UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

¨Mat. Luis Manuel Rivera Gutiérrez¨

"Cómo los estudiantes de tercero de Secundaria establecen y comprueban conjeturas con la calculadora. Una experiencia con la metodología ACODESA**"**

TESIS

Que para obtener el grado de

Maestro en Ciencias en Educación Matemática

Presenta:

Francisco Javier González García.

Director de tesis:

Dr. José Carlos Cortés Zavala.

Morelia, Michoacán. Febrero de 2009.

ÍNDICE

	Página
Resumen	1
Capítulo 1. Planteamiento del problema	2
1.1. Introducción	2
1.2. Planteamiento del problema y preguntas de investigación	2
Capítulo 2. Marco teórico	5
2.1. La propuesta metodológica ACODESA.	5
2.2. La propuesta metodológica ACODESA y las herramientas tecnológicas	6
2.2.1. El aprendizaje colaborativo	8
2.2.2. El debate científico	9
2.2.3. La autorreflexión	12
Capítulo 3. Metodología	15
3.1. Descripción del capítulo	15
Diagrama del contenido del capítulo	16
3.2. Diseño de las hojas de trabajo	17
Hoja de trabajo I	17
Hoja de trabajo II	18
Hoja de trabajo III	18
Hoja de trabajo IV	18
3.3. Trabajo previo de valoración y validación de las hojas de trabajo	19
3.4. Aplicación de la etapa propedéutica y de la propuesta metodológica	21
3.4.1. Descripción de la población y la muestra	22
3.4.2. Instrumentos de observación	22
I. Hojas de trabajo	22
II. Calculadora	23
III. Video filmaciones	24
(a).- Video filmaciones durante la implementación de la etapa propedéutica	24
(b).- Video filmaciones durante la implementación de la etapa del aprendizaje colaborativo	27

(c).- Video filmaciones durante la implementación de la etapa del debate científico 28
(d).- Video filmaciones durante la implementación de la etapa de autorreflexión 29
IV. Hojas de rotafolio 32
Capítulo 4. Resultados 34
4.1. Resultados generales durante la aplicación de la etapa propedéutica 34
4.2. Resultados generales durante la aplicación de la propuesta metodológica ACODESA 36
4.3. *Los minicerebros* durante la etapa propedéutica 37
4.4. *Los minicerebros* durante la propuesta metodológica ACODESA 40
4.4.1. *Los minicerebros* durante el aprendizaje colaborativo 41
4.4.2. *Los minicerebros* durante el debate científico 44
4.4.3. *Los minicerebros* durante la autorreflexión 53
Capítulo 5. Conclusiones 62
Referencias 66
Anexos.
Anexo 1. Hojas de actividades I
Anexo 2. Formatos de videofilmaciones. XV

AGRADECIMIENTOS.

Es muy difícil poder mencionar a todos y cada uno de los personajes que habrían de incluirse en estas líneas, y si a ese hecho le aunamos el motivo que a cada uno le corresponde, al número de páginas que a este documento habrían de añadírsele sería una cantidad similar a la de su contenido técnico. Sin embargo, en un mero intento de memoria (para mí) y de justicia social (para aquellos que han tenido a bien soportarme) y disculpándome de antemano con las involuntarias omisiones, quisiera agradecer a la música (en cualquier formato), a la computadora, mi bicicleta y a la casa que me ha dado alojo con goteras incluidas. Ahora bien, refiriéndome a los verdaderamente inmortales, quisiera expresar mi agradecimiento:

A todos mis compañeros (algunos de los cuales no pudieron concretar este intento): Christian, Nacho, Pancho Venegas y Gabino con todo y sus "Kawasakis". A "las muchachas" (y su nó fiesta de bienvenida), muy especialmente a Lorena. Juan Manuel, Hilario, Raquel, Miguel Ángel y José Luís Sepúlveda: espero que regresen, así como lo hizo Israel. Por último y no menos importante a quien sin cursar algunas materias sacó más calificación que quienes sí lo hicimos, además que íba a ser el primero en titularse.

A todos y cada uno de mis profesores, quienes han sido una influencia didáctica (a veces a no seguir) y con quienes siempre encontré de manera incondicional un apoyo personal en cada una de sus clases, especialmente en aquellas en que nunca he sido particularmente bueno: Gracias mil, Gerardo y Lulú por haberme soportado: tienen una genuina vocación como profesores.

A la plática en el brindis de la navidad del 2005 con Carlos (con su Ataraxia, Jhetro Tull, Borges y Vino Tinto), las Botanas que prepararon Daniel y cia, y que amablemente Marce (con quien nunca nos alcanzarán las palabras de agradecimiento) nos ofrecía, sin lo cual nunca hubiera siquiera empezado un maestría (vaya versos): Gracias Carlos y Marce por ser tan amables y haber creído en mí.

A los amigos que han compartido conmigo la docencia (algunos desde mis inicios hace más de 16 años), borracheras (a veces hasta el final), crudas (a veces desde el principio), y logros personales (de principio a fin): Mi cuñadazo Felipe, Lalo, Belin, Palomo, Servando, Albertho, Polo, Cesar, el Topo, Carlos Galvez, Lupita, Isaías, el Moncho, Rodolfo, Claudia, Chava (quien me regaló un lápiz para mis clases), Adalberto,

Bolaños, Rosy (con su rosario de sinceridades), Arturo Villaseñor, Eloisa Murillo, Gil, Horacio Tovar, Ale Vargas, Julio, Luis Fernando, Doña Bety, Doña Tere, Los Guerrero, mis compadres Gamma, Rosas, Lupita y Enrique, así como a las respectivas familias de todos y cada uno de esta breve lista.

Y muy, pero muy especialmente a toda mi familia: mi papá José Antonio de quien me falta mucho por aprender y mi mamá Romana a quien me falta mucho por querer. Rafa González y su niñez quizás con muchos golpes gracias a mí y a una tablota con un clavote, y Tosño (sí: con ese) con sus muchas funciones de lucha libre aburridas también gracias a mí, sin embargo siempre recuerdo cuanto nos hemos apoyado todos como familia y pienso en lo maravilloso que nos falta por vivir juntos.

Aunque parezca increíble, soy un yerno agradecido con su suegra, pues Lupe Llerenas me ha enseñado (quizás sin quererlo) a encontrar más placer en los detalles cotidianos, como por ejemplo en la comida; pero sobretodo por que le ha dado a mi esposa Rocío no solo la vida, sino la capacidad de amar con el amor que ella le ha dado, hecho trascendente que hemos tratado de compartir cada día. Creo que lo hemos hecho lo mejor posible de manera tal que con Yunuén y Luz Mariana compartimos ahora una gran familia junto con éste que escribe. Gracias enormes, Rocío, Yunuén y Luz Mariana; ustedes son quienes en la mayor parte han contribuido a que empiece este trabajo y que espero que sea el comienzo de una nueva vida académica. Les prometo que si así ocurre, los agradecimientos de la Tesis Doctoral las volverá a mencionar, aunque espero que éstos sean más breves.

Francisco Javier González García.

Febrero de 2009.

Resumen

El presente trabajo muestra los resultados de la aplicación de la metodología ACODESA en un grupo escolarizado de estudiantes del nivel medio (tercer grado de secundaria) con el apoyo de una herramienta tecnológica: la calculadora Texas Instruments Voyage 200.

Se presentan las ideas base para la implementación de la metodología ACODESA, después se explica de qué manera se recopilan y procesan las evidencias que resultan al aplicar dicha metodología. Las evidencias que se presentan corresponden a dos aplicaciones: la primera en un grupo de profesores con el fin de recopilar sugerencias en el diseño y aplicación de las hojas de trabajo y la segunda en un grupo de estudiantes de secundaria, enfatizando los argumentos de cómo los estudiantes establecen y comprueban sus propias suposiciones.

CAPÍTULO 1
Planteamiento del problema

1.1. Introducción

Uno de los propósitos de la educación escolar es buscar formas para que la relación enseñanza-aprendizaje sea eficiente. Un aspecto que consideramos importante para ello es que los conceptos tengan un significado acorde con la situación específica en la que están siendo utilizados por el aprendiz. Bajo este propósito, una de las tareas de los educadores es la transmisión de conocimientos útiles hacia los estudiantes; además, se espera que generen situaciones que propicien el aprendizaje de dichos conocimientos, a lo que sumado a la necesidad de favorecer las relaciones socioculturales e intrapersonales, hace que la tarea educativa de la escuela resulte más compleja.

De esta manera, resulta necesario que los educadores ayuden a que las propuestas teóricas enmarcadas en el currículo (Clements & Batista, 2000) sean llevadas a la práctica mediante tareas y actividades cuidadosamente planeadas, desarrolladas y evaluadas.

En este aspecto, las teorías del aprendizaje relacionadas con las matemáticas, han sido el punto de partida para el desarrollo de otras nuevas que pueden ser ubicadas entre los enfoques clásicos del conductismo y del constructivismo.

En particular, en este trabajo estamos interesados en una propuesta metodológica que permite la implementación de actividades de aprendizaje diseñadas con base en diferentes teorías, enmarcadas dentro del ámbito constructivista, que además se refieren al uso de nuevas herramientas didácticas, como las calculadoras y las computadoras, para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

1.2. Planteamiento del problema y preguntas de investigación

Existen diferentes propuestas educativas de enseñanza de las matemáticas que, además de considerar aspectos relativos al aprendizaje de conceptos consideran el entorno sociocultural de los estudiantes y el uso de herramientas didácticas alternativas (Rojano, 2006). En particular, en este trabajo se toma como referencia la propuesta metodológica de enseñanza planteada por Hitt (2006 a), denominada ACODESA (Aprendizaje Colaborativo, Debate Científico y Autorreflexión).

Esta propuesta puede permitirnos un análisis profundo de la forma en que los estudiantes se apropian del conocimiento matemático cuando se encuentran en diferentes tipos de entornos instruccionales mediados por el uso de una calculadora. La propuesta está planteada en términos de varias etapas que permiten abordar un contenido matemático específico en diferentes ciclos de conceptualización; es decir, un proceso que permite a los estudiantes ir refinando gradualmente (Lesh et al., 2000) sus imágenes conceptuales.
A grandes rasgos, las etapas que conforman esta metodología de trabajo son:

- Aprendizaje Colaborativo. En esta primera etapa se forman equipos que trabajan en la solución de un problema con la ayuda de la calculadora.
- Debate Científico. Durante este trabajo los estudiantes exponen, por equipos, sus desarrollos mientras el profesor les incita a comprobarlos.
- Autorreflexión. Finalmente, los estudiantes aplican los conocimientos adquiridos en situaciones diferentes, retomando las conjeturas hechas por ellos mismos o por todo el grupo.

En cada una de las etapas se orienta a los estudiantes para que logren generar y comprobar hipótesis usando la calculadora, enfrentándolos a problemas y actividades que requieren de la aplicación de sus recursos matemáticos, incluyendo conocimientos, habilidades, intuiciones y destrezas.

Tomando como referencia lo anterior, se plantea como problema de investigación:

La implementación de actividades, bajo el esquema metodológico propuesto en ACODESA (Hitt, 2006 a), para que los estudiantes establezcan y comprueben conjeturas matemáticas con la ayuda de la calculadora TI Voyage 200.

Las preguntas de investigación que se desprenden de dicha problemática son:

1. ¿Pueden los estudiantes establecer y comprobar conjeturas, en un ambiente de aprendizaje que promueva la colaboración, el debate científico y la autorreflexión?
2. ¿Cuál debe ser el papel del profesor, el estudiante y la calculadora durante cada una de las etapas planteadas en la propuesta metodológica ACODESA?

3. ¿Qué características deben tener los problemas y las actividades planteados para poder ser implementados en el ambiente de trabajo propuesto por la metodología ACODESA?
4. ¿Incita el debate científico a los estudiantes a plantear y comprobar diferentes propuestas de solución a problemas específicos?
5. La etapa de autorreflexión, ¿ayuda a los estudiantes para que valoren sus propuestas de solución?

CAPÍTULO 2

Marco teórico.

2.1. La propuesta didáctica ACODESA

Los principios psicológicos en la educación han dado justificación a las reflexiones acerca de que una relación entre un grupo de personas puede ofrecer muchos elementos que ayuden a identificar los factores que influyen en el aprendizaje en el salón de clases; siendo uno de sus objetivos que el conocimiento pueda ser formalizado, sistematizado y transmitido con eficiencia (Ausubel et al. 1983). Basados principalmente en las teorías constructivistas y sociales (propuesta por Piaget y Vigotsky), orientadas a la comprensión del pensamiento del estudiante. Para el caso de la didáctica, en el área de las matemáticas, las teorías también han evolucionado en un gran número de nuevos enfoques metodológicos.

Un ejemplo en el desarrollo de un método pedagógico, lo describe Dubinsky (Dubinsky, 1996) en un artículo publicado en 1996; en donde se expone una propuesta metodológica de manera clara y concisa en una serie de pasos, basados en las ideas desarrolladas por Piaget acerca del desarrollo intelectual como fundamento teórico de actividades sobre desarrollo curricular.

Dubinsky aplica su propuesta metodológica en situaciones didácticas a nivel universitario, en actividades realizadas con la ayuda de una herramienta tecnológica:

"No tenemos una cantidad suficientemente grande de datos de investigación acerca de estas explicaciones o de las soluciones correspondientes (refiriéndose a las respuestas de algunos estudiantes en determinados reactivos), *pero estoy convencido, basado en más de 40 años de enseñar en la universidad, que este punto de vista es inadecuado* (con respecto a la cantidad de datos que sustentan su propuesta metodológica) *y que es necesario buscar explicaciones y soluciones basadas en lo que podría estar sucediendo en la mente de los estudiantes. En mi opinión, la manera de hacerlo es a través del desarrollo de una teoría o de una perspectiva teórica"* (Dubinsky, 1996, p. 32).

Parece ser que una propuesta teórico-metodológica (es decir: sustentada en un marco teórico) en la que se incluya el uso de la tecnología puede favorecer el aprendizaje; sin embargo considerar el uso de la tecnología como una práctica cada vez más común en la

vida cotidiana, tiene también implicaciones en el ámbito de educativo. Por tanto las implementaciones de la tecnología en el aula deben estar fundamentadas en propuestas didácticas que hagan evidente el uso de esta tecnología más como una herramienta, que como un impulso hacia la resolución de problemas.

Conviene entonces enfatizar que, en el ámbito educativo:

"la postura de los profesores de matemáticas frente al uso de la tecnología en los procesos de enseñanza oscilan entre dos posiciones extremas, una que va en contra del uso de la tecnología porque algunos profesores consideran que su uso inhibe el aprendizaje y, la otra, con un entusiasmo desbordado, que la tecnología juega un papel fundamental en el aprendizaje" (Hitt, 2006 b).

Por tanto, una aportación hacia una nueva propuesta didáctica con ayuda de la tecnología debe primero implementarse en el contexto educativo cotidiano para que permita un proceso de refinamiento que proporcione elementos de análisis para una aplicación más eficiente.

2.2. La propuesta metodológica ACODESA y las herramientas tecnológicas

Muchas de las propuestas metodológicas en el campo de la educación matemática basan sus suposiciones principalmente en las teorías didácticas del conductismo y constructivismo, basándose en una serie eslabonada de eventos que en cierta forma perfilan el proceso educativo; por ejemplo en las propuestas educativas programadas en unidades y objetivos específicos, se percibe una fundamentación teórica basada en una corriente conductista.

Al plantear actividades que promuevan aprendizajes donde además se utilice una herramienta tecnológica, es deseable que las propuestas didácticas sean sometidas a procesos de refinamiento; por ejemplo, al ir abordando conocimientos específicos de acuerdo al uso de diferentes registros de representación semiótica, de manera tal que en este proceso pueda redefinirse el uso de la herramienta y las aplicaciones de las teorías didácticas utilizadas.

Conviene entonces por un lado, valorar el papel de la tecnología como herramienta didáctica, y por otro observar las características de las actividades que puedan promover la visualización, la experimentación, la sorpresa, la retroalimentación y la necesidad de

pruebas y demostraciones, todas valoradas como actividades cognitivas importantes (Arcavi & Hadas, 2000) y que Hitt replantea como base de un proceso de mejora continua o refinamiento (Hitt, 2003), al haber observado algunos de los procesos de manipulación de funciones por estudiantes usando la calculadora graficadora.

Hitt propone una serie de etapas llamadas en conjunto metodología ACODESA (Hitt, 2006 a), (cuyas siglas corresponden: Aprendizaje Colaborativo, Debate Científico y Autorreflexión en este orden) que ha aplicado en ambientes tecnológicos. En particular, con la calculadora graficadora. La calculadora Voyage 200 es una de ellas, maneja cálculo numérico y simbólico, tablas de secuencias ordenadas de números de acuerdo a determinadas operaciones matemáticas, gráficas en dos y tres dimensiones y además programas para usos específicos, como lo es el de geometría dinámica.

Cierto es que la tecnología, dentro de la didáctica de las matemáticas, ha comenzado a ser útil en aplicaciones específicas y ámbitos locales, como el caso del programa EMAT (Enseñanza de las Matemáticas con Tecnología) en México (Rojano, 2006); en donde el eje central para la adquisición de un concepto matemático radica en que la actividad pueda ser realizada en las diferentes representaciones con la ayuda de la tecnología; esto implica el desarrollo de la tarea en un registro, su tratamiento, conversión (Duval, 1999) y posterior coordinación entre éstos. De ahí que la calculadora como herramienta didáctica surge ante un reto emergente de mejorar los niveles de aprovechamiento escolar ante la atención de su inminente su implementación curricular; pudiendo aprovecharse para apoyar la discusión colectiva y con ello promover una o más soluciones que a su vez utilicen múltiples representaciones y que promueva la articulación entre estas por parte de los estudiantes.

De esta manera, ACODESA (Hitt, 2006 a) es una propuesta metodológica fundamentada en los trabajos de Arcavi y Hadas (Arcavi & Hadas, 2002) y que además retoma las ideas de Vigotsky (1979) sobre los aspectos estructurales e instrumentales de los contenidos de los programas educativos. Dichas ideas incorporan las relaciones sociales como uno de los sistemas importantes en el medio escolar. Éste sería más productivo si los nuevos aprendizajes se localizaran en la zona de desarrollo próximo (ZDP) definida como la interacción social que posibilita el aprendizaje; es decir, ante la posibilidad de la solución de un problema, los estudiantes pueden interactuar con los demás, de manera que el conocimiento y la experiencia de sus compañeros sea lo que permita promover el

aprendizaje. Éste podría ser más limitado si se tratara de un solo estudiante (Ursini, 1996). Así mismo, además de las interacciones entre individuos, pueden utilizarse las interacciones con instrumentos materiales como lo son las computadoras y las calculadoras (Valdemoros, 1996).

2.2.1. El aprendizaje colaborativo

Hitt (Hitt, 1996 a) propone el aprendizaje colaborativo como una primera etapa de su metodología, sin que esto implique un aislamiento con el resto del proceso; proponiendo la conformación de equipos de trabajo, bajo la implementación de una técnica similar a la mencionada por Slavin (1995): Trabajo en Equipo-Logro Individual (TELI), en la que los estudiantes conforman equipos de cuatro integrantes (Hitt propone 3) de diferente género y nivel de desempeño. Posteriormente, los estudiantes trabajan en equipo, y finalmente responden cuestionarios individuales (lo que Hitt considera como la etapa de auto reflexión).

Aunque la propuesta de Slavin (1995) pasa por alto la exposición del trabajo de cada uno de los equipos ante todo el grupo, para fomentar el Debate Científico, y no particulariza sus métodos para un área determinada de las ciencias, enfatiza en muchos aspectos la importancia de la organización del trabajo en equipo. Slavin (1995) hace énfasis en el valor heurístico de la zona de desarrollo próximo, como base de su construcción teórica y de sus instrumentos de diagnóstico.

Por otra parte, es importante que el profesor observe y valore cómo las actividades propuestas apoyan la generación de un conflicto cognitivo (Brousseau, 1997) que propicien el trabajo colaborativo. O bien, si es necesario, establecer un sistema motivacional que enfatice el grado en el que los objetivos cooperativos pueden cambiar los incentivos de los alumnos para realizar tareas académicas, pues las teorías cognitivas subrayan los efectos del trabajo conjunto en sí mismo (sin importar si los grupos intentan alcanzar objetivos grupales o individuales).

Al respecto, un planteamiento retomado por Hitt, de acuerdo a las ideas de Reynolds y Hagelgans (Hitt, 2006a) es hacer énfasis en los objetivos que pretenden ser alcanzados durante esta primera etapa de la metodología ACODESA, de manera que los logros didácticos puedan ser considerados una misión tanto de grupo como por cada uno de los

elementos del equipo, como una importante y mutua responsabilidad (Reynolds et al., 1995).

Es también importante observar la actitud provocada en los estudiantes con respecto a la situación problema, considerando que puede existir una variedad de propuestas de organización en cada equipo, provocando en ello un periodo de adaptación o socialización que debe ser orientado por el profesor en caso de ser necesario; pues existe el riesgo de que el trabajo sea desarrollado por un sólo miembros del equipo. Este efecto es más probable que surja cuando se trata de una sola tarea. Por ejemplo, cuando se pide que se entregue un sólo informe, se responda a un único cuestionario colectivo o se produzca un sólo proyecto en conjunto; situación que puede generar que los integrantes del equipo considerados menos hábiles, sean ignorados por los demás.

Podemos suponer entonces que todos los estudiantes necesitan interactuar con el profesor y compañeros para exponer sus pensamientos y comunicarse con otras personas, haciendo por un lado que los estudiantes cambien sus habilidades de pensamiento, (generándose así el Debate Científico) y, por otro lado, incluir la tecnología como herramienta didáctica para establecer una etapa intermedia entre las ideas de los estudiantes y los esquemas matemáticos usuales. Así mismo, establecer otras interrelaciones que dan mayor libertad al proceso de aprendizaje, como son: la interrelación estudiante – profesor o estudiante - objeto de aprendizaje (Artigue et al., 1995, pp. 33-59).

2.2.2. El debate científico.

Si bien las virtudes del trabajo colaborativo en matemáticas, se centran en la motivación hacia la solución de los problemas, es conveniente enfatizar que el planteamiento de dichos problemas debe ser cuidadoso y específico en cuanto al objetivo curricular y sobre todo al conflicto cognitivo (definido como el desequilibrio entre lo que el alumno conoce hasta el momento y lo que la actividad le presenta) (Brousseau, 1997), debiendo ser dichos problemas no tan sencillos como para no generar conflicto alguno, ni tan complejos que resulten insolubles para el estudiante.

Las teorías constructivistas del aprendizaje indican que el conocimiento adquirido bajo el conflicto cognitivo será realmente significativo y ocasionará un reacomodo de las redes conceptuales del aprendiz, organizando en ellas de manera lógica el nuevo

conocimiento (Dubinsky, 1996), despertando además ese genuino interés para vincular la aplicación de los conocimientos adquiridos donde el estudiante está cotidianamente involucrado y que en gran medida, le permita refinar el propio conocimiento y su aplicación en diferentes situaciones derivadas de la que se ha abordado en principio (Lesh et al., 2000).

Por tanto, el aprendizaje mediante el planteamiento adecuado de un problema, como elemento importante del trabajo colaborativo, es reforzado al retomar el conflicto cognitivo formado al seno del trabajo en equipo mediante una discusión colectiva, generando lo que Hitt llama el Debate Científico (Hitt, 2006 a). En esta etapa, la exposición de los desarrollos de cada uno de los equipos puede presentar diferentes propuestas de solución e incluso diferentes resultados dentro de un mismo contexto (aún utilizando las mismas estrategias en la solución de los problemas), enfocando el análisis del conjunto de soluciones propuestas hacia la promoción de adquisición de estrategias que aumenten los logros académicos. Esto se da, cuando las representaciones espontáneas formen un todo coherente, orientado a mostrar una concepción construida a través de un debate y de diferentes representaciones personales que no se pueden disociar (Hitt, 2006 b).

Durante el debate científico, un primer acercamiento que los estudiantes tienen hacia sus propias conjeturas es la reproducción de las propuestas que se establecieron como válidas el interior del trabajo en equipo, proponiendo generalizaciones de los procesos de solución. Acto seguido, se establecen conjeturas (afirmación que se supone cierta, pero que no ha sido comprobada), que son sometidas a pruebas de validación por parte del grupo; un proceso que impone en principio una prueba para el convencimiento del propio estudiante y después para sus compañeros. (Harel & Sowder, 1998).

Durante este proceso, el rol del profesor es el de promotor de la exposición de ideas, invitando a los alumnos a exponer sus conjeturas e intentando que todos los estudiantes se involucren en una o más soluciones racionales; procurando no evitar los argumentos no válidos (exponiéndolos como elementos de análisis) y deteniendo el debate cuando la mayoría de los estudiantes hayan llegado al establecimiento de una conjetura o en el mejor de los casos de un teorema (Legrand, 2001).

Si bien Hitt menciona que abordar el debate científico debe ser un pasaje eventual (Hitt, 2006 b), es necesario establecer tiempos y reglas generales del debate por parte del

profesor, en conjunto con el resto del grupo. El profesor eventualmente asume el papel de asistente u orientador y de moderador. Las orientaciones que se hagan hacia los estudiantes, no deben obviar de manera directa una respuesta, y deben impulsar al propio estudiante a observar en sus conjeturas un intento por establecer hipótesis.

El uso de la calculadora como herramienta, que en principio sirve a los estudiantes para establecer y comprobar conjeturas, puede ayudarlos a exponer sus ideas y propuestas, pero debe observarse que en su uso, no se establezca a las hipótesis por si solas como un resultado del manejo de registros, siendo la verbalización un elemento de más ponderación para comprender las propuestas y los resultados finales.

El debate científico es justificable al pensar en que, si cuando aprendimos matemáticas no necesariamente llegamos a convertirnos en grandes matemáticos, podemos aprender efectivamente matemáticas (desarrollando nuestras mentes para comprender lo que esencialmente utilizaremos o no cotidianamente) convirtiéndonos temporalmente en matemáticos, y el salón de clases en una comunidad científica (Legrand, 2001). Esta justificación es a su vez ampliamente sustentada con lo que Brousseau llama "pequeña comunidad científica", validando las propuestas de los alumnos al provenir de una cotidianeidad que a su vez bosqueja sus estructuras de pensamiento.

En la medida que estas pruebas son superadas por los estudiantes, el nivel de validación puede ser más exigente, de manera que las nuevas pruebas deben ser sustentadas por sus antecesoras que a su vez ya han sido argumentadas como válidas. Así se crea un sistema lineal en donde las nuevas propuestas dependen de la validez de las anteriores, similar a un sistema móvil con base en una serie de elementos que mantienen en función toda la serie de propuestas, conservándola en cierta forma, articulada (Alibert & Tomas, 1991), de ahí la importancia de la formalización de cada nueva teoría una vez validada como conjetura explícita.

El debate científico promueve la socialización de los actores del proceso educativo para el establecimiento de los conocimientos expuestos en las tareas, que los hagan merecedores de una valía unánime por parte del grupo. Esto puede establecer en los propios estudiantes una actitud analítica más que de pasividad ante un conocimiento aunque éste no sea novedoso. Es así como se instituye un nuevo contrato didáctico entre estudiantes y

profesor, desarrollando una herramienta que asegure la competencia, no como meta central, sino como una actitud para alcanzar el conocimiento.

Por otro lado, el Debate Científico también tiende a efectuar una práctica epistemológica, bajo los principios del socio constructivismo y socio etnicismo, siendo a través de estos factores, una herramienta poderosa para adquirir una autonomía esencial que promueve la cooperación sin la necesidad de una supervisión (Legrand, 2001).

2.2.3. La autorreflexión

Hitt establece que una vez que se aborde la etapa del debate científico, se plantee a los estudiantes una tarea para su resolución individual. Esta será la misma que fue propuesta anteriormente, solo que ahora el objetivo es observar la aplicación de los conocimientos que fueron concretados en las etapas anteriores. Hitt llama a esta nueva etapa de Autorreflexión (Hitt, 2006 a), misma que no está aislada de las anteriores.

Se pretende que en esta etapa el estudiante pueda evidenciar cuáles fueron los procesos cognitivos que le ayudaron a establecer sus conjeturas y que se verifique por medio del planteamiento de un nuevo problema, que la validación de esas hipótesis se hayan concretado como un nuevo conocimiento. En su intento por observar estos procesos, Hitt retoma los trabajos de Polya y Hadamart.

Por un lado, los análisis que con respecto a la formación del conocimiento Hadamart observó en algunos de sus colegas matemáticos, al coincibir sus teorías (Hadamart, 1945), intenta explorar el tipo de actividad subconsciente que acompaña al trabajo creativo, identificando y proponiendo cuatro fases en el proceso creador:

Se presenta un primer estado de actividad plenamente deliberada llamado Preparación, posiblemente con algunos resultados. Luego viene la incubación: un descanso, completo o parcial, impuesto o deliberado (resultado de otra ocupación o dedicación a otros problemas diferentes), seguido por un momento de iluminación repentina. Finalmente se presenta la verificación: un segundo período de esfuerzo consciente, esta vez con éxito, en el cual las líneas maestras de la solución aparecen claras y muy probablemente, tras una larga espera, se presenta lo que Hadamard llama “estado de precisión” en el cual los resultados son “formalmente escritos” y puestos en orden, un proceso cansado y de segundo orden pero esencial.

Por otro lado el planteamiento de la heurística moderna (Polya, 1989), le atribuye mucha importancia a las actividades en el salón de clase, enfatizando la retroalimentación mediante un nuevo planteamiento que retome los conocimientos adquiridos en su consecuente solución. Lo anterior puede sugerir el reconocimiento de conexiones que involucran una concepción por parte de los sujetos, en sus estructuras del conocimiento y sus referencias a la categorización del funcionamiento de la memoria (Resnick & Ford, 1990).

La autorreflexión por si misma permite al estudiante un replanteamiento del conocimiento adquirido que Polya propone como *retroalimentación* y Hadamart como *verificación.* Sin embargo, analizar el alcance de los conocimientos que el estudiante ha adquirido durante el aprendizaje colaborativo y el debate científico es una tarea que requiere de atención y análisis. Este proceso puede llevarse a cabo mediante entrevistas que consideren los tipos de objetos matemáticos, las relaciones, las operaciones y los sistemas de representación que utilizó el estudiante (Lesh et al, 2000) durante el replanteamiento del problema expuesto y que además pueda dicha entrevista, ser analizada mediante objetos que permitan valorar una y otra vez la información que se muestre de manera escrita, verbal y mediante el uso de la calculadora. Estos objetos pueden ser las video filmaciones, que mediante un análisis, pueden recrear una retroalimentación iterativa y transformativa en el propio diseño de la implementación de la actividad basada en el uso de la tecnología (Suchman & Trigg, 1991, citado en Lesh et al., 2000).

Por último, considerar el análisis de aplicar la propuesta metodológica ACODESA, incentiva la investigación acerca del aprendizaje bajo un enfoque diferente, enmarcado en las corrientes constructivistas que han dado pie al desarrollo de nuevos y validados modelos didácticos en los que, cada vez es más frecuente hacer énfasis en los aspectos sociales y de comunicación (Resnick, 1990). También es usual que se centren en la participación activa del estudiante en los procesos de construcción de su propio conocimiento (Brousseau, 1981, citado en Artigue et al., pp.43, 44), y la adaptación del conocimiento construido a los esquemas compartidos por la comunidad con la ayuda de una herramienta tecnológica que aparentemente plantea, desde su invención, un fuerte dilema con respecto a su uso didáctico (Usiskin, 1999). Si bien algunas de las implementaciones que a la fecha se han realizado de esta propuesta sugieren ligeras modificaciones metodológicas (Nájera & Santillán, 2007),

también evidencían resultados al retomar su aplicación con el uso de la tecnología como herramienta didáctica (Nuñez & Cortés, 2008).

CAPÍTULO 3
Metodología

3.1. Descripción del capítulo

Las unidades de este capítulo se han organizado tratando de establecer una coherencia para su lectura; ya que por la naturaleza de los contenidos que incluye la metodología seguida, se trata de una gran cantidad de información.

Se comienza con una descripción general del contenido, mediante un diagrama y posteriormente se profundiza en sus elementos específicos.

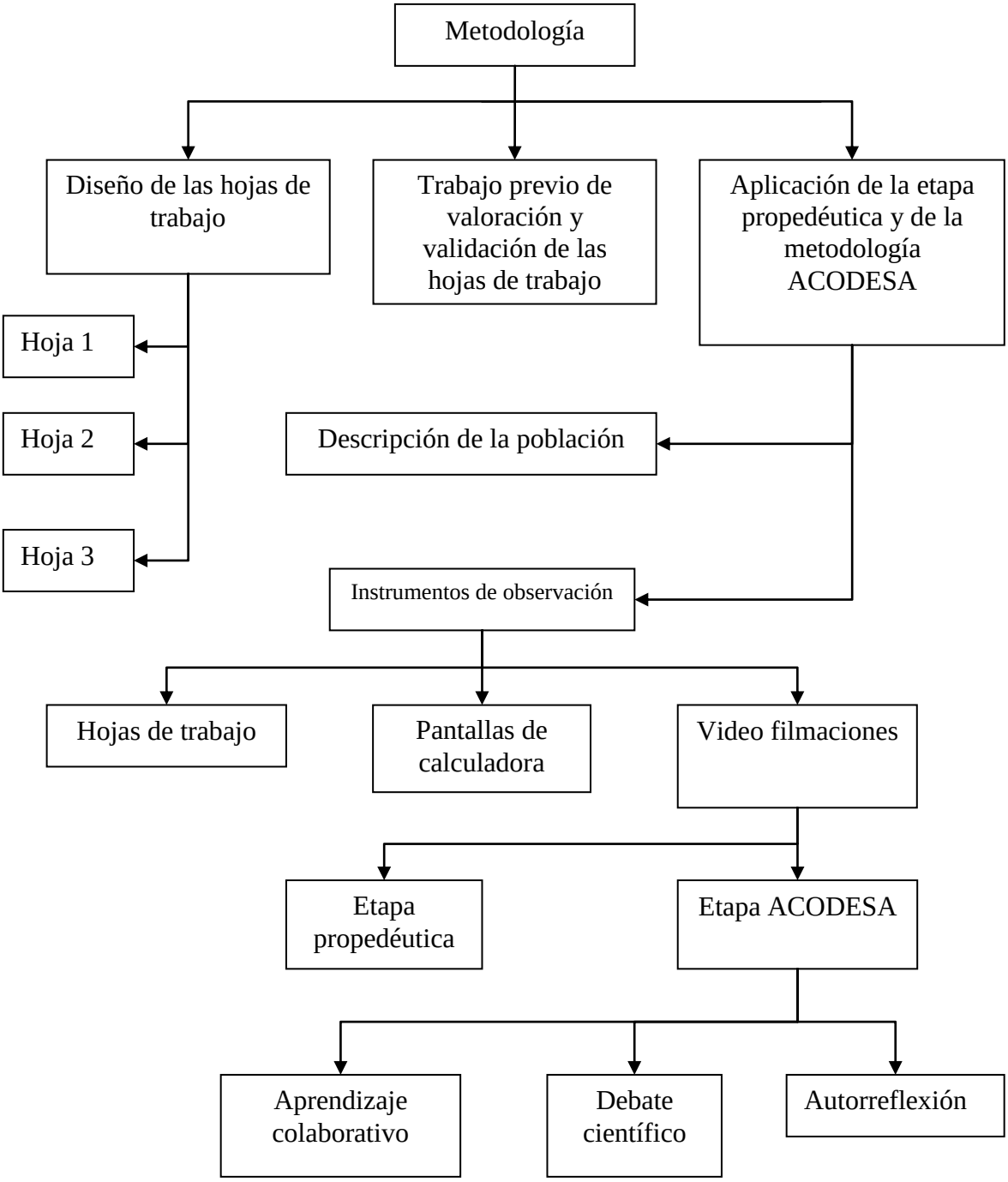


Diagrama 3.1.Organización general del contenido del capítulo III referente a la Metodología.

La parte medular del presente trabajo es la aplicación de la metodología ACODESA en un grupo específico de estudiantes, en donde se pretende abordar un tema en particular de las matemáticas, retomando cada una de las fases de la propuesta. Una manera de aplicar la metodología fue mediante el diseño de una guía con la que los estudiantes pudieran conocer, de manera gradual el uso técnico de la calculadora mientras valoran su función como herramienta didáctica. A esta etapa le llamaremos etapa propedéutica, la cual se plantea mediante hojas de trabajo con actividades específicas para orientar a los estudiantes en los usos y valoraciones antes mencionadas para, finalmente aplicar la metodología ACODESA con el apoyo de una última hoja de trabajo en una sesión particular (la cual no es parte de la etapa propedéutica).

A continuación se describe de manera general cómo se han planteado cada una de las hojas de trabajo, tanto para la etapa propedéutica como para la de la aplicación de la metodología ACODESA.

3.2. Diseño de las hojas de trabajo

Se pretende aplicar hojas de trabajo en diferentes sesiones con los estudiantes para lo cual, su diseño se ha dividido en dos grupos: el primero que consta de tres hojas (aplicadas en cuatro sesiones de 50 minutos cada una) correspondientes a la etapa propedéutica y una cuarta hoja de trabajo para la implementación de la metodología ACODESA (cuyo tiempo de aplicación se valora en una etapa previa a su aplicación y que se describe más adelante).

Los formatos completos de cada una de las hojas de trabajo aplicadas pueden consultarse en la parte de los anexos.

La descripción para cada una de las hojas de trabajo, así como su objetivo es como sigue:

Hoja de trabajo I. Esta hoja tiene como objetivo el uso del software de geometría dinámica para la calculadora. Esto se realiza en base a la construcción de un triángulo inscrito a una circunferencia, mediante el trazo de tres puntos cualesquiera sobre ésta que deben ser unidos por medio de tres segmentos. La construcción resultante será un triángulo que puede ser manipulado con el movimiento de cualquiera de sus vértices, aprovechando además este hecho para medir sus lados y sus ángulos. Construir un triángulo inscrito, a

diferencia de hacerlo de manera libre tiene un fin: si se hubiese realizado una construcción a partir solamente de tres segmentos, el estudiante podría manipular alguno de los vértices con libertad, de manera que la construcción pudiese salir del contorno de la pantalla de la calculadora en uno o más de los vértices manipulados, lo que causaría un problema técnico.

Hoja de trabajo II. A partir del conocimiento básico del software de geometría dinámica en la calculadora, el estudiante puede ahora realizar una nueva construcción a partir del diámetro de una circunferencia y un punto sobre esta última. El resultado será un triángulo rectángulo sobre una circunferencia; construcción que junto con las actividades sugeridas en la hoja de trabajo, proporciona elementos útiles para propiciar el debate científico al observar y comprobar, mediante la manipulación de la figura, las propiedades basadas en las relaciones entre sus lados y ángulos. De esta manera se inicia a los estudiantes en el debate científico, elemento indispensable para la implementación de la metodología ACODESA.

Hoja de trabajo III. De acuerdo a las definiciones de las relaciones trigonométricas básicas del un ángulo en un triángulo rectángulo, los estudiantes pueden comprobar algunas relaciones con la ayuda del software de cálculo numérico y simbólico en la calculadora (conocido como función *HOME*). Éste presenta un entorno de trabajo familiar para la mayoría de los estudiantes, pues dicha función es similar al de una calculadora común.

Al abordar esta hoja de trabajo se pretende que los estudiantes corrobore la relación entre los valores de las relaciones trigonométricas y las relaciones entre dos lados del triángulo rectángulo y uno de sus ángulos, aunque el ángulo tenga la misma medida y existan variaciones entre sus lados.

Hoja de trabajo IV. En esta hoja de trabajo se retoma un problema planteado en la guía de trabajo para matemáticas usada secundaria (SEP, 2002), en el que se requiere conocer el área de un pentágono regular. De entrada, se utilizan los elementos matemáticos hasta ahora conocidos en las relaciones trigonométricas.

La actividad planteada en la hoja de trabajo ha sido contextualizada de manera que incite a los estudiantes a establecer y comprobar resultados utilizando la calculadora y sus complementos didácticos, como la proyección de la imagen de la pantalla de la calculadora a través de un proyector, además de considerar las tradicionales herramientas didácticas

(como el lápiz, el papel, el gís y el pizarrón) como medios para la comunicación de las ideas expuestas.

Esta hoja de trabajo contiene menos elementos informativos con respecto al uso de la calculadora que sus predecesoras, puesto que se supone que los estudiantes ya han trabajado de manera básica la parte técnica del uso de la calculadora.

La hoja de trabajo sugiere a los estudiantes que participen en la exposición de sus planteamientos de solución. Es parte del trabajo del experimentador que los estudiantes se involucren de manera espontánea o dirigida en el debate científico, procurando que todo el grupo involucrado en la experimentación valide las suposiciones que presentan sus compañeros, de manera similar a una comunidad científica (Brousseau, 1997).

De esta forma, al aplicar esta última hoja de trabajo se pretende incitar a los estudiantes al aprendizaje colaborativo y el debate científico, sin la necesidad de desviar la atención y el tiempo en elementos propios del uso de la herramienta tecnológica; es decir, la capacitación en el manejo de la calculadora. La última etapa (Autorreflexión) se valorará por medio de un replanteamiento del problema en una entrevista individual que se describe más adelante.

3.3. Trabajo previo de valoración y validación de las hojas de trabajo

El hecho de considerar las actividades planteadas en las respectivas hojas de trabajo como elementos que puedan provocar el conflicto cognitivo y el uso adecuado de la calculadora como herramienta didáctica, puede ser una tarea de análisis por sí misma; sin embargo, para corroborar el diseño de la última hoja de trabajo como una actividad dirigida y adecuada para usar de la calculadora como herramienta didáctica, se realizó una primera implementación con profesores que participan en el programa EMAT (Enseñanza de las Matemáticas con Tecnología) en el Estado de Michoacán. Esto con el fin de aplicar la metodología ACODESA y observar su desarrollo en individuos que ya han superado el dominio técnico en el uso de la calculadora (el cual se habrá superado entre los estudiantes después de haber aplicado las anteriores tres hojas de trabajo, y para el caso de los profesores al haber recibido una capacitación para el uso de la calculadora en el programa EMAT).

De esta forma se buscó que el grupo pudiera, no solo ser observado y valorado durante los planteamientos de solución, sino que además plantearan adecuaciones a la actividad desde una perspectiva más analítica. Las observaciones realizadas entre este grupo de profesores sugieren varios aspectos para la aplicación definitiva de la prueba, los cuales de manera resumida son:

- El tiempo de aplicación debe de ser mayor al programado, que originalmente fue de una sesión de 50 minutos. La etapa del aprendizaje colaborativo en apariencia no excede los 20 minutos en primera instancia; sin embargo, la socialización de resultados que conlleva al debate científico que puede exceder los 30 minutos, por lo que para que la programación de debate no se acote en cuanto a reflexiones y aportaciones por parte de los estudiantes, debe de planearse para un tiempo más holgado. Es además menester mencionar que con respecto a los tiempos, la primera etapa (el aprendizaje colaborativo) debería estar no solamente controlada por las hojas de trabajo, sino además debe observarse y controlarse en tiempo por parte del profesor o de quien aplique la prueba (experimentador).
- Dadas las características académicas, además del dominio del tema; a los profesores les resultó una actividad sencilla. Sin embargo, sin un límite de tiempo, algunos de ellos se les observó distraídos o faltos de interés, por lo que fue necesario invitar al grupo en general en varias ocasiones a retomar el trabajo por equipos para pasar a la etapa de la socialización
- Una hoja de trabajo para cada participante, en contraparte al proporcionar una sola hoja para cada equipo, puede provocar que cada uno de los integrantes del equipo se aísle por momentos para resolver la actividad de manera individual. Esto no sólo desvirtúa el trabajo de la socialización por equipos que pretende propiciar el aprendizaje colaborativo; sino que aunado a esto, la etapa de la socialización de todos los equipos que promueve el debate científico puede excluir al individuo que se concentró de manera individual en la actividad o en su defecto, del resto de sus compañeros de equipo.
- Por otro lado, de acuerdo a las observaciones; un equipo de trabajo formado por tres elementos resulta mucho más participativo que uno formado por dos elementos, en donde es más evidente el liderazgo en uno de éstos, mientras que el otro casi

invariablemente se limita a realizar cálculos o anotaciones. Por otro lado, en un equipo de cuatro elementos existe la tendencia del trabajo en parejas o binas, evidenciándose de esta manera una moderación distinta entre los miembros del equipo; si bien es cierto que, los acuerdos a los cuales pueden llegar cuatro individuos pueden ser mejores, también pueden resultar dos acuerdos totalmente diferentes, lo cual conlleva el riesgo de discusiones que requieren de tiempos mucho más prolongados.

- Aunque el manejo de la herramienta ha sido entre los profesores motivo de atención y práctica anterior, hubo más de un detalle técnico que desvió la atención en algunos casos de un participante y en otros la atención de un equipo completo. Aparte del funcionamiento normal de las características básicas de la calculadora como, puede ser la exhibición del menú, la posición de las baterías o la definición del brillo adecuado de la pantalla, la calculadora debe tener definido el idioma de la interfase en español. Por otro lado, aunque la herramienta *HOME* está instalada por omisión junto con el resto del sistema operativo, la opción que activa el programa de geometría dinámica o *CABRI* no siempre está lista o disponible para ser usada; por lo que debe verificarse antes de ser iniciada la actividad se haya instalado este software para superara este tipo de detalle. Por último, debe atenderse al modo de trabajo de la calculadora con respecto a la medición de los ángulos, considerando que se realizarán operaciones con las relaciones trigonométricas.

3.4. Aplicación de la etapa propedéutica y de la propuesta metodológica ACODESA

La aplicación de las hojas de trabajo, tanto en su etapa propedéutica como en la metodología ACODESA, se diseñó de tal manera que pudiera ser abordada por un grupo de enseñanza media-básica, por lo que de acuerdo a las gestiones, sugerencias y colaboración de la Coordinación de Educación a Distancia del Estado de Michoacán, se realizó a un grupo de tercer grado en la Escuela Secundaria Técnica Número 3 de la ciudad de Morelia, Michoacán durante el mes de Mayo de 2007; previo acuerdo con la Profesora del Grupo, la Maestra Rosalba Tovar y su Director, el Profesor Omar Gasca Esquivel.

Dentro del programa EMAT, esta escuela ha sido dotada de un paquete de calculadoras; por tanto, cada uno de los estudiantes puede contar con una calculadora de este modelo.

3.4.1. Descripción de la población y la muestra.

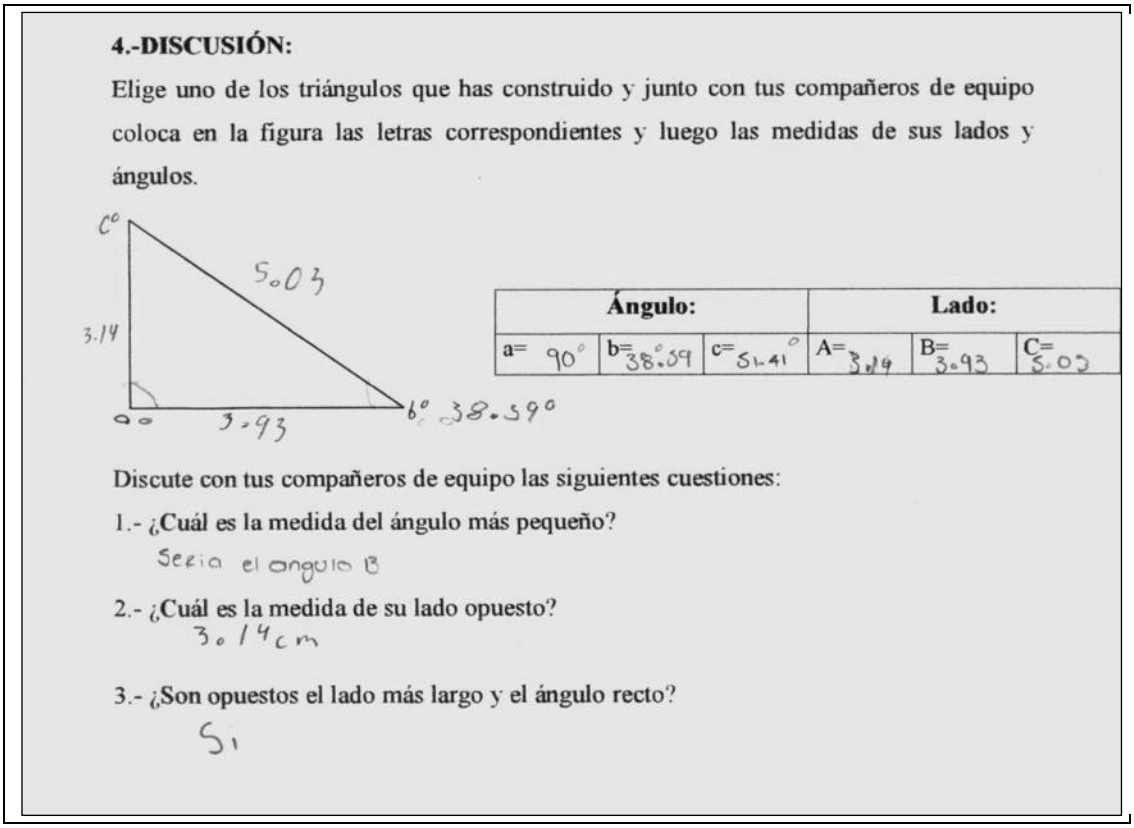
El grupo al cual fue aplicada cada una de las hojas de trabajo, así como la metodología ACODESA constaba de 38 alumnos terminando la educación secundaria, los cuales asistían a clases diariamente en periodos de aproximadamente 50 minutos. Los estudiantes que se atienden en esta escuela viven en su mayoría en una zona urbana, por lo que presumiblemente tienen contacto de manera cotidiana al menos con algún instrumento tecnológico que implica la manipulación de botones y la aplicación de instrucciones a través de comandos o de algoritmos precisos, elementos presentes en el uso y manejo de la calculadora.

3.4.2. Instrumentos de observación.

I.- Hojas de trabajo

Cada una de las sesiones de aplicación de las hojas de trabajo, se ha documentado por medio de diversos elementos, uno de éstos son las hojas de trabajo con las respuestas de cada uno de los equipos participantes. Resulta pertinente recordar las etapas de aplicación de las hojas de trabajo: propedéutica y de aplicación de la metodología ACODESA, por lo que las hojas de trabajo consecuentemente se dividen también en dos grupos, siendo solamente la hoja cuatro la correspondiente a la metodología ACODESA. Cada una de las hojas de trabajo contiene reactivos que deben primeramente ser discutidos por los estudiantes al seno de su equipo de trabajo, y posteriormente respondidos en los espacios que para este fin se han colocado en cada una de las hojas de trabajo; siendo precisamente estas respuestas, los elementos considerados para el análisis de las actividades realizadas por los estudiantes.

A continuación se muestra parte de una de las hojas de trabajo ya contestadas en una de las sesiones de trabajo.



4.-DISCUSIÓN:

Elige uno de los triángulos que has construido y junto con tus compañeros de equipo coloca en la figura las letras correspondientes y luego las medidas de sus lados y ángulos.

C° 5.03 3.14 a° 3.93 b° 38.59°

Ángulo:			Lado:		
a= 90°	b= 38.59°	c= 51.41°	A= 3.14	B= 3.93	C= 5.03

Discute con tus compañeros de equipo las siguientes cuestiones:

1.- ¿Cuál es la medida del ángulo más pequeño?

Seria el angulo B

2.- ¿Cuál es la medida de su lado opuesto?

3.14 cm

3.- ¿Son opuestos el lado más largo y el ángulo recto?

Si

Figura 3.1. Parte de la hoja de trabajo tres, contestada por uno de los equipos que participaron en todas las etapas del estudio.

II.- Calculadora

Una de las características técnicas que provee la propia calculadora y que puede ser útil para los fines del análisis, es el almacenamiento de las operaciones realizadas en su historial dentro de la opción *HOME*, pudiendo almacenar hasta 99 líneas de comandos que los estudiantes hayan aplicado al llevar a cabo las operaciones necesarias en sus planteamientos aritméticos o inclusive algebraicos. La herramienta de geometría dinámica, a través del programa *CABRI*, puede también almacenar las figuras finales que los estudiantes pudieran construir; sin embargo, la propia observación de la actividad (a través de video filmaciones descritas más adelante) proporcionará la mayoría de los elementos de desarrollo del estudio.

La siguiente es una de las pantallas que muestra el trabajo de uno de los equipos en la fase propedéutica, en la cual se pedía que se construyera un triángulo rectángulo y sobre éste se manipularan y observaran las medidas de sus lados y ángulos.

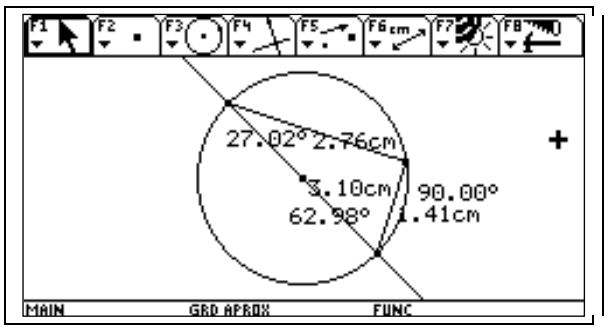


Figura 3.1. Una de las pantallas que muestra el trabajo de uno de los equipos referente a la medida de lados y ángulos de un triángulo rectángulo.

III.- Video filmaciones

La observación de las sesiones de trabajo por parte de una sóla persona puede pasar por alto más de un acontecimiento, en más de un lugar del salón de clases. Por ello los registros audiovisuales, por medio de videocámaras, son un auxiliar que logra documentar los sucesos físicos en forma de evidencias visuales y auditivas. También permite un análisis mas detallado de determinadas situaciones didácticas, como son los diálogos, las actitudes e incluso las expresiones de los estudiantes que de otra manera serían muy difíciles de analizar.

Las video filmaciones se realizaron en formatos digitales para facilitar su almacenamiento, portabilidad y manipulación al localizar tiempos de manera más eficiente con la ayuda de los programas computacionales típicos de exhibición de video.

Se realizaron además dos tipos de video filmaciones: con cámaras fijas y cámaras móviles. Para las etapas propedéuticas sólo se montaron cámaras fijas y para la sesión de aplicación de la metodología se utilizaron además cámaras móviles para registrar un mayor número de evidencias, como se mencionará mas adelante.

III (a).- Video filmaciones durante la implementación de la etapa propedéutica

Las video filmaciones se realizaron durante la etapa propedéutica con una cámara que fue colocada en diferentes puntos del aula para cada uno de los días de la implementación, tratando siempre de obtener una captura visual de la mayoría del salón de clases; lo cual provee por un lado de una panorámica de los sucesos en general que acontecen en el salón de clases, por otro lado, no se enfoca en el trabajo de un sólo equipo.

Otro aspecto considerable se manifiesta en el registro del audio, puesto que la cámara, al estar ubicada en un sólo sitio, puede registrar los diálogos del equipo de ubicación más cercana a la videocámara. Los registros obtenidos durante estas sesiones describen de manera general los acontecimientos que se consideran relevantes para los fines del análisis de las situaciones didácticas. Además, basado en los análisis se enfocan a aquellos equipos que tuvieron una participación relevante en todas las etapas aplicadas.

El formato aplicado para estos registros se basa en una tabla, en la que cada columna contiene:

Tiempo (inicio)

Esta columna registra el tiempo en el que comienza el hecho o acontecimiento considerado como relevante.

Tiempo (fin)

En esta columna se indica el tiempo en el cual finalizó el hecho. Para ambas columnas relacionadas con el tiempo, el formato es: Horas (en un sólo número), Minutos y Segundos separados por dos puntos (H:MM:SS).

Equipo

La intención de esta columna fue en principio registrar el o los equipos que intervenían en la actividad, y de los que se hacia referencia en la columna siguiente (que describiremos más adelante). Esta columna prácticamente fue utilizada hasta que se obtuvo información más precisa con respecto a los actores enfocados en el proceso de grabación, por lo que de manera común se observa en las etapas propedéuticas un registro prácticamente nulos, sin embargo, cuando se observan los registros de las videocámaras móviles, esta columna contiene datos de vital referencia utilizada en los análisis posteriores de fenómenos registrados durante la implementación de la metodología ACODESA.

Notas

Un referente importante en el registro auditivo y visual de las actividades realizadas por los estudiantes, es la explicación con respecto a la relevancia del momento en dos aspectos: los actores que en éste intervienen y, sobretodo, la descripción que justifica la relevancia del evento y que a su vez justifica su referencia. Esta columna,

sin ser más importante que las anteriores, es la referencia principal de posteriores análisis de las evidencias hechas por medio de las video filmaciones.

Se añaden además en cada una de las tablas, dos datos que quedan fuera del formato de la tabla, pero importantes como referencia general: un encabezado con la información de la propia tabla, dicha información describe la fecha de la video filmación, si la cámara se montó como fija o permaneció móvil, el tiempo aproximado de duración de la video filmación y en su caso quién manipuló la video cámara; además de un pequeño resumen que describe de manera general el contenido del total de la video filmación.

A continuación se muestra parte de una de las tablas con el formato descrito, que registra los sucesos del día de la aplicación de la etapa propedéutica (el total de las tablas de registros de tiempos y actividades puede consultarse en la sección de anexos).

Registro de tiempos y actividades. Etapa Propedéutica.
Cámara: Fija.
Día: Lunes, 4 de Junio de 2007.
Tiempo total: 0:33:06

Tiempo:		Equipo:	Notas:
Inicio:	Fin:		
0:00:00	0:00:20		Se acomoda la cámara al parecer después de haber repartido las calculadoras y d haber explicado la metodología. Se tiene la panorámica de 6 equipos, uno de ellos es el de Miguel Ángel..
0:00:21	0:10:14		Los equipos terminan la hoja de trabajo 3, y se observan en su mayoría muy relajados.
0:10:15	0:16:37		Se comienza una explicación por parte del instructor acerca del manejo del pentágono con el CABRI, además de explicar brevemente la metodología de trabajo para la última sesión..
0:16:38	0:29:30		Continúa el trabajo por parte de los estudiantes en sus hojas de trabajo pendientes. Continúa el trabajo relajado de la mayoría de los equipos; incluso el equipo de Miguel Ángel se observa distraído, no así Miguel Ángel
0:29:31	0:29:55		Parece que el equipo de Miguel Ángel termina con la hoja de trabajo pendiente.
0:29:56	0:33:06		Suena el timbre, y los estudiantes terminan su actividad o al menos de manera desganada acomodan sus lugares para una siguiente clase.

Resumen:
Esta es la última sesión considerada como de conocimiento de la calculadora, lo cual en parte explica el trabajo relajado de la mayoría de los estudiantes, suponiendo que su nivel de dominio es considerable.

Tabla 3.1. Registro de tiempos y actividades de una de las sesiones de la etapa propedéutica realizada con la ayuda de una cámara fija.

III (b).- Video filmaciones durante la implementación de la etapa del aprendizaje colaborativo

Resulta comprensible que, como ya se ha mencionado, los registros audiovisuales que se hicieron durante la etapa propedéutica contengan poca o nula información con respecto a la relevancia en participación de alguno de los equipos (auque sí se registra una panorámica general de los sucesos); por lo que, al concluir la etapa propedéutica y aplicar la metodología ACODESA, el registro audiovisual se realizó de una manera más completa, con la ayuda de una cámara fija y tres cámaras móviles.

Para la captura de estos registros audiovisuales se procuró que fueran realizados por personas con cierta experiencia en el área de la didáctica, por lo que se buscó que las cámaras móviles fueran manipuladas por personas que tuvieran la capacidad de poder discriminar los eventos de acuerdo al objetivo que éstos persiguen. Así, se contó con la colaboración de tres personas, a quienes además de haberles indicado el objetivo de los registros audiovisuales, tienen conocimientos en el área de la didáctica.

Por lo tanto, aunque el registro de las actividades relevantes registradas con videocámaras se ha realizado con el mismo formato durante la implementación de la metodología ACODESA (principal motivo de posterior análisis) y la etapa propedéutica, ha resultado de más utilidad el formato para el registro de la metodología. Los registros cuentan entonces con una columna para los tiempos, de acuerdo a la reproducción en el software seleccionado para la exhibición de los mismos; una segunda columna en donde se indican los equipos que participan en las actividades y una tercera columna que describe las actividades consideradas como relevantes, llamada al igual que en el formato anterior: *notas*.

Sin embargo, como podría suponerse, durante la implementación de la metodología ACODESA, la columna que corresponde a los equipos tanto de la cámara fija como de las cámaras móviles contiene descripciones más detalladas del trabajo de los equipos. Como ejemplo, se muestra a continuación un fragmento de la tabla que describe las actividades registradas por una de las cámaras móviles.

Registro de tiempos y actividades. Etapa del a*prendizaje colaborativo.*
Cámara: Móvil No. 1.
Día: Martes,5 de Junio de 2007.
Tiempo total: 0:03:30 (tiempo lapsado de 13 seg. Reales aprox. por cada segundo del reloj)

Tiempo:		Equipo:	Notas:
Inicio:	Fin:		
0:00:00	0:00:10	Varios	Se observan las interacciones entre los integrantes de los equipos.
0:00:11	0:00:19	Los matemáticos.	Se observa a Miguel y sus compañeros de equipo tratar de aplicar el teorema de Pitágoras y la trigonometría, sin mucho entusiasmo.
0:00:20	0:00:23	Los tres eisteins.	Se observa al equipo tercero que pasó al final a exponer, manejando la calculadora
0:00:24	0:00:26	Tres chicas atrás (carmen)	Uno de los equipos de tres chicas se observan trabajando con la calculadora.
0:00:27	0:00:35	Otras	Se observan tres chicas trabajando con la calculadora y sus hojas de trabajo.
0:00:36	0:00:37		Otras tres chicas trabajan en sus hojas de trabajo
0:00:38	0:00:49	Tres chicas atrás (carmen)	El equipo pregunta al experimentador por el área del pentágono, y éste les incita a conjeturar y comprobar sus suposiciones. Este equipo trabaja incluso con una calculadora extra, aportada por alguna de las chicas.

Tabla 3.2. Parte del registro de tiempos y actividades durante la sesión de aplicación durante la etapa del aprendizaje colaborativo, realizada con la ayuda de una cámara móvil.

III (c).- Video filmaciones durante la implementación de la etapa del debate científico

Ahora bien, considerando las diferentes etapas que componen la metodología ACODESA, las video filmaciones registran también la etapa del debate científico, por lo que se ha considerado que esta etapa se analice desde otra perspectiva, con el fin de rescatar gran parte de la información registrada de manera general en las tablas descritas anteriormente. Así, la información se compila de acuerdo a los eventos registrados en cada una de las videocámaras, pretendiendo con esto localizar de manera eficiente los momentos del Debate Científico por parte de cada uno de los equipos involucrados.

De esta manera, se elaboró, para cada una de las videocámaras, una tabla diferente conteniendo seis columnas: en la primera se menciona a la videocámara a la que se hace referencia, por lo que esta columna tendrá una misma información para cada tabla. Las siguientes tres columnas corresponden respectivamente, en su arreglo de izquierda a derecha, para cada uno de los equipos que participan en la exposición de ideas por medio

del debate científico; registrándose los tiempos de acuerdo al tiempo de participación en el cronómetro del software usado para su exhibición.

La participación de los equipos no es absoluta, pues de manera espontánea o dirigida existen participaciones de otros equipos discutiendo ideas referentes a la exposición que realizan. Estas participaciones, junto con una breve descripción de la participación de los propios equipos, se incluyen en la columna de observaciones (retomada de las tablas de registro de tiempos y actividades del aprendizaje colaborativo).

A continuación se muestra parte de la tabla con los registros hechos para la cámara fija con los tiempos de participación de cada uno de los cuatro equipos. En ella puede observarse la descripción hecha anteriormente. Los registros para cada una de las cámaras se muestran en la sección de anexos.

Cámara:	Equipo 1.	Equipo 2	Equipo 3	Equipo 4.	Observaciones:
Fija.	0:59:31 - 1:01:28				Los equipos suspenden su trabajo por petición del experimentador para escuchar las explicaciones del equipo de Miguel Ángel.
Fija.	1:01:29 - 1:05:00				Comienza la exposición del equipo de Miguel Ángel (puede observarse en detalle en las cámaras móviles 1 y 2).
Fija.		1:05:01 - 1:05:44			El experimentador, después de escuchar las explicaciones del equipo de Miguel, pregunta si alguien tiene una propuesta distinta, a lo que Paty y su equipo responde que sí y pasan a exponer sus propuesta.
Fija.		1:05:45 - 1:06:31			Paty y sus compañeras explican sus conjeturas. La grabación se suspende en el cronómetro: 01:06:31, al parecer por falta de batería.

Tabla 3.3. Parte del registro de tiempos y actividades de etapa del Debate Científico durante la sesión de aplicación realizada con la ayuda de la cámara fija.

III (d).- Video filmaciones durante la implementación de la etapa de autorreflexión

Durante la autorreflexión, se pretende analizar los alcances académicos específicos de algunos de los estudiantes mediante la aplicación de una entrevista en la que se intentan reconstruir las situaciones personales, cognitivas y grupales planteadas por el estudiante ante un problema diferente que evalúe el mismo tema de conocimiento abordado en las etapas de discusión grupal.

La entrevista permite al experimentador guiar al estudiante de manera que éste pueda proporcionar la información que se desea conocer, además que las respuestas y reacciones puedan ser bien documentadas por medio de una nueva video filmación.

Para la aplicación de esta etapa, se seleccionó a tres estudiantes cuyas participaciones fueron representativas durante el debate científico en relación a la diversidad de soluciones que cada uno de sus equipos expuso.

Es necesario que para esta etapa se cuente con un guión de preguntas, a manera de guía, con la intención de no olvidar las preguntas importantes y sustanciales de las cuales se pretenda obtener información acerca del conocimiento que el estudiante pueda aplicar.

El guión propuesto para cada una de las entrevistas fue el siguiente:

1.- Preguntas personales.

Estas preguntas fueron entre otras: nombre del estudiante, edad, entorno familiar, y entorno socioeconómico. Estas preguntas tenían por objeto conocer parte del entorno sociocultural del estudiante, además de establecer un vínculo más cercano entre el experimentador y el propio estudiante. Suponiendo que una vez establecido éste, las preguntas enfocadas a analizar los alcances de los conocimientos logrados por el estudiante tuviesen un mayor grado de confiabilidad.

2.- Preguntas acerca del uso de la calculadora.

Para observar detenidamente el uso que los estudiantes hacen de la calculadora como herramienta didáctica, (es decir, cómo les ha ayudado ésta para resolver el problema planteado en la etapa propedéutica, tanto de manera personal como en el entorno del trabajo en equipo) se plantea con preguntas como: ¿Qué aplicación usaste para plantear tu solución?, ¿Qué teclas presionaste para realizar determinado cálculo?, ¿Podrías haber realizado un planteamiento distinto?, ¿cómo? Además se pretende, en este momento, observar si la calculadora es usada como herramienta didáctica (fenómeno probablemente no visto en su totalidad durante las etapas predecesoras).

3.- Preguntas acerca del planteamiento de un nuevo problema. Podría afirmarse que si el estudiante puede resolver un nuevo problema a partir de un conocimiento adquirido, entonces habremos logrado en él un aprendizaje significativo. Por lo tanto, es necesario que se pregunte al estudiante, cuando se le plantea un nuevo

problema, en donde aplicó los conocimientos adquiridos y como utilizó la calculadora.

Retomando entonces la descripción de la etapa de la autorreflexión como la última de la Propuesta Metodológica ACODESA, ésta fue realizada para cada uno de los casos, con una entrevista que se ha video filmado. Para cada video filmación, se hizo un registro de los sucesos significativos; con el propósito, al igual que en las video filmaciones de las etapas anteriores, de que existiera una referencia de sucesos significativos de consulta rápida para posteriores análisis.

Estos registros se realizaron con la ayuda de una tabla con un nuevo formato, el cual consta de cuatro columnas, las tres primeras con los encabezados de los tópicos descritos anteriormente: *Preguntas personales, Preguntas acerca del uso de la calculadora* y *Planteamiento de un nuevo problema*, de manera que en cada columna se registra el tiempo en que se considera que se manifiesta un evento considerado dentro de estas tres categorías. Finalmente, la cuarta columna describe de manera general el evento presentado, incluyendo en algunos casos transcripciones de diálogos entre los estudiantes y el experimentador.

A continuación se muestra parte de la tabla que registra la entrevista realizada para esta etapa, a Paty, quien pertenecía al equipo de las LPK. El total de las tres entrevistas se muestran en la sección de anexos.

Preguntas personales	Preguntas acerca del uso de la calculadora	Plantea-miento de un nuevo problema	Descripción de la situación
02:55 - 03:44			El entrevistador y Paty comienzan la entrevista tratando de tener una conversación informal acerca de su contexto escolar y familiar.
03:45 - 04:00			Paty reconoce haber tenido problemas con las matemáticas al entrar a la secundaria, por lo que requería de ayuda de su padre (quien es ingeniero mecánico).
04:01 - 04:05			Paty por sugerencia del entrevistador, menciona la actitud observada de Miguel, a quien considera como callado, haciendo mención de que el uso de la tecnología probablemente le ayudó a expresarse.
	04:06 - 04:19		La entrevista se centra en el uso de la calculadora como herramienta, la que Paty domina y si ese hecho influyó en el desempeño del equipo durante las sesiones y en la sesión final.
	05:41 - 06:05		Se le pregunta a Paty acerca de las ventajas y desventajas del uso de la calculadora como herramienta. Paty menciona que no le agradan los trazos, por lo que ve en la calculadora una ventaja.
		06:06 - 06:24	El entrevistador pregunta a Paty acerca de la división del pentágono que propuso en la exposición, y de la ventaja que tuvo para ella la calculadora para comprobar sus conjeturas. Ella hace énfasis en la exactitud de las mediciones como ventaja para plantear y corroborar conjeturas.
06:25 – 06:			Termina la batería de la cámara.

Tabla 3.4. Parte del registro de tiempos y actividades de etapa de la Autorreflexión aplicada a un estudiante; ésta fue realizada con la ayuda de la cámara fija.

IV.- Hojas de rotafolio. Como un elemento extra, para tener mas evidencias documentadas, se pidió a los equipos que elaboraran una hoja de rotafolio con el fin de ayudar a exponer las ideas desarrolladas durante la etapa del aprendizaje colaborativo, propiciando con ello el intercambio de ideas para posteriormente incitar el debate científico. Se proporcionó a los estudiantes todos los materiales necesarios, incluyendo las propias hojas y marcadores de diferentes colores, sugiriéndoles que en ella escribieran la fórmula que suponían para la solución del problema propuesto, y un dibujo que les ayudara en sus explicaciones. Estas hojas fueron recopiladas al final de la clase, pidiendo a los equipos que en ella escribieran además del nombre del equipo y el de cada uno de sus integrantes.

Como puede observarse, en el presente capítulo se ha expuesto, de manera general, cómo y de qué manera se implementó la metodología ACODESA con la ayuda de la

calculadora como herramienta didáctica; no solo durante la sesión que abarca cada una de sus etapas, sino además en una etapa previa que sirvió como entrenamiento desde el punto de vista técnico en el manejo de la calculadora (además de planteamiento didáctico de los conocimientos básicos que se aplicarían en la implementación de la propia metodología). Se pretende que los registros de las actividades sean un referente importante para el análisis de los sucesos presentes durante la implementación de la metodología ACODESA, mismo que se exponen en el siguiente capítulo.

CAPÍTULO 4
Resultados

Dentro de la implementación de la metodología ACODESA, descrita en el capítulo anterior, los eventos presentados y registrados dan lugar a un análisis de situaciones; éste se describe en el presente capítulo. También se describe la manera en que la aplicación de la metodología genera en los estudiantes una actitud reflexiva y propositiva en la aplicación de conocimientos con la ayuda de la calculadora.

La aplicación de la propuesta metodológica se planeó con base en un entrenamiento previo en el uso y manejo por parte de los estudiantes de la calculadora como herramienta tecnológica, por lo que resulta conveniente comenzar este capítulo comentando los aspectos importantes de esta etapa propedéutica antes de entrar a la exposición de la aplicación de la metodología ACODESA.

4.1. Resultados generales de la aplicación de la etapa propedéutica

Como ya se mencionó, antes de aplicar la metodología ACODESA, se implementó una etapa de resolución de hojas de trabajo que sirviera a los estudiantes como adiestramiento en cuanto al uso y manejo de la calculadora en sus aspectos técnicos, y a la vez de ambientarlos en los aspectos didácticos considerados como necesarios para la aplicación de cada uno de los pasos de la metodología.

La aplicación de las hojas de trabajo en la etapa propedéutica requirió un poco más del tiempo estimado (tres sesiones de cincuenta minutos), pues aunque los estudiantes mostraron habilidades básicas en el manejo de la calculadora, su atención se distraía por momentos en explorar algunos de sus elementos técnicos, atendiendo muy poco a las instrucciones que en las hojas de trabajo se detallaban.

Así, la etapa considerada como propedéutica fue aplicada en cuatro sesiones. Durante las tres primeras se proporcionaron las tres primeras hojas de trabajo respectivamente, y en una cuarta sesión se retomaron las actividades de cada una de ellas con el fin de preparar a los estudiantes en dos vertientes: reforzar los temas abordados y en el aspecto técnico con el uso de la calculadora y de sus respectivas aplicaciones de geometría dinámica y de manipulación numérica.

Las siguientes son algunas de las pantallas del final de la cuarta sesión, en donde se observa el establecimiento de una de las figuras para la construcción de un triángulo rectángulo y las respectivas mediciones de sus lados y ángulos, además de la relación directamente con su manipulación numérica. Esto nos sugiere, por parte de los estudiantes, la movilidad entre el registro gráfico y numérico. Se tomaron al azar muestras de tres equipos, y aunque sería aventurado afirmar que no tuvo gran dificultad para los estudiantes la manipulación geométrica, la atención a esta última superó por mucho a la representación y manipulación numérica. Uno sólo de estos tres equipos realizó manipulaciones numéricas además de las geométricas, como se pedía en la hoja de trabajo.

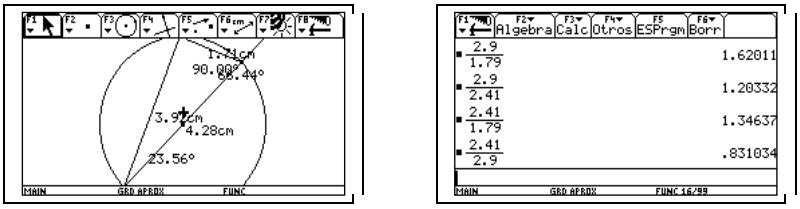


Figura 4.1.Pantallas mostradas por uno de los equipos durante la resolución de la hoja de trabajo 3, en donde se observa manipulación gráfica y numérica.

Otros ejemplos pueden mostrar la falta de comprensión de las hojas de trabajo en algunos casos.

En las siguientes figuras se observa a un triángulo mal elaborado por otro de los equipos para la misma actividad tres; pues, de acuerdo a las indicaciones de la hoja de trabajo, este triángulo no cumple con la condición de que uno de sus lados sea el diámetro de la circunferencia. Por tal razón, no se trata del triángulo rectángulo pedido. Además, no se realizó alguna manipulación numérica, como se muestra en la pantalla vacía de la aplicación de cálculo numérico.

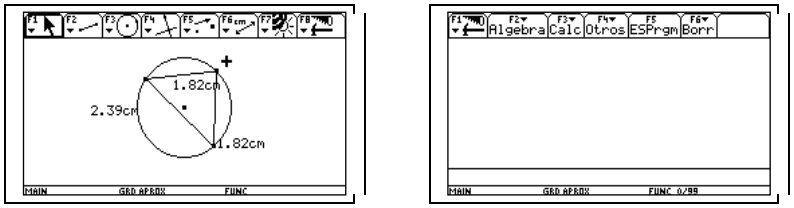


Figura 4.2.Pantallas de la calculadora que evidencian un trabajo gráfico y numérico erróneo por parte de un equipo, durante la solución de la hoja de trabajo 3.

En un tercer caso, se observa que el editor de figuras contiene una construcción que muestra lados y ángulos bien construidos, pero una manipulación numérica nula, probablemente por falta de tiempo o interés.

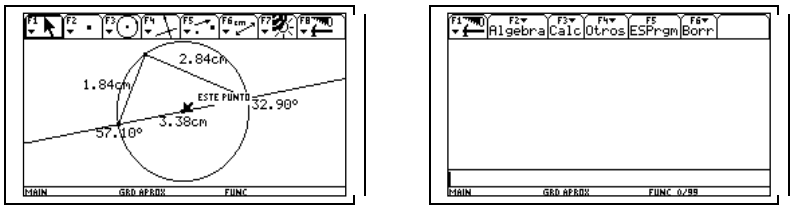


Figura 4.3. Otro de los equipos muestra avance en el trabajo geométrico, sin embargo la pantalla de los cálculos numéricos se encuentra vacía.

Un cuarto y último caso nos muestra una construcción bien realizada, con mediciones en lados y ángulos del triángulo; sin embargo, con otra pantalla que muestra un planteamiento numérico nulo.

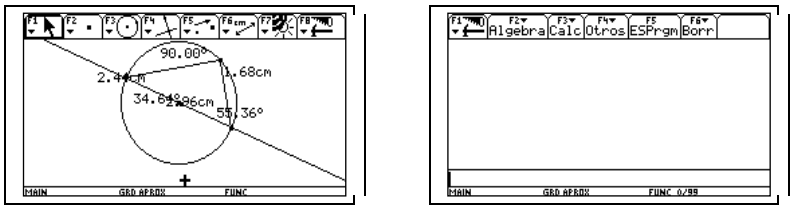


Figura 4.4.Estas dos pantallas muestran trabajo concreto en cuanto a la parte geométrica, sin embargo vuelve a observase la pantalla de manipulación numérica vacía.

En resumen, el nivel de manejo básico de la calculadora fue alcanzado por la mayoría de los estudiantes; sin embargo, las aplicaciones sobre los contenidos académicos que debieron realizar los estudiantes no fueron abordadas en su totalidad, de acuerdo a las observaciones hechas hasta el final de la cuarta sesión.

4.2. Resultados generales de la aplicación de la propuesta metodológica ACODESA

Despues de haber implementado la etapa propedeutica, la implemnetacion de la la metodología ACODESA mostró en el grupo un trabajo homogeneo que posteriormente se analizó mediante las videofilmaciones.

En primer lugar, la etapa del aprendizaje colaborativo mantuvo a los equipos conformados en el grupo en un trabajo enfocado a la solucion del problema, con un planteamiento utilizando la fórmula para el cálculo del área del pentágono y en pocos casos, planteando la solucion de manera diferente.

El debáte científico se presentó más como una exposicion de ideas que como una dinámica de discusion ante planteamientos diferentes. Estas dos etapas evidenciaron pocas propuestas diferntes de solución.

Sin embargo, en la última de las etapas sugeridas por la metodología ACODESA (autorreflexión) que se realizó mediante entrevistas aplicadas a tres estudiantes de tres diferentes equipos, se evidenció el uso de la calculadora como herramienta didáctica en apoyo a la comprobacion de las conjeturas de cada uno de los estudiantes enrevistados así como de las propuestas de sus equipos.

De esta manera, en el resto del presente capítulo, se describe el caso del equipo conformado desde un principio por Emmanuel, Karla y Francisco, quienes se hicieron llamar *los minicerebros,*o *mini IQ.* Este equipo fué elegido para su seguimiento debido a la manera en que de su integrante Emmanuel, (considerando un alumno promedio en su desempeño escolar de acuerdo a su profesora); abordó la etapa de autorreflexión, estableciendo una "conjetura" (como él mismo la llama) para resolver el problema de la hoja de trabajo cuatro. Después lo exterioriza en la etapa del debate científico y finalmente, en la etapa de la autorreflexión, comprueba que su conjetura es incorrecta, reforzando por sí mismo la validez su fórmula para el cálculo del área del pentágono.

4.3. *Los minicerebros* durante la etapa propedéutica

Mediante las comprobaciones que concretaron *los minicerebros* durante la etapa propedéutica con el apoyo de la calculadora, dan un seguimiento sugerido en las hojas de trabajo sin mayores dificultades y concretan la mayoria de los ejercicios sugeridos.

Una evidencia representativa del trabajo del equipo es una de las pantallas realizadas en la etapa propedéutica, en la cual se observa la construcción del triángulo inscrito (hoja de trabajo 1) y las mediciones de sus lados y ángulos. Se observa que el equipo ha podido concretar la construcción y además manipularla, como puede observarse

en las siguientes figuras que han sido tomadas de la hoja de trabajo realizada por el mencionado equipo.

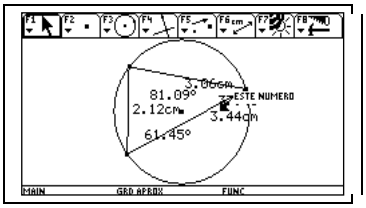


Figura 4.5. Pantalla que muestra parte del trabajo del equipo de los minicerebros realizado en la calculadora durante la etapa propedéutica.

lados con las letras: A, B y C mayúsculas, mientras que a los ángulos que estén opuestos a los lados recién nombrados con las mismas letras pero en minúsculas.

Figura número:	Ángulo:			Lado:		
1	a= 44.51°	b= 86.15°	c= 49.34°	A=84cm	B= 2cm	C= 2.16cm
2	A=61.45°	b= 37.46°	c= 81.09°	A= 3.44cm	B= 3.06cm	C= 2.12cm
3	a= 80°	b= 53°	c= [illegible]	A= 3.44cm	B= 2.80	C= 1.67
4	a= 62.65°	b= 41.9°	d=	A= [illegible] cm	B= 1.16cm	C= 1.33cm

2.-DISCUSIÓN:

Discute con tus compañeros de equipo las siguientes cuestiones:

1.-¿Qué sucede cuando mueves uno de los vértices?

Las medidas cambian al igual que los angulos

2.- ¿Encuentras alguna relación entre los ángulos del triangulo?

Que sumados son 180°

3.- ¿Es una relación que ya conocías?

Sí

4.- ¿Encuentras alguna relación entre los ángulos y los lados del triangulo?

Que la mitad exacta de un rectangulo es un triangulo que suma 180° y el rectangulo completo 360° que es igual a dos triangulos

Figura 4.6. Parte de las respuestas del equipo de los minicerebros durante la solución de la hoja de trabajo 1, durante la etapa propedéutica.

Ahora bien, durante la resolución de la segunda hoja de trabajo puede también observarse que el desarrollo del equipo ha sido de acuerdo a las instrucciones de la hoja. La siguiente figura muestra la tabla llena de acuerdo a las mediciones pedidas de ángulos y lados del triángulo. Estas mediciones contienen, en cada una de las manipulaciones hechas, el registro de uno de los ángulos de 90 grados, lo cual nos muestra que la construcción fue realizada de manera correcta, aunque también se nota que el trabajo fue tardado, pues no se realizó una cuarta manipulación, como se había pedido (el último renglón se muestra vacío).

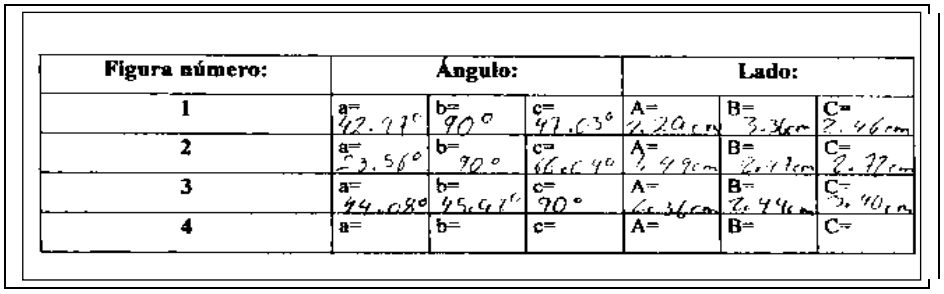
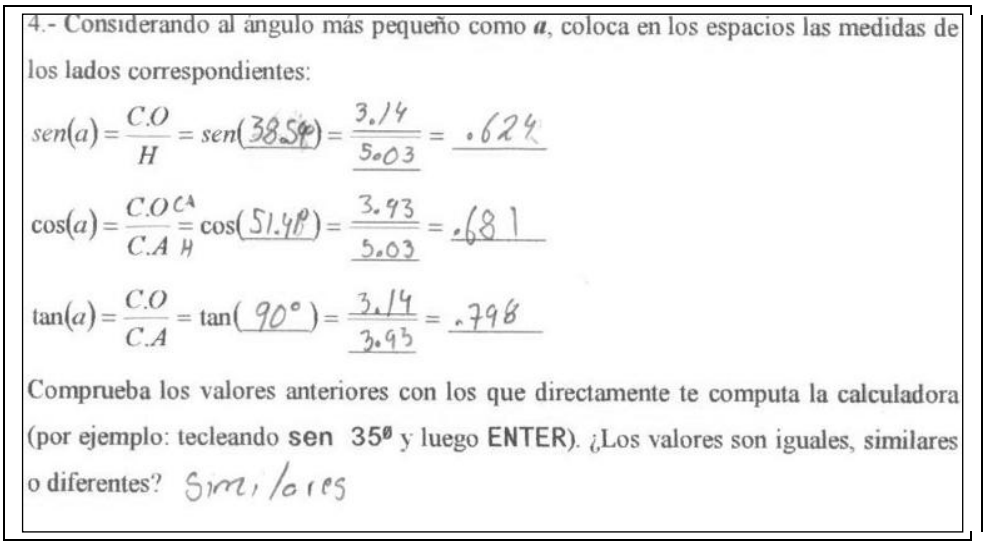


Figura número:	Ángulo:			Lado:		
1	a= 42.77°	b= 90°	c= 47.03°	A= 4.29cm	B= 3.36cm	C= 2.46cm
2	a= 23.56°	b= 90°	c= 66.44°	A= 4.49cm	B= 2.11cm	C= 2.72cm
3	a= 44.08°	b= 45.91°	c= 90°	A= 6.36cm	B= 2.96cm	C= 3.40cm
4	a=	b=	c=	A=	B=	C=

Figura 4.7. Tabla llena durante la aplicación de la etapa propedéutica del equipo de Emmanuel durante la solución de la hoja de trabajo 2.

Las respuestas escritas del equipo (ver anexos) muestran que la manipulación del vértice móvil del triángulo se hizo correctamente, observando en ello el cambio de ángulos agudos y la relación de los lados del triángulo.

Finalmente, para la aplicación de la hoja de trabajo 3, se observa que la construcción y manipulación de la figura se ha realizado correctamente, pues las mediciones de los ángulos y lados de las figuras, que después son aplicadas para el cálculo de los valores de las relaciones trigonométricas, son correctos. De tal manera que a la pregunta específica acerca de la similitud entre los valores obtenidos con la ayuda de las funciones trigonométricas de la calculadora, y los valores calculados de acuerdo a las mediciones realizadas, se responde que son similares; de hecho, la exactitud hubiera sido muy difícil para este caso.


4.- Considerando al ángulo más pequeño como a, coloca en los espacios las medidas de los lados correspondientes:

$sen(a) = \frac{C.O}{H} = sen(38.5^{\circ}) = \frac{3.14}{5.03} = .624$

$\cos(a) = \frac{C.O}{C.A}\ \frac{CA}{H} = \cos(51.4^{\circ}) = \frac{3.93}{5.03} = .681$

$\tan(a) = \frac{C.O}{C.A} = \tan(90^{\circ}) = \frac{3.14}{3.93} = .798$

Comprueba los valores anteriores con los que directamente te computa la calculadora (por ejemplo: tecleando **sen 35º** y luego **ENTER**). ¿Los valores son iguales, similares o diferentes? Similares

Figura 4.8. Parte de las respuestas de Emmanuel y su equipo en la hoja de trabajo 3.

Las anteriores evidencias muestran de manera general que en esta etapa de preparación para la aplicación de la metodología ACODESA, en el equipo de *los minicerebros* se siguieron correctamente las instrucciones de las hojas de trabajo y lograron con ello un dominio básico de los aspectos técnicos de la calculadora, asi como una manipulacion de las relaciones trigonométricas.

4.4. *Los minicerebros* durante la propuesta metodológica ACODESA

La sesión de aplicación de la metodología ACODESA fué doble (dos sesiones de cincuenta minutos), e inició con la conformación de los equipos en grupos de tres personas, los cuales se formaron por afinidad desde el principio de todas las sesiones. Se les distribuyó una calculadora y una hoja de trabajo (la cuarta) por equipo, y se les dio un tiempo para que los equipos resolvieran el problema de establecer la fórmula del área del pentágono regular, considerando solamente el valor de uno de sus lados.

El trabajo que realizó el equipo, se documentó de varias maneras: en primer lugar se instalaron en el salón de clase cuatro videocámaras: una fija y tres móviles. La cámara fija se colocó en la parte trasera del salón de clase, cerca de donde se estableció el equipo de *los minicerebros,* así que durante determinados momentos se escuchan algunos de los diálogos que se establecen en el interior de su equipo en la etapa primera de la actividad, es decir: el aprendizaje en colaboración. Además se establece, con la evidencia de ésta videocámara,

una panorámica de los acontecimientos que ocurren en el salón durante la aplicación de las etapas del aprendizaje colaborativo y el debate científico de la propuesta metodológica. Las cámaras móviles muestran con más detalle la etapa del debate científico y posteriormente, la autoreflexion se observa en las videofilmaciones de las entrevistas individuales.

4.4.1. *Los minicerebros* durante el aprendizaje colaborativo

En principio, se estableció como método de trabajo para los estudiantes la aplicación de la hoja de trabajo cuatro, mencionándoles, previo acuerdo con su profesor, que su solución tenía una ponderación en su calificación. Anteriormente no se había hecho esta mención.

Durante aproximadamente 57 minutos, *los minicerebros* realizar el trabajo colaborativo, tiempo durante el cual se pueden capturar algunos de los diálogos que se tienen en el equipo de *Los Minicerebros.*

En un principio se escuchan solo temas de conversación triviales, preguntas sin interés en la actividad, pero dirigidas por Emmanuel, como para entrar en conversación. De hecho, analizando la video filmación realizada por la cámara móvil No. 3, se observa a Emmanuel apropiarse de la hoja de trabajo que Karla comenzaba a llenar con el nombre de los integrantes y del equipo. Acto seguido, aproximadamente al tiempo 0:07:27, se escucha a Emmanuel que comienza a dirigir el trabajo del equipo, leyendo las indicaciones de la hoja de trabajo. Después, aproximadamente en el tiempo 0:08:19, se escucha a Karla dirigir las acciones sobre la implementacion de la fórmula pedida que sobre la calculadora Emmanuel realiza.

Después, al minuto 0:11:40 de la video filmación con la cámara fija, se vuelven a escuchar diálogos referentes a las medidas de los lados del pentágono del problema, y de nueva cuenta Emmanuel manipula la calculadora con la ayuda de sus compañeros. A los 0:14: 30, Emmanuel recuerda a sus compañeros el objetivo de la hoja de trabajo ya que menciona:

“Tenemos que obtener una fórmula para sacar el área del pentágono….”.

Este recordatorio parece importante, puesto que los anteriores diálogos parecen evidenciar que el trabajo se había concentrado solamente en la construcción y manipulación de la figura, mas no en tratar de encontrar una fórmula para calcular el área del pentágono.

Poco después, aproximadamente a los 16 minutos con 30 segundos, Emmanuel y su compañera Karla discuten acerca de la fórmula que propondrán, él menciona:

"la apotema es la distancia desde el centro hasta…",

A lo que Karla agrega:

"¡ha!, por que tenemos que formar varios triángulos, ¿no? Tienes que sacar cinco triángulos."

En este punto de la discusión, Karla propone aplicar la fórmula que involucra la medida de la apotema al dividir el pentágono en cinco triángulos, tomando las apotemas del pentágono como alturas de los triángulos. Ahora parece comenzar un nuevo debate, y minutos después, (en el tiempo 0:18:36) el experimentador casualmente pasa cerca del equipo y les pregunta acerca de su avance, los integrantes parecen no concretar el intento que han iniciado, y lo indican al experimentador, por lo que éste los alienta.

Parece ser que en este instante se comienza a integrar a las discusiones el tercer integrante del equipo; Francisco, quien parece poner cierto orden, pero con una definición errónea, diciendo:

"la apotema es el que parte del centro a cualquier punto, ¿no?" (sobre el tiempo de 0:20:50),

Francisco incita con su propuesta a Emmanuel a realizar la medición de la distancia que el primero propone como apotema. Parece ser que en este momento Emmanuel reflexiona acerca de su propuesta de fórmula para el del pentágono, probablemente debido a las mediciones que éste realiza como apotema.

Sobre el minuto 0:24:45, el experimentador vuelve a visitar al equipo, al parecer debido a un estado de larga reflexión, por lo que les pregunta de su avance; los integrantes responden que éste no es el deseado, así que se les alienta a seguir. En este instante se observa un primer llamado hacia el grupo completo por parte del experimentador para terminar los diálogos. Cabe recordar en este punto, que la etapa del aprendizaje colaborativo tuvo como primer instante la discusión de la propuesta de solución y como segundo instante la preparación de una exposición de su propuesta de solución.

Hacia el minuto 29, la video filmación muestra que el experimentador vuelve a observar un letargo en el equipo, por lo que los invita nuevamente a esforzarse en la propuesta de fórmula pedida; de hecho, hacia este instante, el experimentador hace un

segundo llamado para la preparación de las exposiciones que por equipo terminará el trabajo del aprendizaje colabortivo. Casi de manera inmediata se escucha un diálogo entre los integrantes de *Los Minicerebros*, tomando Karla la iniciativa de trabajo al decir:

"A *ver, pon: 10 más dos entre: uno punto…".*

"Uno punto setenta más dos entre diez (este ultimo número no se escucha bien)*".*

Si se observa el instante equivalente a éste, en la cámara No. 3 puede apreciarse con detalle que en este momento quien manipula la calculadora en el equipo es Francisco y quien incita las acciones acerca de las propuestas es Karla. En otro instante, Karla parece querer comprobar cierta operación, a lo que Emmanuel se apropia de la calculadora y le dice *"¡pérate!"*, después de un tiempo (aproximadamente en el minuto 31:30) afirma:

"tenemos uno que se acerca … para todo perímetro."

Después de unos instantes pregunta:

"intentamos con otra?"

Y se escuchan más y más resultados al parecer de operaciones.

Es muy probable que para ese instante, Emmanuel ya haya establecido su conjetura, misma que comprueba con diferentes casos (aunque no se observa ni se escucha si estos casos tienen relación con diferentes tamaños del pentágono o con la comparación entre la fórmula ya conocida y la fórmula que Emmanuel supone). Finalmente, ante la premura por parte del experimentador para que los equipos realicen en una hoja de rotafolio las figuras y fórmulas que les ayudarán a exponer sus resultados, se vuelve a acercar al equipo de *Los Minicerebros*, y pregunta:

"¿Ustedes no han avanzado?,¿ no han encontrado su fórmula del área?";

A lo que Francisco responde:

"ya la encontramos y no nos dimos cuenta".

Es evidente que en el equipo, Emmanuel tomó desde el principio el liderazgo, demostrándolo no solamente con el manejo de la calculadora, sino además imponiendo en cierta forma su conjetura, misma que mantuvo hasta el final de la etapa del aprendizaje colaborativo; incluso unos instantes después, mientras el equipo se dispone a elaborar su hoja de rotafolio, se escucha a Karla decir:

"me toca a mi pensar, ¿no?"

Ante un evidente enfado por el protagonismo de Emmanuel.

Los integrantes del equipo, sobre el tiempo de 0:42:30, acuerdan exponer la conjetura de Emmanuel, por lo que éste de manera entusiasta se dirige hacia el escritorio, donde se encuentra el material para elaborar las exposiciones (hojas de rotafolio y marcadores), y se aplica junto a sus compañeros a realizar la hoja de rotafolio.

La etapa del aprendizaje colaborativo se presentó de manera general en el grupo como una discusión de ideas acerca del planteamiento pedido. En el equipo mencionado se presentaron una serie de discusiones que en principio solamente abordaron el planteamiento aplicando la fórmula estándar para el cálculo del área del pentágono. Posteriormente se evidencían dos propuestas: una dividiendo la figura en triángulos y la otra con la propuesta de una fórmula diferente. Esta última es la que se aceptó para exponer ante el resto del grupo, pero parece más impuesta por el protagonismo de Emmanuel, obstruyendo la colaboración de los demás.

4.4.2.- *Los minicerebros* durante el debate científico

Sobre el periodo de tiempo marcado en la video filmación, aproximadamente de una hora, comienza a inducirse la etapa del Debate Científico. Esta etapa es abordada por sugerencia del investigador y debido al tiempo restante, lo realizan cuatro de los doce equipos, quienes lo hacen en orden y de manera voluntaria. Los registros de las participaciones de cada uno de los cuatro equipos se encuentran en el anexo número II; sin embargo, en el análisis de esta sección, utilizaremos (como en los análisis de las etapas anteriores) los registros como guía de los sucesos que se manifiestan durante esta etapa. Dichos análisis se basan en apreciaciones de los fenómenos didácticos que se presentan.

De manera general, las video filmaciones registran prácticamente los mismos hechos con mayor detalle con respecto al registro de audio y video. Además, la video cámara fija y las móviles No. 1 y 2 no registran por completo la etapa del debate científico, al parecer por falta de batería; por tanto, solo consideraremos los registros realizados por las cámaras móviles No. 2 y 3. A continuación se muestra una parte de uno de los registros mencionados, pudiendo consultarse por completo en el anexo número II.

Cámara:	Equipo 1.	Equipo 2	Equipo 3	Equipo 4.	Observaciones:
Móvil No.3	0:47:33 – 0:50:55				Miguel Ángel y su equipo exponen sus suposiciones al resto de los equipos. Las vistas no son del todo claras debido a la posición de la cámara.
Móvil No.3		0:50:56 – 0:54:30			Por sugerencia del experimentador, Paty y su equipo pasan a explicar sus conjeturas.
Móvil No.3			0:54:31 – 0:58:10		El equipo de Eliécer expone sus suposiciones ante el resto de los equipos, insistiendo en que no necesitan su hoja.
Móvil No.3				0:58:11 – 1:01:50	El equipo de Emmanuel pasa a exponer su suposición.
Móvil No.3	1:01:51 – 1:03:46				Paty pasa a exponer una segunda suposición (no concretada), en donde según explican como usarían la trigonometría.
Móvil No.3		1:03:47 – 1:05:35			El experimentador pregunta si la fórmula encontrada por cada equipo puede convencer a los clientes del joyero. Se les pide a los equipos concluir las hojas de trabajo, en las cuales se les pedía contestar una serie de preguntas después de haber concluido las exposiciones.

Tabla 4.2. Registro editado de la cámara móvil No. 3, en donde se menciona la participación del equipo de los minicerebros durante la etapa del Debate Científico

Esta tabla registra los sucesos de acuerdo al registro de tiempo con la ayuda del software de exhibición, por lo que será un elemento de análisis detallado de los sucesos ocurridos durante la implementación del debate científico.

A sugerencia del experimentador, y de acuerdo al avance controlado del trabajo de la mayoría de los equipos, se invita a que alguno de los equipos participe exponiendo sus ideas acerca de la resolución del problema planteado.

El primer equipo que expone sus ideas es el autonombrado como *los matemáticos*, integrados por Oscar, Hector y Miguel Ángel, quien explica a sus compañeros de grupo las ideas que desarrollaron y que se basan en el trabajo realizado con el software de geometría dinámica y el de manipulaciones numéricas. *Los matemáticos* retoman la fórmula que para el cálculo del área del pentágono y la mencionan como:

$$Area = \frac{Per \cdot Ap}{2}$$

Por lo que en su exposición mencionan que, después de construir el pentágono regular en el software de geometría dinámica, realizan la medición del perímetro, después la del apotema (todo directamente en la calculadora) y finalmente comprueba que la

fórmula que recuerdan y sus suposiciones acerca de la relación entre la medición del área de la figura y las operaciones matemáticas involucradas en la fórmula que han expuesto, son ciertas al realizar los cálculos numéricos con la aplicación correspondiente en la calculadora.

Ante la pregunta del experimentador si alguien había hecho algo diferente a el equipo de *Los Matemáticos*, surge el equipo de las *LPK,* quienes mencionan que al igual que sus compañeros, primero realizaron mediciones del perímetro y del apotema, comprobando con las operaciones aritméticas necesarias que sus suposiciones eran correctas, pero estas jovencitas (el equipo fue conformado por tres mujeres: Karen, Paty y Lesly) explican una manera diferente de calcular el área del pentágono regular: descomponiéndolo en tres triángulos, posteriormente miden el área de cada uno de éstos y finalmente sumar las tres áreas, comparando esta medición con la del área del pentágono construido en un principio.

La participación de un tercer equipo conformando por Carlos Manuel, Ivan Eduardo y Eliecer Miguel (*Los Minieisteins*) expone que el problema puede facilitarse al medir directamente el área del pentágono construido con la ayuda del software de geometría dinámica, comparando la medición con el cálculo numérico de la fórmula conocida del área y cuyos parámetros fueron directamente medidos de la figura construida; su exposición la realizan sin el apoyo de la hoja de rotafolio.

Ante la insistencia del experimentador por escuchar una propuesta diferente, surge de manera un tanto insegura la exposición de *Los Minicerebros*, quienes exponen en una hoja de rotafolio una figura clara, con la medición del apotema y uno de sus lados, exponiéndose además la escritura de la fórmula ya conocida del área del pentágono regular, como se muestra en la siguiente figura:

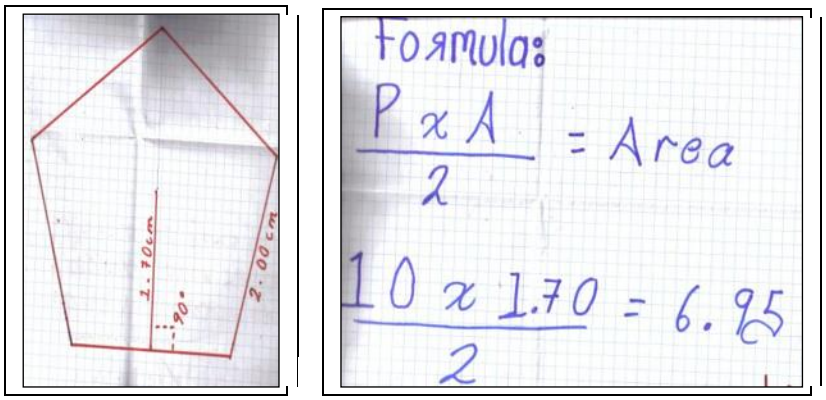


Figura 4.8. Parte de la hoja de rotafolio utilizada por el equipo de Los Minicerebros para exponer sus ideas durante el debate científico.

Recordando que aunque la propuesta al interior del equipo era la de exponer la prpuesta de Emmanuel, la decisión final fue exponer la fórmula conocida para el cálculo del área del pentágono regular.

Por otro lado, puede intuirse una comunicación deficiente en el trabajo del equipo al elaborar la hoja de rotafolio, pues si bien la fórmula está bien planteada, no lo están las operaciones aritméticas, ni la referencia en la figura con respecto al área del apotema, pues si se crea un pentágono regular con medida de 2 centímetros por cada lado, la medida de su perímetro será en efecto de 10 centímetros, más no la medida de su apotema como el equipo lo menciona, siendo ésta de 1.38 centímetros. Sin embargo, la medición del centro del pentágono hasta uno de sus vértices sí será de 1.70 centímetros (cantidad que se muestra en la hoja de rotafolio como la medida del apotema). Lo más evidente de la confusión de las medidas se observa en las operaciones, pues el resultado de la fórmula mostrada será de 8.5, y nó de 6.95. Este último resultado correspondería al área real del perímetro considerando al apotema como 1.38, es decir:

$\frac{10 \times 1.38}{2} = 6.9$ mientras que: $\frac{10 \times 1.70}{2} = 8.5$

El equipo no maneja asignación ni operaciones con las unidades.

Ante la pregunta del experimentador acerca de quién iba a manipular la calculadora (y consecuentemente explicar el trabajo desarrollado por el equipo), Emmanuel de manera entusiasta se propone a sí mismo para manipular la calculadora y exponer (quizás contra la voluntad de sus compañeros) su suposición. Así, una vez con la calculadora en la mano y el

evidente control de la exposición comienza diciendo aproximadamente al tiempo de 58 minutos en la cámara móvil No. 3:

> *"La suposición de "nosotros" .... aparte de la fórmula general, que ya todos tienen: perímetro por apotema sobre dos, intentamos hacer una más: la fórmula es… que sacamos nosotros es: perímetro sobre dos más apotema. El margen de error entre el área representada por esa fórmula y por la que sacamos nosotros es más o menos punto treinta centímetros pero ya fue lo que más nos acercamos. Ejemplo:"*

Parece ser que Emmanuel está tan seguro de su suposición que incluso lo comprueba con un ejemplo, y lo desarrolla de la siguiente manera:

> *"Tenemos ... no sé. Un pentágono de 3 centímetros ... de lado. Su perímetro va a ser de quince"*

Emmanuel explica estas suposiciones mientras manipula el pentágono regular que se había realizado durante la etapa anterior y las proyecta exhibiendo así ante el grupo sus desarrollos. Realiza además de manera rápida y correcta, el producto del número de lados (cinco para el pentágono) por la medida de cada uno de los lados, como se muestra en los siguientes fotogramas tomados de la videocámara móvil No. 1

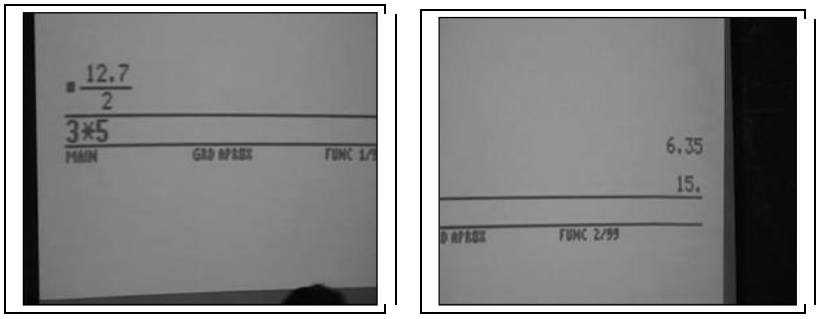


Figura 4.9. Fotogramas que muestran las operaciones aritméticas expuestas por Emmanuel para calcular el perímetro de un pentágono de lado 5.

El desarrollo que Emmanuel expone como propio, parece tener un buen comienzo, pues aunque no menciona de manera específica el desarrollo para obtener el perímetro del pentágono, sí realiza la operación correcta, que es: multiplicar por cinco la medida de cualquiera de sus lados. Sin embargo, en el momento de obtener la medida del apotema,

ésta parece no provenir directamente de una operación matemática definida, pues menciona:

"Su apotema; no sé, vamos a suponer unas cantidades…"

Parece que en este momento, Emmanuel se dá cuenta de que tiene un problema con el cálculo del apotema, por lo que recurre a la figura que ya habían realizado sus compañeros y que han exhibido en un principio en la pantalla, por lo que después de un titubeo, hasta ahora único en su exposición, prosigue diciendo:

"Digamos que su apotema va a ser de no sé: uno punto treinta y seis. No, mejor sí usamos el que ya teníamos. Tenemos dos centímetros…" (refiriéndose a la medida de uno de los lados del pentágono regular), *"Su perímetro va a ser de diez. Su apotema va a ser de uno punto setenta"* (dato que es incorrecto),

A lo que el experimentador pregunta:

"¿y eso cómo lo sabes?"

Emmanuel responde: *"Ése es el ejemplo que tenemos, ahí ya"*. (refiriéndose a la figura en la pantalla).

Puede entonces observarse que hasta este punto, Emmanuel sigue consultando la figura que han construido entre él y sus compañeros (misma que parece haberse copiado de una construcción hecha en el software de Geometría dinámica) y que muestran en su hoja de rotafolio, (mismo que ha sido exhibido en la anterior figura 4.8 y que él consulta de manera directa); utilizando además la calculadora para desarrollar todas las operaciones aritméticas que ha ido describiendo.

La explicación de su suposición le resulta difícil de socializar al reconocer que se pone nervioso diciendo:

"¡Hay, que no me vean que me pongo nervioso!"

Por lo que después de que el experimentador le alienta a continuar con su exposición Emmanuel dice:

"Diez entre dos … a cinco. Más el apotema, más uno punto setenta (considerando la medición incorrecta del pentágono)*; sale seis punto siete, y la cantidad del área sacada por ése* (refiriéndose a la hoja de rotafolio) *es de seis punto noventa y cinco"*

El experimentador le pregunta:

"es decir que, ahí tienes un error; pero tu crees que esa sea otra fórmula",

Lo que reafirma el propio Emmanuel diciendo:

"Como les dije en un principio; el margen de error es de treinta centímetros"

Y corrige inmediatamente*:*

"¡punto treinta centímetros!"

Emmanuel termina de esta manera de exponer sus suposiciones acerca de una fórmula distinta para calcular el área del pentágono regular, y está completamente seguro de su suposición aún con el margen de error que exhibe.

Como parte final, el experimentador pregunta al resto del grupo tratando de incitar la discusión colectiva:

"Pero, a ver; yo les pregunto a todos: ¿ustedes creen que ésta sea una fórmula correcta, adecuada?",

Lo que parece afirmar más aún la creencia de Emmanuel al decir:

"Si fuera correcta, no tendría un margen de error"

Confirmando con esta respuesta que aunque su propuesta siempre tiene un margen de error, éste no le permite clasificarla como absolutamente correcta, y de cierta manera válida considerando el mencionado margen.

En la siguiente figura tomada de la video filmación realizada con la cámara No. 1 se observan las operaciones realizadas por Emmanuel y que se han descrito durante el análisis de la etapa del debate científico.

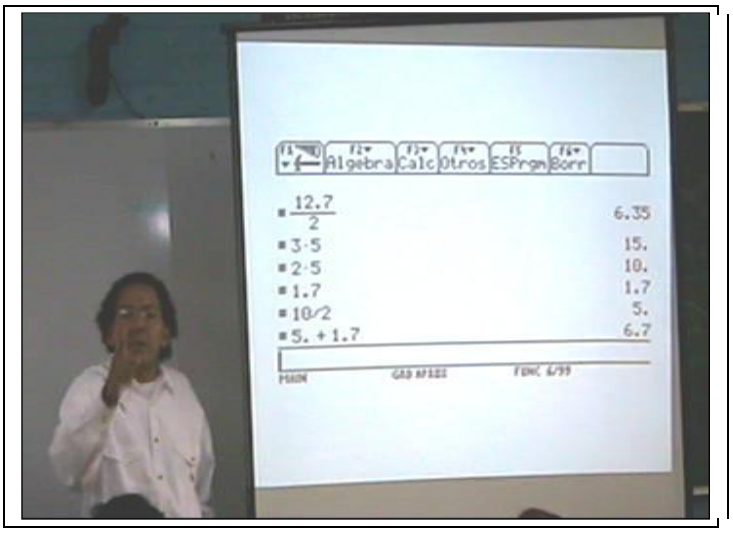


Figura 4.10. Fotograma que muestra las operaciones aritméticas expuestas por Emmanuel para demostrar la diferencia entre la aplicación de la fórmula común y su propuesta para el cálculo del área del pentágono regular.

Después de haber consultado las tablas con los registros de las video filmaciones, y haber analizado de manera general las exposiciones que desarrollaron los equipos de manera espontánea, podemos mencionar que las hojas de rotafolio que fueron pensadas como una evidencia extra durante la etapa del debate científico, fueron más bien consideradas por los estudiantes como un requisito para desarrollar su exposición, y en este aspecto fue por mucho superado como elemento de exposición las exhibiciones de las pantallas de la calculadora con la ayuda del proyector de imágenes de la calculadora.

Al final de la sesión, el experimentador preguntó:

"a ver, ¿alguien de ustedes utilizó la trigonometría?"

A lo que de entrada, todos contestaron que no. Después de unos instantes, el equipo de *las LPK* (quienes ya habían expuesto sus suposiciones) contestó que sí lo hizo, afirmando ante la pregunta del experimentador acerca del cómo, que:

> *"podemos sacar la apotema por ejemplo por medio de un cateto opuesto, sacando los ángulos"* (sobre el tiempo 1:03:00 de la video filmación hecha con la cámara móvil No. 3).

Paty, integrante de *las LPK*, menciona las palabras anteriores y lo explica en base a la figura realizada con la calculadora en la aplicación de geometría dinámica y que utilizó en un principio para explicar cómo descompusieron en su equipo al pentágono regular en triángulos para sumar el área de cada uno de éstos y así calcular el área total.

La explicación y las indicaciones no son del todo claras; sin embargo, sí evidencían que es posible finalmente realizar lo que la propuesta pedía: la aplicación de la trigonometría. Por otro lado, si bien este equipo fue el único que utilizó la trigonometría, Paty durante la etapa de autorreflexión no pudo aplicar sus suposiciones acerca del uso de la trigonometría, aunque hace una manipulación adecuada de la calculadora (hecho interesante que demuestra que pudo no ser concretado un aprendizaje significativo).

De hecho, durante las video filmaciones que se enfocan en el trabajo de Emmanuel, se observa al equipo de Paty trabajando apuradamente en esta última propuesta. El siguiente fotograma muestra la figura en la que Paty expone la aplicación de la trigonometría para el cálculo del área del pentágono que acabamos de explicar y que en apariencia exhibe una determinación excesiva de medidas sin un rumbo claro.

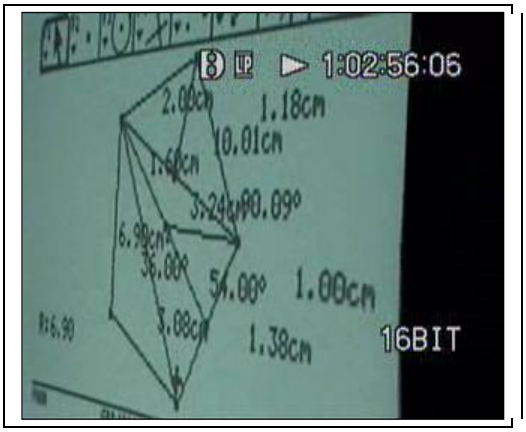


Figura 4.11. Fotograma tomado de la videocámara móvil No. 3 y que muestra la figura utilizada por Paty y su equipo para explicar la utilización de la trigonometría en la resolución del problema del área del pentágono.

La siguiente es la pantalla tomada directamente de la calculadora del trabajo del equipo de Paty:

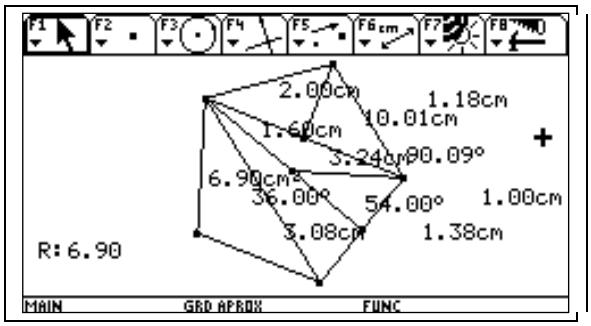


Figura 4.12. Figura final expuesta por Paty y su equipo mostrada en el fotograma anterior.

Aunque la actitud de Emmanuel durante la implementación del debate científico fue una de las pocas que de cierta forma desafiaron la propuesta común de la fórmula para el cálculo del área del pentágono regular, podríamos afirmar que durante esta etapa los estudiantes mostraron una actitud más de exposición de ideas, que de discusión de las mismas; aún con las continuas recomendaciones por parte del experimentador para incitar a la discusión colectiva de ideas. Por otro lado, se demostró que la aplicación de la tecnología fue aprovechada como un elemento que ayudó a exponer y comprobar las ideas de solución del problema por parte de los estudiantes.

Aunque durante la etapa propedéutica se pretendió reforzar en los estudiantes los conceptos de relación trigonométrica, éstos no se aplicaron para un planteamiento diferente para el cálculo del área de un pentágono regular. Más bien, los estudiantes se centraron más el uso de la herramienta que en la aplicación de la trigonometria como un concepto matemático relativamente nuevo para ellos.

En el caso de Emmanuel, la propuesta que expone como propia considera el margen de error como válido al ser siempre constante. Comprobará que eso no es cierto en la aplicación de la siguiente etapa.

4.4.3. *Los minicerebros* durante la autorreflexión: entrevista a Emmanuel

Si bien las primeras etapas de la Propuesta Metodológica ACODESA se realizaron para nuestro caso dentro de una sola sesión, la etapa de la autorreflexión se aplicó en sesiones diferidas para cada uno de los estudiantes seleccionados.

Así, las entrevistas individuales a Miguel Ángel, Paty y Emmanuel (integrantes respectivamente de los equipos de *Los Matemáticos*, *Las LPK y Los Minicerebros*), fueron aplicadas al inicio de la semana siguiente de haber completado las etapas de aprendizaje colaborativo y de debate científico, en días consecutivos.

Cada una de las entrevistas por sí solas muestran una gran cantidad de información, misma que indica entre otras cosas el dominio técnico de la calculadora y su utilidad para el planteamiento y comprobación de las soluciones individuales ante un nuevo problema. De manera muy general, a continuación se describen las observaciones y análisis realizados para cada una de las entrevistas individuales, haciendo énfasis en el caso de Emmanuel.

La primera entrevista se aplicó a Miguel Ángel, quien demostró un buen manejo de la calculadora y una buena aplicación de ésta como herramienta. Sin embargo, el planteamiento de resolución del problema expuesto durante su entrevista fue una repetición del que realizó durante la etapa del debate científico; es decir, no utilizó la trigonometría para la resolución de un nuevo problema pero aprovechó las herramientas de la aplicación de geometría dinámica en la calculadora para medir lados, ángulos y áreas; realizando todas las mediciones de manera correcta, así como las operaciones aritméticas necesarias para sustentar sus planteamientos gráficos.

La segunda entrevista se aplicó a Paty, quien junto con su equipo, *Las LPK* expusieron una propuesta basada en la descomposición del pentágono regular en triángulos. Pero, aunque este planteamiento fue interesante, en el momento de que Paty se enfrenta a un nuevo problema con ayuda de la calculadora (construir un triangulo rectángulo y realizar mediciones en él), muestra dificultades técnicas, aún cuando en las etapas previas había evidenciado un claro conocimiento de cómo hacer figuras y trabajar con números en la calculadora.

Por último, Emmanuel que hizo un buen manejo de la calculadora como herramienta de aprendizaje, la utiliza para poder comprobar sus suposiciones, hecho que intentaremos explicar a continuación.

La entrevista individual que se realiza a Emmanuel comienza con preguntas acerca de su contexto social y cultural. Emmanuel vive con su familia y admira a su hermana, que es mayor que él, su padre trabaja fuera del hogar, específicamente en los Estados Unidos de Norteamérica. Convive de manera cotidiana con la tecnología como el promedio de jóvenes de su edad (14 años), pues tiene un teléfono móvil y tiene una computadora en casa. Su actividad principal consiste en asistir a la escuela y se considera a sí mismo como un estudiante "regular", pues su promedio en matemáticas es de ocho punto tres, piensa además continuar su educación a nivel medio superior en una escuela bivalente; es decir, que ofrece un bachillerato y una carrera técnica, específicamente con la especialidad de electrónica; de hecho parece tener un claro panorama de su futuro académico y describe de manera detallada sus planes.

Después de haber superado una etapa importante que permita establecer un contacto más cercano entre el experimentador y Emmanuel; se le pregunta cómo se sintió al manejar la calculadora, a lo que él menciona que, aunque en principio fue un tanto difícil aprender a manejarla; después le encontró ventajas, mencionando solo la aplicación de geometría dinámica en la calculadora, como haciendo un énfasis en el uso que más hizo con la calculadora: el uso de las figuras geométricas. De hecho, el experimentador le pregunta por la aplicación en la calculadora que le permite la manipulación numérica, a lo que él añade que también fue sencillo manejar la calculadora como tal, comparándola con una calculadora común.

Después de estos diálogos, el experimentador comienza a pedir a Emmanuel que exteriorice sus recuerdos al momento de utilizar la calculadora como un instrumento que le ayudó a establecer su suposición. En este momento, Emmanuel recuerda:

"pasaste a nuestro lugar y nos preguntaste no se qué, yo me sentía mal por que decía: ya todos acabaron, yo no tengo cerebro para estar aquí, pero luego me di cuenta de que todos tenían la que está bien, la que todos conocemos", (refiriéndose a la fórmula para el cálculo del área del pentágono regular).

Emmanuel agrega:

"Yo me fui por otro lado, para ver, intentar algo nuevo".

El experimentador le incita a recordar en qué consistía ese "otro intento" que Emmanuel hace, éste comienza a recordar y con la ayuda de lápiz y papel, describiendo la fórmula ya conocida del área del pentágono regular y la fórmula distinta que él propone; por lo que el experimentador le pide a Emmanuel que explique cómo hizo para comprobar la diferencia (hasta ahora conocida como válida) entre la fórmula que él supone y la que utilizaron el resto de sus compañeros, lo que Emmanuel dice es:

"primero: hice como tres veces el mismo pentágono, en diferentes tamaños y diferentes medidas, y fue como llegué a la conclusión de qué margen de error fue de treinta centésimas… tres décimas. Hice tres y en los tres me salió",

Entonces el experimentador lanza un reto para Emmanuel:

"¿puedes hacer uno ahorita?",

Y acto seguido se le proporciona a Emmanuel una calculadora; en tono de broma éste afirma:

"se me olvidó como hacer el pentágono",

Por lo que con la orientación del experimentador rápidamente construye en la calculadora un nuevo pentágono con la herramienta que le permite hacerlo. Una vez establecida la construcción de un pentágono regular, realiza la medición de uno de los lados y menciona:

"primero el perímetro y así nada más mido uno de los lados. Como todos los lados son iguales…".

En este momento se confirma que Emmanuel reconoce la medida del perímetro del pentágono regular como un producto de cinco veces la medida del lado, lo cual no es

sorprendente pero evidencía conocimientos básicos de aritmética y geometria que no están dependientes de la calculadora.

Se presenta ahora un nuevo problema que no se había observado durante la etapa del debate científico: la medición del apotema. Emmanuel reconoce que no sabe hacer esta medición en el software *CABRI* de la calculadora. El experimentador le invita a recordar la definición de apotema, a lo que Emmanuel dice:

"es la línea de cualquier lado del pentágono hacia el centro, mas sin embargo, si lo uso desde el punto…"

Y sitúa el apuntador del *CABRI* en uno de los vértices del pentágono

"me va a salir diferente que si la lanzo desde aquí…. ",

Situándose ahora aproximadamente en la parte media de un lado del mismo pentágono. Como Emmanuel tiene aún la duda de cuál será la línea por definición de la apotema se aventura a medir primero la distancia entre uno de los vértices y el centro del pentágono, al cual después de medir dice:

"uno punto veinticuatro";

Sin embargo después de medir este segmento (el cual por cierto no traza, solo lo mide), recapacita acerca de esta medición y recuerda que ésta no es el apotema, por lo que decide realizar una nueva medición que él mismo vá recordando y explicando: primero trazando una línea desde uno de los vértices del pentágono regular hasta el lado opuesto, pasando por el vértice. Después mide la distancia desde el centro hasta la intersección de la línea trazada con el lado del pentágono (esta recta sería perpendicular a uno de los lados del pentágono y pasaría por el vértice). Aunque en principio Emmanuel no puede realizar la medición, el experimentador le orienta a que la concrete colocando un punto en la intersección entre la línea trazada y el lado del pentágono (sin realizar la medición entre el ángulo formado con la línea formada y el lado del pentágono), como se muestra en la siguiente figura.

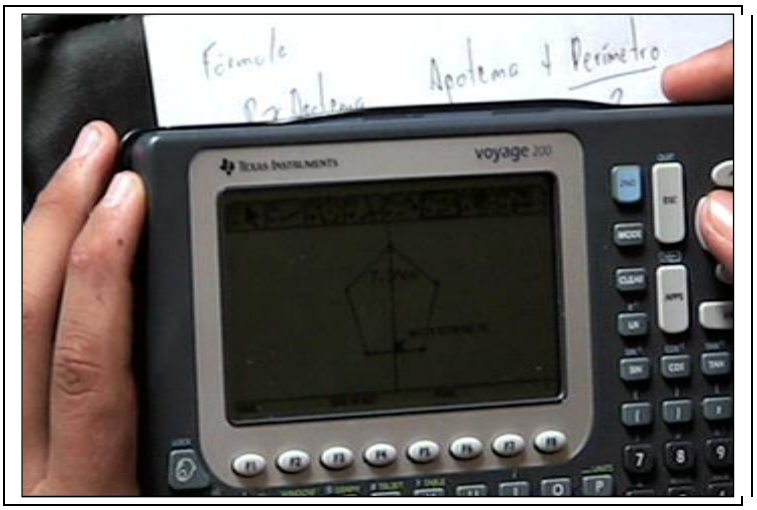


Figura 4.12. Fotograma que muestra la manipulación de Emmanuel durante la construcción del apotema.

Después de haber realizado la medición del apotema, se retoma la pregunta acerca de la suposición de la fórmula de Emmanuel para el cálculo del área del pentágono.

De esta manera, una vez construido y medida la apotema, Emmanuel procede a aplicar la fórmula que ha propuesto, sustituyendo los datos de las mediciones para hacer los cálculos aritméticos. Para ello, activa en la calculadora en la aplicación que ahora va a utilizar: la herramienta de la manipulación numérica.

Después de repetir su fórmula como:

"perímetro entre dos más apotema…" (menciona él mismo*),*

Sustituye los valores medidos. Primero lo hace con la operación de perímetro entre dos, y dice:

"Veintiséis punto cuarenta y cinco, más la apotema que era uno… me dá: veintisiete punto cuarenta y cinco centímetros; según yo".

Todas estas mediciones y cálculos que menciona Emmanuel no tienen relación alguna con el área del pentágono que ha trazado, el cual de acuerdo a sus descripciones y al fotograma anteriormente mostrado, como la siguiente figura:

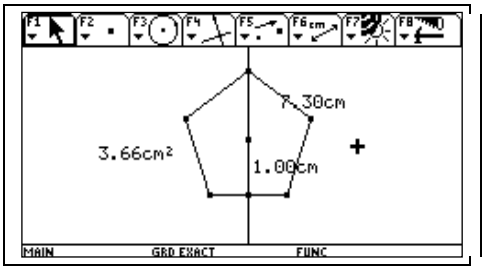


Figura 4.13. Figura que realizó Emmanuel durante la entrevista.

La comprobación de su fórmula hasta este momento no tenía problema alguno, después de todo, aún no había un comparativo; por lo que el propio Emmanuel procede a comparar y lo hace al aplicar directamente sobre la figura que ha construido, la herramienta **Área** dentro del *CABRI*, para obtener un nuevo número. Expresa con cierta sorpresa:

"No. Nada que ver",

El experimentador le pregunta:

"¿Cuánto te salió ahora?"

Emmanuel responde:

"tres punto sesenta y seis centímetros cuadrados, entonces hay un error mío"

Dice con cierta incredulidad al constatar que su propuesta de fórmula es incorrecta. Por último, el experimentador le invita a aplicar ahora la fórmula común para el cálculo del área que él mismo ya había escrito en la misma hoja donde registra los cálculos con su fórmula. Así, después de hacer las operaciones necesarias en la calculadora, dice el resultado en voz alta, mas para que le quede a él mismo claro:

"tres punto sesenta y cinco"

Y de manera inmediata activa en la calculadora la herramienta del *CABRI* para comparar los resultados. Dice para sí mismo:

"tres punto sesenta y seis. La mía, no, ni siquiera se acerca".

A recomendación del experimentador repite sus operaciones aritméticas, incluso sus mediciones en la figura ya hecha, lo cual realiza de manera rápida y eficiente y afirma:

> *"me sale cuatro punto veintitrés, y la que debería de salirme sería tres punto sesenta y cinco centímetros cuadrados. ¡Ya me pasé del margen de error que tenía!".*

En este momento, el experimentador pretendía abordar un nuevo problema para que Emmanuel pudiera volver a observar que su suposición no es correcta, por lo que le sugiere que comience un nuevo planteamiento, a lo que Emmanuel reacciona con cierto entusiasmo:

"péreme, quiero ver por qué me salió"

Se deja en este momento que Emmanuel compruebe su suposición de nueva cuenta con la calculadora, y se le invita a que escriba las diferencias entre las dos fórmulas para

comparar los resultados que arroja cada una de ellas. La transcripcion de las fórmulas queda:

$$\frac{Perim \cdot Apotema}{2} \qquad \frac{P \times Apot}{2}$$

Y tal como las escribió, se muestra en la figura siguiente:

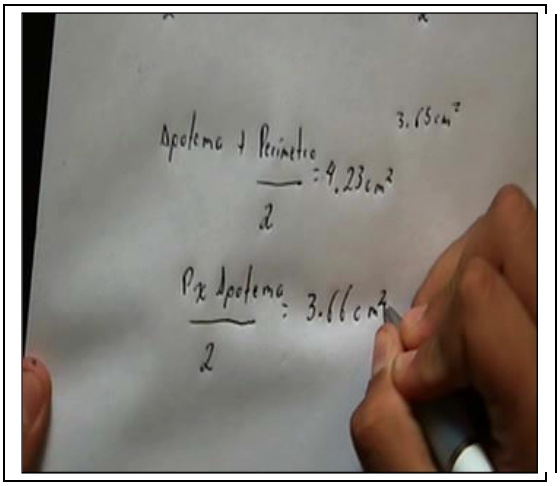


Figura 4.14. Fotograma que muestra las dos fórmulas que compara Emmanuel y que le permiten comenzar a reconocer su propuesta como incorrecta.

Emmanuel reconoce que aunque hay un margen de error, no siempre es el mismo y no conforme con esto, vuelve a la calculadora para comprobar nuevamente diciendo:

"sigo por arriba de mi margen de error",

Surge en este momento una expresión espontánea que particularmente considero única: después de los intentos realizados, Emmanuel mueve la cabeza de arriba abajo, sonríe y dice:

"me equivoqué"

Emmanuel pudo generar una conjetura por si mismo sin depender de la calculadora, pero ésta le ayudó a comprobar de manera inmediata su validez.

Después de este momento, el experimentador aborda los temas relacionados con el uso de la calculadora, por lo que pregunta a Emmanuel si encuentra ventajas en el uso de ésta y éste responde que se "sintió bien" usando la calculadora (interpretando en esta afirmación que el uso de la calculadora no le fue difícil o incómodo) y afirma que

definitivamente cree que hay enormes ventajas entre el uso de las herramientas tradicionales y el uso de la calculadora, pues afirma:

> *"una conjetura la pude haber formulado con una libreta y un lápiz, pero, me hubiera salido correcta, mas sin embargo, me equivocaría, y la puedo comprobar al mismo tiempo que tengo los valores en la figura. Sería así como una gran ayuda"*.

Este argumento de Emmanuel nos puede afirmar una de las ventajas didácticas del uso de la tecnología que es la interacción inmediata entre la manipulación de la herramienta y el resultado de la misma.

Describe además cómo se organizó el trabajo en el equipo con la ayuda de la calculadora, diciendo:

> *"por ejemplo: yo pensaba las operaciones y la escribía en la libreta, mi compañero las hacía en la calculadora* (refiriéndose a su compañero Francisco) *y ella* (refiriéndose a su compañera Karla) *llenaba las hojas de prueba, ya entre los tres ya era algo así, más fácil"*.

Además, agrega, respecto a la pregunta de si había discusión por el uso de la calculadora:

> *"por ejemplo, si yo tenía una idea y quería comprobarla decía: préstamela, ¿no? y ya, rápido"*.

Emmanuel afirma con sus propias palabras respecto a la tecnología que :

> *"primero, como que me dio la herramienta ´*para*´ y después me ayudo a comprobar la idea que tenía ´*de*´ "*

Es decir, de acuerdo a su percepción: la tecnología en principio se concibe como herramienta útil para resolver problemas o incluso para proponer soluciones y después de haber establecido una propuesta de solución ésta puede ser comprobada. Emmanuel termina afirmando que la calculadora le ayudó a manejar las figuras geométricas (que por cierto no conocía bien), y estas manipulaciones le ayudaron a sentirse al mismo nivel en conocimientos, con respecto al resto de sus compañeros, diciendo:

> *"me di cuenta que puedo superarme en lo que no soy tan bueno, vaya".*

Gran parte del análisis de esta etapa de autorreflexión muestra evidencias de un proceso que puede concluir en un aprendizaje significativo cuando los estudiantes se involucran en todo el proceso. Además hay evidencia de que los estudiantes pueden

equivocarse y cometer errores que luego pueden ser corregidos y superados por ellos mismos.

De manera general, la implementación de la metodología ACODESA no parece fomentar, entre un grupo conformado por más de 15 personas (que conformara un promedio de 4 equipos de tres personas), una actitud que provoque la discusión ante la propuesta de ideas, aunque sí propicia discusión dentro del trabajo en equipo y que finalmente enfrenta a los estudiantes con sus conocimientos en un problema que con el apoyo de una herramienta tecnológica evidencía la aplicación de un aprendizaje en concreto.

CAPÍTULO 5

Conclusiones

Algunos de los reportes de investigación en el ámbito de la didáctica, sugieren que las transferencias de conocimientos se concreten con determinadas metodologías aplicadas a determinada población bajo condiciones adecuadas, para validar sus resultados.

Diferentes aplicaciones de la metodología ACODESA (Hitt, 2006 a) han mostrado que esta forma de trabajo permite valorar los aprendizajes logrados por los estudiantes. Además, la gran cantidad de información que surge en el proceso nos permite entender mejor cómo se desarrollan las habilidades de los estudiantes ante el uso de herramientas, sus aptitudes y actitudes frente a las matemáticas así como su propio aprendizaje.

Actualmente en nuestro país se considera a la tecnología computacional como un elemento importante dentro de la enseñanza de las matemáticas (Rojano, 2006). En parte este interés ha sido motivado por las presiones de organismos internacionales comparativos del logro educativo como PISA y TIMSS (Santos & Vargas, 2003).

El uso de la tecnología en el currículo escolar es un aspecto al que debe atenderse, en el sentido del uso que ha de dársele más como herramienta que como un instrumento útil, particularmente en el establecimiento y comprobación de conjeturas por parte de los estudiantes (Rivera, 2005).

Retomando las preguntas de investigación planteadas en un principio, podemos comentar cada una de éstas en base al presente desarrollo. De esta manera enumeramos que:

1.- ¿Pueden los estudiantes establecer y comprobar conjeturas, en un ambiente de aprendizaje que promueva la colaboración, el debate científico y la autorreflexión?

Para nuestro caso, los estudiantes observados establecieron conjeturas en principio por si mismos y después con la ayuda de las discusiones entre sus compañeros al seno del trabajo de equipo, promoviendo escasamente la colaboración y el debate científico, además sin depender para ello del uso de la tecnología. Sin embargo, las comprobaciones de dichas propuestas se facilitaron enormemente con el uso de la calculadora promoviendo primorialmente la autoreflexión.

2.- ¿Cuál debe ser el papel del profesor, el estudiante y la calculadora durante cada una de las etapas planteadas en la propuesta metodológica ACODESA?

La implementación de la metodología ACODESA con ayuda de la tecnología requiere en principio de un adiestramiento tanto para estudiantes como para profesores en su uso, para posteriormente (de acuerdo a sus componentes metodológicos) puedan evaluarse sus alcances didácticos. Este hecho es considerado por algunos profesores más como un requisito institucional que como un proceso útil y necesario (Cedillo, 2006); sin embargo su implementación resulta evidentemente adecuada en nuestro contexto actual.

Así, el papel del profesor para un mejor desarrollo de la metodología se propone más como un orientador de las actividades, debiendo tener además un conocimiento amplio de los aspectos técnicos en el uso de la calculadora. Los estudiantes deben tener también un conocimiento básico en el uso de la calculadora, pero más importante aún es la motivación que estos deben de tener y que se obtiene es mayor medida con un planteamiento adecuado.

Además el papel de la calculadora debe de orientarse a ser el de una herramienta que promueva el apoyo en casos necesarios para comprobar operaciones, realizar construcciones o corroborar propiedades. Para nuestro caso, el modelo utilizado conlleva hasta cierto punto, usos didácticos; sin embargo no debe de acotarse a el uso de una sola de sus aplicaciones (numérica, simbólica ó de manipulación geométrica).

3.-¿Qué características deben tener los problemas y las actividades planteados para poder ser implementados en el ambiente de trabajo propuesto por la metodología ACODESA?

Si bien el aprendizaje colaborativo como primera etapa, tiene una serie de virtudes cimentadas en los enfoques socio-constructivistas, en ésta etapa deben establecerse las reglas del juego que permitan observar durante su implementación una serie de resultados específicos, como la integración de los estudiantes y el establecimiento de roles dentro del equipo, manifiestos prácticamente durante el aprendizaje colaborativo y el debate científico.

De ahí que el interés y la curiosidad por la solución del problema planteado por parte de cada equipo (incluso de manera individual) debe de mantener a los estudiantes

interesados en la discusión de propuestas diferentes; es decir: debe de ser un planteamiento contextualizado de forma que mantenga a los estudiantes motivados en encontrar una solución al problema planteado y que además que no contenga una solución trivial.

4.- ¿Incita el debate científico a los estudiantes a plantear y comprobar diferentes propuestas de solución a problemas específicos?

La implementación del debate científico se manifestó más como una exposición de ideas con resultados absolutos y propuestas de solución ingeniosas, que como una exposición de propuestas que incitaran a su comprobación y discusión grupal.

Si bien se reservó desde un principio un tiempo mayor con respecto a la etapa del aprendizaje colaborativo, su implementación debe programarse en más de una sesión.

Por otro lado, el uso de hojas de rotafolio como apoyo para la explicación de las ideas y resultados de los equipos, fue una propuesta del presente estudio para implementar en esta etapa. Sin embargo, este material no cumplió con el objetivo planteado: los estudiantes las utilizaron como un requisito y se apoyaron más en el uso de la proyección de la pantalla de la calculadora.

Para que esta etapa pueda proporcionar un verdadero intercambio de propuestas de solución parece ser necesario el eslabonamiento de situaciones causales de conflicto cognitivo, para que los estudiantes puedan generar el debate. Por otro lado, la falta de trabajo extra clase parece que acotó el grado de las propuestas de los estudiantes.

5.- La etapa de autorreflexión, ¿ayuda a los estudiantes para que valoren sus propuestas de solución?

La etapa de la autorreflexión generó avances en el uso de la calculadora como herramienta para proponer y comprobar conjeturas. Se planteó a los estudiantes un problema que retomara las conjeturas expuestas durante el debate científico, pidiendo a los estudiantes que lo resolvieran con ayuda de la calculadora.

Si bien en cada uno de los casos se observó que los estudiantes retomaron sus conjeturas y las aplicaron para la resolución de estos nuevos planteamientos, el caso expuesto en el presente documento (Emmanuel, integrante de *los minicerebros*) ofrece evidencia de cómo, al establecer una conjetura con la ayuda de la calculadora, ésta puede

ser corroborada, permitiendo así que el estudiante establezca como válido (y sujeto a la comprobación), un conocimiento que él mismo ha ido construyendo, evidenciando además una clara transición entre diferentes registros de representación.

La misma etapa de autorreflexión parece que puede funcionar como un nuevo comienzo ante una nueva situación que pueda generar una nueva conjetura y el evidente establecimiento de un nuevo conocimiento, involucrando a los actores del proceso en una espiral que el propio Hitt ha considerado como parte complementaria de su metodología. (F. Hitt, entrevista personal. 28 de septiembre de 2007. Cuernavaca, Morelos).

Si bien la aplicación de la propuesta metodológica ACODESA con un adecuado uso de la calculadora permite avances significativos en el modo de trabajar de los estudiantes, las dificultades detectadas en este trabajo han de ser consideradas ante las inminentes apariciones paulatinas en el aula de la tecnología y de las prácticas tradicionales que los profesores asumen al respecto.

Referencias

Alibert, D. & Thomas, M. (1991). Research on mathematical proof. En: Tall, D. (Ed.) *Advanced Mathematical Thinking* (pp. 215-230). The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Arcavi A. & Hadas N. (2000). Computer mediated learning: an example of an approach. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*. Vol.5- No 1. (pp.25-45). Abril de 2000. Netherlands.: Springler.

Artigue, M. et al (1995). Artige, M., Douady, R., Moreno, L., & Gómez, P. (Eds.) (1995). *Ingeniería didáctica en educación matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. México, D.F.: Grupo Editorial Iberoamericana, S.A de C.V.

Ausubel, D.P. et al (1983). Ausubel, D.P., Novak, J.D. & Hanesian, H.,(1983). *Psicología Educativa: un punto de vista cognoscitivo.* México, D.F.: Trillas.

Brousseau, G. (1997). Fundations and methods of didactique. En: Balacheff, N., Cooper, M., Sutherland, R., y Warfield, V. (Eds.), *Theory of Didactical Situatons in Mathematics: Didactique des Mathématiques, 1970-1990*. (pp. 21-75). The Netherlands: Kluwer Academic Publisher.

Cedillo, T. E. (2006, enero - marzo). La enseñanza de las matemáticas en la escuela secundaria: los sistemas algebraicos computarizados. *Revista Mexicana de Investigación educativa., XI* (28), pp.129-153.

Clements, D., & Batista, M. (2000). Mathematics Curriculum Development as a Scientific Endeavor. En: Kelly, R.A., & Lesh, R.A. (Eds.), *Handbook of Research Designs in Mathematics and Science Education.* (pp. 737-760). Virginia, E.U.A.: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

Dubinsky, E. (1996). Aplicación de la perspectiva piagetiana a la educación matemática universitaria. *Revista de educación Matemática. Vol. 8-No 3.* (pp.24-41). Diciembre de 1996. México, D.F.: Grupo editorial Iberoamericana, S.A de C.V.

Duval, R. (1999). *Semiosis y Pensamiento Humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales.* Cali: Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía, Grupo de Educación Matemática. (Ed. en francés 1995, Berne: Peter Lang).

Hadamard, J. (1945). *An essay on the psychology of invention in the mathematical field.* Princenton: Princenton University Press.

Harel, G., & Sowder (1998). "Student´s Proof. Schemes: Results from Exploratory Studies" en A.H. Schoenfeld, J.J. Kaput y E. Dubinsky (eds.), *Research in Collegiate Mathematics Education, vol 3*, Providence, RI, American Mathemátical Society, pp. 234-283.

Hitt, F. (2003). Una Reflexión Sobre la Construcción de Conceptos Matemáticos. En: *Ambientes con Tecnología. Boletín de la Asociación Matemática Venezolana; Vol. X, No. 2*. (pp.213-223)., Venezuela.

Hitt, F. (2006 a). Utilisation de la calculatrice symbolique dans un environnement d´ apprentissage coopératif, de débat scientifique et d´auto-réflexion. En: Baron, M., Guin, D. & Trouche, L. (Éds.), *Environnements informatisés pour l´educatio et la formation scientifique et technique: modéles dispositifs et practiques*. *(Symposium REF 05)*. Paris: Editorial Hermes.

Hitt, F. (2006 b). *Investigaciones en ambientes tecnológicos, marcos teóricos y metodológicos: Un punto de vista pragmático*. Conferencia dictada el 9 de Junio de 2006 en las instalaciones del CINVESTAV (México). (citado: el 13 de Enero de 2008) conferencia s-n. (56 pantallas). Disponible en: www.matedu.cinvestav.mx /conferencias/ conf_fernando.ppt

Legrand, M., (2001). Scientific debate in mathematics course., En: Holton, D., Artigue, M., Kirchgräber, U., Hillel, J., Niss M., & Schoenfeld A. (Eds.), *The teaching and learning of mathematics at university leve: An ICMI Study,* (pp.127-135), Dordretch: Kluwer Academic Publishers.

Lesh, R. Et al. (2000). Lesh, R., Hoover, M., Hole, B., Kelly, A., & Post, T. (2000). Principles for Developing Thought Revealing Activities for Students and Teachers. En: Kelly A. & Lesh R. (Eds) *Handbook of Research Desing in Mathematics Education*, (pp. 591-645). Mahwah, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

Nájera, V. & Santillán, M. (2007). Construcción de significados sobre variación en ambientes dinámicos. Recuperado el 20 de Febrero de 2008 de: http://www.valois.com.mx/principal.html

NCTM (2000). National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics.*. Reston, Va.: National Council of Teachers of Mathematics.

Nuñez, E. & Cortés, C. (2008). Aplication of a Metodology for tehe development of interactive technological environments that promote mathematical learning. En: Figeras, O. et al. (Eds). 2008. *Proceedings of teh joint Meeting of PME 32 and PME-NA XXX.* Vol I. México: Convestav-UMSNH.

Polya, G. (1989). *Como plantear y resolver problemas.* México, D.F.: Trillas.

Resnick, L & Ford, W. (1990). .*La enseñanza de las Matemáticas y sus fundamentos psicológicos*. Barcelona: Paidos.

Reynolds, B. E. et al. (1995) Reynolds, B. E., Hagelgans, N. L., Schwingendorf, K. E., Vidakovic, D., Dubinsky, E., Shahin, M., Wimbish, G. J. (1995). *A Practical Guide to Cooperative Learning in Collegiate Mathematics.* MAA Notes Number 37, Washington, DC.: The Mathematical Association of America.

Rivera, F.D. (2005). An antropological account of the Emergente of mathematical Prof. And related processes in tecnólogy-based environments. En: Masaslki, W., Elliot, P. (Eds.) *Tecnology-Supported Mathematics Learning Environments*, (pp. 125-136). Virginia, E.U.A.: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

Rojano, M. (Ed.). (2006). *Enseñanza de la Física y las Matemáticas con Tecnología. Modelos de transformación de las prácticas y la interacción social en el aula.* México, D.F.: Secretaría de Educación Pública.

Santos, M. & Vargas, C. (2003). Mas allá del uso de exámenes estandarizados. *Avance y perspectiva, 22*, (enero – febrero de 2003), 9-22.

SEP (2002). Secretaría de Educación Pública. (1999). *Fichero de actividades didácticas. Matemáticas. Educación secundaria*. Primera edición: 1999; segunda edición revisada: 2002. México, D.F.: Secretaría de Educación Pública.

Slavin, R., (1995). *Aprendizaje cooperativo. Teoría, investigación y práctica.* Argentina: Aique Grupo Editor S.A.

Suchman, L. & Trigg, R. (1991). Understanding Practice: Video is a Medium for reflection and design. En: J. Greenbauam & M. Kyng (Eds.), *Design at work: Cooperative design of computer systems* (pp. 65-90). Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates.

Trigueros, M.; Carmona, G. (2006). Evaluación del programa piloto. En: Rojano, M. T. (Ed.). *Enseñanza de la Física y las Matemáticas con Tecnología. Modelos de transformación de las prácticas y la interacción social en el aula.* (pp.77-108). México, D.F.: Secretaría de Educación Pública.

Ursini, S. (1996). Una perspectiva social para la educación matemática. La influencia de la teoría de L.S. Vygotsky. *Revista de educación Matemática.* (pp. 42-49) Vol. 8-No 3. Diciembre de 1996. México, D.F.: Grupo Editorial Iberoamericana, S.A de C.V.

Usiskin, Z. (1999). Groping and hoping for a consensus on calculator use. En: Usisikin, Z., Ballheim, C., Lott, J. (Eds). *Mathematics education dialoges. A publication of The National Council of Teachers of Mathematics*. (p. 1) May-June, 1999. Volume 2, Issue 3. Reston, Va.: National Council of Teachers of Mathematics.

Valdemoros, M. (1996). Vigotsky y su incidencia actual en educación. *Revista de educación Matemática.* (pp. 63-71). Vol. 8-No 3. Diciembre de 1996. México, D.F.: Grupo Editorial Iberoamericana, S.A de C.V.

Vygotsky, L. (1979) El desarrollo de los procesos psicológicos superiores. Barcelona. Crítica.

Anexo número I

Hojas de trabajo

HOJA DE TRABAJO 1.

Construyendo un triangulo.

Nombre del equipo: _____

Integrantes: _____, _____

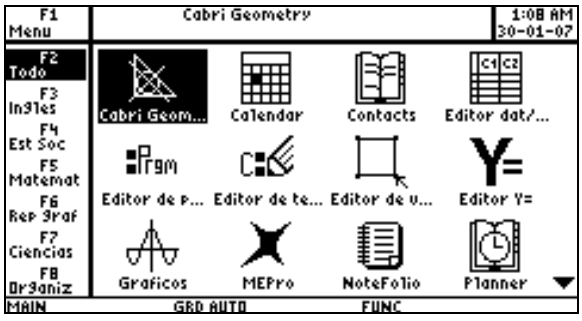
_____.

1.- INTRODUCCIÓN.

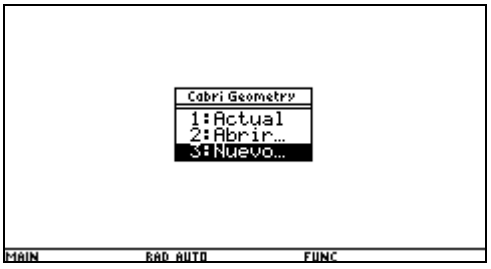
La actividad que comenzarás te familiarizará con la construcción y conocimiento de las propiedades del triángulo, auxiliándonos de la calculadora y de una de sus aplicaciones llamada **CABRI**, el cual simula un área de trabajo como la de una hoja de papel y un lápiz y trazos geométricos como lo son rectas y circunferencias.

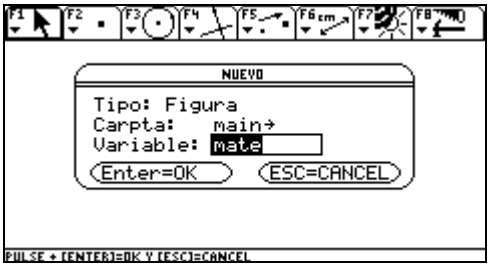
2.- CONSTRUCCIÓN.

Enciende tu calculadora y activa el programa **CABRI**, para lo cual debes de presionar la tecla **APPS** y navegar con las flechas hasta encontrar la aplicación **Cabri Geom**, y al situarte sobre el ícono de ésta (lo cual la hará aparecer resaltada ante las demás aplicaciones), presiona la tecla **ENTER.**

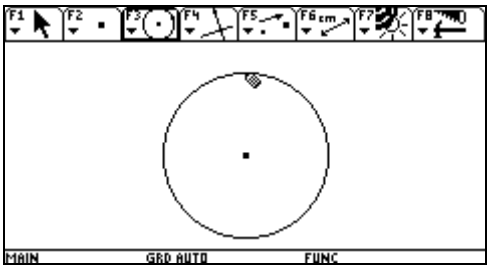


Una vez que presiones ENTER habrás activado la aplicación con la que vamos a trabajar, para lo cual tendremos que crear un nuevo archivo y después asignarle un nombre, por ejemplo el de **mate** y presionando finalmente la tecla **ENTER**, como se muestra en las siguientes figuras:

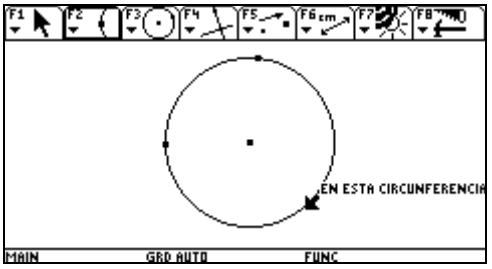




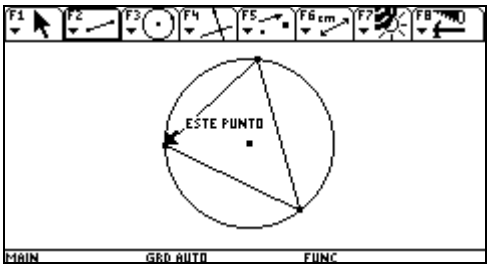
Estamos listos si observamos una pantalla con 8 menús en la parte superior y en el centro de la pantalla un puntero en forma de cruz. Lo primero que haremos será comenzar a hacer una circunferencia con la ayuda de la opción ***F3*** *del menú de herramientas de* ***Cabri****. En este menú la primera opción nos ayudará a realizar la circunferencia; ésta se trazará a partir de un centro y con un radio que consideremos adecuado para un tamaño visible.*



Lo que haremos a continuación será colocar tres puntos en diferentes lados de la circunferencia; esto se logra dentro del menú **F2** en la opción **2:Punto sobre objeto**, como se muestra en las figuras:

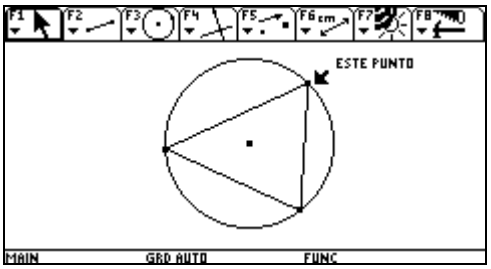


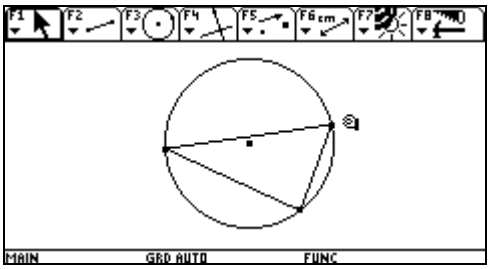
Lo que haremos a continuación será unir estos tres puntos, con lo que formaremos un triángulo. La unión de los tres puntos debe de hacerse con la herramienta 5:**Segmento** que se encuentra en el mismo menú **F2**. Nuestra figura resultante puede parecerse a la siguiente:



Si has seguido con atención las instrucciones, habrás hecho una construcción sencilla, que además nos servirá para comprobar ciertas propiedades de los triángulos, para lo cual aprovecharemos cierta *libertad* de movimiento que tiene nuestra figura; esto lo

comprobaremos al activar la herramienta **Puntero** y situarnos sobre uno de los vértices, cerciorándonos que el puntero se encuentra sobre el punto (al mostrarse la leyenda **ESTE PUNTO**) presionamos la tecla de **Mano arrastrando** y sin dejar de presionarla presionamos cualquiera de las teclas de dirección o flechas, entonces podremos observar que el vértice elegido puede moverse, deformando la figura.

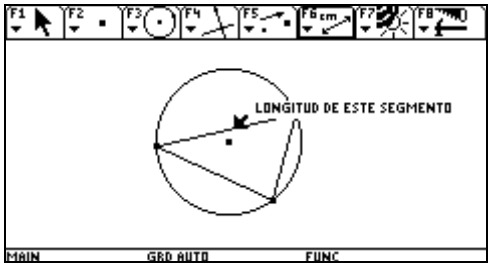




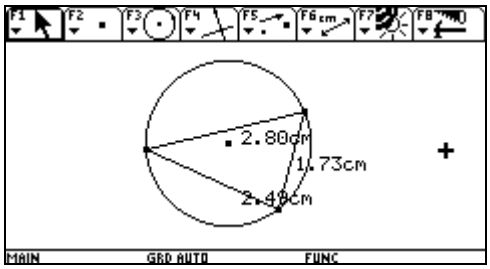
Si para este momento no has realizado la construcción pedida, pide ayuda a tu profesor, pero sólo si hasta ahora no has podido realizar este triángulo.

3.- EXPLORACIÓN

El siguiente paso será aplicar una de las herramientas del CABRI, que es la medición de parámetros en las figuras, así que activando el menú **F6**, encontraremos la opción **1:Distancia y longitud**, que puede proporcionarnos una medida si al activarla nos posicionamos sobre la recta deseada y presionamos la tecla **ENTER**.

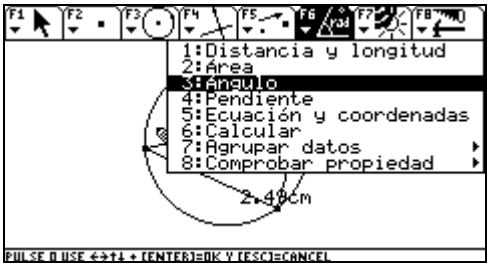


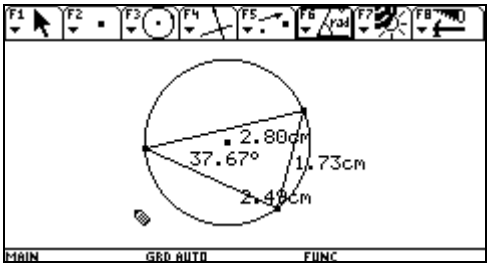
Podemos pues, medir los tres lados del triángulo:



Y también podemos medir cada uno de los ángulos del triángulo, aplicando una serie de pasos similares: en el menú **F6,** ahora en la opción **3:Ángulo** mediremos cada una de las

esquinas del triángulo, definiendo para cada ocasión el ángulo de acuerdo a tres puntos (siendo el segundo el vértice de éste)





Identifica a cada uno de los lados y de los ángulos, y anota en la siguiente tabla diferentes valores que observes en donde se pide. Por comodidad le llamaremos a los lados con las letras: A, B y C mayúsculas, mientras que a los ángulos que estén opuestos a los lados recién nombrados con las mismas letras, pero en minúsculas.

Figura número:	**Ángulo:**			**Lado:**		
1	A=	b=	c=	A=	B=	C=
2	B=	b=	c=	A=	B=	C=
3	C=	b=	c=	A=	B=	C=
4	D=	b=	d=	A=	B=	C=

2.-DISCUSIÓN:

Discute con tus compañeros de equipo las siguientes cuestiones:

1.-¿Qué sucede cuando mueves uno de los vértices?

2.- ¿Encuentras alguna relación entre los ángulos del triángulo?

3.- ¿Es una relación que ya conocías?

4.- ¿Encuentras alguna relación entre los ángulos y los lados del triangulo?

HOJA DE TRABAJO 2.

Construyendo un triángulo rectángulo.

Nombre del equipo: _____

Integrantes: _____, _____

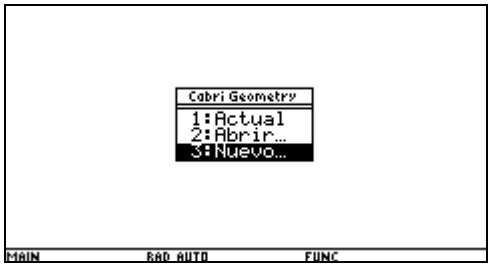
_____.

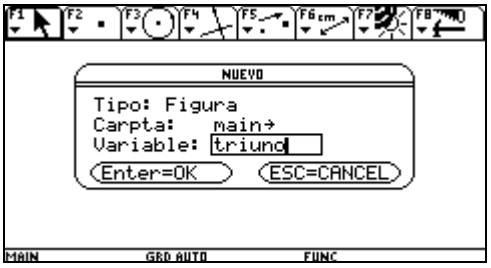
1.- INTRODUCCIÓN.

En las construcciones anteriores has realizado trazos correspondientes a un triángulo a partir de una circunferencia; sin embargo un tipo en particular de construcción nos puede ayudar a descubrir un tipo particular de triángulo, además una serie de relaciones entre sus lados y ángulos.

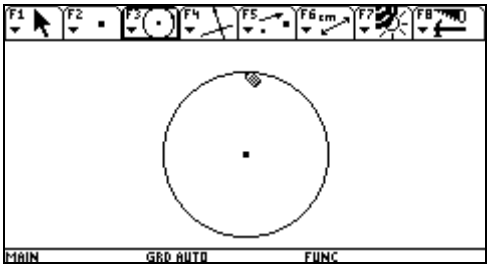
2.- CONSTRUCCIÓN.

Después de encender tu calculadora y actives la aplicación **Cabri Geom**, podemos crear un nuevo archivo con el nombre que desees, por ejemplo **triuno** como se muestra en las siguientes figuras:

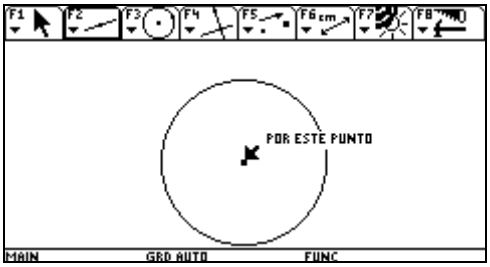


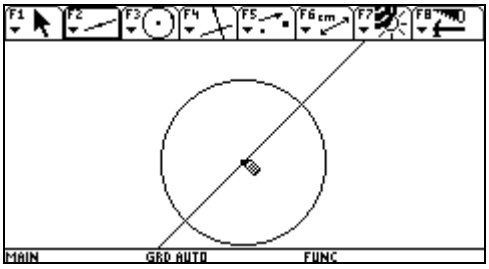


*Como en la hoja anterior, el siguiente paso será construir una circunferencia con la ayuda de la opción **F3** del menú de herramientas de **Cabri** a partir de un centro y con un radio que consideremos adecuado para un tamaño visible.*

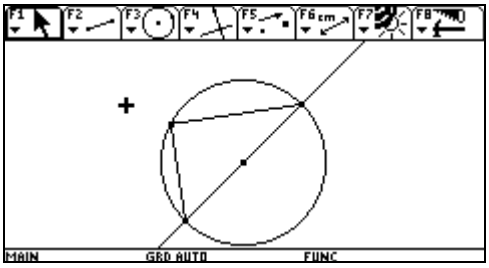


Lo que haremos a continuación será trazar un diámetro en la circunferencia, lo cual podemos lograr trazando una línea que pase por el centro de la circunferencia con el menú **F2** en la opción **4:Recta**, como se muestra en las figuras:

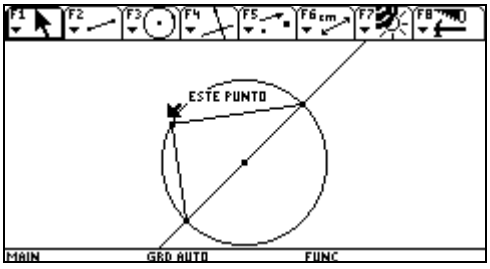


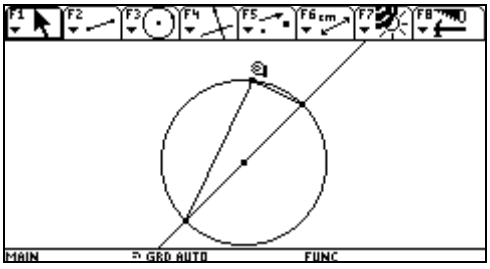


A continuación, colocaremos en cualquier lugar de la circunferencia un punto y lo uniremos con la ayuda de segmentos a los puntos en donde la circunferencia y la recta se unen. Nuestra figura resultante puede parecerse a la siguiente:



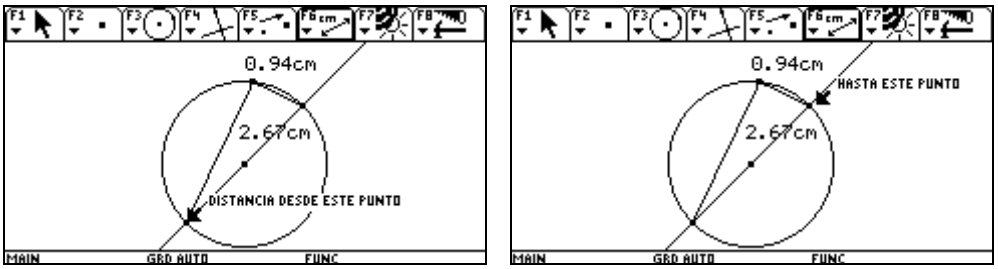
Al igual que en la construcción de la hoja de trabajo 1, manipularemos nuestra figura para explorar en ella ciertas características. Al activar la herramienta **Puntero** y situarnos sobre el vértice, cerciorándonos que el puntero se encuentra sobre el punto (al mostrarse la leyenda **ESTE PUNTO**) presionamos la tecla de **Mano arrastrando** y sin dejar de presionarla manipulamos cualquiera de las teclas de dirección o flechas, entonces podremos observar que el vértice elegido puede moverse, como se muestra en las figuras siguientes.



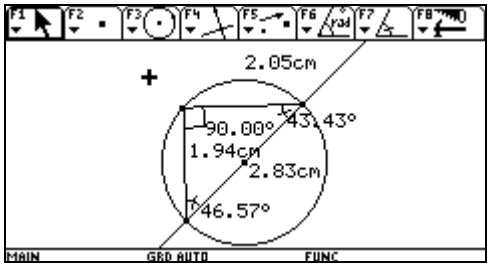


Para auxiliarnos en el resto de esta actividad, completaremos ahora el trazo mostrando las medidas de los lados y de los ángulos de la figura que hemos construido. Recuerda que en la hoja de trabajo anterior ya hemos realizado algo similar.

Cabe aclarar algo: la medición de los lados del triángulo se realizan como lo hicimos en la hoja de trabajo anterior, pero para medir el lado que se forma con el diámetro de la circunferencia (el lado más largo) es necesario tomar la medida de este diámetro entre los puntos en donde la circunferencia corta la recta que forma el diámetro; esto se verá como en la siguiente figura:



Finalmente, una vez marcados los lados y ángulos de la figura tendremos una figura que puede parecerse a la siguiente:



Si para este momento no has realizado la construcción pedida, pide ayuda a tu profesor, pero solo si hasta ahora no has podido realizar este triángulo.

3.- EXPLORACIÓN

Enumera ahora cada uno de los ángulos y de los lados del triángulo, y al igual que lo hicimos en la hoja de trabajo anterior, toma las medidas para cada ángulo y lado de acuerdo a diferentes manipulaciones del vértice móvil. Llena la siguiente tabla con cuatro diferentes posiciones del vértice móvil y recuerda que por comodidad le llamaremos a los lados con las letras: A, B y C mayúsculas, mientras que a los ángulos que estén opuestos a los lados recién nombrados con las mismas letras pero en minúsculas.

Figura número:	Ángulo:			Lado:		
1	a=	b=	c=	A=	B=	C=
2	a=	b=	c=	A=	B=	C=
3	a=	b=	c=	A=	B=	C=
4	a=	b=	c=	A=	B=	C=

4.-DISCUSIÓN:

Discute con tus compañeros de equipo las siguientes cuestiones:

1.- ¿Es el triángulo formado de algún tipo en especial? ¿Por que?

2.- ¿Todos los ángulos que se forman cambian al manipular el vértice?

3.- ¿Encuentras alguna relación entre los lados y los ángulos del triángulo en cuestión?

4.- ¿Podrías enunciar alguna regla o característica que siempre se cumpla para este triángulo?

5.- ¿Tu regla se aplica a los lados o a los ángulos del triángulo?

6.- ¿Podrían entre todos tus compañeros de clase enunciar alguna “regla” o “ley” para esta figura?

HOJA DE TRABAJO 3.

Relaciones trigonométricas.

Nombre del equipo: _____

Integrantes: _____, _____

_____.

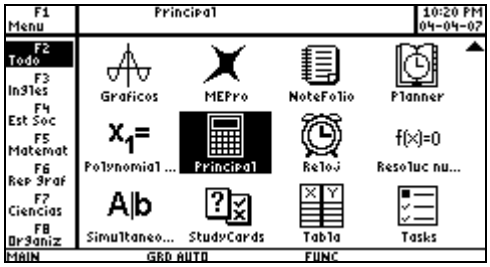
1.- INTRODUCCIÓN.

Todas las figuras geométricas tienen más de una propiedad que las caracteriza, en particular el triángulo es una figura interesante que podemos observar a nuestro alrededor, pues la mayoría de figuras pueden a su vez descomponerse en triángulos. Así, el triángulo con uno de sus ángulos recto no solamente es un triángulo rectángulo, sino que además en él se cumplen ciertas relaciones entre sus lados y sus ángulos. En esta hoja de trabajo descubriremos qué son exactamente estas relaciones, llamadas relaciones trigonométricas.

2.- EXPLORACIÓN.

En la hoja de trabajo anterior exploramos un triángulo con uno de sus lados siempre igual y uno de sus ángulos también siempre igual y de 90 grados (ángulo recto). La tabla que llenamos para cada uno de las cuatro diferentes posiciones del vértice móvil tenia ciertas propiedades que analizaremos ahora.

Después de encender tu calculadora activa la aplicación **CALC HOME**, (presionando la tecla **DIAMANTE** y la tecla **Q**); también mostrada como aplicación **PRINCIPAL** (presionando la tecla **APPS** y seleccionando la opción principal y posteriormente presionando **ENTER**), como lo muestra la siguiente figura:



A continuación veremos una pantalla con una serie de líneas que pueden describir diferentes operaciones. Vamos a borrar todo lo que en esta pantalla aparezca, activando al primera opción del menú **F1** llamada: **8:Borrar Principal**; y presionando la tecla **ENTER**.

La opción **CALC HOME** puede utilizarse como una calculadora común, es decir: indicándole las operaciones deseadas y después presionando ENTER. Los resultados aparecerán en la parte derecha de la pantalla. Prueba con la primera operación pedida en la tabla y si no tuviste problemas, entonces completa todas las operaciones pedidas.

Fig. Num:	**Lados:**			**Operaciones:**					
1	A=	B=	C=	A/B=	A/C=	B/A=	B/C=	C/A=	C/B=
2	A=	B=	C=	A/B=	A/C=	B/A=	B/C=	C/A=	C/B=
3	A=	B=	C=	A/B=	A/C=	B/A=	B/C=	C/A=	C/B=
4	A=	B=	C=	A/B=	A/C=	B/A=	B/C=	C/A=	C/B=

3.- CONSRUCCIÓN.

Como habrás notado, algunas de las cantidades obtenidas son similares a otras. Las relaciones entre los lados de un triangulo rectángulo se conocen como relaciones trigonométricas de los ángulos. Las relaciones trigonométricas básicas se conocen como:

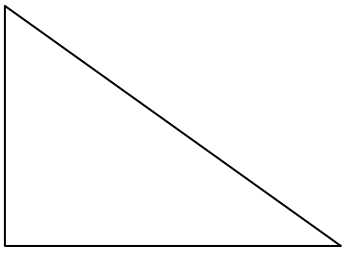
$seno(\theta) = \frac{Cateto_Opuesto}{Hipotenusa}$ o abreviado: $sen(\theta) = \frac{C.O}{H}$

De manera similar, las relaciones restantes conocidas como coseno y tangente se relacionan con los lados del triangulo de la siguiente manera:

$$\cos(\theta) = \frac{C.A}{H} \qquad \text{y} \qquad \tan(\theta) = \frac{C.O}{C.A}$$

4.-DISCUSIÓN:

Elige uno de los triángulos que has construido y junto con tus compañeros de equipo coloca en la figura las letras correspondientes y luego las medidas de sus lados y ángulos.



Ángulo:			**Lado:**		
a=	b=	c=	A=	B=	C=

Discute con tus compañeros de equipo las siguientes cuestiones:

1.- ¿Cuál es la medida del ángulo más pequeño?

2.- ¿Cuál es la medida de su lado opuesto?

3.- ¿Son opuestos el lado más largo y el ángulo recto?

4.- Considerando al ángulo más pequeño como ***a***, coloca en los espacios las medidas de los lados correspondientes:

$$sen(____) = \frac{C.O}{H} = sen(____) = \frac{____}{____} = _____$$

$$\cos(____) = \frac{C.A}{H} = \cos(____) = \frac{____}{____} = _____$$

$$\tan(____) = \frac{C.O}{C.A} = \tan(____) = \frac{____}{____} = _____$$

Comprueba los valores anteriores con los que directamente te computa la calculadora (por ejemplo: tecleando **sen 35^0** y luego **ENTER**). ¿Los valores son iguales, similares o diferentes?

5.- ¿Crees que los valores serían diferentes si los lados del triángulo cambian, más no el ángulo?, ¿Lo puedes comprobar?

HOJA DE TRABAJO 4.

El adorno de oro en forma de polígono.

Nombre del equipo: _____

Integrantes: _____, _____

_____, _____.

1.- INTRODUCCIÓN.

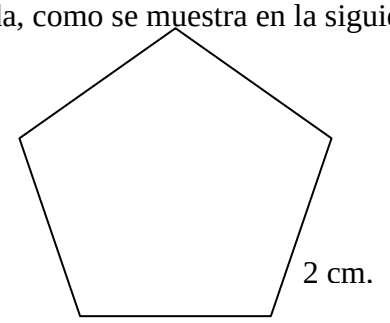
Al conocer ahora las relaciones trigonométricas como operaciones que en cierta forma describen en un triángulo rectángulo las relaciones entre sus lados y ángulos, podremos usar dichas relaciones para ser aplicadas a infinidad de problemas de la vida real o bien para analizar las figuras que pueden ser descompuestas en triángulos.

2.- EXPLORACIÓN.

Los polígonos regulares son figuras cerradas de más de dos lados cuyos lado y ángulos tienen la misma medida (por ejemplo, un polígono regular de tres lados será un triángulo equilátero con lados iguales y ángulos de 60 grados). Para este caso con la ayuda de tus compañeros de equipo deberás de hacer gala de tu ingenio para hacer uso de la calculadora y plantear la solución al siguiente problema.

3.- CONSTRUCCIÓN.

Un joyero requiere hacer un adorno de oro en forma de pentágono regular (figura de moda entre las estudiantes de Secundaria), es decir: con una medida de 2 centímetros de lado y con ángulos de la misma medida, como se muestra en la siguiente figura:



El joyero no sabe cuanto cobrar por los trabajos y debe demostrar a sus clientes de que el cobro que hace por centímetro cuadrado es el justo. ¿Si el problema para el joyero se resuelve al encontrar una fórmula para conocer el área del pentágono dado uno de sus lados, podrías ayudarle a encontrarla?

Fórmula:

4.-DISCUSIÓN:

Explica por equipo al resto del grupo la manera en que el joyero convencería a los clientes de que el cálculo del área del pentágono es correcto. Compara tu propuesta con las del resto de los equipos y contesta lo siguiente:

¿Tu propuesta es igual o diferente a la del resto de los equipos? _____

¿Tu propuesta proporciona resultados iguales ó diferentes? _____

¿Utilizaste la trigonometría para plantear la solución al problema del área? _____

¿Como? _____

_____

_____

_____

_____

_____

_____.

¿Podrías decirle al joyero como obtener el área para cualquier figúra que sea de la misma forma? (el joyero solo le pedirá uno de los lados iguales del pentágono al cliente)

_____

_____

_____

_____

_____

_____

Anexo número II

Registros de video filmaciones

Registro de tiempos y actividades. Etapa Propedéutica.
Cámara: Fija.
Día: Lunes, 28 de Mayo de 2007.
Tiempo total: 0:42:00

Tiempo:		Equipo:	Notas:
Inicio:	Fin:		
0:00:00	0:01:30		Ajuste de la cámara en la esquina noroeste del salón de clases. Se observa el trabajo de tres equipos de manera amplia (uno de ellos es el de Miguel Ángel), y de dos mas de manera parcial.
0:01:30	0:01:50		Acomodo de los estudiantes.
0:01:50	0:04:45		Explicación y presentación.
0:04:46	06:10		Reparto de calculadoras y de hojas de trabajo.
0:06:11	7:20		Se observa que los equipos se ponen de acuerdo para trabajar.
0:07:21	0:09:20		Algunos miembros del grupo se integran al trabajo; se pide que pongan nombre a los equipos.
0:09:21	0:20:00		Se escucha un nivel mas bajo de ruido y mas definido de diálogos de los estudiantes que en lo general leen las instrucciones de las hojas de trabajo, se observa un trabajo más homogéneo por parte de los equipos.
0:20:01	0:21:00		Miguel Ángel se para de su asiento, aparentemente dando una explicación con la calculadora a sus compañeros de equipo.
0:21:01	0:26:30		La mayoría de los equipos continúan con el trabajo en equipo, y se sigue observando un marcado interés por parte de Miguel Ángel (incluso parándose de su lugar para interactuar con sus estudiantes) y su equipo.
0:26:31	0:27:00		Se pregunta al grupo acerca de su avance para tratar de atender a los equipos que se encuentran mas rezagados de manera individual por parte del instructor.
0:27:01	0:28:40		Se vuelve a preguntar al grupo respecto a su avance. Se escuchan algunas muestras de avance por parte de los estudiantes.
0:28:41	0:32:00		Se atienden más preguntas de los estudiantes, incluso algunos se paran de su lugar a preguntar directamente al experimentador.
0:32:00	0:33:25		Vuelve a observarse a Miguel Ángel volcarse hacia sus compañeros al parecer en un afán de explicación.
0:33:26	0:38:45		Continúa el trabajo por equipos, así como las continuas preguntas por parte de los estudiantes.
0:38:46	0:40:33		Se suspende el trabajo, con la aclaracion de su continuidad para la siguiente sesión; se reparte además la segunda hoja de trabajo con la idea de que los estudiantes puedan leerla en cas y facilitar así el trabajo
0:40:34	0:42:00		Se reparte la hoja de trabajo 2, y se recogen las calculadoras, dando por terminada la sesión.

Resumen:
En el primer día de experimentación se implementa el trabajo por parte de los estudiantes de la hoja de trabajo uno, en la cual se trabaja con el CABRI haciendo un triángulo circunscrito y midiendo ángulos y lados en éste. En este video se nota de manera lejana (en cuanto audio y video) el trabajo de Miguel Ángel y su equipo, así como ciertas interacciones en los demás equipos. Se pretendía que el trabajo se agilizara con la proyección en la pantalla, pero el proyector estaba desconectado.

Registro de tiempos y actividades. Etapa Propedéutica.
Cámara: Fija.
Día: Martes, 29 de Mayo de 2007.
Tiempo total: 0:51:22

Tiempo:		Equipo:	Notas:
Inicio:	Fin:		
0:00:00	0:01:55		Acomodo de equipos de trabajo, así como del equipo de proyección del aula. La cámara se vuelve a localizar en la esquina noroeste del salón de clases. Se observa ahora el trabajo de más equipos, siendo el de Miguel Ángel otra vez el del fondo de la toma.
0:01:56	0:02:41		Se saluda al grupo por parte del experimentador y se les invita a recoger sus calculadoras, mismas que ahora recoge un integrante de cada equipo.
0:02:42	0:04:35		Los representantes de equipo recogen las calculadoras y se disponen a trabajar.
0:04:36	0:07:48		Se observa a los equipos en actitud de trabajo o de acuerdo para comenzar éste, mientras el experimentador conecta el equipo necesario..
0:07:49	0:17:35		Se retoma el trabajo del día anterior, y se da una explicación del funcionamiento básico de la calculadora que ya se había planteado en la sesión anterior.
0:17:36	0:21:30		Se enfoca el trabajo hacia la hoja de trabajo 1, que aparentemente ya se había realizado por la mayoría de los estudiantes.
0:21:31	0:21:40		En la explicación acerca del borrado de objetos no deseados se escucha una exclamación que denota que se había deseado saber la manera de realizar esa acción.
0:21:41	0:23:25		Se continúa con la explicación, haciendo una pequeña pausa para observar el trabajo de los estudiantes por parte del experimentador.
0:23:26	0:24:10		Se realiza la mencionada pausa, al cual no genera preguntas directas al experimentador.
0:24:11	0:25:40		Se continúa con la explicación de la forma de realizar la hoja de trabajo 1, justo en el momento en que la hoja pide realizar el movimiento de los vértices del triángulo (el experimentador señala: "página 3, hasta arriba")
0:25:41	0:25:50		Se vuelve a preguntar al grupo por dudas, las cuales no se manifiestan.
0:25:51	0:27:05		Se continúa ahora con el momento en que se miden los lados del triángulo por parte del experimentador.
0:27:06	0:29:05		Se suspende la explicación para observar el trabajo de los estudiantes y preguntar dudas.
0:29:06	0:33:25		Se procede a explicar como realizar la medición de los ángulos del triángulo.
0:33:26	0:34:59		Se atienden algunas preguntas que de manera espontánea expone algunos de los estudiantes de manera particular hacia el experimentador.
0:35:00	0:37:49		Termina la explicación hacia el grupo por parte del experimentador y se procede a continuar con el trabajo de los estudiantes, explicando y aclarando que el resto del trabajo debe de hacerse por cada uno de los equipos.
0:37:50	0:42:10		Se atiende a los equipos que lo requieren mientras el resto realiza el trabajo pedido al final de la hoja de trabajo 1: el llenado de la tabla.
0:42:11	0:47:00		Debido a la observación con respecto al avance que se deseaba por parte de los equipos, el experimentador exhibe la figura que se construyo durante la explicación, pidiendo a los estudiantes que así lo deseen, consideren para la tabla los valores que la figura dé, incluso deformándola para obtener nuevos valores de lados y ángulos.
0:47:01	0:51:22		Se escucha el timbre, por lo que se procede a dar por terminado el trabajo con el grupo y a recoger calculadoras. La grabación ya no registra trabajo significativo.

Resumen (29 de Mayo de 2007):
El segundo día de experimentación parece ser más una clase tradicional para que los estudiantes comprendan como utilizar solamente algunas de las herramientas de la calculadora, sin embargo se observa a un grupo absorto en las explicaciones que de manera inmediata al parecer se aplican.

Registro de tiempos y actividades. Etapa Propedéutica.
Cámara: Fija.
Día: Miércoles, 30 de Mayo de 2007.
Tiempo total: 0:40:56

Tiempo:		Equipo:	Notas:
Inicio:	Fin:		
0:00:00	0:01:00		Acomodo de la cámara y enfoque para la observación de 5 equipos. En la parte derecha de la pantalla se observa a Paty, a quien posteriormente se entrevistó. También se observa a Josué en el fondo del salón, en la parte izquierda de la pantalla, y en la derecha también al fondo se observa a Miguel Ángel.
0:01:01	0:05:55		Se observa a todos los equipos en pequeñas discusiones y trabajo al parecer respecto a las hojas de trabajo.
0:05:56	0:07:05		Se interrumpe la vista del grupo debido a una obstrucción de la puerta de entrada
0:07:06	0:08:40		Continúa el trabajo por parte de los equipos.
0:08:41	0:14:35		Se interrumpe la sesión para exponer por parte del experimentador el trabajo que se supone los estudiantes han realizado con respecto a la hoja de trabajo 2. al momento de mencionar que se trabajará en próximas sesiones con 1 calculadora por equipo se observa a Paty pedirle a sus compañeras el manejo de ésta.
0:14:36	0:18:05		Continúa el trabajo en equipo por parte de los estudiantes.
0:18:06	0:20:50		Se observa a Paty discutir con sus compañeras acerca de la posición de los ángulos, involucrando incluso en un momento al experimentador.
0:20:51	0:22:35		Uno de los integrantes de un equipo se para de su lugar al parecer para ir hacia otro equipo a preguntar algo de la hoja de trabajo, pues lleva consigo su calculadora y además la usa.
0:22:36	0:24:30		Continúa el trabajo por parte de los estudiantes.
0:24:31	0:24:45		El experimentador da una llamada de dos minutos más de trabajo en equipo para pasar a una discusión grupal. El equipo de Josué se muestra interesado en la discusión, al igual que el de Paty; al equipo de Miguel Ángel se le observa relajado, quizás en espera de la discusión después de haber terminado ya el trabajo marcado.
0:24:46	0:27:47		Continúa el trabajo por parte de los estudiantes.
0:27:48	0:29:30		El experimentador comienza a retomar la construcción del triángulo rectángulo, dirigiendo la discusión de las preguntas marcadas en la hoja de trabajo.
0:29:31	0:31:20		El experimentador hace énfasis en las respuestas de los estudiantes, algunos de los cuales en este momento consideran sus conjeturas al manipular la figura.
0:31:21	0:33:50		Una de las integrantes del equipo de Paty asevera la relación de lado-ángulo y muestra que su razonamiento es correcto con manifestaciones de alegría y discusiones con sus compañeras. El resto de los equipos continúan atendiendo la discusión dirigida por parte del experimentador.
0:33:51	0:35:10		Continúa la discusión dirigida, exponiéndose por parte de algunos estudiantes aseveraciones acerca de las construcciones realizadas.
0:35:11	0:37:00		Se deja a los estudiantes trabajar con la pregunta 6 de la hoja de trabajo 2. uno de los estudiantes manifiesta dificultades en el trabajo con la calculadora
0:37:01	0:38:15		Se continúa el trabajo por parte de los estudiantes y las indicaciones por parte del instructor con respecto a la finalización de la sesión (poner nombre a las hojas, recoger calculadoras, etc.)
0:38:16	0:40:56		Se escucha el timbre, por lo que se procede a dar por terminado el trabajo con el grupo y a recoger calculadoras. La grabación ya no registra trabajo significativo.

Resumen (Miércoles, 30 de Mayo de 2007):
Para este tercer día, la sesión esta mas dirigida hacia la aplicación del conocimiento de la calculadora en tareas especificas y medulares de la hoja de trabajo 1 y 2, procediendo en la mayoría del tiempo a un debate grupal dirigido por el experimentador. En determinados momentos se aprecian momentos de interés en las discusiones entre miembros del equipo de Paty y de respuestas y participaciones en el debate dirigido por parte de estudiantes cuyas voces solamente se escuchan.

Registro de tiempos y actividades. Etapa Propedéutica.
Cámara: Fija.
Día: Lunes, 4 de Junio de 2007.
Tiempo total: 0:33:06

Tiempo:		Equipo:	Notas:
Inicio:	Fin:		
0:00:00	0:00:20		Se acomoda la cámara al parecer después de haber repartido las calculadoras y d haber explicado la metodología. Se tiene la panorámica de 6 equipos, uno de ellos es el de Miguel Ángel..
0:00:21	0:10:14		Los equipos terminan la hoja de trabajo 3, y se observan en su mayoría muy relajados.
0:10:15	0:16:37		Se comienza una explicación por parte del instructor acerca del manejo del pentágono con el CABRI, además de explicar brevemente la metodología de trabajo para la última sesión..
0:16:38	0:29:30		Continúa el trabajo por parte de los estudiantes en sus hojas de trabajo pendientes. Continúa el trabajo relajado de la mayoría de los equipos; incluso el equipo de Miguel Ángel se observa distraído, no así Miguel Ángel
0:29:31	0:29:55		Parece que el equipo de Miguel Ángel termina con la hoja de trabajo pendiente.
0:29:56	0:33:06		Suena el timbre, y los estudiantes terminan su actividad o al menos de manera desganada acomodan sus lugares para una siguiente clase.

Resumen:
Esta es la última sesión considerada como de conocimiento de la calculadora, lo cual en parte explica el trabajo relajado de la mayoría de los estudiantes, suponiendo que su nivel de dominio es considerable.

Registros de tiempos y actividades. Etapa del *Aprendizaje Colaborativo.*
Cámara: Fija.
Día: Martes, 5 de Junio de 2007.
Tiempo total: 1:08:45

Tiempo:		Equipo:	Notas:
Inicio:	Fin:		
0:00:00	0:03:04		Ajuste de la cámara en la esquina noroeste del salón de clases.
0:03:05	0:03:54		Explicación por parte del experimentador de la dinámica de trabajo.
0:03:55	0:05:30		Se reparten las hojas de trabajo y las calculadoras.
0:05:31	0:06:09		El experimentador retoma las explicaciones, presentando a los filmadores y tratando de alentar a los estudiantes a concentrarse en el la solución de la hoja de trabajo 4.
0:06:10	0:16:35	Minicerebros.	Se observa a 4 equipos comenzar el trabajo, aunque la panorámica de trabajo no es muy nítida, sí se percibe el audio del trabajo del equipo de Emmanuel, uno de los estudiantes entrevistados.
0:16:36	0:17:00		Se escuchan reflexiones acerca del planteamiento de la solución al problema.
0:17:01	0:24:51		Continúa el trabajo por parte de los estudiantes, mientras el experimentador observa y guía el trabajo de algunos equipos.
0:24:52	0:24:58		El experimentador menciona al grupo un límite de 10 minutos más de trabajo.
0:24:59	0:29:03		El grupo continúa con el trabajo en equipos.
0:29:04	0:29:10		El experimentador menciona "segunda llamada" para cambiar al trabajo de preparación de las exposiciones por equipo.
0:29:11	0:35:20		Los equipos continúan con su trabajo.
0:35:21	0:35:47		El experimentador al observar que algunos de los estudiantes ya han establecido una suposición en su formula, invita a los equipos que ya han terminado esta fase a que pasen por material para comenzar su próxima fase (en una hoja de rotafolio, preparar una exposición de sus conjeturas).
0:35:48	0:37:44		Algunos equipos preparan su trabajo para exponer.
0:37:55	0:38:05	Minicerebros.	El experimentador acude al equipo de Emmanuel, quienes parecen sorprendidos de ya haber realizado una conjetura, misma a la cual se invita a preparar.
0:38:06	0:42:09		Continúa el trabajo, observando a mas equipos prepara sus exposiciones.
0:42:10	0:42:30		Se escucha el timbre, por lo que se observa cierta inquietud por parte de los estudiantes, aclarando por parte del experimentador que el tiempo es por esta ocasión de 50 minutos más.
0:42:31	0:46:15		Apremiados por el timbre que indica al final de la hora, los estudiantes se observan más atareados por acabar sus exposiciones.
0:46:16	0:46:34		El experimentador apremia a los equipos que aún no terminan sus conjeturas, a que preparen sus hojas de exposición.
0:46:35	0:49:25		Continúa el trabajo de los equipos.
0:49:26	0:49:43		El experimentador menciona un periodo de 5 minutos más para que los equipos terminen con sus exposiciones.
0:49:44	0:52:20		Los equipos apremian su trabajo.
0:52:21	0:53:05	Minicerebros.	Emmanuel y su equipo llaman al experimentador para explicar sus conjeturas, a lo que se les explica que pueden exponerlas con ala ayuda de la calculadora.
0:53:06	0:56:42		Continúa el trabajo por equipos, para pasar a exponer sus conjeturas.
0:56:43	0:57:03	Los matemáticos.	El experimentador llama a un equipo voluntario para explicar sus conjeturas. El equipo de Miguel Ángel de manera inmediata y espontánea se propone pasar a exponer sus conjeturas.
0:57:04	0:59:30	Los matemáticos.	Se les propone a los equipos terminar su trabajo mientras el equipo de Miguel Ángel ya listo se prepara a participar.

Resumen (Martes, 5 de Junio de 2007):
La cámara fija que se usó durante la aplicación de la Propuesta Metodológica ACODESA provee información útil de momentos determinantes de las fases de la experimentación; sin embargo la calidad de video es regular, por lo que puede usarse solamente como referencia del desarrollo de la aplicación de la metodología y sus situaciones en general, y en algunos casos de los diálogos desarrollados por Josué y su equipo de trabajo.

Registro de tiempos y actividades. Etapa del a*prendizaje colaborativo.*
Cámara: Móvil No. 2.
Día: Martes, 5 de Junio de 2007.
Tiempo total: 1:00:57

Tiempo:		Equipo:	Notas:
Inicio:	Fin:		
0:00:00	0:03:28	varios	Se observa a varios equipos trabajando en la discusión de la hoja de trabajo 4. los integrantes como van ajustando los protagonismos en cada equipo.
0:03:29	0:05:25	Tres chicas	Se observan diálogos para tratar de comprender por un lado la hoja de trabajo y por el otro la implementación de la figura al contexto del problema. Se percibe dominio del CABRI y dificultades en el entendimiento de la hoja de trabajo.
0:05:26	0:09:55	LPK.	El trabajo de Paty parece ser impositivo al manejar la calculadora, aunque sus compañeras participan en la comprensión de la hoja de trabajo. Hay buenos acercamientos de video y calidad en el audio.
0:09:56	0:11:21	Dos chicos y una chica	Los dos integrantes hombres de este equipo discuten en la solución de la hoja de trabajo, mientras su compañera se mantiene al margen, tanto en al discusión como en el manejo de la calculadora. Se observa el manejo de dos herramientas en la calculadora: CABRI y Principal.
0:11:22	0:12:35	LPK.	Paty ya ha asumido el control del equipo, e intenta aplicar la trigonometría, como se pide, sin embargo parece que su solución se basa más en la geometría.
0:12:36	0:14:55	Tres chicas	El experimentador intenta orientar la duda de un equipo acerca del área, tras lo cual, el equipo intenta con la calculadora ir dibujando polígonos de diferente tamaño
0:14:56	0:16:44	varios	Se observan varios equipos trabajos trabajando, sin definir video en concreto.
0:16:45	0:19:17	LPK.	Al parecer una conjetura que hacen Paty y sus compañeras no es correcta y tratan de comprobarlo con la herramienta Home y el CABRI.
0:19:18	0:21:53	Tres chicas	El equipo discute con el experimentador sus suposiciones del área del polígono, a lo cual el equipo discute si sus suposiciones son correctas.
0:21:54	0:27:05	LPK.	Un equipo discute con el experimentador sus conjeturas acerca del área, las cuales se centran más en el planteamiento de la figura y las mediciones en ésta de lados y ángulos. Intentan de nueva cuenta aplicar la trigonometría, pero no están seguras de las relaciones trigonométricas. En este momento se les ocurre dividir la figura.
0:27:06	0:28:57	varios	Se observa el trabajo de aplicación de la fórmula en algunos equipos; aunque no se define el trabajo en video de manera significativa.
0:28:58	0:30:49	Tres chicas.	El equipo pregunta al experimentador acerca del planteamiento para toda la hoja de trabajo. Al parecer aún no se comprende como sacar la fórmula, aunque sí como aplicarla.
0:30:50	0:31:49	Otras tres	El experimentador intenta explicar al equipo como concretar sus suposiciones. Después el equipo intenta trabajar sobre lo discutido, sólo que no se percibe un trabajo definido.
0:31:50	0:32:20	varios	Se observa el trabajo de varios equipos preparando sus exposiciones.
0:32:21	0:32:57	LPK.	Paty y su equipo preguntan a su profesora acerca de su conjetura, la cual varía en resultado a la aplicación de la fórmula y la medición del área en CABRI.
0:32:58	0:35:22	LPK.	Se observa como Paty construye en su figura la descomposición en triángulos para comprobar sus resultados.
0:35:23	0:37:20	Tres chicas	Se observa como el equipo divide la figura del polígono en la hoja de trabajo y luego lo hace en su calculadora. De hecho interactúan su trabajo entre estas dos aplicaciones..
0:37:21	0:37:57	Dos chicos y	En esta parte se observa como trabaja el equipo en preparar su exposición.

		ella	
0:37:58	0:39:47	LPK.	Se observa a paty corroborar sus suposiciones de la descomposición de triángulo en la figura del pentágono regular. Se observa a una de sus compañeras realizar operaciones aritméticas con su teléfono celular.
0:39:48	0:42:55	varios	Los equipos preparan sus exposiciones.
0:42:56	0:46:58	LPK.	Paty observa que al modificar su figura, sus valores cambian, y se lo menciona a sus compañeras. Parecen preocupadas por los cambios entre la figura y la aplicación de su fórmula, pero finalmente corroboran que sus suposiciones son correctas y concluyen entre todas la razón, entre muestras de entusiasmo y un comentario de su profesora.

Resumen (Cámara móvil No. 2. Martes, 5 de Junio de 2007):
La cámara móvil No. 2 contiene tomas cercanas de determinados equipos, uno de ellos en el equipo de Paty, quien fue entrevistada. Las tomas son por tiempos significativos (Entre 3 y 4 minutos) y muy cercanas, por lo que pueden apreciarse detalles interesantes y escucharse con claridad diálogos de los integrantes de los equipos.

Registro de tiempos y actividades. Etapa del a*prendizaje colaborativo.*
Cámara: Móvil No. 1.
Día: Martes, 5 de Junio de 2007.
Tiempo total: 0:03:30 (tiempo lapsado de 13 seg. Reales aprox. por cada segundo del reloj).

Tiempo:		Equipo:	Notas:
Inicio:	Fin:		
0:00:00	0:00:10	Varios	Se observan las interacciones entre los integrantes de los equipos.
0:00:11	0:00:19	Los matemáticos.	Se observa a Miguel y sus compañeros de equipo tratar de aplicar el teorema de Pitágoras y la trigonometría, sin mucho entusiasmo.
0:00:20	0:00:23	Los tres eisteins.	Se observa al equipo tercero que pasó al final a exponer, manejando la calculadora
0:00:24	0:00:26	Tres chicas atrás (carmen)	Uno de los equipos de tres chicas se observan trabajando con la calculadora.
0:00:27	0:00:35	Otras	Se observan tres chicas trabajando con la calculadora y sus hojas de trabajo.
0:00:36	0:00:37		Otras tres chicas trabajan en sus hojas de trabajo
0:00:38	0:00:49	Tres chicas atrás (carmen)	El equipo pregunta al experimentador por el área del pentágono, y este les incita a conjeturar y comprobar sus suposiciones. Este equipo trabaja incluso con una calculadora extra, aportada por alguna de las chicas.
0:00:50	0:00:59	Los tres eisteins.	Los integrantes han ya calculado el área, aunque mencionan la palabra "apotema" no se observa como lo obtienen.
0:01:00	0:01:03	Los matemáticos.	Miguel y su equipo construyen con CABRI un pentágono, que al parecer ya habían construido.
0:01:04	0:01:06	Varios	Se observa una toma general que no logra la atención en equipo alguno.
0:01:07	0:01:19	Otro equipo.	El experimentador sugiere al equipo que prueben utilizar las medidas de los ángulos interiores para aplicar la trigonometría. Las chicas prueban sus conjeturas.
0:01:20	0:01:23	Varios.	S observa el trabajo de varios equipos.
0:01:24	0:01:32	Los tres eisteins.	El equipo comprueba sus suposiciones en la calculadora, comprobando que sus suposiciones son correctas, lo cual hace incluso relajarse a quien hace la comprobación y otro de los integrantes intentar la misma comprobación.
0:01:33	0:01:39	Los matemáticos.	El equipo al parecer termina sus comprobaciones.
0:01:40	0:01:43	Los tres eisteins.	Se observa al equipo seguir manipulando la calculadora, sin percibirse sus verdaderos propósitos. Al parecer comprueban de nueva cuenta sus suposiciones.
0:01:44	0:01:46	Carmen y cia.	Solo se observan trabajando.
0:01:47	0:01:54	Otro equipo	Se observa al equipo trabajando, mencionando el cálculo del perímetro.
0:01:55	0:02:04	Los tres eisteins.	El experimentador ayuda al equipo a realizar una medición en el CABRI; haciendo además correcciones en su hoja de trabajo. Parece que se conforman con haber encontrado el área.
0:02:05	0:02:07	Los matemáticos	Se observa al equipo disponerse a preparar su exposición.
0:02:08	0:02:14	Otro equipo.	Al parecer el equipo termina su trabajo. Una de las integrantes propone comprobar sus suposiciones, haciéndolo al parecer con lápiz y papel.
0:02:15	0:02:25	Carmen y cia.	El equipo pregunta al experimentador acerca de la veracidad de sus suposiciones, a lo que este les sugiere comprobar con la calculadora. Lo hacen y descubren que no tenían un error, solo una duda.
0:02:26	0:02:29	Los tres eisteins.	El equipo prepara su hoja de exposición, sin mucho ánimo, pero con cierta seguridad en sus suposiciones hechas con la calculadora.

Resumen (Cámara móvil No. 1. Día: Martes, 5 de Junio de 2007):
Las tomas que presenta este video son un poco distantes, por lo que la interacción, diálogos y escrituras son poco legibles; sin embargo, las tomas referentes a las exposiciones finales se observan con buena calidad de audio y video.

Registros de tiempos y actividades. Etapa del a*prendizaje colaborativo.*
Cámara: Móvil No. 3.
Día: Martes, 5 de Junio de 2007.
Tiempo total: 1:11:21

Tiempo:		Equipo:	Notas:
Inicio:	Fin:		
0:00:00	0:00:57	Varios	El experimentador se dirige al grupo para dar las instrucciones de trabajo.
0:00:58	0:01:17	Varios	Comienza la observación en panorámica del trabajo de tres equipos diferentes.
0:01:18	0:03:23	Los distraídos	Se observa el trabajo del equipo, quienes se ponen de acuerdo en el uso de la calculadora y la lectura de la hoja de trabajo.
0:03:24	0:13:00	Varios.	La panorámica del trabajo de los equipos no se centra en uno solo, por lo que no es observable ni su trabajo ni sus diálogos.
0:13:05	0:14:55	Los distraídos	El equipo pregunta al experimentador acerca de sus conjeturas, este último no responde si es adecuado o no el planteamiento, por lo que después de un desconcierto del equipo este procede a corroborar sus conjeturas al parecer con la calculadora.
0:14:56	0:17:45	Ellas y él.	Se observa que el equipo realiza conjeturas y pasa directamente de éstas en lápiz y papel a la calculadora para su comprobación.
0:17:46	0:18:31	Dos chicas.	Uno de los equipos realiza una pregunta al experimentador, quien percibe que la pregunta tiene relación con una sesión anterior, por lo que aclara ésto al equipo.
0:18:32	0:21:17	Ellas y él.	El equipo pregunta al experimentador por el apotema, por lo que después de la pregunta prosigue el trabajo en la calculadora, observándose incluso conclusiones acerca de preguntas que hicieron al experimentador.
0:21:18	0:22:45	Dos chicas.	Cambia la panorámica hacia este equipo, quienes se observan distraídas. Después realizan algunas preguntas al experimentador. Las preguntas delatan carencias de conceptos, específicamente del apotema.
0:22:46	0:24:20	Ellas y él	El equipo pregunta al experimentador acerca de sus conjeturas, por lo que este último les invita a cambiar en la calculadora las dimensiones del polígono. Los integrantes se observan interesados en dicha comprobación.
0:24:21	0:27:55	Varios	La panorámica del trabajo cambia, por lo que las imágenes y los diálogos solo muestran panorámicas generales de trabajo
0:27:56	0:29:40	Minicerebros.	Se observan y escuchan conjeturas de los integrantes del equipo de Emmanuel.
0:29:41	0:30:15	Varios	El experimentador invita a los equipos que ya hayan terminado a preparar sus exposiciones.
0:30:16	0:31:20	Minicerebros.	La filmación se centra de nueva cuenta en el trabajo del equipo de Emmanuel.
0:31:21	0:31:53	Varios	El experimentador alienta al grupo a continuar con el trabajo
0:31:54	0:32:50	Dos chicas.	Después de ser atendidas por el experimentador, se observa al equipo de Ivet con cierta distracción motivada quizás por su poco avance en su trabajo.
0:32:51	0:33:23	Varios.	Las tomas son poco definidas hacia algún equipo en particular.
0:33:24	0:33:49	Dos chicas.	Continúa el desanimo de Ivet y su compañera.
0:33:50	0:35:45	Varios	Las tomas son poco definidas hacia algún equipo en particular
0:35:46	0:37:09	Varios	Suena el timbre, y continúa el trabajo por parte de los equipos. Las tomas vuelven a tener atención en varios equipos.
0:37:10	0:38:21	Dos chicas	Ivet pregunta al equipo de "Ellas y él" cómo sacaron el apotema, pero al parecer la breve descripción no les alienta a establecer alguna conjetura en su equipo.
0:38:22	0:39:30	Varios	
0:39:31	0:41:38	Dos chicas	Pareciera que Ivet y su compañera han encontrado un motivo para comenzar a suponer una formula, incluso preguntan al experimentador y éste les

			orienta. Pareciera que sigue siendo el apotema un concepto no aplicado.
0:41:39	0:45:25	varios	Se observa el trabajo en general del grupo terminando sus hojas para sus explicar por equipos sus conjeturas. El experimentador apremia el trabajo.
0:45:26	0:47:32	varios	El experimentador llama al primer equipo voluntario a exponer sus conjeturas ante los demás equipos.
0:47:33	0:50:55	Los matemáticos.	Miguel Ángel y su equipo exponen sus suposiciones al resto de los equipos. Las vistas no son del todo claras debido a la posición de la cámara.
0:50:56	0:54:30	LPK.	Por sugerencia del experimentador, Paty y su equipo pasan a explicar sus conjeturas.
0:54:31	0:58:10	Los tres eisteins.	El equipo de Eliécer expone sus suposiciones ante el resto de los equipos, insistiendo en que no necesitan su hoja.
0:58:11	1:01:50	Minicerebros.	El equipo de Emmanuel pasa a exponer su suposición.
1:01:51	1:03:46	LPK.	Paty pasa a exponer una segunda suposición (no concretada), en donde explican como usarían la trigonometría.
1:03:47	1:05:35	Varios.	El experimentador pregunta si la formula encontrada por cada equipo puede convencer a los clientes del joyero. Se les pide a los equipos concluir las hojas de trabajo, en las cuales se les pedía contestar una serie de preguntas depuse de haber concluido las exposiciones.
1:05:36	1:11:21		Los equipos concluyen sus exposiciones.

Resumen (Cámara: Móvil No. 3. Día: Martes, 5 de Junio de 2007).
La cámara móvil No. 3 contiene muchos momentos en donde las tomas están definidas en un equipo o en una persona en particular (salvo en las exposiciones de los equipos), por lo que proporciona poca información. Partes interesantes se presentan con los equipos de *Josué*, *Ellas y él* y con el de *Dos chicas*.

Registro de tiempos y actividades durante la etapa del Debate Científico al implementar la propuesta metodológica ACODESA. Cada una de las tablas corresponde a su vez a cada persona que manipuló la videocámara, tal como lo indica la columna *cámara.*

Cámara:	**Equipo 1**	**Equipo 2**	**Equipo 3**	**Equipo 4.**	**Observaciones:**
Fija.	0:59:31 – 1:01:28				Los equipos suspenden su trabajo por petición del experimentador para escuchar las explicaciones del equipo de Miguel Ángel.
Fija.	1:01:29 – 1:05:00				Comienza la exposición del equipo de Miguel Ángel (puede observarse en detalle en las cámaras móviles de No. 2 y No. 1).
Fija.		1:05:01 – 1:05:44			El experimentador después de escuchar las explicaciones del equipo de Miguel, pregunta si alguien tiene una propuesta distinta, a lo que Paty y su equipo responde que si y pasan a exponer sus propuesta.
Fija.		1:05:45 – 1:06:31			Paty y sus compañeras explican sus conjeturas. La grabación se suspende al tiempo 01:06:31, al parecer por falta de batería.

Cámara:	**Equipo 1.**	**Equipo 2**	**Equipo 3**	**Equipo 4.**	**Observaciones:**
Móvil No. 2.	0:46:59 – 0:49:20				Entre tomas dispersas a diferentes equipos, en especial el de Paty, se escucha la exposición del primer equipo.
Móvil No. 2.		0:49:21 – 0:52:20			Paty expone las suposiciones de su equipo.
Móvil No. 2.		0:55:26 – 0:57:50			Mientras pasa a exponer un tercer equipo, la toma se centra en una discusión en el equipo de Paty, quienes hacen una nueva suposición, e intentan avanzar con el llenado de la hoja de trabajo, sin atender las explicaciones del equipo que expone en ese momento.

Cámara:	Equipo 1.	Equipo 2	Equipo 3	Equipo 4.	Observaciones:
Móvil No.1	0:02:30 – 0:02:45				Miguel y su equipo exponen a sus compañeros sus conjeturas.
Móvil No.1		0:02:46 – 0:02:59			Paty y su equipo exponen ante sus compañeros.
Móvil No.1			0:03:00 – 0:03:12		El equipo expone sus conjeturas.
Móvil No.1				0:03:13 – 0:03:29	El equipo expone sus suposiciones, explicando el hecho de que su conjetura tiene una tolerancia.

Cámara:	Equipo 1.	Equipo 2	Equipo 3	Equipo 4.	Observaciones:
Móvil No.3	0:47:33 – 0:50:55				Miguel Ángel y su equipo exponen sus suposiciones al resto de los equipos. Las vistas no son del todo claras debido a la posición de la cámara.
Móvil No.3		0:50:56 – 0:54:30			Por sugerencia del experimentador, Paty y su equipo pasan a explicar sus conjeturas.
Móvil No.3			0:54:31 – 0:58:10		El equipo de Eliécer expone sus suposiciones ante el resto de los equipos, insistiendo en que no necesitan su hoja.
Móvil No.3				0:58:11 – 1:01:50	El equipo de Emmanuel pasa a exponer su suposición.
Móvil No.3	1:01:51 – 1:03:46				Paty pasa a exponer una segunda suposición (no concretada), en donde según explican como usarían la trigonometría.
Móvil No.3		1:03:47 – 1:05:35			El experimentador pregunta si la fórmula encontrada por cada equipo puede convencer a los clientes del joyero. Se les pide a los equipos concluir las hojas de trabajo, en las cuales se les pedía contestar una serie de preguntas después de haber concluido las exposiciones.

Tablas de registros de tiempos y descripción de situaciones durante la etapa de autorreflexión realizadas por medio de una entrevista individual a un integrante de cada equipo representativo durante las etapas del a*prendizaje colaborativo* y la *del debate científico.* Las tablas se muestran por equipo.

Equipo: Los Matemáticos.

Preguntas personales	**Preguntas acerca del uso de la calculadora**	**Planteamiento de un nuevo problema**	**Descripción de la Situación**
00:00 - 00:07			Se observa la instalación del entrevistado (Miguel Ángel) y el entrevistador
00:08 - 00:35			Se observa a Miguel hablar por sugerencia del entrevistador acerca de su contexto personal. Se habla acerca de su contexto social y familiar.
00:36 - 00:44			Se aborda el análisis de la actividad realizada en equipo.
	00:45 - 00:52		Comienzan las aportaciones de Miguel Ángel acerca del uso de la tecnología, resaltando las virtudes de la calculadora para facilitar los cálculos (operaciones) básicas..
	00:53 - 00:59		Miguel ángel resalta por sí mismo la herramienta de Geometría dinámica en la calculadora.
		01:00 -01:04	El entrevistador plantea un problema hipotético con respecto al uso de la Geometría Dinámica en la calculadora, a lo que Miguel Ángel plante el uso de la escala, pero no menciona si usará el software de la calculadora o realizará una operación en otro contexto con escalas
		01:05 -01:11	Se le propone a Miguel Ángel si puede resolver otro problema, y se retoma un problema similar al de la prueba que se planteó en su clase a modo de examen
		01:12 -01:18	Miguel comienza a plantear una figura que le ayude a encontrar una solución de su problema.
		01:19 -01:20	Miguel muestra una dificultad para realizar su planteamiento, diciendo incluso: "¡se me estaba olvidando ya!"
		01:21 -01:41	Después de recordar, Miguel describe como resolvería su problema, dibujando un heptágono en la herramienta de Geometría dinámica de la calculadora.
		01:42 -01:55	Una vez trazado el heptágono, Miguel dibuja la apotema e incluso comprueba que la recta que considera como apotema sea perpendicular al lado del pentágono.
		01:56 -01:59	Miguel mide la distancia del apotema, comparando el uso de la tecnología con el uso de las herramientas tradicionales (lápiz y papel).

		02:00 -02:10	Miguel hace un comparativo con la solución tradicional y la que ha realizado, describiendo de manera general como realizaría el trazo en lápiz y papel.
	02:11 - 02:12		El entrevistador pregunta a Miguel acerca de desventajas de la tecnología, las cuales él menciona de acuerdo a su opinión.
		02:13 -02:49	El entrevistador sugiere a Miguel que realice "a mano" su solución; éste la realiza y describe con la ayuda de preguntas por parte del experimentador..
	02:50 - 02:54		El tiempo y batería de la cámara se termina, por lo que se alcanza a preguntar a manera de resumen a Miguel acerca de las ventajas y desventajas de la tecnología.

Análisis de equipo Las LPK.

Preguntas personales	**Preguntas acerca del uso de la calculadora**	**Plantea-miento de un nuevo problema**	**Descripción de la situación.**
02:55 - 03:44			El entrevistador y Paty comienzan la entrevista tratando de tener una conversación informal acerca de su contexto escolar y familiar.
03:45 - 04:00			Paty reconoce haber tenido problemas con las matemáticas al entrar a la secundaria, por lo que requería de ayuda de su padre (quien es ingeniero mecánico).
04:01 - 04:05			Paty por sugerencia del entrevistador, menciona la actitud observada de Miguel, a quien considera como callado, haciendo mención de que el uso de la tecnología probablemente le ayudó a expresarse.
	04:06 - 04:19		La entrevista se centra en el uso de la calculadora como herramienta, la que Paty domina y si ese hecho influyó en el desempeño del equipo durante las sesiones y en la sesión final.
	04:20 - 04:33		Paty menciona el rol de cada uno de los integrantes del equipo y su rol como "manejadora" de la calculadora. En este lapso, Paty menciona que la idea de "partir" el pentágono no fue solamente de ella.
		04:34 – 05:40	El entrevistador pregunta a Paty acerca de una prueba o problema en la que ella plantea la solución que aplicó en la prueba (con lápiz y papel), y le pide que trate de resolverlo con la ayuda de la calculadora. La imagen de la cámara por momentos se torna se nubla por falta de foco, además de que se observan dificultades en la construcción de la figura, mas no en el manejo de la calculadora.
	05:41 - 06:05		Se le pregunta a Paty acerca de las ventajas y desventajas del uso de la calculadora como herramienta. Paty menciona que no le agradan los trazos, por lo que ve en la calculadora una ventaja.
		06:06 – 06:24	El entrevistador pregunta a Paty acerca de la división del pentágono que propuso en la exposición, y de la ventaja que tuvo para ella la calculadora para comprobar sus conjeturas. Ella hace énfasis en la exactitud de las mediciones como ventaja para plantear y corroborar conjeturas.
06:25 – 06:			Termina la batería de la cámara.

Análisis del equipo de los Minicerebros.

Preguntas personales	**Preguntas acerca del uso de la calculadora**	**Plantea-miento de un nuevo problema**	**Descripción de la situación.**
06:25 - 07:02			El entrevistador plantea a Emmanuelle acerca de su ámbito social, familiar y escolar
	07:03 - 07:14		Se plantean las preguntas hacia la prueba realizada con la calculadora, enfatizando en la herramienta de la geometría dinámica.
	07:15 - 07:25		Se orienta a Emmanuelle a que comente como se sintió en la prueba, enfatizando en una "conjetura" (como él mismo le llamó) que él plantea y que reconoce diferente, y por lo tanto con cierto grado de credibilidad.
	07:26 - 07:31		El experimentador pregunta como es que pudo comprobar sus conjeturas con la ayuda de la calculadora. Explica la fórmula que él supone como válida, mencionando incluso el margen de error que él "siempre"obtiene.
		07:32 - 07:40	Se le pide a Emmanuelle que vuelva a construír un pentágono en la calculadora para ahí explicar sus suposiciones. Parece que no esta seguro de repetir su construcción.
		07:41 - 07:45	Emmanuelle describe como a partir de su construcción mide obtiene el perímetro de su figura, dato que ya sabe que necesitará.
		07:46 - 08:21	Se observa que aunque Emmanuelle sabe que necesita medir la apotema, no sabría como hacer dicha medición. El entrevistador recurre al concepto de apotema que el propio Emmanuelle dá; y que una vez recordado intenta aplicar en la figura. Se observan dificultades en el uso de la herramienta ó calculadora en el momento de realizar la medición. Solo se progresa con la ayuda del entrevistador.
		08:22 - 08:36	Una vez realizado el trazo, Emmanuelle recurre a su conjetura y a la formula que todos aplican para el cálculo del área. Reobserva la habilidad para le manejo de la calculadora.
		08:37 - 08:47	En este momento, Emmanuelle compara los resultados de su conjetura y del resultado que le otorga el programa de Geometría analítica, y se sorprende al observar que la diferencia no es la que él esperaba.
		08:48 - 09:04	Emmanuelle corrobora con la ayuda de la calculadora que su conjetura es falsa, incluso mencionando: "ya me pasé del margen de error que tenía"
		09:05 - 09:22	Ocurre un hecho singular: el entrevistador al observar que Emmanuelle se da cuenta de su error le pide a éste que se aborde otra cosa, pero Emmanuelle no deja de usar la calculadora y menciona: "¡quiero ver por que me salió!", y de hecho no deja de trabajar hasta afinar un comparativo en cantidades.
		09:23 - 09:29	Emmanuelle insiste n comprobar su error, y finalmente dice: "arriba de mi margen de error, …… ¡me equivoqué!, ¡Ja!"
	09:30 - 09:36		El entrevistador pregunta acerca de las ventajas o desventajas del uso de la tecnología, en particular de la calculadora. Emmanuelle menciona a manera general que: una conjetura se puede plantear en la libreta, pero no comprobar.
	09:37 - 09:55		Se le pregunta a Emmanuelle acerca del rol de los integrantes del equipo con una calculadora en su trabajo, además del trabajo en el equipo que se relacionaba con las hojas de rotafolio.
10:14 - 09:56 -			Emmnanuelle concluye acerca del uso de la calculadora que es una herramienta que le ayudó a abordar las figuras geométricas bajo una nueva perspectiva que le hizo sentirse en un nivel académico igual al de sus compañeros, resaltando en demasía la aplicación de la Geometría dinámica.