



# UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO DE LA FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL

MAESTRÍA EN INFRAESTRUCTURA DEL TRANSPORTE EN LA RAMA DE LAS VÍAS TERRESTRES

TESIS PARA OBTENER EL GRADO DE

MAESTRO EN INGENIERÍA

“NOMOGRAMA PARA OBTENER DESPLAZAMIENTOS EN TÚNELES CIRCULARES MEDIANTE LA SUSTITUCIÓN DE SIMULACIÓN NUMÉRICA 3D A 2D USANDO ELEMENTO FINITO”

PRESENTA:

ING. FERNANDO VIVEROS VIVEROS

DIRECTORA DE TESIS: DRA. LUISA NICTÉ EQUIHUA ANGUIANO

CO-DIRECTOR: DR. CARLOS CHÁVEZ NEGRETE

MORELIA MICHOACÁN, AGOSTO 2016



## Resumen

En la actualidad en la ingeniería de túneles a pesar de que se cuenta con potentes herramientas tridimensionales (3D) para el diseño y evaluación de los proyectos, el uso de software en dos dimensiones (2D) sigue siendo ampliamente utilizados debido a su facilidad de uso y accesibilidad. Los desplazamientos y esfuerzos obtenidos en 2D (deformación plana) no son representativos de los ocurridos en una obra civil real, por lo que este efecto es la principal limitante al momento de realizar evaluaciones usando herramientas numéricas en 2D. En este sentido, lo correcto es usar herramientas en 3D, sin embargo, debido a sus altos costos no siempre están disponibles para su uso. Bajo este contexto, este trabajo presenta resultados de simulaciones en elementos finitos (FEM) de túneles circulares profundos embebidos en un suelo típico de la Cd. de Morelia, así como de otros suelos. Se presenta además del estudio del comportamiento de éstos, la posibilidad de inducir desplazamientos 3D a partir de una simulación 2D, o bien a través del uso de un nomograma normalizado propuesto. Los resultados mostrados fueron obtenidos con el software RS2® y RS3® de Rocscience.

Palabras clave: Nomograma, Elementos Finitos, Túnel, Suelos finos, Mohr-Coulomb.

## Abstract

Nowadays in the tunnel engineering even though there are powerful Tridimensional (3D) tools for design and evaluation of projects, the usage of two-dimension software (2D) is still widely used due to its easy way of use and accessibility. The displacements and stresses obtained in 2D (plain strain) are not representative of those which happen in real civil works, so this effect is the main restriction at the time of evaluation using 2D numerical tools. thereby, the correct practice is using 3D tools, however, due to their high cost are not always available to be used. Under this context, this work presents results of simulations in finite element (FEM) of deep circular tunnels surrounded by a typical soil of Morelia, as well as other soils. It is presented added to the study of the behavior of these, the possibility to induct 3D displacements from 2D simulations, or through the use of a proposed normalized nomogram. The results shown were obtained with the Rocscience® RS2 and RS3 software.

Key words: Nomograph, Finite Elements, Tunnel, Clay, Mohr-Coulomb.

## Notaciones

FEM= Finite element Method

2D= dos dimensiones

3D= tres dimensiones

RMR= Rock Mass Ratio

RQD= Rock Quality designation

Q= Quality

K= presión de tierras en reposo

$P_0$ = Presión radial inicial

$U_i$ = desplazamiento inicial

$P_i$ =Presión equivalente

[K]=Matriz de rigideces

{b}=Vector de fuerzas

{U}= Vector de incógnitas

$f_i$ = Fuerza

$m_i$  = masa

$a_i$  = aceleración

$\nu, \mu$  = relación de Poisson

$c_u, s_u$ = Resistencia al corte no drenada

$q_u$  = resistencia a la compresión simple

$\sigma_1$  y  $\sigma_3$ = esfuerzos principales

GSI= Geological Strength Index

c= cohesión

$\gamma$ = peso específico

E= módulo de Young

Mpa= megapascal

KN= kilonewton

FRP= factor de reducción de presiones

d,  $\delta$ = desplazamiento

## Contenido

Resumen.....	i
Abstract .....	i
Notaciones .....	ii
Objetivos .....	iv
Objetivo General: .....	iv
Objetivos Particulares: .....	iv
1.    Introducción .....	1
2.    Justificación .....	3
3.    Métodos de diseño.....	7
3.1.    Métodos analíticos .....	8
3.2.    Métodos numéricos .....	11
4.    Modelación numérica RS3 y RS2.....	17
4.1.    Modelos constitutivos.....	17
4.2.    Modelo constitutivo Mohr-Coulomb .....	18
4.3.    Modelo constitutivo Hoek-Brown/ Hoek-Brown Generalizado .....	21
4.4.    Parámetros del suelo .....	24
4.5.    Mallas FEM 2D y 3D.....	26
4.6.    Modelación de la variación de presiones en el túnel.....	30
4.7.    Conclusiones particulares .....	31
5.    Resultados Elásticos .....	33
5.1.    Resultados 2D y 3D con las mallas equivalentes.....	33
5.2.    Resultados de las mallas aplicada a los diferentes suelos .....	39
5.3.    Resultados de la variación del radio del túnel .....	45
5.4.    Nomograma Elástico .....	48
5.5.    Conclusiones particulares .....	60
6.    Resultados Plásticos .....	61
6.1.    Nomograma plástico .....	61
6.2.    Conclusiones particulares .....	68
7.    Conclusiones finales .....	69
8.    Referencias .....	72

## Objetivos

### Objetivo General:

Generar un nomograma y la relación de desplazamientos a partir del uso de elementos finitos (FEM) para obtener la equivalencia 2D-3D, aplicable al diseño de túneles circulares profundos, así como estudiar su comportamiento en diferentes suelos arcillosos.

### Objetivos Particulares:

Obtener mallas equivalentes en elemento finito (FEM) en tres dimensiones (3D) a dos dimensiones (2D) usando Rockscience®.

Aplicar valores de resistencia al corte en arcillas, usando el modelo constitutivo Mohr-Coulomb (plástico y elástico) disponible en 2D y 3D.

Estudiar el comportamiento de dos secciones de túneles circulares con radios de 3 y 5 m embebidos en distintos tipos de suelos: dos en roca suave y cuatro arcillas con distintas propiedades mecánicas, una correspondiente a un suelo típico de la ciudad de Morelia.

Generar un Nomograma para secciones de túneles circulares, que permita obtener de forma rápida los desplazamientos 3D obtenidos en la clave del túnel a partir de resultados 2D, para un avance de excavación de hasta 100m.

## 1. Introducción

Los túneles son obras subterráneas que permiten resolver problemas cotidianos de infraestructura civil, de transporte, almacenamiento, entre otros. Su uso y construcción se remontan a varios siglos atrás, tiempo que ha permitido que las técnicas de excavación evolucionen a la par de las nuevas tecnologías, que permiten que esta actividad sea segura y eficiente. En la práctica, existen diferentes clasificaciones de túneles, ya sea por su profundidad (someros o profundos), por su longitud (cortos o largos), por su modo de construcción (submarinos, subterráneos, falsos túneles), por su uso (drenaje, carreteros, ferroviario, hidráulicos, almacenamiento, etc.), entre otras clasificaciones.

Aunque los túneles son obras de alta complejidad, su uso se ha vuelto cada vez más común, pues son una alternativa muy eficiente al momento de ofrecer soluciones a problemas de urbanismo, debido a que permiten salvar obstáculos de una manera prácticamente imperceptible. Además, un túnel reduce la modificación del entorno superficial, lo cual les hace obras sostenibles, ya que disminuyen significativamente la modificación de ecosistemas. En zonas urbanas permite ofrecer infraestructura vial eficiente, ya que satisface los sistemas de tránsito y transporte con opción a la construcción de mayor cantidad de áreas verdes y áreas peatonales entre otras obras.

Gracias a los grandes avances de la ciencia y la tecnología, los túneles pueden ser planeados y construidos de una manera más simple y segura, a tal grado que hoy en día se cuenta con equipos tan modernos y avanzado que permiten ejecutar la excavación de manera prácticamente automática y robotizada (p. ej. escudos), que permiten llevar a cabo la obra en tiempos relativamente cortos. A pesar de los avances tecnológicos antes mencionados, aún existen incertidumbres de la metodología teórica aplicada durante el diseño y la construcción de túneles.

Entre los métodos comunes usados en la práctica, se encuentran los métodos analíticos basados sobre todo en las experiencias constructivas y en las teorías de mecánica de sólidos como es el caso

de la teoría de la elasticidad. Actualmente, el diseño a través de la simulación numérica es una de las primicias aplicadas en la práctica común, sin embargo, ésta sigue presentando incertidumbres en cuanto a la interpretación de los resultados obtenidos, requiriéndose además de que la experiencia y la formación teórica de la persona que estudia el modelo numérico sea de alta calidad.

En esta tesis, se aborda uno de los problemas que se siguen estudiando a nivel mundial y que es la obtención de metodologías para el diseño de túneles a través del uso de modelos numéricos. Ante este estado actual, en este trabajo se presenta un estudio numérico usando Rocscience® en 2D y 3D, el que permite observar las diferencias obtenidas entre una y otra simulación y como se puede aplicar el uso de una y otra técnica en el diseño de túneles, a través de la generación de nomogramas de desplazamientos.

## 2. Justificación

Durante los procesos de planeación, diseño y excavación de un túnel, es de vital relevancia conocer y predecir cuál será la respuesta (esfuerzo-desplazamiento) del suelo, tras la modificación de su estado natural debido a la excavación del mismo. El conocimiento aproximado de la respuesta del suelo permite seleccionar el método de excavación, así como diseñar óptimamente la estructura de soporte de la excavación, lo que debe de garantizar la estabilidad y la seguridad de la obra a corto y largo plazo, lo que implica una tarea compleja.

Los pasos generales establecidos son: primeramente, se debe conocer de la manera más precisa posible las propiedades geológicas, geotécnicas e hidrológicas del suelo a través de exploración directa e indirecta (geotecnia y geofísica) en cantidad, calidad y experiencia suficiente, de manera tal que los datos obtenidos brinden una alta confiabilidad para el diseño. Posteriormente, en función de las propiedades conocidas del suelo a través del cual avanzará la excavación y del diseño geométrico de la misma, se deben plantear métodos que permitan conocer cuál será el estado de esfuerzos y deformaciones, como métodos empíricos o bien métodos numéricos adaptados a la complejidad de la obra.

En la actualidad, en áreas de la ingeniería y en el caso concreto de la de túneles, es una práctica común que se recurra al uso de programas de cómputo bidimensionales (2D) y tridimensionales (3D) basados en el método de elemento finito (FEM) u otros como el método de elemento discreto (DEM) entre otros, para llevar a cabo análisis esfuerzo-deformaciones. Estos programas proporcionan cierto grado de certidumbre para el diseño, con respecto a los métodos analíticos y empíricos usados en las primeras fases del diseño.

En general, los métodos en 2D son altamente socorridos a pesar de que se han desarrollado programas en 3D, los que evidentemente poseen mayores capacidades numéricas y obviamente

representan mejor la realidad que un programa 2D. Las razones por las que se recurre primordialmente al uso de programas 2D son muchas, pero algunas de las que destacan se mencionan a continuación:

- Los programas en 2D se pueden adquirir por precios muy inferiores respecto a los 3D.
- La cantidad de recursos computacionales demandados por un programa en 2D es mínima con respecto a la demanda en 3D, que en ocasiones pueden requerir de equipos de cómputo muy potentes y costosos.
- Los tiempos de ejecución de cálculo de un programa 2D son por mucho más cortos que los de un programa 3D, lo que significa un menor uso de recursos humanos.
- Facilidad de manejo del software debido a que un programa 3D, puede aparentemente modelarse fácilmente, sin embargo, el efecto 3D implica conocer más parámetros del suelo, así como los efectos de los esfuerzos en las tres direcciones.

Ahora bien, es cierto que los programas FEM 2D tienen un gran potencial de cálculo y aplicaciones en el área de túneles, pero no se debe olvidar que el comportamiento del suelo es netamente tridimensional, por lo tanto, tomar decisiones basados únicamente en resultados obtenidos en 2D puede no ser suficiente para el diseño del túnel, por ejemplo en los resultados de los desplazamientos obtenidos, debido a que son más pequeños en 2D que en 3D (Equihua-Anguiano & Foray, 2007) sin hablar de los esfuerzos del suelo y que redundan en costos y en riesgos a la hora de la construcción. Cabe mencionar que no se está cuestionando el uso de software 2D, sin embargo, es claro que requiere un alto conocimiento de la teoría e inducir los resultados en 3D que es lo que se pretende con este trabajo.

Entonces, en la práctica para solventar las deficiencias anteriores, cuando se usa un programa FEM 2D, el análisis del túnel depende de la obtención de un perfil longitudinal de desplazamientos, el

que se debe validar con mediciones en campo u otros métodos, para migrar el efecto 2D al 3D y así brindar soluciones de confinamiento-convergencia, durante las etapas de colocación de revestimientos (Carranza Torres C., 2000) (Panet, 1995).

Sin embargo, en la actualidad no se cuenta con suficientes alternativas para obtener el perfil longitudinal de desplazamiento de forma analítica, siendo el método más aceptado hasta ahora el propuesto por Vlachopoulos & Diederichs (Vlachopoulos & Diederichs, 2014), basado en el cálculo de las zonas plásticas o radios plásticos alrededor de la excavación obtenidos de la simulación 2D y vinculando con los avances de la excavación y el radio de la misma a través de un nomograma. Desafortunadamente, este método ha sido desarrollado solo para el caso de rocas y en función del modelo constitutivo propuesto Hoek & Brown, dejando de lado lo que ocurre para suelos arcillosos, aunado a que los modelos en 2D y 3D estudiados, corresponden a dos softwares diferentes.

Aunado a lo anterior y al igual que para otras obras civiles, existen varios estudios que aplican el FEM para el estudio de túneles, tal es el caso de Suárez (Suárez, 2014), quien revisó la falla específica del túnel Xicotepec I para proponer el método reconstructivo apropiado, o estudios del efecto del flujo en lumbreras (Guillermo Clavellina Millar, 2014). También hay investigaciones acerca de la subsidencia en túneles en suelos arcillosos debido a la extracción en pozos de bombeo como es el caso de Li y Equihua (Li-Liu & Equihua-Anguiano, 1999) e investigaciones sobre la interacción estructural entre revestimiento primario y secundario para túneles con dovelas como lo hicieron Mondragón y Meli (Mondragón & Meli-Piralla, 2013). Además, se han hecho investigaciones acerca de diferentes procesos y técnicas de excavación con la finalidad de evaluar la distribución de los esfuerzos y desplazamientos como lo hicieron Li et al. (Li, et al., 2011).

Otros estudios utilizando los análisis FEM para simular sistemas complejos de túneles, son el caso de túneles de doble arco como lo llevó a cabo Xia (Xia, et al., 2009), o para estimar la deformación

del suelo y los asentamientos inducidos al alojar un túnel bajo zonas urbanas como lo muestra Farías et al. (Farías, et al., 2003). De igual forma, se pueden consultar libros especializados que emiten recomendaciones de este método aplicado en túneles, por ejemplo Tamez, et al. (Tamez-González, et al., 1997), sin embargo, en la bibliografía revisada no se habla de los efectos que pueden tener las opciones de modelado numérico, como es el caso de la malla elegida, el número de elementos y el efecto 3D con respecto a la simulación 2D, entre otras muchas características particulares que se pueden presentar al momento de la modelización, por lo que este método numérico se ha utilizado únicamente como herramienta de análisis, sin considerar el potencial que éste tiene para incluso proponer recomendaciones de diseño a través del conocimiento adecuado y los resultados que puede dar el FEM.

Finalmente, y en vista de la carencia de un método que permita correlacionar modelos en 2D con 3D para la excavación en materiales arcillosos, este trabajo propone una herramienta al diseñador que le permita inferir resultados FEM 3D a partir de un modelo FEM 2D a través de un nomograma de desplazamientos y específico para materiales arcillosos usando el software Rocscience® en 2D y 3D.

### 3. Métodos de diseño

En este capítulo se describen los principales métodos usados en el diseño de túneles en la práctica. En el párrafo 3.1 se presentan los métodos empíricos en el 3.2 los métodos analíticos y en el 3.3 se muestran los principales métodos numéricos utilizados en la ingeniería para el análisis de excavaciones y otros múltiples problemas ingenieriles.

Los métodos empíricos son resultado de la observación y la experiencia adquirida durante el diseño y la construcción de túneles. Generalmente estos métodos son los menos exactos, debido a que su aplicación se reduce a soluciones obtenidas a partir de casos particulares.

Por ejemplo, para túneles en roca, estos métodos se basan en utilizar los distintos sistemas de clasificación geomecánica: RQD (Rock Quality Designation), RMR (Rock Mass Ratio), Q (Quality). Existen muchos esquemas que relacionan el valor de RMR, RQD o Q con los diferentes elementos de refuerzo necesarios para garantizar la estabilidad de una determinada geometría. Estos métodos tienen la ventaja de ofrecer una solución sencilla y rápida, pero como son empíricos, su resultado debe considerarse sólo una aproximación válida a los efectos de los estudios preliminares (ITA, 2016).

Para el caso de túneles en arcilla, existen métodos como el “Mecanismo de Falla Simplificado” en el que se aplica el análisis de prismas en donde se analizan las fuerzas generadas en éstos y los que están basados en las experiencias de la observación de cómo se genera la falla en túneles con este tipo de suelos. La forma de este mecanismo se ha observado en fallas ocurridas en túneles reales (Moreno, 1981) medida y cuantificada también en modelos de arcillas, a escala, sometidos en el laboratorio para encontrar la falla. (Kimura, 1981)

### 3.1. Métodos analíticos

Los métodos analíticos se fundamentan en el análisis del equilibrio límite del estado de los materiales. Estos métodos son en general más exactos que los empíricos. Algunos métodos aplicados a Túneles se describen a continuación.

**Método de Convergencia-Confinamiento** (Panet, 1995): Estos métodos se basan en soluciones analíticas cerradas para túneles de sección circular en terrenos que pueden modelarse con un comportamiento elástico o elastoplástico. Partiendo de esfuerzos y una geometría simplificada, se puede calcular la relación entre la deformación y la presión interna de una abertura circular en el suelo (curva característica de la cavidad). Al mismo tiempo, se puede calcular para un determinado tipo de refuerzo, la misma relación entre la presión interna y la deformación radial (curva característica del refuerzo). El punto de intersección entre las dos curvas da el punto de equilibrio entre la presión y la deformación del túnel, sin embargo, sólo se puede aplicar en condiciones simplificadas de esfuerzos “in-situ”, geometría, comportamiento geomecánico y configuración geológica (ITA, 2016).

**Método de la Curva característica.** (Lombardi G., 1974): Este método ofrece la posibilidad de realizar un análisis simplificado de la interacción suelo-revestimiento en una excavación profunda. Las consideraciones son las condiciones de carga y geometría deben ser simétricas y los parámetros del suelo deben conocerse (módulo de elasticidad, criterio de fluencia y los criterios de postfluencia), además de algunos parámetros del revestimiento (rigidez y capacidad de carga última). El método consiste en suponer una presión radial equivalente ( $P_0$ ) del esfuerzo ejercido por el suelo en el material que está por delante del frente de la excavación. Como el material del frente no se ha excavado, se supone que la deformación en este punto ( $U_i$ ) es cero. Posteriormente en el frente de la excavación se supone una presión ( $P_i$ ) de igual magnitud que  $P_0$ , pero en dirección

opuesta, de tal modo que ambas presiones se contrarrestan en una primera etapa. Luego, el valor de  $P_i$  se hace variar desde  $P_i = P_0$  hasta  $P_i = 0$  permitiendo así controlar los valores de  $U_i$  y seleccionar así el instante adecuado y el valor de la presión (pudiendo inferir así el valor esfuerzo/carga) para el cual se diseñará el revestimiento. A la curva generada por la relación  $P_i$  y  $U_i$  se le conoce como la curva característica.

**ADECO-RS** (Lunardi, 2006): Este método se aplica para el análisis de deformaciones controladas en rocas y suelos. Es uno de los métodos más completos y mejor aceptados para el diseño y ejecución de obras subterráneas en Europa. Este método se ilustra en la Fig. 3.1 y se basa en consideraciones tales como:

- Los fenómenos que acompañan la excavación de un túnel pueden ser interpretados en términos de un proceso de causa y efecto (acción y reacción)
- En este proceso las causas deben ser correctamente definidas si se desea controlar efectivamente los efectos
- La única manera de identificar con certeza la causa es necesario desarrollar análisis extensos sobre los efectos.

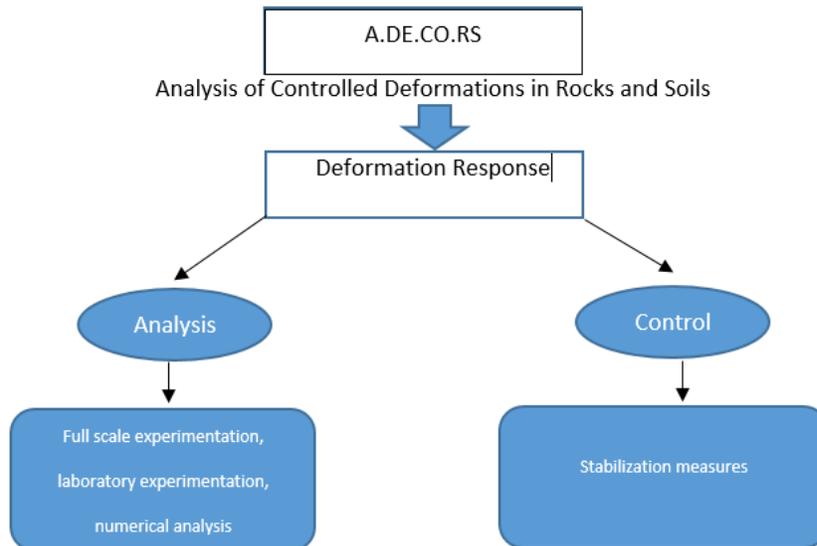


Figura 3.1. Diagrama básico del método ADECO-RS (Lunardi, 2006).

Se considera el efecto del estado de esfuerzos en el material antes de ser excavado en el frente de excavación y a cierta distancia de ésta (zona de preconvergencia), identificándose como la zona en la que surge o se causa la deformación en el frente y posteriormente todas las deformaciones a lo largo de la excavación (convergencia). Por lo tanto, supone que controlando la deformación en esta zona crítica (zona de preconvergencia o sin excavar) a través de herramientas adecuadas de estabilización, es posible controlar las deformaciones posteriores a la excavación de macizo rocoso (Fig. 3.2).

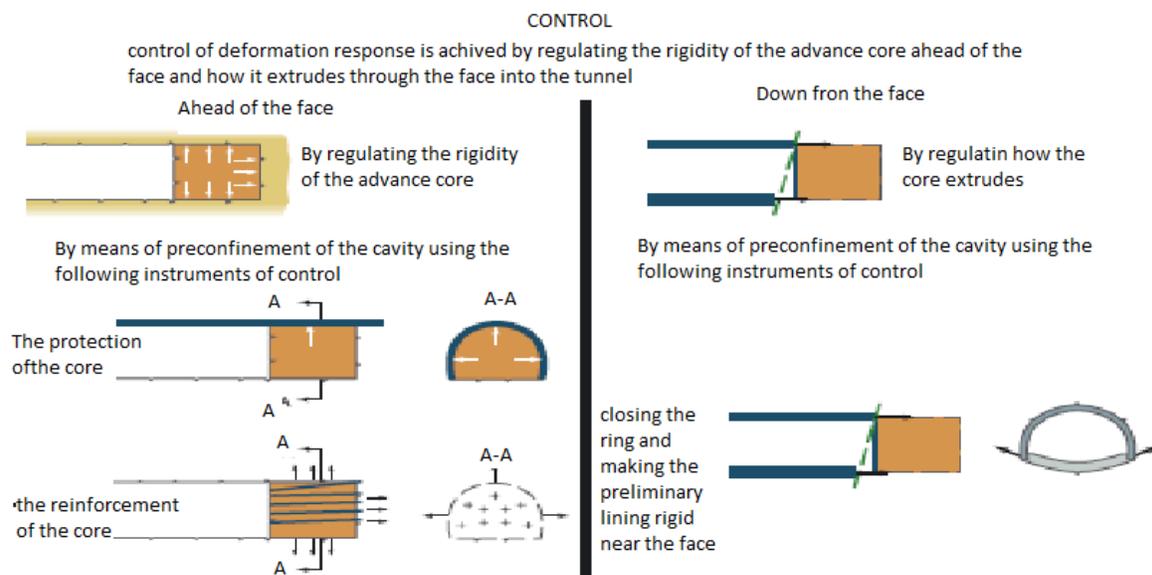


Figura 3.2. Esquema del procedimiento de excavación considerado en el método ADECO. (Lunardi, 2006)

Este método se complementa con el uso de métodos numéricos (Método de elemento Finito (FEM) y método de Diferencias Finitas(FDM) en 2D y 3D) así como la consideración de la exploración de campo y laboratorio para el análisis de los fenómenos que ocurren durante el proceso de excavación.

### 3.2. Métodos numéricos

Los métodos numéricos, puede decirse que son los métodos más exactos en la aplicación de la ingeniería, sin embargo, estos métodos requieren del uso de gente experimentada y con conocimientos adecuados en el área de aplicación. A continuación, se describen algunos de éstos.

**Método del Elemento Finito (FEM):** Es una poderosa técnica de análisis en ingeniería que ha tenido un enorme desarrollo en los últimos años. Esta herramienta permite resolver grandes sistemas de integrales de ecuaciones diferenciales en una (1D), dos (2D) o tres (3D) dimensiones (Hughes, 2000).

El FEM tiene como fin el conocer la respuesta en cualquier punto del continuo (cualquier material u objeto que se desee analizar), para ello se divide el dominio en subdominios (elementos finitos) de tal manera que en conjunto conforman una malla. La manera de subdividir el dominio depende del campo dimensional que se esté evaluando, así pues, en 2D este puede ser dividido en triángulos o paralelogramos de lados rectos o de lados curvos; mientras en problemas de 3D el dominio se puede subdividir en tetraedros o cubos de lados rectos o curvos. Con lados rectos es posible alcanzar una buena aproximación, sin embargo, con lados curvos la aproximación es mucho mejor (Rubio-González & Romero-Muñoz, 2010).

Cada elemento queda definido por la intersección de dos nodos (puntos de intersección); en tanto las incógnitas corresponden al valor o valores de las variables principales en cada uno de los nodos. A cada uno de los elementos se le asigna una aproximación de la función de forma buscada (distribución de temperatura o campo de desplazamientos) que se interpola a todos los puntos al interior del elemento.

Función de forma para elementos bidimensionales:

$$u^{(e)}(x, y) = \sum_{i=1}^n u_i^{(e)} N_i^{(e)}(x, y) \quad (1)$$

Donde: n es el número de nodos del elemento y u es la función por aproximar.

El FEM trabaja con una expresión matemáticamente equivalente a la ecuación diferencial que gobierna al problema, dando, así como resultado el sistema global de ecuaciones que se muestra a en la ecuación (2):

$$[K]\{u\} = \{b\} \quad (2)$$

Donde: [K] es la matriz de rigideces y {b} es el vector de fuerzas; el vector de incógnitas {u} son las variables nodales y contienen el valor de la función en los puntos nodales. Una vez aplicadas las condiciones de frontera, se puede resolver (2) para obtener las soluciones aproximadas de u(x,y) en los puntos nodales.

El FEM es una de las herramientas más populares entre los paquetes comerciales de computo especializado, muchos de ellos muy bien desarrollados en áreas de ingeniería civil y geotecnia como es el caso de RS2® (Rocscience, 2016)

**Método de las Diferencias Finitas (FDM):** El Método consiste en hacer una aproximación de las derivadas parciales a través de expresiones algebraicas con los valores de la variable dependiente en un número limitado de puntos seleccionados. Como resultado de la aproximación, la ecuación diferencial parcial que describe el problema es reemplazada por un número finito de ecuaciones algebraicas, en términos de los valores de la variable dependiente en puntos seleccionados.

El valor de los puntos seleccionados se convierte en las incógnitas. El sistema de ecuaciones algebraicas debe ser resuelto y puede llevar un número largo de operaciones aritméticas. Algunas de las ecuaciones que se suelen resolver con este método son ecuaciones de calor, ecuaciones de

onda, la ecuación de Laplace o ecuaciones mecánicas. Uno de los paquetes comerciales de cómputo más populares basado en este método es FLAC® (Itasca, 2002)

**Elementos Discretos (DEM):** El método de los elementos discretos simula el comportamiento mecánico de un medio formado por un conjunto de partículas las cuales interactúan entre sí a través de sus puntos de contacto. La disposición de las partículas dentro del conjunto global del sistema o medio es aleatoria, por lo que se puede formar medios con diferentes tamaños de partículas distribuidos a lo largo del conjunto, idealizando de este modo la naturaleza granular de los medios que usualmente se analiza y se simula mediante esta técnica numérica. Principalmente se pueden distinguir las siguientes propiedades básicas que definen de forma global y a grandes rasgos este método de análisis numérico:

- Las partículas como elementos discretos que en su conjunto conforman el sistema complejo de partículas.
- Estos elementos distintos como también se le conoce se desplazan independientemente uno de otros e interactúan entre sí en las zonas de contacto.
- En este método a nivel de cada partícula se hace uso de la mecánica del cuerpo rígido y los elementos discretos se consideran elementos rígidos en sí. El modelo constitutivo que define el comportamiento global del material es establecido en las zonas de contactos entre partículas. La caracterización de los contactos en el modelo se describe por los siguientes elementos mecánicos:
- Muelles: Los elementos muelles describen la fase de comportamiento elástico del medio en la zona de contacto entre cada partícula. Este comportamiento elástico queda caracterizado por dos muelles uno en la dirección de contacto normal y otro en la dirección tangencial, los cuales corresponden con las descomposiciones de fuerzas de contacto que se utilizan en la formulación del método.

- Pistones: Por su parte los pistones son elementos que toman en cuenta la viscosidad del medio que se simula. En la formulación establecida indistintamente puede emplearse varios modelos de contacto que pueden ser delimitados en modelos de contacto viscoso y no viscoso, lo que permite aplicar el modelo a un gran número de problemas mecánicos, tanto elásticos como viscoelásticos.
- Elementos de fricción: Los elementos de fricción describen la pérdida de cohesión y la falla del material en la zona de contacto entre cada partícula. Cuando en el contacto, se produce la falla, esta partícula se desprende del medio. Como el medio es descrito por un sistema de partículas es necesario emplear la ecuación de balance de la cantidad de movimiento. Supóngase para ello de un sistema discreto formado por n elementos distintos tal que cada partícula i tiene una masa  $m_i$ , que se mueve con una aceleración  $a_i$  y está sometida a una fuerza  $f_i$  como se representa en la ecuación (3). En este caso la segunda ley de Newton establece que la fuerza que actúa sobre las partículas es igual a la masa de cada elemento distinto o discreto por su aceleración. Utilizando la definición de aceleración como la derivada de la velocidad material de la velocidad y teniendo en cuenta el principio de conservación de la masa (variación de la masa de la partícula es igual a cero) se tiene la ecuación:

$$f_i = m_i a_i = m_i \frac{dv_i}{dt} = \frac{d}{dt} (m_i v_i) \quad (3)$$

Definiendo la cantidad de movimiento de la partícula como el producto de su masa por su velocidad ( $m_i, v_i$ ), expresa que la fuerza que actúa sobre el elemento distinto es igual a la variación de la cantidad de movimiento de la misma. Aplicando este concepto y la segunda Ley de Newton al sistema de n partículas o elementos decretos se tiene:

$$R(t) = \sum_i f_i = \sum_i m_i a_i = \sum_i m_i \frac{dv_i}{dt} = \frac{d}{dt} (\sum_i m_i v_i) \quad (4)$$

La ecuación (4) expresa que la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre el sistema discreto de partículas es igual a la variación por unidad de tiempo de la cantidad de movimiento del mismo. La ley de Newton proporciona la relación fundamental entre el movimiento del sistema de partículas y las fuerzas que causan dicho movimiento. El sistema de fuerzas puede estar en equilibrio estático cuando estas no están en movimiento o no actúan fuerzas sobre los diferentes elementos distintos o el medio en cuestión. Las fuerzas, los desplazamientos, tensiones y deformaciones son determinados a nivel de cada contacto entre los elementos distintos. En correspondencia con el modelo constitutivo empleado estos elementos mecánicos son descompuestos en sus componentes normal y desviadora.

La formulación establecida para el desarrollo del modelo mediante elementos discretos, adopta una serie de hipótesis que permiten simplificar el problema real desechando los aspectos menos significativos y permitiendo establecer un modelo físico y matemático del problema en estudio. Las hipótesis que se establecen son las siguientes (Oñate-IbañezdelaBarra & Zárate-Araiza, 2003):

1. Las partículas o elementos son consideradas como cuerpos rígidos.
2. El contacto ocurre en el punto o área muy pequeña de contacto entre cada partícula.
3. En las uniones entre partículas se considera que existe contactos entre los elementos discretos.
4. Todas las partículas son circulares. En 2D se emplean cilindros y en 3D esferas. Sin embargo, la formulación puede considerar o emplear otros tipos de partículas con formas diversas y arbitrarias.

5. La generación del medio empleando elementos discretos debe ser aleatoria y los diámetros de los mismos deben ser tratados de forma similar (posición y diámetro de los elementos distintos aleatorio).

6. Se trabaja en el campo de las pequeñas deformaciones.

7. El comportamiento constitutivo en la zona de contacto emplea una tolerancia (separación / penetración) donde las partículas o elementos distintos se le permite cierto solape (gap o penetración) o separación en el punto de contacto lo que implica desde el punto de vista numérico un contacto aproximado.

8. La magnitud del solape (penetración o gap) y la separación está relacionada con la fuerza de contacto, la ley fuerza-desplazamiento (modelo constitutivo de contacto), y la magnitud de estos es pequeña con relación al tamaño de los elementos distintos o partícula. (Oñate-IbañezdelaBarra & Zárate-Araiza, 2003).

Siendo este el método que actualmente se está desarrollando y aplicando con muy buena aceptación en la mecánica de suelos.

## 4. Modelación numérica RS3 y RS2

Este capítulo presenta en el inciso 4.1, 4.2 y 4.3 los modelos constitutivos y / o ecuaciones fundamentales que rigen los diferentes modelos estudiados en este trabajo. De igual forma, en el inciso 4.4 se presentan las propiedades de los materiales evaluados de suelos y rocas elegidos. En el inciso 4.5 y 4.6 se presenta lo referente a las mallas de elementos finitos (FEM) así como sus características particulares y las consideraciones en las variaciones de los esfuerzos modelados en la periferia del túnel. Finalmente, el inciso 4.7 se presentan las conclusiones parciales de este capítulo.

### 4.1. Modelos constitutivos

Los modelos constitutivos son expresiones matemáticas que expresan la relación esfuerzo-deformación de un material. Todos los aspectos que influyen en la respuesta mecánica del suelo bajo condiciones determinadas de carga no es posible tenerlas en cuenta, por lo tanto, se necesitan idealizaciones, tanto del material como de las condiciones de carga para simplificar la expresión matemática. Estas idealizaciones incorporan las principales propiedades del material, excluyéndose los aspectos considerados de menor importancia (Wulfsohn, 2002).

Los modelos constitutivos se pueden dividir en dos grupos, empíricos y analíticos. Los modelos empíricos se desarrollan a partir de datos experimentales de un material bajo condiciones específicas de carga y luego estadísticamente, se determinan las ecuaciones que con mayor exactitud se ajustan a las observaciones. Los modelos analíticos aplican las leyes físicas para describir la respuesta esfuerzo-deformación del material. Estos modelos están basados en parámetros a escala microscópica o macroscópica. Los modelos microscópicos consideran cada partícula en una masa sólida como una entidad distinta y luego predicen la respuesta esfuerzo-deformación basado en la distribución de fuerzas inter-partículas. Los modelos macroscópicos

tratan la masa sólida como un medio continuo o interacción continua y describen las características esfuerzo-deformación del material como un todo (Tripodi, et al., 1992). Los modelos constitutivos del suelo se pueden clasificar de acuerdo a criterios como (Shen, 1988):

- Modelos lineales o no lineales; en dependencia de la linealidad de la ecuación.
- Modelos elásticos, plásticos y elastoplásticos; en dependencia de si se considera en el modelo solo deformación elástica, plástica o ambas.
- Modelos estáticos o dinámicos (reológicos); en dependencia de si el tiempo se tiene en cuenta en el modelo (González-Cueto, et al., 2013).

De acuerdo a los diferentes modelos mencionados, es posible entonces simular el comportamiento que se adecuó al problema analizado.

#### 4.2. Modelo constitutivo Mohr-Coulomb

El modelo constitutivo “Mohr-Coulomb” se considera como una aproximación de primer orden al comportamiento no lineal del suelo. Se trata de un modelo elastoplástico perfecto (isotrópico) desarrollado a partir de la composición de la ley de “Hooke” y la forma generalizada del criterio de falla “Mohr-Coulomb”. Con este modelo es posible simular el comportamiento de suelos granulares sueltos o finos normalmente consolidados y se debe tener en cuenta que no representa el comportamiento elasto-plástico progresivo, sino que es un modelo elástico y luego plástico perfecto. Su formulación involucra dos elementos generales: la elasticidad perfecta y la plasticidad asociada al desarrollo de deformaciones plásticas o irreversibles.

La Fig. 4.1. presenta la superficie de fluencia del modelo “Mohr-Coulomb”, donde los puntos contenidos dentro de la pirámide hexagonal para este criterio indican que no se presenta la falla.

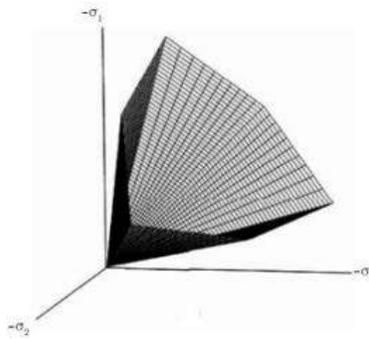


Figura 4.1. Superficie de fluencia del modelo Mohr-Coulomb (Plaxis, 2004).

Para hacer uso del modelo se requiere del conocimiento de los parámetros de resistencia al corte del suelo y los parámetros elásticos que lo constituyen. Entre los parámetros de resistencia se encuentran:

Angulo de Fricción Interna ( $\phi$ ,  $\phi'$ ):

El ángulo de fricción interna del suelo es un parámetro muy común en la mecánica de suelos, el cual es utilizado entre otros para el diseño de cimentaciones y otras estructuras geotécnicas. Generalmente, este ángulo se refiere a la medida de la resistencia al corte debido a la fricción mecánica directa entre las partículas de suelo. El valor del ángulo de fricción interna caracteriza de una manera aproximada a cada tipo de suelo, y puede ser determinado a partir de pruebas de laboratorio y de campo. En este sentido, la prueba triaxial es uno de los ensayos más adecuados para evaluarlo mediante la representación gráfica del criterio de falla "Mohr-Coulomb" (ver Fig. 4.2).

Cohesión ( $c$ ,  $c'$ ):

La cohesión es otro parámetro de resistencia al corte, la cual es definida como la medida de las fuerzas que unen las partículas del suelo. La cohesión de un suelo puede ser determinada a partir de varias pruebas; sin embargo, la principal forma de obtener este valor es a través de pruebas triaxiales.

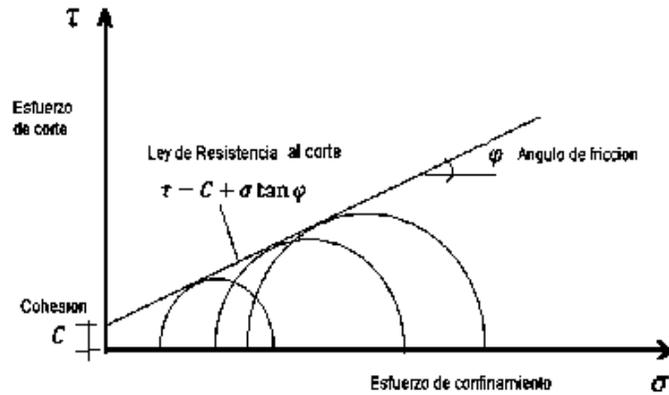


Figura 4.2. Ley de resistencia al corte de modelo Mohr-Coulomb.

En cuanto a los parámetros de elasticidad se requiere conocer el Modulo de Elasticidad E (módulo de Young) y la Relación de Poisson ( $\nu, \mu$ ).

Por otro lado, la resistencia al corte no drenada ( $c_u, s_u$ ), es ampliamente utilizada para el diseño a corto plazo en suelos finos (arcillas y limos). La  $c_u$  puede estimarse que en arcillas saturadas como la mitad de la resistencia a la compresión simple ( $q_u$ ) como se muestra en la ecuación (5).

$$c_u = s_u = 1/2 q_u \quad (5)$$

Módulo de Young (E):

El módulo de elasticidad E longitudinal es un parámetro característico del comportamiento de un material elástico, según la dirección en la que es aplicada la fuerza. Para un material elástico lineal e isótropo, el módulo tiene el mismo valor en tensión y compresión, siendo una constante independiente del esfuerzo siempre que no exceda de un valor máximo denominado límite elástico y es representado por la pendiente de la gráfica esfuerzo-deformación.

Relación de Poisson ( $\nu, \mu$ ):

La relación de Poisson es una constante elástica que brinda una medida de la reducción de sección de un prisma de material elástico lineal e isótropo cuando éste es estirado longitudinalmente y se adelgaza en las direcciones perpendiculares a la del estiramiento. En mecánica de suelos, este es uno de los parámetros más difíciles de evaluar, pero es a la vez uno de los más relevantes en el análisis numérico con elementos finitos y en especial en el modelo “Mohr-Coulomb”. Comúnmente, la relación de Poisson efectiva puede ser obtenida a través de la realización de un Ensayo triaxial drenado, midiendo las distintas variables de deformación unitaria (Wulfsohn, 2002).

#### 4.3. Modelo constitutivo Hoek-Brown/ Hoek-Brown Generalizado

El modelo constitutivo o criterio de falla “Hoek-Brown” ha sido adoptado como una herramienta confiable para analizar el comportamiento de macizos rocosos. Este criterio parte de las propiedades de la roca intacta y posteriormente se van agregando factores reductores en función de la geología y las características del macizo rocoso. Uno de los aportes de este método es la posibilidad de clasificación de macizos rocosos alterados e inalterados.

El criterio de falla “Hoek-Brown” es un ajuste no lineal de las envolventes de Mohr. Hoek. sugirió que la resistencia cohesiva determinada al ajustar una tangente a la envolvente curvilínea de Mohr es un valor sobredimensionado y puede dar unos resultados optimistas en los cálculos de estabilidad. Consecuentemente, puede ser más apropiado un valor medio determinado al ajustar una relación lineal de “Mohr-Coulomb” por métodos de mínimos cuadrados de acuerdo a la ecuación (6).

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_{ci} \sqrt{m \frac{\sigma_3}{\sigma_{ci}} + s} \quad (6)$$

Donde:

$\sigma_1$ = Esfuerzo principal mayor

$\sigma_3$ =Esfuerzo principal menor

$\sigma_{ci}$ =Resistencia a la compresión uniaxial del material intacto

m y s= son las constantes del material, tomándose s=1 para roca intacta

Mientras que en general el criterio se considera satisfactorio, existen algunas incertidumbres e inexactitudes que ha creado inconvenientes en su implementación a modelos numéricos y a programas de computación de equilibrio límite. En particular, la dificultad de encontrar un ángulo de fricción y resistencia cohesiva equivalentes para un macizo rocoso dado, ha sido un inconveniente desde la publicación original del criterio en 1980. Por lo que se introdujo el concepto de Criterio de falla “Hoek-Brown Generalizado” en el que la forma de la curva de la tensión principal o la envolvente de Mohr podría ajustarse por medio de un coeficiente variable denominada a, en lugar del término de la raíz cuadrada de la ecuación (6). Además de los cambios en las ecuaciones, también se reconoció que el RMR de Bieniawski (Rock Mass Rating) no era adecuado como vehículo para relacionar el criterio de ruptura con las observaciones geológicas en campo, particularmente para macizos rocosos muy débiles. El RMR es un sistema de clasificación de rocas *in situ*, que permite evaluar varios aspectos sobre la competencia del material, a partir de inspección visual y algunas pruebas de laboratorio. Ello condujo a la introducción del Índice de Resistencia Geológica (GSI, Geological Strength Index). (Evert Hoek, 2002)

El criterio se expresa a través de la siguiente ecuación:

$$\sigma'_1 = \sigma'_3 + \sigma_{ci} \left( m_b \frac{\sigma'_3}{\sigma_{ci}} \right)^a \quad (7)$$

Donde:

$\sigma_{ci}$  = resistencia a la compresión uniaxial del material intacto

$m_b$  = valor reducido de la constante del material  $m_i$  y esta dado por la ecuación (8).

$$m_b = m_i \exp\left(\frac{GSI-100}{28-14D}\right) \quad (8)$$

Donde:

S y a = constantes propias del macizo rocoso y están dadas por las ecuaciones (9) y (10).

$$s = \exp\left(\frac{GSI-100}{9-3D}\right) \quad (9)$$

$$a = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \left( e^{-\frac{GSI}{15}} - e^{-20/3} \right) \quad (10)$$

Donde:

D = factor que depende del grado de alteración que ha sufrido el macizo rocoso y varía desde 0 para macizos inalterados hasta 1 aquellos muy alterados.

GSI = toma valores desde 0 (para macizos rocosos muy frágiles) hasta 100 (macizos rocosos muy competentes) Incluida en el manual de usuario del software de Rocscience® (Rocscience, 2016).

Dado que la mayoría de los softwares consideran el criterio de ruptura de “Mohr-Coulomb”, es necesario determinar los ángulos de fricción y las resistencias cohesivas para cada macizo rocoso e intervalo de esfuerzos. Esto se hace ajustando una relación lineal media a la curva generada a partir de la ecuación (6) para un intervalo de esfuerzo principal menor definido por  $\sigma_t < \sigma_3 < \sigma_{3max}$ , tal como se ilustra en la Fig. 4.3. El proceso de ajuste supone equilibrar las áreas por encima y por debajo de la curva de “Mohr-Coulomb”. (Evert Hoek, 2002).

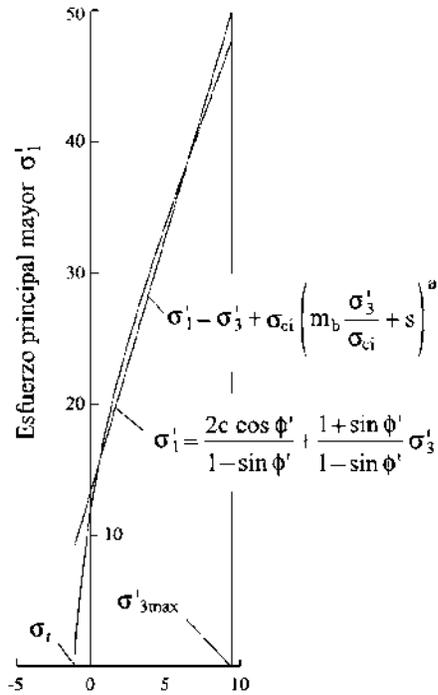


Figura 4.3. Relaciones entre los esfuerzos principales mayor y menor para el criterio de Hoek-Brown y el equivalente del criterio de Mohr-Coulomb. (Evert Hoek, 2002)

#### 4.4. Parámetros del suelo

En este apartado se presentan los parámetros y características de suelos y rocas que se consideraron para el desarrollo de la investigación, unos para validar el modelo y otros, usando valores reales de la Cd. De Morelia que fueron obtenidos de muestreos en la zona de excavación de un túnel vial. Las tablas 4.1 y 4.2 presentan los parámetros de los materiales usados en las comparaciones numéricas 2D y 3D usando el criterio de "Hoek-Brown Generalizado". La Tabla 4.1 y la Tabla 4.2 son parámetros de rocas suaves típicas de la Cd. de Morelia. Se consideró un estado de esfuerzos isotrópico ( $K=1$ ), y no se simuló el revestimiento del túnel.

Tabla 4.1. Parámetros de los suelos reportados por Vlachopoulos & Diederichs, 2014, utilizados para la comparación de modelos 2D y 3D, modelo de ruptura "Hoek-Brown Generalizado".

Parámetro	Material			
	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>
$p_0/\sigma_{crm}$	8	6	4	2
$\sigma_{ci}$ (MPa)	35	35	50	75
$m_i$	7	7	7	7
$\nu$	0.25	0.25	0.25	0.25
$\Upsilon$ (MN/m <sup>3</sup> )	0.026	0.026	0.026	0.026
$E_i$	19212	19249	27630	21567
$p_0$ (MPa)	28	28	28	28
<b>GSI</b>	35	45	48	60
$m^a$	0.687	0.982	1.093	1.678
$s^a$	0.0007	0.0022	0.0031	0.0117
$a^a$	0.0516	0.508	0.507	0.503
$E_{rm}$ (MPa)	2183	4305	7500	11215
$\sigma^{crm}$ (MPa) <sup>a</sup>	3.5	4.7	7	14
$c$ (MPa) <sup>a</sup>	1.1	1.753	2.145	3.259
$\phi^\circ$	21.5	23.71	27.05	33.4

Tabla 4.2. Parámetros de roca utilizados para las comparaciones 2D y 3D correspondientes a valores reales de suelos típicos de la Cd. de Morelia, modelo de ruptura "Hoek-Brown Generalizado".

	<b>Ignimbrita 1</b>	<b>Ignimbrita 2</b>
$\Upsilon$ (KN-m <sup>3</sup> )	17.65	19.62
<b>E</b> (MPa)	1552.070	8450.790
$\nu$	0.3	0.3
<b>UCS</b> (MPa)	64.000	133.130
<b>GSI</b>	48	61
<b>MI</b>	19	19
<b>D</b>	0.8	0.8

Los parámetros de la tabla 4.3 se usaron para un estudio paramétrico y para la comparación de los modelos 2D y 3D usando el criterio de falla de "Mohr-Coulomb". La arcilla con  $\phi = 22^\circ$  es un material típico del sur de Morelia y las otras tres corresponden a variaciones del valor del ángulo de fricción.

Tabla 4.3. Parámetros de arcillas utilizados para la comparación de modelos 2D y 3D, modelo de ruptura "Mohr-Coulomb".

	$\phi=9^\circ$	$\phi=15^\circ$	$\phi=22^\circ$	$\phi=25^\circ$
$\gamma$ (MN/m <sup>3</sup> )	0.0174	0.0174	0.0174	0.0174
E (MPa)	15	15	15	15
$\nu$	0.3	0.3	0.3	0.3
c (MPa)	0.012	0.012	0.012	0.012

El revestimiento del túnel no fue modelado.

#### 4.5. Mallas FEM 2D y 3D

La modelación numérica en la práctica se hace en función de los softwares disponibles, ya sea en 2D y/o 3D, obteniéndose para cada sistema una malla en función de las dimensiones estudiadas, siendo por supuesto las 3D más complejas en su resolución. La malla tal vez es la parte de mayor importancia y al mismo tiempo la más difícil de elegir al momento de realizar análisis con Elementos Finitos. La definición numérica de la malla es de notable importancia, puesto que esta será la que delimite la geometría del modelo, además en función de ésta se realizará la distribución de elementos y posteriormente las soluciones a los sistemas de ecuaciones.

Uno de los principales objetivos de este trabajo, fue buscar una malla equivalente entre simulaciones en dos dimensiones 2D y tres dimensiones 3D, es decir que bajo las mismas condiciones ambas se deformen de manera similar. Sin embargo, se buscó que la correlación de las mallas no fuera tan compleja, es decir, que la manipulación fuera posible desde las mismas utilerías del programa. En el software utilizado de Rocscience® 2D y 3D, es posible manipular las mallas de manera arbitraria y generarla automáticamente, por lo que fue requerido un proceso iterativo hasta encontrar las mallas equivalentes.

La malla de partida para el análisis se generó en deformación plana (Rocscience® 2D), por su potencial y simpleza para editar mallas. Uno de los inconvenientes o ventajas depende de cómo se quiera ver

la aplicación de resolución, ya que el software presenta diferentes opciones de elementos, los que se mencionan a continuación:

1. Elementos finitos triangulares o cuadrilaterales
2. Triángulos de 3 o 6 nodos
3. Cuadriláteros de 4 u 8 nodos
4. Generación de malla automática
5. Tipos de mallas: Malla radiales, uniformes o graduadas
6. Mallas mapeadas
7. Mallas personalizadas
8. Posibilidad de revisar y definir la calidad de la malla
9. Condiciones de frontera fáciles de aplicar

En cuanto al tipo de malla que se puede utilizar en RS2®, la diferencia se puede entender mejor en la Fig. 4.4.

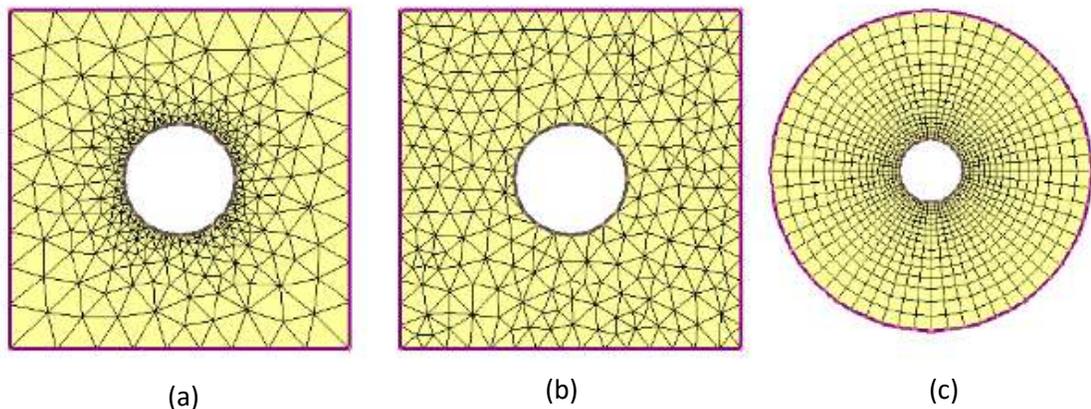


Figura 4.4. Tipos de mallas usadas en los programas de elemento finito, a) Malla graduada, b) Malla uniforme y c) Malla radial.

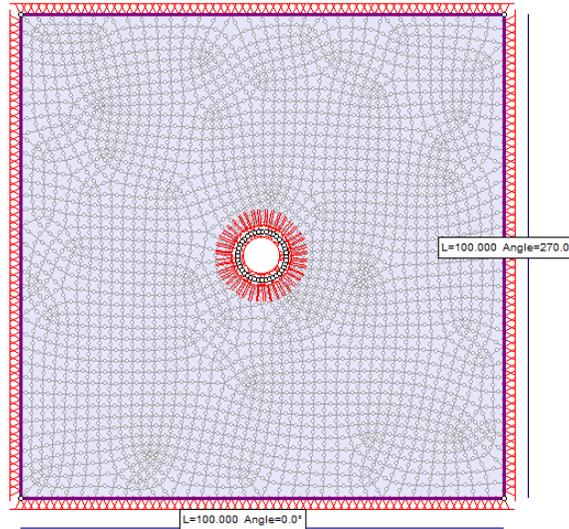


Figura 4.5. Malla equivalente en RS2® ajustada al espacio geométrico de 100 x 100 m con una excavación al centro de 5m de radio.

La malla escogida para este estudio fue una malla simple, formada por cuadriláteros de 8 nodos con una distribución uniforme conformada por 1000 elementos como se muestra en la Fig. 4.5. La geometría de 100x100 m y el túnel de 5 m de radio, fue tomada del trabajo realizado por Vlachopoulos & Diederichs (2014), esto con la finalidad de utilizar un modelo validado científicamente (Diederichs, 2009). Como se muestra en la misma figura, las fronteras de la malla fueron restringidas en todas las direcciones ( $x$ ,  $y$  y  $z$ ), para equiparar el modelo con estas mismas condiciones en 3D. Esta malla fue la que dio las mismas deformaciones en la clave del túnel con la 3D.

En la Fig. 4.6. se muestra la discretización alrededor del túnel, en la cual solo se colocaron restricciones en el sentido perpendicular al plano (dirección  $z$ ) para que no haya deformaciones en esa dirección, puesto que se observó que si se mantiene libertad en ese sentido el modelo tiende a deformar también en esa dirección y estos desplazamientos no son de interés, pues son en el sentido paralelo a la excavación, y los que realmente son importantes son los perpendiculares a esta.

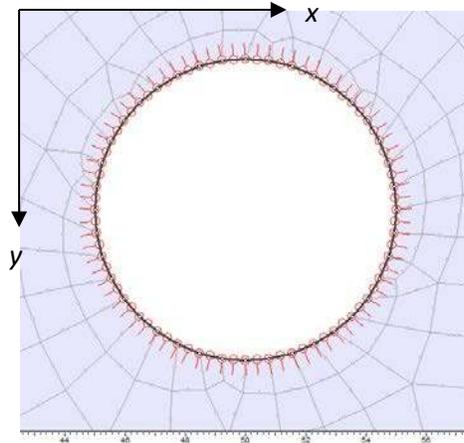


Figura 4.6. Discretización en las fronteras de la excavación para el modelo en 2D; se observa también la restricción en z para todos los nodos.

En el programa en 3D la manera de diseñar la malla es muy similar a como se hace en 2D, utilizando la herramienta para la generación de mallas se puede llevar a cabo varias modificaciones. Para el modelo se ajustó una malla uniforme con tetraedros de cuatro nodos la que consiste en 500 000 elementos.

La malla en 3D es un sistema mucho más complejo, donde los elementos pueden tener una variedad de acomodos infinita (Fig. 4.7), y donde la discretización es más difícil, en el caso del RS3® solo se puede hacer uso de la discretización automática; la cual a su vez dependerá de la forma de los elementos que se estén usando, pues los prismas formados atienden a las normas de la discretización de los elementos finitos, para mantener la regularidad y evitar la distorsión y la esbeltez de los elementos.

En el caso del modelo 3D, se buscó que la malla fuera mucho más densa, debido a que se necesitaba que el modelo fuera más refinado, esto con la finalidad de que los desplazamientos se aproximen los más posible entre los modelos 2D y 3D.

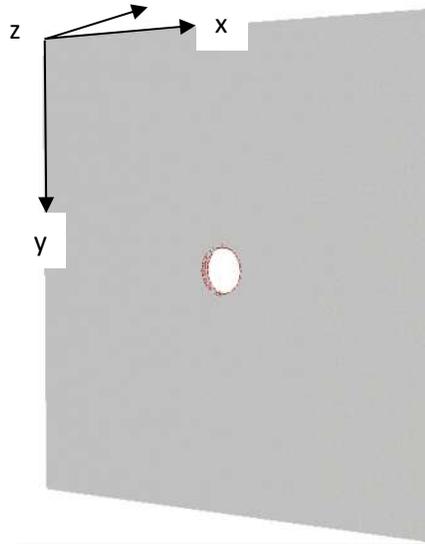


Figura 4.7. Malla en 3D, donde se puede observar la densidad de elementos y la complejidad de su conformación.

Finalmente, para la malla en 3D se buscó una configuración similar a la 2D, es decir que tuviera las mismas proporciones geométricamente, dándole las mismas dimensiones en los ejes  $x$  y  $y$ , mientras para el eje  $z$  se propuso un espesor unitario.

#### 4.6. Modelación de la variación de presiones en el túnel

De acuerdo a la teoría de la curva de convergencia-confinamiento o curva característica (Panet, 1995) (Lombardi G., 1974), existe una presión en el túnel que define el momento crítico para la colocación del revestimiento. La definición de esta presión es primordial para el diseño de un túnel, por lo que en este trabajo se definió la variación de las presiones gradualmente para obtener el esfuerzo-deformación en varias etapas.

La primera presión utilizada en el modelo numérico y dado que se utilizó la opción “Gravedad” en el programa FEM, se obtuvo a partir del valor del esfuerzo vertical del suelo en la zona de la clave del túnel, multiplicando el valor del peso específico ( $\gamma$ ) del suelo por la profundidad a la que se colocó el túnel, esto para cada modelo y cada material.

A partir de este valor se propuso el del factor de presión equivalente, al cual se le sometió a un factor de reducción gradual como se muestra en la Tabla 4.4. Con esta reducción presiones se simuló la competencia del suelo debida a la excavación.

Tabla 4.4. Factor de reducción de presiones usado en las simulaciones numéricas

<b>FACTOR DE REDUCCIÓN DE PRESIÓN (FRP)</b>	<b>PORCENTAJE DEL ESFUERZO <i>IN SITU</i> (%)</b>
<b>1</b>	100
<b>2</b>	90
<b>3</b>	80
<b>4</b>	60
<b>5</b>	40
<b>6</b>	20
<b>7</b>	10
<b>8</b>	0

En este trabajo el resultado del esfuerzo-desplazamiento considerado “crítico” para evitar la falla en la excavación, fue elegida a partir de un criterio de ruptura propuesto y que se describe en el capítulo 5.

#### 4.7. Conclusiones particulares

Una de las decisiones importantes para la modelación en FEM, es la correcta selección de los modelos constitutivos o ecuaciones fundamentales que describen el modelo de ruptura de los materiales seleccionados.

La selección de los materiales es una decisión primordial, pues se debe verificar la cantidad de parámetros conocidos con respecto a los solicitados por el software. En el caso de este trabajo

además se tuvieron que evaluar los parámetros de los materiales usados para la calibración de los modelos, además de elegirlos en función de pruebas en suelos reales.

La definición de los parámetros, así como el estado de esfuerzos inicial, es crítica para la modelación, pues se pueden obtener resultados inadecuados. En este trabajo a pesar de que en la realidad el K raramente está en condiciones isotrópicas y el suelo no es elástico, se recurrió a una modelación elástica-isotrópica debido a los problemas que se tuvieron al inicio de este estudio, por lo que se recurrió a comprender las condiciones más simples para comprender el problema. Será objeto de otro estudio considerar condiciones más complejas.

En este trabajo, fue hasta cierto punto complicado seleccionar entre si se modelaba en estado “Constante” o “Gravedad” en Rocscience®, pues el peso propio de los materiales generaba deformaciones incoherentes, hasta que se pudo definir un tipo de restricciones. Por igual también fue un proceso de aprendizaje el cómo seleccionar el valor de K para la presión de tierras en reposo.

La selección de la variación de la presión en la periferia del túnel, también resultó todo un proceso de análisis, hasta obtener los resultados que pudiesen arrojar valores adecuados en nuestro estudio.

La elección de la malla en FEM, así como las características geométricas y de restricción, son fundamentales en la obtención de los resultados finales.

## 5. Resultados Elásticos

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos de las diferentes modelaciones numéricas FEM, en el inciso 5.1 se presentan los resultados correspondientes a la obtención de las mallas equivalentes entre 2D y 3D; en el 5.2, se presentan los resultados respecto a la evaluación paramétrica de las mallas aplicada a los diferentes suelos elegidos en este estudio y en el 5.3 se presenta los resultados del análisis con variación del radio del túnel, en el 5.4 se muestra lo referente al nomograma elástico y en el 5.5 las conclusiones particulares.

### 5.1. Resultados 2D y 3D con las mallas equivalentes

A continuación, se presentan los resultados obtenidos al evaluar las mallas en 2D y 3D seleccionadas y consideradas equivalentes entre sí (sección 4.5). Para la calibración de los modelos evaluados se utilizó el material C de la tabla 4.1. (sección 4.4.). Posteriormente se llevaron a cabo una serie de análisis para verificar el comportamiento en dos puntos de la excavación, clave (Punto A) y contra bóveda (Punto B) (ver Fig. 5.1), tomando dos variantes de distribución de esfuerzos del programa, “Gravedad” y “Constante” para verificar la opción aplicable en este trabajo, cuyos resultados se presentan en las Figs. 5.3 y 5.4. La distribución de esfuerzos denominada “Gravedad”, permite evaluar el modelo considerando el peso propio del material, el cual es más apropiado para túneles superficiales. El constante, considera un estado de esfuerzos *in situ* o propios del suelo, los cuales pueden ser calculados a través de un promedio teórico o en casos reales a través de pruebas de laboratorio, esta condición de esfuerzos es más adecuada para túneles profundos, como es el caso en esta investigación.

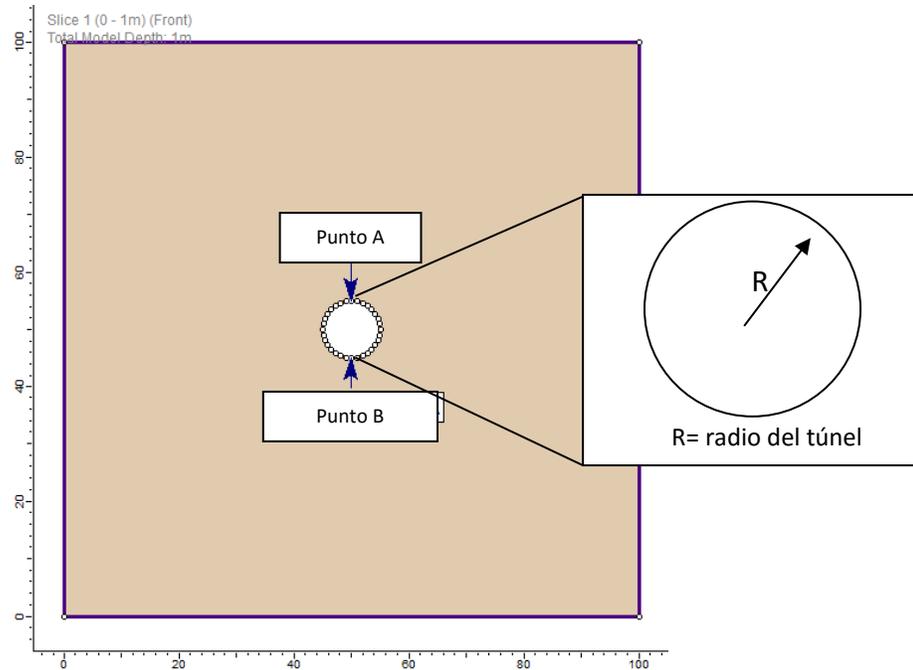


Figura 5.1. Zonas de evaluación para la obtención de resultados.

Es importante mencionar que no se simuló ningún método de excavación en específico, se abordó la excavación en una sola sección y una sola etapa, esto con la finalidad de simplificar los modelos.

A partir de lo anterior, se probaron varios modelos de mallas en 2D y 3D. Por dar algunos ejemplos, en un caso se fijó un número igual de elementos (1,000 y 1,000 elementos para 2D y 3D respectivamente) y se hicieron pruebas variando los tipos de elemento o variando el tipo de mallado, después de manera iterativa se fueron modificando y ajustando todas las propiedades, observándose el comportamiento de las mallas a través de la gráfica de las curvas desplazamientos (d) contra factor de reducción de presiones (FRP) en los dos puntos de la geometría del túnel antes mencionados.

Se observó que en el modelo 2D las modificaciones de la malla en realidad afectan relativamente poco la variación de desplazamientos, en cambio la malla en 3D si sufre cambios significativos en relación a los desplazamientos al modificar las condiciones de la malla. Se decidió entonces utilizar

una malla 2D específica y constante, la cual se escogió tomando en cuenta la similitud en la tendencia de la curva “FRP vs “d” comparada algunas mallas propuestas en 3D.

Finalmente, en lo correspondiente a este proceso se observó que el efecto más importante sobre la malla es el número de elementos y por lo tanto también la discretización en el área del túnel, lo que se puede observar en la Fig. 5.2, la que muestra la evolución del desplazamiento en la clave de la excavación, denominada como punto “A”. La evolución del desplazamiento depende de los elementos en la malla 3D usando las mallas equivalentes. Se aprecia además que, con mallas de 1,000 elementos en 2D y 3D las curvas se separan considerablemente entre sí, como se observa con las líneas denominadas 2D 1000 y 3D 1000 (marcadores rombos y cuadrados respectivamente).

Al incrementarse el número de elementos de la malla 3D, las curvas de los desplazamientos disminuyen entre ellas hasta equipararse a los desplazamientos 2D (500,000 elementos) donde prácticamente las curvas denominadas 2D 1000 y 3D 500 000 se tocan entre sí, como se aprecia en la Fig. 5.2. Las demás curvas atienden el número de elementos de la malla a partir de la nomenclatura usada.

Los desplazamientos obtenidos son muy pequeños debido a que se trata de un material bastante competente.

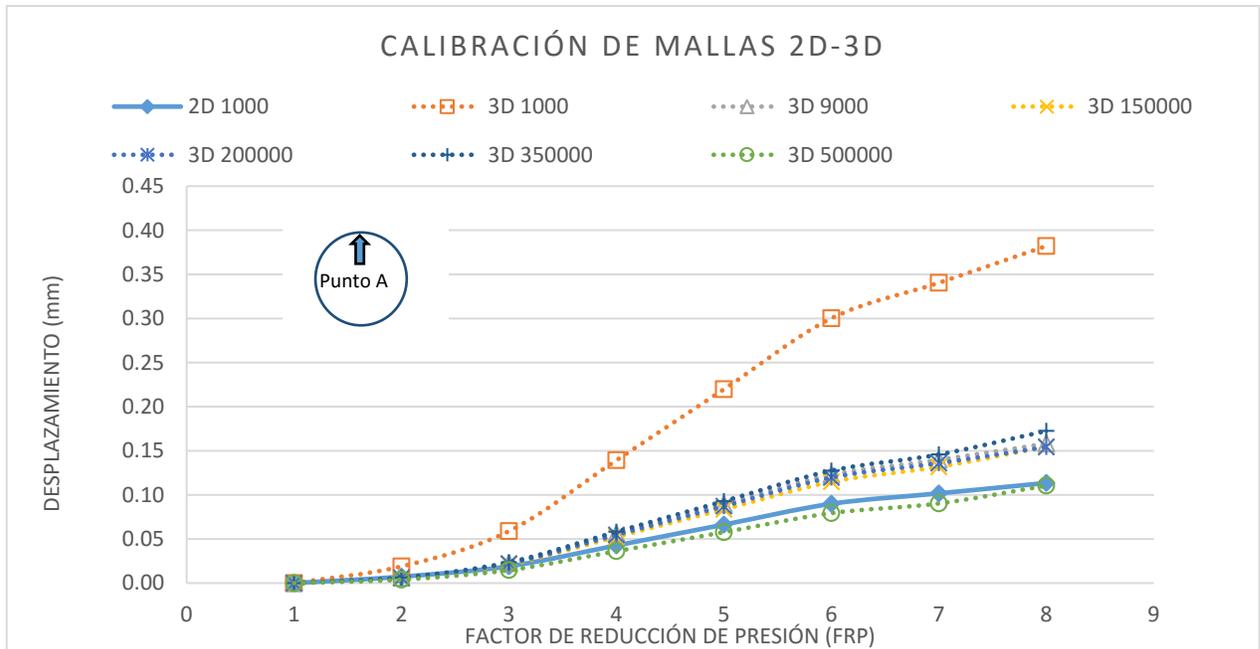


Figura 5.2. Gráfica Factor de Reducción de Presión (FRP) vs Desplazamiento (d) de las diferentes mallas probadas y las equivalentes 2D y 3D.

En seguida, se muestran los resultados del análisis de sensibilidad de las mallas debido a la posibilidad de modelar el estado de esfuerzos “Gravedad” y “Constante”. En la Fig. 5.3 se muestran los resultados del análisis en el punto “A”, para un estado de esfuerzos “Constante” usando las mallas equivalentes en 2D (línea con rombos) y 3D (línea con cuadros) para el suelo C, donde se puede apreciar como la relación de esfuerzos-desplazamientos tienen una tendencia similar en ambos casos. En la Fig. 5.4 se presentan los mismos resultados, pero para la condición de esfuerzos de “Gravedad”. En esta última figura, se aprecia que existe una variación en la tendencia de los esfuerzos en 2D y 3D. La diferencia numérica de los esfuerzos en ambas gráficas muestra que estos son diferentes en 2D y 3D, observándose en el caso de “Constante” que éstos son mayores para el caso 3D, lo cual suena congruente dada la consideración 3D.

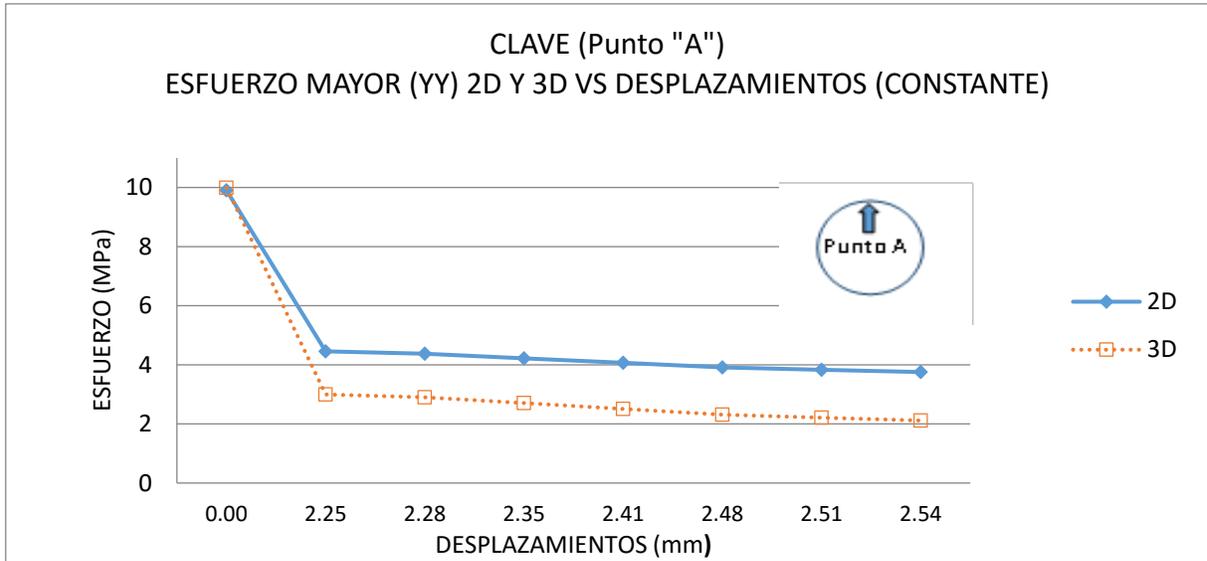


Figura 5.3. Evaluación de las mallas equivalentes de 2D y 3D en la Clave, usando un estado de esfuerzos "Constante" de Rocscience®.

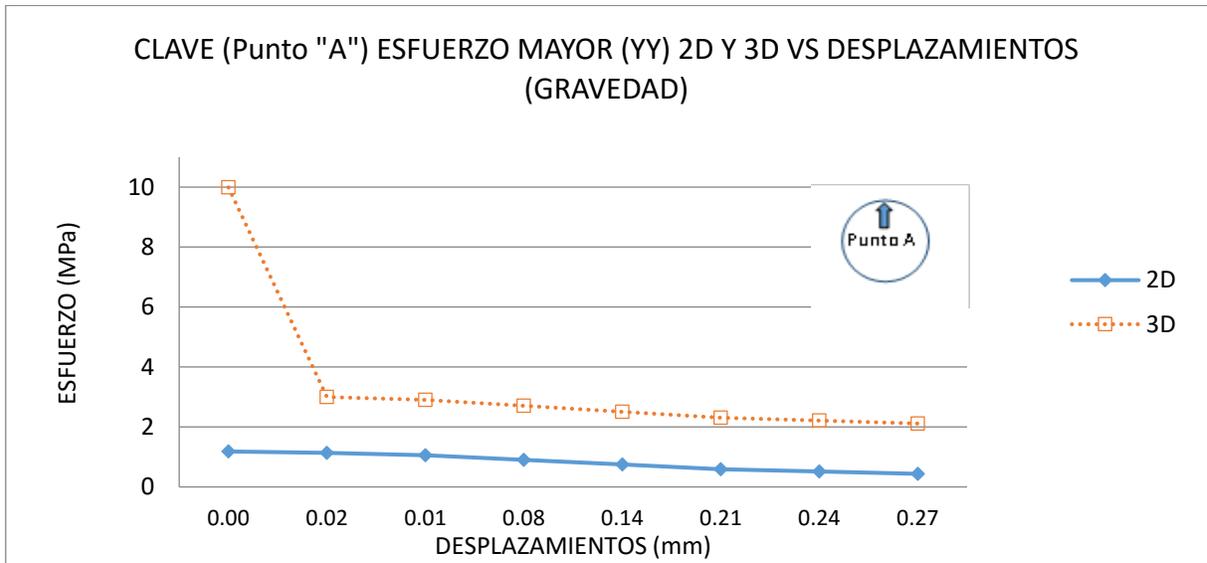


Figura 5.4. Evaluación de las mallas equivalentes de 2D y 3D en la Clave, usando un estado de esfuerzos de a "Gravedad" de Rocscience®.

En la Fig. 5.5 se muestran los resultados del análisis en la contra clave denominada "Punto B" de la excavación usando las mallas equivalentes en 2D (línea con rombos) y 3D (línea con cuadros) donde se puede apreciar como la relación de esfuerzos-desplazamientos tienen una tendencia similar en ambos casos utilizando el material C. En esta simulación se aplicó un estado de esfuerzos "Constante".

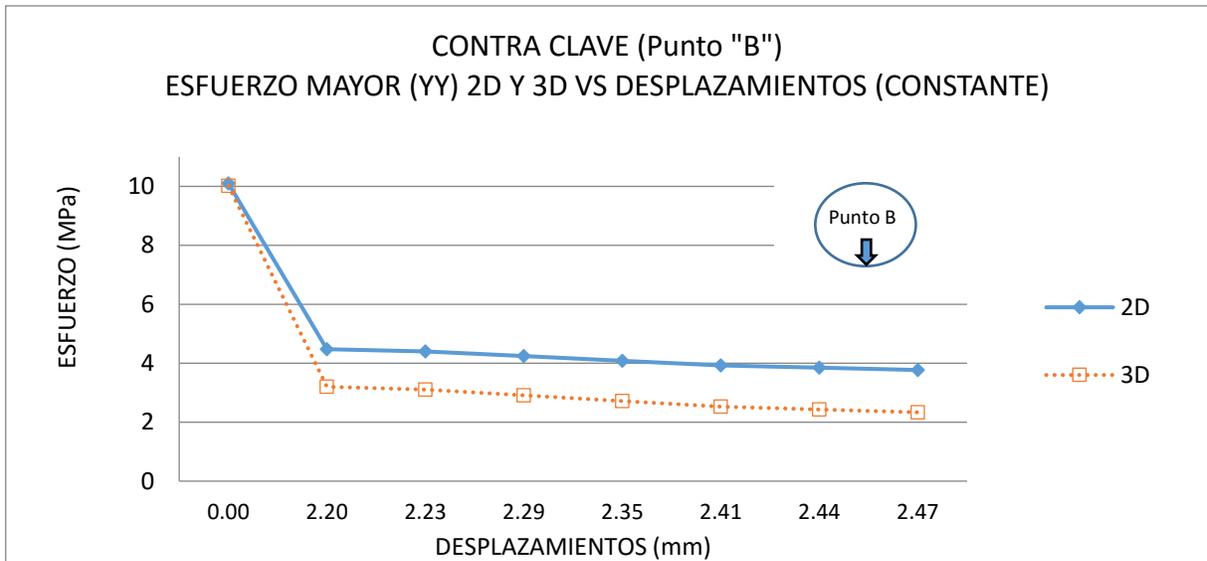


Figura 5.5. Evaluación de las mallas equivalentes de 2D y 3D en la Contra clave, usando un estado de esfuerzos “Constante” en Rocscience®.

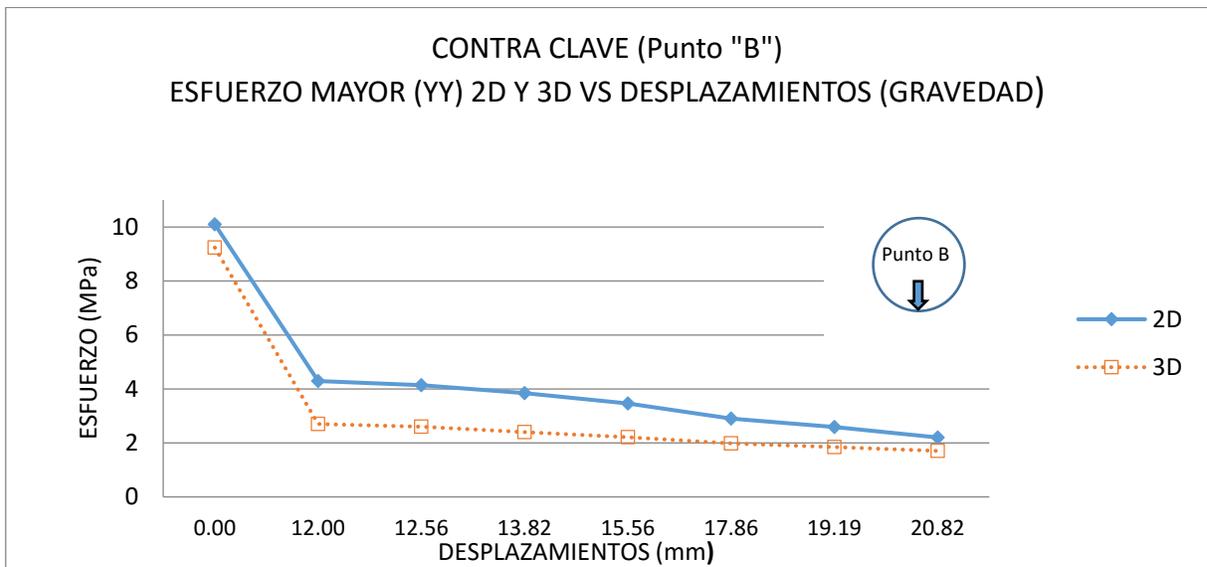


Figura 5.6. Evaluación de las mallas equivalentes de 2D y 3D en la Contra clave, usando un estado de esfuerzos a Gravedad.

En la Fig. 5.6 se muestran los resultados del análisis en el “Punto B” de la excavación usando las mallas equivalentes en 2D (línea con rombos) y 3D (línea con cuadros) donde se puede apreciar como la relación de esfuerzos-desplazamientos tienen una tendencia similar en ambos casos utilizando el material C. En esta simulación se aplicó un estado de esfuerzos a “Gravedad”.

A partir de estos resultados y de las deformaciones observadas en el túnel debido a la consideración “Gravedad”, se decidió modelar en condiciones “Constantes” de esfuerzos.

## 5.2. Resultados de las mallas aplicada a los diferentes suelos

En este inciso se presentan los resultados de la evaluación de las mallas equivalentes en 2D y 3D aplicadas a los diferentes materiales propuestos en el capítulo 4 de las tablas 4.2 y 4.3.

en la Fig. 5.7 los resultados del análisis se muestran para el material denominado “Ignimbrita 1”, donde se aprecia como el modelo 2D (rombos) y 3D (cuadros) tienen tendencias muy similares en un análisis “FRP” vs “d”, asentándose que las mallas equivalentes funcionan también con el modelo de Hoek-Brown generalizado aplicado en rocas.

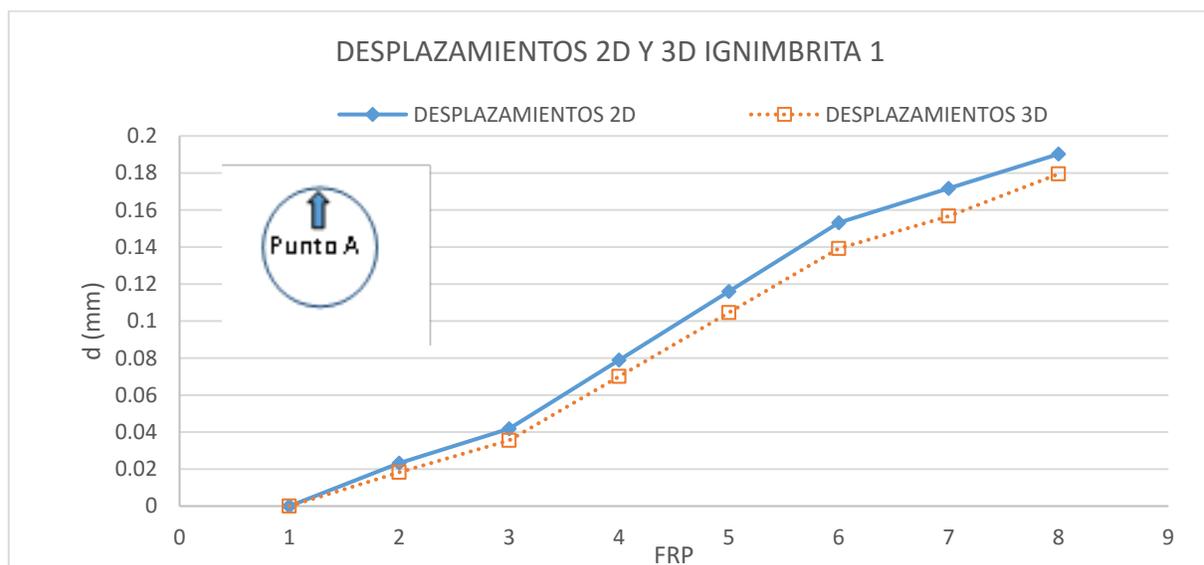
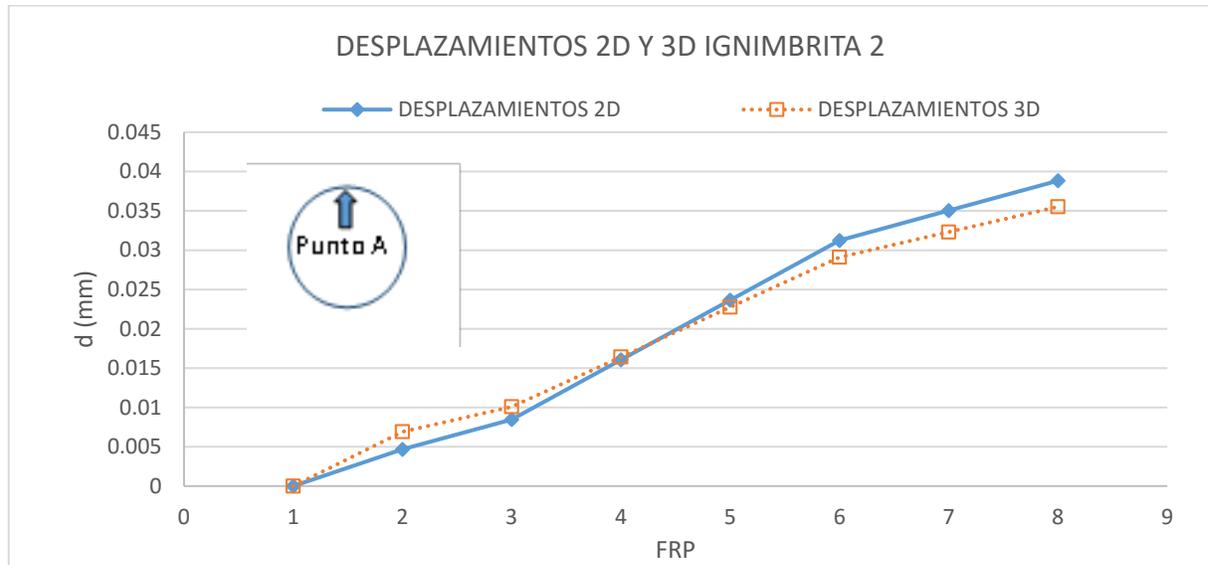


Figura 5.7. Curvas “FRP” vs “d” 2D y 3D para la Ignimbrita 1 evaluada con las mallas equivalentes 2D y 3D

En la Fig. 5.8 se muestran los resultados de evaluar las mallas 2D y 3D simulando la excavación en el material tipo Ignimbrita 2. Donde se aprecia que las curvas FRP vs d, tanto en 2D (línea con rombos) como en 3D (línea con cuadros) describen prácticamente la misma trayectoria, por lo que se deduce que las mallas equivalentes funcionan correctamente con el modelo Hoek-Brown ante una variación

paramétrica, observándose además el incremento de los desplazamientos debido a la relajación de esfuerzos.



Figuran 5.8. Curvas “FRP” vs “d” 2D y 3D para la Ignimbrita 2 evaluada con las mallas equivalentes 2D y 3D

Después de verificar el correcto funcionamiento de las mallas con materiales que atienden al criterio de rotura de Hoek-Brown, se comenzó con la revisión de los materiales para el modelo de Mohr-coulomb. El primero de ellos la arcilla con un ángulo de fricción de  $22^\circ$  definida en el capítulo 4, esto con la finalidad de probar con un material real. En la Fig. 5.9 se muestran los resultados de este análisis, donde además del cambio de material, también se simularon varios avances de la excavación. Estos avances que se muestran en los resultados corresponden a distancias al frente de la excavación de 1, 2.5, 5, 10, 50 y 100 m; dichos avances o distancias al frente de la excavación, representan el perfil longitudinal de desplazamientos del modelo. De igual manera el punto seleccionado para el análisis es la clave de la excavación o “Punto A”. En la figura se puede ver como las mallas equivalentes tienen una respuesta favorable, pues el comportamiento de los modelos 2D (línea con rombos) y 3D (Línea punteada con cuadros) a un avance de 1 m al frente de excavación presentan casi los mismos desplazamientos, presentándose las diferencias a medida que se disminuye la presión de relajación de los esfuerzos. Adicionalmente, a una distancia de 2.5 m (línea

punteada con cruces) se presenta un incremento en los desplazamientos, posteriormente a partir de 5 m (Línea punteada con triángulos) y hasta los 10 m (línea punteada con equis) los desplazamientos se mantienen constantes, luego hay un incremento de los desplazamientos a 50 m (Línea punteada con asteriscos) y permanecen constantes hasta los 100 m (Línea punteada con círculos).

En la Fig. 5.10 se puede ver como las mallas equivalentes con un  $\phi=25^\circ$  las cuales también tienen una respuesta favorable, pues el comportamiento de los modelos 2D (línea con rombos) y 3D (Línea punteada con cuadros) a un avance de 1m al frente de excavación presentan casi los mismos desplazamientos. A una distancia de 2.5 m de avance se presenta un incremento en los desplazamientos (línea punteada con cruces), posteriormente a partir de 5m (Línea punteada con triángulos) y hasta los 10 m (línea punteada con equis) los desplazamientos se mantienen constantes, luego, hay un incremento de los desplazamientos a 50 m (Línea punteada con asteriscos) y permanecen constantes hasta los 100 m (Línea punteada con círculos). También se observa que ante al incremento en el ángulo de fricción interno, los desplazamientos finales disminuyen con respecto al modelo evaluado con un  $\phi=22^\circ$ , lo que es congruente dada la mayor resistencia del suelo.

En la Fig 5.11 se muestran los resultados de la evaluación utilizando un  $\phi=15^\circ$ . Al igual que en los casos anteriores se puede ver como las mallas equivalentes también tienen una respuesta favorable, pues el comportamiento de los modelos 2D (línea con rombos) y 3D (Línea punteada con cuadros) a un avance de 1m al frente de excavación presentan valores de desplazamientos muy próximos entre sí, hay un incremento en los desplazamientos a una distancia de 2.5 m (línea punteada con cruces), posteriormente a partir de 5m (línea punteada con triángulos) y hasta los 10 m (línea punteada con equis) los desplazamientos se mantienen constantes, luego hay un incremento de los

desplazamientos a 50 m (línea punteada con asteriscos) y permanecen constantes hasta los 100 m (Línea punteada con círculos).

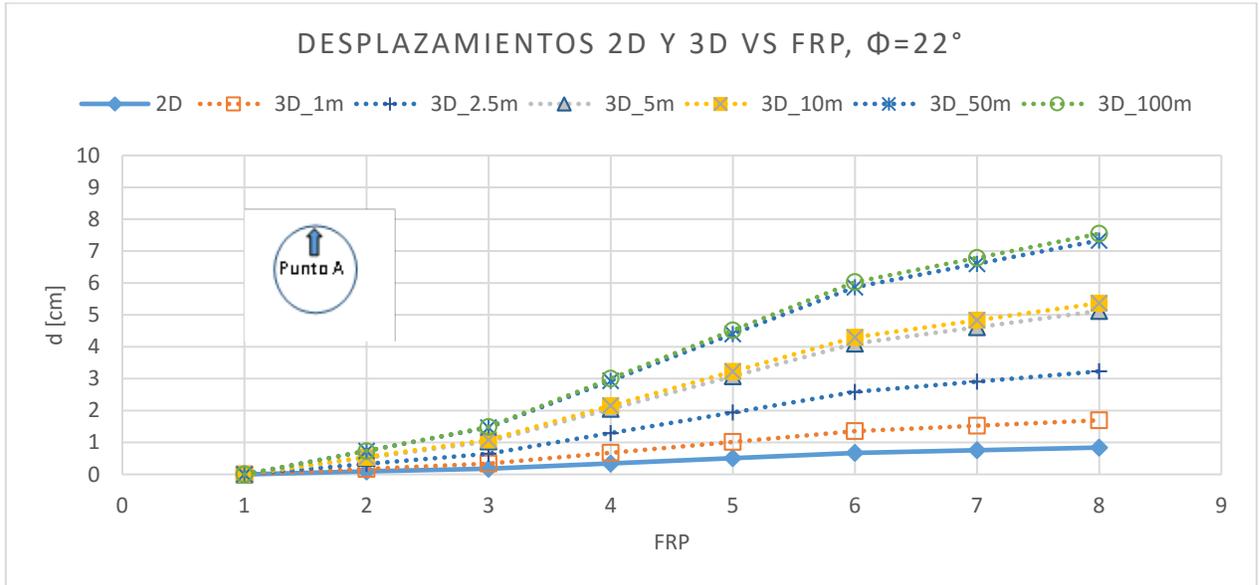


Figura 5.9. Curvas "FRP" vs "d" resultado de la evaluación de las mallas equivalentes con la arcilla de  $\phi=22^\circ$ , simulando avances de 1.0, 2.5, 5.0, 10.0, 50.0 y 100.0 metros

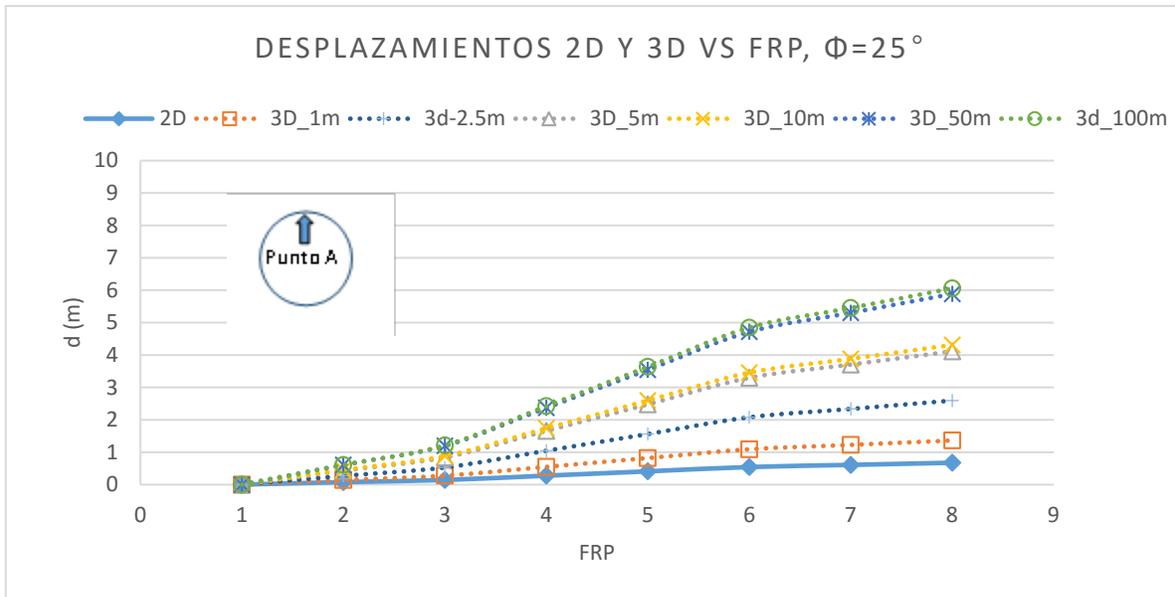


Figura 5.10. Curvas "FRP" vs "d" resultado de la evaluación de las mallas equivalentes con la arcilla de  $\phi=25^\circ$ , simulando avances de 1.0, 2.5, 5.0, 10.0, 50.0 y 100.0 metros

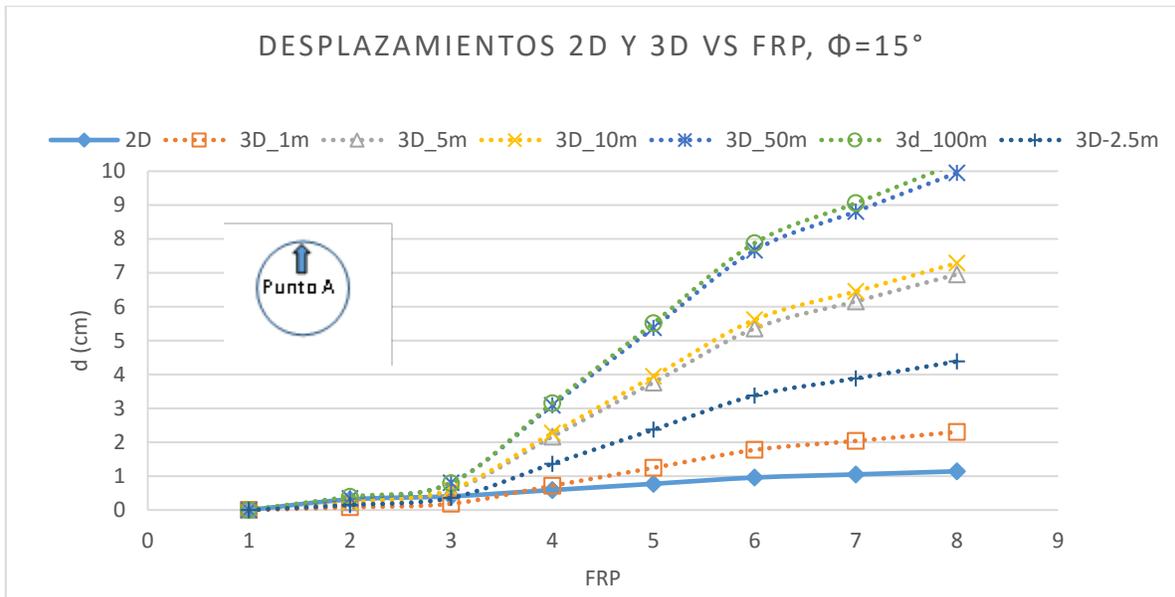


Figura 5.11. Curvas "FRP" vs "d" resultado de la evaluación de las mallas equivalentes con la arcilla de  $\phi=15^\circ$ , simulando avances de 1.0, 2.5, 5.0, 10.0, 50.0 y 100.0 metros

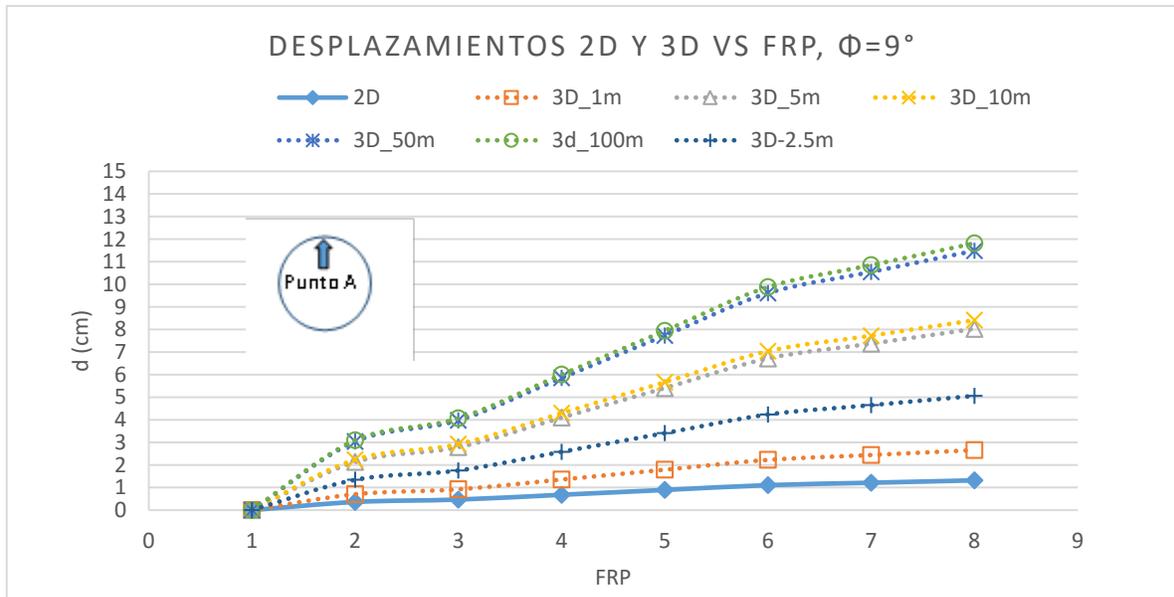


Figura 5.12. Curvas "FRP" vs "d" resultado de la evaluación de las mallas equivalentes con la arcilla de  $\phi=22^\circ$ , simulando avances de 1.0, 2.5, 5.0, 10.0, 50.0 y 100.0 metros

Por ultimo en la Fig. 5.12 se muestran los resultados de la evaluación utilizando ahora un  $\phi=9^\circ$ . Al igual que en los casos anteriores se puede ver como las mallas equivalentes también tienen una respuesta bastante cercana, pues el comportamiento de los modelos 2D (línea con rombos) y 3D (Línea punteada con cuadros) a un avance de 1m al frente de excavación presentan valores de desplazamientos muy próximos entre sí, hay un incremento en los desplazamientos a una distancia de 2.5 m (línea punteada con cruces), posteriormente a partir de 5m (línea punteada con triángulos) y hasta los 10 m (línea punteada con equis) los desplazamientos se mantienen constantes, luego hay un incremento de los desplazamientos a 50 m (línea punteada con asteriscos) y permanecen constantes hasta los 100 m (línea punteada con círculos). en este caso se aprecia como los desplazamientos se incrementaron ante la disminución del ángulo de fricción interna, así como la influencia de una respuesta menos aproximada en las mallas equivalentes cuando el ángulo de fricción disminuye.

### 5.3. Resultados de la variación del radio del túnel

Posterior al análisis con diferentes materiales, se probó además hacer un cambio en el radio de la excavación (R), el cual se redujo a tres metros y se analizó con tres arcillas diferentes:  $\phi=9^\circ$ ,  $\phi=15^\circ$  y  $\phi=22^\circ$ , también simulando avances en la excavación de hasta 100 m (Línea punteada con círculos).

En la Fig. 5.13 se muestran los resultados del análisis a la arcilla con  $\phi=9^\circ$ , El comportamiento también se evaluó en relación FRP vs d, se puede apreciar en la figura que el comportamiento de las curvas describe trayectorias muy distintas y que a pesar que se trata de la arcilla de menor ángulo de fricción, los desplazamientos son menores respecto a la excavación de mayor radio. Sin embargo, la distribución de los desplazamientos es muy similar: las curvas 2D (línea con rombos) y 3D (línea punteada con cuadros) a un metro del frente de excavación se encuentran muy próximas entre sí, aumentando a 2.5 m (línea punteada con cruces) el avance hay incremento de desplazamientos; a los cinco metros (línea punteada con triángulos) los desplazamientos permanecen constantes hasta los 10 m (línea punteada con equis) y luego hay un incremento al llegar a los 50 m (Línea punteada con asteriscos) del frente de excavación donde parece ya no hay influencia pues los desplazamientos permanecen constantes hasta los 100 m de avance (Línea punteada con círculos).

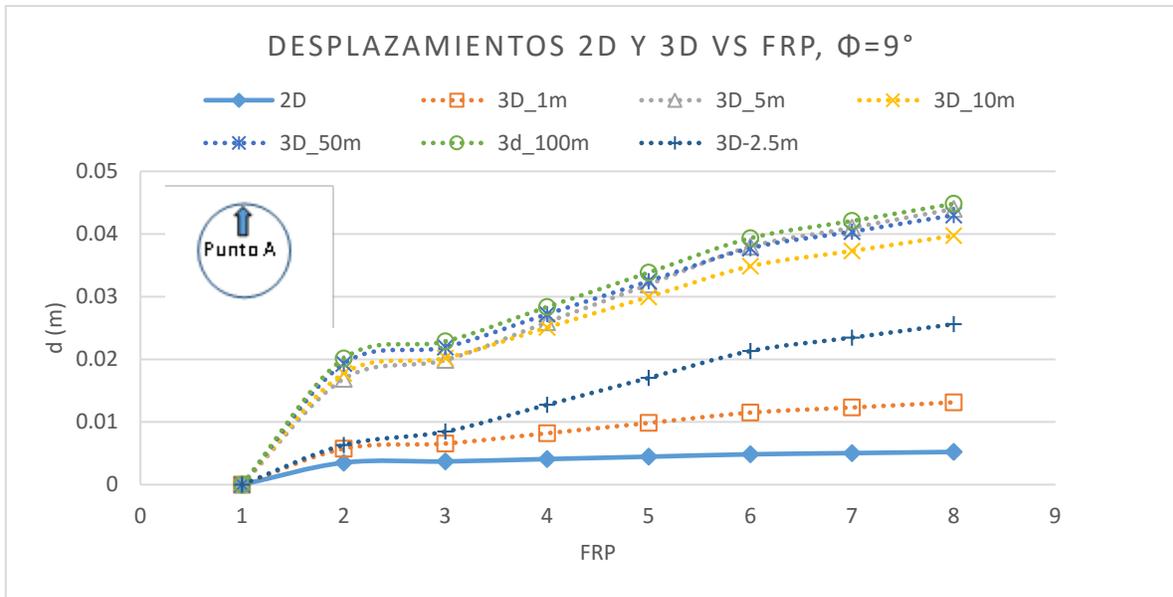


Figura 5.13. Curvas "FRP" vs "d" resultado de la evaluación de las mallas equivalentes con la arcilla de  $\phi=9^\circ$ , simulando avances de 1.0, 2.5, 5.0, 10.0, 50.0 y 100.0 metros y una reducción del radio a 3.0 metros

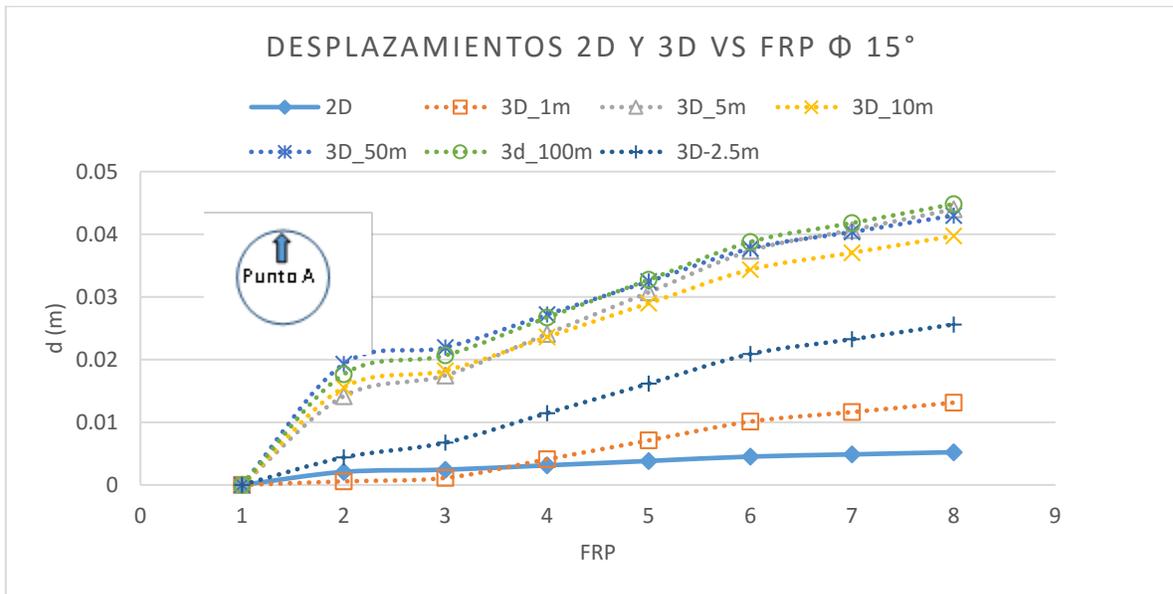


Figura 5.14. Curvas "FRP" vs "d" resultado de la evaluación de las mallas equivalentes con la arcilla de  $\phi=15^\circ$ , simulando avances de 1.0, 2.5, 5.0, 10.0, 50.0 y 100.0 metros y una reducción del radio a 3.0 metros

En la Fig. 5.14 se presentan los resultados del mismo análisis con cambio de radio, pero ahora para la arcilla con  $\phi=15^\circ$ . En la figura se aprecia que los desplazamientos con respecto a la arcilla con  $\phi=9^\circ$  varían únicamente en la primera etapa de avance a un metro del frente de excavación, pero

luego permanecen constantes a partir de los 2.5 m. (línea punteada con cruces), por la disminución del radio, lo cual se debe a la mayor estabilidad esperada en una excavación de radio menor.

Por último, se evaluó el modelo con la arcilla  $\phi=22^\circ$ . En este caso como se observa en la Fig. 5.15 se presentaron cambios más notables con respecto a las arcillas anteriores, pues se puede ver como los desplazamientos son más contenidos y sus trayectorias también difieren. Lo que indica que al ser más estable la excavación la sensibilidad del modelo cambia.

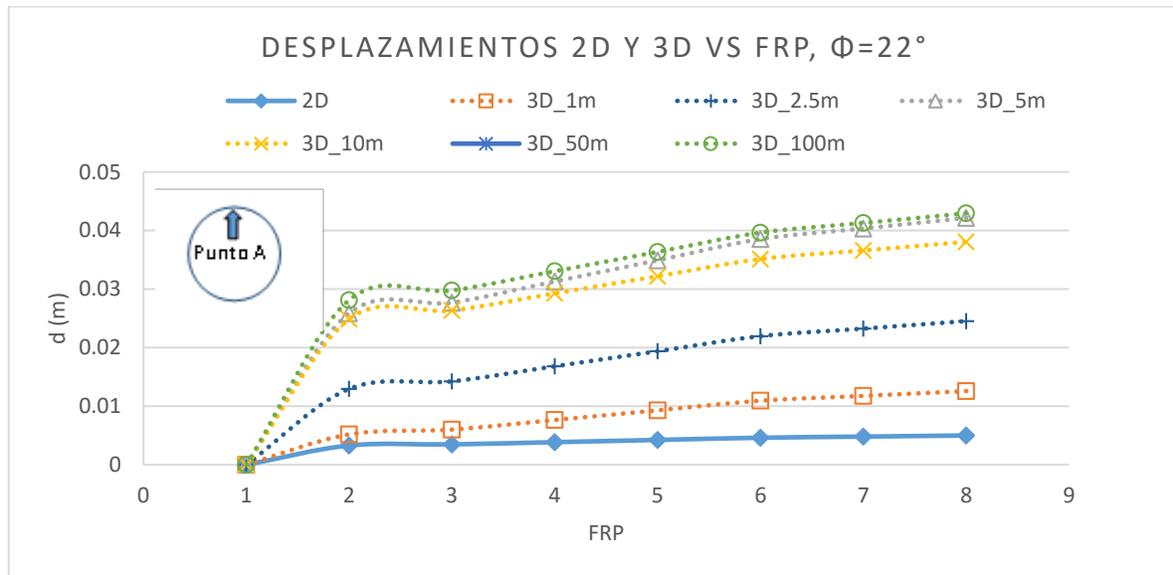


Figura 5.15. Curvas "FRP" vs "d" resultado de la evaluación de las mallas equivalentes con la arcilla de  $\phi=22^\circ$ , simulando avances de 1.0, 2.5, 5.0, 10.0, 50.0 y 100.0 metros y una reducción del radio a 3.0 metros,

Se observó además que, en los modelos de arcillas analizados resultan ser muy sensibles a variaciones paramétricas de peso específico ( $\gamma$ ) y ángulo de fricción interna ( $\phi$ ), mientras la cohesión prácticamente no impacta en los resultados.

## 5.4. Nomograma Elástico

A continuación, se presentan los resultados a partir de los cuales se creó un “Nomograma Avance del túnel vs Desplazamientos”. El procedimiento seguido para su obtención se describe a continuación. Haciendo uso de las curvas esfuerzo-desplazamiento, se extrajeron los desplazamientos medios y los esfuerzos medios de acuerdo al siguiente criterio:

Se obtuvieron las curvas esfuerzo-desplazamiento para todos los avances simulados como se ve en la Fig. 5.16, que corresponde a un túnel con radio de 5 m para una longitud de avance de 50 m. La longitud total de la curva se dividió aproximadamente a la mitad. A partir del punto denominado  $\beta$  en la Figura, se trazaron dos líneas perpendiculares, una en dirección al eje vertical (esfuerzos) y otra hacia el eje horizontal (desplazamientos), correspondiendo este valor al esfuerzo permisible y al desplazamiento correspondiente del suelo.

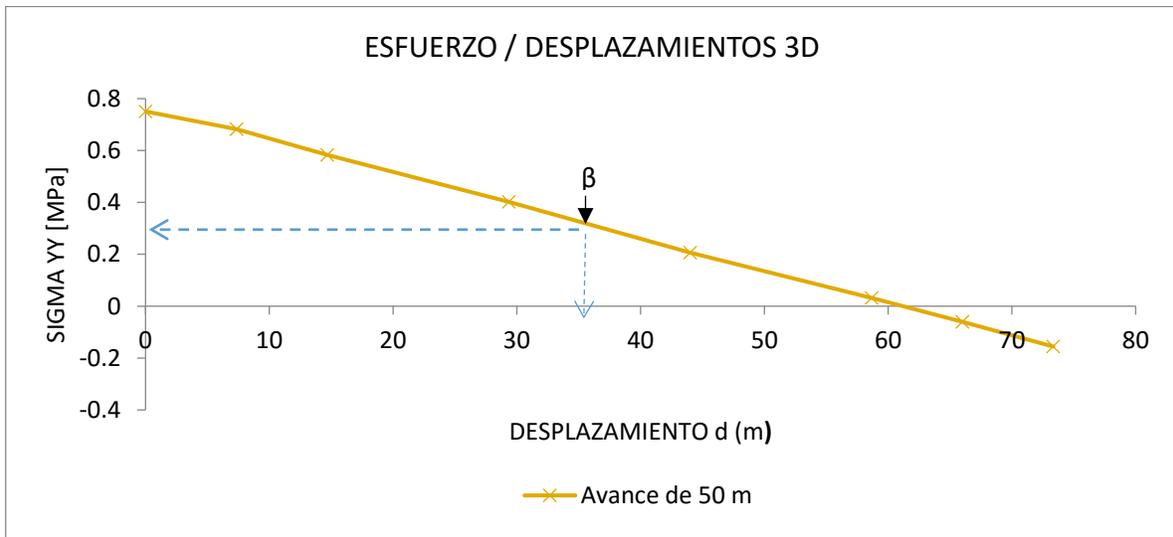


Figura 5.16. Gráfica que muestra el proceso de elección de los desplazamientos para la construcción de los nomogramas.

Con los desplazamientos obtenidos del análisis antes descrito y los avances de la excavación se construyeron las curvas que se muestran en la Fig. 5.17. Se puede apreciar la tendencia de las curvas obtenidas con la malla 3D de acuerdo a cada material evaluado a través de las líneas punteadas. En

la parte inferior de la gráfica se muestran las rectas con línea sólida que corresponden a los desplazamientos generados por la malla en 2D.

En este caso para la excavación con un radio de  $R=5\text{m}$ . La curva con mayores desplazamientos corresponde a la arcilla con  $\phi=9^\circ$ , la cual presentó un desplazamiento máximo de 4.7 cm, debajo de esta se presenta la curva de la arcilla con  $\phi=15^\circ$ , la cual tuvo un desplazamiento máximo de 4.0 cm, un poco más abajo se encuentra la curva de la arcilla  $\phi=22^\circ$ , la que tuvo un desplazamiento máximo de 3.5 cm, que se desplazó menos que las dos anteriores, y por último la arcilla  $\phi=25^\circ$ , que presentó un desplazamiento máximo de 3.0 cm, que es la arcilla que menos desplazamientos sufrió. Como puede observarse, conforme se incrementó en ángulo de fricción en las arcillas, los desplazamientos disminuyeron, y, además, en todas las simulaciones las arcillas alcanzaron los desplazamientos máximos en la misma etapa de avance del túnel.

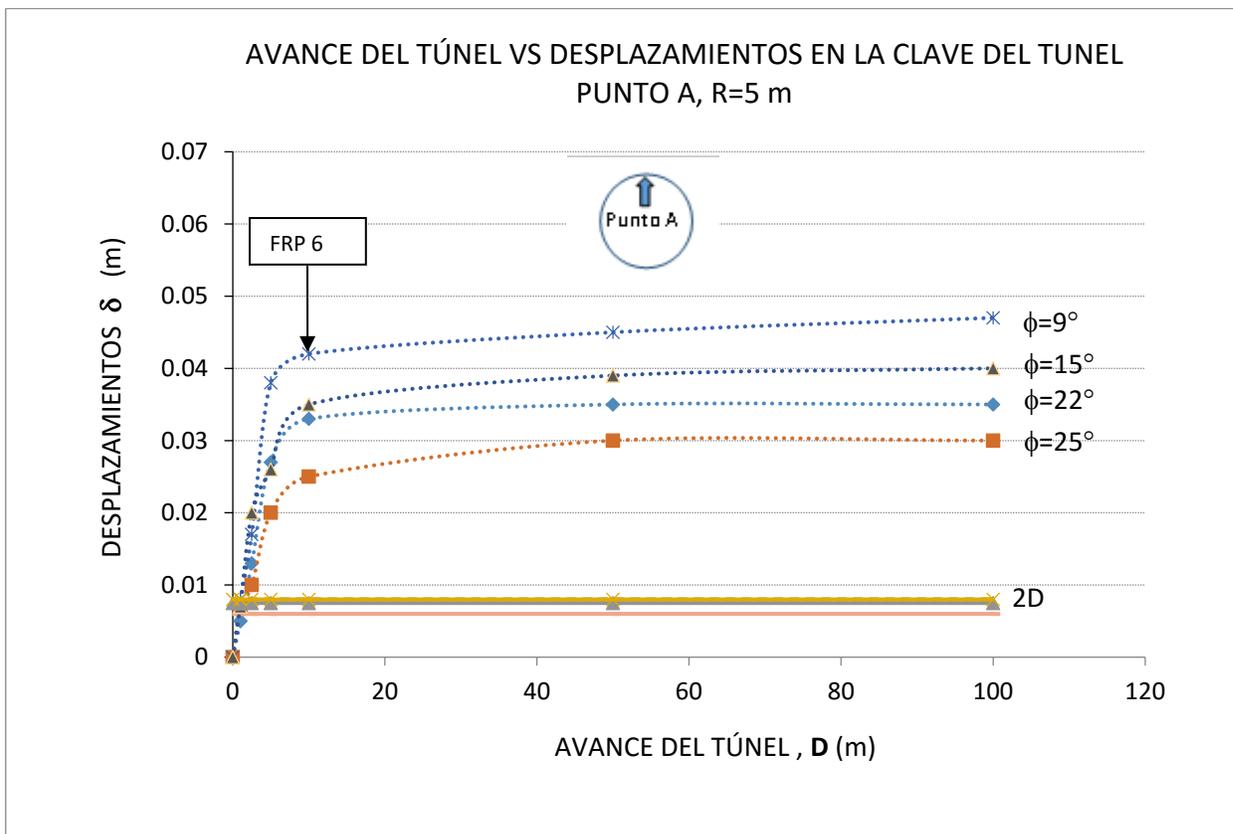


Figura 5.17. Curvas de avance de excavación vs desplazamientos 2D y 3D en la clave del túnel para un radio de 5m.

De la misma forma, se puede apreciar el desplazamiento en 2D (líneas continuas), en que prácticamente resulto ser el mismo con los cambios del ángulo de fricción, excepto para el  $\phi=25^\circ$ , el que corresponde al desplazamiento menor debido a la competencia del material. Se puede apreciar además la gran diferencia en desplazamientos que existe de un modelo 2D a 3D.

La Fig. 5.18, fue obtenida con el mismo procedimiento que la 5.17 para la excavación con un radio de 3m con los diferentes materiales evaluados. En esta gráfica se puede apreciar la tendencia de las curvas obtenidas con la malla 3D, mientras en la parte inferior de la gráfica se muestran las rectas que corresponden a los desplazamientos generados por la malla en 2D. En las curvas mostradas, de manera similar con lo que pasó con las curvas de la excavación con 5m de radio, las arcillas sufren menores desplazamientos conforme se incrementa el ángulo de fricción, sin embargo, en la excavación de 3m de radio los desplazamientos en todos los casos fueron un poco menores, esto debido en parte a que al ser menor el radio, la excavación se deforma menos. En este caso la arcilla de  $\phi=9^\circ$  tuvo un desplazamiento máximo de 4.4 cm, el desplazamiento máximo de la arcilla de  $\phi=15^\circ$  fue de 3.7 cm y el de la arcilla de  $\phi=22^\circ$  fue de 3.2 cm. En esta gráfica no se presenta curva para la arcilla de  $\phi=25^\circ$ , dado que ya se conoce el comportamiento cuando se tiene un ángulo de fricción mayor.

En las dos figuras anteriores se puede apreciar que los desplazamientos en 2D son menores y se mantienen en un intervalo más pequeño que para el caso 3D para todos los materiales evaluados. Lo anterior permite observar como en la Fig. 5.17, que la proporción en que difieren los desplazamientos calculados en 2D y los calculados en 3D es bastante significativa.

A través de la normalización de las curvas mostradas en las Figs. 5.17 y 5.18 fue posible construir los nomogramas de desplazamientos que se muestra en las Figs. 5.19 y 5.20. La normalización de los desplazamientos ( $\delta$ ) fue con respecto al peso específico ( $\gamma$ ) y la cohesión de los materiales ( $c$ ). En el

caso del eje horizontal correspondiente al avance (D), este se normalizó con respecto al radio (R) del túnel evaluado. Para un radio de 5 y 3 m respectivamente.

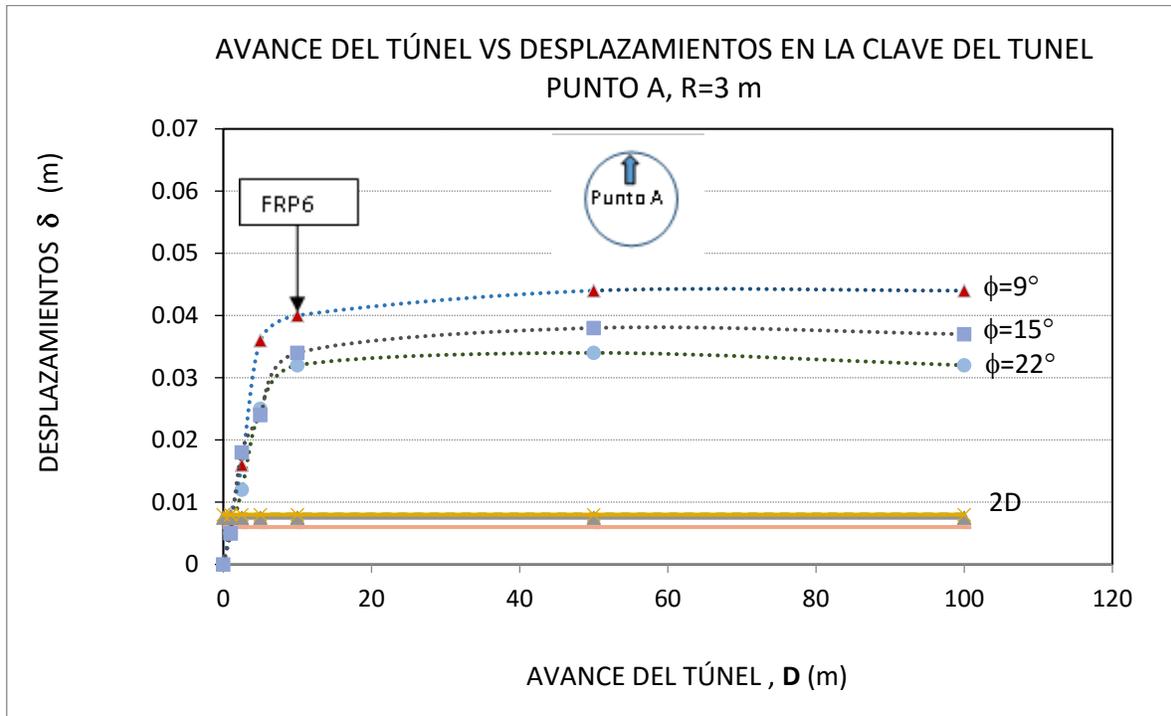


Figura 5.18. Curvas de avance de excavación vs desplazamientos 2D y 3D en la clave del túnel para un radio de 3m.

La Fig. 5.19, en la que se muestra el nomograma de desplazamientos para la excavación de 5m y 3 m de radio con las líneas punteadas y continuas respectivamente. Para el caso del R=5 m que corresponde a las líneas punteadas, se pueden apreciar cuatro curvas, la primera en orden descendente o la de desplazamientos mayores, corresponde a la arcilla con  $\phi=9^\circ$ , la segunda le corresponde a la arcilla con  $\phi=15^\circ$ , la penúltima es la arcilla con  $\phi=22^\circ$  y la última es la arcilla con  $\phi=25^\circ$ . En la parte inferior de la gráfica están las rectas que pertenecen a los desplazamientos y radio normalizados para el modelo 2D como se ha venido presentando. En esta figura al observar el comportamiento para el R=3 m se asevera que los desplazamientos son menores tanto para el 2D como para el 3D.

Con los resultados de la Fig. 5.19 se construyó un nomograma promedio, es decir, para los radios de 3 y 5m, como se muestra en la Fig. 5.20, esto con la finalidad de ofrecer un solo nomograma que permita inferir los desplazamientos 3D promedio para los diferentes tipos de arcillas y para radios de excavación entre los rangos antes mencionados. Así como para estimar la proporción en la que se alejan lo desplazamientos calculados en 2D de los de un modelo 3D.

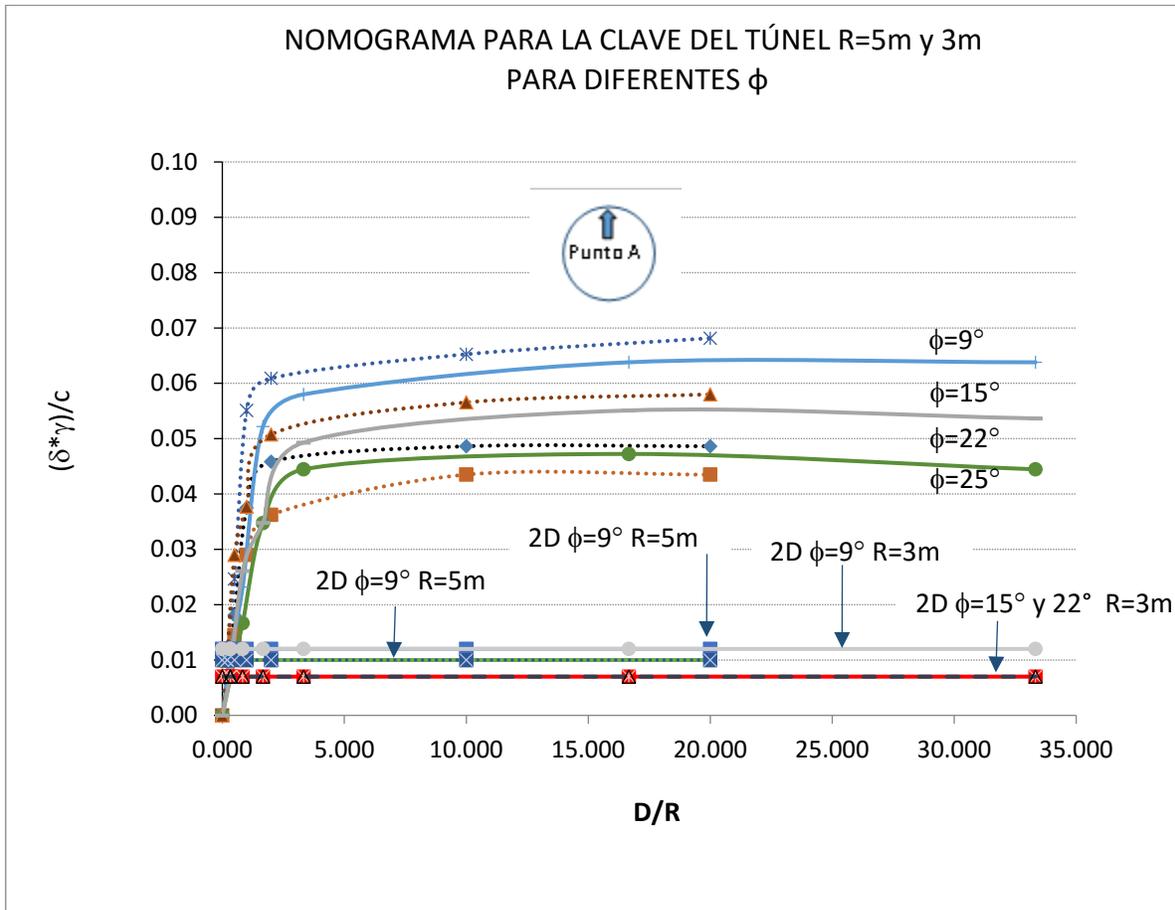


Figura 5.19. Nomograma de desplazamientos ( $\delta$ ) 2D-3D, normalizado con respecto al peso específico ( $\gamma$ ), la cohesión ( $c$ ), el avance del túnel ( $D$ ) y el radio del túnel ( $R$ ), para excavaciones de  $R=5m$  de radio.

El promedio se obtuvo a partir de la curva intermedia de la Fig. 5.19 obtenida entre los resultados de los dos radios simulados en 2D y 3D, considerándose que la diferencia es pequeña entre los dos desplazamientos obtenidos para cada radio.

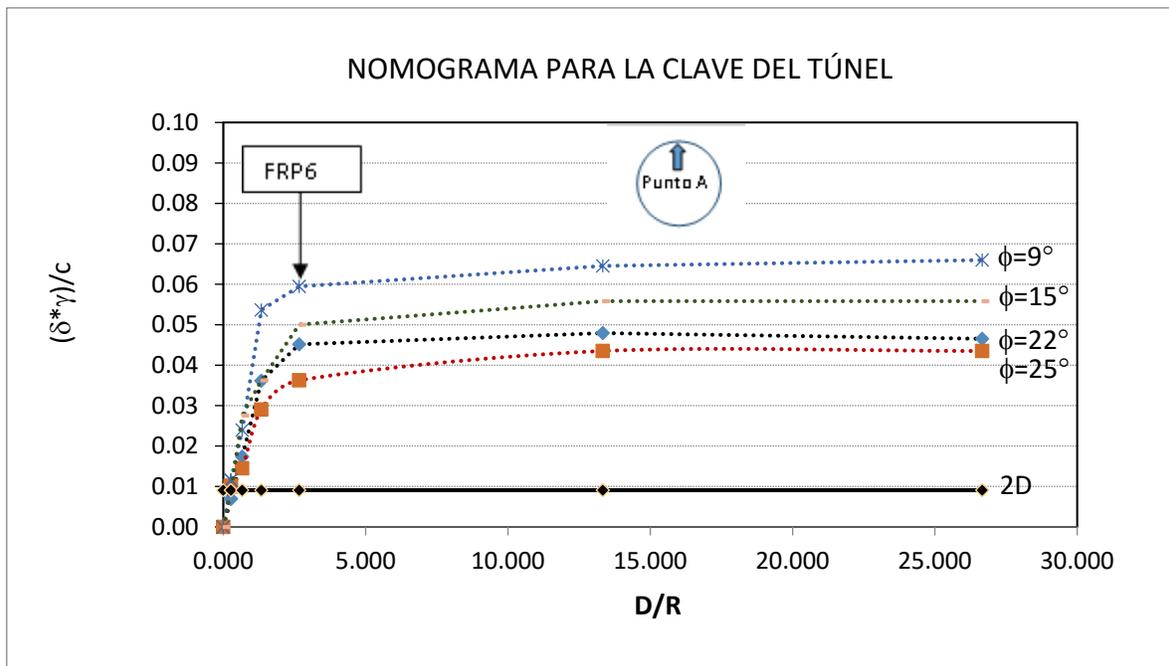


Figura 5.20. Nomograma de desplazamientos promedio normalizado con respecto al peso específico ( $\gamma$ ), la cohesión ( $c$ ), el avance del túnel ( $D$ ) y el radio del túnel ( $R$ ), para excavaciones de  $R=5$  y  $3$  m de radio.

En la Fig. 5.20 se puede apreciar que las curvas tienen todas tendencias similares, pues alcanzan la deformación máxima en la misma etapa (FRP 6) y posteriormente los desplazamientos casi permanecen constantes. En ese avance o relación  $D/R$  y desplazamientos se puede establecer como el crítico para colocar el revestimiento primario. El valor de los desplazamientos en 2D es constante debido a que solo se puede obtener en deformación plana, considerándose una recta en este trabajo como se ve con la línea continua de rombos.

En general, para todas las gráficas hasta aquí presentadas y observando la tendencia de las curvas, se puede ver que estas se componen de dos partes, que están definidas por los cambios de las pendientes. Es posible, por lo tanto, dividir el nomograma en dos segmentos, con lo que se propusieron las ecuaciones aproximadas que describen a cada una de estas curvas. Esto se puede apreciar a detalle en las Figs. 5.21 y 5.22.

En la Fig. 5.21 se muestran los segmentos del nomograma que presentan los comportamientos a partir del FRP 1 al 5 los que fueron obtenidos a partir de la Fig. 5.20. Si se traza la línea de tendencia de cada una de las rectas se puede también obtener la ecuación o función que describe su comportamiento, como se muestra en la Tabla 5.1.

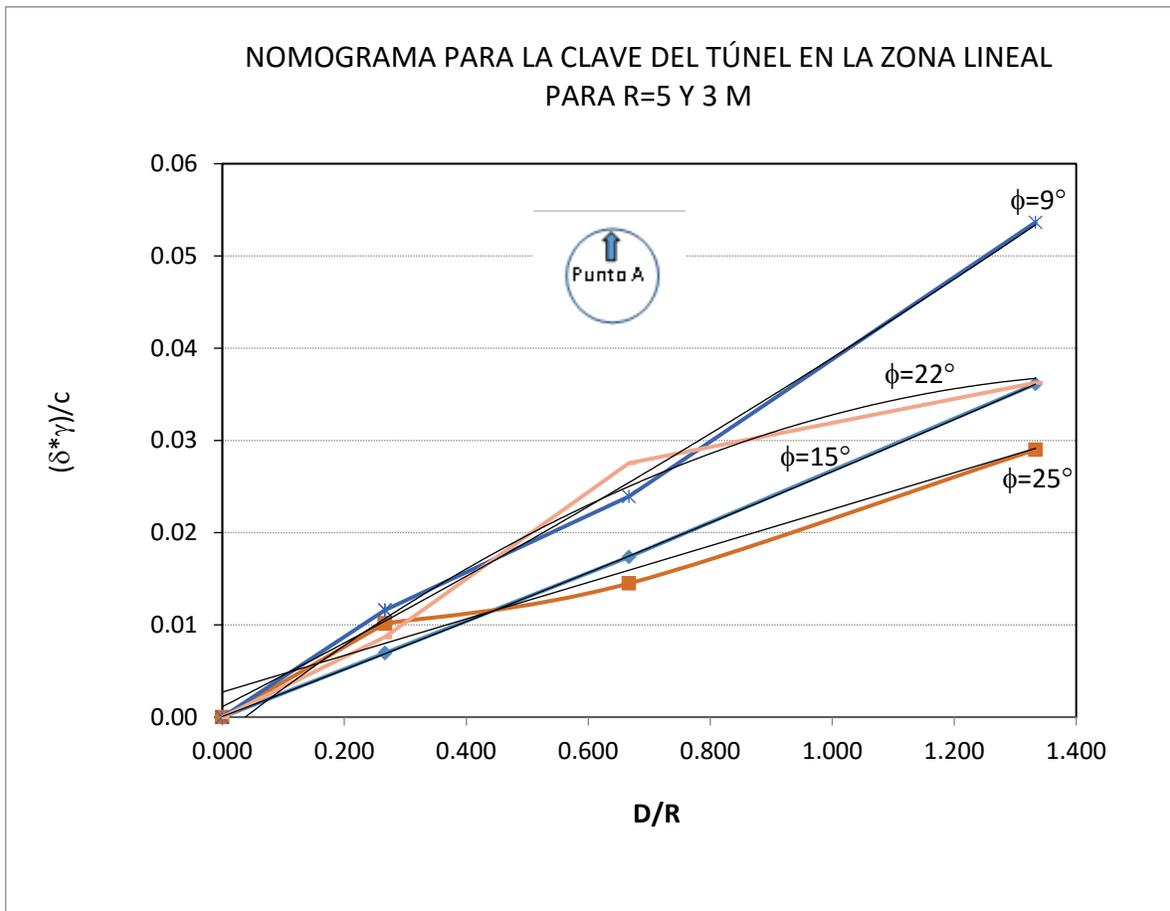


Figura 5.21. Zona de comportamiento a partir del FRP 1 al 5 o primer segmento para el avance de del nomograma promedio, para la obtención de ecuaciones.

En la Fig. 5.22 se muestran los segmentos del nomograma que se presentan a partir del FRP 6 al 8. Si se traza la línea de tendencia de cada una de las curvas se puede también obtener la ecuación o función que describe su comportamiento.

En la Tabla 5.1 se muestran las ecuaciones que componen al nomograma promedio. Como se puede observar hay similitudes entre ellas por lo que pueden simplificarse e incluso se puede proponer una tendencia general como se muestra más adelante.

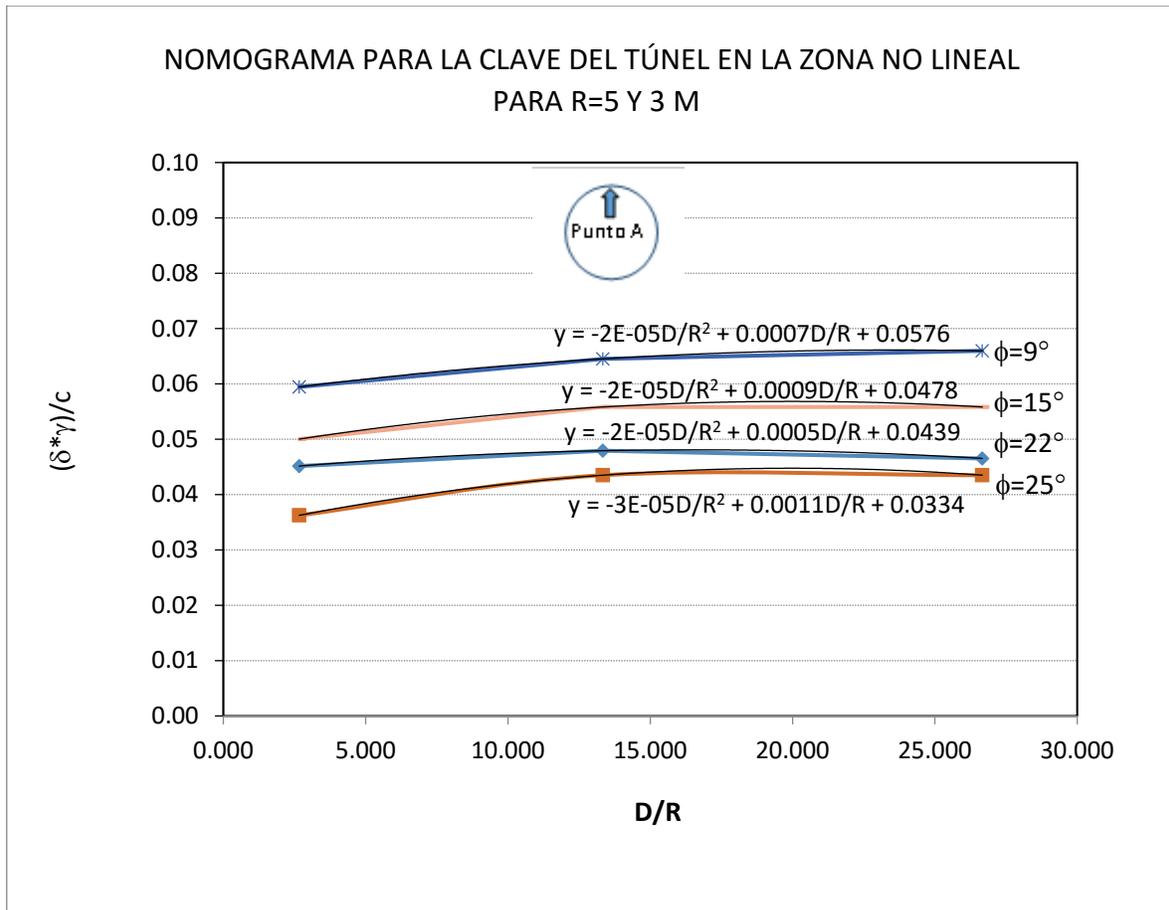


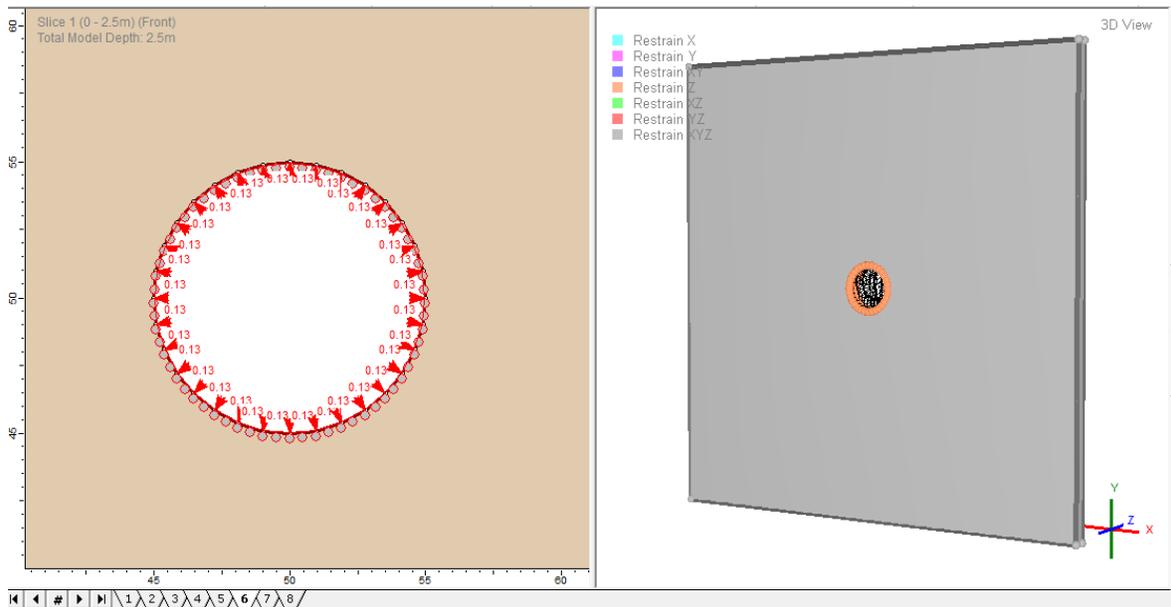
Figura 5.22. Zona de comportamiento a partir del FRP 6 al 8 o segundo segmento del nomograma promedio, para la obtención de ecuaciones.

Tabla 5.1. Funciones que describen el comportamiento de la zona elástica y plástica de diferentes arcillas.

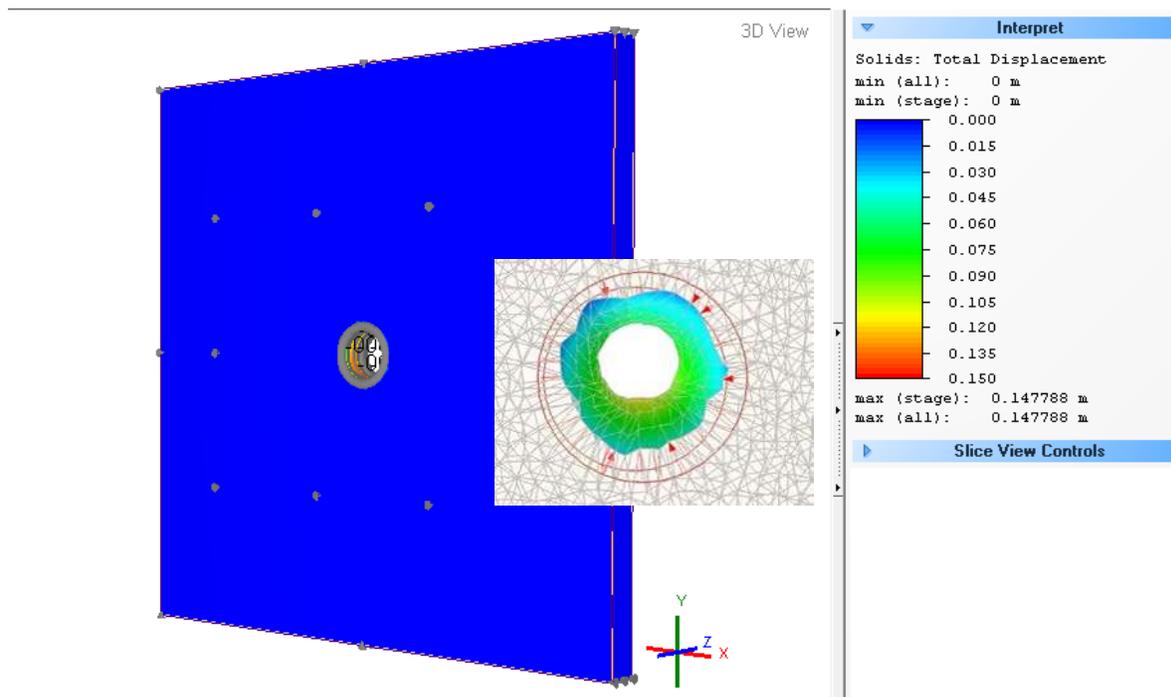
MATERIAL	FUNCIÓN DE LA ZONA LINEAL	CORRELACIÓN "R <sup>2</sup> "	FUNCIÓN DE LA ZONA CONSTANTE	CORRELACIÓN "R <sup>2</sup> "
ARCILLA $\phi$ 9°	$y = 0.0073D/R^2 + 0.045D/R + 0.0011$	0.9962	$y = -3E-05D/R^2 + 0.001D/R + 0.0576$	1
ARCILLA $\phi$ 15°	$y = -0.0304D/R^2 + 0.069D/R - 0.0019$	1	$y = -4E-05D/R^2 + 0.0012D/R + 0.0478$	1
ARCILLA $\phi$ 22°	$y = 0.0025D/R^2 + 0.0335D/R + 7E-05$	0.9799	$y = -3E-05D/R^2 + 0.0007D/R + 0.0439$	1
ARCILLA $\phi$ 25°	$y = 0.0264D/R + 0.0027$	0.9579	$y = -5E-05D/R^2 + 0.0015D/R + 0.0334$	1

En esta primera aproximación, se pudo observar que se pueden generalizar las ecuaciones. A partir de los resultados anteriores se presenta una segunda normalización, para proponer la expresión general para cada uno de los segmentos obtenidos de las simulaciones y pasar al cálculo 3D a partir de uno 2D.

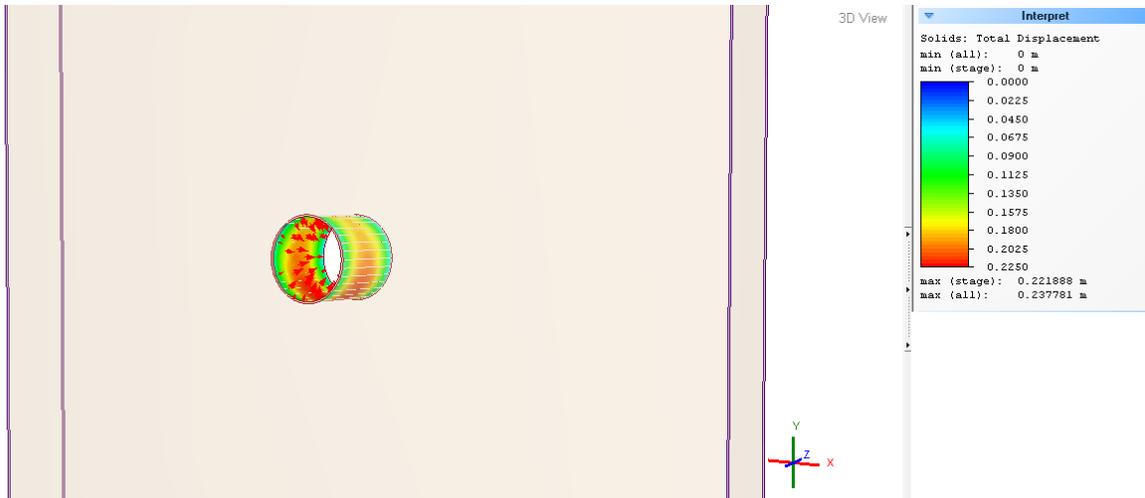
Las Figs. 5.23 a, b, c y d presentan las mallas en 3D para los avances de 2.5, 10, 50 y 100m.



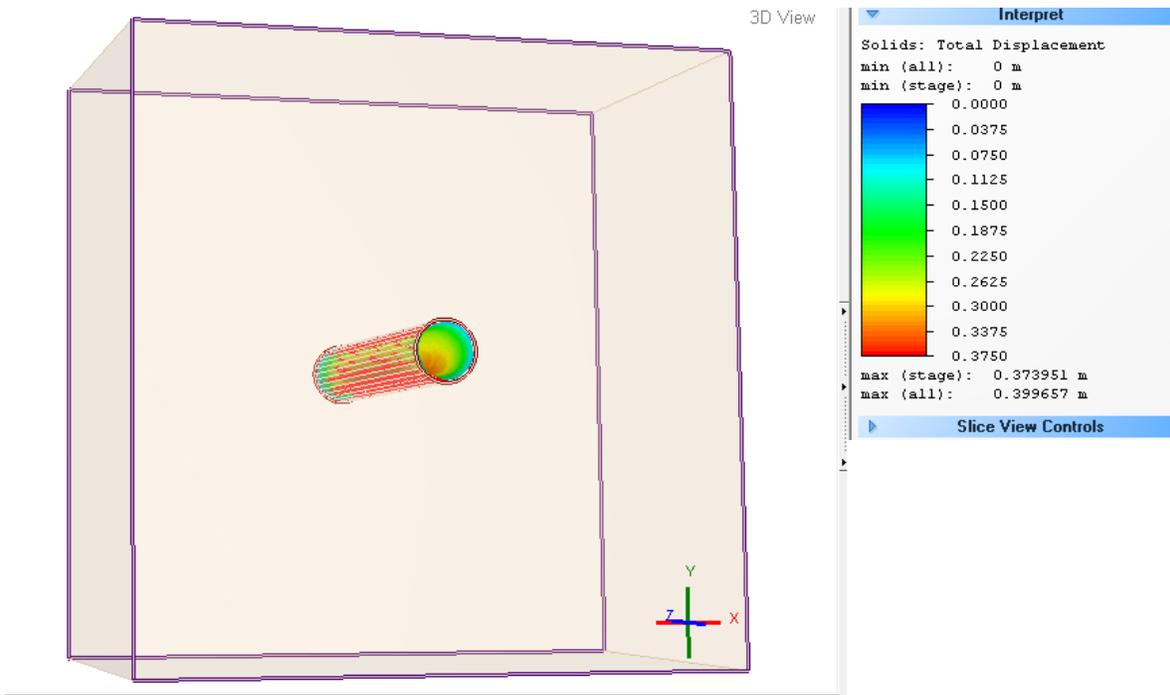
(a) Avance del túnel de 2.5 m y presiones aplicadas para un FRP = 6



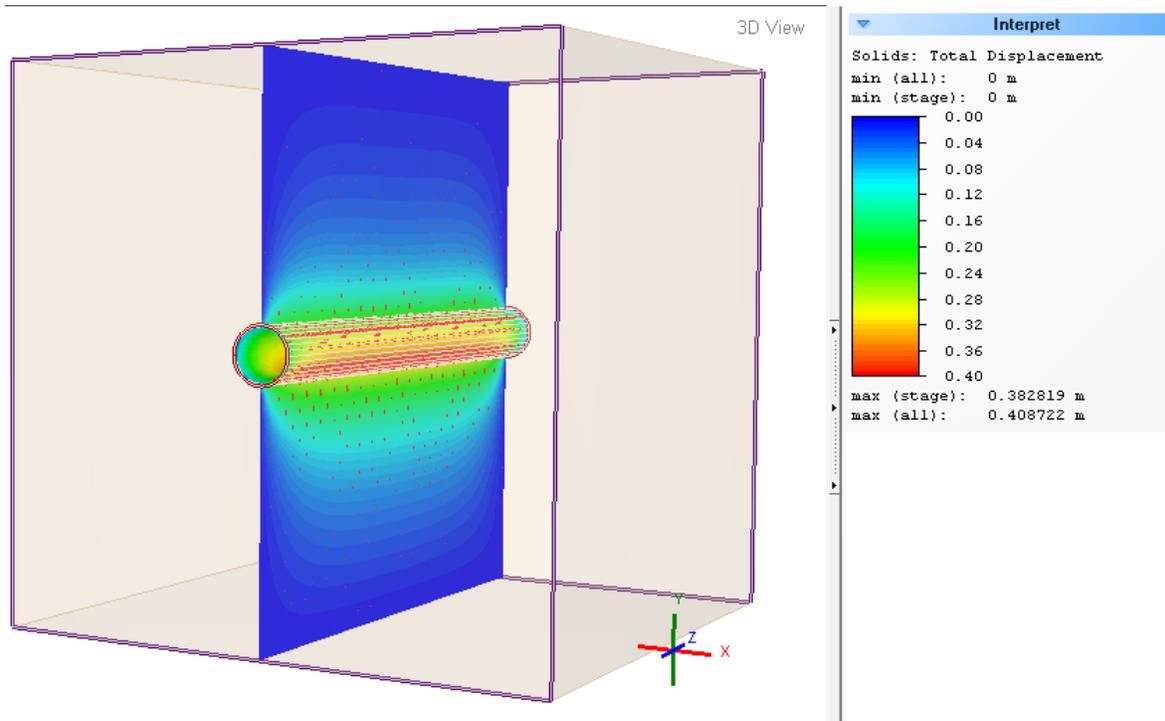
(b) Avance del túnel de 5 m, restricciones aplicadas y cinemática de desplazamientos totales



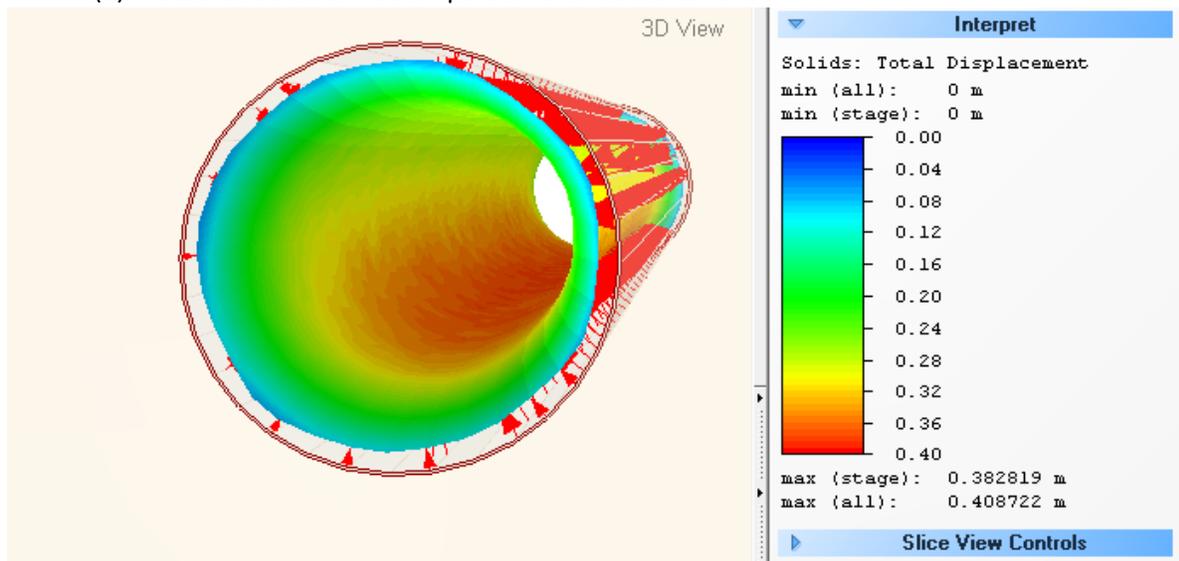
(c) Vectores de deformación para un avance de 10 m



(d) Vectores de deformación para un avance de 50 m



(e) Vectores de deformación para un avance del túnel de 100 m



(f) Vectores de deformación túnel con avance de 100m

Figura 5.13. Esquemas de los diferentes avances del túnel, de las simulaciones de presiones y cinemáticas de desplazamientos.

## 5.5. Conclusiones particulares

El número de elementos de las mallas probadas, fue lo más importante para lograr equiparar las mallas en 2D y 3D en el FEM, lo que permitió correlacionar ambos métodos.

Se observaron valores de desplazamientos muy pequeños para los materiales que se rigen por el criterio de ruptura de “Hoek-Brown”, mientras que los materiales regidos por el modelo “Mohr-Coulomb” si presentaron desplazamientos mayores; a pesar de que se modelaron como materiales elásticos. En estos últimos que es el caso de las arcillas se apreció que los modelos resultan ser más sensibles a la variación del ángulo de fricción interno mientras que ante las variaciones del valor de cohesión aparente no presentaron sensibilidad alguna.

Se obtuvieron los diagramas promedio de las curvas normalizadas, lo que permitió generalizar el comportamiento de los avances del túnel respecto al desplazamiento.

Fue posible obtener nomogramas del comportamiento elástico de los materiales evaluados, esto a través de la normalización de los valores promedios de desplazamientos; con los cuales es posible inferir desplazamientos 3D a partir de modelos 2D y también definir el momento óptimo para la colocación de revestimientos a través de valores de deformaciones permisibles.

## 6. Resultados Plásticos

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos de las diferentes modelaciones numéricas FEM relacionadas con la evaluación de los materiales de tipo plástico, en el inciso 6.1 se muestra lo referente al nomograma plástico, en el 6.2 las conclusiones particulares.

### 6.1. Nomograma plástico

A continuación, se presentan los resultados obtenidos para el análisis de los modelos considerando materiales con comportamiento plástico a partir de los cuales se elaboró el nomograma que se muestra en este apartado. Dicho análisis se ejecutó de la misma manera como el descrito en el capítulo 5 para materiales elásticos, pero con las consideraciones pertinentes propias de los materiales plásticos.

Con los desplazamientos obtenidos del análisis antes mencionado y los avances de la excavación se construyeron las curvas que se muestran en la Figura 6.1, donde se puede apreciar la tendencia de las curvas obtenidas con la malla 3D de acuerdo a cada material evaluado, mientras en la parte inferior se muestran las rectas que corresponden a los desplazamientos generados por la malla en 2D. En este caso sólo se evaluó para la excavación con un radio de 5 m y para únicamente dos materiales, arcilla con  $\phi = 9^\circ$  y la arcilla con  $\phi = 22^\circ$ .

La curva con desplazamientos mayores corresponde a la arcilla con  $\phi = 9^\circ$  (línea continua con cuadros), La curva de la arcilla con  $\phi = 22^\circ$  está representada con la línea punteada con rombos, la que mostro menores desplazamientos. En esta figura se observa además que al igual que en el comportamiento elástico, hay dos cambios de pendientes (dos segmentos), presentándose el cambio para el mismo FRP de los dos materiales probados y observándose que en el segundo segmento los desplazamientos aumentan en menor proporción, a diferencia de los elásticos que prácticamente se estabilizan en el segundo segmento.

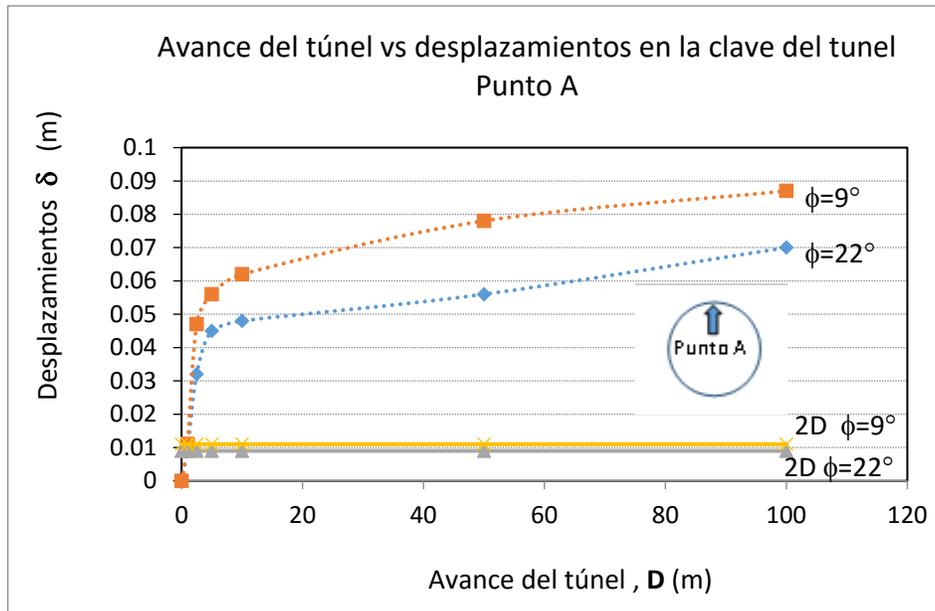


Figura 6.1. Curvas de avance de excavación (D) vs desplazamientos en la clave del túnel para un radio de 5m.

A través de la normalización de las curvas mostradas en la Fig. 6.1 fue posible construir el nomograma que se muestra en la Fig. 6.2. La normalización de los desplazamientos fue con respecto a los pesos específicos ( $\gamma$ ) y la cohesión de los materiales (c). Para el caso del eje horizontal correspondiente al avance (D), éste se normalizó con respecto al radio del túnel (R) evaluado.

En la Fig. 6.2 para el radio de 5 m, la curva superior corresponde a la arcilla con  $\phi=9^\circ$  (línea continua con cuadros) que es la que sufrió mayores deformaciones, la segunda corresponde a la arcilla con  $\phi=22^\circ$  (línea punteada con rombos). En la parte inferior de la gráfica están las rectas que pertenecen a los desplazamientos y radio normalizados para el modelo 2D.

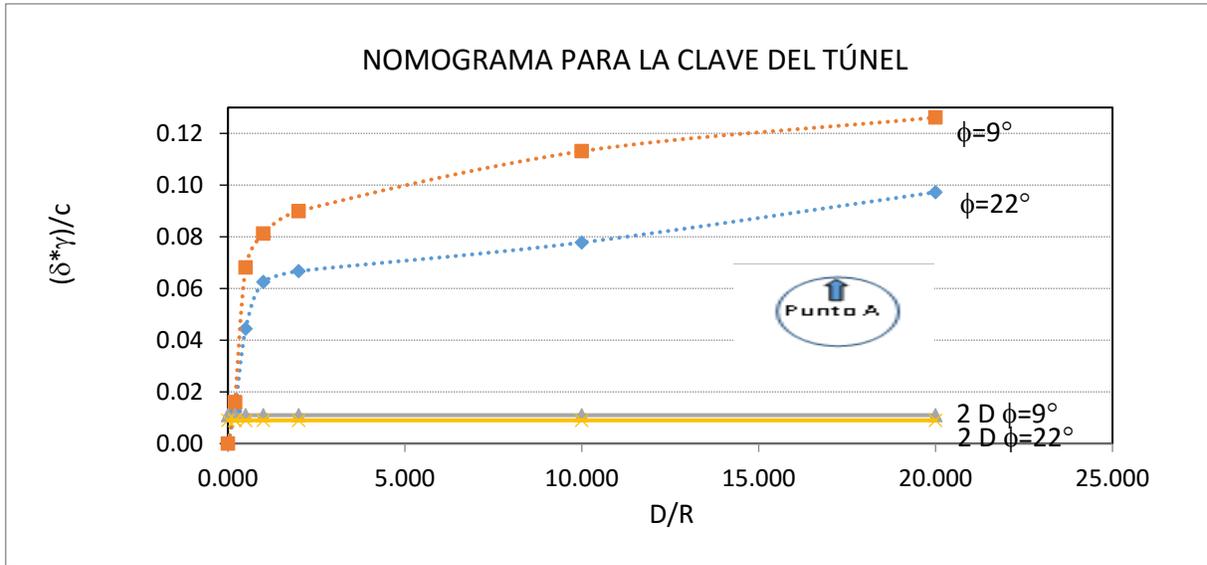


Figura 6.2. Nomogramas para los materiales evaluados con comportamiento plástico.

Para obtener la tendencia general de las curvas de desplazamientos se normalizó cada una de las curvas con respecto a su desplazamiento máximo en 3D, lo mismo se aplicó para la normalización de los desplazamientos promedio en 2D; con lo que se obtuvo una curva que describe la tendencia hacia un mismo valor, la unidad. Esto se muestra en la Fig. 6.3. donde la línea superior corresponde a la arcilla con  $\phi=9^\circ$  (Línea continua con cuadros) y la curva inferior corresponde a la arcilla con  $\phi=22^\circ$  (Línea punteada con rombos).

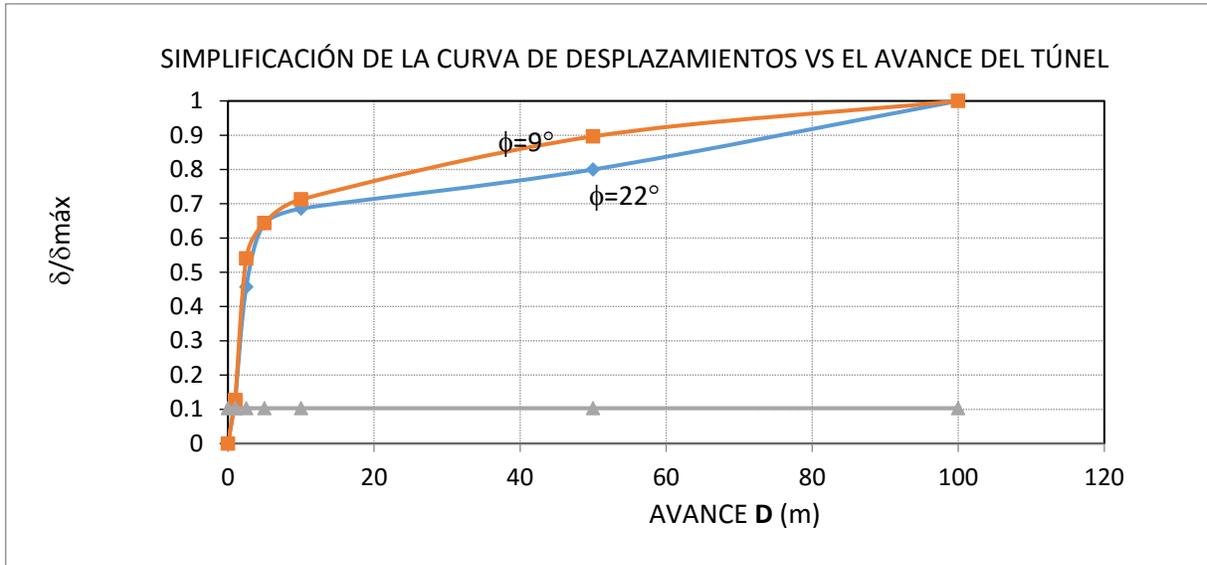


Figura 6.3. Simplificación de la curva de desplazamientos vs el avance del túnel, para la obtención de la tendencia general.

Con la Fig. 6.3 normalizada, es posible obtener una línea de tendencia general promedio para las curvas, cuya resultante se muestra en la fig. 6.4.

Descomponiendo la curva de la Fig. 6.4 en las dos secciones que la componen, se puede establecer la línea de tendencia y la ecuación para cada una de las zonas que la define. En la fig. 6.5a se muestra el segmento que corresponde a la zona de comportamiento lineal. Mientras en la 6.5b, se muestra la sección que presenta un comportamiento no lineal.

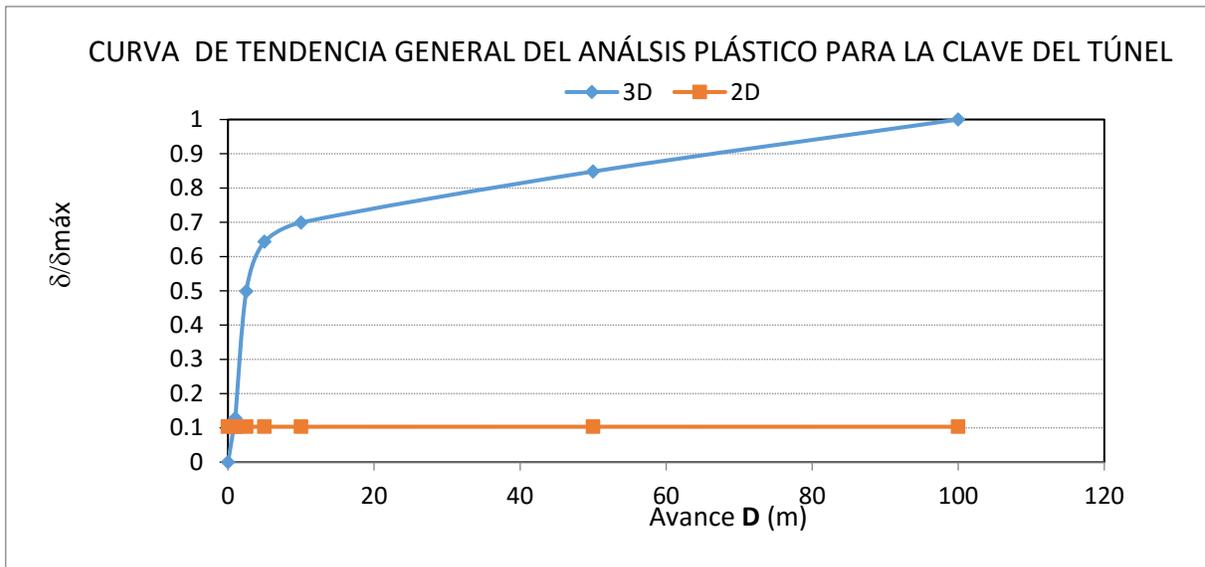


Figura 6.4. Curva normalizada de desplazamientos 3D y 2D con respecto a sus desplazamientos máximos para los materiales evaluados con comportamiento plástico.

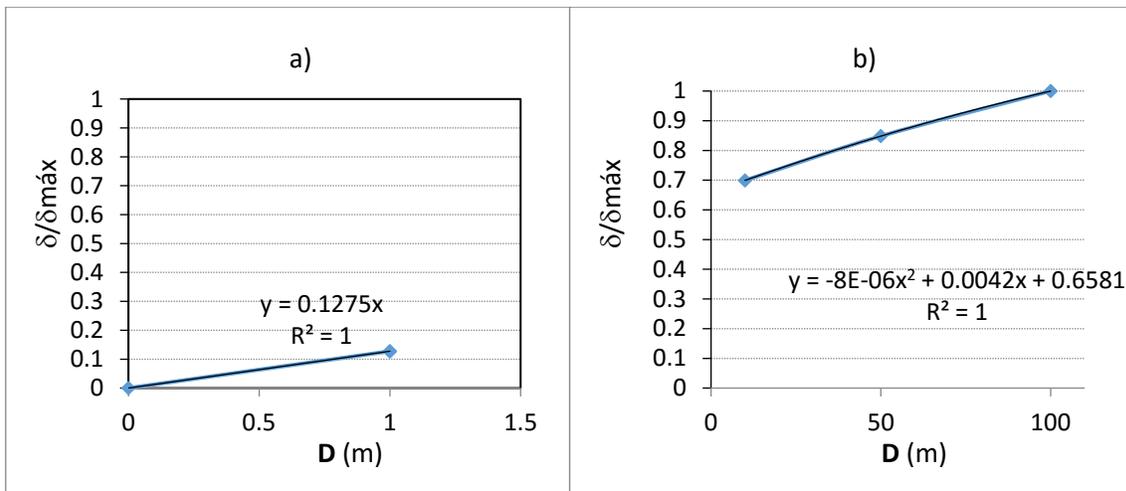


Figura 6.5. a) Diagrama para la obtención de la ecuación de tendencia general para la zona de comportamiento lineal; b) Diagrama para la obtención de la ecuación de tendencia general para la zona de comportamiento no lineal.

La tendencia general de las curvas está dada por las ecuaciones (15) y (16):

$$\frac{\delta}{\delta_{máx3D}} = 0.128(D) \quad \text{Para un } D < 10 \quad (15)$$

$$\frac{\delta}{\delta_{máx3D}} = -8^{-6}(D)^2 + 4.2^{-3}(D) + 0.66 \quad \text{Para un } D > 10 \quad (16)$$

Donde:

$\delta$  = desplazamiento de la clave del túnel

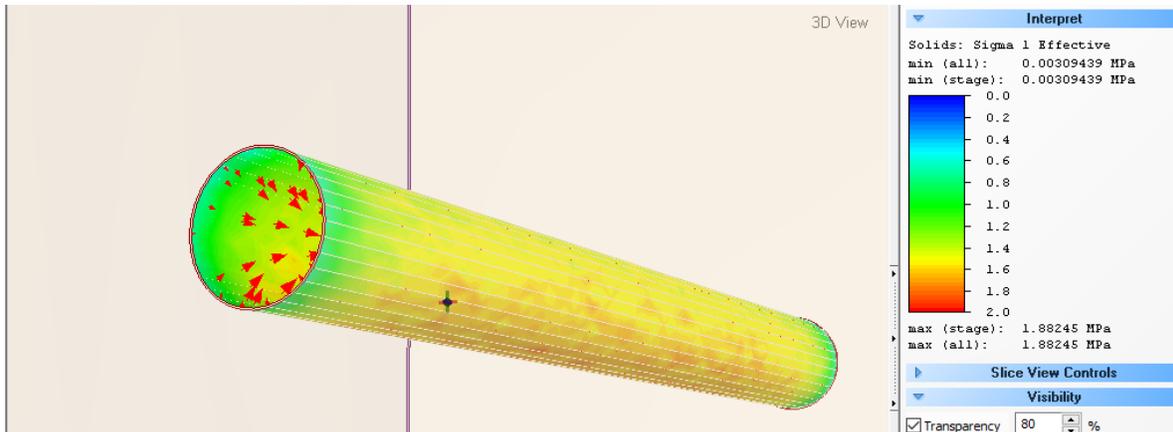
$\delta_{\text{máx3D}}$  = desplazamiento máximo en la clave del túnel

D = avance del túnel

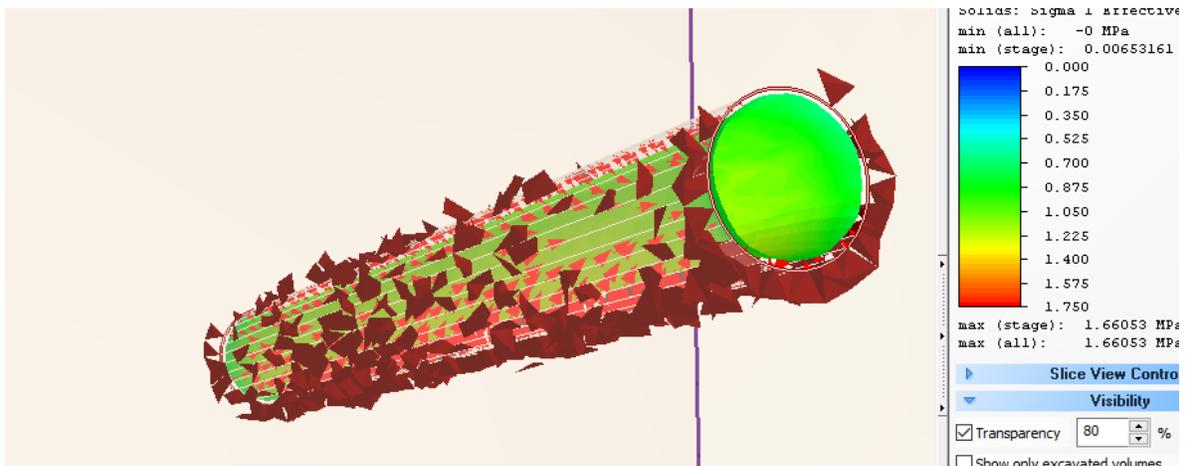
Para estas últimas curvas de tendencia la correlación en ambas partes tanto en la lineal como la no lineal la correlación  $R^2 = 1$ .

A continuación, en la figura 6.6. se presentan los vectores de desplazamientos para el caso elástico:

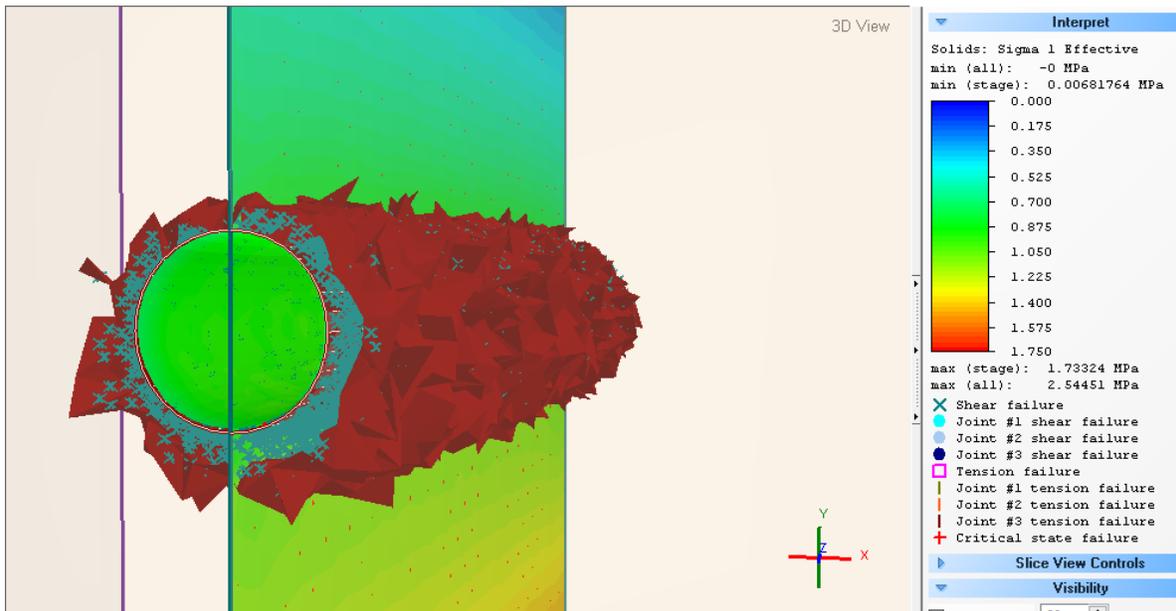
Las Figs. 6.6. a, b, c y d presentan las mallas en 3D para el avance de 100m para las dos arcillas evaluadas como materiales plásticos.



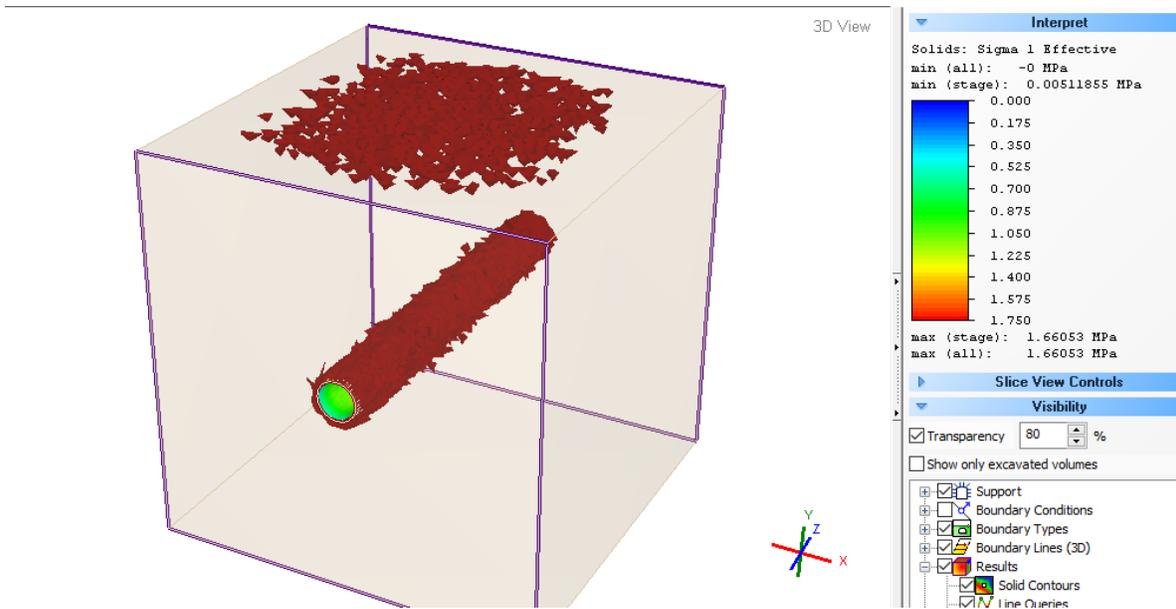
(a) Vectores de deformación del túnel con un avance de 100m para la arcilla  $\phi = 22^\circ$



(b) Zona de plastificación de la arcilla  $\phi=22^\circ$



(c) Zona de plastificación de la arcilla  $\phi=9^\circ$  para un túnel con 100m de avance.



(d) La zona de plastificación de la arcilla  $\phi=9^\circ$  se extiende hasta la superficie.

Figura 6.6. Esquemas de los diferentes las dos arcillas evaluadas como materiales plásticos.

## 6.2. Conclusiones particulares

El procedimiento de análisis para los materiales elásticos, es igualmente efectivo para evaluar los materiales plásticos.

De igual manera se obtuvieron ecuaciones, pero a diferencia del modelo elástico se observó que las proporciones entre los modelos en 3D con respecto a los de 2D es diferente.

Además, en la tendencia general se notó que los modelos plásticos tienen una zona de comportamiento diferente en el segundo segmento definido en este trabajo a diferencia del comportamiento elástico.

En el análisis plástico se realizaron pocas modelaciones, lo que conlleva a la conclusión de que es necesario llevar a cabo un análisis más completo.

## 7. Conclusiones finales

Se requiere de mayor investigación en túneles en suelos arcillosos, pues es limitada la cantidad de información que hay disponible, debido a la complejidad de las obras, y la mayoría de la información es empírica basándose mayormente en las experiencias.

La modelación en 2D resulta insuficiente para inferir datos confiables en procesos de análisis del comportamiento de excavaciones. Sin embargo, es útil para comprender el posible comportamiento de los materiales y de los procesos de excavación.

La cantidad de recursos en tiempo, numéricos, económicos y humanos empleados en la modelación en 3D, supera enormemente a aquellos que requiere la modelación en 2D, sin embargo, el 3D es un método que permite hacer análisis más próximos a la realidad.

Como se pudo observar en esta investigación, el número de elementos que se requiere emplear en el análisis 3D con FEM es mayor comparado con el 2D.

La comprensión y el uso adecuado de las mallas en el FEM permite hacer un uso más eficiente de los recursos computacionales disponibles, sobre todo en la simulación 3D donde la demanda de éstos es mayor. Por ejemplo, en esta investigación la malla equivalente en 2D solo requirió de 1000 elementos, mientras la 3D necesitó 500,000.

Es importante notar que, aunque los desplazamientos obtenidos en 2D y en 3D pueden ser similares en la simulación, los campos de esfuerzos y su distribución son distintos, lo que refleja una diferencia en la simulación 2D-3D.

En este trabajo se observó la importancia de modelar materiales y analizarlos como plásticos, ya que las diferencias entre desplazamientos y esfuerzos se incrementan con respecto a los materiales

elásticos. Además, es importante mencionar que la teoría plástica es la que describe el comportamiento del suelo más cercanamente a la realidad.

Partir desde un modelo elástico permitió comprender el comportamiento de los modelos y la respuesta posible del suelo.

Como se presentó en los resultados, las variaciones de la cohesión dentro de un intervalo no muy grande del material, no influyen directamente en el comportamiento de los modelos, por lo que este parámetro no representa mayor influencia en los resultados numéricos.

Es importante que se defina correctamente el cálculo del estado de esfuerzos del suelo en el análisis de túneles profundos, dado que se observó que hay una diferencia en RS3<sup>®</sup> si se considera un estado en condiciones Constantes (conocidos los esfuerzos reales del suelo *in situ*), o bien si se han de considerar condiciones de Gravedad (tomando en cuenta el peso propio del material sobre y alrededor del túnel). Esto es importante, pues si no se hacen las consideraciones pertinentes, y el acondicionamiento de los modelos y las mallas, los desplazamientos finales obtenidos no representan un comportamiento físico real para el caso de condiciones de Gravedad.

El hecho de normalizar los desplazamientos con respecto a su desplazamiento máximo para ambos casos 2D y 3D, fue lo que permitió obtener las ecuaciones generales del nomograma promedio, lo cual, a su vez, dio paso a la obtención de la relación entre los desplazamientos 2D y 3D.

En los resultados de esta investigación se puede observar que a partir de cierta distancia del frente de excavación, la influencia del avance en los desplazamientos comienza a disminuir, en este caso a partir de los 10m del frente de la excavación los desplazamientos tienden a ser constantes para el caso elástico.

Se obtuvieron nomogramas en los que se observó que los desplazamientos 2D se encuentran muy por debajo con respecto a los calculados en un análisis 3D.

Con el nomograma es posible inferir resultados en 3D a partir de los desplazamientos obtenidos en un modelo 2D, sin importar las características de malla que se hayan utilizado, pues éste se encuentra normalizado.

El nomograma permite decidir el momento crítico en función de los desplazamientos permisibles calculados, los cuales intrínsecamente cuentan con un factor de seguridad que permite reducir riesgos de colapso por plastificación o exceso de relajación de esfuerzos en el suelo circundante a la excavación

Del análisis del nomograma y de las curvas de desplazamientos de tendencia general para material se observa que a partir de un avance mayor de 2.5 m para el caso plástico, la deformación se incrementa de acuerdo a la ecuación que describe la curva obtenida, incrementándose las deformaciones en función del avance del túnel, a diferencia del análisis elástico en donde se observó que las deformaciones a partir de 10 m permanecen constantes.

En esta investigación se comprobó la exigencia de recursos que demanda la modelación en 3D, pues la experiencia para poder llevar a cabo las simulaciones representó una tarea exhaustiva, aunado a que es necesario el conocimiento claro sobre la mecánica de suelos y los modelos constitutivos que rigen los materiales evaluados.

Las condiciones evaluadas en esta tesis son el inicio de una investigación, la que permitió establecer otras condiciones de análisis más apropiadas para el análisis de túneles profundos, la que evolucionará a partir de este trabajo.

## 8. Referencias

- Binawski, Z., 1988. *Rock mass classification as a design aid in tunneling*. s.l.:Tunnels and tunneling.
- Braja, M., 2001. *Fundamentos de ingeniería geotécnica*. México: Thomson editores S.A..
- Carranza Torres C., F. C., 2000. *application of the convergence-confinement method of tunnel design to rock masses that satisfy the Hoek-Brown failure criterion*. s.l., Tunn Undergr Sp Technology, pp. 187-213.
- Cook, R., 1995. *Finite element modelling for stress analysis*. New York: John Wiley & Sons.
- Diederichs, N. V. & M. S., 2009. Improved longitudinal displacement profiles for convergence confinement analysis for deep tunnels. *Rock mechanics and rock engineering*, pp. 131-146.
- Elstein, A., 1986. *Heading failure of lined tunnels in soft soil*. s.l.:Tunnels and tunneling.
- Enrique Tamez González, E. S., 1988. *Manual de diseño geotécnico*. México: COVITUR.
- Equihua-Anguiano, L. N., 2000. *Túneles en suelos blandos con hundimiento regional*. México: s.n.
- Equihua-Anguiano, L. N. & Foray, P., 2007. Modelling of suction caissons using two and three dimensional finite element method. *Numerical Models in Geomechanics*, Issue X, pp. 425-431.
- Evert Hoek, C. C.-T. & B. C., 2002. El criterio de rotura de Hoek-Brown. *Proceedings of NARMSTAC, 2002, Mining Innovation and Technology*, pp. 267-273.
- Evert Hoek, C. C.-T. M. D. & B. C., 2008. *The 2008 Kersten Lecture Integration of geotechnical and structural design in tunneling*. Minneapolis, s.n., pp. 1-53.
- Farías, M. M. d., Júnior, Á. H. M. & Asis, A. P. d., 2003. Displacement control in tunnels excavated by the NATM: 3-D numerical simulation. *Elsevier*, pp. 283-293.
- García, G. H., s.f. [En línea]  
Available at: [http://mmc2.geofisica.unam.mx/cursos/hidrogeologia/NotasCurso/1-MDF1\\_1-10.pdf](http://mmc2.geofisica.unam.mx/cursos/hidrogeologia/NotasCurso/1-MDF1_1-10.pdf)
- González-Cueto, O., Suárez, M. H., Coronel, C. E. I. & Bravo, E. L., 2013. *Análisis de los modelos constitutivos empleados para simular la compactación del suelo mediante el método de elementos finitos*. Villa Clara, Cuba: Revista Ciencias Técnicas Agropecuarias.
- Guillermo Clavellina Millar, J. d. I. R. G. & J. P. A., 2014. *Mejoramiento de arcillas blandas por inyección sólida. primeras captaciones del túnel emisor oriente, cd. de México*. Ciudad de México, AMITOS, pp. 235-242.
- Hughes, T. J., 2000. *The Finite Element Method Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis*. New York: Dover.
- ITA, A. I. T., 2016. *International Tunnelling Association*. [En línea]  
Available at: <https://www.ita-aites.org>  
[Último acceso: 3 04 2016].

- Itasca, 2002. *FLAC*. Lagrangin analysis of continua: Itasca Consulting Group Inc.
- Kimura, T. y. R. M., 1981. *Centrifugal of model tunnels in soft clay*. Estocolmo, s.n.
- Lade, P., 2005. *Overview of constitutive models for soils*. s.l.:ASCE.
- Li-Liu, X. & Equihua-Anguiano, L. N., 1999. *comportamiento a largo plazo de túneles en arcillas saturadas*. ciudad de México, Instituto mexicano de tecnología del agua, pp. 65-75.
- Li, Y. S., Zhang, K. N., Yang, X. & Huang, C. B., 2011. Numerical Simulation for the Excavation in Tunnel Construction. *Applied Mechanics and Materials*, pp. 90-93.
- Lombardi G., A. W. A., 1974. *Une méthode de calcul élasto-plastique de l'état de tension et de déformacion autour d'une cavité souterraine*. Denver: Congresso Internazionale ISRM.
- Lunardi, P., 2006. *Progetto e costruzione di gallerie -- Analisi delle deformazioni controllate nelle Rocce e nei suoli*. Milan: Springer.
- M, K., s.f. Appraising the method accounting for 3D tunneling effects in 2D plain stress FE analysis. *Tunn undergr SP Technol*, Issue 22, pp. 47-56.
- Mondragón, F. P. & Meli-Piralla, R., 2013. Interacción estructural entre el revestimiento primario y el secundario de túneles dovelados. *Geotecnia*, pp. 26-31.
- Moreno, A. S. J., 1981. Failures of shafts and tunnels in soft soils. *Géotechnique vol. XXXIX*.
- Nelson Inowe, C. R. D. R., 2007. *Análisis por el método de elemntos finitos de la consolidación de suelos no saturados*. s.l., s.n., p. S/N.
- Oñate-IbañezdelaBarra, E. & Zárata-Araiza, J. F., 2003. *Aplicación del método de los elementos discretos a problemas de desgaste*. Barcelona: Escola Tècnica Superior d'Enginyers de Camins, Canals i Ports de Barcelona.
- Oreste, P., 2009. *The Convergence-Confinement Method: Roles and Limits in Modern Geomechanical Tunnel Design*. Turin, Science Publications, pp. 757-771.
- O'Rourke, T., s.f. *Guidelines for tunnel lining design*. Technical council of research ed. s.l.:ASCE Technical commitee on tunnel lining design.
- Panet, M., 1995. *Le calcul des tunnels par la méthode convergence-confinement*. Paris: Presses des Ponts et Chaussées.
- Panet, M., 1995. *Le calcul des tunnels par la méthode convergence-confinement*. Paris: Presses de l'école nationale des ponts et chaussées.
- Plaxis, 2004. *Material models manual*. Version 8 ed. s.l.:Plaxis bv.
- Rocscience, 2016. *RS2*. Toronto: Rocscience Inc.
- Rubio-González, C. & Romero-Muñoz, V., 2010. *Método del Elemento Finito*. México: Limusa.
- Shen, J. & R. L. K., 1988. *Soil-machine interactions. A finite element perspective*. New york: Marcel Dekker Inc.

Suárez, F. A. S. & J. F., 2014. *El colapso del túnel Xicotepec I, una investigación sobre sus causas y un estudio para su reconstrucción*. DF, AMITOS, pp. 87-96.

Tamez, E., 1984. *Estabilidad de tuneles excavados en suelo*. Mexico: s.n.

Tamez-González, E., Rangel-Núñez, J. L. & Holguín, E., 1997. *Diseño Geotécnico de Túneles*. México D.F.: TGC.

Tripodi, M. A., Puri, V. M., Messing, H. B. & L., M. G., 1992. *Constitutive Models for Cohesive Particulate Materials*. s.l.:j. Agrinc. Engeng. Res..

Vlachopoulos, N. & Diederichs, M., 2014. Appropriate Uses and Practical Limitations of 2D Numerical Analysis of Tunnels and Tunnel Support Response. *Springer*, Issue ISSN 0960-3182.

Wulfsohn, D. & B. A. A., 2002. *Advances in Soil Dynamics Volume 2, Elastoplastic soil mechanics*. St. Joseph. Mich: ASAE.

Xia, C., H.J., L. & H.H., Z., 2009. 3D numerical simulation of a large span double arch tunnel construction. *Springer*.