



**UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN
NICOLAS DE HIDALGO**

FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL

MAESTRÍA EN INGENIERÍA EN EL ÁREA DE ESTRUCTURAS



TESIS:

**COMPORTAMIENTO EÓLICO DE PUENTES
LANZADOS EN DOVELAS SUCESIVAS**

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

**MAESTRO EN INGENIERÍA EN EL ÁREA DE
ESTRUCTURAS**

PRESENTA:

ING. SERGIO ANDRÉS CHÁVEZ ESPÍNOLA

DIRECTOR:

DR. HUGO HERNÁNDEZ BARRIOS



MORELIA, MICHOACÁN, MAYO 2026

Agradecimientos

A medida que vamos creciendo, nuestra percepción del tiempo cambia, haciéndonos creer que transcurre cada vez más rápido; y en esta etapa, para mí, no fue la excepción. Este periodo representó un nuevo proceso de adaptación y aprendizaje, por lo que deseo expresar mi agradecimiento a las siguientes personas e instituciones:

A mi asesor, el Dr. Hugo Hernández Barrios, por su apoyo y confianza para la realización de este trabajo, así como por su disposición constante para orientar y encontrar soluciones ante cualquier duda o problemática que surgiera durante el desarrollo de la investigación.

Asimismo, agradezco las diversas herramientas de consulta, recursos técnicos y espacios de aprendizaje que, durante el desarrollo de esta investigación, facilitaron la comprensión de conceptos, la resolución de problemas y el desarrollo de modelos y programas necesarios para el análisis presentado en este trabajo. El acceso a estos recursos fue un apoyo importante para fortalecer el proceso de investigación y redacción.

De la misma manera, agradezco a los profesores del cuerpo académico de la maestría en el área de estructuras, quienes compartieron sus conocimientos y brindaron valiosos consejos para las próximas etapas que enfrentaremos tanto en la vida profesional como académica. Asimismo, agradezco a quienes fungieron como sinodales, ya que sus comentarios y puntos de vista contribuyeron a complementar y mejorar este trabajo.

A mis padres y a mi hermano, quienes siempre me han acompañado a lo largo de este camino. Gracias por todo lo que me han brindado y por su apoyo constante para permitirme alcanzar las metas que me he propuesto.

A la Secretaría de Ciencia, Humanidades, Tecnología e Innovación (SECIHTI) y al programa Jóvenes Adelante, por el apoyo brindado para la realización del presente trabajo.

Finalmente, agradezco a mis compañeros, quienes al llegar a una nueva escuela me compartieron consejos y experiencias que fueron de gran ayuda durante esta etapa. En especial a Max, con quien formé una gran amistad durante este tiempo y con quien tuve la oportunidad de colaborar y apoyarnos mutuamente para culminar de la mejor manera esta etapa.

Resumen

Los efectos del viento han sido estudiados con particular atención debido a su influencia en los parámetros de control y estabilidad estructural. El aumento en la demanda de puentes con mayores claros y estructuras más esbeltas ha despertado un interés significativo dentro de la comunidad científica. En este contexto, la predicción realista de la respuesta estructural inducida por el viento en puentes se ha convertido en un aspecto de gran importancia.

En el presente trabajo se llevó a cabo un análisis teórico de la respuesta dinámica de una estructura tipo línea horizontal (line-like) sometida a la acción del viento. Posteriormente, se realizaron cálculos de la respuesta dinámica correspondientes al puente Barranca del Diablo durante una de las etapas consideradas como más críticas de su proceso constructivo. Este puente se ejecuta mediante el método de doble voladizo, lo cual implica que, hasta que las vigas en voladizo se conectan con un voladizo adyacente o con los apoyos ubicados en la orilla, todas las cargas que actúan sobre el tablero deben ser transmitidas a la pila en forma de momento flector y momento torsionante.

Para el desarrollo del análisis, es necesario introducir algunos fundamentos estadísticos y una descripción estocástica del comportamiento del viento turbulento, lo cual permite derivar las expresiones correspondientes a las cargas inducidas por el viento y, posteriormente, determinar la respuesta estructural. En este sentido, se presentan dos métodos para simular la velocidad del viento en tres dimensiones, basados en un programa desarrollado en MATLAB.

Finalmente, se realizó una comparación entre los resultados obtenidos mediante un software de uso comercial ampliamente utilizado en la práctica de la ingeniería y aquellos generados a través de los programas desarrollados en MATLAB para la evaluación de fenómenos aeroelásticos.

Palabras clave: puentes, simulación, viento, desplazamientos, tiempo.

Abstract

Wind effects have been widely studied due to their significant influence on structural stability and control parameters. The increasing demand for bridges with longer spans and more slender structural configurations has attracted considerable attention within the scientific community. In this context, the realistic prediction of wind-induced structural response in bridges has become an important aspect in structural engineering.

In the present work, a theoretical analysis of the dynamic response of a line-like structure subjected to wind action is carried out. Subsequently, dynamic response calculations are performed for the Barranca del Diablo Bridge during one of the most critical stages of its construction process. This bridge is built using the balanced cantilever method, which implies that until the cantilever segments are connected to an adjacent cantilever or to the supports located at the abutments, all loads acting on the deck must be transferred to the pier in the form of bending moments and torsional moments.

For the development of the analysis, basic statistical concepts and a stochastic description of turbulent wind behavior are introduced in order to derive the expressions associated with wind-induced loads and the resulting structural response. In this regard, two methods for the simulation of the three-dimensional wind velocity field are presented, based on a numerical program developed in MATLAB.

Finally, a comparison is carried out between the results obtained using a commercial structural analysis software commonly employed in engineering practice and those generated through the MATLAB-based programs developed for the evaluation of aeroelastic phenomena.

Introducción

El presente trabajo se enfoca en el análisis de una estructura de tipo lineal horizontal, es decir, un puente construido mediante voladizos sucesivos. Este método constructivo consiste en ejecutar el tablero del puente de forma progresiva, añadiendo tramos uno a uno. Cada nuevo segmento se apoya estructuralmente sobre el tramo previamente construido, el cual debe soportar no solo su propio peso, sino también el del tramo en ejecución y el de los equipos utilizados durante el proceso de construcción. Se implementa además una metodología para generar registros de viento, y en la evaluación de su utilidad dentro de análisis dinámicos estructurales.

Estructuras más largas y altas, tamaños de elementos más pequeños debido a materiales más resistentes y una reducción del amortiguamiento estructural debido a nuevos métodos de construcción son todos factores que han aumentado la vulnerabilidad frente a las acciones del viento.

Las propiedades dinámicas inherentes a las distintas tipologías estructurales influyen de manera decisiva en la selección de los métodos adecuados para su análisis y diseño frente a acciones accidentales, como las cargas inducidas por el viento.

Objetivos generales

- a) Desarrollar una herramienta para la generación de señales sintéticas de viento, que puedan ser utilizadas de manera confiable en análisis dinámicos estructurales de puentes, con el fin de mejorar la caracterización del comportamiento ante acciones transitorias complejas.
- b) Implementar una metodología de simulación numérica para aplicar señales artificiales de viento al análisis dinámico de un puente en doble voladizo durante su etapa de construcción, con el propósito de evaluar la influencia de la acción eólica sobre su respuesta estructural en condiciones transitorias.

Objetivos particulares

- a) Realizar un estudio bibliográfico detallado para identificar los parámetros característicos del viento necesarios en la simulación de series temporales, así como analizar los métodos numéricos existentes en la literatura especializada para su implementación.
- b) Modelar numéricamente un puente en doble voladizo durante su fase de construcción, incorporando sus características geométricas y materiales.
- c) Aplicar las señales generadas al modelo estructural para analizar su respuesta dinámica en el dominio del tiempo y valorar la utilidad de la metodología propuesta en escenarios reales.
- d) Identificar los puntos estructurales más críticos y vulnerables del puente frente a la acción del viento, considerando su comportamiento dinámico, evaluando la

influencia de la forma, el diseño y el proceso constructivo del puente en su respuesta aerodinámica mediante simulaciones con señales sintéticas.

Justificación

La identificación y cuantificación de las cargas que actúan sobre una estructura es un tema ampliamente desarrollado en las normativas de diseño estructural a nivel internacional. Diversos organismos y autores han elaborado modelos y recomendaciones que permiten estimar las acciones que pueden presentarse durante la vida útil de una estructura. La mayoría de estos lineamientos se orientan a análisis lineales, en los que se supone que la respuesta estructural es directamente proporcional a la magnitud de la carga aplicada (Jurado, 2017).

Sin embargo, no todas las estructuras pueden evaluarse bajo esta hipótesis. La presencia de materiales con comportamiento no lineal, así como configuraciones geométricas complejas, exige la adopción de métodos de análisis más avanzados. En sistemas con un grado significativo de no linealidad (como ocurre en puentes) los modelos convencionales resultan insuficientes para representar con fidelidad la respuesta estructural.

Ante esta complejidad, se recurre al análisis transitorio en el dominio del tiempo, que permite estudiar la evolución de la respuesta estructural frente a cargas variables. Este tipo de análisis cobra especial relevancia en el caso de acciones transitorias como el viento o los sismos, cuya intensidad y dirección cambian en cortos intervalos. A diferencia del análisis lineal, aquí no basta con definir un valor único de carga, sino que se requiere una serie temporal que represente su variación a lo largo del tiempo. No obstante, las normativas rara vez ofrecen metodologías detalladas para construir estas series, lo que representa un desafío adicional.

En regiones donde se dispone de registros instrumentales (como acelerogramas o series de velocidad del viento) estos pueden utilizarse directamente. En ausencia de datos medidos, se recurre a la generación de señales sintéticas basadas en espectros normativos, las cuales, pese a ser artificiales, conservan las propiedades estadísticas y dinámicas esenciales de las acciones reales, permitiendo realizar simulaciones confiables para el diseño y evaluación estructural.

La forma en que se asignan las cargas de viento depende del tipo de estructura y del nivel de sensibilidad frente a excitaciones dinámicas. Las cargas pueden representarse como fuerzas estáticas o como acciones dependientes del tiempo, en función de la importancia relativa de las fluctuaciones respecto a la respuesta estructural. En numerosos casos, la estructura no responde de manera significativa ante una ráfaga aislada, sino ante la energía acumulada en secuencias de ráfagas sucesivas. Cuando estas fluctuaciones coinciden con las frecuencias naturales del sistema, pueden producirse fenómenos de resonancia. Por ello, para estructuras especialmente sensibles, se recomienda la aplicación de métodos dinámicos, ya sea en el dominio de la frecuencia o del tiempo. En escenarios con comportamiento marcadamente no

lineal, los métodos formulados en el dominio temporal proporcionan una representación más precisa de la respuesta.

La literatura técnica ofrece múltiples métodos para generar digitalmente registros representativos del campo de velocidades del viento; estos registros son esenciales para llevar a cabo un análisis adecuado de la respuesta estructural en el espacio y en el tiempo. Para estudiar fenómenos aleatorios, una técnica ampliamente empleada es la simulación Monte Carlo, que utiliza secuencias de números aleatorios para reproducir variables aleatorias cuando se conoce su función de densidad de probabilidad (Fernández y Parnás, 2017). Con este enfoque es posible generar muestras de manera eficiente y con las distribuciones deseadas. En el caso del viento atmosférico, se modela un campo de velocidades medias que varía espacialmente, descrito mediante leyes empíricas, de carácter físico. Sobre este campo se superponen las fluctuaciones espaciales y temporales, consideradas como procesos aleatorios.

Asimismo, existen diversos métodos para simular la componente fluctuante de la velocidad en múltiples puntos distribuidos en el espacio, comúnmente bajo la suposición de que estas fluctuaciones pueden representarse mediante un proceso gaussiano de media cero. La disponibilidad de estos métodos ha permitido mejorar significativamente la reproducción numérica de campos de viento coherentes, requisito fundamental para análisis dinámicos estructurales más realistas.

En paralelo, el notable avance en las capacidades de cálculo computacional de los últimos años ha potenciado el uso de técnicas para generar señales artificiales. Su mayor fortaleza radica en la posibilidad de obtener un gran número de registros sintéticos que pueden adaptarse con precisión a las necesidades del modelo estructural (Jurado, 2017). La capacidad de producir registros representativos, aun en ausencia de mediciones experimentales, constituye una herramienta de gran valor para el diseño y la verificación estructural.

Diversos estudios han abordado el modelado estructural de puentes en voladizo durante su etapa de construcción, considerando los efectos del viento como una acción dinámica relevante. Partiendo de esta premisa, se desarrollará un modelo integral que incluye la curvatura variable del tablero y las propiedades estructurales del sistema, con el objetivo de adaptarse a condiciones reales de ingeniería y ampliar su aplicabilidad en el sector de la construcción. Este modelo considera la acción del viento mediante la velocidad media ortogonal al plano del puente, las tres componentes espaciales de la turbulencia atmosférica y la generación de vórtices (Schmidt y Solari, 2003).

Índice general

1	<i>Antecedentes</i>	<i>1</i>
1.1	Introducción	1
1.2	Acciones inducidas por el viento en puentes	3
1.2.1	Aleteo (Flutter)	4
1.2.2	Respuesta por ráfagas (Buffeting)	5
1.2.3	Desprendimiento de vórtices (Vortex Shedding).....	5
1.2.4	Galopeo (Galloping).....	6
1.3	Conclusiones.....	7
1.4	Referencias	7
2	<i>Análisis de puentes en México, ante cargas eólicas.....</i>	<i>9</i>
2.1	Introducción	9
2.2	Normatividad existente en México ante la acción del viento	9
2.2.1	Cargas aerodinámicas en el tablero de acuerdo con normativa mexicana ...	11
2.3	Conclusiones.....	13
2.4	Referencias	14
3	<i>Conceptos básicos de estadística en ingeniería de viento</i>	<i>15</i>
3.1	Introducción	15
3.1.1	Proceso estocástico	15
3.1.2	Proceso estacionario	15
3.2	Función de distribución, media y varianza	16
3.3	Parámetros estadísticos en el dominio del tiempo	18
3.3.1	Ejemplo 3.1.....	21
3.4	Escalas de longitud integral de la turbulencia	27
3.5	Valores máximos	27
3.5.1	Ejemplo 3.2.....	28
3.6	Transformación al dominio de la frecuencia.....	28
3.6.1	Densidad espectral de potencia.....	29
3.6.2	Densidad espectral cruzada	31
3.6.3	Función de coherencia y co-espectro normalizado.....	33
3.7	Conclusiones.....	33
3.8	Referencias	34

4	<i>Viento sinóptico.....</i>	35
4.1	Introducción	35
4.2	Origen del viento.....	36
4.3	Capa límite atmosférica	38
4.3.1	Factores que influyen en la capa límite	39
4.4	Caracterización del comportamiento del viento	40
4.5	Parámetros característicos del viento atmosférico	43
4.5.1	Frecuencia de Nyquist	43
4.5.2	Transformada de Fourier y Transformada rápida de Fourier.....	44
4.5.3	Velocidad media del viento	45
4.6	Caracterización de la turbulencia del viento	49
4.6.1	Función de autocorrelación y correlación cruzada	50
4.6.2	Intensidad de turbulencia.....	53
4.6.3	Escala integral de tiempo y escala integral de longitud de turbulencia.....	54
4.6.4	Función de densidad espectral de potencia (PSD).....	56
4.6.5	Función de densidad espectral de potencia cruzada	63
4.6.6	Función de coherencia	65
4.6.7	Función de admitancia aerodinámica	68
4.7	Conclusiones.....	71
4.8	Referencias	71
5	<i>Historias sintéticas del viento.....</i>	73
5.1	Introducción	73
5.2	Métodos para la generación de cargas de viento	73
5.3	Procedimiento de simulación método de descomposición espectral (WAWS)	76
5.3.1	Ejemplo 5.1.....	79
5.4	Procedimiento de simulación método autorregresivo (AR).....	84
5.4.1	Descomposición de Schur mediante el modelo AR	86
5.4.2	Ejemplo 5.2.....	87
5.5	Conclusiones.....	93
5.6	Referencias	94
6	<i>Caso de estudio</i>	95
6.1	Introducción	95
6.2	Puente Barranca del Diablo.....	95

6.2.1	Geometría	96
6.3	Hipótesis de trabajo y criterios de simplificación.....	98
6.4	Modelo de la estructura	98
6.4.1	Ejemplo 6.1.....	100
6.5	Modelo simplificado	105
6.6	Conclusiones.....	110
6.7	Referencias	111
7	<i>Análisis de la respuesta</i>	<i>113</i>
7.1	Introducción	113
7.2	Respuesta a la acción del viento en puentes	113
7.2.1	Coefficientes aerodinámicos.....	116
7.3	Fuerzas en la estructura.....	118
7.3.1	Simulaciones numéricas de la historia de velocidades del viento.....	119
7.3.2	Formulación y generación de las cargas eólicas en la historia del tiempo.	121
7.3.3	Análisis dinámico en la historia del tiempo	124
7.4	Análisis de resultados: Desplazamientos en la estructura	130
7.5	Verificación de la metodología.....	132
7.5.1	Implementación de los programas en el Puente Barranca del Diablo	135
7.6	Conclusiones.....	143
7.7	Referencias	144
8	<i>Conclusiones</i>.....	<i>145</i>
9	<i>Referencias</i>.....	<i>147</i>

Índice de figuras

<i>Figura 1.1 Respuesta de un puente ante la velocidad del viento (Frandsen, 2004).</i>	4
<i>Figura 1.2 Efecto de aleteo.</i>	4
<i>Figura 1.3 Efecto del buffeting en puentes (Da Costa et al., 2022).</i>	5
<i>Figura 1.4 Una plataforma de puente puede provocar desprendimiento de vórtices y fuerzas aerodinámicas oscilatorias.</i>	5
<i>Figura 1.5 Esquema del fenómeno del galope.</i>	6
<i>Figura 1.6 Puente construido en voladizos sucesivos.</i>	7
<i>Figura 3.1 Propiedades estadísticas en el dominio del tiempo.</i>	16
<i>Figura 3.2 Simulación aleatoria velocidad de viento.</i>	28
<i>Figura 4.1 Circulación general de la atmósfera (Campos, 2016).</i>	36
<i>Figura 4.2 Corrientes de aire dentro de la tropósfera.</i>	37
<i>Figura 4.3 Evaluación rugosidad superficial en elementos prismáticos uniformemente distribuidos.</i>	39
<i>Figura 4.4 Perfil de velocidad media del viento sobre un bosque.</i>	40
<i>Figura 4.5 Registro de velocidades del viento en función de una altura "z" y el tiempo "t" (Escrivão, 2013).</i>	41
<i>Figura 4.6 Sistema coordinado componentes longitudinal (u), transversal (v) y vertical (w) de la velocidad del viento.</i>	43
<i>Figura 4.7 Diferencias entre tasas de muestro (Munkeby y Hjellvik, 2017).</i>	44
<i>Figura 4.8 Esquema de la capa límite atmosférica.</i>	45
<i>Figura 4.9 Comparación de U_z con $z_0 = 0.05$.</i>	49
<i>Figura 4.10 Curva $S_u(f)/^2$ en función de la frecuencia, f, en las diferentes regiones A, B y C (Escrivão, 2013).</i>	56
<i>Figura 4.11 Análisis comparativo de modelos de densidad espectral de potencia del viento Davenport, Kaimal, Von Kármán y Simiu y Scanlan.</i>	61
<i>Figura 4.12 Comparación entre modelos de coherencia para componente longitudinal del viento.</i>	67
<i>Figura 5.1 Velocidad fluctuante longitudinal en cada nodo mediante el método WAWS.</i>	84
<i>Figura 5.2 Velocidad fluctuante longitudinal en el nodo uno mediante el método AR.</i>	92
<i>Figura 6.1 Ejemplo de construcción de un puente en voladizos sucesivos (Isunza, 2008).</i>	95
<i>Figura 6.2 Vista en planta puente Barranca del Diablo.</i>	96
<i>Figura 6.3 Vista transversal puente Barranca del Diablo.</i>	96
<i>Figura 6.4 Sección transversal de dovelas.</i>	97
<i>Figura 6.5 Sección transversal columnas.</i>	97
<i>Figura 6.6 Etapas de construcción del puente.</i>	98
<i>Figura 6.7 Etapas de construcción pila 3 del puente Barranca del Diablo (Bernal, 2013).</i>	99
<i>Figura 6.8 Modelo numérico con elementos sólidos.</i>	99

<i>Figura 6.9 Sección rectangular hueca y sistema de referencia utilizado.</i>	101
<i>Figura 6.10 Modelo numérico simplificado.</i>	106
<i>Figura 6.11 Primer modo de vibrar en SAP2000, $T=7.3400$ s, $f=0.1362$ Hz.</i>	106
<i>Figura 6.12 Primer modo de vibrar en LARSA 4D, $T=7.2287$ s, $f=0.1400$ Hz.</i>	107
<i>Figura 6.13 Segundo modo de vibrar en SAP2000, $T=1.1070$ s, $f=0.9029$ Hz.</i>	107
<i>Figura 6.14 Segundo modo de vibrar en LARSA 4D, $T=1.1004$ s, $f=1.000$ Hz.</i>	108
<i>Figura 6.15 Tercer modo de vibrar en SAP2000, $T=0.6271$ s, $f=1.595$ Hz.</i>	108
<i>Figura 6.16 Tercer modo de vibrar en LARSA 4D, $T=0.1222$ s, $f=8.1800$ Hz.</i>	108
<i>Figura 6.17 Cuarto modo de vibrar en SAP2000, $T=0.5273$ s, $f=1.896$ Hz.</i>	109
<i>Figura 6.18 Cuarto modo de vibrar en LARSA 4D, $T=0.5895$ s, $f=1.700$ Hz.</i>	109
<i>Figura 7.1 Efecto del viento en puentes (Ubertini, 2008).</i>	114
<i>Figura 7.2 Fuerzas y desplazamientos causados por el viento (Rosales, 2018).</i>	116
<i>Figura 7.3 Coeficientes aerodinámicos (Øien, 2013).</i>	117
<i>Figura 7.4 Función filtro $F'(t)$ (Seung et al., 2021).</i>	121
<i>Figura 7.5 Simulación de velocidad transversal en nodo diecisiete.</i>	122
<i>Figura 7.6 Simulación de fuerza transversal (q_D) en nodo diecisiete.</i>	122
<i>Figura 7.7 Simulación de velocidad longitudinal en nodo diecisiete.</i>	122
<i>Figura 7.8 Simulación de fuerza longitudinal (q_L) en nodo diecisiete.</i>	123
<i>Figura 7.9 Simulación de velocidad vertical en nodo diecisiete.</i>	123
<i>Figura 7.10 Simulación de fuerza vertical (q_M) en nodo diecisiete.</i>	123
<i>Figura 7.11 Definición de las simulaciones de fuerzas en la historia del tiempo.</i>	124
<i>Figura 7.12 Exportación de archivo .txt a SAP2000.</i>	124
<i>Figura 7.13 Definición de patrones de carga.</i>	125
<i>Figura 7.14 Asignación de cargas en la estructura.</i>	126
<i>Figura 7.15 Casos de carga a analizar.</i>	127
<i>Figura 7.16 Caso uno: Aplicación de historias temporales de carga todo el puente.</i>	127
<i>Figura 7.17 Caso dos: Aplicación de historias temporales de carga en la mitad derecha del puente.</i>	128
<i>Figura 7.18 Caso tres: Aplicación de historias temporales de carga en la mitad izquierda del puente.</i>	128
<i>Figura 7.19 Caso cuatro: Aplicación de historias temporales de carga en todo el puente, considerando las cargas transversales con signo opuesto en cada lado.</i>	129
<i>Figura 7.20 Desplazamientos máximos en los extremos libres – Caso uno.</i>	130
<i>Figura 7.21 Desplazamientos máximos en los extremos libres – Caso dos.</i>	131
<i>Figura 7.22 Desplazamientos máximos en los extremos libres – Caso tres.</i>	131
<i>Figura 7.23 Desplazamientos máximos en los extremos libres – Caso cuatro.</i>	132
<i>Figura 7.24 Desplazamientos por buffeting en el puente Dolmsundet.</i>	134
<i>Figura 7.25 Desplazamientos por desprendimiento de vórtices en el puente Dolmsundet.</i>	135
<i>Figura 7.26 Desplazamientos por buffeting en el puente Barranca del diablo.</i>	138

<i>Figura 7.27 Desplazamientos por desprendimiento de vórtices en el puente Barranca del Diablo.</i>	<i>139</i>
<i>Figura 7.28 Raíces de la parte imaginaria y real de la determinante de la matriz de impedancia para el puente Barranca del Diablo.</i>	<i>140</i>
<i>Figura 7.29 Respuesta ante el efecto de aleteo del puente Barranca del Diablo.</i>	<i>140</i>
<i>Figura 7.30 Comparación de la historia temporal de desplazamientos transversales obtenidos mediante el programa de buffeting y el modelo tridimensional en SAP2000.</i>	<i>142</i>
<i>Figura 7.31 Comparación de la historia temporal de desplazamientos verticales obtenidos mediante el programa de buffeting y el modelo tridimensional en SAP2000.</i>	<i>142</i>

Índice de tablas

Tabla 3.1 Cálculo de la varianza para valores discretos.	23
Tabla 3.2 Varianza por integración numérica de Simpson.	24
Tabla 3.3 Cálculo de la varianza para valores discretos.	26
Tabla 3.4 Covarianza por integración numérica de Simpson.	26
Tabla 4.1 Longitud de rugosidad z_0 para diferentes categorías del terreno.	46
Tabla 4.2 Categorías del terreno y parámetros relacionados.	46
Tabla 5.1 Valores de correlación para diferentes Δx .	88
Tabla 5.2 Resumen valores de correlación para distintos Δx y P .	88
Tabla 6.1 Propiedades elementos del ejemplo 6.1.	101
Tabla 6.2 Verificación de propiedades máxicas de la sección rectangular hueca.	105
Tabla 6.3 Comparativa de formas modales entre SAP2000 y Larsa 4D.	110
Tabla 7.1 Coeficientes aerodinámicos de arrastre.	117
Tabla 7.2 Factores de conversión de velocidad.	119
Tabla 7.3 Propiedades del viento.	120
Tabla 7.4 Coordenadas de los nodos (centros de masa) del tablero de la estructura.	120
Tabla 7.5 Desplazamientos máxicos - Caso uno.	131
Tabla 7.6 Desplazamientos máxicos - Caso dos.	131
Tabla 7.7 Desplazamientos máxicos - Caso tres.	132
Tabla 7.8 Desplazamientos máxicos – Caso cuatro.	132
Tabla 7.9 Propiedades estructurales del puente Dolmsundet.	133
Tabla 7.10 Validación de los desplazamientos máxicos del puente Dolmsundet bajo acción de buffeting.	134
Tabla 7.11 Propiedades estructurales ante desprendimiento de vórtices del puente Dolmsundet.	134
Tabla 7.12 Validación de los desplazamientos máxicos del puente Dolmsundet bajo acción de desprendimiento de vórtices.	135
Tabla 7.13 Propiedades estructurales del puente Barranca del Diablo.	135
Tabla 7.14 Propiedades estructurales ante desprendimiento de vórtices del puente.	136
Tabla 7.15 Propiedades geométricas y características modales de las dovelas del Puente Barranca del Diablo.	137
Tabla 7.16 Desplazamientos máxicos del puente Barranca del Diablo bajo acción de buffeting.	138
Tabla 7.17 Desplazamientos máxicos del puente Barranca del Diablo bajo acción de desprendimiento de vórtices.	139
Tabla 7.18 Desplazamientos máxicos del puente Barranca del Diablo bajo acción de flutter.	141

1 Antecedentes

1.1 Introducción

Un puente se define como una construcción que permite salvar un accidente geográfico como un río, un cañón, un valle, un cuerpo de agua, o cualquier otro obstáculo físico, como una carretera, un camino, o una vía férrea. La diversidad en los diseños de puentes se basa en factores técnicos, ambientales y utilitarios; gracias a ellos la humanidad ha podido conectarse con mucha más facilidad.

Cuando una corriente de viento incide sobre un cuerpo u obstáculo, se generan diversas fuerzas como resultado de esta interacción. Estas fuerzas pueden clasificarse en función de distintos mecanismos físicos: por un lado, las variaciones del viento en el tiempo originan cargas dinámicas de tipo pulsante; por otro, las irregularidades en la superficie del obstáculo pueden provocar desprendimientos de vórtices; adicionalmente, el propio cuerpo puede experimentar oscilaciones que, al acoplarse con las fluctuaciones del viento, dan lugar a fuerzas dependientes del movimiento. En el ámbito de la ingeniería estructural, resulta fundamental que las deformaciones inducidas sean mínimas y que la estructura mantenga una capacidad adecuada durante toda su vida útil para soportar las acciones del viento (Øien, 2013), así como brindar confort a los usuarios.

La normativa mexicana vigente en materia de diseño eólico no contempla directrices específicas que definan parámetros de confort relacionados con la percepción directa del viento, ya sea en los diferentes tipos de estructuras o en entornos peatonales. Esta omisión contrasta con los reglamentos técnicos de otros países, donde tales criterios han sido incorporados con el fin de evaluar el impacto del viento en la experiencia de los usuarios y en la habitabilidad de los espacios urbanos (Velázquez, 2020). La estimación adecuada de la respuesta estructural frente a la acción del viento requiere un conocimiento detallado o una predicción confiable de los patrones de flujo atmosférico, las fuerzas aerodinámicas involucradas y los criterios de evaluación pertinentes. Estos factores deben ser considerados en función de las características específicas de la estructura, las condiciones del terreno circundante y el contexto urbano o geográfico de la localidad en la que se proyecta el diseño.

Uno de los eventos más significativos que impulsó el desarrollo de la ingeniería de puentes frente a la acción del viento fue el colapso del Puente Tacoma Narrows en 1940, ocurrido bajo una velocidad de viento relativamente baja de 19 m/s. Este incidente marcó un punto de inflexión, generando un notable incremento en la investigación sobre la interacción entre estructuras y cargas eólicas en las décadas siguientes (Munkeby y Hjellvik, 2017).

El colapso del primer puente Tacoma Narrows marcó el inicio de una serie de investigaciones orientadas a identificar las causas subyacentes de la falla estructural. Los estudios concluyeron que la interacción entre el viento y la estructura generó una reducción

significativa en el amortiguamiento efectivo, lo que provocó una amplificación progresiva de las oscilaciones hasta alcanzar niveles críticos que condujeron al colapso.

En 1961, Davenport propuso que la carga del viento sobre estructuras debía considerarse como el resultado de múltiples factores combinados: el régimen climático del viento, las condiciones del terreno local, las propiedades aerodinámicas de la estructura, la amplificación de las cargas debido a vibraciones resonantes inducidas por el viento, y ciertos criterios relacionados con el uso específico del edificio. Para abordar esta complejidad, recurrió a herramientas estadísticas y a la teoría de vibraciones estocásticas, desarrollando un enfoque de análisis modo por modo basado en la teoría de tiras aerodinámicas, el cual fue detallado en su publicación sobre cargas por ráfagas en 1967.

Posteriormente, en 1971, Scanlan y colaboradores publicaron un estudio sobre derivadas de flutter aplicadas a perfiles aerodinámicos y tableros de puente, en el que se explicó con precisión la causa del colapso del Tacoma Narrows. Este trabajo sentó las bases para los análisis modernos de flutter en puentes, y sus formulaciones continúan siendo utilizadas en los métodos actuales de evaluación aerodinámica.

En la actualidad, el análisis de los efectos del viento sobre las estructuras se aborda considerando tres fenómenos principales:

1. La acción de ráfagas o turbulencias
2. Desprendimiento periódico de vórtices
3. Condiciones asociadas a la inestabilidad aeroelástica.

La velocidad del viento presenta una alta variabilidad, influenciada por factores como la ubicación geográfica, la altitud a la que se realiza la medición y las condiciones estacionales. Esta naturaleza cambiante hace indispensable el uso de enfoques probabilísticos para su análisis. Para modelar adecuadamente una variable tan compleja, se recurre a métodos estocásticos, los cuales requieren la adopción de ciertas hipótesis que simplifican su aplicación y que más adelante serán explicados con más detalle.

Entre las suposiciones comúnmente aceptadas se encuentran:

1. El carácter estacionario del viento, lo que implica que sus propiedades estadísticas permanecen constantes en el tiempo
2. La ergodicidad, que permite sustituir promedios temporales por promedios estadísticos a lo largo del análisis
3. Se asume homogeneidad, es decir, las propiedades estadísticas son uniformes en todos los puntos del dominio considerado.

En el análisis estructural, es común adoptar una aproximación conservadora que considera al viento como una acción perpendicular sobre estructuras tipo línea (line-like). No obstante, la velocidad del viento presenta una variabilidad significativa tanto temporal como espacial, lo que implica que su magnitud no puede considerarse constante. Aunque dos series en el

dominio del tiempo que representen la velocidad media del viento bajo condiciones aparentemente idénticas no serán iguales entre sí, ambas tienden a seguir un patrón estadístico característico que refleja la naturaleza estocástica del fenómeno.

En determinadas configuraciones estructurales, resulta esencial considerar la energía asociada a las ráfagas, especialmente aquella vinculada a sus componentes fluctuantes, que pueden generar fenómenos de resonancia (Fernández y Parnás, 2017). La resonancia se manifiesta cuando la frecuencia de las excitaciones dinámicas del viento coincide con una de las frecuencias naturales de la estructura, lo que puede provocar una amplificación progresiva de las respuestas estructurales. Este fenómeno es particularmente crítico en estructuras esbeltas o ligeras, como puentes, torres o edificios de gran altura, donde incluso pequeñas excitaciones pueden desencadenar oscilaciones significativas. En estos escenarios, es común recurrir a enfoques dinámicos formulados en el dominio del tiempo, los cuales permiten capturar con mayor fidelidad la interacción entre las cargas transitorias y la respuesta estructural.

La simulación numérica de series temporales sintéticas se ha consolidado como una herramienta de gran utilidad y evolución en el ámbito del análisis estructural, al permitir la generación de funciones temporales representativas del viento que pueden ser aplicadas como cargas dinámicas sobre las estructuras. Para lograr una representación realista del fenómeno, es fundamental analizar detalladamente las dos componentes principales del viento las cuales son: la media y la fluctuante (Fernández y Parnás, 2017). Cada una de ellas debe ser caracterizada mediante parámetros adecuados que permitan capturar con precisión tanto los movimientos de gran escala, asociados a patrones meteorológicos predominantes, como las variaciones de pequeña escala, vinculadas a la turbulencia atmosférica local.

Bajo estas condiciones, el comportamiento estadístico del viento puede representarse adecuadamente mediante una función con distribución de probabilidad gaussiana. Aunque la forma general de esta distribución es conocida, diversos autores han propuesto expresiones específicas para describirla. Entre las más reconocidas se encuentran: la función de Kaimal, ampliamente adoptada en normativas internacionales; la de Davenport, basada en una velocidad media medida a 10 metros sobre el nivel del terreno; así como otras formulaciones como la de Von Kármán, que ha demostrado buena concordancia con datos experimentales. También se han desarrollado modelos adicionales por investigadores como Simiu, entre otros.

1.2 Acciones inducidas por el viento en puentes

El viento puede inducir efectos de inestabilidad que modifican las propiedades dinámicas de la estructura (Shuxian, 2009). Según la metodología presentada por Strømme (2010), las velocidades críticas pueden determinarse considerando cuatro mecanismos principales (Figura 1.1):

- Divergencia estática: Ocurre cuando la rigidez torsional efectiva disminuye progresivamente por acción del viento, llevando a una deformación creciente sin oscilación dinámica.
- Inestabilidad torsional: Similar a la divergencia, pero incluye efectos dinámicos, por lo que se pierde tanto rigidez como amortiguamiento torsional.

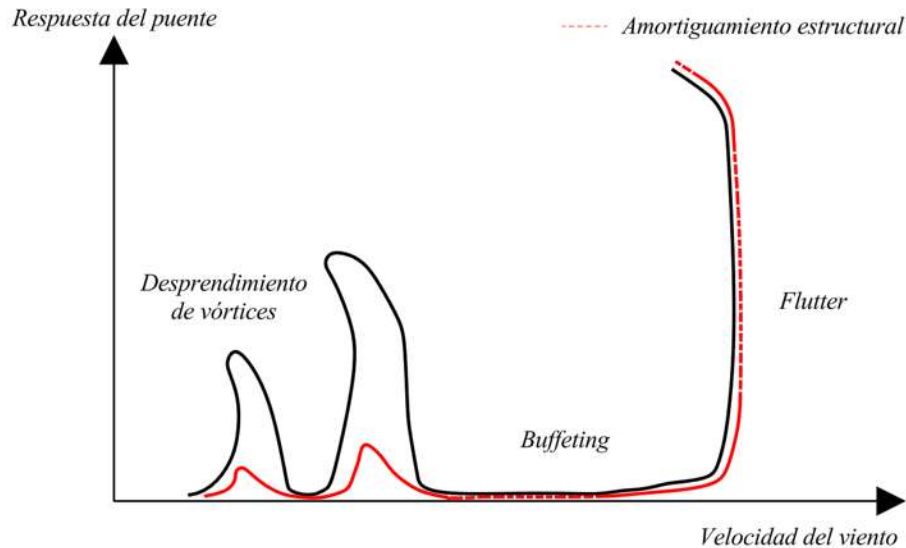


Figura 1.1 Respuesta de un puente ante la velocidad del viento (Frandsen, 2004).

1.2.1 Aleteo (Flutter)

El flutter es una de las formas más críticas de inestabilidad aerodinámica en puentes esbeltos. Se manifiesta cuando existe un acoplamiento entre los modos naturales de vibración vertical y torsional del tablero. La velocidad crítica de viento asociada al flutter depende principalmente de esas frecuencias naturales y de la geometría aerodinámica de la sección del tablero, ya que esta última controla las fuerzas aerodinámicas inducidas. Una vez que la estructura ingresa en este régimen, la oscilación crece de manera autoalimentada y puede conducir al colapso, si no se controla (Figura 1.2).

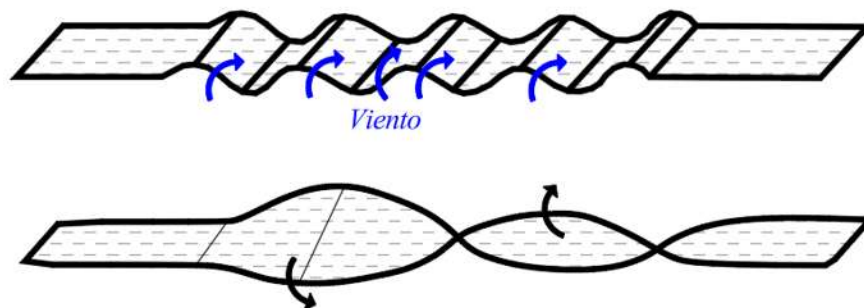


Figura 1.2 Efecto de aleteo.

1.2.2 Respuesta por ráfagas (Buffeting)

El buffeting corresponde a la respuesta dinámica causada por las fluctuaciones turbulentas del viento incidente. Estas ráfagas generan fuerzas irregulares que inducen desplazamientos aleatorios en la estructura. La magnitud del buffeting está determinada por la intensidad de la turbulencia, la forma aerodinámica de los elementos estructurales y sus frecuencias naturales. Este fenómeno (Figura 1.3) se modela comúnmente mediante la teoría cuasi-estática propuesta por Davenport (1973), donde las fuerzas se expresan en función de los coeficientes aerodinámicos.

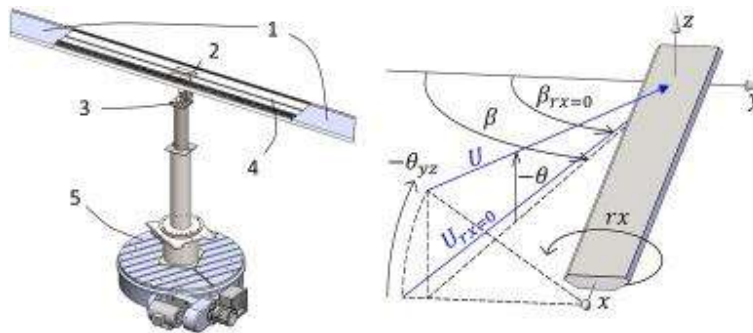


Figura 1.3 Efecto del buffeting en puentes (Da Costa et al., 2022).

1.2.3 Desprendimiento de vórtices (Vortex Shedding)

El desprendimiento de vórtices es un patrón oscilatorio del flujo que ocurre cuando el viento rodea un cuerpo no aerodinámico, generando alternadamente vórtices de baja presión en sotavento. Estos vórtices se desprenden de manera periódica a frecuencias relacionadas con la geometría del cuerpo, provocando oscilaciones transversales (Figura 1.4). El mecanismo se inicia cuando el flujo, inicialmente adherido al objeto, se separa debido a diferencias locales de presión, originando la formación del par de vórtices alternados. Si la frecuencia de desprendimiento coincide con un modo natural estructural, pueden presentarse vibraciones resonantes.

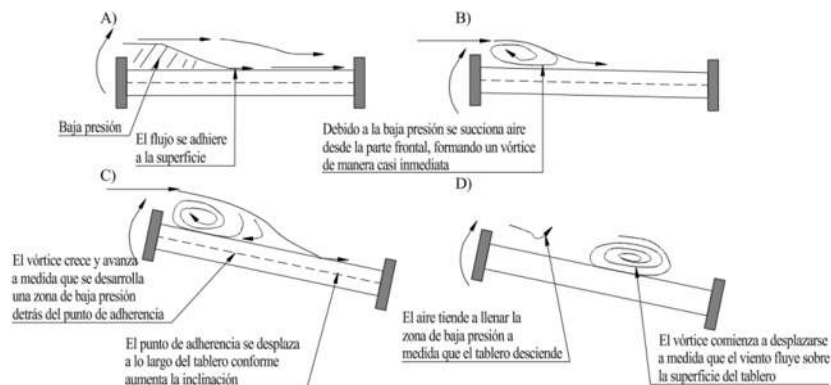


Figura 1.4 Una plataforma de puente puede provocar desprendimiento de vórtices y fuerzas aerodinámicas oscilatorias.

1.2.4 Galopeo (Galloping)

El galopeo es una inestabilidad aerodinámica típica de elementos estructurales muy esbeltos y de sección ancha, así como de cables que presentan acumulación de hielo. Se caracteriza por oscilaciones de gran amplitud, perpendiculares a la dirección del viento y con frecuencias menores que las asociadas al desprendimiento de vórtices. Esta inestabilidad surge cuando la estructura experimenta una pérdida progresiva de rigidez y amortiguamiento en el modo flexional vertical, ocasionando que la respuesta crezca con la velocidad del viento (Figura 1.5).

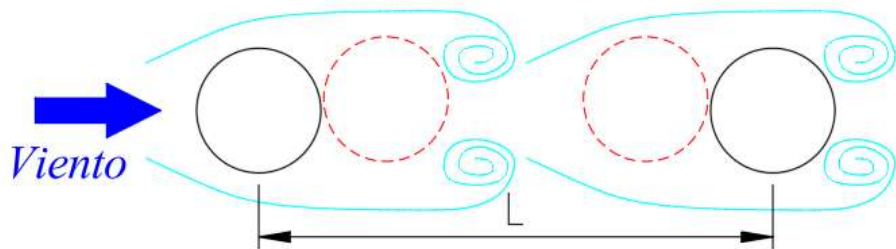


Figura 1.5 Esquema del fenómeno del galopeo.

Estos mecanismos evidencian que la aerodinámica de la sección, los coeficientes aerodinámicos y las propiedades dinámicas del puente son determinantes para garantizar un comportamiento seguro frente al viento.

La experiencia acumulada en el ámbito de la ingeniería estructural ha demostrado que el viento desempeña un papel fundamental en la construcción por voladizos sucesivos (Figura 1.6). No obstante, los métodos contemplados en los códigos normativos para considerar sus efectos siguen siendo limitados, rudimentarios e incluso inexistentes en muchos casos. La investigación en este campo continúa siendo escasa y, cuando existe, suele centrarse exclusivamente en el análisis del esfuerzo cortante longitudinal y del momento en la base de las pilas, provocados por la velocidad media del viento y por las fluctuaciones longitudinales asociadas a la turbulencia que incide sobre la plataforma del puente (Schmidt y Solari, 2003).

En el diseño por voladizos, la concepción estructural parte desde las pilas, las cuales se someten a esfuerzos de flexión durante el proceso constructivo. Aunque el avance se realiza de forma simétrica desde ambos lados de cada pila para equilibrar las cargas, la colocación de las dovelas no siempre puede ejecutarse de manera simultánea (Bernal, 2013). Esta asincronía genera momentos flectores en las pilas, que deben ser considerados cuidadosamente en el diseño para garantizar la estabilidad y seguridad de la estructura durante su construcción.

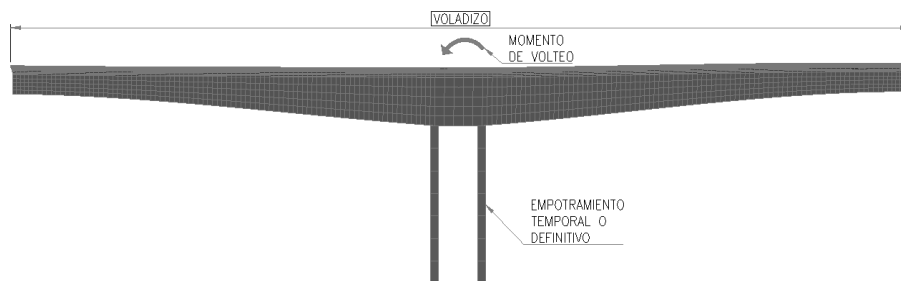


Figura 1.6 Puente construido en voladizos sucesivos.

Una de las principales ventajas del método constructivo por voladizos es la eliminación de cimbras y andamios, lo que aporta beneficios significativos en términos técnicos y logísticos. Esta técnica permite mantener libre el espacio situado bajo la zona de construcción, lo cual resulta especialmente útil en casos donde se requiere garantizar la circulación vehicular o la navegación fluvial durante la ejecución de la obra. Asimismo, facilita la construcción de pilas de gran altura, ya que no depende de apoyos temporales intermedios.

1.3 Conclusiones

En este capítulo se hace mención en como diversos países e instituciones internacionales especializados en ingeniería eólica, han establecido lineamientos técnicos para la evaluación de las fuerzas generadas por el viento, con el propósito de garantizar la seguridad estructural y el bienestar de las personas. No obstante, los parámetros de servicio relacionados con el confort para peatones y ocupantes de edificaciones, aún no se encuentran plenamente incorporados en la normativa vigente como es mencionado por Velázquez (2020).

Cuando se decide analizar una estructura frente a una acción específica, es fundamental recordar que dicho análisis representa una aproximación, una hipótesis de lo que podría suceder bajo ciertas condiciones. Esta incertidumbre se acentúa cuando las normativas vigentes presentan limitaciones, ya sea por estar enfocadas en configuraciones estructurales convencionales, rangos de altura específicos o métodos de análisis particulares. En este contexto, recae sobre el diseñador la responsabilidad de identificar cuándo se exceden dichos límites y, en consecuencia, adoptar enfoques alternativos que, aunque puedan ser más complejos, permiten una evaluación más precisa y confiable del comportamiento estructural. Esta actitud crítica y proactiva es especialmente relevante en el análisis de estructuras como los puentes, donde factores como la acción del viento pueden inducir fenómenos dinámicos significativos que no siempre están contemplados en los marcos normativos tradicionales.

1.4 Referencias

- Bernal, S. (2013). Comportamiento sísmico-eólico de un puente lanzado en dovelas [Maestría]. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo.

- Da Costa, B. M., Wang, J., Jakobsen, J. B., Øiseth, O. A., & Snæbjörnsson, J. Þ. (2022). Bridge buffeting by skew winds: A quasi-steady case study. *Journal Of Wind Engineering And Industrial Aerodynamics*, 227, 105068. <https://doi.org/10.1016/j.jweia.2022.105068>
- Fernández, I., y Parnás, V. E. (2017). Elementos para la simulación numérica de series temporales de velocidad del viento. *Revista ingeniería de construcción*, 32(2).
- Frandsen, J. (2004). Numerical bridge deck studies using finite elements. Part I: flutter. *Journal Of Fluids And Structures*, 19(2), 171-191. <https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2003.12.005>
- Jung, H., y Lee, S. (2011). The experimental validation of a new energy harvesting system based on the wake galloping phenomenon. *Smart Materials And Structures*, 20(5), 055022. <https://doi.org/10.1088/0964-1726/20/5/055022>
- Jurado, D. (2017). Simulación estocástica de cargas para análisis dinámico de estructuras en ingeniería civil [Maestría]. Universidad de Sevilla.
- Leishman, J. G. (2022). Aerodynamics of bluff bodies. An Introduction to Aerospace Flight Vehicles. <https://doi.org/10.15394/eaglepub.2022.1066.n25>
- Munkeby, E., y Hjellvik, H. (2017). Wind-Induced Response of Long-Span Suspension Bridges Subjected to Span-Wise Non-Uniform Winds: A Case Study [Maestría]. Norwegian University of Science and Technology.
- Øien, M. (2013). Wind Induced Dynamic Response of Concrete Box Girders During a Balanced Cantilevered Construction Stage [Maestría]. Norwegian University of Science and Technology.
- Rosales, I. (2018). Comportamiento de puentes carreteros ante cargas eólicas [Maestría]. Universidad Nacional Autónoma de México.
- Schmidt, S., y Solari, G. (2003). 3-D wind-induced effects on bridges during balanced cantilever erection stages. *Wind and Structures*, 6(1).
- Sharma, S. (2025). Students of structural dynamics will surely have read about the Tacoma Narrows Bridge (Seattle, 1940) failure. https://www.linkedin.com/posts/sanjeev-sharma-21b17b5_students-of-structural-dynamics-will-surely-activity-7373800760972718080-Wmo3
- Shuxian, H. (2009). Time domain buffeting analysis of large-span cable-stayed bridge [Maestría]. Universidad de Porto.
- Velázquez, M. (2020). Simulación numérica del viento para evaluar el confort en los balcones de un edificio alto [Maestría]. Universidad Nacional Autónoma de México.

2 Análisis de puentes en México, ante cargas eólicas

2.1 Introducción

Uno de los retos que afronta la ingeniería civil, principalmente el especialista encargado del diseño de un puente es el diseño bajo cargas accidentales, como son el viento y el sismo. Estas cargas pueden combinarse con el peso propio de la estructura (cargas muertas) y con las cargas de los automóviles que circulan por la estructura (cargas vivas) así como cargas eventuales como lo son el impacto, frenaje, fricción, temperatura, contracción, flujo plástico etc. Las cargas que induce el viento en un puente pueden ocasionar desplazamientos laterales, verticales o momentos de torsión.

Antes de emprender cualquier proyecto constructivo, es fundamental contar con información detallada que permita identificar las variables relevantes para el diseño estructural. En el caso particular del diseño de puentes, uno de los parámetros más significativos corresponde a las cargas accidentales a las que la estructura estará expuesta durante su vida útil (Romero, 2014). Estas acciones deben ser analizadas con rigor técnico, ya que su adecuada consideración es esencial para garantizar la estabilidad estructural y, en consecuencia, la seguridad de los usuarios durante su tránsito.

En el ámbito de la ingeniería sísmica, el diseño estructural suele basarse en el estado límite último, ya que es crucial controlar los desplazamientos máximos para prevenir daños significativos en la edificación. En contraste, la ingeniería eólica se enfoca principalmente en el estado límite de servicio, donde las aceleraciones cuadráticas medias (RMS) adquieren relevancia para garantizar el confort de los ocupantes (Huergo, 2021).

Actualmente, los diseños de puentes tienden a ser cada vez más altos, delgados y, en consecuencia, más flexibles, lo que los hace vulnerables a las vibraciones generadas por el viento turbulento tanto en sentido longitudinal como transversal respecto al flujo de aire. Estas oscilaciones afectan negativamente el confort de los usuarios y pueden ser mitigadas mediante sistemas de control de vibraciones. No obstante, en México su implementación con este propósito es poco común, y no existe a la fecha una regulación específica.

2.2 Normatividad existente en México ante la acción del viento

La realización del proyecto de un puente está sujeta a la normativa aplicable en la localidad de interés, sin embargo, muchas veces no se cuenta con dicha normativa y se ha adoptado comúnmente el uso de códigos de diseño extranjeros.

En México existe una amplia gama de normativas y manuales aplicables al diseño de diversas estructuras. Entre ellos se encuentran el Manual de Obras Civiles de la Comisión Federal de Electricidad, los reglamentos de construcción estatales (cuando están disponibles), y las

disposiciones de la Secretaría de Comunicaciones y Transportes (SCT) para infraestructura vial y portuaria. Sin embargo, la mayoría de las actualizaciones normativas se han enfocado en edificaciones sujetas a cargas sísmicas o eólicas, mientras que los documentos técnicos relacionados con el diseño de puentes han permanecido sin modificaciones durante varios años (Domínguez, 2019), lo que ha llevado a recurrir a estándares internacionales como los de Estados Unidos y Canadá.

La Secretaría de Comunicaciones y Transportes (SCT), por medio del Instituto Mexicano del Transporte (IMT), establece en el documento N-PRY-CAR-6-01-004-01 una serie de recomendaciones para el diseño eólico de puentes, dirigidas principalmente a estructuras con claros de hasta 50.0 metros.

De acuerdo con García Soto *et al.* (2025), esta normativa incorpora un capítulo específico sobre la acción del viento, en el cual se incluyen mapas de contorno de velocidades que permiten estimar la presión eólica para fines de diseño. Asimismo, se contempla la aplicación de un factor de carga, que presumiblemente fue adoptado del reglamento estadounidense. No obstante, hasta la fecha no se dispone de un estudio técnico que documente la calibración de dicho factor conforme a las condiciones particulares del territorio mexicano.

El reglamento introduce una clasificación complementaria de las estructuras, basada en su nivel de importancia estructural. Esta categorización considera el grado de seguridad requerido y la respuesta dinámica de las estructuras frente a la acción del viento, especialmente en función de su sensibilidad a los efectos inducidos por cargas dinámicas (Romero, 2014). La clasificación se detalla de la siguiente manera:

- Tipo A: Corresponde a puentes localizados en vías con cuatro o más carriles de circulación vehicular.
- Tipo B: Incluye puentes y otras estructuras situadas en carreteras de dos carriles.
- Tipo C: Comprende estructuras de carácter secundario y uso temporal o de corta duración.

El reglamento también establece una tipología basada en el comportamiento dinámico de las estructuras ante la acción del viento, considerando su sensibilidad a los efectos de ráfaga y fenómenos aeroelásticos. Esta clasificación se presenta como sigue:

- Tipo 1v: Estructuras con baja sensibilidad a los efectos de ráfaga y a las acciones dinámicas del viento, como los puentes rígidos. Se caracterizan por una relación de aspecto (definida como el cociente entre el claro horizontal máximo y la menor dimensión perpendicular a dicho claro) menor o igual a 30.
- Tipo 2v: Estructuras con periodos naturales de vibración prolongados, que presentan una mayor susceptibilidad a los efectos de ráfaga, lo cual puede inducir oscilaciones significativas en la dirección del flujo del viento. Estas estructuras superan la relación de aspecto de 30.

- Tipo 3v: Estructuras que, además de cumplir con las condiciones del Tipo 2v, manifiestan oscilaciones transversales relevantes respecto al flujo del viento. Estas oscilaciones son provocadas por la formación de vórtices con ejes paralelos al eje longitudinal de la estructura. Este tipo incluye puentes de gran claro y elevada altura.
- Tipo 4v: Estructuras propensas a experimentar fenómenos de inestabilidad aeroelástica, como los puentes colgantes o aquellos sostenidos mediante sistemas de cables.

2.2.1 Cargas aerodinámicas en el tablero de acuerdo con normativa mexicana

La norma mexicana N-PRY-CAR-6-01-004-01 contempla diversos métodos para el análisis de cargas de viento en estructuras de puentes. Para llevar a cabo el análisis de las cargas inducidas por el viento sobre un determinado cuerpo u obstáculo, es necesario, en primera instancia, caracterizar la distribución de presiones que se genera sobre sus superficies expuestas. Esta distribución constituye la base para realizar una integración que permita obtener las cargas globales resultantes, las cuales son fundamentales para el diseño estructural y la evaluación del comportamiento dinámico del sistema.

El viento se representa comúnmente mediante cargas estáticas y fluctuantes, inducidas cuando este fluye a través de una estructura. Esta interacción genera zonas de presión y succión sobre la superficie expuesta (Romero, 2014), las cuales pueden transformarse en fuerzas y momentos concentrados aplicados en puntos específicos del tablero. La componente de la fuerza que actúa en la dirección del flujo se denomina fuerza de arrastre, mientras que la componente perpendicular se conoce como fuerza de sustentación o levantamiento. Además de estas dos acciones principales, el viento puede inducir un momento de volteo, el cual debe considerarse en el análisis estructural para garantizar la estabilidad del sistema.

Los efectos del viento sobre las estructuras de puentes están estrechamente vinculados con la longitud de sus claros. En términos generales, los puentes con claros extensos presentan una mayor susceptibilidad a los fenómenos dinámicos inducidos por el viento, en comparación con aquellos que poseen claros reducidos. En el caso de puentes convencionales de trabes, caracterizados por claros pequeños, las acciones del viento predominantes se relacionan principalmente con la velocidad media del flujo, la cual genera fuerzas de carácter estático.

Diversos códigos y normativas de diseño estructural contemplan el uso de una fuerza estática equivalente, definida como el producto de la fuerza estática (calculada a partir de la velocidad media del viento) por un factor de amplificación. Este factor representa la influencia de la respuesta dinámica en relación con la respuesta estática. Para puentes de claros cortos, dicho factor tiende a valores cercanos a la unidad, lo cual se atribuye a su elevada rigidez estructural y a su reducido periodo natural de vibración.

En consecuencia, el reglamento establece cuatro enfoques principales para el análisis de dichas cargas, los cuales se seleccionan en función del tipo estructural y su sensibilidad a los efectos dinámicos del flujo eólico (Romero, 2014):

2.2.1.1 Método simplificado

Este método está destinado a estructuras clasificadas como tipo 1v, es decir, aquellas poco sensibles a los efectos de ráfaga y dinámicos, como los puentes rígidos. Es aplicable únicamente a estructuras sin cables de soporte, cuya altura de rasante no exceda los 10 metros sobre el nivel más bajo del terreno o sobre el nivel de aguas cruzadas (NAC), y cuyo claro máximo sea de hasta 50 metros, cumpliendo además con una relación de aspecto menor o igual a 30.

La acción del viento se determina como el producto entre el área expuesta de la estructura y la presión de diseño correspondiente a una velocidad de 160 km/h. Esta presión se considera uniformemente distribuida, actuando de manera horizontal y perpendicular al eje longitudinal de la superestructura (Domínguez, 2019). Las presiones recomendadas son:

- Para armaduras: 3679 Pa (375 kg/m²)
- Para trabes y vigas: 2453 Pa (250 kg/m²)

2.2.1.2 Método estático

Este procedimiento también se aplica a estructuras tipo 1v sin cables de soporte, con altura de rasante igual o inferior a 10 metros y claro máximo de 50 metros, siempre que se contemple una velocidad de diseño superior a 160 km/h, se basa en el análisis de fuerzas equivalentes de viento, siguiendo una metodología análoga a la propuesta en el Manual de Obras Civiles de la Comisión Federal de Electricidad. Este procedimiento determina la presión del viento a partir de una velocidad de diseño que varía según la ubicación geográfica del proyecto.

Las fuerzas de viento para diseño se obtienen multiplicando la presión actuante (p_z) por el área total expuesta de la estructura (A_z). Esta área puede considerarse como una superficie única a la altura del centro de presión, o bien dividirse en franjas horizontales para incorporar la variación vertical de la presión.

2.2.1.3 Método dinámico

Este método se reserva para estructuras tipo 2v y 3v, que presentan mayor sensibilidad a los efectos dinámicos del viento, como la turbulencia y la formación de vórtices. Se aplica cuando la velocidad de diseño supera la velocidad crítica, lo que puede inducir oscilaciones significativas tanto en la dirección del flujo como transversalmente. El análisis incorpora factores dinámicos

El análisis incorpora un factor de ráfaga en las ecuaciones de carga, el cual se obtiene mediante procedimientos experimentales que reflejan la interacción entre el viento y la estructura.

2.2.1.4 Métodos experimentales

Finalmente, para el caso de puentes flexibles con cables, el reglamento establece que deben emplearse técnicas experimentales avanzadas, como ensayos en túneles de viento, para una evaluación precisa de las acciones del viento sobre la estructura ya que son susceptibles a fenómenos de inestabilidad aeroelástica. Estos efectos se producen cuando los desplazamientos iniciales generados por el viento modifican la dirección de ataque del flujo, provocando movimientos oscilatorios crecientes o divergentes.

2.3 Conclusiones

En este capítulo se presentó una breve descripción general de los procedimientos establecidos en la normativa mexicana para el análisis de cargas de viento en estructuras. Un aspecto relevante es que dichos procedimientos presentan limitaciones asociadas a parámetros como la altura de la estructura o la longitud de sus claros, lo que restringe su aplicabilidad en sistemas estructurales más complejos. En estos casos, se recomienda recurrir a métodos experimentales, aunque su uso en la práctica es poco común debido al elevado costo y al tiempo que requieren, especialmente en pruebas como las realizadas en túneles de viento.

Como alternativa viable, se propone el uso de herramientas de mecánica computacional, las cuales, si bien también implican un grado de complejidad técnica, resultan más accesibles en términos económicos y logísticos. Estas herramientas permiten simular con mayor precisión el comportamiento dinámico de las estructuras frente a la acción del viento, superando las limitaciones de los enfoques normativos tradicionales.

En virtud de lo anterior, este trabajo presenta una metodología complementaria orientada a la obtención de historias de velocidad del viento y de las fuerzas inducidas sobre la estructura, con el objetivo de mejorar la caracterización de las cargas aerodinámicas y contribuir a un diseño estructural más robusto y confiable en escenarios donde los métodos convencionales resultan insuficientes. Además, se destaca una contradicción relevante entre los distintos reglamentos en cuanto al cálculo de la velocidad del viento, aspecto que suele pasar desapercibido pero que tiene implicaciones significativas en la precisión del análisis estructural. Esta discrepancia refuerza la necesidad de adoptar enfoques más integrales, que permitan una evaluación más coherente y ajustada a las condiciones reales de cada proyecto.

2.4 Referencias

- Domínguez, E. (2019). *Análisis paramétrico de puentes bajo la acción de viento y cargas móviles* [Maestría]. Universidad Nacional Autónoma de México.
- Huergo, I. (2021). *Control pasivo de vibraciones inducidas por viento en edificios altos con base flexible* [Doctorado]. Universidad Nacional Autónoma de México.
- Romero, L. (2014). *Revisión de los efectos del viento en un puente corto considerando diferentes reglamentos de diseño* [Licenciatura]. Universidad Nacional Autónoma de México.

3 Conceptos básicos de estadística en ingeniería de viento

3.1 Introducción

El estudio de los efectos dinámicos del viento sobre una estructura se lleva a cabo en tres diferentes etapas, las cuales son: caracterización del viento, descripción de las propiedades aerodinámicas de la estructura y combinación de estos factores para determinar la respuesta de esta.

El tratamiento del fenómeno aleatorio del viento y su interacción con las estructuras requiere un enfoque multidisciplinario, que involucra varias áreas científicas como meteorología, probabilidad y estadística, dinámica de fluidos y dinámica estructural estocástica.

3.1.1 Proceso estocástico

Un proceso físico se llama proceso estocástico si su resultado numérico en cualquier momento o posición en el espacio es aleatorio y solo se puede predecir con cierta probabilidad. Un conjunto de observaciones de un proceso estocástico solo puede considerarse como un conjunto particular de realizaciones del proceso, ninguna de las cuales puede repetirse con certeza, incluso si las condiciones son aparentemente las mismas (Strømmen, 2010).

Strømmen enfatiza además el campo de viento como un proceso estocástico que puede ser tratado en dos niveles de aleatoriedad, estadísticas del dominio del tiempo (corto plazo) y estadísticas de conjunto (largo plazo). Las estadísticas del dominio del tiempo involucran la distribución de probabilidad de la parte turbulenta del propio campo de viento, es decir, como varía el viento de forma rápida y aleatoria en periodos cortos.

Por otro lado, las estadísticas de conjunto están relacionadas con la distribución de probabilidad de parámetros tales como el valor medio, valor máximo y la varianza de un registro de viento de duración arbitraria, ambos siendo conceptos importantes en la teoría que se refiere al análisis de las fuerzas dinámicas y aleatorias que el viento ejerce sobre estructuras, como puentes o edificios altos.

3.1.2 Proceso estacionario

Un proceso estacionario es aquel cuyas características estadísticas no cambian con el tiempo. Para determinar los parámetros característicos de un registro de viento estocástico, principalmente su velocidad media del viento y su varianza es necesario aplicar un proceso de promediado sobre una ventana de tiempo suficientemente larga (Romstad, 2018).

Variaciones repentinas y de corta duración en la velocidad del viento, como ráfagas, pueden generar fluctuaciones significativas en los valores numéricos de estos parámetros si se calculan en intervalos de tiempo muy cortos. Sin embargo, si el intervalo de tiempo utilizado para el promedio es desproporcionadamente largo, ya no se puede asumir estacionariedad, ya que las condiciones meteorológicas cambian con el tiempo. De acuerdo con Strømmen y algunos reglamentos de diseño eólico, el período de tiempo usualmente adoptado para calcular el valor medio y la variación de una velocidad de viento considerada estacionaria es de 10 minutos.

3.2 Función de distribución, media y varianza

En un análisis dinámico, existirá la incertidumbre sobre el comportamiento del viento en algún tiempo determinado, por lo que debe involucrarse la probabilidad, especialmente la rama de los procesos estocásticos, los cuales permitirán conocer con cierto grado de certidumbre el comportamiento del viento dentro de ciertos límites.

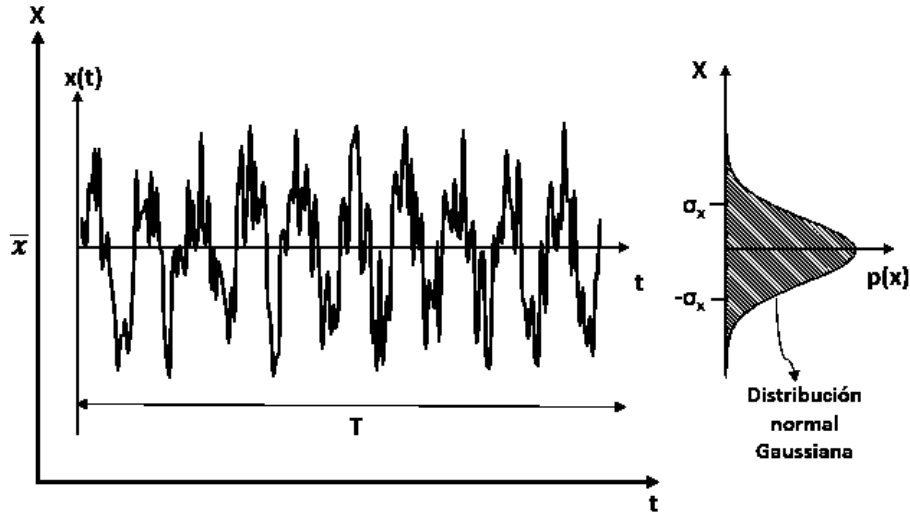


Figura 3.1 Propiedades estadísticas en el dominio del tiempo.

Para una variable X , la función de densidad de probabilidad $P(x)$, que describe la tendencia que presenta la velocidad del viento en torno a un valor medio (Manwell *et al.*, 2002), está definida por la siguiente expresión:

$$Pr = [x \leq X \leq x + dx] = P(x + dx) - P(x) = \frac{dP(x)}{dx} dx = p(x) dx \quad (3.1)$$

Donde $P(x)$ representa la función de probabilidad acumulativa, dada por la ecuación (3.2):

$$Pr = [X \leq x] = P(x) = \int_{-\infty}^x p(x) dx \quad (3.2)$$

De manera similar, para dos variables aleatorias X y Y , la función de densidad de probabilidad conjunta se define por:

$$p(x, y) = \frac{d^2 P(x, y)}{dx dy} \quad (3.3)$$

$$p(x, y) = Pr[X \leq x, Y \leq y] \quad (3.4)$$

Hay tres distribuciones de densidad de probabilidad que son de primordial importancia en la ingeniería eólica. Estas son las distribuciones gaussianas (normales), de Weibull y de Rayleigh, cada una definida por las siguientes expresiones, respectivamente:

$$\begin{aligned} p(x) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\bar{x}}{\sigma_x}\right)^2\right] \\ p(x) &= \beta \frac{x^{\beta-1}}{\gamma^\beta} \exp\left[-\left(\frac{x}{\gamma}\right)^\beta\right] \\ p(x) &= \frac{x}{\gamma^2} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{\gamma}\right)^2\right] \end{aligned} \quad (3.5)$$

Donde σ_x es la desviación estándar y $\bar{x}$ el valor medio.

En el contexto de la ingeniería civil, estas distribuciones se utilizan comúnmente para modelar la variabilidad de la velocidad del viento, ya sea para el diseño de estructuras resistentes al viento o para estudios de riesgo y confiabilidad estructural. A continuación, se presentan algunas breves recomendaciones para el uso de cada una:

- **Distribución Gaussiana (Normal):** Se usa cuando las velocidades del viento tienden a distribuirse simétricamente alrededor de un valor medio. Es más común en análisis teóricos o en componentes del viento tratadas estadísticamente, por lo que será esta distribución la seleccionada en este trabajo.
- **Distribución de Weibull:** Es la más utilizada para describir la variabilidad de la velocidad del viento real en un sitio determinado. Sus parámetros permiten ajustar mejor la forma y escala de la distribución observada en datos empíricos.
- **Distribución de Rayleigh:** Es un caso particular de la Weibull (cuando el parámetro $\beta=2$ estas son iguales), y se emplea cuando se tiene información limitada, ya que sólo requiere conocer la media de la velocidad del viento.

Por otro lado, el valor medio es una magnitud que representa el comportamiento característico de una variable independiente del tiempo. Esto significa que su valor no experimenta cambios con el transcurso del tiempo, proporcionando una referencia estable dentro del sistema analizado. Su expresión matemática se define de la siguiente manera:

$$\bar{x} = E[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} xp(x)dx \quad (3.6)$$

Donde $\bar{x}$ el valor medio, $E[X]$ esperanza de obtener el valor de X deseado, X valor esperado y $p(x)$ es la función de densidad de probabilidad.

3.3 Parámetros estadísticos en el dominio del tiempo

Considerando puntos consecutivos y, para fines prácticos, equidistantes a lo largo de la serie temporal como observaciones aleatorias individuales del proceso, entonces se pueden realizar estadísticas del dominio del tiempo sobre este proceso (Strømmen, 2010).

Cualquier estadística del dominio del tiempo se basa en una variable de tiempo continua o discreta X , que teóricamente puede tomar valores entre $-\infty$ y $+\infty$, aplicables en un rango de tiempo limitado entre 0 y T , dentro del cual el proceso es estacionario y homogéneo (es decir, tiene propiedades estadísticamente constantes) de manera que el valor de un proceso aleatorio se puede obtener con su media y una variable dependiente al tiempo:

$$X = \bar{x} + x(t) \quad (3.7)$$

donde su valor medio y varianza están dados por

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T X dt \\ \sigma_x^2 &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T [x(t)]^2 dt \end{aligned} \quad (3.8)$$

Es útil conocer el comportamiento del viento en un tiempo determinado, sin embargo, se debe considerar que, en una estructura tipo puente, el flujo no tiene el mismo valor a todo lo largo. El comportamiento de un punto puede depender de otro al mismo tiempo o en tiempos distintos (Rosales, 2018). Los componentes fluctuantes del viento (u , v , w , los cuales serán definidos más adelante) pueden ser obtenidos reemplazando $x(t)$ en la ecuación (3.8).

Aparte de ajustar los datos de una variable aleatoria a una distribución de probabilidad adecuada y estimar su valor medio y varianza, dos propiedades de interés particular son la correlación y la covarianza.

Cuando se hace una medición por lo general se tienen valores discretizados. Definiciones equivalentes se aplican a una variable aleatoria discreta X . Se asume a continuación que cada proceso X_h de X tiene la misma probabilidad de ocurrir, y, por lo tanto, el valor medio y la varianza de X pueden ser estimados a partir de un gran conjunto de datos de N mediciones individuales:

$$\bar{x} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N X_k \quad (3.9)$$

$$Var(X) = \sigma_x^2 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (X_k - \bar{x})^2$$

Donde $\bar{x}$ es el valor medio, N la cantidad de datos medidos, σ_x desviación estándar y $Var(X)$ la varianza.

El valor medio de la velocidad del viento evidentemente no es cero, pero debido a que se mantiene constante se considera que no tiene contribución en la varianza total. La raíz cuadrada de la varianza es llamada la desviación estándar, que es una medida que indica que tan dispersos están los datos; también puede ser considerada con una medida de incertidumbre. Se puede ver que la desviación estándar influye en la función de densidad, de tal modo que, si la desviación estándar disminuye, la función se vuelve más estrecha. La expresión para obtener esta función puede ser desarrollada de la siguiente manera:

$$\sigma_x^2 = E[(X - \bar{x})^2] = E[X^2 - 2\bar{x}X + \bar{x}^2] = E[X^2] - \bar{x}^2 \quad (3.10)$$

Las estimaciones de correlación se toman sobre el valor completo de la variable del proceso, es decir, sobre $X(t) = \bar{x} + x(t)$, mientras que la covarianza es estimada a partir de variables con media cero $X_i(t)$. La relación entre el comportamiento de un punto a otro se le conoce como correlación, el cual puede tomar valores de 0 a 1.0, donde 0 indica que no influye nada y 1.0 que se tiene completa influencia.

Dados dos eventos $X_1(t) = \bar{x}_1 + x_1(t)$ y $X_2(t) = \bar{x}_2 + x_2(t)$, ya sean dos procesos similares en diferente tiempo o locación o dos procesos totalmente diferentes. La correlación de dichos eventos está definida por:

$$R_{x_1 x_2} = E[X_1(t) \cdot X_2(t)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T X_1(t) \cdot X_2(t) dt \quad (3.11)$$

La caracterización completa de este campo está asegurada por el conocimiento de la función de correlación para cada par de componentes de turbulencia. Cuando se mide la relación de error entre dos datos se conoce como covarianza, la cual estima cuanto varían los dos valores del valor medio como se muestra en la ecuación (3.12). Si en un análisis la media es cero, la correlación y la covarianza, producen los mismos resultados.

$$Cov_{x_1 x_2} = E[x_1(t) \cdot x_2(t)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x_1(t) \cdot x_2(t) dt \quad (3.12)$$

Se pueden definir las funciones de correlación y covarianza cruzadas entre observaciones obtenidas a partir de dos realizaciones de corto plazo del mismo proceso, expresadas como $X_1(t) = \bar{x}_1 + x_1(t)$ y $X_2(t) = \bar{x}_2 + x_2(t)$, o de dos observaciones de diferentes procesos:

$$R_{x_1x_2} = E[X_1(t) \cdot X_2(t+\tau)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T X_1(t) \cdot X_2(t+\tau) dt \quad (3.13)$$

$$Cov_{x_1x_2}(\tau) = E[x_1(t) \cdot x_2(t+\tau)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x_1(t) \cdot x_2(t+\tau) dt \quad (3.14)$$

De manera similar, si se tienen dos conjuntos de datos, cada uno con N mediciones individuales e igualmente probables, extraídas de dos variables aleatorias de tipo discreto, entonces la covarianza y la correlación del conjunto se definen como:

$$R_{x_1x_2} = E[X_1 \cdot X_2] = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N X_{1_k} \cdot X_{2_k} \quad (3.15)$$

$$Cov_{x_1x_2} = E[(X_1 - \bar{x}_1) \cdot (X_2 - \bar{x}_2)] = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (X_{1_k} - \bar{x}_1) \cdot (X_{2_k} - \bar{x}_2) \quad (3.16)$$

Asumiendo un desfase temporal τ , las estimaciones de correlación y covarianza también pueden realizarse sobre la propia variable del proceso, y las funciones toman el nombre de autocorrelación y autocovarianza, cuya definición en el dominio del tiempo está dada por:

$$R_x(\tau) = E[X(t) \cdot X(t+\tau)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T X(t) \cdot X(t+\tau) dt \quad (3.17)$$

$$Cov_x(\tau) = E[x(t) \cdot x(t+\tau)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \cdot x(t+\tau) dt \quad (3.18)$$

Estos se definen como funciones porque τ se percibe como una variable continua. Siempre que τ sea considerablemente menor que T :

$$E[X(t)] = E[X(t+\tau)] = \bar{x} \quad (3.19)$$

La relación entre R_x y Cov_x está dada por:

$$Cov_x(\tau) = E[\{X(t) - \bar{x}\} \cdot \{X(t+\tau) - \bar{x}\}] = R_x(\tau) - \bar{x}^2 \quad (3.20)$$

La función de autocorrelación de un proceso estocástico es una de las funciones más importantes en el análisis de series temporales, ya que está relacionada con el concepto de función de densidad espectral de potencia (Escrivão, 2013). Teóricamente, τ puede variar entre 0 y T , pero en la práctica, la función de covarianza desaparece mucho antes de que τ se aproxime a T (Strømmen, 2010). La razón es que, aunque en los desarrollos teóricos es conveniente considerar a $x(t)$ como una función continua, en los cálculos prácticos esta función solo se representa mediante un vector discreto y finito de valores aleatorios X_k , usualmente tomados a intervalos regulares de tiempo Δt . Si T es grande y Δt es pequeño, el número de elementos del vector será aproximadamente $N \approx T / \Delta t$ en cuyo caso la integral continua de la ecuación (3.18) puede ser reemplazada por su versión discreta.

$$Cov_x(\tau = j \cdot \Delta t) = E[x(t) \cdot x(t+\tau)] = \frac{1}{N-j} \lim_{T \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{N-j} x_{k+j} \cdot x_k \quad (3.21)$$

Por lo tanto, j debe ser considerablemente menor que N para obtener una estimación significativa de la autocovarianza. Lo mismo aplica para la función de autocorrelación en la ecuación (3.17).

No hay razón por la cual τ no pueda tomar valores negativos y positivos, dado que:

$$E[x(t) \cdot x(t-\tau)] = E[x(t-\tau) \cdot x(t)] = E[x(t-\tau) \cdot x(t-\tau+\tau)] \quad (3.22)$$

$$Cov_x(\tau) = Cov_x(-\tau) \quad (3.23)$$

Por lo tanto, Cov_x es simétrica respecto a la variación con τ .

Una versión normalizada de la covarianza cruzada entre las partes fluctuantes de las realizaciones se define por el coeficiente de covarianza cruzada.

$$\rho_{x_1 x_2}(\tau) = \frac{Cov_{x_1 x_2}}{\sigma_{x_1} \sigma_{x_2}} \quad (3.24)$$

Donde σ_{x_1} y σ_{x_2} representan las desviaciones estándar de las dos variables de tiempo con media cero

Si se asume un conjunto de N observaciones de un proceso distribuido espacialmente, tomadas en posiciones arbitrarias y a lo largo de la dirección horizontal, entonces se puede definir una función de covarianza cruzada entre las observaciones separadas por una distancia Δy :

$$Cov_{xx}(\Delta y, \tau) = E[x(y, t) \cdot x(y + \Delta y, t + \tau)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(y, t) \cdot x(y + \Delta y, t + \tau) dt \quad (3.25)$$

En la ingeniería del viento, tales estimaciones de covarianza serán en general una función decreciente con el aumento de τ o la separación espacial $\Delta s = x, y$ o z .

3.3.1 Ejemplo 3.1

Dada una variable de media cero representada por la función continua $x(t) = a \sin(\omega_0 t)$. Si se acota con los valores $a = 4$, $\omega_0 = 2 \text{ rad/s}$, $T = 2\pi \text{ s}$ y $\tau = 0.6283 \text{ s}$, calcular lo siguiente:

- a) Varianza
- b) Covarianza

Para resolver este ejemplo la varianza está dada por la ecuación (3.8), por lo cual se procede a sustituir la función dada en dicha expresión:

$$\sigma_x^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T [x^2(t)] dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T [a \cdot \sin(\omega_0 t)]^2 dt$$

Por definición el periodo fundamental T_0 de la señal $x(t) = a \operatorname{sen}(\omega_0 t)$ satisfase $\omega_0 T_0 = 2\pi$, por lo tanto $T_0 = 2\pi/\omega_0$, dado que se busca una media cero los periodos deben ser múltiplos del periodo fundamental de la siguiente manera $T = n \cdot T_0$, donde n son números enteros. Entonces la varianza se puede determinar de la siguiente manera:

$$\sigma_x^2 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{nT_0} \left[\int_0^{nT_0} \left[a \cdot \operatorname{sen} \left(\frac{2\pi}{T_0} t \right) \right]^2 dt \right]$$

Realizando operaciones:

$$\sigma^2 = a^2 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{nT_0} \int_0^{nT_0} \operatorname{sen}^2(\omega_0 t) dt$$

Usando una identidad trigonométrica, y resolviendo las integrales resultantes por separado:

$$\begin{aligned} \operatorname{sen}^2(\omega_0 t) &= \frac{1 - \cos(2\omega_0 t)}{2} \\ \int_0^{nT_0} \operatorname{sen}^2(\omega_0 t) dt &= \frac{1}{2} \int_0^{nT_0} (1 - \cos(2\omega_0 t)) dt = \frac{1}{2} \left[\int_0^{nT_0} 1 dt - \int_0^{nT_0} \cos(2\omega_0 t) dt \right] \\ \int_0^{nT_0} 1 dt &= nT_0 \\ \int_0^{nT_0} \cos(2\omega_0 t) dt &= \frac{\operatorname{sen}(2\omega_0 nT_0) - \operatorname{sen}(0)}{2\omega_0} = \frac{\operatorname{sen}(4\pi n)}{2\omega_0} = 0 \\ \int_0^{nT_0} \operatorname{sen}^2(\omega_0 t) dt &= \frac{1}{2} nT_0 \end{aligned}$$

Simplificando y aplicando el límite, el valor de la covarianza es:

$$\begin{aligned} \frac{1}{nT_0} \int_0^{nT_0} \operatorname{sen}^2(\omega_0 t) dt &= \frac{1}{nT_0} \cdot \frac{nT_0}{2} = \frac{1}{2} \\ \sigma^2 &= a^2 \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2} \right) = \frac{a^2}{2} \end{aligned}$$

Sustituyendo los parámetros dados:

$$\sigma^2 = \frac{a^2}{2} = \frac{4^2}{2} = 8$$

Si ahora se desea aplicar para elementos discretos se debe usar la ecuación (3.9) con media $\bar{x} = 0$ y $N = 10$ valores muestreados de la señal en instantes igualmente espaciados:

$$t = \frac{T}{N} = \frac{2\pi}{10} = \frac{\pi}{5}$$

$$\sigma_x^2 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (X_k - \bar{x})^2 = \frac{1}{10} \sum_{k=1}^{10} (X_k)^2$$

Los resultados de la expresión anterior se muestran en la Tabla 3.1:

Tabla 3.1 Cálculo de la varianza para valores discretos.

n	t	$X_k(t) = \text{asen}(\omega_0 t)$	$[X_k(t)]^2$
1	0.0000	0.0000	0.0000
2	0.6283	3.8042	14.4721
3	1.2566	2.3511	5.5279
4	1.8850	-2.3511	5.5279
5	2.5133	-3.8042	14.4721
6	3.1416	0.0000	0.0000
7	3.7699	3.8042	14.4721
8	4.3982	2.3511	5.5279
9	5.0265	-2.3511	5.5279
10	5.6549	-3.8042	14.4721
$\Sigma =$			80.00
$\sigma^2 =$			8.00

Se observa que, de esta manera, el resultado de la varianza en su forma discreta coincide con el obtenido en la forma continua. Por lo tanto, a continuación, se muestra cómo aplicar la integral de la ecuación (3.8) en el caso de valores discretos.

$$\sigma_x^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T [x^2(t)] dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T [a \cdot \text{sen}(\omega_0 t)]^2 dt$$

Para abordar lo anterior, se utilizará la regla de integración de Simpson (Chapra y Canale, 2015), la cual es un método numérico para aproximar la integral de una función $f(x)$ sobre un intervalo $[a, b]$. Es especialmente útil cuando la integral no tiene una solución analítica sencilla o se quiere calcular con valores discretos y se define mediante la siguiente ecuación:

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{h}{3} \left[f(a) + 4 \sum_{k=0}^{\frac{n-2}{2}} f(x_{2k-1}) + 2 \sum_{k=1}^{\frac{n-2}{2}} f(x_{2k}) + f(b) \right]$$

Donde a es el primer punto del intervalo (límite inferior), b último punto del intervalo (límite superior), N es un numero par de subintervalos y $h = (b - a)/N$ es el ancho de cada subintervalo. Por lo tanto, para el caso seleccionado la ecuación a resolver es la siguiente:

$$\sigma^2 = \frac{1}{T} \int_a^b f(x) dx$$

Los resultados de esta formulación se muestran en la Tabla 3.2:

Tabla 3.2 Varianza por integración numérica de Simpson.

F.M.	n	t	$X_k(t)=asen(\omega_0 t)$	$[X_k(t)]^2$	F.M. $\cdot [X_k(t)]^2$
1	0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4	1	0.6283	3.8042	14.4721	57.8885
2	2	1.2566	2.3511	5.5279	11.0557
4	3	1.8850	-2.3511	5.5279	22.1115
2	4	2.5133	-3.8042	14.4721	28.9443
4	5	3.1416	0.0000	0.0000	0.0000
2	6	3.7699	3.8042	14.4721	28.9443
4	7	4.3982	2.3511	5.5279	22.1115
2	8	5.0265	-2.3511	5.5279	11.0557
4	9	5.6549	-3.8042	14.4721	57.8885
1	10	6.2832	0.0000	0.0000	0.0000
$\Sigma =$					240.0000
$h =$					0.6283
$\sigma^2 = (1/T) \cdot (h/3) \cdot \Sigma =$					8.0000

En el caso del inciso b, la covarianza se define por la ecuación (3.18):

$$Cov_x(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \cdot x(t+\tau) dt$$

$$Cov_x(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T asen(\omega_0 t) \cdot asen[\omega_0(t+\tau)] dt$$

$$Cov_x(\tau) = a^2 \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T sen(\omega_0 t) \cdot sen[\omega_0(t+\tau)] dt$$

Sustituyendo $T = n \cdot T_0$:

$$Cov_x(\tau) = a^2 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{nT_0} \int_0^{nT_0} sen(\omega_0 t) \cdot sen[\omega_0(t+\tau)] dt$$

Para simplificar la integral se aplicará la siguiente identidad trigonométrica:

$$senA \cdot senB = \frac{1}{2} [\cos(A-B) - \cos(A+B)]$$

$$\begin{aligned} \text{sen}(\omega_0 t) \text{sen}[\omega_0(t+\tau)] &= \frac{1}{2} [\cos(\omega_0 t - (\omega_0 t + \omega_0 \tau)) - \cos(\omega_0 t + (\omega_0 t + \omega_0 \tau))] \\ \text{sen}(\omega_0 t) \text{sen}[\omega_0(t+\tau)] &= \frac{1}{2} [\cos(-\omega_0 \tau) - \cos(2\omega_0 t + \omega_0 \tau)] = \frac{1}{2} [\cos(\omega_0 \tau) - \cos(2\omega_0 t + \omega_0 \tau)] \end{aligned}$$

Sustituyendo en la integral, y resolviendo por separado las integrales generadas:

$$\begin{aligned} \text{Cov}_x(\tau) &= a^2 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{nT_0} \int_0^{nT_0} \frac{1}{2} [\cos(\omega_0 \tau) - \cos(2\omega_0 t + \omega_0 \tau)] dt \\ \text{Cov}_x(\tau) &= \frac{a^2}{2} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{nT_0} \left[\int_0^{nT_0} \cos(\omega_0 \tau) dt - \int_0^{nT_0} \cos(2\omega_0 t + \omega_0 \tau) dt \right] \\ &\quad \int_0^{nT_0} \cos(\omega_0 \tau) dt = nT_0 \cos(\omega_0 \tau) \\ &\quad \int_0^{nT_0} \cos(2\omega_0 t + \omega_0 \tau) dt = \frac{\text{sen}(2\omega_0 nT_0 + \omega_0 \tau) - \text{sen}(\omega_0 \tau)}{2\omega_0} = 0 \end{aligned}$$

Simplificando y aplicando el límite, el valor de la covarianza es:

$$\begin{aligned} \text{Cov}_x(\tau) &= a^2 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{nT_0} \int_0^{nT_0} \text{sen}(\omega_0 t) \cdot \text{sen}[\omega_0(t+\tau)] dt = \frac{a^2}{2} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{nT_0} [nT_0 \cos(\omega_0 \tau)] \\ \text{Cov}_x(\tau) &= \frac{a^2}{2} \cos(\omega_0 \tau) \end{aligned}$$

Sustituyendo los parámetros dados:

$$\text{Cov}_x(\tau) = \frac{a^2}{2} \cos(\omega_0 \tau) = \frac{4^2}{2} \cos(2 \cdot 0.6283) = 2.4724$$

Aplicando ahora la ecuación (3.21) para valores discretos, con los siguientes parámetros $\Delta t = T/N$ y $N=10$:

$$\begin{aligned} \text{Cov}_x(\tau = j \cdot \Delta t) &= \frac{1}{N-j} \lim_{T \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{N-j} x_{k+j} \cdot x_k \\ j &= \frac{\tau}{\Delta t} = \frac{0.6283}{2\pi/10} = 1 \\ \text{Cov}_x(\tau = 0.6283) &= \frac{1}{10-1} \lim_{T \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{10-1} x_{k+1} \cdot x_k \end{aligned}$$

Los resultados de la covarianza para valores discretos se pueden observar en la Tabla 3.3:

Tabla 3.3 Cálculo de la varianza para valores discretos.

n	t	x(t)	t+τ	x(t+τ)	x(t)·x(t+τ)
1	0.0000	0.0000	0.6283	3.8042	0.0000
2	0.6283	3.8042	1.2566	2.3511	8.9443
3	1.2566	2.3511	1.8850	-2.3511	-5.5279
4	1.8850	-2.3511	2.5133	-3.8042	8.9443
5	2.5133	-3.8042	3.1416	0.0000	0.0000
6	3.1416	0.0000	3.7699	3.8042	0.0000
7	3.7699	3.8042	4.3982	2.3511	8.9443
8	4.3982	2.3511	5.0265	-2.3511	-5.5279
9	5.0265	-2.3511	5.6549	-3.8042	8.9443
10	5.6549	-3.8042	6.2832	0.0000	0.0000
Σ=					24.7214

$$Cov_x(\tau = 0.6283) = \frac{1}{9}(24.7214) = 2.7468$$

La covarianza también puede ser obtenida mediante la integral de Simpson (ver Tabla 3.4):

$$Cov_x(\tau = 0.6283) = \frac{1}{T} \int_a^b [f(x)][f(x+\tau)] dx$$

Tabla 3.4 Covarianza por integración numérica de Simpson.

FM	n	t	x(t)	t+τ	x(t+τ)	FM·x(t)·x(t+τ)
1	0	0.0000	0.0000	0.6283	3.8042	0.0000
4	1	0.6283	3.8042	1.2566	2.3511	35.7771
2	2	1.2566	2.3511	1.8850	-2.3511	-11.0557
4	3	1.8850	-2.3511	2.5133	-3.8042	35.7771
2	4	2.5133	-3.8042	3.1416	0.0000	0.0000
4	5	3.1416	0.0000	3.7699	3.8042	0.0000
2	6	3.7699	3.8042	4.3982	2.3511	17.8885
4	7	4.3982	2.3511	5.0265	-2.3511	-22.1115
2	8	5.0265	-2.3511	5.6549	-3.8042	17.8885
4	9	5.6549	-3.8042	6.2832	0.0000	0.0000
1	10	6.2832	0.0000	6.9115	3.8042	0.0000
Σ=						74.1641
h=						0.6283
Cov= (1/T) · (h/3) · Σ=						2.4721

En las dos últimas metodologías para calcular la varianza y la covarianza, la precisión de los resultados aumenta conforme se incrementa la cantidad de datos disponibles.

3.4 Escalas de longitud integral de la turbulencia

Es un indicador de la medida en que un remolino general asociado con la fluctuación longitudinal de la velocidad del viento envolverá una estructura en la dirección del viento a favor y, por lo tanto, afectará al mismo tiempo sus lados de barlovento y sotavento. Junto con el valor medio y la varianza es una herramienta importante para describir las características estocásticas de un campo de viento (Romstad, 2018).

$$^s L_n = \frac{1}{\sigma_n^2} \int_0^\infty \left[\frac{1}{T} \int_0^T n(s, t) \cdot m(s + \Delta s, t) dt \right] d\Delta s, \quad \begin{cases} n, m = u, v, w \\ s = x_f, y_f, z_f \end{cases} \quad (3.26)$$

La expresión integral dentro de los corchetes es la covarianza cruzada entre los procesos con una separación espacial, Δs . Al aumentar Δs de cero a infinito, dará como resultado una disminución correspondiente en la función de covarianza cruzada de σ_x^2 a cero. La ecuación (3.26) sugiere que, para calcular las escalas de longitud integral de turbulencia relevantes, se deben instalar anemómetros en varios puntos a lo largo del eje de modo que se pueda realizar la integración con respecto a Δs con suficiente precisión. Sin embargo, esto es muy inconveniente para fines prácticos porque los anemómetros generalmente solo se pueden instalar en un solo punto a lo largo del eje de flujo (Romstad, 2018). No obstante, las escalas de longitud L_u y L_w se pueden calcular a partir de registros de viento de un solo punto al introducir un parámetro similar. Usando esto, Strømmen define las escalas de longitud L_u y L_w de velocidad del viento, como,

$$^y L_n = V \cdot T_n = V \cdot \frac{1}{\sigma_n^2} \int_0^\infty \left[\frac{1}{T} \int_0^T n(t) \cdot n(t + \Delta t) dt \right] d\Delta t, \quad n=u, w \quad (3.27)$$

3.5 Valores máximos

Dada una variable estocástica, el valor pico de respuesta durante un registro o simulación de duración T puede estimarse a partir de la ecuación (3.28):

$$X_{\max} = \bar{x} + k_p \cdot \sigma_x \quad (3.28)$$

Donde se tiene un valor medio independiente del tiempo, un factor pico y la desviación estándar, el factor pico es dado por:

$$k_p = \sqrt{2 \cdot \ln[f_x(0) \cdot T]} + \frac{\gamma}{\sqrt{2 \cdot \ln[f_x(0) \cdot T]}} \quad (3.29)$$

Para la ecuación (3.28) y ecuación (3.29), σ_x representa la desviación estándar, $\bar{x}$ valor medio, k_p factor pico, γ es la constante de Euler con valor aproximado de 0.5772, $f_x(0) \cdot T$ es el número de cruces por cero de la función.

3.5.1 Ejemplo 3.2

Para la señal aleatoria de la Figura 3.2 , encontrar el factor pico.

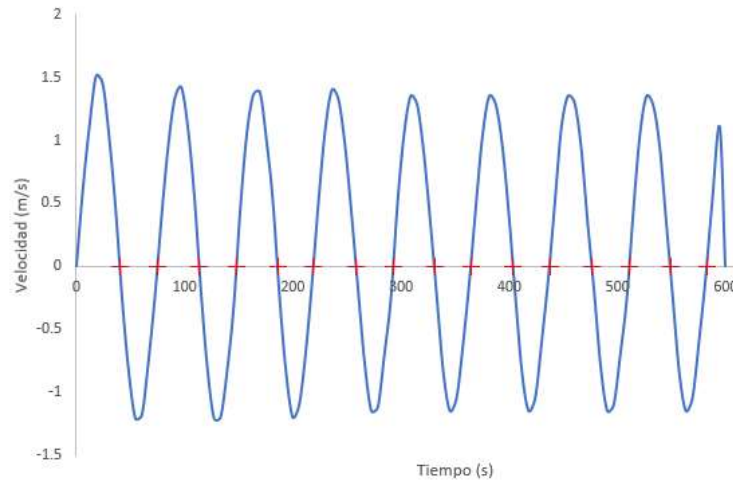


Figura 3.2 Simulación aleatoria velocidad de viento.

Para calcular el factor pico, es fundamental conocer cuántas veces la señal cruza por cero. Por ello, se debe identificar el número de puntos a lo largo del registro en los que ocurre este cruce. En la Figura 3.2, estos puntos están marcados con una cruz roja, sumando un total de 16 cruces. Al aplicar la ecuación (3.29) y sustituir los valores correspondientes, se obtiene el siguiente factor pico:

$$k_p = \sqrt{2 \cdot \ln(16)} + \frac{0.572}{\sqrt{2 \cdot \ln(16)}} = 2.60$$

3.6 Transformación al dominio de la frecuencia

La solución a un problema de respuesta dinámica suele estar asociada con la respuesta en el dominio del tiempo. Si un evento físico puede ser descrito matemáticamente por ciertas leyes de la naturaleza, una entrada estocástica proporcionará una salida estocástica (Strømmen, 2010), por lo tanto, la salida es solo una de infinitas posibles realizaciones del proceso estocástico que representa. Para sobrellevar este problema, se introduce una estrategia de solución más conveniente, de tal manera que la varianza de la respuesta estructural se pueda obtener directamente, en contraste con ser estimada a partir de un gran número de funciones de solución en el dominio del tiempo (mediante las llamadas simulaciones de Monte Carlo).

Para una descripción matemática del proceso desde un campo de viento fluctuante hasta una carga correspondiente que causa un efecto de carga fluctuante (por ejemplo, desplazamientos o resultantes de tensiones de sección transversal), una estrategia de solución en el dominio del tiempo es posible pero exigente. La razón de esto es que el campo de viento es un proceso

complejo que se distribuye aleatoriamente en el tiempo y el espacio. Un modelo matemático mucho más conveniente puede establecerse en dominio de la frecuencia. Esto requiere el establecimiento de una descripción del campo de viento en el dominio de la frecuencia, así como de las propiedades estructurales, e implica el establecimiento de funciones de transferencia en el dominio de la frecuencia, una desde la distribución de la presión de la velocidad del campo de viento hasta la carga correspondiente, y otra desde la carga hasta la respuesta estructural (Strømmen, 2010). Independientemente del tipo de análisis eólico es necesario obtener la velocidad media del viento.

El principio fundamental de la estrategia de solución consiste en varios pasos en los que el primero es expresar las partes fluctuantes del registro del campo de viento como un conjunto finito de componentes armónicos ortogonales utilizando una descomposición de Fourier. A partir de ahí, la contribución a la varianza total de la respuesta dinámica de cada componente armónico se establecerá en forma de funciones intermediarias que dependen de las propiedades aerodinámicas y dinámicas de la estructura.

3.6.1 Densidad espectral de potencia

La densidad espectral de potencia (PSD) en ocasiones también llamada densidad autoespectral, contiene las propiedades en el dominio de frecuencia del proceso, es decir, es el equivalente en el dominio de frecuencia del concepto de varianza.

Para la densidad espectral en función del tiempo se tienen valores deterministas, en cambio, en el dominio de la frecuencia los valores son aleatorios, es decir, dada una variable temporal con media cero $x(t)$ de longitud T , y desarrollando una transformada de Fourier mediante la aproximación de una suma de componentes armónicos $X_k(\omega_k, t)$ cómo se observa en la ecuación (3.30):

$$x(t) = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^N X_k(\omega_k, t) \quad \text{Donde} \quad \begin{cases} \omega_k = k \cdot \Delta\omega \\ \Delta\omega = 2\pi / T \end{cases} \quad (3.30)$$

Los componentes armónicos de la ecuación anterior están dados por:

$$x_k(\omega_k, t) = c_k \cdot \cos(\omega_k t + \varphi_k) \quad (3.31)$$

Donde las amplitudes se determinan de la siguiente expresión $c_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}$, y los ángulos de fase son dados por $\varphi_k = \arctan(a_k/b_k)$. Las constantes utilizadas anteriormente se pueden obtener mediante la ecuación (3.32):

$$\begin{bmatrix} a_k \\ b_k \end{bmatrix} = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \begin{bmatrix} \cos(\omega_k t) \\ \sin(\omega_k t) \end{bmatrix} dt \quad (3.32)$$

La densidad autoespectral de $x(t)$ está destinada a representar su distribución de densidad de varianza en el dominio de la frecuencia. Por lo tanto, la definición de la densidad autoespectral unilateral S_x asociada con la frecuencia ω_k es:

$$S_x = \frac{E[X_k^2]}{\Delta\omega} = \frac{\sigma_{X_k}^2}{\Delta\omega} \quad (3.33)$$

Si T se vuelve grande, la ecuación anterior se puede reescribir de la siguiente manera:

$$S_x(\omega_k) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{\Delta\omega} \cdot \frac{1}{T} \int_0^T [c_k \cos(\omega_k t + \varphi_k)]^2 dt \quad (3.34)$$

Definiendo el periodo de la componente armónica, $T_k = 2\pi/\omega_k$ y sustituyendo T por $n \cdot T_k$, $n \rightarrow \infty$ se obtiene la siguiente expresión para la función de densidad autoespectral unilateral:

$$S_x(\omega_k) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\Delta\omega} \cdot \frac{1}{n \cdot T_k} \cdot n \cdot \int_0^{T_k} \left[c_k \cos\left(\frac{2\pi}{T_k} \cdot t + \varphi_k\right) \right]^2 dt = \frac{\text{Var}(X_k(\omega_k t))}{\Delta\omega} = \frac{c_k^2}{2\Delta\omega} \quad (3.35)$$

Para una función continua, en el que el límite de N y T se aproximan al infinito, la densidad espectral unilateral se define por:

$$S_x(\omega_k) = \lim_{T \rightarrow \infty} \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{E[X^2(\omega, t)]}{\Delta\omega} \quad (3.36)$$

Se puede observar en la ecuación (3.35) que representa la mitad del valor autoespectral asociado con $x(t)$. Por lo que se puede definir un espectro simétrico bilateral asociado entre $-\omega_k$ y ω_k que puede definirse como la mitad del valor correspondiente del autoespectro unilateral. Extendiendo el eje de frecuencia y mediante los componentes complejos de Fourier X_k la densidad autoespectral bilateral se muestra en la ecuación (3.37):

$$S_x(\pm\omega_k) = \frac{E[X_k^* X_k]}{\Delta\omega} = \frac{d_k^* d_k}{\Delta\omega} = \frac{c_k^2}{4\Delta\omega} \quad (3.37)$$

La relación entre los espectros bilateral y unilateral es simplemente $S_x(\omega) = 2 \cdot S_x(\pm\omega)$. Suponiendo que el proceso es estacionario y de longitud infinita, de modo que la posición del eje temporal para fines de integración es arbitraria, entonces en la literatura de matemáticas generalmente se considera conveniente introducir una amplitud no normalizada, y a la vez considerar que $x(t)$ es la amplitud de la transformada, la forma de la densidad autoespectral unilateral es dada por:

$$S_x(\omega_k) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{\pi T} \cdot a^*(\omega) \cdot a(\omega) \quad (3.38)$$

La densidad autoespectral $S_x(\omega)$ se define usando la frecuencia circular ω . Puede ser reemplazada por una definición correspondiente $S_x(f)$ usando la frecuencia f (con unidad 1 Hz=seg⁻¹). Dado que $S_x(\omega) \cdot \Delta\omega$ y $S_x(f) \cdot \Delta f$ representan la varianza del proceso en ω y f , deben dar la misma contribución a la varianza total del proceso, y, por lo tanto:

$$\begin{aligned}
S_x(f) \cdot \Delta f &= S_x(\omega) \cdot \Delta \omega = S_x(\omega) \cdot (2\pi \cdot \Delta f) \\
\Rightarrow S_x(f) &= 2\pi \cdot S_x(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{2}{T} \cdot a^*(f) \cdot a(f)
\end{aligned} \tag{3.39}$$

Cuando se calcula la PSD de una señal, siempre ocurrirá dispersión, sin importar la longitud de la señal. El comportamiento similar a la convergencia que uno suele esperar ver en muchos procedimientos de estimación de cantidades físicas está ausente en el caso de la PSD. Esto tiene que ver con las propiedades de la transformada de Fourier. Por lo tanto, se necesita una función matemática que sirva como una aproximación de mejor ajuste las cuales serán definidas en el siguiente capítulo del presente trabajo.

3.6.2 Densidad espectral cruzada

La densidad espectral cruzada contiene las propiedades de dominio de frecuencia y coherencia entre procesos, es decir, es el equivalente en el dominio de frecuencia al concepto de covarianza en el dominio del tiempo.

Empleando la transformada de Fourier, con dos variables estacionarias $x(t)$ y $y(t)$ de longitud T y media cero, la respuesta de este proceso es representada por la suma de sus componentes armónicas $X_k(\omega_k, t)$ y $Y_k(\omega_k, t)$.

$$\begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{-N}^N \begin{bmatrix} X_k(\omega_k, t) \\ Y_k(\omega_k, t) \end{bmatrix} \tag{3.40}$$

donde $\omega_k \cdot \Delta \omega_y \omega = 2\pi/T$.

La definición de la densidad espectral cruzada bilateral S_{xy} asociado con la frecuencia ω_k es:

$$S_{xy}(\pm \omega_k) = \frac{E[X_k^* \cdot Y_k]}{\Delta \omega} = \frac{1}{2\pi T} a_{X_k}^* \cdot a_{Y_k} \tag{3.41}$$

Como los componentes de Fourier son ortogonales entonces,

$$E[X_i(\omega_i, t) \cdot Y_j(\omega_j, t)] = \begin{cases} S_{xy}(\omega_k, t) \cdot \Delta \omega & \text{si } i=j=k \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases} \tag{3.42}$$

De las ecuaciones (3.40) y (3.41), una estimación de la covarianza entre $x(t)$ y $y(t)$ está dada por:

$$\begin{aligned}
Cov_{xy} &= E[x(t) \cdot y(t)] = \lim_{N \rightarrow \infty} E \left[\left(\sum_{-N}^N X_i \right) \cdot \left(\sum_{-N}^N Y_j \right) \right] = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{-N}^N (E[X_k \cdot Y_k]) \\
\Rightarrow Cov_{xy} &= \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{-N}^N S_{xy}(\pm \omega_k) \cdot \Delta \omega
\end{aligned} \tag{3.43}$$

En un formato continuo, en el límite para ambas variables N y T aproximándose a infinito, la densidad espectral cruzada bilateral, se define por la ecuación (3.44):

$$S_{xy}(\pm\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{E[X^*(\omega, t) \cdot Y(\omega, t)]}{\Delta\omega} = \lim_{T \rightarrow \infty} \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi T} a_x^*(\omega) \cdot a_y(\omega) \quad (3.44)$$

Resultando entonces la versión simplificada unilateral como:

$$S_{xy}(\omega) = 2 \cdot S_{xy}(\pm\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{\pi T} \cdot a_x^*(\omega) \cdot a_y(\omega) \quad (3.45)$$

En el caso específico de un puente sobre el cual un campo de viento estocástico está creando cargas estructurales a lo largo de su tramo, se busca es una expresión para la densidad espectral cruzada de dos registros de velocidad del viento estocástico a lo largo del tramo, separadas por una distancia dada, Δs . La homogeneidad del campo de viento implica que:

$$S_{xy}(\omega) = S_{xx}(\omega, \Delta s) \quad (3.46)$$

Usando la frecuencia f (Hz):

$$S_{xy}(f) = 2\pi \cdot S_{xy}(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{2}{T} \cdot a_x^*(f) \cdot a_y(f) \quad (3.47)$$

Y la covarianza entre dos procesos puede determinarse mediante:

$$Cov_{xy} = \int_{-\infty}^{\infty} S_{xy}(\pm\omega) d\omega = \int_0^{\infty} S_{xy}(\omega) d\omega = \int_0^{\infty} S_{xy}(f) df \quad (3.48)$$

El espectro cruzado en general es un valor complejo. La parte real es una función par llamada como densidad co-espectral $Co_{xy}(\omega)$, mientras que la parte imaginaria es una función impar usualmente definida como quadri-espectral $Qu_{xy}(\omega)$.

$$\begin{aligned} S_{xy}(\omega) &= Co_{xy}(\omega) - i \cdot Qu_{xy}(\omega) \\ S_{xy}(\omega) &= |S_{xy}(\omega)| \cdot e^{i\varphi_{xy}(\omega)} \\ \varphi_{xy}(\omega) &= \arctan[Qu_{xy}(\omega)/Co_{xy}(\omega)] \end{aligned} \quad (3.49)$$

Los autoespectros $S_{xx}(\omega)$ también se pueden calcular a partir de la función de autocovarianza $Cov_x(\tau)$. Suponiendo que $x(t)$ es una variable estocástica estacionaria y de media cero y dado que la integral bajo la función de autocovarianza es finita, se deduce que en el límite de $T \rightarrow \infty$, se obtiene lo siguiente:

$$S_x(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} Cov_x(\tau) \cdot e^{i\omega\tau} d\tau \quad (3.50)$$

Se puede notar que la densidad autoespectral es la transformada de Fourier de la función de autocovarianza. Inversamente, se deduce que la función de autocovarianza, la cual es la constante de Fourier de la densidad espectral, está dada por:

$$Cov_x(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_x(\omega) \cdot e^{i\omega\tau} d\omega \quad (3.51)$$

De manera similar, la función de covarianza cruzada junto con la densidad espectral cruzada también constituirá un par de transformadas de Fourier:

$$S_{xy}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} Cov_{xy}(\tau) \cdot e^{i\omega\tau} d\tau \text{ y } Cov_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{xy}(\omega) \cdot e^{i\omega\tau} d\omega \quad (3.52)$$

3.6.3 Función de coherencia y co-espectro normalizado

Se puede definir la función de coherencia como:

$$Coh_{xy}(\omega) = \frac{|S_{xy}(\omega)|^2}{S_x(\omega) \cdot S_y(\omega)} \quad (3.53)$$

Si $x(t)$ y $y(t)$ ocurren en un mismo proceso, entonces $S_x(\omega) = S_y(\omega)$ y el espectro cruzado $S_{xy}(\omega) = S_{xx}(\omega)$ es dado por:

$$S_{xx}(\omega) = S_x(\omega) \cdot \sqrt{Coh_{xx}(\omega)} \cdot e^{i\varphi_{xx}(\omega)} \quad (3.54)$$

En el uso práctico de los espectros cruzados, todas las partes imaginarias pueden ser despreciadas por lo que $e^{i\varphi_{xx}(\omega)} = 1$ y, por tanto, solo el co-espectro es de interés. Ahora, se define un co-espectro normalizado mediante la ecuación (3.55):

$$\hat{Co}_{xy}(\omega) = \frac{Re[S_{xy}(\omega)]}{\sqrt{S_x(\omega) \cdot S_y(\omega)}} \quad (3.55)$$

$$Re[S_{xy}(\omega)] = S_x(\omega) \cdot \hat{Co}_{xy}(\omega) \quad (3.56)$$

Por medio de la ecuación (3.56) se puede obtener la función de densidad para los diferentes puntos considerando como contribuyen cada uno al comportamiento total de la estructura. En la práctica, es común normalizar el co-espectro respecto a la densidad autoespectral de un proceso unilateral $x(t)$:

$$\hat{Co}_{xy}(\omega) = \frac{Co_x(\omega)}{S_x(\omega)} \quad (3.57)$$

Strømmen establece la siguiente aproximación para el co-espectro normalizado:

$$\hat{Co}_{xy}(\omega) = \exp\left(-c_{ns} \cdot \frac{\omega \Delta s}{U}\right) \text{ donde } \begin{cases} n = u, v, w \\ s = x_f, y_f, z_f \end{cases} \quad (3.58)$$

3.7 Conclusiones

Dentro de este capítulo se presentaron las ecuaciones teóricas utilizadas para el análisis de eventos estocásticos y estacionarios, como el efecto del viento. La correcta interpretación y adaptación de estas ecuaciones resulta fundamental para optimizar la eficiencia y confiabilidad en los diseños de ingeniería eólica.

Las ecuaciones expuestas están formuladas tanto para funciones continuas como discretas. Sin embargo, en el ámbito de la ingeniería, es común trabajar con valores discretos. Por esta razón, en los ejemplos desarrollados se explica cómo abordar dichas ecuaciones en ese contexto, o bien cómo aplicar la integral de Simpson, que permite obtener resultados precisos dependiendo del número de datos disponibles en la simulación.

Este enfoque facilita la implementación computacional de modelos matemáticos complejos y se fortalece la capacidad predictiva para la toma de decisiones en el diseño estructural.

3.8 Referencias

- Manwell, J. F., McGowan, J. G., & Rogers, A. L. (2002). Wind Energy Explained (2a ed.). John Wiley & Sons.
- Romstad, Å. (2018). Non-Stationary Buffeting Response of Slender Suspension Bridges [Tesis de maestría]. Norwegian University of Science and Technology.
- Rosales, I. (2018). Comportamiento de puentes carreteros ante cargas eólicas [Maestro en Ingeniería]. Universidad Nacional de México.
- Strømmen, E. N. (2010). Theory of bridge aerodynamics (2nd ed). Springer.
- Chapra, S., & Canale, R. (2015). Numerical Methods Seventh Edition. Nueva York: McGraw-Hill Education.

4 Viento sinóptico

4.1 Introducción

El análisis estructural ante cargas de viento puede abordarse desde múltiples enfoques, debido a la diversidad de fenómenos asociados a la acción del viento sobre las construcciones. La complejidad del estudio varía en función del método de cálculo empleado y del procedimiento utilizado para determinar la magnitud de las cargas eólicas que actúan sobre la estructura.

La definición de la carga de viento se hace especialmente importante en casos de análisis dinámicos en estructuras que se puedan ver sometidas a efectos vibratorios como consecuencia del viento. En algunos casos puede ser suficiente con recurrir al uso de definiciones en el dominio de la frecuencia, siempre que la respuesta de la estructura se ajuste a los parámetros del comportamiento lineal. En otros casos, aparecen estructuras con un comportamiento no lineal en los que ya no es válido el análisis mediante espectros de frecuencia o mediante análisis armónicos, siendo necesario recurrir a una definición temporal de la carga que permita la realización de un análisis transitorio en el dominio del tiempo (Jurado, 2017).

Para este último caso se pueden adoptar diversas metodologías para la generación de una historia de velocidades de viento que permita obtener unas cargas equivalentes en cada instante de tiempo, las cuales se aplican a la estructura objeto de estudio.

La descripción del campo de viento que se da a continuación tiene como único objetivo proporcionar la base teórica necesaria para los cálculos subsiguientes de la respuesta estructural. El vector de velocidad del viento en un punto determinado se describe mediante sus componentes en un sistema cartesiano de coordenadas (x, y, z) , usando x para la dirección principal del flujo, y para la dirección transversal y z para la dirección vertical.

El campo de viento que incide sobre la estructura es estacionario y homogéneo dentro del intervalo de tiempo y espacio considerado. Una descripción estadística del campo de viento abarca tres niveles (Strømmen, 2010):

- La variación a largo plazo de la velocidad media del viento.
- La variación en el dominio del tiempo a corto plazo de los componentes turbulentos en un punto específico.
- La distribución espacial a corto plazo de los componentes turbulentos.

En este capítulo se desarrollan los fundamentos de una metodología estocástica para la generación de historias de velocidad del viento, basada en espectros de referencia. Inicialmente, se introducen los conceptos teóricos esenciales para la caracterización de la acción del viento, así como sus principales propiedades físicas y estadísticas. Seguidamente,

se abordan las consideraciones metodológicas necesarias para la formulación del modelo, incluyendo los supuestos y parámetros que definen su estructura.

4.2 Origen del viento

En la Tierra existe un equilibrio entre la energía recibida por el sol y la que se irradia propiamente desde la Tierra al espacio, existiendo un excedente de esta energía en las cercanías al ecuador y una deficiencia cerca de los polos. En el ecuador, el aire a nivel del suelo se calienta, expande, sube y fluye, dando como resultado una baja presión, por el contrario, en los polos, el aire del suelo se contrae al enfriarse, lo que provoca que, a niveles más altos, el aire fluye dando como resultado una alta presión. El viento atmosférico tiene su origen en dicho calentamiento desigual del aire en la superficie terrestre, como resultado, se desarrollan gradientes de presión en la atmósfera que generan las llamadas fuerzas de gradiente de presión, que son responsables del movimiento del aire desde las regiones de mayor presión a las de menor presión. Además, el viento está sujeto a la influencia de fuerzas aparentes como la de Coriolis y la centrífuga, ambas generadas por la rotación de la Tierra (Figura 4.1). A estas se suma la acción de la fuerza de fricción, que también incide en el comportamiento del flujo eólico.

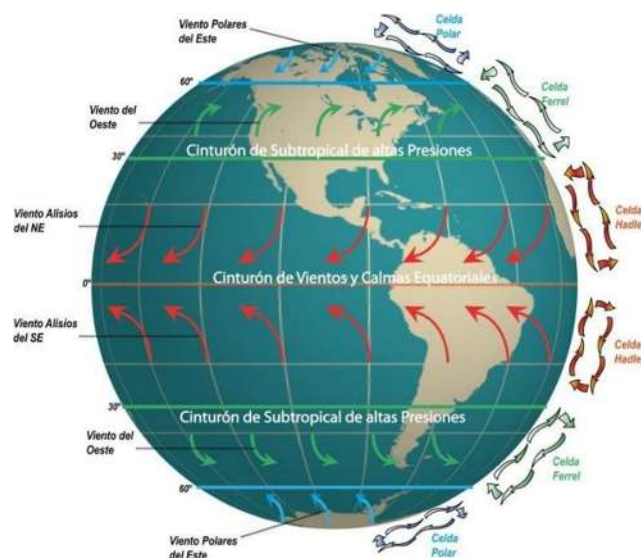


Figura 4.1 Circulación general de la atmósfera (Campos, 2016).

La troposfera se divide en dos regiones principales: la troposfera libre y la capa límite atmosférica. En la troposfera libre, el aire presenta menor densidad y mayor pureza, y la temperatura disminuye a razón de 6.5°C por cada kilómetro de altitud. Las fuerzas de fricción generadas por la interacción del viento con la superficie terrestre reducen significativamente su velocidad en las zonas próximas al suelo. Por otro lado, la capa límite atmosférica puede subdividirse en tres estratos, en los cuales los efectos térmicos desempeñan un papel determinante en la dinámica del viento (Figura 4.2), los cuales se describen a continuación:

- Capa rugosa: Esta capa se encuentra en estrecho contacto con la superficie terrestre y está caracterizada por los efectos de la viscosidad superficial. Su espesor depende directamente del grado de rugosidad del terreno, el cual está determinado por la presencia de obstáculos naturales, como montañas y vegetación, así como por elementos artificiales, tales como edificaciones y otras estructuras.
- Capa inercial o turbulenta: Esta capa se caracteriza por una intensa mezcla de aire en dirección vertical, generando condiciones de alta turbulencia. En ella, los movimientos convectivos predominan, favoreciendo la dispersión de energía y la homogeneización de las propiedades del flujo atmosférico.
- Capa exterior o capa de Ekman: Esta capa se distingue por una influencia predominante de la fuerza de Coriolis sobre el flujo del viento, lo que provoca una desviación progresiva en su dirección con respecto a la superficie terrestre. Este fenómeno es especialmente relevante en altitudes superiores, donde los efectos de fricción son mínimos y el viento adopta un comportamiento más geostrófico.

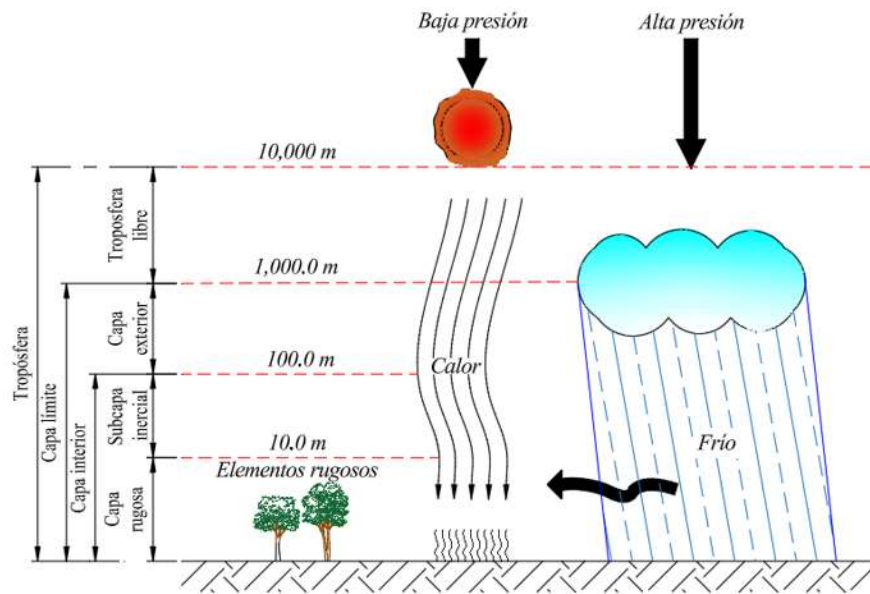


Figura 4.2 Corrientes de aire dentro de la tropósfera.

La densidad del aire en un sitio específico está dada por la ecuación (4.1).

$$\rho_a = \rho_{a,0} \left(\frac{0.392\Lambda}{273 + \tau} \right) \quad (4.1)$$

donde ρ_a es la densidad del aire en un sitio específico, $\rho_{a,0}$ densidad del aire a nivel del mar y una temperatura de 15°C (igual a 1.225 kg/m³), Λ representa la presión barométrica del sitio de interés en mm de Hg y τ es la temperatura ambiental anual promedio del sitio de interés en °C.

4.3 Capa límite atmosférica

La capa límite atmosférica es una región caracterizada por un flujo de aire turbulento, responsable de la existencia de fluctuaciones aleatorias en la velocidad del viento alrededor de un valor promedio y cuya principal componente resulta horizontal. Cuando este flujo ocurre a una determinada altitud considerable (denominada como z_{geo}) y se produce un balance entre el gradiente de presión y la fuerza de Coriolis, se le denomina viento geostrófico, en esta región la influencia de la superficie terrestre es nula. Por debajo de esa altura se encuentra la capa límite planetaria (Planetary Boundary Layer o PBL), una región donde las condiciones del terreno comienzan a influir notablemente en el comportamiento del viento.

Como se reporta en Márquez (2013), Panofsky y Dutton en 1983 estiman la altura geostrófica en condiciones de atmósfera neutra y latitudes medias mediante la ecuación (4.2):

$$z_{geo} = 0.175 \cdot \frac{u^*}{f_c} \quad (4.2)$$

donde z_{geo} es la altura del viento geostrófico, u^* velocidad de fricción del viento y f_c parámetro de Coriolis.

La irregularidad de la superficie terrestre provoca una disminución en la velocidad del viento cerca del suelo, como resultado del aumento de las fuerzas de fricción. Esta interacción genera un gradiente de velocidad más pronunciado cuanto más cerca se está del terreno. A medida que se asciende, dicho gradiente se atenúa progresivamente hasta alcanzar una altitud específica (denominada z_g) donde puede considerarse prácticamente inexistente. Esta altitud marca el límite superior de una subcapa dentro de la capa límite planetaria, conocida como Capa Límite Atmosférica (ABL). Es precisamente en esta región donde se manifiestan los fenómenos eólicos que resultan relevantes para el ámbito de la Ingeniería Civil (Márquez, 2013). Los detalles de la capa límite atmosférica que son de interés para la ingeniería estructural incluyen:

- Dependencia de la velocidad del viento con el tiempo de promediación resultante de la naturaleza fluctuante de las velocidades turbulentas del viento.
- La variación de la velocidad del viento con la altura, dependiente de la rugosidad de la superficie, la distancia sobre la cual la rugosidad de la superficie se extiende contra el viento de la estructura, la topografía y el tipo e intensidad, la estratificación atmosférica y la latitud geográfica.
- La turbulencia atmosférica, que no sólo afecta a las definiciones de la velocidad del viento en función del tiempo promedio, sino que también puede influir fuertemente en la carga aerodinámica, así como provocar movimientos dinámicos en estructuras flexibles.

4.3.1 Factores que influyen en la capa límite

4.3.1.1 Rugosidad

La rugosidad de una superficie es un parámetro principal que se caracteriza mediante la variable z_0 que se denomina longitud de rugosidad. Condiciona de manera directa el campo de velocidades en las proximidades de la superficie, tanto en su componente estacionaria como en su componente fluctuante. Este indicador puede estimarse de una manera razonablemente adecuada mediante la relación:

$$z_0 = 0.5h \left(\frac{A_r}{A_t} \right) \quad (4.3)$$

donde z_0 es la longitud de rugosidad, h la altura del elemento de rugosidad, A_r es el área de rugosidad del elemento y A_t el área del suelo por elemento de rugosidad.

Las variables presentes en la ecuación previamente mencionada pueden comprenderse de mejor manera a través de la Figura 4.3:

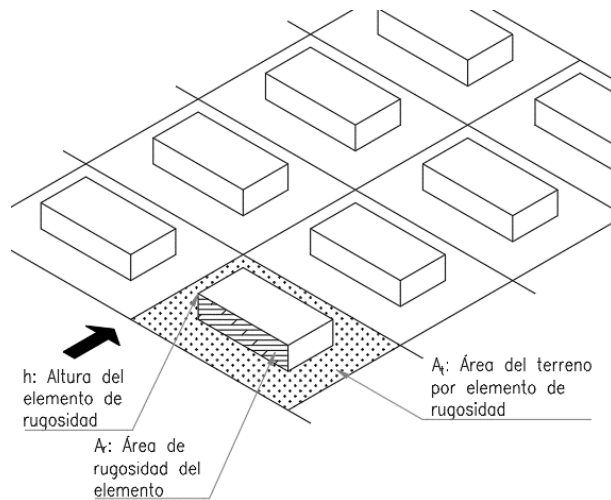


Figura 4.3 Evaluación rugosidad superficial en elementos prismáticos uniformemente distribuidos.

Si A_r y A_t son de la misma magnitud, el flujo se elevará de manera que las partes superiores de los elementos de rugosidad forman una nueva superficie. El cambio de nivel base se toma en cuenta (matemáticamente) mediante la variable z_d , definida como la altura de desplazamiento en el plano cero, logrando así una variación en el perfil de velocidad media del viento (Figura 4.4).

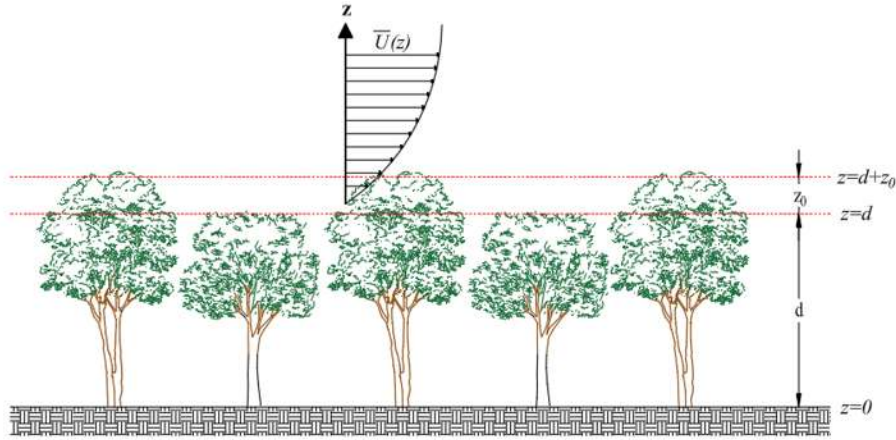


Figura 4.4 Perfil de velocidad media del viento sobre un bosque.

4.3.1.2 Fuerza de Coriolis

La fuerza de Coriolis es una fuerza aparente (de inercia) que surge como consecuencia de la rotación terrestre. Dicha fuerza tiene como efecto en el hemisferio norte desviar el flujo de aire hacia la derecha, mientras que, en el hemisferio sur a manera de espejo, produce desviaciones del flujo hacia la izquierda. El valor de la aceleración de Coriolis (fuerza por unidad de masa) en los polos viene determinada por la siguiente expresión:

$$a_c = 2u\Omega \quad (4.4)$$

El valor resultante de la ecuación (4.4) decrece con la latitud hasta el ecuador donde se anula:

$$a_c = 2u\Omega \sin(\lambda) \quad (4.5)$$

donde $\Omega = 7.27 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$.

4.4 Caracterización del comportamiento del viento

En ingeniería eólica, la velocidad del viento en la capa límite atmosférica está representada por la suma de su velocidad media, medida en un intervalo de tiempo T , entre 10 min y 1 h, con la de su componente fluctuante, registrada en intervalos de tiempo prácticamente instantáneos, con una duración entre dos y tres segundos. Es importante mencionar que los registros eólicos simulados deben tener una duración suficientemente extensa para apreciar de una manera realista y lo más apegada a la realidad la respuesta dinámica de las estructuras.

De acuerdo con los fundamentos de la mecánica de fluidos, el comportamiento del viento puede clasificarse en función del número de Reynolds. Cuando este parámetro presenta valores bajos, el flujo se considera laminar, caracterizado por un movimiento ordenado, estratificado y suave. En contraste, valores elevados del número de Reynolds indican un flujo turbulento, definido por desplazamientos irregulares y caóticos del aire. Esta distinción resulta fundamental en el diseño estructural: el flujo laminar se emplea comúnmente en el análisis de estructuras rígidas, mientras que el flujo turbulento se considera en el estudio de

estructuras flexibles, debido a su mayor sensibilidad frente a las acciones dinámicas inducidas por el viento.

A continuación, se presentan dos gráficas que muestran el comportamiento genérico de la velocidad ($\bar{U}$), del viento atmosférico: la gráfica de la Figura 4.5 (a) representa, en un instante dado t , la forma en que $\bar{U}$ se comporta cuando aumenta la altura z sobre el suelo; La Figura 4.5 (b) muestra cómo en un momento dado z , $\bar{U}$ cambia con el tiempo t .

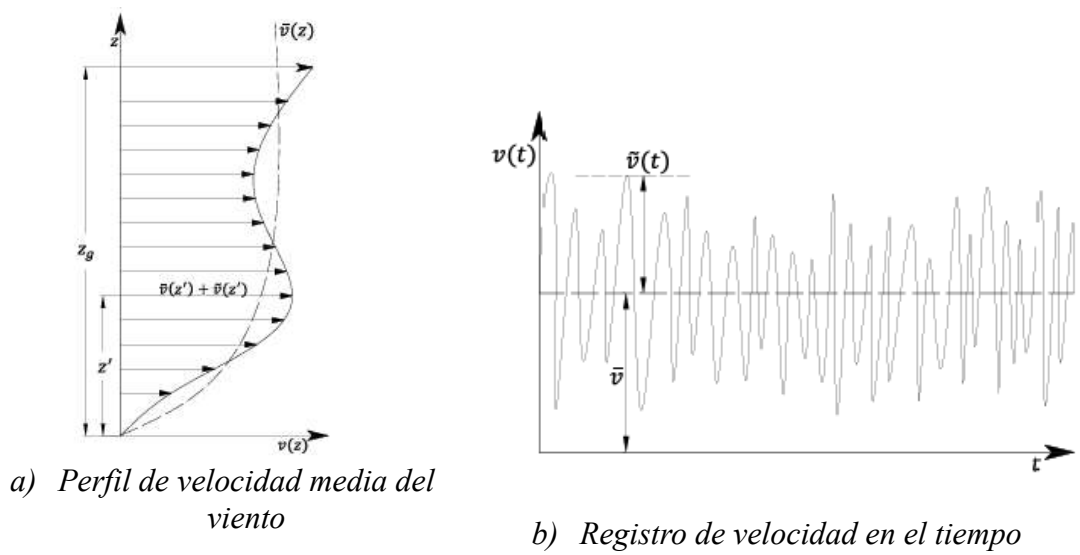


Figura 4.5 Registro de velocidades del viento en función de una altura " z " y el tiempo " t " (Escrivão, 2013).

Al examinar específicamente la variación temporal de la velocidad del viento a una altura determinada z , se emplea un enfoque matemático que modela dicha velocidad mediante la función $U(z, t)$ representada por la ecuación (4.6). Se compone de dos elementos: una componente media $\bar{U}(z)$, que representa la velocidad promedio del viento a la altura z , y una componente fluctuante $u(z, t)$, que refleja las variaciones aleatorias alrededor de ese valor medio. Esta representación es comúnmente utilizada en el diseño estructural, según lo señalado por Escrivão (2013). La parte fluctuante se conoce como velocidad del viento turbulenta o no estacionaria. Por otro lado, el valor máximo registrado de $U(z, t)$ en un intervalo de tiempo determinado se denomina ráfaga o velocidad máxima del viento.

$$U(z, t) = \bar{U}(z) + u(z, t) \quad (4.6)$$

En el ámbito del análisis estructural, comúnmente en el estudio de edificaciones, es habitual considerar únicamente la componente longitudinal de la velocidad del viento, representada por $U(z, t)$. Esta simplificación permite enfocar el estudio en la dirección predominante del flujo de aire, facilitando el tratamiento matemático y el diseño de las estructuras frente a las sollicitaciones dinámicas del viento.

En el presente estudio se emplearán las tres componentes ortogonales fluctuantes del vector de velocidad del viento, denotadas como U , v y w , correspondientes a las direcciones longitudinal (principal del viento), transversal y vertical, respectivamente. Estas componentes se representan comúnmente como la suma de un término constante y una función dependiente del tiempo cuya media es igual a cero, lo que permite caracterizar las fluctuaciones alrededor del valor medio del flujo.

Se plantea un sistema de coordenadas cartesianas adaptado al análisis del flujo de aire, en el cual el eje x_f (donde el subíndice “ f ” indica flujo del viento) es paralelo a la dirección media del viento. Esta elección resulta particularmente útil, ya que en dicha configuración las componentes de velocidad media en las direcciones y_f y z_f se anulan, permitiendo que cualquier movimiento en esas direcciones se interprete como resultado exclusivo de la turbulencia.

Desde una perspectiva teórica, la velocidad del viento U puede presentar variaciones tanto espaciales como temporales en las tres direcciones del sistema, lo que conduce a una formulación general para sus componentes, dicha notación para las componentes de velocidad el viento dado un tiempo t son las siguientes:

- En la dirección longitudinal:

$$U = \bar{U}(x_f, y_f, z_f, t) + u(x_f, y_f, z_f, t) \quad (4.7)$$

- En la dirección transversal horizontal:

$$v = v(x_f, y_f, z_f, t) \quad (4.8)$$

- En la dirección transversal vertical:

$$w = w(x_f, y_f, z_f, t) \quad (4.9)$$

donde $\bar{U}(x, y, z)$ es la velocidad media del viento y u , v , w son los componentes de turbulencia con media cero.

En la práctica, es común establecer que la dirección media del viento se considera horizontal y perpendicular al eje longitudinal del tablero del puente. Bajo el supuesto de que el campo de viento es estacionario y homogéneo, se infiere que la velocidad del viento $\bar{U}$ no depende explícitamente del tiempo t ni de la coordenada transversal y_f (Romstad, 2018).

Asimismo, se omite el efecto del perfil vertical del viento medio, tal como se describe en Strømmen (2010). Esta simplificación permite excluir la coordenada vertical y_f del conjunto de variables consideradas en las ecuaciones anteriores.

De acuerdo con la orientación definida para el sistema de coordenadas del campo de viento, la coordenada longitudinal x_f se mantiene constante a lo largo del claro del puente. Como resultado, las ecuaciones (4.7) a (4.9) adoptan la siguiente forma (Romstad, 2018):

- En la dirección longitudinal:

$$U = \bar{U}(z_f, t) + u(y_f, z_f) \quad (4.10)$$

- En la dirección transversal horizontal:

$$v = v(y_f, t) \quad (4.11)$$

- En la dirección transversal vertical:

$$w = w(y_f, t) \quad (4.12)$$

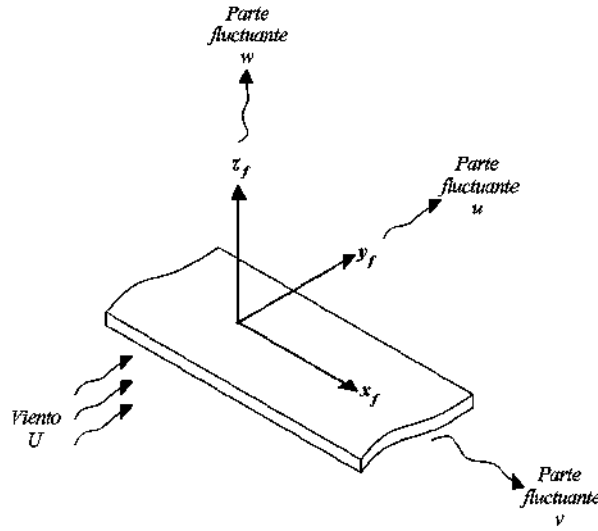


Figura 4.6 Sistema coordinado componentes longitudinal (u), transversal (v) y vertical (w) de la velocidad del viento.

Los tres componentes de turbulencia (Figura 4.6) pueden ser descritos por sus desviaciones estándar, longitud de escala integral, la función de densidad espectral de potencia y el co-espectro normalizado.

4.5 Parámetros característicos del viento atmosférico

4.5.1 Frecuencia de Nyquist

La frecuencia de Nyquist es la frecuencia máxima que se puede detectar en una señal con una frecuencia de muestreo f_s (Munkeby y Hjellvik, 2017). La frecuencia de muestreo debe ser dos veces más alta que la frecuencia más alta contenida en la señal, por lo que, si una señal tiene una frecuencia máxima de 10 Hz, la frecuencia de muestreo debe ser de 20 Hz. La frecuencia de Nyquist indica un número mínimo de valores discretos que deben extraerse para representar suficientemente la señal. La frecuencia viene dada por:

$$f_{Nyquist} = \frac{f_s}{2} \quad (4.13)$$

Si la tasa de muestreo se elige demasiado baja, se produce aliasing (solapamiento espectral), y se pierde información. La Figura (4.7) muestra un ejemplo de una señal suficientemente muestreada y otra que no lo está. La señal que no está suficientemente muestreada pierde información al no incluir todos los picos, y se produce aliasing. En la Figura (4.7) (a) se muestra un ejemplo de una tasa de muestro suficiente y en la Figura (4.7) (b) una tasa de muestro no suficiente

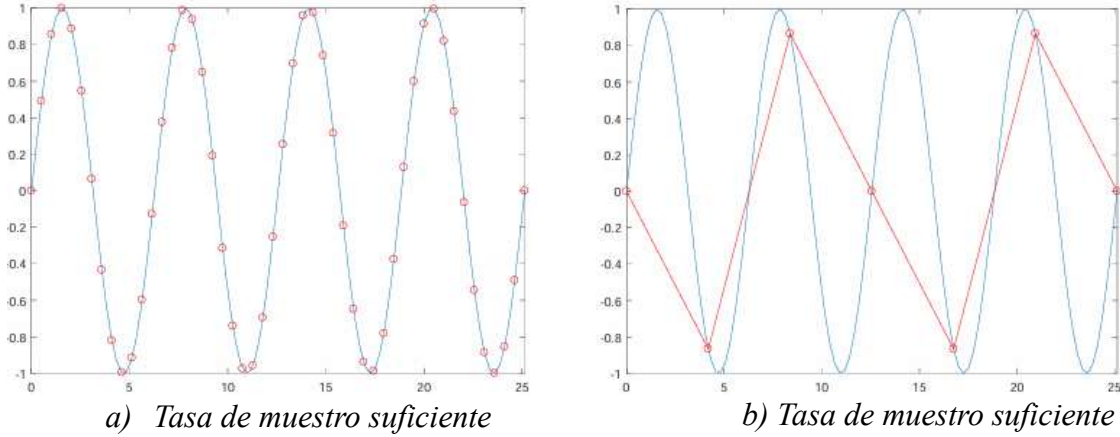


Figura 4.7 Diferencias entre tasas de muestro (Munkeby y Hjellvik, 2017).

4.5.2 Transformada de Fourier y Transformada rápida de Fourier

La transformada de Fourier permite trasladar una función definida en el dominio temporal hacia su correspondiente representación en el dominio de la frecuencia. En contraste, la transformada discreta de Fourier constituye una aproximación de este procedimiento, adecuada para señales digitalizadas. Esta herramienta resulta efectiva para identificar componentes frecuenciales que se encuentran por debajo de la mitad de la frecuencia de muestreo, límite conocido como frecuencia de Nyquist.

Si $x(t)$ es una función periódica continua con periodo T , la serie de Fourier de la función está dada por:

$$x(t) = a_0 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \left[a_k \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + b_k \sen\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) \right] \quad (4.14)$$

donde a_0, a_k, b_k son los coeficientes de Fourier.

Para una función continua $x(t)$ la transformada de Fourier en notación compleja se define:

$$X_k = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) e^{-i(2\pi kt/T)} dt \quad (4.15)$$

Cuando la señal está compuesta por una serie discreta con un número finito N de elementos, la transformada de Fourier continua se reemplaza por una suma finita. En este caso, se utiliza

una aproximación conocida como la transformada discreta de Fourier (DFT), la cual se expresa mediante la siguiente ecuación (4.16):

$$X_k = \frac{1}{N} \sum_{r=0}^{N-1} x_r \cdot e^{-i(2\pi kr/N)} \quad (4.16)$$

4.5.3 Velocidad media del viento

El análisis estadístico de la velocidad media del viento $\bar{U}(z)$ resulta fundamental para establecer criterios confiables en el cálculo de las cargas de diseño estructural. Este conocimiento permite modelar condiciones atmosféricas consideradas representativas, con el objetivo de garantizar niveles adecuados de seguridad frente a posibles fallos estructurales.

La velocidad media del viento aumenta con la altura dentro de la capa límite atmosférica, debido a la rugosidad del terreno, aunque, se mantiene constante por encima de la altura gradiente, ya que la rugosidad del terreno pierde influencia sobre la velocidad media del terreno a alturas mayores a la altura gradiente (Figura 4.8).



Figura 4.8 Esquema de la capa límite atmosférica.

donde z_g es la altura gradiente, z_0 la longitud de rugosidad del terreno, $I_u(z)$ es la intensidad de turbulencia, $L_u(z)$ longitud de escala integral y $\bar{U}(z)$ el perfil de velocidad media del viento.

En la bibliografía existen tres modelos que permiten obtener el perfil teórico de velocidades medias del viento entre los cuales se encuentran:

4.5.3.1 Ley logarítmica

Describe la variación con la altura y la rugosidad de la superficie de fuertes velocidades medias con tiempos promedio de 10 min a 1 hora con vientos longitudinales. En condiciones de viento fuerte, es la expresión matemática más precisa.

$$\bar{U}(z) = \begin{cases} \frac{u^*}{k} \cdot \ln\left(\frac{z - z_d}{z_0}\right) & \text{si } z > z_{min} \\ \frac{u^*}{k} \cdot \ln\left(\frac{z_{min} - z_d}{z_0}\right) & \text{si } z < z_{min} \end{cases} \quad (4.17)$$

donde $U(z)$ representa la velocidad media del viento a una altura z , z_0 la longitud de rugosidad del terreno [algunas referencias de valores se pueden encontrar en la Tabla 4.1 y Tabla 4.2 tomadas de (Dyrbye y Hansen, 1997)], κ es la constante de Von Kármán (experimentalmente $\kappa \sim 0.4$) y u^* es la velocidad de fricción del viento.

Tabla 4.1 Longitud de rugosidad z_0 para diferentes categorías del terreno.

Descripción del terreno	z_0 (m)
Arena	0.0001 a 0.001
Nieve	0.001 a 0.006
Hierba segada	0.001 a 0.01
Hierba baja, estepa	0.01 a 0.04
Campo arado	0.02 a 0.03
Hierba alta	0.04 a 0.1
Palmito	0.1 a 0.3
Bosque de pinos	0.9 a 1
Suburbios escasamente urbanizados	0.2 a 0.4
Suburbios densamente urbanizados	0.8 a 1.2
Centros de grandes ciudades	2 a 3

Tabla 4.2 Categorías del terreno y parámetros relacionados.

Categoría del terreno	k_T	z_0 (m)	z_{min} (m)
1 Mar abierto, terreno plano sin obstáculos	0.17	0.01	2
2 Granjas con setos, pequeñas estructuras agrícolas ocasionales, casas o árboles	0.19	0.05	4
3 Áreas suburbanas o industriales y bosques permanentes	0.22	0.3	8
4 Áreas urbanas con al menos 15.00% de su superficie cubierta con edificios con una altura promedio mayor de 15.00m	0.24	1	16

4.5.3.2 Ley de potencia

Para vientos fuertes, dada la velocidad media horaria $\bar{U}(z_r)$ a la altura de referencia z_r sobre terreno abierto $z_r = 10m$, con exponente α propuesto por Counihan en 1975 para la ley de potencia, definido como:

$$\alpha = 0.096 \log_{10} z_0 + 0.016 (\log_{10} z_0)^2 + 0.24 \quad (4.18)$$

Por lo que la velocidad media horaria del viento a una altura z sobre terreno abierto se define como:

$$\bar{U}(z) = \begin{cases} U(z_r) \left(\frac{z - z_d}{z_r} \right)^a & \text{si } z > z_{min} \\ U(z_r) \left(\frac{z_{min} - z_d}{z_r} \right)^a & \text{si } z < z_{min} \end{cases} \quad (4.19)$$

donde $U(z)$ es la velocidad media del viento a una altura z , z_r es la altura de referencia y κ es la constante de Von Kármán (experimentalmente $\kappa \sim 0.4$).

Como se ha mencionado anteriormente, la definición de la velocidad de referencia $U(z_r)$ varía según el marco normativo adoptado (Escrivão, 2013). El Eurocódigo la conceptualiza como la velocidad promedio del viento registrada durante un intervalo de diez minutos ($T = 10$ min), tomada a una altura de 10 metros sobre un terreno caracterizado como campo abierto. En contraste, la normativa estadounidense ASCE la interpreta como una velocidad de ráfaga con una duración de tres segundos ($T = 3$ s), medida igualmente a 10 metros de altura sobre un terreno abierto. Por su parte, otras regulaciones internacionales, como la norma australiana AS1170.2 y la japonesa RLB-AIJ, definen esta velocidad como un promedio horario ($T = 1$ h), también determinado a una altura de 10 metros sobre un terreno de tipo campo abierto.

Esta ley no tiene una base teórica, pero se integra fácilmente en función de la altura (Hong, 2009). Históricamente fue la primera representación que se utilizó para la representación del perfil de velocidad (Márquez, 2013).

4.5.3.3 Ley logarítmica corregida

En los códigos de diseño se suelen utilizar la ley de potencia y la ley logarítmica para calcular el perfil de velocidades medias del viento, aunque es recomendable utilizar el perfil logarítmico corregido de Harris y Deaves en 1980, ya que contempla la altura de la capa límite atmosférica del sitio de interés.

$$\bar{U}(z) = \begin{cases} \frac{u^*}{\kappa} \left[\ln \left(\frac{z - z_d}{z_0} \right) + 5.75b - 1.88b^2 - 1.33b^3 + 0.25b^4 \right] & \text{si } z > z_{min} \\ \frac{u^*}{\kappa} \left[\ln \left(\frac{z_{min} - z_d}{z_0} \right) + 5.75b - 1.88b^2 - 1.33b^3 + 0.25b^4 \right] & \text{si } z < z_{min} \end{cases} \quad (4.20)$$

En la ecuación (4.17) y (4.20), κ es la constante de Von Kármán ($\kappa \sim 0.4$) y u^* es la velocidad de fricción del viento, la cual se define de la siguiente manera:

$$u^* = \sqrt{\frac{\tau_s}{\rho_a}} = \bar{U}(z_r) \sqrt{r_D} \quad (4.21)$$

donde τ_s es el esfuerzo cortante de la superficie del terreno y r_D es el coeficiente de arrastre de la superficie del terreno.

$$r_D = \left[\frac{\kappa}{\ln(z_r/z_0)} \right]^2 \quad (4.22)$$

Para la ecuación (4.20), el parámetro b está definido como:

$$b = \frac{z - z_d}{z_g} \quad (4.23)$$

Donde la altura gradiente está dada por:

$$z_g = \frac{u^*}{6f_c} \quad (4.24)$$

Para la ecuación anterior el coeficiente de Coriolis en s^{-1} , se define por:

$$f_c = 2\Omega \sin(\zeta) \quad (4.25)$$

donde Ω es la velocidad angular de la Tierra ($\Omega = 7.27 \times 10^{-5}$ rad/s), ζ latitud del sitio de interés en grados decimales.

En las expresiones anteriores se ha introducido la altura mínima z_{min} porque los perfiles de velocidad media tienen una validez limitada cerca del suelo, donde predominan los efectos de turbulencia y de dirección.

Resulta sustancial realizar una comparación entre los tres modelos teóricos que describen el perfil de velocidades medias del viento, con el propósito de evaluar sus diferencias y aplicaciones en contextos específicos. Para ello, se ha seleccionado un caso representativo que considera una latitud de 19.70° , una velocidad media del viento de 32 m/s medida a una altura de 10 metros, y una longitud de rugosidad del terreno de $z_0 = 0.05$ m, correspondiente a un terreno de tipo campo abierto.

Generalmente se asume que la velocidad media del viento permanece prácticamente constante por debajo de la altura de referencia z_r , lo cual permite simplificar el comportamiento del flujo en las capas más cercanas al suelo. Esta suposición es común en estudios de ingeniería eólica, ya que facilita la modelación del perfil vertical del viento sin comprometer significativamente la precisión en zonas de baja altitud.

La comparación entre los modelos se presenta en la Figura 4.9, donde se ilustran las variaciones en el perfil de velocidad en función de la altura, de acuerdo con cada formulación teórica. Este enfoque permite identificar las implicaciones prácticas de cada modelo en el diseño estructural, la evaluación de cargas de viento y la planificación de instalaciones expuestas a condiciones atmosféricas extremas, permitiendo al diseñador estructural usar la expresión que más se ajuste a las necesidades del proyecto.

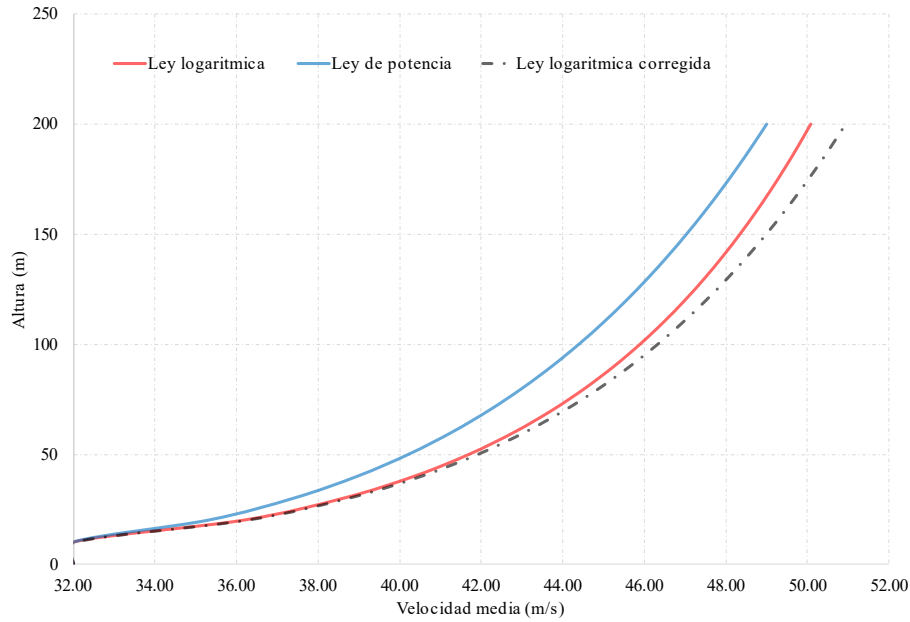


Figura 4.9 Comparación de $\bar{U}(z)$ con $z_0 = 0.05$.

De acuerdo con lo expuesto por Huergo (2021), los investigadores Dyrbye y Hansen señalan que tanto la ley de potencia como la ley logarítmica presentan limitaciones significativas cuando se aplican a alturas elevadas respecto al nivel del suelo. En tales condiciones, ambos modelos tienden a subestimar la velocidad media del viento, lo que puede comprometer la precisión en el análisis de cargas eólicas sobre estructuras de gran altura. Ante esta problemática, se recomiendan la utilización de la ley logarítmica corregida, la cual incorpora ajustes que permiten una mejor representación del perfil vertical del viento en zonas alejadas de la superficie terrestre.

Toda propiedad estadística vinculada a la velocidad media del viento será, en lo sucesivo, referida mediante $U_{10}(z_r)$, donde z_r representa una altura de referencia seleccionada. Usualmente, dicha altura se establece en $z_r = 10m$, conforme a lo indicado previamente. No obstante, en el caso de estructuras como puentes cuya viga principal se ubica a una determinada elevación sobre el nivel del mar o del terreno, es común adoptar como referencia esa misma altura estructural para definir z_r .

4.6 Caracterización de la turbulencia del viento

En el análisis presentado por Escrivão (2013), se destaca que, conforme a la teoría de Kolmogorov, esta teoría, formulada en 1941, establece que en un intervalo donde la energía no se genera ni se disipa directamente, sino que se transfiere de remolinos grandes a pequeños mediante una cascada energética la distribución espectral depende únicamente de la tasa de disipación, y no de las condiciones específicas del flujo. En este mecanismo, los vórtices de mayor escala transfieren energía de forma secuencial a aquellos de menor tamaño, hasta que

esta es finalmente disipada como calor debido a los efectos de fricción. Esta concepción ha sido fundamental para comprender la dinámica energética de los flujos turbulentos.

Por su parte, Davenport caracterizó las fluctuaciones de la velocidad del viento como un proceso estocástico de tipo gaussiano, estacionario y de media cero, lo que permite modelar su comportamiento mediante herramientas estadísticas apropiadas. Asimismo, Theodore Von Kármán, Escrivão (2013), definió la turbulencia del viento como un conjunto de variaciones irregulares en la velocidad, sujetas a un equilibrio estático. A este autor se le atribuyen las primeras aproximaciones matemáticas al estudio del fenómeno turbulento, sentando las bases para su análisis teórico en el ámbito de la mecánica de fluidos.

Complementando lo anterior, Hong (2009) señala que las velocidades del viento presentan variaciones aleatorias en función del tiempo, como resultado de la turbulencia que caracteriza al flujo atmosférico. La comprensión de las propiedades de dicha turbulencia reviste especial importancia en el campo de la ingeniería estructural, por las siguientes razones:

1. Las estructuras rígidas y sus componentes están sometidos a cargas dinámicas que fluctúan temporalmente, siendo estas variaciones atribuibles, en parte, a la acción de la turbulencia atmosférica.
2. Las estructuras flexibles, tales como puentes colgantes y atirantados, pueden experimentar fenómenos de amplificación resonante inducidos por las oscilaciones en la velocidad del viento.
3. El comportamiento aerodinámico de los sistemas estructurales depende de manera significativa de las características de la turbulencia del viento.

En un cierto punto (x, y, z) o en un punto de referencia relevante para la estructura en cuestión, se asume que $U(t) = \bar{U} + u(t)$, y que los componentes de turbulencia $u(t), v(t), w(t)$ son estacionarios y tienen valores medios cero. En virtud de la relevancia que la turbulencia atmosférica tiene en el comportamiento estructural, a continuación, se detallan las variables que deben considerarse para su correcta caracterización.

4.6.1 Función de autocorrelación y correlación cruzada

La función de autocorrelación de un proceso estocástico suministra información respecto al valor medio alrededor del cual se desarrolla la función de densidad de probabilidad (Manwell *et al.*, 2002).

La turbulencia atmosférica correspondiente al componente longitudinal (u), en concordancia con lo previamente expuesto, suele modelarse como un campo aleatorio estacionario de tipo gaussiano, con media nula y dependiente del tiempo (Ubertini, 2008). Si se consideran dos puntos P y P', cuyas posiciones absolutas están dadas por x y x' respectivamente, entonces, desde una perspectiva probabilística, la caracterización integral del campo turbulento se logra mediante el conocimiento de la función de correlación correspondiente a cada par de componentes de la turbulencia. Esta función se define como:

$$R_{u_i u_j}(x, x', t, t') = E[u_i(x, t), u_j(x', t')] \quad (4.26)$$

La función de correlación cruzada definida en el dominio del tiempo está estrechamente vinculada a la función de densidad espectral de densidad cruzada, definida en el dominio de la frecuencia. Se da por hecho que las estadísticas realizadas sobre registros de series temporales de cada uno de los componentes de turbulencia producirán tres distribuciones de densidad de probabilidad gaussiana individuales con media cero y varianzas:

$$\begin{bmatrix} \sigma_u^2 \\ \sigma_v^2 \\ \sigma_w^2 \end{bmatrix} = \frac{1}{T} \int_0^T \begin{bmatrix} u^2(t) \\ v^2(t) \\ w^2(t) \end{bmatrix} dt \quad (4.27)$$

Las propiedades espaciales de la turbulencia del viento se obtienen a partir de registros simultáneos de los componentes u , v y w de dos puntos, tomando un flujo homogéneo y estacionario en el espacio, definiendo los vectores:

$$\mathbf{u}_a = \begin{bmatrix} u(s, t) \\ v(s, t) \\ w(s, t) \end{bmatrix} \text{ y } \mathbf{u}_b = \begin{bmatrix} u(s + \Delta s, t + \tau) \\ v(s + \Delta s, t + \tau) \\ w(s + \Delta s, t + \tau) \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

donde $s = x_f, y_f, z_f$ son las direcciones del viento, τ el desfase temporal teórico y Δs es la separación arbitraria.

Los puentes presentan características propias de una estructura tipo línea horizontal, lo cual implica que la acción del viento no se distribuye de manera uniforme a lo largo de su extensión. Esta condición implica que la velocidad del viento en un punto específico puede diferir significativamente respecto a otro, incluso dentro de la misma estructura. Para analizar esta variabilidad espacial, se recurre al concepto de covarianza, el cual permite cuantificar el grado de dependencia entre las fluctuaciones del viento en distintos puntos del puente, en función de la distancia que los separa. En este contexto, la matriz de covarianza, de dimensión 3x3, puede definirse como:

$$\mathbf{Cov}(\Delta s, \tau) = \begin{bmatrix} Cov_{uu} & Cov_{uv} & Cov_{uw} \\ Cov_{vu} & Cov_{vv} & Cov_{vw} \\ Cov_{wu} & Cov_{wv} & Cov_{ww} \end{bmatrix} = E[\mathbf{u}_a \cdot \mathbf{u}_b^T] = \frac{1}{T} \int_0^T (\mathbf{u}_a \cdot \mathbf{u}_b^T) dt \quad (4.29)$$

Donde todas las funciones relevantes de covarianza se pueden obtener de la siguiente manera:

$$Cov(\Delta s, \tau) \begin{cases} m, n = u, v, w \\ \Delta s = \Delta x_f, \Delta y_f, \Delta z_f \end{cases} \quad (4.30)$$

Y los correspondientes coeficientes de covarianza son:

$$\rho_{mn}(\Delta s, \tau) = \frac{Cov_{mn}(\Delta s, \tau)}{\sigma_m \cdot \sigma_n} \begin{cases} m, n = u, v, w \\ \Delta s = \Delta x_f, \Delta y_f, \Delta z_f \end{cases} \quad (4.31)$$

En la dirección longitudinal x , puede definirse la covarianza entre el flujo de la componente u en un punto y la componente v en otro punto distinto. Al considerar todas las combinaciones posibles entre componentes fluctuantes del viento, se obtiene que para una sola dirección espacial existen nueve funciones de covarianza. Si se extiende este análisis a las tres direcciones ortogonales del puente (longitudinal, transversal y vertical), cada una con sus respectivas componentes de velocidad turbulenta, el número total de funciones de covarianza asciende a veintisiete.

Sin embargo, en la práctica, las funciones de covarianza que revisten mayor relevancia son aquellas que describen la interacción de un mismo componente turbulento en distintos puntos. Esto se debe a que, bajo ciertas condiciones más allá de una cierta distancia sobre el suelo, se asume que la turbulencia en una dirección no influye significativamente sobre las componentes en otras direcciones. Esta simplificación permite reducir el conjunto de funciones de covarianza a tres por cada dirección, facilitando así el análisis estadístico del campo turbulento en estructuras como los puentes.

En consecuencia, los términos fuera de la diagonal en la ecuación (4.29) tienden a anularse, lo que reduce el número de estimaciones de covarianza relevantes a nueve.

$$\begin{bmatrix} Cov_{uu}(\Delta s, \tau) \\ Cov_{vv}(\Delta s, \tau) \\ Cov_{ww}(\Delta s, \tau) \end{bmatrix} = E \begin{bmatrix} u(s, t) \cdot u(s + \Delta s, t + \tau) \\ v(s, t) \cdot v(s + \Delta s, t + \tau) \\ w(s, t) \cdot w(s + \Delta s, t + \tau) \end{bmatrix} = \frac{1}{T} \int_0^T \begin{bmatrix} u(s, t) \cdot u(s + \Delta s, t + \tau) \\ v(s, t) \cdot v(s + \Delta s, t + \tau) \\ w(s, t) \cdot w(s + \Delta s, t + \tau) \end{bmatrix} dt \quad (4.32)$$

donde $s = x_f, y_f, z_f$ son las direcciones del viento.

De manera que los nuevos coeficientes de covarianza se determinan mediante la siguiente expresión:

$$\rho_{nn}(\Delta s, \tau) = \frac{Cov_{nn}(\Delta s, \tau)}{\sigma_n^2} \begin{cases} m, n = u, v, w \\ \Delta s = \Delta x_f, \Delta y_f, \Delta z_f \end{cases} \quad (4.33)$$

En el marco del análisis estadístico de la turbulencia, resulta pertinente introducir la función de autocovarianza, la cual se define como el valor medio normalizado del producto entre los componentes de turbulencia $n = u, v, w$ y sus respectivos coeficientes de autocovarianza. Esta función se expresa como:

$$\begin{bmatrix} Cov_u(\tau) \\ Cov_v(\tau) \\ Cov_w(\tau) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E[u(t) \cdot u(t + \tau)] \\ E[v(t) \cdot v(t + \tau)] \\ E[w(t) \cdot w(t + \tau)] \end{bmatrix} = \frac{1}{T} \int_0^T \begin{bmatrix} u(t) \cdot u(t + \tau) \\ v(t) \cdot v(t + \tau) \\ w(t) \cdot w(t + \tau) \end{bmatrix} dt \quad (4.34)$$

$$\rho_n(\tau) = \frac{Cov_n(\tau)}{\sigma_n^2} \text{ donde } n=u, v, w \quad (4.35)$$

Donde τ representa un desfase temporal arbitrario, el cual puede adoptar cualquier valor dentro del intervalo $\pm T$. Esta función permite estimar el grado de información que aporta el registro de un componente turbulento respecto a su valor en un instante posterior, medido en el mismo punto espacial. En otras palabras, la autocovarianza refleja la persistencia temporal de las fluctuaciones turbulentas en una ubicación determinada. Cuando $\tau = 0$ la ecuación (4.34) es idéntica a la ecuación (4.27), por lo que:

$$\rho_n(\tau = 0) = 1 \text{ donde } n=u, v, w \quad (4.36)$$

Y como se mostró en la ecuación (3.25):

$$Cov_n(\tau) = Cov_n(-\tau) \text{ donde } n=u, v, w \quad (4.37)$$

La escala de tiempo representada por la ecuación (4.38), puede interpretarse como la duración promedio de la ráfaga de viento en la dirección u, v, w :

$$T_n = \int_0^{\infty} \rho_n(\tau) d\tau \quad (4.38)$$

Aunque el coeficiente de covarianza en muchos casos prácticos puede volverse negativo a grandes valores de τ , es usual adoptar la siguiente aproximación:

$$\rho_n(\tau) = \exp(-\tau/T_n) \quad (4.39)$$

De acuerdo con Strommen (2010), en terreno homogéneo, a alturas inferiores a 100 m, T_u toma un rango entre 5 y 20 s, mientras que T_v y T_w se encuentran en los rangos de 2 a 5 s y de 0 a 2 s respectivamente.

4.6.2 Intensidad de turbulencia

Se define como la relación entre la desviación estándar y la media de los datos correspondientes a las series de velocidad de viento en un período de tiempo corto (no mayor a una hora) y por convención usualmente igual a diez minutos (Beckwith, 1982). Definida, para cada uno de los componentes de la velocidad del viento (longitudinal, U , transversal, v y vertical, w), la intensidad de la turbulencia $I_n(z)$ puede ser definida por las siguientes expresiones:

$$I_n(z) = \frac{\sigma_n(z)}{\bar{U}(z)} \text{ donde } n=u, v, w \quad (4.40)$$

donde $I_n(z)$ es la intensidad de turbulencia, $\bar{U}(z)$ es la velocidad del viento a una altura z y $\sigma_n(z)$ es la desviación estándar.

Una variación típica de la intensidad de la turbulencia para el componente de viento longitudinal U es dada por:

$$I_u(z) = \begin{cases} 1/Ln(z/z_0) & \text{si } z > z_{min} \\ 1/Ln(z_{min}/z_0) & \text{si } z < z_{min} \end{cases} \quad (4.41)$$

A tal efecto, se definen tres intensidades de turbulencia, según la componente de velocidad considerada: longitudinal (I_u), transversal (I_v) y vertical (I_w). Bajo condiciones isotrópicas, es decir, a grandes alturas donde las propiedades del flujo atmosférico pueden considerarse homogéneas en todas las direcciones, la intensidad de la turbulencia adquiere una formulación simplificada. En estos escenarios, las componentes fluctuantes del viento presentan comportamientos estadísticos equivalentes, lo que permite asumir que la energía turbulenta se distribuye de manera uniforme entre las tres direcciones espaciales $I_u \approx I_v \approx I_w$. En terreno homogéneo hasta una altura de alrededor de 200 m y no muy cerca del suelo (Fiskum, 2012):

$$\frac{I_v}{I_w} = \left[\frac{3/4}{1/2} \right] \cdot I_u \quad (4.42)$$

4.6.3 Escala integral de tiempo y escala integral de longitud de turbulencia

La escala integral de tiempo se define como la medida temporal promedio sobre la cual las fluctuaciones de la velocidad del viento están autocorrelacionadas y se determina mediante la integración de la función de autocorrelación.

$$x_f L_u = \frac{1}{\sigma_u^2} \int_0^\infty R_{u_1 u_2}(x) dx \quad (4.43)$$

Estas escalas de longitud de turbulencia pueden ser interpretadas como el tamaño promedio de los remolinos formados para cada uno de los componentes en la dirección del flujo principal. En general, hay 3 opciones correspondientes a las tres dimensiones de los remolinos asociadas con las componentes de la velocidad fluctuante longitudinal (u), transversal (v) y vertical (w), lo que da lugar a $3^2 = 9$ escalas de longitud diferentes posibles.

Incorporando la hipótesis de Taylor, la cual describe que la convección de la turbulencia para la dirección principal del flujo ocurre con la velocidad media del viento (es decir, que las perturbaciones del flujo se trasladan con la velocidad media $\bar{U}$), entonces las escalas de longitud media de u , v y w , en la dirección x_f , están dadas por:

$$x_f L_n = \bar{U} \cdot T_n = \bar{U} \cdot \int_0^\infty \rho_n(\tau) d\tau \text{ donde } n=u, v, w \quad (4.44)$$

Strømme (2010) propone la expresión (4.45) para la obtención de la longitud de escala turbulenta:

$$x_f L_u(z) = 100 \left(\frac{z}{100} \right)^{0.3} \quad (4.45)$$

4.6.3.1 Propiedades espaciales de la turbulencia del viento

Las propiedades de covarianza en el campo de viento generalmente disminuyen con el aumento de la separación Δs y el desfase de tiempo τ . La situación anterior es particularmente interesante cuando $\tau = 0$:

$${}^s L_n = \int_0^\infty \rho_{nn}(\Delta s, \tau = 0) d(\Delta s) \begin{cases} n = u, v, w \\ \Delta s = \Delta x_f, \Delta y_f, \Delta z_f \end{cases} \quad (4.46)$$

Esto se debe a que, como se ha señalado anteriormente, existe una escala de longitud característica que puede interpretarse como el tamaño promedio de los remolinos asociados a la componente n en la dirección s . En particular, las escalas de longitud ${}^{x_f} L_u, {}^{x_f} L_v, {}^{x_f} L_w$ representan el tamaño medio de los torbellinos correspondientes a las componentes u, v y w en la dirección del flujo principal, tal como se describe en la ecuación (4.44). Dado que estas escalas pueden obtenerse directamente a partir de datos de dos puntos mediante la ecuación (4.46), la aplicación de la hipótesis de Taylor resulta innecesaria (Strømme, 2010). Las restantes seis escalas de longitud ${}^s L_n$ con $n = u, v, w$ y $s = y_f, z_f$ son las cantidades correspondientes que representan las propiedades espaciales en un plano perpendicular a la dirección del flujo principal.

Las propiedades espaciales de la turbulencia están fuertemente influenciadas por el fetch, entendido como el tipo de superficie ubicada a barlovento, es decir, en la dirección de donde proviene el viento. Para caracterizar adecuadamente estas propiedades en los componentes turbulentos del flujo, lo más apropiado es disponer de mediciones *in situ* a escala real, realizadas directamente en el área de estudio. Sin embargo, cuando se requiere una aproximación preliminar y se asume un entorno homogéneo alejado de la influencia del suelo, es posible recurrir a valores de referencia o modelos simplificados, como los que se presentan a continuación:

$$\rho_{nn}(\Delta s, \tau = 0) \approx \exp(-\Delta s / {}^s L_n) \begin{cases} n = u, v, w \\ s = x_f, y_f, z_f \end{cases} \quad (4.47)$$

$$\begin{bmatrix} {}^{y_f} L_u \\ {}^{z_f} L_u \\ {}^{x_f} L_v \\ {}^{y_f} L_v \\ {}^{z_f} L_v \\ {}^{x_f} L_w \\ {}^{y_f} L_w \\ {}^{z_f} L_w \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 1/3 \\ 1/4 \\ 1/4 \\ 1/4 \\ 1/12 \\ 1/12 \\ 1/16 \\ 1/16 \end{bmatrix} \cdot {}^{x_f} L_u \text{ donde } \begin{cases} \frac{{}^{x_f} L_u(z_f)}{{}^{x_f} L_u(z_{f0})} \approx \left(\frac{z_f}{z_{f0}} \right)^{0.3} \\ z_f \geq z_{f10} = 10m \\ {}^{x_f} L_u(z_{f0}) = 100m \end{cases} \quad (4.48)$$

4.6.4 Función de densidad espectral de potencia (PSD)

La función de densidad espectral proporciona una medida de la contribución a la señal de cada uno de esos componentes, es decir, describe la relación entre las frecuencias presentes en el proceso real y la amplitud de las ondas sinusoidales variantes que generan la fluctuación de la velocidad del viento. Describe como varían las propiedades de puntos a lo largo de la estructura por ejemplo en un puente. Una señal aleatoria estadísticamente estacionaria puede verse como una superposición de muchos componentes armónicos, cada uno de los cuales tiene una frecuencia distinta.

Mientras que las funciones (o coeficientes) de autocovarianza representan las propiedades en el dominio del tiempo de los componentes de turbulencia, son las densidades espectrales las que describen sus propiedades en el dominio de la frecuencia, la cual está relacionada con la función de autocorrelación $R_x(\tau)$ y la transformada de Fourier.

Escrivão (2013) reporta que la variación de la frecuencia f , de la función $S_u(f)/\sigma_u^2$ tiene un comportamiento como el que se presenta en la Figura 4.10, donde se identifican las siguientes tres regiones espectrales:

- Zona A: De bajas frecuencias, es la zona de formación de grandes remolinos permanentes.
- Zona B: Conocida como subintervalo inercial, siendo una región donde se sitúan los remolinos con mayor cantidad de energía cinética.
- Zona C: Zona de disipación de energía de los remolinos de dimensiones menores, en forma de calor

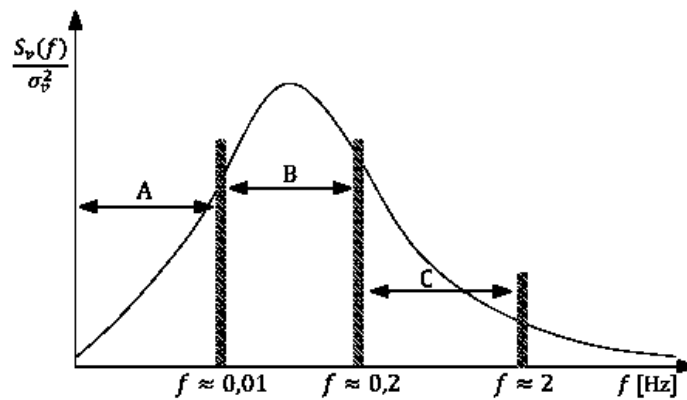


Figura 4.10 Curva $S_u(f)/\sigma_u^2$ en función de la frecuencia, f , en las diferentes regiones A, B y C (Escrivão, 2013).

En la literatura se han sugerido muchas expresiones diferentes siendo objeto de estudio por parte de diversos autores durante el último siglo esto con el fin de ajustar los datos de una variedad de registros a gran escala en el dominio de la frecuencia. Generalmente, estas expresiones son concordantes en el rango de frecuencias más altas, pero presentan algunas discrepancias en el rango de frecuencias más bajas. La mayoría de las expresiones más

extendidas están orientadas a la definición de la componente longitudinal de la turbulencia del viento $S_u(f)$.

Davenport [como se reporta en (Escrivão, 2013)] presenta la siguiente expresión, sin embargo, esta no toma en cuenta la dependencia de esta con la altura z :

$$\frac{f \cdot S_u(f)}{\sigma_u^2} = \frac{\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{f \cdot L_u}{\bar{U}} \right)^2}{\left[1 + \left(\frac{f \cdot L_u}{\bar{U}} \right)^2 \right]^{4/3}} \quad (4.49)$$

donde $\bar{U}$ es la velocidad media del viento referenciada a 10 m de altura y periodos de 10 minutos, L_u escala de longitud de turbulencia, tomada usualmente como 1,200 m y σ_u la desviación estándar.

Sustituyendo la longitud de turbulencia integral en la ecuación (4.49) la expresión para el espectro de potencia longitudinal se puede obtener mediante la siguiente expresión:

$$\frac{S_u(f)}{\sigma_u^2} = \frac{2 \cdot \left(\frac{1200 \cdot f}{\bar{U}} \right)^2}{3 \cdot f \cdot \left[1 + \left(\frac{1200 \cdot f}{\bar{U}} \right)^2 \right]^{4/3}}$$

Las expresiones empleadas para los espectros transversal $S_v(f)$ y vertical $S_w(f)$ son variantes empíricas de la formulación original de Davenport (1961) para el espectro de ráfagas, en las que la dependencia funcional con la frecuencia normalizada $f/\bar{U}(z)$ se mantiene, pero se modifican las constantes de escala para reflejar la anisotropía de la turbulencia en la capa límite. En particular, el uso de factores de escala aproximados 400 (lateral) y 250 (vertical) reduce la longitud integral efectiva en esas direcciones (lo que concuerda con observaciones experimentales de que las estructuras turbulentas son más cortas lateral y verticalmente que en la dirección del flujo) y por tanto desplaza y ensancha el espectro en frecuencia. Estas parametrizaciones son empíricas y están ampliamente documentadas en la literatura de ingeniería eólica y en manuales de diseño por ejemplo Simiu y Scanlan, (1996); Holmes (2007).

$$\frac{S_v(f)}{\sigma_v^2} = \frac{2 \cdot \left(\frac{400 \cdot f}{\bar{U}} \right)^2}{3 \cdot f \cdot \left[1 + \left(\frac{400 \cdot f}{\bar{U}} \right)^2 \right]^{4/3}} \quad (4.50)$$

$$\frac{S_w(f)}{\sigma_w^2} = \frac{2 \cdot \left(\frac{250 \cdot f}{\bar{U}} \right)^2}{3 \cdot f \cdot \left[1 + \left(\frac{250 \cdot f}{\bar{U}} \right)^2 \right]^{4/3}} \quad (4.51)$$

No se recomienda el uso del espectro de Davenport para frecuencias $f < 0.01$ Hz.

Tiempo después, Kaimal *et al.* (1972) propusieron una expresión similar, basada en datos recopilados en 1968 durante los experimentos AFCRL en Kansas. Según Fiskum (2012), esta formulación resulta más sencilla de ajustar a datos experimentales, ya que permite modificar tanto el parámetro A_n como las escalas de longitud para adaptarse mejor a las mediciones observadas. El espectro de Kaimal, ampliamente utilizado en estudios de dinámica del viento, se caracteriza por su simplicidad y eficacia, y se expresa de la siguiente manera:

$$\frac{f \cdot S_n\{f\}}{\sigma_n^2} = \frac{A_n \cdot \hat{f}_n}{\left(1 + 1.5 \cdot A_n \cdot \hat{f}_n\right)^{5/3}} \text{ donde } n=u, v, w \quad (4.52)$$

Además $\hat{f}_n = f \cdot {}^{x_f}L_n/\bar{U}$, y ${}^{x_f}L_n$ es la escala integral de longitud del componente turbulento relevante. A menos que se cuente con registros a escala real que indiquen lo contrario, se han adoptado los siguientes valores para A_n : $A_u = 6.8$, $A_v = A_w = 9.4$.

$$\frac{S_u\{f\}}{\sigma_u^2} = \frac{6.8 \cdot \left(\frac{L_u(z)}{\bar{U}(z)} \right)}{\left[1 + \left(10.2 \cdot \frac{f \cdot L_u(z)}{\bar{U}(z)} \right) \right]^{5/3}} \quad (4.53)$$

$$\frac{S_v(f)}{\sigma_v^2} = \frac{S_w(f)}{\sigma_w^2} = \frac{9.4 \cdot \left(\frac{L_n(z)}{\bar{U}(z)} \right)}{f \left(1 + 14.1 \cdot \frac{f \cdot L_n(z)}{\bar{U}(z)} \right)^{5/3}} \quad (4.54)$$

$$L_u(z) = 300 \cdot \left(\frac{z}{300} \right)^{0.46 + 0.074 \cdot \ln(z_0)} \quad (4.55)$$

Kaimal también formula las siguientes expresiones para la función de densidad espectral en la que, a diferencia de modelos previos, la desviación estándar no se incorpora en el denominador (Rosales, 2018):

$$S_u(\omega, z) = u_*^2 \frac{105 \cdot \left(\frac{z}{\bar{U}(z)} \right)}{\left(1 + 33 \cdot \frac{\omega}{2\pi} \cdot \frac{z}{\bar{U}(z)} \right)^{5/3}} \quad (4.56)$$

$$S_v(\omega, z) = S_w(\omega, z) = u_*^2 \frac{2 \cdot \left(\frac{z}{\bar{U}(z)} \right)}{\left(1 + 5.3 \cdot \frac{\omega}{2\pi} \cdot \frac{z}{\bar{U}(z)} \right)^{5/3}} \quad (4.57)$$

$$u_* = \frac{0.4 \cdot \bar{U}(z)}{\ln(z/z_0)} \quad (4.58)$$

donde u^* es la velocidad de fricción del viento, z la altura de interés, $\bar{U}(z)$ es la velocidad media del viento a una altura z , ω la frecuencia angular y z_0 la rugosidad del terreno.

Alternativamente se puede utilizar el espectro de Von Kármán quien en 1948 fue uno de los primeros en proponer una función simple y funcional para describir la densidad espectral. Exhiben una transición algo más marcada entre la magnitud del contenido de baja y alta frecuencia, además de estar especializadas para ajustarse al comportamiento de los componentes de la turbulencia paralelos y perpendiculares a la dirección de la velocidad del viento promedio (Romstad, 2018).

$$\frac{f \cdot S_u\{f\}}{\sigma_u^2} = \frac{4 \cdot \frac{f \cdot L_u}{\bar{U}(z)}}{\left(1 + 70.8 \cdot \left(\frac{f \cdot L_u}{\bar{U}(z)} \right)^2 \right)^{5/6}} \quad (4.59)$$

$$\frac{f \cdot S_n\{f\}}{\sigma_n^2} = \frac{4 \cdot \hat{f}_n \cdot \left(1 + 755.2 \cdot \left(\frac{f \cdot L_n}{\bar{U}(z)} \right)^2 \right)}{\left(1 + 283.2 \cdot \left(\frac{f \cdot L_n}{\bar{U}(z)} \right)^2 \right)^{11/6}}, \quad n=v, w \quad (4.60)$$

La escala integral de longitud de turbulencia a una misma altura se expresa por la siguiente relación:

$$\sigma_u(z) = \frac{\kappa \cdot \bar{U}(z) \cdot \sqrt{4.5 - 0.856 \cdot \log(z_0)}}{\ln\left(\frac{z}{z_0}\right)} \quad (4.61)$$

$$L_u(z) = 300 \cdot \left(\frac{z}{200} \right)^{0.67 + 0.05 \cdot \ln(z_0)} \quad (4.62)$$

Una revisión más detallada del espectro de Von Kármán fue realizada por Simiu y Scanlan en 1996 [como se cita en Dyrbye y Hansen, (1997)]:

$$S_n(z, \omega) = \frac{200 \cdot u_*^2 \cdot \frac{\omega \cdot z}{2\pi \cdot \bar{U}(z)}}{\frac{\omega}{2\pi} \cdot \left[1 + 50 \cdot \frac{\omega z}{2\pi \cdot \bar{U}(z)} \right]^{5/3}} \quad (4.63)$$

Donde $\bar{U}(z)$ es la velocidad media del viento a la altura z , ω frecuencia circular en rad/s y u^* velocidad de fricción del viento.

$$\frac{f \cdot S_v(z, f)}{u_*^2} = \frac{15 \cdot \left(\frac{f \cdot z}{\bar{U}(z)} \right)}{\left[1 + 9.5 \cdot \frac{f \cdot z}{\bar{U}(z)} \right]^{5/3}} \quad (4.64)$$

$$\frac{f \cdot S_w(z, f)}{u_*^2} = \frac{3.36 \cdot \left(\frac{f \cdot z}{\bar{U}(z)} \right)}{\left[1 + 10 \cdot \frac{f \cdot z}{\bar{U}(z)} \right]^{5/3}} \quad (4.65)$$

De acuerdo con Huergo (2021), las ecuaciones (4.61) y (4.62) fueron formuladas por Solari y Piccardo (2001), cuya validez se limita a $z \leq 200m$, y están incorporadas en el Eurocódigo BS EN 1991-1-4:2005. Petersen *et al.* (1998) señalaron que los espectros de potencia derivados del modelo propuesto por Kaimal (1972) presentan una buena concordancia con la turbulencia natural. Sin embargo, los espectros basados en el modelo de Von Kármán (1948) muestran una mayor precisión al representar la turbulencia medida en túneles de viento.

Investigaciones recientes indican que dichos espectros también son adecuados para caracterizar la turbulencia atmosférica a alturas superiores a 150.00 m. En este sentido, Bojórquez *et al.* (2017) concluyen que los espectros de Von Kármán permiten generar registros simulados de velocidad del viento $u(z, t)$ con propiedades más representativas en cuanto a intensidad de turbulencia y longitud de escala integral, en comparación con los espectros de Davenport (1961) y Kaimal (1972).

En virtud de lo anterior, resulta pertinente realizar una comparación gráfica entre los modelos teóricos del espectro de potencia en la cual nos enfocaremos en la componente longitudinal. La Figura 4.11, presenta con fines comparativos, las funciones de densidad espectral de potencia $S_u(z, f)$ en función de la frecuencia f , correspondientes a una altura de $z = 100.00$ m y una velocidad media del viento $\bar{U}(z) = 32.00$ m/s.

Se incluyen los modelos propuestos por Davenport, Kaimal, Von Kármán, así como el desarrollado por Simiu y Scanlan, con el objetivo de evaluar sus principales diferencias en la representación espectral del viento.

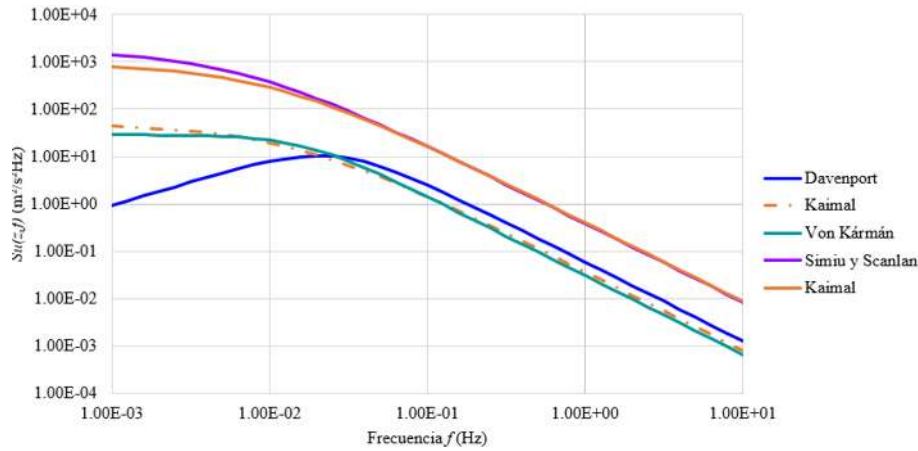


Figura 4.11 Análisis comparativo de modelos de densidad espectral de potencia del viento Davenport, Kaimal, Von Kármán y Simiu y Scanlan.

La divergencia en la representación gráfica de los modelos de Kaimal se fundamenta en la formulación matemática empleada: la curva discontinua responde a los parámetros establecidos en la ecuación (4.53), mientras que la curva continua se construye conforme a los lineamientos de la ecuación (4.56).

Se observa que en el dominio de bajas frecuencias ($f < 0.01$ Hz), todos los modelos espectrales analizados presentan valores elevados de densidad espectral, lo que indica que la mayor parte de la energía turbulenta se concentra en escalas grandes, asociadas a remolinos de gran tamaño. En este intervalo, los espectros de Von Kármán y Davenport muestran comportamientos similares, coherentes con su origen empírico y su ajuste a datos atmosféricos de gran escala. Por otro lado, los modelos de Kaimal (normalizado con u_*^2) y Simiu y Scanlan exhiben amplitudes superiores, atribuibles a la normalización mediante la velocidad de fricción.

En el rango de frecuencias intermedias ($0.01 \text{ Hz} < f < 0.1 \text{ Hz}$), se identifica el pico de energía turbulenta, correspondiente a las escalas dominantes de la turbulencia en la capa límite atmosférica. Este pico es más pronunciado en el espectro de Kaimal (σ_u^2), mientras que los modelos de Davenport y Von Kármán presentan transiciones más suaves. Los espectros de Simiu y Scanlan, así como el de Kaimal (u_*^2) muestran una forma más ancha en esta región, lo que sugiere una mayor distribución de energía en el intervalo medio de frecuencias.

En altas frecuencias ($f > 0.1 \text{ Hz}$), todos los modelos espectrales presentan una caída en la densidad espectral que sigue una ley de potencias próxima a $f^{-5/3}$, en concordancia con la hipótesis de Kolmogórov para el subrango inercial de la turbulencia. Por ello, el comportamiento $f^{-5/3}$ se considera un criterio físico fundamental para validar modelos espectrales en escalas pequeñas. En este contexto, los espectros de Davenport y Von Kármán muestran un decaimiento más rápido, lo que sugiere una menor estimación de energía en frecuencias altas en comparación con Kaimal (σ_u^2). En contraste, Simiu y Scanlan mantienen

valores más elevados en este rango, lo que podría implicar una sobreestimación de la energía turbulenta en escalas pequeñas, con implicaciones relevantes para el diseño de estructuras sensibles a vibraciones rápidas.

Cabe destacar que los modelos espectrales no coinciden exactamente entre sí, reflejando distintas aproximaciones teóricas al comportamiento del viento. El espectro de Davenport, definido independientemente de la altura z , se aparta significativamente del resto. Aunque su formulación es históricamente relevante, se considera menos precisa para aplicaciones modernas, especialmente en el diseño de estructuras sensibles a frecuencias elevadas, como edificios bajos y rígidos, torres de telecomunicaciones o componentes estructurales locales (antenas, fachadas y cubiertas ligeras). Estas estructuras, al presentar periodos naturales cortos, son más susceptibles a excitaciones rápidas del viento. En cambio, las estructuras sensibles a frecuencias bajas (como puentes colgantes, edificios altos o cubiertas flexibles) tienen periodos largos, por lo que responden principalmente a ráfagas lentas y movimientos amplios del viento.

Los espectros de Kaimal y Von Kármán, por su parte, ofrecen una representación más detallada de la física de la turbulencia. El modelo de Von Kármán se fundamenta en la teoría de turbulencia isotrópica, mientras que el de Kaimal se deriva de mediciones atmosféricas, lo que lo hace particularmente adecuado para representar la capa límite atmosférica. En la práctica, ambos espectros presentan curvas similares en el rango de frecuencias de interés.

Todas las curvas analizadas evidencian una disminución de la densidad espectral con el incremento de la frecuencia, comportamiento característico de los modelos de turbulencia longitudinal. En frecuencias bajas, la densidad espectral es elevada, lo que indica que la energía del viento se concentra en movimientos lentos y ráfagas prolongadas. En contraste, a frecuencias altas, los modelos convergen hacia valores bajos de densidad espectral, reflejando una menor energía en fluctuaciones rápidas.

No obstante, los espectros de Simiu y Scanlan (1972) y Kaimal (u_*^2) no reproducen adecuadamente la potencia del viento en frecuencias bajas, lo que puede limitar su precisión en el análisis de estructuras sensibles a ráfagas lentas o desplazamientos amplios. En cambio, el modelo de Von Kármán, al capturar mejor la energía en ese rango, puede ofrecer estimaciones más conservadoras para este tipo de aplicaciones.

La selección del modelo espectral debe responder a la naturaleza de la aplicación. Para el diseño de infraestructuras expuestas a la acción del viento, como puentes y edificaciones, los espectros de Von Kármán y Kaimal son los más utilizados. Aunque el modelo de Davenport fue pionero en este campo, tiende a subestimar la energía en frecuencias bajas.

Finalmente, si bien es posible obtener la densidad espectral en un punto específico para cada frecuencia considerada, el viento es un fenómeno espacialmente correlacionado. Por ello, en estudios multidimensionales es imprescindible adoptar un modelo de cálculo que contemple

dicha correlación. La metodología empleada para este propósito se expone en el apartado siguiente.

4.6.5 Función de densidad espectral de potencia cruzada

Mientras las funciones de covarianza representan la variación espacial de la turbulencia en el dominio del tiempo, para obtener su representación en el dominio de la frecuencia se emplean las funciones de densidad de potencia cruzada. A partir de las fluctuaciones turbulentas registradas en dos puntos distintos del espacio, esta función permite evaluar el grado de sintonía entre ellos, o bien determinar si sus componentes armónicas evolucionan con propósitos cruzados, considerando un conjunto de N frecuencias. En otras palabras, permite establecer si las fluctuaciones son mutuamente coherentes o no. Para componentes con frecuencias altas, la distancia en el espacio a lo largo de la cual las fluctuaciones de la velocidad del viento son mutuamente coherentes es pequeña. Para los componentes de baja frecuencia, esa distancia es relativamente grande, del orden de las escalas de turbulencia integrales.

Se dice que un remolino correspondiente a un componente con frecuencia N envuelve una estructura si la distancia a la que las fluctuaciones son relativamente coherentes es comparable a la dimensión relevante de la estructura. Suele encontrarse en la literatura, el espectro cruzado bilateral definido con la variable de la frecuencia angular ω :

$$S_{mn}(\Delta s, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} Cov_{mn}(\Delta s, \tau) \cdot e^{-i\omega\tau} d\tau \quad \begin{cases} n = u, v, w \\ \Delta s = \Delta x_f, \Delta y_f, \Delta z_f \end{cases} \quad (4.66)$$

En ingeniería eólica, es común utilizar la frecuencia f en Hz, descrito por la ecuación (4.67):

$$S_{mn}(\Delta s, f) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} Cov_{mn}(\Delta s, \tau) \cdot e^{-2\pi f\tau} d\tau \quad \begin{cases} n = u, v, w \\ \Delta s = \Delta x_f, \Delta y_f, \Delta z_f \end{cases} \quad (4.67)$$

De acuerdo con Strømmen (2010) un espectro cruzado es habitualmente definido por los espectros de un solo punto $S_n(f)$, la función de coherencia $Coh_{nn}(\Delta s, f)$, y el espectro de fase $\varphi_{nn}(\Delta s, f)$, es decir:

$$S_{mn}(\Delta s, f) = S_n(f) \cdot \sqrt{Coh_{nn}(\Delta s, f)} \cdot \exp[i\varphi] \quad \begin{cases} n = u, v, w \\ \Delta s = \Delta x_f, \Delta y_f, \Delta z_f \end{cases} \quad (4.68)$$

Asumiendo un campo de viento regularmente homogéneo y perpendicular al claro de la estructura (considerando una configuración tipo line-like, es decir, tipo línea), el espectro de fase puede despreciarse. Cabe destacar que, en los cálculos de respuesta estructural, se realiza un promedio espacial a lo largo del tramo de la estructura, lo cual provoca la cancelación de las componentes imaginarias y la conservación únicamente de un conjunto doble de componentes reales. Para fines de ingeniería, y con base en resultados obtenidos mediante ensayos en túneles de viento, la mayoría de los modelos teóricos expresan el espectro cruzado

mediante el espectro de un solo punto y la función de coherencia, como se muestra en la ecuación (4.69):

$$S_{nm}(f) = \sqrt{S_{nn}(f) \cdot S_{mm}(f)} \cdot Coh_{nm}(f) \text{ donde } n, m = u, v, w \quad (4.69)$$

Donde n, m son puntos cualesquiera del dominio de cálculo, f la frecuencia considerada dentro del rango de frecuencias establecidas, S_{nn}, S_{mm} son los espectros cruzados en $(m/s)^2/Hz$ entre las componentes turbulentas, $Coh_{nm}(f)$ es la función de coherencia que representa el valor absoluto del espectro cruzado normalizado.

Con base en las suposiciones del párrafo anterior, y dado que el espectro de fase puede despreciarse en estructuras tipo línea horizontal, es posible definir el co-espectro normalizado considerando que el espectro de un solo punto $S_n(f)$ es conocido y tomando únicamente la parte real del espectro cruzado (Strømmen, 2010):

$$\hat{Co}_{nn}(\Delta s, f) = \frac{Re[S_{nn}(\Delta s, f)]}{S_n(f)} \begin{cases} n = u, v, w \\ \Delta s = \Delta x_f, \Delta y_f, \Delta z_f \end{cases} \quad (4.70)$$

El co-espectro normalizado [también conocido como coherencia (Rosales, 2018)] tiende a disminuir conforme aumenta la distancia entre dos puntos. Esta reducción está vinculada al tamaño característico de los vórtices turbulentos, el cual puede estimarse mediante la relación entre la velocidad media del viento y la frecuencia. Bajo condiciones homogéneas, una primera aproximación del co-espectro puede expresarse de la siguiente manera:

$$Co_{nn}(\Delta s, f) = \exp\left(-c_{ns} \cdot \frac{f \cdot \Delta s}{\bar{U}(z_f)}\right) \begin{cases} n = u, v, w \\ s = x_f, y_f, z_f \\ \Delta s = \Delta x_f, \Delta y_f, \Delta z_f \end{cases} \quad (4.71)$$

Donde:

$$c_{ns} = \begin{cases} c_{uy_f} = c_{uz_f} \approx 9 \\ c_{vy_f} = c_{vz_f} = c_{wz_f} \approx 6 \\ c_{wz_f} \approx 3 \end{cases} \quad (4.72)$$

Bajo condiciones isotrópicas, Krenk propuso una expresión aplicable a la componente longitudinal u del viento, la cual permite aproximar el comportamiento del co-espectro normalizado en función de la distancia entre puntos y la frecuencia:

$$\hat{Co}_{uu}(\Delta s, f) = \left(1 - \frac{\kappa \cdot \Delta s}{2}\right) \cdot \exp(-\kappa \cdot \Delta s) \quad (4.73)$$

Donde

$$\kappa = \left[\left(\frac{2\pi f}{\bar{U}} \right) + \left(\frac{1}{1.34 \cdot x_f L_u} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (4.74)$$

Davenport propone determinar el co-espectro mediante la ecuación (4.75), sin embargo, Davenport no hace distinción entre las direcciones (Rosales, 2018):

$$\hat{C}_{o_{uu}}(\Delta s, \omega) = \exp\left(-\frac{\lambda \omega \Delta s}{2\pi \bar{U}}\right) \quad (4.75)$$

donde λ es una constante cuyo valor varía entre 7 y 10, siendo comunmente adoptado 10, ω es la frecuencia angular en rad/s, Δs separación entre tramos, $\bar{U}$ es la velocidad media del viento.

4.6.6 Función de coherencia

En estructuras de superficie reducida sometidas a la acción del viento, suele adoptarse la hipótesis de cargas completamente correlacionadas, bajo la cual se asume que cada punto experimenta las mismas fluctuaciones de velocidad del viento incidente. Sin embargo, en el caso de estructuras de gran escala, esta suposición resulta poco realista, ya que las fluctuaciones espaciales del campo de velocidades deben ser relacionadas. Para ello, se emplea la función de coherencia espacial, la cual permite establecer la correlación entre las velocidades en distintos puntos, tanto en el dominio temporal como en el frecuencial (Castro *et al.*, s/f) .

Los componentes de turbulencia ortogonales entre sí se consideran generalmente como estadísticamente no correlacionados. Por lo tanto, es necesario complementar el modelo de turbulencia mediante esta función aplicada a dos puntos distintos (i, j). Su valor es máximo, igual a la unidad, cuando ambos puntos coinciden espacialmente, y decrece progresivamente hacia cero conforme la distancia entre ellos aumenta. Davenport en 1961 introduce por primera vez la siguiente expresión:

$$Coh_{i,j}(f) = \exp\left[\frac{-2 \cdot f \cdot \sqrt{C_{nx}^2 (x_i - x_j)^2 + C_{ny}^2 (y_i - y_j)^2 + C_{nz}^2 (z_i - z_j)^2}}{\bar{U}(z_i) + \bar{U}(z_j)}\right] \quad (4.76)$$

donde $n=u, v, w$

donde C_{nx}, C_{ny}, C_{nz} son los coeficientes adimensionales de decaimiento establecidos experimentalmente. Para fines de diseño es usual considerar: en la dirección longitudinal $C_{nx} = 8$, en la dirección transversal $C_{ny} = 16$, en la dirección vertical $C_{nz} = 10$; $\bar{U}$ la velocidad media del viento, x, y, z coordenadas espaciales de los puntos considerados.

La ecuación (4.76) tiene la ventaja de ser una expresión simple, pero incorpora dos inconsistencias (Fiskum, 2012):

1. La función de coherencia es positiva en todo el rango de separación entre dos puntos, lo que implica que su integral sobre el plano perpendicular a la velocidad media del viento también arroja un valor positivo. Sin embargo, este comportamiento entra en conflicto con la definición de los componentes turbulentos, los cuales, por naturaleza,

deben tener un valor medio igual a cero. Esta inconsistencia ha sido objeto de análisis en estudios sobre la representación espectral de la turbulencia.

2. Si bien el co-espectro normalizado tiende a acercarse a la unidad en el rango de frecuencias bajas, esta aproximación no siempre resulta válida. En estructuras sometidas a la acción del viento, es común observar una falta de correlación incluso en frecuencias pequeñas, especialmente cuando la separación entre puntos es comparable o mayor al tamaño promedio de las ráfagas. En tales casos, la función de coherencia no alcanza valores cercanos a uno, lo que refleja una pérdida de correlación espacial. Además, el comportamiento de la función de coherencia en condiciones de bajas frecuencias y grandes separaciones puede tener un impacto significativo en la respuesta dinámica de ciertas estructuras.

Para prevenir estas dos inconsistencias, Krenk en 1996 derivó un formato exponencial modificado basándose en la forma generalizada del espectro de Von Kármán (1948) y asumiendo turbulencia isotrópica local que permite diferentes constantes de decaimiento horizontal (C_x) y vertical (C_z).

$$Coh_{i,j}(f) = \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{f_x}{\bar{U}(z)} \sqrt{(C_x r_x)^2 + (C_z r_z)^2} \right) \exp \left(- \frac{f_x}{\bar{U}(z)} \sqrt{(C_x r_x)^2 + (C_z r_z)^2} \right) \quad (4.77)$$

Donde r_n es el valor absoluto de la distancia entre dos puntos $r_x = |x_i - x_j|$, $r_z = |z_i - z_j|$ y f_x es la frecuencia modificada obtenida por la ecuación (4.78):

$$f_x = \sqrt{f^2 + \left(\frac{\bar{U}(z)}{2\pi L} \right)^2}, \quad L = \text{Longitud de escala modificada} \quad (4.78)$$

Hansen y Krenk (1999) determinaron un valor de $C_x=C_z=5$ usado en la ecuación (4.77) para la dirección longitudinal. Otro método para determinar la coherencia fue desarrollado por Simiu y Scanlan (Fiskum, 2012), donde definían la expresión como se muestra a continuación:

$$Coh_{i,j}(\omega) = \exp \left(- \frac{\omega}{2\pi} \cdot \frac{C_z r_z}{\frac{1}{2} [\bar{U}(z_i) + \bar{U}(z_j)]} \right) \cdot \exp \left(- \frac{\omega}{2\pi} \cdot \frac{C_x r_x}{\frac{1}{2} [\bar{U}(x_i) + \bar{U}(x_j)]} \right) \quad (4.79)$$

Para la ecuación (4.79) las constantes de decaimiento no dimensionales $C_x=10$ y $C_z=16$. Simiu y Scanlan además proponen la siguiente manera de determinar la función de densidad espectral cruzada:

$$S_{nm}(\omega) = \sqrt{S_{nn}(\omega) \cdot S_{mm}(\omega)} \cdot e^{[-Coh_{nm}(\omega)]} \quad \text{donde } n,m=u, v, w \quad (4.80)$$

Dado que la unidad de frecuencia en estos espectros es Hz, los espectros se dividen por 2π para que la variable de frecuencia pueda cambiarse a $\omega = 2\pi f$, como se utiliza en otras ecuaciones.

En la Figura 4.12 se presentan las funciones de coherencia propuestas por Davenport, Simiu y Scanlan, Krenk y Strømmen, calculadas para un $\Delta s = 5.00 \text{ m}$, una velocidad media $\bar{U}(z) = 32.00 \text{ m/s}$ y una rugosidad del terreno $z_0 = 0.05 \text{ m}$. Tal como se observa, las curvas muestran una evolución muy similar a lo largo del rango de frecuencias, lo cual evidencia que, pese a sus diferencias en formulación matemática y parámetros de ajuste, todas estas expresiones buscan representar un mismo fenómeno físico: la pérdida de correlación espacial de las fluctuaciones turbulentas del viento a medida que aumenta la separación entre puntos y la frecuencia de excitación.

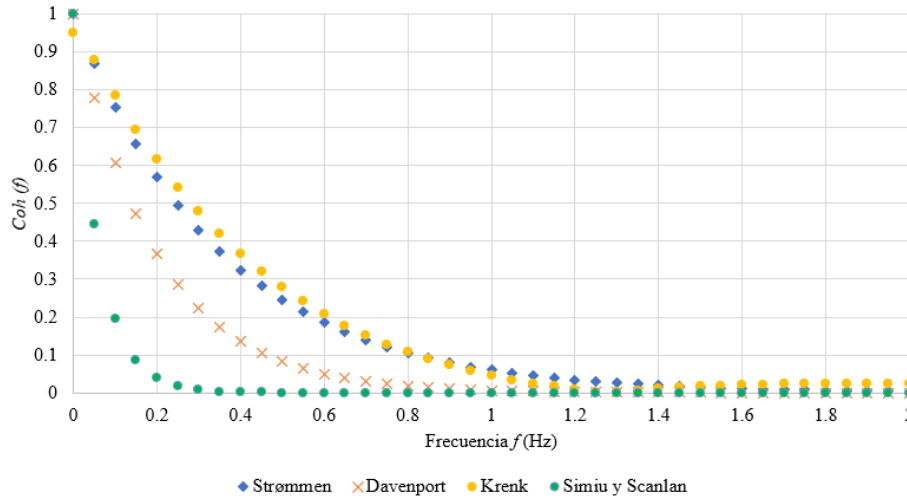


Figura 4.12 Comparación entre modelos de coherencia para componente longitudinal del viento.

Todas las formulaciones presentan la tendencia decreciente de la coherencia con el incremento de la frecuencia y de la distancia entre puntos, lo cual concuerda con la naturaleza del campo turbulento del viento.

La similitud en las curvas confirma que los modelos son consistentes entre sí y que, para aplicaciones prácticas de ingeniería estructural, las diferencias resultan menores dentro del rango de frecuencias de interés.

Las diferencias entre las formulaciones de coherencia espectral se deben principalmente a los parámetros de decaimiento exponencial sugeridos en la literatura. Para generar la función de coherencia longitudinal representada en la gráfica anterior, se han usado los siguientes valores: $C_{ux}=8$ en el modelo de Davenport, $C_{ux}=9$ en Strømmen, $C_{ux}=C_{uz}=5$ en Krenk, y $C_{ux}=10$ y $C_{uz}=16$ en Simiu y Scanlan. Cabe señalar que estos coeficientes representan recomendaciones teóricas o ajustes derivados de estudios previos. En términos prácticos, la elección de una expresión u otra depende más de la disponibilidad de parámetros calibrados y del contexto normativo que de diferencias sustanciales en la representación física del fenómeno.

Una vez determinado el espectro de cada punto dentro del dominio para una componente específica de la velocidad del viento, y calculada la función de coherencia correspondiente entre los puntos i y j , es posible derivar el espectro de densidad cruzada $S_{ij}(f)$ que describe la relación espectral entre dichos puntos. Este procedimiento se aplica de manera individual a cada componente del campo de velocidad del viento, lo que permite obtener tres espectros de densidad cruzada diferenciados: uno en la dirección longitudinal, otro en la dirección lateral y un tercero en la vertical. La elección de estos dependerá del tipo de análisis que se desee llevar a cabo.

4.6.7 Función de admitancia aerodinámica

La función de admitancia aerodinámica (AAF por sus siglas en inglés) puede entenderse como un mecanismo de transferencia que vincula la respuesta de un operador aerodinámico lineal con las perturbaciones del flujo generadas por la propia geometría del cuerpo. Esta función actúa como un corrector dinámico que incorpora los efectos morfológicos del objeto en cuestión, modulando así la interacción entre el flujo incidente y la estructura. Dado que la configuración geométrica influye directamente en dicha interacción, la admitancia aerodinámica varía según el tipo de elemento analizado, presentando características distintas en estructuras como alas de aeronaves, tableros de puentes o vehículos en desplazamiento (Rosales, 2018).

Esta función evita la sobreestimación de las cargas eólicas, representa la relación entre la frecuencia de ráfaga y el área de influencia de la estructura, la relación entre el efecto de la ráfaga del viento a una cierta frecuencia y las dimensiones efectivas de la estructura.

En la literatura se pueden encontrar diferentes propuestas que intentan representar adecuadamente esta función, entre ellas se encuentran la función de admitancia aerodinámica generalizada tridimensional con un número de onda [3D one-wave-number AAF (k_1)], la función de admitancia aerodinámica tridimensional con dos números de onda [3D two-wave-number AAF (k_1, k_2)].

Originalmente, Sears en 1941 propuso una teoría aerodinámica linealizada para calcular el lift (fuerza de sustentación generada perpendicular al flujo de aire debido a diferencias de presión sobre el perfil) no estacionario que actúa sobre un perfil delgado (banda 2D) sometido a una ráfaga sinusoidal unidimensional, lo que dio lugar a la conocida función de admisión aerodinámica bidimensional (2D AAF), es decir, la función de Sears. Sin embargo, la función 2D AAF se utiliza comúnmente como función de transferencia de la carga inducida por ráfagas en el dominio temporal, la cual se define como la transformada inversa de Fourier de la AAF (Li *et al.*, 2018).

Cuando la longitud de onda a lo largo del claro es infinita, es decir, $k_2 = 0$, la 3D AAF de dos números de onda se reduce a la 2D AAF, correspondiente a la sección bidimensional en ráfagas completamente correlacionadas transversalmente. Por lo tanto, la función de Sears se

considera la solución particular para la 3D AAF de dos números de onda de un ala delgada en ráfagas sinusoidales bidimensionales.

En el caso de cuerpos no aerodinámicos, como los tableros de puentes, las funciones de admisión aerodinámica teóricas mencionadas anteriormente no logran describir adecuadamente las características no estacionarias de las fuerzas de buffeting, debido a la separación del flujo en los bordes afilados o abruptos. Por lo tanto, es necesario desarrollar un modelo adecuado de carga por ráfagas para identificar experimentalmente la función de admitancia aerodinámica (AAF). Para simplificar el modelo tradicional de carga por ráfagas con un solo número de onda, se suele introducir la hipótesis de la teoría de bandas (strip-theory) propuesta por Fung en 1969, que asume que la distribución espacial de las fuerzas puede representarse mediante la distribución de la turbulencia [Davenport (1962); Scanlan (1978), como es mencionado en Li *et al.*, (2018)].

Sin embargo, en el caso de puentes de gran claro, el ancho del tablero aerodinámico ($\approx 20\text{--}50$ m) se aproxima a las escalas de longitud características de las ráfagas verticales ($\approx 30\text{--}50$ m). Esto provoca que la hipótesis de bandas deje de ser válida, debido a los efectos tridimensionales de la turbulencia que no pueden ser capturados adecuadamente por modelos bidimensionales. Por lo tanto, se propone un enfoque generalizado para obtener numéricamente la función de admisión aerodinámica tridimensional (3D AAF), definida en términos de dos números de onda, mediante ensayos en túnel de viento.

No obstante, esta solución numérica difícilmente puede incorporar los efectos de la longitud característica del tablero del puente y la escala de longitud de las ráfagas, lo cual también limita su aplicabilidad práctica en contextos de ingeniería. En contraste, el modelo tradicional de carga por ráfagas con un solo número de onda constituye un enfoque empírico que, debido a las simplificaciones adicionales asumidas, carece de una representación física interna más profunda.

Una limitante importante del modelo tradicional de carga por ráfagas con un solo número de onda es que tanto la correlación en dirección del vano como la función de admisión aerodinámica tridimensional (3D AAF) se tratan como parámetros independientes, lo que obliga a ajustarlos por separado a partir de datos experimentales. Este enfoque, de carácter empírico, carece de fundamentos físicos más profundos debido a las simplificaciones adicionales que se asumen.

Aunque algunas soluciones para la función de admitancia aerodinámica se han desarrollado mediante ensayos en túnel de viento, su implementación en aplicaciones de ingeniería resulta poco práctica. Para superar esta dificultad, se ha propuesto ajustar los resultados experimentales mediante una función empírica con dos variables. No obstante, este método sigue siendo complejo por la introducción simultánea de dos variables.

Por lo general, la función de admitancia aerodinámica tridimensional (3D AAF) con un número de onda y la coherencia de la fuerza de turbulencia se ajustan por separado a los resultados experimentales. Aunque este procedimiento es común, está demostrado que ambos parámetros no son independientes, sino que mantienen una relación compleja entre sí, lo que dificulta su tratamiento aislado y puede afectar la consistencia del modelo.

Para abordar este problema, se introducen algunas simplificaciones necesarias. En primer lugar, se desprecia la contribución de la componente longitudinal (u) de la turbulencia ($\alpha = 0$), bajo el supuesto de que los efectos de la separación del flujo sobre el comportamiento inestable de las fuerzas de turbulencia pueden ignorarse cuando la escala de longitud de las fluctuaciones del viento es comparable al ancho de la sección transversal. Es importante destacar que esta suposición requiere especial atención en condiciones de alta o baja intensidad turbulenta. Finalmente, la precisión de las funciones de admitancia en forma cerrada depende en gran medida del modelo de coherencia adoptado.

Se puede notar que las funciones de admitancia aerodinámica para secciones transversales han sido desarrolladas teóricamente, pero presentan una considerable complejidad matemática. Debido a ello, han surgido expresiones aproximadas que permiten simplificar su aplicación en ingeniería, como la formulación propuesta por Liepmann (Strømmen, 2010).

$$A_{mn}(\omega) = \frac{1}{(1 + a_{mn}B\omega/\bar{U})^{b_{mn}}} \quad (4.81)$$

Donde a_{mn} y b_{mn} son las constantes dependientes de la sección transversal.

Davenport planteó que el comportamiento aerodinámico del tablero de un puente presenta similitudes con el ala de un avión, lo que lo llevó a proponer la utilización de las funciones desarrolladas por Sears para modelar la interacción con el viento. No obstante, estudios posteriores realizados por Jancauskas y Melbourne en 1980 demostraron que es posible obtener una aproximación válida mediante el siguiente ajuste a la función propuesta por Liepmann, la cual se presenta en la ecuación (4.82):

$$\chi(\omega) = \frac{1}{1 + 2\pi^2 \left(\frac{\omega B}{\bar{U}} \right)} \quad (4.82)$$

Donde χ son las constantes dependientes de la sección transversal, ω es la frecuencia angular, B ancho del puente, $\bar{U}$ es la velocidad media del viento.

Para incorporar los efectos de la admitancia aerodinámica en la simulación del viento, se parte de una representación temporal del flujo (con o sin coherencia espacial), la cual se transforma al dominio de la frecuencia mediante la aplicación de la transformada de Fourier. Una vez en dicho dominio, se introduce la función de admitancia aerodinámica, que ajusta la respuesta estructural en función de las características geométricas del cuerpo. Finalmente, se

emplea la transformada inversa de Fourier para retornar al dominio temporal y obtener la señal modificada.

Cabe mencionar que Strommen (2010) propone una metodología que prescinde del uso explícito de la AAF en el proceso de simulación. Sin embargo, en el presente trabajo se opta por asumir que todas las funciones de admitancia aerodinámica son unitarias, siguiendo el criterio adoptado por diversos autores como Hong S. (2009), Munkeby y Hjellvik (2017) y Romstad (2018). Esta decisión se justifica por la imposibilidad de realizar ensayos en túnel de viento, así como por las complicaciones y simplificaciones necesarias para aplicar correctamente dicha función. Aunque esta suposición puede conducir a una sobreestimación de la respuesta estructural frente al fenómeno de buffeting, se considera adecuada dentro del alcance del presente estudio.

4.7 Conclusiones

El estudio del viento sintético permite comprender y modelar sus principales características físicas, desde su origen y velocidad media, hasta propiedades estadísticas avanzadas como los espectros de potencia, coherencia, coespectros y admitancia aerodinámica.

Asimismo, parámetros como la longitud de escala integral y la intensidad de turbulencia, junto con la definición de las tres componentes del viento, constituyen la base para representar de manera realista el campo de viento en simulaciones numéricas. En conjunto, estos elementos proporcionan un marco sólido para analizar la acción del viento sobre estructuras y garantizar la confiabilidad de los modelos empleados en ingeniería eólica.

Es importante señalar que los parámetros presentados en este capítulo deben entenderse como aproximaciones teóricas o empíricas, dado que su determinación precisa enfrenta limitaciones significativas, principalmente relacionadas con la instrumentación disponible y la complejidad de las mediciones experimentales.

4.8 Referencias

- Beckwith, T. G. (Thomas G.) (with Internet Archive). (1982). *Mechanical measurements*. Reading, Mass. : Addison-Wesley Pub. Co.
<http://archive.org/details/mechanicalmeasur0000beck>
- Castro, H., De Bortí, M., & Marighetti, J. (s/f). *Importancia de la coherencia espacial en la simulación numérica del campo de velocidades del viento para análisis dinámicos de estructuras*.
- Escrivão, A. M. (2013). *Acção do vento em seguidores solares*. Universidade Nova de Lisboa.
- Fiskum, J. (2012). *Verification of the Wind Induced Dynamic Response of the Svinesund Bridge in the Time Domain by the use of Autoregressive Simulations* [Maestría]. Norwegian University of Science and Technology.

- Hong, S. (2009). *Time domain buffeting analysis of large span cable stayed bridge* [Mestros en Ingeniería]. Universidade do Porto.
- Huergo, I. (2021). *Control pasivo de vibraciones inducidas por viento en edificios altos con base flexible* [Doctorado]. Universidad Nacional Autónoma de México.
- Jurado, D. (2017). *Simulación estocástica de cargas para análisis dinámico de estructuras en ingeniería civil* [Maestría]. Universidad de Sevilla.
- Li, S., Li, M., & Larose, G. (2018). Aerodynamic admittance of streamlined bridge decks. *Journal of Fluids and Structures*.
- Manwell, J. F., McGowan, J. G., & Rogers, A. L. (2002). *Wind Energy Explained* (2a ed.). John Wiley & Sons.
- Márquez, A. (2013). *Herramienta para la simulación de cargas de viento sobre una estructura y obtención de su respuesta. Aplicación a la torre de un aerogenerador Off-Shore* [Maestría]. Universidad de Granada.
- Munkeby, E., & Hjellvik, H. (2017). *Wind-Induced Response of Long-Span Suspension Bridges Subjected to Span-Wise Non-Uniform Winds: A Case Study* [Maestría]. Norwegian University of Science and Technology.
- Romstad, Å. (2018). *Non-Stationary Buffeting Response of Slender Suspension Bridges* [Maestría]. Norwegian University of Science and Technology.
- Rosales, I. (2018). *Comportamiento de puentes carreteros ante cargas eólicas* [Maestría]. Universidad Nacional Autónoma de México.
- Strømmen, E. N. (2010). *Theory of bridge aerodynamics* (2nd ed). Springer.
- Ubertini, F. (2008). *Wind Effects on Bridges: Response, Stability and Control* [Doctorado]. Universidad de Pavia.

5 Historias sintéticas del viento

5.1 Introducción

La representación y simulación del campo de velocidad del viento ha sido uno de los temas principales de la ingeniería eólica durante las últimas décadas. Generalmente, la opción más sencilla para el cálculo de la fuerza asociada a la acción del viento sobre una estructura es el establecimiento de una fuerza estática equivalente, normalmente multiplicada por algún factor de carga. Esta vía de cálculo es la implementada en la mayoría de las normativas y guías que establecen las características de la acción del viento. Sin embargo, dado que esta metodología simplificada está orientada a su uso en estructuras sencillas, no siempre se puede recurrir al uso de fuerzas estáticas equivalentes para el cálculo de estructuras; en casos de estructuras complejas por su tamaño, por su esquema estructural, por el comportamiento de los materiales o por el comportamiento no lineal de la estructura, puede ser necesario recurrir a la definición de la carga a través de metodologías más completas (Jurado, 2017).

La simulación estocástica de cargas adquiere especial relevancia cuando no es posible contar con mediciones reales en una ubicación específica. En estos casos, contar con una herramienta capaz de generar una secuencia de cargas coherente con las características propias del tipo de estructura analizada resulta fundamental para simplificar y optimizar el proceso de cálculo. La simulación numérica de la velocidad fluctuante del viento es una herramienta utilizada cuando se trata de estudiar el comportamiento dinámico de estructuras bajo la acción de vientos turbulentos.

Con base en la teoría de los procesos estocásticos, en el capítulo anterior se establecieron propiedades estadísticas que permiten caracterizar el comportamiento aleatorio de la velocidad del viento, tanto en el tiempo como en el espacio. Estas propiedades son fundamentales para generar series temporales que representen con fidelidad la variabilidad del viento, especialmente cuando se busca modelar su acción dinámica sobre estructuras.

El método de simulación del viento atmosférico que se desarrolla a continuación se apoya en ese marco conceptual, con el objetivo de reproducir de manera coherente el comportamiento observado en condiciones reales. Asimismo, se procura garantizar una adecuada correspondencia entre los datos simulados y el fenómeno físico que representan. En capítulos posteriores, se abordará el procedimiento para calcular las fuerzas equivalentes derivadas de estas series temporales, como parte integral del análisis estructural.

5.2 Métodos para la generación de cargas de viento

La simulación de cargas eólicas en el tiempo, aunque respaldada por fundamentos teóricos sólidos, implica un proceso exigente debido a la complejidad de los modelos involucrados y a la necesidad de representar con precisión la variabilidad espacial y temporal del viento.

En el contexto del análisis dinámico estructural, no basta con modelar numéricamente la respuesta de la estructura, es indispensable contar con una metodología que permita generar la carga como una señal temporal (Jurado, 2017). Esta señal puede derivarse de modelos teóricos rigurosos, aproximaciones empíricas o mediciones directas del fenómeno atmosférico.

Los enfoques para simular estas señales se agrupan en dos categorías principales (Kareem, 2008):

- Métodos de superposición de ondas: basados en la combinación de funciones trigonométricas.
- Modelos de filtros digitales: fundamentados en el análisis de series temporales.

Los métodos que emplean la superposición de ondas armónicas han sido ampliamente utilizados debido a su relativa simplicidad. Consisten en la superposición de ondas definidas por funciones trigonométricas con distintas frecuencias ω , amplitudes A y ángulos de fase ϕ generados de forma aleatoria para construir una señal que represente el comportamiento del viento. Para optimizar el cálculo de estas sumas, especialmente cuando se manejan numerosos términos, se recurre a la Transformada Rápida de Fourier (FFT). Este enfoque, conocido como método de superposición de ondas de amplitud ponderada (WAWS) o descomposición espectral, requiere como insumo un espectro de potencia teórico y una función de coherencia empírica.

A pesar de su popularidad, el método WAWS puede volverse computacionalmente costoso cuando se incrementa el número de variables o se busca una mayor resolución espectral. La FFT permite mitigar este problema al acelerar el procesamiento de las componentes armónicas (Jurado, 2017).

Por otro lado, los modelos basados en filtros digitales ofrecen una alternativa eficiente para simular procesos aleatorios. Estos modelos se construyen a partir del análisis de las variaciones pasadas de una variable, permitiendo predecir su comportamiento futuro mediante una representación simplificada de su aleatoriedad. Entre los más utilizados se encuentra el modelo autorregresivo (AR), en el cual el valor actual de la variable depende linealmente de sus valores anteriores.

Dentro de las técnicas consolidadas en la literatura especializada destacan el método WAWS, desarrollado por Shinozuka y Jan (1972), y los modelos autorregresivos de medias móviles (ARMA), ampliamente estudiados por Schuëller (1997). Ambos enfoques han sido seleccionados en este trabajo por su precisión, robustez y eficiencia computacional, cualidades que los hacen especialmente adecuados para el análisis dinámico de estructuras. En este capítulo se presenta una comparación entre ambos métodos, examinando sus algoritmos y evaluando su aplicabilidad en distintos escenarios de simulación.

La caracterización de una señal en el dominio de la frecuencia se realiza mediante la función de densidad espectral, la cual describe cómo se distribuye la energía o potencia de la señal entre sus diferentes componentes frecuenciales. Cuando se analiza la relación entre dos procesos estocásticos, se emplea la densidad espectral cruzada, que revela cómo interactúan en el dominio de la frecuencia.

Una propiedad clave de la densidad espectral cruzada es su simetría, lo que permite aplicar la descomposición de Cholesky, una técnica ampliamente utilizada en la simulación de procesos multivariados. Esta descomposición resulta más eficiente que la tradicional LU cuando se trabaja con matrices simétricas. Como alternativa, se puede emplear la descomposición de Schur, que en ciertos casos resulta más atractiva por requerir un menor número de modos en la simulación. Aunque la descomposición de Cholesky también puede lograr este objetivo, es necesario aplicar un truncamiento a sus términos para reducir la complejidad.

En ciertos casos, resulta indispensable convertir una función del dominio de la frecuencia al dominio del tiempo (Rosales, 2018). Por ejemplo, en el análisis de las ecuaciones de aleteo, se requiere conocer las velocidades fluctuantes en el tiempo. No obstante, la densidad espectral, utilizada para caracterizar la turbulencia, se encuentra formulada en el dominio de la frecuencia. Asimismo, las ecuaciones presentadas en el capítulo anterior, que permiten calcular la respuesta ante ráfagas de viento y desprendimiento de vórtices, están expresadas en el dominio de la frecuencia, por lo que es necesario realizar una transformación al dominio del tiempo para obtener los valores máximos.

Para obtener la respuesta en el dominio del tiempo, sin tomar en cuenta la función de coherencia, es necesario transformar el espectro de respuesta utilizando las ecuaciones (3.34) y (3.35), presentadas en el capítulo 3 en su forma discreta (Strømmen, 2010):

$$x(t) = \sum_{k=1}^N [c_k \cdot \cos(\omega_k t + \phi_k)] \quad (3.34)$$

$$S_x(\omega_k) = \frac{c_k^2}{2\Delta\omega_k} \quad (3.35)$$

donde $x(t)$ representa la respuesta en el tiempo, $S_x(\omega_k)$ el espectro de potencia en el dominio de la frecuencia. ω_k la frecuencia angular, t el tiempo, ϕ_k una variable aleatoria entre 0 y 2π , $\Delta\omega_k$ la diferencia de frecuencias.

Despejando la constante c_k de la ecuación (3.35) y sustituyendo en la ecuación (3.34), se puede obtener la respuesta no coherente en el tiempo:

$$x(t) = \sum_{k=1}^N \left[\sqrt{2\Delta\omega_k S_x(\omega_k)} \cdot \cos(\omega_k t + \phi_k) \right] \quad (5.1)$$

5.3 Procedimiento de simulación método de descomposición espectral (WAWs)

La metodología de simulación estocástica basada en la representación espectral, desarrollada por Shinozuka *et al.* en 1990 (Huergo, 2021), para modelar la componente turbulenta longitudinal del viento $u(z, t)$, se fundamenta en tres elementos teóricos esenciales: la velocidad media $\bar{U}(z)$, el espectro de densidad de potencia asociado a la componente $S_u(z, f)$, y la función de coherencia $Coh_{i,j}(f)$ que describe la correlación espacial entre distintos puntos del campo de viento.

El intervalo de muestreo se basa en el teorema de Nyquist y se puede obtener por la siguiente ecuación:

$$\Delta t = \frac{1}{2 \cdot f_u} \quad (5.2)$$

Para definir la frecuencia de muestreo del espectro de potencia $S_u(z, f)$, se emplea la siguiente fórmula:

$$\Delta f = \frac{f_u - f_1}{N_s - 1} \quad (5.3)$$

Donde f_1 y f_u corresponden a los valores extremos de frecuencia establecidos en el ancho de banda $S_u(z, f)$ y N_s es el número de datos discretos [ver ecuación (5.4)].

$$N_s = \frac{T_s}{\Delta t} + 1 \quad (5.4)$$

Donde T_s es la duración total de la señal simulada (generalmente $T_s = 600$ s)

La n -ésima frecuencia dentro del espectro de potencia $S_u(z, t)$ se denota como f_n , donde $n = 1, 2, 3, \dots, m$, y se define que $f_m = f_{m-1} + \Delta f = f_u$. Para asegurar que se incluyan las frecuencias relevantes tanto de las ráfagas de viento como de las vibraciones en estructuras altas, se sugiere establecer el rango del espectro entre $f_1 = 0.001$ Hz y $f_u = 10$ Hz, según lo indicado por Huergo (2021). Bajo esta configuración, se obtiene un intervalo temporal de muestreo de $\Delta t = 0.05$ s y $\Delta f = 8.3325 \times 10^{-4}$ Hz. La matriz de densidad espectral cruzada, correspondiente a N puntos distribuidos en la altura y evaluada en la frecuencia f_n , se expresa como:

$$[S(f_n)] = \begin{bmatrix} S_{u_1, u_1}(f_n) & S_{u_1, u_2}(f_n) & \cdots & S_{u_1, u_N}(f_n) \\ S_{u_2, u_1}(f_n) & S_{u_2, u_2}(f_n) & \cdots & S_{u_2, u_N}(f_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{u_N, u_1}(f_n) & S_{u_N, u_2}(f_n) & \cdots & S_{u_N, u_N}(f_n) \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

$$S_{u_i, u_j}(f_n) = \sqrt{S_u(z_i, f_n) \cdot S_u(z_j, f_n)} \cdot Coh_{i,j}(f_n) \quad (5.6)$$

donde los subíndices i, j varían desde 1 hasta N , $Coh_{i,j}(f_n)$ representa la función de coherencia entre los puntos de interés. Los términos $S_u(z_i, f_n)$ y $S_u(z_j, f_n)$ corresponden al espectro de potencia de $u(z_i, t)$ y $u(z_j, t)$, respectivamente, expresado unidades de $(m/s)^2/Hz$.

Para poder generar series temporales sintéticas que respeten las propiedades estadísticas del campo de viento, es indispensable aplicar la descomposición de Cholesky a la matriz de densidad espectral cruzada correspondiente a la ecuación (5.5) (Huergo, 2021). Este procedimiento permite descomponer dicha matriz en el producto de una matriz triangular inferior $[H(f_n)]$ y su transpuesta conjugada, lo cual facilita la generación de componentes espectrales correlacionados entre distintos puntos de altura. Así, se garantiza que las series simuladas conserven la coherencia espacial y las características espectrales del fenómeno original, de tal manera que:

$$[S(f_n)] = [H(f_n)][H(f_n)]^T \quad (5.7)$$

Donde:

$$[H(f_n)] = \begin{bmatrix} H_{11}(f_n) & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ H_{21}(f_n) & H_{22}(f_n) & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ H_{i1}(f_n) & H_{i2}(f_n) & \dots & H_{ii}(f_n) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{N1}(f_n) & H_{N2}(f_n) & \dots & H_{Ni}(f_n) & \dots & H_{NN}(f_n) \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

Los elementos no nulos de la matriz triangular inferior $[H(f_n)]$ pueden determinarse mediante un conjunto de ecuaciones recursivas originalmente propuesto por Veers (1988), cuya formulación ha sido retomada por Huergo (2021) para su aplicación en el análisis espectral del campo de viento. Este procedimiento permite efectuar la descomposición de Cholesky de la matriz de densidad espectral cruzada de forma eficiente, garantizando la coherencia estadística entre los componentes simulados y preservando las propiedades de simetría y positividad inherentes a dicha matriz.

$$\begin{aligned}
H_{11}(f_n) &= \sqrt{S_{u_1, u_1}(f_n)} \\
H_{21}(f_n) &= S_{u_2, u_1}(f_n) / H_{11}(f_n) \\
H_{22}(f_n) &= \sqrt{S_{u_2, u_2}(f_n) - H_{21}(f_n)^2} \\
H_{31}(f_n) &= S_{u_3, u_1}(f_n) / H_{11}(f_n) \\
&\vdots \\
H_{ij}(f_n) &= \left[S_{u_i, u_j}(f_n) - \sum_{k=1}^{j-1} H_{ik}(f_n) H_{jk}(f_n) \right] / H_{jj}(f_n) \\
H_{jj}(f_n) &= \sqrt{S_{u_j, u_j}(f_n) - \sum_{k=1}^{j-1} H_{jk}(f_n)^2}
\end{aligned} \tag{5.9}$$

Finalmente, la simulación de la componente longitudinal turbulenta puede ser simulado mediante la serie de Shinozuka y Jan (1972) (Castro *et al.*, 2007) está dada por:

$$u(z_i, t) = \sum_{j=1}^N \sum_{n=1}^m |H_{ij}(f_n)| \sqrt{2 \cdot \Delta f} \cdot \cos[2\pi \cdot f_n \cdot t + \phi_{jn}] \tag{5.10}$$

donde $i = 1, 2, 3, \dots, N$ y ϕ_{jn} representa los ángulos de fase aleatorios independientes y uniformemente distribuidos entre 0 y 2π .

La obtención de la descomposición de Cholesky puede derivarse a partir de la ecuación (5.11), bajo el supuesto de que los nodos considerados presentan una distribución espacial equidistante (Rosales, 2018). En consecuencia, el parámetro Δs adopta un valor constante para todos los puntos evaluados.

$$G(\omega) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ C & \sqrt{1-C^2} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ C^2 & C\sqrt{1-C^2} & \sqrt{1-C^2} & 0 & \dots & 0 \\ C^3 & C^2\sqrt{1-C^2} & C\sqrt{1-C^2} & \sqrt{1-C^2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C^{n-1} & C^{n-2}\sqrt{1-C^2} & C^{n-3}\sqrt{1-C^2} & C^{n-4}\sqrt{1-C^2} & \dots & \sqrt{1-C^2} \end{bmatrix} \tag{5.11}$$

La matriz anterior puede ser determinada mediante la aplicación del algoritmo descrito en la ecuación (5.12):

$$g_{j,m}(\omega) = \begin{cases} 0 & \text{si } 1 \leq N < j \leq s \\ C^{|N-j|} & \text{si } j=1, j \leq N \leq s \\ C^{|N-j|}\sqrt{1-C^2} & \text{si } 2 \leq j \leq N \leq s \end{cases} \tag{5.12}$$

Al aplicar la descomposición de Cholesky a la ecuación (5.10), y con el propósito de disponer de una representación que permita obtener la serie en función de la frecuencia angular, dicha expresión puede ser reformulada de la siguiente manera:

$$u(z_i, t) = \sum_{j=1}^N \sum_{n=1}^m |G_{ij}(f_n)| \sqrt{2 \cdot \Delta f \cdot S(f_n)} \cdot \cos[2\pi \cdot f_n \cdot t + \phi_{jn}] \quad (5.13)$$

$$u(z_i, t) = \sum_{j=1}^N \sum_{n=1}^m |G_{ij}(\omega_n)| \sqrt{2 \cdot \Delta \omega \cdot S(\omega_n)} \cdot \cos[\omega_n \cdot t + \phi_{jn}]$$

Es importante tener presente que las simulaciones de velocidad $u(z, t)$, obtenidas a partir de la ecuación (5.13), deben ser sometidas a un proceso de filtrado mediante la función de admitancia aerodinámica. En el contexto del presente estudio, dicha función se considera unitaria. Para aplicar este filtrado, es necesario transformar las series temporales al dominio de la frecuencia utilizando la transformada rápida de Fourier (FFT), multiplicarlas por la función de admitancia aerodinámica, y posteriormente retornar al dominio temporal mediante la transformada inversa de Fourier (IFFT). Finalmente, las velocidades longitudinales totales $U(z, t)$ se obtienen conforme a lo establecido en la ecuación (4.7).

Las simulaciones de la respuesta dinámica de la estructura en las direcciones transversal y vertical se obtienen mediante la misma metodología previamente descrita, con la diferencia de que se emplean espectros experimentales de fuerza en lugar de espectros teóricos de velocidad (Huergo, 2021). Es decir, las fuerzas inducidas por los vórtices son simuladas directamente.

5.3.1 Ejemplo 5.1

Considerando los siguientes datos, realizar mediante el método WAWS la simulación en el dominio del tiempo para tres puntos equidistantes:

Descripción del parámetro	Valor
Altura de interés	$z = 50 \text{ m}$
Velocidad media del viento	$\bar{U}(z) = 35 \text{ m/s}$
Longitud de rugosidad	$z_0 = 0.05 \text{ m}$
Separación	$\Delta x = 30 \text{ m}$
Incremento de frecuencia angular	$\Delta \omega = 0.4$

Utilizar la Función de densidad espectral de potencia longitudinal de Kaimal dado por la ecuación (4.56) y la función de coherencia propuesta por Davenport [ecuación (4.75)], tomando el valor de la constante $\lambda = 10$. Una vez sustituidos los datos correspondientes para la simulación, se emplean las siguientes expresiones para representar el espectro de densidad de potencia y la función de coherencia que serán utilizadas en el ejemplo:

$$S_u(\omega) = \frac{304.01}{(1 + 7.50\omega)^{5/3}}$$

$$Co(\omega) = \exp(-0.05\Delta x\omega)$$

Así mismo se define el radical de la ecuación (5.10) como:

$$a(\omega_i) = \sqrt{2(\Delta\omega)S(\omega_i)}$$

Como primer paso se deben calcular las funciones de densidad espectral, coherencia y radical para los tres puntos seleccionados:

ω	$S(\omega_i)$	$Co(\omega_i)$			$a(\omega_i)$
		0	30	60	
0.4	30.16	1.0000	0.5488	0.3012	4.91
0.8	11.87	1.0000	0.3012	0.0907	3.08
1.2	6.55	1.0000	0.1653	0.0273	2.29

Enseguida se realiza la descomposición de Cholesky de la matriz correspondiente a la frecuencia considerada. Para efectos de claridad y brevedad, se presentará detalladamente el procedimiento aplicado únicamente para la primera frecuencia. En el caso de las dos frecuencias restantes, se mostrará exclusivamente el resultado final obtenido tras aplicar el mismo algoritmo. Cabe señalar que dicho procedimiento puede realizarse de dos maneras. En los casos en que los puntos se encuentren espaciados de forma equidistante, es posible emplear únicamente la función de coherencia determinada mediante la distancia de separación entre puntos Δx y siguiendo el método descrito en la ecuación (5.12), como se muestra a continuación:

- *Primera fila*

$$N = 1, j = 1, s = 3$$

$$j = 1, j \leq N \leq s$$

$$g_{1,1} = C^{|N-j|} = C^{|1-1|} = (0.5488)^0 = 1$$

$$N = 1, j = 2, \dots, s, s = 3$$

$$1 \leq N < j \leq s$$

$$g_{1,2,\dots,s} = 0$$

$$G(\omega = 0.4) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ & & \end{bmatrix}$$

- *Segunda fila*

$$N = 2, j=1, s=3$$

$$j=1, j \leq N \leq s$$

$$g_{2,1} = C^{|N-j|} = C^{|2-1|} = (0.5488)^{|1|} = 0.5488$$

$$N = 2, j=2, \dots, s, s=3$$

$$2 \leq j \leq N \leq s$$

$$g_{2,2} = C^{|N-j|} \sqrt{1-C^2} = 0.5488^{|2-2|} \sqrt{1-(0.5488)^2} = 0.8359$$

$$N = 2, j=3, s=3$$

$$1 \leq N < j \leq s$$

$$g_{2,3} = 0$$

$$G(\omega = 0.4) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0.5488 & 0.8359 & 0 \end{bmatrix}$$

- *Tercera fila*

$$N = 3, j=1, s=3$$

$$j=1, j \leq N \leq s$$

$$g_{3,1} = C^{|N-j|} = C^{|3-1|} = (0.5488)^{|2|} = 0.3012$$

$$N = 3, j=2, \dots, s, s=3$$

$$2 \leq j \leq N \leq s$$

$$g_{3,2} = C^{|N-j|} \sqrt{1-C^2} = 0.5488^{|3-2|} \sqrt{1-(0.5488)^2} = 0.4588$$

$$j = 3$$

$$g_{3,3} = C^{|N-j|} \sqrt{1-C^2} = 0.5488^{|3-3|} \sqrt{1-(0.5488)^2} = 0.8359$$

$$G(\omega = 0.4) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0.5488 & 0.8359 & 0 \\ 0.3012 & 0.4588 & 0.8359 \end{bmatrix}$$

En el caso general en que los puntos no se encuentren igualmente espaciados, el procedimiento consiste en determinar la matriz de densidad espectral cruzada utilizando la ecuación (5.5). Una vez obtenida dicha matriz, se procede a aplicar la descomposición de Cholesky, para lo cual puede emplearse la función nativa de MATLAB, seguida de la matriz

de densidad espectral como argumento. El resultado obtenido mediante este procedimiento se presenta a continuación:

$$S(\omega = 0.4, \Delta s_{ij}) = \begin{bmatrix} 1 & 0.5488 & 0.3012 \\ 0.5488 & 1 & 0.5488 \\ 0.3012 & 0.5488 & 1 \end{bmatrix}$$

$$G(\omega = 0.4) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0.5488 & 0.8359 & 0 \\ 0.3012 & 0.4588 & 0.8359 \end{bmatrix}$$

$$S(\omega = 0.8, \Delta s_{ij}) = \begin{bmatrix} 1 & 0.3012 & 0.0907 \\ 0.3012 & 1 & 0.3012 \\ 0.0907 & 0.3012 & 1 \end{bmatrix}$$

$$G(\omega = 0.8) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0.3012 & 0.9536 & 0 \\ 0.0907 & 0.2872 & 0.9536 \end{bmatrix}$$

$$S(\omega = 1.2, \Delta s_{ij}) = \begin{bmatrix} 1 & 0.1653 & 0.0273 \\ 0.1653 & 1 & 0.1653 \\ 0.0273 & 0.1653 & 1 \end{bmatrix}$$

$$G(\omega = 0.4) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0.1653 & 0.9862 & 0 \\ 0.0273 & 0.1630 & 0.9862 \end{bmatrix}$$

Se genera una matriz de valores aleatorios con dimensiones $N \times m$, donde N representa la cantidad de nodos y m corresponde al número de frecuencias consideradas. Los elementos de dicha matriz se distribuyen uniformemente en el intervalo $[0, 2\pi]$ (Strømmen, 2010), garantizando una cobertura completa del dominio angular.

$$\phi = 2\pi \cdot \begin{bmatrix} 0.7 & 0.6 & 0.3 \\ 0.1 & 0.4 & 0.2 \\ 0.1 & 0.7 & 0.8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4.398 & 3.770 & 1.885 \\ 0.628 & 2.513 & 1.257 \\ 0.628 & 4.398 & 5.027 \end{bmatrix}$$

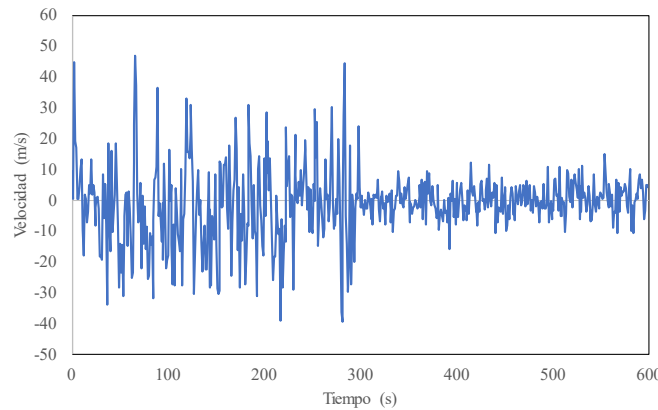
Las series temporales correspondientes a los tres nodos se obtienen mediante la evaluación de la ecuación (5.13), iniciando con los parámetros $j = 1, n = 1$ y $N = 1$. En este contexto, j denota el índice del nodo, n hace referencia a la frecuencia seleccionada, y N indica que la aplicación se realiza sobre el primer nodo del sistema.

$$\begin{aligned}
u_1(z,t) &= \sum_{j=1}^1 \sum_{n=1}^3 |G_{1j}(\omega_n)| \cdot \sqrt{2S_x(\omega_n) \Delta\omega} \cdot \cos(\omega_n t + \phi_{jn}) \\
&= |G_{11}(\omega_1)| \cdot a_1 \cdot \cos(\omega_1 t + \phi_{11}) + |G_{11}(\omega_2)| \cdot a_2 \cdot \cos(\omega_2 t + \phi_{12}) + |G_{11}(\omega_3)| \cdot a_3 \cdot \cos(\omega_3 t + \phi_{13}) \\
&= 4.91 \cdot \cos(0.4t + 4.398) + 3.08 \cdot \cos(0.8t + 3.770) + 2.29 \cdot \cos(1.2t + 1.885)
\end{aligned}$$

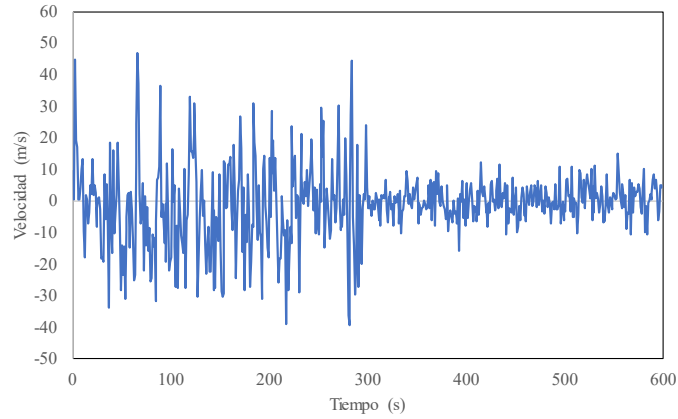
$$\begin{aligned}
u_2(z,t) &= \sum_{j=1}^2 \sum_{n=1}^3 |G_{2j}(\omega_n)| \cdot \sqrt{2S_x(\omega_n) \Delta\omega} \cdot \cos(\omega_n t + \phi_{jn}) \\
&= |G_{21}(\omega_1)| \cdot a_1 \cdot \cos(\omega_1 t + \phi_{11}) + |G_{21}(\omega_2)| \cdot a_2 \cdot \cos(\omega_2 t + \phi_{12}) + |G_{21}(\omega_3)| \cdot a_3 \cdot \cos(\omega_3 t + \phi_{13}) \\
&\quad + |G_{22}(\omega_1)| \cdot a_1 \cdot \cos(\omega_1 t + \phi_{21}) + |G_{22}(\omega_2)| \cdot a_2 \cdot \cos(\omega_2 t + \phi_{22}) + |G_{22}(\omega_3)| \cdot a_3 \cdot \cos(\omega_3 t + \phi_{23}) \\
&= 2.70 \cdot \cos(0.4t + 4.398) + 0.93 \cdot \cos(0.8t + 3.770) + 0.38 \cdot \cos(1.2t + 1.885) \\
&\quad + 4.11 \cdot \cos(0.4t + 0.628) + 2.94 \cdot \cos(0.8t + 2.513) + 2.26 \cdot \cos(1.2t + 1.257)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
u_3(z,t) &= \sum_{j=1}^3 \sum_{n=1}^3 |G_{3j}(\omega_n)| \cdot \sqrt{2S_x(\omega_n) \Delta\omega} \cdot \cos(\omega_n t + \phi_{jn}) \\
&= |G_{31}(\omega_1)| \cdot a_1 \cdot \cos(\omega_1 t + \phi_{11}) + |G_{31}(\omega_2)| \cdot a_2 \cdot \cos(\omega_2 t + \phi_{12}) + |G_{31}(\omega_3)| \cdot a_3 \cdot \cos(\omega_3 t + \phi_{13}) \\
&\quad + |G_{32}(\omega_1)| \cdot a_1 \cdot \cos(\omega_1 t + \phi_{21}) + |G_{32}(\omega_2)| \cdot a_2 \cdot \cos(\omega_2 t + \phi_{22}) + |G_{32}(\omega_3)| \cdot a_3 \cdot \cos(\omega_3 t + \phi_{23}) \\
&\quad + |G_{33}(\omega_1)| \cdot a_1 \cdot \cos(\omega_1 t + \phi_{31}) + |G_{33}(\omega_2)| \cdot a_2 \cdot \cos(\omega_2 t + \phi_{32}) + |G_{33}(\omega_3)| \cdot a_3 \cdot \cos(\omega_3 t + \phi_{33}) \\
&= 1.48 \cdot \cos(0.4t + 4.398) + 0.28 \cdot \cos(0.8t + 3.770) + 0.06 \cdot \cos(1.2t + 1.885) \\
&\quad + 2.25 \cdot \cos(0.4t + 0.628) + 0.88 \cdot \cos(0.8t + 2.513) + 0.37 \cdot \cos(1.2t + 1.257) \\
&\quad + 4.11 \cdot \cos(0.4t + 0.628) + 2.94 \cdot \cos(0.8t + 4.398) + 2.26 \cdot \cos(1.2t + 5.027)
\end{aligned}$$

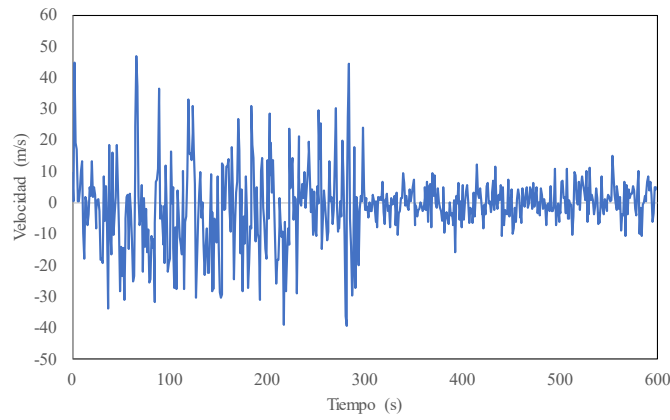
En la Figura 5.1 se ilustra la evolución de la velocidad fluctuante obtenida a partir de la simulación con una duración de 600 segundos para los tres nodos.



a) Historia de velocidades de viento en el nodo uno



b) Historia de velocidades de viento en el nodo dos



c) Historia de velocidades de viento en el nodo tres

Figura 5.1 Velocidad fluctuante longitudinal en cada nodo mediante el método WAWS.

5.4 Procedimiento de simulación método autorregresivo (AR)

Dado que la velocidad del viento se considera una variable aleatoria espacial en el tiempo, puede ser idealizada como un proceso estocástico multivariado y estacionario. Esta caracterización permite aplicar el método autorregresivo (AR), conforme a la ecuación (5.14), para una cantidad M de puntos distribuidos espacialmente, siguiendo el enfoque citado por Rosales (2018), basado en la propuesta de Hong (2009).

$$[u(t)] = \sum_{k=1}^P [\psi_k] [u(t - k \cdot \Delta t)] + [N(t)] \quad (5.14)$$

Donde $u(t)$ corresponde a la matriz de velocidades en el tiempo t , P al orden del modelo autorregresivo AR, ψ a la matriz de coeficientes del mismo modelo; y N , a una variable aleatoria con distribución normal, media cero y varianza igual a uno. Para determinar el valor de ψ , se aplica el operador $u(t - j\Delta t)$ en ambos lados de la ecuación (5.14), lo cual conduce a la obtención de la ecuación (5.15).

$$E\{[u(t)][u(t-j\Delta t)]\} = \sum_{k=1}^P E\{[\psi_k][u(t-k\Delta t)][u(t-j\Delta t)]\} + E\{[N(t)][u(t-j\Delta t)]\} \quad (5.15)$$

Dado que la covarianza entre el proceso estocástico $u(t)$ y $u(t-j\Delta t)$ puede expresarse como $R_u(j\Delta t) = E\{[u(t) - E[u(t)]]\{u(t-j\Delta t) - E[u(t-j\Delta t)]\}\} = E[u(t)u(t-j\Delta t)]$ y considerando que el proceso estocástico $N(t)$ es independiente de la velocidad del viento estocástica $u(t)$, es posible establecer una relación entre la covarianza $R_u(j\Delta t)$ y el coeficiente regresivo $[\psi_k]$ de la siguiente manera:

$$R_u(j\Delta t) = \sum_{k=1}^P [\psi_k] R_u[(j-k)\Delta t] \quad (5.16)$$

Donde R_u representa la matriz de covarianza y $j = 1, 2, \dots, P$. Una vez realizada la transpuesta, la ecuación (5.16) puede reescribirse en forma matricial de la siguiente forma:

$$R = [\bar{R}][\psi] \quad (5.17)$$

Donde:

$$R = [R_u(\Delta t), R_u(2\Delta t), \dots, R_u(P\Delta t)]^T \quad (5.18)$$

$$[\psi] = [\psi_1^T, \psi_2^T, \dots, \psi_P^T]^T \quad (5.19)$$

$$[\bar{R}] = \begin{bmatrix} R_u(0) & R_u(\Delta t) & \dots & R_u[(p-2)(\Delta t)] & R_u[(p-1)(\Delta t)] \\ R_u(\Delta t) & R_u(0) & \dots & R_u[(p-3)(\Delta t)] & R_u[(p-2)(\Delta t)] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ R_u[(p-2)(\Delta t)] & R_u[(p-3)(\Delta t)] & \dots & R_u(0) & R_u(\Delta t) \\ R_u[(p-1)(\Delta t)] & R_u[(p-2)(\Delta t)] & \dots & R_u(\Delta t) & R_u(0) \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

En la que:

$$[R_u(j\Delta t)] = \begin{bmatrix} R_u^{11}(j\Delta t) & \dots & R_u^{1M}(j\Delta t) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ R_u^{M1}(j\Delta t) & \dots & R_u^{MM}(j\Delta t) \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

$$[\psi_j] = \begin{bmatrix} \psi_j^{11} & \dots & \psi_j^{1M} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \psi_j^{M1} & \dots & \psi_j^{MM} \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

Conforme a los principios de la teoría de la vibración aleatoria, la vinculación entre la densidad espectral de potencia y la función de correlación está determinada por el teorema de Wiener-Khinchin (Shuxian, 2009).

$$R_u^{ik}(j\Delta t) = \int_0^\infty S_u^{ik}(f_n) \cos(2\pi \cdot f_n \cdot j\Delta t) df_n \quad (5.23)$$

Donde f_n representa la frecuencia y $S_u^{ik}(f_n)$ indica el espectro de potencia de densidad cruzada.

El análisis de este término puede ser simplificado bajo la suposición de que la componente imaginaria del espectro cruzado resulta insignificante para los fines del presente estudio.

$$S_{ii}(f_n) = \sqrt{S_{ii}(f_n) \cdot S_{jj}(f_n)} \cdot Coh_{ij}(f_n) \quad (5.24)$$

donde $Coh_{i,j}$ es la función de coherencia en los puntos i, j del plano ortogonal a la dirección media del viento. Los procesos aleatorios con distribución normal $N(t)$ pueden derivarse a partir de:

$$[N(t)] = [G][n(t)] \quad (5.25)$$

Donde $[G]$ es obtenida mediante la descomposición de Cholesky de $[R_N] = [G][G]^T$, en donde $[R_N]$ es calculado de la siguiente ecuación, obtenida al multiplicar ambos lados de la ecuación (5.14) por $[u(t)] = [u_1(t), \dots, u_M(t)]^T$:

$$[R_N] = [R_u(0)] - \sum_{k=1}^P [\psi_k] [R_u(k\Delta t)] \quad (5.26)$$

Finalmente, para calcular la velocidad fluctuante se aplica la ecuación (5.27):

$$\begin{bmatrix} u_1(h\Delta t) \\ \vdots \\ u_M(T) \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^P [\psi_k] \begin{bmatrix} u_1(h-k)\Delta t \\ \vdots \\ u_M(T) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} N_1(h\Delta t) \\ \vdots \\ N_M(h\Delta t) \end{bmatrix} \quad (5.27)$$

donde $h \in \{1, 2, \dots, N_p\}$ y $k \in \{1, 2, 3, \dots, p\}$; T tiempo total de la simulación, N_p es la cantidad de puntos a revisar, determinada por el producto $N_p = T \cdot \Delta t$ y Δt es la discretización temporal.

La velocidad final en la dirección longitudinal se determina utilizando la ecuación (4.7), mientras que para la componente vertical se emplea la ecuación (4.9), aplicando en ambos casos el procedimiento previamente descrito.

5.4.1 Descomposición de Schur mediante el modelo AR

En el proceso autorregresivo (AR) utilizado para la simulación de las velocidades fluctuantes del viento, la matriz de covarianza normalizada $[R_N]$ juega un papel fundamental, pues describe la correlación espacial entre los distintos puntos de referencia o nodos del campo turbulento. Tradicionalmente, esta matriz se factoriza mediante la descomposición de Cholesky, expresando su forma como:

$$[R_N] = [G][G]^T \quad (5.28)$$

Donde $[G]$ es una matriz triangular inferior. Esta descomposición permite generar un conjunto de innovaciones correlacionadas espacialmente a partir de un vector de variables aleatorias independientes, garantizando que las propiedades estadísticas del campo simulado sean coherentes con las establecidas por el modelo espectral adoptado.

No obstante, la descomposición de Cholesky puede presentar limitaciones numéricas cuando $[R_N]$ no es estrictamente definida positiva o cuando el tamaño del sistema genera problemas de estabilidad computacional. En estos casos, una alternativa robusta consiste en emplear la descomposición de Schur (Fiskum, 2012), la cual ofrece una formulación general y estable para el tratamiento de matrices simétricas o semidefinidas.

La descomposición de Schur permite expresar la matriz de covarianza como:

$$[R_N] = [Q][T][Q]^T \quad (5.29)$$

donde $[Q]$ es la matriz ortogonal ($Q^T Q = I$) que contiene los vectores propios de $[R_N]$ y $[T]$ representa una matriz triangular superior cuyos elementos diagonales corresponden a los valores propios reales de $[R_N]$.

A partir de esta forma, es posible definir un nuevo factor de correlación:

$$[B] = [Q][T]^{1/2} \quad (5.30)$$

De modo que se cumple:

$$[R_N] = [B][B]^T \quad (5.31)$$

La matriz $[B]$ puede emplearse directamente en lugar de $[G]$ dentro del modelo AR, sin alterar la formulación general del proceso. De esta forma, las ecuaciones de evolución temporal y las matrices de coeficientes autorregresivos $[A_k]$ permanecen invariantes. La diferencia radica únicamente en el método numérico utilizado para obtener la raíz de la matriz de covarianza, sin modificar las propiedades estadísticas del campo simulado.

En consecuencia, el uso de la descomposición de Schur constituye una alternativa viable a la descomposición de Cholesky en la generación de innovaciones correlacionadas espacialmente dentro del modelo AR. Su aplicación resulta especialmente ventajosa en situaciones donde la matriz de covarianza presenta problemas de condicionamiento o donde se busca una mayor estabilidad numérica en la simulación del viento turbulento.

5.4.2 Ejemplo 5.2

Utilizando los datos dados en el Ejemplo 5.1, realizar mediante el método AR la simulación en el dominio temporal para tres puntos equidistantes, utilizando un modelo autorregresivo

de orden $P = 4$, de manera que cada valor de la señal incorpore la dependencia de los cuatro pasos temporales previos:

El primer paso es obtener la correlación mediante la ecuación (5.23), además se considera que $j\Delta t = (P - 1)\Delta t$:

$$R_u = \int_0^{\infty} \frac{304.01}{(1 + 7.5\omega)^{5/3}} \cdot \exp(-0.05\Delta x \omega) \cdot \cos[\omega \Delta t (p - 1)] d\omega$$

El límite superior de la integral se establece en 50, dado que más allá de dicho valor la función integrada presenta valores insignificantes. En consecuencia, truncar la integral en ese punto permite optimizar el proceso de cálculo sin comprometer la precisión significativa del resultado. En la Tabla 5.1 se reportan los valores de correlación obtenidos para distintos escenarios, de Δx para cada R_u . Estos resultados fueron generados utilizando la función integrada “integral” del entorno de Matlab R2017b, la cual permite realizar cálculos numéricos de integración con alta precisión.

Tabla 5.1 Valores de correlación para diferentes Δx .

Δx	R_u
0	120.81
30	73.26
60	58.75

Aplicando la ecuación (5.21), se obtiene la correspondiente matriz de correlación.

$$R_1 = \begin{bmatrix} 120.81 & 73.26 & 58.75 \\ 73.26 & 120.81 & 73.26 \\ 58.75 & 73.26 & 120.81 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} P=1 \\ j=0 \end{matrix}$$

Usando el mismo procedimiento descrito anteriormente se obtiene las matrices para los valores restantes de P mediante la ecuación (5.23) (ver Tabla 5.2) y de esta manera determinar sus matrices correspondientes.

Tabla 5.2 Resumen valores de correlación para distintos Δx y P .

P = 1		P = 2		P = 3		P = 4	
Δx	R_u	Δx	R_u	Δx	R_u	Δx	R_u
0	120.81	0	85.50	0	68.91	0	57.66
30	73.26	30	69.49	30	62.08	30	54.72
60	58.75	60	57.42	60	54.07	60	49.80

$$R_2 = \begin{bmatrix} 85.50 & 69.49 & 57.42 \\ 69.49 & 85.50 & 69.49 \\ 57.42 & 69.49 & 85.50 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} P=2 \\ j=1 \end{matrix}$$

$$R_3 = \begin{bmatrix} 68.91 & 62.08 & 54.07 \\ 62.08 & 68.91 & 62.08 \\ 54.07 & 62.08 & 68.91 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} P=3 \\ j=2 \end{matrix}$$

$$R_4 = \begin{bmatrix} 57.66 & 54.72 & 49.80 \\ 54.72 & 57.66 & 54.72 \\ 49.80 & 54.72 & 57.66 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} P=4 \\ j=3 \end{matrix}$$

Se construye una matriz de correlaciones utilizando un $\Delta t(P - 1) = 4\Delta t$, la cual se empleará posteriormente para aplicar la ecuación (5.18).

$$R_5 = \begin{bmatrix} 49.31 & 48.28 & 45.40 \\ 48.28 & 49.31 & 48.28 \\ 45.40 & 48.28 & 49.31 \end{bmatrix} \quad P\Delta t=4\Delta t$$

Mediante las matrices R_1 a R_4 , y aplicando la ecuación (5.20), se procede a construir la matriz bloque correspondiente. Por motivos de practicidad, a continuación, se muestra únicamente la disposición de los bloques que conforman dicha matriz:

$$\bar{R} = \begin{bmatrix} R_1 & R_2 & R_3 & R_4 \\ R_2 & R_1 & R_2 & R_3 \\ R_3 & R_2 & R_1 & R_2 \\ R_4 & R_3 & R_2 & R_1 \end{bmatrix}$$

La ecuación (5.18) se utiliza como base para el cálculo del vector de correlaciones, mediante la sustitución de las matrices R_2 a R_5 en los términos correspondientes. Esta operación permite obtener el vector de correlaciones de la siguiente manera:

$$R = \begin{bmatrix} R_2 \\ R_3 \\ R_4 \\ R_5 \end{bmatrix}$$

El factor autorregresivo se determina a partir de la ecuación (5.19) al despejar el término ϕ de la ecuación (5.17), en la cual se emplea la matriz inversa de R y se realiza una multiplicación con la propia matriz R :

$$[\psi] = [\bar{R}]^{-1} [R] = \begin{bmatrix} R_1 & R_2 & R_3 & R_4 \\ R_2 & R_1 & R_2 & R_3 \\ R_3 & R_2 & R_1 & R_2 \\ R_4 & R_3 & R_2 & R_1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} R_2 \\ R_3 \\ R_4 \\ R_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ \psi_4 \end{bmatrix}$$

Como resultado de estas operaciones, se generan cuatro matrices de dimensiones $N_p \times N_p$ donde N_p representa el número de nodos considerados para la simulación. Cada una de las matrices ψ_N está asociada a un valor específico de P . En el caso particular analizado, se seleccionó un orden de simulación $P = 4$, lo que conduce a la obtención de las siguientes cuatro matrices:

$$\psi_1 = \begin{bmatrix} 0.5107 & 0.1770 & 0.0782 \\ 0.1640 & 0.4552 & 0.1640 \\ 0.0782 & 0.1770 & 0.5107 \end{bmatrix}$$

$$\psi_2 = \begin{bmatrix} 0.0517 & 0.0169 & 0.0100 \\ 0.0045 & 0.0205 & 0.0045 \\ 0.0100 & 0.0169 & 0.0517 \end{bmatrix}$$

$$\psi_3 = \begin{bmatrix} 0.0111 & 0.0042 & 0.0047 \\ -0.0040 & -0.0069 & 0.0040 \\ 0.0047 & 0.0042 & 0.0111 \end{bmatrix}$$

$$\psi_4 = \begin{bmatrix} 0.0063 & 0.0085 & 0.0110 \\ 0.0036 & -0.0087 & 0.0036 \\ 0.0110 & 0.0085 & 0.0063 \end{bmatrix}$$

Para la obtención de la matriz de covarianza se aplica la ecuación (5.26) por lo que:

$$R_N = R_1 - \psi_1 R_2 - \psi_2 R_3 - \psi_3 R_4 - \psi_4 R_5$$

$$R_N = \begin{bmatrix} 55.24 & 12.53 & 5.969 \\ 12.53 & 53.34 & 12.53 \\ 5.969 & 12.53 & 55.24 \end{bmatrix}$$

A continuación, se realiza la descomposición de Cholesky sobre la matriz R_N , lo cual permite implementar la ecuación (5.25). Este procedimiento se llevó a cabo utilizando la función integrada “chol” del entorno Matlab.

$$[G] = \begin{bmatrix} 7.432 & 0.000 & 0.000 \\ 1.685 & 7.106 & 0.000 \\ 0.803 & 1.572 & 7.220 \end{bmatrix}$$

Se produce una secuencia de valores aleatorios con distribución normal y una desviación estándar igual a uno. Es necesario generar N matrices de números aleatorios con dimensiones

$M \times 1$, donde M representa el número de nodos y N corresponde al número de intervalos Δt considerados en la simulación. En este caso, la duración de la simulación es de 600 segundos y se ha definido $\Delta t = 1$ s, por lo tanto, $N = 600/1 = 600$. A continuación, se presentan las primeras matrices generadas:

$$n_1 = \begin{bmatrix} 0.5377 \\ 1.3419 \\ 0.9840 \end{bmatrix} \quad n_2 = \begin{bmatrix} 1.8339 \\ -0.9884 \\ 0.1012 \end{bmatrix} \quad n_3 = \begin{bmatrix} -2.2588 \\ 1.8179 \\ -0.3627 \end{bmatrix} \quad n_4 = \begin{bmatrix} 0.8622 \\ -0.3744 \\ -0.7388 \end{bmatrix}$$

La velocidad correspondiente al instante $t = 1$ s se determina mediante la ecuación (5.27). Tomando los valores de h y k ambos iguales a 1, se tiene lo siguiente:

$$u(h\Delta t) = \sum_{k=1}^P [\psi_k] u(h-k)\Delta t + [G][n(t)]$$

$$u[1(1)] = \sum_{k=1}^P [\psi_k] u_1(1-1)(1) + \begin{bmatrix} 7.432 & 0.000 & 0.000 \\ 1.685 & 7.106 & 0.000 \\ 0.803 & 1.572 & 7.220 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.5377 \\ 1.3419 \\ 0.9840 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} t=1 \\ h=1 \end{matrix}$$

$$u(1) = [0] + \begin{bmatrix} 2.383 \\ 10.44 \\ 9.646 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.383 \\ 10.44 \\ 9.646 \end{bmatrix}$$

En relación con los cuatro intervalos de tiempo posteriores, se detallan a continuación los cálculos correspondientes:

$$u(h\Delta t) = \sum_{k=1}^P [\psi_k] u(h-k)\Delta t + [G][n(t)] \quad t=2$$

$$u[2(1)] = \sum_{k=1}^P [\psi_k] u(2-k)\Delta t + [G][n(t)] \quad h=2$$

$$u(2) = [G][n_2] + [\psi_1][u(1)]$$

$$u(2) = \begin{bmatrix} 7.432 & 0.000 & 0.000 \\ 1.685 & 7.106 & 0.000 \\ 0.803 & 1.572 & 7.220 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.8339 \\ -0.9884 \\ 0.1012 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.5107 & 0.1770 & 0.0782 \\ 0.1640 & 0.4552 & 0.1640 \\ 0.0782 & 0.1770 & 0.5107 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3.996 \\ 10.44 \\ 9.646 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} t=2 \\ h=2 \end{matrix}$$

$$u(2) = \begin{bmatrix} 18.27 \\ 3.056 \\ 7.736 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
u(h\Delta t) &= \sum_{k=1}^P [\psi_k] u(h-k)\Delta t + [G][n(t)] \\
u[3(1)] &= \sum_{k=1}^P [\psi_k] u(3-k)\Delta t + [G][n(t)] & t=3 \\
u(3) &= [G][n_3] + [\psi_1][u(2)] + [\psi_2][u(1)] & h=3 \\
u(3) &= \begin{bmatrix} -6.051 \\ 15.58 \\ 4.842 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
u(h\Delta t) &= \sum_{k=1}^P [\psi_k] u(h-k)\Delta t + [G][n(t)] \\
u[4(1)] &= \sum_{k=1}^P [\psi_k] u(4-k)\Delta t + [G][n(t)] & t=4 \\
u(4) &= [G][n_4] + [\psi_1][u(3)] + [\psi_2][u(2)] + [\psi_3][u(1)] & h=4 \\
u(4) &= \begin{bmatrix} 7.329 \\ 6.159 \\ -0.002 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

En el punto 5 se tiene:

$$\begin{aligned}
u(5) &= [G][n_5] + [\psi_1][u(4)] + [\psi_2][u(3)] + [\psi_3][u(2)] + [\psi_4][u(1)] & t=5 \\
& & h=5
\end{aligned}$$

En cuanto a las velocidades restantes, se establece lo siguiente:

$$u(h) = [G][n_h] + [\psi_1][u(h-1)\Delta t] + [\psi_2][u(h-2)\Delta t] + [\psi_3][u(h-3)\Delta t] + [\psi_4][u(h-4)\Delta t] + \dots$$

En la Figura 5.2 se ilustra la evolución de la velocidad fluctuante obtenida a partir de la simulación con una duración de 600 segundos para el nodo 1.

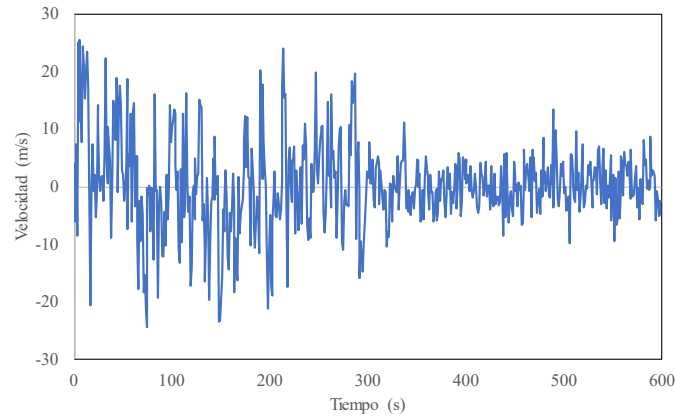


Figura 5.2 Velocidad fluctuante longitudinal en el nodo uno mediante el método AR.

5.5 Conclusiones

El fenómeno que se buscó simular mediante técnicas numéricas demanda un análisis detallado, con el propósito de incorporar en el modelo computacional todos los aspectos relevantes que lo caracterizan. Tradicionalmente, los enfoques basados en la superposición de ondas trigonométricas han sido los más empleados debido a su sencillez conceptual y a la facilidad con la que permiten representar procesos aleatorios. Sin embargo, su elevado costo computacional limita su aplicación en escenarios de gran escala o con múltiples grados de libertad.

En años recientes, los avances en simulación numérica se han orientado hacia la optimización del rendimiento computacional, desarrollando métodos que permiten representar el fenómeno de manera discreta sin sacrificar la fidelidad de los resultados. Dentro de estos enfoques, los métodos basados en filtros digitales destacan por su eficiencia y capacidad para generar campos aleatorios coherentes con menor carga computacional. No obstante, su desempeño depende en gran medida de la correcta elección de los parámetros numéricos, ya que el modelo es sensible a la configuración adoptada.

En este trabajo se implementaron ambos métodos en MATLAB (versión 2017b), siguiendo la metodología descrita en los capítulos posteriores y complementada con lo expuesto en el presente capítulo. Se detallaron las especificaciones técnicas del modelo de generación, haciendo énfasis en los parámetros que más influyen en la estabilidad y precisión de la simulación. Asimismo, en los apéndices de este trabajo se incluyen los scripts desarrollados en MATLAB, donde se documentan los procedimientos empleados en cada una de las simulaciones y se facilita la reproducibilidad de los resultados obtenidos.

Finalmente, se realizó una comparativa entre las metodologías WAWS (Weighted Amplitude Wave Superposition) y AR (Autoregressive). Los resultados obtenidos mostraron que las historias de tiempo generadas por ambos enfoques difieren entre sí, lo cual es esperable, dado que ambos métodos son de naturaleza estocástica y dependen de la generación de números aleatorios. Incluso bajo las mismas condiciones iniciales, las realizaciones específicas pueden variar significativamente. Para reducir esta dispersión y obtener una caracterización más representativa del proceso, se recomienda realizar un conjunto de aproximadamente once simulaciones independientes, de manera que las estadísticas obtenidas (como la media y la desviación estándar) converjan hacia los valores teóricos del proceso. Este número de realizaciones ha mostrado ser suficiente en la práctica para estabilizar los parámetros estadísticos y garantizar una adecuada reproducibilidad del modelo.

5.6 Referencias

- Beckwith, T.G., *et al.* Mechanical Measurements. Ed. Addison-Wesley Publishing Company, Inc. Fifth Edition. U.S.A. 1995.
- Castro, H., De Bortoli, M., Wittwer, A., y Marighetti, J. (2007). Simulación numérica del campo de velocidades del viento atmosférico utilizando el método de representación espectral. 25.
- Fiskum, J. (2012). Verification of the Wind Induced Dynamic Response of the Svinesund Bridge in the Time Domain by the use of Autoregressive Simulations [Maestría]. Norwegian University of Science and Technology.
- Huergo, I. (2021). Control pasivo de vibraciones inducidas por viento en edificios altos con base flexible [Doctorado]. Universidad Nacional Autónoma de México.
- Jurado, D. (2017). Simulación estocástica de cargas para análisis dinámico de estructuras en ingeniería civil [Maestría]. Universidad de Sevilla.
- Manwell, J.F., *et al.* Wind Energy Explained. Theory, Desing and Application. Ed. John Wyle & Sons. New York, U.S.A. 2002.
- Rosales, I. (2018). Comportamiento de puentes carreteros ante cargas eólicas [Maestría]. Universidad Nacional Autónoma de México.
- Shuxian, H. (2009). Time domain buffeting analysis of large-span cable-stayed bridge [Maestría]. Universidad de Porto.
- Strømmen, E. N. (2010). Theory of bridge aerodynamics (2a ed.). Springer.

6 Caso de estudio

6.1 Introducción

La teoría descrita anteriormente se utilizará ahora en un ejemplo concreto, seleccionando para esto el puente denominado “Barranca del Diablo”, analizando diferentes etapas de su construcción (Figura 6.1). El método de construcción tiene una etapa crítica en el momento justo antes de que las vigas en voladizo se conecten a una viga adyacente o al estribo, porque en este punto la capacidad de la pila para resistir momentos de flexión y torsión debe soportar todas las cargas inducidas por el viento durante la construcción (Øien, 2013).

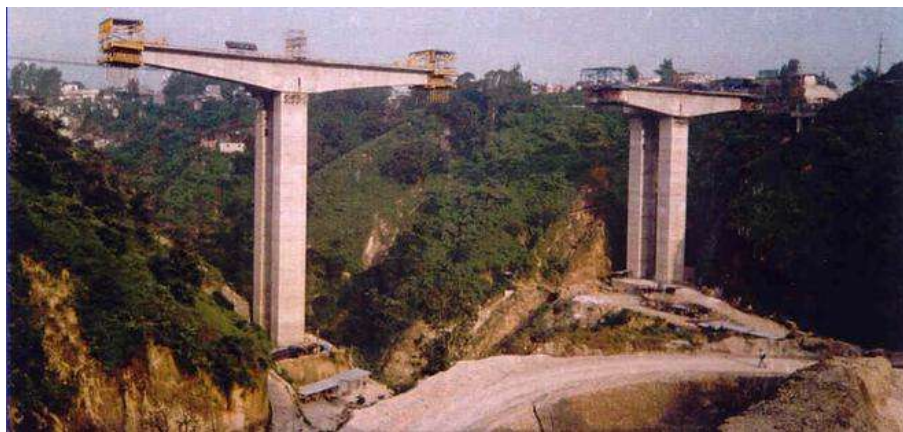


Figura 6.1 Ejemplo de construcción de un puente en voladizos sucesivos (Isunza, 2008).

6.2 Puente Barranca del Diablo

El puente se ha construido con el método “doble volado” este sistema consiste en la construcción por medio de voladizos sucesivos a partir de las pilas y que se unen al centro de los claros por medio de una dovela de cierre. Se caracteriza por tener un trazo parabólico en sentido longitudinal y sección cajón de concreto presforzado para dos carriles de circulación al momento de poner en servicio. Con el fin de optimizar la ligereza del puente, la altura de las dovelas en voladizo se reduce conforme se aproximan al claro central, donde las solicitaciones por momento flector resultan menores.

Se ubica en la barranca del Diablo, en el Municipio de Tepic, muy próximo al límite con el Municipio de San Blas, en el estado de Nayarit, las coordenadas que engloban el sitio de estudio son $21^{\circ}34'15''$ al $21^{\circ}34'35''$ de latitud norte y $-105^{\circ}03'32''$ al $-105^{\circ}03'06''$ longitud oeste, al norte limita con el municipio Jesús María y Santiago Ixcuintla, al sur Jalisco, al este con Santa María del Oro, al oeste con San Blas. En el kilómetro 510+930 con origen en la carretera Tepic-San Blas en el tramo Tepic San Blas en el estado de Tepic, Nayarit, en una carretera tipo A2 según Normas de la S.C.T.

6.2.1 Geometría

La estructura es un puente construido en doble voladizo de tres claros (Figura 6.2 y Figura 6.3), con tramo central de 115.00 m de longitud y tramos extremos con longitud de 70.00 m cada uno, por lo que la longitud total del puente es de 255.00 m (a ejes de estribos).

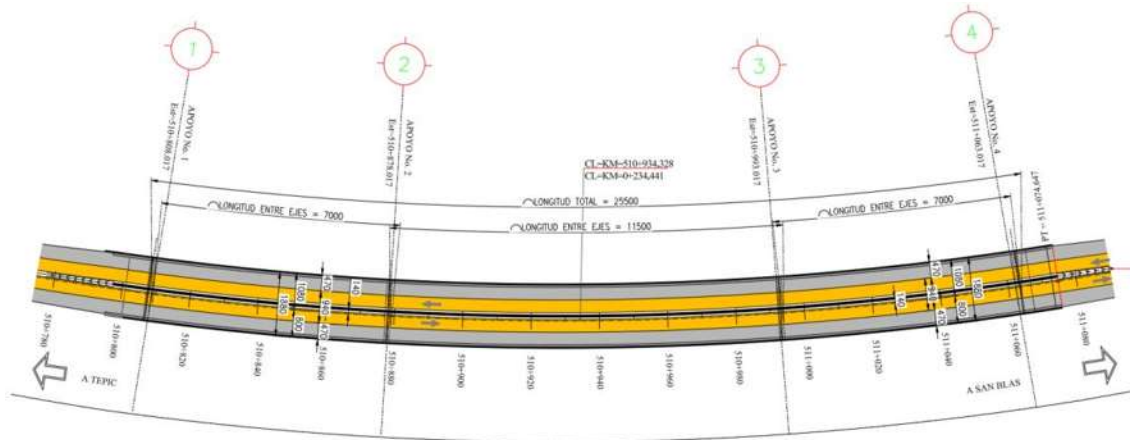


Figura 6.2 Vista en planta puente Barranca del Diablo.

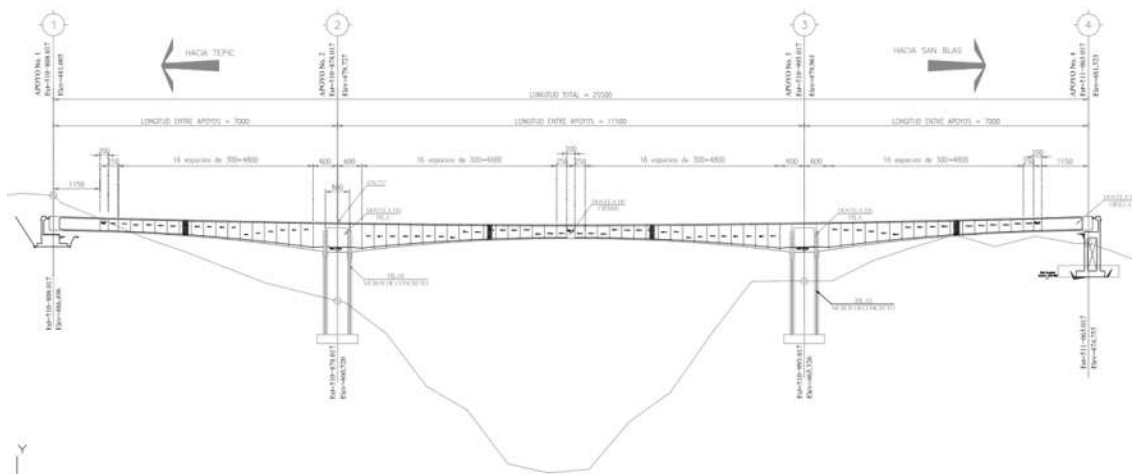


Figura 6.3 Vista transversal puente Barranca del Diablo.

La superestructura está formada por dovelas en sección cajón de 18.80 m de ancho con guarniciones a cada extremo de 0.40 m y una superficie de rodamiento de 9.70 m. El peralte de la superestructura es variable tipo parabólico de 3.40 m en la dovela de cierre, así como de 7.20 m en apoyos intermedios sobre la pila. A lo largo del eje longitudinal del puente, las dovelas presentan una longitud de 12.00 m en la zona ubicada sobre la pila, mientras que las adyacentes alcanzan 3.00 m; esta dimensión se reduce progresivamente en las dovelas cercanas al cierre, con valores de 2.00 m y 1.50 m para la penúltima y la dovela de cierre, respectivamente (Figura 6.4).

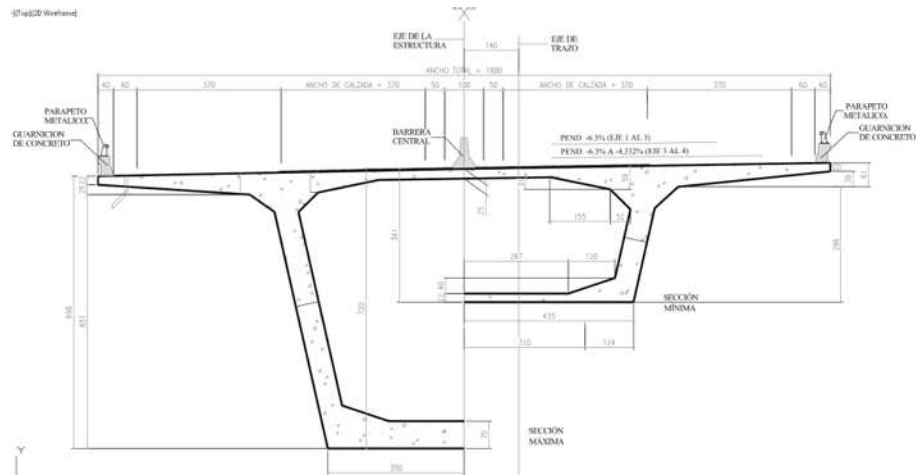


Figura 6.4 Sección transversal de dovelas.

En los extremos, la subestructura se conforma mediante estribos de concreto armado, mientras que en los apoyos intermedios se dispone de pilas de concreto reforzado con configuración de muro doble, las cuales presentan un ancho uniforme de 9.50 m y un espesor de 1.00 m en cada muro (Figura 6.5). La unión entre la subestructura y la superestructura se ha diseñado como un empotramiento, razón por la cual los topes sísmicos se instalan únicamente en los estribos, sin emplearse en las pilas para limitar los desplazamientos transversales.

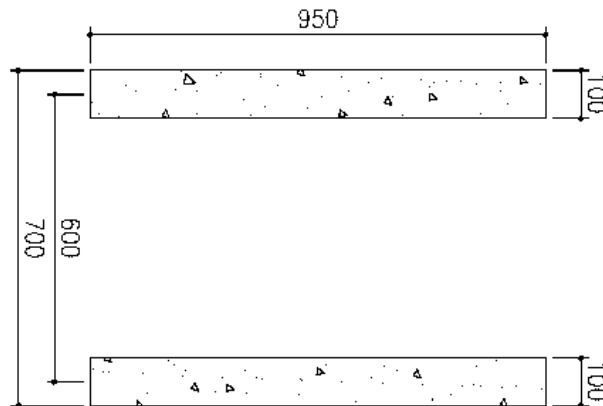


Figura 6.5 Sección transversal columnas.

La construcción del puente se llevó a cabo en un total de 42 etapas (Figura 6.6). En las primeras ocho se ejecutaron las pilas, elaboradas con concreto de resistencia a la compresión $f'c = 250 \text{ kg/cm}^2$. Posteriormente, desde la etapa 9 hasta la 42, se procedió a la fabricación de las dovelas, empleando concreto con una resistencia superior de $f'c = 350 \text{ kg/cm}^2$, y considerando un módulo de elasticidad $E = 15,100\sqrt{f'c(\text{kg/cm}^2)}$.

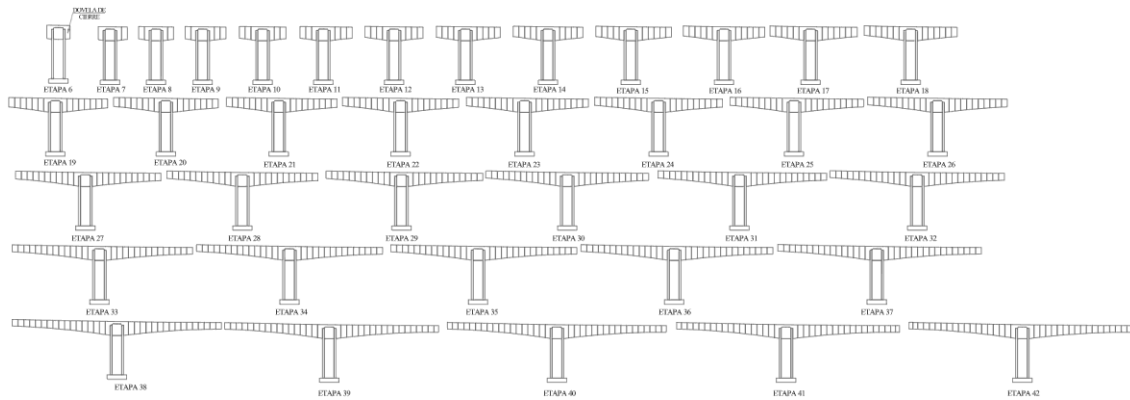


Figura 6.6 Etapas de construcción del puente.

6.3 Hipótesis de trabajo y criterios de simplificación

- Con el fin de aplicar directamente la teoría previamente expuesta, es necesario establecer ciertas hipótesis y simplificaciones. Se considera que el material presenta un comportamiento elástico lineal, y que existe una relación proporcional entre la velocidad del viento, los desplazamientos estructurales y los esfuerzos inducidos.
- Dado que se modela la velocidad del viento como una variable aleatoria con distribución gaussiana, se asume que tanto los desplazamientos como los esfuerzos resultantes también siguen dicha distribución.
- Se adopta como hipótesis que la dirección predominante del viento es perpendicular al eje longitudinal de la viga del puente. Además, se considera que toda la longitud de dicha viga está expuesta al viento turbulento. El efecto del viento sobre las pilas se omite en este análisis.
- Se presupone que la velocidad media del viento se mantiene muy por debajo de los umbrales de inestabilidad aerodinámica, por lo que las frecuencias naturales de la estructura no se ven alteradas por variaciones en dicha velocidad.
- Finalmente, con fines de simplificación, se adopta una altura constante para la elevación del puente, denotada como z_f .
- El eje x se define paralelo a la dirección a lo largo del vano del puente, el eje z es vertical coincidiendo con el eje de la pila y el eje y es perpendicular al plano del puente.

6.4 Modelo de la estructura

Con el objetivo de evaluar la respuesta dinámica de la estructura ante acciones de viento en las direcciones longitudinal, transversal y vertical, se desarrolló un modelo numérico tridimensional en el software SAP2000, enfocando el análisis en la pila correspondiente al eje 3 del puente (Figura 6.7). Este modelo busca representar de manera detallada el comportamiento estructural global y local.

Desde el punto de vista del modelo, la pila se considera empotrada en su base (Ubertini, 2008). Asimismo, se establece una conexión rígida entre la pila y el tablero, garantizando la transmisión completa de esfuerzos internos y evitando desplazamientos relativos entre ambos elementos. Esta hipótesis de conexión asegura la estabilidad global del sistema estructural y permite una representación más realista del flujo de cargas entre los distintos componentes del puente.

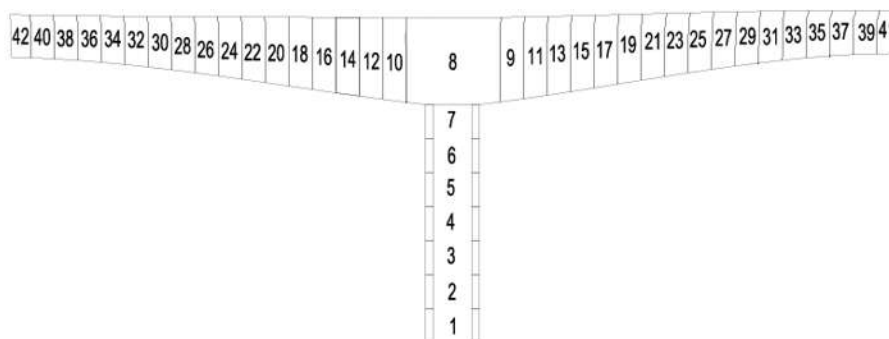


Figura 6.7 Etapas de construcción pila 3 del puente Barranca del Diablo (Bernal, 2013).

Para reproducir adecuadamente el comportamiento dinámico del puente, se requiere un modelo tridimensional completo de elementos finitos que incorpore distintos tipos de elementos, tales como elementos de viga, armadura, placa, sólido y elementos de enlace, con el fin de representar de manera adecuada los diferentes componentes estructurales del puente. En particular, cada una de las etapas constructivas mostradas en la Figura 6.7 fue modelada mediante elementos sólidos discretizados (Figura 6.8), considerando la ligera curvatura presente en el trazado del puente.

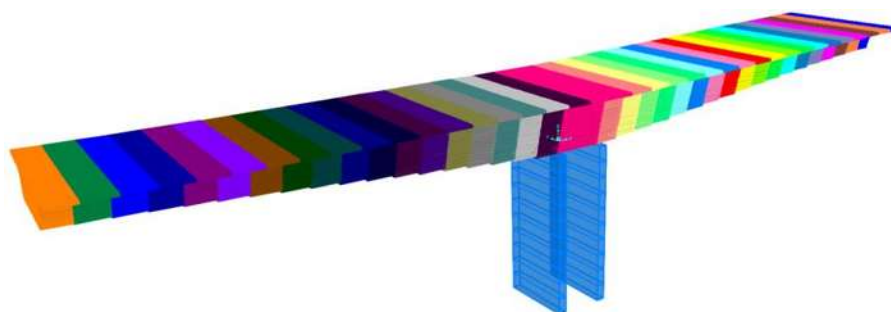


Figura 6.8 Modelo numérico con elementos sólidos.

El uso de elementos sólidos permite capturar con mayor fidelidad la geometría real del tablero, la pila y demás componentes estructurales, así como su distribución de rigidez y masa. En el modelo tridimensional, la masa de la estructura se encuentra distribuida de forma continua en los elementos sólidos, lo que permite representar de manera precisa los efectos inerciales traslacionales y rotacionales.

No obstante, esta discretización conlleva un incremento significativo en el número de grados de libertad del sistema, lo que aumenta considerablemente el costo computacional del análisis dinámico (Shuxian, 2009), especialmente cuando se consideran historias de tiempo prolongadas y múltiples simulaciones de viento como es el caso del presente trabajo.

Cabe destacar que, para que el modelo tridimensional sea mecánicamente consistente, es indispensable garantizar la continuidad geométrica y estructural entre los elementos discretizados. Esto implica que los nodos compartidos entre elementos sólidos mantengan compatibilidad de desplazamientos y rotaciones, asegurando una adecuada transmisión de esfuerzos. Esta condición puede volverse particularmente compleja cuando la estructura presenta secciones variables a lo largo del tablero o de la pila, ya que requiere un cuidado especial en la generación de la malla y en la definición de las propiedades geométricas de cada elemento.

Si bien el modelo tridimensional con elementos sólidos ofrece una representación detallada y físicamente robusta del comportamiento estructural, su elevada complejidad motiva la necesidad de emplear un modelo alternativo simplificado. Dicho modelo debe conservar las características dinámicas esenciales de la estructura, en particular la correcta ubicación del centro de masas y la equivalencia de rigidez, permitiendo así realizar análisis dinámicos de manera más eficiente sin perder representatividad física.

A partir del modelo tridimensional se obtuvieron las propiedades equivalentes de cada dovela del tablero, con el propósito de determinar el centro de masas asociado a cada segmento estructural, el cual resulta fundamental para la correcta aplicación de las fuerzas aerodinámicas generadas mediante las simulaciones de viento descritas previamente.

La definición del centro de masas de cada segmento estructural constituye un aspecto fundamental del modelo simplificado. Para este fin, se emplearon restricciones tipo body en el modelo tridimensional, las cuales permiten forzar el movimiento rígido de un conjunto de nodos respecto a un nodo maestro, facilitando así la determinación del centro de masas equivalente de cada dovela. Este procedimiento fue complementado mediante un ejemplo de cálculo desarrollado de forma manual, con el fin de corroborar la consistencia del centro de masas obtenido y su correcta aplicación en el modelo simplificado, el cual se presenta a continuación:

6.4.1 Ejemplo 6.1

Se considera una sección rectangular hueca cuyas dimensiones geométricas se muestran en la Figura 6.9, a partir de la cual se determina el centro de masas y las propiedades inerciales másicas. Posteriormente, se comparan dichos resultados con los obtenidos en SAP2000 mediante el uso de restricciones tipo body aplicadas a la misma sección.

Tabla 6.1 Propiedades elementos del ejemplo 6.1.

Elemento	Espesor (cm)	Densidad del material (kg/m ³)
1	10.00	4,200.00
2	5.00	4,200.00
3	5.00	4,200.00
4	10.00	4,200.00

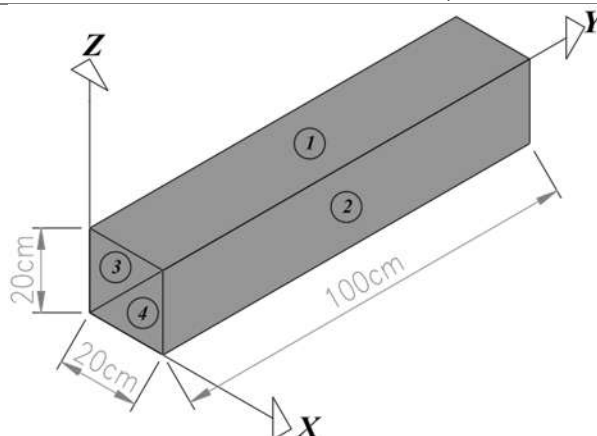


Figura 6.9 Sección rectangular hueca y sistema de referencia utilizado.

La determinación de las propiedades másicas de la sección se realiza con base en la formulación teórica presentada en el libro Mecánica vectorial para ingenieros: Estática (Beer *et al.*, 2011).

➤ Centro de masas

Para cada uno de los elementos que conforman la sección, y aprovechando las condiciones de simetría geométrica, se presentan los cálculos correspondientes para la determinación del centro de masas global de la sección.

→ Elemento lateral 2

Volumen	$V = (1.0m)(0.20m)(0.10m) = 0.02m^3$
Masa	$M = (0.02m^3)(4,200\text{ kg}/m^3) = 84.00kg$
Coordenadas centroide elemento 2	$(0.2m, 0.5m, 0.1m)$

→ Elemento lateral 3

Volumen	$V = (1.0m)(0.20m)(0.10m) = 0.02m^3$
Masa	$M = (0.02m^3)(4,200\text{ kg}/m^3) = 84.00kg$
Coordenadas centroide elemento 3	$(0.0m, 0.5m, 0.1m)$

→ Elemento superior 1

Volumen	$V = (1.0m)(0.20m)(0.05m) = 0.01m^3$
Masa	$M = (0.01m^3)(4,200\text{ kg}/m^3) = 42.00\text{kg}$
Coordenadas centroide elemento 3	$(0.1m, 0.5m, 0.1m)$

→ Elemento inferior 4

Volumen	$V = (1.0m)(0.20m)(0.05m) = 0.01m^3$
Masa	$M = (0.01m^3)(4,200\text{ kg}/m^3) = 42.00\text{kg}$
Coordenadas centroide elemento 3	$(0.1m, 0.5m, 0.0m)$

→ Centro de masas global

$$X_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i x_i}{Masa_{total}} \quad Y_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i y_i}{Masa_{total}} \quad Z_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i z_i}{Masa_{total}}$$

$$Masa_{total} = (84.0\text{kg})(2) + (42.0\text{kg})(2) = 252.0\text{kg}$$

$$X_{CM} = \frac{(84.0\text{kg})(0.2m) + (84.0\text{kg})(0.0m) + (42.0\text{kg})(0.1m)(2)}{252\text{kg}} = 0.1m$$

$$Y_{CM} = \frac{(84.0\text{kg})(0.5m)(2) + (42.0\text{kg})(0.5m)(2)}{252\text{kg}} = 0.5m$$

$$Z_{CM} = \frac{(84.0\text{kg})(0.1m)(2) + (42.0\text{kg})(0.2m) + (42.0\text{kg})(0.0m)}{252\text{kg}} = 0.1m$$

$$CM = (0.1m, 0.5m, 0.1m)$$

En el caso de secciones transversales de material homogéneo y geometría constante, el centro de masas coincide con el centroide geométrico, condición que se verifica mediante el ejemplo presentado.

➤ Momentos masicos de inercia

Una vez determinada la ubicación del centro de masas de la sección, resulta necesario evaluar sus propiedades inerciales máscas, las cuales describen la distribución de la masa respecto a los ejes de referencia. Estas propiedades son fundamentales para la correcta formulación de

los términos inerciales en el análisis dinámico, particularmente en la evaluación de los efectos rotacionales asociados a los movimientos laterales, verticales y torsionales de la estructura.

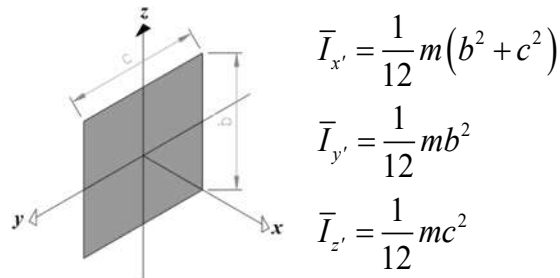
En este contexto, a continuación, se presentan los cálculos correspondientes a los momentos máxicos de inercia de la sección considerada, desarrollados de forma manual con base en los principios de la mecánica clásica, con el propósito de contrastar y validar los resultados obtenidos mediante el uso de restricciones tipo body en el modelo numérico.

$$I_{masica} = \sum_{i=1}^n I_{local_i} + Masa_i (d_{CM})^2$$

$$I_x = \bar{I}_{x'} + m(\bar{y}^2 + \bar{z}^2)$$

$$I_y = \bar{I}_{y'} + m(\bar{z}^2 + \bar{x}^2)$$

$$I_z = \bar{I}_{z'} + m(\bar{x}^2 + \bar{y}^2)$$



❖ Inercia másica I_x , plano YZ

→ Elementos laterales 2 y 3

Inercia elemento	
$I_x = 1/12 m(b^2 + c^2) = 1/12 (84.0kg)(0.2m^2 + 1.0m^2) = 7.28kg \cdot m^2$	
Inercia másica	
$\bar{I}_{x'} = 7.28kg \cdot m^2 + (84.0kg) \left[(0.5m - 0.5m)^2 + (0.1m - 0.1m)^2 \right] = 7.28kg \cdot m^2$	
Inercia total	$\bar{I}_{x'} = 7.28kg \cdot m^2 (2) = 14.56kg \cdot m^2$

→ Elementos superior e inferior 1 y 4

Inercia elemento	
$I_x = 1/12 m(b^2 + c^2) = 1/12 (42.0kg)(1.0m^2 + 0.05m^2) = 3.51kg \cdot m^2$	
Inercia másica	
$\bar{I}_{x'} = 3.51kg \cdot m^2 + (42.0kg) \left[(0.5m - 0.5m)^2 + (0.1m - 0.2m)^2 \right] = 3.93kg \cdot m^2$	
Inercia total	$\bar{I}_{x'} = 3.93kg \cdot m^2 (2) = 7.86kg \cdot m^2$

$$\bar{I}_{x' total} = 14.56 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 + 7.86 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 = 22.42 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

❖ Inercia másica I_y , plano XZ

→ Elementos laterales 2 y 3

Inercia elemento	
$I_y = 1/12 m(b^2 + c^2) = 1/12(84.0 \text{ kg})(0.1 \text{ m}^2 + 0.2 \text{ m}^2) = 0.35 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	
Inercia másica	
$\bar{I}_{y'} = 0.35 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 + (84.0 \text{ kg})[(0.2 \text{ m} - 0.1 \text{ m})^2 + (0.1 \text{ m} - 0.1 \text{ m})^2] = 1.19 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	
Inercia total	$\bar{I}_{y'} = 1.19 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 (2) = 2.38 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

→ Elementos superior e inferior 1 y 4

Inercia elemento	
$I_y = 1/12 m(b^2 + c^2) = 1/12(42.0 \text{ kg})(0.2 \text{ m}^2 + 0.1 \text{ m}^2) = 0.175 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	
Inercia másica	
$\bar{I}_{y'} = 0.175 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 + (42.0 \text{ kg})[(0.1 \text{ m} - 0.1 \text{ m})^2 + (0.1 \text{ m} - 0.2 \text{ m})^2] = 0.595 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	
Inercia total	$\bar{I}_{y'} = 0.595 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 (2) = 1.19 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
$\bar{I}_{y' total} = 2.38 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 + 1.19 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 = 3.57 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	

❖ Inercia másica I_z , plano XY

→ Elementos laterales 2 y 3

Inercia elemento	
$I_z = 1/12 m(b^2 + c^2) = 1/12(84.0 \text{ kg})(1.0 \text{ m}^2 + 0.1 \text{ m}^2) = 7.07 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	
Inercia másica	
$\bar{I}_{z'} = 7.07 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 + (84.0 \text{ kg})[(0.2 \text{ m} - 0.1 \text{ m})^2 + (0.5 \text{ m} - 0.5 \text{ m})^2] = 7.91 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	
Inercia total	$\bar{I}_{z'} = 7.91 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 (2) = 15.82 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

→ Elementos superior e inferior 1 y 4

Inercia elemento	
$I_z = 1/12 m(b^2 + c^2) = 1/12(42.0 \text{ kg})(0.2 \text{ m}^2 + 0.1 \text{ m}^2) = 3.64 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	
Inercia másica	
$\bar{I}_{z'} = 3.64 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 + (42.0 \text{ kg})[(0.1 \text{ m} - 0.1 \text{ m})^2 + (0.5 \text{ m} - 0.5 \text{ m})^2] = 3.64 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	
Inercia total	$\bar{I}_{z'} = 3.64 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 (2) = 7.28 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

$$\bar{I}_{z', total} = 15.82 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 + 7.28 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 = 23.10 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

A continuación, se presenta en la Tabla 6.2 una comparativa en la que se contrastan los resultados obtenidos a partir del desarrollo analítico del ejemplo presentado previamente con aquellos proporcionados por el software SAP2000. Esta comparación tiene como finalidad verificar la consistencia entre el cálculo manual y el modelo numérico, así como validar la correcta determinación del centro de masas y de las propiedades inertiales máscas empleadas en el modelo simplificado.

Tabla 6.2 Verificación de propiedades máscas de la sección rectangular hueca.

Propiedad	Ejercicio analítico	SAP2000	%Error
Centro de masas	$CM = (0.1m, 0.5m, 0.1m)$	$CM = (0.1m, 0.5m, 0.1m)$	0.00%
Inercia máscas eje x	$\bar{I}_{x'} = 22.42 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	$\bar{I}_{x'} = 22.58 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	0.71%
Inercia máscas eje y	$\bar{I}_{y'} = 3.57 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	$\bar{I}_{y'} = 3.47 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	2.80%
Inercia máscas eje z	$\bar{I}_{z'} = 23.10 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	$\bar{I}_{z'} = 23.11 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	0.04%

Cabe mencionar que la precisión de los resultados obtenidos mediante el software depende directamente del nivel de discretización del elemento analizado. A mayor número de elementos discretos, se obtiene una representación más precisa de las propiedades máscas; sin embargo, en elementos con geometría compleja, un refinamiento elevado de la malla conlleva un incremento significativo en el costo computacional.

6.5 Modelo simplificado

Como consecuencia de la elevada complejidad geométrica y computacional del modelo tridimensional descrito, resulta necesario adoptar una idealización alternativa que permita evaluar de manera eficiente la respuesta dinámica global del puente, particularmente bajo acciones de viento. En este contexto, se emplea un modelo estructural simplificado basado en elementos equivalentes tipo viga, comúnmente denominado modelo espina, el cual conserva las propiedades dinámicas fundamentales de la estructura, tales como la rigidez global y la distribución de masa, el cual se puede observar en la Figura 6.10.

En esta idealización, el tablero y la pila se representan mediante elementos tipo frame con propiedades equivalentes obtenidas a partir del modelo tridimensional. La correcta ubicación del centro de masas de cada segmento estructural resulta esencial en este proceso, ya que permite reproducir de manera adecuada los efectos inertiales y el acoplamiento entre los movimientos laterales, verticales y torsionales del sistema.

Debido a la distribución de masa concentrada a ambos lados del eje longitudinal del tablero, el efecto de rotación de la masa de la plataforma puede incorporarse de manera natural en el modelo espina. Este enfoque permite generar acoplamientos entre los modos de vibración

laterales y torsionales mediante la definición de una rigidez torsional pura equivalente, representativa del comportamiento global del tablero.

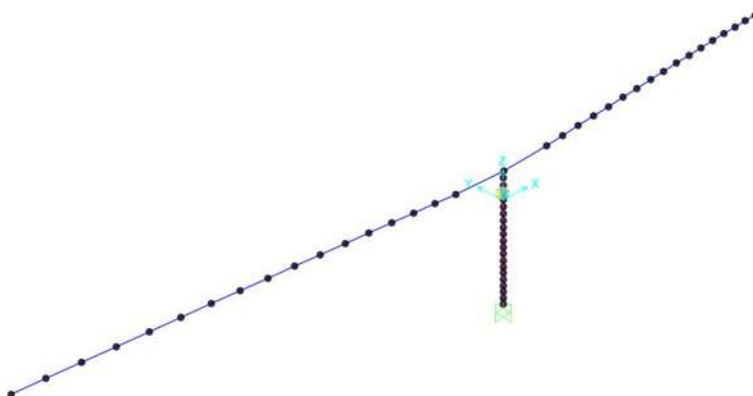


Figura 6.10 Modelo numérico simplificado.

No obstante, la modelación del sistema de tablero mediante modelos simplificados basados en elementos tipo viga presenta ciertas ambigüedades, particularmente en la representación de los modos de vibración lateral y torsional. La idoneidad de este tipo de idealización depende en gran medida de que la equivalencia de rigidez del tablero sea tratada de forma consistente; de lo contrario, las formas modales pueden distorsionarse y conducir a interpretaciones incorrectas del comportamiento dinámico de la estructura (Shuxian, 2009).

En la Figura 6.11 a Figura 6.18, se muestran los cuatro primeros modos de vibración del puente de manera grafica. El primer modo es en dirección horizontal induce un momento de torsión sobre la pila. El segundo modo propio es en la dirección vertical e induce un momento flector en la pila. El tercero también es en dirección vertical, esta vez ambos lados del puente se mueven en la misma dirección induciendo flexión sobre la pila. Finalmente, el cuarto modo presenta un movimiento predominante en la dirección transversal del puente, asociado principalmente a un comportamiento flexional de la pila, con posibles contribuciones secundarias de otros grados de libertad.

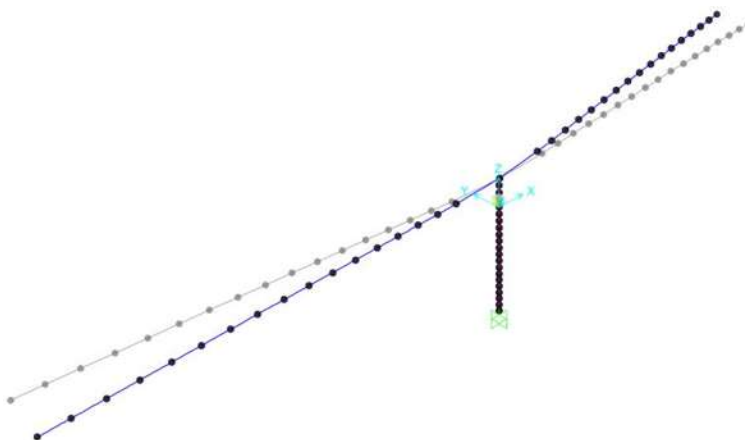


Figura 6.11 Primer modo de vibrar en SAP2000, $T=7.3400$ s, $f=0.1362$ Hz.

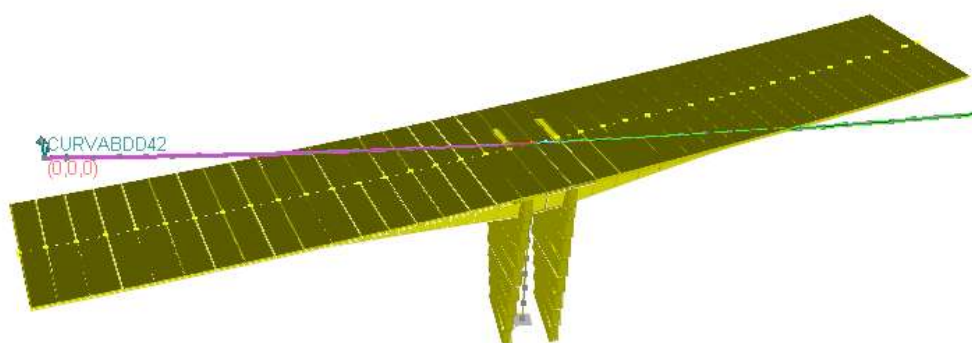


Figura 6.12 Primer modo de vibrar en LARSA 4D, $T=7.2287$ s, $f=0.1400$ Hz.

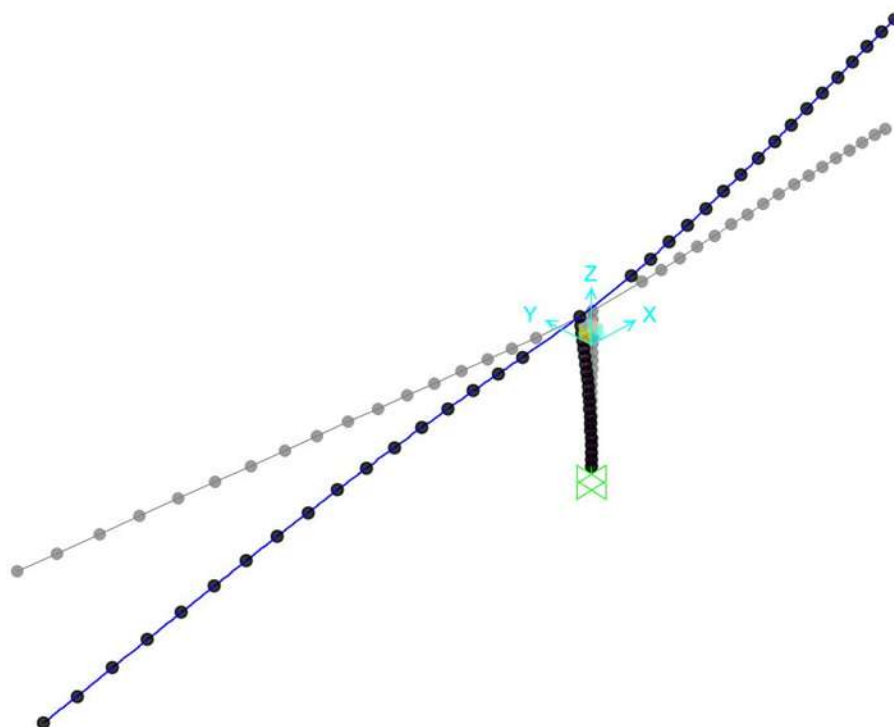


Figura 6.13 Segundo modo de vibrar en SAP2000, $T=1.1070$ s, $f=0.9029$ Hz.

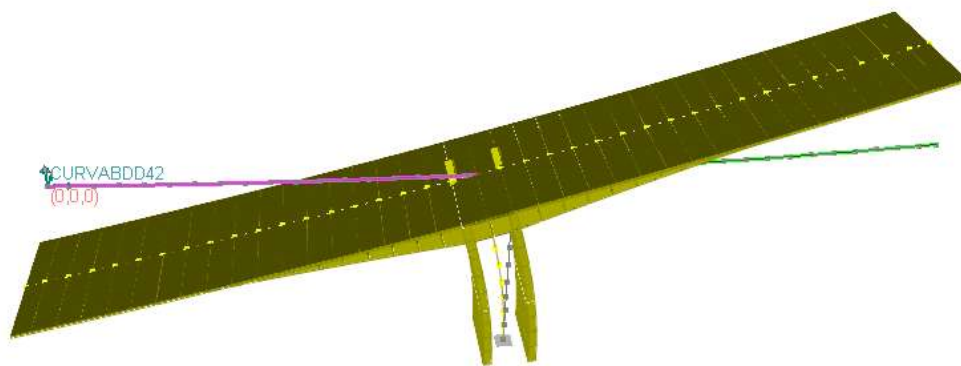


Figura 6.14 Segundo modo de vibrar en LARSA 4D, $T=1.1004$ s, $f=1.000$ Hz.

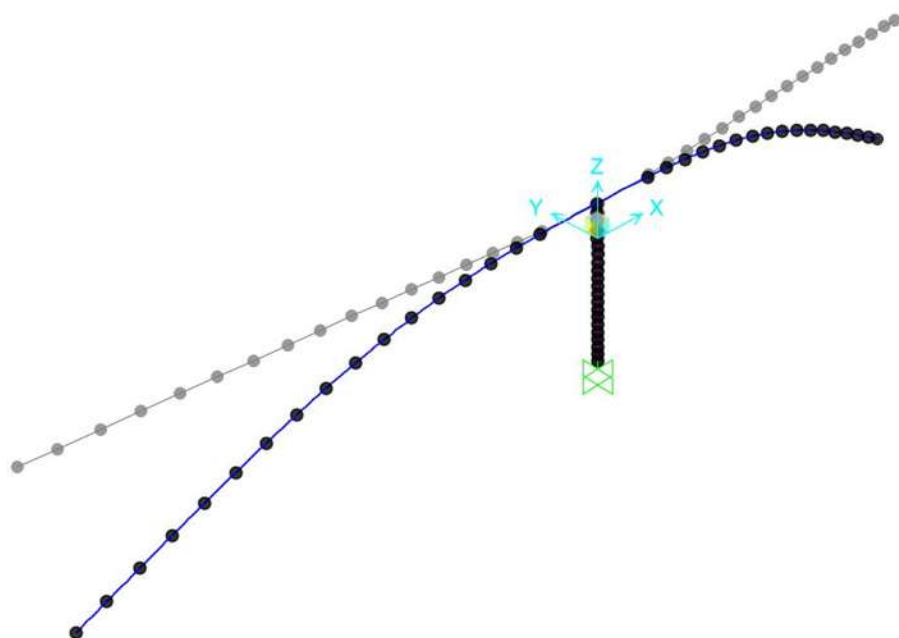


Figura 6.15 Tercer modo de vibrar en SAP2000, $T=0.6271$ s, $f=1.595$ Hz.

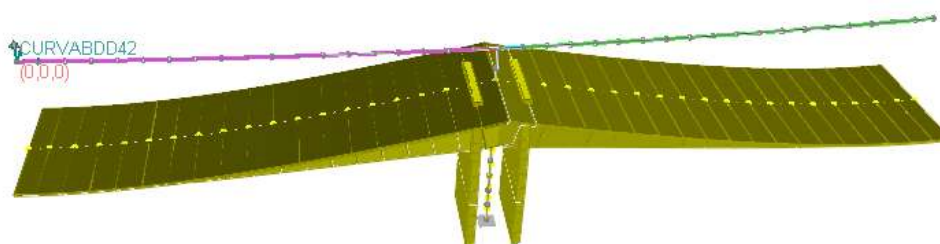


Figura 6.16 Tercer modo de vibrar en LARSA 4D, $T=0.1222$ s, $f=8.1800$ Hz.

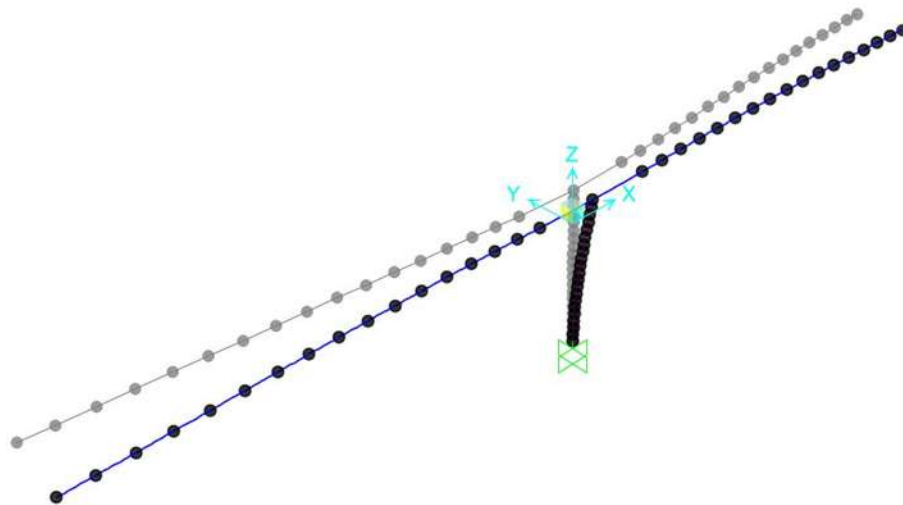


Figura 6.17 Cuarto modo de vibrar en SAP2000, $T=0.5273$ s, $f=1.896$ Hz.

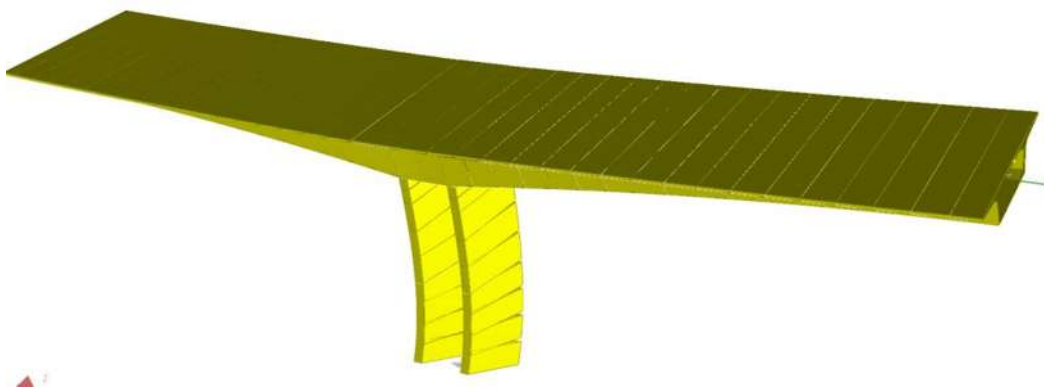


Figura 6.18 Cuarto modo de vibrar en LARSA 4D, $T=0.5895$ s, $f=1.700$ Hz.

Con el fin de corroborar que el modelo simplificado constituye una representación adecuada del comportamiento dinámico del puente, se realizó una comparación de los períodos naturales y de las formas modales obtenidas mediante el software LARSA 4D, el cual se especializa en el análisis de este tipo de estructuras y emplea un modelo que conserva la distribución de masa y las propiedades estructurales originales del puente. La comparación de los períodos permite evaluar la equivalencia dinámica global entre ambos modelos, dado que estos dependen directamente de la relación entre la masa y la rigidez del sistema, mientras que el análisis de las formas modales permite verificar que el patrón de deformación y la participación de los distintos grados de libertad sean reproducidos de manera adecuada por el modelo simplificado. De esta manera, se valida que el modelo espina conserva las características dinámicas fundamentales del puente, justificando su empleo en los análisis dinámicos posteriores.

Dado que la numeración de los modos de vibración puede variar entre modelos con distinta idealización estructural, la comparación modal se realizó considerando la equivalencia física entre las formas modales, atendiendo a la dirección dominante del movimiento y al comportamiento estructural asociado, más que a la numeración estricta de los modos. De esta manera, se establecieron correspondencias directas entre los modos del modelo simplificado y aquellos obtenidos mediante LARSA 4D, permitiendo una evaluación más adecuada de la representatividad dinámica del modelo espina.

En la Tabla 6.3 se presenta la comparación de los períodos y frecuencias correspondientes a los modos de vibración obtenidos mediante SAP2000 y LARSA 4D. Se observa una adecuada correlación para los dos primeros modos dominantes, los cuales concentran la mayor participación modal y gobiernan la respuesta dinámica global del puente (Øien, 2013). Asimismo, el modo identificado como cuarto en el modelo desarrollado en SAP2000 muestra una correspondencia física adecuada con el tercer modo obtenido en LARSA 4D, presentando valores de período cercanos y una forma modal equivalente, lo que confirma la consistencia del modelo simplificado en la representación de este comportamiento dinámico. Por otro lado, el modo asociado a la traslación lateral presenta diferencias más significativas tanto en su período natural como en su orden modal entre ambos modelos, las cuales se atribuyen a las simplificaciones inherentes del modelo tipo espina en la representación de la rigidez lateral y de efectos estructurales locales. Dado que este modo corresponde a un modo de orden superior con menor influencia en la respuesta global de la estructura, dichas discrepancias no comprometen la validez del modelo simplificado para los análisis dinámicos que serán considerados en el presente trabajo.

Tabla 6.3 Comparativa de formas modales entre SAP2000 y Larsa 4D.

Modo de vibrar SAP2000	Periodo (s)	Frecuencia (Hz)	Modo de Vibrar Larsa 4D	Periodo (s)	Frecuencia (Hz)	Error (%)
Primero	7.3400	0.1362	Primero	7.2287	0.1400	1.52%
Segundo	1.1070	0.9029	Segundo	1.0004	1.0000	9.63%
Tercero	0.6271	1.595	Tercero	0.1222	8.1800	80.51%
Cuarto	0.5273	1.896	Cuarto	0.5895	1.700	11.80%

A partir de esta validación, en el siguiente capítulo se analizará la respuesta dinámica del puente en la historia del tiempo, a partir de las fuerzas aerodinámicas obtenidas de las simulaciones numéricas del viento previamente desarrolladas.

6.6 Conclusiones

Este capítulo tuvo como objetivo presentar el puente objeto de estudio y describir el proceso seguido para, a partir de la información geométrica y estructural disponible, desarrollar un modelo numérico en un software de análisis estructural que permitiera evaluar su respuesta

ante cargas de viento. Debido a la presencia de secciones de geometría compleja, la implementación de un modelo detallado mediante elementos sólidos resulta poco viable para la realización de análisis en la historia del tiempo, principalmente por el elevado costo computacional asociado. En consecuencia, se adoptó un modelo simplificado con propiedades equivalentes.

La comparación entre el modelo de referencia desarrollado en LARSA 4D y el modelo simplificado tipo espina implementado en SAP2000 permitió comprobar que este último reproduce de manera adecuada las características dinámicas globales de la estructura, en particular los modos dominantes que gobiernan la respuesta dinámica del puente. Las discrepancias observadas en algunos modos de vibración de orden superior se atribuyen a la naturaleza simplificada del modelo tipo espina y no comprometen su capacidad para representar el comportamiento dinámico global de la estructura. Por lo tanto, el modelo desarrollado se considera adecuado para su aplicación en los análisis dinámicos posteriores, basados en historias de tiempo de cargas inducidas por el viento.

6.7 Referencias

- Beer, F. P., Johnston, R., Coaut, Mazurek, D., coaut, & Eisenberg, E., coaut. (2011). *Mecánica vectorial para ingenieros: Estática [recurso electrónico]*. McGrawHill.
- Bernal, S. (2013). *Comportamiento sísmico-eólico de un puente lanzado en dovelas* [Maestría]. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo.
- Isunza, F. (2008). *Puentes en doble voladizo*. Aplicación de nuevas tecnologías para el desarrollo de proyectos.
- Øien, M. (2013). *Wind Induced Dynamic Response of Concrete Box Girders During a Balanced Cantilevered Construction Stage* [Maestría]. Norwegian University of Science and Technology.
- Shuxian, H. (2009). *Time domain buffeting analysis of large-span cable-stayed bridge* [Maestría]. Universidad de Porto.
- Ubertini, F. (2008). *Wind Effects on Bridges: Response, Stability and Control* [Doctorado]. Universidad de Pavia.

7 Análisis de la respuesta

7.1 Introducción

Es conocido que los avances en la ingeniería han permitido la construcción de puentes de mayor tamaño, flexibilidad y ligereza. Sin embargo, estas características también los hacen más susceptibles a inestabilidades derivadas de la interacción fluido–estructura. Dichas inestabilidades pueden clasificarse en dos grandes categorías: aerodinámicas y aeroelásticas. Las primeras se centran en el estudio de la geometría del puente antes de que ocurra cualquier deformación, mientras que las segundas consideran la interacción entre las fuerzas aerodinámicas y los movimientos estructurales (Pérez, 2008).

En los análisis de respuesta estructural, el comportamiento del sistema se caracteriza por la existencia de un equilibrio dinámico entre la estructura y las fuerzas aerodinámicas actuantes. En contraste, en los problemas de estabilidad aeroelástica, el intercambio de energía entre el movimiento estructural y las fuerzas inducidas por el flujo puede generar un aporte energético neto al sistema, conduciendo eventualmente a la pérdida de estabilidad del estado de equilibrio (Ubertini, 2008).

Cuando la respuesta de un sistema físico está gobernada por un proceso de naturaleza estocástica, la resolución de la ecuación de movimiento requiere incorporar herramientas propias de la teoría de la probabilidad y la estadística (Rosales, 2018). Los fenómenos aeroelásticos más importantes y cuya descripción fue desarrollada en el capítulo 1 del presente trabajo son los siguientes:

- Desprendimiento de vórtices (vortex shedding)
- Galopeo (galloping)
- Aleteo (flutter)
- Respuesta por ráfagas (Buffeting)

7.2 Respuesta a la acción del viento en puentes

En puentes de gran claro, la respuesta estructural frente a la acción del viento constituye uno de los problemas más relevantes desde el punto de vista aeroelástico. La interacción entre el flujo incidente y el tablero genera fuerzas aerodinámicas capaces de inducir vibraciones de distinta naturaleza, cuya importancia depende principalmente del régimen de velocidad media del viento y de las características geométricas y dinámicas de la estructura.

De manera general, la respuesta puede asociarse a tres mecanismos fundamentales: la excitación por ráfagas (buffeting), el desprendimiento de vórtices y las cargas autoinducidas por el propio movimiento estructural. Cada uno de estos fenómenos adquiere mayor relevancia en distintos intervalos de velocidad del viento. Las cargas autoinducidas tienden

a dominar en condiciones cercanas a la inestabilidad aeroelástica; la respuesta por ráfagas resulta significativa en rangos intermedios a altos; mientras que el desprendimiento de vórtices suele manifestarse con mayor intensidad en velocidades relativamente bajas (Øien, 2013).

En condiciones habituales de operación, cuando la velocidad media del viento se mantiene por debajo del umbral crítico de inestabilidad, la respuesta estructural está dominada por la acción de las fluctuaciones turbulentas del flujo, fenómeno conocido como buffeting. La teoría correspondiente, desarrollada inicialmente por Davenport, constituye un marco ampliamente aceptado para la determinación de cargas aerodinámicas en estructuras lineales sometidas a campos de viento turbulento. Su formulación se fundamenta en principios de la dinámica de fluidos, particularmente en la ecuación de Bernoulli, a partir de la cual se describen las variaciones de presión generadas por las fluctuaciones del flujo incidente.

Cuando el viento interactúa con el tablero del puente, las partículas del fluido experimentan cambios tanto en magnitud como en dirección de la velocidad, produciendo distribuciones no uniformes de presión sobre la sección transversal y, en consecuencia, fuerzas aerodinámicas fluctuantes.

A velocidades más elevadas pueden presentarse inestabilidades aeroelásticas, entre las que destacan la divergencia torsional y el flutter (Ubertini, 2008). La divergencia torsional corresponde a una inestabilidad de naturaleza estática, que ocurre cuando el sistema estructural (descrito mediante su conjunto de ecuaciones de movimiento) alcanza una condición crítica en la cual aparece un valor propio doble igual a cero para un determinado valor del parámetro de control, usualmente la velocidad del viento.

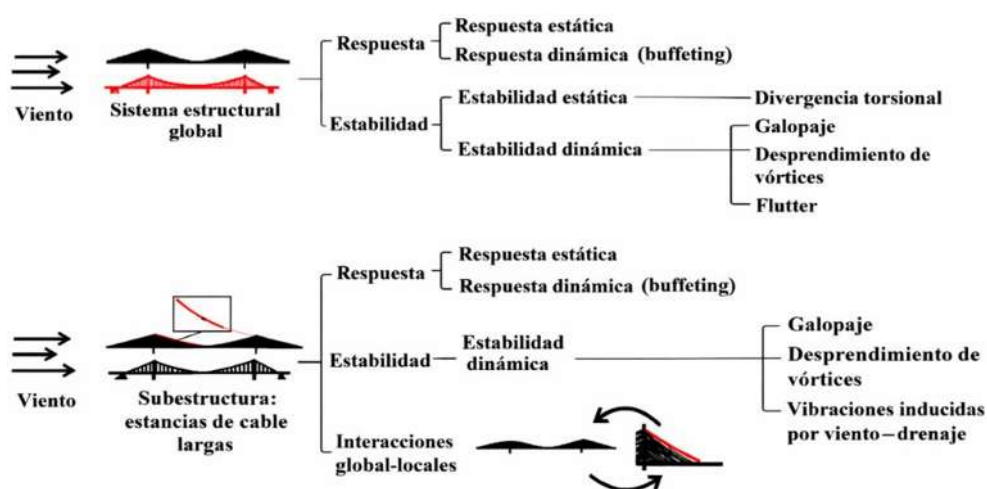


Figura 7.1 Efecto del viento en puentes (Ubertini, 2008).

Por su parte, el flutter constituye una inestabilidad dinámica caracterizada por la aparición de un par de valores propios complejos conjugados cuya parte real se anula en la condición crítica. Esta situación implica la transición hacia un estado de oscilación autosostenida,

típicamente asociada a un movimiento armónico acoplado de flexión y torsión con amortiguamiento efectivo nulo. Dependiendo de la configuración estructural y aerodinámica, también puede presentarse flutter asociado a un único grado de libertad.

Adicionalmente, pueden presentarse fenómenos como el desprendimiento de vórtices y el galopeo en el tablero. El desprendimiento de vórtices se caracteriza por una excitación de banda estrecha asociada a una frecuencia proporcional a la velocidad media del viento y a una dimensión característica de la sección transversal, usualmente su altura D . Ensayos con modelos rígidos han evidenciado que esta excitación se concentra alrededor de una frecuencia específica denominada frecuencia de desprendimiento de vórtices como se muestra en la ecuación (7.1) (Øien, 2013).

$$f_s = St \cdot \frac{U}{D} \quad (7.1)$$

Donde St es el llamado número de Strouhal, dependiendo del tipo de sección transversal, y $f_s = \omega_s/2\pi$.

En estructuras flexibles, la máxima respuesta dinámica tiende a manifestarse cuando dicha frecuencia coincide con alguna de las frecuencias naturales del sistema, generando condiciones de resonancia y un incremento significativo en la respuesta (Ubertini, 2008). En estas circunstancias, el amortiguamiento estructural adquiere un papel determinante en la amplitud final del movimiento.

El galopeo, por su parte, se origina a partir de una asimetría en el campo de flujo alrededor de la sección transversal, lo que puede inducir oscilaciones predominantemente verticales. Cuando el amortiguamiento aerodinámico supera en magnitud al amortiguamiento estructural y actúa en sentido desestabilizante, la amplitud de las oscilaciones puede incrementarse progresivamente, debido a que, para determinadas geometrías, las fuerzas de sustentación pueden contrarrestar el efecto disipativo del amortiguamiento estructural.

Desde el punto de vista aerodinámico, las acciones inducidas por el viento pueden descomponerse en tres fuerzas fundamentales:

- Fuerza de arrastre (drag, D), orientada en la dirección del flujo
- Fuerza de sustentación (lift, L), perpendicular al flujo incidente,
- Momento torsional o de cabeceo (torsional moment, M), responsable de la rotación de la sección alrededor de su eje longitudinal.

Con fines de simplificación, estas acciones (arrastre, sustentación y momento de torsión) pueden expresarse como proporcionales a la presión dinámica o de estancamiento del flujo, introduciendo coeficientes adimensionales que relacionan dichas fuerzas con las características del viento incidente (Romstad, 2008).

$$\mathbf{q}(\mathbf{x}, t) = \begin{Bmatrix} q_D(\mathbf{x}, t) \\ q_L(\mathbf{x}, t) \\ q_M(\mathbf{x}, t) \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \rho V_{rel}^2 \begin{Bmatrix} D \cdot C_D(\alpha) \\ B \cdot C_L(\alpha) \\ B^2 \cdot C_M(\alpha) \end{Bmatrix} \quad (7.2)$$

Donde ρ es la densidad del aire, V_{rel} la velocidad relativa del flujo respecto a la sección, B una dimensión característica (ancho del tablero), D su peralte y C_D, C_L, C_M los coeficientes aerodinámicos dependientes del ángulo de ataque α

La magnitud de estas fuerzas depende principalmente de la velocidad del viento y del ángulo de ataque del flujo incidente, constituyendo la base para la formulación de los modelos de carga empleados en el análisis estructural.

Si la velocidad total del viento tiene intensidad U , e inclinación α respecto a la dirección media, y la sección experimenta una rotación Φ , el ángulo efectivo de ataque puede expresarse como:

$$\alpha_0 = \alpha + \Phi \quad (7.3)$$

En el caso más general, las fuerzas aerodinámicas se modelan como la suma de tres contribuciones: cargas en estado estable, cargas debidas a las fluctuaciones turbulentas o buffeting y cargas autoexcitadas asociadas al movimiento estructural.

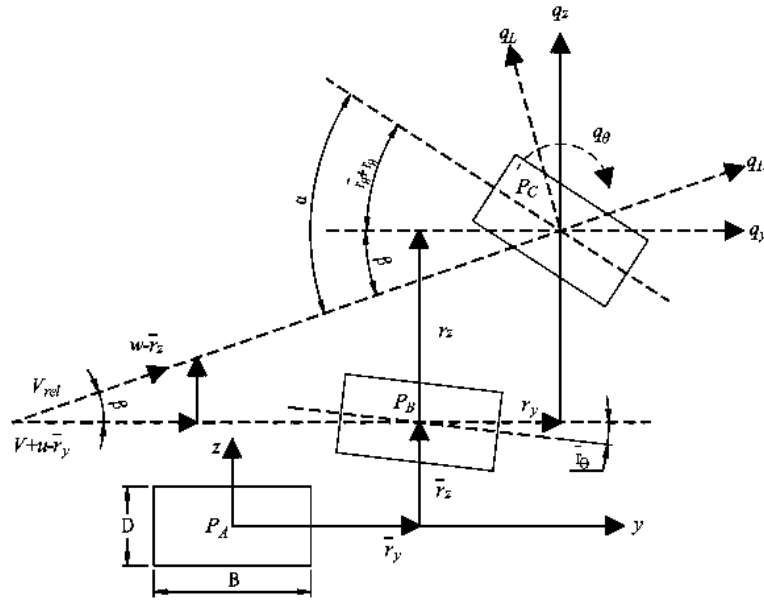


Figura 7.2 Fuerzas y desplazamientos causados por el viento (Rosales, 2018).

7.2.1 Coeficientes aerodinámicos

Los coeficientes aerodinámicos de arrastre, sustentación y momento torsionante C_D, C_L, C_M , los cuales se muestran en la ecuación (7.2), se determinan generalmente mediante ensayos en túnel de viento o simulaciones numéricas. Estos coeficientes adimensionales permiten relacionar las fuerzas aerodinámicas con la presión dinámica del flujo incidente.

Las cargas en estado estable están asociadas al componente medio del viento y, como primera aproximación, pueden evaluarse considerando los coeficientes correspondientes a la configuración inicial, usualmente definida para un ángulo de ataque $\alpha = 0$. En la práctica, la dependencia angular [ecuación (7.3)] se incorpora en los propios coeficientes aerodinámicos, de modo que las variaciones de carga se modelan mediante la variación de dichos coeficientes con el ángulo de incidencia.

Tomando como referencia el puente estudiado por Øien (2013), el cual presenta características geométricas comparables a las del puente analizado en este trabajo, se adopta que el coeficiente de sustentación permanece prácticamente constante con un valor $C_L = 0.51$, mientras que el coeficiente de arrastre C_D depende de la altura de la sección transversal. La Figura 7.3 presenta los resultados de ensayos en túnel de viento realizados sobre modelos de una viga en cajón rectangular de 10.20 m de ancho y con alturas de 4.00, 8.00 y 12.00 m.

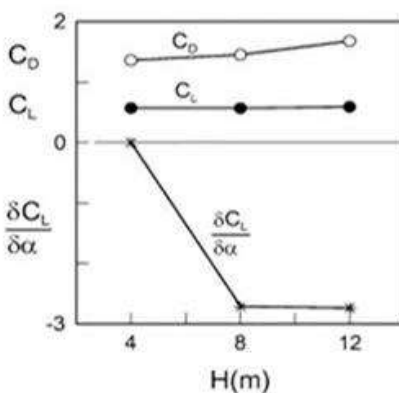


Figura 7.3 Coeficientes aerodinámicos (Øien, 2013).

Dado que no es posible efectuar ensayos experimentales específicos para el presente estudio, los coeficientes de arrastre se determinan a partir de dicha figura y se asignan al puente Barranca del Diablo en función del peralte correspondiente a cada dovela, los cuales se muestran en la Tabla 7.1.

Tabla 7.1 Coeficientes aerodinámicos de arrastre.

Peralte D (m)	Coeficiente de arrastre C_D
7.3	1.491
6.98	1.487
6.74	1.484
6.5	1.481
6.24	1.478
5.97	1.475
5.7	1.471

Tabla 7.1 Coeficientes aerodinámicos de arrastre (continuación).

Peralte D (m)	Coeficiente de arrastre C_D
5.43	1.468
5.17	1.465
4.91	1.461
4.67	1.458
4.44	1.456
4.23	1.453
4.05	1.451
3.88	1.449
3.75	1.447
3.65	1.446

En lo que respecta al coeficiente de momento aerodinámico, este no se considera determinante en el análisis, debido a la elevada rigidez torsional característica de las secciones tipo cajón, lo que limita la influencia de los efectos torsionales inducidos por el flujo (Øien, 2013).

Asimismo, la derivada de los coeficientes aerodinámicos respecto al ángulo de incidencia se adopta inicialmente igual a cero como hipótesis simplificadora. Sin embargo, investigaciones experimentales llevadas a cabo en secciones de geometría similar indican que la derivada del coeficiente de sustentación, C'_L , puede presentar valores negativos en un intervalo aproximado entre 0.00 y -2.80 , lo cual podría asociarse a posibles efectos de carácter desestabilizante bajo determinadas condiciones de viento (Øien, 2013).

7.3 Fuerzas en la estructura

De acuerdo con la normatividad vigente, se consideran estructuras flexibles (y, por tanto, susceptibles a la acción del viento) aquellas que presentan una reducida dimensión en la dirección paralela al flujo incidente o un periodo fundamental de vibración superior a 1 s. En tales casos, resulta necesario incorporar los efectos dinámicos del viento en el análisis estructural, los cuales se representan comúnmente mediante fuerzas estáticas equivalentes afectadas por un factor de amplificación dinámico.

Una alternativa para llevar a cabo el análisis dinámico consiste en emplear un software comercial mediante un análisis en la historia del tiempo, utilizando como entrada las fuerzas determinadas a partir de las simulaciones de velocidad del viento desarrolladas y descritas previamente en el Capítulo 5 del presente trabajo.

La presentación de esta metodología tiene como finalidad ofrecer una alternativa viable en la práctica profesional, dado que con frecuencia se asume que este tipo de estudios requiere el uso de herramientas altamente especializadas. No obstante, es importante señalar que, para el desarrollo del presente estudio, se adoptó un modelo equivalente y simplificado de la estructura objeto de análisis, lo cual debe considerarse al interpretar los resultados.

7.3.1 Simulaciones numéricas de la historia de velocidades del viento

A partir de la Tabla C.1, incluida en el apéndice del Manual de Diseño de Obras Civiles (CFE, 2020), se seleccionó una de las mayores velocidades regionales que, de acuerdo con dicho documento, pueden presentarse en la zona costera del país. En particular, se adoptó una velocidad regional $V_R = 245.50 \text{ km/h}$.

No obstante, esta velocidad corresponde a registros obtenidos a una altura de 10.00 m sobre el nivel del terreno, en condiciones de terreno abierto y con un tiempo de promediación de 3.00 s. Por otro lado, las metodologías empleadas para la simulación numérica de la velocidad del viento consideran un intervalo de promediación de 10.00 minutos.

De acuerdo con Rosales (2018), y con base en el Apéndice II de la Organización Meteorológica Mundial, Harper *et al.* (2008) proponen factores de conversión que permiten ajustar la velocidad del viento en función del tipo de terreno y del tiempo de promediación. Dichos factores se presentan en la Tabla 7.2.

Tabla 7.2 Factores de conversión de velocidad.

Terreno	V3/V10	V10/V3
Terreno casi abierto	1.66	0.60
Terreno dentro de la línea costera	1.52	0.66
Terreno fuera de la línea costera	1.38	0.72
Mar abierto	1.23	0.81

El siguiente aspecto por considerar corresponde a las unidades en que se reporta la velocidad del viento, ya que la metodología empleada requiere que esta se exprese en m/s. En consecuencia, la velocidad regional proporcionada por el Manual de la CFE debe someterse a las conversiones correspondientes, las cuales se presentan a continuación:

$$V_R = 245.50 \frac{\text{km}}{\text{h}} \left(\frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \right) \left(\frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \right) = 68.19 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$V_R = 68.19 \frac{\text{m}}{\text{s}} \left(\frac{1}{1.52} \right) = 44.865 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Una vez determinada la velocidad media del viento, se presentan en la Tabla 7.3 los parámetros necesarios para llevar a cabo las simulaciones de viento mediante el método WAWS, así como los datos requeridos para la caracterización de dichas simulaciones:

Tabla 7.3 Propiedades del viento.

Parámetro	Valor
Temperatura media anual del sitio	26.90°
Presión barométrica del sitio	759.92 mm de Hg
Latitud del sitio	20.417448°
Velocidad media de diseño (U)	44.865 m/s
Densidad del aire (ρ)	1.25 kg/m ³
Longitud de rugosidad del terreno (z_0)	0.01 m
Altura de referencia (z_{ref})	60.00 m
Duración de simulación	600.00 s
Intervalos de tiempo de la simulación	0.05 s

Para la obtención de las simulaciones de viento, se seleccionó la ley logarítmica corregida para la definición del perfil de velocidad media, el espectro de potencia de Kaimal y la función de coherencia de Krenk, los cuales fueron descritos en el Capítulo 4.

Se realizaron un total de 17 simulaciones, dado que, por simetría del puente, cada uno de sus lados está conformado por 17 nodos (34 en total), cuyas coordenadas se presentan a continuación y fueron tomadas a partir de la parte superior de la pila central:

Tabla 7.4 Coordenadas de los nodos (centros de masa) del tablero de la estructura.

x	z	y
7.617	24.271	0.106
10.625	24.440	0.204
13.634	24.620	0.295
16.644	24.808	0.382
19.655	25.002	0.467
22.666	25.197	0.550
25.679	25.391	0.634
28.692	25.581	0.719
31.707	25.762	0.808
34.722	25.933	0.903
37.739	26.090	1.005
40.756	26.230	1.115
43.774	26.350	1.236
46.791	26.448	1.369
49.811	26.520	1.516
52.830	26.565	1.678
55.598	26.579	1.842

7.3.2 Formulación y generación de las cargas eólicas en la historia del tiempo

A partir de las simulaciones de velocidad generadas, y mediante la ecuación (5.4), y los coeficientes aerodinámicos descritos al inicio del capítulo se procede a generar la historia en el tiempo de las cargas eólicas a aplicar en la estructura.

Las historias temporales de carga generadas presentan valores distintos de cero desde el instante inicial. En caso de aplicarse directamente sobre la estructura, esta condición podría provocar una sobreestimación de la respuesta dinámica, debido a la introducción súbita de la carga. En consecuencia, resulta necesario incorporar una función de filtrado $F'(t)$ que permita una aplicación gradual de las cargas (Seung *et al.*, 2021).

Tal como se ilustra en la Figura 7.4, en el presente estudio se añadieron 100 s adicionales al inicio y al final del registro correspondiente a los 600 s de carga de viento, con el propósito de garantizar una transición progresiva en la aplicación de las acciones.

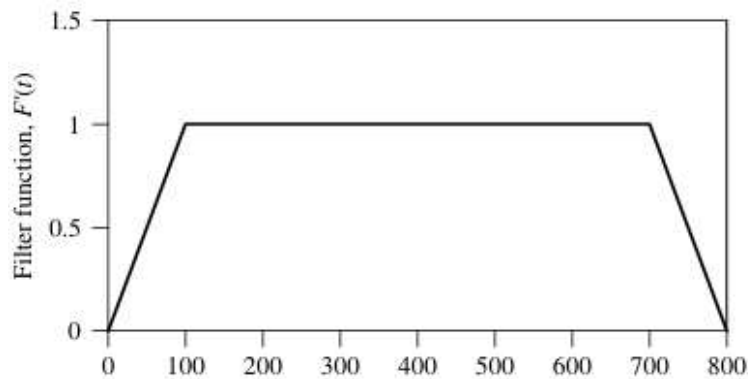


Figura 7.4 Función filtro $F'(t)$ (Seung *et al.*, 2021).

La probabilidad de que las cargas máximas asociadas a las componentes longitudinal, transversal y torsional del viento ocurran de manera simultánea es reducida. Dado que las historias temporales correspondientes a cada dirección se generan en función de un ángulo de fase aleatorio α , es necesario definir conjuntos apropiados de dichos ángulos para cada componente, con el propósito de regular la posible coincidencia de los valores máximos en el dominio del tiempo.

En el presente estudio se adoptó la condición $\alpha = 0$, aplicando de manera directa, en cada nodo, las cargas correspondientes a las tres direcciones consideradas. Asimismo, la función de filtrado se implementó en las tres componentes de la fuerza del viento, para obtener la respuesta estructural.

En la Figura 7.5 a Figura 7.10 se presentan ejemplos de las historias temporales de fuerza y velocidad generadas para el análisis del puente, correspondientes a la dovela ubicada en el extremo final (nodo 17).

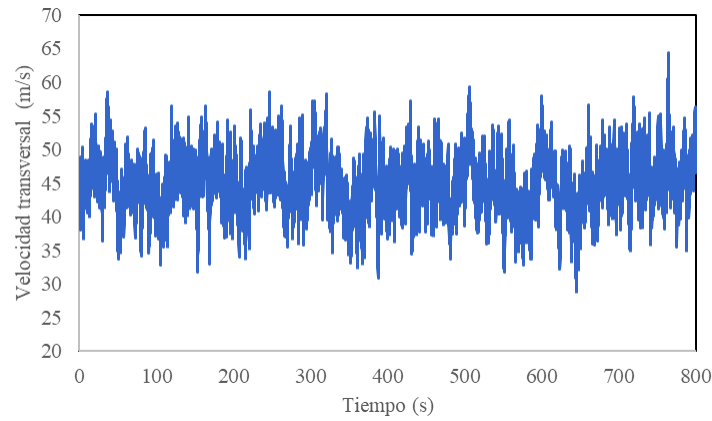


Figura 7.5 Simulación de velocidad transversal en nodo diecisiete.

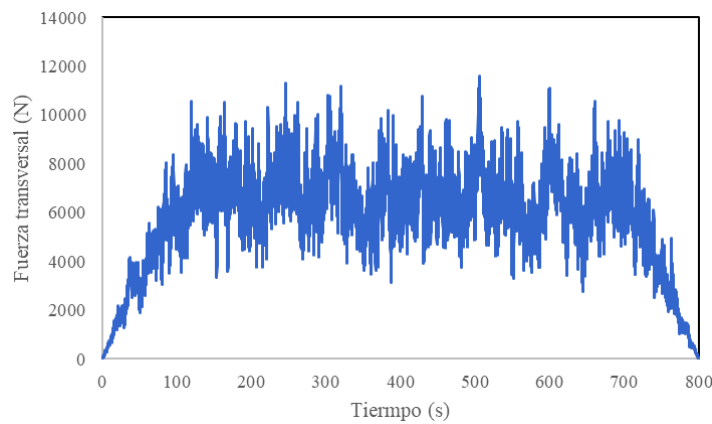


Figura 7.6 Simulación de fuerza transversal (q_D) en nodo diecisiete.

Es importante señalar que, en las simulaciones correspondientes a las componentes longitudinal y transversal, los valores de velocidad oscilan entre valores positivos y negativos. Sin embargo, al aplicar la ecuación (7.2), el término de la velocidad aparece elevado al cuadrado, por lo que las oscilaciones de fuerza adquieren únicamente valores positivos.

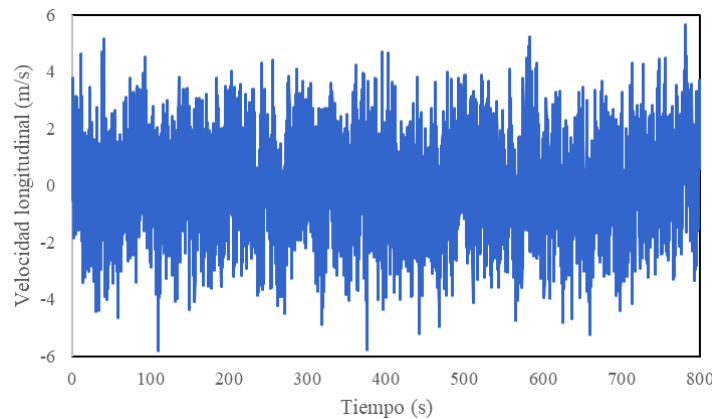


Figura 7.7 Simulación de velocidad longitudinal en nodo diecisiete.

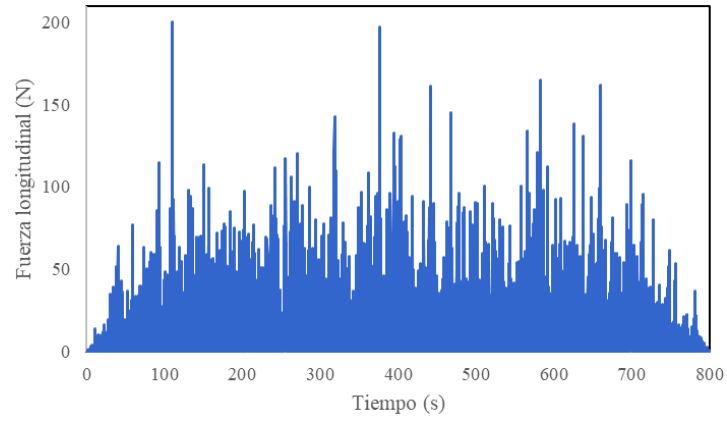


Figura 7.8 Simulación de fuerza longitudinal (q_L) en nodo diecisiete.

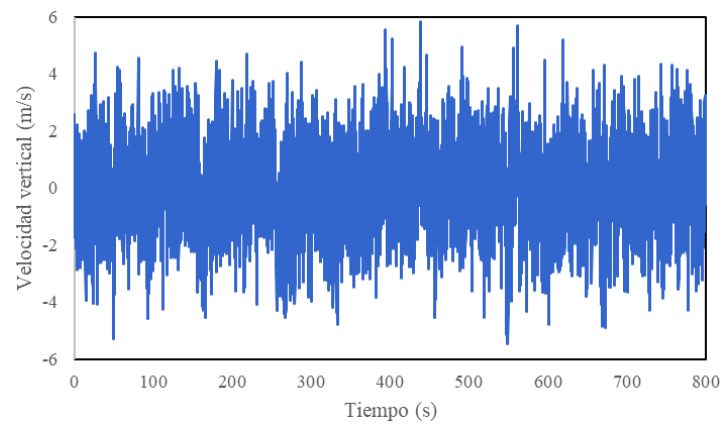


Figura 7.9 Simulación de velocidad vertical en nodo diecisiete.

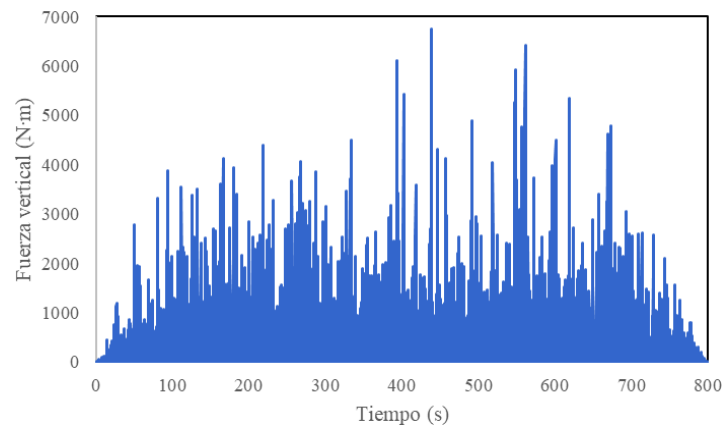


Figura 7.10 Simulación de fuerza vertical (q_M) en nodo diecisiete.

7.3.3 Análisis dinámico en la historia del tiempo

Para iniciar el análisis eólico paso a paso, es necesario que cada una de las simulaciones de fuerza generadas, como se muestra en la Figura 7.11, sea procesada de manera individual:

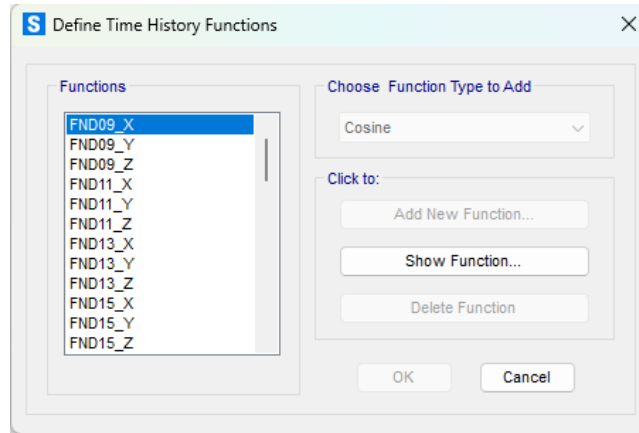


Figura 7.11 Definición de las simulaciones de fuerzas en la historia del tiempo.

A cada una de las funciones generadas le corresponde una fuerza simulada. Debe considerarse que, en cada nodo, es necesario asignar tres funciones, correspondientes a las tres direcciones de análisis.

Para exportar las fuerzas simuladas al software de análisis, se emplearon archivos de texto con extensión .txt. En el presente estudio se generaron un total de 51 funciones. A continuación, se muestra un ejemplo de la forma en que dichas funciones fueron asignadas (Figura 7.12):

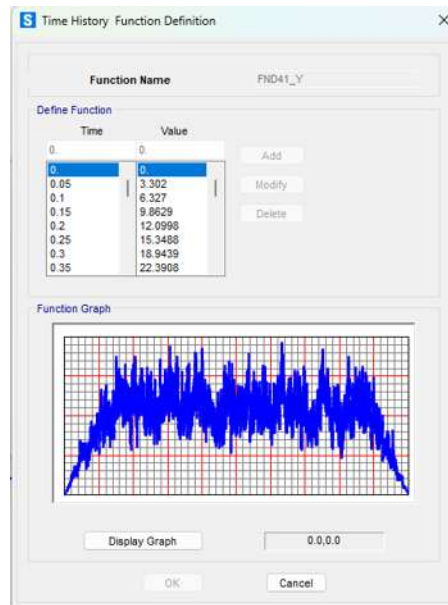


Figura 7.12 Exportación de archivo .txt a SAP2000.

Posteriormente, deben definirse los patrones de carga a analizar. El tipo de carga se establecerá como carga de viento, en concordancia con el contexto del estudio.

Aunque por simetría algunos nodos compartan la misma función, cada uno deberá contar con su correspondiente patrón de carga (load pattern). Considerando que la estructura está conformada por 34 nodos y que en cada uno se aplican tres fuerzas (una por dirección de análisis), deberán generarse un total de 102 casos de carga (véase Figura 7.13).

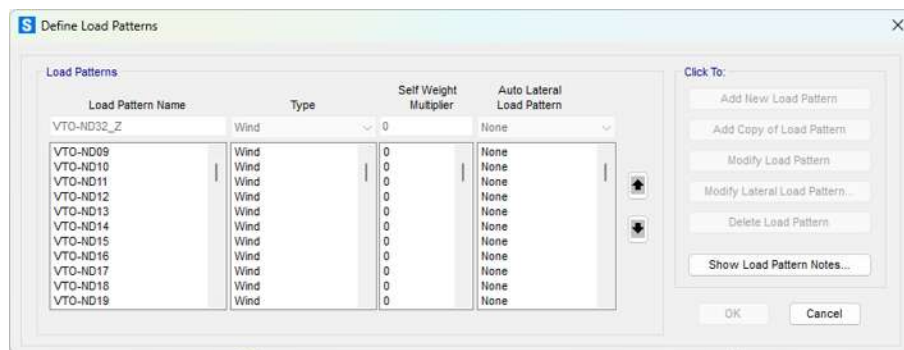
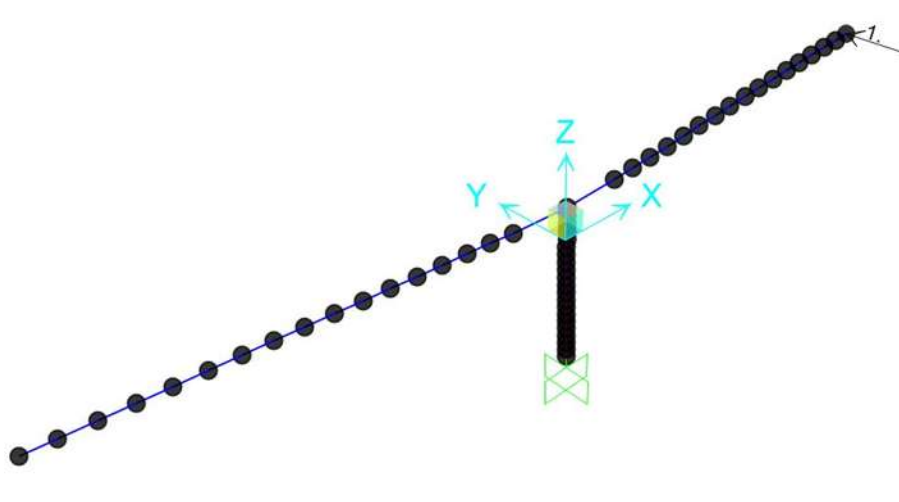


Figura 7.13 Definición de patrones de carga.

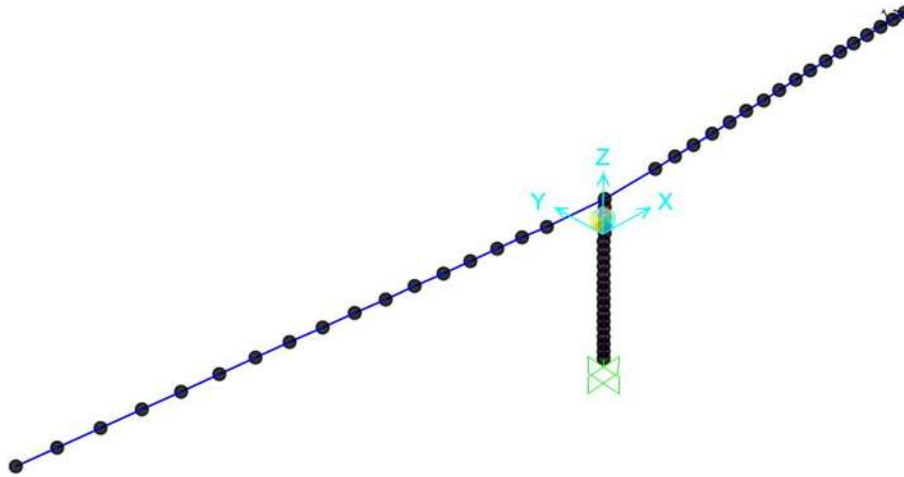
El análisis en la historia del tiempo consiste en aplicar una carga unitaria (la cual debe definirse en unidades compatibles con las de la historia de fuerzas generada) en los nodos de interés, de modo que, al incrementarse el paso de tiempo, dicha carga se multiplique por el valor correspondiente de la función temporal asignada.

Cada nodo debe contar con tres cargas unitarias, dado que cada dirección de análisis requiere su propia definición de carga (Figura 7.14).

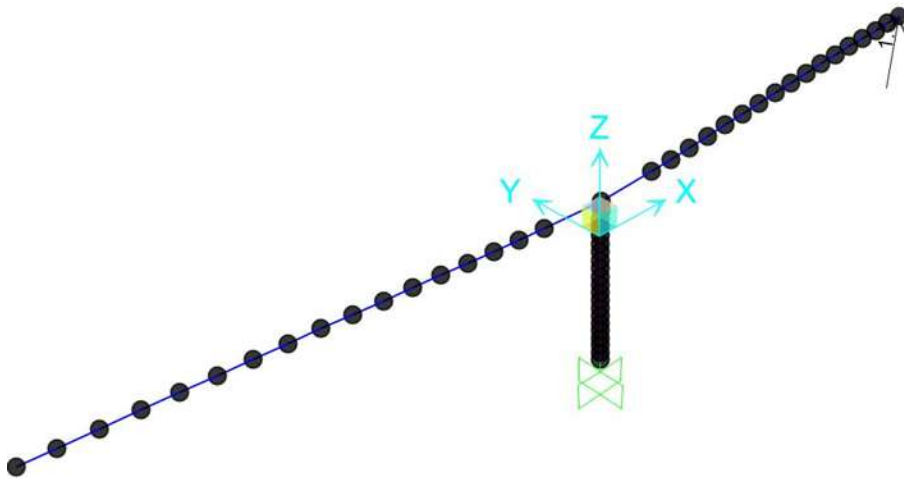
Debido a que el programa únicamente permite visualizar una carga a la vez, en la siguiente figura se presenta un ejemplo de las cargas asignadas en la dovela del extremo derecho.



Carga unitaria en dirección transversal



Carga unitaria en dirección longitudinal



Carga unitaria en dirección vertical

Figura 7.14 Asignación de cargas en la estructura.

Finalmente, se definen los casos de carga de interés. En cada caso deben incluirse las funciones generadas que se deseen analizar.

En esta etapa se asocian las fuerzas dinámicas correspondientes a cada función, con el propósito de que se ejecuten conjuntamente con las cargas previamente asignadas. Se adopta un factor de escala igual a 1.0, ya que se requiere considerar las cargas con la misma magnitud definida en las historias temporales generadas.

El tipo de análisis seleccionado corresponde a un Time History lineal mediante integración directa, considerando un total de 16,000 puntos de datos y un incremento de tiempo de 0.05s (Figura 7.15).

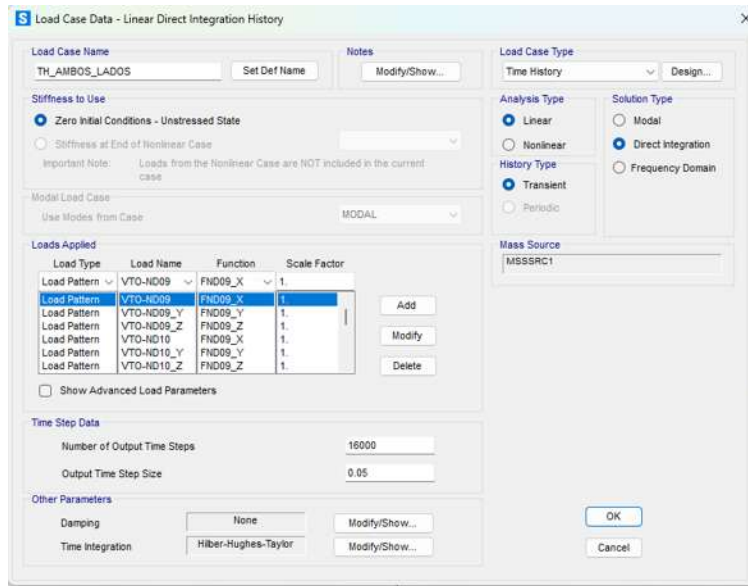


Figura 7.15 Casos de carga a analizar.

En el presente trabajo se consideran cuatro casos de análisis, los cuales se diferencian en la forma en que se consideran las fuerzas actuantes. En la Figura 7.16 a Figura 7.19 se muestra el esquema de aplicación adoptado para cada uno de los casos de carga de interés.

En cada una de las figuras, la historia en el tiempo representada en color naranja corresponde a la componente transversal, la azul a la componente vertical y la morada a la componente longitudinal.

Con el fin de no saturar la imagen, se muestra únicamente una historia en la dirección longitudinal; no obstante, en el análisis se consideran actuando en cada uno de los nodos.

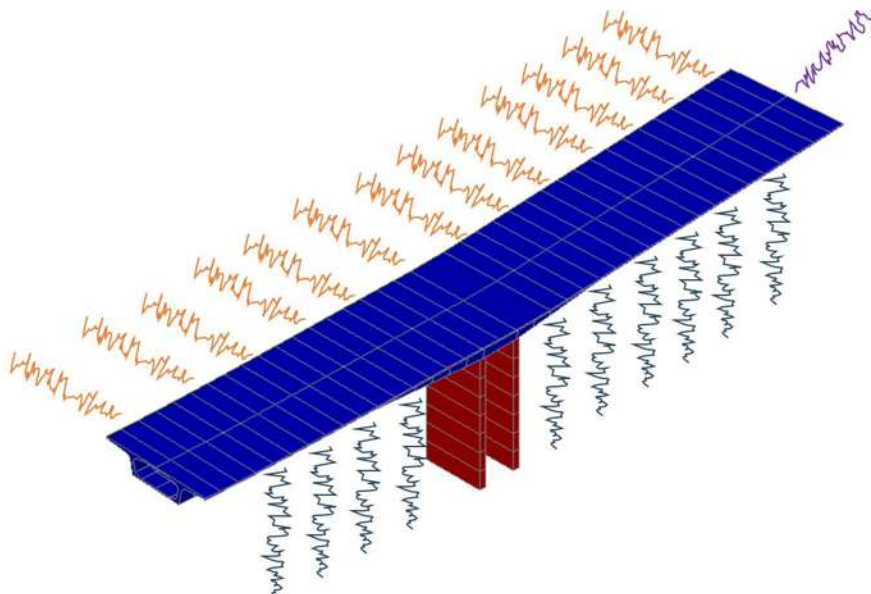


Figura 7.16 Caso uno: Aplicación de historias temporales de carga todo el puente.

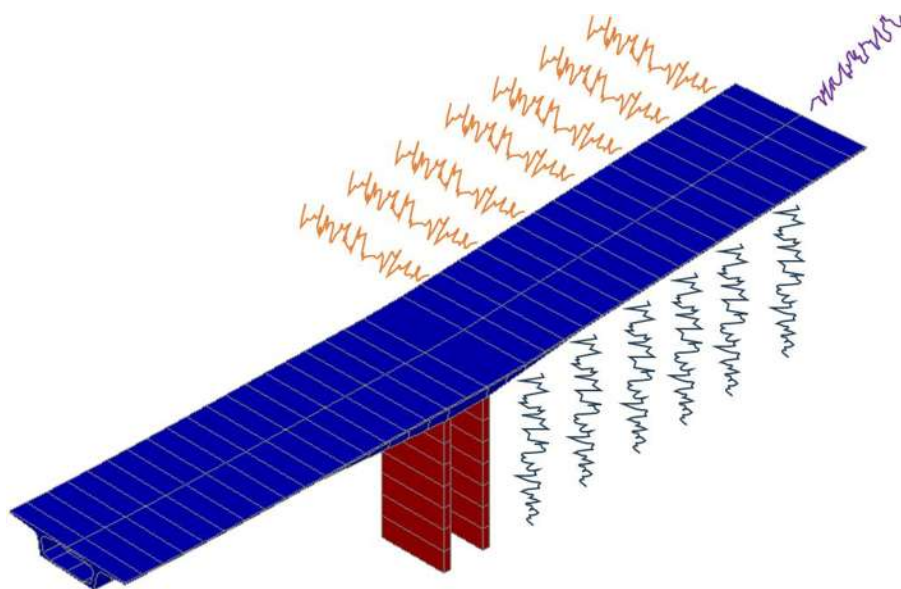


Figura 7.17 Caso dos: Aplicación de historias temporales de carga en la mitad derecha del puente.

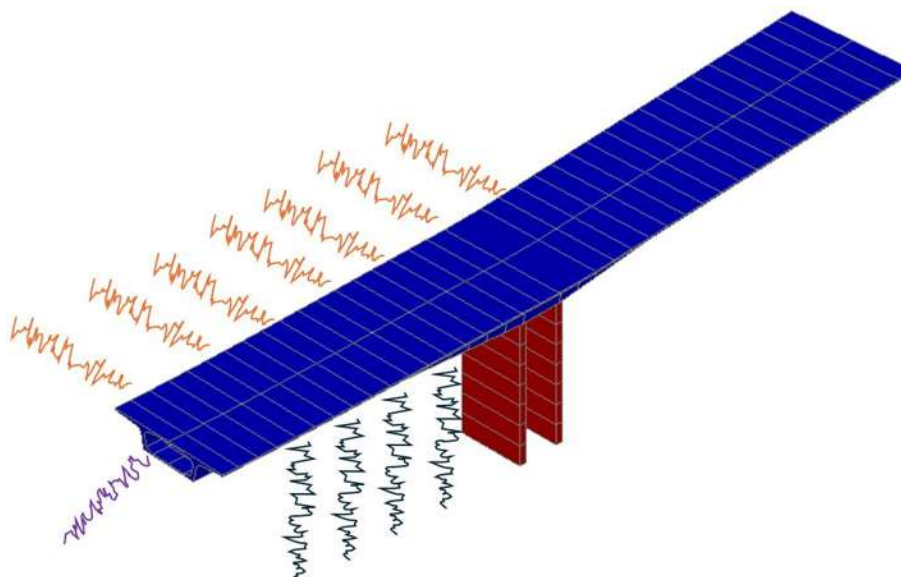


Figura 7.18 Caso tres: Aplicación de historias temporales de carga en la mitad izquierda del puente.

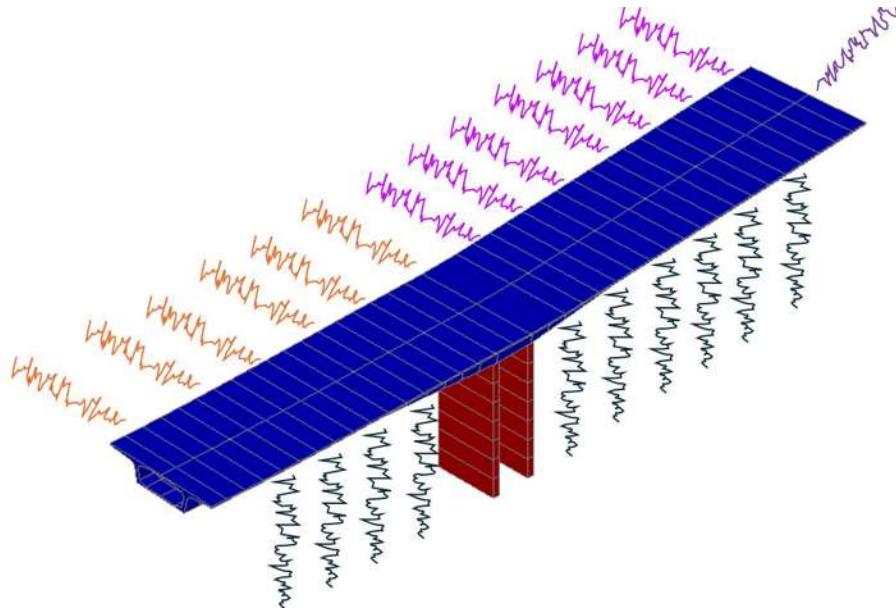


Figura 7.19 Caso cuatro: Aplicación de historias temporales de carga en todo el puente, considerando las cargas transversales con signo opuesto en cada lado.

La normativa AASHTO recomienda considerar una carga convencional aplicada en condición desbalanceada, de tal manera que se genere el momento flexionante más crítico en la base de la pila. Este enfoque tiene como finalidad evaluar la respuesta estructural bajo un escenario desfavorable de distribución de cargas, particularmente en lo que respecta a los efectos de flexión y estabilidad global del elemento de soporte (Hernández, 2021).

La condición desbalanceada se emplea para representar posibles asimetrías en la aplicación de las acciones, permitiendo estimar los efectos máximos que podrían presentarse en la sección crítica de la pila y, con ello, verificar su capacidad resistente ante solicitaciones extremas.

En concordancia con la filosofía de diseño recomendada por AASHTO, orientada a la evaluación de configuraciones de carga potencialmente desfavorables, los cuatro casos considerados permiten analizar distintos escenarios de aplicación del viento y su influencia en la respuesta estructural.

El caso 1 (Figura 7.16) representa una condición balanceada, en la que el viento actúa sobre todo el puente con una distribución simétrica de cargas.

Los casos 2 y 3 (Figura 7.17 y Figura 7.18) corresponden a configuraciones asimétricas, al considerar la acción del viento únicamente en el lado derecho y en el lado izquierdo, respectivamente. Estas condiciones permiten evaluar posibles diferencias en la respuesta del puente asociadas a su ligera curvatura en planta, la cual podría inducir variaciones en la distribución de esfuerzos, desplazamientos y efectos torsionales dependiendo del lado cargado.

Por su parte, el Caso 4 (Figura 7.19) contempla la acción simultánea del viento en ambos lados del puente con inversión de signo en la componente transversal, representando una condición desbalanceada que tiende a incrementar los efectos torsionales y los momentos flexionantes en la base de la pila. Este escenario puede interpretarse como uno de los más críticos en términos de demanda estructural, en concordancia con el criterio normativo de evaluar configuraciones que generen las solicitaciones máximas.

7.4 Análisis de resultados: Desplazamientos en la estructura

La presente sección aborda el análisis de los desplazamientos máximos inducidos por la acción del viento en el puente durante la etapa de construcción, justo antes de su finalización, con énfasis en las dovelas ubicadas en los extremos libres.

Una vez definidos los casos de carga y ejecutado el análisis en la historia del tiempo, se evalúa la respuesta estructural en términos de desplazamientos, variable que resulta fundamental para la verificación del desempeño bajo condiciones de servicio.

Los resultados se analizan considerando los valores máximos registrados para cada caso de carga, con el propósito de identificar posibles diferencias en la respuesta global de la estructura y determinar la condición más demandante desde el punto de vista de deflexiones y estabilidad.

Dado que, a partir de los desplazamientos obtenidos, la determinación de las fuerzas internas puede realizarse de manera directa, dichos resultados no se incluyen en el presente trabajo.

En las figuras siguientes se presenta la envolvente de desplazamientos máximos obtenida para cada uno de los casos de carga analizados. Esta envolvente corresponde a los valores máximos registrados durante toda la duración del análisis en la historia del tiempo, permitiendo identificar la demanda estructural en las zonas de interés.

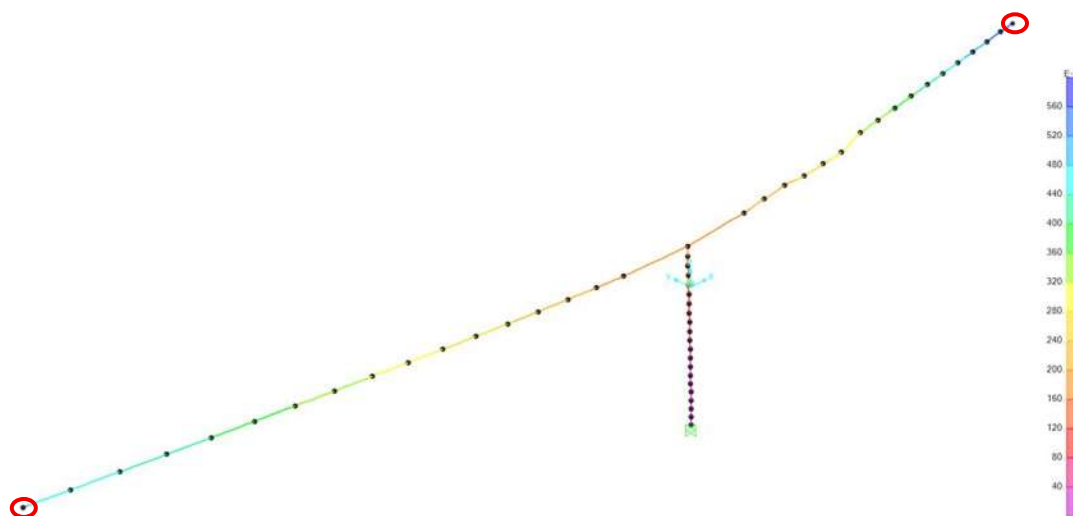


Figura 7.20 Desplazamientos máximos en los extremos libres – Caso uno.

Tabla 7.5 Desplazamientos máximos - Caso uno.

Nodo	Izquierdo	Derecho
Desplazamiento dirección longitudinal	0.0411 cm	0.0316 cm
Desplazamiento dirección transversal	0.5628 cm	0.4822 cm
Desplazamiento dirección vertical	0.6635 cm	0.6618 cm

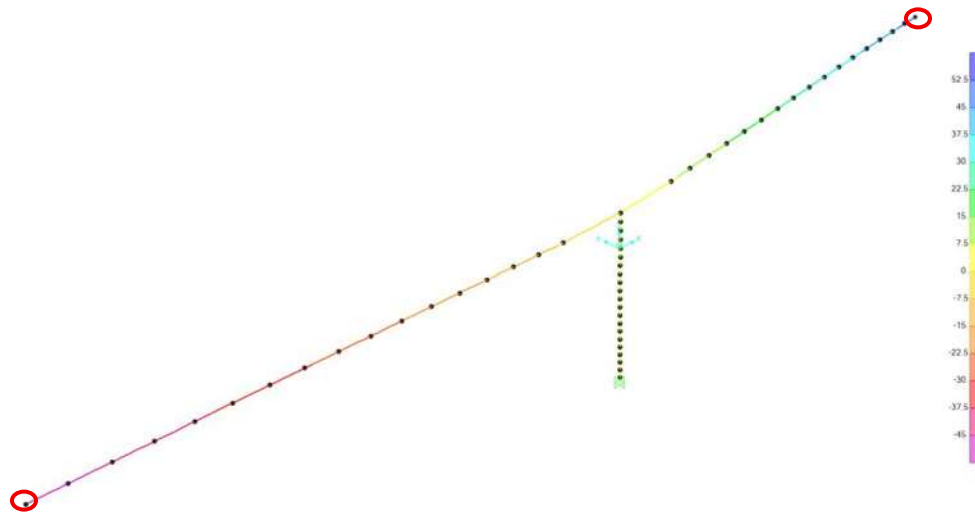


Figura 7.21 Desplazamientos máximos en los extremos libres – Caso dos.

Tabla 7.6 Desplazamientos máximos - Caso dos.

Nodo	Izquierdo	Derecho
Desplazamiento dirección longitudinal	1.2103 cm	1.7174 cm
Desplazamiento dirección transversal	49.009 cm	49.074 cm
Desplazamiento dirección vertical	0.8177 cm	0.8095 cm

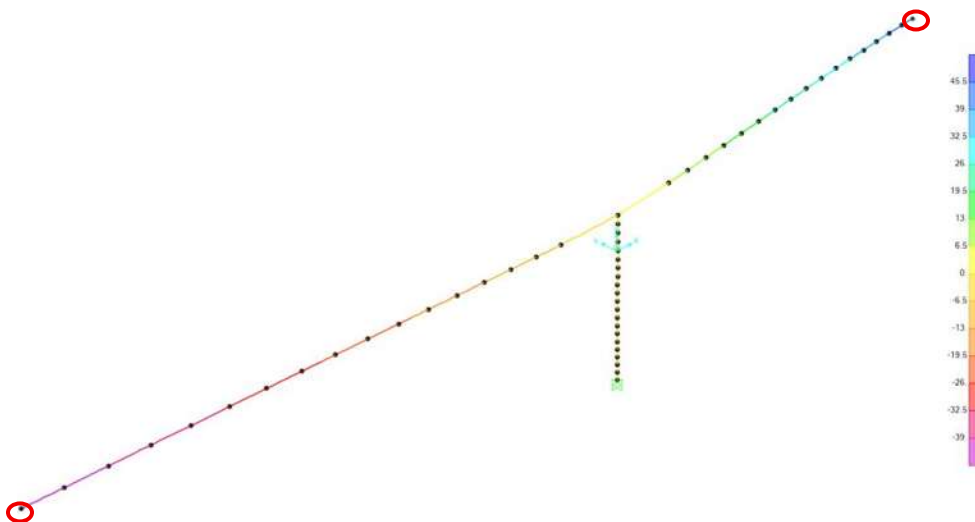


Figura 7.22 Desplazamientos máximos en los extremos libres – Caso tres.

Tabla 7.7 Desplazamientos máximos - Caso tres.

Nodo	Izquierdo	Derecho
Desplazamiento dirección longitudinal	1.1217 cm	1.5395 cm
Desplazamiento dirección transversal	44.082 cm	44.160 cm
Desplazamiento dirección vertical	0.6508 cm	0.6380 cm

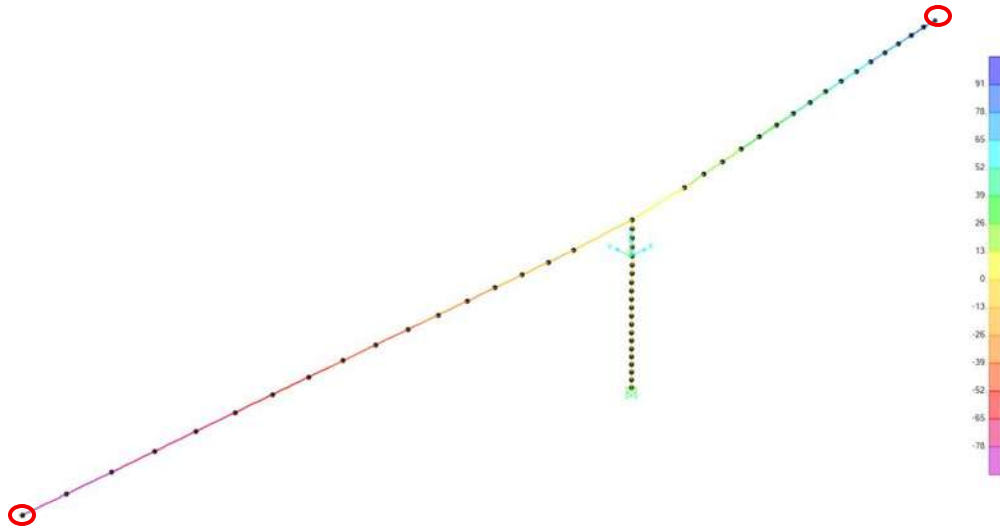


Figura 7.23 Desplazamientos máximos en los extremos libres – Caso cuatro.

Tabla 7.8 Desplazamientos máximos – Caso cuatro.

Nodo	Izquierdo	Derecho
Desplazamiento dirección longitudinal	2.1414 cm	3.0359 cm
Desplazamiento dirección transversal	88.194 cm	88.596 cm
Desplazamiento dirección vertical	0.6628 cm	0.6650 cm

7.5 Verificación de la metodología

Con la finalidad de comparar los resultados mediante el análisis en la historia del tiempo, se emplearon los programas desarrollados por Rosales (2018), los cuales resuelven la ecuación del movimiento bajo la acción de fenómenos aeroelásticos como buffeting, flutter y desprendimiento de vórtices. La formulación teórica y el procedimiento de resolución pueden consultarse en Øien (2013), Rosales (2018) ó Strømmen (2010).

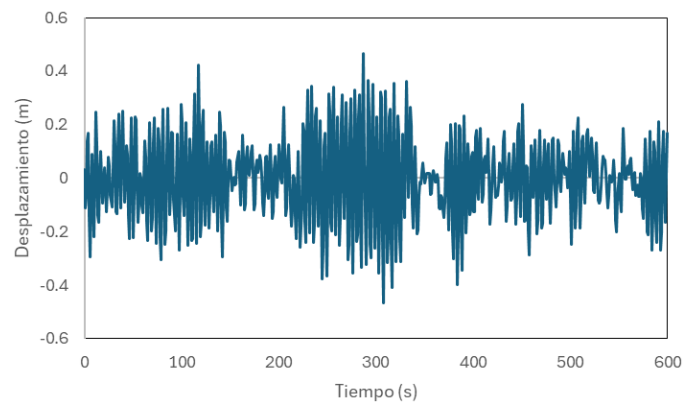
Estos programas consideran los modos de vibración de la estructura, las propiedades del viento y las masas e inercias modales equivalentes, bajo una representación bidimensional del sistema estructural. El archivo de salida generado corresponde a los desplazamientos verticales y transversales de la estructura.

Para tener certeza del uso e ingreso de datos de los diferentes programas, primeramente, se presentarán los resultados para el puente Dolmsundet, objeto de estudio por Øien (2013) y cuyas propiedades se presentan en la Tabla 7.9:

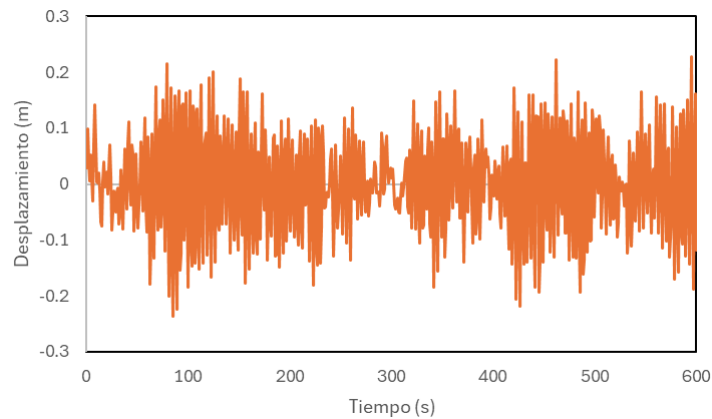
Tabla 7.9 Propiedades estructurales del puente Dolmsundet.

Propiedad		Valor
Masa (kg/m)	M	11,526.99
Frecuencia circular transversal (rad/s)	ω_u	1.401
Frecuencia circular vertical (rad/s)	ω_w	6.10
Longitud total (m)	L	159.80
Amortiguamiento	c	0.008
Ancho del tablero (m)	B	11.10
Peralte del tablero (m)	D	3.40
Altura sobre el terreno (m)	H	30.08
Coeficiente de arrastre	C_D	2.00
Coeficiente de sustentación	C_L	0.50
Coeficiente de momento	C_M	NA
Derivada del coeficiente de arrastre	$\frac{\partial C_D}{\partial \alpha}$	0
Derivada del coeficiente de sustentación	$\frac{\partial C_L}{\partial \alpha}$	0
Derivada del coeficiente de momento	$\frac{\partial C_M}{\partial \alpha}$	0
Velocidad media del viento (m/s)	V	38.4
Intensidad de turbulencia transversal	I_u	0.14
Intensidad de turbulencia vertical	I_w	0.07

A partir de estos parámetros se ejecutó el programa “Buffeting”, desarrollado en MATLAB, con el cual se determinó la respuesta estructural en el dominio del tiempo, misma que se presenta en la Figura 7.24. En la Tabla 7.10 se incluye la comparación entre los resultados obtenidos en el presente estudio y los reportados por Øien (2013).



a) Desplazamientos transversales



b) Desplazamientos verticales

Figura 7.24 Desplazamientos por buffeting en el puente Dolmsundet.

Tabla 7.10 Validación de los desplazamientos máximos del puente Dolmsundet bajo acción de buffeting.

Autor	Desplazamiento transversal	Desplazamiento vertical
Øien (2013)	0.44 m	0.23 m
Este trabajo	0.47 m	0.24 m

Posteriormente, la respuesta estructural se evaluó mediante el programa “Desprendimiento de vórtices”. Los resultados en el dominio del tiempo se ilustran en la Figura 7.25, mientras que en la Tabla 7.12 se presenta la comparación con los valores reportados por Øien (2013). Para la implementación de este programa es necesario definir los siguientes parámetros adicionales (Tabla 7.11):

Tabla 7.11 Propiedades estructurales ante desprendimiento de vórtices del puente Dolmsundet.

Propiedad		Valor
Densidad del aire	ρ	1.25 kg/m ³
Parámetro para la característica de auto-limitación	a_z	0.40
Longitud de escala adimensional de la coherencia en dirección vertical	λ	2.00
Coefficiente adimensional de la raíz cuadrada media de la fuerza de sustentación	$\hat{\sigma}_{q_z}$	1.00
Parámetro de ancho de banda en la dirección vertical	b_z	0.15
Numero de Strouhal	St	0.11
Coefficiente de velocidad dependiente del amortiguamiento	K_{q_z}	0.20

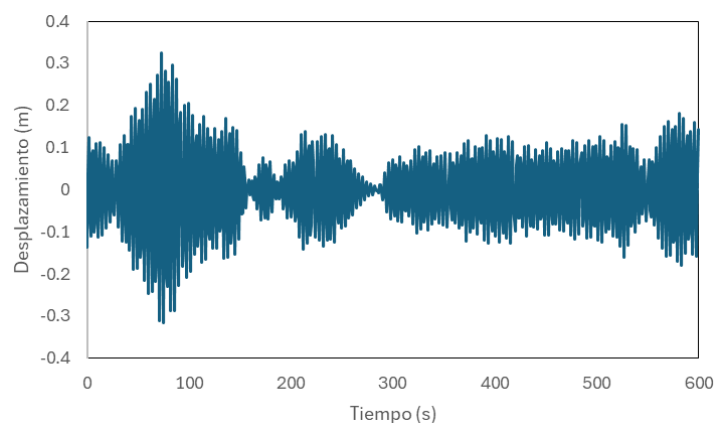


Figura 7.25 Desplazamientos por desprendimiento de vórtices en el puente Dolmsundet.

Tabla 7.12 Validación de los desplazamientos máximos del puente Dolmsundet bajo acción de desprendimiento de vórtices.

Autor	Desplazamiento vertical
Øien (2013)	0.34 m
Este trabajo	0.33 m

De esta manera, se confirma la correcta interpretación e implementación de los programas desarrollados por Rosales (2018), dado que los resultados obtenidos presentan una alta concordancia entre sí. No obstante, es importante señalar que no se espera una coincidencia exacta, debido a la naturaleza estocástica del proceso analizado.

7.5.1 Implementación de los programas en el Puente Barranca del Diablo

Una vez verificado el correcto funcionamiento de los programas y el adecuado ingreso de los datos, en las tablas siguientes se presentan los parámetros utilizados para el cálculo de la respuesta del puente ante la acción del viento (Tabla 7.13 y Tabla 7.14). Dichos parámetros fueron obtenidos a partir de las matrices de masas y rigideces del modelo tridimensional desarrollado en el software de análisis estructural.

Los parámetros necesarios para la evaluación de la respuesta que dependen de ensayos en túnel de viento se adoptaron iguales a los correspondientes al puente Dolmsundet (Øien, 2013) previamente presentado, debido a la similitud estructural existente entre ambas configuraciones.

Tabla 7.13 Propiedades estructurales del puente Barranca del Diablo.

Propiedad		Valor
Masa (kg/m)	M	34,195.286
Momento masico de inercia (kg·m ² /m)	I	1,863,674.252
Frecuencia circular torsión (rad/s)	ω_u	0.8558
Frecuencia circular vertical (rad/s)	ω_w	5.6730

Tabla 7.13 Propiedades estructurales del puente Barranca del Diablo (continuación).

Propiedad		Valor
Longitud total (m)	L	115.00
Amortiguamiento	c	0.008
Ancho del tablero (m)	B	18.84
Peralte del tablero (m)	D	Variable
Altura sobre el terreno (m)	H	60.00
Coefficiente de arrastre	C _D	Variable
Coefficiente de sustentación	C _L	0.51
Coefficiente de momento	C _M	NA
Derivada del coeficiente de arrastre	$\frac{\partial C_D}{\partial \alpha}$	0
Derivada del coeficiente de sustentación	$\frac{\partial C_L}{\partial \alpha}$	0
Derivada del coeficiente de momento	$\frac{\partial C_M}{\partial \alpha}$	0
Velocidad media del viento (m/s)	V	44.865
Intensidad de turbulencia transversal	I _u	0.10
Intensidad de turbulencia vertical	I _w	0.05

Tabla 7.14 Propiedades estructurales ante desprendimiento de vórtices del puente.

Propiedad		Valor
Densidad del aire	ρ	1.25 kg/m ³
Parámetro para la característica de auto-limitación	a _z	0.40
Longitud de escala adimensional de la coherencia en dirección vertical	λ	2.00
Coefficiente adimensional de la raíz cuadrada media de la fuerza de sustentación	$\hat{\sigma}_{q_z}$	1.00
Parámetro de ancho de banda en la dirección vertical	b _z	0.15
Numero de Strouhal	St	0.11
Coefficiente de velocidad dependiente del amortiguamiento	K _{q_z}	0.20

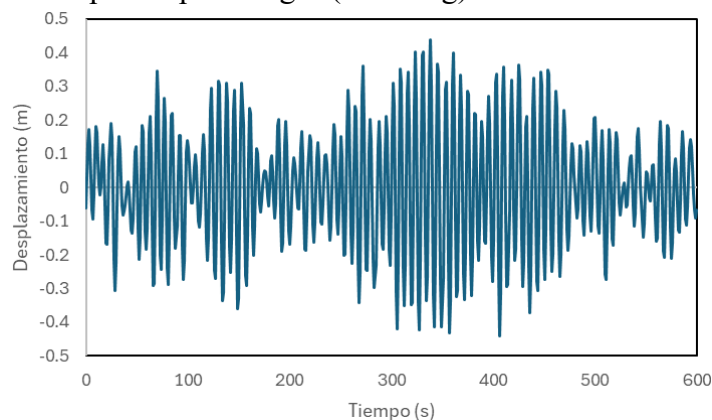
En la Tabla 7.15 se presentan las propiedades de las dovelas que conforman el puente, así como las formas modales normalizadas respecto al extremo libre derecho.

Tabla 7.15 Propiedades geométricas y características modales de las dovelas del Puente Barranca del Diablo.

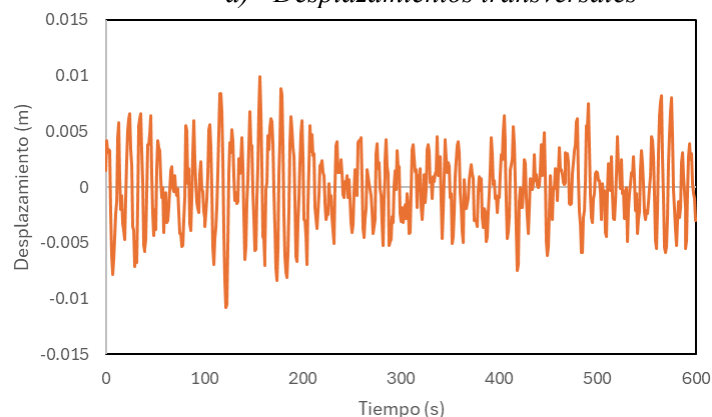
Dovela	Longitud (m)	Peralte (m)	Φ_y	Φ_z	Φ_x	Area m ²	Masa kg/m
1	2.7521	3.65	1.0000	1.0000	-0.0241	13.3942	32183.20
2	3.0013	3.75	0.9502	0.9336	-0.0216	13.6460	32788.31
3	3.0021	3.88	0.8959	0.8612	-0.0191	13.6460	32788.24
4	2.9991	4.05	0.8416	0.7891	-0.0170	13.8206	33207.74
5	3.0025	4.23	0.7873	0.7179	-0.0150	14.0947	33866.35
6	3.0054	4.44	0.7330	0.6478	-0.0135	14.3156	34396.99
7	3.0026	4.67	0.6786	0.5793	-0.0119	14.6396	35175.56
8	3.0029	4.91	0.6243	0.5131	-0.0106	15.0048	36053.03
9	3.0031	5.17	0.5700	0.4496	-0.0094	15.4257	37064.52
10	3.0033	5.43	0.5157	0.3892	-0.0084	15.9138	38237.25
11	3.0037	5.7	0.4614	0.3322	-0.0074	16.3923	39386.97
12	3.0039	5.97	0.4071	0.2788	-0.0065	17.0004	40848.17
13	3.0043	6.24	0.3528	0.2294	-0.0055	17.5516	42172.48
14	3.0047	6.5	0.2985	0.1839	-0.0046	18.2014	43733.72
15	3.0052	6.74	0.2442	0.1423	-0.0036	18.8896	45387.23
16	3.0058	6.98	0.1899	0.1046	-0.0025	19.6181	47137.78
17	7.5091	7.3	0.1356	0.0705	-0.0013	20.6810	49691.58
18	7.5168	7.3	-0.1358	-0.0692	-0.0028	20.6810	49691.60
19	3.0147	6.98	-0.1902	-0.1020	-0.0046	18.5487	49691.61
20	3.0158	6.74	-0.2446	-0.1384	-0.0062	18.8896	45387.21
21	3.0171	6.5	-0.2991	-0.1788	-0.0078	18.2014	43733.66
22	3.0181	6.24	-0.3536	-0.2233	-0.0093	17.5516	42172.36
23	3.0191	5.97	-0.4081	-0.2718	-0.0108	17.0004	40848.02
24	3.0200	5.7	-0.4627	-0.3244	-0.0123	16.3923	39387.00
25	3.0207	5.43	-0.5172	-0.3806	-0.0138	15.9140	38237.51
26	3.0213	5.17	-0.5718	-0.4403	-0.0155	15.4257	37064.51
27	3.0217	4.91	-0.6264	-0.5032	-0.0172	15.0048	36053.07
28	3.0221	4.67	-0.6811	-0.5687	-0.0190	14.6396	35175.56
29	3.0224	4.44	-0.7357	-0.6365	-0.0210	14.3156	34397.03
30	3.0226	4.23	-0.7904	-0.7058	-0.0232	14.0947	33866.35
31	3.0220	4.05	-0.8451	-0.7763	-0.0256	13.8206	33207.78
32	3.0243	3.88	-0.8998	-0.8474	-0.0282	13.6460	32788.21
33	3.0238	3.75	-0.9545	-0.9186	-0.0312	13.4766	32381.06
34	2.7731	3.65	-1.0046	-0.9838	-0.0341	13.3942	32183.23

Con base en los datos presentados en las Tablas 7.13 a 7.15, se procede a determinar la respuesta de la estructura mediante el uso de los programas previamente descritos.

7.5.1.1 Repuesta por ráfagas (buffeting)



a) Desplazamientos transversales



b) Desplazamientos verticales

Figura 7.26 Desplazamientos por buffeting en el puente Barranca del diablo.

En la Figura 7.26 se presenta la simulación en el dominio del tiempo ante el efecto de buffeting, donde se observa que los desplazamientos alcanzan valores del orden de 44.00 cm en la componente transversal y 1.10 cm en la componente vertical. En la Tabla 7.16 se reportan las desviaciones estándar, los factores pico y los desplazamientos máximos en ambas direcciones.

Tabla 7.16 Desplazamientos máximos del puente Barranca del Diablo bajo acción de buffeting.

Desplazamiento transversal	0.440 m
Desplazamiento vertical	0.011 m
Desviación estándar transversal	0.172 m
Desviación estándar vertical	0.004 m
Factor pico transversal	2.549
Factor pico vertical	3.082

7.5.1.2 Respuesta por desprendimiento de vórtices

Para el desprendimiento de vórtices se usaron los datos de la Tabla 7.14 (Øien, 2013) debido a que no se cuenta con estas propiedades. En la Figura 7.27 se presenta la simulación en el dominio del tiempo ante el efecto de desprendimiento de vórtices, donde se observa que los desplazamientos alcanzan valores del orden de 64 cm en la componente vertical. En la Tabla 7.17 se reportan la desviación estándar, factor pico y el desplazamiento máximo vertical.

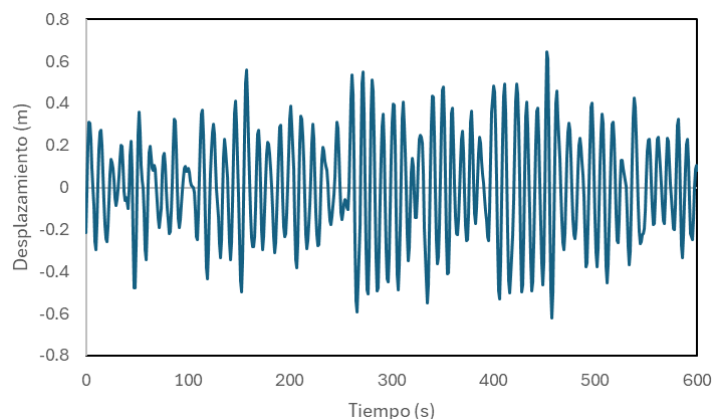


Figura 7.27 Desplazamientos por desprendimiento de vórtices en el puente Barranca del Diablo.

Tabla 7.17 Desplazamientos máximos del puente Barranca del Diablo bajo acción de desprendimiento de vórtices.

Desplazamiento vertical	0.644 m
Desviación estándar vertical	0.512 m
Factor pico vertical	1.258

7.5.1.3 Respuesta por aleteo (flutter)

Para considerar el fenómeno de aleteo, se requieren las derivadas aerodinámicas del puente. Al no contar con datos específicos obtenidos mediante ensayos para la estructura en estudio, se adoptaron los valores correspondientes al puente Dolmsundet, los cuales se presentan en la Tabla 7.13.

En la Figura 7.28 se presentan las gráficas de las partes real e imaginaria de los autovalores. El punto de intersección corresponde a la velocidad crítica a partir de la cual se produce la inestabilidad aeroelástica.

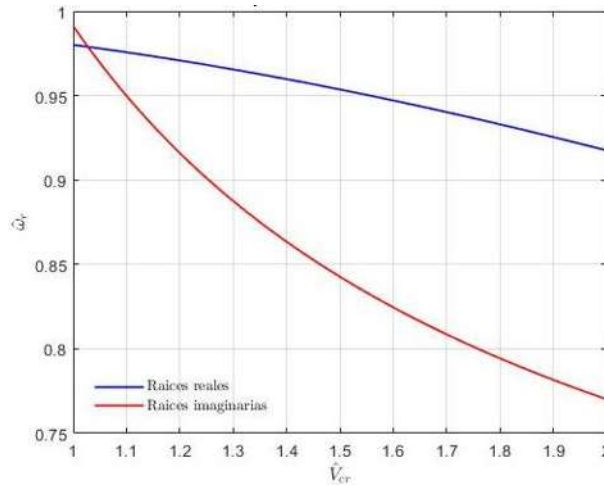


Figura 7.28 Raíces de la parte imaginaria y real de la determinante de la matriz de impedancia para el puente Barranca del Diablo.

El punto de intersección es $\hat{V}_{cr} = 1.03$ y $\hat{\omega}_r = 0.98$ por lo que:

$$V_{cr} = (\hat{V}_{cr})(\hat{\omega}_r)(\omega_u)(B)$$

$$V_{cr} = 1.03(0.98)(0.8558)(18.84) = 16.27 \frac{m}{s}$$

En la Figura 7.29 se presenta la respuesta estructural ante el fenómeno de aleteo, mientras que en la Tabla 7.18 se reportan los desplazamientos, la desviación estándar y el factor pico. Para su determinación se empleó otro de los programas destinados al cálculo de la respuesta ante flutter. La obtención de la respuesta en el dominio del tiempo se realizó a partir de las simulaciones de velocidad del viento mostradas en las Figuras 7.5 y 7.9.

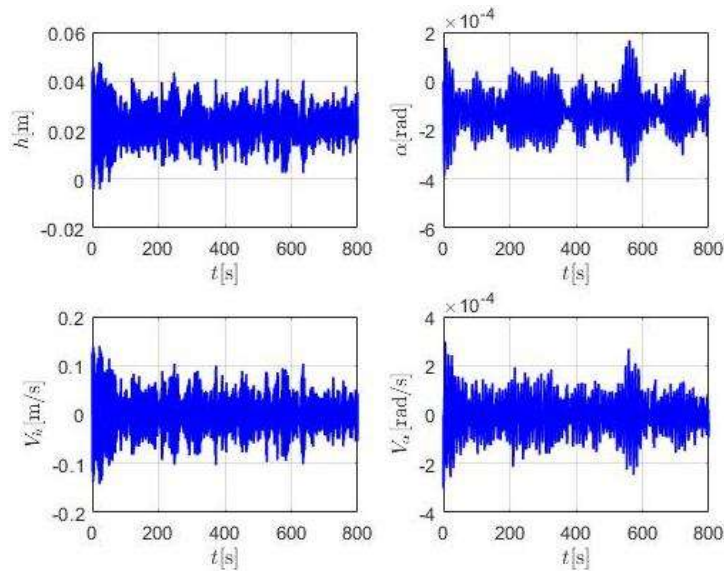


Figura 7.29 Respuesta ante el efecto de aleteo del puente Barranca del Diablo.

Tabla 7.18 Desplazamientos máximos del puente Barranca del Diablo bajo acción de flutter.

Parámetro		Valor
Desviación estándar a torsión	σ_{α}	0.0001 m
Desviación estándar a flexión vertical	σ_h	0.0065 m
Rotación máxima	$máx_{\alpha}$	0.0002 rad
Desplazamiento máximo vertical	$máx_h$	0.0065 m
Factor pico a torsión	kp_{α}	1.9199
Factor pico a flexión vertical	kp_h	7.3056

La mayor concordancia se presenta en el caso de buffeting, lo cual es consistente con la naturaleza del análisis realizado en SAP2000 cuando el viento actúa únicamente en un solo extremo del puente, donde la respuesta estructural se obtiene a partir de fuerzas externas variables en el tiempo asociadas a la turbulencia atmosférica. En contraste, los modelos de desprendimiento de vórtices y flutter representan fenómenos aeroelásticos de distinta naturaleza. El desprendimiento de vórtices depende principalmente del número de Strouhal y de la coincidencia entre la frecuencia de desprendimiento y alguna de las frecuencias naturales de la estructura, generando una excitación predominantemente armónica. Por su parte, el flutter corresponde a un fenómeno de inestabilidad aeroelástica autoexcitada, gobernado por las derivadas aerodinámicas y el acoplamiento entre los modos de vibración, manifestándose únicamente cuando se alcanza la velocidad crítica.

Adicionalmente, debe considerarse que el modelo implementado en SAP2000 es tridimensional, incorporando la distribución espacial de masas, rigideces y acoplamientos torsionales, mientras que los programas empleados para buffeting, flutter y desprendimiento de vórtices se basan en una representación bidimensional reducida, formulada en términos modales y utilizando como datos de entrada las frecuencias y formas modales de la estructura. Esta diferencia en el nivel de idealización también contribuye a las variaciones observadas en los resultados.

Con el propósito de evidenciar la concordancia en el caso dominante, se presentan las gráficas comparativas en el dominio del tiempo de los desplazamientos obtenidos por el programa buffeting y por SAP2000.

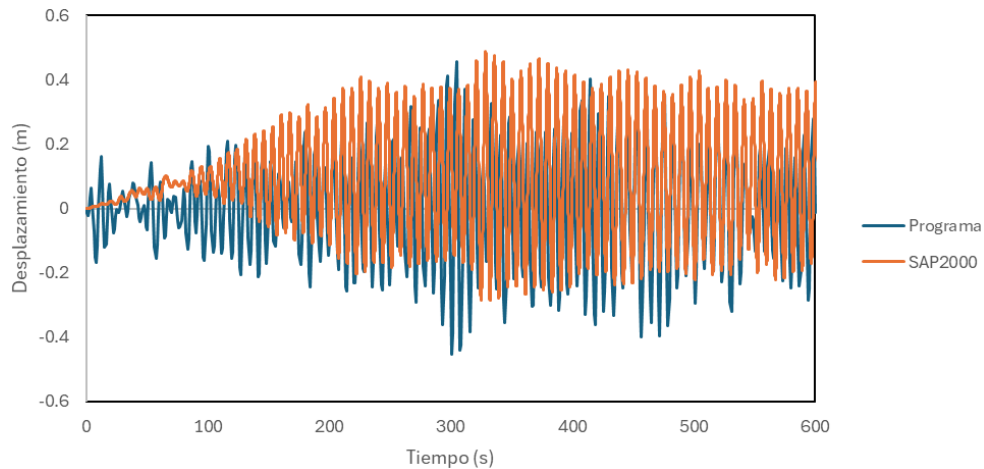


Figura 7.30 Comparación de la historia temporal de desplazamientos transversales obtenidos mediante el programa de buffeting y el modelo tridimensional en SAP2000.

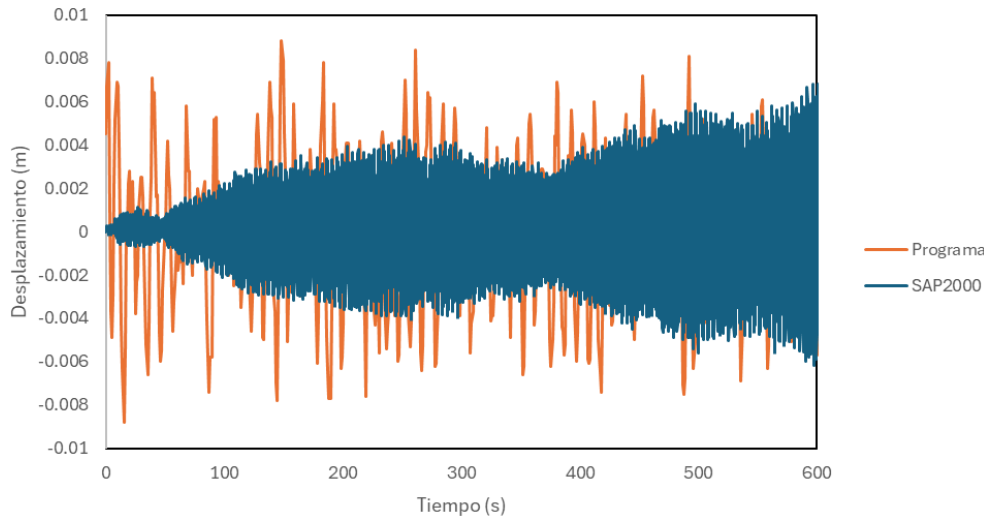


Figura 7.31 Comparación de la historia temporal de desplazamientos verticales obtenidos mediante el programa de buffeting y el modelo tridimensional en SAP2000.

En la Figura 7.30 y Figura 7.31 se observa que las historias de desplazamiento obtenidas mediante el programa de buffeting y el modelo tridimensional implementado en SAP2000 presentan una tendencia general similar tanto en amplitud como en frecuencia dominante. En ambos casos se aprecia un crecimiento progresivo de la envolvente de respuesta asociado a la acumulación energética del proceso turbulento.

Si bien existen diferencias puntuales en los valores máximos instantáneos y en la dispersión de la señal, la respuesta global muestra una concordancia adecuada. Estas variaciones pueden atribuirse a las diferencias en la idealización estructural, dado que el modelo en SAP2000 considera una representación tridimensional completa con distribución espacial de masas y rigideces, mientras que el programa de buffeting se basa en una formulación modal bidimensional reducida.

7.6 Conclusiones

En el presente capítulo se evaluó la respuesta estructural del puente ante la acción del viento mediante dos enfoques complementarios: un modelo tridimensional desarrollado en SAP2000 y programas modales independientes destinados al análisis de los efectos de buffeting, desprendimiento de vórtices y flutter. A partir de las propiedades dinámicas obtenidas del modelo estructural y de la determinación de las fuerzas actuantes derivadas de las simulaciones numéricas del viento, se realizó el análisis en la historia del tiempo y se compararon los resultados con aquellos provenientes de los programas aeroelásticos. Esta comparación permitió identificar que el efecto de buffeting es el mecanismo que presenta mayor concordancia con la respuesta obtenida mediante el modelo tridimensional, dentro del rango de velocidades considerado.

En consecuencia, los resultados obtenidos mediante el modelo tridimensional pueden considerarse representativos del comportamiento estructural global, mientras que el modelo modal permite aislar y validar el efecto específico de la turbulencia atmosférica. De esta forma, el procedimiento adoptado proporciona una visión integral del comportamiento aeroelástico del puente y confirma la consistencia entre los distintos enfoques de modelación empleados.

Es de observarse que el mayor desplazamiento vertical se presenta ante el fenómeno de generación de vórtices, en el cual se analiza únicamente una porción del puente, alcanzándose un desplazamiento máximo del orden de 64.40 cm. Este incremento responde a la naturaleza casi armónica de la excitación asociada al desprendimiento de vórtices, particularmente cuando existe proximidad entre la frecuencia de desprendimiento y alguna frecuencia natural de la estructura.

Por otra parte, en lo que respecta a los desplazamientos transversales, la acción del viento resulta más crítica cuando actúa en direcciones opuestas en cada mitad del puente, condición que genera un comportamiento diferencial entre ambos lados del tablero. Bajo esta configuración, el desplazamiento transversal alcanza valores aproximadamente del doble de los reportados por el programa de buffeting. Asimismo, esta condición induce un momento torsionante significativo en la pila, debido al desbalance de fuerzas laterales, lo cual podría incrementar las demandas estructurales en términos de esfuerzos y deformaciones.

Estos resultados ponen de manifiesto la importancia de considerar no solo la magnitud de los desplazamientos, sino también la configuración espacial de la acción del viento, ya que determinadas combinaciones pueden amplificar la respuesta estructural y generar efectos torsionales adicionales no evidentes en un análisis bidimensional simplificado.

7.7 Referencias

- CFE. (2020). Manual de Diseño de Obras Civiles.
- Hernández, H. (2021). Comportamiento eólico de puentes en México. Congreso internacional de puentes.
- Øien, M. (2013). Wind Induced Dynamic Response of Concrete Box Girders During a Balanced Cantilevered Construction Stage [Maestría]. Norwegian University of Science and Technology.
- Pérez, J. (2008). Análisis del comportamiento de tableros de puentes ante cargas eólicas [Maestría]. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo.
- Rosales, I. (2018). Comportamiento de puentes carreteros ante cargas eólicas [Maestría]. Universidad Nacional Autónoma de México.
- Seung, J., Hamidreza, A., Thomas, K., & M, A. (2021). Performance-Based Wind Design of High-Rise Buildings Using Generated Time-History Wind Loads. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)ST.1943-541X.0003077](https://doi.org/10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0003077)
- Strømmen, E. N. (2010). Theory of bridge aerodynamics (2a ed.). Springer.
- Ubertini, F. (2008). Wind Effects on Bridges: Response, Stability and Control [Doctorado]. Universidad de Pavia.

8 Conclusiones

La presente tesis centró su objetivo en el análisis eólico de la respuesta estructural, en términos de desplazamientos, de un puente construido mediante el método de dovelas en voladizo sucesivo. Para ello, se desarrolló la simulación de la velocidad del viento en el dominio del tiempo, a partir de la cual se determinaron las fuerzas actuantes sobre la estructura y se realizó un análisis dinámico en la historia del tiempo. Los resultados fueron comparados con aquellos derivados de programas aeroelásticos que, a partir de la ecuación del movimiento, estiman la respuesta ante fenómenos como la respuesta por ráfagas (buffeting), el aleteo (flutter) y la generación de vórtices.

En los Capítulos 1 al 4 se presentó una revisión sintética de la evolución histórica del estudio del viento en estructuras tipo línea horizontal, como es el caso de los puentes, así como de las principales variables involucradas en la determinación de la respuesta estructural ante cargas eólicas. Asimismo, se analizaron metodologías propuestas en reglamentos y normativas comúnmente empleadas en la práctica ingenieril, identificando tanto sus fundamentos como sus limitaciones. Se observó que incluso en la medición de la velocidad del viento pueden existir discrepancias metodológicas que repercuten directamente en la estimación de cargas y en la evaluación estructural posterior.

En el Capítulo 5 se desarrollaron dos metodologías para la simulación de la velocidad del viento en tres direcciones (transversal, longitudinal y vertical), mediante un programa implementado en Matlab, utilizando los métodos WAWS y AR. El viento fue modelado como un proceso estocástico, estacionario y Gaussiano de media cero, generando historias temporales coherentes en múltiples nodos de la estructura y permitiendo su posterior transformación en fuerzas equivalentes.

El Capítulo 6 se enfocó en el estudio del Puente Barranca del Diablo, abordando la transición desde un modelo tridimensional detallado (compuesto por elementos tipo sólido, cuya discretización y conectividad requieren especial cuidado) hacia un modelo tipo espina con propiedades equivalentes. Esta simplificación permitió optimizar recursos computacionales sin perder representatividad dinámica, validando periodos y frecuencias mediante la comparación entre modelos desarrollados en SAP2000 y Larsa 4D.

Finalmente, en el Capítulo 7, se aplicaron las metodologías desarrolladas a lo largo del trabajo. A partir de las historias de velocidad se obtuvieron fuerzas equivalentes y se evaluaron los desplazamientos estructurales, particularmente bajo el estado límite de servicio durante la etapa constructiva, antes de la colocación de la dovela de cierre, etapa en la cual la estructura presenta menor rigidez global.

Si bien el modelo numérico constituye una forma de representar la estructura real, muchas veces las capacidades del software no están desarrolladas específicamente para estudiar los fenómenos asociados a la excitación a la que son expuestos. Por ello, el conocimiento y la

valoración adecuada de dichos fenómenos puede resultar incluso más crítico que lo que se muestra directamente en el software, siendo ambos enfoques complementarios entre sí. La comparación con los programas aeroelásticos permitió identificar que el fenómeno de buffeting es el que presenta mayor concordancia con la respuesta obtenida mediante el modelo tridimensional, dentro del rango de velocidades analizado. En contraste, los modelos de generación de vórtices y flutter representan fenómenos de distinta naturaleza y condiciones de ocurrencia.

En consecuencia, los resultados obtenidos mediante el modelo tridimensional pueden considerarse representativos del comportamiento estructural global, mientras que el modelo modal permite aislar y validar el efecto específico de la turbulencia atmosférica. La acción del viento sobre este tipo de estructuras puede ser crítica mientras aún se encuentra en construcción, especialmente cuando se suman otras cargas muertas y vivas como cimbras, coches deslizantes para el traslado de dovelas, o incluso etapas en las que el puente no presenta una simetría estructural total. La generación de historias temporales de cargas de viento constituye una herramienta viable y económicamente accesible para una primera aproximación al problema. No obstante, deben reconocerse sus limitaciones. Por una parte, la disponibilidad de funciones espectrales adecuadas para distintas geometrías y direcciones del viento puede ser restringida, existen incertidumbres asociadas a la presión local del viento y pueden presentarse fenómenos de inestabilidad aeroelástica cuya evaluación requiere ensayos específicos.

Por otra parte, al tratarse de procesos estocásticos, la respuesta estructural puede variar cada vez que se genera una señal de viento, por lo que es recomendable realizar múltiples simulaciones para obtener una respuesta media representativa. En consecuencia, aunque la metodología desarrollada proporciona una aproximación sólida y fundamentada del comportamiento estructural ante la acción eólica, la verificación mediante pruebas en túnel de viento representa una ventaja significativa, especialmente en estructuras muy complejas o de alto valor estratégico. Aunque el estudio se centró en un puente construido por el método de voladizos sucesivos, la metodología desarrollada puede servir como base para otras tipologías estructurales, siempre que se disponga de la caracterización dinámica y aerodinámica correspondiente.

Finalmente, los objetivos generales y particulares del trabajo fueron alcanzados satisfactoriamente. Se desarrolló una herramienta para la generación de señales de viento implementable en análisis dinámicos de modelos numéricos tridimensionales, permitiendo evaluar la influencia de la geometría de la sección transversal en su comportamiento aerodinámico y en los coeficientes y derivadas aerodinámicas requeridos. El trabajo demuestra que el análisis estructural ante viento no debe limitarse al uso automático de software, sino que exige una comprensión integral de los fenómenos físicos involucrados, consolidando así una visión crítica y fundamentada para la evaluación y diseño de puentes sometidos a acciones eólicas.

9 Referencias

- Beckwith, T. G. (Thomas G.) (with Internet Archive). (1982). Mechanical measurements. Reading, Mass.: Addison-Wesley Pub. Co. <http://archive.org/details/mechanicalmeasur0000beck>
- Beckwith, T.G., *et al.* Mechanical Measurements. Ed. Addison-Wesley Publishing Company, Inc. Fifth Edition. U.S.A. 1995.
- Beer, F. P., Johnston, R., Coaut, Mazurek, D., coaut., & Eisenberg, E., coaut. (2011). Mecánica vectorial para ingenieros: Estática [recurso electrónico]. McGraw-Hill.
- Bernal, S. (2013). Comportamiento sísmico-eólico de un puente lanzado en dovelas [Maestría]. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo.
- Castro, H., De Bortoli, M., y Marighetti, J. (s/f). Importancia de la coherencia espacial en la simulación numérica del campo de velocidades del viento para análisis dinámicos de estructuras.
- Castro, H., De Bortoli, M., Wittwer, A., y Marighetti, J. (2007). Simulación numérica del campo de velocidades del viento atmosférico utilizando el método de representación espectral. 25.
- CFE. (2020). Manual de Diseño de Obras Civiles.
- Chapra, S., y Canale, R. (2015). Numerical Methods. Seventh Edition. Nueva York: McGraw-Hill Education.
- Da Costa, B. M., Wang, J., Jakobsen, J. B., Øiseth, O. A., & Snæbjörnsson, J. Þ. (2022). Bridge buffeting by skew winds: A quasi-steady case study. Journal Of Wind Engineering And Industrial Aerodynamics, 227, 105068. <https://doi.org/10.1016/j.jweia.2022.105068>
- Domínguez, E. (2019). Análisis paramétrico de puentes bajo la acción de viento y cargas móviles [Maestría]. Universidad Nacional Autónoma de México.
- Escrivão, A. M. (2013). Acção do vento em seguidores solares. Universidade Nova de Lisboa.
- Fernández, I., y Parnás, V. E. (2017). Elementos para la simulación numérica de series temporales de velocidad del viento. Revista Ingeniería de Construcción, 32(2).
- Fiskum, J. (2012). Verification of the Wind Induced Dynamic Response of the Svinesund Bridge in the Time Domain by the use of Autoregressive Simulations [Maestría]. Norwegian University of Science and Technology.
- Frandsen, J. (2004). Numerical bridge deck studies using finite elements. Part I: Flutter. Journal Of Fluids And Structures, 19(2), 171-191. <https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2003.12.005>
- Hernández, H. (2021). Comportamiento eólico de puentes en México. Congreso Internacional de Puentes.
- Hong, S. (2009). Time domain buffeting analysis of large-span cable-stayed bridge [Maestría en Ingeniería]. Universidade do Porto.

- Huergo, I. (2021). Control pasivo de vibraciones inducidas por viento en edificios altos con base flexible [Doctorado]. Universidad Nacional Autónoma de México.
- Isunza, F. (2008). Puentes en doble voladizo. Aplicación de nuevas tecnologías para el desarrollo de proyectos.
- Jung, H., y Lee, S. (2011). The experimental validation of a new energy harvesting system based on the wake galloping phenomenon. *Smart Materials And Structures*, 20(5), 055022. <https://doi.org/10.1088/0964-1726/20/5/055022>
- Jurado, D. (2017). Simulación estocástica de cargas para análisis dinámico de estructuras en ingeniería civil [Maestría]. Universidad de Sevilla.
- Leishman, J. G. (2022). Aerodynamics of bluff bodies. An Introduction to Aerospace Flight Vehicles. <https://doi.org/10.15394/eaglepub.2022.1066.n25>
- Li, S., Li, M., y Larose, G. (2018). Aerodynamic admittance of streamlined bridge decks. *Journal of Fluids and Structures*.
- Manwell, J. F., McGowan, J. G., y Rogers, A. L. (2002). *Wind Energy Explained* (2a ed.). John Wiley & Sons.
- Manwell, J.F., *et al.* *Wind Energy Explained. Theory, Design and Application*. Ed. John Wiley & Sons. New York, U.S.A. 2002.
- Márquez, A. (2013). Herramienta para la simulación de cargas de viento sobre una estructura y obtención de su respuesta. Aplicación a la torre de un aerogenerador offshore [Maestría]. Universidad de Granada.
- Munkeby, E., y Hjellvik, H. (2017). Wind-Induced Response of Long-Span Suspension Bridges Subjected to Span-Wise Non-Uniform Winds: A Case Study [Maestría]. Norwegian University of Science and Technology.
- Munkeby, E., y Hjellvik, H. (2017). Wind-Induced Response of Long-Span Suspension Bridges Subjected to Span-Wise Non-Uniform Winds: A Case Study [Maestría]. Norwegian University of Science and Technology.
- Øien, M. (2013). Wind Induced Dynamic Response of Concrete Box Girders During a Balanced Cantilevered Construction Stage [Maestría]. Norwegian University of Science and Technology.
- Pérez, J. (2008). Análisis del comportamiento de tableros de puentes ante cargas eólicas [Maestría]. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo.
- Romero, L. (2014). Revisión de los efectos del viento en un puente corto considerando diferentes reglamentos de diseño [Licenciatura]. Universidad Nacional Autónoma de México.
- Romstad, Å. (2018). Non-Stationary Buffeting Response of Slender Suspension Bridges [Maestría]. Norwegian University of Science and Technology.
- Rosales, I. (2018). Comportamiento de puentes carreteros ante cargas eólicas [Maestría]. Universidad Nacional Autónoma de México.
- Schmidt, S., y Solari, G. (2003). 3-D wind-induced effects on bridges during balanced cantilever erection stages. *Wind and Structures*, 6(1).

- Seung, J., Hamidreza, A., Thomas, K., & M, A. (2021). Performance-Based Wind Design of High-Rise Buildings Using Generated Time-History Wind Loads. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)ST.1943-541X.0003077](https://doi.org/10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0003077)
- Sharma, S. (2025). Students of structural dynamics will surely have read about the Tacoma Narrows Bridge (Seattle, 1940) failure. https://www.linkedin.com/posts/sanjeev-sharma-21b17b5_students-of-structural-dynamics-will-surely-activity-7373800760972718080-Wmo3
- Shuxian, H. (2009). Time domain buffeting analysis of large-span cable-stayed bridge [Maestría]. Universidade do Porto.
- Strømmen, E. N. (2010). Theory of bridge aerodynamics (2nd ed.). Springer.
- Ubertini, F. (2008). Wind Effects on Bridges: Response, Stability and Control [Doctorado]. Universidad de Pavia.
- Velázquez, M. (2020). Simulación numérica del viento para evaluar el confort en los balcones de un edificio alto [Maestría]. Universidad Nacional Autónoma de México.

Sergio Andrés Chávez Espínola

COMPORTAMIENTO EÓLICO DE PUENTES LANZADOS EN DOVELAS SUCESIVAS.pdf

 Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo

Detalles del documento

Identificador de la entrega

trn:oid::3117:578926545

Fecha de entrega

15 abr 2026, 11:20 a.m. GMT-6

Fecha de descarga

15 abr 2026, 11:23 a.m. GMT-6

Nombre del archivo

COMPORTAMIENTO EÓLICO DE PUENTES LANZADOS EN DOVELAS SUCESIVAS.pdf

Tamaño del archivo

4.3 MB

163 páginas

47.821 palabras

258.160 caracteres

8% Similitud general

El total combinado de todas las coincidencias, incluidas las fuentes superpuestas, para ca...

Filtrado desde el informe

- Texto citado
- Texto mencionado
- Coincidencias menores (menos de 10 palabras)

Fuentes principales

- 8%  Fuentes de Internet
- 2%  Publicaciones
- 0%  Trabajos entregados (trabajos del estudiante)

Marcas de integridad

N.º de alertas de integridad para revisión

-  **Caracteres reemplazados**
128 caracteres sospechosos en N.º de páginas
Las letras son intercambiadas por caracteres similares de otro alfabeto.
-  **Texto oculto**
15 caracteres sospechosos en N.º de página
El texto es alterado para mezclarse con el fondo blanco del documento.

Los algoritmos de nuestro sistema analizan un documento en profundidad para buscar inconsistencias que permitirían distinguirlo de una entrega normal. Si advertimos algo extraño, lo marcamos como una alerta para que pueda revisarlo.

Una marca de alerta no es necesariamente un indicador de problemas. Sin embargo, recomendamos que preste atención y la revise.

Formato de Declaración de Originalidad y Uso de Inteligencia Artificial

Coordinación General de Estudios de Posgrado
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo



A quien corresponda,

Por este medio, quien abajo firma, bajo protesta de decir verdad, declara lo siguiente:

- Que presenta para revisión de originalidad el manuscrito cuyos detalles se especifican abajo.
- Que todas las fuentes consultadas para la elaboración del manuscrito están debidamente identificadas dentro del cuerpo del texto, e incluidas en la lista de referencias.
- Que, en caso de haber usado un sistema de inteligencia artificial, en cualquier etapa del desarrollo de su trabajo, lo ha especificado en la tabla que se encuentra en este documento.
- Que conoce la normativa de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, en particular los Incisos IX y XII del artículo 85, y los artículos 88 y 101 del Estatuto Universitario de la UMSNH, además del transitorio tercero del Reglamento General para los Estudios de Posgrado de la UMSNH.

Datos del manuscrito que se presenta a revisión		
Programa educativo	Maestría en Ingeniería en el Área de Estructuras	
Título del trabajo	Comportamiento eólico de puentes lanzados en dovelas sucesivas	
	Nombre	Correo electrónico
Autor/es	Sergio Andrés Chávez Espínola	2459619c@umich.mx
Director	Hugo Hernández Barrios	hugo.hernandez@umich.mx
Codirector		
Coordinador del programa	Guillermo Martínez Ruiz	mae.ingenieria.estructuras@umich.mx

Uso de Inteligencia Artificial		
Rubro	Uso (sí/no)	Descripción
Asistencia en la redacción	Sí	Asistencia en organización de ideas y estructuración en algunos párrafos del trabajo.

Formato de Declaración de Originalidad y Uso de Inteligencia Artificial

Coordinación General de Estudios de Posgrado
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo



Uso de Inteligencia Artificial		
Rubro	Uso (sí/no)	Descripción
Traducción al español	Sí	Solicitud de traducción en términos de ingeniería para algunas palabras usadas en fuentes consultadas.
Traducción a otra lengua	No	
Revisión y corrección de estilo	No	
Análisis de datos	No	
Búsqueda y organización de información	No	
Formateo de las referencias bibliográficas	No	
Generación de contenido multimedia	No	
Otro	No	

Datos del solicitante	
Nombre y firma	Sergio Andrés Chavez Espinola
Lugar y fecha	Morelia, Michoacán a 15 de Abril de 2026