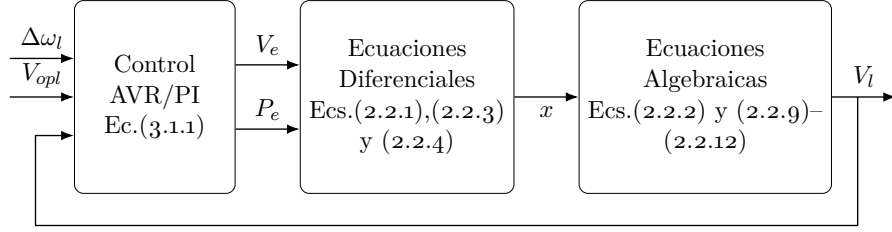


Figura 4.4: Diagrama de bloques para regulación de frecuencia y voltaje con control AVR/PI.

Para evaluar la respuesta del sistema IEEE de 9 nodos, se lleva a cabo una simulación en Matlab/Simulink, utilizando el modelo no lineal del sistema. Dicho modelo parte del punto de operación obtenido por flujos de potencia, y de las condiciones iniciales obtenidas previamente. Sobre este modelo se aplica un perfil de variación de carga constante por tramos con el fin de excitar la dinámica del sistema, como se muestra en la Figura 4.5, en donde los valores de carga constante pueden llegar a tener una variación del $\pm 25 - 30\%$ del valor nominal de la carga aplicado en el nodo 5.

El desempeño del sistema bajo el controlador AVR/PI aplicado se evalúa a través de la respuesta temporal de las frecuencias de los generadores (G_1, G_2, G_3), mostrando respuestas similares entre ellos debido a la naturaleza acoplada del sistema eléctrico, lo cual se refleja en la solución de las ecuaciones algebraicas, y en las correspondientes entradas del gobernador dada por la variable P_e para cada generador (G_1, G_2, G_3), como se observa en la Figura 4.6, evidenciando el comportamiento típico de la frecuencia ante desequilibrios entre generación y demanda. Cuando la carga disminuye, la frecuencia tiende a aumentar, mientras que si la carga supera a la generación, la frecuencia disminuye. De igual manera, las entradas de control reaccionan a los cambios de carga con una respuesta que restaura las frecuencias a su valor de referencia (Ref). Por su parte, la Figura 4.7 muestra los voltajes terminales en los generadores ($G_1, G_2,$

G₃), los cuales presentan desviaciones respecto a sus referencias durante variaciones de carga. Estas desviaciones son compensadas por las señales de entrada del amplificador del sistema de excitación, dada por la variable V_e en cada generador (G₁, G₂, G₃), sin embargo, debido al tipo de AVR utilizado, cuyo funcionamiento corresponde al de un estabilizador, los valores de voltaje en algunos casos no logran converger hacia los valores de referencia (Ref G₁, Ref G₂, Ref G₃), lo que genera un error en régimen permanente. Este error se debe a la magnitud de la perturbación que se presenta en el sistema y puede eliminarse al incorporar una acción integral en el AVR.

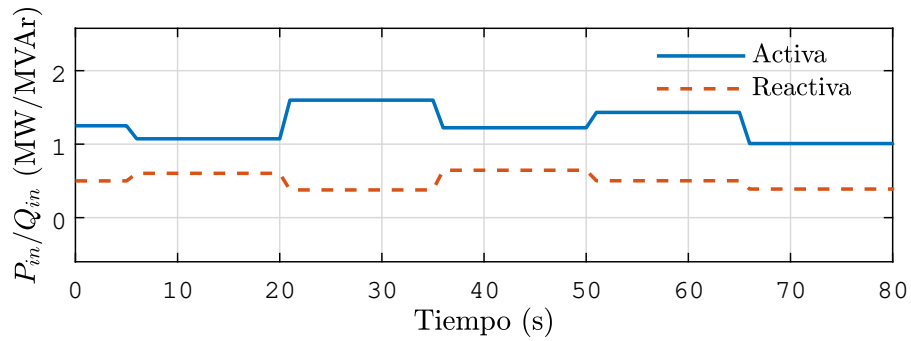


Figura 4.5: Perfil de variación de carga constante a tramos.

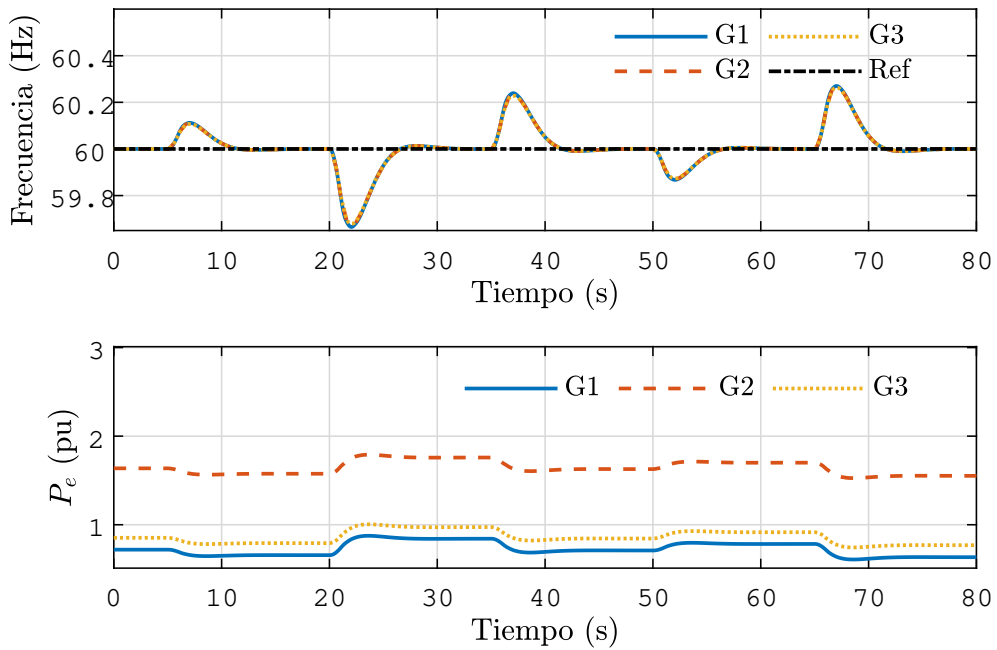


Figura 4.6: Respuesta de la frecuencia con PI.

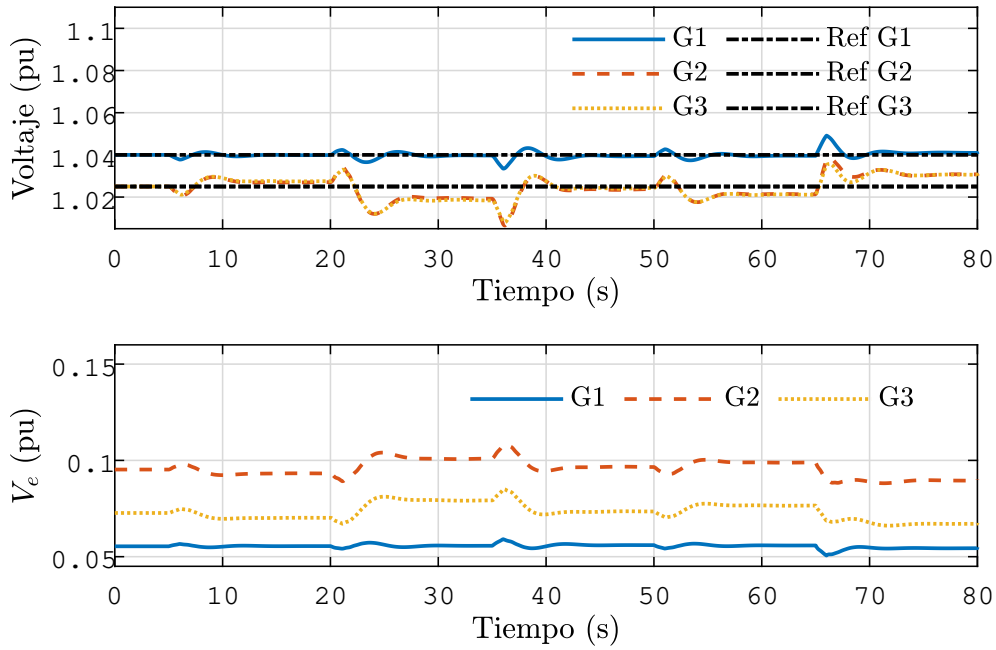


Figura 4.7: Respuesta del voltaje con AVR.

Debido a la estructura del controlador AVR/PI, el tiempo de respuesta es más lento y puede producir variaciones que, en algunos casos, exceden los límites establecidos en el código de red, el cual especifica una tolerancia de ± 0.3 Hz para la frecuencia y $\pm 5\%$ del valor nominal de voltaje (ver Figuras 4.6 y 4.7 en los instantes de 20 s y 65 s) [17].

La implementación de un controlador basado en el modelo matemático del sistema puede mejorar el comportamiento dinámico al modificar las ubicaciones de los polos del sistema linealizado. De esta manera se puede mejorar el tiempo de respuesta y mantener las variaciones de frecuencia y voltaje dentro de los límites establecidos, como se aborda en el siguiente caso.

4.1.2 Caso de estudio 2: sistema de control por reubicación de polos

Este caso de estudio considera la aplicación de un sistema de control por reubicación de polos (RP) para el sistema IEEE de 9 nodos, con las siguientes particularidades:

1. **Control:** tipo reubicación de polos.

2. **Perturbación:** Se considera un perfil de carga constante a tramos, tanto en potencia activa como reactiva.
3. **Análisis:** Se realiza un análisis de ubicación de polos y razón de amortiguamiento basándose en el modelo linealizado del SEP.
4. **Diseño:** Se obtienen las ganancias que modifican las ubicaciones de los polos originales a los deseados.
5. **Resultados:** Se exponen las simulaciones obtenidas para las respuestas de las frecuencias y los voltajes del SEP.

En este caso se presenta el sistema IEEE de 9 nodos con la implementación de un controlador por reubicación de polos. Debido a que su estructura de implementación es muy similar a la del controlador óptimo, la ubicación de ambos controladores dentro del sistema se muestra en la Figura 4.8. El bloque denominado Controlador RP/CO contiene la estructura presentada en la Figura 4.9, donde se ilustra la forma en que el controlador interactúa con los sistemas de excitación, así como con los modelos del gobernador y la turbina por medio de las variables V_{opl} y P_{opl} que a diferencia del caso donde solo se implementan los controladores AVR/PI, la señal ya no es solo la entrada constante que requiere el sistema para permanecer en estado estable, sino la señal de control generada por la reubicación de polos o en su caso, la señal de control óptimo. Los modelos detallados de los sistemas de excitación, gobernador y turbina se encuentran en las secciones 2.2.2 y 2.2.3.

Bajo esta configuración, el controlador por reubicación de polos se diseña a partir de las ubicaciones de los polos deseadas y de una ganancia K_{RP} calculada mediante la función *place* de Matlab. Esta ganancia permite modificar la ubicación de los polos originales del sistema al cerrar el lazo de retroalimentación, utilizando como señal de entrada la ley de control definida en (3.3.3). Las ganancias K_{RP} y K_{iRP} empleadas en este diseño se presentan en el Apéndice B.

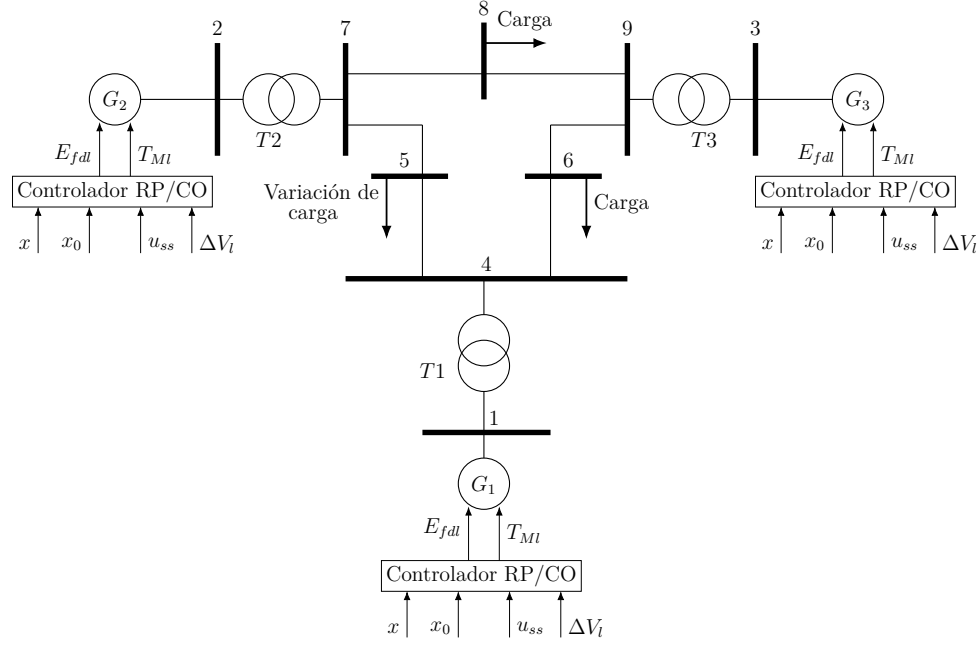


Figura 4.8: Sistema IEEE 9 nodos con controladores RP/CO y variación de carga.

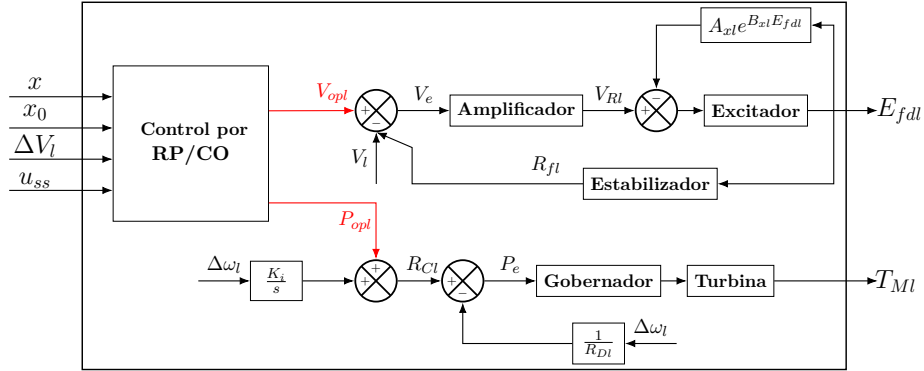


Figura 4.9: Esquema completo de control por RP/CO.

Las ubicaciones de los polos propuestas se encuentran en la Figura 4.10, mientras que de forma gráfica, en comparación con las ubicaciones originales, se presentan los polos que están relacionados con los polos dominantes (Región 1). Los polos con parte imaginaria fueron los principales candidatos a ser modificados, buscando reducir su componente imaginaria y desplazarlos hacia la izquierda del eje imaginario. Asimismo, los polos cercanos al origen, asociados a dinámicas más lentas, se movieron ligeramente hacia la izquierda para acelerar su respuesta. En contraste, los polos más alejados del origen, que presentan una dinámica más rápida, se mantuvieron en sus posiciones

originales. Este criterio tiene como objetivo que los polos lentos y estables determinen el comportamiento global del sistema, al convertirse en los polos dominantes.

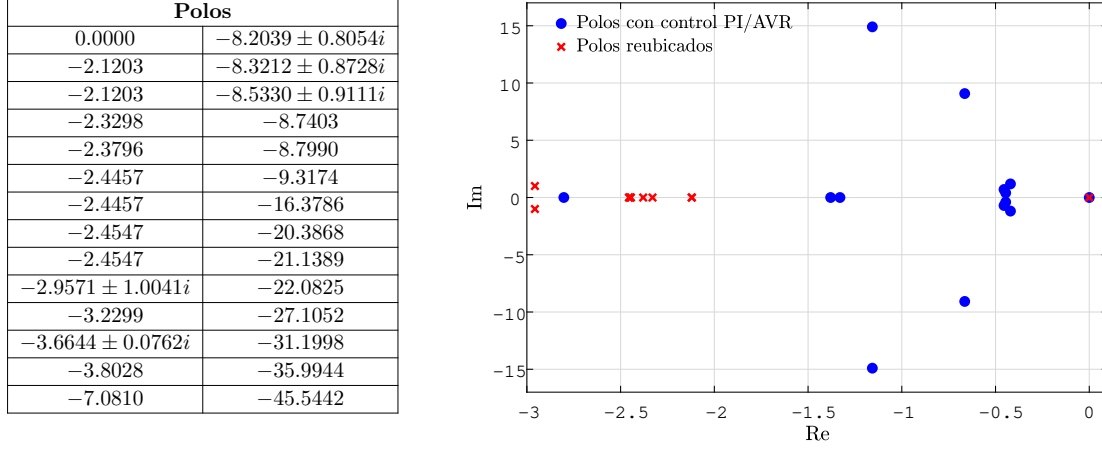


Figura 4.10: Ubicación de polos del sistema con reubicación de polos.

Al obtener las razones de amortiguamiento y las frecuencias de los polos que conservan su parte imaginaria, Tabla 4.2, se observa que, en comparación con los resultados obtenidos en el caso 4.1.1, dichos polos presentan un aumento en el amortiguamiento de $\zeta \approx 99\%$. Esto se debe a que fueron reubicados más a la izquierda del eje imaginario, lo que provoca una atenuación más rápida de las oscilaciones y, en consecuencia, una menor influencia de su dinámica en la respuesta del sistema.

Tabla 4.2: Razón de amortiguamiento ζ y frecuencias asociadas al sistema IEEE de 9 nodos con reubicación de polos.

Polos		Razón de amortiguamiento (ζ)		Frecuencia (Hz)	
Originales	Reubicados	Originales	Reubicados	Originales	Reubicados
$-0.6644 \pm 9.0762i$	$-3.6644 \pm 0.0762i$	7.3%	99.9%	1.445	0.583
$-1.1571 \pm 14.9041i$	$-2.9571 \pm 1.0041i$	7.7%	94.7%	2.372	0.497
$-5.2039 \pm 7.8054i$	$-8.2039 \pm 0.8054i$	55.5%	99.5%	1.242	1.312
$-5.3212 \pm 7.8728i$	$-8.3212 \pm 0.8728i$	56.0%	99.5%	1.253	1.332
$-5.5330 \pm 7.9111i$	$-8.5330 \pm 0.9111i$	57.3%	99.4%	1.259	1.366

Para analizar la respuesta del sistema IEEE de 9 nodos con el control por reubicación de polos y poder comparar los resultados obtenidos respecto al controlador AVR/PI, se aplica la misma variación de carga que se presenta en la Sección 4.1.1. El diagrama de bloques que presenta el proceso de control se muestra en la Figura 4.11, en

donde la ley de control se construye a partir de las referencias, los puntos de operación de los estados, los estados y la salida del sistema.

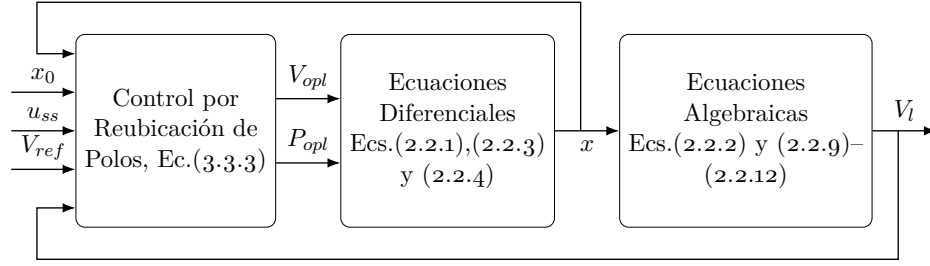


Figura 4.11: Diagrama de bloques para regulación de frecuencia y voltaje con reubicación de polos.

Al obtener la respuesta de la frecuencia en los generadores (G_1 , G_2 , G_3), Figura 4.12, la principal mejora se presenta en la respuesta de la frecuencia, en donde las magnitudes y el tiempo de respuesta se logran disminuir regresando a su valor de referencia (Ref) en la presencia de perturbaciones. No obstante, la señal de entrada del gobernador P_e para cada generador (G_1 , G_2 , G_3), presentan sobre-impulsos que podrían no ser físicamente viables, debido a las magnitudes alcanzadas y a la rapidez con la que ocurren. Por ello, como trabajo futuro, se propone realizar un análisis adicional que evalúe la factibilidad de su implementación o, en su defecto, considerar la incorporación de limitadores en las entradas de los gobernadores. En el caso de los voltajes en terminales de los generadores (G_1 , G_2 , G_3), Figura 4.13, se logran restablecer las respuestas al valor de referencia (Ref), pero presentan ciertas oscilaciones y sobre-impulsos que pueden ser mejorados. De esta manera, se logra mantener la frecuencia y el voltaje dentro de los rangos establecidos en el código de red, presentando un comportamiento similar en las entradas del amplificador V_e en cada generador (G_1 , G_2 , G_3), en comparación con los controladores AVR/PI.

Si bien con el control RP se obtiene una mejor respuesta del sistema, el proceso para la selección de las nuevas ubicaciones de los polos se realiza de acuerdo con criterios de estabilidad y desempeño dinámico, por lo que las ubicaciones seleccionadas pueden no ser las mejores. Por otro lado, el control CO será capaz de obtener una respuesta optimizada y, en conjunto con la metodología para la selección de ganancias K_{opt} , se

mejorará la respuesta de la frecuencia y el voltaje, como se muestra en el siguiente caso de estudio.

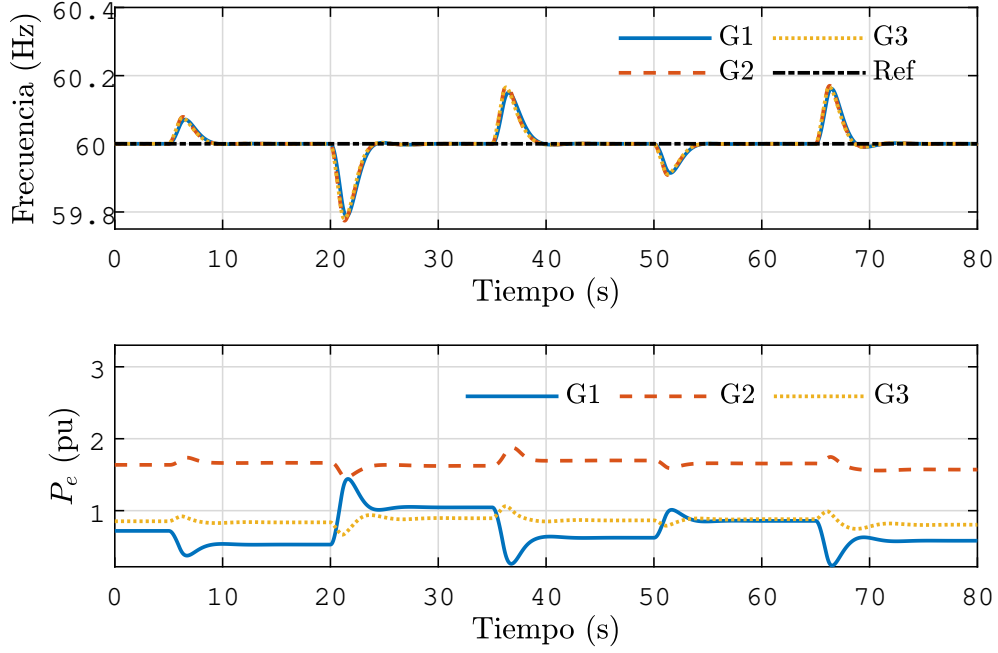


Figura 4.12: Respuesta de la frecuencia con la reubicación de polos.

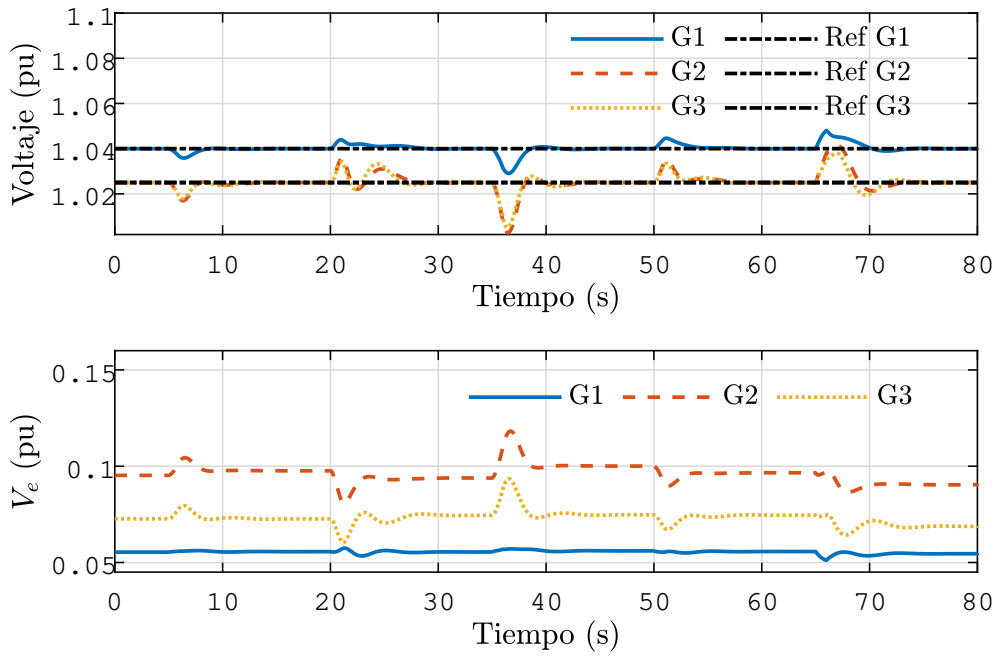


Figura 4.13: Respuesta del voltaje con la reubicación de polos.

4.1.3 Caso de estudio 3: sistema con control óptimo lineal

Este caso de estudio considera la aplicación de un sistema de control óptimo, específicamente el sistema IEEE de 9 nodos, con las siguientes particularidades:

1. **Control:** tipo óptimo.
2. **Perturbación:** Se considera un perfil de carga constante a tramos, tanto en potencia activa como reactiva.
3. **Análisis:** Se realiza un análisis de ubicación de polos y razón de amortiguamiento basándose en el modelo linealizado del SEP.
4. **Diseño:** Se obtienen las ganancias a partir del diseño del controlador basado en la matriz de factores de participación del SEP.
5. **Resultados:** Se exponen las simulaciones obtenidas para las respuestas de las frecuencias y los voltajes del SEP.

El diseño del controlador óptimo se basa en las matrices A y B del sistema linealizado, comenzando por seleccionar un valor de corte de $\tau_{max} = 0.35$ s para aislar los modos dominantes, que están relacionados con fenómenos electromecánicos y electromagnéticos de decaimiento lento. Utilizando A y B se determina la matriz de factores de participación PF , a partir de la cual se establece la relación entre los polos λ_j y sus modos dinámicos correspondientes μ_j . Con esta información se identifica, para cada modo, el estado que presenta la mayor magnitud de participación. En la Tabla 4.3 se muestran los polos junto con sus respectivos modos que satisfacen la condición del valor de corte $\tau_j > 0.35$ s, así como los estados que presentan mayor participación en dichos modos. Con base en esta información se calcula la matriz de ponderación Q para el controlador óptimo, de manera que penalice los estados seleccionados, donde $q_{init} = 0.001$ en (3.3.11), y $\gamma = 150$ en (3.3.12). La matriz de ganancia óptima K_{opt} se obtiene a partir de la solución de (3.3.6), la cual tiene una dimensión de 6×33 , y K_{io} de 6×6 , mientras que la ley de control está dada por (3.3.8). Las matrices utilizadas en el desarrollo de este controlador se encuentran definidas en el Apéndice B.

Tabla 4.3: Relación modos dominantes y estados asociados usando factores de participación.

Polos (λ_j)	Modos (μ_j)	Estado (x_i)	PF_{ij}
$-1.1571 + 14.9041i$	5	3	0.4240
$-1.1571 - 14.9041i$	6	3	0.4240
$-0.6644 + 9.0762i$	11	2	0.3601
$-0.6644 - 9.0762i$	12	2	0.3601
-2.8028	23	11	0.3697
$-0.4203 + 1.1875i$	25	4	0.3696
$-0.4203 - 1.1875i$	26	4	0.3696
-1.3796	27	1	1.6496
-1.3298	28	1	2.5340
$-0.4547 + 0.6999i$	29	26	0.1938
$-0.4547 - 0.6999i$	30	26	0.1938
$-0.4457 + 0.4025i$	31	27	0.3068
$-0.4457 - 0.4025i$	32	27	0.3068
0.0000	33	16	0.7153

Al analizar los polos del sistema con las ganancias del controlador óptimo se obtienen las ubicaciones mostradas en la Figura 4.14, donde de forma gráfica se presentan los polos que están relacionados con los polos dominantes (Región 1). En este caso, las ubicaciones de los polos dependen de las ganancias del controlador óptimo, por lo que sus posiciones son completamente diferentes a las que se presentaron con los controladores AVR/PI y reubicación de polos.

Polos	
0.0000	-6.2843
-0.1330	-8.7939
-0.2586	$-14.6096 \pm 20.9165i$
-0.8408	$-15.4690 \pm 24.5362i$
-1.1151	$-19.7556 \pm 34.0166i$
$-1.8038 \pm 1.5583i$	-27.6588
-1.8737	-30.1591
-3.2295	-31.3646
-3.5252	-32.3334
-5.2433	-36.7907
$-5.4725 \pm 7.8159i$	-40.0971
$-5.6650 \pm 8.9804i$	-45.4994
$-5.7856 \pm 8.6055i$	

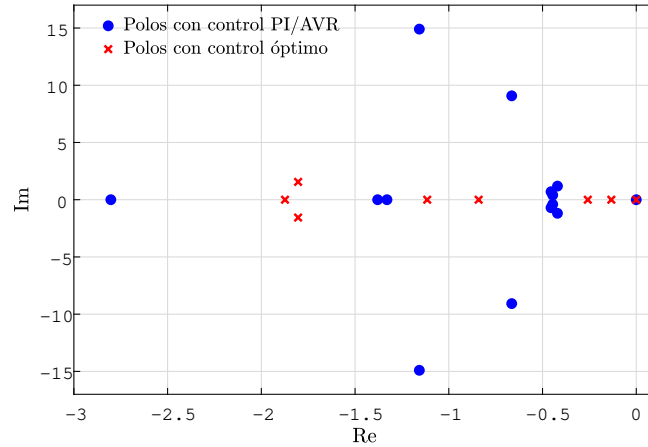


Figura 4.14: Ubicación de polos del sistema con control óptimo.

Al calcular la razón de amortiguamiento y la frecuencia asociada, dadas en la Tabla 4.4, se puede observar que el par de polos complejos más cercanos al origen (Región 1), presenta un amortiguamiento $\zeta = 75.7\%$ con frecuencia 0.248 Hz, muy por encima del amortiguamiento mínimo, lo que indica que se deben presentar mejoras en la respuesta

de frecuencia y voltaje. El resto de los polos conjugados tampoco presentan problemas de amortiguamiento y, al tener parte real más negativa, también ofrece una respuesta más rápida.

Tabla 4.4: Razón de amortiguamiento ζ y frecuencias asociadas al sistema IEEE de 9 nodos con control óptimo.

Polos	Razón de amortiguamiento (ζ)	Frecuencia (Hz)
$-1.8038 \pm 1.5583i$	75.7%	0.248
$-5.4725 \pm 7.8159i$	57.4%	1.244
$-5.6650 \pm 8.9804i$	53.4%	1.429
$-5.7856 \pm 8.6055i$	55.8%	1.369
$-14.6096 \pm 20.9165i$	57.2%	3.329
$-15.4690 \pm 24.5362i$	53.3%	3.906
$-19.7556 \pm 34.0166i$	50.2%	5.415

Al aplicar el controlador óptimo al sistema IEEE de 9 nodos bajo el mismo perfil de variación de carga que en los casos anteriores, se tiene el diagrama de bloques mostrado en la Figura 4.15, que representa el proceso de control en donde la entrada del sistema vuelve a depender de la retroalimentación de los estados, el punto de operación, los valores de referencia y la salida del sistema.

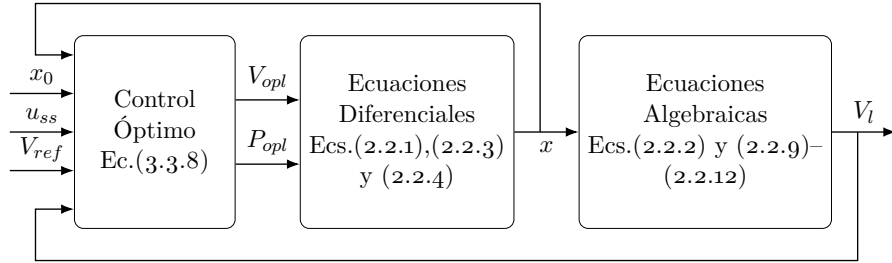


Figura 4.15: Diagrama de bloques para regulación de frecuencia y voltaje con control óptimo.

Al realizar la simulación, se obtienen las frecuencias de los generadores (G_1 , G_2 , G_3), Figura 4.16, en donde se muestra una mejora, respecto a las frecuencias con el controlador por reubicación de polos, en la magnitud de los picos de frecuencia generados por los cambios de carga, y en las señales de entrada del gobernador P_e para cada generador (G_1 , G_2 , G_3), cuyos sobre-impulsos disminuyen considerablemente, teniendo un comportamiento más similar a las entradas de los gobernadores en el caso 4.1.1. En el caso de los voltajes en terminales de los generadores (G_1 , G_2 , G_3), la

respuesta se presenta en la Figura 4.17, los cuales presentan sólo pequeñas desviaciones respecto a sus referencias durante las variaciones de carga. Estas desviaciones son compensadas por las señales de entrada del amplificador del sistema de excitación V_e para cada generador (G_1 , G_2 , G_3), lo que permite una rápida convergencia de los voltajes hacia los valores de referencia. Sin embargo, las entradas de control tienen una magnitud mayor ante la presencia de las variaciones de carga. Debido a que los controladores del voltaje se basan en electrónica de potencia, estos son capaces de responder ante este tipo de entradas sin mayor contratiempo. Adicionalmente, para este caso de control óptimo, se obtuvieron la potencia activa y reactiva calculadas en terminales de los generadores, calculadas a partir de (2.2.7), cuyos valores se muestran en la Figura 4.18, con el objetivo de monitorear sus magnitudes, donde en el intervalo 0-5 s no existe una perturbación y entonces las potencias corresponden a las nominales en pu de los generadores, en particular, G_1 $P = 0.7164$ y $Q = 0.2705$, para el G_2 $P = 1.63$ y $Q = 0.0665$, y para el G_3 $P = 0.85$ y $Q = -0.1086$.

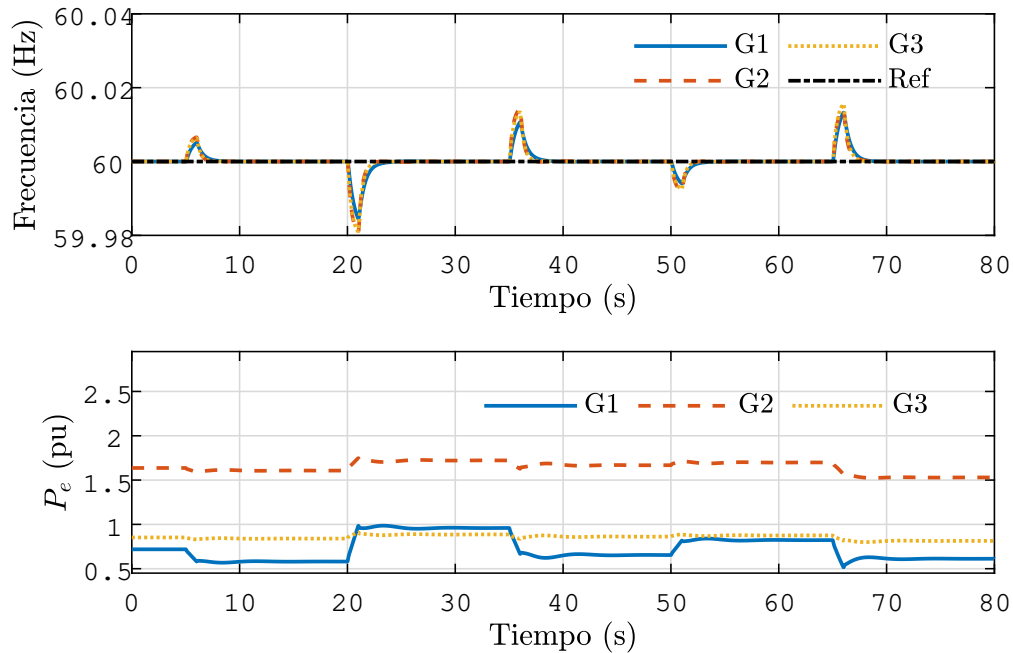


Figura 4.16: Respuesta de la frecuencia con el control óptimo.

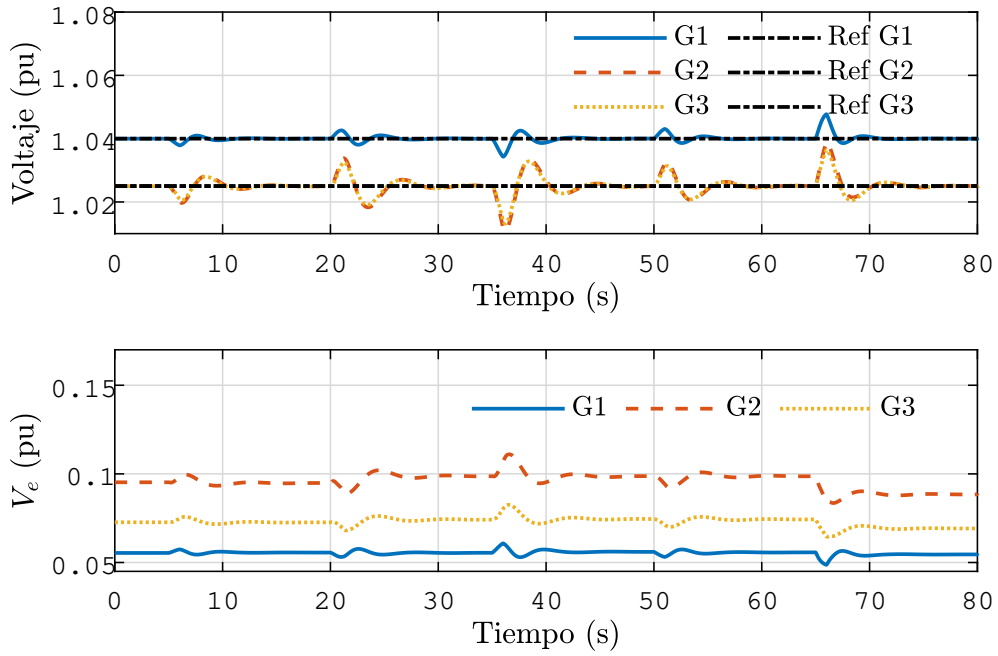


Figura 4.17: Respuesta del voltaje con control óptimo.

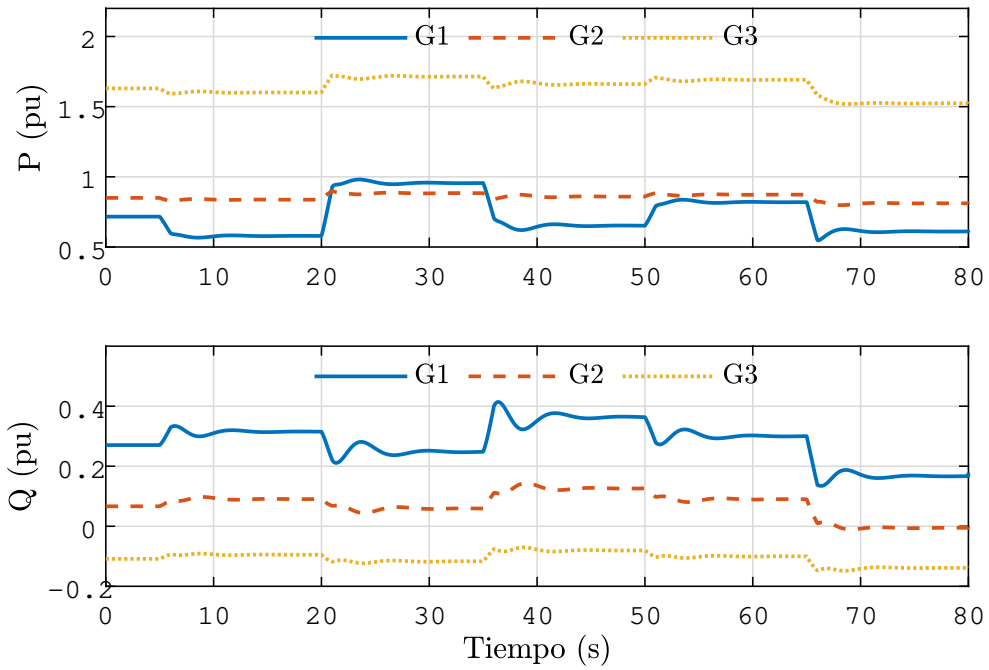


Figura 4.18: Potencia activa y reactiva de los generadores con control óptimo.

Al obtener los resultados de los tres tipos de controladores diferentes, AVR/PI,

reubicación de polos y control óptimo, es necesario poder comparar sus respuestas para verificar que efectivamente se tienen mejoras en la regulación de frecuencia y voltaje. Para esto, se obtienen las gráficas por separado de cada generador con los tres diferentes tipos de controladores, mostrando en la Figura 4.19 las respuestas de las frecuencias, y en la Figura 4.20, las respuestas de los voltajes en terminales. De esta manera, se puede observar que los controladores basados en el modelo matemático obtienen una mejor respuesta para la frecuencia. Sin embargo, para el caso del voltaje en el control por reubicación de polos, si bien se logra restablecer al valor de referencia, se pueden apreciar ciertos sobre-impulsos que presentan una magnitud y tiempo de restablecimiento mayor, en comparación con los controles AVR/PI y control óptimo.

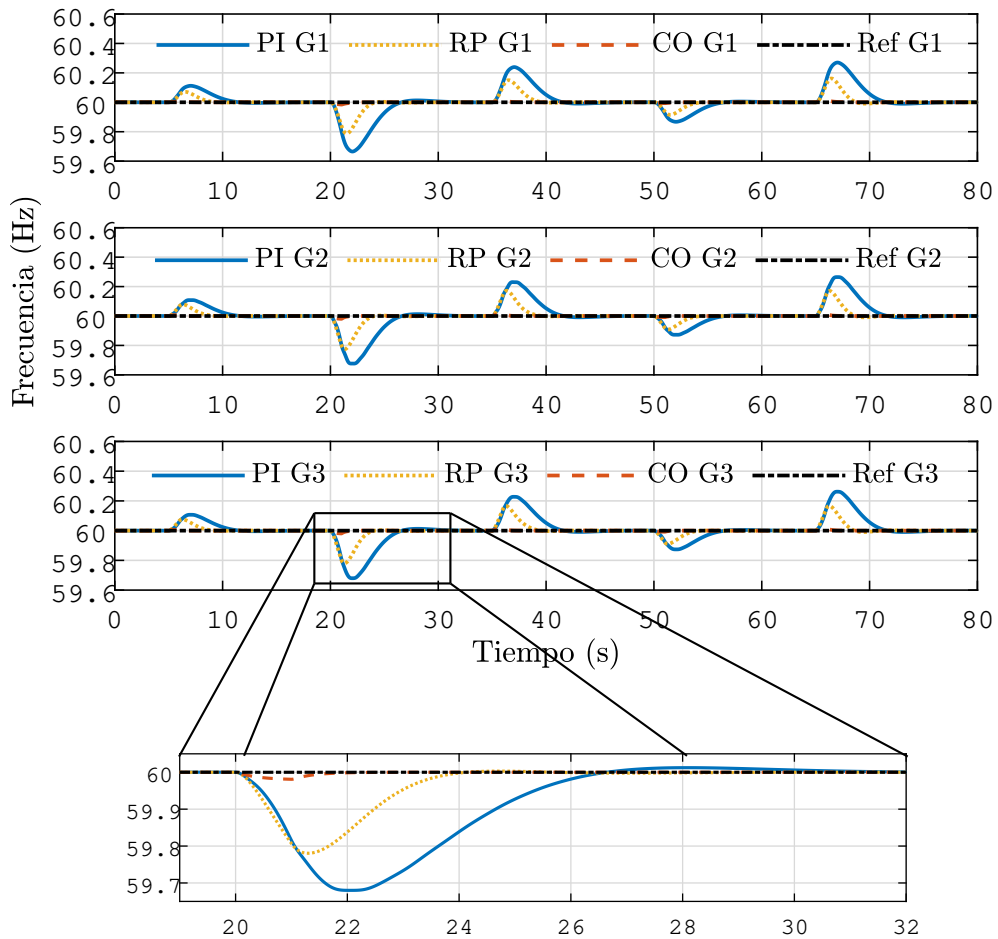


Figura 4.19: Comparación de las frecuencias con control PI, reubicación de polos (RP) y control óptimo (CO).

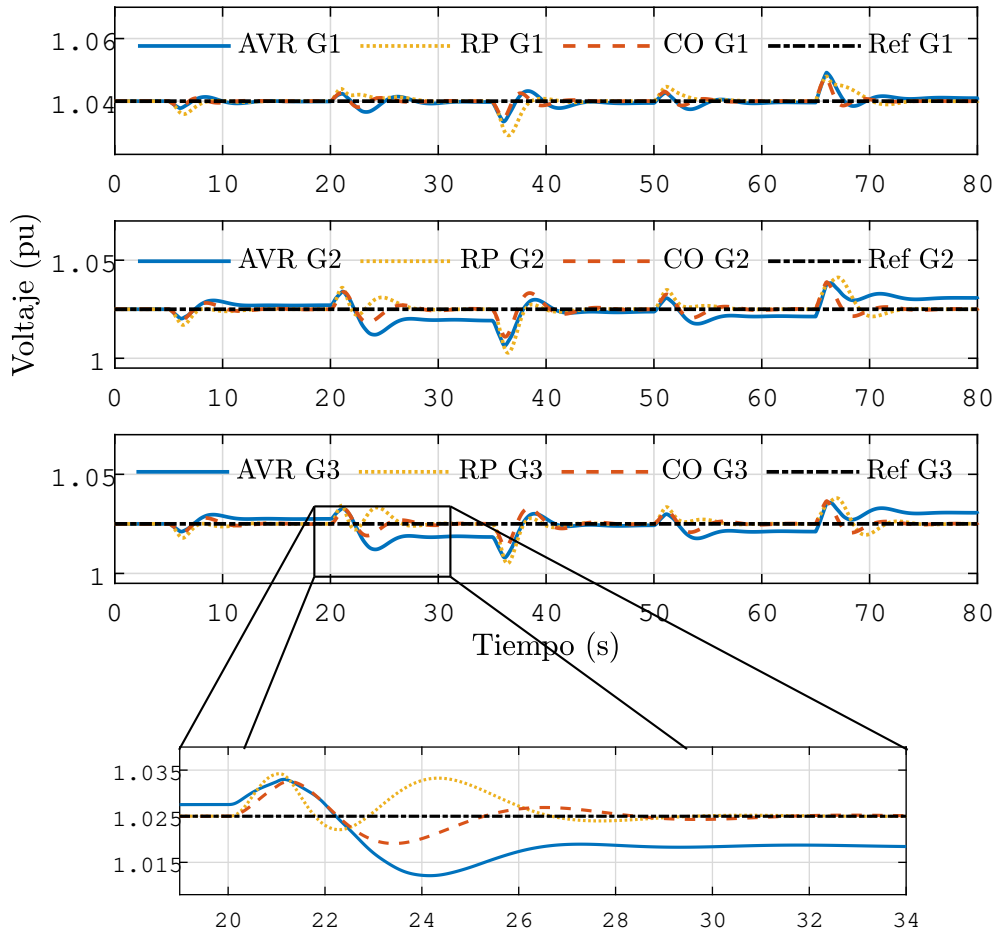


Figura 4.20: Comparación de los voltajes con control AVR, reubicación de polos (RP) y control óptimo (CO).

De forma complementaria, en las Figuras 4.21 y 4.22 se muestra el comportamiento de las señales de entrada al gobernador y al amplificador, respectivamente, generadas por los controladores del caso base AVR/PI y por los controladores propuestos RP y CO. El objetivo es analizar y verificar que las señales producidas por los controladores propuestos se mantienen dentro de un rango de operación similar al del caso base. Esto indica que las mejoras observadas en las respuestas de frecuencia y voltaje no requieren acciones de control que excedan los límites físicos de los generadores. No obstante, el uso de limitadores resulta indispensable para evitar que dichos límites sean superados, por lo tanto, su implementación se considerará en trabajos futuros.

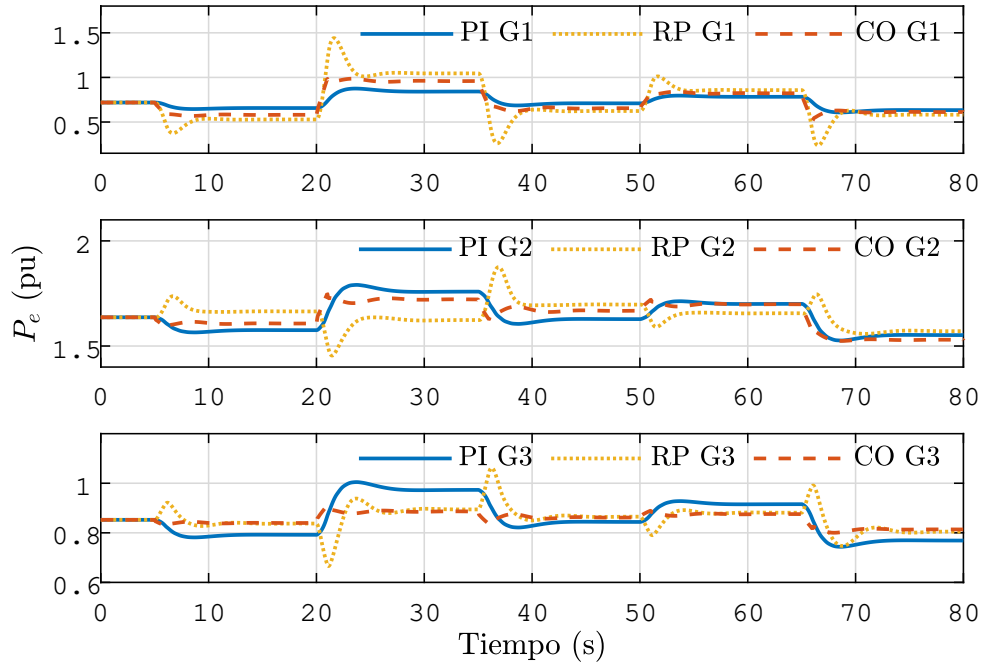


Figura 4.21: Comparación de las entradas al gobernador con PI, RP y CO.

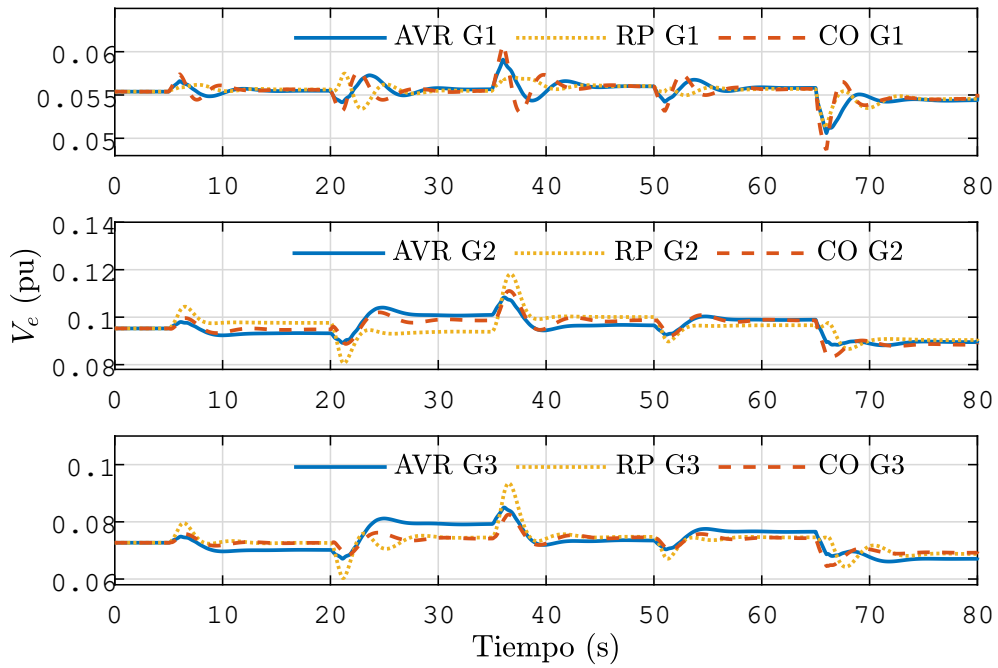


Figura 4.22: Comparación de las entradas al amplificador con PI, RP y CO.

Si bien la comparativa cualitativa de las respuestas muestra, de forma general, las mejoras, también se puede presentar de forma cuantitativa. Para esto, se obtiene el porcentaje del error cuadrático medio (ECM) de las señales de frecuencia y voltaje obtenidas a partir de cada generador con su respectivo controlador, que se muestra en la Tabla 4.5, mientras que las mejoras respecto a los controladores tradicionales AVR/PI, se dan a partir del factor de mejora mostrado en la Tabla 4.6, definido como la relación entre el porcentaje de error obtenido con el control AVR/PI y el correspondiente a la reubicación de polos o al control óptimo. Se observa una mejora significativa en la respuesta de la frecuencia. Para el caso del generador 1, la reubicación de polos presenta un porcentaje de ECM de 7.027%, mientras que el control PI alcanza 14.566%, lo que representa una mejora de 2.072 veces respecto al PI. Por su parte, el control óptimo obtiene un porcentaje de 0.4042%, siendo 36.028 veces superior al PI. En el caso del voltaje, los resultados cuantitativos confirman lo observado gráficamente. El controlador AVR presenta un porcentaje de ECM de 15.494%, inferior al 19.816% obtenido mediante reubicación de polos, con un factor de mejora de 0.7818, lo que indica que, en este caso, el AVR supera a la reubicación de polos. No obstante, el control óptimo vuelve a mostrar el mejor desempeño, con un porcentaje de 10.942% y un factor de mejora de 1.416 respecto al AVR.

Tabla 4.5: Error cuadrático medio de los controladores AVR/PI, reubicación de polos (RP) y control óptimo (CO).

Generador	Frecuencia (valores $\times 10^{-2}$)			Voltaje (valores $\times 10^{-2}$)		
	PI (%)	RP (%)	CO (%)	AVR (%)	RP (%)	CO (%)
G ₁	14.564	7.0270	0.4042	15.494	19.816	10.942
G ₂	14.299	7.3881	0.4846	51.523	41.592	30.127
G ₃	14.121	7.2066	0.4838	50.527	36.042	25.995

Tabla 4.6: Factor de mejora del control AVR/PI con reubicación de polos (RP) y AVR/PI con control óptimo (CO).

Generador	Factor de mejora			
	PI/RP	PI/CO	AVR/RP	AVR/CO
G ₁	2.0726	36.0280	0.7818	1.4160
G ₂	1.9354	29.5040	1.2388	1.7102
G ₃	1.9595	29.1840	1.4019	1.9437

Las mejoras que se presentan sobre los controladores AVR/PI se dan debido a que la señal de control se construye a partir de la retroalimentación de estados. En este esquema, para la reubicación de polos, se diseña tratando de ubicar los polos a la izquierda del eje imaginario y de ser posible, mantener únicamente la parte real, sin embargo, esta elección no siempre garantiza el mejor equilibrio entre rapidez, amortiguamiento y esfuerzo de control. Mientras que para el control óptimo, la matriz de ponderación Q se diseña con base en los factores de participación, priorizando aquellas dinámicas con mayor influencia en el comportamiento del sistema. De esta forma, las leyes de control resultantes actúan simultáneamente sobre todos los estados. Como resultado, el control óptimo logra una mejor reducción, tanto en el tiempo de respuesta, como en las desviaciones respecto a los valores de referencia.

4.1.4 Caso de estudio 4: sistema de inyección de potencia regulada con ST y control óptimo

Este caso de estudio considera la inyección de potencia requerida para la regulación f/V , que está determinada por un control ST en combinación con controlador óptimo, específicamente aplicado al sistema IEEE de 9 nodos, con las siguientes particularidades:

1. **Control:** tipo ST y óptimo.
2. **Perturbación:** Se considera un perfil de carga constante a tramos, y posteriormente, variante con el tiempo, tanto en potencia activa como reactiva.
3. **Diseño:** Se inyecta un perfil de potencias activa y reactiva a un nodo del sistema, donde los valores son calculados por el ST, cuya variable de control depende de la velocidad de un generador cercano y del voltaje medido en el nodo de inyección.
4. **Resultados:** Se exponen las simulaciones obtenidas para las respuestas de las frecuencias y los voltajes del SEP.

Partiendo de las respuestas de frecuencia y voltaje que se obtuvieron con el controlador óptimo, bajo un perfil de variación de carga constante a tramos, se determina mediante el control ST, inyectar o consumir potencia activa y reactiva, con la finalidad de regular más eficazmente las variables f/V ante variaciones fuertes de carga. Dicha potencia podría provenir de fuentes de generación externa, tales como energía renovable interconectada con electrónica de potencia, sistemas de almacenamiento, o generadores tradicionales, no obstante, esta generación adicional está fuera del objetivo de este trabajo, quedando como parte de un trabajo futuro.

Para determinar la inyección o el consumo de potencia activa y reactiva, que apoyará a regular las variables f/V , se propone el controlador robusto basado en la salida ST. Este tipo de controlador está diseñado principalmente para sistemas de grado relativo 1, no obstante, puede aplicarse a otros sistema, aunque su efecto en la respuesta no será el mismo. Actúa sobre la salida del sistema por lo que no requiere el modelo matemático, además de mantener un desempeño estable y preciso, incluso en presencia de ruidos y perturbaciones variantes con el tiempo, lo que permite que el sistema presente una mejor respuesta ante un perfil de carga variable, como se observa en la Figura 4.23, particularmente alrededor de los segundos 80 y 100.

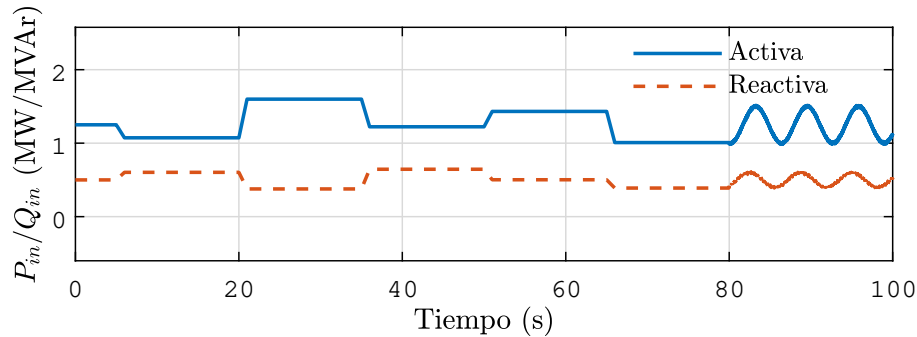


Figura 4.23: Perfil de variación de carga constante a tramos y variante con el tiempo.

El diagrama de bloques que representa el proceso del control óptimo con el controlador ST se presenta en la Figura 4.24, en donde la inyección de potencia activa, para este caso, dependerá de la velocidad ω_l del generador G3, mientras que la potencia reactiva depende del voltaje en el nodo 6. La acción de control se obtiene de (3.1.4).

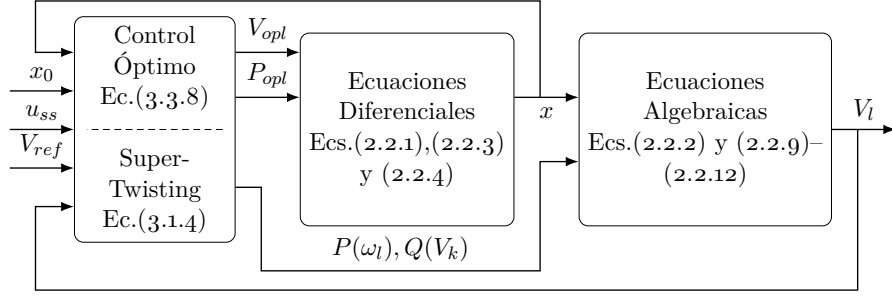


Figura 4.24: Diagrama de bloques para regulación de frecuencia y voltaje con control óptimo y Super-Twisting.

El consumo de potencia se realiza en un nodo del tipo PQ, por lo que puede realizarse en cualquier nodo de carga, en este caso el nodo 5. Por otra parte, la regulación de f/V mediante el suministro de potencia calculado por el ST, puede realizarse en cualquier nodo, pudiendo ser uno próximo a donde está la carga variable, eligiéndose el nodo 6 para este estudio, tal como se ilustra en la Figura 4.25.

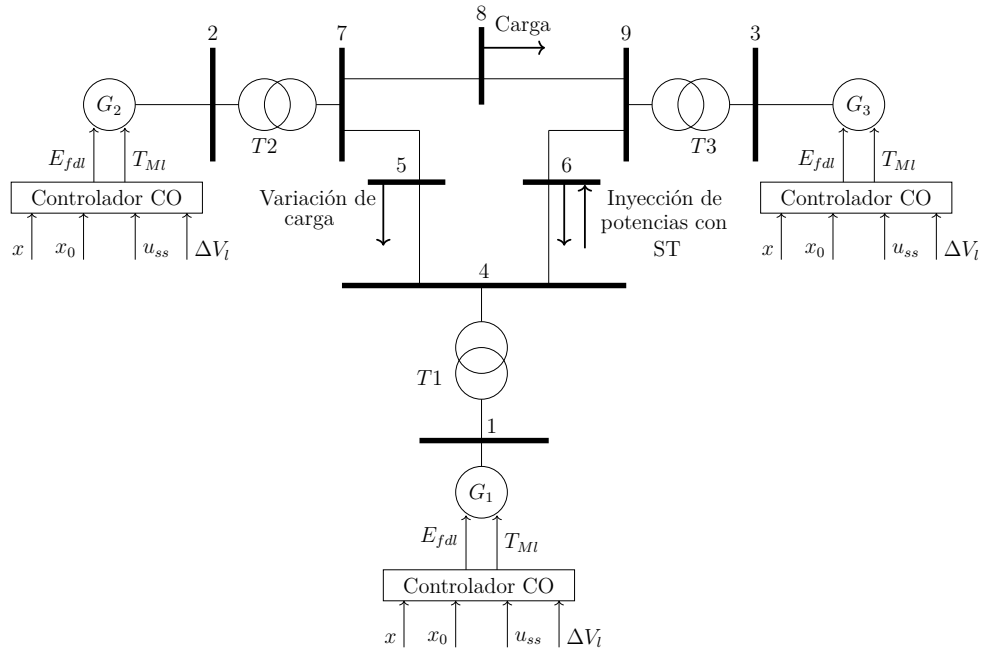


Figura 4.25: Sistema IEEE 9 nodos con variación de carga e inyección de potencia.

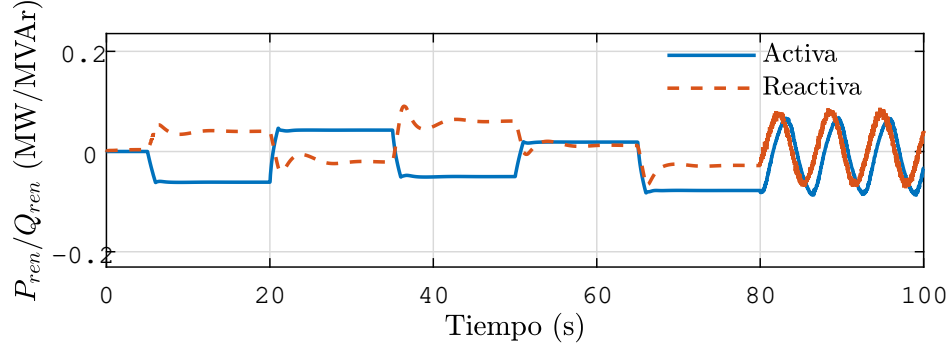


Figura 4.26: Inyección/consumo de potencia activa y reactiva por el ST.

La inyección/consumo de potencia que calcula el ST para regular f/V ante perfiles de perturbación constante y variable, se presenta en la Figura 4.26. En dicha figura, los valores positivos representan inyección de potencia hacia la red, mientras que los valores negativos corresponden al consumo desde el sistema. Las referencias del controlador se establecen en una frecuencia nominal de 60 Hz y un voltaje en el nodo $V_6 = 1.013$ pu. Mientras que el valor de las ganancias es $K_{1STf} = 0.5$ y $K_{2STf} = 0.05$ para la regulación de la frecuencia, y $K_{1STV} = 0.4$ y $K_{2STV} = 0.1$ para la regulación del voltaje.

Al aplicar el perfil de potencias del ST al sistema, se obtienen nuevamente las respuestas de las frecuencias y voltajes, Figuras 4.27 y 4.28, respectivamente, junto con sus respectivas señales de entrada. Estas respuestas presentan un comportamiento similar al obtenido con el controlador óptimo, aunque se observa una reducción en los sobre-impulsos tanto de la frecuencia como del voltaje. Nuevamente se hace la comparativa, de forma gráfica, de los generadores por separado, para las respuestas de la frecuencia en la Figura 4.29, mientras que para el voltaje en la Figura 4.30, considerando los casos con y sin el controlador ST, en relación con el controlador óptimo. Esta comparación permite apreciar las mejoras en la respuesta de f/V al considerar las inyecciones de potencia activa y reactiva.

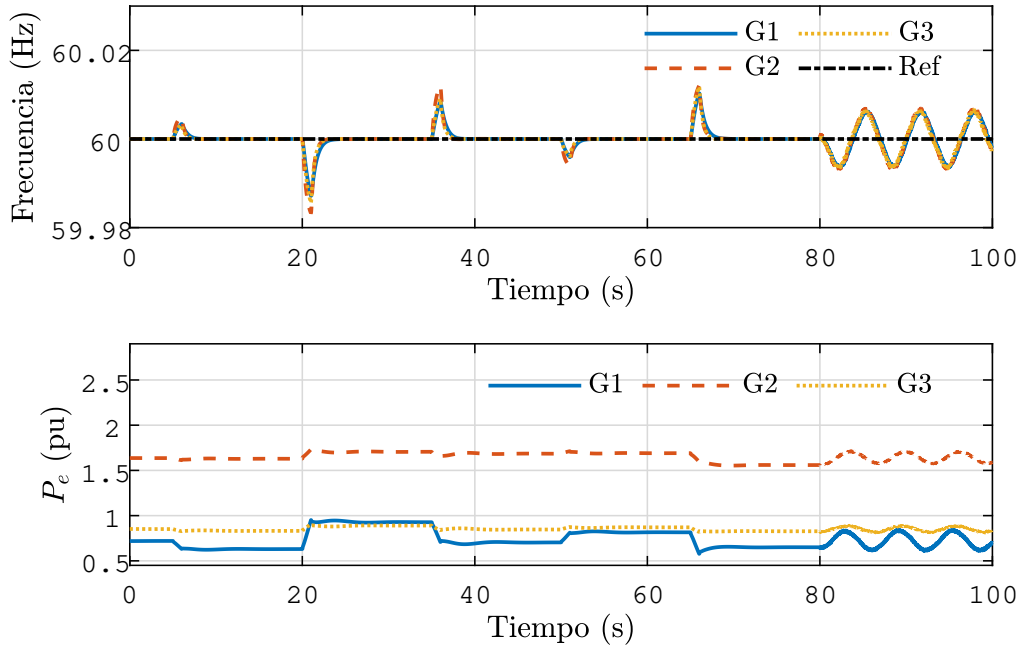


Figura 4.27: Respuesta de la frecuencia con control óptimo e inyección de potencias.

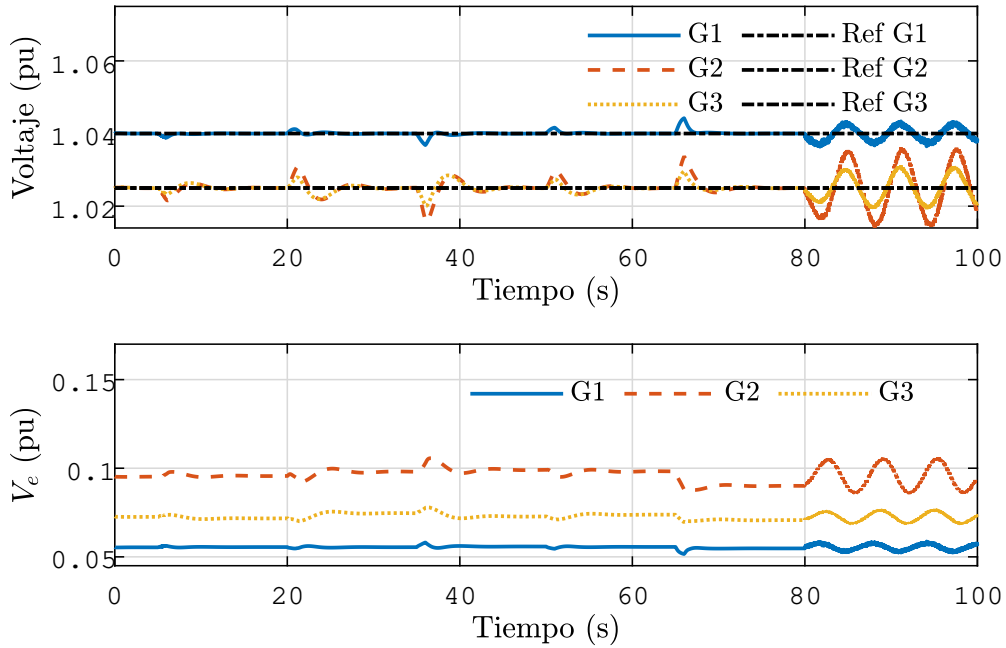


Figura 4.28: Respuesta del voltaje con el control óptimo y con la inyección de potencias.

Adicionalmente, en la Tabla 4.7 se reporta el porcentaje del error cuadrático medio

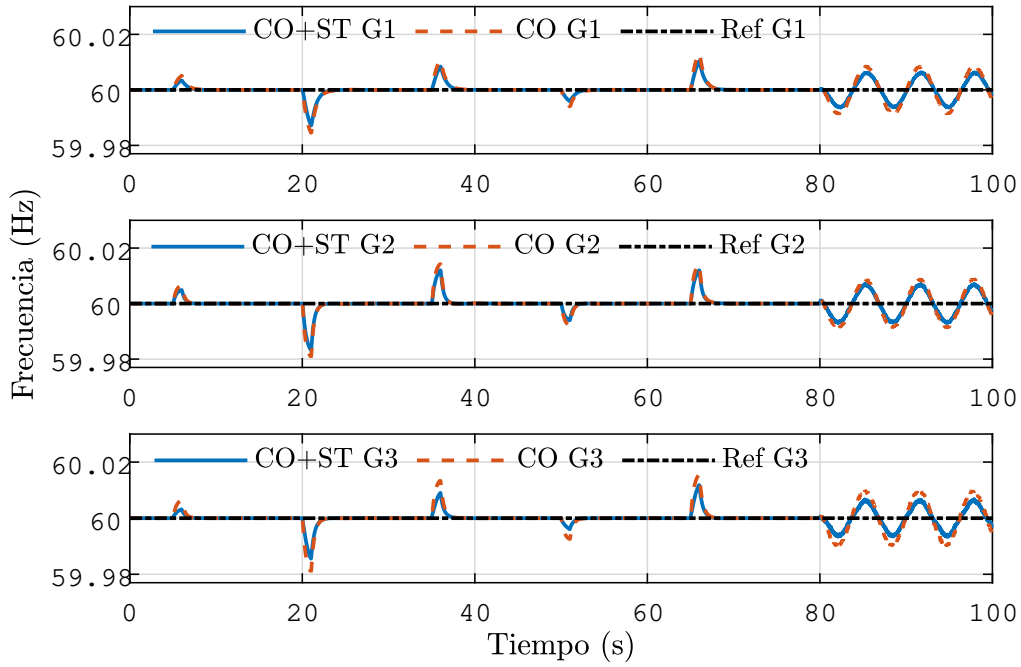


Figura 4.29: Comparación de la frecuencia con y sin inyección de potencias.

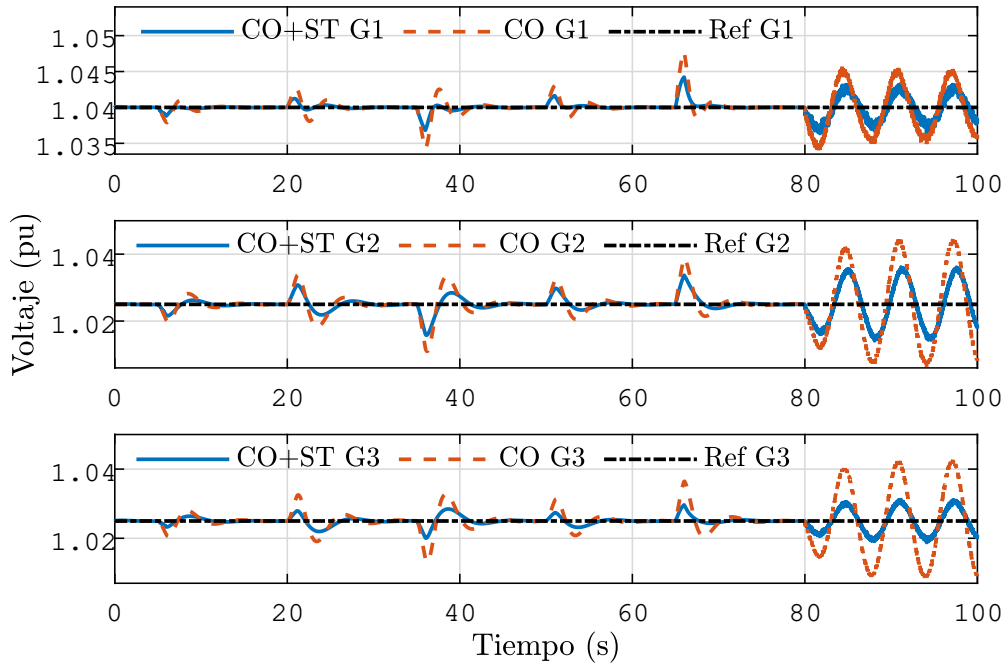


Figura 4.30: Comparación del voltaje con y sin inyección de potencias en los generadores.

(ECM) de la respuesta de los generadores, con el fin de realizar una comparativa numérica que permita cuantificar la mejora en la respuesta del sistema con y sin las inyecciones de potencia. Esta mejora se da a partir del factor de mejora que se muestra en la Tabla 4.8, donde se puede observar que la inyección de potencia contribuye a una respuesta más favorable del sistema. No obstante, bajo condiciones variantes en el tiempo, la mejora en la variable de frecuencia es marginal; esto puede atribuirse a que la medición de frecuencia para el controlador ST se toma en el nodo del generador 3, mientras que el control de potencia se realiza en un nodo distinto (nodo 6), lo que limita su efectividad. En cambio, para el voltaje, se tomó la medición y regulación en el mismo nodo 6, lo que aumenta el desempeño del ST al actuar sobre el mismo punto donde se mide (Figura 4.31). En el nodo 6, el ECM del voltaje con y sin inyección de potencia es de 0.0782 y 0.5186, respectivamente, lo que representa un factor de mejora de 6.6334 veces; en este caso, se aprecia una mejora significativa.

Tabla 4.7: Error cuadrático medio de la comparación con y sin inyección de potencia.

Generador	Frecuencia (valores $\times 10^{-2}$)		Voltaje (valores $\times 10^{-2}$)	
	CO (%)	CO+ST(%)	CO(%)	CO+ST(%)
G1	0.5737	0.4317	18.049	9.937
G2	0.6272	0.5046	60.267	36.271
G3	0.6645	0.4334	54.045	19.454

Tabla 4.8: Factor de mejora de la comparación con y sin inyección de potencia.

Generador	Factor de mejora	
	Frecuencia CO/(CO+ST)	Voltaje CO/(CO+ST)
G1	1.3289	1.8163
G2	1.2431	1.6616
G3	1.5331	2.778

Nótese la efectividad del controlador ST, particularmente en la mitigación del efecto de la variación de carga que se presenta entre el tiempo 80 s y 100 s, lográndose mantener las variables cerca de de valor de referencia. Es evidente la ventaja de sumar el control ST, que es un algoritmo apropiado en mitigar perturbaciones variantes en el tiempo gracias a su naturaleza robusta, frente a un controlador tradicional (PI o

compensadores atraso-adelanto), que presentaría limitaciones de desempeño ante este tipo de variaciones.

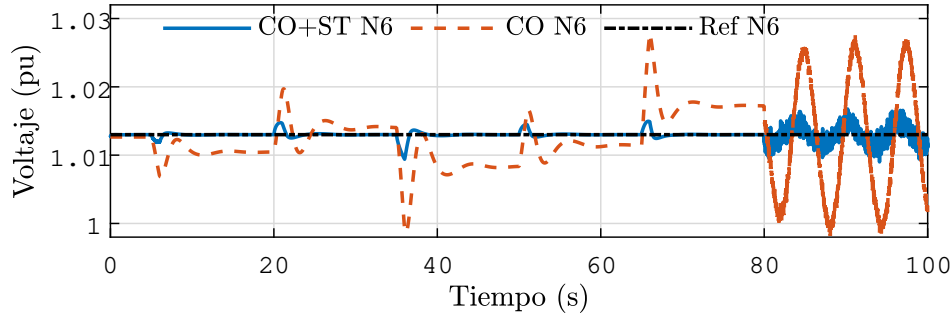


Figura 4.31: Comparación del voltaje con y sin inyección de potencias en el nodo 6.

4.2 Conclusiones del capítulo 4

En este capítulo se implementaron, a nivel simulación, los distintos tipos de controladores diseñados. Al comparar los resultados obtenidos de los métodos propuestos frente a los controladores tradicionales, se observa una mejora significativa en la respuesta de los generadores, a partir del porcentaje del ECM, de al menos 29.184% en la frecuencia y 1.416% en el voltaje, mediante el enfoque óptimo, mientras que, con la estrategia de reubicación de polos, las mejoras en el porcentaje son de 1.9354% y 0.7818%, respectivamente. Finalmente, al integrar las inyecciones de potencia a partir del controlador ST, se alcanza un porcentaje de mejora adicional del ECM, en la respuesta de los generadores sobre el control óptimo de 1.2431% en la frecuencia y 1.8163% en el voltaje, lo que permite disminuir sobre-impulsos, tiempos de respuesta y oscilaciones en los generadores síncronos del sistema eléctrico de potencia.

Capítulo 5

Conclusiones y Trabajos Futuros

5.1 Conclusiones generales

El trabajo realizado en esta tesis se centra en el diseño de técnicas de control, las cuales son capaces de mejorar la respuesta de un sistema eléctrico de potencia ante diferentes tipos de perfil de variación de carga, ya sean constantes a tramos o variantes en el tiempo. Estas perturbaciones se pueden presentar en diferentes situaciones, como el aumento de carga por parte de los usuarios, el incremento de las energías renovables conectadas a la red eléctrica, y en ciertos casos, por el excedente de generación por parte de las centrales eléctricas.

El diseño de los controladores propuestos, como lo son reubicación de polos y el control óptimo, están basados en el modelo matemático del sistema, en donde se tiene una retroalimentación de los estados, que a diferencia de los controladores comúnmente implementados como el PI o el AVR que están basados únicamente en las salidas del sistema y su diseño depende de la variación de ganancias para obtener una respuesta que pueda mantener al sistema dentro de los rangos operativos. En el caso de la reubicación de polos, el diseño se realiza de forma heurística de acuerdo a criterios de estabilidad y desempeño dinámico, por lo que, las ubicaciones seleccionadas no son únicas y pueden no ser óptimas. En el control óptimo el procedimiento de diseño cambia debido a que las ganancias utilizadas están dadas por un análisis modal, a partir de los factores de participación, en el cual se logra identificar cuál de los estados tiene un mayor impacto

en la dinámica del sistema, y enfocar la ley de control sobre estos para obtener así una mejor respuesta.

Aplicando la ley de control obtenida por el diseño de ambos métodos de control, reubicación de polos y control óptimo, se obtienen las respuestas del sistema y estas son comparadas con los controladores basados en la salida, PI y AVR, con el objetivo de evidenciar la mejora que se obtiene al momento de hacer un diseño basado en el modelo matemático y no solo en la salida. Los resultados que se muestran tanto de forma cualitativa, como cuantitativa, dejan en claro que los métodos presentados obtienen respuestas con un tiempo de restablecimiento mucho menor, disminuyen los sobre-impulsos y las oscilaciones causadas por las variaciones de carga que afectan al sistema. Además, el diseño que se realiza para las ganancias del control óptimo muestra la eficiencia del método en comparación con la reubicación de polos, en donde para obtener las respuestas, se tuvieron que realizar varias pruebas antes de obtener los resultados que se muestran en el trabajo. Adicionalmente, el diseño y la aplicación de un controlador ST en conjunto con el control óptimo mejora aún más la respuesta particularmente cuando se presentan las perturbaciones variantes en el tiempo debido a las cualidades que presenta este tipo de controlador en comparación a otros controladores basados en la salida.

5.2 Trabajos futuros

Los trabajos y las investigaciones futuras que se pueden realizar con base en el trabajo presentado son:

- Diseño y aplicación de un observador de estado para las variables del generador que no pueden ser medidas de forma física.
- Implementación de limitadores en el diseño de control propuesto.
- Aplicar el diseño de control propuesto a un sistema que presente fallas trifásicas.
- Realizar una comparativa más extensa de los métodos propuestos en este trabajo con sistemas de excitación y turbinas modernas, que presentan actualmente los

generadores síncronos.

- Aplicar el diseño de control propuesto a un sistema de mayor dimensión.
- Diseño y aplicación de modelos de fuentes renovables, sistemas de almacenamiento e inversores para inyectar o absorber potencia activa y reactiva.

Apéndice A

Datos del Sistema IEEE 9 Nodos

Tabla A.1: Datos de las líneas de transmisión del sistema IEEE 9 nodos

Nodo de envío	Nodo de recepción	R (pu)	X_L (pu)	G_{shunt} (pu)	B_{shunt} total (pu)
1	4	0	0.0576	0	0
2	7	0	0.0625	0	0
3	9	0	0.0586	0	0
4	5	0.010	0.085	0	0.176
4	6	0.017	0.092	0	0.158
5	7	0.032	0.161	0	0.306
6	9	0.039	0.17	0	0.358
7	8	0.0085	0.072	0	0.149
8	9	0.0119	0.1008	0	0.209

Tabla A.2: Valores nominales de operación del sistema IEEE 9 nodos

Nodo	Tipo	Voltaje (pu)	Ángulo (°)	P_G (MW)	Q_G (MVar)	P_L (MW)	Q_L (MVar)
1	(slack)	1.04	0.00	71.64	27.05	0	0
2	PV	1.025	9.28	163	6.65	0	0
3	PV	1.025	4.665	85	-10.86	0	0
4	PQ	1.026	-2.217	0	0	0	0
5	PQ	0.996	-3.989	0	0	125	50
6	PQ	1.013	-3.687	0	0	90	30
7	PQ	1.026	3.72	0	0	0	0
8	PQ	1.016	0.728	0	0	100	35
9	PQ	1.032	1.967	0	0	0	0

Tabla A.3: Datos de los generadores del sistema IEEE 9 nodos

Parámetro	Generador 1	Generador 2	Generador 3
H (s)	23.64	6.40	3.01
X_d (pu)	0.146	0.8958	1.3125
X'_d (pu)	0.0608	0.1198	0.1813
X''_d (pu)	0.0489	0.0881	0.1133
X_q (pu)	0.0968	0.8645	1.2578
X'_q (pu)	0.0969	0.1969	0.25
X''_q (pu)	0.0396	0.0887	0.0833
T'_{do} (s)	8.96	6.00	5.89
T''_{do} (s)	0.115	0.0337	0.0420
T'_{go} (s)	0.31	0.5350	0.60
T''_{go} (s)	0.0330	0.0780	0.1875
X_{ls} (pu)	0.12	0.1020	0.0750
R_s (pu)	0.0041	0.0026	0.0035
D_m	0.0125	0.0068	0.0048

Tabla A.4: Datos del gobernador y turbina del sistema IEEE 9 nodos

Parámetro	Generador 1	Generador	Generador 3
T_{CH}	0.1	0.1	0.1
T_{SV}	0.05	0.05	0.05
R_D	0.05	0.05	0.05

Tabla A.5: Datos del sistema de excitación IEEE tipo 1

Parámetro	Generador 1	Generador 2	Generador 3
K_A	20	20	20
T_A	0.20	0.20	0.20
K_E	1.00	1.00	1.00
T_E	0.314	0.314	0.314
K_F	0.036	0.036	0.036
T_F	0.35	0.35	0.35
A_x	0.0039	0.0039	0.0039
B_x	1.555	1.555	1.555

Apéndice B

Matrices del Sistema

B.1 Matrices del sistema linealizado

$$A = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 & A_3 \\ A_4 & A_5 & A_6 \\ A_7 & A_8 & A_9 \end{bmatrix}$$

$$A_1 = \begin{array}{c|cccccccccc|c} \hline -0.1000 & 0.0000 & 0.0000 & -2.8587 & -11.9522 & 4.7980 & 1.1385 & 27.2580 & 8.5345 & 86.5513 & 0.0876 \\ 0.0000 & -0.2000 & 0.0000 & 3.4740 & 74.7316 & 10.7899 & 0.1116 & -170.4311 & 19.2131 & -170.4651 & 3.0099 \\ 0.0000 & 0.0000 & -0.3000 & 18.4359 & -61.8296 & -61.3028 & 0.0469 & 141.0070 & -108.6576 & -349.1920 & 1.5136 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & -0.1754 & -0.0126 & 0.0056 & 0.0334 & 0.0288 & 0.0101 & -0.0417 & -0.0002 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & -0.2057 & -13.3147 & -0.0654 & 0.0017 & 13.4145 & -0.1167 & 0.5673 & -0.0004 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.1378 & -0.0972 & -1.3885 & -0.0012 & 0.2217 & 1.0444 & -0.3222 & -0.0005 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 10.1153 & 0.5683 & -0.2541 & -8.7457 & -1.2960 & -0.4534 & 1.8792 & 0.0110 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 1.0758 & 30.7621 & 0.3420 & -0.0088 & -32.1560 & 0.6101 & -2.9670 & 0.0020 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 5.0385 & -3.5558 & 21.5065 & -0.0437 & 8.1093 & -27.8829 & -11.7830 & -0.0168 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0006 & -0.0016 & 0.0006 & 0.0000 & 0.0036 & 0.0011 & -3.1783 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & -0.3163 & 0.0727 & -0.0240 & 0.0037 & -0.1658 & -0.0432 & -0.3983 & -16.8799 \\ \hline \end{array}$$

$$A_2 = \begin{array}{c|cccccccccc|c} \hline -0.0356 & 61.6839 & 3.2766 & 4.7074 & -26.2556 & 13.2653 & 12.9902 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ -0.3244 & -121.4882 & -39.4630 & 29.9314 & 51.6534 & -95.4550 & 43.8007 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ -0.2082 & -248.8644 & 52.5950 & -103.2360 & 106.1134 & 92.1277 & -198.2441 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0001 & -0.0297 & -0.0218 & -0.0167 & 0.0041 & -0.0027 & -0.0014 & 0.1116 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0001 & 0.4043 & 0.0168 & 0.0100 & -0.1771 & 0.2988 & -0.1217 & 0.0000 & 0.1667 & 0.0000 & 0.0000 \\ -0.0001 & -0.2296 & -0.0382 & 0.0005 & 0.1011 & 0.0651 & -0.1663 & 0.0000 & 0.0000 & 0.1698 & 0.0000 \\ -0.0035 & 1.3393 & 0.9840 & 0.7530 & -0.1846 & 0.1209 & 0.0637 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ -0.0005 & -2.1146 & -0.0876 & -0.0522 & 0.9262 & -1.5627 & 0.6364 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ -0.0050 & -8.3976 & -1.3967 & 0.0198 & 3.6989 & 2.3826 & -6.0818 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0438 & 0.0005 & 0.0007 & -0.0035 & 0.0018 & 0.0017 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ -0.0024 & -0.2839 & -15.6173 & 0.2531 & 0.1120 & -0.2546 & 0.1426 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ \hline \end{array}$$

[illegible]

$A_4 =$	0.0000	0.0000	0.0000	0.1245	-0.0011	0.0122	-0.0014	0.0025	0.0218	0.2527	-0.0032
	0.0000	0.0000	0.0000	-0.3569	0.9731	-0.3895	-0.0031	-2.2192	-0.6929	-38.2972	-0.0078
	0.0000	0.0000	0.0000	-2.2003	0.5057	-0.1673	0.0258	-1.1532	-0.3004	-2.7709	-12.9517
	0.0000	0.0000	0.0000	-1.4582	0.0130	-0.1428	0.0170	-0.0295	-0.2554	-2.9607	0.0376
	0.2847	-0.1936	-0.0911	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	-0.7153	0.8064	-0.0911	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	-0.7153	-0.1936	0.9089	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	0.0000	0.0000	0.0000	-106.4269	5.6454	-2.3919	1.2280	-12.8747	-4.4845	-5.3393	-0.2283

$A_5 =$	-10.8123	0.1801	-0.1370	-8.8994	-0.0731	-0.0893	0.1624	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	0.0031	-36.0004	-0.3141	-0.4238	2.1972	-1.1112	-1.0859	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	-0.0167	-1.9748	-17.1710	1.7605	0.7792	-1.7712	0.9921	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	-5.3012	-2.1101	1.6053	-8.1854	0.8565	1.0466	-1.9030	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-3.3650	0.0000	0.0000	3.1847
	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-3.9473	0.0000	0.0000
	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-3.5364	0.0000
0.0650	-3.8053	9.3016	6.8619	-1.2358	0.8888	0.3500	-18.0000	0.0000	0.0000	-5.0000	

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

$$B = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \end{bmatrix}$$

[illegible]

$B_3 =$	0.0000	100.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	0.0000	0.0000	100.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	0.0000	0.0000	0.0000	20.0000	0.0000	0.0000
	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	20.0000	0.0000

-0.0565	0.0239	-0.0000
-0.3954	0.0450	0.0000
-0.1082	0.1735	0.0000

[illegible]

88

B.1.1 Validación de las matrices del sistema linealizado

Con el objetivo de validar los resultados obtenidos en los casos de estudio, derivados de la linealización del sistema descrito en (2.1.1), y de la obtención de las matrices A , B , C y D , se toma como referencia el sistema IEEE de 9 nodos presentado en [19]. En particular, se considera el Ejemplo 7.1 como punto de partida y se realizan las modificaciones correspondientes para reproducir el Ejemplo 8.3, cuyos polos se reportan en la Tabla 8.1 de dicha referencia. En contraste, para la obtención de los polos del sistema, se aplica el procedimiento descrito en el Apéndice C, a partir del cálculo de los valores propios de la matriz A . Los resultados obtenidos se comparan directamente con los reportados en el Ejemplo 8.3, mostrando la comparativa en la Tabla B.1.

Tabla B.1: Validación de polos obtenidos.

Polos Ejemplo 8.3	Polos obtenidos
-0.0000	0.0000
-0.0000	-0.0000
$-0.1908 \pm 8.3672i$	$-0.1892 \pm 8.3876i$
$-0.4260 \pm 0.4960i$	$-0.4265 \pm 0.4967i$
$-0.4394 \pm 0.7392i$	$-0.4400 \pm 0.7398i$
$-0.4445 \pm 1.2104i$	$-0.4453 \pm 1.2111i$
$-0.7209 \pm 12.7486i$	$-0.7217 \pm 12.7772i$
-3.2258	-3.2256
-3.3995	-3.4026
-5.1761	-5.1710
$-5.2218 \pm 7.8161i$	$-5.2226 \pm 7.8149i$
$-5.3236 \pm 7.9220i$	$-5.3232 \pm 7.9228i$
$-5.4875 \pm 7.9487i$	$-5.4884 \pm 7.9496i$

Al realizar la comparativa de los polos obtenidos respecto a los reportados en el Ejemplo 8.3, se observan diferencias en el orden de 1×10^{-3} , lo cual indica una coincidencia prácticamente exacta. Esto confirma la correcta implementación del procedimiento de linealización y la validez de las matrices del sistema obtenidas.

B.2 Matriz de ganancia del controlador PI

$$K_i = 1 \times 10^{-4} \begin{bmatrix} 3.1 & 0 & 0 \\ 0 & 3.1 & 0 \\ 0 & 0 & 3.1 \end{bmatrix}$$

B.3 Matrices de ganancias del controlador por reubicación de polos

$$K_{RP} = \begin{bmatrix} K_{1RP} & K_{2RP} & K_{3RP} \end{bmatrix}$$

$$K_{1RPV} = \begin{bmatrix} -0.0019 & 0.0038 & -0.0033 & 3.7692 & 0.6795 & 0.8133 & 0.0295 & 0.0825 & 0.0290 & -0.0732 & 0.0861 \\ 0.0414 & -0.0452 & 0.0037 & 1.6337 & 1.3204 & 0.4683 & 0.0060 & 0.5512 & -0.0959 & 0.3534 & -0.0401 \\ 0.0156 & 0.0053 & -0.0208 & 2.3352 & 0.7029 & 1.3948 & 0.0070 & -0.0727 & -0.0605 & 0.3465 & 0.1081 \\ 0.1487 & -0.0313 & 0.0891 & -2.5080 & 2.1331 & 3.9065 & 0.0609 & 1.5101 & 0.2805 & 4.3282 & -0.2119 \\ 0.1005 & -0.3133 & 0.2208 & -0.2559 & -4.8719 & 1.7865 & -0.0104 & -0.2710 & -0.5029 & -1.4818 & 1.0144 \\ 0.1701 & 0.2201 & -0.4144 & -0.1057 & 1.6598 & -3.2887 & 0.0013 & -0.9775 & 0.8760 & 1.4053 & -0.4672 \end{bmatrix}$$

$$K_{2RP} = \begin{bmatrix} 0.0269 & -0.0470 & -0.0409 & 0.0787 & -0.1790 & -0.2200 & 0.1503 & -0.0182 & 0.0351 & 0.0444 & -0.0942 \\ 0.0499 & 0.2216 & 0.7584 & -0.1131 & -0.4286 & 0.2750 & -0.3562 & 0.0601 & -0.1235 & 0.0365 & 0.0186 \\ -0.0198 & 0.2205 & -0.0615 & 0.7273 & -0.4714 & -0.4078 & 0.3771 & 0.0810 & 0.0353 & -0.1090 & 0.0320 \\ -0.5386 & 0.4283 & 0.3740 & 1.5093 & -6.7795 & 2.4477 & 4.1249 & -0.0674 & 0.0122 & 0.0122 & -0.0193 \\ -0.6307 & -0.1755 & -0.5126 & 0.5989 & 2.5195 & -4.1512 & 1.7485 & -0.0165 & -0.0476 & 0.0192 & -0.0058 \\ 0.8000 & 1.6674 & -0.1449 & -0.2904 & 1.3754 & 0.9530 & -2.2094 & -0.0037 & 0.0120 & -0.0586 & -0.0020 \end{bmatrix}$$

$$K_{3RP} = \begin{bmatrix} 0.0174 & 0.0164 & 1.0133 & 0.0024 & 0.0019 & -0.0017 & 0.0246 & -0.0431 & -0.0037 & 0.0087 & -0.0189 \\ 0.0555 & 0.0203 & 0.0071 & 0.9998 & 0.0054 & 0.0232 & -0.1092 & 0.0486 & 0.0083 & -0.0365 & 0.0116 \\ 0.0077 & 0.0612 & 0.0101 & 0.0066 & 1.0039 & 0.0084 & 0.0332 & -0.1298 & -0.0001 & 0.0137 & -0.0499 \\ -0.0039 & -0.0097 & -0.0092 & 0.0008 & -0.0003 & 0.4289 & -0.5789 & -0.9468 & 0.2522 & -0.3737 & -0.5770 \\ -0.0026 & -0.0009 & -0.0034 & -0.0020 & 0.0004 & -0.0616 & 0.3369 & 0.0504 & -0.0626 & 0.3928 & -0.1928 \\ -0.0025 & -0.0050 & -0.0006 & -0.0012 & -0.0024 & 0.0008 & 0.1068 & -0.1074 & -0.0226 & -0.0538 & 0.4008 \end{bmatrix}$$

$$K_{iRP} = \begin{bmatrix} 3.64 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2.08 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2.73 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.088 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0825 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.055 \end{bmatrix}$$

B.4 Matrices del diseño del controlador óptimo

$$FP = 1 \times 10^{-2} \begin{bmatrix} FP_1 & FP_2 & FP_3 \\ FP_4 & FP_5 & FP_6 \\ FP_7 & FP_8 & FP_9 \end{bmatrix}$$

Matrices del diseño del controlador óptimo

$FP_1 =$	$-0.05 + 0i$	$-0.27 + 0i$	$0.00 + 0i$	$-0.03 + 0i$	$0.45 - 0.03i$	$0.45 + 0.03i$	$0.01 + 0i$	$0.01 + 0i$	$1.74 + 0i$	$-0.01 + 0i$	$11.59 + 0.03i$
	$-0.34 + 0i$	$-0.13 + 0i$	$-0.04 + 0i$	$-0.19 + 0i$	$8.18 - 0.48i$	$8.18 + 0.48i$	$0.22 + 0i$	$4.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$-0.05 + 0i$	$36.01 - 0.06i$
	$-0.06 + 0i$	$-1.02 + 0i$	$-0.14 + 0i$	$-1.62 + 0i$	$42.34 - 2.39i$	$42.34 + 2.39i$	$6.54 + 0i$	$0.04 + 0i$	$0.00 + 0i$	$-0.12 + 0i$	$5.41 + 0.02i$
	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.01 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$
	$27.65 + 0i$	$0.92 + 0i$	$0.03 + 0i$	$0.80 + 0i$	$0.00 + 0.19i$	$0.00 - 0.19i$	$0.00 + 0i$	$-0.04 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.05 + 0.60i$
	$0.00 + 0i$	$0.11 + 0i$	$0.01 + 0i$	$3.34 + 0i$	$0.02 + 0.72i$	$0.02 - 0.72i$	$-0.21 + 0i$	$-0.03 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.03 + 0.12i$
	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.01 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.01 + 0i$	$0.00 + 0i$
	$68.77 + 0i$	$1.65 + 0i$	$0.03 + 0i$	$0.91 + 0i$	$-0.01 + 0.36i$	$-0.01 - 0.36i$	$0.00 + 0i$	$-0.02 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0.69i$
	$0.82 + 0i$	$8.92 + 0i$	$0.43 + 0i$	$92.89 + 0i$	$-0.08 + 2.27i$	$-0.08 - 2.27i$	$-3.05 + 0i$	$-0.34 + 0i$	$-0.02 + 0i$	$0.01 + 0i$	$-0.01 + 0.15i$
	$-0.01 + 0i$	$-0.14 + 0i$	$0.00 + 0i$	$-0.01 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 - 0.01i$
	$0.01 + 0i$	$0.83 + 0i$	$47.80 + 0i$	$1.16 + 0i$	$-0.04 + 0.23i$	$-0.04 - 0.23i$	$-0.21 + 0i$	$-0.12 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.42 + 0i$	$-0.09 + 0.26i$

$FP_2 =$	$11.59 - 0.03i$	$0.02 - 0.02i$	$0.02 + 0.02i$	$0.01 - 0.01i$	$0.01 + 0.01i$	$0.01 + 0i$	$0.01 + 0i$	$-5.57 + 0i$	$0.10 + 0i$	$-0.11 + 0i$	$-8.67 + 0i$
	$36.01 + 0.06i$	$0.15 - 0.08i$	$0.15 + 0.08i$	$0.00 - 0.01i$	$0.00 + 0.01i$	$0.01 + 0i$	$0.01 + 0i$	$-0.04 + 0i$	$0.00 + 0i$	$-3.25 + 0i$	$-11.84 + 0i$
	$5.41 - 0.02i$	$0.01 - 0.02i$	$0.01 + 0.02i$	$0.14 - 0.12i$	$0.14 + 0.12i$	$0.03 - 0.01i$	$0.03 + 0.01i$	$-0.01 + 0i$	$0.00 + 0i$	$-0.71 + 0i$	$-9.11 + 0i$
	$0.00 + 0i$	$-0.02 + 0i$	$-0.02 + 0i$	$-0.05 - 0.14i$	$-0.05 + 0.14i$	$0.69 - 2.56i$	$0.69 + 2.56i$	$0.00 + 0i$	$0.55 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$
	$0.05 - 0.60i$	$-0.07 - 1.08i$	$-0.07 + 1.08i$	$0.03 - 0.06i$	$0.03 + 0.06i$	$0.05 - 0.05i$	$0.05 + 0.05i$	$0.03 + 0i$	$-0.02 + 0i$	$0.23 + 0i$	$0.04 + 0i$
	$0.03 - 0.12i$	$-0.05 - 0.01i$	$-0.05 + 0.01i$	$0.45 - 1.77i$	$0.45 + 1.77i$	$0.22 - 0.28i$	$0.22 + 0.28i$	$0.03 + 0i$	$0.01 + 0i$	$0.20 + 0i$	$0.35 + 0i$
	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$-0.01 - 0.01i$	$-0.01 + 0.01i$	$-0.02 - 0.04i$	$-0.02 + 0.04i$	$-0.53 + 0i$	$99.95 + 0i$	$-0.29 + 0i$	$0.19 + 0i$
	$0.00 - 0.69i$	$0.52 + 0.08i$	$0.52 - 0.08i$	$0.03 + 0.02i$	$0.03 - 0.02i$	$0.03 + 0.03i$	$0.03 - 0.03i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.01 + 0i$	$0.00 + 0i$
	$-0.01 - 0.15i$	$0.01 + 0i$	$0.01 + 0i$	$0.33 + 0.39i$	$0.33 - 0.39i$	$0.05 + 0.11i$	$0.05 - 0.11i$	$0.04 + 0i$	$0.01 + 0i$	$0.23 + 0i$	$0.25 + 0i$
	$0.00 + 0.01i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$
	$-0.09 - 0.26i$	$-0.06 - 0.04i$	$-0.06 + 0.04i$	$0.03 + 0.01i$	$0.03 - 0.01i$	$0.03 + 0.02i$	$0.03 - 0.02i$	$0.00 + 0i$	$0.12 + 0i$	$0.55 + 0i$	$0.01 + 0i$

$FP_3 =$	$0.30 + 0i$	$0.00 + 0i$	$-0.03 + 0.03i$	$-0.03 - 0.03i$	$-164.96 + 0i$	$253.40 + 0i$	$0.08 + 0.22i$	$0.08 - 0.22i$	$-0.02 + 0.08i$	$0.00 + 0i$	$-0.02 - 0.08i$
	$-0.84 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.01 + 0.03i$	$0.01 - 0.03i$	$-55.80 + 0i$	$80.25 + 0i$	$0.01 + 0.02i$	$0.01 - 0.02i$	$0.02 + 0.05i$	$0.00 + 0i$	$0.02 - 0.05i$
	$-0.14 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.02 + 0.01i$	$0.02 - 0.01i$	$-34.44 + 0i$	$45.40 + 0i$	$0.01 + 0.02i$	$0.01 - 0.02i$	$0.09 + 0.08i$	$0.00 + 0i$	$0.09 - 0.08i$
	$0.03 + 0i$	$0.00 + 0i$	$-29.51 - 22.26i$	$-29.51 + 22.26i$	$8.89 + 0i$	$-6.36 + 0i$	$-10.02 - 10.10i$	$-10.02 + 10.10i$	$-0.06 - 0.02i$	$0.00 + 0i$	$-0.06 + 0.02i$
	$1.13 + 0i$	$0.00 + 0i$	$-2.81 - 4.27i$	$-2.81 + 4.27i$	$3.63 + 0i$	$-1.98 + 0i$	$-9.55 - 13.29i$	$-9.55 + 13.29i$	$-14.72 - 5.99i$	$0.00 + 0i$	$-14.72 + 5.99i$
	$3.89 + 0i$	$0.00 + 0i$	$-1.79 - 7.78i$	$-1.79 + 7.78i$	$-14.23 + 0i$	$9.66 + 0i$	$-3.48 - 16.80i$	$-3.48 + 16.80i$	$-20.55 - 19.72i$	$0.00 + 0i$	$-20.55 + 19.72i$
	$0.02 + 0i$	$0.00 + 0i$	$-0.14 + 0i$	$-0.14 + 0i$	$-0.53 + 0i$	$0.59 + 0i$	$-0.11 - 0.07i$	$-0.11 + 0.07i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$
	$0.17 + 0i$	$0.00 + 0i$	$-0.81 - 2.17i$	$-0.81 + 2.17i$	$1.34 + 0i$	$-0.75 + 0i$	$-3.26 - 6.22i$	$-3.26 + 6.22i$	$-5.99 - 3.04i$	$0.00 + 0i$	$-5.99 + 3.04i$
	$0.04 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.21 - 0.44i$	$0.21 + 0.44i$	$-0.43 + 0i$	$0.32 + 0i$	$0.22 - 0.79i$	$0.22 + 0.79i$	$-0.61 - 1.11i$	$0.00 + 0i$	$-0.61 + 1.11i$
	$0.00 + 0i$	$100.14 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$
	$36.97 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.88 - 0.68i$	$0.88 + 0.68i$	$34.35 + 0i$	$-23.65 + 0i$	$-0.86 - 0.30i$	$-0.86 + 0.30i$	$-1.62 + 0.59i$	$0.00 + 0i$	$-1.62 - 0.59i$

$FP_4 =$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.03 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.04 + 0.35i$	$0.04 - 0.35i$	$-0.11 + 0i$	$-0.05 + 0i$	$0.00 + 0i$	$60.79 + 0i$	$0.00 + 0i$
	$3.73 + 0i$	$89.27 + 0i$	$3.20 + 0i$	$5.63 + 0i$	$0.00 + 0.26i$	$0.00 - 0.26i$	$-0.22 + 0i$	$-0.09 + 0i$	$-0.04 + 0i$	$0.06 + 0i$	$-0.12 + 1.62i$
	$0.02 + 0i$	$1.38 + 0i$	$48.49 + 0i$	$0.65 + 0i$	$0.03 + 0.58i$	$0.03 - 0.58i$	$-0.04 + 0i$	$-0.01 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$-0.02 + 0.47i$
	$0.01 + 0i$	$0.04 + 0i$	$0.38 + 0i$	$0.02 + 0i$	$-0.08 + 2.23i$	$-0.08 - 2.23i$	$-0.34 + 0i$	$-0.12 + 0i$	$0.00 + 0i$	$39.80 + 0i$	$0.01 + 0.01i$
	$-0.05 + 0i$	$-0.28 + 0i$	$0.00 + 0i$	$-0.03 + 0i$	$-0.52 - 0.06i$	$-0.52 + 0.06i$	$-0.07 + 0i$	$-0.05 + 0i$	$-0.02 + 0i$	$0.00 + 0i$	$-12.69 - 1.04i$
	$-0.34 + 0i$	$-0.12 + 0i$	$-0.04 + 0i$	$-0.18 + 0i$	$-7.92 - 0.75i$	$-7.92 + 0.75i$	$0.00 + 0i$	$-0.56 + 0i$	$-0.03 + 0i$	$-0.08 + 0i$	$-30.37 - 2.82i$
	$-0.06 + 0i$	$-0.96 + 0i$	$-0.13 + 0i$	$-1.26 + 0i$	$-37.47 - 3.78i$	$-37.47 + 3.78i$	$-1.20 + 0i$	$-0.15 + 0i$	$-0.02 + 0i$	$-0.34 + 0i$	$-3.79 - 0.12i$
	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$
	$-0.05 + 0i$	$-0.01 + 0i$	$0.00 + 0i$	$-0.02 + 0i$	$-0.01 + 0i$	$-0.01 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$-0.13 - 0.06i$
	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$-0.09 + 0i$	$-0.04 - 0.05i$	$-0.04 + 0.05i$	$0.01 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$-0.03 - 0.04i$
	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$

$FP_5 =$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0.01i$	$0.00 - 0.01i$	$-0.06 - 0.05i$	$-0.06 + 0.05i$	$0.01 + 0i$	$0.01 + 0i$	$0.01 + 0i$	$-0.04 + 0i$	$1.42 + 0i$	$0.71 + 0i$
	$-0.12 - 1.62i$	$0.00 + 0.01i$	$0.00 - 0.01i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.12 + 0i$	$0.02 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.47 + 0i$
	$-0.02 - 0.47i$	$-0.06 - 0.03i$	$-0.06 + 0.03i$	$0.03 + 0.01i$	$0.03 - 0.01i$	$0.03 + 0.02i$	$0.03 - 0.02i$	$0.00 + 0i$	$0.03 + 0i$	$0.16 + 0i$	$0.00 + 0i$
	$0.01 - 0.01i$	$0.00 + 0.02i$	$0.00 - 0.02i$	$-0.10 - 0.11i$	$-0.10 + 0.11i$	$0.02 + 0i$	$0.02 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.16 + 0i$	$0.22 + 0i$
	$-12.69 + 1.04i$	$-0.03 - 0.02i$	$-0.03 + 0.02i$	$-0.02 - 0.02i$	$-0.02 + 0.02i$	$0.00 - 0.01i$	$0.00 + 0.01i$	$0.46 + 0i$	$0.02 + 0i$	$0.04 + 0i$	$2.49 + 0i$
	$-30.37 + 2.82i$	$-0.09 - 0.10i$	$-0.09 + 0.10i$	$-0.01 + 0i$	$-0.01 + 0i$	$0.00 - 0.01i$	$0.00 + 0.01i$	$0.70 + 0i$	$-0.01 + 0i$	$4.00 + 0i$	$0.90 + 0i$
	$-3.79 + 0.12i$	$-0.01 - 0.01i$	$-0.01 + 0.01i$	$-0.08 - 0.08i$	$-0.08 + 0.08i$	$-0.01 - 0.02i$	$-0.01 + 0.02i$	$0.46 + 0i$	$0.00 + 0i$	$4.09 + 0i$	$7.12 + 0i$
	$0.00 + 0i$	$-0.44 - 0.08i$	$-0.44 + 0.08i$	$-5.07 - 0.92i$	$-5.07 + 0.92i$	$-43.11 - 17.06i$	$-43.11 + 17.06i$	$0.00 + 0i$	$0.02 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$
	$-0.13 + 0.06i$	$-44.58 - 12.99i$	$-44.58 + 12.99i$	$-1.25 - 0.33i$	$-1.25 + 0.33i$	$-0.80 - 0.42i$	$-0.80 + 0.42i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$-0.01 + 0i$	$0.00 + 0i$
	$-0.03 + 0.04i$	$-1.57 - 0.71i$	$-1.57 + 0.71i$	$-43.07 - 18.02i$	$-43.07 + 18.02i$	$-4.19 - 2.86i$	$-4.19 + 2.86i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$-0.01 + 0i$	$-0.02 + 0i$
	$0.00 + 0i$	$0.46 - 0.07i$	$0.46 + 0.07i$	$5.28 - 0.55i$	$5.28 + 0.55i$	$47.28 + 5.67i$	$47.28 - 5.67i$	$0.00 + 0i$	$0.03 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$

$FP_6 =$	$11.08 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.29 - 0.25i$	$0.29 + 0.25i$	$85.44 + 0i$	$-55.07 + 0i$	$-1.89 + 0.09i$	$-1.89 - 0.09i$	$-4.61 + 1.49i$	$0.00 + 0i$	$-4.61 - 1.49i$
	$0.00 + 0i$	$-0.14 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.02 + 0i$	$-0.03 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$
	$36.09 + 0i$	$0.00 + 0i$	$1.22 - 1.00i$	$1.22 + 1.00i$	$40.90 + 0i$	$-28.02 + 0i$	$-1.22 - 0.40i$	$-1.22 + 0.40i$	$-2.27 + 0.84i$	$0.00 + 0i$	$-2.27 - 0.84i$
	$15.19 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.67 - 0.54i$	$0.67 + 0.54i$	$159.18 + 0i$	$-103.93 + 0i$	$-4.18 + 0.16i$	$-4.18 - 0.16i$	$-10.18 + 3.24i$	$0.00 + 0i$	$-10.18 - 3.24i$
	$-0.06 + 0i$	$0.00 + 0i$	$-0.01 + 0i$	$-0.01 + 0i$	$3.78 + 0i$	$-4.15 + 0i$	$-0.03 - 0.06i$	$-0.03 + 0.06i$	$0.00 - 0.01i$	$71.53 + 0i$	$0.00 + 0.01i$
	$-0.01 - 0i$	$0.00 + 0i$	$-0.01 - 0.01i$	$-0.01 + 0.01i$	$1.84 + 0i$	$-2.25 + 0i$	$-0.01 - 0.06i$	$-0.01 + 0.06i$	$-0.20 + 0.02i$	$19.36 + 0i$	$-0.20 - 0.02i$
	$0.41 + 0i$	$0.00 + 0i$	$-0.03 + 0i$	$-0.03 + 0i$	$11.80 + 0i$	$-12.13 + 0i$	$-0.08 - 0.09i$	$-0.08 + 0.09i$	$-0.54 - 0.13i$	$9.11 + 0i$	$-0.54 + 0.13i$
	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$2.99 + 4.95i$	$2.99 - 4.95i$	$0.59 + 0i$	$-0.45 + 0i$	$1.16 + 1.59i$	$1.16 - 1.59i$	$0.01 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.01 + 0i$
	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.38 + 1.05i$	$0.38 - 1.05i$	$0.57 + 0i$	$-0.34 + 0i$	$1.98 + 2.77i$	$1.98 - 2.77i$	$3.44 + 0.85i$	$0.00 + 0i$	$3.44 - 0.85i$
	$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$-0.05 + 1.29i$	$-0.05 - 1.29i$	$-2.87 + 0i$	$2.18 + 0i$	$0.48 + 2.74i$	$0.48 - 2.74i$	$4.20 + 2.92i$	$0.00 + 0i$	$4.20 - 2.92i$
$0.00 + 0i$	$0.00 + 0i$	$3.59 + 1.48i$	$3.59 - 1.48i$	$0.32 + 0i$	$-0.25 + 0i$	$1.09 + 0.67i$	$1.09 - 0.67i$	$0.01 + 0i$	$0.00 + 0i$	$0.01 + 0i$	

Matrices del diseño del controlador óptimo

$$FP_7 = \begin{bmatrix} -0.05 + 0i & -0.01 + 0i & 0.00 + 0i & -0.03 + 0i & 0.01 + 0i & 0.01 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.05 + 0.14i \\ 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & -0.10 + 0i & 0.02 + 0.06i & 0.02 - 0.06i & 0.01 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0.04i \\ 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i \\ 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & -0.02 + 0.02i \\ 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & -0.01 + 0i \\ 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.01 + 0i & 3.53 + 0i & 0.00 + 0i & -0.24 - 0.12i \\ 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & -0.03 + 0i & -0.29 - 0.20i & -0.29 + 0.20i & 0.22 + 0i & 8.84 + 0i & 0.00 + 0i & 0.11 + 0i & -2.82 - 1.32i \\ 0.00 + 0i & -0.06 + 0i & -0.02 + 0i & -0.52 + 0i & -3.19 - 2.25i & -3.19 + 2.25i & 14.28 + 0i & 0.20 + 0i & 0.00 + 0i & 0.53 + 0i & -0.90 - 0.43i \\ 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.02 + 0i & 0.06 + 0i & 94.75 + 0i & -0.01 + 0i & -0.12 + 0.11i \\ 0.00 + 0i & -0.01 + 0i & 0.00 + 0i & -0.07 + 0i & -0.12 + 0.23i & -0.12 - 0.23i & 1.28 + 0i & 86.48 + 0i & 0.09 + 0i & -0.19 + 0i & -1.36 + 1.32i \\ 0.00 + 0i & -0.10 + 0i & -0.04 + 0i & -1.24 + 0i & -1.30 + 2.50i & -1.30 - 2.50i & 82.87 + 0i & 1.94 + 0i & 0.03 + 0i & -0.93 + 0i & -0.44 + 0.42i \end{bmatrix}$$

$$FP_8 = \begin{bmatrix} 0.05 - 0.14i & 47.25 + 0.87i & 47.25 - 0.87i & 1.31 + 0.05i & 1.31 - 0.05i & 0.88 + 0.27i & 0.88 - 0.27i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & -0.02 + 0i & 0.00 + 0i \\ 0.00 - 0.04i & 1.76 + 0.20i & 1.76 - 0.20i & 47.42 + 6.32i & 47.42 - 6.32i & 4.85 + 1.83i & 4.85 - 1.83i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & -0.02 + 0i & -0.03 + 0i \\ 0.00 + 0i & -0.02 + 0.13i & -0.02 - 0.13i & -0.22 + 1.56i & -0.22 - 1.56i & -5.03 + 13.75i & -5.03 - 13.75i & 0.00 + 0i & -0.03 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i \\ -0.02 - 0.02i & -2.95 + 13.43i & -2.95 - 13.43i & -0.08 + 0.39i & -0.08 - 0.39i & -0.13 + 0.26i & -0.13 - 0.26i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.02 + 0i & 0.01 + 0i \\ -0.01 + 0i & -0.18 + 0.48i & -0.18 - 0.48i & -4.96 + 13.37i & -4.96 - 13.37i & -0.87 + 1.35i & -0.87 - 1.35i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.02 + 0i & 0.07 + 0i \\ -0.24 + 0.12i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 94.75 + 0i & -0.51 + 0i & 0.50 + 0i & 6.66 + 0i \\ -2.82 + 1.32i & -0.04 + 0i & -0.04 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 2.37 + 0i & -0.05 + 0i & 56.82 + 0i & 33.62 + 0i \\ -0.90 + 0.43i & -0.01 + 0i & -0.01 + 0i & -0.08 + 0.02i & -0.08 - 0.02i & -0.01 + 0i & -0.01 + 0i & 0.92 + 0i & -0.13 + 0i & 26.59 + 0i & 55.02 + 0i \\ -0.12 - 0.11i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 6.05 + 0i & -0.05 + 0i & 0.06 + 0i & 1.51 + 0i \\ -1.36 - 1.32i & 0.00 + 0.02i & 0.00 - 0.02i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.15 + 0i & -0.01 + 0i & 6.36 + 0i & 7.60 + 0i \\ -0.44 - 0.42i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.01 + 0.05i & 0.01 - 0.05i & 0.00 + 0.01i & 0.00 - 0.01i & 0.06 + 0i & -0.01 + 0i & 2.97 + 0i & 12.43 + 0i \end{bmatrix}$$

$$FP_9 = \begin{bmatrix} 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.70 + 0.53i & 0.70 - 0.53i & 0.40 + 0i & -0.25 + 0i & 2.18 + 1.49i & 2.18 - 1.49i & 2.73 + 0.11i & 0.00 + 0i & 2.73 - 0.11i \\ 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.50 + 0.76i & 0.50 - 0.76i & -1.71 + 0i & 1.31 + 0i & 1.00 + 1.63i & 1.00 - 1.63i & 3.23 + 1.33i & 0.00 + 0i & 3.23 - 1.33i \\ 0.11 + 0i & 0.00 + 0i & 19.49 + 19.03i & 19.49 - 19.03i & 12.19 + 0i & -8.59 + 0i & 7.89 + 7.91i & 7.89 - 7.91i & 0.05 + 0.01i & 0.00 + 0i & 0.05 - 0.01i \\ -3.14 + 0i & 0.00 + 0i & 2.96 + 4.32i & 2.96 - 4.32i & 11.72 + 0i & -6.59 + 0i & 13.52 + 13.88i & 13.52 - 13.88i & 21.00 + 3.24i & 0.00 + 0i & 21.00 - 3.24i \\ -1.78 + 0i & 0.00 + 0i & 1.29 + 5.95i & 1.29 - 5.95i & -59.38 + 0i & 41.67 + 0i & 5.09 + 15.00i & 5.09 - 15.00i & 26.64 + 15.23i & 0.00 + 0i & 26.64 - 15.23i \\ -0.03 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 10.09 + 0i & -15.28 + 0i & 0.00 - 0.01i & 0.00 + 0.01i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i \\ 0.30 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 12.60 + 0i & -17.87 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 - 0.01i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0.01i \\ 0.11 + 0i & 0.00 + 0i & -0.01 + 0i & -0.01 + 0i & 16.54 + 0i & -21.49 + 0i & 0.00 - 0.01i & 0.00 + 0.01i & -0.03 - 0.03i & 0.00 + 0i & -0.03 + 0.03i \\ -0.01 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 4.67 + 0i & -7.09 + 0i & 0.00 - 0.01i & 0.00 + 0.01i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i \\ 0.12 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 5.83 + 0i & -8.30 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i \\ 0.04 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & 7.66 + 0i & -9.98 + 0i & 0.00 + 0i & 0.00 + 0i & -0.02 - 0.01i & 0.00 + 0i & -0.02 + 0.01i \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} Q_1 & Q_2 & Q_3 \\ Q_4 & Q_5 & Q_6 \\ Q_7 & Q_8 & Q_9 \end{bmatrix}$$

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 150 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 21.3166 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 25.1008 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 21.8788 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0010 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0010 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0010 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0010 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0010 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0010 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 21.8855 \end{bmatrix}$$

Matrices del diseño del controlador óptimo

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

Matrices del diseño del controlador óptimo

[illegible]

[illegible]

[illegible]

	0.0010	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	0.0000	0.0010	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	0.0000	0.0000	0.0010	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	0.0000	0.0000	0.0000	11.4692	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	18.1609	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0010	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0010	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0010	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0010	0.0000	0.0000	0.0000
	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0010	0.0000	0.0000
	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0010	0.0000

$$K_{opt} = \begin{bmatrix} K_{1opt} & K_{2opt} & K_{3opt} \end{bmatrix}$$

Matrices del diseño del controlador óptimo

$$K_{1opt} = \begin{bmatrix} -0.0136 & 0.0141 & -0.0065 & 3.8936 & 0.1958 & 0.2290 & 0.0160 & 0.0166 & 0.0223 & -0.0599 & 0.1687 \\ -0.1692 & 0.1275 & -0.0201 & -0.1445 & 1.0581 & 0.1305 & -0.0078 & -0.3080 & 0.0810 & -0.6149 & -0.1255 \\ -0.0768 & -0.0155 & 0.0623 & -0.1809 & -0.0450 & 0.6658 & -0.0009 & 0.1169 & -0.1848 & -0.3395 & 0.0060 \\ 11.3334 & 0.3676 & 0.3111 & -1.5270 & 3.7301 & 6.8706 & 0.7448 & 8.7221 & 2.6063 & 28.5501 & -0.5875 \\ 0.3989 & 3.7323 & 0.3557 & 1.3855 & -6.3117 & 4.8938 & 0.0414 & -17.4059 & 1.9280 & -22.3019 & 3.2371 \\ 0.6954 & 0.5888 & 3.8114 & 3.0877 & 2.8398 & -21.7461 & 0.0494 & 12.8300 & -12.2285 & -38.7088 & -2.2919 \end{bmatrix}$$

$$K_{2opt} = \begin{bmatrix} 0.0580 & -0.0230 & -0.2006 & -0.0831 & 0.3310 & 0.2848 & -0.0562 & 0.0553 & 0.0010 & 0.0011 & 0.0338 \\ -0.0029 & -0.4607 & 0.0838 & 0.2376 & 0.6739 & 0.9155 & 0.2902 & -0.0009 & 0.1135 & -0.0008 & 0.0000 \\ -0.1827 & -0.3212 & 0.1161 & 0.2773 & -0.0857 & 0.1751 & 0.7894 & -0.0010 & -0.0016 & 0.1492 & 0.0000 \\ -0.5639 & 15.3269 & 1.6522 & 2.7101 & -18.2302 & 10.0115 & 8.7154 & -0.0080 & 0.0084 & 0.0410 & -0.0007 \\ -1.1201 & -12.6849 & -7.0178 & 6.0283 & 8.2085 & -23.0480 & 9.8432 & 0.0057 & -0.0011 & 0.0259 & 0.0008 \\ 2.3892 & -23.0045 & 8.0804 & -18.6136 & 17.7165 & 18.0613 & -39.3161 & 0.0094 & -0.0066 & -0.0795 & 0.0002 \end{bmatrix}$$

$$K_{3opt} = \begin{bmatrix} 0.0000 & 0.0000 & 0.5290 & -0.0500 & -0.0580 & -0.0082 & 0.0141 & -0.0058 & -0.0037 & 0.0038 & 0.0011 \\ 0.0534 & -0.0004 & 0.0031 & 2.0330 & -0.0183 & -0.0524 & 0.1435 & -0.0548 & -0.0067 & 0.0224 & -0.0084 \\ -0.0004 & 0.0640 & 0.0035 & -0.0193 & 2.6718 & -0.0030 & -0.0070 & 0.0815 & 0.0103 & 0.0053 & -0.0057 \\ -0.0013 & 0.0021 & -0.0016 & 0.0271 & 0.0295 & 5.0362 & 0.2160 & 0.3556 & 1.4565 & 0.0296 & 0.0427 \\ 0.0045 & 0.0011 & 0.0078 & -0.0765 & 0.0142 & 0.0929 & 6.1620 & 0.4159 & 0.0296 & 1.6754 & 0.0616 \\ -0.0017 & -0.0011 & -0.0040 & 0.0148 & -0.0811 & 0.1570 & 0.3475 & 11.2950 & 0.0427 & 0.0616 & 2.5057 \end{bmatrix}$$

$$K_{io} = \begin{bmatrix} 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8.4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8.4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 18 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 12 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 12 \end{bmatrix}$$

Apéndice C

Solución al Sistema Diferencial-Algebraico

La solución al conjunto de ecuaciones diferencial algebraico (EDA), descrito en la Sección 2.1.1, esta dada por los siguientes pasos:

- Paso 1.** A partir del programa `Main_File` y de los datos de la función `IEEE9Bus` en Matlab, se obtiene la solución al problema de flujos de potencia, por medio de la herramienta *MATPOWER* [52, 15]. Posteriormente, en el mismo programa, se cargan los datos presentados en el Apéndice A, y se determina el punto de operación en el que el sistema se encuentra en equilibrio entre la generación y la demanda. A partir de este punto, se calculan las condiciones iniciales de todas las variables del sistema EDA, obteniendo así x_0 , z_0 y u_0 .
- Paso 2.** Con el punto de operación y las condiciones iniciales disponibles, obtenidas por el programa `Main_File` [52, 15], se realiza la linealización del EDA, a partir de la función *linearize*, propia de Matlab. La linealización, al estar dada en representación en espacio de estados, donde se obtienen las matrices A , B , C y D . A partir de los eigenvalores de la matriz A , se lleva a cabo un análisis modal, con el cual se caracteriza el comportamiento dinámico del sistema y se diseña la ley de control correspondiente, ya sea mediante reubicación de polos o control óptimo. En el caso particular del control óptimo, se emplean los

factores de participación para identificar los modos dominantes y las variables cuya dinámica tiene mayor influencia en la respuesta del sistema, con el fin de definir una acción de control que las penalice adecuadamente.

Paso 3. Una vez diseñados los controladores para cada caso de estudio, se calculan las señales de entrada, las cuales se aplican al modelo no lineal del sistema implementado en Simulink, con el nombre de Example1a [52, 15]. A este modelo se le introduce una perturbación que permite analizar la respuesta dinámica del sistema.

Paso 4. Al presentarse la perturbación, se producen variaciones en las variables del EDA, por lo que se resuelven nuevamente las ecuaciones algebraicas (2.2.2) y (2.2.9)–(2.2.12), a partir de la función AEs [52, 15], que a su vez, utiliza la función fsolve de Matlab. Esta función resuelve sistemas de ecuaciones no lineales mediante el método de Levenberg–Marquardt, basado en algoritmos de mínimos cuadrados no lineales [54, 55, 56]. De esta forma se obtienen las corrientes de las máquinas en los ejes d – q , así como los voltajes y ángulos en cada nodo, manteniendo constantes las variables diferenciales $\bar{x}$.

Paso 5. Resolver las ecuaciones diferenciales (2.2.1), (2.2.3) y (2.2.4) manteniendo constantes las variables algebraicas $\bar{z}$ obtenidas en el paso anterior. Estas ecuaciones representan la parte dinámica del sistema, es decir, describen cómo cambian en el tiempo las variables internas de los generadores, los sistemas de excitación y los gobernadores. Para resolverlas se utiliza un método numérico como el ode23t de Matlab, sobre el modelo no lineal en Simulink [52, 15], el cual permite simular su comportamiento considerando que las variables algebraicas permanecen constantes en el punto calculado previamente.

Paso 6. Finalmente, se incrementa el tiempo de simulación utilizando un paso de integración de 0.01 segundos. Si se presenta un nuevo cambio en la perturbación aplicada al sistema, se regresa al paso **Paso 4**. Este procedimiento se repite de forma iterativa hasta que dejan de ocurrir variaciones en la perturbación o se alcanza el tiempo final de la simulación.

Bibliografía

- [1] E. I. Gómez Pérez. Impacto de la inserción de energías renovables en el sistema eléctrico de potencia. Informe técnico, CINVESTAV, TGX, MX, 2014. 1
- [2] Comisión Federal de Electricidad. Interrupción del 28 de diciembre de 2020 y aspectos de confiabilidad. Informe técnico, CFE, Ciudad de México, MX, 2021. 1
- [3] R. H. Orozco. Desarrollo del proyecto eólico en la región del istmo de tehuantepec. *Investigación y Ciencia: de la Universidad Autónoma de Aguascalientes*, 42:18, 2008. 2
- [4] G. Saldivar Urquiza and A. A. Zapata López. Proyecto de Almacenamiento de Energía para la Central Fotovoltaica Santa Rosalía II de 4 MW. *Geotermia, Revista Mexicana de Geoenergía*, 28(1):21–27, 2015. 2
- [5] Secretaría de Energía. Reporte de avance de energías limpias 2024. Informe técnico, Secretaría de Energía, Ciudad de México, MX, 2024. 2
- [6] Secretaría de Energía. Plan de Desarrollo del Sector Eléctrico 2025–2039. Diario Oficial de la Federación, Edición Vespertina, No. 278/2025, 2025. 2
- [7] M. Lázaro-Gonzaga, A. Román-Mesina, and D. Olguín-Salinas. Estudio de las oscilaciones provocadas por los generadores de inducción en el Parque Eólico La Venta (México). *Científica*, 12(4):159–166, 2008. 2
- [8] E. I. Lara Hernández. Análisis modal generalizado para el amortiguamiento de oscilaciones en sistemas eléctricos con integración de energías renovables. Tesis

- de maestría, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Facultad de Ingeniería Eléctrica, Morelia, Mich., MX, 2022. 2, 14, 33
- [9] R. Ojeda Sesma. Estabilidad de frecuencia en sistemas de baja inercia. Tesis de maestría, Universidad Nacional Autónoma de México, Ciudad de México, MX, 2023. 3, 14, 18, 19, 21
- [10] M. Dreidy, H. Mokhlis, and S. Mekhilef. Inertia response and frequency control techniques for renewable energy sources: A review. *Renewable and sustainable energy reviews*, 69:144–155, 2017. 3
- [11] T. He, S. Li, S. Wu, and K. Li. Small-signal stability analysis for power system frequency regulation with renewable energy participation. *Mathematical Problems in Engineering*, 2021(1):5556062, 2021. 3
- [12] A. Bonfiglio, M. Brignone, F. Delfino, and R. Procopio. Optimal control and operation of grid-connected photovoltaic production units for voltage support in medium-voltage networks. *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, 5(1):254–263, 2013. 3
- [13] J.-Y. Yang, Y. H. Song, and K. S. Kook. Critical inertia calculation method of generators using energy balance condition in power system. *Energies*, 17(5):1097, 2024. 4
- [14] M. Sun, Y. Feng, P. Wall, S. Azizi, J. Yu, and V. Terzija. On-line power system inertia calculation using wide area measurements. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 109:325–331, 2019. 4
- [15] I. Abdulrahman and G. Radman. Simulink-based programs for power system dynamic analysis. *Electrical Engineering*, 101(2):345–356, 2019. 4, 50, 96, 97
- [16] M. Nadeem and A. F. Taha. Structure-preserving model order reduction for non-linear dae models of power networks. *IEEE Transactions on Power Systems*, 40(3):2613–2625, 2025. 4

- [17] Comisión Reguladora de Energía. Resolución núm. res/550/2021: Disposiciones administrativas de carácter general que contienen los criterios de eficiencia, calidad, confiabilidad, continuidad, seguridad y sustentabilidad del sistema eléctrico nacional: Código de red. *Diario Oficial de la Federación*, pages 1077–1079, 2021. 7, 57
- [18] B. Pal and B. Chaudhuri. *Robust Control in Power Systems*. Springer US, Boston, MA, USA, 2005. 13, 33, 34, 37
- [19] P. W. Sauer, M. A. Pai, and J. H. Chow. *Power system dynamics and stability: with synchrophasor measurement and power system toolbox*. John Wiley & Sons, West Sussex, UK, 2017. 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 89
- [20] P. Kundur, M. Balu, and J. Lauby. *Power System Stability and Control*. EPRI Power System Engineering Series. McGraw-Hill Education, Palo Alto, CA, USA, 1994. 15, 23, 25, 34, 35, 36, 37
- [21] I. L. Ortega Rivera. Estabilidad de señal pequeña en sistemas eléctricos de potencia. Tesis de maestría, Universidad Nacional Autónoma de México, D.F., MX, 2016. 16
- [22] IEEE recommended practice for excitation system models for power system stability studies. *IEEE Std 421.5-2016 (Revision of IEEE Std 421.5-2005)*, pages 1–207, 2016. 16
- [23] C. Pazhanimuthu, G. Saravanan, K. P. Suresh, and R. Senthil Kumar. Performance analysis of voltage profile improvement in avr system using zebra optimization algorithms based on PID controller. *e-Prime-Advances in Electrical Engineering, Electronics and Energy*, 6:100380, 2023. 16
- [24] H. Saadat et al. *Power system analysis*. McGraw-hill, NY, USA, 1999. 16
- [25] O. Zavala Mendoza. Simulador para el análisis de control de frecuencia en sistemas eléctricos. Tesis de maestría, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Facultad de Ingeniería Eléctrica, Morelia, Mich., MX, 2003. 18

- [26] J. I. Flores Dayet. Control de frecuencia de los aerogeneradores interconectados al sistema eléctrico. Tesis de maestría, Universidad Juárez Autónoma de Tabasco, Cunduacán, Tab., MX, 2016. 19
- [27] V. A. Vega Fernández. Solución al problema de flujos de potencia en sistemas eléctricos mediante las formulaciones de inyecciones de corriente y expansión en fracciones continuas. Tesis de maestría, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Morelia, Mich., MX, 2011. 19
- [28] J. L. Valenzuela Salazar. Método secuencial para estudios de flujos de potencia en sistemas de ca con enlaces de cd. Tesis de maestría, Instituto Politécnico Nacional, D.F., MX, 2011. 20, 22
- [29] P. Moore, O. A. Alimi, and A. Abu-Siada. A review of system strength and inertia in renewable-energy-dominated grids: Challenges, sustainability, and solutions. *Challenges*, 16(1):12, 2025. 24
- [30] B. Qin, M. Wang, G. Zhang, and Z. Zhang. Impact of renewable energy penetration rate on power system frequency stability. *Energy Reports*, 8:997–1003, 2022. 24
- [31] S. Gao, H. Zhang, X. Meng, and Y. Zhang. A review of dynamic voltage support for power grids with large-scale penetration of renewable generation. *Frontiers in Energy Research*, 13:1606725, 2025. 24, 25
- [32] J. Guerrero, D. Gebbran, S. Mhanna, A. C. Chapman, and G. Verbič. Towards a transactive energy system for integration of distributed energy resources: Home energy management, distributed optimal power flow, and peer-to-peer energy trading. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 132:110000, 2020. 25
- [33] T. R. B. Kushal and M. S. Illindala. Decision support framework for resilience-oriented cost-effective distributed generation expansion in power systems. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 57(2):1246–1254, 2020. 25

- [34] K. J. Åström and R. Murray. *Feedback systems: an introduction for scientists and engineers*. Princeton university press, Princeton, NJ, USA, 2021. 27
- [35] M. Elhawat and H. Altinkaya. Frequency regulation of stand-alone synchronous generator via induction motor speed control using a PSO-fuzzy PID controller. *Applied Sciences*, 15(7):3634, 2025. 27
- [36] K. Ogata. *Ingeniería de control moderna, 5th Ed.* Pearson educación, Madrid, Es, 2010. 28, 32, 38, 39, 40, 41
- [37] L. Fridman, A. Levant, et al. Higher order sliding modes. *Sliding mode control in engineering*, 11:53–101, 2002. 28, 29
- [38] R. López Coronado. Diseño de algoritmos de super-twisting de bajo costo convergentes en tiempo predefinido y sus aplicaciones. Tesis de maestría, Universidad Autónoma de Nuevo León, Monterrey, N.L., MX, 2024. 29
- [39] R. Hiremath and T. Moger. Modified super twisting algorithm based sliding mode control for lvrvt enhancement of dfig driven wind system. *Energy Reports*, 8:3600–3613, 2022. 30
- [40] J. Machowski, Z. Lubosny, J. W. Bialek, and J. R. Bumby. *Power system dynamics: stability and control*. John Wiley & Sons, West Sussex, UK, 2020. 35, 45
- [41] G. Rogers, R. T. Elliott, D. J. Trudnowski, F. Wilches-Bernal, D. Osipov, and J. H. Chow. *Power System Oscillations: An Introduction to Oscillation Analysis and Control, 2nd Ed.* Springer Nature, Cham, Sui., CH, 2025. 36, 53, 54
- [42] B. D. O. Anderson and J. B. Moore. *Optimal Control: Linear Quadratic Methods*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, USA, 1990. 39, 42
- [43] F. Ornelas-Tellez, J. J. Rico, and R. Ruiz-Cruz. Optimal tracking for state-dependent coefficient factorized nonlinear systems. *Asian Journal of Control*, 16(3):890–903, 2013. 39

- [44] H. T. Banks, B. M. Lewis, and H. T. Tran. Nonlinear feedback controllers and compensators: a state-dependent Riccati equation approach. *Computational Optimization and Applications*, 37(2):177–218, 2007. 39
- [45] R. A. Freeman and P. V. Kokotovic. Inverse optimality in robust stabilization. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 34(4):1365–1391, 1996. 41
- [46] D. E. Kirk. *Optimal Control Theory: An Introduction*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, USA, 1970. 42
- [47] M. Athans and P. L. Falb. *Optimal Control: An Introduction to the Theory And Its Applications*. McGraw Hill, NY, USA, 1966. 42
- [48] S. N. Desineni. *Optimal control systems*. CRC press, Boca Raton, FL, USA, 2003. 42
- [49] R. E. Kalman, T. S. Englar, and R. S. Bucy. Fundamental study of adaptive control systems. Technical Report ASD-TR-61-27, vol. 1, Wright-Patterson Air Force Base Technical Report, Arlington, VA, USA, 1962. 42
- [50] R. E. Kalman and R. S. Bucy. New results in linear filtering and prediction theory. *Transactions of the ASME (Journal of Basic Engineering)*, 83D(1):95–108, 1961. 42
- [51] N. Hatziaargyriou, J. Milanovic, C. Rahmann, V. Ajjarapu, C. Canizares, I. Erlich, D. Hill, I. Hiskens, I. Kamwa, B. Pal, et al. Definition and classification of power system stability—revisited & extended. *IEEE Transactions on Power Systems*, 36(4):3271–3281, 2020. 45
- [52] I. Abdulrahman. Matlab-based programs for power system dynamic analysis. *IEEE Open Access Journal of Power and Energy*, 7:59–69, 2019. 50, 96, 97
- [53] M. Terbrueggen. EPRI power systems dynamics tutorial. EPRI. Technical report, 1016042, Palo Alto, CA, USA, 2009. 54

- [54] K. Levenberg. A method for the solution of certain problems in least-squares. *Quarterly of Applied Mathematics*, 2(2):164–168, 1944. 97
- [55] D. W. Marquardt. An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 11(2):431–441, 1963. 97
- [56] J. J. Moré. The levenberg-marquardt algorithm: Implementation and theory. In G. A. Watson, editor, *Numerical Analysis*, volume 630 of *Lecture Notes in Mathematics*, pages 105–116. Springer-Verlag, 1977. 97

Sebastián Chávez Díaz Barriga

REGULACIÓN DE FRECUENCIA Y VOLTAJE EN REDES ELÉCTRICAS USANDO CONTROL ÓPTIMO Y REUBICACIÓN D...

 Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo

Detalles del documento

Identificador de la entrega

trn:oid:::3117:570355001

Fecha de entrega

23 mar 2026, 10:54 a.m. GMT-6

Fecha de descarga

23 mar 2026, 11:00 a.m. GMT-6

Nombre del archivo

REGULACIÓN DE FRECUENCIA Y VOLTAJE EN REDES ELÉCTRICAS USANDO CONTROL ÓPTIMO Y RE....pdf

Tamaño del archivo

8.8 MB

130 páginas

37.584 palabras

166.615 caracteres

Formato de Declaración de Originalidad y Uso de Inteligencia Artificial

Coordinación General de Estudios de Posgrado
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo



A quien corresponda,

Por este medio, quien abajo firma, bajo protesta de decir verdad, declara lo siguiente:

- Que presenta para revisión de originalidad el manuscrito cuyos detalles se especifican abajo.
- Que todas las fuentes consultadas para la elaboración del manuscrito están debidamente identificadas dentro del cuerpo del texto, e incluidas en la lista de referencias.
- Que, en caso de haber usado un sistema de inteligencia artificial, en cualquier etapa del desarrollo de su trabajo, lo ha especificado en la tabla que se encuentra en este documento.
- Que conoce la normativa de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, en particular los Incisos IX y XII del artículo 85, y los artículos 88 y 101 del Estatuto Universitario de la UMSNH, además del transitorio tercero del Reglamento General para los Estudios de Posgrado de la UMSNH.

Datos del manuscrito que se presenta a revisión		
Programa educativo	Maestría en Ciencias en Ingeniería Eléctrica	
Título del trabajo	REGULACIÓN DE FRECUENCIA Y VOLTAJE EN REDES ELÉCTRICAS USANDO CONTROL ÓPTIMO Y REUBICACIÓN DE POLOS	
	Nombre	Correo electrónico
Autor/es	Sebastián Chávez Díaz Barriga	1437049x@umich.mx
Director	Fernando Ornelas Téllez	fernando.ornelas@umich.mx
Codirector	Claudio Rubén Fuerte Esquivel	claudio.fuerte@umich.mx
Coordinador del programa	Norberto García Barriga	norberto.garcia@umich.mx

Uso de Inteligencia Artificial		
Rubro	Uso (sí/no)	Descripción
Asistencia en la redacción	Sí	Consulta y mejora en la redacción del documento.

Formato de Declaración de Originalidad y Uso de Inteligencia Artificial

Coordinación General de Estudios de Posgrado
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo



Uso de Inteligencia Artificial		
Rubro	Uso (sí/no)	Descripción
Traducción al español	Sí	Traducción al español de documentos utilizados como consulta.
Traducción a otra lengua	No	
Revisión y corrección de estilo	Sí	Revisión de faltas de ortografía, signos de puntuación y correcciones del documento.
Análisis de datos	No	
Búsqueda y organización de información	Sí	Consulta de información y búsqueda de artículos, libros y revistas relacionados con el tema de investigación.
Formateo de las referencias bibliográficas	Sí	Ajuste en los nombres de los autores de las referencias bibliográficas para mantener un mismo estilo.
Generación de contenido multimedia	No	
Otro	Sí	Consultar librerías y funciones, corregir errores y verificar código en diferentes entornos de programación.

Datos del solicitante	
Nombre y firma	Sebastián Chávez Díaz Barriga 
Lugar y fecha	Morelia, Michoacán, a 20 de marzo de 2026.