



UNIVERSIDAD MICHOACANA  
DE SAN NICOLAS DE  
HIDALGO

---

---

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO-MATEMÁTICAS  
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO

*Modelado y cálculo de la humedad en el secado del  
papel*

*TESIS*

*Para obtener el título de*

*Maestro en ciencias en ingeniería física*

*PRESENTA:*

*I.Q. JEOVANI GONZALEZ PINEDA*

*DIRECTOR DE TESIS:*

DOCTOR EN CIENCIAS:  
RAFAEL GONZÁLEZ CAMPOS

Morelia, Mich., Agosto 2015

Morelia, Michoacán, 10 de Agosto de 2015.

**DRA. GLORIA GUADALUPE ANDABLO REYES**  
**SECRETARIA ACADEMICA DE LA FACULTAD**  
**DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS**  
**P R E S E N T E.**

**ASUNTO: SOLICITUD AUTORIZACIÓN DE COMITÉ ACADÉMICO DE SINODALES**

Cordial saludo.

Por medio de la presente le solicito la autorización de la referencia, para la evaluación del trabajo de tesis: "Modelado y cálculo de la humedad en el secado del papel", presentado por el I.Q. JEOVANI GONZALEZ PINEDA, con matrícula 0024593E, para obtener el grado de Maestro en Ciencias en Ingeniería Física. El comité propuesto está conformado por los profesores que a continuación se detallan:

Dr. Rafael González Campos – 74009577 (PRESIDENTE)

Dr. Eduardo Salvador Tututi Hernández – 99003155 (VOCAL 1)

Dr. Alberto Mendoza Suárez – 88001822A (VOCAL 2)

Dr. Héctor Igor Pérez Aguilar – 11000210 (SUPLENTE)

Dra. María Guadalupe Garnica Romo – 89000234 (SUPLENTE)

**Atentamente**



I.Q. Jeovani González Pineda  
0024593E  
Solicitante



Dr. Rafael González Campos  
Vo. Bo. Asesor.



Dra. Mary Carmen y Monserrat Peña Gomar  
Coordinadora de la Maestría en Ciencias en Ingeniería Física.  
Vo. Bo.



Dra. Gloria Guadalupe Andablo Reyes  
Secretaria Académica  
Vo. Bo.



Planta MORELIA

---

**A QUIEN CORRESPONDA**

Presente

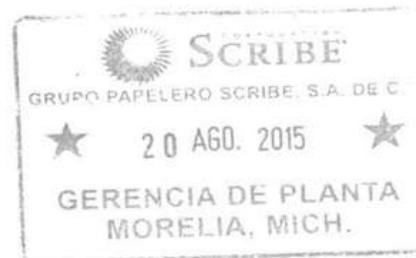
Por medio de la presente autorizo al **I.Q. Jeovani Gonzalez Pineda** haga uso de los datos requeridos para la realización de la Tesis **"Modelado y cálculo de la humedad en el secado del papel"** para obtener el grado de **Maestro en Ciencias en Ingeniería Física**.

Sin más por el momento me despido enviando un cordial saludo.

Atentamente,

  
GRUPO PAPELERO SCRIBE, S. A. DE C. V.  
Planta Morelia

ING. L. GERMAN CASTILLO MACIEL  
Gerente de Planta



- *Sí te ayudó o no, no importa. Igual reprobarás.*
- *No lo haré.*
- *No puedo.*
- *¿Por qué lo deseas tanto?*
- *Porque me dijeron que no lo lograría.*

### *Hombres de honor*

*Puede ser un héroe lo mismo el que triunfa que el que sucumbe, pero jamás el que abandona el combate. Quizá ganen los impertinentes medio mundo, pero los constantes poseen el mundo entero.*

*Thomas Carlyle*

## AGRADECIMIENTOS

Mi gratitud es muy extensa, ya que soy afortunado de contar con muchos profesores y amigos que en todo momento, y que de alguna u otra forma, me han brindado su apoyo y han dado pasos a mi lado durante esta travesía.

Agradezco a mi asesor por depositar su confianza en el proyecto y haber hecho de éste una realidad; por sus conocimientos transmitidos y su entera disposición ante toda circunstancia. Dr. Rafael González Campos, mi infinita gratitud.

Quiero hacer especial mención a los Ingenieros German Castillo y Fausto Cortes, por el apoyo inconmensurable en la apertura total de la información y los conocimientos compartidos para que este proyecto fuera aplicable en Grupo Papelero Scribe S.A. de C.V. Planta Morelia.

Recalcar mi agradecimiento a toda mi familia en general. A mis tres Madres, a mi hermana Aleli. A mi esposa Cindy y mi hija Amy Jimena, quienes han hecho grandes concesiones, perdiendo durante muchos días y noches, al esposo y al padre, solo para que este objetivo sea hoy una realidad. Cindy gracias porque siempre has creído en mí, y tu confianza y apoyo han sido los pilares para mantenerme en pie. Jimenita porque tú amor de hija es mi razón de vida. ¡Gracias!

...Y por supuesto a Dios.

## RESUMEN

Se siguió un procedimiento metodológico para desarrollar un modelo matemático que describiera el transporte de humedad durante el proceso secado del papel en una máquina moderna.

Se identificaron los mecanismos de transporte de masa y calor, iniciando con una revisión de investigaciones sobre el secado de sólidos y la mecánica de fluidos en medios porosos.

Se realiza un estudio del proceso de fabricación del papel en la máquina del Grupo Papelero Scribe S.A de C.V. Planta Morelia, profundizando en el proceso de secado, donde particularmente se realizan mediciones de las condiciones de operación, para conocer y determinar las variables que de forma directa inciden en dicho proceso y que serán necesarias para la evaluación del modelo matemático propuesto.

En la fabricación y producción en masa del papel, el proceso de secado desempeña una tarea medular para la estabilidad y eficiencia del proceso en general, así como para que el producto final cumpla con las características requeridas para los fines que se empleará.

Se propuso un modelo para describir el proceso de secado del papel y calcular el porcentaje de humedad al final de la etapa de pre-sequería, representado en un sistema de ecuaciones diferenciales parciales de transferencia de masa y calor. El modelo se resolvió analíticamente y determina con precisión la humedad esperada.

El costo del secado del papel, por medio de la energía del calor latente que cede el vapor de agua, es muy elevado. Por lo que se propuso un perfil de temperaturas para los secadores, con lo cual, de acuerdo al modelo matemático desarrollado, se predice que la humedad a la salida de la etapa de pre-sequería está dentro del rango requerido. Esta propuesta representa un incremento en la productividad y una disminución en los costos de fabricación del papel.

**Palabras clave:** Modelado, cálculo, humedad, secado, papel.

## ABSTRACT

A methodology was followed to develop a mathematical model to describe the transport of moisture during the drying process in a modern paper machine.

Mechanisms of heat and mass transport, starting with a review of research on the drying of solids and fluid mechanics in porous media were identified.

A study of the papermaking process is performed on the machine Papelero Group Scribe SA de CV Morelia plant, furthering the drying process, particularly where measurements of operating conditions are made to determine the variables that directly affect this process and that will be necessary to the evaluation of the proposed mathematical model.

In manufacturing and mass production of the paper, the drying process plays a core task for the stability and efficiency of the overall process as well as for the characteristics required of the final product demanded by the consumer.

A model of drying of paper is proposed. This model, which consists in a system of partial differential equations for the mass and heat transfer, is used to compute the percentage of moisture at the end of the pre-drying section. The model was solved analytically and accurately determines the expected humidity.

The cost of drying the paper by using of the latent heat energy that gives the water vapor is very high. Therefore a temperature profile for dryers is proposed, which, according to the mathematical model, predicted that the moisture at the end of pre-drying section is within the required range. This proposal represents an increase in productivity and a decrease in the cost of papermaking.

**Keywords:** Modeling, calculation, moisture, drying, paper.

# ÍNDICE

<b>CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN</b> .....	1
<b>1.1 Antecedentes y justificación</b> .....	1
1.1.1 Pulpeo .....	2
1.1.2 Refinación.....	2
1.1.3 Mezclado y agregado de aditivos.....	2
1.1.4 Limpieza .....	3
1.1.5 Depuración.....	3
1.1.6 Formación de la hoja .....	4
1.1.7 Prensado en húmedo .....	4
1.1.8 Secado .....	5
1.1.9 Estucado.....	6
1.1.10 Calandrado.....	7
1.1.11 Bobinado .....	7
1.1.12 Cortado .....	8
<b>1.2 Descripción del problema e hipótesis</b> .....	10
<b>1.3 Objetivos</b> .....	12
<b>CAPÍTULO 2: MARCO TEÓRICO</b> .....	13
<b>2.1 Secado de sólidos</b> .....	13
<b>2.2 Mecanismos de transporte internos de masa.</b> .....	14
<b>2.3 Mecánica de fluidos en medios porosos</b> .....	15
<b>2.4 Porosidad</b> .....	17
<b>2.5 La ecuación de continuidad</b> .....	17
<b>2.6 La ecuación de movimiento: ley de Darcy</b> .....	18
2.6.1 Extensiones de la ley de Darcy.....	18
<b>2.7 Transferencia de calor a través de un medio poroso.</b> .....	19
2.7.1 La ecuación de la energía. ....	19
<b>2.8 La aproximación de Oberbeck-Boussinesq</b> .....	21
<b>2.9 Convección natural interna</b> .....	21

<b>CAPÍTULO 3: METODOLOGÍA Y DESARROLLO DEL MODELO</b> .....	25
<b>3.1 Modelo descriptivo</b> .....	25
<b>CAPÍTULO 4: CÁLCULOS Y RESULTADOS</b> .....	29
<b>4.1 Mediciones y estudio de las secciones de secado</b> .....	29
<i>4.1.1 Perfil de temperatura de la superficie de los cilindros y de la hoja a la salida de cada secador.</i> .....	30
<i>4.1.2 Perfil de temperatura de bulbo seco y húmedo en cada “pocket”</i> .....	32
<i>4.1.3 Humedad relativa.</i> .....	35
<i>4.1.4 Humedad absoluta</i> .....	37
<i>4.1.5 Presión de vapor</i> .....	39
<i>4.1.6 Fuerza motriz</i> .....	42
<b>4.2 Cálculos y resultados de la humedad</b> .....	48
<b>CAPÍTULO 5: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES</b> .....	56
<b>BIBLIOGRAFÍA</b> .....	57
<b>APÉNDICES</b> .....	60
A. Notebook en Mathematica del cálculo de la humedad para el Kromos 68 gr/m <sup>2</sup> .....	60
B. Notebook en Mathematica del cálculo de la humedad para el Fotobond 75 gr/m <sup>2</sup> .....	63
C. Notebook en Mathematica del cálculo de la humedad con el perfil de temperaturas propuesto para el Fotobond 75 gr/m <sup>2</sup> . .....	66
D. Tablas de vapor .....	69
E. Tablas de la densidad del agua a diferentes temperaturas.....	72

# CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN

## 1.1 Antecedentes y justificación

El papel y los productos papeleros tienen marcada importancia en la vida cotidiana, sus aplicaciones son ilimitadas y se encuentran en continuo desarrollo para obtener productos especiales. El nombre de “papel” se deriva de la planta llamada *Cyperus papyrus*, que en el antiguo Egipto se utilizó como el primer material de escritura uniendo entre sí finas láminas del tallo de esta planta, aunque el papel auténtico fue inventado en China (siglo I d.C.) y elaborado a partir de la corteza de la morera papirifera (*Broussonetia Papyrifera*) y de residuos agrícolas (paja de arroz, cáñamo, algodón, etc.) (Colom et al., 1984). Después de varios siglos, el arte de la fabricación del papel alcanzó el oriente medio (siglo VIII) y más tarde, a través de la España árabe, al resto de Europa utilizando como materias primas trapos de lino y algodón; en el siglo XV existían múltiples molinos papeleros en España, Italia, Alemania y Francia (Smook, 2002). En el siglo XX se desarrolla rápidamente nuevas tecnologías e implementaciones en el sector papelerero con la introducción de nuevas materias primas (fibras madereras - no madereras y fibras sintéticas), técnicas de cocción y blanqueo en continuo (múltiples etapas), estucado en máquina, formación en seco, entre otros avances han permitido mejorar la productividad y cumplir con la creciente demanda que no se ha visto obstaculizada por la tecnología electrónica.

En la actualidad el proceso de fabricación de papel se divide en una serie de operaciones que a continuación se describen en el orden que se llevan a cabo durante su producción en línea, [16]. Para efectos del presente trabajo se contará con las instalaciones de la máquina de papel de Grupo Papelerero Scribe S.A. de C.V. Planta Morelia.



Figura 1.- Grupo Papelerero Scribe S.A. de C.V., Planta Morelia.

### 1.1.1 Pulpeo

Es la operación mecánica por medio de la cual se somete a una fuerte agitación, en suspensión acuosa, la celulosa que viene en base húmeda (con un contenido de 65 a 70% de humedad) con el fin de desfibrarla y obtener una mezcla uniforme con una consistencia del 4% de contenido de fibra en peso, lo anterior tiene lugar en un equipo denominado hidrapulper provisto de un rotor central con cuchillas de desgaste instaladas en el fondo.



Figura 2.- Proceso de pulpeo.

### 1.1.2 Refinación

Es la operación por la cual, mediante la acción de un trabajo mecánico y en presencia de un medio acuoso, se modifica la morfología de las fibras y su estructura físico-química, es decir, se acorta la longitud de la fibra (corte transversal) o bien se le somete a fibrilación (corte longitudinal) lo anterior va de acuerdo a las características físicas que se requieran en el producto terminado, como son, resistencia al rasgado, a la tensión, rigidez, etc.



Figura 3.- Tren de refinadores para celulosa.

### 1.1.3 Mezclado y agregado de aditivos

Después del proceso de refinación y de acuerdo a la composición deseada se mezclan los diferentes tipo de celulosas (fibra larga -de pino-, fibra corta -de encino y eucalipto-) y se les agregan los aditivos como son: encolante, agente de retención, sulfato de aluminio, colorantes, microbicidas, carbonato de calcio y almidones.



*Figura 4.- Tanque de pasta mezclada.*

#### *1.1.4 Limpieza*

Una vez mezcladas las diferentes especies de celulosas formando una pasta con aproximadamente 3% de consistencia se hace pasar por una serie de separadores ciclónicos en los cuales mediante la diferencia de densidades y por la acción de la fuerza centrífuga se separan los materiales y/o impurezas que contiene la pasta.



*Figura 5.- Sistema de limpiadores.*

#### *1.1.5 Depuración*

Operación mediante la cual por la diferencia de dimensiones se separa la pasta (mezcla de las celulosas y aditivos) de todas aquellas partículas y/o impurezas que perjudican el papel y pueden causar problemas durante su proceso de fabricación.



*Figura 6.- Sistema de depuradores.*

### 1.1.6 Formación de la hoja

Una vez limpiada y depurada, la pasta es alimentada a la caja de distribución, en donde se trabajan consistencias en el rango de 0.3 a 1% de acuerdo al gramaje que se vaya a producir; por tanto la cantidad de agua que debe ser eliminada para obtener un papel con un contenido de humedad de 4 a 5% está en el rango de 100 a 500 m<sup>3</sup>/ton de papel seco. La caja de distribución vierte la pasta uniformemente a todo lo ancho de la mesa de formación, misma que esta provista de una tela en forma de banda sinfín, de malla con un claro determinado que funciona como una coladera y la cual corre sobre unos rodillos, en donde el agua se drena por gravedad y por contacto con elementos de drenado (celdas cerámicas), cajas de succión abajo y arriba de la tela inferior y superior, respectivamente, a la salida de esta sección el contenido de humedad es de aproximadamente el 80%.



*Figura 7.- Mesa de formación Top Former, en Scribe Planta Morelia.*



*Figura 8.- Inicio y salida de la mesa de formación.*

### 1.1.7 Prensado en húmedo

De la mesa de formación la hoja pasa a la sección de prensas donde la hoja se somete a presión entre 2 rodillos siendo conducida la hoja por un fieltro el cual es una banda sinfín de material sintético el cual recibe el agua que es obligada a salir de los poros de la hoja. En la máquina de esta fábrica se trabaja con 2 prensas, la primera está compuesta por dos rodillos, siendo el inferior liso y el superior un cilindro perforado revestido con una malla de polipropileno. La segunda prensa está constituida por un rodillo superior liso y uno inferior acanalado, por lo que el agua extraída en la primera prensa pasa al fieltro y de ahí es succionada por el cilindro superior por medio de vacío, en la segunda prensa el agua pasa al fieltro y de este a los canales del rodillo inferior de donde es desalojada por gravedad. A la salida de la sección de prensas el papel sale con un contenido de humedad del 65%.



*Figura 9.- Primera y segunda prensa.*

### *1.1.8 Secado*

El papel húmedo de la sección de prensas se pasa por una serie de secadores calentados con vapor, de 60 in. de diámetro y 192 in. de cara, se seca hasta contener aproximadamente  $2\% \pm 1$  al salir de la tercera sección de secado (pre-sequería) y  $4\% \pm 1$  al salir de la cuarta sección de secado (post-sequería).

La teoría del secado o remoción de agua depende de un fenómeno físico llamado presión de vapor, es decir, para que la humedad de la hoja pueda escapar de ella, se necesita que la presión de vapor del agua dentro de la hoja sea mayor que la presión de vapor en el aire que circula arriba de ésta. Para desarrollar dicha presión o fuerza motriz, la hoja es calentada sobre un secador. Como todas las otras condiciones permanecen constantes, entre más calor aplicado, más grande será la fuerza motriz y más rápidamente la humedad escapará.

El papel se mantiene firmemente contra los cilindros secadores por medio de una lona (banda sin fin, con cierta permeabilidad) la cual ayuda también a pasar el papel a través del banco de secadores.

El conjunto de secadores está dividido en cuatro secciones, teniendo cada una de ellas su propia lona superior e inferior (excepto la primera sección que cuenta con sólo una lona). En las tres primeras secciones se cuenta con un total de 35 secadores y en la cuarta sección con 14.

El vapor y el condensado entran y salen del secador, respectivamente a través de una junta giratoria instalada sobre el eje del cilindro, requiriéndose de una altura de aspiración de 30 in. para un secador de 60 in. de diámetro. Entre el sistema del secador y la línea de condensado, debe haber una diferencia de unas  $2 \text{ lb}_f/\text{in}^2$  de presión para hacer subir el agua por el tubo del sifón. La instalación consta de tres etapas de secado antes del estucado y una después.

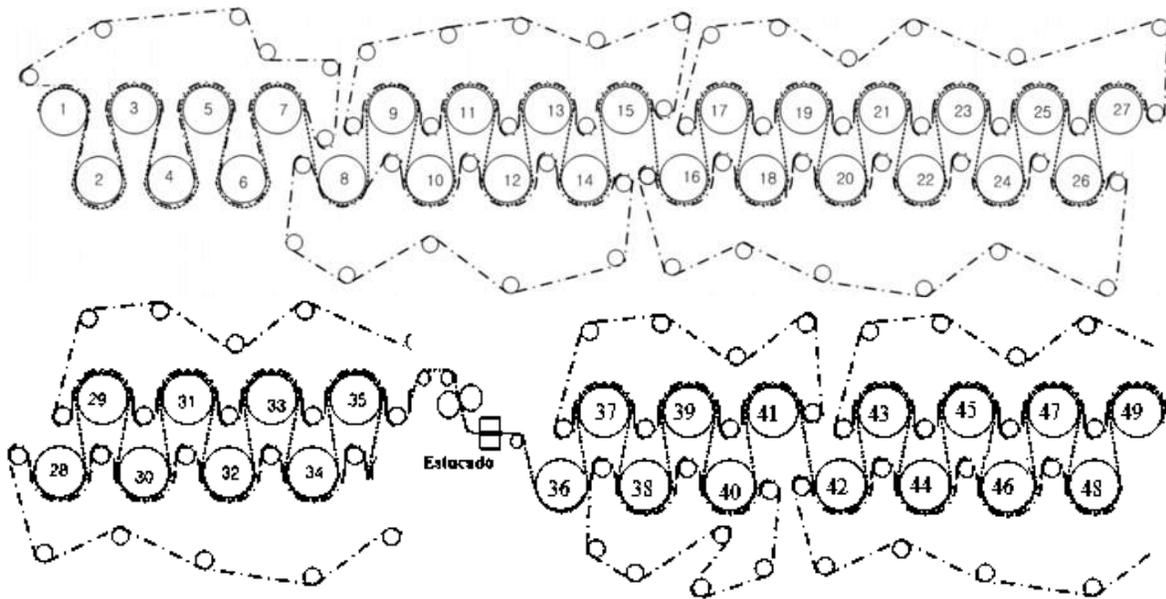


Figura 10.- Esquema de la configuración de las secciones de secado.

Cuando el papel es secado sobre cilindros calentados, la película de agua que se encuentra en la superficie expuesta al ser evaporada se pasa a través de los poros, esto hace posible que el vapor desplace el agua alejada en los mismos y la elimine. Al tener un gradiente de temperatura en la hoja, parte de este vapor será condensado dentro de la hoja y el resto calentará el agua del interior de la hoja y la arrastrará hasta el otro extremo o cara de la misma, y entre tanto los huecos creados por la evaporación en los capilares de la superficie se vuelven a llenar por capilaridad por el agua de los huecos del interior de la hoja, así el agua fluye y se evapora por ambas caras de la hoja.



Figura 11.- Secciones de secado.

### 1.1.9 Estucado

Operación que consiste en cubrir la superficie del papel con un material en estado líquido dándole a la hoja una serie de propiedades adecuadas para la impresión. En el caso particular de la máquina en cuestión, el material líquido con el que se realiza el estucado consiste en un almidón de papa mezclado con un colorante. Debido a la estructura porosa del papel, cuando éste entra en contacto con la tinta de impresión, ésta tiende a extenderse

en todas direcciones. Para evitar esto, es necesario conseguir una superficie lisa y uniforme. Además de lo anterior, el papel estucado tiene una gran cantidad de propiedades, como son: alta resistencia al agua, bajo poder absorbente, lo cual hace que se consuma menos tinta a la hora de imprimir, superficies muy finas, pH alcalino, lo cual proporciona mayor facilidad para el secado de tintas, mayor nitidez en las imágenes impresas, etc.



*Figura 12.- Estucado o prensa de encolado.*

#### *1.1.10 Calandrado*

La calandra consta de una serie de rodillos (en la máquina de Planta Morelia, consta de 6 rodillos) colocados uno sobre otro, que giran haciendo pasar la hoja entre el primero y segundo rodillo inferior y donde el peso nominal de los rodillos superiores presionan la hoja para conferirle propiedades de lisura y espesor, principalmente, e infiriendo en cierta medida en el brillo y/o blancura del papel. Después de pasar por la calandra, el papel es enrollado en un rodillo denominado mandril, el ancho de la hoja y el radio del rollo dependen del papel fabricado pero van desde 4.25 a 4.45m y de 0.33 a 0.53m, respectivamente.



*Figura 13.- Rodillos de calandra y escáner ABB.*

#### *1.1.11 Bobinado*

La operación de bobinado tiene la misión de cortar (bobinar) el rollo (rollo maestro) que sale de la máquina (después haber pasado por la calandra) en bobinas con las dimensiones (ancho y altura) y características determinadas, solicitadas por el cliente.



*Figura 14.- Rollo fabricado y bobinado.*

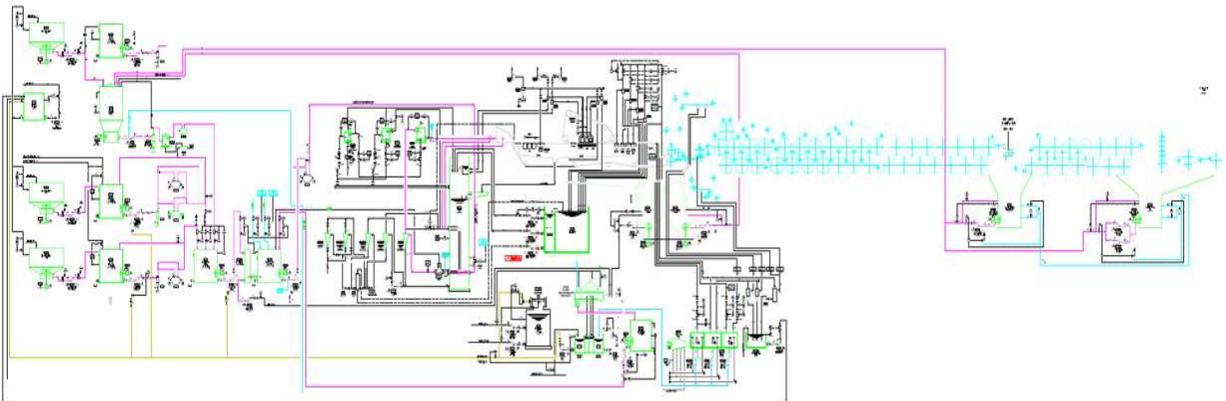
### *1.1.12 Cortado*

La bobina de papel es sometida a la operación de cortado, en una máquina específica, en piezas rectangulares cuyas dimensiones (ancho y largo) están normalizadas en los formatos, carta, oficio y doble carta.



*Figura 15.- Proceso de cortado, paquetes de papel.*

Mediante el siguiente diagrama se muestra la secuencia del proceso de fabricación de papel de forma muy general en cada una de las operaciones descritas con anterioridad.



*Figura 16.-DTI, Máquina de papel, Scribe Morelia.*

Aunque el secado de sólidos es una operación ampliamente usada, su descripción matemática ha sido difícil de generalizar debido a la diversidad de materiales, métodos y mecanismos de transporte de masa, calor y cantidad de movimiento involucrados.

La necesidad de contar con relaciones o descripciones matemáticas se ha hecho más evidente con el avance tecnológico en sistemas de cómputo, que facilitan el manejo y solución numérica de ecuaciones.

El transporte de humedad durante el secado del papel se manifiesta por la coexistencia de varios fenómenos, que se manifiestan en diferentes tiempos y con diferentes intensidades.

El modelamiento de fenómenos de transporte, con frecuencia se presentan varias preguntas: ¿Cómo identificar cada mecanismo?, ¿Cómo evaluar su participación?, ¿Cómo formular las ecuaciones de tal manera que podamos describir el fenómeno? Si podemos evaluar cuales mecanismos participan, en que momento empiezan a ser importantes y si se incorpora la descripción de cada uno de estos mecanismos, tendremos un modelo adecuado del fenómeno.

El contenido de humedad es una variable importante de la calidad en la fabricación del papel. Hay un considerable incentivo económico en mantener la humedad bien regulada. Una máquina de papel moderna fabrica alrededor de 1000 ton por día. Con un precio de papel de 900 dolares/ ton, la reducción de variaciones de humedad de 0.1% corresponde a un ahorro de más de 300 000 dolares/año.

Un buen modelo de la dinámica del secado del papel es esencial para un buen control de humedad, y por consiguiente para reducir sus costos de producción, es aquí donde radica la justificación del presente trabajo.

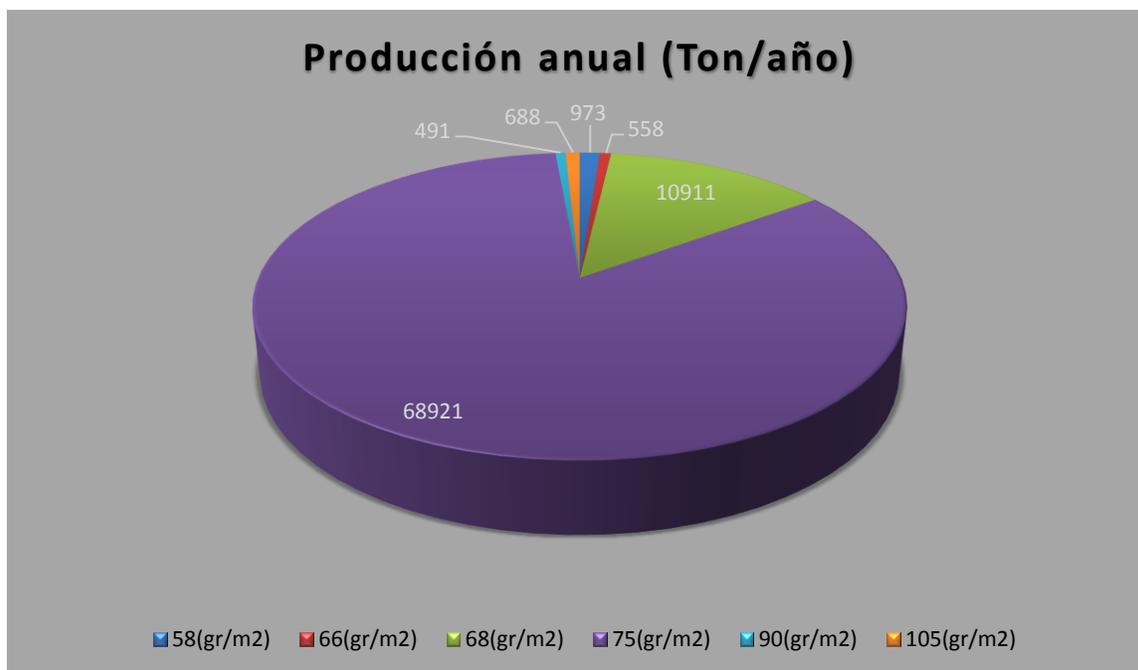
## 1.2 Descripción del problema e hipótesis

En la máquina de papel del Grupo Papelero Scribe S.A de C.V Planta Morelia, se fabrican principalmente papeles para escritura y fotocopiado, con gramajes de 58 gr/m<sup>2</sup>, 66 gr/m<sup>2</sup>, 68 gr/m<sup>2</sup>, 75 gr/m<sup>2</sup>, 90 gr/m<sup>2</sup> y 105 gr/m<sup>2</sup>, siendo los más comúnmente producidos los de 68 gr/m<sup>2</sup>, y 75 gr/m<sup>2</sup>, los cuales representan un volumen total de la producción del 13.22% y 83.50%, respectivamente.

<i>Papel (gr/m<sup>2</sup>)</i>	<i>Producción anual (Ton/año)</i>	<i>Volumen de producción (%)</i>
58	973	1.18
66	558	0.68
68	10 911	13.22
75	68 921	83.50
90	491	0.59
105	688	0.83
<i>Total</i>	82 542	100.00

*Tabla 1.- Producción anual de la máquina de papel en el año 2014 de acuerdo a los gramajes fabricados en Scribe planta Morelia.*

A continuación se muestra en una gráfica las toneladas producidas en la máquina de Scribe planta Morelia según los tipos de gramajes fabricados en el año 2014.



*Grafica 1.- Producción anual según gramajes, de la máquina de papel de Scribe en planta Morelia.*

En la fabricación de gramajes de  $75 \text{ gr/m}^2$ , y mayores a estos, es cuando se presenta la dificultad de secado en la pre-sequería, es decir, en las primeras tres etapas de secado; no se logra llegar al porcentaje de humedad requerido a la salida de dicha zona. Los factores que influyen en esta deficiencia pueden ser muchos y van desde la mala calidad del vapor suministrado a los cilindros secadores hasta una atmosfera inadecuada dentro de las secciones de secado. Las variaciones de la temperatura en las superficies de los secadores y en la hoja de papel en dichos puntos son la principal causa de problema.

La mecánica de fluidos estudia las leyes del movimiento de los fluidos y sus procesos de interacción con los cuerpos sólidos. La mecánica de fluidos como hoy la conocemos es una mezcla de teoría y experimento que proviene por un lado de los trabajos iniciales de los ingenieros hidráulicos, de carácter fundamentalmente empírico, y por el otro del trabajo de básicamente matemáticos, que abordaban el problema desde un enfoque analítico. Al integrar en una única disciplina las experiencias de ambos colectivos, se evita la falta de generalidad derivada de un enfoque estrictamente empírico, válido únicamente para cada caso concreto, y al mismo tiempo se permite que los desarrollos analíticos matemáticos aprovechen adecuadamente la información experimental y eviten basarse en simplificaciones artificiales alejadas de la realidad.

El secado del papel es un proceso intermedio de su fabricación, pero de mayúscula importancia, para que éste cumpla los requerimientos y características que el cliente demanda.

A lo largo de la superficie de la hoja de papel húmedo, la velocidad de secado es constante y es influenciada por la temperatura de la superficie libre, el coeficiente de transferencia de masa y la presión diferencial de vapor entre la superficie del papel y el medio secante (cilindro secador), durante este punto el agua que es evaporada de la superficie del papel va siendo reemplazada por agua extraída de los huecos y de los capilares de la hoja.

Cuando el papel pasa a través de los cilindros secadores, la evaporación comienza rápidamente, la película de agua que se encuentra en la superficie expuesta al ser evaporada se pasa a través de los poros, esto hace posible que el vapor desplace el agua alejada en los mismos y la saque hacia afuera. Al tener un gradiente de temperatura en la hoja, parte de este vapor será condensado dentro de la misma y el resto calentará el agua del interior y la arrastrará hasta el otro extremo, y entre tanto los huecos creados por la evaporación en los capilares de la superficie se vuelven a llenar por capilaridad por el agua de los huecos del interior de hoja, así el agua fluye y se evapora por ambas caras de la hoja.

Debido a que el papel es un material poroso e higroscópico, es posible utilizar la mecánica de fluidos convencional y la transferencia de calor por convección para describir el proceso de secado del papel, es decir, se hará uso de:

- i. La ecuación de continuidad, que describe la conservación de la masa.
- ii. La ecuación de movimiento, ley de Darcy.

- iii. La ecuación de la energía, que expresa la primera ley de la termodinámica en un medio poroso.
- iv. La aproximación de Oberbeck-Boussinesq, que describe la densidad del fluido en función de la temperatura.

La aplicación de esta teoría encaja al proceso de secado del papel, ya que la evaporación, producto del intercambio del calor latente del vapor que calienta al cilindro secador y este a su vez al papel húmedo (medio poroso), no es más que el resultado del movimiento de un fluido (el agua) a través de un medio poroso.

### **1.3 Objetivos**

El objetivo general de este trabajo es modelar el efecto del secado por evaporación en la pre-sequería y calcular el porcentaje de humedad en la hoja de papel al final de dicha zona.

La cantidad de agua que se debe remover en el proceso de secado por evaporación es muy alta, el costo de operación por estos medios es 7 veces más alto que por medios mecánicos, ya que esto involucra la generación de vapor, lo cual origina una serie de costos como es el tratamiento de agua para alimentar a las calderas y el costo del combustible utilizado, etc.

Los objetivos particulares derivados de lo anterior, son los siguientes:

- I. Realizar un análisis o estudio de secado de las condiciones de operación en la máquina de papel de Scribe Morelia, para examinar los factores relevantes que inciden en dicho proceso.
- II. Determinar las condiciones óptimas de operación que inciden en la eficiencia del secado del papel.
- III. Proponer un esquema del perfil de temperaturas en la etapa de pre-sequería que requiera un menor consumo de vapor y por tanto que disminuya los costos de producción.

## CAPÍTULO 2: MARCO TEÓRICO

### 2.1 Secado de sólidos

El secado de sólidos es un proceso complicado que involucra fenómenos acoplados de transferencia de masa y calor. El comportamiento del secado puede estar influenciado por una gran variedad de factores independientes, incluyendo, por ejemplo condiciones ambientales de temperatura, velocidad del aire y humedad relativa y propiedades del sólido tales como la densidad, porosidad e higroscopicidad. La caracterización del comportamiento de secado mediante la experimentación requiere de un gran esfuerzo debido al excesivo número de variables que deben ser consideradas. El análisis de variables puede realizarse más adecuadamente con la ayuda de modelos matemáticos realistas. El desarrollo de modelos matemáticos para describir el secado de sólidos ha sido tópico de investigación en muchos campos de aplicación. Modelos realistas incluyen los diferentes mecanismos que ocurren en el fenómeno.

Uno de los primeros análisis del secado de sólidos fue realizado Lewis [19], quien postuló que el secado consistía de dos procesos, la difusión de humedad en el interior del sólido y la evaporación de la humedad desde la superficie del sólido.

Comings y Sherwood [7], indicaron que la acción capilar podría ser un mecanismo importante en el movimiento de líquido durante el secado de sólidos porosos, advirtiéndose que el término difusión debiera ser aplicado con cuidado.

El transporte debido a fuerzas capilares se presentó en términos de gradientes de contenido de humedad y temperatura resultando al final una ecuación del tipo difusiva. Ecuaciones similares de masa y calor en medios porosos fueron realizadas por Luikov [20]. Las ecuaciones diferenciales aplicadas a medios porosos fueron inferidas de manera intuitiva guiada por los resultados experimentales y las ecuaciones de conservación.

El secado está dividido típicamente por un periodo de velocidad constante y un periodo de velocidad decreciente. La velocidad de secado en el primer periodo está determinada por condiciones externas al material las cuales incluyen temperatura, velocidad del aire, presión total y presión parcial de vapor. La resistencia controlante puede estar asociada con la transferencia de energía en el sólido o la transferencia de masa fuera del sólido. La transferencia de masa durante el periodo de velocidad constante involucra difusión de vapor de agua desde la superficie del sólido hacia la capa límite del medio de secado. Durante el periodo de velocidad decreciente, la velocidad de secado disminuye con el tiempo y la velocidad de transferencia interna de masa a la superficie del material controla el proceso. Un periodo de velocidad decreciente puede ser observado cuando la resistencia a la transferencia interna de masa es controlante y la presión de vapor de la superficie del sólido disminuye conforme disminuye el contenido de humedad.

Mediciones de la temperatura de la muestra durante el secado ayudan a identificar si el proceso es controlado por la transferencia de energía o masa. Una temperatura del sólido

igual a la temperatura de bulbo húmedo (temperatura indicada por un por un termómetro cuyo bulbo está cubierto por una vestidura humedecida y por la cual la mezcla aire-vapor pasa rápidamente) del medio de secado es característica de un control por transferencia de energía. Si la muestra alcanza la temperatura de bulbo seco (temperatura de la mezcla aire-vapor de agua) la transferencia de masa es la controlante, es decir, es la que gobierna el proceso.

En el secado de material con alto contenido de humedad (>1 kg. de H<sub>2</sub>O/kg de sólido seco) es necesario considerar el transporte de energía.

La transferencia de masa y calor por convección está asociada con el cambio de energía y masa entre una superficie y un fluido adyacente. Los coeficientes de transferencia convectivos están relacionados con las propiedades del fluido, con sus características dinámicas y con la geometría del sistema específico que se estudia.

## 2.2 Mecanismos de transporte internos de masa.

Para un medio poroso se puede distinguir la existencia de varias etapas en el transporte interno de humedad [18] como se muestra en la figura 3. Primero el poro está lleno de líquido que emigra deslizándose por las paredes capilares permitiendo que se formen bolsas de aire (“pocket”) que reemplazan la pérdida de humedad, posteriormente que la humedad se ha removido de la parte más ancha del poro, la humedad emigra deslizándose por las paredes del capilar y por sucesivas evaporaciones y condensaciones en los puentes de líquido que se forman en las partes estrechas del poro, finalmente los puentes de líquido se evaporan totalmente quedando la humedad adsorbida siguiendo un proceso de adsorción desorción llegándose a un equilibrio del material con el ambiente. Ésta descripción se particulariza para cada material principalmente por la estructura del material, esto es, estará influida por la existencia de micro y macro poros, así como por su distribución en el material.

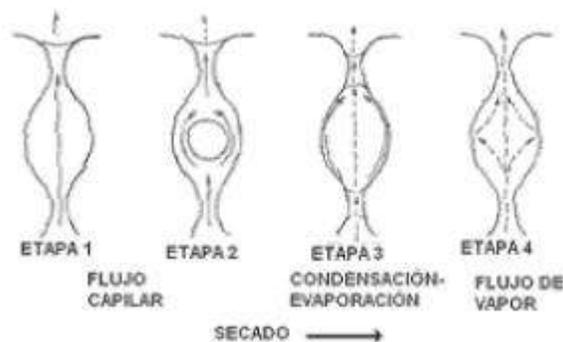


Figura 17.- Etapas del movimiento de humedad durante el secado de un medio poroso.

Se han propuesto diversos mecanismos de transferencia interna de masa [4], [31]. Tomando en cuenta la fase que se transporta, la transferencia del líquido puede darse por difusión, flujo capilar, difusión superficial y flujo hidrodinámico. La transferencia de vapor

se puede dar como, difusión mutua, difusión tipo Knudsen, efusión, flujo hidrodinámico (difusión tipo Stefan, difusión tipo Poiseuille), evaporación-condensación y en ciertos casos se puede dar el transporte debido a presión osmótica, por acción de gravedad, por encogimiento del material, etc.

Un modelo matemático que describa adecuadamente el fenómeno fundamental del proceso de secado es de gran importancia para el análisis de la operación así como para el diseño y la optimización del proceso.

En un material sujeto al secado se pueden encontrar 3 zonas, la seca, la de evaporación y la húmeda. Durante el periodo de velocidad de secado constante, la zona húmeda llena totalmente el material y la evaporación toma lugar en la superficie del material.

Existe hasta cierto punto un acuerdo generalizado en el que un medio poroso es visto como un medio homogéneo, [17].

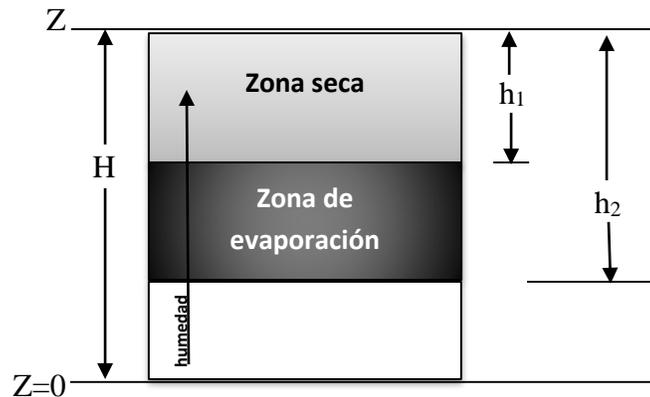


Figura 18.- Representación esquemática del frente evaporativo en retroceso.

En los siguientes subcapítulos la información documentada fue tomada de la referencia [8].

### 2.3 Mecánica de fluidos en medios porosos

Cuando hablamos de flujos en medios porosos nos referimos a fluidos (líquidos o gaseosos) que se mueven a través de un material sólido el cual se caracteriza, en términos generales, por tener gran cantidad de pequeños poros, algunos de los cuales están interconectados. Este tipo de flujo que se presenta con frecuencia tanto en la naturaleza como en algunas áreas de la industria. Ejemplos de medios porosos naturales son: la arena de playa, piedra caliza, madera, pulmón humano. Ejemplos de medios porosos artificiales son: el papel, las telas, el pan, etc.

En la escala de poro (la escala microscópica) las cantidades de flujo (velocidad, presión, etc.) serán claramente irregulares. Pero en los experimentos típicos se miden sobre las cantidades de interés áreas que atraviesan muchos poros, y tales cantidades espaciales promediadas (macroscópicas) cambian de una manera regular con respecto al espacio y el tiempo, y por lo tanto son susceptibles al tratamiento teórico.

¿Cómo tratamos a un flujo a través de una estructura porosa? Es en gran medida una cuestión de distancia.

Cuando la distancia es corta, el observador ve sólo uno o dos canales, o uno o dos cavidades abiertas o cerradas. En este caso es posible utilizar la mecánica de fluidos convencionales y la transferencia de calor por convección para describir lo que sucede en cada punto del fluido y el sólido. Cuando la distancia es grande, es decir, que hay muchos canales y cavidades en el campo de visión del observador, las complicaciones de las trayectorias de flujo descartan el enfoque convencional. En este límite, el volumen promedio y mediciones globales (por ejemplo, permeabilidad, conductividad) son útiles para describir el flujo y para la simplificación de la descripción.

Para desarrollar una representación cuantitativa que describa el comportamiento de fluidos a través de medios porosos y permita su análisis y estudio, es necesario primero establecer los principios físicos que lo determinan.

La forma habitual de derivar las leyes que rigen las variables macroscópicas es comenzar con las ecuaciones estándar de acuerdo al fluido y para así obtener las ecuaciones promedio de los volúmenes o áreas que contienen los poros.

Hay dos maneras de hacer el cálculo del promedio: espaciales y estadísticos. En el enfoque espacial, una variable macroscópica se define como un medio apropiado en un volumen suficientemente grande del volumen elemental representativo (v.e.r.); de esta operación se obtiene el valor de esa variable en el centro del v.e.r. Se supone que el resultado es independiente del tamaño del volumen elemental representativo. La escala de la longitud del v.e.r. es mucho mayor que la escala de poro, pero considerablemente menor que la escala de longitud del dominio de flujo macroscópico.

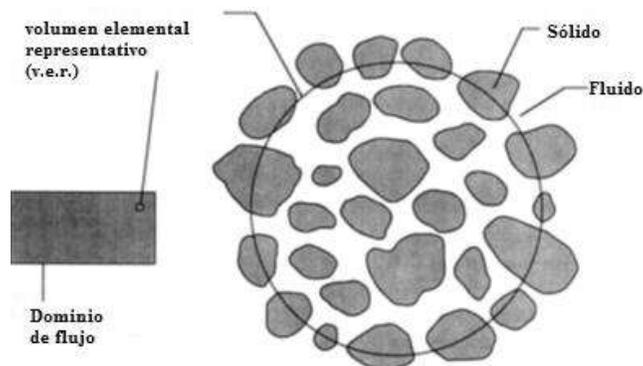


Figura 19.- El volumen elemental representativo (v.e.r): la figura ilustra el tamaño intermedio con respecto al tamaño del dominio de flujo y los poros [8].

En el enfoque estadístico el promedio es de más de un conjunto de posibles estructuras de poros que son microscópicamente equivalentes. Una dificultad es que por lo general la información estadística sobre el conjunto, tiene que estar basada en una sola muestra, y esto sólo es posible si se asume homogeneidad estadística.

## 2.4 Porosidad

La porosidad se define como la fracción del volumen total del medio que está ocupado por el espacio vacío. Así  $1-\phi$  es la fracción que está ocupada por sólido. Para un medio isotrópico la "porosidad de la superficie" (es decir, la fracción del área vacía de la superficie total de una sección transversal típica) será normalmente igual a  $\phi$ .

En la definición de esta manera estamos suponiendo que todo el espacio vacío está conectado. Sí, de hecho, uno tiene que hacer frente a un medio en el que algunos de los espacios porosos se desconectan del resto, entonces uno tiene que introducir una "porosidad efectiva", definida como la relación de vacío conectada al volumen total.

## 2.5 La ecuación de continuidad

Construimos un modelo continuo de un medio poroso, basado en el concepto de v.e.r. Se introduce un sistema de referencia cartesiano y consideramos elementos de volumen lo suficientemente grandes en comparación con los volúmenes de poro para los promedios de volumen fiables a obtener. En otras palabras, los promedios no son sensibles a la elección del elemento de volumen. Se hace una distinción entre un promedio tomado con respecto a un elemento de volumen  $V_m$  del medio (que incorpora tanto material sólido y líquido) y una tomada con respecto a un elemento de volumen  $V_f$  que consiste sólo de líquido. Por ejemplo, se denota el promedio de la velocidad del fluido sobre  $V_m$  como  $\mathbf{v} = (u, v, w)$ . A esta cantidad se le han dado varios nombres, por diferentes autores, tales como velocidad de filtración, velocidad superficial, la velocidad de Darcy, y densidad de flujo volumétrico. Se tomará el término de velocidad de Darcy ya que es corto y distintivo. Tomando un promedio de la velocidad del fluido en un volumen  $V_f$  obtenemos la velocidad promedio intrínseca  $\mathbf{V}$ , que está relacionada con  $\mathbf{v}$  por  $\mathbf{v} = \phi \mathbf{V}$ .

Una vez que tenemos un elemento continuo que tratar, podemos aplicar los argumentos habituales y derivar las ecuaciones diferenciales que expresan las leyes de conservación. Por ejemplo, la conservación de la masa se expresa por la ecuación de continuidad

$$\phi \frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_f \mathbf{v}) = 0 \quad (2.1),$$

donde  $\rho_f$  es la densidad del fluido. Esta ecuación se deriva teniendo en cuenta una unidad de volumen elemental del medio e igualando la tasa de aumento de la masa del fluido

dentro de ese volumen,  $\partial(\phi \rho_f)/\partial t$ , al flujo de la masa neta en el volumen,  $-\nabla \cdot (\rho_f \mathbf{v})$ , nótese que  $\phi$  es independiente de  $t$ .

## 2.6 La ecuación de movimiento: ley de Darcy

Investigaciones de Henry Darcy [15] sobre la hidrología del suministro de agua de Dijon y sus experimentos sobre el flujo unidireccional de estado estable en un medio uniforme, revelaron una proporcionalidad entre el caudal y la diferencia de presión aplicada. En notación moderna esto se expresa, en forma refinada, por

$$u = -\frac{K}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \quad (2.2).$$

Aquí  $\partial P/\partial x$  es el gradiente de presión en la dirección de flujo y  $\mu$  es la viscosidad dinámica del fluido. El coeficiente  $K$  es independiente de la naturaleza del fluido, pero depende de la geometría del medio. Tiene dimensiones ( $\text{longitud}^2$ ) y se llama la permeabilidad específica o la permeabilidad intrínseca del medio. En el caso de flujo de una sola fase abreviamos esto también como la permeabilidad.

Cabe señalar que en la ec. (2.2)  $P$  denota una propiedad intrínseca, y que la ecuación de Darcy no es un equilibrio de fuerzas promedio durante un v.e.r.

Para el caso de un medio isotrópico, la permeabilidad es un escalar, por lo tanto

$$\nabla P = -\frac{\mu}{K} \mathbf{v} \quad (2.3).$$

La ley de Darcy ha sido verificada por los resultados de muchos experimentos. Su respaldo teórico se ha obtenido de varias maneras, con la ayuda de cualquiera de los modelos deterministas o estadísticos.

### 2.6.1 Extensiones de la ley de Darcy.

Después de Wooding [27], muchos autores sobre la convección en medios porosos utilizan una extensión de la ecuación. (2.3) de la forma

$$\rho_f \left[ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right] = -\nabla P - \frac{\mu}{K} \mathbf{v} \quad (2.4),$$

que cuando se utiliza la relación Dupuit-Forchheimer [1],[3], se convierte en

$$\rho_f \left[ \phi^{-1} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \phi^{-2} (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right] = -\nabla P - \frac{\mu}{K} \mathbf{v} \quad (2.5).$$

Esta ecuación se obtuvo por analogía con la ecuación de Navier-Stokes.

El término  $(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v}$  es generalmente pequeño y por tanto se elimina del trabajo numérico de la ecuación. Nield [9], sugirió que la parte de rotación, proporcional a la vorticidad intrínseca, se eliminara. Su argumento se basa en la expectativa de que un medio de baja porosidad permitirá que las entidades escalares como la velocidad del fluido tengan una libre advección, pero inhibirá la advección de cantidades vectoriales como la vorticidad. Con estos argumentos y eliminando el término  $(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v}$  de la ecuación (2.5), se tiene

$$\frac{\rho_f}{\varphi} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\nabla P - \frac{\mu}{K} \mathbf{v} \quad (2.6).$$

Ahora uno puede preguntarse si el término inercial restante (el lado izquierdo de esta ecuación) es correcta. Se ha derivado en el supuesto de que la derivada parcial con respecto al tiempo permuta con un promedio de volumen, pero en general esto no es válido. La insuficiencia de la ecuación (2.6) se puede ilustrar considerando un medio ideal, una en la que los poros son tubos paralelos idénticos de sección transversal circular uniforme de radio  $a$ . La ecuación (2.6) conduce a la predicción de que en presencia de un gradiente de presión constante cualquier régimen que sea transitoria decaerá como  $\exp[-(\mu \varphi / K \rho_f)t]$ , mientras que de la solución exacta para un tubo circular debe decaer aproximadamente como  $\exp[-(\lambda_1^2 \mu / a^2 \rho_f) t]$ , donde  $\lambda_1 = 2,405$  es la raíz positiva más pequeña de  $J_0(\lambda) = 0$ , y donde  $J_0$  es la función de Bessel de orden cero. En general, estos dos términos de decrecimiento exponencial no serán el mismo. Así que lo mejor que se puede hacer es sustituir la Ec. (2.6) por

$$\rho_f C_a \cdot \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\nabla P - \frac{\mu}{K} \mathbf{v} \quad (2.7),$$

donde  $C_a$  es un tensor constante que depende sensiblemente de la geometría del medio poroso y se determina principalmente por la naturaleza de los tubos de poro de mayores secciones transversales. Se propone nombrar a  $C_a$  como "coeficiente del tensor aceleración" del medio poroso.

## 2.7 Transferencia de calor a través de un medio poroso.

### 2.7.1 La ecuación de la energía.

Se centra la atención en la ecuación que expresa la primera ley de la termodinámica en un medio poroso. Partimos de una situación sencilla en la que el medio es isótropo y donde los efectos de radiación, la disipación viscosa, y el trabajo realizado por los cambios de presión son insignificantes. Vamos a suponer que existe un equilibrio térmico local para que  $T_s = T_f = T$ , donde  $T_s$  y  $T_f$  son las temperaturas de las fases sólida y líquida, respectivamente. Aquí también suponemos que la conducción de calor en las fases sólida y líquida tiene lugar en paralelo de modo que no hay transferencia de calor neto de una fase a la otra.

Tomando los promedios sobre un volumen elemental del medio que tenemos, para la fase sólida,

$$(1 - \varphi)(\rho C)_s \frac{\partial T_s}{\partial t} = (1 - \varphi) \nabla \cdot (k_s \nabla T_s) + (1 - \varphi) q_s''' \quad (2.8)$$

y para la fase líquida,

$$\varphi(\rho C_p)_f \frac{\partial T_f}{\partial t} + (\rho C_p)_f \vec{v} \cdot \nabla T_f = \varphi \nabla \cdot (k_f \nabla T_f) + \varphi q_f''' \quad (2.9),$$

donde los subíndices s y f se refieren a la fase sólida y líquida, respectivamente,  $C$  es el calor específico del sólido,  $C_p$  es el calor específico a presión constante del líquido,  $k$  es la conductividad térmica, y  $q'''$  [W / m<sup>3</sup>] es la producción de calor por unidad de volumen.

En las ecuaciones. (2.8) y (2.9) se ha supuesto que la porosidad de la superficie es igual a la porosidad. Por ejemplo,  $-k_s \nabla T_s$  es el flujo de calor por conducción a través del sólido, y por lo tanto  $\nabla \cdot (k_s \nabla T_s)$  es la tasa neta de conducción de calor en una unidad de volumen del sólido. En la ec. (2.8) esto aparece multiplicado por el factor  $(1-\varphi)$ , que es la relación del área de sección transversal ocupada por el sólido y el área de sección transversal total del medio. Los otros dos términos de la ecuación. (2.8) también contienen el factor  $(1-\varphi)$ , porque esta es la relación de volumen ocupado por el sólido y el volumen total del elemento. En la ec. (2.9) también aparece un término convectivo, debido a la velocidad de filtración. Donde  $\vec{v} \cdot \nabla T_f$  es la tasa de variación de la temperatura en el volumen elemental debido a la convección del fluido en ella, así que esto, multiplicado por  $(\rho C_p)_f$ , debe ser el tipo de cambio de la energía térmica, por unidad de volumen del líquido, debido a la convección. Haciendo el ajuste  $T_s = T_f = T$  y sumando las ecuaciones (2.8) y (2.9) se tiene

$$(\rho C)_m \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho C)_f \vec{v} \cdot \nabla T = \nabla \cdot (k_m \nabla T) + q_m''' \quad (2.10),$$

donde

$$(\rho C)_m = (1 - \varphi)(\rho C)_f + \varphi(\rho C_p)_f \quad (2.11),$$

$$k_m = (1 - \varphi)k_s + \varphi k_f \quad (2.12),$$

y

$$q_m''' = (1 - \varphi)q_s''' + \varphi q_f''' \quad (2.13)$$

son, respectivamente, la capacidad global de calor por unidad de volumen, conductividad térmica global, y la producción total de calor por unidad de volumen del medio.

Si el trabajo realizado por los cambios de presión no son despreciables [es decir, si la condición  $\beta T(g\beta/C_{pf})L \ll 1$  no se cumple], entonces el término  $-\beta T(\partial P/\partial t + \vec{v} \cdot \nabla P)$  debe ser

añadido a la parte izquierda de la ecuación. (2.8). Aquí  $\beta$  es el coeficiente de expansión térmica volumétrica, definida por

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \quad (2.14).$$

## 2.8 La aproximación de Oberbeck-Boussinesq

En los estudios de convección natural se añade el término gravitacional para el lado derecho de la ecuación de Darcy (2.3) o su extensión apropiada. Para que se produzca la convección térmica, la densidad del fluido debe ser una función de la temperatura, y por lo tanto necesitamos una ecuación de estado para complementar las ecuaciones de la masa, la inercia y la energía. La ecuación más simple de estado es

$$\rho_f = \rho_o [1 - \beta(T - T_o)] \quad (2.15),$$

donde  $\rho_o$  es la densidad del fluido para la temperatura de referencia  $T_o$  y  $\beta$  es el coeficiente de expansión térmica.

Con el fin de simplificar el análisis posterior, uno emplea la aproximación de Boussinesq siempre que sea válido. En rigor, se debe llamar a esto la aproximación Oberbeck-Boussinesq, ya que Oberbeck [23] tiene prioridad sobre Boussinesq [2], según lo documentado por Joseph (1976). La aproximación consiste en establecer constantes todas las propiedades del medio, excepto que el término flotabilidad de vital importancia que implica que  $\beta$  se retiene en la ecuación de momento. Como consecuencia, la ecuación de continuidad se reduce a  $\nabla \cdot \vec{v} = 0$ , al igual que para un fluido incompresible. La aproximación de Boussinesq es válida siempre que los cambios de densidad sigan siendo pequeños en comparación con  $\rho_o$  a lo largo de la región de flujo y siempre que las variaciones de temperatura sean insuficientes para causar las diversas propiedades del medio (líquido y sólido) para variar significativamente sus valores medios.

## 2.9 Convección natural interna

Empezamos con el caso más sencillo, el de flujo cero a través del medio poroso de líquido saturado. Para un estado de equilibrio la ecuación de momento se cumple si

$$-\nabla P + \rho_f g = 0 \quad (2.16).$$

Tomando el rotacional de cada término

$$\nabla \rho_f \times g = 0 \quad (2.17).$$

Si la densidad  $\rho_f$  del fluido depende sólo de la temperatura  $T$ , entonces esta ecuación implica que  $\nabla T \times \mathbf{g} = 0$ . Se concluye que una condición necesaria para el equilibrio es que el gradiente de temperatura sea igual a cero. Así pues, se tiene interés en el problema de una capa horizontal de un medio poroso que se calienta uniformemente desde abajo.

Con referencia a la Fig. 6.1, tomamos un marco cartesiano con el eje  $z$  verticalmente hacia arriba. Suponemos que la capa está limitada por fronteras en  $z = 0$  y  $z = H$ , el límite inferior está a una temperatura uniforme  $T_0 + \nabla T$  y el límite superior a una temperatura  $T_0$ .

Tenemos así una capa de espesor  $H$  y un gradiente de temperatura adversa impuesto  $\nabla T/H$ . Suponemos que el medio es homogéneo e isotrópico, que la ley de Darcy es válida y que la aproximación Oberbeck-Boussinesq es aplicable, y que también hacen los demás supuestos estándar (equilibrio local térmico, calefacción insignificante de disipación viscosa, efectos radiactivos insignificantes, etc.). Las ecuaciones apropiadas son, (2.1), (2.7) y (2.10),

$$\nabla \cdot \vec{\mathbf{v}} = 0 \quad (2.18)$$

$$C_a \rho_o \frac{\partial \vec{\mathbf{v}}}{\partial t} = -\nabla P - \frac{\mu}{K} \vec{\mathbf{v}} + \rho_f \mathbf{g} \quad (2.19)$$

$$(\rho C)_m \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho C_p)_f \cdot \vec{\mathbf{v}} \cdot \nabla T = k_m \nabla^2 T \quad (2.20)$$

$$\rho_f = \rho_o [1 - \beta(T - T_o)] \quad (2.21)$$

donde  $\vec{\mathbf{v}}$  es la velocidad de filtración,  $P$  es la presión,  $\mu$  es la viscosidad dinámica,  $K$  es la permeabilidad,  $C$  es el calor específico,  $k_m$  es el coeficiente de conductividad térmica, y  $\beta$  es el coeficiente de expansión volumétrica.

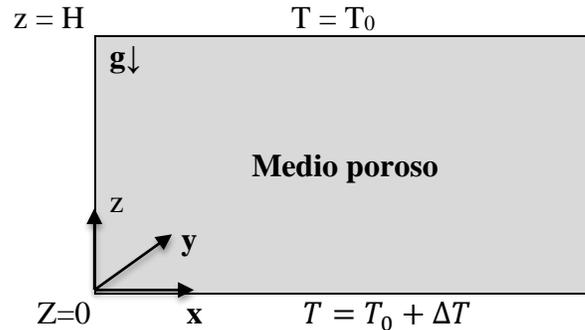


Figura 20.- Capa porosa horizontal infinita calentado desde abajo.

Se observa que la ecuaciones (2.18) a (2.21) tienen una solución básica de estado estacionario que satisface las condiciones de contorno  $T = T_0 + \nabla T$  en  $z = 0$  y  $T = T_0$  en  $z = H$ . Esta solución es para el caso particular de  $\vec{\mathbf{v}} = \mathbf{0}$

$$\vec{v}_b = 0 \quad (2.22).$$

Sustituyendo ec. (2.21) en ec. (2.20) se tiene:

$$(\rho C)_m \frac{\partial T}{\partial t} + C_p \rho_o [1 - \beta(T - T_o)] \cdot \vec{v} \cdot \nabla T = k_m \nabla^2 T \quad (2.23),$$

donde el producto de la variable  $T \cdot \nabla T$ , hace que dicha ecuación sea no lineal y consecuentemente el sistema de ecuaciones.

De la ecuación (2.23) se tiene que para el caso en que  $\vec{v} = \mathbf{0}$  y dado que T no depende del tiempo,

$$k_m \nabla^2 T = 0$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right) = 0$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} = c_1$$

$$T = c_1 z + c_2 \quad (2.24).$$

De las condiciones de frontera para  $z=0$ ,  $T=T_o+\Delta T$ , se tiene

$$T_o + \Delta T = c_2$$

Sustituyendo en ec. (2.24)

$$T = c_1 z + T_o + \Delta T$$

Para  $z=H$ ,  $T=T_o$

$$c_1 = -\frac{\Delta T}{H}$$

Finalmente se obtiene que

$$T_b = -\frac{\Delta T}{H} z + T_o + \Delta T$$

$$T_b = T_o + \Delta T \left( 1 - \frac{z}{H} \right) \quad (2.25).$$

De la ec. (2.19) para  $\vec{v} = \mathbf{0}$ , se tiene

$$\nabla P = \rho_f g$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\rho_o g [1 - \beta(T - T_o)]$$

Sustituyendo ec. (2.25) en la ecuación anterior

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\rho_o g \left[ 1 - \beta \left( \Delta T \left( 1 - \frac{z}{H} \right) \right) \right]$$

$$\int_{P_o}^{P_b} dP = -\rho_o g \int_0^z \left[ 1 - \beta \Delta T \left( 1 - \frac{z}{H} \right) \right] dz$$

$$P_b - P_o = -\rho_o g \left[ z - \beta \Delta T \left( z - \frac{z^2}{2H} \right) \right]$$

$$P_b = P_o - \rho_o g \left[ z + \beta \Delta T \left( \frac{z^2 - 2zH}{2H} \right) \right]$$

$$P_b = P_o - \rho_o g \left[ z + \frac{1}{2} \beta \Delta T \left( \frac{z^2}{H} - 2z \right) \right] \quad (2.26).$$

Esto describe el estado de conducción, donde la transferencia de calor es sólo por conducción térmica.

## CAPÍTULO 3: METODOLOGÍA Y DESARROLLO DEL MODELO

### 3.1 Modelo descriptivo

En el proceso de secado de papel los equipos principales que intervienen son los siguientes:

1.- El papel es transportado a través de los cilindros secadores por medio de lona secadora (banda permeable, de hilos sintéticos y/o naturales), la cual además de servir como transporte para el papel, ayuda al secado al presionar la hoja de papel sobre la superficie caliente del cilindro.

2.- Cilindro secador.

Es un intercambiador de calor de doble naturaleza, es decir, es un condensador del vapor que entra al secador y un evaporador del agua contenida en el papel.

La capacidad del cilindro secador para evaporar el agua depende de la temperatura de la superficie del secador y la capacidad del medio (Atmosfera próxima al cilindro) en absorber y retirar los vapores de agua en el aire.

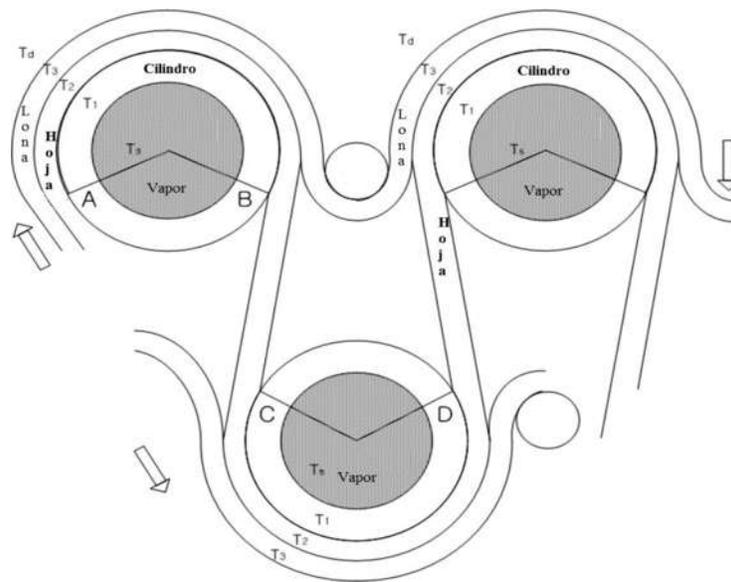


Figura 21.- Ciclo de secado con una configuración de doble cinturón.

Para efectos del presente trabajo, el sistema de estudio comprenderá un porción plana de papel, extendido en su medio de secado (cilindro secador) como una banda sin fin, moviéndose ambos a la misma velocidad.

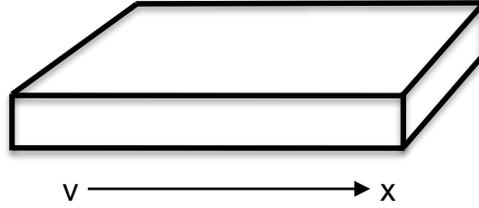


Figura 22.- Representación de la hoja de papel

Haciendo las siguientes hipótesis:

1.- El vector velocidad, sólo tiene dos componentes distintas de cero, la componente en el eje x y en el eje z, a las cuales denominamos  $u$  y  $w$  respectivamente, ambas constantes:  $\vec{v} = (u, 0, w)$ ,  $u$  y  $w$  *ctes.*

2.- La velocidad en el eje z:  $w \ll u$ , ambas positivas.

3.-  $u \leftarrow$  velocidad de desplazamiento del papel.

4.- La temperatura en cada punto del espacio en su medio de secado no depende del tiempo solo de  $x$  y de  $z$ .

5.- Supóngase que la temperatura es:  $T(x, z) = \tau(x) T(z)$

6.-  $\tau(x) \leftarrow$  conocida.

Tomando en consideración las hipótesis anteriores, la ecuación de la energía (2.20) toma la forma

$$(\rho C)_m \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho C_p)_f \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right) = k_m \nabla^2 T \quad (3.1),$$

donde  $\partial T / \partial t = 0$ , por lo tanto

$$(\rho C_p)_f u T(z) \frac{d\tau}{dx} + (\rho C_p)_f w \tau(x) \frac{dT(z)}{dz} = k_m \nabla^2 T,$$

sustituyendo ecuación (2.21) en la ecuación anterior, se tiene

$$u \rho_o C_p [1 - \beta(\tau(x)T(z) - T_o)] T(z) \tau'(x) + w \rho_o C_p [1 - \beta(\tau(x)T(z) - T_o)] \tau(x) \frac{dT}{dz} = k_m \nabla^2 T$$

$$u \rho_o C_p \tau'(x) [1 - \beta \tau(x)T(z) + \beta T_o] T(z) + w \rho_o C_p \tau(x) [1 - \beta \tau(x)T(z) + \beta T_o] \frac{dT}{dz} = k_m \tau''(x) T(z) + k_m \tau(x) T''(z)$$

Haciendo

$$a = 1 + \beta T_0 \quad (3.2),$$

$$f_1(x) = u\rho_0 C_p \tau'(x) \quad (3.3),$$

$$f_2(x) = w\rho_0 C_p \tau(x) \quad (3.4).$$

Se tiene que

$$f_1(x)[a - \beta\tau(x)T(z)]T(z) + f_2(x)[a - \beta\tau(x)T(z)]\frac{dT}{dz} = k_m\tau''(x)T(z) + k_m\tau(x)T''(z) \quad (3.5),$$

$$af_1(x)T(z) + af_2(x)\frac{dT}{dz} = k_m\tau''(x)T(z) + k_m\tau(x)T''(z) \quad (3.6),$$

si se desprecia  $w$  se tiene la ecuación diferencial lineal homogénea

$$k_m\tau(x)T''(z) + (k_m\tau''(x) - af_1(x))T(z) = 0 \quad (3.7),$$

la cual tiene la ecuación característica

$$k_m\tau(x)r^2 + (k_m\tau''(x) - af_1(x)) = 0$$

cuyas raíces son

$$r_1 = -\frac{\sqrt{af_1 - k_m\tau''(x)}}{\sqrt{k_m\tau(x)}}$$

$$r_2 = \frac{\sqrt{af_1 - k_m\tau''(x)}}{\sqrt{k_m\tau(x)}}.$$

Dado que dichas raíces son reales, luego entonces la solución general de la ecuación homogénea es

$$T(z) = c_1 \text{Exp}[r_1 z] + c_2 \text{Exp}[r_2 z]$$

$$T(z) = \text{Exp}\left[\frac{-z\sqrt{af_1 - k_m\tau''(x)}}{\sqrt{k_m\tau(x)}}\right]c_1 + \text{Exp}\left[\frac{z\sqrt{af_1 - k_m\tau''(x)}}{\sqrt{k_m\tau(x)}}\right]c_2 \quad (3.8).$$

Para este caso, la que la temperatura en  $z$  disminuye, por tanto el segundo sumando de la ec. (3.8) se desprecia, luego entonces

$$T(z) = \text{Exp} \left[ \frac{-z\sqrt{af_1 - k_m \tau''(x)}}{\sqrt{k_m \tau(x)}} \right] c_1 \quad (3.9).$$

Considerando de igual forma las hipótesis establecidas, se tiene de la ec. (2.19) que

$$0 = -\nabla P - \frac{\mu}{K} w + \rho_f g,$$

despejando  $w$

$$w = -\frac{K}{\mu} (\nabla P - \rho_f g) \quad (3.10).$$

De la ec. (2.26)

$$P_b = P_o - \rho_o g \left[ z + \frac{1}{2} \beta \Delta T \left( \frac{z^2}{H} - 2z \right) \right]$$

$$\Rightarrow P_b - P_o = -\rho_o g \left[ z - \beta \Delta T \left( z - \frac{z^2}{2H} \right) \right]$$

Derivando respecto de  $z$  la ecuación anterior y sustituyendo la ec.(2.25), se llega a

$$\nabla P = -\rho_o g [1 - \beta(T - T_o)] \quad (3.11).$$

Sustituyendo ecuaciones (2.21) y (3.11) en ec. (3.10), se tiene

$$w = \frac{2K\rho_f g}{\mu} \quad (3.12).$$

Conociendo  $w$  podemos calcular la humedad de la siguiente forma:

$$\mathcal{H} = \frac{w}{u} L \quad (3.13),$$

donde  $\mathcal{H}$  es la distancia que recorre una molécula de agua a lo largo del eje  $z$  mientras se desplaza una distancia  $L$ , y esta última es la distancia que recorre el papel en su trayectoria por los 35 secadores que componen las 3 etapas de secado.

Y finalmente el porcentaje de humedad en este punto será:

$$\text{humedad} = \frac{z - \mathcal{H}}{z} * 100$$

## CAPÍTULO 4: CÁLCULOS Y RESULTADOS

### 4.1 Mediciones y estudio de las secciones de secado

El análisis de humedad en las secciones de secado es un camino para evaluar la eficiencia de secado en una máquina de papel. Este análisis examina los factores básicos involucrados en el secado de la hoja de papel. En este análisis se miden las siguientes variables:

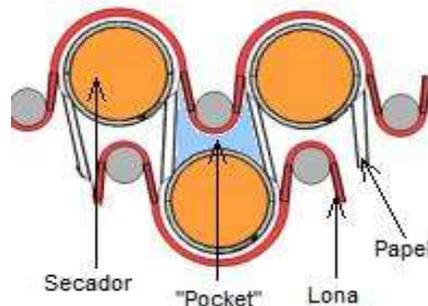
- Temperatura de la superficie de los cilindros secadores.
- Temperatura de la hoja de papel a la salida de cada secador.
- Temperatura de bulbo seco y húmedo en cada “pocket”.

Analizando estos valores y correlacionándolos se obtienen las siguientes graficas:

- Variación de la temperatura de la superficie en las secciones de secado.
- Variación de la temperatura en la hoja de papel en las secciones de secado.
- Humedad dentro de los “pockets”.

Dichas graficas se realizan de acuerdo a la dirección de la máquina, mostrando los valores para cada secador o “pocket” de la sección de secado.

Un “pocket” es el área comprendida que se localiza arriba o debajo de un cilindro secador, el número de “pocket” se designa por el número del cilindro sobre o bajo el cual se encuentre.



*Figura. 23.- Zona de la sección de secado denominada como “pocket”.*

Se utiliza un Pirómetro infrarrojo para determinar las temperaturas de la superficie de los secadores y de la hoja de papel.

El pirómetro mide la temperatura de superficies mediante un rayo infrarrojo de forma no destructiva a larga distancia.

Se realiza un estudio de las condiciones de operación en dirección máquina de las secciones de secado a través de mediciones puntuales, todas ellas desde la orilla de lado de servicio.

La fabricación a la hora del muestro refiere a:

<i>Papel</i>	Kromos grafico
<i>Composición</i>	32% fibra larga
	45% fibra corta
	23% merma
	18% cenizas
<i>Peso base</i>	68 gr/m <sup>2</sup>
<i>Velocidad</i>	540 m/min
<i>Ancho de hoja en enrollador</i>	4.35 m
<i>Consistencia a la entrada a secado</i>	37.8 %
<i>Humedad de la hoja en el enrollador</i>	4.8 %
<i>Producción teórica</i>	9.58 ton/hr
<i>Presión de vapor promedio</i>	1.91 kg/cm <sup>2</sup>
<i>Flujo total de vapor consumido</i>	30 ton/hr

*Tabla 2.- Datos técnicos de la fabricación del papel.*

Estos datos son registrados en los equipos de control del proceso en la máquina de papel.

#### *4.1.1 Perfil de temperatura de la superficie de los cilindros y de la hoja a la salida de cada secador.*

Las tres primeras etapas de secado constan de un total de 35 cilindros secadores divididos en 4 grupos de la siguiente forma:

<i>GRUPO</i>	<i>CILINDROS</i>
<b>1A</b>	1,3 y 5
<b>1B</b>	7 y 10
<b>2</b>	9,11,12 y 13
<b>3</b>	14 a 21
<b>4</b>	22 a 35

*Tabla 3.- Configuración de los secadores en cada sección de secado.*

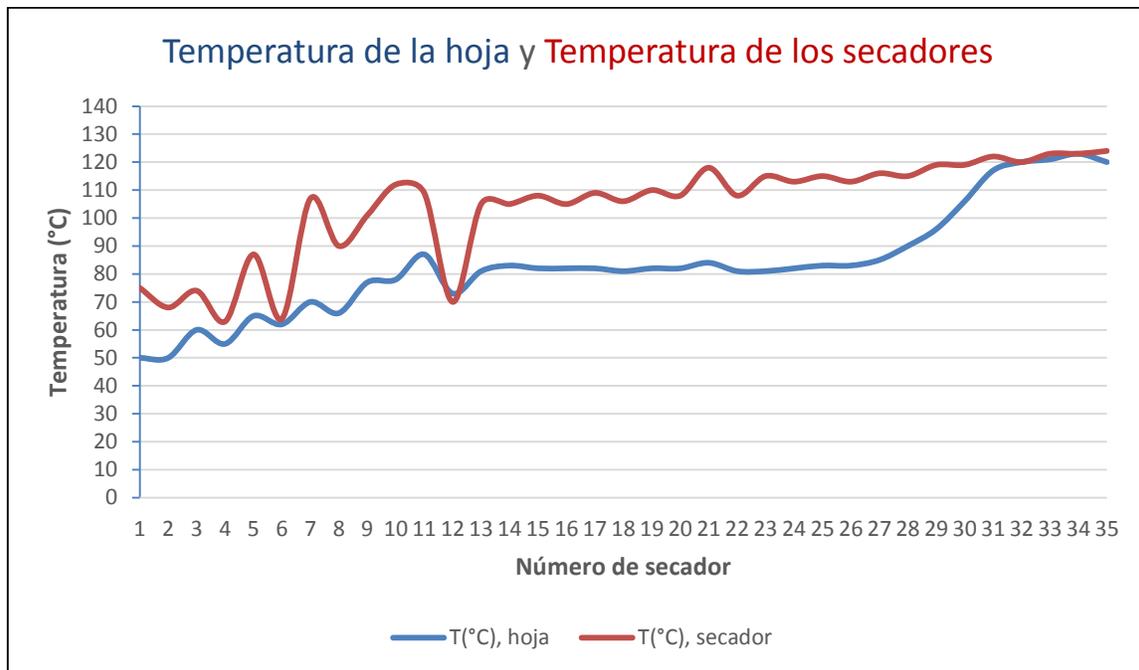
Por disposición en planta, se determinó dejar fuera de servicio los secadores 2, 4, 6 y 8, es decir, no cuentan con suministro de vapor de acuerdo al arreglo operacional del sistema de control, razón por la cual no se listan en la tabla 2.

De las mediciones realizadas se obtienen los siguientes datos:

<i>Secador</i>	<i>Temperatura de secador (°C)</i>	<i>Temperatura de la hoja (°C)</i>
1	75	50
2	68	50
3	74	60
4	63	55
5	87	65
6	64	62
7	107	70
8	90	66
9	101	77
10	112	78
11	109	87
12	70	73
13	105	81
14	105	83
15	108	82
16	105	82
17	109	82
18	106	81
19	110	82
20	108	82
21	118	83
22	108	81
23	115	81
24	113	82
25	115	83
26	113	83
27	116	85
28	115	90
29	119	96
30	119	106
31	122	117
32	120	120
33	123	121
34	123	123
35	124	120

*Tabla 4.- Perfil de temperatura en las 3 primeras etapas de secado.*

Los secadores 2, 4, 6, 8 y 12 se encuentran cerrados, no tienen flujo de vapor, razón por la que la temperatura es más baja en dichos puntos, respecto a su secador anterior.



*Grafica 2.- Temperatura de la hoja y de los secadores en cada uno de estos.*

Comparando la temperatura de los secadores con la temperatura de la hoja podemos notar la alta influencia de un secador frio, y así también, si la diferencia de temperatura es mayor a 20 °C es indicativo de que no hay un íntimo contacto de la hoja con los secadores. En este caso se puede notar que en casi todos los secadores hay una diferencia de temperatura entre la hoja y los secadores por arriba del parámetro. Entre las posibles causas de esta situación son una baja tensión en las lonas y alta humedad en los “pockets” que están originando el enfriamiento de la hoja.

#### *4.1.2 Perfil de temperatura de bulbo seco y húmedo en cada “pocket”.*

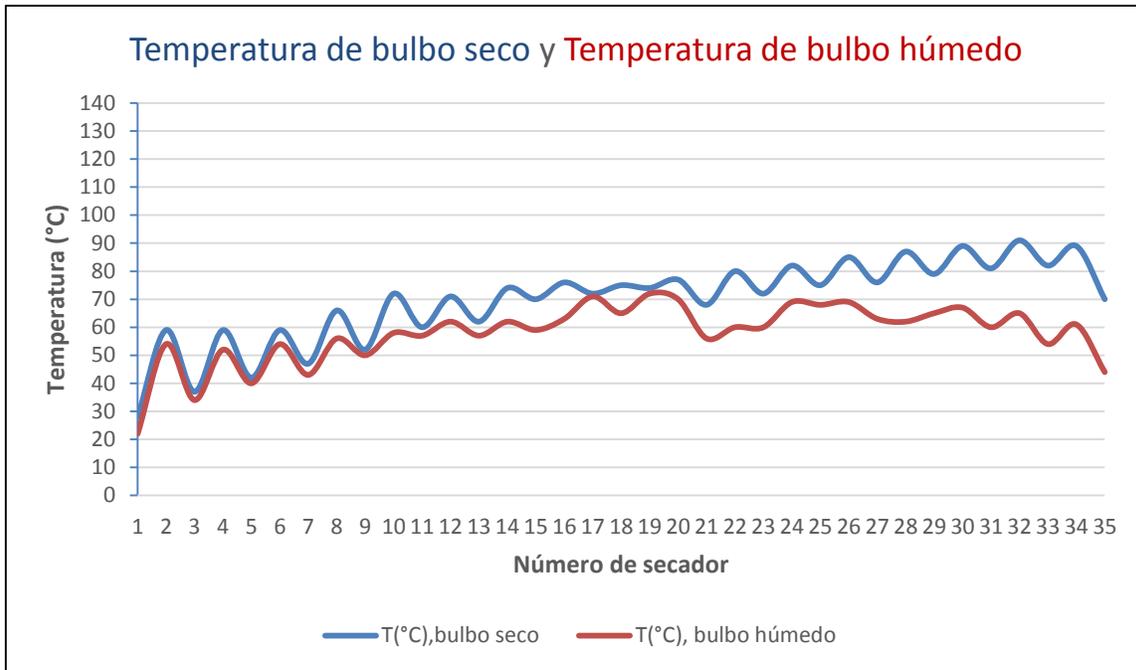
Se toman mediciones de:

- Temperatura de bulbo seco: es la temperatura de una mezcla de gas-vapor. Como normalmente es medida con termómetro, o sea, es la temperatura de la mezcla aire vapor de agua.
- Temperatura de bulbo húmedo: es la temperatura indicada por un termómetro cuyo bulbo está cubierto con una vestidura humedecida y por la cual la mezcla aire-vapor pasa rápidamente. Es el equilibrio de la temperatura alcanzada por una superficie húmeda inmersa en una mezcla de vapor de agua-aire a alta velocidad.

Los datos muestreados de estas temperaturas se presentan en la siguiente tabla.

<i>Secador</i>	<i>Temperatura de bulbo seco (°C)</i>	<i>Temperatura de bulbo húmedo (°C)</i>
1	28	22
2	59	54
3	37	34
4	59	52
5	42	40
6	59	54
7	47	43
8	66	56
9	52	50
10	72	58
11	60	57
12	71	62
13	62	57
14	74	62
15	70	69
16	76	63
17	72	71
18	75	65
19	74	72
20	77	70
21	68	56
22	80	60
23	72	60
24	82	69
25	75	68
26	85	69
27	76	63
28	87	62
29	79	65
30	89	67
31	81	60
32	91	65
33	82	54
34	89	61
35	57	44

*Tabla 5.- Perfil de temperatura de bulbo seco y bulbo húmedo.*



Grafica 3.- Temperatura de bulbo seco y temperatura de bulbo húmedo en cada “pocket”.

Los perfiles de temperaturas de bulbo seco y bulbo húmedo se comportan variables en todas las secciones de secado. Hay una ligera separación de las curvas en la tercera sección. En promedio la temperatura de bulbo seco fue 69.65 °C mientras la temperatura de bulbo húmedo fue 57.82 °C, para una diferencia de 11.82 °C.

#### 4.1.3 Humedad relativa.

Es la presión parcial del vapor de agua de un aire húmedo dividido por la presión parcial del vapor de agua en aire saturado a la misma temperatura, en otras palabras indica que tan saturado está el aire de humedad y se expresa como porcentaje.

$$HR = \frac{e(T)}{e_s(T)} \cdot 100\% \quad (3.14),$$

donde:

$HR$  = humedad relativa en %,

$e(T)$  = presión parcial real del vapor de agua en aire húmedo, en Pa,

$e_s(T)$  = presión parcial de vapor de agua en aire húmedo saturado, en Pa.

La Presión parcial de vapor saturado expresa el hecho de que a una temperatura dada, existe un máximo en la cantidad de vapor de agua que puede estar presente, en otras palabras es la máxima presión parcial  $e_s(T)$  que puede ejercer el vapor de agua a una temperatura (bulbo seco) particular ( $t$  ó  $T$ ).

$$e_s(T) = 1Pa \cdot e^{(AT^2+BT+C+\frac{D}{T})} \quad (3.15),$$

donde:

$e_s(T)$  = presión parcial de vapor de agua en aire húmedo saturado en Pa, a la temperatura de bulbo seco  $T$

$e = 2.718\ 281\ 828\ 46$  = base de logaritmo natural (neperiano) o número de Euler.

$A = 1.237\ 884\ 7 \times 10^{-5}$

$B = -1.912\ 131\ 6 \times 10^{-2}$

$C = 33.937\ 110\ 47$

$D = -6.343\ 164\ 5 \times 10^3$

$T$  = temperatura de bulbo seco en °K =  $t(^{\circ}\text{C}) + 273,15$

La Presión parcial real de vapor de agua se obtiene de la siguiente ecuación:

$$e(T) = e_s(T_w) - P(T - T_w)(\psi + \varphi T_w) \quad (3.16),$$

donde:

$e(T)$  = presión parcial real de vapor de agua en aire húmedo en Pa, a la temperatura de bulbo seco  $t$  ó  $T$

$e_s(T_w)$  = presión parcial de vapor de agua en aire húmedo saturado en Pa, a la temperatura de bulbo húmedo

$T_w$  ó  $t_w$

$P$  = presión atmosférica local en Pa = 101325 Pa.

$T_w$  = temperatura de bulbo húmedo en K =  $t_w(^{\circ}\text{C}) + 273,15$

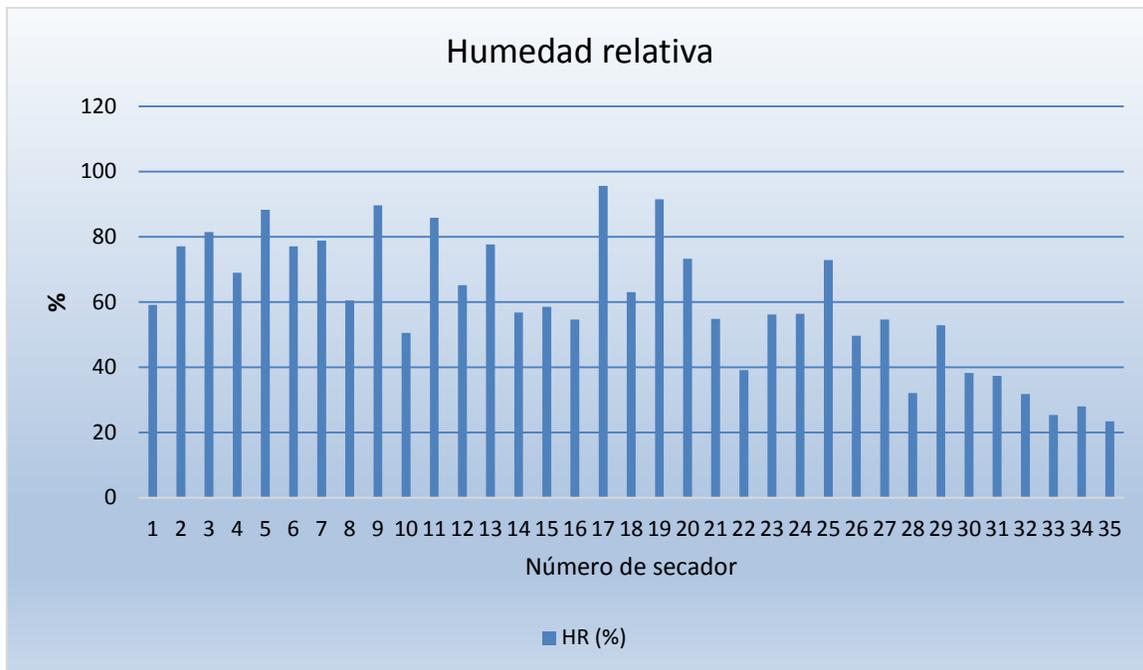
$\psi$  (psi) =  $4,53 \times 10^{-4} \text{ K}^{-1}$

$\varphi$  (fi) =  $7,59 \cdot 10^{-7} \text{ K}^{-2}$

Sustituyendo datos en ecuaciones 3.14, 3.15 y 3.16 se tienen los siguientes resultados:

<b>Secador</b>	<i>T bulbo seco</i> (*K)	<i>T bulbo</i> <i>húmedo</i> (*K)	$e_s(T)$	$e_s(T_w)$	$e(T)$	<b>HR (%)</b>
1	301.15	295.15	3782.88	2645.18	2233.59	59.04
2	332.15	327.15	19041.11	15022.16	14666.86	77.03
3	310.15	307.15	6282.15	5324.90	5116.34	81.44
4	332.15	325.15	19041.11	13631.14	13134.80	68.98
5	315.15	313.15	8209.47	7384.82	7244.86	88.25
6	332.15	327.15	19041.11	15022.16	14666.86	77.03
7	320.15	316.15	10626.46	8650.75	8369.89	78.76
8	339.15	329.15	26182.35	16532.79	15820.66	60.42
9	325.15	323.15	13631.14	12351.90	12210.40	89.58
10	345.15	331.15	33998.39	18171.26	17172.12	50.51
11	333.15	330.15	19946.19	17335.52	17121.65	85.84
12	344.15	335.15	32573.55	21866.63	21221.55	65.15
13	335.15	330.15	21866.63	17335.52	16979.07	77.65
14	347.15	335.15	37006.35	21866.63	21006.53	56.76
15	343.15	332.15	31199.48	19041.11	18255.22	58.51
16	349.15	336.15	40235.59	22884.36	21951.58	54.56
17	345.15	344.15	33998.39	32573.55	32501.18	95.60
18	348.15	338.15	38592.53	25040.95	24321.89	63.02
19	347.15	345.15	37006.35	33998.39	33853.50	91.48
20	350.15	343.15	41937.14	31199.48	30693.45	73.19
21	341.15	329.15	28597.89	16532.79	15678.23	54.82
22	353.15	333.15	47409.25	19946.19	18515.76	39.06
23	345.15	333.15	33998.39	19946.19	19087.93	56.14
24	355.15	342.15	51380.58	29874.74	28935.96	56.32
25	348.15	341.15	38592.53	28597.89	28092.94	72.79
26	358.15	342.15	57858.04	29874.74	28719.32	49.64
27	349.15	336.15	40235.59	22884.36	21951.58	54.56
28	360.15	335.15	62544.99	21866.63	20074.75	32.10
29	352.15	338.15	45522.29	25040.95	24034.27	52.80
30	362.15	340.15	67544.91	27367.55	25782.24	38.17
31	354.15	333.15	49361.42	19946.19	18444.24	37.37
32	364.15	338.15	72873.85	25040.95	23171.40	31.80
33	355.15	327.15	51380.58	15022.16	13032.48	25.36
34	362.15	334.15	67544.91	20887.64	18882.89	27.96
35	343.15	317.15	31199.48	9112.31	7284.75	23.35

*Tabla 6.- Datos y resultados del cálculo de la humedad relativa.*



Grafica 4.- Humedad relativa al interior de los "pockets".

La humedad relativa está mostrando que la humedad en el interior de los "pockets" está predominantemente en la fase líquida. En promedio se obtuvo un valor de 60.14 %. Lo recomendable es tener valores bajos en todos los "pockets", inferiores a 50%. Dichos resultados muestran que efectivamente la alta humedad en los "pockets" es una causa del enfriamiento de la hoja.

#### 4.1.4 Humedad absoluta.

La humedad absoluta del aire para cualquier condición dada, es la masa de vapor de agua por unidad de volumen de aire a dicha condición, como tal esto es propiamente la expresión de la densidad de vapor.

Relación de masa de vapor de agua a masa de aire seco que existe en el aire húmedo.

$$HA = 0.62198 \frac{P_v}{101325 - P_v} \quad (3.17),$$

donde

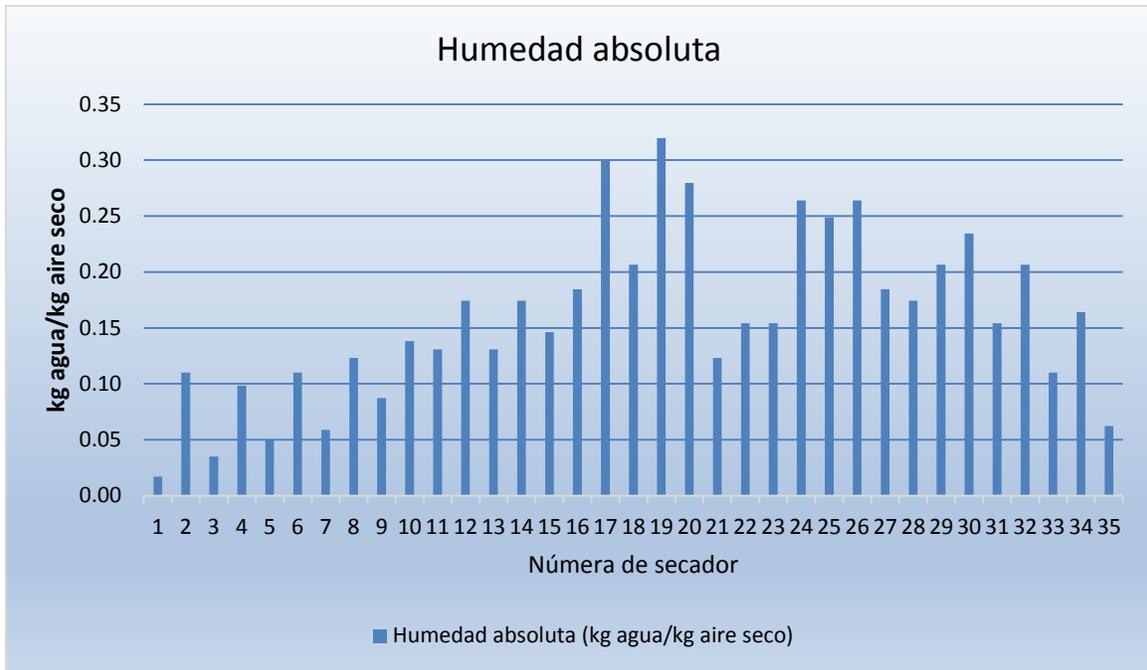
HA [=] kg agua/kg aire seco.

$P_v$  es la presión de vapor a la temperatura de bulbo húmedo en Pa.

Por tanto de tablas de vapor se extraen los datos de las presiones de vapor para cada una de las temperaturas de bulbo húmedo y finalmente se obtiene la humedad absoluta en cada "pocket". A continuación se muestran dichos resultados.

<b>Secador</b>	<i>T bulbo húmedo</i> (°C)	$P_v$ (Pa)	<i>HA</i> (kg agua/kg aire seco)
1	22	2642	0.01686
2	54	15058	0.10993
3	34	5318	0.03489
4	52	13694	0.09842
5	40	7375	0.04944
6	54	15058	0.10993
7	43	8649	0.05878
8	56	16576	0.12318
9	50	12330	0.08726
10	58	18248	0.13834
11	57	17412	0.13068
12	62	21956	0.17422
13	57	17412	0.13068
14	62	21956	0.17422
15	59	19084	0.14614
16	63	22974	0.18467
17	71	32638	0.29926
18	65	25010	0.20640
19	72	34116	0.31969
20	70	31160	0.27969
21	56	16576	0.12318
22	60	19920	0.15411
23	60	19920	0.15411
24	69	29930	0.26402
25	68	28700	0.24888
26	69	29930	0.26402
27	63	22974	0.18467
28	62	21956	0.17422
29	65	25010	0.20640
30	67	27470	0.23425
31	60	19920	0.15411
32	65	25010	0.20640
33	54	15058	0.10993
34	61	20938	0.16404
35	44	9100	0.06214

*Tabla 7.- Datos y resultados del cálculo de la humedad absoluta.*



Grafica 5.- Humedad absoluta al interior de los "pockets".

La gráfica de humedad absoluta en los "pockets" indica la cantidad de humedad en el interior de los "pockets", encontrando que hay muchos "pockets" que están por arriba del parámetro que indica TAPPI. La recomendación es tener un valor por debajo de 0.20 kg agua/kg aire seco.

#### 4.1.5 Presión de vapor

Si el vapor y el líquido de un componente puro están en equilibrio, la presión de equilibrio se denomina presión de vapor. A una temperatura dada, sólo hay una presión en la que las fases líquida y de vapor de una sustancia pura pueden existir en equilibrio. Desde luego, cualquiera de las dos fases puede existir dentro de un intervalo de condiciones amplio.

A partir de un balance de energía se obtiene la siguiente ecuación psicométrica para determinar la presión de vapor del aire

$$P_v = P_{vs,bh} - a P (T - T_{bh}) \quad (3.18),$$

donde

$P_v$  = presión de vapor del aire.

$P_{vs,bh}$  = presión de vapor de saturación (de tablas) a la temperatura de bulbo húmedo.

$a$  = factor psicométrico =  $0.00064 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ .

$P$  = presión atmosférica = 1.01 bar.

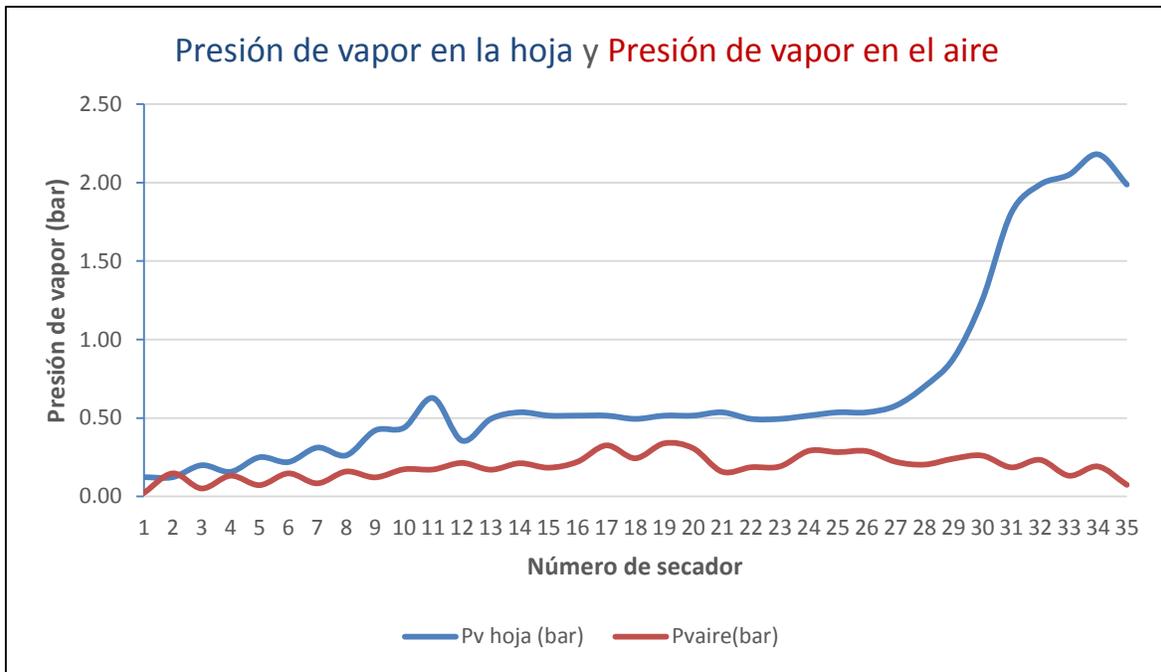
$(T - T_{bh})$  = diferencia o depresión psicométrica (diferencia entre la temperatura de bulbo seco y de bulbo húmedo).

La presión de vapor de la hoja se obtiene de las tablas de vapor saturado para las temperaturas medidas en la hoja en cada uno de los secadores.

Utilizando la ec. (3.18) y sustituyendo valores se obtienen los siguientes resultados.

Secador	T bulbo seco (°C)	T Hoja (°C)	P <sub>v</sub> hoja (bar)	T <sub>bh</sub> (°C)	P <sub>vs,bh</sub> (bar)	P <sub>v</sub> aíre (bar)
1	28	50	0.1233	22	0.0264	0.0225416
2	59	50	0.1233	54	0.1506	0.147348
3	37	60	0.1992	34	0.0532	0.0512408
4	59	55	0.1574	52	0.1369	0.1324152
5	42	65	0.2501	40	0.0738	0.0724572
6	59	62	0.2196	54	0.1506	0.147348
7	47	70	0.3116	43	0.0865	0.0839044
8	66	66	0.2624	56	0.1658	0.159296
9	52	77	0.4207	50	0.1233	0.1220072
10	72	78	0.4384	58	0.1825	0.1734304
11	60	87	0.6272	57	0.1741	0.1721808
12	71	73	0.3559	62	0.2196	0.2137424
13	62	81	0.4945	57	0.1741	0.170888
14	74	83	0.5362	62	0.2196	0.2118032
15	70	82	0.5154	59	0.1908	0.1837296
16	76	82	0.5154	63	0.2297	0.2213368
17	72	82	0.5154	71	0.3264	0.3257336
18	75	81	0.4945	65	0.2501	0.243636
19	74	82	0.5154	72	0.3400	0.3387072
20	77	82	0.5154	70	0.3116	0.3070752
21	68	83	0.5362	56	0.1658	0.1580032
22	80	81	0.4945	60	0.1992	0.186272
23	72	81	0.4945	60	0.1992	0.1914432
24	82	82	0.5154	69	0.2993	0.2908968
25	75	83	0.5362	68	0.2870	0.2824752
26	85	83	0.5362	69	0.2993	0.2889576
27	76	85	0.5780	63	0.2297	0.2213368
28	87	90	0.7011	62	0.2196	0.2034
29	79	96	0.8789	65	0.2501	0.2410504
30	89	106	1.2522	67	0.2747	0.2604792
31	81	117	1.8059	60	0.1992	0.1856256
32	91	120	1.9875	65	0.2501	0.2332936
33	82	121	2.0500	54	0.1506	0.1324808
34	89	123	2.1800	61	0.2094	0.1912808
35	57	120	1.9875	44	0.0910	0.0741936

Tabla 8.- Datos de las presiones de vapor en la hoja y en el aire al interior de los "pockets".



*Grafica 6.- Presiones de vapor en la hoja y en el aire al interior de los “pockets”*

Las presiones de vapor tanto en la hoja como en el aire en el interior de los “pockets” son variables, por otra parte los valores de presión de vapor del aire son altos, esto puede ser por una deficiente ventilación de los “pockets”.

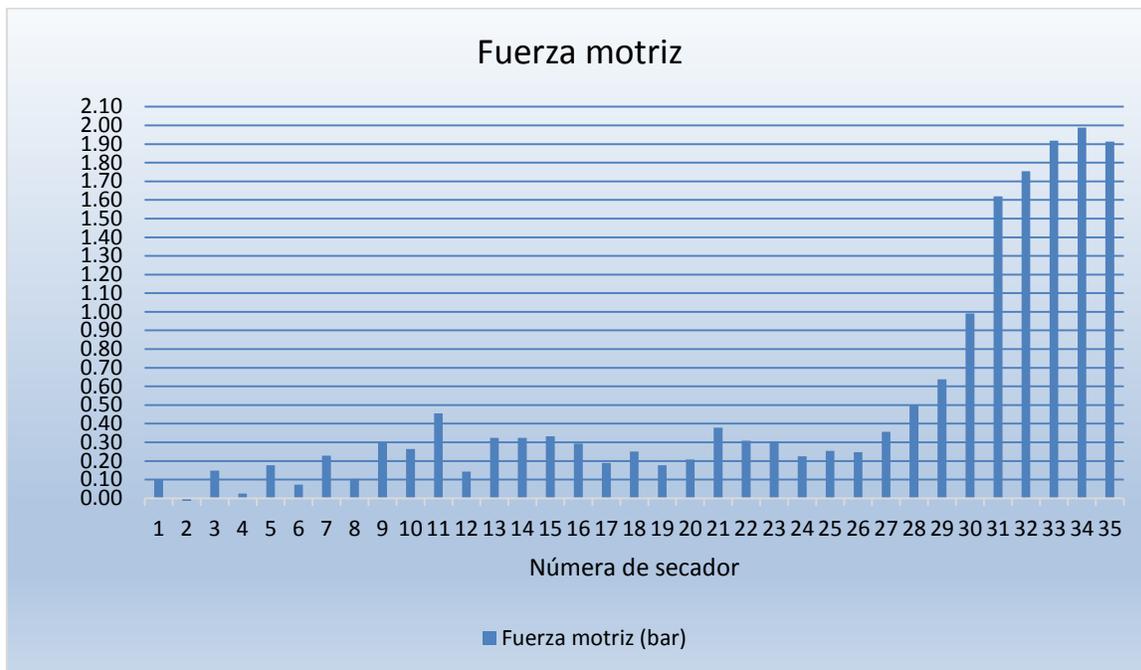
#### 4.1.6 Fuerza motriz

La diferencia de la presión de vapor en la hoja y la presión de vapor en el aire se le conoce como fuerza motriz, y es un indicativo de la transferencia de masa (evaporación) de la hoja al aire del “pocket”. A mayor diferencia mayor capacidad de evaporación.

En la siguiente tabla se muestra la fuerza motriz en cada uno de los “pockets”.

<b>Secador</b>	<b>P<sub>v</sub> hoja (bar)</b>	<b>P<sub>v</sub> aíre (bar)</b>	<b>Fuerza motriz (bar)</b>
1	0.1233	0.0225416	0.1008
2	0.1233	0.147348	-0.0240
3	0.1992	0.0512408	0.1480
4	0.1574	0.1324152	0.0250
5	0.2501	0.0724572	0.1776
6	0.2196	0.147348	0.0722
7	0.3116	0.0839044	0.2277
8	0.2624	0.159296	0.1031
9	0.4207	0.1220072	0.2987
10	0.4384	0.1734304	0.2649
11	0.6272	0.1721808	0.4551
12	0.3559	0.2137424	0.1422
13	0.4945	0.170888	0.3236
14	0.5362	0.2118032	0.3244
15	0.5154	0.1837296	0.3316
16	0.5154	0.2213368	0.2940
17	0.5154	0.3257336	0.1896
18	0.4945	0.243636	0.2508
19	0.5154	0.3387072	0.1767
20	0.5154	0.3070752	0.2083
21	0.5362	0.1580032	0.3782
22	0.4945	0.186272	0.3082
23	0.4945	0.1914432	0.3030
24	0.5154	0.2908968	0.2245
25	0.5362	0.2824752	0.2538
26	0.5362	0.2889576	0.2473
27	0.5780	0.2213368	0.3567
28	0.7011	0.2034	0.4977
29	0.8789	0.2410504	0.6378
30	1.2522	0.2604792	0.9917
31	1.8059	0.1856256	1.6203
32	1.9875	0.2332936	1.7542
33	2.0500	0.1324808	1.9175
34	2.1800	0.1912808	1.9887
35	1.9875	0.0741936	1.9133

Tabla 9.- Fuerza motriz.



Grafica 7.- Fuerza motriz en el secado del papel.

Los parámetros para definir la eficiencia del secado a partir de la fuerza motriz son: Baja, para una fuerza motriz menor a 0.27 bar. Buena, si el rango es entre 0.27 y 0.54 bar. Optima, si es superior a 0.54 bar. De acuerdo a los resultados mostrados en la tabla 8, en promedio se tiene una fuerza motriz de 0.49 bar, por lo que se encuentra en el rango aceptable de eficiencia.

Siguiendo la misma metodología anterior se realiza el estudio de secado ahora para un papel de 75 gr/m<sup>2</sup> denominado Fotobond. A continuación se muestra en una tabla las mediciones y resultados de las mismas condiciones y variables consideradas para el Kromos de 68 gr/m<sup>2</sup> pero ahora aplicadas al Fotobond 75 gr/m<sup>2</sup>, así como las gráficas representativas de las variaciones de temperatura y humedad.

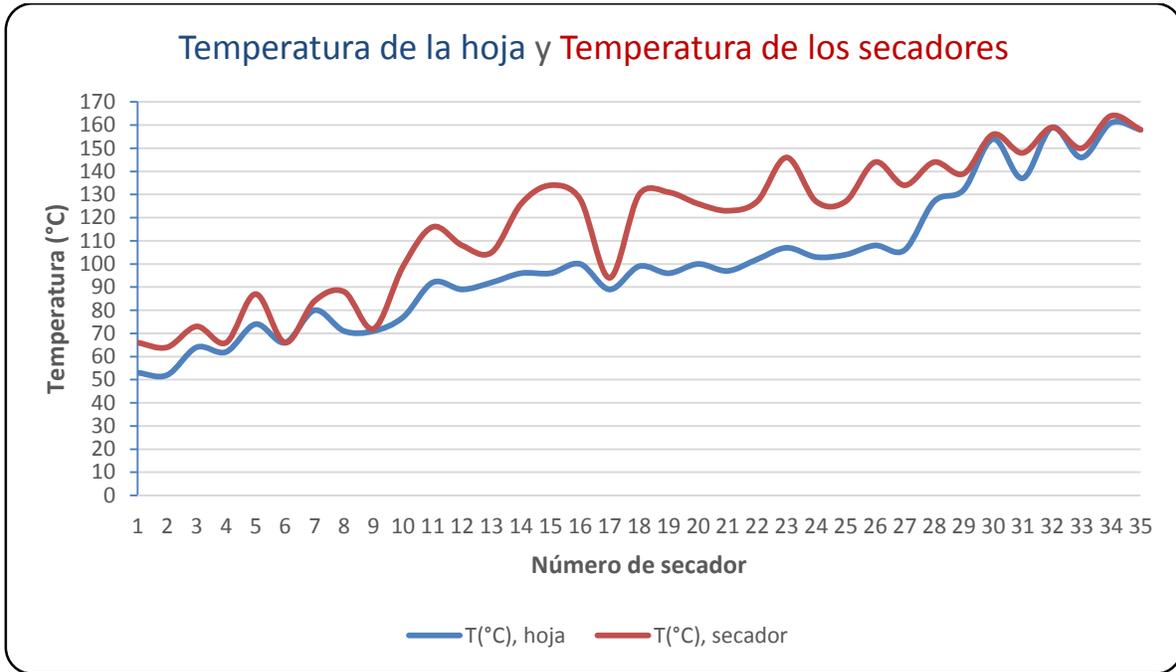
<i>Papel</i>	Fotobond
<i>Composición</i>	33% fibra larga
	50% fibra corta
	17% merma
	22.5% cenizas
<i>Peso base</i>	75 gr/m <sup>2</sup>
<i>Velocidad</i>	520 m/min
<i>Ancho de hoja en enrollador</i>	4.42 m
<i>Consistencia a la entrada a secado</i>	42 %
<i>Humedad de la hoja en el enrollador</i>	3.8 %
<i>Producción teórica</i>	10.34 ton/hr

<i>Presión de vapor promedio</i>	2.58 kg/cm <sup>2</sup>
<i>Flujo total de vapor consumido</i>	30 ton/hr

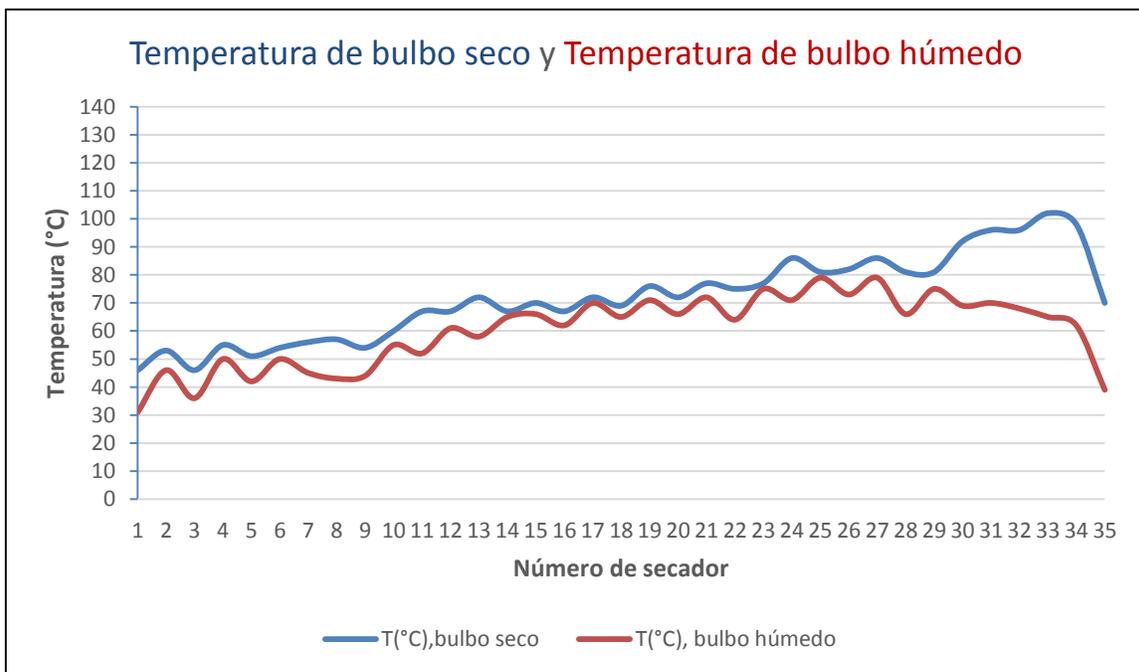
*Tabla 10.- Datos técnicos de la fabricación del papel.*

No. Secador	Temperatura (°C)				Humedad Relativa (%)	Humedad Absoluta (kg agua/kg aire seco)	Presión de vapor (bar)		
	Hoja	Secador	Bulbo seco	Bulbo húmedo			Hoja	Aire	Fuerza motriz
1	53	66	46	31	34.23	0.02927	0.14	0.035	0.11
2	52	64	53	46	67.12	0.06965	0.14	0.096	0.04
3	64	73	46	36	51.99	0.03922	0.24	0.053	0.19
4	62	66	55	50	76.12	0.08726	0.22	0.120	0.10
5	74	87	51	42	58.39	0.05544	0.37	0.076	0.29
6	66	66	54	50	80.34	0.08726	0.26	0.121	0.14
7	80	84	56	45	53.35	0.06588	0.47	0.089	0.38
8	71	88	57	43	44.23	0.05878	0.33	0.077	0.25
9	71	72	54	44	55.98	0.06214	0.33	0.085	0.24
10	77	99	60	55	77.24	0.11583	0.42	0.154	0.27
11	92	116	67	52	45.92	0.09842	0.76	0.127	0.63
12	89	108	67	61	74.75	0.16404	0.68	0.206	0.47
13	92	105	72	58	50.51	0.13834	0.76	0.173	0.59
14	96	126	67	65	90.97	0.20640	0.88	0.249	0.63
15	96	134	70	66	83.00	0.22010	0.88	0.260	0.62
16	100	128	67	62	78.59	0.17422	1.01	0.216	0.80
17	89	94	72	70	91.34	0.27969	0.68	0.310	0.37
18	99	130	69	65	82.86	0.20640	0.98	0.248	0.73
19	96	131	76	71	80.06	0.29926	0.88	0.323	0.56
20	100	126	72	66	75.74	0.22010	1.01	0.259	0.75
21	97	123	77	72	80.21	0.31969	0.91	0.338	0.57
22	102	127	75	64	59.99	0.19539	1.09	0.233	0.86
23	107	146	77	75	91.68	0.38676	1.30	0.384	0.92
24	103	127	86	71	52.34	0.29926	1.13	0.317	0.81
25	104	127	81	79	91.93	0.51533	1.17	0.455	0.71
26	108	144	82	73	67.77	0.34104	1.34	0.350	0.99
27	106	134	86	79	74.82	0.51533	1.25	0.451	0.80
28	127	144	81	66	50.85	0.22010	2.50	0.253	2.25
29	132	139	81	75	77.30	0.38676	2.90	0.382	2.52
30	154	156	92	69	37.29	0.26402	5.30	0.284	5.01
31	137	148	96	70	33.41	0.27969	3.32	0.295	3.03
32	159	159	96	68	30.29	0.24888	6.03	0.269	5.76
33	146	150	102	65	20.56	0.20640	4.28	0.226	4.05
34	161	164	98	62	20.44	0.17422	2.18	0.196	1.98
35	158	158	70	39	15.49	0.04673	5.87	0.680	5.19

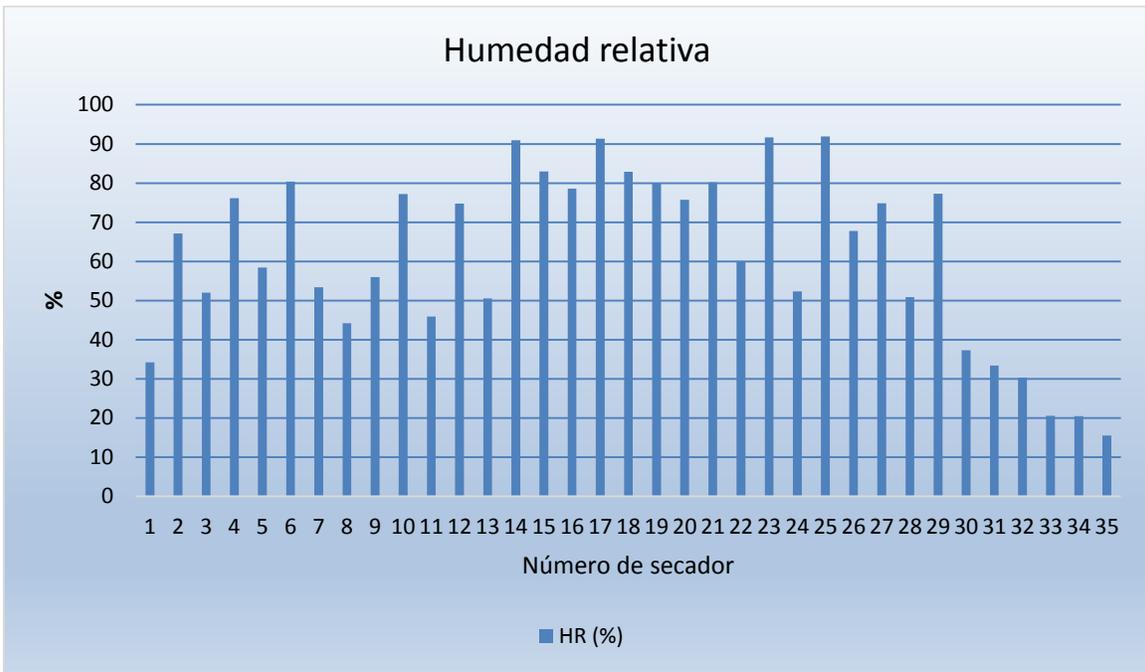
*Tabla 11.- Datos, mediciones y resultados del estudio de secado para Fotobond 75 gr/m<sup>2</sup>.*



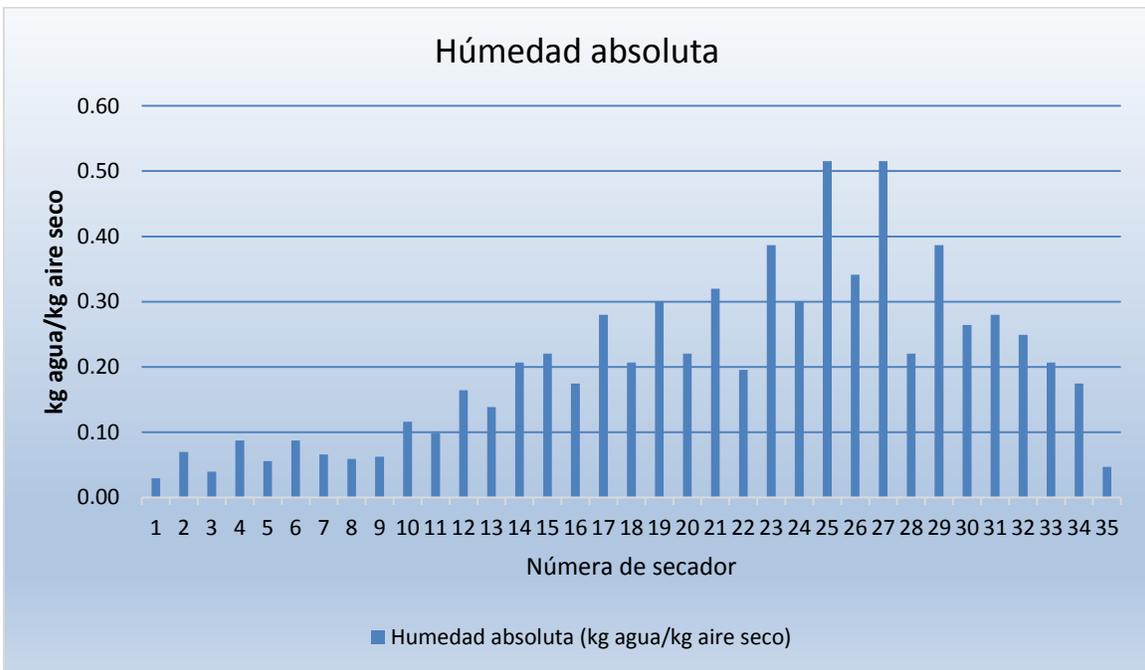
Grafica 8.- Temperatura de la hoja y de los secadores en cada uno de estos para Fotobond 75 gr/m<sup>2</sup>.



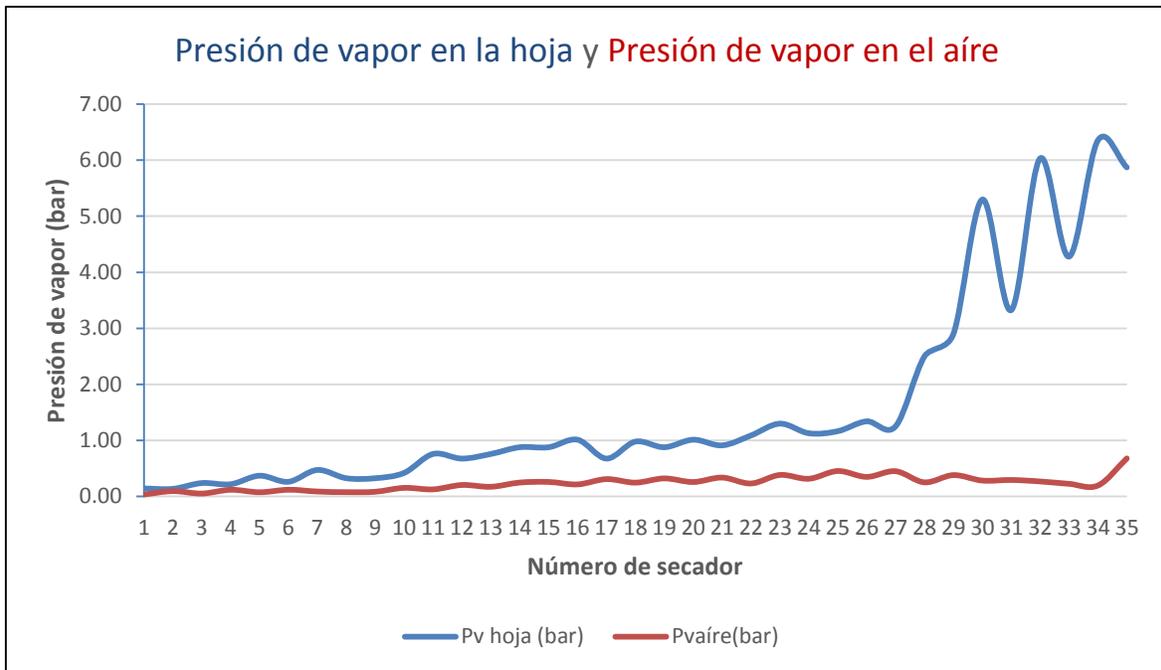
Grafica 9.- Temperatura de bulbo seco y húmedo para Fotobond 75 gr/m<sup>2</sup>.



Grafica 10.- Humedad relativa al interior de los “pockets” para Fotobond 75 gr/m<sup>2</sup>.



Grafica 11.- Humedad absoluta al interior de los “pockets” para Fotobond 75 gr/m<sup>2</sup>.



Grafica 12.- Presiones de vapor en la hoja y en el aire al interior de los “pockets” para Fotobond 75 gr/m<sup>2</sup>.



Grafica 13.- Fuerza motriz en el secado del papel para Fotobond 75 gr/m<sup>2</sup>.

Los resultados que arroja este último estudio de secado con Fotobond 75 gr/m<sup>2</sup> se resumen a continuación:

- En cuanto a la humedad absoluta, los “pockets” que se encuentran por arriba del parámetro son: 15, 17, 19, 21 y del 23-32. Lo anterior es un indicativo de una mala eficiencia en el aire inyectado y extraído de las secciones de secado.
- El nivel de fuerza motriz es bueno ya que en la gran mayoría de los “pockets” se encuentra dentro del rango.

## 4.2 Cálculos y resultados de la humedad

Siguiendo el modelo matemático descrito en el capítulo 3, se hace uso del programa Mathematica para realizar los cálculos pertinentes (Apéndice A y B).

### 4.2.1 Cálculo de la humedad para el papel Kromos 68 gr/m<sup>2</sup>.

Para conocer la humedad al final de la tercera etapa de secado es necesario conocer la temperatura en Z dada por la ecuación (3.9)

$$T(z) = Exp \left[ \frac{-z\sqrt{af_1 - k_m\tau''(x)}}{\sqrt{k_m\tau(x)}} \right] c_1$$

donde

$z \leftarrow$  calibre del papel, para el caso del papel en cuestión se tiene que:

$$z = 8.80 \times 10^{-5} \text{ m}$$

De la ecuación (3.2)

$$a = 1 + \beta T_0$$

donde de la ecuación (2.14) se tiene que

$$\beta = - \frac{\rho_s - \rho_e}{\rho(T_s - T_e)}$$

donde  $\rho$  es la densidad del fluido, para este caso el agua, a la entrada y salida del sistema es decir en el primer y último secador. De tablas para el agua a 1 atm de presión externa y a 25 °C la  $\rho = 997.10 \text{ kg/m}^3$ , además se tiene que para:

$$T_e = 50 \text{ }^\circ\text{C} \rightarrow \rho_e = 988.02 \text{ kg/m}^3$$

$$T_s = 120 \text{ }^\circ\text{C} \rightarrow \rho_s = 939.20 \text{ kg/m}^3$$

con lo cual podemos calcular el coeficiente de expansión térmica

$$\beta = - \frac{(939.20 - 988.02) \text{ kg/m}^3}{997.10 \text{ kg/m}^3 (120 - 50)^\circ\text{C}}$$

$$\beta = 6.99 \times 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$$

Con el valor anterior podemos encontrar el valor de  $a$

$$a = 1 + 6.99 \times 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1} (50^\circ\text{C})$$

$$a = 1.03$$

Ahora de la ecuación (3.3)

$$f_1(x) = u\rho_o C_p \tau'(x)$$

de donde

Velocidad de la máquina:  $u = 540 \text{ m/min}$

Densidad del agua a  $50 \text{ }^\circ\text{C}$ :  $\rho_o = 988.02 \text{ kg/m}^3$

Calor específico del hierro fundido (material del que se compone el secador) [Slätteke and Johan, 2005]:

$$C_p = 500 \text{ J/kg }^\circ\text{C} = 1.824 \text{ J/kg }^\circ\text{K}$$

De la interpolación del perfil de temperatura en el último secador (apéndice A),  $\tau(x) = 120 \text{ }^\circ\text{C} = 393.15 \text{ }^\circ\text{K}$  se tiene que

$$\tau'(x) = -7.5 \text{ }^\circ\text{C} = 265.65 \text{ }^\circ\text{K}$$

$$\tau''(x) = -11 \text{ }^\circ\text{C} = 262.15 \text{ }^\circ\text{K}$$

Por tanto

$$f_1 = (540\text{m/min})(988.02 \text{ kg/m}^3)(1.824 \text{ J/kg }^\circ\text{K})(265.65^\circ\text{K}) (1\text{min}/60\text{seg})$$

$$f_1 = 4.31 \times 10^6 \text{ J/m}^2 \text{ seg}$$

$$f_1 = 4.31 \times 10^6 \text{ W/m}^2$$

El coeficiente de conductividad térmica global [Slätteke and Johan, 2005] es:

$$K_m = 2000 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{K}.$$

Sustituyendo datos en la ecuación (3.9) se tiene:

$$T(z) = \text{Exp} \left[ \frac{-8.8 \times 10^{-5} \sqrt{1.03(4.31 \times 10^6) - 2000(262.15)}}{\sqrt{2000(393.15)}} \right] c_1$$

$$T(z) = 0.99 c_1,$$

donde  $c_1$  es la temperatura de la superficie del secador 35, que es donde se desea determinar la humedad de la hoja:

$$c_1 = 124 \text{ }^\circ\text{C},$$

por lo tanto

$$T(z) = 123.97 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Ahora para conocer la velocidad de desplazamiento del agua al interior de la hoja en su eje  $z$ , es decir,  $w$ , es necesario conocer la distancia que total que recorre la hoja de papel durante su paso por las 3 secciones de secado.

La banda de papel corre a través de cada secador cubriendo la mitad de su circunferencia.

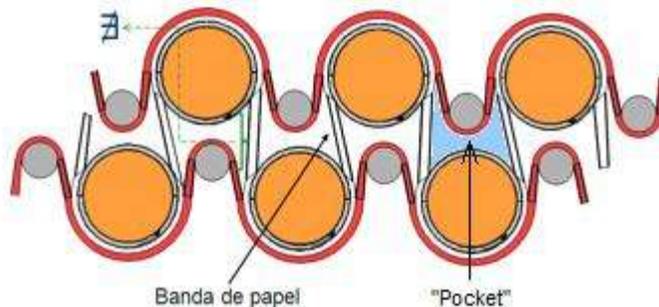


Fig. 24.- Esquema del recorrido del papel a través de los secadores.

Los secadores tienen 2 m (60 in.) de diámetro ( $\phi$ ), por lo tanto, el espacio del secador que es recorrido por la banda de papel es:

$$\frac{1}{2}\ell = \pi \left(\frac{\phi}{2}\right) = 3.1416 \left(\frac{2}{2}\right) = 3.1416 \text{ m}$$

Entre cada secador existe un espacio libre del recorrido de la banda de papel ( $\mathcal{A}$ ) de 1m, sumando un total de 36m de espacios libres desde que sale de la 2da. prensa húmeda hasta que abandona el secador 35, el cual es el último secador de la 3ra. etapa de secado. Por lo que la distancia total que recorre la banda de papel desde la salida de la 2da. prensa húmeda hasta la salida de la 3ra. sección de secado es:

$$L = \ell(35) + \mathcal{A} = 3.1416\text{m}(35) + (36\text{m}) = 145.96\text{m}$$

Con lo que el tiempo que tarda en recorrer la banda de papel las 3 primeras etapas de secado es:

$$t = \frac{L}{u} = \frac{145.96}{540} = 0.27 \text{ min}(60\text{seg}/1\text{min}) = 16.22 \text{ seg}$$

De la ecuación (2.21)

$$\rho_f = \rho_o[1 - \beta(T - T_o)]$$

donde  $T = T(z) = 123.97 \text{ }^\circ\text{C}$

luego entonces

$$\rho_f = 988.02 \text{ kg/m}^3[1 - 6.99 \times 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1} (123.97 \text{ }^\circ\text{C} - 50 \text{ }^\circ\text{C})]$$

$$\rho_f = 936.89 \text{ kg/m}^3$$

De tablas se tiene que el coeficiente de viscosidad dinámica del agua

$$\mu = 0.0003 \text{ kg/m seg}$$

La permeabilidad específica del medio, es decir, del papel es muy pequeña y depende de su gramaje:

$$K = 8.65 \times 10^{-14} \text{ m}^2$$

La gravedad

$$g = 9.8 \text{ m/seg}^2$$

Por lo tanto sustituyendo datos en la ecuación (3.12)

$$w = \frac{2K\rho_f g}{\mu} = \frac{2(8.65 \times 10^{-14} \text{ m}^2)(936.89 \text{ kg/m}^3)(9.8 \frac{\text{m}}{\text{seg}^2})}{0.0003 \frac{\text{kg}}{\text{m seg}}}$$

$$w = 3.17 \times 10^{-4} \text{ m/seg}$$

Con lo cual la humedad (de la ec. 3.13) al final de la tercera etapa de secado será:

$$\mathcal{H} = \frac{w}{u} L = 8.58 \times 10^{-5} \text{ m}$$

Finalmente el porcentaje de humedad en este punto es:

$$\text{humedad} = \frac{z - \mathcal{H}}{z} * 100 = \frac{8.80 \times 10^{-5} \text{ m} - 8.58 \times 10^{-5} \text{ m}}{8.80 \times 10^{-5} \text{ m}} * 100$$

$$\text{humedad} = 2.42 \%$$

Este resultado es muy cercano al porcentaje de humedad registrado (2.3%) en dicha zona del proceso, por el sistema de monitoreo utilizado en la fábrica, que consta de un escáner (fig. 23) que realiza un barrido a todo lo ancho de la hoja midiendo y/o registrando el porcentaje de humedad y transfiere el dato a la PC de control. Por lo tanto, que se puede aseverar que el modelo matemático es confiable y acertado.



Fig. 25.- Escáner de monitoreo y registro de la humedad en el papel.

#### 4.2.2 Cálculo de la humedad para el papel Fotobond 75 gr/m<sup>2</sup>.

Siguiendo el mismo procedimiento utilizado para el Kromos 68gr/m<sup>2</sup>, se procede a determinar la T (z), de la ecuación (3.9):

$$T(z) = Exp \left[ \frac{-z\sqrt{af_1 - k_m\tau''(x)}}{\sqrt{k_m\tau(x)}} \right] c_1,$$

donde

z ← calibre del papel, para este caso se tiene que:

$$z = 1.05 \times 10^{-4} \text{ m.}$$

De la ecuación (2.14):

$$\beta = -\frac{\rho_s - \rho_e}{\rho(T_s - T_e)},$$

donde ρ es la densidad del fluido, de tablas para el agua a 1 atm de presión externa y a 25 °C la ρ = 997.1 kg/m<sup>3</sup>, que sería la densidad estándar. La densidad a la entrada y salida del sistema es:

$$\begin{aligned} T_e = 53 \text{ } ^\circ\text{C} &\rightarrow \rho_e = 986.62 \text{ kg/m}^3, \\ T_s = 158 \text{ } ^\circ\text{C} &\rightarrow \rho_s = 902.72 \text{ kg/m}^3, \end{aligned}$$

con lo cual

$$\beta = -\frac{(902.72 - 986.62) \text{ kg/m}^3}{997.1 \text{ kg/m}^3 (158 - 53) ^\circ\text{C}},$$

$$\beta = 8.01 \times 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}.$$

Por tanto,

$$a = 1 + \beta T_0$$

$$\begin{aligned} a &= 1 + 8.01 \times 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} (53 ^\circ\text{C}) \\ a &= 1.04 \end{aligned}$$

De la ecuación (3.3)

$$f_1(x) = u\rho_o C_p \tau'(x)$$

de donde

Velocidad de la máquina:  $u = 540 \text{ m/min}$

Densidad del agua a  $53 \text{ }^\circ\text{C}$ :  $\rho_o = 986.62 \text{ kg/m}^3$

Calor específico:  $C_p = 500 \text{ J/kg }^\circ\text{C} = 1.824 \text{ J/kg }^\circ\text{K}$

De la interpolación del perfil de temperatura en el último secador  $\tau(x) = 158 \text{ }^\circ\text{C} = 431.15 \text{ }^\circ\text{K}$  se tiene que

$$\tau'(x) = -27.33 \text{ }^\circ\text{C} = 245.82 \text{ }^\circ\text{K}$$

$$\tau''(x) = -64 \text{ }^\circ\text{C} = 209.15 \text{ }^\circ\text{K}$$

Por tanto

$$f_l = (540 \text{ m/min})(986.62 \text{ kg/m}^3)(1.824 \text{ J/kg }^\circ\text{K})(245.82 \text{ }^\circ\text{K}) (1 \text{ min}/60 \text{ seg})$$

$$f_l = 3.83 \times 10^6 \text{ J/m}^2 \text{ seg}$$

$$f_l = 3.83 \times 10^6 \text{ W/m}^2$$

El coeficiente de conductividad térmica global:  $K_m = 2000 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{K}$

Sustituyendo datos en la ecuación (3.9) se tiene:

$$T(z) = \text{Exp} \left[ \frac{-1.05 \times 10^{-4} \sqrt{1.04(3.83 \times 10^6) - 2000(209.15)}}{\sqrt{2000(431.15)}} \right] c_1$$

$$T(z) = 0.99 c_1,$$

donde

$$c_1 = 158 \text{ }^\circ\text{C},$$

por lo tanto

$$T(z) = 157.97 \text{ }^\circ\text{C}.$$

De la ecuación (2.21)

$$\rho_f = \rho_o [1 - \beta(T - T_o)],$$

sustituyendo datos

$$\rho_f = 986.62 \text{ kg/m}^3 [1 - 8.01 \times 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1} (157.97 \text{ }^\circ\text{C} - 53 \text{ }^\circ\text{C})]$$

$$\rho_f = 903.63 \text{ kg/m}^3$$

La permeabilidad específica para este gramaje:

$$K = 1.03 \times 10^{-13} \text{ m}^2$$

Por lo tanto sustituyendo datos en la ecuación (3.12)

$$w = \frac{2K\rho_f g}{\mu} = \frac{2(1.03 \times 10^{-13} \text{ m}^2)(903.63 \text{ kg/m}^3)(9.8 \frac{\text{m}}{\text{seg}^2})}{0.0003 \frac{\text{kg}}{\text{m seg}}}$$

$$w = 3.65 \times 10^{-4} \text{ m/seg}$$

Con lo cual la humedad (de la ec. 3.13) al final de la tercera etapa de secado será:

$$\mathcal{H} = \frac{w}{u} L = 1.02 \times 10^{-4} \text{ m}$$

Finalmente el porcentaje de humedad en este punto es:

$$\text{humedad} = \frac{z - \mathcal{H}}{z} * 100 = \frac{1.05 \times 10^{-4} \text{ m} - 1.02 \times 10^{-4} \text{ m}}{1.05 \times 10^{-4} \text{ m}} * 100$$

$$\text{humedad} = 2.47 \%$$

Dicha humedad está dentro del rango del porcentaje requerido (2 a 3%) a la salida de la pre-sequería, el registrado por el escáner es de 2.3%. Por tanto el modelo es consistente independientemente del gramaje del papel y corrobora su confiabilidad en la predicción de la humedad en su proceso de secado.

*4.2.3 Propuesta de un perfil de temperaturas en el secado del papel Fotobond 75 gr/m<sup>2</sup> y cálculo de su humedad.*

Se propone un perfil de temperaturas para la pre-sequería considerando el papel Fotobond 75 gr/m<sup>2</sup>, suponiendo únicamente valores de temperatura de la hoja y de la superficie en cada secador, considerando las condiciones de operación de la Máquina de papel de Scribe planta Morelia, es decir, los secadores 2, 4, 6 y 8 cerrados, pero que obviamente dadas las mediciones anteriores se puede notar que su temperatura, aunque menor a los secadores que les anteceden, ésta no dista mucho de los valores registrados en los secadores que cuentan con suministro de vapor, ya que el sistema de secciones de secado se encuentra parcialmente aislado. También se supone un aumento gradual de la temperatura en cada secador (a partir del 9) de 2 °C y un  $\Delta T=10$  °C, entre la temperatura de la hoja y la temperatura de la superficie en cada secador. Se realizaron varios cálculos de la humedad (con el método propuesto en el presente trabajo) suponiendo perfiles de temperaturas, y el que mejor se adapta y optimiza el proceso para la producción y secado del papel Fotobond 75 gr/m<sup>2</sup>, en la Máquina en cuestión es el siguiente:

<i>Secador</i>	<i>Temperatura de secador (°C)</i>	<i>Temperatura de la hoja (°C)</i>
1	65	55
2	57	50
3	68	60
4	60	57
5	72	64
6	60	57
7	76	68
8	67	60
9	78	70
10	80	70
11	82	72
12	84	74
13	86	76
14	88	78
15	90	80
16	92	82
17	94	84
18	96	86
19	98	88
20	100	90

21	102	92
22	104	94
23	106	96
24	108	98
25	110	100
26	112	102
27	114	104
28	116	106
29	118	108
30	120	110
31	122	112
32	124	114
33	126	116
34	128	118
35	130	120

Tabla 12.- Perfil de temperaturas supuesto, de la hoja y superficie de los cilindros en la pre-sequería para Fotobond 75 gr/m<sup>2</sup>.

Con este perfil de temperaturas se procede, a calcular la humedad de la hoja a la salida de la pre-sequería.

De la ecuación (2.14):

$$\beta = -\frac{\rho_s - \rho_e}{\rho(T_s - T_e)},$$

donde:

$\rho = 997.1 \text{ kg/m}^3$  (densidad estándar),

La densidad a la entrada y salida del sistema es:

$$T_e = 55 \text{ }^\circ\text{C} \rightarrow \rho_e = 985.65 \text{ kg/m}^3,$$

$$T_s = 120 \text{ }^\circ\text{C} \rightarrow \rho_s = 939.2 \text{ kg/m}^3,$$

por tanto,

$$\beta = 7.16 \times 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}.$$

con lo cual

$$a = 1 + \beta T_0$$

$$a = 1.04$$

De la ecuación (3.3)

$$f_1(x) = u \rho_o C_p \tau'(x)$$

de donde

Velocidad de la máquina:  $u = 560 \text{ m/min}$

Densidad del agua a 55 °C:  $\rho_o = 985.65 \text{ kg/m}^3$

Calor específico:  $C_p = 500 \text{ J/kg } ^\circ\text{C} = 1.824 \text{ J/kg } ^\circ\text{K}$

De la interpolación del perfil de temperatura en el último secador  $\tau(x) = 120^\circ\text{C} = 393.15^\circ\text{K}$  se tiene que

$$\begin{aligned}\tau'(x) &= -2^\circ\text{C} = 275.15^\circ\text{K} \\ \tau''(x) &= -0^\circ\text{C} = 273.15^\circ\text{K}\end{aligned}$$

Por tanto

$$\begin{aligned}f_l &= 4.62 \times 10^6 \text{ J/m}^2 \text{ seg} \\ f_l &= 4.62 \times 10^6 \text{ W/m}^2\end{aligned}$$

El coeficiente de conductividad térmica global:  $K_m = 2000 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{K}$

Sustituyendo datos en la ecuación (3.9) se tiene:

$$T(z) = 0.99 c_1,$$

donde

$$c_1 = 120^\circ\text{C},$$

por lo tanto

$$T(z) = 129.97^\circ\text{C}.$$

De la ecuación (2.21)

$$\rho_f = \rho_o [1 - \beta(T - T_o)],$$

sustituyendo datos

$$\rho_f = 932.69 \text{ kg/m}^3$$

La permeabilidad específica para este gramaje:

$$K = 1.03 \times 10^{-13} \text{ m}^2$$

Por lo tanto sustituyendo datos en la ecuación (3.12)

$$w = \frac{2K\rho_f g}{\mu}$$

$$w = 3.77 \times 10^{-4} \text{ m/seg}$$

Con lo cual la humedad (de la ec. 3.13) al final de la tercera etapa de secado será:

$$\mathcal{H} = \frac{w}{u} L = 9.81 \times 10^{-5} \text{ m}$$

Finalmente el porcentaje de humedad en este punto es:

$$\text{humedad} = \frac{z - \mathcal{H}}{z} * 100$$

$$\text{humedad} = 2.33 \text{ \%}.$$

Dicha humedad está dentro del rango del porcentaje requerido (2 a 3%) a la salida de la pre-sequería. Por tanto el perfil propuesto es adecuado.

## CAPÍTULO 5: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Se propuso un modelo matemático para predecir la humedad a la salida de la tercera etapa de secado en la máquina de papel del Grupo Papelero Scribe, usando la teoría de convección natural interna en medios porosos. Los resultados son buenos, el modelo predice con precisión la humedad esperada y puede ser aplicado a cualquier máquina de papel con los datos técnicos adecuados para cada una.

Los resultados obtenidos del estudio de mediciones puntuales permiten concluir que las condiciones de operación de la máquina desde el punto de vista de secado de la hoja son aceptablemente eficientes, pero con áreas de oportunidad para reducir costos de operación.

Hay una alta humedad relativa en muchos “pockets”, por lo que se requiere una óptima inyección de aire caliente para solucionar esta situación e incrementar la capacidad de secado de la hoja.

En las gráficas 2 y 7 y tablas 4 y 10, donde se compara la temperatura de la hoja con la temperatura de los secadores, se puede notar que en algunos de estos cilindros, la diferencia entre estas temperaturas supera los 20 °C. Dos de las causas principales de este  $\Delta T$ , pueden ser: la alta humedad en los “pockets” y/o una baja tensión de las lonas por lo que se recomienda que se ajuste de tensión en estas últimas de 3 kg/cm.

La deficiente ventilación está propiciando que el aire en los “pockets” pierda capacidad para almacenar agua proveniente del secado de la hoja y por ello se manifiesta con una alta humedad relativa y absoluta, así mismo la fuerza motriz resulta en el rango de aceptable, pero debería ubicarse en el rango de óptima.

Se supuso un perfil de temperaturas que optimizara el proceso de secado. se supone un incremento en la velocidad de la máquina de 40 m/min respecto a la velocidad con que se trabajó durante las mediciones mostradas para papel en el apartado 4.2.2, lo cual representa un aumento de la producción del 7.14%, es decir, 4922.89 ton/año, 4 430 600 dolares/año generados para los papeles de 75 gr/m<sup>2</sup>, muy significativo si además resaltamos que el perfil propuesto de temperaturas las supone inferiores a las medidas en el estudio de secado (como actualmente se trabajan) pero adecuadas para que el incremento en la temperatura de los cilindros secadores sea el óptimo para concluir con la humedad requerida al final de la pre-sequería. Lo cual representaría un ahorro energético en la generación de vapor, y luego entonces una ahorro significativo en el costo de producción.

## BIBLIOGRAFÍA.

- [1] A. J. E. J. Dupuit, 1863 *E´tudes The´oriques et Pratiques sur le Mouvement des aux dans les Canaux D´ecouverts et a Travers les Terrains Perm´eables*. Victor Dalmont, Paris. [1.5.2]
- [2] Boussinesq, J. 1903 *Theorie Analytique de la Chaleur*, Vol. 2, Gauthier-Villars, Paris. [2.3]
- [3] P. Forchheimer, 1901 *Wasserbewegung durch Boden*. *Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure* **45**, 1736–1741 and 1781–1788. [1.5.2]
- [4] Briun, S. y Luyben, K.C.A.M., 1980, *Drying of food material: A review of recent development*, *Advances in Drying.*, Mujumdar, A.S. Ed., Hemisphere Corp., New York, 1, 155-215.
- [5] C. Canuto, M.Y. Hussaini, A. Quarteroni, T.A. Zang, *Spectral methods: fundamentals in single domains*, Springer-Verlag, Berlin-Germany, 2006.
- [6] Clisanto, (2009) *.Secado d la hoja de papel*.
- [7] Coming E.W. y Sherwood, T.K., 1934, *The drying of solids*. VII. *Moisture movement by capillarity in drying granular materials*, *Ind. Eng. Chem.*, 26, 1096-1098.
- [8] D. A. Nield, A. Bejan, *Convection in porous media*, Thrid Ed, Springer, 2006. Cap. 2.
- [9] D. A. Nield, 1994 *Modelling high speed flow of a compressible fluid in a saturated porous medium*. *Transport in Porous Media* **14**, 85–88. [1.5.1]
- [10] D. J. Acheson, *Elementary Fluid Dynamics*, Oxford 1990.

- [11] E. Báez, B. Bermúdez y A. Nicolás, 2004, Convección natural en medios porosos y libres: simulación numérica. Revista Mexicana de Física, México D.F.
- [12] F. Calogero, Lagrangian interpolation and differentiation, Lett. Nuovo Cimento 35 (1983) 273-278.
- [13] G. F. C. Rogers y Y. R. Mayhew, Thermodynamic and Transport Properties of Fluids, Fifth Edition.
- [14] G. K. Batchelor, An Introduction to Fluid Dynamics, Cambridge Univ. Press, 1980.
- [15] H. P. G. Darcy, 1856 Les Fontaines Publiques de la Ville de Dijon. Victor Dalmont, Paris. [1.4.1]
- [16] J. P. Casey, Pulp and paper, Chemistry and Chemical Technology. 2<sup>da</sup> Ed. Vol. III.
- [17] J. Rodriguez, Tesis: Modelamiento del transporte de humedad en el bagazo de caña, Ingeniería Química, Instituto Tecnológico de Celaya, Guanajuato, Mexico, 1998.
- [18] Kee, R.B., 1972, Migration of moisture in solids in Drying: Principles and practice, Pergamon press, Cap. 5, 121-148.
- [19] Lewis, W. K., 1921, The rate of drying of solid material, Ind. Eng. Chem, 13, 427-432.
- [20] Luikov, A. V., 1966, Heat and mass transfer in capillary porous bodies. Pergamon press Ltd.
- [21] M. Bruschi, R.G. Campos, E. Pace, On a method for computing eigenvalues and eigenfunctions of linear differential operators, Nuovo Cimento B105 (1990) 131-163.
- [22] M. Karlsson (ed), Paper making part 2, drying, Tappi Press, 2000.
- [23] Oberbeck, A. 1879 Ueber die Wärmeleitung der Flüssigkeiten bei Berücksichtigung der Strömungen infolge von Temperaturdifferenzen. Ann. Phys. Chem. 7, 271-292. [2.3].

- [24] O. Slätteke y K. Johan, 2005, Modeling of a steam heated rotating cylinder. American Control Conference. Portland, OR, USA.
- [25] P. A. Markowich, Applied Partial Differential Equations: A visual approach, Springer, 2007.
- [26] Perry, R. N., Green P. W. y Maloney, J. O., 1984. Perry's Chemical Engineer's Handbook, 6<sup>th</sup> ed. Mc Graw Hill. New York.
- [27] R. A. Wooding, 1957 Steady state free thermal convection of liquid in a saturated permeable medium. J. Fluid Mech. **2**, 273–285. [1.5.1]
- [28] R. B. Bird, W.E. Stewart, E.N. Lightfoot. 1992. Fenómenos de transporte, ed. Reverté. México.
- [29] R. Bentley, (1998). Temperature and Humidity Measurement Volume 1. Springer.Australia.
- [30] UNE 7523-1 (1997). Atmósferas para acondicionamiento y ensayo. Determinación de la humedad relativa. Parte 1 y 2.
- [31] Waananen, K. M. Litchfield, J. B. y Okos, M. R., 1993, Classification of drying models for porous solids, Drying tech., 11, 1-40.
- [32] Yeong-Koo Yeo, Ki-Seok Hwang, Sung Chul Yi y Hong Kang, 2004, Modeling of the Drying Process in Paper Plants. Department of Chemical Engineering, Hanyang University, Seoul Korea.

## APÉNDICES

A. Notebook en Mathematica del cálculo de la humedad para el Kromos 68 gr/m<sup>2</sup>.

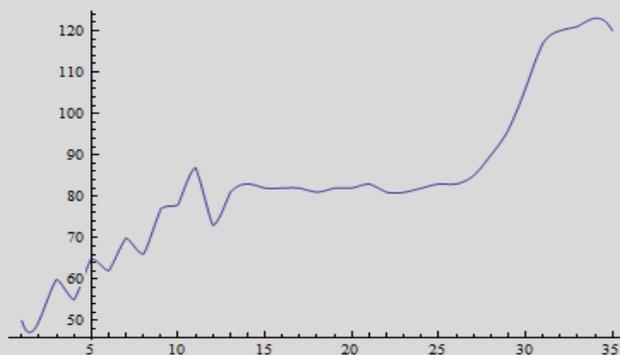
### CALCULO DE LA HUMEDAD PARA KROMOS 68GR/M2

A continuación se interpolan y grafican los datos de la temperatura de la hoja a la salida de cada secador.]

```
 $\tau = \text{Interpolation}[\{50, 50, 60, 55, 65, 62, 70, 66, 77, 78, 87, 73, 81, 83,$   
 $82, 82, 82, 81, 82, 82, 83, 81, 81, 82, 83, 83, 85, 90, 96, 106, 117,$   
 $120, 121, 123, 120\}]$ 
```

```
InterpolatingFunction[{{1, 35}}, <>]
```

```
Plot[ $\tau[x]$ , { $x$ , 1, 35}]
```

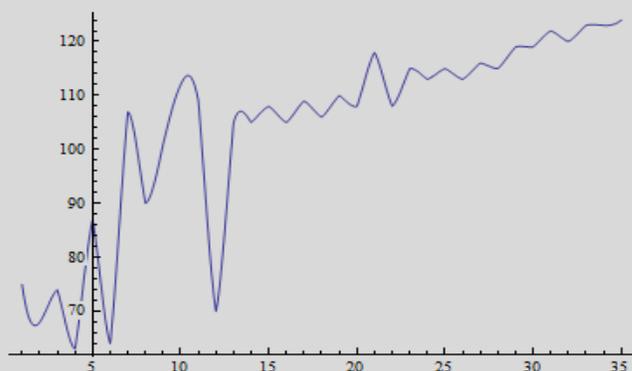


A continuación se interpolan y grafican los datos de la temperatura de la superficie de cada secador.

```
 $TS = \text{Interpolation}[\{75, 68, 74, 63, 87, 64, 107, 90, 101, 112, 109, 70,$   
 $105, 105, 108, 105, 109, 106, 110, 108, 118, 108, 115, 113, 115, 113,$   
 $116, 115, 119, 119, 122, 120, 123, 123, 124\}]$ 
```

```
InterpolatingFunction[{{1, 35}}, <>]
```

```
Plot[ $TS[x]$ , { $x$ , 1, 35}]
```



Sea TSf la temperatura de la superficie del secador número 35.

$$TSf = TS[35]$$

124

Sea To la temperatura de la hoja en el secador número 1.

$$To = \tau[1]$$

50

Sea Tf la temperatura de la hoja en el secador número 35.

$$Tf = \tau[35]$$

120

Sea TfK la temperatura de la hoja en el secador número 35 en grados Kelvin.

$$TfK = Tf + 273.15$$

393.15

Sea T1 primera derivada la temperatura de la hoja en el secador número 35. Y Sea T1K la conversión de T1 a grados Kelvin.

$$T1 = \tau'[35]$$

$$T1K = T1 + 273.15$$

$-\frac{15}{2}$

265.65

Sea T2 segunda derivada la temperatura de la hoja en el secador número 35. Y Sea T2K la conversión de T2 a grados Kelvin.

$$T2 = \tau''[35]$$

$$T2K = T2 + 273.15$$

-11

262.15

$$\rho_s = 939.2;$$

$$\rho_o = 988.02;$$

$$\rho = 997.1;$$

$$\beta = -\frac{\rho_s - \rho_o}{\rho (Tf - To)}$$

0.000699457

$$a = 1 + \beta \cdot T_o$$

1.03497

```
u = 540;  
Cp = 1.824;  
z = 0.000088;  
Km = 2000;
```

**\*\* 60 es el factor para convertir a segundos \*\***

$$f1 = (u \cdot \rho_o \cdot Cp \cdot T1K / 60)$$

$4.30867 \times 10^6$

$$Tz1 = \text{Exp} \left[ -z \sqrt{((a \cdot f1) - (Km \cdot (T2K))) / (Km \cdot Tfk)} \right]$$

0.999803

$$Tz = Tz1 \cdot TSf$$

123.976

**calculando la velocidad w**

```
 $\mu = 0.0003;$   
 $k = 8.65 \cdot 10^{(-14)};$   
 $g = 9.8;$   
 $L = 145.956;$   
 $\rho f = \rho_o (1 - \beta (Tz - T_o))$ 
```

936.897

$$w = \frac{(2 k \cdot \rho f \cdot g) (60)}{\mu}$$

0.000317683

$$h = (w / u) L$$

0.0000858662

$$\text{humedad} = ((z - h) / z) 100$$

2.42477

B. Notebook en Mathematica del cálculo de la humedad para el Fotobond 75 gr/m<sup>2</sup>.

## CALCULO DE LA HUMEDAD PARA FOTOBOND 75 GR/M2

A continuación se interpolan y grafican los datos de la temperatura de la hoja a la salida de cada secador.

```
 $\tau$  = Interpolation[{{53, 52, 64, 62, 74, 66, 80, 71, 71, 77, 92, 89, 92, 96, 96, 100, 89, 99, 96, 100, 97, 102, 107, 103, 104, 108, 106, 127, 132, 154, 137, 159, 146, 161, 158}}
```

```
InterpolatingFunction[{{1, 35}}, <>]
```

```
Plot[ $\tau$ [x], {x, 1, 35}]
```

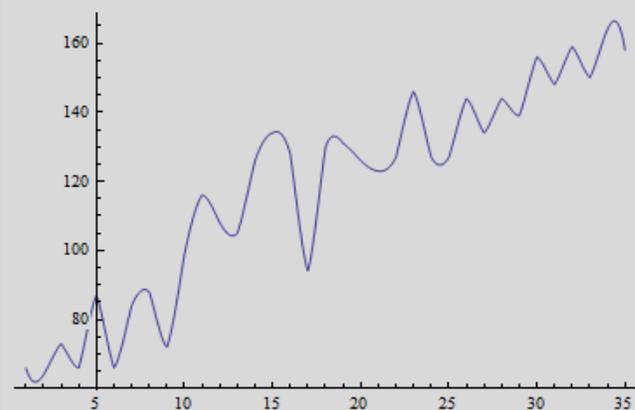


A continuación se interpolan y grafican los datos de la temperatura de la superficie de cada secador.

```
TS = Interpolation[{{66, 64, 73, 66, 87, 66, 84, 88, 72, 99, 116, 108, 105, 126, 134, 128, 94, 130, 131, 126, 123, 127, 146, 127, 127, 144, 134, 144, 139, 156, 148, 159, 150, 164, 158}}
```

```
InterpolatingFunction[{{1, 35}}, <>]
```

```
Plot[TS[x], {x, 1, 35}]
```



Sea TSf la temperatura de la superficie del secador número 35.

$$TSf = TS[35]$$

158

Sea To la temperatura de la hoja en el secador número 1.

$$To = \tau[1]$$

53

Sea Tf la temperatura de la hoja en el secador número 35.

$$Tf = \tau[35]$$

158

Sea TfK la temperatura de la hoja en el secador número 35 en grados Kelvin.

$$TfK = Tf + 273.15$$

431.15

Sea T1 primera derivada la temperatura de la hoja en el secador número 35. Y Sea T1K la conversión de T1 a grados Kelvin.

$$T1 = \tau'[35]$$

$$T1K = T1 + 273.15$$

$-\frac{82}{3}$

245.817

Sea T2 segunda derivada la temperatura de la hoja en el secador número 35. Y Sea T2K la conversión de T2 a grados Kelvin.

$$T2 = \tau''[35]$$

$$T2K = T2 + 273.15$$

-64

209.15

$$\rho_s = 902.72;$$

$$\rho_o = 986.62;$$

$$\rho = 997.1;$$

$$\beta = -\frac{\rho_s - \rho_o}{\rho (Tf - To)}$$

0.000801372

$$a = 1 + \beta \cdot T_o$$

1.04247

$$u = 520;$$

$$C_p = 1.824;$$

$$z = 0.000105;$$

$$K_m = 2000;$$

**\*\* 60 es el factor para convertir a segundos \*\***

$$f_1 = (u \cdot \rho_o \cdot C_p \cdot T_{1K} / 60)$$

$3.83388 \times 10^6$

$$T_{z1} = \text{Exp} \left[ -z \sqrt{((a \cdot f_1) - (K_m \cdot (T_{2K}))) / (K_m \cdot T_{fK})} \right]$$

0.999786

Finalmente la temperatura en Z es:

$$T_z = T_{z1} \cdot T_{Sf}$$

157.966

Calculando la velocidad w

$$\mu = 0.0003;$$

$$k = 1.03 \cdot 10^{(-13)};$$

$$g = 9.8;$$

$$L = 145.956;$$

$$\rho_f = \rho_o (1 - \beta (T_z - T_o))$$

903.629

$$w = \frac{(2 k \cdot \rho_f \cdot g) (60)}{\mu}$$

0.000364849

$$h = (w / u) L$$

0.000102408

$$\text{humedad} = ((z - h) / z) 100$$

2.46903

C. Notebook en Mathematica del cálculo de la humedad con el perfil de temperaturas propuesto para el Fotobond 75 gr/m<sup>2</sup>.

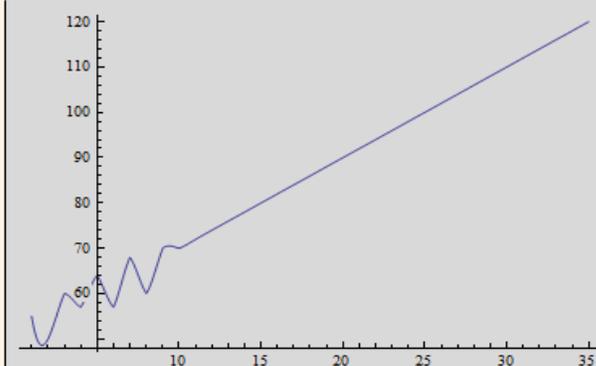
## PERFIL DE TEMPERATURAS PROPUESTO PARA DETERMINAR LA HUMEDAD PARA FOTOBOND 75 GR/M2

A continuación se interpolan y grafican los datos de la temperatura de la hoja a la salida de cada secador.

```
τ = Interpolation[{55, 50, 60, 57, 64, 57, 68, 60, 70, 70, 72, 74, 76, 78, 80,  
82, 84, 86, 88, 90, 92, 94, 96, 98, 100, 102, 104, 106, 108, 110, 112, 114,  
116, 118, 120}]
```

```
InterpolatingFunction[{{1, 35}}, <>]
```

```
Plot[τ[x], {x, 1, 35}]
```

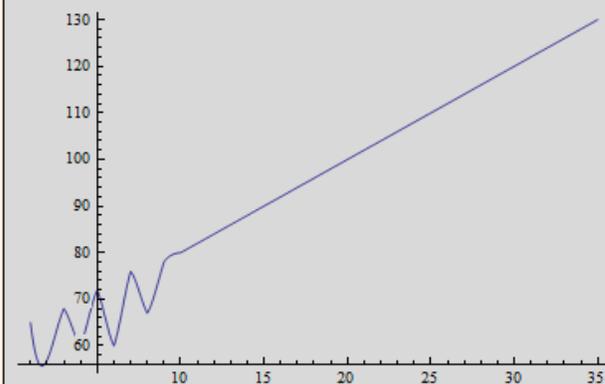


A continuación se interpolan y grafican los datos de la temperatura de la superficie de cada secador.

```
TS = Interpolation[{65, 57, 68, 60, 72, 60, 76, 67, 78, 80, 82, 84, 86, 88, 90,  
92, 94, 96, 98, 100, 102, 104, 106, 108, 110, 112, 114, 116, 118, 120, 122,  
124, 126, 128, 130}]
```

```
InterpolatingFunction[{{1, 35}}, <>]
```

```
Plot[TS[x], {x, 1, 35}]
```



Sea TSf la temperatura de la superficie del secador número 35.

$$TSf = TS[35]$$

130

Sea To la temperatura de la hoja en el secador número 1.

$$To = \tau[1]$$

55

Sea Tf la temperatura de la hoja en el secador número 35.

$$Tf = \tau[35]$$

120

Sea TfK la temperatura de la hoja en el secador número 35 en grados Kelvin.

$$TfK = Tf + 273.15$$

393.15

Sea T1 primera derivada la temperatura de la hoja en el secador número 35. Y Sea T1K la conversión de T1 a grados Kelvin.

$$T1 = \tau'[35]$$

$$T1K = T1 + 273.15$$

2

275.15

Sea T2 segunda derivada la temperatura de la hoja en el secador número 35. Y Sea T2K la conversión de T2 a grados Kelvin.

$$T2 = \tau''[35]$$

$$T2K = T2 + 273.15$$

0

273.15

$$\rho_s = 939.2;$$

$$\rho_o = 985.65;$$

$$\rho = 997.1;$$

$$\beta = -\frac{\rho_s - \rho_o}{\rho (Tf - To)}$$

0.000716694

$$a = 1 + \beta * To$$

1.03942

$u = 560;$   
 $C_p = 1.824;$   
 $z = 0.0001005;$   
 $K_m = 2000;$

**\*\* 60 es el factor para convertir a segundos \*\***

$$f_1 = (u * \rho_o * C_p * T_1K / 60)$$

$4.61694 \times 10^6$

$$T_{z1} = \text{Exp} \left[ -z \sqrt{((a * f_1) - (K_m * (T_2K))) / (K_m * T_{fK})} \right]$$

0.999766

Finalmente la temperatura en Z es:

$$T_z = T_{z1} * T_{Sf}$$

129.97

Calculando la velocidad w

$\mu = 0.0003;$   
 $k = 1.03 * 10^{(-13)};$   
 $g = 9.8;$   
 $L = 145.956;$   
 $\rho_f = \rho_o (1 - \beta (T_z - T_o))$

932.691

$$w = \frac{(2k * \rho_f * g) (60)}{\mu}$$

0.000376583

$$h = (w / u) L$$

0.000098151

$$\text{humedad} = ((z - h) / z) 100$$

2.33728

D. Tablas de vapor

Saturated Water and Steam

$T$ [°C]	$P_s$ [bar]	$v_g$ [m <sup>3</sup> /kg]	$h_f$	$h_g$		$s_f$	$s_g$	
				[kJ/kg]			[kJ/kg K]	
0.01	0.006112	206.1	0*	2500.8	2500.8	0†	9.155	9.155
1	0.006566	192.6	4.2	2498.3	2502.5	0.015	9.113	9.128
2	0.007054	179.9	8.4	2495.9	2504.3	0.031	9.071	9.102
3	0.007575	168.2	12.6	2493.6	2506.2	0.046	9.030	9.076
4	0.008129	157.3	16.8	2491.3	2508.1	0.061	8.989	9.050
5	0.008719	147.1	21.0	2488.9	2509.9	0.076	8.948	9.024
6	0.009346	137.8	25.2	2486.6	2511.8	0.091	8.908	8.999
7	0.01001	129.1	29.4	2484.3	2513.7	0.106	8.868	8.974
8	0.01072	121.0	33.6	2481.9	2515.5	0.121	8.828	8.949
9	0.01147	113.4	37.8	2479.6	2517.4	0.136	8.788	8.924
10	0.01227	106.4	42.0	2477.2	2519.2	0.151	8.749	8.900
11	0.01312	99.90	46.2	2474.9	2521.1	0.166	8.710	8.876
12	0.01401	93.83	50.4	2472.5	2522.9	0.180	8.671	8.851
13	0.01497	88.17	54.6	2470.2	2524.8	0.195	8.633	8.828
14	0.01597	82.89	58.8	2467.8	2526.6	0.210	8.594	8.804
15	0.01704	77.97	62.9	2465.5	2528.4	0.224	8.556	8.780
16	0.01817	73.38	67.1	2463.1	2530.2	0.239	8.518	8.757
17	0.01936	69.09	71.3	2460.8	2532.1	0.253	8.481	8.734
18	0.02063	65.08	75.5	2458.4	2533.9	0.268	8.444	8.712
19	0.02196	61.34	79.7	2456.0	2535.7	0.282	8.407	8.689
20	0.02337	57.84	83.9	2453.7	2537.6	0.296	8.370	8.666
21	0.02486	54.56	88.0	2451.4	2539.4	0.310	8.334	8.644
22	0.02642	51.49	92.2	2449.0	2541.2	0.325	8.297	8.622
23	0.02808	48.62	96.4	2446.6	2543.0	0.339	8.261	8.600
24	0.02982	45.92	100.6	2444.2	2544.8	0.353	8.226	8.579
25	0.03166	43.40	104.8	2441.8	2546.6	0.367	8.190	8.557
26	0.03360	41.03	108.9	2439.5	2548.4	0.381	8.155	8.536
27	0.03564	38.81	113.1	2437.2	2550.3	0.395	8.120	8.515
28	0.03778	36.73	117.3	2434.8	2552.1	0.409	8.085	8.494
29	0.04004	34.77	121.5	2432.4	2553.9	0.423	8.050	8.473
30	0.04242	32.93	125.7	2430.0	2555.7	0.436	8.016	8.452
32	0.04754	29.57	134.0	2425.3	2559.3	0.464	7.948	8.412
34	0.05318	26.60	142.4	2420.5	2562.9	0.491	7.881	8.372
36	0.05940	23.97	150.7	2415.8	2566.5	0.518	7.814	8.332
38	0.06624	21.63	159.1	2411.0	2570.1	0.545	7.749	8.294
40	0.07375	19.55	167.5	2406.2	2573.7	0.572	7.684	8.256
42	0.08198	17.69	175.8	2401.4	2577.2	0.599	7.620	8.219
44	0.09100	16.03	184.2	2396.6	2580.8	0.625	7.557	8.182
46	0.1009	14.56	192.5	2391.8	2584.3	0.651	7.494	8.145
48	0.1116	13.23	200.9	2387.0	2587.9	0.678	7.433	8.111
50	0.1233	12.04	209.3	2382.1	2591.4	0.704	7.371	8.075
55	0.1574	9.578	230.2	2370.1	2600.3	0.768	7.223	7.991
60	0.1992	7.678	251.1	2357.9	2609.0	0.831	7.078	7.909
65	0.2501	6.201	272.0	2345.7	2617.7	0.893	6.937	7.830
70	0.3116	5.045	293.0	2333.3	2626.3	0.955	6.800	7.755
75	0.3855	4.133	313.9	2320.8	2634.7	1.015	6.666	7.681
80	0.4736	3.408	334.9	2308.3	2643.2	1.075	6.536	7.611
85	0.5780	2.828	355.9	2295.6	2651.5	1.134	6.410	7.544
90	0.7011	2.361	376.9	2282.8	2659.7	1.192	6.286	7.478
95	0.8453	1.982	398.0	2269.8	2667.8	1.250	6.166	7.416
100	1.01325	1.673	419.1	2256.7	2675.8	1.307	6.048	7.355

Saturated Water and Steam

$P$ [bar]	$T_s$ [°C]	$v_g$ [m <sup>3</sup> /kg]	$u_f$ $u_g$ [kJ/kg]	$h_f$ $h_{fg}$ $h_g$ [kJ/kg]	$s_f$ $s_{fg}$ $s_g$ [kJ/kg K]
0.006112	0.01	206.1	0†   2375	0*   2501   2501	0†   9.155   9.155
0.010	7.0	129.2	29   2385	29   2485   2514	0.106   8.868   8.974
0.015	13.0	87.98	55   2393	55   2470   2525	0.196   8.631   8.827
0.020	17.5	67.01	73   2399	73   2460   2533	0.261   8.462   8.723
0.025	21.1	54.26	88   2403	88   2451   2539	0.312   8.330   8.642
0.030	24.1	45.67	101   2408	101   2444   2545	0.354   8.222   8.576
0.035	26.7	39.48	112   2412	112   2438   2550	0.391   8.130   8.521
0.040	29.0	34.80	121   2415	121   2433   2554	0.422   8.051   8.473
0.045	31.0	31.14	130   2418	130   2428   2558	0.451   7.980   8.431
0.050	32.9	28.20	138   2420	138   2423   2561	0.476   7.918   8.394
0.055	34.6	25.77	145   2422	145   2419   2564	0.500   7.860   8.360
0.060	36.2	23.74	152   2425	152   2415   2567	0.521   7.808   8.329
0.065	37.7	22.02	158   2427	158   2412   2570	0.541   7.760   8.301
0.070	39.0	20.53	163   2428	163   2409   2572	0.559   7.715   8.274
0.075	40.3	19.24	169   2430	169   2405   2574	0.576   7.674   8.250
0.080	41.5	18.10	174   2432	174   2402   2576	0.593   7.634   8.227
0.085	42.7	17.10	179   2434	179   2400   2579	0.608   7.598   8.206
0.090	43.8	16.20	183   2435	183   2397   2580	0.622   7.564   8.186
0.095	44.8	15.40	188   2436	188   2394   2582	0.636   7.531   8.167
0.100	45.8	14.67	192   2437	192   2392   2584	0.649   7.500   8.149
0.12	49.4	12.36	207   2442	207   2383   2590	0.696   7.389   8.085
0.14	52.6	10.69	220   2446	220   2376   2596	0.737   7.294   8.031
0.16	55.3	9.432	232   2450	232   2369   2601	0.772   7.213   7.985
0.18	57.8	8.444	242   2453	242   2363   2605	0.804   7.140   7.944
0.20	60.1	7.648	251   2456	251   2358   2609	0.832   7.075   7.907
0.22	62.2	6.994	260   2459	260   2353   2613	0.858   7.016   7.874
0.24	64.1	6.445	268   2461	268   2348   2616	0.882   6.962   7.844
0.26	65.9	5.979	276   2464	276   2343   2619	0.904   6.913   7.817
0.28	67.5	5.578	283   2466	283   2339   2622	0.925   6.866   7.791
0.30	69.1	5.228	289   2468	289   2336   2625	0.944   6.823   7.767
0.32	70.6	4.921	295   2470	295   2332   2627	0.962   6.783   7.745
0.34	72.0	4.649	302   2472	302   2328   2630	0.980   6.745   7.725
0.36	73.4	4.407	307   2473	307   2325   2632	0.996   6.709   7.705
0.38	74.7	4.189	312   2475	312   2322   2634	1.011   6.675   7.686
0.40	75.9	3.992	318   2476	318   2318   2636	1.026   6.643   7.669
0.42	77.1	3.814	323   2478	323   2315   2638	1.040   6.612   7.652
0.44	78.2	3.651	327   2479	327   2313   2640	1.054   6.582   7.636
0.46	79.3	3.502	332   2481	332   2310   2642	1.067   6.554   7.621
0.48	80.3	3.366	336   2482	336   2308   2644	1.079   6.528   7.607
0.50	81.3	3.239	340   2483	340   2305   2645	1.091   6.502   7.593
0.55	83.7	2.964	351   2486	351   2298   2649	1.119   6.442   7.561
0.60	86.0	2.731	360   2489	360   2293   2653	1.145   6.386   7.531
0.65	88.0	2.535	369   2492	369   2288   2657	1.169   6.335   7.504
0.70	90.0	2.364	377   2494	377   2283   2660	1.192   6.286   7.478
0.75	91.8	2.217	384   2496	384   2278   2662	1.213   6.243   7.456
0.80	93.5	2.087	392   2498	392   2273   2665	1.233   6.201   7.434
0.85	95.2	1.972	399   2500	399   2269   2668	1.252   6.162   7.414
0.90	96.7	1.869	405   2502	405   2266   2671	1.270   6.124   7.394
0.95	98.2	1.777	411   2504	411   2262   2673	1.287   6.089   7.376
1.00	99.6	1.694	417   2506	417   2258   2675	1.303   6.056   7.359

Saturated Water and Steam

$p$ [bar]	$T_s$ [°C]	$v_g$ [m <sup>3</sup> /kg]	$u_f$ [kJ/kg]	$u_g$ [kJ/kg]	$h_f$ [kJ/kg]	$h_{fg}$ [kJ/kg]	$h_g$ [kJ/kg]	$s_f$ [kJ/kg K]	$s_{fg}$ [kJ/kg K]	$s_g$ [kJ/kg K]
1.0	99.6	1.694	417	2506	417	2258	2675	1.303	6.056	7.359
1.1	102.3	1.549	429	2510	429	2251	2680	1.333	5.994	7.327
1.2	104.8	1.428	439	2512	439	2244	2683	1.361	5.937	7.298
1.3	107.1	1.325	449	2515	449	2238	2687	1.387	5.884	7.271
1.4	109.3	1.236	458	2517	458	2232	2690	1.411	5.835	7.246
1.5	111.4	1.159	467	2519	467	2226	2693	1.434	5.789	7.223
1.6	113.3	1.091	475	2521	475	2221	2696	1.455	5.747	7.202
1.7	115.2	1.031	483	2524	483	2216	2699	1.475	5.707	7.182
1.8	116.9	0.9774	491	2526	491	2211	2702	1.494	5.669	7.163
1.9	118.6	0.9292	498	2528	498	2206	2704	1.513	5.632	7.145
2.0	120.2	0.8856	505	2530	505	2202	2707	1.530	5.597	7.127
2.1	121.8	0.8461	511	2531	511	2198	2709	1.547	5.564	7.111
2.2	123.3	0.8100	518	2533	518	2193	2711	1.563	5.533	7.096
2.3	124.7	0.7770	524	2534	524	2189	2713	1.578	5.503	7.081
2.4	126.1	0.7466	530	2536	530	2185	2715	1.593	5.474	7.067
2.5	127.4	0.7186	535	2537	535	2182	2717	1.607	5.446	7.053
2.6	128.7	0.6927	541	2539	541	2178	2719	1.621	5.419	7.040
2.7	130.0	0.6686	546	2540	546	2174	2720	1.634	5.393	7.027
2.8	131.2	0.6462	551	2541	551	2171	2722	1.647	5.368	7.015
2.9	132.4	0.6253	556	2543	556	2168	2724	1.660	5.344	7.004
3.0	133.5	0.6057	561	2544	561	2164	2725	1.672	5.321	6.993
3.5	138.9	0.5241	584	2549	584	2148	2732	1.727	5.214	6.941
4.0	143.6	0.4623	605	2554	605	2134	2739	1.776	5.121	6.897
4.5	147.9	0.4139	623	2558	623	2121	2744	1.820	5.037	6.857
5.0	151.8	0.3748	639	2562	640	2109	2749	1.860	4.962	6.822
5.5	155.5	0.3427	655	2565	656	2097	2753	1.897	4.893	6.790
6	158.8	0.3156	669	2568	670	2087	2757	1.931	4.830	6.761
7	165.0	0.2728	696	2573	697	2067	2764	1.992	4.717	6.709
8	170.4	0.2403	720	2577	721	2048	2769	2.046	4.617	6.663
9	175.4	0.2149	742	2581	743	2031	2774	2.094	4.529	6.623
10	179.9	0.1944	762	2584	763	2015	2778	2.138	4.448	6.586
11	184.1	0.1774	780	2586	781	2000	2781	2.179	4.375	6.554
12	188.0	0.1632	797	2588	798	1986	2784	2.216	4.307	6.523
13	191.6	0.1512	813	2590	815	1972	2787	2.251	4.244	6.495
14	195.0	0.1408	828	2593	830	1960	2790	2.284	4.185	6.469
15	198.3	0.1317	843	2595	845	1947	2792	2.315	4.130	6.445
16	201.4	0.1237	857	2596	859	1935	2794	2.344	4.078	6.422
17	204.3	0.1167	870	2597	872	1923	2795	2.372	4.028	6.400
18	207.1	0.1104	883	2598	885	1912	2797	2.398	3.981	6.379
19	209.8	0.1047	895	2599	897	1901	2798	2.423	3.936	6.359
20	212.4	0.09957	907	2600	909	1890	2799	2.447	3.893	6.340
22	217.2	0.09069	928	2601	931	1870	2801	2.492	3.813	6.305
24	221.8	0.08323	949	2602	952	1850	2802	2.534	3.738	6.272
26	226.0	0.07689	969	2603	972	1831	2803	2.574	3.668	6.242
28	230.0	0.07142	988	2603	991	1812	2803	2.611	3.602	6.213
30	233.8	0.06665	1004	2603	1008	1795	2803	2.645	3.541	6.186
32	237.4	0.06246	1021	2603	1025	1778	2803	2.679	3.482	6.161
34	240.9	0.05875	1038	2603	1042	1761	2803	2.710	3.426	6.136
36	244.2	0.05544	1054	2602	1058	1744	2802	2.740	3.373	6.113
38	247.3	0.05246	1068	2602	1073	1729	2802	2.769	3.322	6.091
40	250.3	0.04977	1082	2602	1087	1714	2801	2.797	3.273	6.070

E. Tablas de la densidad del agua a diferentes temperaturas.

Presión externa: 1 atm = 101 325 Pa

Temperatura °C	Densidad kg / m <sup>3</sup>	Temperatura °C	Densidad kg / m <sup>3</sup>	Temperatura °C	Densidad kg / m <sup>3</sup>
0 (hielo)	917,00	33	994,76	67	979,34
0	999,82	34	994,43	68	978,78
1	999,89	35	994,08	69	978,21
2	999,94	36	993,73	70	977,63
3	999,98	37	993,37	71	977,05
4	1000,00	38	993,00	72	976,47
5	1000,00	39	992,63	73	975,88
6	999,99	40	992,25	74	975,28
7	999,96	41	991,86	75	974,68
8	999,91	42	991,46	76	974,08
9	999,85	43	991,05	77	973,46
10	999,77	44	990,64	78	972,85
11	999,68	45	990,22	79	972,23
12	999,58	46	989,80	80	971,60
13	999,46	47	989,36	81	970,97
14	999,33	48	988,92	82	970,33
15	999,19	49	988,47	83	969,69
16	999,03	50	988,02	84	969,04
17	998,86	51	987,56	85	968,39
18	998,68	52	987,09	86	967,73
19	998,49	53	986,62	87	967,07
20	998,29	54	986,14	88	966,41
21	998,08	55	985,65	89	965,74
22	997,86	56	985,16	90	965,06
23	997,62	57	984,66	91	964,38
24	997,38	58	984,16	92	963,70
25	997,13	59	983,64	93	963,01
26	996,86	60	983,13	94	962,31
27	996,59	61	982,60	95	961,62
28	996,31	62	982,07	96	960,91
29	996,02	63	981,54	97	960,20
30	995,71	64	981,00	98	959,49
31	995,41	65	980,45	99	958,78
32	995,09	66	979,90	100	958,05

Temperatura		Densidad
$T$		$\rho$
K	°C	(kg/m <sup>3</sup> )
273	0	999,3
293	20	998,2
313	40	992,2
333	60	983,2
353	80	-
373	100	958,4
473	200	862,4
575	300	712,5