



UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN  
NICOLÁS DE HIDALGO

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO DE LA  
FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

“Análisis Armónico de Sistemas *CA/CD* en el Dominio de  
las Fases Basado en Redes Multi-Puerto”

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE

DOCTOR EN INGENIERÍA ELÉCTRICA

PRESENTA

M. C. Osvaldo Gutiérrez Sánchez.

Director de Tesis

Dr. Claudio Rubén Fuerte Esquivel

MORELIA, MICHOACÁN

JUNIO DEL 2010.



## ABSTRACT

This thesis describes a phase-domain frequency domain technique for the harmonic analysis of three-phase *AC/DC* systems. The methodology is based on the harmonic multi-port network concept, expressed in terms of an *ABCD* parameter matrix which links voltage and current harmonics of different orders on both sides of the converter. Since the commutation angles are unknown, the harmonic interactions are computed by a sequential solution of the *AC/DC* system state variables, related by the *ABCD* matrix, and the updating of the commutation periods. A set of analytical equations has been derived to compute commutation times taking place in the converter. Test results are presented which demonstrate the effectiveness of the proposed methodology to assess harmonic interactions on both balanced and unbalanced operating conditions. Results are presented to illustrate how the harmonic interactions take place in the circuit for a given firing and overlap angles and different operative conditions, like rectifier, inverter or HVDC link; in all those cases the effects of the firing angle has been presented. The results include star-delta connection in the transformer. The results are validated with those obtained by a time domain simulation

## RESUMEN

Esta tesis describe una técnica en el dominio de la frecuencia y en el dominio de las fases para el análisis armónico de los sistemas CA/CD trifásicos. La metodología se basa en el concepto de red multi puerto armónico, expresado en términos de una matriz de parámetros ABCD la cual enlaza voltajes y corrientes armónicas de diferente orden en ambos lados del convertidor. Dado que los ángulos de conmutación son desconocidos, las interacciones armónicas se calculan por una solución secuencial de las variables de estado del sistema CA/CD, relacionadas por la matriz ABCD, y la actualización de los periodos de conmutación. Un conjunto de ecuaciones analíticas se ha derivado para calcular los tiempos de conmutación tomando lugar en el convertidor. Se presentan resultados de varias pruebas los cuales demuestran la efectividad de la metodología propuesta para calcular interacciones armónicas en condiciones de operación balanceadas y desbalanceadas. Asimismo, se presentan resultados para ilustrar como acontece la interacción armónica en el circuito bajo análisis dados ciertos valores de ángulo de encendido y de traslape, y diferentes condiciones operativas del convertidor ya sea como rectificador, inversor o enlace AVCD; mostrando en todos los casos el efecto del ángulo de disparo. Los resultados son validados con los obtenidos por simulaciones en el dominio del tiempo.

## AGRADECIMIENTOS

A mi asesor Dr. Claudio Rubén Fuerte Esquivel, por su valiosa colaboración, asesoría, apoyo, amistad y consejo en la realización de este trabajo.

Al Dr. J. Aurelio Medina Ríos, al Dr. Norberto García Barriga, al Dr. Leonardo Guardado Zavala y al Dr. Edmundo Barrera Cardiel por las observaciones y opiniones que hicieron posible mejorar este trabajo.

A todos los Profesores de la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería Eléctrica, por sus enseñanzas, pero sobre todo por su confianza y amistad, así como a la señora Yolanda por su apoyo.

A mis amigos y compañeros en especial a Miguel Ángel, Alejandro, Nolly, Víctor Javier, José Luis, Antonio, Alberto, Luis Miguel, Alejandra, Cristian y Adriana, con los que compartí estos últimos años.

A la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, por ser mi casa estos últimos años de mi vida.

Se agradece el apoyo económico de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo (UMSNH) durante mis estudios de doctorado, para la realización de este trabajo de investigación.

## DEDICATORIAS

*Este trabajo lo dedico ante todo a Dios  
que con su poder infinito hace  
posible todo cuanto existe.*

### A mi esposa

Ma. Lourdes Aguilar Yépez, por estar conmigo y ser parte importante en mi vida, y por el apoyo que me brindó para la realización de mis estudios.

### A mis Hijos

Oswaldo y Andrea Sofía porque me permiten ver el mundo desde una perspectiva agradable y esperanzadora.

### A mis padres

José Santiago Carmen Gutiérrez Calderón y Romana Sánchez Escutia, porque con la ayuda de Dios me dieron la vida.

### A mis Hermanos

José Antonio, Enrique y Patricia, que siempre han estado conmigo en todo momento.

### A mis amigos

A los muchos amigos que tengo y tendré en el transcurso de mi vida. Especialmente a mis amigos del Grupo Juvenil Anunciación, con los que he compartido momentos felices y a mi buen amigo Daniel Loeza Ayala. También al sacerdote Martín Zapien Gómez por su consejo.

### A mis primos

En especial a Prisciliano García Sánchez, que además de primo es mi mejor amigo.

## CONTENIDO

ABSTRACT .....	ii
RESUMEN.....	iii
AGRADECIMIENTOS.....	iv
DEDICATORIAS.....	v
CONTENIDO.....	vi
SIMBOLOGÍA Y ABREVIATURAS. ....	ix
LISTA DE FIGURAS. ....	xiv
LISTA DE TABLAS.....	xviii
LISTA DE PUBLICACIONES.....	xix
CITADO POR .....	xix
CAPITULO 1 INTRODUCCION.....	1
1.1 Armónicas en sistemas eléctricos de potencia (SEP). ....	1
1.2 Naturaleza del problema. ....	3
1.3 Revisión del estado del arte. ....	4
1.3.1 Análisis en el dominio del tiempo.....	5
1.3.2 Análisis en el dominio de la frecuencia. ....	6
1.3.3 Análisis en la frecuencia utilizando la matriz de acoplamiento armónico. ....	13
1.4 Objetivo de la tesis.....	15
1.5 Justificación. ....	16
1.6 Metodología. ....	16
1.7 Contribución de la tesis.....	17
1.8 Organización de la tesis. ....	17
CAPITULO 2 MODELO DEL SISTEMA CA/CD CON BASE EN LA MATRIZ DE ACOPLAMIENTO ARMÓNICO.....	19
2.1 Introducción. ....	19
2.2 Representación de un convertidor mediante la matriz de acoplamiento armónico. ....	19
2.3 Representación general de las funciones de conmutación.....	21
2.3.1 Funciones de conmutación de corriente.....	23

2.3.2	Funciones de conmutación de voltaje. ....	24
2.4	Representación armónica de la corriente de CA. ....	25
2.4.1	Corriente de CA en el proceso de inter-conmutación .....	26
2.4.2	Corriente de CA en el proceso de conmutación. ....	27
2.5	Representación armónica del voltaje de CD. ....	30
2.6	Calculo de los parámetros de dos puertos de la matriz armónica. ....	33
2.7	Formulación y solución de ecuaciones de restricción. ....	34
2.8	Método de solución de interacción armónica en un convertidor. ....	36
2.9	Método de solución de interacción armónica en un convertidor considerando el sistema eléctrico de potencia. ....	38
2.10	Método de solución armónico. ....	41
2.11	Sistema CA/CD para la matriz armónica, en el convertidor operando como rectificador, con conexión estrella delta en el transformador. ....	43
2.12	Sistema CA/CD para la matriz armónica, en el convertidor operando como inversor. ...	44
2.13	Enlace AVCD. ....	49
2.14	Conclusiones. ....	54
CAPITULO 3 ANÁLISIS ARMÓNICO. ....		55
3.1	Introducción. ....	55
3.2	Validación del modelo y operación simétrica. ....	55
3.3	Operación simétrica del rectificador, incluyendo la impedancia de CA. ....	58
3.4	Operación asimétrica del rectificador. ....	60
3.5	El efecto del ángulo de disparo, en el rectificador. ....	64
3.6	Convertidor trifásico CA/CD, operando como rectificador, con conexión estrella delta en el transformador. ....	67
3.7	Convertidor trifásico CA/CD operando como inversor. ....	69
3.7.1	Operación simétrica del inversor, incluyendo la impedancia de CA. ....	71
3.7.2	Operación asimétrica del inversor. ....	73
3.7.3	El efecto del ángulo de disparo, en el inversor. ....	76
3.8	Enlace AVCD .....	79
3.8.1	Operación simétrica del enlace AVCD, considerando las impedancias de CA del lado del rectificador y del lado del inversor. ....	82

3.8.2	Operación asimétrica, en el enlace AVCD.....	86
3.8.3	El efecto del ángulo de disparo, en el enlace AVCD. ....	91
CAPITULO 4 CONCLUSIONES, RECOMENDACIONES Y TRABAJOS FUTUROS.....		96
4.1	Conclusiones.....	96
4.2	Recomendaciones y trabajos futuros. ....	98
BIBLIOGRAFIA .....		99
APENDICE A Representación Armónica de las Funciones de Conmutación de Corriente.....		107
APENDICE B Representación Armónica de las Funciones de Conmutación de Voltaje. ....		123
APENDICE C Componentes Armónicos de la Corriente durante el período de Conmutación..		140
APENDICE D Expresiones Generales de las Corrientes en el Lado de CA para las Fases b y c. .....		160
APENDICE E Parámetros A, B, C y D del Convertidor Trifásico. ....		164



## SIMBOLOGÍA Y ABREVIATURAS.

$V_{\text{rms}}$	Voltaje eficaz. ( <i>rms</i> son las iniciales de <i>root-mean-square</i> )
R	Resistencia.
L	Inductancia.
RL	Resistencia conectada en serie con una inductancia.
C	Capacitor.
$f(t)$	Función periódica en el tiempo, de período $T$ .
$\Omega$	Frecuencia angular en rad/seg.
T	Período de la función $f(t)$ .
$H$	Armónico.
$h_n$	$n$ -ésimo componente armónico de la serie de Fourier.
$h_n^x$	$n$ -ésimo componente armónico de la serie de Fourier de la función de conmutación $x$ .
$\bar{H}$	Función de Conmutación.
$\bar{H}^{ik}$	Función de Conmutación de Corriente que indica que la transferencia de corriente tiene lugar entre el par de tiristores formado por $i$ y $k$ .
$\bar{H}^{ijk}$	Función de Conmutación de Voltaje que indica que conducen el Tiristor $i$ , el Tiristor $j$ y el Tiristor $k$ . Equivale a la Función de Conmutación de Corriente $\bar{H}^{ik}$
$\bar{G}(\phi_n)$	Matriz con elementos $e^{jn\phi_n}$ en la fila central y ceros los demás elementos.
$E_k^{ca}$	Voltaje de la fuente de alimentación para la fase $k$ , en el dominio del tiempo.
$k=a,b,c$	
$E_R^{ca}$	Voltaje de la fuente de alimentación del lado del rectificador, para la fase $k$ , en el dominio del tiempo.
$k=a,b,c$	
$E_I^{ca}$	Voltaje de la fuente de alimentación del lado del inversor, para la fase $k$ , en el dominio del tiempo.
$k=a,b,c$	
$V_k^{ca}$	Voltaje de alimentación para la fase $k$ , en el dominio del tiempo.
$k=a,b,c$	
$V_k^R$	Voltaje de alimentación para la fase $k$ , en el dominio del tiempo, del lado del rectificador
$k=a,b,c$	

$V_k^I$ $k=a,b,c$	Voltaje de alimentación para la fase $k$ , en el dominio del tiempo, del lado del inversor
$V_K^{ca}$ $K=A,B,C$	Voltaje en terminales de CA del convertidor trifásico para la fase $K$ , en el dominio del tiempo.
$V_K^R$ $K=A,B,C$	Voltaje en terminales de CA del convertidor trifásico para la fase $K$ , en el dominio del tiempo, del lado del rectificador.
$V_K^I$ $K=A,B,C$	Voltaje en terminales de CA del convertidor trifásico para la fase $K$ , en el dominio del tiempo, del lado del inversor.
$V^{cd}$	Voltaje en el lado de CD del convertidor trifásico en el dominio del tiempo.
$V_R^{cd}$	Voltaje en el lado de CD del lado del rectificador en el dominio del tiempo.
$V_I^{cd}$	Voltaje en el lado de CD del lado del inversor en el dominio del tiempo.
$E_R^{cd}$	Voltaje de CD del lado del rectificador, en el dominio del tiempo.
$E_I^{cd}$	Voltaje de CD del lado del inversor, en el dominio del tiempo.
$R^{cd}$	Resistencia en el lado de CD del convertidor.
$L^{cd}$	Inductancia en el lado de CD del convertidor.
$L_k$ $k=a,b,c$	Inductancia de conmutación en la fase $k$ .
$L_k^R$ $k=a,b,c$	Inductancia de conmutación en la fase $k$ , del lado del rectificador.
$L_k^I$ $k=a,b,c$	Inductancia de conmutación en la fase $k$ , del lado del inversor.
$T_i$ $i=1, \dots, 6$	Tiristor $i$ ( $i$ -ésimo tiristor).
$I^{cd}$	Corriente en el lado de CD del convertidor trifásico, en el dominio del tiempo.
$I_k^{ca}$ $k=a,b,c$	Corriente en el lado de CA en la fase $k$ del convertidor trifásico, en el dominio del tiempo.
$I_k^R$ $k=a,b,c$	Corriente en el lado de CA en la fase $k$ del lado del rectificador, en el dominio del tiempo.
$I_k^I$ $k=a,b,c$	Corriente en el lado de CA en la fase $k$ del lado del inversor, en el dominio del tiempo.

$I_k$	Corriente en el $k$ -ésimo tiristor, en el dominio del tiempo.
$k=1, \dots, 6$	
$V_k$	Voltaje en el $k$ -ésimo tiristor, en el dominio del tiempo.
$k=1, \dots, 6$	
$Z_k^{ca}$	Impedancia del lado de CA del convertidor para la fase $k$ .
$k=a, b, c$	
$Z_k^R$	Impedancia del lado de CA del lado del rectificador para la fase $k$ .
$k=a, b, c$	
$Z_k^I$	Impedancia del lado de CA del lado del inversor para la fase $k$ .
$k=a, b, c$	
$\bar{Z}_k^{ca}$	Matriz de impedancia armónica en la fase $k$ .
$k=a, b, c$	
$In$	Entrada
$Out$	Salida
$\bar{I}^{kl}$	Expresión para la corriente cuando se da la conmutación entre los tiristores $k$ y $l$ . Es equivalente al producto $\bar{H}^{kl} \bar{I}_m^{ac}$ donde $m=a, b, c$ es la fase que está en el proceso de conmutación.
$\bar{H}_k$	Coefficiente para el voltaje en terminales de CA del Convertidor trifásico en la fase $k$ en la expresión general de la representación armónica del voltaje en el lado de CD.
$k=a, b, c$	
$\bar{I}_m^{cd}$	Componente armónico de orden $m$ para la corriente en el lado de CD del convertidor trifásico.
$\bar{Y}_n$	Matriz de admitancia armónica de orden $n$ , con elementos $1/j2n\omega(L_a + L_b)$ .
$\bar{V}_n^{ca}$	Vector de voltaje en el lado de CA de orden $n$ .
$\bar{V}_k^{ca}$	Vector de voltaje en el lado de CA.
$k=a, b, c$	
$\bar{I}_n^{ca}$	Vector de corriente en el lado de CA de orden $n$ .
$\bar{I}_k^{ca}$	Vector de corriente en el lado de CA.
$k=a, b, c$	

$\bar{I}_n^{cd}$	Vector de corriente en el lado de CD de orden $n$ .
$V_{jn}$	Fasor de voltaje de orden $n$ inyectado en el bus $j$ .
$I_{jn}$	Fasor de corriente de orden $n$ inyectado en el bus $j$ .
$\phi_i$	Instante de encendido del $i$ -ésimo tiristor.
$\alpha_i$	Angulo de encendido del $i$ -ésimo tiristor.
$\mu_{ij}$	Angulo de traslape o intervalo de conmutación entre el par de tiristores formado por $i$ y $j$ .
$J$	Término Jacobiano.
$\bar{Z}^{cd}$	Matriz de impedancia del lado de CD del convertidor trifásico.
$\bar{I}^M$	Matriz identidad.
$V_{pn}$	Voltaje de Fase a Neutro.
$V_{L-L}$	Voltaje de Línea a Línea.
W	Watts (unidad de medida para la potencia activa).
VARs	Volt Amperes Reactivos (unidad de medida para la potencia reactiva).
$\Omega$	Ohms (unidad de medida para las resistencias y para las impedancias en general).
H	Henrios (unidad de medida para las inductancias).
F	Faradios (unidad de medida para los capacitares).
A	Amperes (unidad de medida para las corrientes).
V	Volts (unidad de medida para los voltajes).
$\mu$	Prefijo indicador de $10^{-6}$ unidades.
m	Prefijo indicador de $10^{-3}$ unidades.
K	Prefijo indicador de $10^3$ unidades.
M	Prefijo indicador de $10^6$ unidades.
Hz	Hertz (unidad de medida para la frecuencia).
$x^R$	Del lado del rectificador.
$x^I$	Del lado del inversor.
sen( )	Función trigonométrica seno.
cos( )	Función trigonométrica coseno.
$\bar{A}_{ma}$	Coeficiente del Voltaje en el lado de CA en la fase $a$ en la expresión general de la corriente en el lado de CA, en la fase $m$ .
$m=a,b,c$	

$\bar{A}_{mb}$ $m=a,b,c$	Coefficiente del Voltaje en el lado de CA en la fase $b$ en la expresión general de la corriente en el lado de CA, en la fase $m$ .
$\bar{A}_{mc}$ $m=a,b,c$	Coefficiente del Voltaje en el lado de CA en la fase $c$ en la expresión general de la corriente en el lado de CA, en la fase $m$ .
$\bar{B}_{md}$ $m=a,b,c$	Coefficiente de la corriente en el lado de CD en la expresión general de la corriente en el lado de CA, en la fase $m$ .
$\bar{C}_{da}$	Coefficiente del Voltaje de CA en la fase $a$ en la expresión general para el Voltaje en el lado de CD.
$\bar{C}_{db}$	Coefficiente del Voltaje de CA en la fase $b$ en la expresión general para el Voltaje en el lado de CD.
$\bar{C}_{dc}$	Coefficiente del Voltaje de CA en la fase $c$ en la expresión general para el Voltaje en el lado de CD.
$\bar{D}_{dd}$	Coefficiente de la Corriente en el lado de CD en la expresión general para el Voltaje en el lado de CD.
MMAA	Método de la Matriz de Acoplamiento Armónico.
SEP	Sistema Eléctrico de Potencia.
EMTP	Programa de Transitorios Electromagnéticos.
CA	Corriente Alterna.
CD	Corriente Directa.
FC	Funciones de Conmutación.
FCC	Funciones de Conmutación de Corriente.
FCV	Funciones de Conmutación de Voltaje.
LVK	Ley de Voltajes de Kirchoff.
AVCD	Sistema de transmisión de Corriente Directa en Alto Voltaje.
PAC	Punto de Acoplamiento Común.
$PAC^R$	Punto de Acoplamiento Común del lado del rectificador.
$PAC^I$	Punto de Acoplamiento Común del lado del inversor.

## LISTA DE FIGURAS.

<b>Figura 2.1</b> Sistema convertidor trifásico CA/CD. ....	20
<b>Figura 2.2</b> Variables CA/CD relacionadas por funciones de conmutación. ....	22
<b>Figura 2.3</b> Lado de CD del convertidor. ....	37
<b>Figura 2.4</b> Sistema convertidor trifásico CA/CD considerando el sistema eléctrico de potencia. ....	39
<b>Figura 2.5</b> Diagrama de flujo del algoritmo del método de solución armónico. ....	42
<b>Figura 2.6</b> Sistema convertidor trifásico CA/CD, operando como rectificador conexión estrella delta. ....	43
<b>Figura 2.7</b> Sistema convertidor trifásico CA/CD, conexión estrella delta, equivalente. ....	44
<b>Figura 2.8</b> Sistema convertidor trifásico CA/CD, operando como inversor. ....	44
<b>Figura 2.9</b> Sistema convertidor trifásico CA/CD operando como inversor. ....	45
<b>Figura 2.10</b> Enlace AVCD. ....	49
<b>Figura 2.11</b> Lado de CD del enlace AVCD. ....	49
<b>Figura 3.1</b> Sistema convertidor trifásico CA/CD, operando como rectificador. ....	56
<b>Figura 3.2</b> Sistema convertidor trifásico CA/CD, operando como rectificador. ....	58
<b>Figura 3.3</b> Voltaje de línea a línea de CA en las terminales del rectificador. (a) Forma de onda. (b) Espectro armónico ....	59
<b>Figura 3.4</b> Corriente en el lado de CA. (a) Formas de onda. (b) Espectro armónico. ....	59
<b>Figura 3.5</b> Voltaje en el lado de CD. (a) Forma de onda. (b) Espectro armónico. ....	60
<b>Figura 3.6</b> Sistema convertidor trifásico CA/CD, operando como rectificador. ....	61
<b>Figura 3.7</b> Voltajes de entrada (a) Formas de onda (b) Espectro armónico. ....	61
<b>Figura 3.8</b> Voltaje de línea a línea de CA en las terminales del rectificador. (a) Forma de onda. (b) Espectro armónico ....	62
<b>Figura 3.9</b> Corriente en el lado de CA. (a) Formas de onda. (b) Espectro armónico. ....	63
<b>Figura 3.10</b> Voltaje de CD. (a) Forma de onda. (b) Espectro armónico ....	63
<b>Figura 3.11</b> Corriente en el lado de CA. (a) Formas de onda. (b) Espectro armónico. ....	65
<b>Figura 3.12</b> Voltaje de línea a línea de CA en las terminales del rectificador. (a) Formas de onda. (b) Espectro armónico. ....	65
<b>Figura 3.13</b> Corrientes en el lado de CD. (a) Formas de onda. (b) Espectro armónico. ....	66

<b>Figura 3.14</b> Voltajes en las terminales de CD del rectificador. (a) Formas de onda. (b) Espectro armónico. ....	66
<b>Figura 3.15</b> Puente trifásico, conexión estrella delta en el transformador .....	67
<b>Figura 3.16</b> Forma de onda del voltaje de línea a línea en las terminales de CA del convertidor	68
<b>Figura 3.17</b> Forma de onda de la corriente de CA en las terminales del convertidor. ....	68
<b>Figura 3.18</b> Forma de onda del voltaje de CD.....	68
<b>Figura 3.19</b> Forma de onda de la corriente de CD. ....	68
<b>Figura 3.20</b> Convertidor trifásico CA/CD operando como inversor. ....	69
<b>Figura 3.21</b> Forma de onda del voltaje de línea a línea en las terminales de CA del inversor.....	70
<b>Figura 3.22</b> Forma de onda de la corriente de CA en las terminales del inversor.....	70
<b>Figura 3.23</b> Forma de onda del voltaje de CD del inversor.....	70
<b>Figura 3.24</b> Sistema convertidor trifásico CA/CD, operando como inversor. ....	71
<b>Figura 3.25</b> Voltajes de línea a línea en las terminales de CA del inversor. (a) Forma de onda. (b) Espectro armónico. ....	72
<b>Figura 3.26</b> Corriente en el lado de CA. (a) Formas de onda. (b) Espectro armónico.....	72
<b>Figura 3.27</b> Voltajes en las terminales de CD del inversor. (a) Formas de onda. (b) Espectro armónico. ....	73
<b>Figura 3.28</b> Sistema convertidor trifásico CA/CD, operando como inversor. ....	73
<b>Figura 3.29</b> Voltajes de línea a línea en las terminales de CA del inversor. (a) Forma de onda. (b) Espectro armónico. ....	75
<b>Figura 3.30</b> Corriente en el lado de CA. (a) Formas de onda. (b) Espectro armónico.....	75
<b>Figura 3.31</b> Voltajes en las terminales de CD del inversor. (a) Formas de onda. (b) Espectro armónico. ....	76
<b>Figura 3.32</b> Corriente en el lado de CA. (a) Formas de onda. (b) Espectro armónico.....	78
<b>Figura 3.33</b> Voltajes de línea a línea en las terminales de CA del inversor. (a) Formas de onda. (b) Espectro armónico. ....	78
<b>Figura 3.34</b> Corriente en el lado de CD. (a) Formas de onda. (b) Espectro armónico.....	79
<b>Figura 3.35</b> Voltajes en las terminales de CD del inversor. (a) Formas de onda. (b) Espectro armónico. ....	79
<b>Figura 3.36</b> Enlace AVCD. ....	80

<b>Figura 3.37</b> Forma de onda del voltaje de CA de línea a línea, en las terminales del enlace AVCD, (a) lado del rectificador, (b) lado del inversor.....	81
<b>Figura 3.38</b> Forma de onda de la corriente de CA en las terminales del enlace AVCD, fase a, (a) lado del rectificador, (b) lado del inversor. ....	81
<b>Figura 3.39</b> Forma de onda del voltaje de CD, en el enlace AVCD, (a) lado del rectificador, (b) lado del inversor. ....	82
<b>Figura 3.40</b> Enlace AVCD, operación simétrica. ....	82
<b>Figura 3.41</b> Voltaje de CA de línea a línea, en las terminales del enlace AVCD, lado del rectificador, (a) Formas de onda, (b) Espectro armónico. ....	83
<b>Figura 3.42</b> Voltaje de CA de línea a línea, en las terminales del enlace AVCD, lado del inversor, (a) Formas de onda, (b) Espectro armónico. ....	84
<b>Figura 3.43</b> Corriente de CA en las terminales del enlace AVCD, fase a, lado del rectificador (a) Formas de onda, (b) Espectro armónico. ....	84
<b>Figura 3.44</b> Corriente de CA en las terminales del enlace AVCD, fase a, lado del inversor (a) Formas de onda, (b) Espectro armónico. ....	85
<b>Figura 3.45</b> Voltaje de CD, en el enlace AVCD, lado del rectificador, (a) Formas de onda, (b) Espectro armónico. ....	85
<b>Figura 3.46</b> Voltaje de CD, en el enlace AVCD, lado del inversor, (a) Formas de onda, (b) Espectro armónico. ....	86
<b>Figura 3.47</b> Enlace AVCD, operación asimétrica. ....	87
<b>Figura 3.48</b> Voltaje de CA de línea a línea, en las terminales del enlace AVCD, lado del rectificador, (a) Formas de onda, (b) Espectro armónico. ....	88
<b>Figura 3.49</b> Voltaje de CA de línea a línea, en las terminales del enlace AVCD, lado del inversor, (a) Formas de onda, (b) Espectro armónico. ....	89
<b>Figura 3.50</b> Corriente de CA en las terminales del enlace AVCD, fase a, lado del rectificador, (a) Formas de onda, (b) Espectro armónico. ....	89
<b>Figura 3.51</b> Corriente de CA en las terminales del enlace AVCD, fase a, lado del inversor, (a) Formas de onda, (b) Espectro armónico. ....	90
<b>Figura 3.52</b> Voltaje de CD, en el enlace AVCD, lado del rectificador, (a) Formas de onda, (b) Espectro armónico. ....	90



<b>Figura 3.53</b> Voltaje de CD, en el enlace AVCD, lado del inversor, (a) Formas de onda, (b) Espectro armónico. ....	91
<b>Figura 3.54</b> Corrientes de CA en el lado del rectificador. (a) Formas de onda. (b) Espectro armónico. ....	92
<b>Figura 3.55</b> Corrientes de CA en el lado del inversor. (a) Formas de onda. (b) Espectro armónico. ....	93
<b>Figura 3.56</b> Voltajes de línea a línea en las terminales de CA del lado del rectificador. (a) Formas de onda. (b) Espectro armónico. ....	93
<b>Figura 3.57</b> Voltajes de línea a línea en las terminales de CA del lado del inversor. (a) Formas de onda. (b) Espectro armónico. ....	94
<b>Figura 3.58</b> Corrientes en el lado de CD. (a) Formas de onda. (b) Espectro armónico. ....	94
<b>Figura 3.59</b> Voltajes en las terminales de CD del lado del rectificador. (a) Formas de onda. (b) Espectro armónico. ....	95
<b>Figura 3.60</b> Voltajes en las terminales de CD del lado del inversor. (a) Formas de onda. (b) Espectro armónico. ....	95

## LISTA DE TABLAS

<b>Tabla 2.1</b> Modo de inter-conmutación para las FCV. ....	24
<b>Tabla 2.2</b> Modo de conmutación para las FCV. ....	25
<b>Tabla 3.1</b> Magnitudes armónicas para la corriente del lado de CA, en Amperes.....	57
<b>Tabla 3.2</b> Magnitudes armónicas para la corriente del lado de CD, en Amperes.....	57
<b>Tabla 3.3</b> Ángulos de traslape. ....	57
<b>Tabla 3.4</b> Impedancias del sistema .....	58
<b>Tabla 3.5</b> Impedancias del sistema. ....	61
<b>Tabla 3.6</b> Asimetría en los ángulos de disparo. ....	61
<b>Tabla 3.7</b> Ángulos de traslape para la operación asimétrica. ....	62
<b>Tabla 3.8</b> Ángulos de traslape para el caso 3.....	64
<b>Tabla 3.9</b> Impedancias del sistema. ....	71
<b>Tabla 3.10</b> Asimetría en los ángulos de disparo. ....	74
<b>Tabla 3.11</b> Ángulos de traslape para la operación asimétrica. ....	74
<b>Tabla 3.12</b> Asimetría en los ángulos de disparo. ....	77
<b>Tabla 3.13</b> Ángulos de traslape para el caso3. ....	77
<b>Tabla 3.14</b> Impedancias del sistema en el lado del rectificador y del lado del inversor. ....	83
<b>Tabla 3.15</b> Impedancias del sistema de CA, en el lado del rectificador y en el lado del inversor. .....	87
<b>Tabla 3.16</b> Asimetría en los ángulos de disparo, para el rectificador.....	87
<b>Tabla 3.17</b> Asimetría en los ángulos de disparo, para el inversor. ....	87
<b>Tabla 3.18</b> Ángulos de traslape para la operación asimétrica, rectificador. ....	88
<b>Tabla 3.19</b> Ángulos de traslape para la operación asimétrica, inversor. ....	88
<b>Tabla 3.20</b> Ángulos de traslape para ángulos de disparo asimétricos, rectificador.....	92
<b>Tabla 3.21</b> Ángulos de traslape para ángulos de disparo asimétricos, inversor. ....	92

## LISTA DE PUBLICACIONES

1. O. Gutierrez, C.R. Fuerte-Esquivel, J.A. Rubio, J.L. Guardado. "Harmonic analysis of AC/DC Systems based on phase-domain multi-port network approach". [Journal] // Electric Power Systems Research, volume 78, ISSUE 10, october 2008, ISSN 0378-7796 pp. 1789-1797.

## CITADO POR

1. Ly, Y., Luo, L., He, D., Rehtanz, C., Liu, Z., Liu, F. "Analysis of harmonic distribution characteristics of a new DC transmission system". [Journal] // Dianli Xitong Zidonghua/Automation of Electric Power Systems, volume 33, ISSUE 10, 2009, pp. 59-63.

# CAPITULO 1

## INTRODUCCION

### 1.1 *Armónicas en sistemas eléctricos de potencia (SEP).*

Los avances en la industria eléctrica de semiconductores durante las cuatro últimas décadas han tenido un gran impacto en la operación y control de procesos industriales y sistemas eléctricos a niveles de distribución y transmisión. El incremento del uso de dispositivos de estado sólido en los sistemas eléctricos, tales como compensadores estáticos de VAR's, circuitos convertidores de Corriente Alterna/Corriente Directa (CA/CD), controladores de velocidad, hornos eléctricos, equipo de computo, lámparas ahorradoras, etc. han permitido un uso más eficiente de la energía eléctrica e incrementos considerables en la productividad de los procesos industriales. Sin embargo, la proliferación de estos dispositivos ha traído consigo problemas de calidad de la energía, los cuales se han manifestado como una distorsión de las formas de onda de voltaje y corriente en el sistema. El nivel de distorsión de estas ondas se cuantifica al procesarlas por medio de un análisis de Fourier y aplicar el concepto de armónicas. El resultado de este procesamiento es la determinación de componentes armónicas con magnitudes diferentes de cero. De tal manera, la representación matemática de la distorsión de las formas de onda es por medio del análisis de Fourier, por lo que se involucra el término *armónica*, la cual está definida como una frecuencia múltiplo entero de la frecuencia fundamental (en este caso 60 Hz) [Madrigal 1997].

Conceptualmente, la distorsión armónica es una forma de ruido eléctrico producido por la superposición de señales en múltiplos de la frecuencia fundamental, tal como se describe matemáticamente por la Ecuación (1.1), [Madrigal 1997].

$$v(t) = V_1 \cos(\omega t + \theta_1) + V_2 \cos(2\omega t + \theta_2) + V_3 \cos(3\omega t + \theta_3) + \dots$$

$$v(t) = \sum_{n=1}^h V_n \cos(n\omega t + \theta_n) \quad (1.1)$$

donde

$V_n$       amplitud de la armónica de orden n.

$\theta_n$       ángulo de la armónica n.

La aparición de componentes armónicos generados por los propios equipos electrónicos perturba la operación del sistema y de estos mismos equipos, provocando calentamiento excesivo y pérdidas de energía en máquinas eléctricas, conductores y demás equipos del sistema eléctrico. El problema no sólo lo sufre el propio usuario, propietario de los equipos generadores de corrientes armónicas, sino que a través de las líneas de distribución y de transmisión se propaga a otros usuarios de la red eléctrica, creando así una responsabilidad para sí mismo y para la compañía suministradora.

Los efectos que provocan las armónicas se pueden clasificar de la siguiente manera [Gutiérrez 1999]:

1. - Efectos sobre los sistemas de potencia.

1.1. - Resonancia paralelo.

1.2. - Resonancia serie.

1.3. – Falla en los dispositivos de medición.

1.4. – Falla en los dispositivos de protección.

2. - Efectos sobre los consumidores.

2.1. - Daños en bancos de capacitores.

2.2. - Pérdidas por efecto Joule en máquinas y cables.

2.3. - Incorrecta operación de máquinas rotatorias.

2.4. - Incorrecto funcionamiento de dispositivos electrónicos.

### 3. - Efectos sobre los sistemas de comunicación.

#### 3.1. - Interferencia telefónica principalmente.

La utilización a nivel industrial de capacitores para corregir el factor de potencia origina la aparición de condiciones de resonancia entre los capacitores y la inductancia de los transformadores. La existencia de armónicas en la red de distribución provoca aumento en las pérdidas de los equipos por efecto Joule, con el consecuente incremento de temperatura, sobre esfuerzos en aislamientos y disturbios provocados por interferencia en circuitos de control, de protecciones y en sistemas de telecomunicaciones.

Lo anterior ha motivado estudios y análisis de la red eléctrica para que los valores de la distorsión armónica se encuentren dentro de los valores recomendados en la norma IEEE-519. Esta norma especifica la responsabilidad de los usuarios mediante límites para las corrientes armónicas que se pueden inyectar a la red eléctrica de la empresa suministradora; a partir de esto, suponiendo que todos los usuarios cumplen con los niveles de distorsión armónica para las corrientes, la empresa eléctrica es responsable de mantener el límite de distorsión de la forma de onda de voltaje para todos los usuarios que comparten un mismo alimentador.

## **1.2 Naturaleza del problema.**

Debido al impacto que tiene la distorsión de las formas de onda, de aquí en adelante referido como *armónicas*, en la operación de sistemas eléctricos es importante contar con herramientas que permitan analizar o predecir los problemas ocasionados por las armónicas. Un problema que ha atraído la atención de diversos grupos de trabajo e investigación es el estudio de interacción armónica en sistemas eléctricos de potencia de corriente alterna con circuitos convertidores CA/CD. La conmutación en circuitos convertidores CA/CD genera armónicas, los cuales al interactuar con el sistema eléctrico de potencia producen desbalances y distorsión en las formas de onda de corriente y voltaje. A pesar de que se podría argumentar que grados pequeños de desbalance y distorsión no son significativos desde el punto de vista de operación global del SEP,

estos pueden tener efectos desastrosos en los componentes eléctricos individuales que lo conforman.

Además de problemas eléctricos convencionales asociados a las armónicas, fenómenos eléctricos inesperados se han observado en pruebas de campo, tal es el caso de resonancias impredecibles en las etapas de diseño y planeación de sistemas con compensadores estáticos de VAR's y compensadores serie controlados por tiristores [Jalali *et al.* 1992], o bien la presencia de resonancias de segunda armónica en estaciones convertidoras de Alto Voltaje en Corriente Directa (AVCD) [Hammad 1992]. La aparición de estos problemas ha sido asociada a interacciones armónicas. Desde el punto de vista de estado estacionario, determinar si un circuito de conmutación estático interactuando con un sistema de potencia opera en estado estacionario es crítico. Lo anterior está relacionado a fenómenos de resonancia originados en la interacción armónica, tal que el circuito controlado por tiristores pierde estabilidad cuando una frecuencia resonante del sistema coincide con una armónica generada por el circuito. Cuando este fenómeno de resonancia toma lugar es llamado resonancia armónica.

Por lo tanto, para lograr una representación lo más cercana a la realidad es necesario desarrollar modelos matemáticos y metodologías de análisis que tomen en cuenta la interacción armónica entre el SEP y estaciones convertidoras CA/CD.

### **1.3 Revisión del estado del arte.**

[Medina *et al.* 2009] presentan una descripción sobre las técnicas fundamentales para el análisis armónico en sistemas de potencia, desarrollados en el dominio de la frecuencia, tiempo e híbrido (tiempo-frecuencia); muestran los detalles sobre sus formulaciones, potencial y proceso iterativo. Se ha aplicado la metodología híbrida a la solución de sistemas monofásicos, estando en proceso su aplicación a la solución de estado estable periódico de sistemas trifásicos prácticos. Existen diversos métodos en la literatura para estudiar la interacción armónica entre el sistema de potencia y el circuito convertidor. Estos métodos se agrupan en tres grupos [Rajagopal *et al.* 1993]:

- i. Análisis en el dominio del tiempo.
- ii. Análisis en el dominio de la frecuencia.
- iii. Análisis en el dominio de la frecuencia utilizando la matriz de acoplamiento armónico.

### **1.3.1 *Análisis en el dominio del tiempo.***

El método en el dominio del tiempo se basa en describir al sistema por un conjunto de ecuaciones diferenciales. La solución de las ecuaciones se obtiene usando técnicas de integración numérica. [Reeve *et al.* 1974] y [Kitchin 1981] discuten el uso del método de análisis en el dominio del tiempo para modelar al sistema de manera integral. En los métodos propuestos, se utilizan técnicas numéricas para obtener una representación punto por punto de los voltajes y corrientes del sistema. Una vez alcanzado el estado estacionario, el espectro armónico de los voltajes y corrientes del sistema se obtiene usando el análisis de Fourier. El método es capaz de predecir el comportamiento transitorio y la inestabilidad armónica del sistema.

De cualquier manera, su aplicación puede ser computacionalmente lenta, especialmente cuando se aplica a sistemas de gran tamaño debido a que el paso de integración debe ser pequeño para poder representar el proceso de conmutación de los tiristores [Rajagopal *et al.* 1993].

Algunos autores como [Chang, Chin, *et al.* 2006] proponen una técnica que adopta el concepto de mapas de Poincaré para resolver el problema del convertidor CA/CD de seis pulsos. La solución se compara con herramientas de simulación en el dominio del tiempo de fuerza bruta, implementados en Simulink. [Chang *et al.* 2006] proponen un método eficiente para caracterizar corrientes armónicas generadas por un grupo de convertidores CA/CD operando en paralelo. La propuesta se realiza en el dominio del tiempo y se consideran las interacciones entre los convertidores. La técnica se basa en mapas de Poincaré para incrementar la eficiencia computacional.

En años recientes, [Chang *et al.* 2009] utilizan un algoritmo en el dominio del tiempo para caracterizar corrientes armónicas producidas por un grupo de convertidores trifásicos CA/CD



operando con fuentes de voltaje balanceadas o desbalanceadas e impedancias de la fuente asimétricas; con la consideración de carga variable. El método propuesto se basa en el concepto de mapas de Poincaré para incrementar la velocidad de solución.

[Chamni *et al.* 2009] presentan una técnica que se basa en la descomposición de señal DWT (transformada discreta de Wavelet) para clasificar alteraciones típicas, en sistemas AVCD. Demuestran la eficacia de los métodos de la transformada wavelet para comprimir perturbaciones de señales. Resultados numéricos obtenidos al considerar el sistema de 14 nodos del IEEE con HVDC-VSC han demostrado la aplicación computacional del algoritmo de flujos de potencia con la incorporación del HVDC-VSC y modelos de impedancias armónicas. [Chamni *et al.* 2009] desarrollan un modelo linealizado AVCD utilizando la técnica de modelado de los datos incluidos en la muestra y un método en el dominio del tiempo para simular los armónicos AVCD y para modelar un sistema de doce pulsos desbalanceado.

### **1.3.2 *Análisis en el dominio de la frecuencia.***

[Kitchin 1981] explica las bases teóricas del método de análisis en el dominio de la frecuencia. Este método se basa en la suposición de que el convertidor es alimentado por fuentes de corriente puramente senoidales, y que la impedancia de la fuente es puramente inductiva. El análisis de Fourier de las formas de onda de corriente que resultan de la operación del convertidor predicen componentes armónicas características del orden  $n=pk\pm 1$ , donde  $p$  es el número de pulsos del convertidor y  $k=1, 2, \dots$ . El convertidor es modelado como una fuente de corriente armónica ideal y los efectos de cada componente armónica sobre el sistema se consideran separadamente. El efecto total de las armónicas sobre el sistema se obtiene en el dominio de la frecuencia utilizando el principio de superposición. El método, también denominado método de inyección de corrientes, se modifica para incluir los efectos del ángulo de control de fase y la inductancia de conmutación. Esto se puede extender a sistemas conectados a convertidores múltiples. En la práctica, los convertidores no generan corrientes armónicas constantes, independientemente de las condiciones que existen en el sistema de potencia de CA; de tal manera que el método no puede predecir armónicas bajo condiciones resonantes.

Muchos investigadores han realizado esfuerzos para utilizar métodos en el dominio de la frecuencia más avanzados, para estudiar los efectos de parámetros individuales del sistema; sobre las armónicas bajo condiciones de estado estable. El efecto de las armónicas no características y errores en los pulsos de disparo se investigan en [Phadke *et al.* 1968]. La condición de desbalance en la impedancia del transformador y su efecto sobre la operación y armónicas es discutida por [Rao *et al.* 1976]. Si el voltaje del sistema de CA es desbalanceado, se generan armónicas no características adicionales en la corriente de CA; este fenómeno es investigado por [Reeve *et al.* 1968]. Aunque estos métodos son poderosos en demostrar los efectos de los parámetros particulares sobre las armónicas, ellos no consideran la interacción entre las armónicas generadas en las partes de CD y CA del sistema, puesto que la corriente del lado de CD se considera libre de armónicas.

[Mathur *et al.* 1977] presentan una técnica para evaluar la corriente del lado de CD y los voltajes armónicos para fuentes de CA desbalanceadas, debido a la reactancia del transformador del convertidor. En esta propuesta, el lado de CA se trata separadamente del lado de CD y las interacciones armónicas entre ambos sistemas no se consideran en el algoritmo. [Reeve *et al.* 1971] proponen una técnica, la cual intenta eliminar o superar muchas de las desventajas antes mencionadas. La técnica determina las nuevas condiciones de operación del sistema iterativamente, actualizando los voltajes del sistema. Esta técnica es muy efectiva en estudiar el comportamiento a lo largo del sistema con la interacción armónica, pero desprecia las impedancias del lado de CD.

Un método para estudios armónicos basado en el análisis en el dominio de la frecuencia fue propuesto por [Christoforidis *et al.* 1990], el método considera el sistema de potencia de CA, la subestación del convertidor y la carga del lado de CD. El trabajo hace una contribución importante en la selección del tipo de modelo para el sistema de CA para estudios armónicos.

Un método basado en variables de estado, fue propuesto en la literatura para formular automáticamente las ecuaciones de la red de CA trifásica para estudios armónicos [Kitchin 1981]. Estas ecuaciones son entonces enlazadas con las ecuaciones no lineales del convertidor para obtener una solución para todo el sistema. Los resultados obtenidos toman en cuenta la

interacción de las armónicas del lado de CA, sin embargo; el método exhibe pobres características de convergencia y en algunas aplicaciones se ha observado que diverge [Reeve *et al.* 1971].

Una técnica basada en variables de estado la cual elimina muchas de las desventajas antes mencionadas fue propuesta por [Yacamini *et al.* 1986]. La técnica considera las impedancias del lado de CD, imperfecciones del lado de CA tal como distorsiones de voltaje armónico en las fuentes de suministro, condiciones desbalanceadas en los voltajes de entrada y las impedancias del sistema. El método considera un conjunto de voltajes nodales como las condiciones iniciales y en base al método de control de disparo de los tiristores, calcula las corrientes del convertidor. Los resultados son entonces utilizados con el método de inyección de corrientes para calcular los voltajes y corrientes armónicos del lado de CD y las cantidades del lado de CA. El método sufre de las limitaciones del método clásico, por ejemplo, incapacidad para tomar en cuenta el acoplamiento armónico en los lados de CA y CD.

[Christoforidis 1990] presenta un método para estudios armónicos basado en el análisis en el dominio de la frecuencia, que puede ser utilizado en el estudio de sistemas tanto balanceados como desbalanceados, inclusive sistemas de gran tamaño ya que es computacionalmente eficiente. Sin embargo, una desventaja para este modelo radica en el hecho de que no es capaz de predecir la presencia de armónicos no característicos producidos por la interacción del convertidor con el sistema eléctrico.

[Wood *et al.* 1995] presentan un método para analizar la distorsión de las formas de onda del convertidor AVCD en el dominio de la frecuencia. En este método, se considera la variación de los ángulos de disparo, pero no se dan expresiones para los ángulos de disparo actuales y no se modelan explícitamente los intervalos de conducción individual, relacionando la conmutación entre las tres fases.

[Smith *et al.* 1995] desarrollaron un conjunto de ecuaciones de estado estable que describen el convertidor en el dominio armónico. El método utilizado, directamente hace la convolución en el dominio armónico del voltaje de CD en cada periodo de conducción, con una función de

muestreo apropiada. Manteniendo la corriente CD y el voltaje en terminales de CA como variables independientes, es posible evitar resolver un sistema de ecuaciones no lineales para el convertidor. Esta técnica se aplica a convertidores de 6 pulsos, y las ecuaciones son verificadas a través de una solución en el dominio del tiempo. Una solución para el convertidor se ha encontrado para el caso en el cual las corrientes armónicas de CD son variables dependientes.

[Watson *et al.* 1998] detallan el modelo del proceso de modulación armónica, generado por un convertidor bajo condiciones desbalanceadas, es una tarea difícil, usualmente llevada a cabo en el dominio del tiempo y no representa con precisión la respuesta a la frecuencia de los componentes del convertidor. [Watson *et al.* 1998] presentan un proceso iterativo que combina la solución en el dominio de la frecuencia, con un análisis de pre-procesamiento y pos-procesamiento gráfico y visualización de las interacciones del sistema armónico CA/convertidor/CD.

[Bathurst *et al.* 1999] Describen una técnica para modelar el transformador defasador del convertidor en el dominio armónico utilizando la técnica de convolución. El modelo propuesto fácilmente puede integrarse con otros componentes del sistema de potencia y su interacción armónica puede ser evaluada por medio de una solución de Newton unificada.

[Carbone *et al.* 2005] Presentan una nueva técnica para modelar sistemas de conversión CA/CD/CA, la cual se basa en la teoría de la modulación de la función, que toma ventaja de un procedimiento de dos pasos; en el cual se utilizan dos modelos de Monte Carlo para el análisis probabilístico de la distorsión armónica e ínter armónica. Esta técnica combina la teoría de la modulación de la función y el concepto de análisis armónico e ínter armónico (IHIA), incluyendo ínter armónicos, los cuales son componentes espectrales en la frecuencia, no múltiplos enteros de la frecuencia fundamental del sistema. Esto se puede aplicar tanto a enlaces AVCD como variadores de velocidad ajustable basados en un inversor de línea conmutado trifásico, obteniendo en ambos casos una reducción importante en el aspecto computacional con respecto a las simulaciones en el dominio del tiempo.

[Louie *et al.* 2006] discuten los métodos en el dominio del tiempo y la frecuencia para el análisis armónico de sistemas de potencia AVCD, revisando las fuentes de armónicos en sistemas AVCD

y revelando las ventajas y desventajas de los métodos y señalan su adecuada aplicación en cálculos armónicos de redes de potencia.

[Oliveira *et al.* 2007] examinan los factores principales que afectan la amplitud de los componentes de la corriente armónica generados por convertidores AVCD, operando bajo fuentes de voltaje desbalanceadas. Se considera un esquema de disparo simétrico y se hace especial énfasis en la operación de puentes rectificadores completos de seis pulsos, los cuales; se utilizan como arreglos básicos para ensamblar el convertidor de doce pulsos muy utilizado en transmisión AVCD y como una fuente de voltaje para generadores sincros en plantas de gran potencia. Varios resultados de simulaciones se muestran con la intención de ilustrar el efecto producido por la fuente de voltaje desbalanceada sobre las magnitudes de las armónicas características de la corriente de CA. En los casos de estudio se consideran diferentes condiciones de operación caracterizadas por cambios en las amplitudes de la corriente de CD y en los ángulos de disparo. Atención especial se les da a las corrientes armónicas triples no características, surgidas básicamente como resultado de los tiempos de conmutación diferentes en las corrientes de fase, producidas por las componentes de secuencia negativa de los voltajes de fase a fase.

[Mayrink *et al.* 2008] proponen un nuevo modelado de los enlaces AVCD para análisis de flujos de carga armónicos en sistemas de potencia eléctricos, con la representación explícita de las redes de CA y CD, también como de las características no lineales del convertidor y sus interdependencias armónicas, asegurando una solución adecuada; utilizan ecuaciones de inyección de corriente en el dominio de la frecuencia. Esta nueva metodología permite el análisis de generación y propagación de componentes armónicos de voltajes y corrientes, producidos por el rectificador y el inversor del sistema AVCD.

El dominio armónico es el método más riguroso para simular las relaciones de estado estable entre variables relevantes para convertidores electrónicos de potencia. [Arrillaga *et al.* 2008] presentan la aplicación del método para el rectificador controlado de doce pulsos e ilustran su uso para convertidores fuentes de voltaje utilizados en sistemas SIFLECA (Sistemas Flexibles de Transmisión en CA). Las ecuaciones del modelo en el dominio armónico representan el efecto del desbalance en los sistemas de CA y de CD, fuentes armónicas en ambos sistemas y

desbalance en los transformadores del convertidor. Los procesos de disparo y conmutación han sido modelados rigurosamente.

[Yao *et al.* 2008] proponen un método de fasores dinámicos que es aplicable para modelar sistemas de transmisión VSC-HVDC. Esta técnica, se basa en el análisis de dinámicas de los coeficientes significativos de las series de Fourier variantes en el tiempo, de las variables del sistema.

[Zhaorui *et al.* 2008] proponen un nuevo enfoque llamado método de análisis armónico directo este se aplica a convertidores CA/CD/CA. Las reglas de transferencia de voltajes y corrientes fueron deducidas utilizando los vectores armónicos y su secuencia característica. El método el cual empieza con el voltaje fundamental del lado de CA, puede calcular las corrientes armónicas e inter armónicas en el mismo lado, y no necesita el proceso iterativo entre los lados de CA y CD. El método de análisis armónico directo tiene la virtud de formulas simples y enfoques explícitos, y es mas recomendable para distorsión de voltaje pequeña y multi convertidores.

[Gang *et al.* 2009] presentan un análisis detallado del proceso dinámico en convertidores AVCD cuando fallas asimétricas ocurren en el sistema de CA, presentan además un modelo de componentes de secuencia del convertidor basado en funciones de conmutación avanzadas. Además, se propone un método lineal directo de cálculo armónico. En este método se consideran, tanto el efecto de la interacción armónica entre los sistemas de CA y CD y el proceso dinámico en el convertidor. Se demuestra que el análisis cuantitativo para supresión de armónicas, configuración de filtros y establecimiento de cálculos de retransmisión pueden ser realizados por este método, cuyos resultados son verificados mediante comparaciones con los resultados obtenidos por simulaciones dinámicas en el dominio del tiempo. Se deriva una expresión para el ángulo de disparo actual y se presenta un modelo para la función de conmutación avanzada para el convertidor AVCD. En este modelo se consideran, tanto el efecto de la variación de los instantes de conmutación y los desbalances de la conmutación. Además, basados en el modelo avanzado, se propone un método lineal directo de calculo armónico bajo fallas asimétricas en el sistema de CA, con la representación de la interacción armónica entre los sistemas de CA y CD.

[Karawita *et al.* 2009] presentan un análisis de interacciones multi alimentadas de alto voltaje en CD (AVCD) utilizando técnicas de análisis de pequeña señal. Se investigan los modelos detallados, que son necesarios para representar adecuadamente la dinámica de los convertidores AVCD y la red de CA, y los modelos se validan a través de un programa de simulación de transitorios electromagnéticos. [Karawita *et al.* 2009] muestran que las dinámicas de la red de CA deben ser modeladas en orden, para obtener resultados significativos del estudio de estabilidad de pequeña señal. Con la intención de cubrir el rango de frecuencias de interés (arriba de 200 Hz), los enlaces AVCD se modelan en detalle, incluyendo el controlador de la corriente del rectificador y el controlador del ángulo de extinción del inversor, los cuales son comúnmente utilizados. Habiendo establecido el modelado adecuado, se analizan las interacciones del multi alimentado AVCD en el dominio de la frecuencia utilizando los eigenvalores, eigenvectores y factores de participación. Este análisis revela que las variables de estado asociadas con dos convertidores AVCD cercanos, pueden oscilar uno contra otro en algún momento; mientras que ellos pueden oscilar juntos en algún otro momento. Este artículo también presenta un análisis, para mostrar como la impedancia del sistema de CA entre las dos terminales AVCD, influencia estas interacciones.

[Mayordomo *et al.* 2009] presentan procedimientos alternativos, basados en soluciones de Newton desacoplado (DNS), donde se utiliza un método secuencial para resolver el proceso iterativo. Esto nos lleva a una técnica mucho más modular para desarrollar el proceso iterativo total (WIP) en el dominio armónico, ya que la integración del convertidor en el WIP es significativamente simplificado, aún cuando el convertidor presente cualquier estructura en el lado de CD. Considerando la convergencia de la solución de Newton completa (FNS) como un punto de referencia, el objetivo principal de [Mayordomo *et al.* 2009] consiste en explorar las propiedades de convergencia de las soluciones del Newton desacoplado modular, bajo condiciones extremas para la interacción armónica.

[Yuanyuan *et al.* 2010] presentan un método basado en el modelo de la matriz de admitancia armónicamente acoplada del convertidor. Ya que el modelo no depende del punto de operación, este puede desacoplar el cálculo del flujo de potencia fundamental del sistema, del cálculo del flujo de potencia a la frecuencia armónica. Aún más, el método de análisis armónico propuesto,

es en forma no iterativa para solucionar las ecuaciones nodales del sistema, bajo todas las frecuencias armónicas; con las ecuaciones de la matriz armónica del convertidor juntas. Se ilustran los modelos de los componentes del sistema de potencia en el dominio de la frecuencia.

### **1.3.3 *Análisis en la frecuencia utilizando la matriz de acoplamiento armónico.***

Para superar las desventajas de los métodos antes mencionados, [Osaukas *et al.* 2001] proponen un modelo analítico donde se realiza una linealización de pequeña señal del convertidor AVCD en el dominio de la frecuencia, capaz de obtener las distorsiones armónicas de las formas de onda en estado estable. El modelo describe la operación del convertidor en términos de ambos: caso base y de distorsión, así como la modulación del instante de conmutación. De un punto de operación en el caso base, el modelo asume una fuente de distorsión y calcula analíticamente interacciones armónicas entre los sistemas CA y CD del convertidor, tomando en cuenta los efectos del periodo de conmutación. Estas interacciones corresponden a los parámetros linealizados de la matriz de acoplamiento armónico ABCD calculados numéricamente en [Larsen *et al.* 1989]. Los cambios del espectro de las variables de estado del caso base, resultado de la distorsión, se obtienen por la adición del estado estable parcial y del transitorio parcial, respuestas calculadas por la convolución de las funciones de muestreo con la distorsión aplicada. El efecto que la distorsión tiene sobre los instantes de conmutación del convertidor es considerado por una relación analítica lineal entre la distorsión aplicada y la variación de los instantes de conmutación. Por lo tanto, no se calcula una linealización verdadera de las ecuaciones asociadas a los instantes de conmutación. Se realiza la inclusión de los sistemas de CA y de CD con el enlace AVCD; linealizando cada componente individual y combinando todas las interacciones individuales mediante análisis nodal [Hume *et al.* 2003].

Si los efectos de las variaciones de control y conmutación no son consideradas directamente en la formulación para obtener las interacciones armónicas, el convertidor puede modelarse completamente de manera lineal en el dominio de la frecuencia, y una solución directa de las interacciones CA/CD se puede describir únicamente con cálculos algebraicos. En este caso, no es necesario linealizar las relaciones matemáticas de los componentes del sistema bajo análisis.



Basados en esta idea, [Jalali *et al.* 1991] emplearon la técnica de matriz de acoplamiento armónica para el análisis de interacción armónica no lineal entre un convertidor monofásico CA/CD y un SEP. Este método usa el concepto de parámetros de transmisión (o parámetros *A*, *B*, *C*, *D*) para obtener una relación entre las cantidades del lado de CA y de CD. Específicamente se obtiene la relación entre los voltajes y corrientes de entrada y salida, en términos de parámetros que modelan el convertidor y el sistema de CA. Los parámetros del convertidor son definidos en términos de la representación en series de Fourier de las funciones de conmutación, las cuales determinan las formas de onda del voltaje y la corriente del convertidor en cada intervalo. La impedancia del sistema de CA es modelada como una matriz diagonal de dimensión igual al número de frecuencias armónicas consideradas en el estudio.

Las principales características de la técnica se resumen a continuación [Gutiérrez 1999]:

- El método modela cada componente en el sistema (el convertidor y el sistema de CA) como una matriz de admitancia armónica representada por los voltajes y corrientes terminales en la forma de Fourier. Las matrices son entonces acopladas para representar todo el sistema. Esto permite que el procedimiento de modelado sea modularizado tal que sistemas diferentes se pueden estudiar sin hacer muchas modificaciones de las ecuaciones del sistema.
- La matriz de admitancia armónica del convertidor acopla todas las armónicas por medio de una relación entre las cantidades armónicas del lado de CA y del lado de CD expresadas a través de las funciones de conmutación. El modelo permite que los armónicos de la fuente sean incorporados, tal que la interacción entre el sistema de potencia y el convertidor se modela de manera precisa.
- La solución para las ecuaciones del sistema provee localmente un punto estable que satisface las condiciones de operación del convertidor. Sistemas desbalanceados se pueden estudiar porque las matrices de voltaje y las matrices de impedancias son representadas separadamente.

- El sistema de potencia y el circuito convertidor son representados por las matrices ***ABCD***, las cuales son actualizadas en cada iteración para evaluar las convoluciones armónicas de los coeficientes de las series de Fourier, que representan el espectro de voltaje y corriente; con aquellos espectros que representan las funciones de conmutación. Puesto que los tiempos de conmutación son desconocidos, las dos ecuaciones de restricción relacionando los ángulos de disparo y traslape deben ser resueltas iterativamente. Acorde a los autores, estas ecuaciones se resuelven usando el método numérico de Newton-Rapshon eligiendo un ángulo de traslape inicial.

Posteriormente, en 1993 [Rajagopal *et al.* 1993] extendieron esta técnica al estudio de la interacción armónica entre un convertidor trifásico CA/CD y un SEP. Sin embargo, ellos sólo consideran la operación simétrica; además no describen la manera en que la ecuación de restricción es resuelta con el fin de calcular el ángulo de traslape.

[Rubio 2002] propone la linealización de las ecuaciones de restricción usando ecuaciones analíticas. Utiliza una metodología secuencial para resolver el conjunto de ecuaciones lineales representando el sistema CA/CD y las ecuaciones de restricción trascendentales, y proporciona métodos para inicializar los ángulos de traslape basados en ecuaciones de forma cerrada. Sin embargo, sólo considera al convertidor operando como rectificador.

#### **1.4 *Objetivo de la tesis.***

El objetivo de esta tesis es desarrollar un método para estimar la interacción armónica entre los lados de CA y CD del convertidor trifásico, operando como inversor, basado en el concepto de red matricial multipuerto, estudiar la interacción armónica entre sistemas de potencia y circuitos convertidores CA/CD y finalmente modelar el enlace AVCD. El método desarrollado será aplicado al análisis de convertidores trifásicos, en el dominio de las fases, considerando tanto condiciones de operación balanceadas como desbalanceadas, así como la inclusión de la conexión estrella delta en el transformador.

## **1.5 Justificación.**

El estudio de interacción armónica en sistemas de potencia de CA es de gran importancia debido al incremento de la utilización de sistemas de conmutación electrónicos para la conversión de potencia y otros sistemas no lineales. Las conmutaciones electrónicas en los convertidores CA/CD generan corrientes armónicas, las cuales interactúan con la impedancia de CA del SEP causando distorsiones de voltaje en el sistema de potencia. Por lo anterior y considerando que se debe asegurar la calidad y confiabilidad de la potencia entregada a los consumidores, hay una gran necesidad de evaluar en la etapa de planeación de un SEP las armónicas generadas de tal forma que se puedan diseñar medidas preventivas de control de armónicas. Por todo lo anterior en este trabajo se aborda el análisis de interacción armónica entre el sistema eléctrico de potencia y circuitos convertidores como rectificador, inversor y el enlace AVCD.

## **1.6 Metodología.**

Con el propósito de lograr los objetivos planteados en esta tesis se utilizará la siguiente metodología:

- Revisar el estado del arte del análisis armónico de convertidores CA/CD en el dominio del tiempo, de la frecuencia y de la frecuencia utilizando la matriz de acoplamiento armónico.
- Desarrollo del modelo matemático en el dominio de la frecuencia utilizando la matriz de acoplamiento armónico, del convertidor operando como rectificador, inversor y enlace AVCD.
- Realizar un programa en MATLAB, en base al modelo matemático desarrollado, que nos permita simular el convertidor operando tanto como rectificador e inversor, y finalmente el enlace AVCD.
- Una vez realizado el programa que nos permita un análisis armónico de convertidores y el enlace AVCD se procederá a desarrollar diferentes casos de estudio, los cuales se

validarán con un simulador comercial de confiabilidad reconocida a nivel internacional en el dominio del tiempo como lo es el ATP/EMTP.

### **1.7 Contribución de la tesis.**

Como se mencionó en este capítulo, diversos grupos de trabajo e investigación han desarrollado modelos matemáticos y técnicas numéricas para el análisis de interacción armónica entre los lados de CA y CD del convertidor. En adición a todo ese trabajo desarrollado se consideran como contribuciones de esta tesis las siguientes:

1. Desarrollar un método para estimar la interacción armónica entre los lados de CA y CD del convertidor trifásico operando como inversor, basado en el concepto de red matricial multipuerto. Así mismo, se incluye la conexión estrella delta en el transformador y se modela el enlace AVCD.
2. Los componentes de planta de potencia formando ambos sistemas CA y CD se incorporan dentro del modelo matricial armónico. Por lo tanto, todos los detalles del sistema convertidor son modelados simultáneamente para determinar con precisión el contenido armónico de la solución de estado estable bajo ambas condiciones de operación simétrica y asimétrica, así como condiciones de operación tanto balanceadas como desbalanceadas.
3. Se presenta de manera clara y concisa el desarrollo del método de acoplamiento armónico para el estudio del efecto del ángulo de disparo de los tiristores del convertidor operando como rectificador, inversor y el enlace AVCD.

### **1.8 Organización de la tesis.**

Para cumplir con el objetivo propuesto, la tesis se ha integrado de cuatro capítulos. A continuación se proporciona una breve descripción de cada uno de ellos:

El primer capítulo lo constituye la presente introducción, se menciona el estado del arte, la justificación del trabajo realizado y la organización de la tesis.

En el segundo capítulo se presentan las ecuaciones que modelan el sistema CA/CD en base a la matriz de acoplamiento armónico, es decir; se presentan las ecuaciones necesarias para implementar el método para el convertidor operando como rectificador [Rubio 2002], se deducen las ecuaciones necesarias para implementar el método para el convertidor operando como inversor y finalmente se modela el enlace AVCD.

En el tercer capítulo se presentan los sistemas de ejemplo para análisis armónico; en este capítulo se determina el contenido armónico de la solución de estado estable bajo ambas condiciones de operación simétrica y asimétrica, así como el efecto del ángulo de disparo de los tiristores, tanto del convertidor operando como rectificador así como el convertidor operando como inversor y el enlace AVCD. También se presenta el convertidor trifásico de seis pulsos con conexión estrella delta en el transformador. Se consideran condiciones de operación tanto balanceadas como desbalanceadas.

En el capítulo cuatro se presentan las conclusiones, recomendaciones y trabajos futuros del trabajo desarrollado.

Al final de la tesis se presentan los apéndices y referencias relacionadas con esta investigación.

# CAPITULO 2

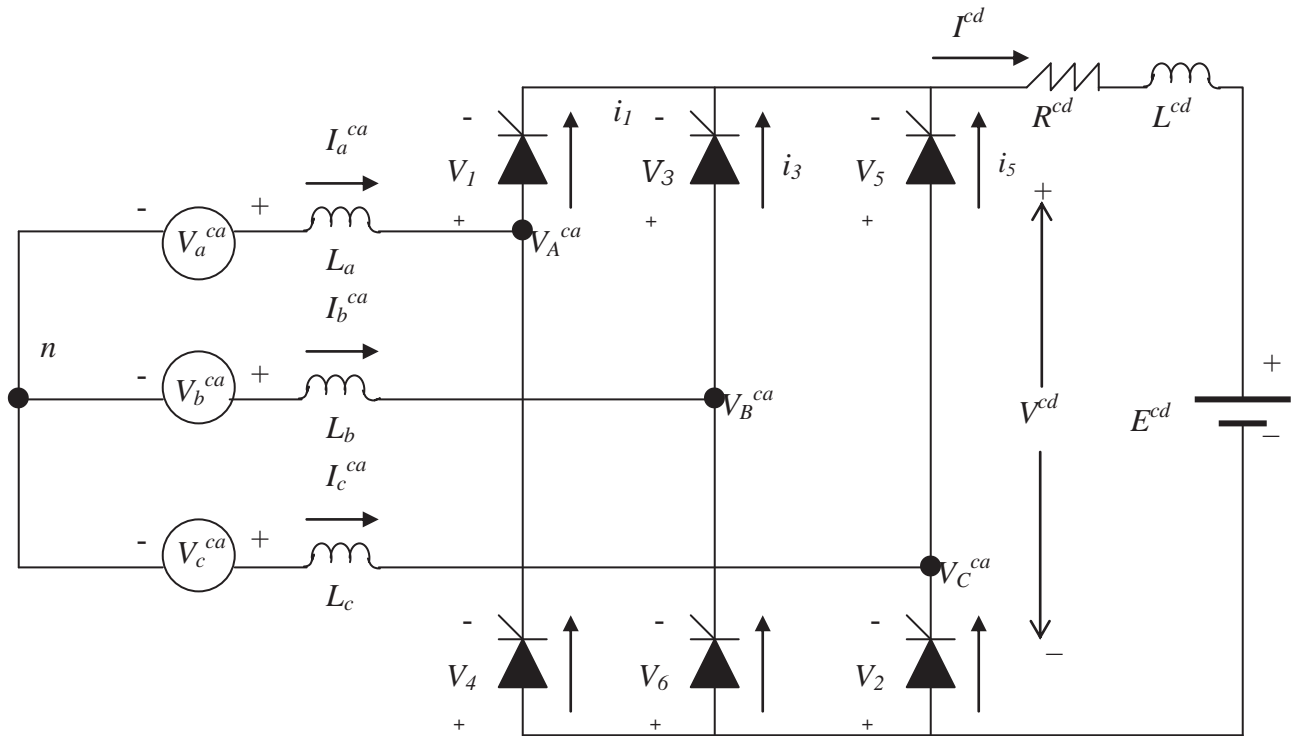
## MODELO DEL SISTEMA CA/CD CON BASE EN LA MATRIZ DE ACOPLAMIENTO ARMÓNICO.

### 2.1 *Introducción.*

En la primera parte de este capítulo se presenta el modelo matemático del sistema CA/CD con base a la matriz de acoplamiento armónico; se describe la manera en que se aplica esta matriz al convertidor. También se presenta la manera en que se obtienen las ecuaciones de restricción requeridas para la determinación de los ángulos de traslape  $\mu$ . En la segunda parte del capítulo se extiende la aplicación de esta matriz al convertidor trifásico considerando el sistema eléctrico de potencia. Para este último caso, es necesario derivar nuevas ecuaciones considerando estos nuevos elementos. Se establece el método de solución de las ecuaciones. En la tercera parte de este capítulo se extiende la aplicación de la matriz de acoplamiento armónico al convertidor trifásico con conexión estrella delta en el transformador. Finalmente, se deriva el modelo matemático del inversor y del enlace AVCD.

### 2.2 *Representación de un convertidor mediante la matriz de acoplamiento armónico.*

En base al sistema trifásico mostrado en la Figura 2.1, las variables de entrada de la red de dos puertos en el punto de acoplamiento común son  $V_k^{ca}$  e  $I_k^{ca}$ , para  $k=a,b,c$ , mientras que las variables de salida son  $V^{cd}$  e  $I^{cd}$ .



**Figura 2.1** Sistema convertidor trifásico CA/CD.

Asumiendo que  $I_k^{ca}$  para  $k=a,b,c$  y  $V^{cd}$  son las variables independientes, la representación en dos puertos del convertidor en el dominio de la frecuencia está dada por la Ecuación (2.1).

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_a^{ca} \\ \bar{I}_b^{ca} \\ \bar{I}_c^{ca} \\ \bar{V}^{cd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A}_{aa} & \bar{A}_{ab} & \bar{A}_{ac} & \bar{B}_{ad} \\ \bar{A}_{ba} & \bar{A}_{bb} & \bar{A}_{bc} & \bar{B}_{bd} \\ \bar{A}_{ca} & \bar{A}_{cb} & \bar{A}_{cc} & \bar{B}_{cd} \\ \bar{C}_{da} & \bar{C}_{db} & \bar{C}_{dc} & \bar{D}_{dd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_a^{ca} \\ \bar{V}_b^{ca} \\ \bar{V}_c^{ca} \\ \bar{I}^{cd} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

donde  $\bar{V}_k^{ca}$ ,  $\bar{I}_k^{ca}$ , para  $k=a,b,c$ ,  $\bar{V}^{cd}$  e  $\bar{I}^{cd}$  son los vectores complejos que contienen los coeficientes de Fourier asociados a sus respectivas señales de tiempo. Las matrices complejas  $\bar{A}$ ,  $\bar{B}$ ,  $\bar{C}$  y  $\bar{D}$  relacionan armónicos de diferente orden en ambos lados del convertidor, y sus elementos representan el cambio de amplitud y el desplazamiento de fase introducido por la interacción armónica entre ambos lados del convertidor. Los valores de estos elementos son dependientes del valor del inductor de conmutación del convertidor y de los instantes de tiempo en que ocurre el encendido (disparo) y conmutación de los tiristores. La matriz compleja  $\bar{A}$

relaciona los armónicos que cuantifican el grado de distorsión de las variables medidas en el lado de CA del convertidor representando una matriz de admitancia armónica,  $\bar{B}$  representa la transferencia armónica de la corriente de CD a la corriente de CA, en tanto que  $\bar{C}$  representa la interacción armónica entre los voltajes de CA y el voltaje de CD, por último,  $\bar{D}$  es una matriz de impedancia armónica que relaciona las variables en el lado de CD del convertidor. Teóricamente, todas estas matrices son de dimensión infinita pero para propósitos de análisis numérico, el número de armónicos es truncado a un número finito. En nuestro estudio consideramos 50, 70 ó 100 armónicas.

### **2.3 Representación general de las funciones de conmutación.**

El estado de operación del convertidor está completamente especificado por la acción de conmutación de los tiristores. El estado de conmutación se puede representar por funciones de conmutación (FC) que tienen la información de encendido/apagado de los tiristores. Estas funciones pueden ser interpretadas como funciones de transferencia del convertidor, a través de las cuales se relacionan variables de CA y CD. Por lo tanto, a fin de evaluar las formas de onda de corriente y voltaje de estado estable en el sistema CA/CD, es necesario definir funciones de conmutación de corriente y de voltaje.

La Figura 2.2 muestra las FC utilizadas para definir las relaciones entre las formas de onda de la corriente y el voltaje en el sistema de CA/CD [Rubio 2002]. En base a esta figura, cualquier función de conmutación  $\bar{H}$  puede ser descompuesta en componentes armónicos  $\bar{H} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \underline{h}_n e^{jn\omega t}$ , donde la n-ésima componente armónica  $\underline{h}_n$  de la serie de Fourier está dada por las siguientes ecuaciones [Rubio 2002], y se muestra su obtención en el Apéndice A:

$$h_0^x = \frac{\text{duración del intervalo de la función}}{2\pi} \quad (2.2)$$



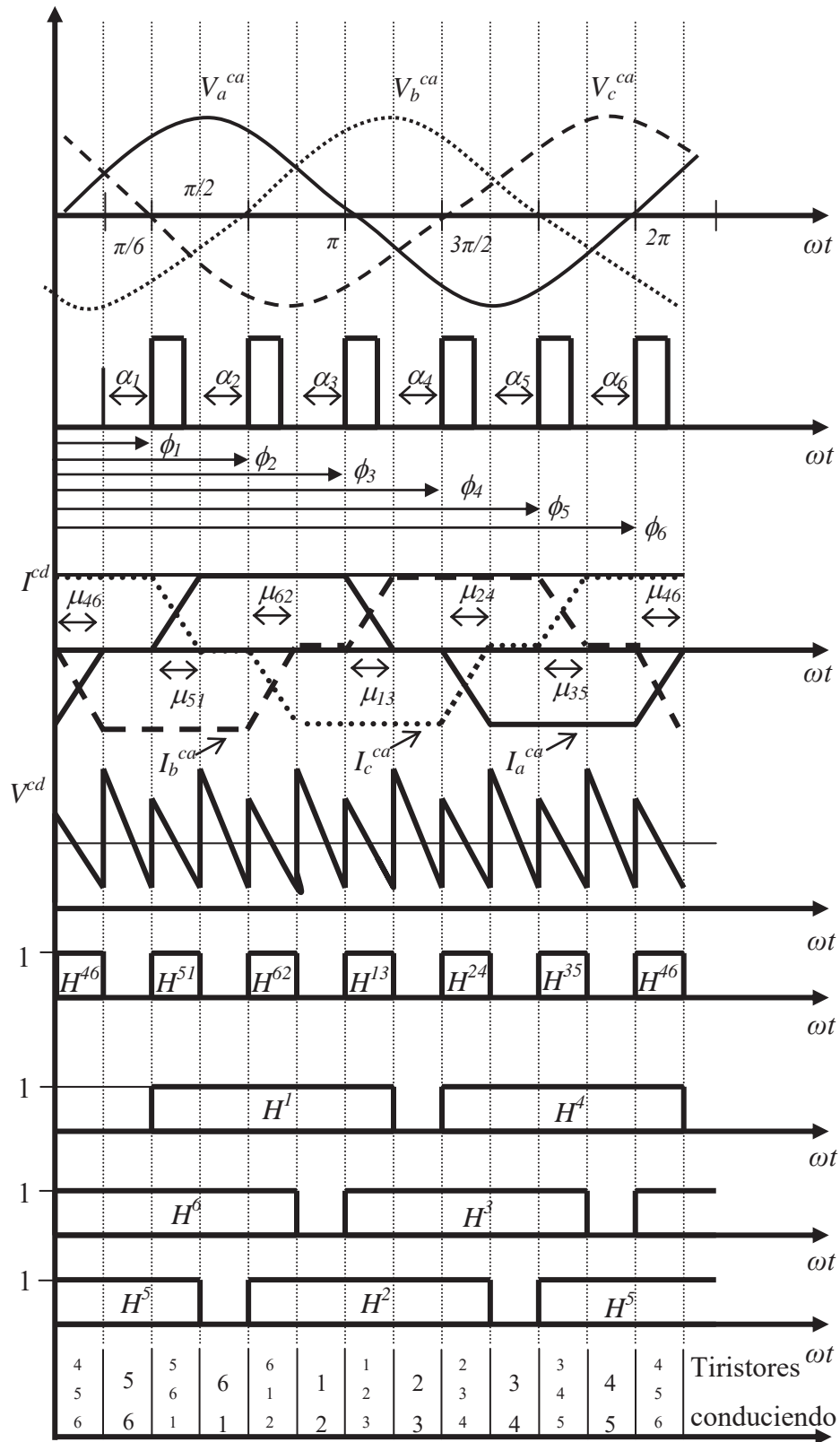


Figura 2.2 Variables CA/CD relacionadas por funciones de conmutación.

$$h_n^x = \frac{j}{2\pi n} \left( e^{-jn(\text{fin del intervalo de la función})} - e^{-jn(\text{inicio del intervalo de la función})} \right) \quad (2.3)$$

donde el superíndice x adopta el valor del tipo de función de conmutación bajo análisis.

### 2.3.1 Funciones de conmutación de corriente.

Las funciones de conmutación de corriente (FCC) se clasifican en:

- a) Funciones de conmutación que definen el periodo total durante el cual cada tiristor esta encendido.
- b) Funciones de conmutación las cuales determinan el intervalo de conmutación.

Las funciones de conmutación que definen el periodo total durante el cual cada tiristor esta encendido toman en cuenta los modos de inter-conmutación y conmutación. Por ejemplo, la función de conmutación  $H^l$  consiste de los intervalos durante el cual el tiristor 1 está conduciendo; (5, 6, 1), (6, 1), (6, 1, 2), (1, 2) y (1, 2, 3). Además, como se muestra en la Figura 2.2,  $H^i$ ,  $i=1, \dots, 6$ , tiene un valor unitario para el intervalo de tiempo durante el cual el i-ésimo tiristor conduce. Por último, el inicio, fin y duración de la función intervalo asociada a  $H^l$  es  $\phi_l$ ,  $\phi_3 + \mu_{l3}$  y  $\phi_3 - \phi_l + \mu_{l3}$ , respectivamente, la deducción completa se muestra en [Rubio 2002] y en el Apéndice A.

La función de conmutación  $H^{ij}$  representa el intervalo de tiempo durante el cual ocurre una transferencia de corriente entre un par de tiristores  $(i, j)$ , tales como (4, 6), (5, 1), (6, 2), (1, 3), (2, 4) y (3, 5). En este intervalo de tiempo las funciones de conmutación tienen un valor de uno, de lo contrario es cero. La  $n$ -ésima componente armónica de las serie de Fourier representando la función de conmutación en el dominio de la frecuencia es obtenida por (2.2), (2.3) y la Figura 2.2. Como ejemplo, el inicio, fin y duración de la función intervalo asociada a  $H^{ij}$  es  $\phi_j$ ,  $\phi_j + \mu_{ij}$  y  $\mu_{ij}$ , para toda  $i, j=1, \dots, 6$ ;  $i \neq j$  respectivamente, la deducción completa se muestra en [Rubio 2002] y en el Apéndice A.

### 2.3.2 Funciones de conmutación de voltaje.

Las funciones de conmutación de voltaje (FCV) representan la relación entre los voltajes de CA, en el PAC (Punto de Acoplamiento Común), y el voltaje de CD. Las componentes armónicas de estas funciones están dadas por (2.2) y (2.3). A fin de conocer la expresión resultante dada por el producto de una función de conmutación y las formas de onda del voltaje de CA, es necesario realizar un análisis matemático del sistema CA/CD operando en los procesos de inter-conmutación y conmutación; esto se muestra en el Apéndice B. Esta derivación es efectuada considerando impedancias de conmutación balanceadas y voltajes de CA no simétricos en el PAC. Las Tablas 2.1 y 2.2 muestran los intervalos de tiempo para las funciones de conmutación y las expresiones del voltaje de CD cuando el convertidor está operando en el modo de inter-conmutación y conmutación, respectivamente.

**Tabla 2.1** Modo de inter-conmutación para las FCV.

FCV	Intervalos			Voltaje en el lado de CD
	Inicio	Fin	Duración	
$H^{61}$	$\phi_1 + \mu_{51}$	$\phi_2$	$\phi_2 - \phi_1 - \mu_{51}$	$V_a^{ca} - V_b^{ca}$
$H^{12}$	$\phi_2 + \mu_{62}$	$\phi_3$	$\phi_3 - \phi_2 - \mu_{62}$	$V_a^{ca} - V_c^{ca}$
$H^{23}$	$\phi_3 + \mu_{13}$	$\phi_4$	$\phi_4 - \phi_3 - \mu_{13}$	$V_b^{ca} - V_c^{ca}$
$H^{34}$	$\phi_4 + \mu_{24}$	$\phi_5$	$\phi_5 - \phi_4 - \mu_{24}$	$V_b^{ca} - V_a^{ca}$
$H^{45}$	$\phi_5 + \mu_{35}$	$\phi_6$	$\phi_6 - \phi_5 - \mu_{35}$	$V_c^{ca} - V_a^{ca}$
$H^{56}$	$\phi_6 + \mu_{46}$	$2\pi + \phi_1$	$2\pi + \phi_1 - \phi_6 - \mu_{46}$	$V_c^{ca} - V_b^{ca}$

**Tabla 2.2** Modo de conmutación para las FCV.

FCV	FCC equivalente	Tiristores conduciendo	Intervalos			Voltaje en el lado de CD
			Inicio	Fin	Duración	
$H^{456}$	$H^{46}$	4, 5, 6	$\phi_6$	$\phi_6 + \mu_{46}$	$\mu_{46}$	$V_c^{ca} - (V_a^{ca} + V_b^{ca})/2$
$H^{561}$	$H^{51}$	5, 6, 1	$\phi_1$	$\phi_1 + \mu_{51}$	$\mu_{51}$	$-V_b^{ca} + (V_a^{ca} + V_c^{ca})/2$
$H^{612}$	$H^{62}$	1, 6, 2	$\phi_2$	$\phi_2 + \mu_{62}$	$\mu_{62}$	$V_a^{ca} - (V_b^{ca} + V_c^{ca})/2$
$H^{123}$	$H^{13}$	1, 2, 3	$\phi_3$	$\phi_3 + \mu_{13}$	$\mu_{13}$	$-V_c^{ca} + (V_a^{ca} + V_b^{ca})/2$
$H^{234}$	$H^{24}$	2, 3, 4	$\phi_4$	$\phi_4 + \mu_{24}$	$\mu_{24}$	$V_b^{ca} - (V_a^{ca} + V_c^{ca})/2$
$H^{345}$	$H^{35}$	3, 4, 5	$\phi_5$	$\phi_5 + \mu_{35}$	$\mu_{35}$	$-V_a^{ca} + (V_b^{ca} + V_c^{ca})/2$

En lo anterior, los superíndices de las FCV,  $H^{ij}$ , representan los tiristores conduciendo. Por otro lado, para los intervalos de conmutación, las FCV son equivalentes a las FCC.

Una vez que las funciones de conmutación han sido definidas matemáticamente, estas son utilizadas para obtener las ecuaciones que representan las corrientes de CA y el voltaje de CD en el dominio de la frecuencia, con el objetivo de obtener expresiones analíticas para los parámetros  $\bar{A}$ ,  $\bar{B}$ ,  $\bar{C}$  y  $\bar{D}$ .

#### 2.4 Representación armónica de la corriente de CA.

Las corrientes de CA se expresan como la suma de las corrientes medidas en los intervalos de inter-conmutación y conmutación. En base a la Figura 2.2, la corriente en la fase  $a$  en el dominio del tiempo está dada por la Ecuación (2.4).

$$\begin{aligned}
 I_a^{ca}(\omega t) = & I^{16}(\omega t) + I^{12}(\omega t) + I^{126}(\omega t) \\
 & + I^{43}(\omega t) + I^{45}(\omega t) + I^{345}(\omega t) \\
 & + I^{561}(\omega t) + I^{123}(\omega t) + I^{234}(\omega t) + I^{456}(\omega t)
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

### 2.4.1 Corriente de CA en el proceso de inter-conmutación

Los primeros seis términos del lado derecho de la Ecuación (2.4) son los componentes de la corriente cuando los tiristores 1 y 4 están conduciendo y no están involucrados en un proceso de conmutación. Basados en la Figura 2.2, la representación armónica se calcula como una combinación lineal de las FC y la corriente de CD.

La corriente fluyendo por la fase *a* cuando el tiristor 1 está conduciendo y no está involucrado en el proceso de conmutación es:

$$I^{a1}(\omega t) = I^{16}(\omega t) + I^{12}(\omega t) + I^{612}(\omega t) = [H^1(\omega t) - H^{51}(\omega t) - H^{13}(\omega t)] I^{cd}(\omega t) \quad (2.5)$$

De igual manera, la expresión de corriente cuando el tiristor 4 está en conducción plena es:

$$I^{a4}(\omega t) = I^{43}(\omega t) + I^{45}(\omega t) + I^{345}(\omega t) = -[H^4(\omega t) - H^{24}(\omega t) - H^{46}(\omega t)] I^{cd}(\omega t) \quad (2.6)$$

Un análisis similar puede realizarse para las fases restantes, tal que para la fase *b* se tiene,

$$I^{b3}(\omega t) = I^{23}(\omega t) + I^{234}(\omega t) + I^{34}(\omega t) = [H^3(\omega t) - H^{13}(\omega t) - H^{35}(\omega t)] I^{cd} \quad (2.7)$$

$$I^{b6}(\omega t) = I^{56}(\omega t) + I^{561}(\omega t) + I^{61}(\omega t) = -[H^6(\omega t) - H^{46}(\omega t) - H^{62}(\omega t)] I^{cd} \quad (2.8)$$

Finalmente, las ecuaciones para la fase *c* son,

$$I^{c5}(\omega t) = I^{45}(\omega t) + I^{456}(\omega t) + I^{56}(\omega t) = [H^5(\omega t) - H^{35}(\omega t) - H^{51}(\omega t)] I^{cd} \quad (2.9)$$

$$I^{c2}(\omega t) = I^{12}(\omega t) + I^{123}(\omega t) + I^{23}(\omega t) = -[H^2(\omega t) - H^{62}(\omega t) - H^{24}(\omega t)] I^{cd} \quad (2.10)$$

### 2.4.2 Corriente de CA en el proceso de conmutación.

Las últimas cuatro cantidades en el lado derecho de la Ecuación (2.4) son las componentes de la corriente cuando los tiristores 1 y 4 están directamente involucrados en un proceso de conmutación. En este caso, la representación armónica se calcula como una combinación lineal de las funciones de conmutación, la corriente de conmutación y la corriente de CD.

Asumiendo que la conmutación ocurre en el bus positivo, la corriente a través de la fase que dejará de conducir (fase saliente  $fs$ ), se calcula con la Ecuación (2.11).

$$i_{fs} = \int_{\omega t_1}^{\omega t} \frac{v_{fs} - v_{fe}}{\omega L_{fs} + \omega L_{fe}} + i_{fs}(\omega t_1) \quad (2.11)$$

donde el subíndice  $fe$  define la fase que empezará a conducir (fase entrante) en el proceso de conmutación y  $\omega t_1 = \phi_c$  es el inicio de la conmutación. En este instante, el término  $i_{fs}(\omega t_1)$  es igual a la corriente de CD.

La solución de (2.11) y su representación matricial en el dominio de la frecuencia, está dada por la Ecuación (2.12)

$$\bar{I}_{fs} = (\bar{I}^M - \bar{G}(\phi_c)) \bar{Y}_n (\bar{V}_{fs} - \bar{V}_{fe}) + \bar{G}(\phi_c) \bar{I}^{cd} \quad (2.12)$$

Donde  $\bar{I}^M$  es una matriz identidad,  $\bar{Y}_n$  es una matriz diagonal con elementos  $\underline{Y}_{nn} = 1/jn(\omega L_{fs} + \omega L_{fe})$  y  $\bar{G}(\phi_c)$  es una matriz con términos  $e^{jn\phi_c}$  dada por la siguiente ecuación:

$$\begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ e^{-jn\phi_c} & \cdots & e^{-j2\phi_c} & e^{-j\phi_c} & 1 & e^{j\phi_c} & e^{j2\phi_c} & \cdots & e^{jn\phi_c} \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

La corriente a través de la fase entrante ( $fe$ ) es calculada por un análisis similar, pero su valor inicial en el inicio de la conmutación es cero. La expresión está dada por la Ecuación (2.14).

$$\bar{I}_{fe} = (\bar{I}^M - \bar{G}(\phi_c)) \bar{Y}_n (\bar{V}_{fe} - \bar{V}_{fs}) \quad (2.14)$$

Las ecuaciones de la corriente para la conmutación sobre el bus negativo son las siguientes:

$$\bar{I}_{fs} = (\bar{I}^M - \bar{G}(\phi_c)) \bar{Y}_n (\bar{V}_{fs} - \bar{V}_{fe}) - \bar{G}(\phi_c) \bar{I}^{cd} \quad (2.15)$$

$$\bar{I}_{fe} = (\bar{I}^M - \bar{G}(\phi_c)) \bar{Y}_n (\bar{V}_{fe} - \bar{V}_{fs}) \quad (2.16)$$

En base a las Ecuaciones (2.12), (2.14), (2.15) y (2.16), las corrientes durante el proceso de conmutación están dadas por las Ecuaciones (2.17) a (2.20). El procedimiento seguido para la obtención de este conjunto de ecuaciones se muestra detalladamente en [Rubio 2002] y en el Apéndice C.

$$\bar{I}^{561} = \bar{H}^{51} [(\bar{I}^M - \bar{G}(\phi_1)) \bar{Y}_n (\bar{V}_a^{ca} - \bar{V}_c^{ca})] \quad (2.17)$$

$$\bar{I}^{123} = \bar{H}^{13} [\bar{Y}_n (\bar{V}_a^{ca} - \bar{V}_b^{ca}) - \bar{G}(\phi_3) (\bar{Y}_n (\bar{V}_a^{ca} - \bar{V}_b^{ca}) - \bar{I}_n^{dc})] \quad (2.18)$$

$$\bar{I}^{234} = \bar{H}^{24} [(\bar{I}^M - \bar{G}(\phi_4)) \bar{Y}_n (\bar{V}_a^{ca} - \bar{V}_c^{ca})] \quad (2.19)$$

$$\bar{I}^{456} = \bar{H}^{46} [\bar{Y}_n (\bar{V}_a^{ca} - \bar{V}_b^{ca}) - \bar{G}(\phi_6) (\bar{Y}_n (\bar{V}_a^{ca} - \bar{V}_b^{ca}) + \bar{I}_n^{dc})] \quad (2.20)$$

Sustituyendo (2.5), (2.6) y (2.17)-(2.20) en (2.4), la representación en matrices de Fourier de la corriente en la fase  $a$  está dada por la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned}
\bar{I}_a^{ac} = & \left[ \bar{H}^1 - \bar{H}^4 \right] \bar{I}^{dc} - \left[ \bar{H}^{51} + \bar{H}^{13} - \bar{H}^{24} - \bar{H}^{46} \right] \bar{I}^{dc} \\
& + \bar{H}^{51} \left[ \left( \bar{I}^M - \bar{G}(\phi_1) \right) \bar{Y}_n \left( \bar{V}_a^{ca} - \bar{V}_c^{ca} \right) \right] \\
& + \bar{H}^{13} \left[ \bar{Y}_n \left( \bar{V}_a^{ca} - \bar{V}_b^{ca} \right) - \bar{G}(\phi_3) \left( \bar{Y}_n \left( \bar{V}_a^{ca} - \bar{V}_b^{ca} \right) - \bar{I}^{dc} \right) \right] \\
& + \bar{H}^{24} \left[ \left( \bar{I}^M - \bar{G}(\phi_4) \right) \bar{Y}_n \left( \bar{V}_a^{ca} - \bar{V}_c^{ca} \right) \right] \\
& + \bar{H}^{46} \left[ \bar{Y}_n \left( \bar{V}_a^{ca} - \bar{V}_b^{ca} \right) - \bar{G}(\phi_6) \left( \bar{Y}_n \left( \bar{V}_a^{ca} - \bar{V}_b^{ca} \right) + \bar{I}^{dc} \right) \right]
\end{aligned} \tag{2.21}$$

Similarmente, la representación en matrices de Fourier de las Corrientes en las fases b y c se muestran en las Ecuaciones (2.22) y (2.23), una deducción detallada se muestra en [Rubio 2002] y en el Apéndice D.

$$\begin{aligned}
\bar{I}_b^{ca} = & \left[ \bar{H}^3 - \bar{H}^6 \right] \bar{I}^{cd} - \left[ \bar{H}^{13} + \bar{H}^{35} - \bar{H}^{62} - \bar{H}^{46} \right] \bar{I}^{cd} \\
& + \bar{H}^{13} \left[ \left( \bar{I}^M - \bar{G}(\phi_3) \right) \bar{Y}_n \left( \bar{V}_b^{ca} - \bar{V}_a^{ca} \right) \right] \\
& + \bar{H}^{35} \left[ \bar{Y}_n \left( \bar{V}_b^{ca} - \bar{V}_c^{ca} \right) - \bar{G}(\phi_5) \left( \bar{Y}_n \left( \bar{V}_b^{ca} - \bar{V}_c^{ca} \right) - \bar{I}^{cd} \right) \right] \\
& + \bar{H}^{46} \left[ \left( \bar{I}^M - \bar{G}(\phi_6) \right) \bar{Y}_n \left( \bar{V}_b^{ca} - \bar{V}_a^{ca} \right) \right] \\
& + \bar{H}^{62} \left[ \bar{Y}_n \left( \bar{V}_b^{ca} - \bar{V}_c^{ca} \right) - \bar{G}(\phi_2) \left( \bar{Y}_n \left( \bar{V}_b^{ca} - \bar{V}_c^{ca} \right) + \bar{I}^{cd} \right) \right]
\end{aligned} \tag{2.22}$$

$$\begin{aligned}
\bar{I}_c^{ca} = & \left[ \bar{H}^5 - \bar{H}^2 \right] \bar{I}^{cd} - \left[ \bar{H}^{35} + \bar{H}^{51} - \bar{H}^{62} - \bar{H}^{24} \right] \bar{I}^{cd} \\
& + \bar{H}^{35} \left[ \left( \bar{I}^M - \bar{G}(\phi_5) \right) \bar{Y}_n \left( \bar{V}_c^{ca} - \bar{V}_b^{ca} \right) \right] \\
& + \bar{H}^{51} \left[ \bar{Y}_n \left( \bar{V}_c^{ca} - \bar{V}_a^{ca} \right) - \bar{G}(\phi_1) \left( \bar{Y}_n \left( \bar{V}_c^{ca} - \bar{V}_a^{ca} \right) - \bar{I}^{cd} \right) \right] \\
& + \bar{H}^{62} \left[ \left( \bar{I}^M - \bar{G}(\phi_2) \right) \bar{Y}_n \left( \bar{V}_c^{ca} - \bar{V}_b^{ca} \right) \right] \\
& + \bar{H}^{24} \left[ \bar{Y}_n \left( \bar{V}_c^{ca} - \bar{V}_a^{ca} \right) - \bar{G}(\phi_4) \left( \bar{Y}_n \left( \bar{V}_c^{ca} - \bar{V}_a^{ca} \right) + \bar{I}^{dc} \right) \right]
\end{aligned} \tag{2.23}$$



## 2.5 Representación armónica del voltaje de CD.

En base a la Figura 2.2, el voltaje de CD,  $V^{cd}(\omega t)$  es expresado matemáticamente como una combinación de las funciones de conmutación y el voltaje de CA en terminales del convertidor, tal como se muestra en la Ecuación (2.24).

$$V^{cd}(\omega t) = \bar{H}_a V_A^{ca} + \bar{H}_b V_B^{ca} + \bar{H}_c V_C^{ca} \quad (2.24)$$

donde

$$\bar{H}_a = \bar{H}^{61} + \bar{H}^{12} - \bar{H}^{34} - \bar{H}^{45} - \frac{3}{2} [\bar{H}^{345} - \bar{H}^{612}] \quad (2.25)$$

$$\bar{H}_b = \bar{H}^{23} + \bar{H}^{34} - \bar{H}^{56} - \bar{H}^{61} - \frac{3}{2} [\bar{H}^{561} - \bar{H}^{234}] \quad (2.26)$$

$$\bar{H}_c = \bar{H}^{45} + \bar{H}^{56} - \bar{H}^{12} - \bar{H}^{23} - \frac{3}{2} [\bar{H}^{123} - \bar{H}^{456}] \quad (2.27)$$

Las funciones de conmutación de voltaje y de la corriente son las mismas durante el proceso de conmutación, tal como se indica en la Tabla 2.2 y el conjunto de Ecuaciones (2.28)

$$\begin{aligned} \bar{H}^{561} &\rightarrow \bar{H}^{51} \\ \bar{H}^{612} &\rightarrow \bar{H}^{62} \\ \bar{H}^{123} &\rightarrow \bar{H}^{13} \\ \bar{H}^{234} &\rightarrow \bar{H}^{24} \\ \bar{H}^{345} &\rightarrow \bar{H}^{35} \\ \bar{H}^{456} &\rightarrow \bar{H}^{46} \end{aligned} \quad (2.28)$$

De tal manera, las Ecuaciones (2.25)-(2.27) pueden ser expresadas como:

$$\bar{H}_a = \bar{H}^{61} + \bar{H}^{12} - \bar{H}^{34} - \bar{H}^{45} - \frac{3}{2} (\bar{H}^{35} - \bar{H}^{62}) \quad (2.29)$$

$$\bar{H}_b = \bar{H}^{23} + \bar{H}^{34} - \bar{H}^{61} - \bar{H}^{56} - \frac{3}{2} (\bar{H}^{51} - \bar{H}^{24}) \quad (2.30)$$

$$\bar{H}_c = \bar{H}^{45} + \bar{H}^{56} - \bar{H}^{12} - \bar{H}^{23} - \frac{3}{2}(\bar{H}^{13} - \bar{H}^{46}) \quad (2.31)$$

Aplicando la LVK con el propósito de expresar (2.24) como una función de los voltajes en el punto de acoplamiento común,

$$V_A^{ca} = V_a^{ca} - Z_a I_a^{ca} \quad (2.32)$$

$$V_B^{ca} = V_b^{ca} - Z_b I_b^{ca} \quad (2.33)$$

$$V_C^{ca} = V_c^{ca} - Z_c I_c^{ca} \quad (2.34)$$

Expresando las Ecuaciones (2.32)-(2.34) en matrices de Fourier y sustituyéndolas en la Ecuación (2.24), se obtiene

$$\bar{V}^{cd} = \bar{H}_a (\bar{V}_a^{ca} - \bar{Z}_a \bar{I}_a^{ca}) + \bar{H}_b (\bar{V}_b^{ca} - \bar{Z}_b \bar{I}_b^{ca}) + \bar{H}_c (\bar{V}_c^{ca} - \bar{Z}_c \bar{I}_c^{ca}) \quad (2.35)$$

donde  $\bar{Z}_i$ ,  $i=a,b,c$  es una matriz diagonal con elementos  $j\omega L_i$ , conteniendo los componentes armónicos de la impedancia de acoplamiento de CA/CD.

En el caso de voltajes desbalanceados en el lado de CA, la expresión para el voltaje en el lado de CD dada por (2.24) ó (2.35); es exactamente la misma a excepción de que  $H_a$ ,  $H_b$  y  $H_c$  se calculan ahora de la siguiente manera:

Con base en la Figura 2.2, así como en las Tablas 2.1 y 2.2, es posible expresar el voltaje en el lado de CD. Para el caso de voltajes de CA desbalanceados en el PAC, tenemos lo siguiente:

$$\begin{aligned}
V^{dc}(\omega t) = & H^{61}(\omega t)[V_A^{ca}(\omega t) - V_B^{ca}(\omega t)] + H^{12}(\omega t)[V_A^{ca}(\omega t) - V_C^{ca}(\omega t)] \\
& + H^{23}(\omega t)[V_B^{ca}(\omega t) - V_C^{ca}(\omega t)] + H^{34}[V_B^{ca}(\omega t) - V_A^{ca}(\omega t)] \\
& + H^{45}[V_C^{ac}(\omega t) - V_A^{ac}(\omega t)] + H^{56}[V_C^{ac}(\omega t) - V_B^{ac}(\omega t)] \\
& + H^{612} \left[ \frac{-V_B^{ca}(\omega t) - V_C^{ca}(\omega t)}{2} + V_A^{ca}(\omega t) \right] + H^{561} \left[ \frac{V_A^{ca}(\omega t) + V_C^{ca}(\omega t)}{2} - V_B^{ca}(\omega t) \right] \\
& + H^{123} \left[ \frac{V_A^{ca}(\omega t) + V_B^{ca}(\omega t)}{2} - V_C^{ca}(\omega t) \right] + H^{234} \left[ \frac{-V_C^{ca}(\omega t) - V_A^{ca}(\omega t)}{2} + V_B^{ca}(\omega t) \right] \\
& + H^{345} \left[ \frac{V_B^{ca}(\omega t) + V_C^{ca}(\omega t)}{2} - V_A^{ca}(\omega t) \right] + H^{456} \left[ \frac{-V_A^{ca}(\omega t) - V_B^{ca}(\omega t)}{2} + V_C^{ca}(\omega t) \right]
\end{aligned} \tag{2.36a}$$

Expresando (2.36a) en matrices de Fourier, agrupando términos y utilizando FCC equivalentes, se obtiene lo siguiente:

$$\begin{aligned}
\bar{V}^{dc} = & \left[ \bar{H}^{61} + \bar{H}^{12} - \bar{H}^{34} - \bar{H}^{45} - (\bar{H}^{35} - \bar{H}^{62}) + \frac{1}{2}(\bar{H}^{51} + \bar{H}^{13} - \bar{H}^{24} - \bar{H}^{46}) \right] \bar{V}_A^{ac} \\
& + \left[ \bar{H}^{23} + \bar{H}^{34} - \bar{H}^{61} - \bar{H}^{56} - (\bar{H}^{51} - \bar{H}^{24}) + \frac{1}{2}(\bar{H}^{13} + \bar{H}^{35} - \bar{H}^{46} - \bar{H}^{62}) \right] \bar{V}_B^{ac} \\
& + \left[ \bar{H}^{45} + \bar{H}^{56} - \bar{H}^{12} - \bar{H}^{23} - (\bar{H}^{13} - \bar{H}^{46}) + \frac{1}{2}(\bar{H}^{51} + \bar{H}^{35} - \bar{H}^{62} - \bar{H}^{24}) \right] \bar{V}_C^{ac}
\end{aligned} \tag{2.36b}$$

Puesto que

$$\bar{V}^{dc} = \bar{H}_a \bar{V}_A^{ac} + \bar{H}_b \bar{V}_B^{ac} + \bar{H}_c \bar{V}_C^{ac} \tag{2.37}$$

Entonces, comparando (2.36) con (2.37), tenemos lo siguiente:

$$\bar{H}_a = \bar{H}^{61} + \bar{H}^{12} - \bar{H}^{34} - \bar{H}^{45} - (\bar{H}^{35} - \bar{H}^{62}) - \frac{1}{2}(\bar{H}^{24} + \bar{H}^{46} - \bar{H}^{51} - \bar{H}^{13}) \tag{2.38.1}$$

$$\bar{H}_b = \bar{H}^{23} + \bar{H}^{34} - \bar{H}^{61} - \bar{H}^{56} - (\bar{H}^{51} - \bar{H}^{24}) - \frac{1}{2}(\bar{H}^{62} + \bar{H}^{46} - \bar{H}^{35} - \bar{H}^{13}) \tag{2.38.2}$$

$$\bar{H}_c = \bar{H}^{45} + \bar{H}^{56} - \bar{H}^{12} - \bar{H}^{23} - (\bar{H}^{13} - \bar{H}^{46}) - \frac{1}{2}(\bar{H}^{62} + \bar{H}^{24} - \bar{H}^{51} - \bar{H}^{35}) \tag{2.38.3}$$

## 2.6 Cálculo de los parámetros de dos puertos de la matriz armónica.

Los elementos de la matriz de admitancia armónica  $\bar{A}$ ,  $\bar{B}$ ,  $\bar{C}$  y  $\bar{D}$  se obtienen comparando la Ecuación (2.1) con aquellas ecuaciones que representan las corrientes de fase de CA y el voltaje de CD. Por ejemplo, la corriente de CA en la fase  $a$  está dada por:

$$\bar{I}_a^{ca} = \bar{A}_{aa}\bar{V}_a^{ca} + \bar{A}_{ab}\bar{V}_b^{ca} + \bar{A}_{ac}\bar{V}_c^{ca} + \bar{B}_{ad}\bar{I}^{cd} \quad (2.39)$$

Sustituyendo (2.21) en (2.39) y comparando variables, los parámetros se obtienen como:

$$\begin{aligned} \bar{A}_{aa} = & \bar{H}^{51}(\bar{I}^M - \bar{G}(\phi_1))\bar{Y}_n + \bar{H}^{13}[\bar{I}^M - \bar{G}(\phi_3)]\bar{Y}_n \\ & + \bar{H}^{24}(\bar{I}^M - \bar{G}(\phi_4))\bar{Y}_n + \bar{H}^{46}[\bar{I}^M - \bar{G}(\phi_6)]\bar{Y}_n \end{aligned} \quad (2.40)$$

$$\bar{A}_{ab} = \left\{ -\bar{H}_{13}[\bar{I}^M - \bar{G}(\phi_3)] - \bar{H}^{46}[\bar{I}^M - \bar{G}(\phi_6)] \right\} \bar{Y}_n \quad (2.41)$$

$$\bar{A}_{ac} = \left\{ -\bar{H}^{51}[\bar{I}^M - \bar{G}(\phi_1)] - \bar{H}^{24}[\bar{I}^M - \bar{G}(\phi_4)] \right\} \bar{Y}_n \quad (2.42)$$

$$\bar{B}_{ad} = \left[ \bar{H}^1 - \bar{H}^4 - \bar{H}^{51} - \bar{H}^{13} + \bar{H}^{24} + \bar{H}^{46} \right] + \bar{H}^{13}\bar{G}(\phi_3) - \bar{H}^{46}\bar{G}(\phi_6) \quad (2.43)$$

De manera similar, los parámetros  $\bar{A}$ ,  $\bar{B}$ ,  $\bar{C}$  y  $\bar{D}$  para  $\bar{I}_b^{ca}$ ,  $\bar{I}_c^{ca}$  y  $\bar{V}^{cd}$  se muestran en [Rubio 2002] y en el Apéndice E.

## 2.7 Formulación y solución de ecuaciones de restricción.

Ya que los ángulos de traslape no son parámetros fijos conocidos, ellos no pueden ser tratados como variables independientes. Por lo tanto, es necesario obtener un conjunto de ecuaciones que relacionen los ángulos de disparo y traslape a fin de calcular las matrices armónicas  $\bar{A}$ ,  $\bar{B}$ ,  $\bar{C}$  y  $\bar{D}$ . Estas ecuaciones se obtienen evaluando las ecuaciones de corriente en el lado de CA y el lado de CD en el inicio y fin del periodo de conmutación. Además, estas ecuaciones se pueden formular a partir de la corriente fluyendo a través de la fase saliente o de la fase entrante involucrada en el proceso de conmutación. Las Ecuaciones (2.44) y (2.45) se obtienen considerando el fin del periodo de conmutación y la corriente en la fase entrante. En este instante, la corriente de CA es igual a la corriente de CD. Considerando seis instantes de disparo asimétricos, esto requiere seis ecuaciones de restricción con el propósito de evaluar los intervalos de traslape desiguales. Con el objetivo de desarrollar el análisis en un marco de referencia sencillo, el conjunto de ecuaciones es expresado como una función de los componentes de Fourier dado por (2.44) y (2.45) para la conmutación del bus positivo y negativo, respectivamente.

$$f_{np} = \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{n=\infty} \frac{V_n^{fe} - V_n^{fs}}{jn(\omega L_{fs} + \omega L_{fe})} e^{jn\phi_j} (e^{jn\mu_{ij}} - 1) - \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} I_n^{cd} e^{jn(\phi_j + \mu_{ij})} = 0 \quad (2.44)$$

$$f_m = \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{n=\infty} \frac{V_n^{fe} - V_n^{fs}}{jn(\omega L_{fs} + \omega L_{fe})} e^{jn\phi_j} (e^{jn\mu_{ij}} - 1) + \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} I_n^{cd} e^{jn(\phi_j + \mu_{ij})} = 0 \quad (2.45)$$

donde  $\phi_j$  define el instante de disparo  $j$  y  $\mu_{ij}$  define el periodo de traslape en el cual el proceso de conmutación toma lugar del tiristor  $i$  (tiristor saliente) al tiristor  $j$  (tiristor entrante).

Las Ecuaciones (2.44) y (2.45) son ecuaciones trascendentales tal que una solución para  $\mu_{ij}$  es obtenida iterativamente. Además, para una condición inicial dada, estas ecuaciones restringen el ángulo de traslape a un valor único, es decir, aseguran una solución única.

Contrario a las relaciones analíticas lineales entre la distorsión aplicada y la variación de los instantes de conmutación dados en la referencia [Osauskas *et al.* 2001] y [Hume *et al.* 2003] y el método de diferenciación numérica propuesto en la referencia [Jalali *et al.* 1991], ecuaciones de forma cerrada son derivadas para el término jacobiano asociado a cada ecuación de restricción lineal:

$$\left( \frac{\partial f}{\partial \mu_{ij}} \right)^k \Delta \mu_{ij}^k = -f^k \quad (2.46)$$

Donde los términos jacobianos están dados por (2.47) y (2.48) para la conmutación sobre el bus positivo y negativo, respectivamente.

$$\left( \frac{\partial f_{rp}}{\partial \mu_{ij}} \right)^k = \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{n=\infty} \frac{V_n^{fe} - V_n^{fs}}{\omega L_{fs} + \omega L_{fe}} e^{jn(\phi_j + \mu_{ij})} - \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} jn I_n^{cd} e^{jn(\phi_j + \mu_{ij})} \quad (2.47)$$

$$\left( \frac{\partial f_{rn}}{\partial \mu_{ij}} \right)^k = \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{n=\infty} \frac{V_n^{fe} - V_n^{fs}}{\omega L_{fs} + \omega L_{fe}} e^{jn(\phi_j + \mu_{ij})} + \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} jn I_n^{cd} e^{jn(\phi_j + \mu_{ij})} \quad (2.48)$$

Aunque (2.47) y (2.48) son ecuaciones complejas, el ajuste resultante para el ángulo de traslape es real puesto que la parte imaginaria es cero.

De la Ecuación (2.46):

$$\Delta \mu_{ij}^k = \left( \frac{\partial f}{\partial \mu_{ij}} \right)^{-k} (-f^k) \quad (2.49)$$

Entonces, para cada iteración  $k$ , el incremento del ángulo de traslape está determinado de la siguiente manera:

$$\mu_{ij}^{k+1} = \mu_{ij}^k + \Delta \mu_{ij}^k \quad (2.50)$$

Condiciones iniciales adecuadas son necesarias en cualquier proceso iterativo con convergencia local. Las condiciones iniciales se obtuvieron con base en experiencias derivadas de simulaciones hechas para el convertidor clásico. El proceso iterativo converge cuando el ángulo de traslape es inicializado en cero o empleando la Ecuación (2.51), la cual se obtiene del análisis del convertidor clásico balanceado [Kimbark 1971].

$$\mu_{ij} = -\alpha_j + \cos^{-1} \left( \cos(\alpha_j) - \left( \frac{2X_s \pi}{\sqrt{3} E^{ca} (\pi R_d + 3X_s)} \right) \left( \frac{3E^{ca}}{\pi} \cos(\alpha_j) - E^{cd} \right) \right) \quad (2.51)$$

donde  $X_s$  es la reactancia inductiva total, equivalente a la suma de la inductancia de la línea y la inductancia de conmutación en una de las fases.

## 2.8 Método de solución de interacción armónica en un convertidor.

La admitancia armónica debe proveer una relación entre las corrientes y los voltajes de las tres fases de CA, la corriente en el lado de CD y el voltaje en el lado de CD. Con base en la Figura 2.1, la representación de dos puertos en el dominio armónico [Arrillaga *et al.* 1995] es:

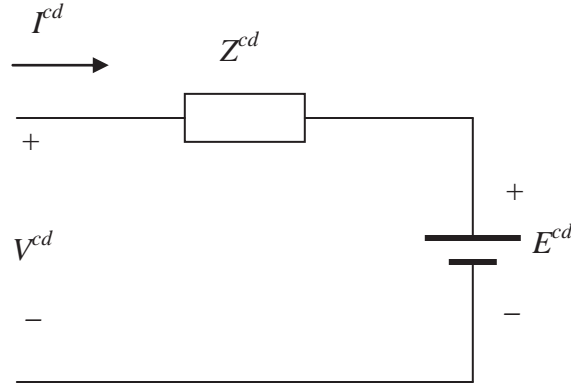
$$\begin{bmatrix} \bar{I}_a^{ca} \\ \bar{I}_b^{ca} \\ \bar{I}_c^{ca} \\ \bar{V}^{cd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A}_{aa} & \bar{A}_{ab} & \bar{A}_{ac} & \bar{B}_{ad} \\ \bar{A}_{ba} & \bar{A}_{bb} & \bar{A}_{bc} & \bar{B}_{bd} \\ \bar{A}_{ca} & \bar{A}_{cb} & \bar{A}_{cc} & \bar{B}_{cd} \\ \bar{C}_{da} & \bar{C}_{db} & \bar{C}_{dc} & \bar{D}_{dd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_a^{ca} \\ \bar{V}_b^{ca} \\ \bar{V}_c^{ca} \\ \bar{I}^{cd} \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

donde la matriz de dos puertos acopla todos los armónicos asociados a los voltajes de fase, corrientes de fase, la corriente en el lado de CD y el voltaje en el lado de CD, según se detalla en el Apéndice E.

La Ecuación (2.52) se puede utilizar para obtener la corriente en las tres fases si los coeficientes de Fourier de los voltajes  $V_a^{ca}$ ,  $V_b^{ca}$  y  $V_c^{ca}$ , así como del voltaje de salida  $V^{cd}$  se conocen. A pesar de que los voltajes de la fuente se conocen, el voltaje de salida  $V^{cd}$  es una incógnita. En este caso

$V^{cd}$  debe ser expresado como una función del voltaje terminal de CD,  $E^{cd}$ . Este voltaje por lo general se conoce. Con base en la Figura 2.3 se tiene lo siguiente:

$$V^{cd} = Z^{cd} I^{cd} + E^{cd} \quad (2.53)$$



**Figura 2.3** Lado de CD del convertidor.

Expresando (2.53) en matrices de Fourier y sustituyendo en la última fila de (2.52):

$$\bar{Z}^{cd} \bar{I}^{cd} + \bar{E}^{cd} = \bar{C}_{da} \bar{V}_a^{ca} + \bar{C}_{db} \bar{V}_b^{ca} + \bar{C}_{dc} \bar{V}_c^{ca} + \bar{D}_{dd} \bar{I}^{cd} \quad (2.54)$$

Por lo tanto

$$\bar{E}^{cd} = \bar{C}_{da} \bar{V}_a^{ca} + \bar{C}_{db} \bar{V}_b^{ca} + \bar{C}_{dc} \bar{V}_c^{ca} + (\bar{D}_{dd} - \bar{Z}^{cd}) \bar{I}^{cd} \quad (2.55)$$

La relación entre las variables terminales es:

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_a^{ca} \\ \bar{V}_b^{ca} \\ \bar{V}_c^{ca} \\ \bar{V}^{cd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Z}^{cd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_a^{ca} \\ \bar{I}_b^{ca} \\ \bar{I}_c^{ca} \\ \bar{I}^{cd} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{V}_a^{ca} \\ \bar{V}_b^{ca} \\ \bar{V}_c^{ca} \\ \bar{E}^{cd} \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

Eliminando  $\bar{V}^{cd}$  de la última fila de la Ecuación (2.56), tal como se hizo en las Ecuaciones (2.54) y (2.55), se obtiene, en forma matricial:



$$\begin{bmatrix} \bar{V}_a^{ca} \\ \bar{V}_b^{ca} \\ \bar{V}_c^{ca} \\ \bar{E}^{cd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{I}^M & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{I}^M & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{I}^M & 0 \\ \bar{C}_{da} & \bar{C}_{db} & \bar{C}_{dc} & (\bar{D}_{dd} - \bar{Z}^{cd}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_a^{ca} \\ \bar{V}_b^{ca} \\ \bar{V}_c^{ca} \\ \bar{I}^{cd} \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

Entonces esta última ecuación se puede utilizar para calcular los componentes armónicos de  $\bar{I}^{cd}$  para valores dados de los voltajes de la fuente y parámetros del convertidor. Una vez que  $\bar{I}^{cd}$  se obtiene, la Ecuación (2.52) se puede resolver. Debe señalarse que  $\bar{I}^{cd}$  se puede encontrar directamente de la Ecuación (2.55):

$$\bar{I}^{cd} = (\bar{D}_{dd} - \bar{Z}^{cd})^{-1} (\bar{E}^{cd} - \bar{C}_{da}\bar{V}_a^{ca} - \bar{C}_{db}\bar{V}_b^{ca} - \bar{C}_{dc}\bar{V}_c^{ca}) \quad (2.58)$$

Sin embargo la expresión matricial es útil cuando la impedancia del sistema de CA se toma en cuenta.

## 2.9 Método de solución de interacción armónica en un convertidor considerando el sistema eléctrico de potencia.

La Ecuación (2.1) permite calcular las interacciones armónicas no lineales entre un convertidor trifásico y un sistema de potencia, al resolverla para la corriente de CA, el voltaje de CA en el PAC, voltaje de CD y corriente de CD. En la práctica solamente la fuente de voltaje  $E_k^{ca}$   $k = a, b, c$  y el voltaje de CD  $E^{cd}$  se conocen, por lo tanto es necesario incluir las condiciones de frontera impuestas por las impedancias en los lados de CA  $Z_k^{ca}$   $k = a, b, c$  y CD  $Z^{cd}$  del convertidor.

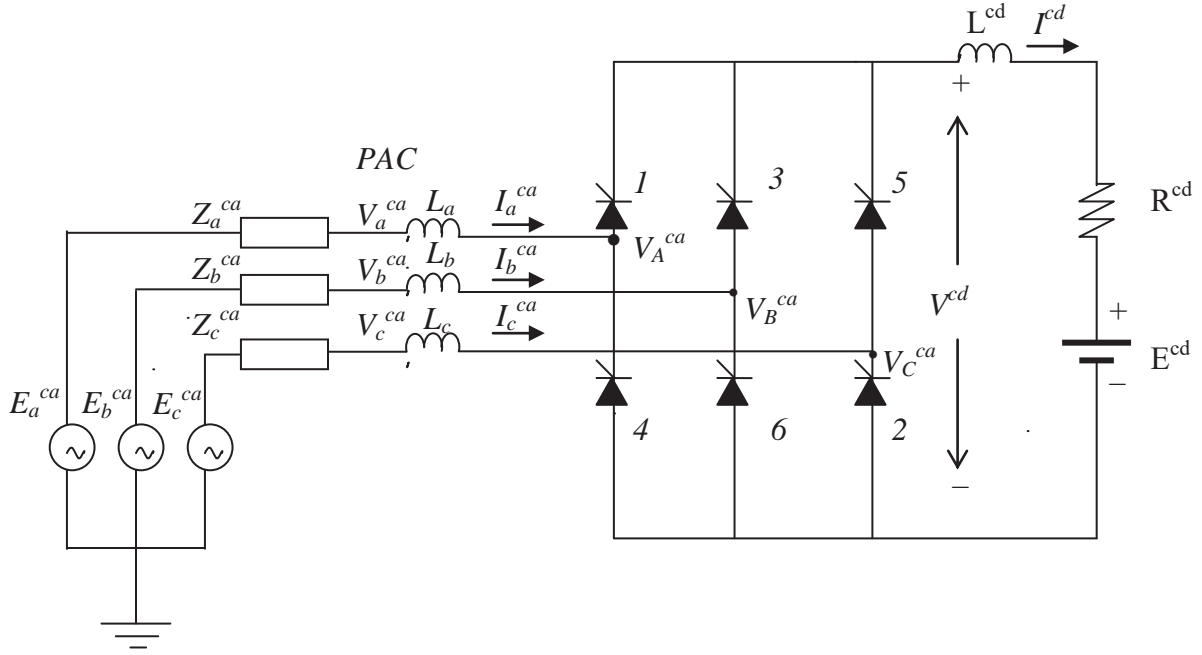
Con base en la Figura 2.4, al aplicar la LVK se obtiene el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$V_a^{ca} = E_a^{ca} - Z_a^{ca} I_a^{ca} \quad (2.59)$$

$$V_b^{ca} = E_b^{ca} - Z_b^{ca} I_b^{ca} \quad (2.60)$$

$$V_c^{ca} = E_c^{ca} - Z_c^{ca} I_c^{ca} \quad (2.61)$$

$$V^{cd} = Z^{cd} I^{cd} + E^{cd} \quad (2.62)$$



**Figura 2.4** Sistema convertidor trifásico CA/CD considerando el sistema eléctrico de potencia.

Expresando las Ecuaciones (2.59)-(2.62) en matrices de Fourier:

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_a^{ca} \\ \bar{V}_b^{ca} \\ \bar{V}_c^{ca} \\ \bar{V}^{cd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\bar{Z}_a^{ca} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\bar{Z}_b^{ca} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\bar{Z}_c^{ca} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Z}^{cd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_a^{ca} \\ \bar{I}_b^{ca} \\ \bar{I}_c^{ca} \\ \bar{I}^{cd} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{E}_a^{ca} \\ \bar{E}_b^{ca} \\ \bar{E}_c^{ca} \\ \bar{E}^{cd} \end{bmatrix} \quad (2.63)$$

De la Ecuación (2.1), se obtiene el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$\bar{I}_a^{ca} = \bar{A}_{aa} \bar{V}_a^{ca} + \bar{A}_{ab} \bar{V}_b^{ca} + \bar{A}_{ac} \bar{V}_c^{ca} + \bar{B}_{ad} \bar{I}^{cd} \quad (2.64)$$

$$\bar{I}_b^{ca} = \bar{A}_{ba} \bar{V}_a^{ca} + \bar{A}_{bb} \bar{V}_b^{ca} + \bar{A}_{bc} \bar{V}_c^{ca} + \bar{B}_{bd} \bar{I}^{cd} \quad (2.65)$$

$$\bar{I}_c^{ca} = \bar{A}_{ca} \bar{V}_a^{ca} + \bar{A}_{cb} \bar{V}_b^{ca} + \bar{A}_{cc} \bar{V}_c^{ca} + \bar{B}_{cd} \bar{I}^{cd} \quad (2.66)$$

$$\bar{V}^{cd} = \bar{C}_{da}\bar{V}_a^{ca} + \bar{C}_{db}\bar{V}_b^{ca} + \bar{C}_{dc}\bar{V}_c^{ca} + \bar{D}_{dd}\bar{I}^{cd} \quad (2.67)$$

Sustituyendo las Ecuaciones (2.64)-(2.67) en las Ecuaciones (2.59)-(2.62):

$$\bar{V}_a^{ca} = \bar{E}_a^{ca} - \bar{Z}_a^{ca} \left( \bar{A}_{aa}\bar{V}_a^{ca} + \bar{A}_{ab}\bar{V}_b^{ca} + \bar{A}_{ac}\bar{V}_c^{ca} + \bar{B}_{ad}\bar{I}^{cd} \right) \quad (2.68a)$$

$$\bar{V}_a^{ca} = \bar{E}_a^{ca} - \bar{Z}_a^{ca}\bar{A}_{aa}\bar{V}_a^{ca} - \bar{Z}_a^{ca}\bar{A}_{ab}\bar{V}_b^{ca} - \bar{Z}_a^{ca}\bar{A}_{ac}\bar{V}_c^{ca} - \bar{Z}_a^{ca}\bar{B}_{ad}\bar{I}^{cd} \quad (2.68b)$$

Despejando  $\bar{E}_a^{ca}$ :

$$\bar{E}_a^{ca} = \bar{V}_a^{ca} + \bar{Z}_a^{ca}\bar{A}_{aa}\bar{V}_a^{ca} + \bar{Z}_a^{ca}\bar{A}_{ab}\bar{V}_b^{ca} + \bar{Z}_a^{ca}\bar{A}_{ac}\bar{V}_c^{ca} + \bar{Z}_a^{ca}\bar{B}_{ad}\bar{I}^{cd} \quad (2.69a)$$

$$\bar{E}_a^{ca} = \left( \bar{I}^M + \bar{Z}_a^{ca}\bar{A}_{aa} \right) \bar{V}_a^{ca} + \bar{Z}_a^{ca}\bar{A}_{ab}\bar{V}_b^{ca} + \bar{Z}_a^{ca}\bar{A}_{ac}\bar{V}_c^{ca} + \bar{Z}_a^{ca}\bar{B}_{ad}\bar{I}^{cd} \quad (2.69b)$$

De manera similar:

$$\bar{E}_b^{ca} = \bar{Z}_b^{ca}\bar{A}_{ba}\bar{V}_a^{ca} + \left( \bar{I}^M + \bar{Z}_b^{ca}\bar{A}_{bb} \right) \bar{V}_b^{ca} + \bar{Z}_b^{ca}\bar{A}_{bc}\bar{V}_c^{ca} + \bar{Z}_b^{ca}\bar{B}_{bd}\bar{I}^{cd} \quad (2.70)$$

$$\bar{E}_c^{ca} = \bar{Z}_c^{ca}\bar{A}_{ca}\bar{V}_a^{ca} + \bar{Z}_c^{ca}\bar{A}_{cb}\bar{V}_b^{ca} + \left( \bar{I}^M + \bar{Z}_c^{ca}\bar{A}_{cc} \right) \bar{V}_c^{ca} + \bar{Z}_c^{ca}\bar{B}_{cd}\bar{I}^{cd} \quad (2.71)$$

$$\bar{E}^{cd} = \bar{C}_{da}\bar{V}_a^{ca} + \bar{C}_{db}\bar{V}_b^{ca} + \bar{C}_{dc}\bar{V}_c^{ca} + \left( \bar{D}_{dd} - \bar{Z}^{cd} \right) \bar{I}^{cd} \quad (2.72)$$

En forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \bar{E}_a^{ca} \\ \bar{E}_b^{ca} \\ \bar{E}_c^{ca} \\ \bar{E}^{cd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{I}^M + \bar{Z}_a^{ca}\bar{A}_{aa} & \bar{Z}_a^{ca}\bar{A}_{ab} & \bar{Z}_a^{ca}\bar{A}_{ac} & \bar{Z}_a^{ca}\bar{B}_{ad} \\ \bar{Z}_b^{ca}\bar{A}_{ba} & \bar{I}^M + \bar{Z}_b^{ca}\bar{A}_{bb} & \bar{Z}_b^{ca}\bar{A}_{bc} & \bar{Z}_b^{ca}\bar{B}_{bd} \\ \bar{Z}_c^{ca}\bar{A}_{ca} & \bar{Z}_c^{ca}\bar{A}_{cb} & \bar{I}^M + \bar{Z}_c^{ca}\bar{A}_{cc} & \bar{Z}_c^{ca}\bar{B}_{cd} \\ \bar{C}_{da} & \bar{C}_{db} & \bar{C}_{dc} & \bar{D}_{dd} - \bar{Z}^{cd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_a^{ca} \\ \bar{V}_b^{ca} \\ \bar{V}_c^{ca} \\ \bar{I}^{cd} \end{bmatrix} \quad (2.73)$$

donde  $\bar{Z}_k^{ca}$   $k = a, b, c$  y  $\bar{Z}^{cd}$  son matrices diagonales cuyos elementos corresponden a las impedancias de CA y CD, respectivamente.

La Ecuación (2.73) se emplea para determinar las variables  $\bar{V}_a^{ca}$ ,  $\bar{V}_b^{ca}$ ,  $\bar{V}_c^{ca}$  e  $\bar{I}^{cd}$ . Una vez que estas se obtienen, la Ecuación (2.1) se puede resolver.

## 2.10 Método de solución armónico.

Se ha elegido un método de solución secuencial para realizar el análisis armónico. El diagrama de flujo del algoritmo se muestra en la Figura 2.5, para facilitar su entendimiento.

Dados los parámetros del sistema de CA/CD, los valores del voltaje de la fuente  $E_k^{ca}$   $k = a, b, c$  y el voltaje de CD  $E^{cd}$ , la solución secuencial inicia con los ángulos de disparo especificados y la elección inicial de los ángulos de traslape. Se calcula la matriz de acoplamiento armónico y (2.57) o (2.73), dependiendo de si se considera o no la red de CA; se resuelve para los componentes de Fourier de  $\bar{V}_a^{ca}$ ,  $\bar{V}_b^{ca}$ ,  $\bar{V}_c^{ca}$  e  $\bar{I}^{cd}$ ; entonces (2.44) y (2.45) se resuelve para los ángulos de traslape  $\mu_{ij}$ .

El método continúa resolviendo los conjuntos de ecuaciones consecutivamente, con valores actualizados dados por una solución previa hasta que un criterio de convergencia predefinido es satisfecho por las ecuaciones de restricción.

Se utiliza el algoritmo de Newton-Raphson para calcular una solución aproximada para las ecuaciones de restricción. El problema lineal  $J_i^k \Delta\mu_{ij}^k = -f(\Delta\mu_{ij}^k)$  se resuelve para  $\Delta\mu_{ij}^k$ , donde  $J$  es conocido como el término Jacobiano. En cada iteración  $k$ , los ángulos de traslape se actualizan por  $\mu_{ij}^{k+1} = \mu_{ij}^k + \Delta\mu_{ij}^k$ .

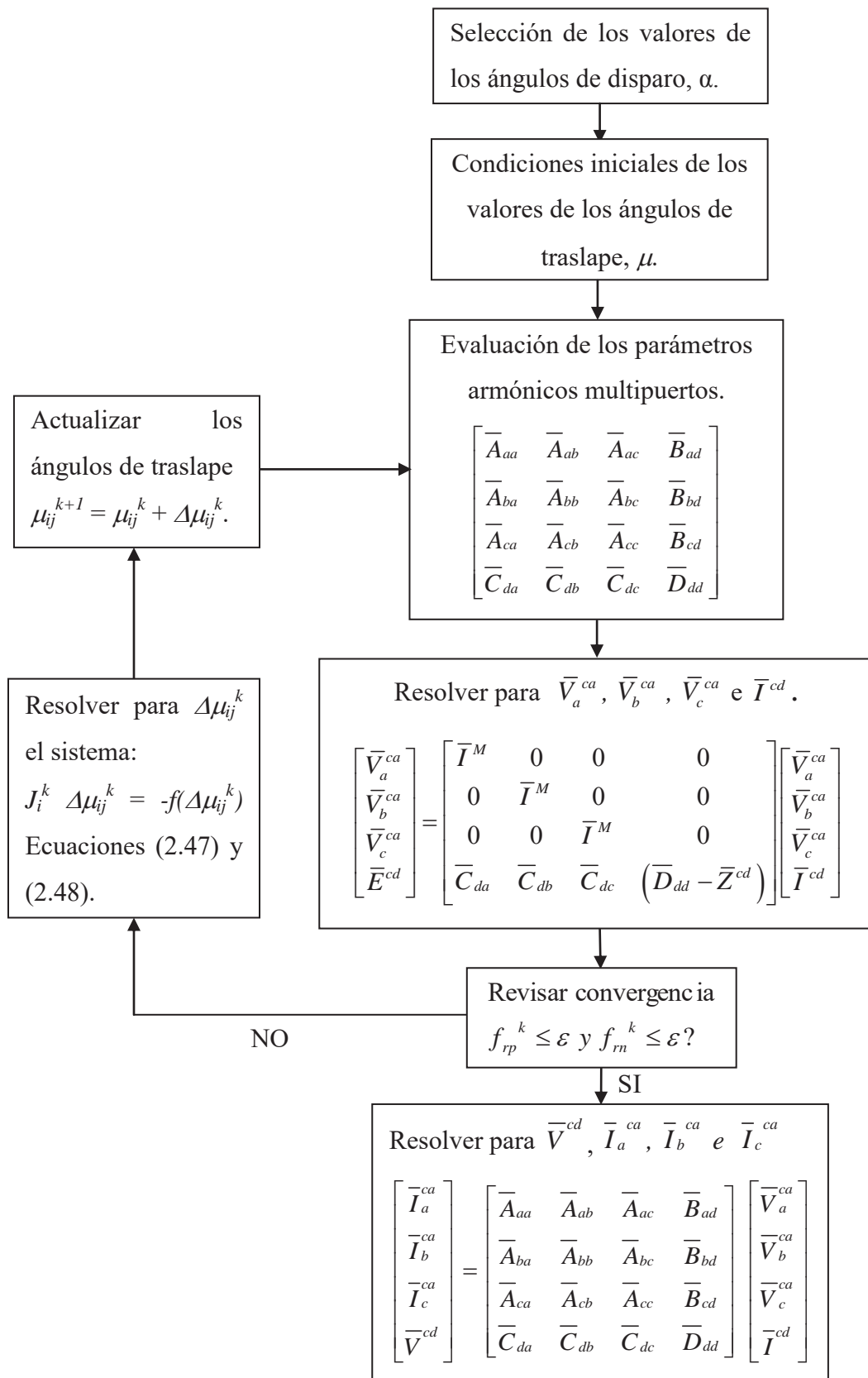
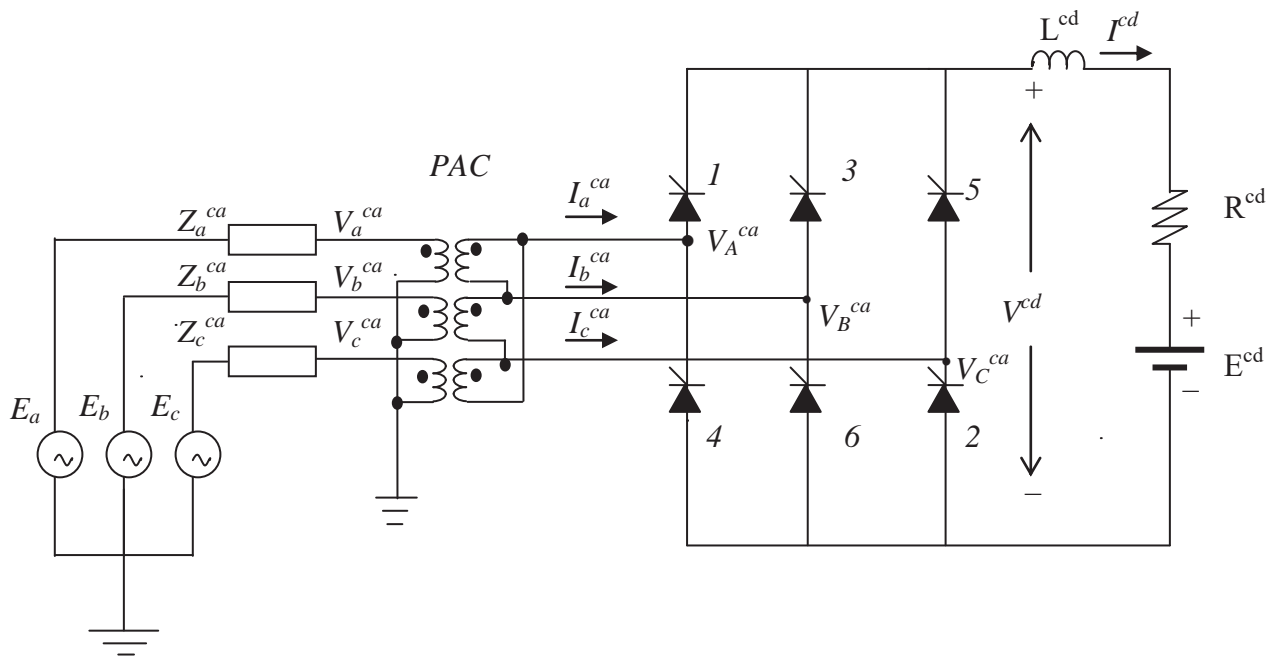


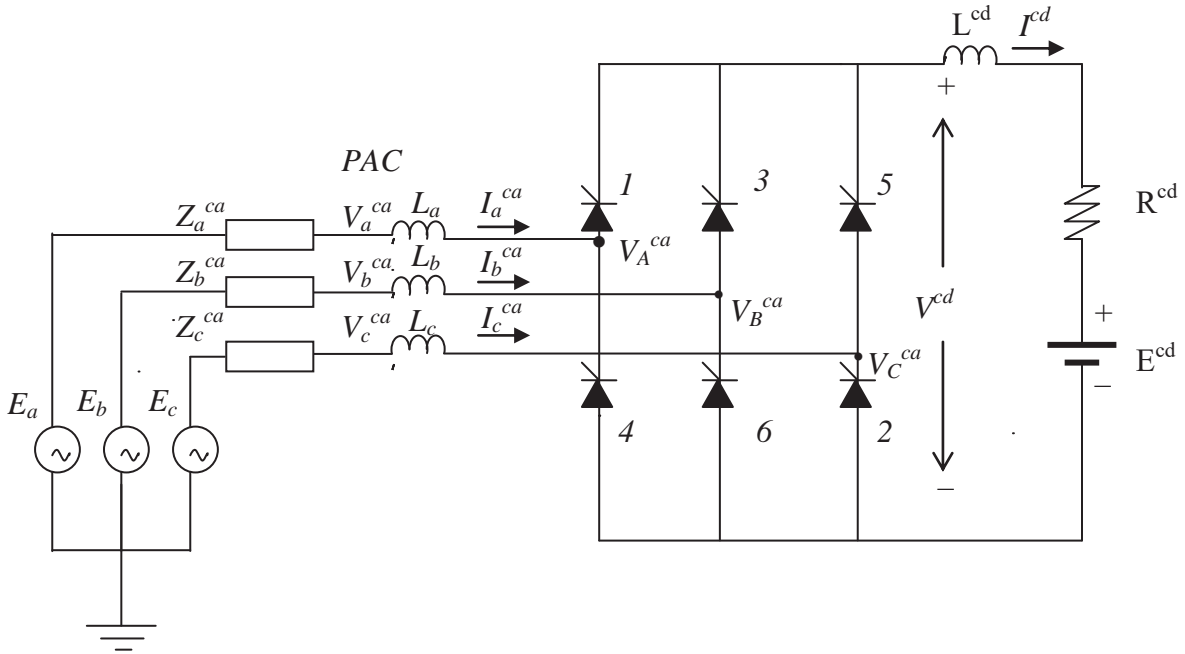
Figura 2.5 Diagrama de flujo del algoritmo del método de solución armónico.

**2.11 Sistema CA/CD para la matriz armónica, en el convertidor operando como rectificador, con conexión estrella delta en el transformador.**

La Figura 2.6 muestra el convertidor con el transformador conectado en estrella delta. Para simular esta configuración en el método propuesto se referencian todas las cantidades del primario al secundario tomando en cuenta la diferencia de fase de  $30^\circ$  producida por la conexión del transformador. Una vez realizado lo anterior, se tiene el sistema mostrado en la Figura 2.7, el cual se resuelve como se describió en las secciones 2.9 y 2.10.



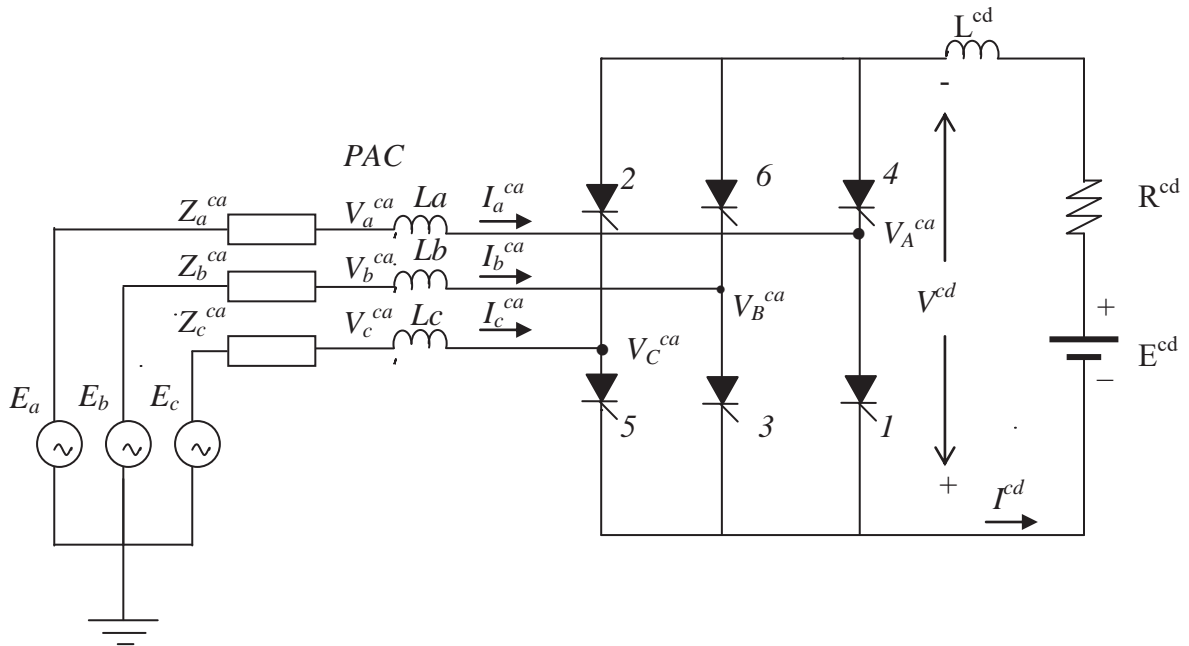
**Figura 2.6** Sistema convertidor trifásico CA/CD, operando como rectificador conexión estrella delta.



**Figura 2.7** Sistema convertidor trifásico CA/CD, conexión estrella delta, equivalente.

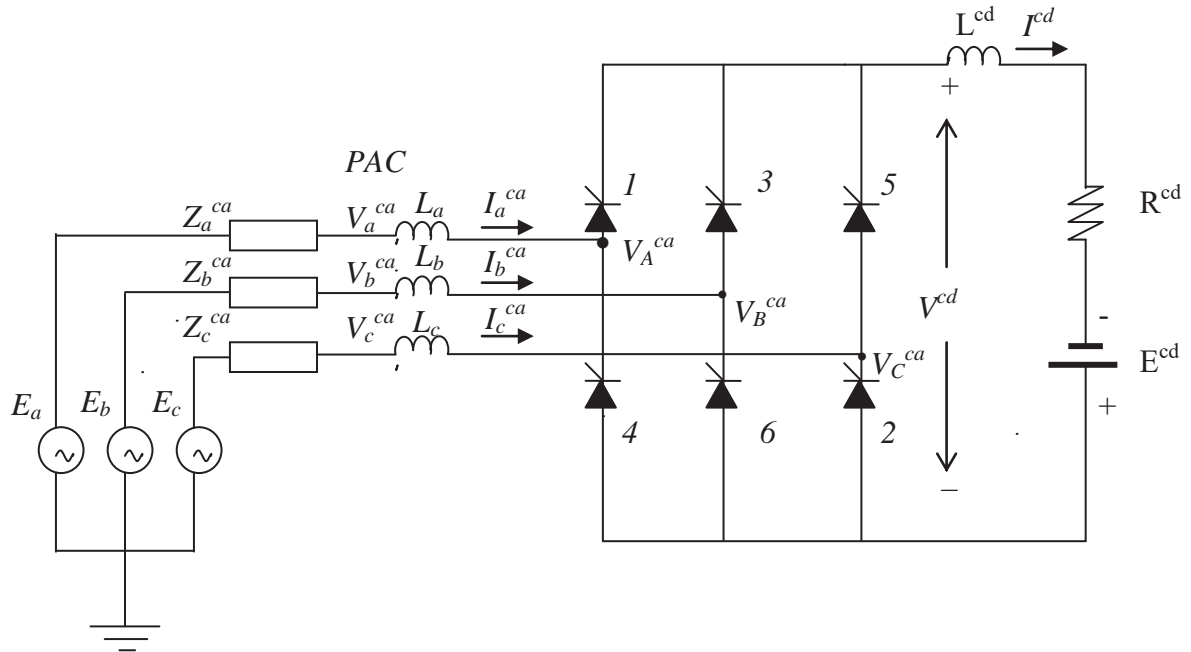
### 2.12 Sistema CA/CD para la matriz armónica, en el convertidor operando como inversor.

Para el caso del convertidor operando como inversor, se tiene el arreglo mostrado en la Figura 2.8.



**Figura 2.8** Sistema convertidor trifásico CA/CD, operando como inversor.

De la Figura 2.8, se observa que el inversor se obtiene al invertir la fuente de CD, tal como se muestra en la Figura 2.9.



**Figura 2.9** Sistema convertidor trifásico CA/CD operando como inversor.

De la Figura 2.9 se observa que la formulación para el convertidor trifásico CA/CD operando como inversor es similar a la utilizada para el convertidor trifásico CA/CD operando como rectificador. Los cambios son que el ángulo de disparo se define entre  $90^\circ$  y  $180^\circ$ , y la condición de frontera en el lado de CD, está dada por:

$$V^{cd} = Z^{cd} I^{cd} - E^{cd} \quad (2.74)$$

Expresando (2.74) en el dominio de Fourier y sustituyendo en la ecuación para  $\bar{V}^{cd}$  al despejarla de la Ecuación matricial (2.1):

$$\bar{Z}^{cd} \bar{I}^{cd} - \bar{E}^{cd} = \bar{C}_{da} \bar{V}_a^{ca} + \bar{C}_{db} \bar{V}_b^{ca} + \bar{C}_{dc} \bar{V}_c^{ca} + \bar{D}_{dd} \bar{I}^{cd} \quad (2.75)$$

Por lo tanto, el voltaje  $\bar{E}^{cd}$  es



$$\bar{E}^{cd} = -\left[ \bar{C}_{da} \bar{V}_a^{ca} + \bar{C}_{db} \bar{V}_b^{ca} + \bar{C}_{dc} \bar{V}_c^{ca} + (\bar{D}_{dd} - \bar{Z}^{cd}) \bar{I}^{cd} \right] \quad (2.76)$$

La relación entre las variables terminales es:

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_a^{ca} \\ \bar{V}_b^{ca} \\ \bar{V}_c^{ca} \\ \bar{V}^{cd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Z}^{cd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_a^{ac} \\ \bar{I}_b^{ac} \\ \bar{I}_c^{ac} \\ \bar{I}^{cd} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{V}_a^{ca} \\ \bar{V}_b^{ca} \\ \bar{V}_c^{ca} \\ -\bar{E}^{cd} \end{bmatrix} \quad (2.77)$$

Eliminando  $\bar{V}^{cd}$  de la última fila de la ecuación (2.77), tal como se hizo en las ecuaciones (2.75) y (2.76), se obtiene en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_a \\ \bar{V}_b \\ \bar{V}_c \\ \bar{E}^{cd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{I}^M & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{I}^M & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{I}^M & 0 \\ -\bar{C}_{da} & -\bar{C}_{db} & -\bar{C}_{dc} & -(\bar{D}_{dd} - \bar{Z}^{cd}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_a \\ \bar{V}_b \\ \bar{V}_c \\ \bar{I}^{cd} \end{bmatrix} \quad (2.78)$$

Esta última ecuación se puede utilizar para calcular los componentes armónicos de  $\bar{I}^{cd}$  para valores dados de los voltajes de la fuente y parámetros del convertidor. Una vez que  $\bar{I}^{cd}$  se obtiene, la Ecuación (2.1) se puede resolver. Debe señalarse que  $\bar{I}^{cd}$  se puede encontrar directamente de la Ecuación (2.76):

$$\bar{I}^{cd} = (\bar{D}_{dd} - \bar{Z}^{cd})^{-1} (-\bar{E}^{cd} - \bar{C}_{da} \bar{V}_a - \bar{C}_{db} \bar{V}_b - \bar{C}_{dc} \bar{V}_c) \quad (2.79)$$

Sin embargo la expresión matricial es útil cuando la impedancia del sistema de CA se toma en cuenta en cuyo caso tendríamos:

Con base en la Figura 2.9 al aplicar la LVK se obtiene el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$V_a^{ca} = E_a^{ca} - Z_a^{ca} I_a^{ca} \quad (2.80)$$

$$V_b^{ca} = E_b^{ca} - Z_b^{ca} I_b^{ca} \quad (2.81)$$

$$V_c^{ca} = E_c^{ca} - Z_c^{ca} I_c^{ca} \quad (2.82)$$

$$V^{cd} = Z^{cd} I^{cd} - E^{cd} \quad (2.83)$$

Expresando las Ecuaciones (2.80)-(2.83) en matrices de Fourier:

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_a^{ca} \\ \bar{V}_b^{ca} \\ \bar{V}_c^{ca} \\ \bar{V}^{cd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\bar{Z}_a^{ca} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\bar{Z}_b^{ca} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\bar{Z}_c^{ca} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Z}^{cd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_a^{ca} \\ \bar{I}_b^{ca} \\ \bar{I}_c^{ca} \\ \bar{I}^{cd} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{E}_a^{ca} \\ \bar{E}_b^{ca} \\ \bar{E}_c^{ca} \\ -\bar{E}^{cd} \end{bmatrix} \quad (2.84)$$

De la Ecuación (2.1), se obtiene el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$\bar{I}_a^{ca} = \bar{A}_{aa} \bar{V}_a^{ca} + \bar{A}_{ab} \bar{V}_b^{ca} + \bar{A}_{ac} \bar{V}_c^{ca} + \bar{B}_{ad} \bar{I}^{cd} \quad (2.85)$$

$$\bar{I}_b^{ca} = \bar{A}_{ba} \bar{V}_a^{ca} + \bar{A}_{bb} \bar{V}_b^{ca} + \bar{A}_{bc} \bar{V}_c^{ca} + \bar{B}_{bd} \bar{I}^{cd} \quad (2.86)$$

$$\bar{I}_c^{ca} = \bar{A}_{ca} \bar{V}_a^{ca} + \bar{A}_{cb} \bar{V}_b^{ca} + \bar{A}_{cc} \bar{V}_c^{ca} + \bar{B}_{cd} \bar{I}^{cd} \quad (2.87)$$

$$\bar{V}^{cd} = \bar{C}_{da} \bar{V}_a^{ca} + \bar{C}_{db} \bar{V}_b^{ca} + \bar{C}_{dc} \bar{V}_c^{ca} + \bar{D}_{dd} \bar{I}^{cd} \quad (2.88)$$

Sustituyendo las Ecuaciones (2.85)-(2.88) en las Ecuaciones (2.80)-(2.83):

$$\bar{V}_a^{ca} = \bar{E}_a^{ca} - \bar{Z}_a^{ca} \left( \bar{A}_{aa} \bar{V}_a^{ca} + \bar{A}_{ab} \bar{V}_b^{ca} + \bar{A}_{ac} \bar{V}_c^{ca} + \bar{B}_{ad} \bar{I}^{cd} \right) \quad (2.89a)$$

$$\bar{V}_a^{ca} = \bar{E}_a^{ca} - \bar{Z}_a^{ca} \bar{A}_{aa} \bar{V}_a^{ca} - \bar{Z}_a^{ca} \bar{A}_{ab} \bar{V}_b^{ca} - \bar{Z}_a^{ca} \bar{A}_{ac} \bar{V}_c^{ca} - \bar{Z}_a^{ca} \bar{B}_{ad} \bar{I}^{cd} \quad (2.89b)$$

Despejando  $\bar{E}_a^{ca}$ :

$$\bar{E}_a^{ca} = \bar{V}_a^{ca} + \bar{Z}_a^{ca} \bar{A}_{aa} \bar{V}_a^{ca} + \bar{Z}_a^{ca} \bar{A}_{ab} \bar{V}_b^{ca} + \bar{Z}_a^{ca} \bar{A}_{ac} \bar{V}_c^{ca} + \bar{Z}_a^{ca} \bar{B}_{ad} \bar{I}^{cd} \quad (2.90a)$$

$$\bar{E}_a^{ca} = \left( \bar{I}^M + \bar{Z}_a^{ca} \bar{A}_{aa} \right) \bar{V}_a^{ca} + \bar{Z}_a^{ca} \bar{A}_{ab} \bar{V}_b^{ca} + \bar{Z}_a^{ca} \bar{A}_{ac} \bar{V}_c^{ca} + \bar{Z}_a^{ca} \bar{B}_{ad} \bar{I}^{cd} \quad (2.90b)$$

De manera similar:

$$\bar{E}_b^{ca} = \bar{Z}_b^{ca} \bar{A}_{ba} \bar{V}_a^{ca} + \left( \bar{I}^M + \bar{Z}_b^{ca} \bar{A}_{bb} \right) \bar{V}_b^{ca} + \bar{Z}_b^{ca} \bar{A}_{bc} \bar{V}_c^{ca} + \bar{Z}_b^{ca} \bar{B}_{bd} \bar{I}^{cd} \quad (2.91)$$

$$\bar{E}_c^{ca} = \bar{Z}_c^{ca} \bar{A}_{ca} \bar{V}_a^{ca} + \bar{Z}_c^{ca} \bar{A}_{cb} \bar{V}_b^{ca} + \left( \bar{I}^M + \bar{Z}_c^{ca} \bar{A}_{cc} \right) \bar{V}_c^{ca} + \bar{Z}_c^{ca} \bar{B}_{cd} \bar{I}^{cd} \quad (2.92)$$

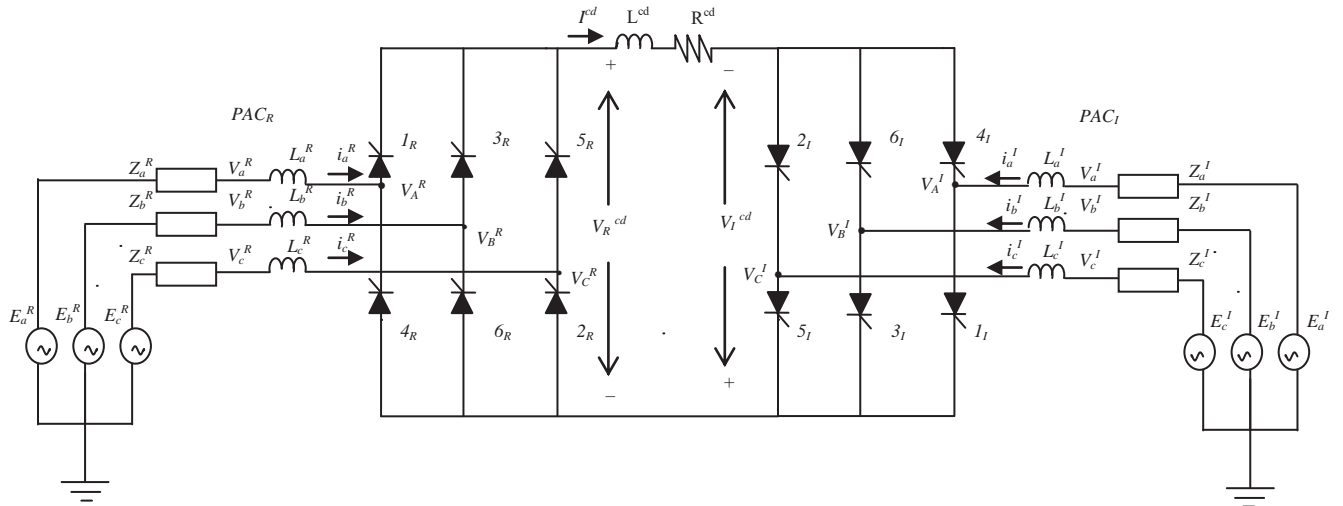
$$\bar{E}^{cd} = -\bar{C}_{da} \bar{V}_a^{ca} - \bar{C}_{db} \bar{V}_b^{ca} - \bar{C}_{dc} \bar{V}_c^{ca} - \left( \bar{D}_{dd} - \bar{Z}^{cd} \right) \bar{I}^{cd} \quad (2.93)$$

En forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \bar{E}_a^{ca} \\ \bar{E}_b^{ca} \\ \bar{E}_c^{ca} \\ \bar{E}^{cd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{I}^M + \bar{Z}_a^{ca} \bar{A}_{aa} & \bar{Z}_a^{ca} \bar{A}_{ab} & \bar{Z}_a^{ca} \bar{A}_{ac} & \bar{Z}_a^{ca} \bar{B}_{ad} \\ \bar{Z}_b^{ca} \bar{A}_{ba} & \bar{I}^M + \bar{Z}_b^{ca} \bar{A}_{bb} & \bar{Z}_b^{ca} \bar{A}_{bc} & \bar{Z}_b^{ca} \bar{B}_{bd} \\ \bar{Z}_c^{ca} \bar{A}_{ca} & \bar{Z}_c^{ca} \bar{A}_{cb} & \bar{I}^M + \bar{Z}_c^{ca} \bar{A}_{cc} & \bar{Z}_c^{ca} \bar{B}_{cd} \\ -\bar{C}_{da} & -\bar{C}_{db} & -\bar{C}_{dc} & -\left( \bar{D}_{dd} - \bar{Z}^{cd} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_a^{ca} \\ \bar{V}_b^{ca} \\ \bar{V}_c^{ca} \\ \bar{I}^{cd} \end{bmatrix} \quad (2.94)$$

### 2.13 Enlace AVCD.

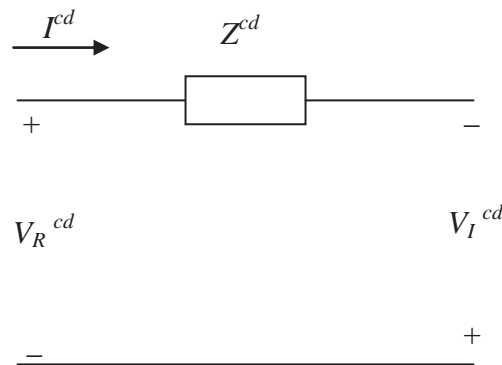
Una vez que se ha modelado el convertidor operando como rectificador e inversor, es posible derivar el modelo matemático del enlace AVCD, mostrado en la Figura 2.10.



**Figura 2.10** Enlace AVCD.

La relación existente entre las variables eléctricas medidas en el lado de CD, Figura 2.11; se obtiene aplicando LVK tal que

$$V_R^{cd} + V_I^{cd} = Z^{cd} I^{cd} \quad (2.95)$$



**Figura 2.11** Lado de CD del enlace AVCD.

La representación en dos puertos en el dominio de la frecuencia del convertidor operando como rectificador e inversor, están dadas por las ecuaciones (2.96) y (2.97) respectivamente.

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_a^R \\ \bar{I}_b^R \\ \bar{I}_c^R \\ \bar{V}_R^{cd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A}_{aa}^R & \bar{A}_{ab}^R & \bar{A}_{ac}^R & \bar{B}_{ad}^R \\ \bar{A}_{ba}^R & \bar{A}_{bb}^R & \bar{A}_{bc}^R & \bar{B}_{bd}^R \\ \bar{A}_{ca}^R & \bar{A}_{cb}^R & \bar{A}_{cc}^R & \bar{B}_{cd}^R \\ \bar{C}_{da}^R & \bar{C}_{db}^R & \bar{C}_{dc}^R & \bar{D}_{dd}^R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_a^R \\ \bar{V}_b^R \\ \bar{V}_c^R \\ \bar{I}^{cd} \end{bmatrix} \quad (2.96)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_a^I \\ \bar{I}_b^I \\ \bar{I}_c^I \\ \bar{V}_I^{cd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A}_{aa}^I & \bar{A}_{ab}^I & \bar{A}_{ac}^I & \bar{B}_{ad}^I \\ \bar{A}_{ba}^I & \bar{A}_{bb}^I & \bar{A}_{bc}^I & \bar{B}_{bd}^I \\ \bar{A}_{ca}^I & \bar{A}_{cb}^I & \bar{A}_{cc}^I & \bar{B}_{cd}^I \\ \bar{C}_{da}^I & \bar{C}_{db}^I & \bar{C}_{dc}^I & \bar{D}_{dd}^I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_a^I \\ \bar{V}_b^I \\ \bar{V}_c^I \\ \bar{I}^{cd} \end{bmatrix} \quad (2.97)$$

El voltaje de CD del convertidor operando como rectificador se obtiene de (2.96) y se expresa como:

$$\bar{V}_R^{cd} = \bar{C}_{da}^R \bar{V}_a^R + \bar{C}_{db}^R \bar{V}_b^R + \bar{C}_{dc}^R \bar{V}_c^R + \bar{D}_{dd}^R \bar{I}^{cd} \quad (2.98)$$

De (2.97) es posible obtener la expresión del voltaje de CD del convertidor operando como inversor:

$$\bar{V}_I^{cd} = \bar{C}_{da}^I \bar{V}_a^I + \bar{C}_{db}^I \bar{V}_b^I + \bar{C}_{dc}^I \bar{V}_c^I + \bar{D}_{dd}^I \bar{I}^{cd} \quad (2.99)$$

Sumando (2.98) y (2.99) y sustituyendo la expresión resultante en (2.95) se obtiene

$$\bar{Z}^{cd} \bar{I}^{cd} = \bar{C}_{da}^R \bar{V}_a^R + \bar{C}_{db}^R \bar{V}_b^R + \bar{C}_{dc}^R \bar{V}_c^R + \bar{C}_{da}^I \bar{V}_a^I + \bar{C}_{db}^I \bar{V}_b^I + \bar{C}_{dc}^I \bar{V}_c^I + (\bar{D}_{dd}^R + \bar{D}_{dd}^I) \bar{I}^{cd} \quad (2.100)$$

O escrito de otra forma

$$0 = \bar{C}_{da}^R \bar{V}_a^R + \bar{C}_{db}^R \bar{V}_b^R + \bar{C}_{dc}^R \bar{V}_c^R + \bar{C}_{da}^I \bar{V}_a^I + \bar{C}_{db}^I \bar{V}_b^I + \bar{C}_{dc}^I \bar{V}_c^I + \left( \bar{D}_{dd}^R + \bar{D}_{dd}^I - \bar{Z}^{cd} \right) \bar{I}^{cd} \quad (2.101)$$

La relación entre las variables terminales es:

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_a^R \\ \bar{V}_b^R \\ \bar{V}_c^R \\ \bar{V}_a^I \\ \bar{V}_b^I \\ \bar{V}_c^I \\ \bar{V}_R^{cd} + \bar{V}_I^{cd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Z^{cd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_a^R \\ \bar{I}_b^R \\ \bar{I}_c^R \\ \bar{I}_a^I \\ \bar{I}_b^I \\ \bar{I}_c^I \\ \bar{I}^{cd} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{V}_a^R \\ \bar{V}_b^R \\ \bar{V}_c^R \\ \bar{V}_a^I \\ \bar{V}_b^I \\ \bar{V}_c^I \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.102)$$

Eliminando  $\bar{V}_R^{cd} + \bar{V}_I^{cd}$  de la última fila de la Ecuación (2.102), tal como se hizo en las Ecuaciones (2.100) y (2.101), se obtiene, en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_a^R \\ \bar{V}_b^R \\ \bar{V}_c^R \\ \bar{V}_a^I \\ \bar{V}_b^I \\ \bar{V}_c^I \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{I}^M & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{I}^M & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{I}^M & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{I}^M & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{I}^M & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{I}^M & 0 \\ \bar{C}_{da}^R & \bar{C}_{db}^R & \bar{C}_{dc}^R & \bar{C}_{da}^I & \bar{C}_{db}^I & \bar{C}_{dc}^I & \left( \bar{D}_{dd}^R + \bar{D}_{dd}^I - \bar{Z}^{cd} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_a^R \\ \bar{I}_b^R \\ \bar{I}_c^R \\ \bar{I}_a^I \\ \bar{I}_b^I \\ \bar{I}_c^I \\ \bar{I}^{cd} \end{bmatrix} \quad (2.103)$$

Entonces esta última Ecuación se puede utilizar para calcular los componentes armónicos de  $\bar{I}^{cd}$  para valores dados de los voltajes de las fuentes y parámetros del convertidor. Una vez que  $\bar{I}^{cd}$  se obtiene, las Ecuaciones (2.96) y (2.97) se pueden resolver. Nuevamente debe señalarse que  $\bar{I}^{cd}$  se puede encontrar directamente de la Ecuación (2.101):

$$\bar{I}^{cd} = \left[ \bar{Z}^{cd} - \left( \bar{D}_{dd}^R + \bar{D}_{dd}^I \right) \right]^{-1} \left[ \bar{C}_{da}^R \bar{V}_a^R + \bar{C}_{db}^R \bar{V}_b^R + \bar{C}_{dc}^R \bar{V}_c^R + \bar{C}_{da}^I \bar{V}_a^I + \bar{C}_{db}^I \bar{V}_b^I + \bar{C}_{dc}^I \bar{V}_c^I \right] \quad (2.104)$$

Sin embargo la expresión matricial es útil cuando la impedancia del sistema de CA se toma en cuenta, en cuyo caso tendríamos:

Con base en la Figura 2.10 al aplicar la LVK se obtiene el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$V_a^R = E_a^R - Z_a^R I_a^R \quad (2.105)$$

$$V_b^R = E_b^R - Z_b^R I_b^R \quad (2.106)$$

$$V_c^R = E_c^R - Z_c^R I_c^R \quad (2.107)$$

$$V_a^I = E_a^I - Z_a^I I_a^I \quad (2.108)$$

$$V_b^I = E_b^I - Z_b^I I_b^I \quad (2.109)$$

$$V_c^I = E_c^I - Z_c^I I_c^I \quad (2.110)$$

$$V_{cd}^R + V_{cd}^I = Z^{cd} I^{cd} \quad (2.111)$$

Expresando las Ecuaciones (2.105)-(2.111) en matrices de Fourier:

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_a^R \\ \bar{V}_b^R \\ \bar{V}_c^R \\ \bar{V}_a^I \\ \bar{V}_b^I \\ \bar{V}_c^I \\ \bar{V}_{cd}^R + \bar{V}_{cd}^I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\bar{Z}_a^R & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\bar{Z}_b^R & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\bar{Z}_c^R & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\bar{Z}_a^I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\bar{Z}_b^I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\bar{Z}_c^I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{Z}^{cd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_a^R \\ \bar{I}_b^R \\ \bar{I}_c^R \\ \bar{I}_a^I \\ \bar{I}_b^I \\ \bar{I}_c^I \\ \bar{I}^{cd} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{E}_a^R \\ \bar{E}_b^R \\ \bar{E}_c^R \\ \bar{E}_a^I \\ \bar{E}_b^I \\ \bar{E}_c^I \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.112)$$

De la Ecuación (2.96), se obtiene el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$\bar{I}_a^R = \bar{A}_{aa}^R \bar{V}_a^R + \bar{A}_{ab}^R \bar{V}_b^R + \bar{A}_{ac}^R \bar{V}_c^R + \bar{B}_{ad}^R \bar{I}^{cd} \quad (2.113)$$

$$\bar{I}_b^R = \bar{A}_{ba}^R \bar{V}_a^R + \bar{A}_{bb}^R \bar{V}_b^R + \bar{A}_{bc}^R \bar{V}_c^R + \bar{B}_{bd}^R \bar{I}^{cd} \quad (2.114)$$

$$\bar{I}_c^R = \bar{A}_{ca}^R \bar{V}_a^R + \bar{A}_{cb}^R \bar{V}_b^R + \bar{A}_{cc}^R \bar{V}_c^R + \bar{B}_{cd}^R \bar{I}^{cd} \quad (2.115)$$

$$\bar{V}_{cd}^R = \bar{C}_{da}^R \bar{V}_a^R + \bar{C}_{db}^R \bar{V}_b^R + \bar{C}_{dc}^R \bar{V}_c^R + \bar{D}_{dd}^R \bar{I}^{cd} \quad (2.116)$$

De la Ecuación (2.97), se obtiene el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$\bar{I}_a^I = \bar{A}_{aa}^I \bar{V}_a^I + \bar{A}_{ab}^I \bar{V}_b^I + \bar{A}_{ac}^I \bar{V}_c^I + \bar{B}_{ad}^I \bar{I}^{cd} \quad (2.117)$$

$$\bar{I}_b^I = \bar{A}_{ba}^I \bar{V}_a^I + \bar{A}_{bb}^I \bar{V}_b^I + \bar{A}_{bc}^I \bar{V}_c^I + \bar{B}_{bd}^I \bar{I}^{cd} \quad (2.118)$$

$$\bar{I}_c^I = \bar{A}_{ca}^I \bar{V}_a^I + \bar{A}_{cb}^I \bar{V}_b^I + \bar{A}_{cc}^I \bar{V}_c^I + \bar{B}_{cd}^I \bar{I}^{cd} \quad (2.119)$$

$$\bar{V}_{cd}^I = \bar{C}_{da}^I \bar{V}_a^I + \bar{C}_{db}^I \bar{V}_b^I + \bar{C}_{dc}^I \bar{V}_c^I + \bar{D}_{dd}^I \bar{I}^{cd} \quad (2.120)$$

Sustituyendo las Ecuaciones (2.113)-(2.120) en las Ecuaciones (2.105)-(2.111):

$$\bar{V}_a^R = \bar{E}_a^R - \bar{Z}_a^R \left( \bar{A}_{aa}^R \bar{V}_a^R + \bar{A}_{ab}^R \bar{V}_b^R + \bar{A}_{ac}^R \bar{V}_c^R + \bar{B}_{ad}^R \bar{I}^{cd} \right) \quad (2.121a)$$

$$\bar{V}_a^R = \bar{E}_a^R - \bar{Z}_a^R \bar{A}_{aa}^R \bar{V}_a^R - \bar{Z}_a^R \bar{A}_{ab}^R \bar{V}_b^R - \bar{Z}_a^R \bar{A}_{ac}^R \bar{V}_c^R - \bar{Z}_a^R \bar{B}_{ad}^R \bar{I}^{cd} \quad (2.121b)$$

Despejando  $\bar{E}_a^R$ :

$$\bar{E}_a^R = \bar{V}_a^R + \bar{Z}_a^R \bar{A}_{aa}^R \bar{V}_a^R + \bar{Z}_a^R \bar{A}_{ab}^R \bar{V}_b^R + \bar{Z}_a^R \bar{A}_{ac}^R \bar{V}_c^R + \bar{Z}_a^R \bar{B}_{ad}^R \bar{I}^{cd} \quad (2.122a)$$

$$\bar{E}_a^R = \left( \bar{I}^M + \bar{Z}_a^R \bar{A}_{aa}^R \right) \bar{V}_a^R + \bar{Z}_a^R \bar{A}_{ab}^R \bar{V}_b^R + \bar{Z}_a^R \bar{A}_{ac}^R \bar{V}_c^R + \bar{Z}_a^R \bar{B}_{ad}^R \bar{I}^{cd} \quad (2.122b)$$

De manera similar:

$$\bar{E}_b^R = \bar{Z}_b^R \bar{A}_{ba}^R \bar{V}_a^R + \left( \bar{I}^M + \bar{Z}_b^R \bar{A}_{bb}^R \right) \bar{V}_b^R + \bar{Z}_b^R \bar{A}_{bc}^R \bar{V}_c^R + \bar{Z}_b^R \bar{B}_{bd}^R \bar{I}^{cd} \quad (2.123)$$

$$\bar{E}_c^R = \bar{Z}_c^R \bar{A}_{ca}^R \bar{V}_a^R + \bar{Z}_c^R \bar{A}_{cb}^R \bar{V}_b^R + \left( \bar{I}^M + \bar{Z}_c^R \bar{A}_{cc}^R \right) \bar{V}_c^R + \bar{Z}_c^R \bar{B}_{cd}^R \bar{I}^{cd} \quad (2.124)$$

$$\bar{E}_a^I = \left( \bar{I}^M + \bar{Z}_a^I \bar{A}_{aa}^I \right) \bar{V}_a^I + \bar{Z}_a^I \bar{A}_{ab}^I \bar{V}_b^I + \bar{Z}_a^I \bar{A}_{ac}^I \bar{V}_c^I + \bar{Z}_a^I \bar{B}_{ad}^I \bar{I}^{cd} \quad (2.125)$$



$$\bar{E}_b^I = \bar{Z}_b^I \bar{A}_{ba}^I \bar{V}_a^I + \left( \bar{I}^M + \bar{Z}_b^I \bar{A}_{bb}^I \right) \bar{V}_b^I + \bar{Z}_b^I \bar{A}_{bc}^I \bar{V}_c^I + \bar{Z}_b^I \bar{B}_{bd}^I \bar{I}^{cd} \quad (2.126)$$

$$\bar{E}_c^I = \bar{Z}_c^I \bar{A}_{ca}^I \bar{V}_a^I + \bar{Z}_c^I \bar{A}_{cb}^I \bar{V}_b^I + \left( \bar{I}^M + \bar{Z}_c^I \bar{A}_{cc}^I \right) \bar{V}_c^I + \bar{Z}_c^I \bar{B}_{cd}^I \bar{I}^{cd} \quad (2.127)$$

$$0 = \bar{C}_{da}^R \bar{V}_a^R + \bar{C}_{db}^R \bar{V}_b^R + \bar{C}_{dc}^R \bar{V}_c^R + \bar{C}_{da}^I \bar{V}_a^I + \bar{C}_{db}^I \bar{V}_b^I + \bar{C}_{dc}^I \bar{V}_c^I + \left( \bar{D}_{dd}^R + \bar{D}_{dd}^I - \bar{Z}^{cd} \right) \bar{I}^{cd} \quad (2.128)$$

En forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \bar{E}_a^R \\ \bar{E}_b^R \\ \bar{E}_c^R \\ \bar{E}_a^I \\ \bar{E}_b^I \\ \bar{E}_c^I \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{I}^M + \bar{Z}_a^R \bar{A}_{aa}^R & \bar{Z}_a^R \bar{A}_{ab}^R & \bar{Z}_a^R \bar{A}_{ac}^R & 0 & 0 & 0 & \bar{Z}_a^R \bar{B}_{ad}^R \\ \bar{Z}_b^R \bar{A}_{ba}^R & \bar{I}^M + \bar{Z}_b^R \bar{A}_{bb}^R & \bar{Z}_b^R \bar{A}_{bc}^R & 0 & 0 & 0 & \bar{Z}_b^R \bar{B}_{bd}^R \\ \bar{Z}_c^R \bar{A}_{ca}^R & \bar{Z}_c^R \bar{A}_{cb}^R & \bar{I}^M + \bar{Z}_c^R \bar{A}_{cc}^R & 0 & 0 & 0 & \bar{Z}_c^R \bar{B}_{cd}^R \\ 0 & 0 & 0 & \bar{I}^M + \bar{Z}_a^I \bar{A}_{aa}^I & \bar{Z}_a^I \bar{A}_{ab}^I & \bar{Z}_a^I \bar{A}_{ac}^I & \bar{Z}_a^I \bar{B}_{ad}^I \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Z}_b^I \bar{A}_{ba}^I & \bar{I}^M + \bar{Z}_b^I \bar{A}_{bb}^I & \bar{Z}_b^I \bar{A}_{bc}^I & \bar{Z}_b^I \bar{B}_{bd}^I \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Z}_c^I \bar{A}_{ca}^I & \bar{Z}_c^I \bar{A}_{cb}^I & \bar{I}^M + \bar{Z}_c^I \bar{A}_{cc}^I & \bar{Z}_c^I \bar{B}_{cd}^I \\ \bar{C}_{da}^R & \bar{C}_{db}^R & \bar{C}_{dc}^R & \bar{C}_{da}^I & \bar{C}_{db}^I & \bar{C}_{dc}^I & \left( \bar{D}_{dd}^R + \bar{D}_{dd}^I - \bar{Z}^{cd} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_a^R \\ \bar{V}_b^R \\ \bar{V}_c^R \\ \bar{V}_a^I \\ \bar{V}_b^I \\ \bar{V}_c^I \\ \bar{I}^{cd} \end{bmatrix} \quad (2.129)$$

## 2.14 Conclusiones.

En este capítulo se han implementado los modelos de los sistemas CA/CD del convertidor operando como rectificador y operando como inversor, así como el enlace AVCD con base en la matriz de acoplamiento armónico.

Por otra parte en todos los modelos implementados, se ha logrado deducir las ecuaciones cuando se incluye el sistema eléctrico de potencia.

Un método de solución secuencial, en el dominio de la frecuencia, considerando las funciones de conmutación ha sido implementado con éxito, utilizando un proceso iterativo con base en el método de Newton Raphson para la solución de las ecuaciones de restricción.

# CAPITULO 3

## ANÁLISIS ARMÓNICO.

### 3.1 *Introducción.*

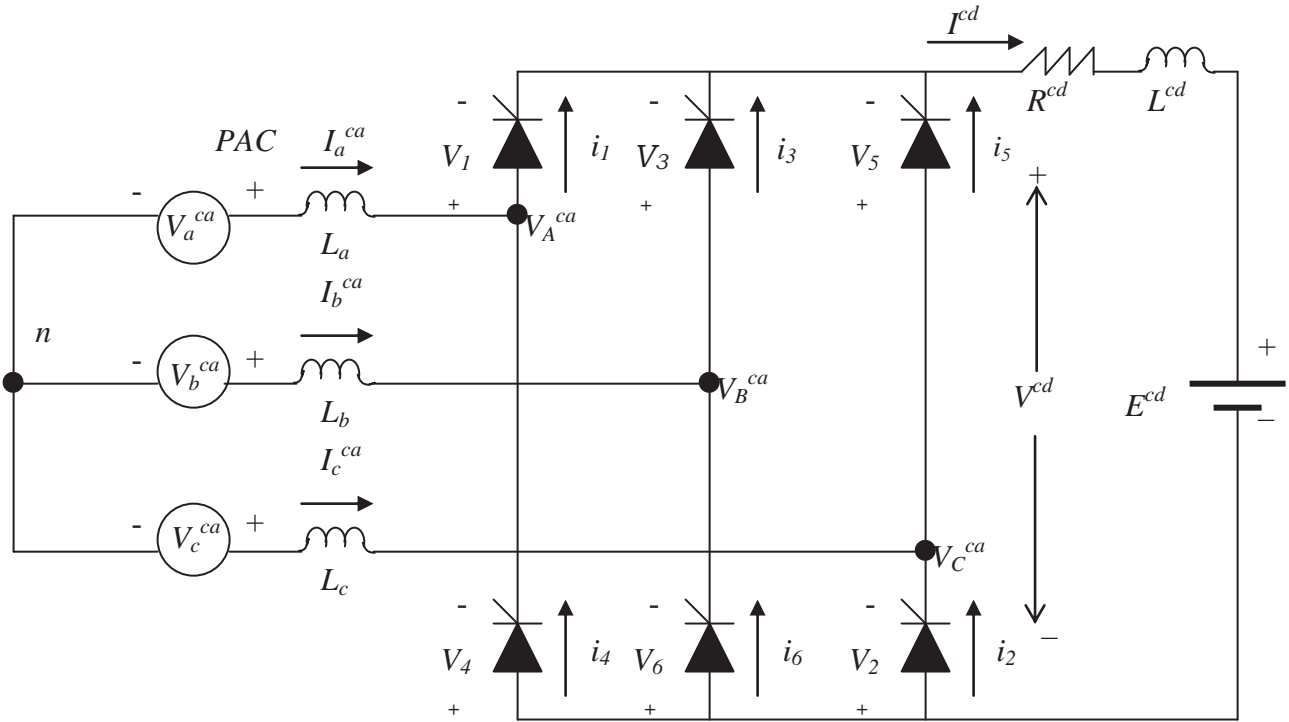
El método de solución armónica descrito en el capítulo anterior se aplica para cuantificar niveles de interacción armónica entre un sistema de corriente alterna y uno de corriente directa enlazados a través de un convertidor trifásico operando bajo condiciones simétricas y asimétricas con carga óhmica-inductiva. Este tipo de estudio es extendido al convertidor trifásico operando como inversor y posteriormente se obtiene para el enlace AVCD. Los resultados obtenidos son validados al compararlos con aquellos encontrados al utilizar el programa ATP/EMTP y resultados reportados en la literatura.

### 3.2 *Validación del modelo y operación simétrica.*

El sistema mostrado en la Figura 3.1, se utiliza como ejemplo para demostrar el uso de la metodología propuesta. Los parámetros son dados lo más cercano posible al modelo Benchmark CIGRÉ para estudios AVCD [Perkins *et al.* 1997]. Los datos del sistema de CA/CD son  $V_a^{ca}=V_b^{ca}=V_c^{ca}=426.9 \text{ kV}$ ,  $60 \text{ Hz}$ ;  $L_a=L_b=L_c=72.068 \text{ mH}$ ,  $R^{cd}=5 \text{ } \Omega$ ,  $L^{cd}=828.88 \text{ mH}$ ,  $E^{cd}=495 \text{ kV}$  y  $\alpha_i = 15^\circ$ ,  $i=1, \dots, 6$ . La conexión en el transformador es estrella – estrella. En el caso de los voltajes de entrada de CA,  $V_k^{ca}$  para  $k=a,b,c$ ; en el PAC, son rms de línea a línea.

Para validar los resultados, se hacen comparaciones con el método ideal el cual asume la inductancia de CD infinita despreciando el rizado de la corriente de CD [Kassakian *et al.* 1991] y los resultados dados por linealización en el dominio del tiempo reportado en [Perkins *et al.* 1997], en este; el problema es formulado como un problema de valor de frontera y resuelto por un

metodo iterativo. Entre varios enfoques en el dominio del tiempo, el método de mapas de Pointcaré utilizado en [Perkins *et al.* 1997] eficientemente nos lleva a analizar las corrientes del lado de CA y CD del convertidor debido a la operación periodica natural del circuito.



**Figura 3.1** Sistema convertidor trifásico CA/CD, operando como rectificador.

Los resultados obtenidos se muestran en las Tablas 3.1 y 3.2 para los componentes de las magnitudes armónicas contenidas en las corrientes del lado de CA y CD respectivamente. Los ángulos de traslape calculados en [Perkins *et al.* 1997] y por el método propuesto son  $23^\circ$  y  $22.75^\circ$ , respectivamente. La Tabla 3.3 muestra los ángulos de traslape obtenidos para tres valores diferentes de los ángulos de disparo. Tal coincidencia de los resultados valida la metodología propuesta y su procedimiento de implementación en un programa para computadora digital.

**Tabla 3.1** Magnitudes armónicas para la corriente del lado de CA, en Amperes.

Armónica	Ideal	[Perkins <i>et al.</i> 1997]	Propuesto
1	2190.2	2188.4	2177.0
5	369.5	383.8	379.6
7	219.7	215.6	216.5
11	71.4	76.3	75.2
13	31.5	44.8	46.0
17	11.1	17.6	16.2
19	19.5	18.5	18.9
23	20.6	20.2	19.0
25	16.4	16.9	17.5
29	5.2	7.2	6.8
31	0.1	4.9	5.5

**Tabla 3.2** Magnitudes armónicas para la corriente del lado de CD, en Amperes.

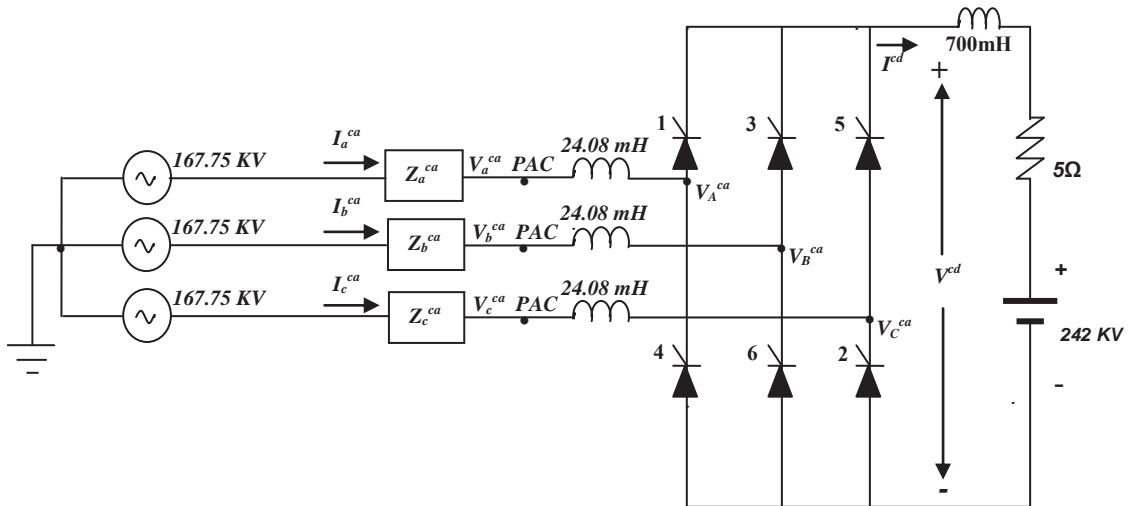
Armónica	Ideal	[Perkins <i>et al.</i> 1997]	Propuesto
0	2000.0	1996.7	1984.6
6	0.00	25.13	24.53
12	0.00	7.35	7.74
18	0.00	4.08	3.93
24	0.00	1.02	1.16
30	0.00	1.53	1.67

**Tabla 3.3** Ángulos de traslape.

Ángulo de disparo.	10°	15°	20°
[Perkins <i>et al.</i> 1997]	29.00°	23.00°	16.00°
Propuesto	28.87°	22.75°	16.15°

### 3.3 Operación simétrica del rectificador, incluyendo la impedancia de CA.

El sistema mostrado en la Figura 3.2, es utilizado considerando una impedancia simétrica como se muestra en la Tabla 3.4, los valores de los voltajes de CA son de pico medidos de fase a neutro. El valor del ángulo de disparo es de  $18^\circ$ .



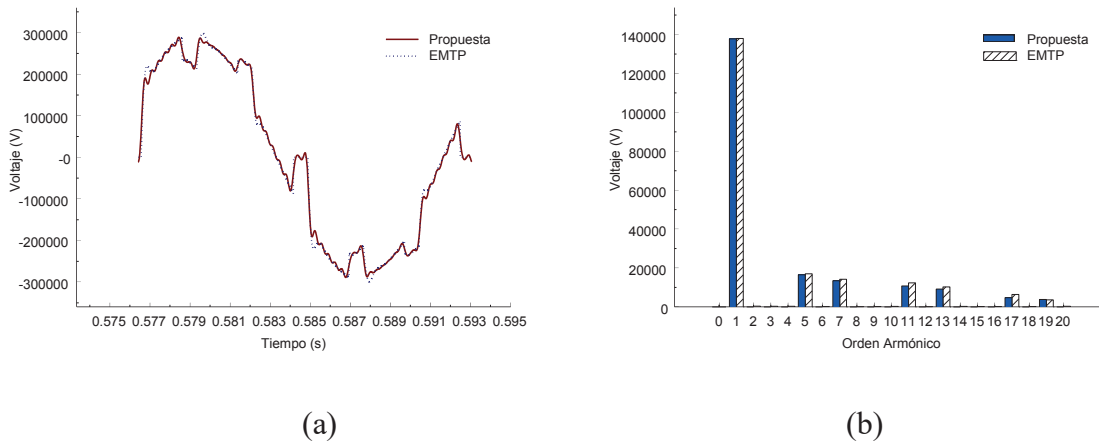
**Figura 3.2** Sistema convertidor trifásico CA/CD, operando como rectificador.

**Tabla 3.4** Impedancias del sistema

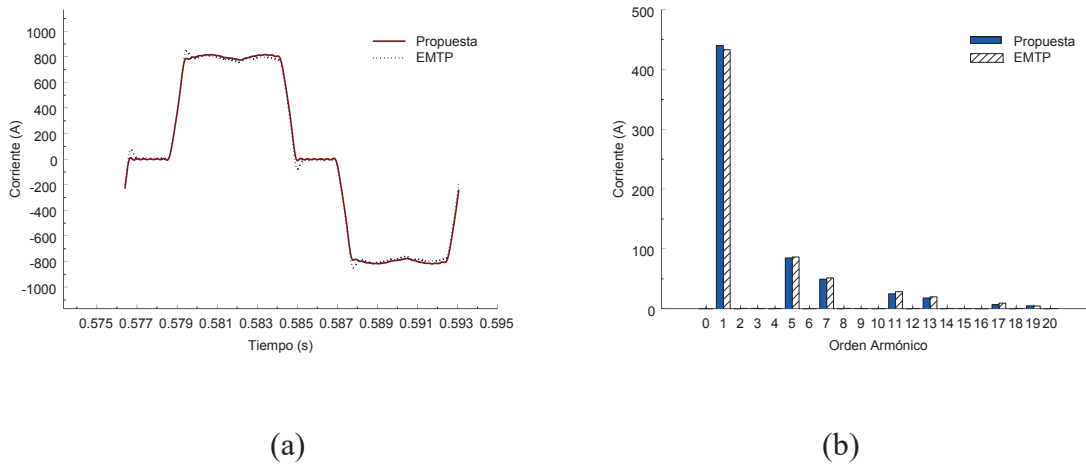
Fase <i>a</i>		Fase <i>b</i>		Fase <i>c</i>	
<i>R</i> (Ω)	<i>L</i> (mH)	<i>R</i> (Ω)	<i>L</i> (mH)	<i>R</i> (Ω)	<i>L</i> (mH)
1.1572	44.58	1.1572	44.58	1.1572	44.58

Los valores obtenidos para cada uno de los seis ángulos de traslape son  $\mu_{13}=\mu_{35}=\mu_{51}=\mu_{46}=\mu_{62}=\mu_{24}= 15.3192^\circ$ . Como se esperaba al ser operación simétrica los ángulos de conmutación son iguales. El número de iteraciones para lograr la convergencia fue 21.

Con el fin de validar los resultados obtenidos por el método propuesto bajo las condiciones de operación simétricas, el mismo caso fue simulado utilizando el programa de EMTF-ATP [Lasseter 1989]. Las formas de onda, así como los espectros armónicos de las variables eléctricas del convertidor son comparadas en las Figuras 3.3 a 3.5.



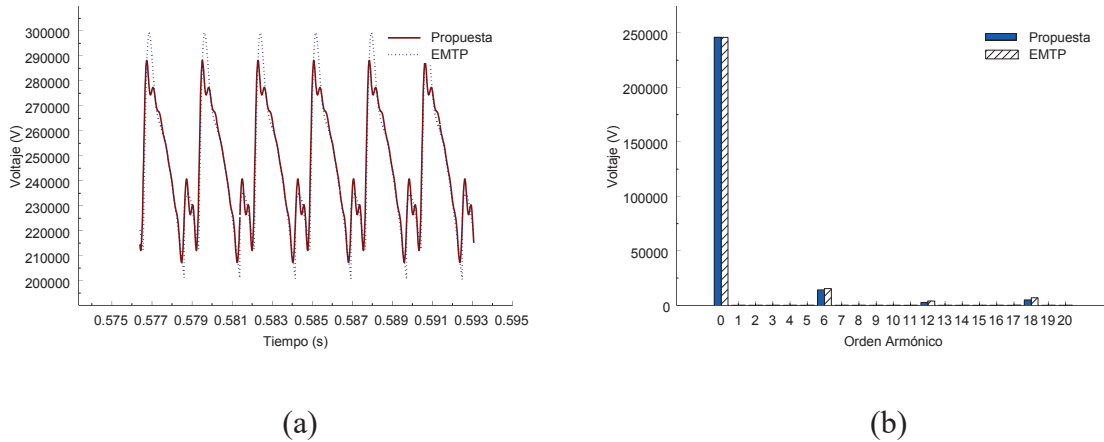
**Figura 3.3** Voltaje de línea a línea de CA en las terminales del rectificador. (a) Forma de onda. (b) Espectro armónico



**Figura 3.4** Corriente en el lado de CA. (a) Formas de onda. (b) Espectro armónico.

Los resultados obtenidos son satisfactorios y bastante cercanos a los que genera el estudio de EMTP. Las simulaciones por el método propuesto consideran 50 armónicas, aunque en el espectro armónico sólo se muestran 20. La forma de onda del voltaje simulado en el EMTP muestra los picos debidos a la conmutación. Los picos no se observan en las graficas del método de admitancia armónica debido al número de componentes armónicos utilizados para reconstruir

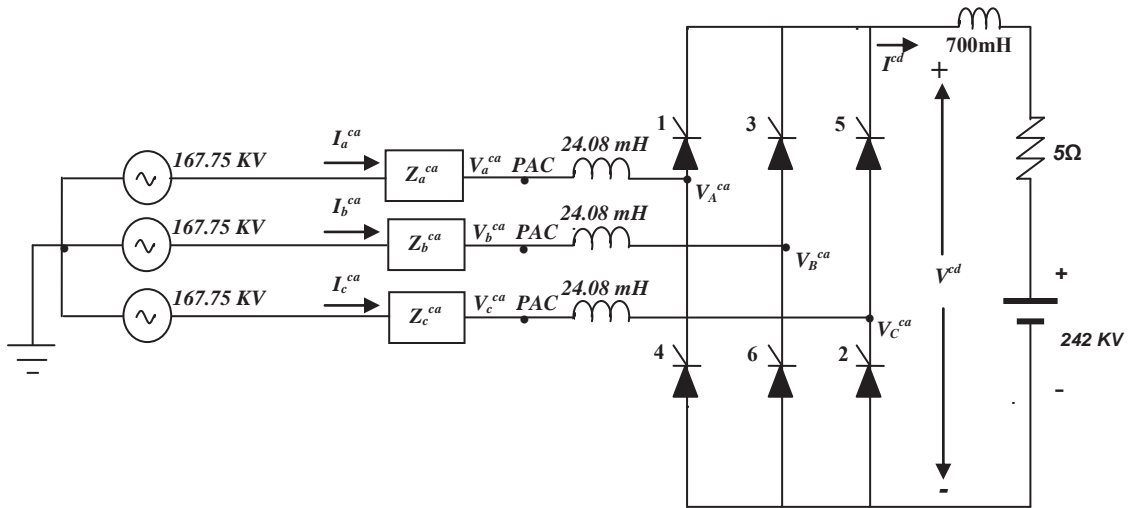
la forma de onda. Las formas de onda de la corriente de línea son como se esperaba. El espectro armónico correspondiente a estas formas de onda también se muestra en estas figuras.



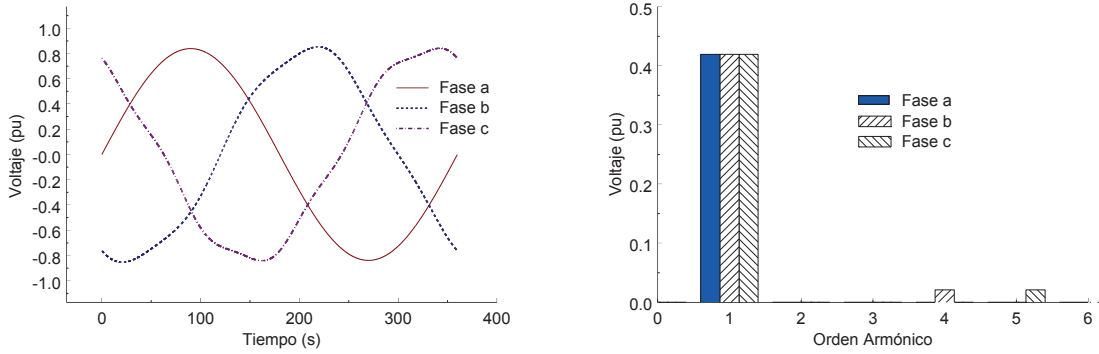
**Figura 3.5** Voltaje en el lado de CD. (a) Forma de onda. (b) Espectro armónico

### 3.4 Operación asimétrica del rectificador.

Esta sección presenta resultados numéricos del sistema de la Figura 3.6, bajo variaciones simultáneas de condiciones de operación asimétrica. Las asimetrías corresponden al 10% de desbalance en la impedancia de CA, como se muestra en la Tabla 3.5, asimetría en el ángulo de disparo, como se muestra en la Tabla 3.6 y pre distorsión del voltaje de la fuente de CA con las componentes armónicas cuarta y quinta en las fases *b* y *c* respectivamente. Las magnitudes de estas armónicas corresponden al 5% de la componente fundamental como se muestra en la Figura 3.7. Los valores de los voltajes de CA son de pico de fase a neutro. Las simulaciones por el método propuesto consideran 100 armónicas, aunque en el espectro armónico sólo se muestran 20.



**Figura 3.6** Sistema convertidor trifásico CA/CD, operando como rectificador.



(a)

(b)

**Figura 3.7** Voltajes de entrada (a) Formas de onda (b) Espectro armónico.

**Tabla 3.5** Impedancias del sistema.

Fase <i>a</i>		Fase <i>b</i>		Fase <i>c</i>	
<i>R</i> (Ω)	<i>L</i> (mH)	<i>R</i> (Ω)	<i>L</i> (mH)	<i>R</i> (Ω)	<i>L</i> (mH)
1.1572	44.58	1.2729	49.038	1.0414	40.122

**Tabla 3.6** Asimetría en los ángulos de disparo.

Ángulos de disparo.					
$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$\alpha_6$
18°	15°	23°	14°	19°	25°

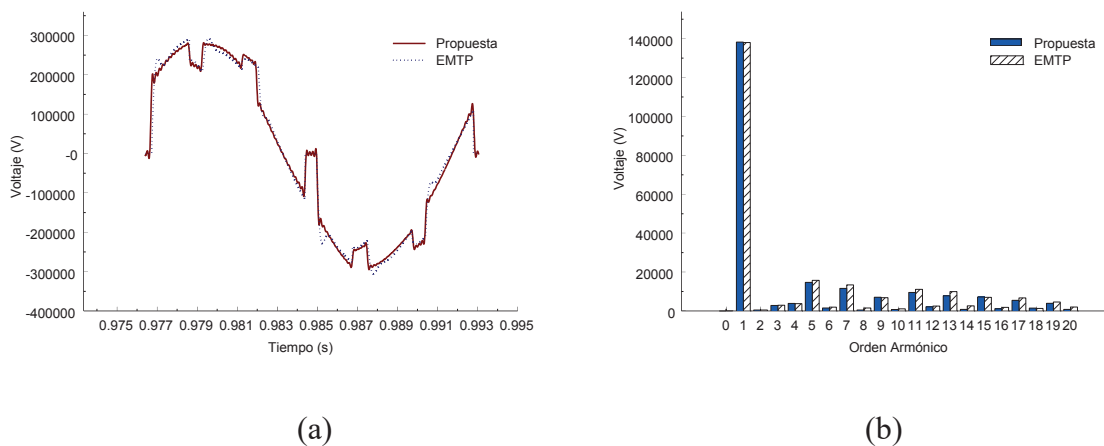


Los valores obtenidos para cada uno de los seis ángulos de traslape se muestran en la Tabla 3.7. Como se esperaba seis valores diferentes se obtuvieron debido a las asimetrías. El número de iteraciones para lograr la convergencia fue de 24.

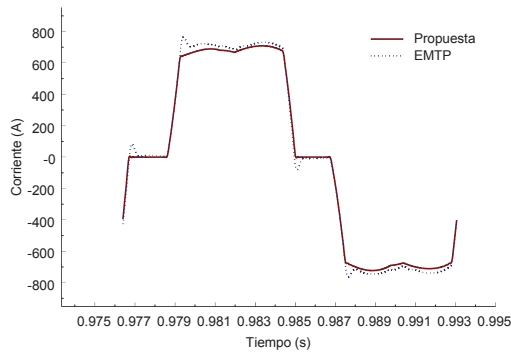
**Tabla 3.7** Ángulos de traslape para la operación asimétrica.

Ángulos de traslape					
$\mu_{13}$	$\mu_{35}$	$\mu_{51}$	$\mu_{46}$	$\mu_{62}$	$\mu_{24}$
12.6927°	13.0636°	13.4518°	10.9621°	15.0977°	15.6433°

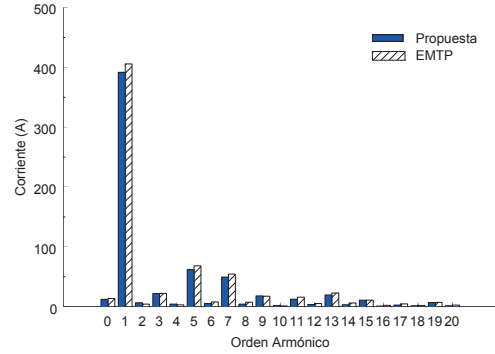
Con el fin de validar los resultados obtenidos por el método propuesto bajo las condiciones de operación asimétricas, el mismo caso fue simulado utilizando el programa de EMTP-ATP [Lasseter 1989]. Las formas de onda, así como los espectros armónicos de las variables eléctricas seleccionadas sobre la fase *a* del lado de CA del convertidor son comparadas en las Figuras 3.8 a 3.10.



**Figura 3.8** Voltaje de línea a línea de CA en las terminales del rectificador. (a) Forma de onda. (b) Espectro armónico

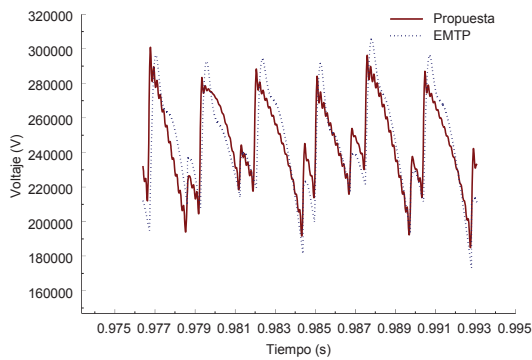


(a)

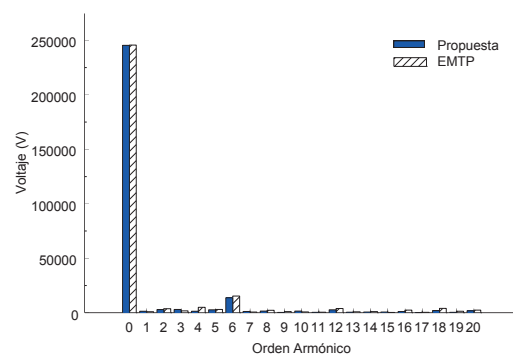


(b)

**Figura 3.9** Corriente en el lado de CA. (a) Formas de onda. (b) Espectro armónico.



(a)



(b)

**Figura 3.10** Voltaje de CD. (a) Forma de onda. (b) Espectro armónico

Los resultados obtenidos son satisfactorios y bastante cercanos a los que genera el estudio de EMTP. Las formas de onda de la corriente de línea son como se esperaba. El espectro armónico correspondiente a estas formas de onda también se muestra en estas figuras. Los desbalances dan lugar a componentes armónicas no características de todo orden en adición a las armónicas características. Del espectro armónico de las variables eléctricas del lado de CA, se pueden ver componentes armónicas de quinto y séptimo orden.

### 3.5 El efecto del ángulo de disparo, en el rectificador.

Con el objeto de analizar el efecto de los valores del ángulo de disparo sobre las formas de onda del sistema, a continuación se presentan tres casos: la asimetría de 10% en la impedancia de CA y la pre distorsión del voltaje de CA de la fuente se han eliminado (el sistema es considerado balanceado). Los casos 1 y 2 corresponden a simulaciones considerando valores de ángulos de disparo simétricos de  $\alpha_i^1 = 18^\circ$  y  $\alpha_i^2 = 25^\circ$ ,  $i=1, \dots, 6$ ; respectivamente. El caso 3 corresponde a instantes de ángulos de disparo dados en la Tabla 3.6. Los ángulos de traslape calculados en los casos 1 y 2 son  $15.3192^\circ$  en 21 iteraciones para lograr la convergencia y  $5.9163^\circ$  en 25 iteraciones para lograr la convergencia, respectivamente.

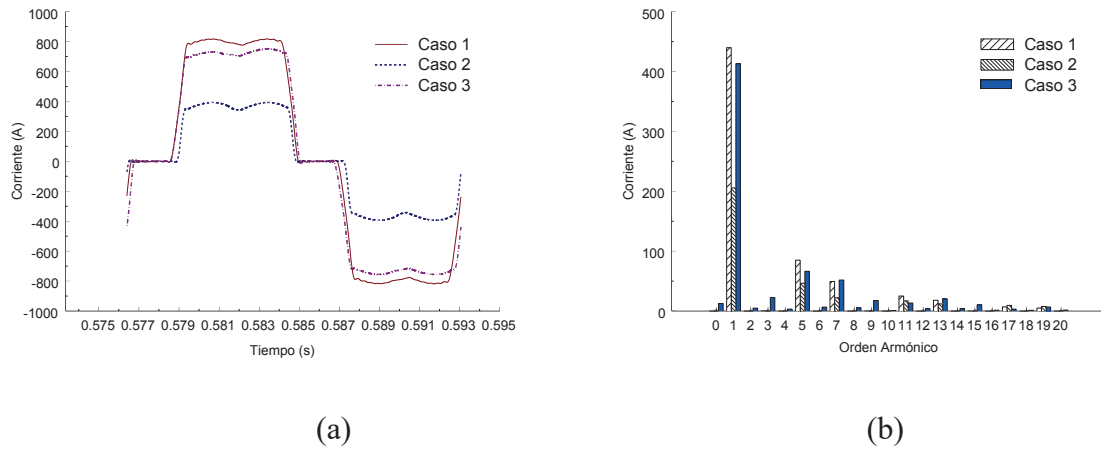
El valor del ángulo de traslape crece cuando el ángulo de disparo decrece. Los ángulos de traslape correspondientes al caso de los ángulos de disparo asimétricos están dados en la Tabla 3.8; se logró la convergencia en 19 iteraciones. Como se esperaba, los ángulos de disparo desbalanceados producen intervalos de traslape desiguales.

**Tabla 3.8** Ángulos de traslape para el caso 3.

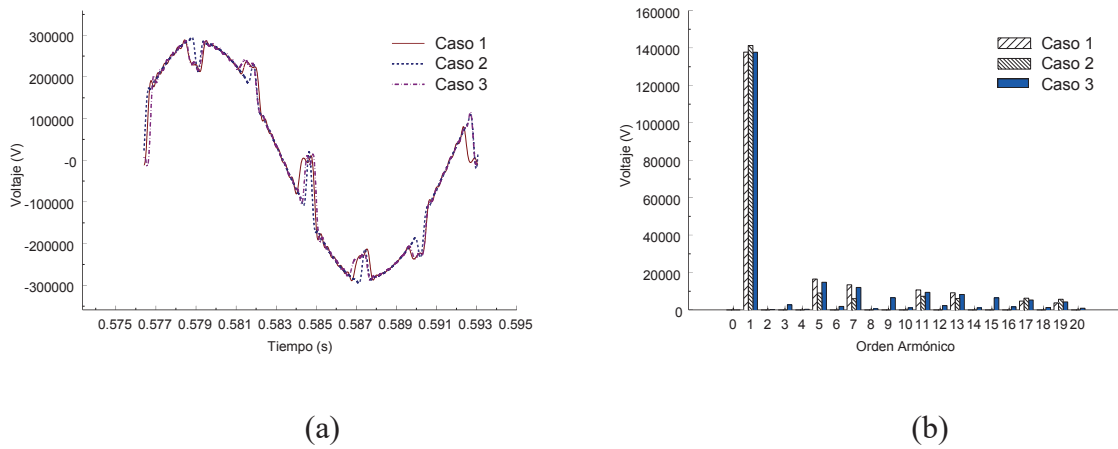
Ángulos de traslape					
$\mu_{13}$	$\mu_{35}$	$\mu_{51}$	$\mu_{46}$	$\mu_{62}$	$\mu_{24}$
$12.1382^\circ$	$13.8865^\circ$	$13.8496^\circ$	$11.4373^\circ$	$15.5325^\circ$	$16.1037^\circ$

Las formas de onda del sistema y sus espectros armónicos correspondientes se muestran en las Figuras 3.11 a 3.14. Las simulaciones por el método propuesto consideran 50 armónicas, aunque en el espectro armónico sólo se muestran 20. De estas figuras se observa que las corrientes en ambos lados del sistema son más afectadas en magnitud por cambios en los valores de los ángulos de disparo, sin alterar su forma. La magnitud de estas corrientes crece conforme el valor de los ángulos de disparo decrece. También se observa que los ángulos de disparo

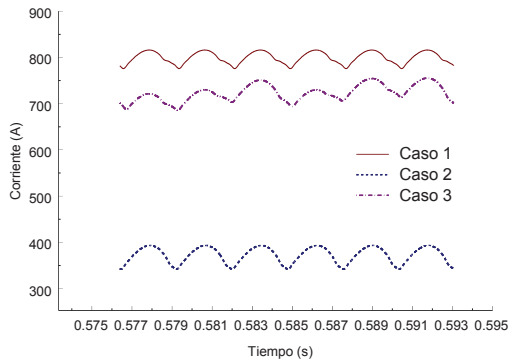
desbalanceados resultan en la generación de armónicos no característicos en el lado de CA (e.j. 3<sup>a</sup>, 6<sup>a</sup>, 9<sup>a</sup>, 15<sup>a</sup>, etc.) y en el lado de CD (e.j. 2<sup>a</sup>, 4<sup>a</sup>, 8<sup>a</sup>, etc.).



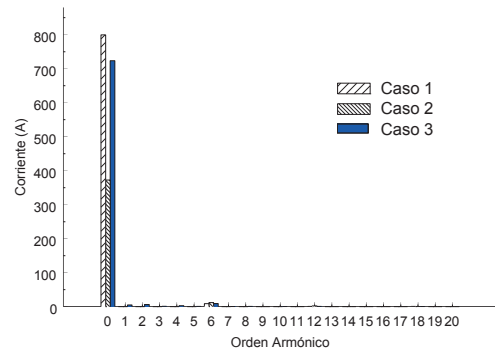
**Figura 3.11** Corriente en el lado de CA. (a) Formas de onda. (b) Espectro armónico.



**Figura 3.12** Voltaje de línea a línea de CA en las terminales del rectificador. (a) Formas de onda. (b) Espectro armónico.

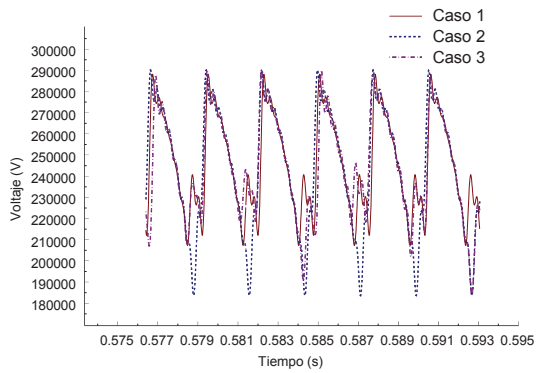


(a)

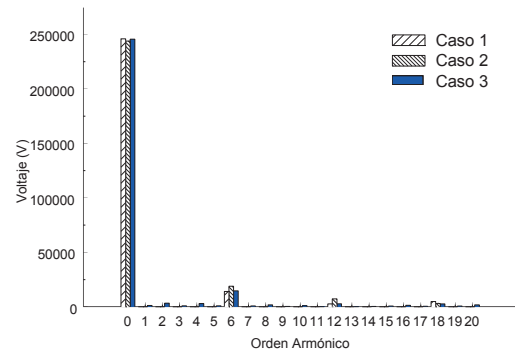


(b)

**Figura 3.13** Corrientes en el lado de CD. (a) Formas de onda. (b) Espectro armónico.



(a)

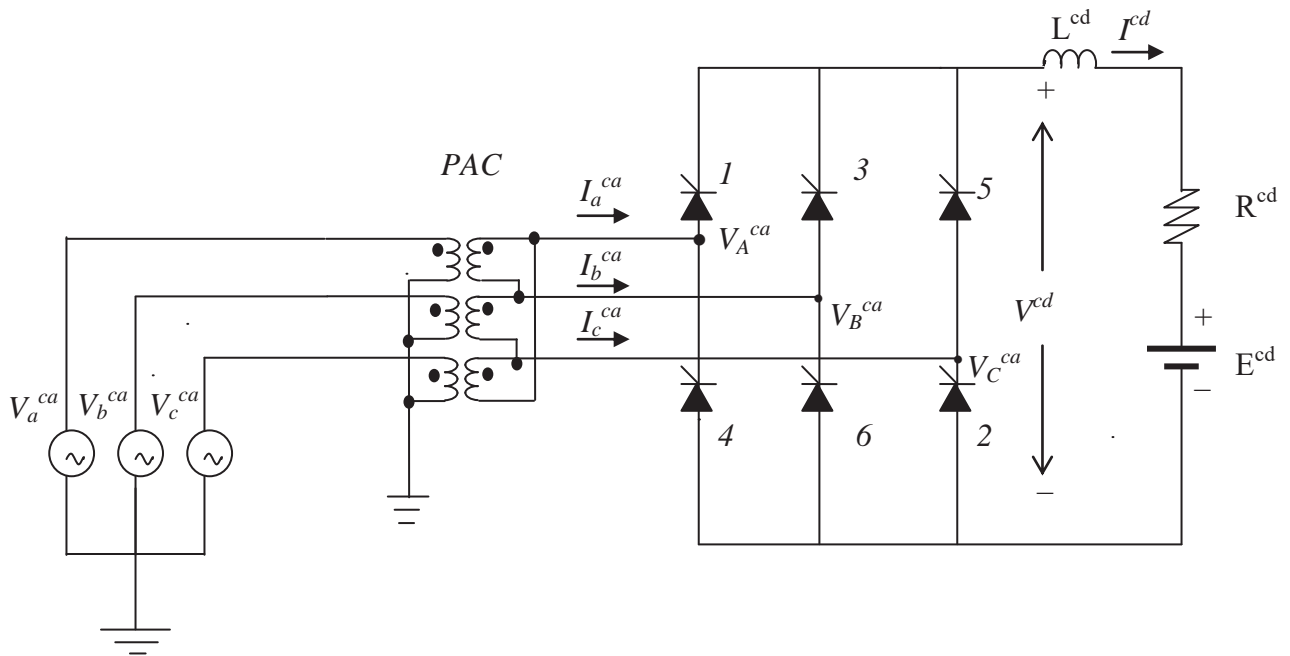


(b)

**Figura 3.14** Voltajes en las terminales de CD del rectificador. (a) Formas de onda. (b) Espectro armónico.

### 3.6 Convertidor trifásico CA/CD, operando como rectificador, con conexión estrella delta en el transformador.

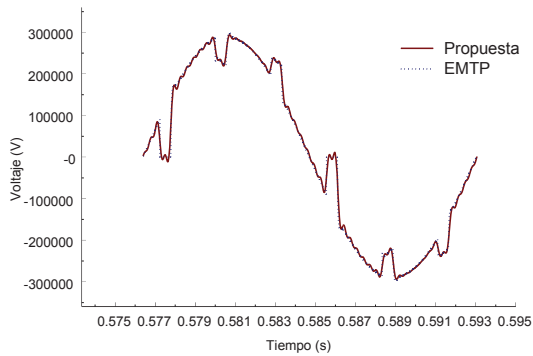
La Figura 3.15 muestra cómo se lograría cambiar la conexión del transformador, de una estrella-estrella a una estrella-delta. Se utilizan los datos del sistema de CA/CD siguientes:  $V_a^{ca}=V_b^{ca}=V_c^{ca}=187.794$  kV de pico de fase a neutro, 60 Hz, transformador con conexión estrella-delta y Relación de Transformación de 0.64634,  $L_{PRI}=15.1$  mH; fases a, b y c,  $L_{SEC}=12$  mH; fases a, b y c,  $R^{cd}=5\Omega$ ,  $L^{cd}=700$  mH,  $E^{cd}=242$  kV y  $\alpha_i=18^\circ$ ,  $i=1, \dots, 6$ .



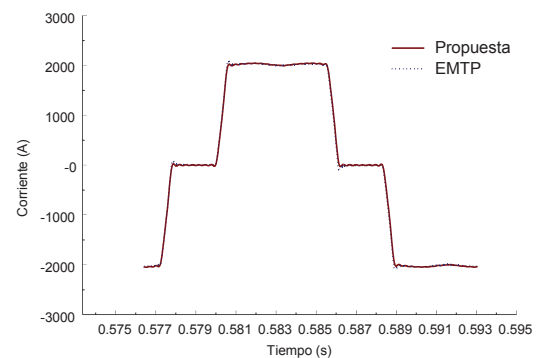
**Figura 3.15** Puente trifásico, conexión estrella delta en el transformador

Con el propósito de comparar los resultados con los obtenidos con el método del dominio de la frecuencia utilizando la matriz de acoplamiento armónico, se transformó la delta del secundario en estrella dando los siguientes resultados:  $L_{SEC}=12/3=4$  mH; fases a, b y c, en cuanto al desfaseamiento de 30 grados lo agregamos en la fuente de CA, posteriormente se procedió a referenciar todas las cantidades del primario al secundario del transformador. Ya con estos cambios se procede a simular el circuito resultante, tanto en el dominio de la frecuencia utilizando la matriz de acoplamiento armónico, como en el dominio del tiempo utilizando el programa de EMTP-ATP [Lasseter 1989].

Las formas de onda para las variables eléctricas seleccionadas del lado de CA del convertidor son comparadas, con 50 armónicas. En la Figura 3.16 el voltaje en las terminales del convertidor de línea a línea y en la Figura 3.17 la corriente del lado de CA en la fase a, como se puede observar en dichas graficas los resultados son muy similares, lo cual verifica nuestros resultados.

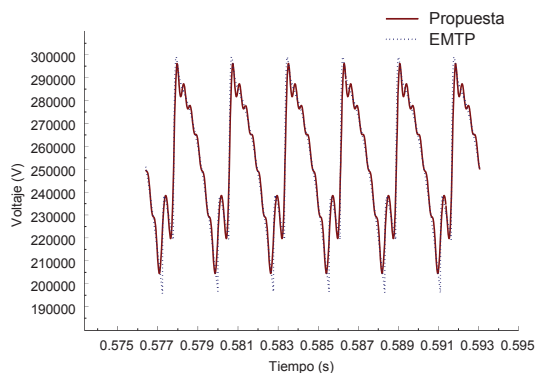


**Figura 3.16** Forma de onda del voltaje de línea a línea en las terminales de CA del convertidor

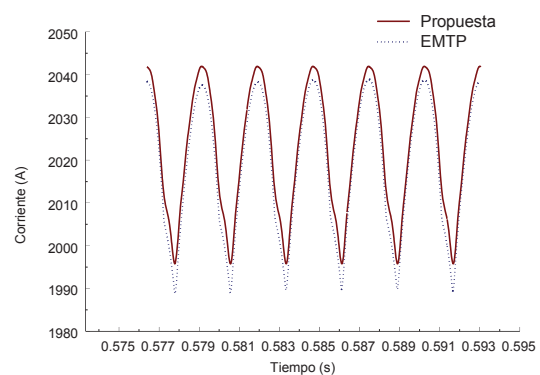


**Figura 3.17** Forma de onda de la corriente de CA en las terminales del convertidor.

En cuanto a las variables del lado de CD, la comparación para el voltaje de CD se encuentra en la Figura 3.18, así mismo la corriente de CD se encuentra en la Figura 3.19. Como se observa en estas figuras, los resultados obtenidos son bastante cercanos a los que genera el estudio de EMTP, las discrepancias se deben al número de armónicas utilizadas en el análisis.



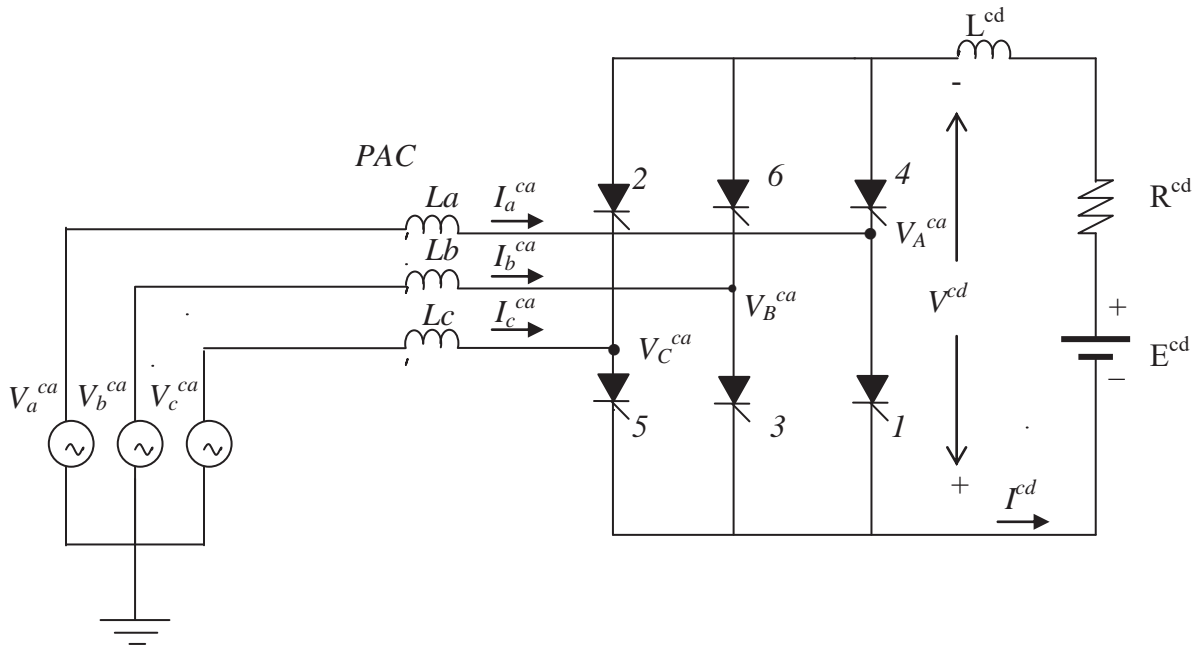
**Figura 3.18** Forma de onda del voltaje de CD.



**Figura 3.19** Forma de onda de la corriente de CD.

### 3.7 Convertidor trifásico CA/CD operando como inversor.

Como se muestra en el capítulo 2 se puede utilizar la formulación del convertidor operando como rectificador, para obtener aquella del convertidor operando como inversor, Figura 3.20; se utilizan los datos del sistema de CA/CD siguientes:  $V_a^{ca}=V_b^{ca}=V_c^{ca}=187.794$  kV de pico, de línea a neutro, 60 Hz, transformador con conexión estrella-estrella y Relación de Transformación de 1.12,  $L_{PRI}=15.1$  mH; fases a, b y c,  $L_{SEC}=12$  mH; fases a, b y c,  $R^{cd}=5$   $\Omega$ ,  $L^{cd}=700$  mH,  $E^{cd}=242$  kv y  $\alpha_i=128^\circ$ ,  $i=1, \dots, 6$ .

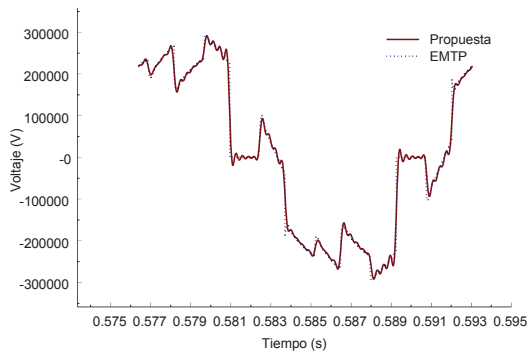


**Figura 3.20** Convertidor trifásico CA/CD operando como inversor.

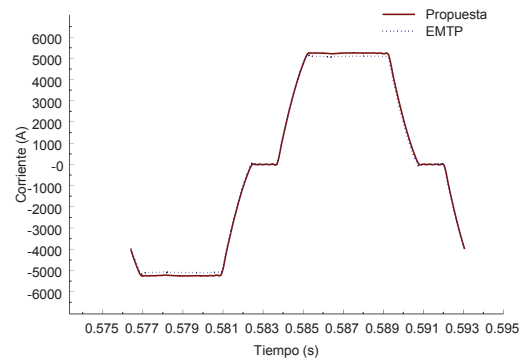
Ya con estos cambios se procede a simular, el circuito resultante, tanto en el dominio de la frecuencia utilizando la matriz de acoplamiento armónico, como en el dominio del tiempo utilizando el programa de EMTP-ATP [Lasseter 1989]. Las simulaciones por el método propuesto consideran 50 armónicas.

En la Figura 3.21 se muestra la comparación entre las formas de onda para el voltaje de línea a línea en las terminales del inversor del lado de CA y en la Figura 3.22 la corriente del lado de CA en la fase a, como se puede observar en dichas graficas los resultados son muy similares, lo cual verifica nuestros resultados.



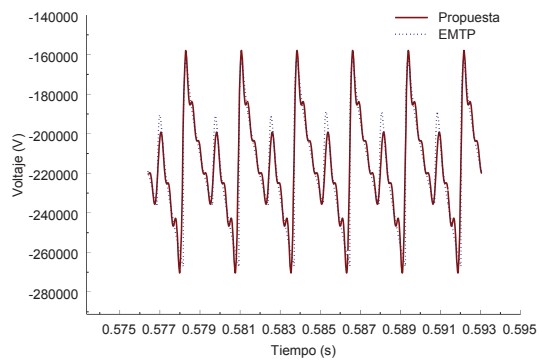


**Figura 3.21** Forma de onda del voltaje de línea a línea en las terminales de CA del inversor.



**Figura 3.22** Forma de onda de la corriente de CA en las terminales del inversor.

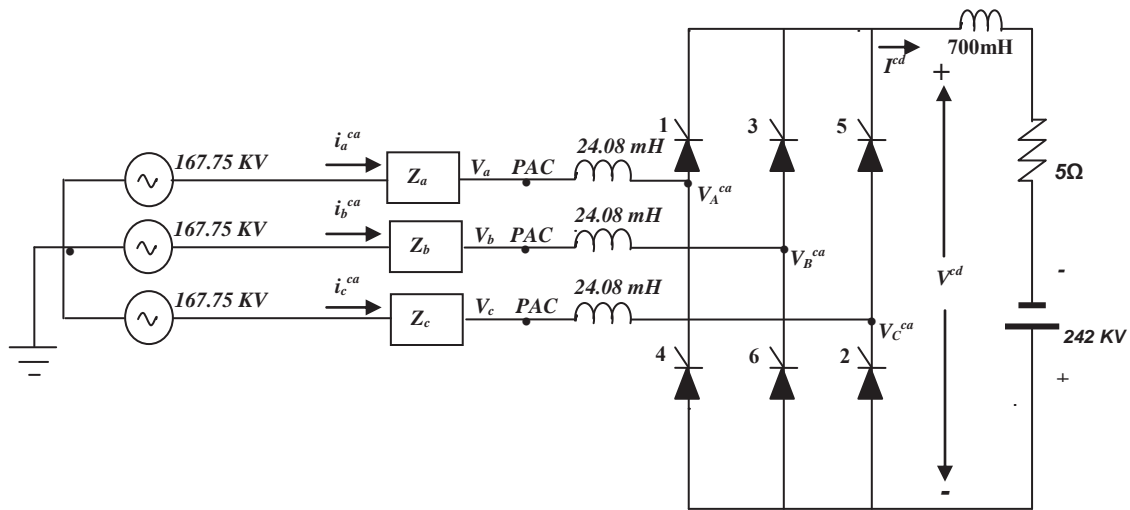
La comparación para el voltaje de CD se encuentra en la Figura 3.23. Como se observa en estas figuras, los resultados obtenidos son satisfactorios y bastante cercanos a los que genera el estudio de EMTP.



**Figura 3.23** Forma de onda del voltaje de CD del inversor.

### 3.7.1 Operación simétrica del inversor, incluyendo la impedancia de CA.

El sistema mostrado en la Figura 3.24, es utilizado considerando una impedancia simétrica, Tabla 3.9, los valores de los voltajes de CA son de pico de fase a neutro. El valor del ángulo de disparo es de  $135^\circ$ .



**Figura 3.24** Sistema convertidor trifásico CA/CD, operando como inversor.

**Tabla 3.9** Impedancias del sistema.

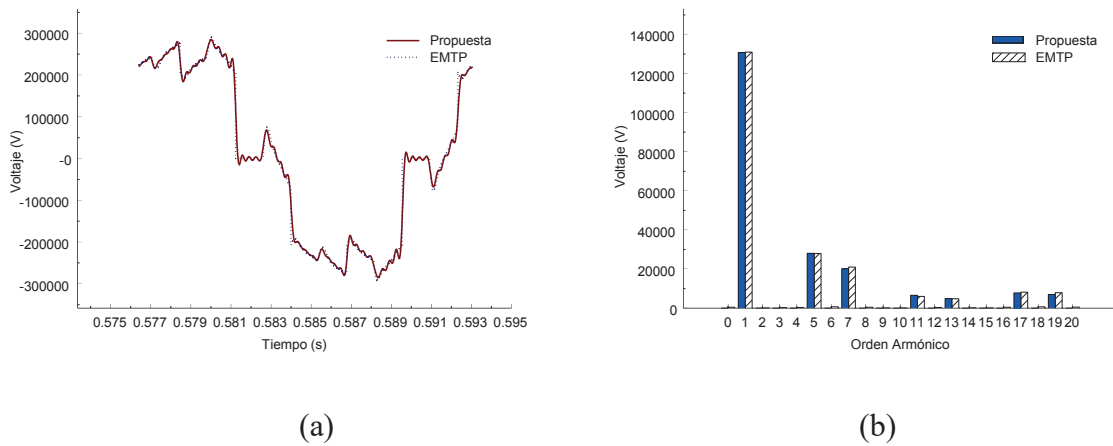
Fase <i>a</i>		Fase <i>b</i>		Fase <i>c</i>	
<i>R</i> (Ω)	<i>L</i> (mH)	<i>R</i> (Ω)	<i>L</i> (mH)	<i>R</i> (Ω)	<i>L</i> (mH)
1.1572	44.58	1.1572	44.58	1.1572	44.58

Los valores obtenidos para cada uno de los seis ángulos de traslape son  $\mu_{13}=\mu_{35}=\mu_{51}=\mu_{46}=\mu_{62}=\mu_{24}=29.3358^\circ$ , se logró la convergencia en 10 iteraciones. Las simulaciones por el método propuesto consideran 50 armónicas, aunque en el espectro armónico sólo se muestran 20.

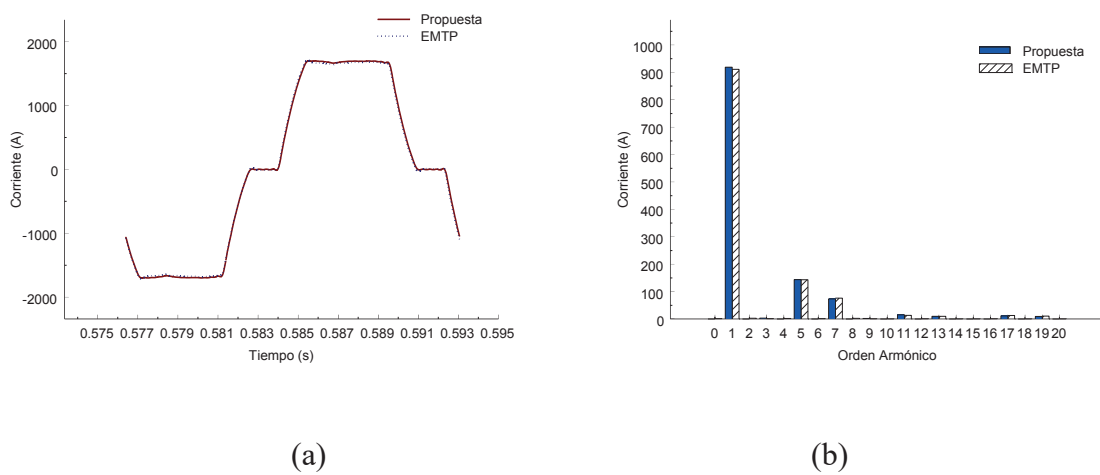
Como se esperaba al ser operación simétrica los ángulos de conmutación son iguales.

Las formas de onda del sistema y sus espectros armónicos correspondientes se muestran en las Figuras 3.25 a 3.27.

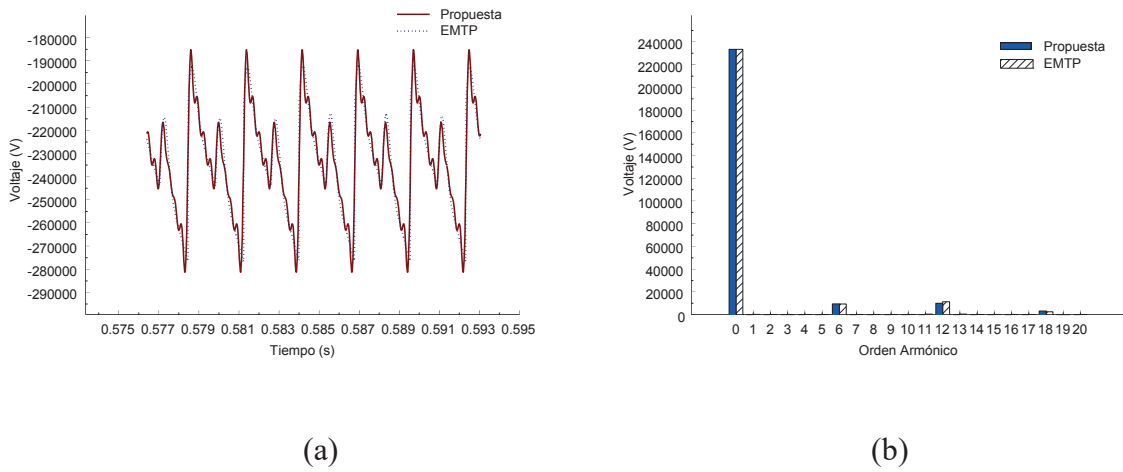
Los resultados obtenidos son satisfactorios y bastante cercanos a los que genera el estudio de EMTF. Las formas de onda de la corriente de línea son como se esperaba. El espectro armónico correspondiente a estas formas de onda también se muestra en estas figuras.



**Figura 3.25** Voltajes de línea a línea en las terminales de CA del inversor. (a) Forma de onda. (b) Espectro armónico.



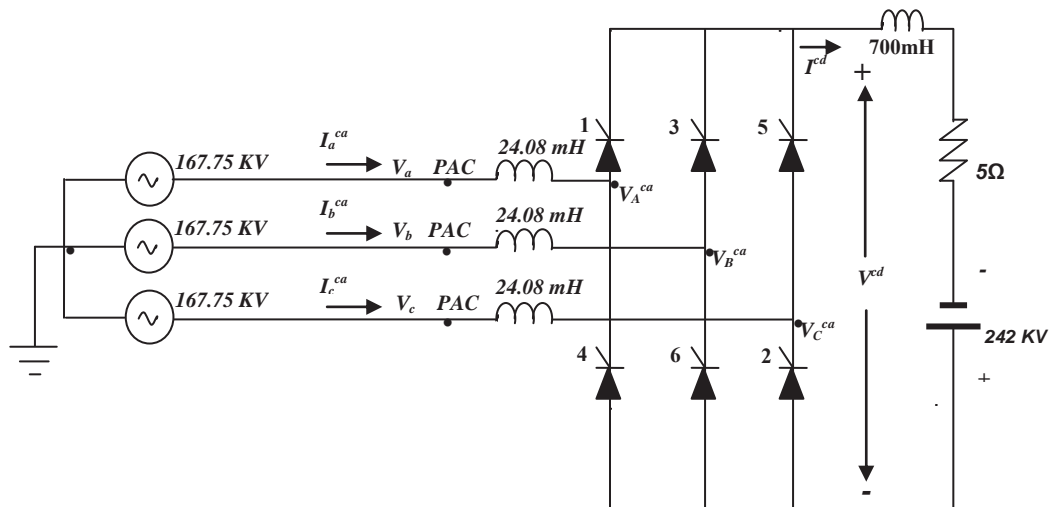
**Figura 3.26** Corriente en el lado de CA. (a) Formas de onda. (b) Espectro armónico.



**Figura 3.27** Voltajes en las terminales de CD del inversor. (a) Formas de onda. (b) Espectro armónico.

### 3.7.2 Operación asimétrica del inversor.

Esta sección presenta resultados numéricos del sistema de la Figura 3.28, bajo variaciones simultáneas de condiciones de operación asimétrica.



**Figura 3.28** Sistema convertidor trifásico CA/CD, operando como inversor.

Las asimetrías corresponden a asimetría en el ángulo de disparo, como se muestra en la Tabla 3.10 y pre distorsión del voltaje de la fuente de CA con las componentes armónicas cuarta y quinta en las fases *b* y *c* respectivamente. Las magnitudes de estas armónicas corresponden al 5% de la componente fundamental, como se muestra en la Figura 3.7. Los valores de los voltajes de CA son de pico de fase a neutro.

**Tabla 3.10** Asimetría en los ángulos de disparo.

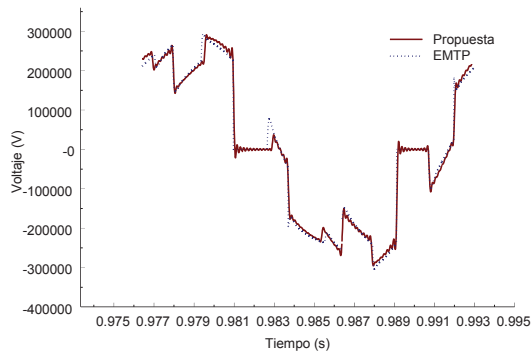
Ángulos de disparo.					
$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$\alpha_6$
128°	126°	125°	127°	124°	129°

Los valores obtenidos para cada uno de los seis ángulos de traslape, se muestran en la Tabla 3.11. En 19 iteraciones se logró la convergencia. Como se esperaba seis valores diferentes se obtuvieron debido a las asimetrías.

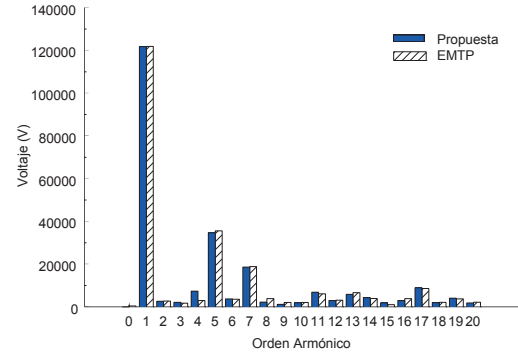
**Tabla 3.11** Ángulos de traslape para la operación asimétrica.

Ángulos de traslape.					
$\mu_{13}$	$\mu_{35}$	$\mu_{51}$	$\mu_{46}$	$\mu_{62}$	$\mu_{24}$
34.8476°	34.3102°	36.0762°	41.7180°	32.2202°	34.6268°

Con el fin de validar los resultados obtenidos por el método propuesto bajo las condiciones de operación asimétricas, el mismo caso fue simulado utilizando el programa de EMTP-ATP [Lasseter 1989]. Las formas de onda también como los espectros armónicos para las variables eléctricas seleccionadas del lado de CA del convertidor operando como inversor son comparadas en las Figuras 3.29 a 3.31. Las simulaciones por el método propuesto consideran 100 armónicas, aunque en el espectro armónico sólo se muestran 20.



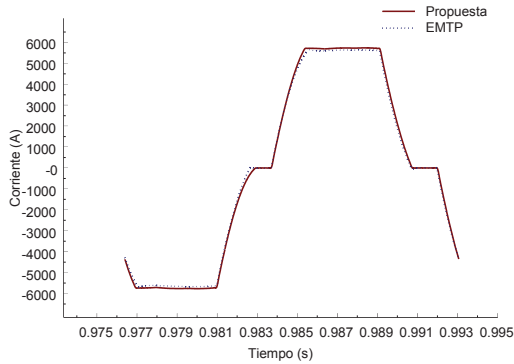
(a)



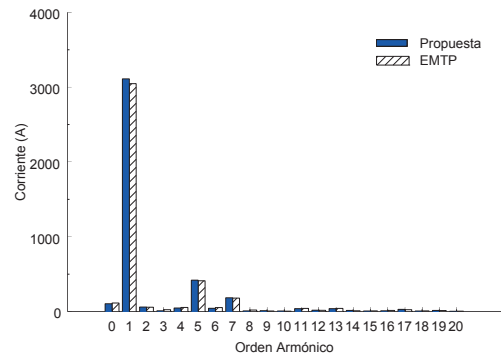
(b)

**Figura 3.29** Voltajes de línea a línea en las terminales de CA del inversor. (a) Forma de onda.

(b) Espectro armónico.

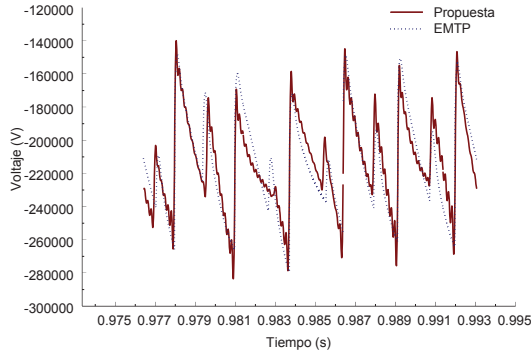


(a)

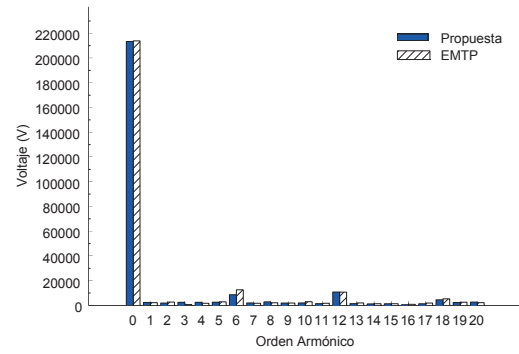


(b)

**Figura 3.30** Corriente en el lado de CA. (a) Formas de onda. (b) Espectro armónico.



(b)



(b)

**Figura 3.31** Voltajes en las terminales de CD del inversor. (a) Formas de onda. (b) Espectro armónico.

Los resultados obtenidos son satisfactorios y bastante cercanos a los que genera el estudio de EMTP. Las formas de onda de la corriente de línea son como se esperaba. El espectro armónico correspondiente a estas formas de onda también se muestra en estas figuras. Los desbalances dan lugar a componentes armónicas no características de todos los órdenes, en adición a las armónicas características. Del espectro armónico de las variables eléctricas del lado de CA se pueden ver notorias componentes armónicas del orden de la quinta y la séptima.

### 3.7.3 El efecto del ángulo de disparo, en el inversor.

Esta sección presenta tres casos de estudio, con el objeto de analizar el efecto de los valores del ángulo de disparo sobre las formas de onda del sistema. La pre distorsión del voltaje de CA de la fuente ha sido eliminada (el sistema es considerado balanceado). Los casos 1 y 2 corresponden a simulaciones considerando valores de ángulos de disparo simétricos de  $\alpha_i^1 = 135^\circ$  y  $\alpha_i^2 = 142^\circ$ ,  $i=1, \dots, 6$ ; respectivamente. El caso 3 corresponde a instantes de ángulos de disparo dados en la Tabla 3.12. Los ángulos de traslape calculados en los casos 1 y 2 son  $29.3358^\circ$  logró la convergencia en 10 iteraciones; y  $14.4581^\circ$  logró la convergencia en 18 iteraciones, respectivamente.

**Tabla 3.12** Asimetría en los ángulos de disparo.

Ángulos de disparo.					
$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$\alpha_6$
135°	136°	138°	139°	141°	142°

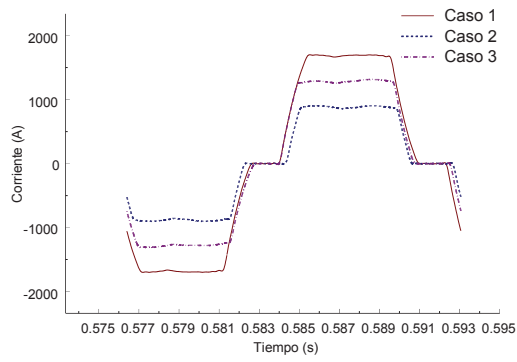
El valor del ángulo de traslape crece cuando el ángulo de disparo decrece. Los ángulos de traslape correspondientes al caso de los ángulos de disparo asimétricos están dados en la Tabla 3.13 y se logró la convergencia en 14 iteraciones. Como se esperaba, los ángulos de disparo desbalanceados producen intervalos de traslape desiguales.

**Tabla 3.13** Ángulos de traslape para el caso3.

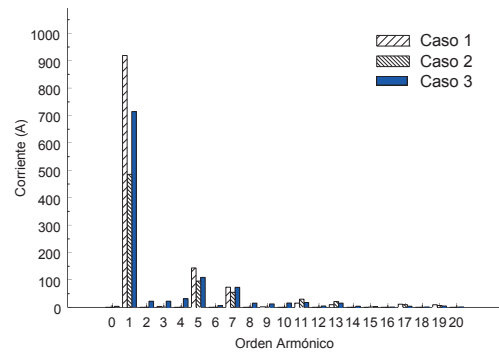
Ángulos de traslape.					
$\mu_{13}$	$\mu_{35}$	$\mu_{51}$	$\mu_{46}$	$\mu_{62}$	$\mu_{24}$
21.6899°	24.9341°	18.3374°	25.4281°	19.7191°	22.6989°

Las formas de onda del sistema y sus espectros armónicos correspondientes se muestran en las Figuras 3.32 a 3.35. Las simulaciones por el método propuesto consideran 50 armónicas, aunque en el espectro armónico sólo se muestran 20. De estas figuras, nuevamente se observa que las corrientes en ambos lados del sistema son más afectadas en magnitud por cambios en los valores de los ángulos de disparo, sin alterar su forma. La magnitud de estas corrientes crece conforme el valor de los ángulos de disparo decrece. También se observa que los ángulos de disparo desbalanceados resultan en la generación de armónicos no característicos en el lado de CA (e.j. 2<sup>a</sup>, 3<sup>a</sup>, 4<sup>a</sup>, 6<sup>a</sup>, 8<sup>a</sup>, 9<sup>a</sup> etc.) tanto en voltaje como en corriente y en el lado de CD, tanto en voltaje como corriente; aunque su magnitud es muy pequeña.



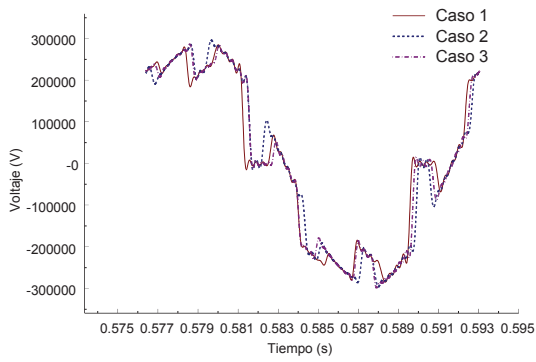


(a)

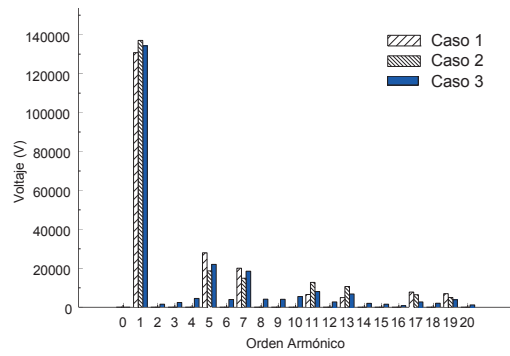


(b)

**Figura 3.32** Corriente en el lado de CA. (a) Formas de onda. (b) Espectro armónico.



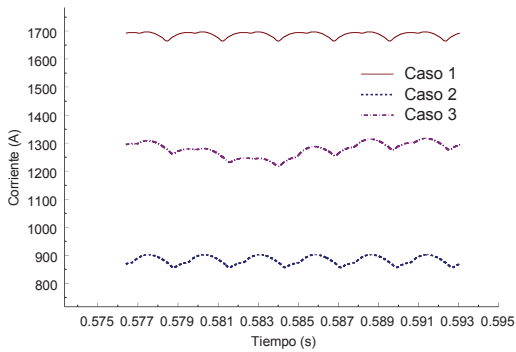
(a)



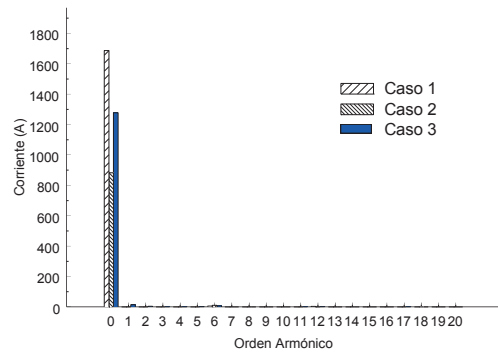
(b)

**Figura 3.33** Voltajes de línea a línea en las terminales de CA del inversor. (a) Formas de onda.

(b) Espectro armónico.

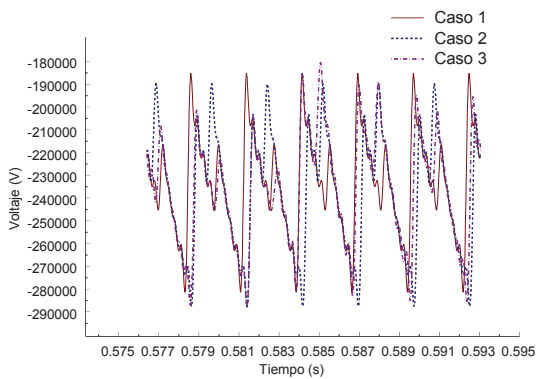


(a)

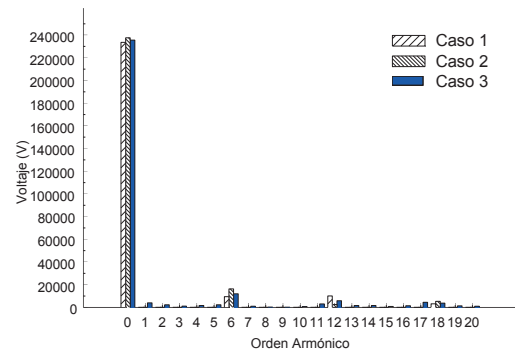


(b)

**Figura 3.34** Corriente en el lado de CD. (a) Formas de onda. (b) Espectro armónico.



(a)



(b)

**Figura 3.35** Voltajes en las terminales de CD del inversor. (a) Formas de onda. (b) Espectro armónico.

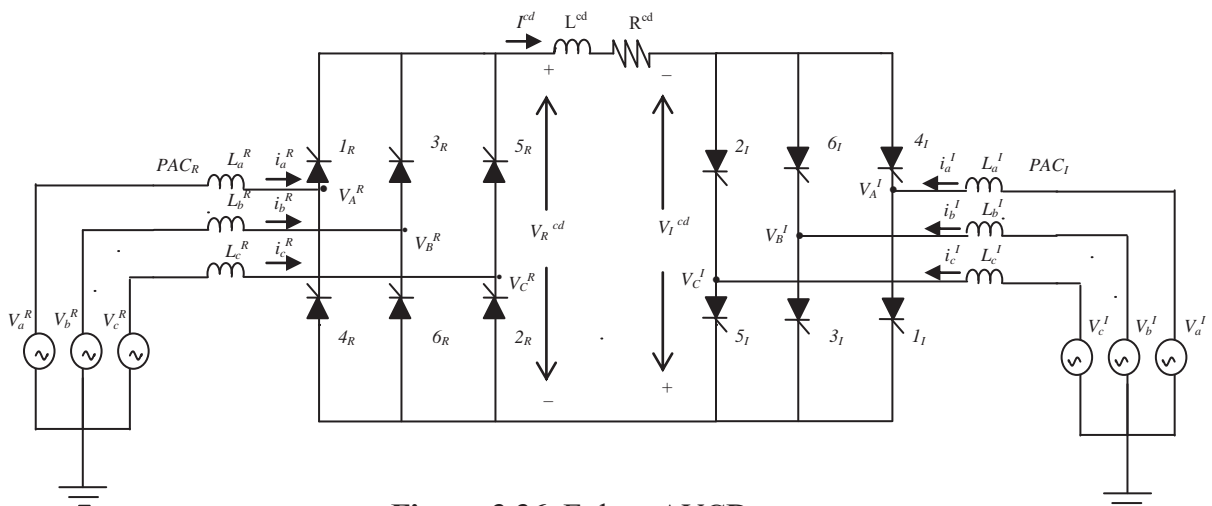
### 3.8 Enlace AVCD

Como se muestra en el capítulo 2 es posible derivar el modelo matemático del enlace AVCD; Figura 3.36, se utilizan los datos para el enlace siguientes:  $V_a^R = V_b^R = V_c^R = V_a^I = V_b^I = V_c^I = 187.794$

$kV$ ,  $60\text{ Hz}$ , transformadores con conexión estrella-estrella y Relación de Transformación de 1.12,  $L_{PRI}^R = L_{PRI}^I = 15.1\text{ mH}$ ; fases  $a$ ,  $b$  y  $c$ ,  $L_{SEC}^R = L_{SEC}^I = 12\text{ mH}$ ; fases  $a$ ,  $b$  y  $c$ ,  $R^{cd} = 5\ \Omega$ ,  $L^{cd} = 700\text{ mH}$ ,  $\alpha_i^R = 18^\circ$ ,  $i=1, \dots, 6$  y  $\alpha_i^I = 128^\circ$ ,  $i=1, \dots, 6$ .

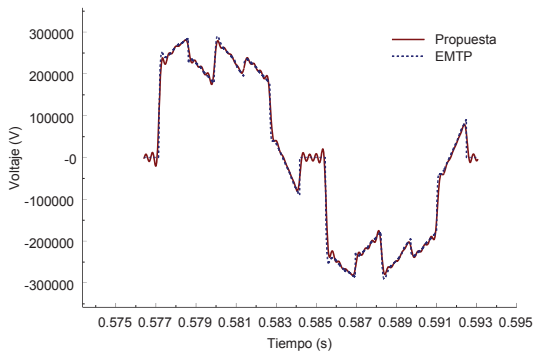
Se procede a simular, el circuito resultante, tanto en el dominio de la frecuencia utilizando la matriz de acoplamiento armónico, como en el dominio del tiempo utilizando el programa de EMTP-ATP [Lasseter 1989].

Los ángulos de traslape calculados son  $28.2790^\circ$  en el rectificador y  $23.1611^\circ$  en el inversor, logró la convergencia en 33 iteraciones. Las simulaciones por el método propuesto consideran 50 armónicas.

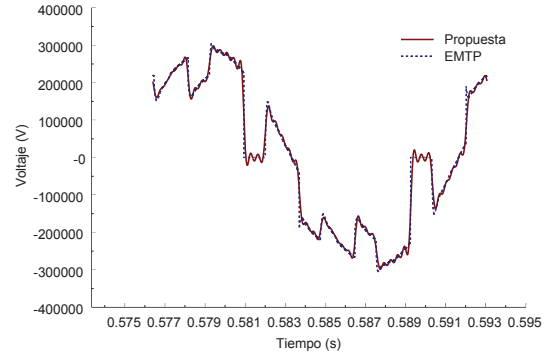


**Figura 3.36** Enlace AVCD.

Las formas de onda para las variables eléctricas seleccionadas sobre la fase  $a$  del lado de CA del enlace AVCD son comparadas en la Figura 3.37 para el voltaje de línea a línea en terminales del rectificador y del inversor, y en la Figura 3.38 la corriente del lado de CA del rectificador y del inversor.

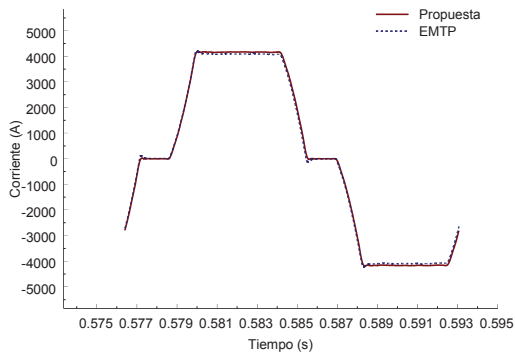


(a)

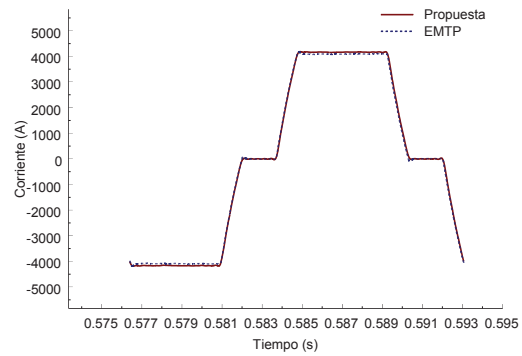


(b)

**Figura 3.37** Forma de onda del voltaje de CA de línea a línea, en las terminales del enlace AVCD, (a) lado del rectificador, (b) lado del inversor.



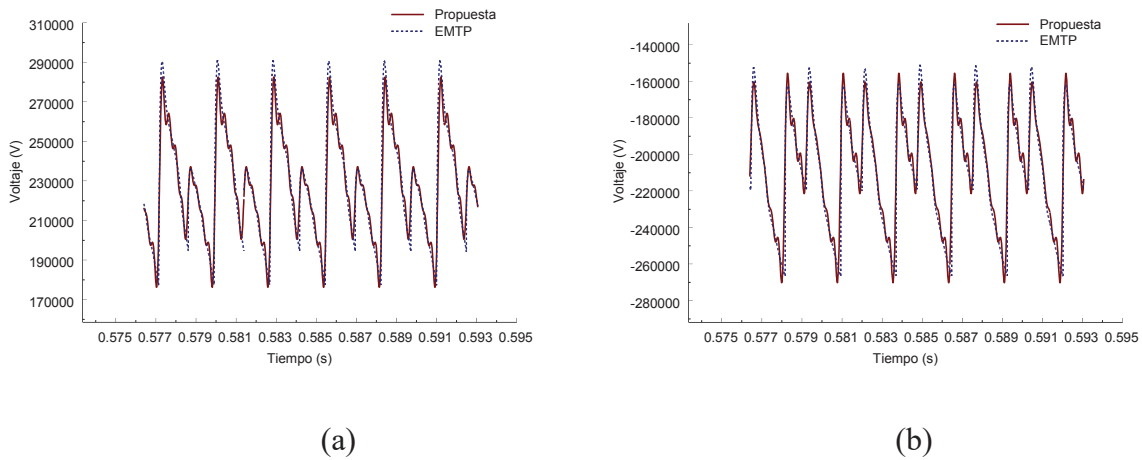
(a)



(b)

**Figura 3.38** Forma de onda de la corriente de CA en las terminales del enlace AVCD, fase a, (a) lado del rectificador, (b) lado del inversor.

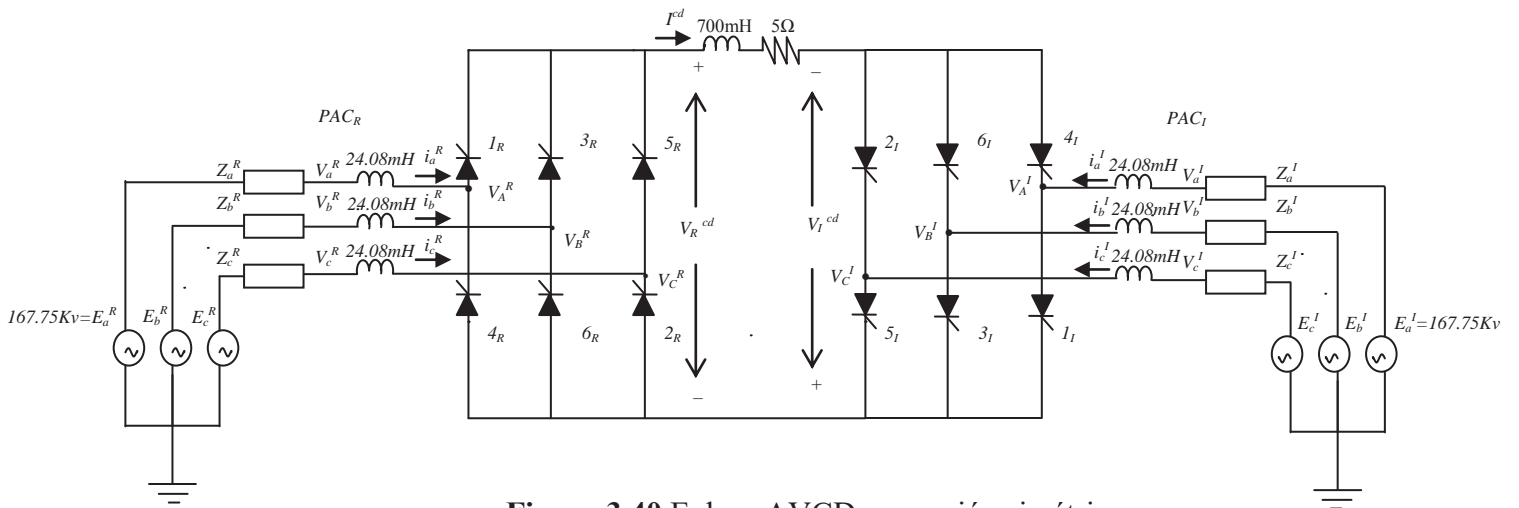
La comparación para el voltaje de CD se encuentra en la Figura 3.39. Como se observa en estas figuras, los resultados obtenidos son satisfactorios y bastante cercanos a los que genera el estudio de EMTP.



**Figura 3.39** Forma de onda del voltaje de CD, en el enlace AVCD, (a) lado del rectificador, (b) lado del inversor.

### 3.8.1 Operación simétrica del enlace AVCD, considerando las impedancias de CA del lado del rectificador y del lado del inversor.

Esta sección presenta resultados numéricos del sistema de la Figura 3.40, considerando impedancias simétricas tanto en el lado del rectificador como del inversor dadas en la Tabla 3.14. Los ángulos de disparo considerados son  $\alpha_i^R = 18^\circ$ ,  $i=1, \dots, 6$ ;  $\alpha_i^I = 135^\circ$ ,  $i=1, \dots, 6$ . Los valores de los voltajes de CA son de pico de fase a neutro.



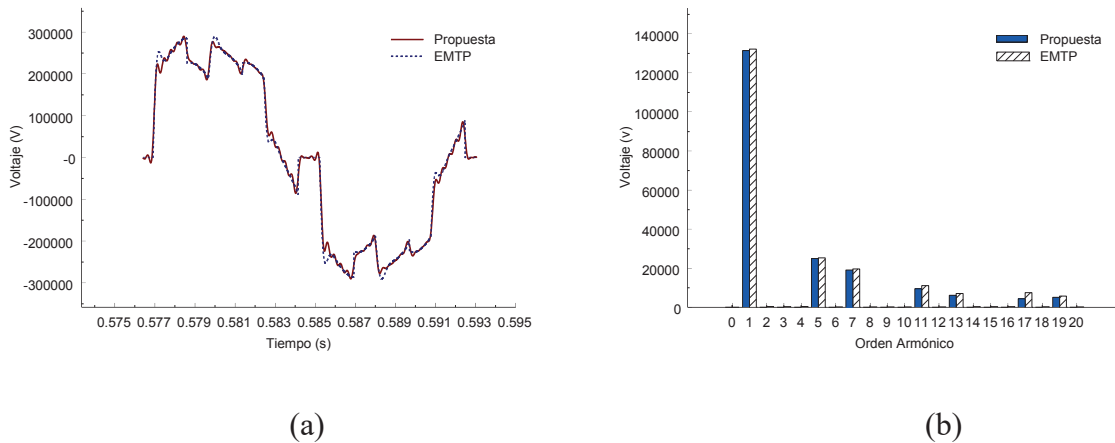
**Figura 3.40** Enlace AVCD, operación simétrica.

Los valores obtenidos para cada uno de los doce ángulos de traslape son:  $\mu_{13}^R = \mu_{35}^R = \mu_{51}^R = \mu_{46}^R = \mu_{62}^R = \mu_{24}^R = 20.4749^\circ$  y  $\mu_{13}^I = \mu_{35}^I = \mu_{51}^I = \mu_{46}^I = \mu_{62}^I = \mu_{24}^I = 23.6093^\circ$ , logró la convergencia en 19 iteraciones.

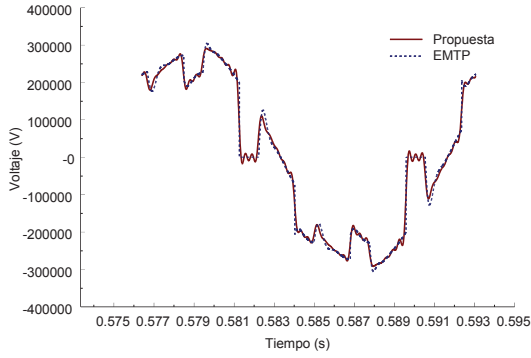
**Tabla 3.14** Impedancias del sistema en el lado del rectificador y del lado del inversor.

Fase <i>a</i>		Fase <i>b</i>		Fase <i>c</i>	
<i>R</i> (Ω)	<i>L</i> (mH)	<i>R</i> (Ω)	<i>L</i> (mH)	<i>R</i> (Ω)	<i>L</i> (mH)
1.1572	44.58	1.1572	44.58	1.1572	44.58

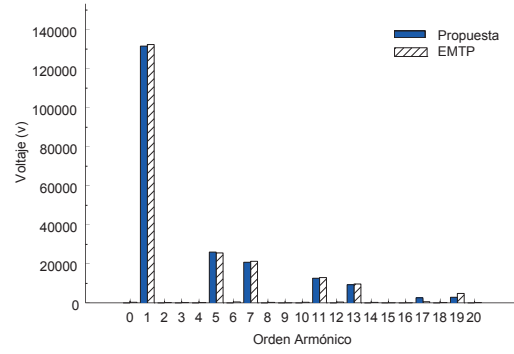
Se procede a simular, el circuito resultante, tanto en el dominio de la frecuencia utilizando la matriz de acoplamiento armónico, como en el dominio del tiempo utilizando el programa de EMT-P-ATP [Lasseter 1989]. Las simulaciones por el método propuesto consideran 50 armónicas, aunque en el espectro armónico sólo se muestran 20. Las formas de onda, así como los espectros armónicos para las variables eléctricas seleccionadas del lado de CA del enlace AVCD son comparadas. En la Figura 3.41 el voltaje en las terminales de línea a línea del rectificador, en la Figura 3.42 el voltaje en las terminales de línea a línea del inversor, en la Figura 3.43 la corriente en la fase a del lado de CA del rectificador y en la Figura 3.44 la corriente en la fase a del lado de CA del inversor.



**Figura 3.41** Voltaje de CA de línea a línea, en las terminales del enlace AVCD, lado del rectificador, (a) Formas de onda, (b) Espectro armónico.

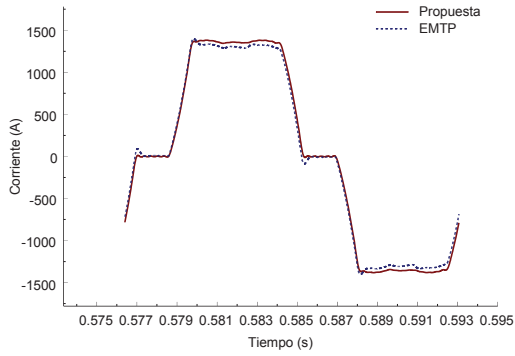


(a)

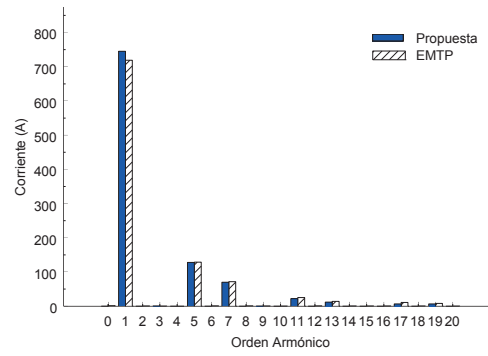


(b)

**Figura 3.42** Voltaje de CA de línea a línea, en las terminales del enlace AVCD, lado del inversor, (a) Formas de onda, (b) Espectro armónico.

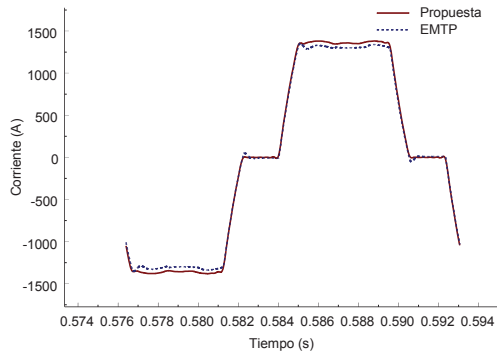


(a)

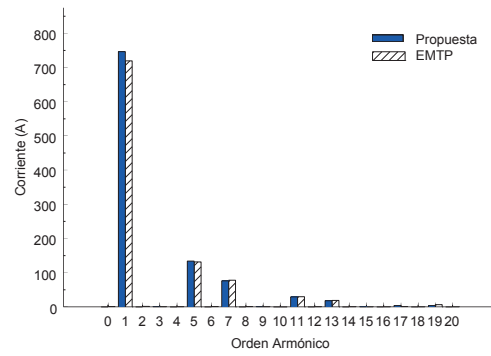


(b)

**Figura 3.43** Corriente de CA en las terminales del enlace AVCD, fase a, lado del rectificador (a) Formas de onda, (b) Espectro armónico.



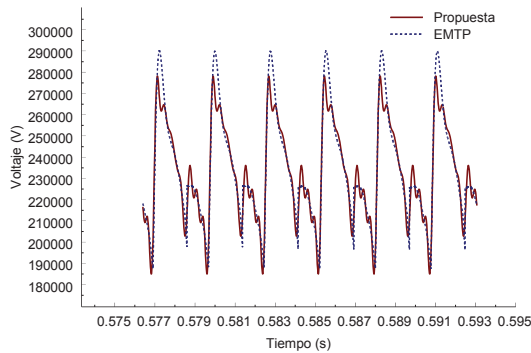
(a)



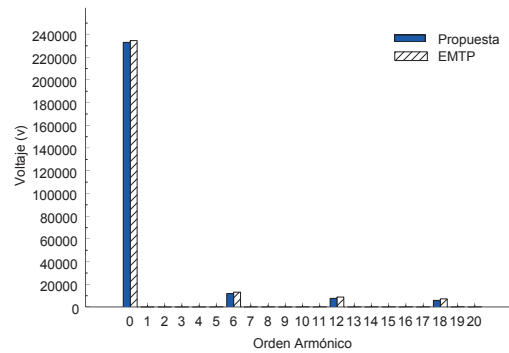
(b)

**Figura 3.44** Corriente de CA en las terminales del enlace AVCD, fase a, lado del inversor  
(a) Formas de onda, (b) Espectro armónico.

La comparación para el voltaje de CD se encuentra en la Figura 3.45 para el lado del rectificador y en la Figura 3.46 para el lado del inversor. Como se observa en estas figuras, los resultados obtenidos son satisfactorios y bastante cercanos a los que genera el estudio de EMTP.



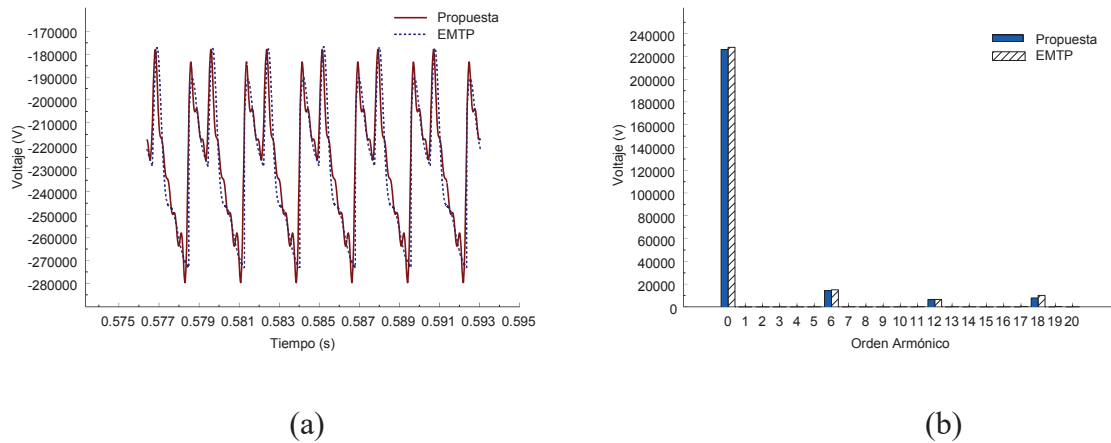
(a)



(b)

**Figura 3.45** Voltaje de CD, en el enlace AVCD, lado del rectificador, (a) Formas de onda, (b) Espectro armónico.

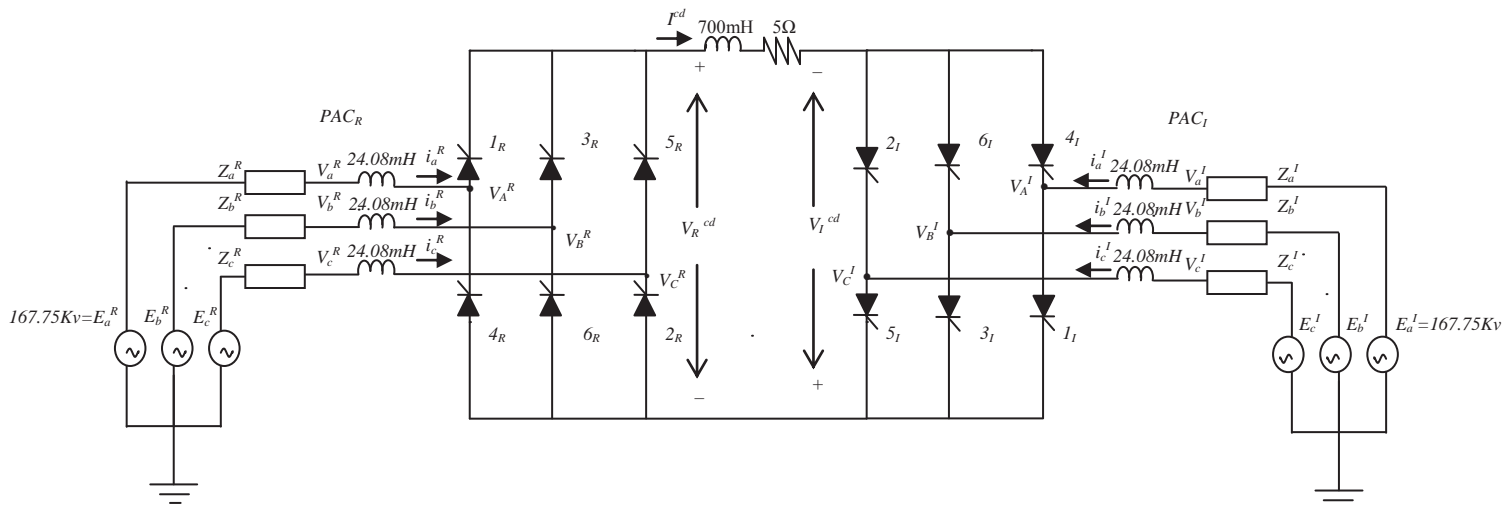




**Figura 3.46** Voltaje de CD, en el enlace AVCD, lado del inversor, (a) Formas de onda, (b) Espectro armónico.

### 3.8.2 Operación asimétrica, en el enlace AVCD.

Esta sección presenta resultados numéricos del sistema de la Figura 3.47, bajo variaciones simultáneas de condiciones de operación asimétrica. Las asimetrías corresponden al 10% de desbalance en la impedancia de CA, tanto del lado del rectificador como del inversor, como se muestra en la Tabla 3.15, asimetría en el ángulo de disparo, como se muestra en la Tabla 3.16 y 3.17 y pre distorsión del voltaje de la fuente de CA con las componentes armónicas cuarta y quinta en las fases *b* y *c* respectivamente; tanto en el rectificador como en el inversor. Las magnitudes de estas armónicas corresponden al 5% de la componente fundamental como se muestra en la Figura 3.7. Los valores de los voltajes de CA son de pico de fase a neutro. Las simulaciones por el método propuesto consideran 70 armónicas, aunque en el espectro armónico sólo se muestran 20.



**Figura 3.47** Enlace AVCD, operación asimétrica.

**Tabla 3.15** Impedancias del sistema de CA, en el lado del rectificador y en el lado del inversor.

Fase <i>a</i>		Fase <i>b</i>		Fase <i>c</i>	
<i>R</i> (Ω)	<i>L</i> (mH)	<i>R</i> (Ω)	<i>L</i> (mH)	<i>R</i> (Ω)	<i>L</i> (mH)
1.1572	44.58	1.2729	49.038	1.0414	40.122

**Tabla 3.16** Asimetría en los ángulos de disparo, para el rectificador.

Ángulos de disparo.					
$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$\alpha_6$
18°	15°	23°	14°	19°	25°

**Tabla 3.17** Asimetría en los ángulos de disparo, para el inversor.

Ángulos de disparo.					
$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$\alpha_6$
128°	126°	125°	127°	124°	129°

Los valores obtenidos para cada uno de los doce ángulos de traslape; se muestran en las Tablas 3.18 y 3.19. Como se esperaba doce valores diferentes se obtuvieron debido a las asimetrías. Logró la convergencia en 16 iteraciones.

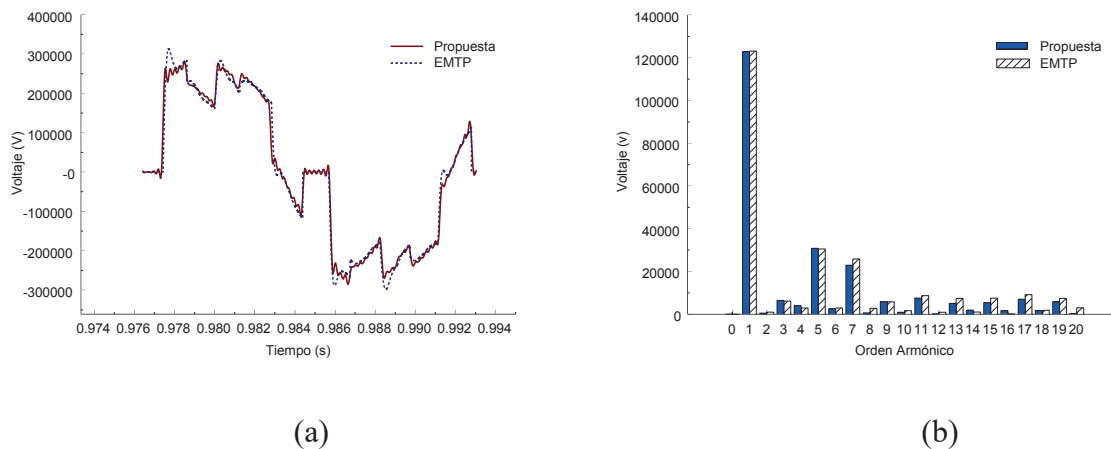
**Tabla 3.18** Ángulos de traslape para la operación asimétrica, rectificador.

Ángulos de traslape					
$\mu_{13}^R$	$\mu_{35}^R$	$\mu_{51}^R$	$\mu_{46}^R$	$\mu_{62}^R$	$\mu_{24}^R$
29.2352°	30.8802°	30.9153°	26.7510°	32.4293°	33.4734°

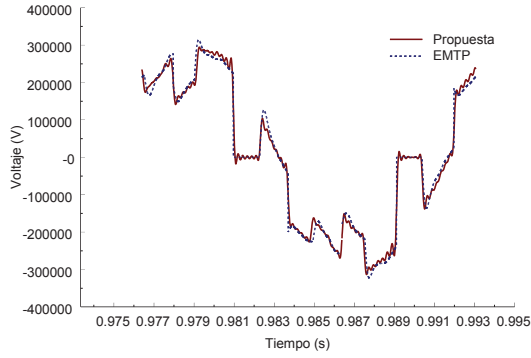
**Tabla 3.19** Ángulos de traslape para la operación asimétrica, inversor.

Ángulos de traslape					
$\mu_{13}^I$	$\mu_{35}^I$	$\mu_{51}^I$	$\mu_{46}^I$	$\mu_{62}^I$	$\mu_{24}^I$
27.2000°	25.4268°	24.5185°	28.5379°	24.1663°	24.3725°

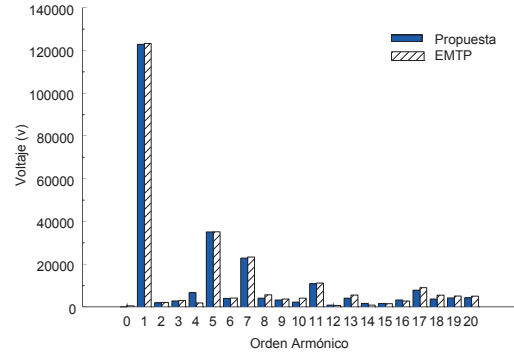
Las formas de onda, así como los espectros armónicos; para las variables eléctricas seleccionadas del lado de CA del enlace AVCD son comparadas. En la Figura 3.48 el voltaje en las terminales de línea a línea del rectificador, en la Figura 3.49 el voltaje en las terminales de línea a línea del inversor, en la Figura 3.50 la corriente en la fase a del lado de CA del rectificador y en la Figura 3.51 la corriente en la fase a del lado de CA del inversor.



**Figura 3.48** Voltaje de CA de línea a línea, en las terminales del enlace AVCD, lado del rectificador, (a) Formas de onda, (b) Espectro armónico.

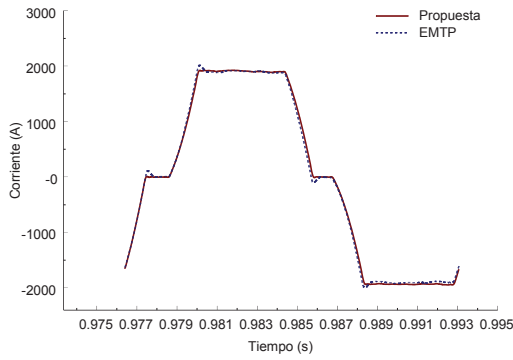


(a)

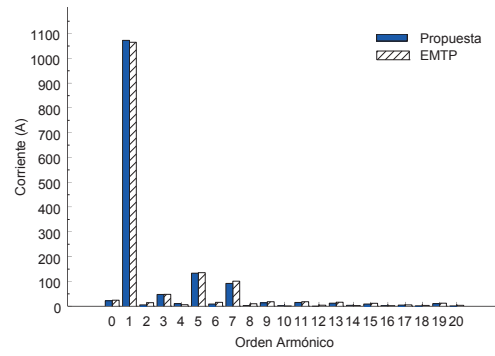


(b)

**Figura 3.49** Voltaje de CA de línea a línea, en las terminales del enlace AVCD, lado del inversor, (a) Formas de onda, (b) Espectro armónico.

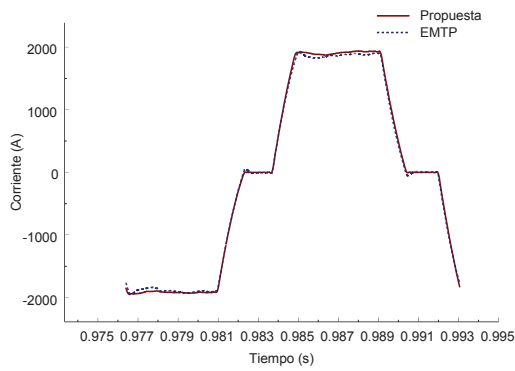


(a)

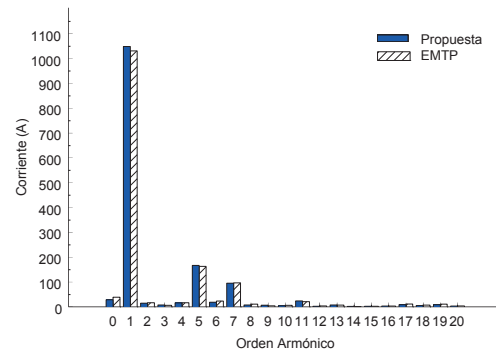


(b)

**Figura 3.50** Corriente de CA en las terminales del enlace AVCD, fase a, lado del rectificador, (a) Formas de onda, (b) Espectro armónico.



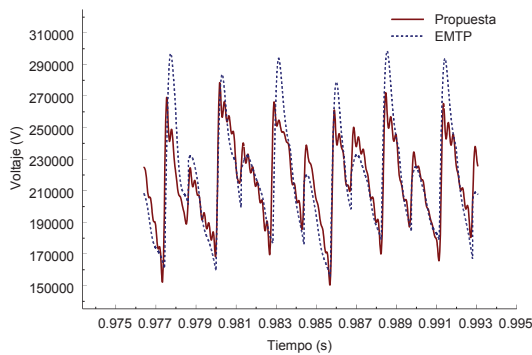
(a)



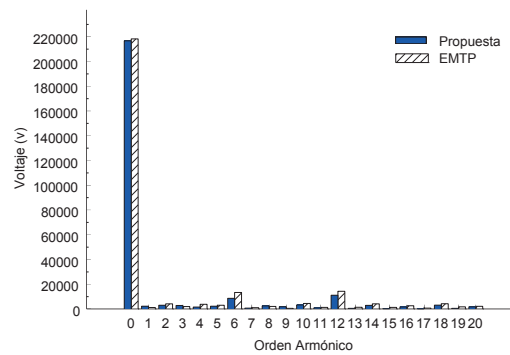
(b)

**Figura 3.51** Corriente de CA en las terminales del enlace AVCD, fase a, lado del inversor, (a) Formas de onda, (b) Espectro armónico.

La comparación para el voltaje de CD se encuentra en la Figura 3.52 para el lado del rectificador y en la Figura 3.53 para el lado del inversor. Como se observa en estas figuras, los resultados obtenidos son satisfactorios y bastante cercanos a los que genera el estudio de EMTP.

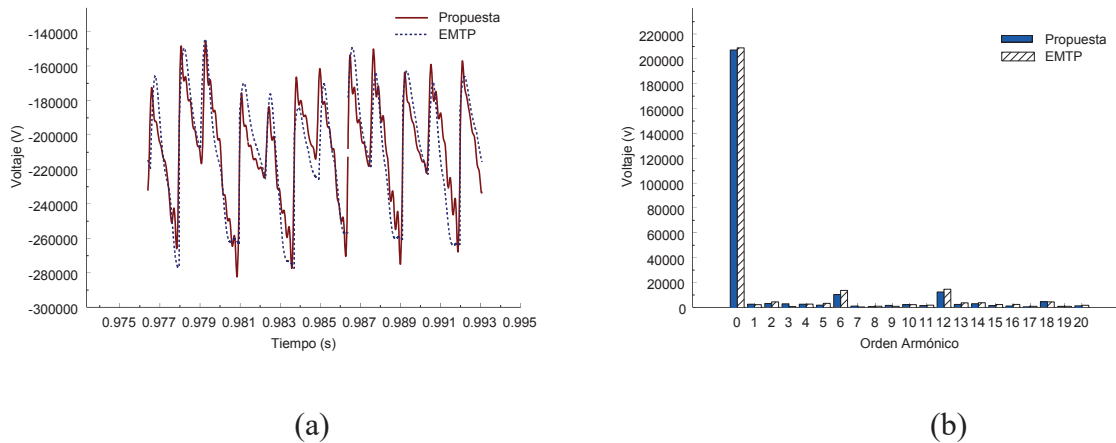


(a)



(b)

**Figura 3.52** Voltaje de CD, en el enlace AVCD, lado del rectificador, (a) Formas de onda, (b) Espectro armónico.



**Figura 3.53** Voltaje de CD, en el enlace AVCD, lado del inversor, (a) Formas de onda, (b) Espectro armónico.

Los desbalances dan lugar a componentes armónicas no características de todo orden en adición a las armónicas características, tanto en el lado del rectificador como en el lado del inversor; así como en el lado de CA y en el lado de CD.

### 3.8.3 El efecto del ángulo de disparo, en el enlace AVCD.

Con el objeto de analizar el efecto de los valores del ángulo de disparo sobre las formas de onda del sistema, esta sección presenta tres casos: La asimetría de 10% en la impedancia de CA y la pre distorsión del voltaje de CA de la fuente ha sido eliminada (el sistema es considerado balanceado). Los casos 1 y 2 corresponden a simulaciones considerando valores de ángulos de disparo simétricos: caso 1:  $\alpha_i^R = 18^\circ$  y  $\alpha_i^I = 135^\circ$   $i=1, \dots, 6$  y caso 2:  $\alpha_i^R = 25^\circ$  y  $\alpha_i^I = 140^\circ$   $i=1, \dots, 6$ . El caso 3 corresponde a instantes de ángulos de disparo dados en las Tablas 3.16 y 3.17. Los ángulos de traslape calculados son caso 1:  $\mu^R = 23.6093^\circ$  y  $\mu^I = 20.4749^\circ$  logró la convergencia en 19 iteraciones y caso 2:  $\mu^R = 12.7941^\circ$  y  $\mu^I = 11.7832^\circ$  logró la convergencia en 24 iteraciones. El valor del ángulo de traslape crece cuando el ángulo de disparo decrece, tanto en el lado del rectificador como en el lado del inversor. Los ángulos de traslape correspondientes al caso de los ángulos de disparo asimétricos están dados en las Tablas 3.20 y 3.21. Como se

esperaba, los ángulos de disparo desbalanceados producen intervalos de traslape desiguales. Logró la convergencia en 16 iteraciones.

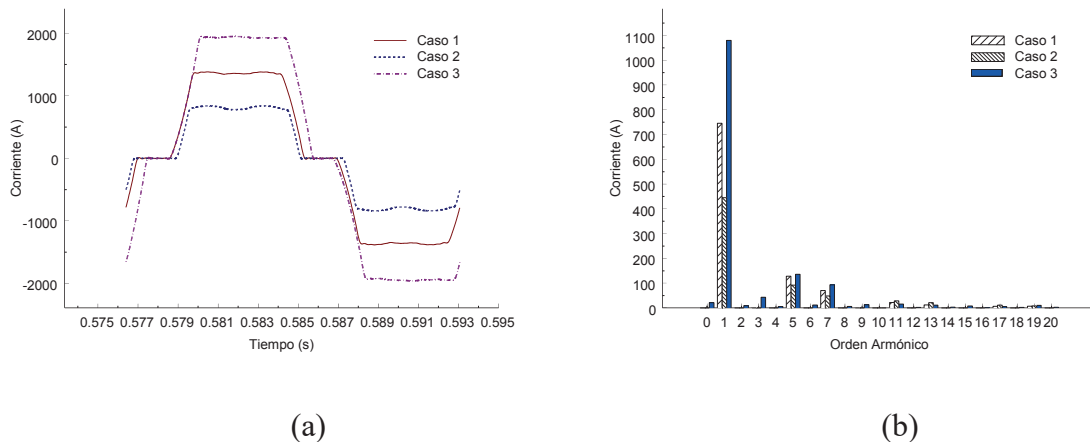
**Tabla 3.20** Ángulos de traslape para ángulos de disparo asimétricos, rectificador.

Ángulos de traslape					
$\mu_{13}^R$	$\mu_{35}^R$	$\mu_{51}^R$	$\mu_{46}^R$	$\mu_{62}^R$	$\mu_{24}^R$
27.6650°	30.2935°	30.8530°	26.8584°	32.6139°	33.1460°

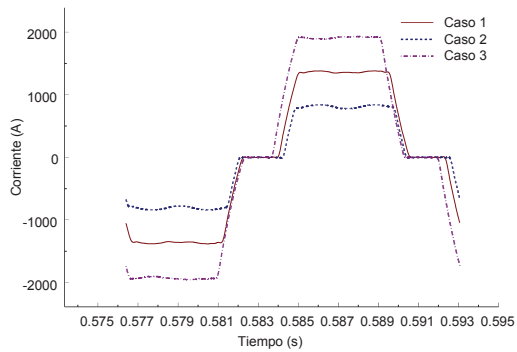
**Tabla 3.21** Ángulos de traslape para ángulos de disparo asimétricos, inversor.

Ángulos de traslape					
$\mu_{13}^I$	$\mu_{35}^I$	$\mu_{51}^I$	$\mu_{46}^I$	$\mu_{62}^I$	$\mu_{24}^I$
25.1579°	24.3067°	26.9345°	28.2664°	25.3671°	26.3833°

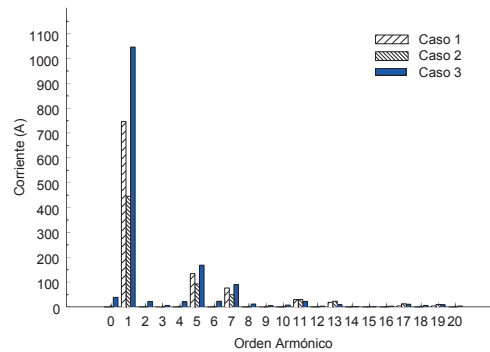
Las formas de onda del sistema y sus espectros armónicos correspondientes se muestran en las Figuras 3.54 a 3.60. Las simulaciones por el método propuesto consideran 50 armónicas, aunque en el espectro armónico sólo se muestran 20.



**Figura 3.54** Corrientes de CA en el lado del rectificador. (a) Formas de onda. (b) Espectro armónico.

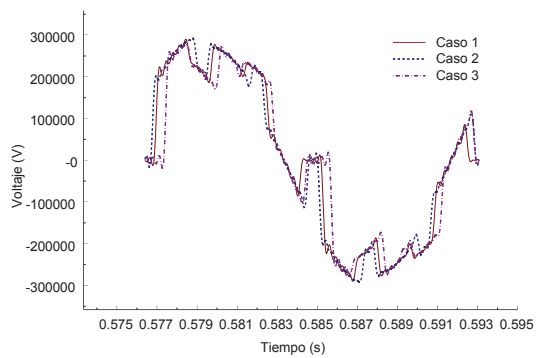


(a)

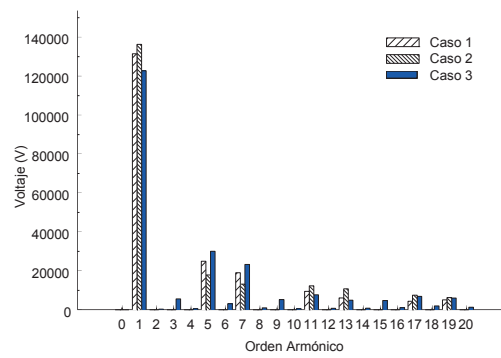


(b)

**Figura 3.55** Corrientes de CA en el lado del inversor. (a) Formas de onda. (b) Espectro armónico.



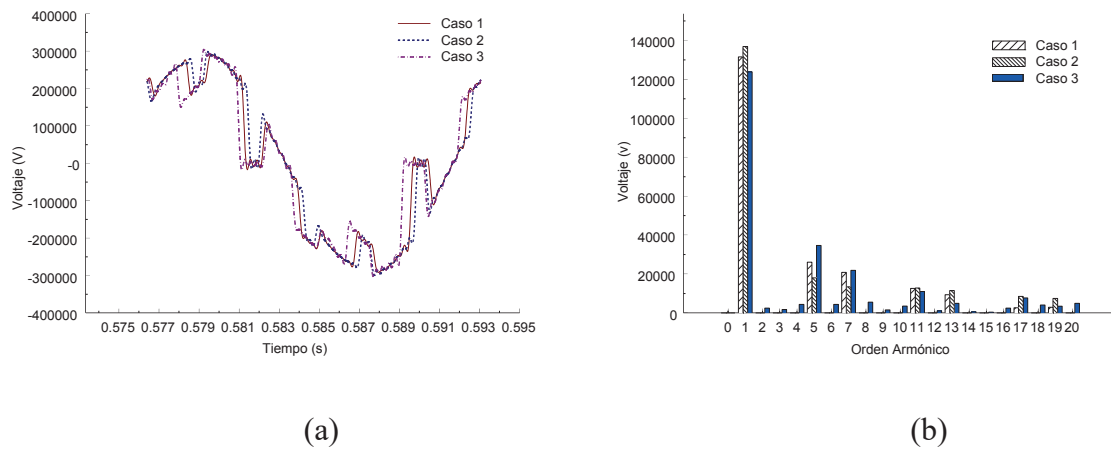
(a)



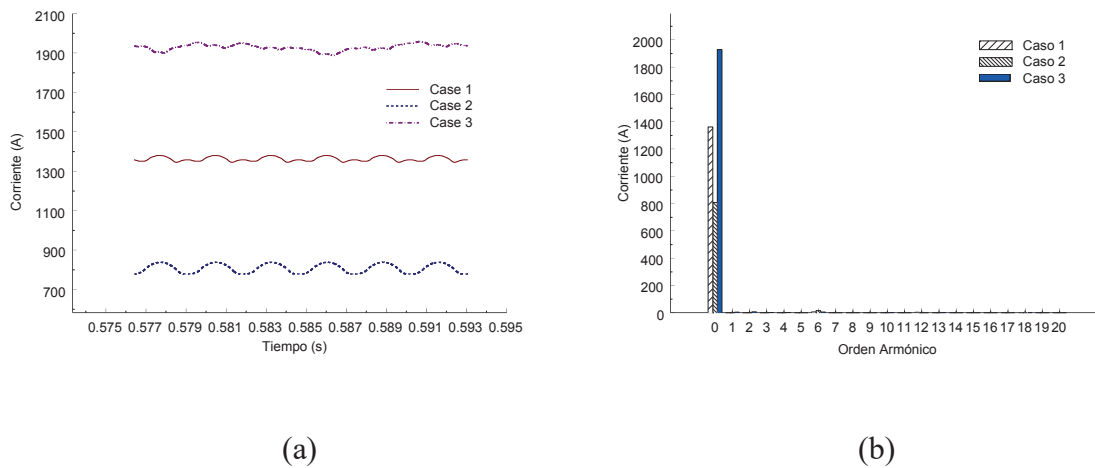
(b)

**Figura 3.56** Voltajes de línea a línea en las terminales de CA del lado del rectificador. (a) Formas de onda. (b) Espectro armónico.



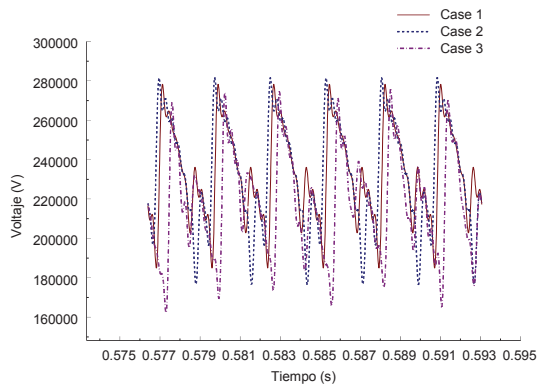


**Figura 3.57** Voltajes de línea a línea en las terminales de CA del lado del inversor. (a) Formas de onda. (b) Espectro armónico.

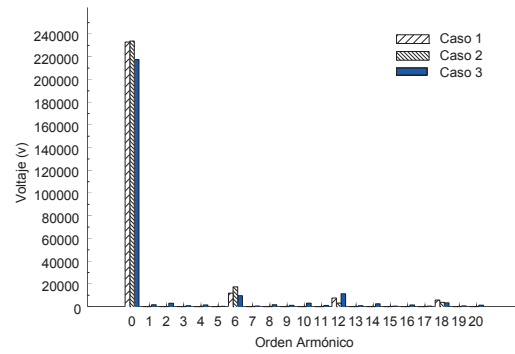


**Figura 3.58** Corrientes en el lado de CD. (a) Formas de onda. (b) Espectro armónico.

De estas figuras, nuevamente se observa que las corrientes en ambos lados del sistema son más afectadas en magnitud por cambios en los valores de los ángulos de disparo, sin alterar su forma. La magnitud de estas corrientes crece conforme el valor de los ángulos de disparo decrece.

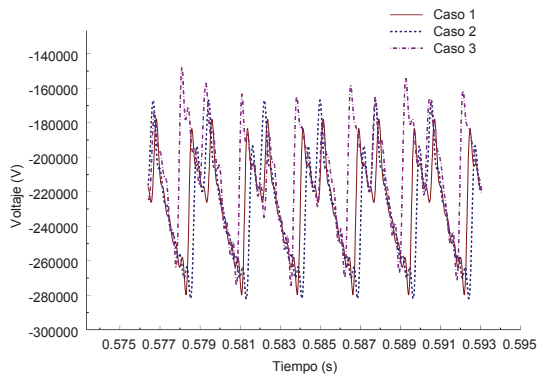


(a)

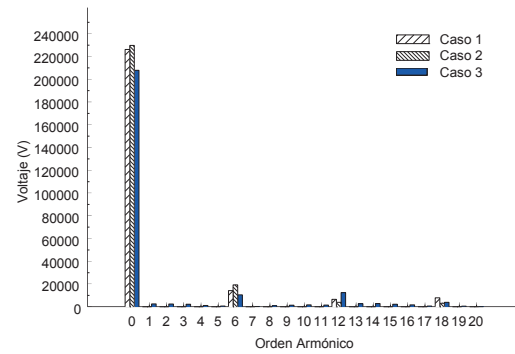


(b)

**Figura 3.59** Voltajes en las terminales de CD del lado del rectificador. (a) Formas de onda. (b) Espectro armónico.



(a)



(b)

**Figura 3.60** Voltajes en las terminales de CD del lado del inversor. (a) Formas de onda. (b) Espectro armónico.

También se observa que los ángulos de disparo desbalanceados resultan en la generación de armónicos no característicos en el lado de CA del rectificador (e.j. 2<sup>a</sup>, 3<sup>a</sup>, 4<sup>a</sup>, 6<sup>a</sup>, 8<sup>a</sup>, 9<sup>a</sup>, 15<sup>a</sup>, etc.) y en el lado de CA del inversor (e.j. 2<sup>a</sup>, 3<sup>a</sup>, 4<sup>a</sup>, 6<sup>a</sup>, 8<sup>a</sup>, 9<sup>a</sup>, 10<sup>a</sup>, etc.) y en el lado de CD aunque su magnitud es muy pequeña.

# CAPITULO 4

## CONCLUSIONES, RECOMENDACIONES Y TRABAJOS FUTUROS.

### 4.1 Conclusiones.

Se ha extendido el método propuesto en [Jalali *et al.* 1994] para evaluar la interacción armónica entre un sistema de potencia y un convertidor trifásico CA/CD, operando tanto como rectificador así como inversor. El sistema eléctrico es representado como un equivalente de Thevenin, dependiente de la frecuencia, en terminales del convertidor. La acción de encendido y apagado de los tiristores, la cual es dependiente del tiempo, se modela por medio de funciones de conmutación. Se definen dos tipos de funciones para cada par de tiristores, las cuales corresponden al proceso de inter-conmutación y conmutación, respectivamente. Se asume que la inductancia del lado de CD tiene un valor tal que permite una forma de onda continua de corriente.

El modelado de los componentes que integran el sistema se efectúa en el dominio de la frecuencia. Esto permite obtener la solución periódica sin necesidad de efectuar primeramente un análisis transitorio. El sistema CA/CD es modelado como una red de dos puertos con la finalidad de relacionar las variables eléctricas en ambos lados del convertidor. El método de solución utiliza el concepto de matriz de acoplamiento armónico, lo cual permite representar de manera adecuada la interacción existente entre los armónicos generados en ambos lados del circuito convertidor. Matemáticamente, la relación existente entre los componentes armónicos asociados a las variables eléctricas es representada por un conjunto de ecuaciones algebraicas lineales.

Asimismo, se definen ecuaciones de restricción que relacionan los ángulos de encendido y de traslape. Debido a que estas ecuaciones son trascendentales, deben ser resueltas de manera iterativa. Estas ecuaciones son resueltas para los ángulos de traslape por medio de la técnica de Newton-Rapshon. Se proponen ecuaciones analíticas para linealizar las ecuaciones de restricción. Asimismo, se describe la manera de inicializar adecuadamente los valores de ángulo de traslape.

Se ha aplicado un método secuencial para el análisis del sistema CA/CD. Para valores dados de ángulos de disparo y traslape, se resuelve el conjunto de ecuaciones algebraicas lineales con la finalidad de obtener los componentes armónicos del voltaje en el punto de acoplamiento del sistema de CA y el convertidor, así como aquellos asociados a la corriente directa. Con estos componentes armónicos conocidos, y los valores dados de ángulos de encendido y traslape, se verifica que las ecuaciones de restricción cumplan con cierta tolerancia especificada. De no cumplir esta tolerancia, las ecuaciones de restricción linealizadas son resueltas para obtener nuevos valores de ángulo de traslape. Esta solución secuencial se repite hasta que las ecuaciones de restricción cumplan con la tolerancia ( $10^{-3}$ ). Una vez satisfecha esta restricción, se calculan los componentes armónicos de la corriente del lado de CA y el voltaje en terminales de CD. Debido a que el conjunto de ecuaciones lineales y las ecuaciones de restricción no se resuelven de manera unificada, el proceso iterativo no tiene convergencia cuadrática.

Los componentes de planta de Potencia formando ambos sistemas CA y CD se pueden incorporar dentro del modelo matricial armónico. Por lo tanto, todos los detalles del sistema convertidor son modelados simultáneamente para con precisión determinar el contenido armónico de la solución de estado estable bajo ambas condiciones de operación simétrica y asimétrica. El método desarrollado es aplicado al análisis de convertidores trifásicos en el dominio de las fases; considerando tanto condiciones de operación balanceadas como desbalanceadas. De igual forma se logró modelar el transformador del convertidor con la conexión estrella delta. Además se modeló la operación del convertidor como inversor así como el enlace AVCD. Los resultados numéricos obtenidos por la metodología descrita concuerdan con los obtenidos por simulaciones en el dominio del tiempo mediante el simulador para estudios de transitorios electromagnéticos EMTP, ampliamente aceptado y utilizado por la industria de potencia. La formulación del problema se puede aplicar a convertidores de conmutación forzada.

El número de armónicos utilizado en el dominio de la frecuencia, debe ser adecuado ya que si es muy pequeño los resultados varían y se introducen errores en las formas de onda y los espectros armónicos respectivos, en este trabajo se utilizaron 50 armónicos con lo cual obtenemos buenos resultados.

Por lo anterior se considera que se logró cumplir con el objetivo de la tesis.

#### **4.2 *Recomendaciones y trabajos futuros.***

Como posibles trabajos futuros se recomienda lo siguiente:

Modelar el sistema CA/CD de manera unificada tal que las ecuaciones de restricción y las ecuaciones algebraicas lineales sean resueltas simultáneamente. Lo anterior permitirá obtener soluciones con convergencia cuadrática.

Considerar diferentes esquemas de encendido de los tiristores y cuantificar su efecto en la generación de armónicos, así como en la interacción armónica.

Modelar sistemas trifásicos con 12 pulsos, logrando con esto generalizar el modelado a “n” pulsos.

## BIBLIOGRAFIA

[Arrillaga *et al.* 1995]

J. Arrillaga, A. Medina, M. L. V. Lisboa and M. A. Cavia. "The Harmonic Domain. A Frame of Reference for Power System Harmonic Analysis". *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 1, No. 1. February 1995, pp. 433-440.

[Arrillaga *et al.* 2008]

J. Arrillaga, and N.R. Watson. "The Harmonic Domain Revisited". IEEE pp. 1-9.

[Baghzouz 1988]

Baghzouz Y. and Ertem S. M. "A Direct Method to compute Voltage Harmonic Distorsion Caused by Static Power Converters" [Journal] // Proceedings of the Third International Conference on Harmonics in Power Systems". - September 1988. - pp. 46-50.

[Bathurst *et al.* 1999]

Bathurst G. N., Smith B. C., Watson N. R. and Arrillaga J. "Harmonic domain modeling of high-pulse converters," Proc. of the IEE, Electric Power Applications, vol. 146, no. 3, July 1999, pp. 335-340.

[Bohman *et al.* 1989]

Bohman L. J. and Lasseter R. H. "Harmonic Interactions in Thyristor Controlled Reactor Circuits". [Journal] // IEEE Transactions on Power Delivery.. - July 1989.. - pp. vol.4, no.3, pp.1919-1925.

[Carbone *et al.* 2005]

Rosario Carbone, Francesco De Rosa, RobertoLangella, and Alfredo Testa, "A New Approach for the Computation of Harmonics and Interharmonics Produced by Line-

Commutated AC/DC/AC Converters". IEEE Transactions on power delivery, vol. 20, no. 3, july 2005, pp 2227-2234.

[Chamni *et al.* 2009]

Chamni Jaipradidtham, Prayuth Inban. "The Harmonic Impedances and Voltage Source Transients Model of 12 Pulse AC-DC Converters for Harmonic Flow Analysis Using Discrete Wavelet Transform." IEEE TENCON 2009 pp. 1-4.

[Chang *et al.* 2006]

Chang G. W. Chin Y.C. and Lee S.H. "Efficient approach to characterizing harmonic currents generated by a cluster of three-phase AC/DC converters". [Journal] // IEE Proceedings Electric Power Applications. Vol. 153, No 5, Septiembre 2006. - pp. 742-749.

[Chang, Chin, *et al.* 2006]

Chang G. W., Chin Y. C., Lee S. H. "Analyzing Input Harmonic Currents of a Six-pulse AC/DC Converter by an Efficient Time-domain Approach". IEEE, ICIEA 2006, pp.

[Chang *et al.* 2009]

Chang G. W. and Chin Y.C. "Efficient time-domain algorithm for calculation of harmonic currents produced by a cluster of AC/DC converters with the consideration of load variations". IET Power Electron., 2009. Vol. 2, Iss. 3, pp. 227-240.

[Christoforidis *et al.* 1990]

Christoforidis G. P. and Sakis Melipoulos A. P. Effects of Modelling on the Accuracy of Harmonic Analysis". [Journal] // IEEE Transactions on Power Delivery.. - July 1990.. - pp. vol.5, no.3, pp. 1598-1607.

[Christoforidis 1990]

Christoforidis. G.P. "Harmonic Analysis Of Power Systems Connected To A Converter Substations". [Journal] // Georgia Institute Of Technology.. - 1990.. - pp. pp. 1-14.

[Gang *et al.* 2009]

Wang Gang, Li Zhikeng, Li Haifeng, Li Xiaolin, Fu Chuang. "HVDC Converter Modeling and Harmonic Calculation under Asymmetric Faults in the AC System". IEEE. Pp. 1-6.

[Gutiérrez 1999]

Gutiérrez S. O. Análisis de Interacción e Inestabilidad Armónica entre Sistemas Eléctricos de Potencia y Circuitos Convertidores. - Morelia : Instituto Tecnológico de Morelia, 1999sis de maestría.

[Hammad 1992]

Hammad A.E. "Analysis of Second Harmonic Instability for the Chateauguay HVDC/SVC Scheme" [Journal] // IEEE Transactions on Power Delivery. - January 1992. - pp. Vol. 7, No. 1, pp. 410-415.

[Hume *et al.* 2003]

Hume D. J., Wood A. R. and Osauskas C. M. "Frequency domain modelling of interharmonics in HVDC systems" [Journal] // IEE Proc.-Gen. Transm. Distrib.150. - January 2003. - pp. 41-48.

[Jalali *et al.* 1991]

Jalali S. G. and Lasseter R. H. "Harmonic Interactions of Power Systems with Static Switching circuits". [Journal] // IEEE Industry Applications Society, Annual Meeting.. - 1991.. - pp. pp 330-337..

[Jalali *et al.* 1994]

Jalali S. G. and Lasseter R. H. "Study of nonlinear harmonic interaction between a single phase line-commutated converter and a power system" [Journal] // IEEE Transactions Power Delivery 9 . - July 1994. - pp. 1616-1624.



[Jalali *et al.* 1992]

Jalali S.G. and Lasseter R.H. "Harmonic instabilities in Advanced Series Compensators"  
[Journal] // EPRI FACTS Conference, Boston MA. - mayo 1992. - p. 19.

[Karawita *et al.* 2009]

Chandana Karawita, and Udaya D. Annakkage. "Multi-Infeed HVDC Interaction Studies Using Small-Signal Stability Assessment". IEEE Transactions on power delivery, vol. 24., no. 2, april 2009. pp. 910-918.

[Kassakian *et al.* 1991]

Kassakian J. G., Schlecht M. F. and Verghese G. C. "Principles of Power Electronics"  
[Book]. - New York : Addison-Wesley Publishing Co., 1991.

[Kimbark 1971]

Kimbark E. W. "Direct Current Transmisi3n, vol 1" [Book]. - New York : Wiley Interscience, 1971.

[Kitchin 1981]

Kitchin R.H. "New Method for Digital Computer Evaluation of Converter Harmonics in Power Systems Using State Variable Analysis" [Journal] // IEE Proceedings. - july, 1981.. - pp. vol. 128, pt. C, pp. 196-207.

[Larsen *et al.* 1989]

Larsen E. V., Baker D. H. and McIver J. C. "Low order harmonic interaction on AC-DC systems" [Journal] // IEEE Transactions on Power Delivery. - January 1989. - pp. 493-501.

[Lasseter 1989]

Lasseter R. H. "Electromagnetic Transients Program: TACS, Final Report". [Journal] // EPRI Report. - June 1989.. - pp. EL-4651, vol.4.

[Louie *et al.* 2006]

Louie K. W., Wilson P., Wachal R. W., Wang A., Buchanan P. "HVDC Power System Harmonic Analysis in the Time and Frequency Domains". IEEE. International Conference on Power System Technology.

[Madrigal 1997]

Madrigal Martinez Manuel. "Análisis armónico en sistemas eléctricos". June 1997. Morelia. Instituto Tecnológico de Morelia. Apuntes.

[Mathur *et al.* 1977]

Mathur R. M. and Sharaf A. M. "Harmonics on DC side in HVDC conversion". [Journal] // IEEE transactions on Power Apparatus and Systems.. - September/October, 1977. - pp. vol. PAS-96, pp. 1631-1638.

[Mayordomo *et al.* 2009]

Julio G. Mayordomo, Ángel Carbonero, Luis F. Beites, and Wilsun Xu. "Decoupled Newton Algorithms in the Harmonic Domain for the Harmonic Interaction of Line Commutated Converters With AC Systems." IEEE Transactions on power delivery 2009, pp. 1-13

[Mayrink *et al.* 2008]

F, M. Mayrink Niquini, A. M. Variz, J. L. Rezende Pereira, P. Gomes Barbosa, and S. Carneiro Junior. "Frequency Domain Modeling of Monopolar High Voltage Direct Current Link Using Three-Phase Harmonic Current Injection Method", IEEE.

[Medina *et al.* 2009]

Aurelio Medina , Neville R. Watson, Paulo F. Ribeiro and Constantine J. Hatziadoniu. "Harmonic Analysis in Frequency and Time Domains" // IEEE Power Engineering Society, IEEE Tutorial Course Harmonic Modeling and Simulation, 07TP184, Chapter 5 . pp 35-40.

[Oliveira *et al.* 2007]

Sebastião E. M. de Oliveira, and José Octávio R. P. Guimarães. "Effects of Voltage Supply Unbalance on AC Harmonic Current Components Produced by AC/DC Converters", IEEE, Transactions on power delivery, vol. 22, no. 4, October 2007. pp. 2498-2507.

[Osauskas *et al.* 2001]

Osauskas C. M., Hume D.J. and Wood A. R. "Small signal frequency domain model of an HVDC converter" [Journal] // IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib., Vol. 148, No 6 . - November 2001. - pp. 573-578.

[Perkins *et al.* 1997]

Perkins B. K. and Iravani M. R. "Novel calculation of HVDC converter harmonics by linearization in the time-domain" [Journal] // IEEE Transactions on Power Delivery. - April 1997. - Vol. 12. - pp. 867-873.

[Phadke *et al.* 1968]

Phadke A. G. and Harlow J. H. "Generation of Abnormal Harmonics in High Voltage AC/DC Power Systems" [Journal] // IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems. - March, 1968.. - pp. vol. PAS-87, no. 3, pp. 873-882.

[Rajagopal *et al.* 1993]

Rajagopal N. and Quaiocoe J. E. "Harmonic Analysis of AC/DC Converters using the Harmonic Admittance Method". [Journal] // CCECE/CCGEL.. - 1993.. - pp. pp. 67-126.

[Rao *et al.* 1976]

Rao T. S. and Reeve J. "Harmonics caused by imbalanced transformer impedances and imperfect 12-pulse operation in HVDC conversion". [Journal] // IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems.. - September/October, 1976.. - pp. vol. PAS-95, no. 5, pp. 1732-1737..

[Reeve *et al.* 1974]

Reeve J and Rao T.S. "Dynamic Analysis of Harmonic Interaction between AC and DC Systems" [Journal] // IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems. - March/April, 1974.. - pp. vol. PAS-93, no. 2, pp 640-676.

[Reeve *et al.* 1971]

Reeve J. and Baron J.A. "Harmonic Interaction between HVDC converters and AC Power Systems". [Journal] // IEEE transactions on Power Apparatus and Systems.. - November/December, 1971.. - pp. vol. PAS-90, no. 6, pp. 2785-2791..

[Reeve *et al.* 1968]

Reeve J. and Krishnayya P. C. S. "Unusual Current Harmonics Arising from High-Voltage DC Transmission". [Journal] // IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems.. - March,1968.. - pp. vol. PAS-87, no. 3, pp 883-889..

[Rubio 2002]

Rubio J. A. Modelado del convertidor trifasico CA/CD utilizando matrices de acoplamiento armónico. - Morelia : Instituto Tecnológico de Morelia, 2002. Tesis de maestría.

[Slonim 1981]

Slonim M. A. Mathematical Analysis of Static Converter Systems. [Book]. - [s.l.] : Elsevier Publications., 1981..

[Smith *et al.* 1995]

Smith B. C., Wood A. and Arrillaga J., " Steady state model of de ac-dc converter in the harmonic domain," *Proc. Of the IEE*, Pt C, vol. 142, no.2, March, 1995, pp 109-118.

[Smith *et al.* 1998]

Smith B. C. [et al.] "A Review of Iterative Harmonic Analysis for AC-DC Power Systems" [Journal] // IEEE Transactions on Power Delivery. - January 1998. - 1 : Vol. 13. - pp. 180-185.

[Watson *et al.* 1998]

R. Watson, J. Arrillaga, B. C. Smith, and G. Bathurst, "A graphical Interface for interactive AC/DC system harmonic analysis," in Proc. 8<sup>th</sup> Int. Conf. Harmonics and Quality of Power, Athens, Greece, Oct. 14–16,1998.

[Wood *et al.* 1995]

A.R.Wood, J.Arrillaga. "HVDC convertor waveform distortion: a frequency-domain analysis". IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib., vol.142, pp:88-96, January 1995.

[Yacamini *et al.* 1986]

Yacamini R. and DC Oliveira J. C. "Comprehensive Calculation of Convertor Harmonics with Systems Impedances and Control Representation". [Journal] // IEE Proceedings on Electric Power Applications.. - March, 1986.. - pp. vol. 133, Part B, no. 2, pp 95-102.

[Yao *et al.* 2008]

Wei Yao, Jinyu Wen, Haibo He, and Shijie Cheng. "Modeling and Simulation of VSC-HVDC with Dynamic Phasors". IEEE.

[Yuanyuan *et al.* 2010]

Yuanyuan Sun, Ke Zhu, Wilsun Xu, and Julio Dahai Zhang. "Harmonic Analysis of Systems with AC/DC Converters". IEEE 2010.

[Zhaorui *et al.* 2008]

LV Zhaorui, XIA Li, WU Zhengguo. "A New Harmonic Analysis Method for AC/DC/AC Converters". IEEE Computer society 2008 Workshop on Power Electronics and Intelligent Transportation System. Pp. 389-393.

# APENDICE A

## Representación Armónica de las Funciones de Conmutación de Corriente.

### A.1 Representación armónica de las funciones de conmutación.

Las funciones de conmutación pueden ser escritas de la forma siguiente:

$$s(\omega t) = \sum_{h=-\infty}^{\infty} s_h e^{jh\omega t} \quad (\text{A.1})$$

donde

$$s_h = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega t_1}^{\omega(t_1+T)} s(\omega t) e^{-jh\omega t} d\omega t \quad (\text{A.2})$$

donde  $\omega t_1$  es el comienzo del intervalo de conmutación, y  $\omega T$  es la duración de dicho intervalo.

Cuando la función de conmutación está activada, su valor es 1. De otra manera, su valor es 0.

Resolviendo la ecuación (A.2):

$$s_h = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega t_1}^{\omega(t_1+T)} e^{-jh\omega t} d\omega t \quad (\text{A.3a})$$

$$s_h = \frac{1}{-j2\pi h} \int_{\omega t_1}^{\omega(t_1+T)} e^{-jh\omega t} jhd\omega t \quad (\text{A.3b})$$

$$s_h = \frac{1}{-j2\pi h} e^{-jh\omega t} \Big|_{\omega t_1}^{\omega(t_1+T)} \quad (\text{A.3c})$$

$$s_h = \frac{1}{-j2\pi h} (e^{-jh(\omega(t_1+T))} - e^{-jh\omega t_1}) \quad (\text{A.3d})$$

$$s_h = \frac{1}{-j2\pi h} e^{-jh\omega t_1} (e^{-jh\omega T} - 1) \quad (\text{A.3e})$$

$$s_h = \frac{j}{2\pi h} e^{-jh\omega t_1} (e^{-jh\omega T} - 1) \quad (\text{A.3f})$$

Cuando  $h=0$  es necesario aplicar la regla de L'Hopital:

$$\lim_{h \rightarrow 0} s_h = \lim_{h \rightarrow 0} \left[ \frac{j \frac{d}{dh} (e^{-jh\omega t_1} (e^{-jh\omega T} - 1))}{\frac{d2\pi h}{dh}} \right] \quad (\text{A.4a})$$

$$s_h = \frac{j(e^{-jh\omega(t_1+T)})(-j\omega(t_1+T)) - e^{-jh\omega t_1}(-jh\omega t_1)}{2\pi} \quad (\text{A.4b})$$

$$s_h = \frac{j(-j\omega(t_1+T) + j\omega t_1)}{2\pi} \quad (\text{A.4c})$$

$$s_h = \frac{\omega(t_1+T) - \omega t_1}{2\pi} \quad (\text{A.4d})$$

Entonces las dos ecuaciones son

$$s_0 = \frac{\omega T}{2\pi} \quad (\text{A.5})$$

$$s_h = \frac{j}{2\pi h} e^{-jh\omega t_1} (e^{-jh\omega T} - 1) \quad (\text{A.6})$$

Las ecuaciones (A.5) y (A.6) representan los coeficientes armónicos de una función de conmutación en su forma general. Con base en la Figura A.1, las ecuaciones pueden ser obtenidas

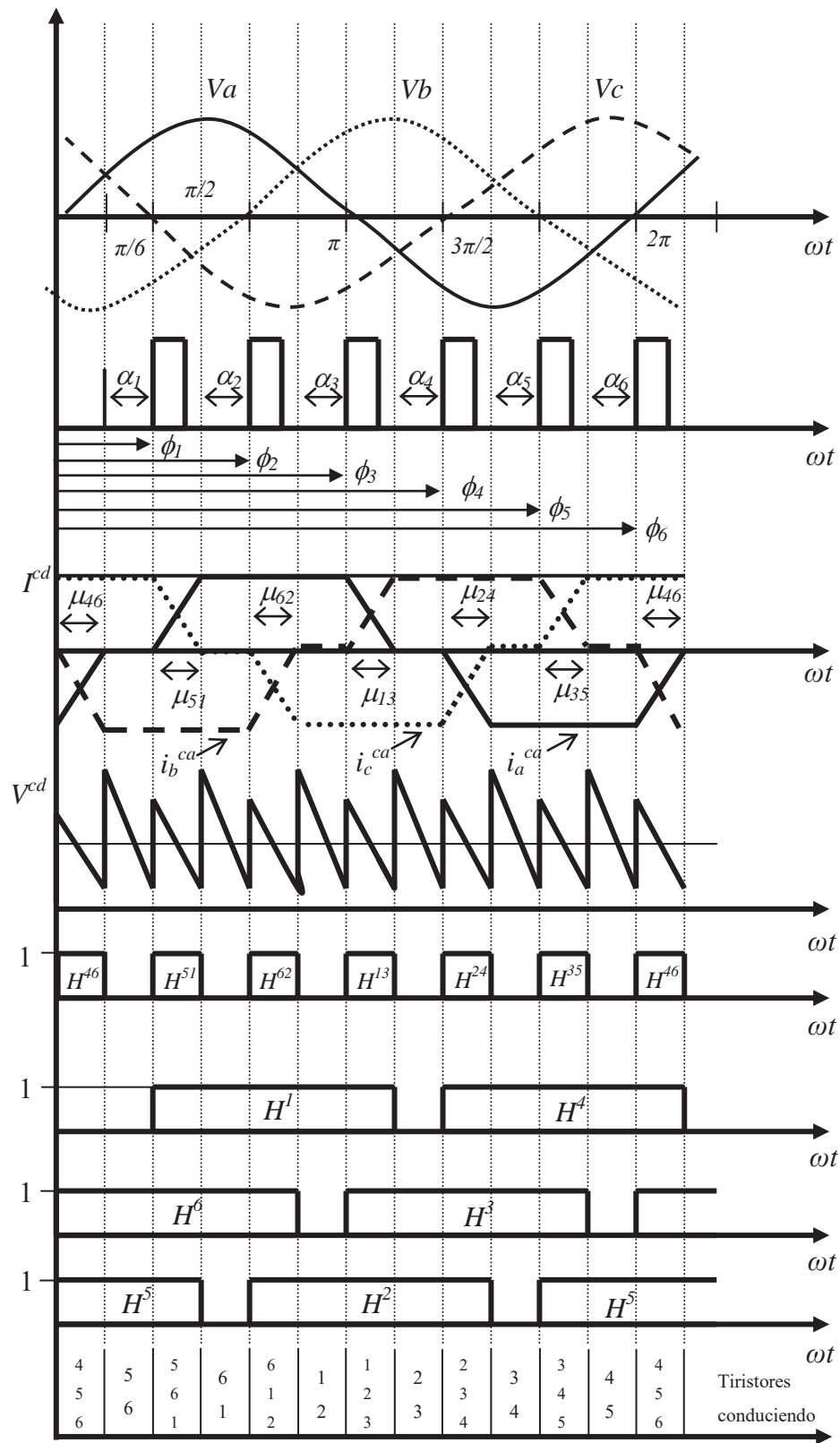


Figura A.1 Funciones de conmutación.



para cada una de las Funciones de Conmutación, es decir, para Funciones de Conmutación de Corriente y para Funciones de Conmutación de Voltaje.

## A.2 Funciones de Conmutación de Corriente.

Las funciones de conmutación asociadas al análisis de la forma de onda de la corriente consisten de lo siguiente:

(a) Funciones de conmutación que definen las corrientes a través de cada uno de los seis tiristores.

Estas funciones definen el período total durante el cual cada tiristor conduce. Este período de tiempo incluye el modo de *conmutación* así como el de *inter-conmutación*

(b) Funciones de conmutación basadas sólo en el modo de *conmutación*.

Con base en el puente de tiristores mostrado en la Figura A.2, se establece la conducción de los tiristores, la cual se muestra en la Tabla A.1.

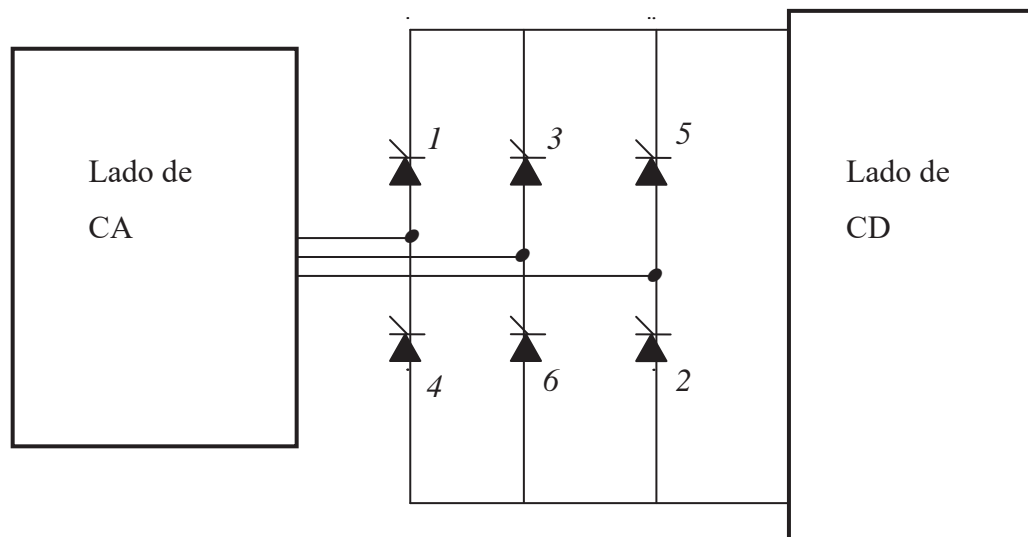


Figura A.2 Puente de seis tiristores.

Tabla A.1 Conducción de los tiristores en el puente de seis pulsos.

Tiristores conduciendo	Modo de operación	Tiristores en conmutación
1, 2	Inter-conmutación	
1, 3, 2	Conmutación	1, 3
3, 2	Inter-conmutación	
3, 2, 4	Conmutación	2, 4
3, 4	Inter-conmutación	
3, 5, 4	Conmutación	3, 5
5, 4	Inter-conmutación	
5, 4, 6	Conmutación	4, 6
5, 6	Inter-conmutación	
5, 1, 6	Conmutación	5, 1
1, 6	Inter-conmutación	
1, 2, 6	Conmutación	6, 2

### A.2.1 Función de Conmutación $H^1$ .

Esta función representa el período de conducción total del tiristor T1, el cual consiste de (5, 6, 1), (6, 1), (6, 1, 2), (1, 2) y (1, 2, 3).

Con base en la Figura A.1, este período va desde  $\phi_1$  hasta  $\phi_3 + \mu_{13}$ .

$\mu_{13}$  representa la conmutación entre T1 y T3.

$\phi_3$  representa el instante de encendido de T3.

$\phi_1$  representa el instante de encendido de T1. En este instante, T1 comienza a conducir por primera vez en un período de conmutación con T6.

Entonces  $\omega T = \phi_1$  representa el inicio, y

$\omega T = \phi_3 - \phi_1 + \mu_{13}$  representa el intervalo de conmutación.

Por lo tanto,

$$h_0^1 = \frac{\phi_3 - \phi_1 + \mu_{13}}{2\pi} \quad (\text{A.7})$$

$$h_n^1 = \frac{j}{2\pi n} e^{-jn\phi_1} \left( e^{-jn(\phi_3 - \phi_1 + \mu_{13})} - 1 \right) \quad (\text{A.8})$$

$$h_n^1 = \frac{j}{2\pi n} \left( e^{-jn(\phi_3 + \mu_{13})} - e^{-jn\phi_1} \right) \quad (\text{A.9})$$

### A.2.2 Función de Conmutación $H^2$ .

Esta función representa el período de conducción total del tiristor T2, el cual consiste de (6, 1, 2), (1, 2), (1, 2, 3), (2, 3) y (2, 3, 4).

Con base en la Figura A.1, este período va desde  $\phi_2$  hasta  $\phi_4 + \mu_{24}$ .

$\mu_{24}$  representa la conmutación entre T2 y T4.

$\phi_2$  representa el instante de encendido de T2.

$\phi_4$  representa el instante de encendido de T4.

Entonces  $\omega t_1 = \phi_2$  representa el inicio, y

$\omega T = \phi_4 + \mu_{24}$  representa el intervalo de conmutación.

Por lo tanto,

$$h_0^2 = \frac{\phi_4 - \phi_2 + \mu_{24}}{2\pi} \quad (\text{A.10})$$

$$h_n^2 = \frac{j}{2\pi n} e^{-jn\phi_2} \left( e^{-jn(\phi_4 - \phi_2 + \mu_{24})} - 1 \right) \quad (\text{A.11a})$$

$$h_n^2 = \frac{j}{2\pi n} \left( e^{-jn(\phi_4 + \mu_{24})} - e^{-jn\phi_2} \right) \quad (\text{A.11b})$$

### A.2.3 Función de Conmutación $H^3$ .

Esta función representa el período de conducción total del tiristor T3, el cual consiste de (1, 2, 3), (2, 3), (2, 3, 4), (3, 4) y (3, 4, 5).

Con base en la Figura A.1, este período va desde  $\phi_3$  hasta  $\phi_5 + \mu_{35}$ .

$\mu_{35}$  representa la conmutación entre T3 y T5.

$\phi_3$  representa el instante de encendido de T3.

$\phi_5$  representa el instante de encendido de T5.

Entonces  $\omega T = \phi_3$  representa el inicio, y

$$\omega T = \phi_5 - \phi_3 + \mu_{35} \text{ representa el intervalo de conmutación.}$$

Por lo tanto,

$$h_0^3 = \frac{\phi_5 - \phi_3 + \mu_{35}}{2\pi} \quad (\text{A.12})$$

$$h_n^3 = \frac{j}{2\pi n} e^{-jn\phi_3} \left( e^{-jn(\phi_5 - \phi_3 + \mu_{35})} - 1 \right) \quad (\text{A.13a})$$

$$h_n^3 = \frac{j}{2\pi n} \left( e^{-jn(\phi_5 + \mu_{35})} - e^{-jn\phi_3} \right) \quad (\text{A.13b})$$

#### A.2.4 Función de Conmutación H<sup>4</sup>.

Esta función representa el período de conducción total del tiristor T4, el cual consiste de (2, 3, 4), (3, 4), (3, 4, 5), (4, 5) y (4, 5, 6).

Con base en la Figura A.1, este período va desde  $\phi_4$  hasta  $\phi_6 + \mu_{46}$ .

$\mu_{46}$  representa la conmutación entre T4 y T6.

$\phi_4$  representa el instante de encendido de T4.

$\phi_6$  representa el instante de encendido de T6.

Entonces  $\omega T = \phi_4$  representa el inicio, y

$$\omega T = \phi_6 - \phi_4 + \mu_{46} \text{ representa el intervalo de conmutación.}$$

Por lo tanto,

$$h_0^4 = \frac{\phi_6 - \phi_4 + \mu_{46}}{2\pi} \quad (\text{A.14})$$

$$h_n^4 = \frac{j}{2\pi n} e^{-jn\phi_4} \left( e^{-jn(\phi_6 - \phi_4 + \mu_{46})} - 1 \right) \quad (\text{A.15a})$$

$$h_n^4 = \frac{j}{2\pi n} \left( e^{-jn(\phi_6 + \mu_{46})} - e^{-jn\phi_4} \right) \quad (\text{A.15b})$$

## A.2.5 Función de Conmutación H<sup>5</sup>.

Esta función representa el período de conducción total del tiristor T5, el cual consiste de (3, 4, 5), (4, 5), (4, 5, 6), (5, 6) y (5, 6, 1).

Con base en la Figura A.1, este período va desde  $\phi_5$  hasta  $2\pi + \phi_1 + \mu_{51}$ .

$\mu_{15}$  representa la conmutación entre T1 y T5.

$\phi_5$  representa el instante de encendido de T5.

$2\pi + \phi_1$  representa el instante de encendido de T1 después de que un período se ha terminado.

Entonces  $\omega t_1 = \phi_5$  representa el inicio, y

$\omega T = 2\pi + \phi_1 - \phi_5 + \mu_{51}$  representa el intervalo de conmutación.

Por lo tanto,

$$h_0^5 = \frac{2\pi + \phi_1 - \phi_5 + \mu_{51}}{2\pi} \quad (\text{A.16})$$

$$h_n^5 = \frac{j}{2\pi n} e^{-jn\phi_5} \left( e^{-jn(2\pi + \phi_1 - \phi_5 + \mu_{51})} - 1 \right) \quad (\text{A.17a})$$

$$h_n^5 = \frac{j}{2\pi n} \left( e^{-jn(2\pi + \phi_1 + \mu_{51})} - e^{-jn\phi_5} \right) \quad (\text{A.17b})$$

Puesto que  $2\pi + \phi_1 + \mu_{51} = \phi_1 + \mu_{51}$ :

$$h_n^5 = \frac{j}{2\pi n} \left( e^{-jn(\phi_1 + \mu_{51})} - e^{-jn\phi_5} \right) \quad (\text{A.17c})$$

### A.2.6 Función de Conmutación $H^6$ .

Esta función representa el período de conducción total del tiristor T6, el cual consiste de (4, 5, 6), (5, 6), (5, 6, 1), (6, 1) y (6, 1, 2).

Con base en la Figura A.1, este período va desde  $\phi_6$  hasta  $2\pi + \phi_2 + \mu_{62}$ .

$\mu_{62}$  representa la conmutación entre T6 y T2.

$\phi_6$  representa el instante de encendido de T6.

$2\pi + \phi_2$  representa el instante de encendido de T2 después de que un período se ha terminado.

Entonces  $\omega t_1 = \phi_6$  representa el inicio, y

$\omega T = 2\pi + \phi_2 - \phi_6 + \mu_{62}$  representa el intervalo de conmutación.

Por lo tanto,

$$h_0^6 = \frac{2\pi + \phi_2 - \phi_6 + \mu_{62}}{2\pi} \quad (\text{A.18})$$

$$h_n^6 = \frac{j}{2\pi n} e^{-jn\phi_6} \left( e^{-jn(2\pi + \phi_2 - \phi_6 + \mu_{62})} - 1 \right) \quad (\text{A.19a})$$

$$h_n^6 = \frac{j}{2\pi n} \left( e^{-jn(2\pi + \phi_2 + \mu_{62})} - e^{-jn\phi_6} \right) \quad (\text{A.19b})$$

Puesto que  $2\pi + \phi_2 + \mu_{62} = \phi_2 + \mu_{62}$ , entonces:

$$h_n^6 = \frac{j}{2\pi n} \left( e^{-jn(\phi_2 + \mu_{62})} - e^{-jn\phi_6} \right) \quad (\text{A.19c})$$

En resumen

$$h_0^1 = \frac{\phi_3 - \phi_1 + \mu_{13}}{2\pi} \quad (\text{A.20})$$

$$h_n^1 = \frac{j}{2\pi n} \left( e^{-jn(\phi_3 + \mu_{13})} - e^{-jn\phi_1} \right) \quad (\text{A.21})$$

$$h_0^2 = \frac{\phi_4 - \phi_2 + \mu_{24}}{2\pi} \quad (\text{A.22})$$

$$h_{n \neq 0}^2 = \frac{j}{2\pi n} \left( e^{-jn(\phi_4 + \mu_{24})} - e^{-jn\phi_2} \right) \quad (\text{A.23})$$

$$h_0^3 = \frac{\phi_5 - \phi_3 + \mu_{35}}{2\pi} \quad (\text{A.24})$$

$$h_{n \neq 0}^3 = \frac{j}{2\pi n} \left( e^{-jn(\phi_5 + \mu_{35})} - e^{-jn\phi_3} \right) \quad (\text{A.25})$$

$$h_0^4 = \frac{\phi_6 - \phi_4 + \mu_{46}}{2\pi} \quad (\text{A.26})$$

$$h_{n \neq 0}^4 = \frac{j}{2\pi n} \left( e^{-jn(\phi_6 + \mu_{46})} - e^{-jn\phi_4} \right) \quad (\text{A.27})$$

$$h_0^5 = \frac{2\pi + \phi_1 - \phi_5 + \mu_{51}}{2\pi} \quad (\text{A.28})$$

$$h_{n \neq 0}^5 = \frac{j}{2\pi n} \left( e^{-jn(\phi_1 + \mu_{51})} - e^{-jn\phi_5} \right) \quad (\text{A.29})$$

$$h_0^6 = \frac{2\pi + \phi_2 - \phi_6 + \mu_{62}}{2\pi} \quad (\text{A.30})$$

$$h_{n \neq 0}^6 = \frac{j}{2\pi n} \left( e^{-jn(\phi_2 + \mu_{62})} - e^{-jn\phi_6} \right) \quad (\text{A.31})$$

Si se asumen Funciones de Conmutación equidistantes, de manera tal que:

$$\phi_1 = \frac{\pi}{6} + \alpha$$

$$\phi_2 = \frac{\pi}{3} + \phi_1$$

$$\phi_3 = \frac{\pi}{3} + \phi_2$$

$$\phi_4 = \frac{\pi}{3} + \phi_3$$

$$\phi_5 = \frac{\pi}{3} + \phi_4$$

$$\phi_6 = \frac{\pi}{3} + \phi_5$$

donde  $\alpha$  es el ángulo de encendido.

Entonces las Funciones de Conmutación pueden ser expresadas como funciones de instantes específicos, tal como se muestra a continuación

$$\phi_3 - \phi_1 = \frac{\pi}{3} + \phi_2 - \phi_1 \quad (\text{A.32a})$$

$$\phi_3 - \phi_1 = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{3} + \phi_4 - \phi_4 \quad (\text{A.32b})$$

$$\phi_3 - \phi_1 = \frac{2\pi}{3} \quad (\text{A.32c})$$

De manera similar tenemos:

$$\phi_4 - \phi_2 = \frac{2\pi}{3} \quad (\text{A.33})$$

$$\phi_5 - \phi_3 = \frac{2\pi}{3} \quad (\text{A.34})$$

$$\phi_6 - \phi_4 = \frac{2\pi}{3} \quad (\text{A.35})$$

$$2\pi + \phi_1 - \phi_5 = \frac{2\pi}{3} \quad (\text{A.36})$$

$$2\pi + \phi_2 - \phi_6 = \frac{2\pi}{3} \quad (\text{A.37})$$

$$\phi_6 = \frac{\pi}{3} + \phi_5 \quad (\text{A.38a})$$

$$\phi_6 = \frac{2\pi}{3} + \phi_4 \quad (\text{A.38b})$$

$$\phi_6 = \pi + \phi_3 \quad (\text{A.38c})$$

$$\phi_6 = \frac{4\pi}{3} + \phi_2 \quad (\text{A.38d})$$

$$\phi_6 = \frac{5\pi}{3} + \phi_1 \quad (\text{A.38e})$$

Por lo tanto



$$\phi_1 = \phi_6 - \frac{5\pi}{3} \quad (\text{A.39a})$$

$$\phi_1 = \phi_6 - \frac{5\pi}{3} + 2\pi \quad (\text{A.39b})$$

$$\phi_1 = \phi_6 + \frac{\pi}{3} \quad (\text{A.39c})$$

Además, de la ecuación (A.38d) tenemos:

$$\phi_6 = \frac{4\pi}{3} + \phi_2 \quad (\text{A.40})$$

Por lo tanto

$$\phi_2 = \phi_6 - \frac{4\pi}{3} \quad (\text{A.41a})$$

$$\phi_2 = \phi_6 - \frac{4\pi}{3} + 2\pi \quad (\text{A.41b})$$

$$\phi_2 = \phi_6 + \frac{2\pi}{3} \quad (\text{A.41c})$$

Con base en los valores encontrados para  $\phi_1$  y para  $\phi_2$ , es posible expresar las Funciones de Conmutación  $H^5$  y  $H^6$  como funciones del último instante del ángulo de encendido en la parte de la expresión matemática correspondiente al final del intervalo de la función.

Asumiendo que los intervalos de conmutación son iguales y con base en el análisis hecho anteriormente, se llega a lo siguiente:

$$h_0^1 = h_0^2 = h_0^3 = h_0^4 = h_0^5 = h_0^6 = \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{2\pi}{3} + \mu \right] \quad (\text{A.42})$$

Por lo tanto

$$h_{n \neq 0}^1 = \frac{j}{2\pi n} \left( e^{-jn(\phi_3 + \mu)} - e^{-jn\phi_1} \right) \quad (\text{A.43})$$

$$h_{n \neq 0}^2 = \frac{j}{2\pi n} \left( e^{-jn(\phi_4 + \mu)} - e^{-jn\phi_2} \right) \quad (\text{A.44})$$

$$h_{n \neq 0}^3 = \frac{j}{2\pi n} \left( e^{-jn(\phi_5 + \mu)} - e^{-jn\phi_3} \right) \quad (\text{A.45})$$

$$h_{n \neq 0}^4 = \frac{j}{2\pi n} \left( e^{-jn(\phi_6 + \mu)} - e^{-jn\phi_4} \right) \quad (\text{A.46})$$

$$h_{n \neq 0}^5 = \frac{j}{2\pi n} \left( e^{-jn\left(\phi_6 + \frac{\pi}{3} + \mu\right)} - e^{-jn\phi_5} \right) \quad (\text{A.47})$$

$$h_{n \neq 0}^6 = \frac{j}{2\pi n} \left( e^{-jn\left(\phi_6 + \frac{2\pi}{3} + \mu\right)} - e^{-jn\phi_6} \right) \quad (\text{A.48})$$

### A.3 Obtención de los coeficientes de la serie de Fourier de las Funciones de conmutación en el modo de conmutación.

En esta Sección se obtienen los coeficientes de la serie de Fourier para el otro tipo de Funciones de Conmutación definida en la Sección A.2 de este Apéndice (Funciones de Conmutación tipo (b)).

#### A.3.1 Función de Conmutación $H^{51}$ .

Esta función representa el intervalo de conmutación entre los tiristores T5 y T1.

$$\omega T_1 = \phi_1$$

$$\omega T = \mu_{51}$$

Por lo tanto

$$h_0^{51} = \frac{\mu_{51}}{2\pi} \quad (\text{A.49})$$

$$h_{n \neq 0}^{51} = \frac{j}{2\pi n} e^{-jn\phi_1} \left( e^{-jn\mu_{51}} - 1 \right) \quad (\text{A.50a})$$

$$h_{n \neq 0}^{51} = \frac{j}{2\pi n} \left( e^{-jn(\phi_1 + \mu_{51})} - e^{-jn\phi_1} \right) \quad (\text{A.50b})$$

### A.3.2 Función de Conmutación H<sup>62</sup>.

Representa el intervalo de conmutación entre los tiristores T6 y T2.

$$\omega t_1 = \phi_2$$

$$\omega T = \mu_{62}$$

Por lo tanto

$$h_0^{62} = \frac{\mu_{62}}{\pi} \quad (\text{A.51})$$

$$h_{n \neq 0}^{62} = \frac{j}{2\pi n} e^{-jn\phi_2} \left( e^{-jn\mu_{62}} - 1 \right) \quad (\text{A.52a})$$

$$h_{n \neq 0}^{62} = \frac{j}{2\pi n} \left( e^{-jn(\phi_2 + \mu_{62})} - e^{-jn\phi_2} \right) \quad (\text{A.52b})$$

### A.3.3 Función de Conmutación H<sup>13</sup>.

Representa el intervalo de conmutación entre T1 y T3.

$$\omega t_1 = \phi_3$$

$$\omega T = \mu_{13}$$

$$h_0^{13} = \frac{\mu_{13}}{2\pi} \quad (\text{A.53})$$

$$h_{n \neq 0}^{13} = \frac{j}{2\pi n} e^{-jn\phi_3} \left( e^{-jn\mu_{13}} - 1 \right) \quad (\text{A.54a})$$

$$h_{n \neq 0}^{13} = \frac{j}{2\pi n} \left( e^{-jn(\phi_3 + \mu_{13})} - e^{-jn\phi_3} \right) \quad (\text{A.54b})$$

### A.3.4 Función de Conmutación H<sup>24</sup>.

Representa el intervalo de conmutación entre los tiristores T2 y T4.

$$\omega t_1 = \phi_4$$

$$\omega T = \mu_{24}$$

$$h_0^{24} = \frac{\mu_{24}}{2\pi} \quad (\text{A.55})$$

$$h_n^{24} = \frac{j}{2\pi n} e^{-jn\phi_4} (e^{-jn\mu_{24}} - 1) \quad (\text{A.56a})$$

$$h_n^{24} = \frac{j}{2\pi n} (e^{-jn(\phi_4 + \mu_{24})} - e^{-jn\phi_4}) \quad (\text{A.56b})$$

### A.3.5 Función de Conmutación $H^{35}$ .

Representa el intervalo de conmutación entre los tiristores T3 y T5.

$$\omega t_1 = \phi_5$$

$$\omega T = \mu_{35}$$

$$h_0^{35} = \frac{\mu_{35}}{2\pi} \quad (\text{A.57})$$

$$h_n^{35} = \frac{j}{2\pi n} e^{-jn\phi_5} (e^{-jn\mu_{35}} - 1) \quad (\text{A.58a})$$

$$h_n^{35} = \frac{j}{2\pi n} (e^{-jn(\phi_5 + \mu_{35})} - e^{-jn\phi_5}) \quad (\text{A.58b})$$

### A.3.6 Función de Conmutación $H^{46}$ .

Representa el intervalo de conmutación entre los tiristores T4 y T6.

$$\omega t_1 = \phi_6$$

$$\omega T = \mu_{46}$$

$$h_0^{46} = \frac{\mu_{46}}{2\pi} \quad (\text{A.59})$$

$$h_n^{46} = \frac{j}{2\pi n} e^{-jn\phi_6} (e^{-jn\mu_{46}} - 1) \quad (\text{A.60a})$$

$$h_{n \neq 0}^{46} = \frac{j}{2\pi n} \left( e^{-jn(\phi_6 + \mu_{46})} - e^{-jn\phi_6} \right) \quad (\text{A.60b})$$

En general, la expresión matemática es

$$h_{n \neq 0}^x = \frac{j}{2\pi n} \left( e^{-jn(\text{fin del intervalo de la función})} - e^{-jn(\text{inicio del intervalo de la función})} \right) \quad (\text{A.61})$$

$$h_0^x = \frac{\text{duración del intervalo de la función}}{2\pi} \quad (\text{A.62})$$

Donde el superíndice x adopta el valor del tipo de función de conmutación bajo análisis.

## APENDICE B

# Representación Armónica de las Funciones de Conmutación de Voltaje.

Las Funciones de Conmutación de Voltaje representan la relación existente entre los voltajes de fase y el voltaje en el lado de CD. Antes de definir estas funciones de conmutación, es necesario obtener dicha relación sobre la base de un análisis cualitativo.

Este análisis puede hacerse sobre la base del número de tiristores que están conduciendo. En este caso se tiene lo siguiente:

- (a) Proceso de *inter-conmutación*, cuando sólo dos tiristores están conduciendo.
- (b) Proceso de *conmutación*, cuando tres tiristores están conduciendo.

### B.1 Relación entre los voltajes de CA y el voltaje en el lado de CD en el proceso de inter-conmutación.

La conducción de los pares de tiristores se da en el siguiente orden:

(5, 6), (6, 1), (1, 2), (2, 3), (3, 4) y (4, 5)

#### B.1.1 Conducción de T5 y T6.

El período de conducción es

$$\phi_6 + \mu_{46} \rightarrow 2\pi + \phi_1 \text{ ó } 0 \rightarrow \phi_1$$

La ecuación de voltaje es

$$V_c = V^{dc} + V_b \quad (\text{B.1})$$

Por lo tanto

$$V^{dc} = V_c - V_b \quad (\text{B.2})$$

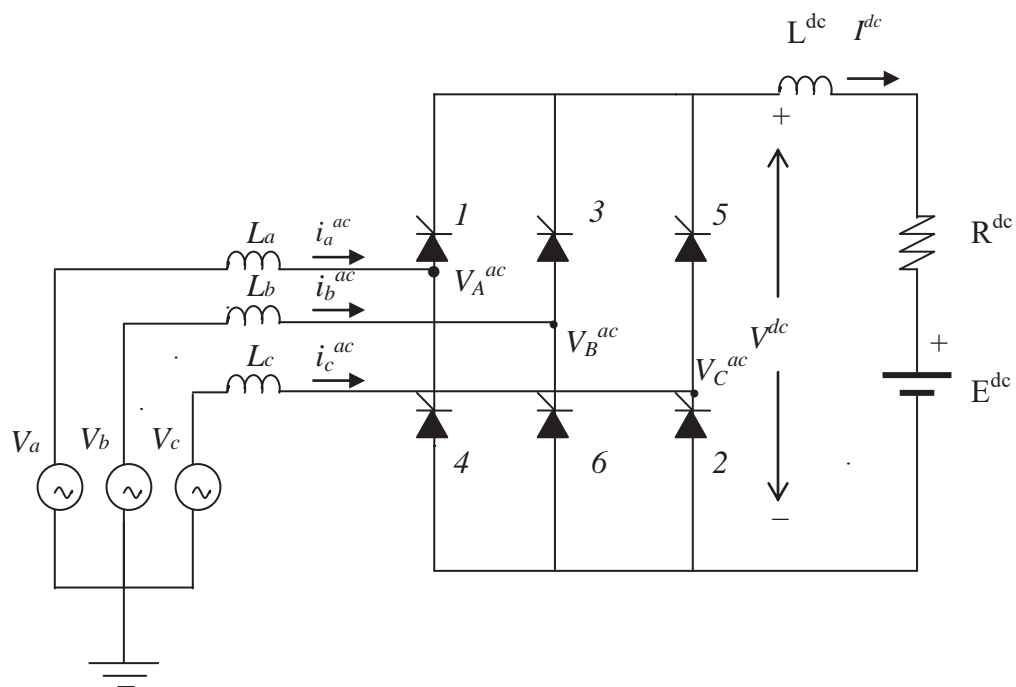


Figura B.1 Puente de seis pulsos

Debe hacerse notar que la caída de voltaje a través de los inductores no fue tomada en cuenta. Esto es porque las corrientes de CA a través de los inductores son iguales a la corriente en el lado de CD. Esto significa que

$$\frac{di_a}{dt} = \frac{di_b}{dt} = \frac{di_c}{dt} = \frac{dI^{dc}}{dt} = 0$$

### B.1.2 Conducción de T6 y T1.

El período de conducción es

$$2\pi + \phi_1 + \mu_{51} \rightarrow \phi_2 \quad \text{ó} \quad \phi_1 + \mu_{51} \rightarrow \phi_2$$

La ecuación de voltaje es

$$V_a = V^{dc} + V_b \quad (\text{B.3})$$

Por lo tanto

$$V^{dc} = V_a - V_b \quad (\text{B.4})$$

### **B.1.3 Conducción de T1 y T2.**

El período de conducción es

$$\phi_2 + \mu_{62} \rightarrow \phi_3$$

La ecuación de voltaje es

$$V_a = V^{dc} + V_c \quad (\text{B.5})$$

Por lo tanto

$$V^{dc} = V_a - V_c \quad (\text{B.6})$$

### **B.1.4 Conducción de T2 y T3.**

El período de conducción es

$$\phi_3 + \mu_{13} \rightarrow \phi_4$$

La ecuación de voltaje es

$$V_b = V^{dc} + V_c \quad (\text{B.7})$$

Por lo tanto

$$V^{dc} = V_b - V_c \quad (\text{B.8})$$

### **B.1.5 Conducción de T3 y T4.**

El período de conducción es

$$\phi_4 + \mu_{24} \rightarrow \phi_5$$

La ecuación de voltaje es



$$V_b = V^{dc} + V_a \quad (\text{B.9})$$

Por lo tanto

$$V^{dc} = V_b - V_a \quad (\text{B.10})$$

### B.1.6 Conducción de T4 y T5.

El período de conducción es

$$\phi_5 + \mu_{35} \rightarrow \phi_6$$

La ecuación de voltaje es

$$V_c = V^{dc} + V_a \quad (\text{B.11})$$

Por lo tanto

$$V^{dc} = V_c - V_a \quad (\text{B.12})$$

## B.2 Relación entre los voltajes de CA y el voltaje en el lado de CD durante el período de conmutación.

En el período de conmutación, la topología del convertidor se da en la figura B.2.

De la figura puede observarse que durante la conmutación dos tiristores del mismo bus conducen simultáneamente, de tal manera que sus respectivas fases están cortocircuitadas.

El voltaje de línea a línea de las fases cortocircuitadas tiene un valor de cero, y los dos voltajes de línea a neutro son iguales.

Observe que en este caso el voltajes del lado de CA, sólo se representa como  $V^k$  para  $k=a,b,c$ ; contrario a como se hizo en el capítulo 2, donde se representaron como  $V_k^{ca}$  para  $k=a,b,c$ .

Con base en la figura B.2, y asumiendo la conducción (1, 3, 2), obtenemos el siguiente conjunto de ecuaciones:

El voltaje en la fase  $a$ :

$$V_{pn} = V_a - L_a \frac{di_1}{dt} \quad (\text{B.13})$$

El voltaje en la fase  $b$ :

$$V_{pn} = V_b - L_b \frac{di_3}{dt} \quad (\text{B.14})$$

Sumando ambas ecuaciones:

$$2V_{pn} = V_a + V_b - L_a \frac{di_1}{dt} - L_b \frac{di_3}{dt} \quad (\text{B.15})$$

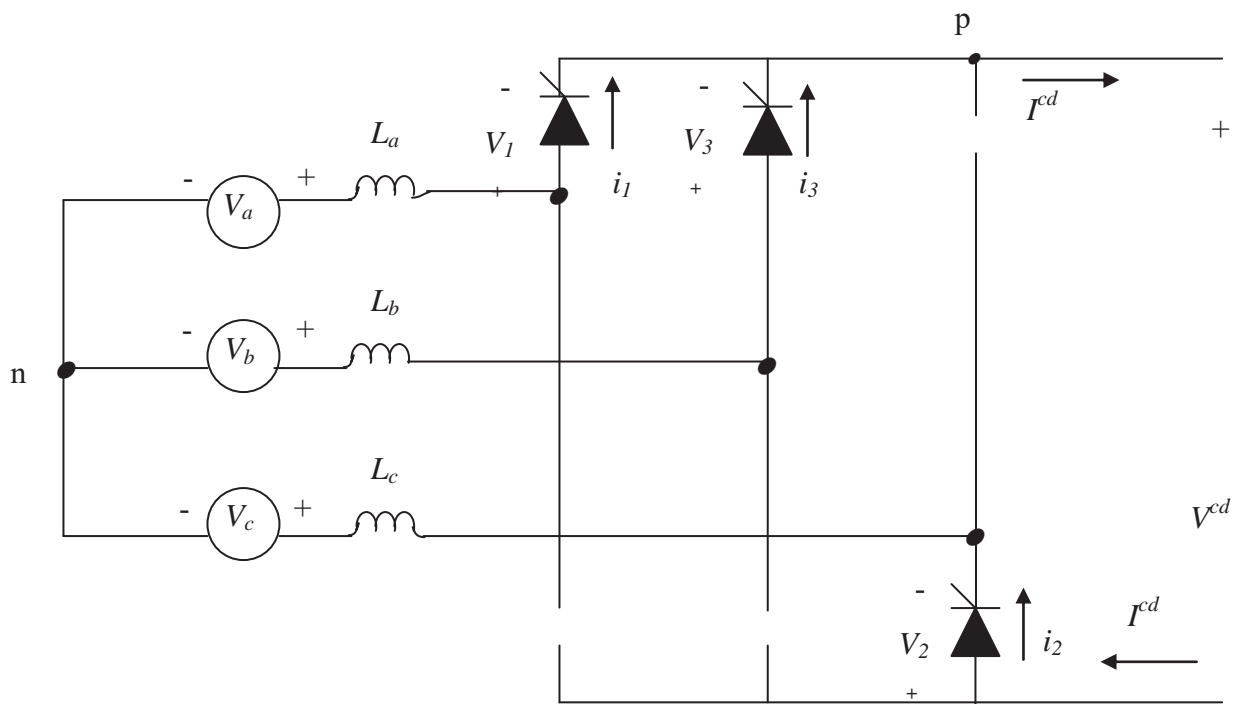


Figura B.2 Topología del convertidor durante el período de conmutación.

La ecuación para la corriente es:

$$i_1 + i_3 = I^{cd} \quad (\text{B.16})$$

Puesto que  $I^{cd}$  es constante:

$$\frac{di_1}{dt} + \frac{di_3}{dt} = 0 \quad (\text{B.17})$$

Por lo tanto

$$\frac{di_1}{dt} = -\frac{di_3}{dt} \quad (\text{B.18})$$

Entonces

$$2V_{pn} = V_a + V_b + L_a \frac{di_3}{dt} - L_b \frac{di_3}{dt} \quad (\text{B.19})$$

$$2V_{pn} = V_a + V_b + \frac{di_3}{dt} (L_a - L_b) \quad (\text{B.20})$$

Asumiendo que  $L_a = L_b$ :

$$V_{pn} = \frac{V_a + V_b}{2} \quad (\text{B.21})$$

La ecuación para el voltaje  $V^d$  es

$$V_{pn} - V^{cd} - L_c \frac{di_2}{dt} - V_c = 0 \quad (\text{B.22})$$

Puesto que

$$V_{pn} - V^{cd} - V_c = 0$$

debido a que

$$\frac{di_2}{dt} = \frac{di_d}{dt} = 0 \quad (\text{B.23})$$

Entonces

$$V^{cd} = V_{pn} - V_c$$

$$V^{cd} = \frac{V_a + V_b}{2} - V_c \quad (\text{B.24})$$

Asumiendo que

$$V_a = V \operatorname{sen} \omega t \quad (\text{B.25a})$$

$$V_b = V \operatorname{sen}(\omega t - 120^\circ) \quad (\text{B.25b})$$

$$V_c = V \operatorname{sen}(\omega t - 240^\circ) \quad (\text{B.25c})$$

Por lo tanto

$$V_a + V_b = V \operatorname{sen}(\omega t - 60^\circ) \quad (\text{B.26a})$$

$$V_a + V_b = -V \operatorname{sen}(\omega t - 60^\circ - 180^\circ) \quad (\text{B.26b})$$

$$V_a + V_b = -V \text{sen}(\omega t - 240^\circ) \quad (\text{B.26c})$$

$$V_a + V_b = -V \text{sen}(\omega t + 120^\circ) \quad (\text{B.26d})$$

$$V_a + V_b = -V_c \quad (\text{B.26e})$$

Entonces,

$$V^{cd} = -\frac{V_c}{2} - V_c \quad (\text{B.27a})$$

$$V^{cd} = -\frac{3}{2}V_c \quad (\text{B.27b})$$

Este voltaje tiene lugar en el período de tiempo

$$\phi_3 \rightarrow \phi_3 + \mu_{13}$$

Un análisis similar puede ser llevado a cabo para los otros períodos de conmutación. Además podemos hacer las siguientes observaciones:

De la ecuación (B.21) concluimos que si las inductancias de las fuentes de las dos fases en donde la conmutación está tomando lugar son iguales, entonces el voltaje de fase a neutro es igual al promedio de los correspondientes voltajes de circuito abierto. Además, el proceso de conmutación siempre sucede entre formas de onda que tienen una diferencia de fase de  $120^\circ$ .

Las conmutaciones que se llevan a cabo en los tiristores conectados en el bus positivo son (3, 5, 4), y (5, 1, 6).

### **B.2.1 Análisis de la secuencia (3, 5, 4).**

Esta conmutación toma lugar en el período de tiempo

$$\phi_5 \rightarrow \phi_5 + \mu_{35}$$

Las fases conmutadas son  $b$  y  $c$ .

La fase en el bus negativo es  $a$ .

Por lo tanto

$$V_{pn} = \frac{V_b + V_c}{2} \quad (\text{B.28})$$

$$V_{pn} = \frac{1}{2}(V \text{sen}(\omega t - 120^\circ) + V \text{sen}(\omega t + 120^\circ)) \quad (\text{B.29a})$$

$$V_{pn} = \frac{1}{2}V \text{sen}(\omega t + 180^\circ) \quad (\text{B.29b})$$

$$V_{pn} = -\frac{1}{2}V \text{sen}(\omega t + 180^\circ - 180^\circ) \quad (\text{B.29c})$$

$$V_{pn} = -\frac{1}{2}V \text{sen} \omega t \quad (\text{B.29d})$$

$$V_{pn} = -\frac{1}{2}V_a \quad (\text{B.29e})$$

Por lo tanto

$$V^{cd} = V_{pn} - V_a \quad (\text{B.30a})$$

$$V^{cd} = -\frac{1}{2}V_a - V_a \quad (\text{B.30b})$$

$$V^{cd} = -\frac{3}{2}V_a \quad (\text{B.30c})$$

### B.2.2 Análisis de la secuencia (5, 1, 6).

Esta conmutación toma lugar en el período de tiempo

$$\phi_1 \rightarrow \phi_1 + \mu_{51}$$

Las fases conmutadas son  $a$  y  $c$ .

La fase en el bus negativo es  $b$ .

Por lo tanto

$$V_{pn} = \frac{V_a + V_c}{2} \quad (\text{B.31})$$

$$V_{pn} = \frac{1}{2}(V \text{ sen } \omega t + V \text{ sen}(\omega t + 120^\circ)) \quad (\text{B.32a})$$

$$V_{pn} = \frac{1}{2}V \text{ sen}(\omega t + 60^\circ) \quad (\text{B.32b})$$

$$V_{pn} = -\frac{1}{2}V \text{ sen}(\omega t + 60^\circ - 180^\circ) \quad (\text{B.32c})$$

$$V_{pn} = -\frac{1}{2}V \text{ sen}(\omega t - 120^\circ) \quad (\text{B.32d})$$

$$V_{pn} = -\frac{1}{2}V_b \quad (\text{B.32e})$$

Por lo tanto

$$V^{cd} = V_{pn} - V_b \quad (\text{B.33a})$$

$$V^{cd} = -\frac{1}{2}V_b - V_b \quad (\text{B.33b})$$

$$V^{cd} = -\frac{3}{2}V_b \quad (\text{B.33c})$$

Debe observarse que cuando la conmutación tiene lugar en los tiristores conectados en el bus positivo, el valor del voltaje  $V^{cd}$  es el valor negativo de la fase conectada en el bus negativo. Puesto que este voltaje al instante de la conmutación es negativo, al multiplicarlo por un signo negativo se convierte en un valor positivo de manera tal que el voltaje  $V^{cd}$  será positivo.

La conmutación que tiene lugar en los tiristores conectados en el bus negativo está dada por las secuencias (1, 6, 2), (3, 2, 4) y (5, 4, 6).

### **B.2.3 Análisis de la secuencia (1, 6, 2).**

Esta conmutación tiene lugar en el período de tiempo

$$\phi_2 \rightarrow \phi_2 + \mu_{62}$$

Las fases conmutadas son  $b$  y  $c$

La fase en el bus positivo es  $a$

Por lo tanto en la fase  $b$ , con base en la figura B.3:

$$V_{pn} = V_b - L_b \frac{di_6}{dt} \quad (\text{B.34})$$

En la fase  $c$

$$V_{pn} = V_c - L_c \frac{di_2}{dt} \quad (\text{B.35})$$

Sumando (34) y (35):

$$2V_{pn} = V_b + V_c - L_b \frac{di_6}{dt} - L_c \frac{di_2}{dt} \quad (\text{B.36})$$

Además

$$I^{cd} = i_6 + i_2 \quad (\text{B.37})$$

Por lo tanto

$$0 = \frac{di_6}{dt} + \frac{di_2}{dt} \quad (\text{B.38})$$

$$\frac{di_6}{dt} = -\frac{di_2}{dt} \quad (\text{B.39})$$

Entonces (B.36) puede ser escrita como

$$2V_{pn} = V_b + V_c - L_b \frac{di_6}{dt} + L_c \frac{di_6}{dt} \quad (\text{B.40a})$$

$$2V_{pn} = V_b + V_c + (L_c - L_b) \frac{di_6}{dt} \quad (\text{B.40b})$$

Asumiendo que

$$L = L_a = L_b = L_c$$

Se obtiene

$$2V_{pn} = V_b + V_c \quad (\text{B.41a})$$

$$V_{pn} = \frac{V_b + V_c}{2} \quad (\text{B.41b})$$

$$V_{pn} = -\frac{1}{2} V_a \quad (\text{B.41c})$$

Para obtener la ecuación para el voltaje  $V^{cd}$  se aplica LVK:

$$V_a - L_a \frac{di_a}{dt} - V^{cd} - V_{pn} = 0 \quad (\text{B.42})$$

Puesto que  $i_a = I^{cd}$

$$\frac{di_a}{dt} = \frac{dI^{cd}}{dt} = 0 \quad (\text{B.43})$$

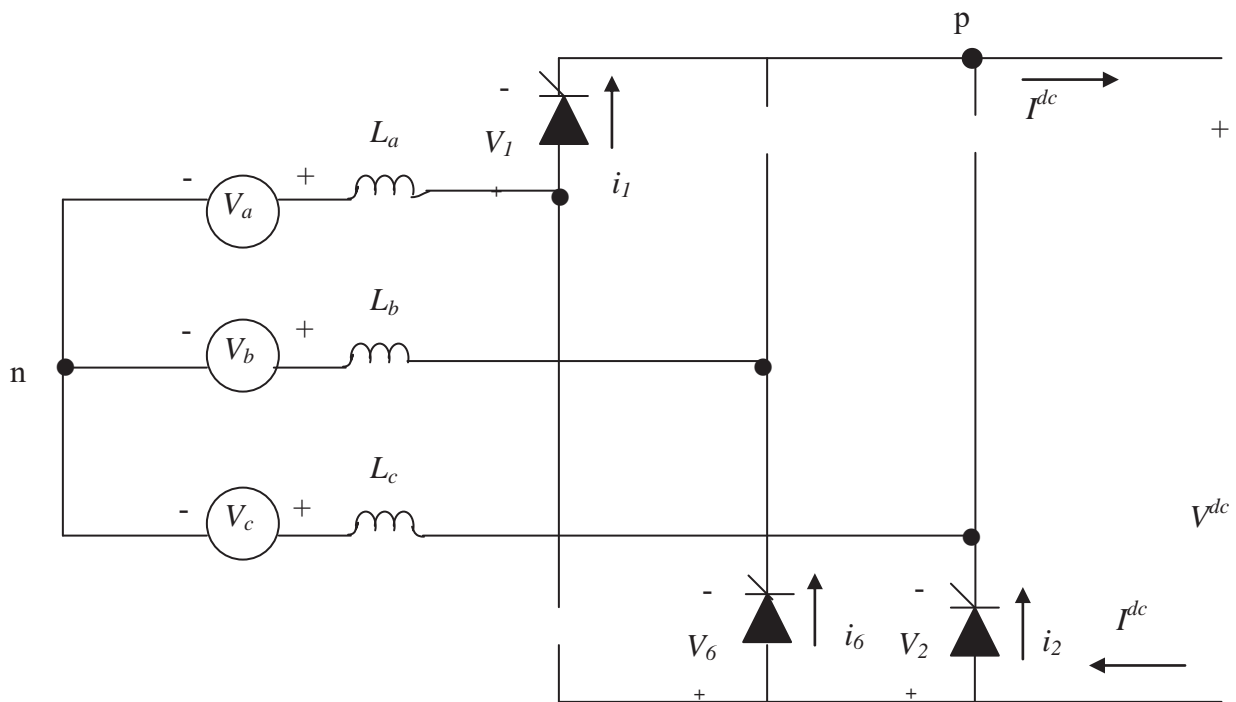


Figura B.3 Conmutación entre los tiristores T2 y T6.

Por lo tanto

$$V_a - V^{cd} - V_{pn} = 0 \quad (\text{B.44a})$$

$$V^{cd} = V_a - V_{pn} \quad (\text{B.44b})$$

$$V^{cd} = V_a + \frac{1}{2}V_a \quad (\text{B.44c})$$

$$V^{cd} = \frac{3}{2}V_a \quad (\text{B.44d})$$



Análisis similares pueden ser llevados a cabo para la obtención del valor del voltaje en el lado de CD como una función de los voltajes en el lado de CA. Se aplican las mismas observaciones hechas anteriormente en este caso cuando la conmutación toma lugar en los tiristores que se encuentran en el bus negativo.

#### **B.2.4 Análisis de la secuencia (3, 2, 4).**

La conmutación toma lugar en el período de tiempo

$$\phi_4 \rightarrow \phi_4 + \mu_{24}$$

Las fases conmutadas son  $c$  y  $a$

La fase en el bus positivo es  $b$

Por lo tanto

$$V_{pn} = \frac{V_a + V_c}{2} \quad (\text{B.45a})$$

$$V_{pn} = -\frac{1}{2}V_b \quad (\text{B.45b})$$

Además

$$V^{cd} = V_b - V_{pn} \quad (\text{B.46a})$$

$$V^{cd} = V_b + \frac{1}{2}V_b \quad (\text{B.46b})$$

$$V^{cd} = \frac{3}{2}V_b \quad (\text{B.46c})$$

#### **B.2.5 Análisis de la secuencia (5, 4, 6).**

La conmutación toma lugar en el período de tiempo

$$\phi_6 \rightarrow \phi_6 + \mu_{46}$$

Las fases conmutadas son  $a$  y  $b$

La fase en el bus positivo es  $c$

Por lo tanto

$$V_{pn} = \frac{V_a + V_b}{2} \quad (\text{B.47a})$$

$$V_{pn} = -\frac{1}{2}V_c \quad (\text{B.47b})$$

Además

$$V^{cd} = V_c - V_{pn} \quad (\text{B.48a})$$

$$V^{cd} = V_c + \frac{1}{2}V_c \quad (\text{B.48b})$$

$$V^{cd} = \frac{3}{2}V_c \quad (\text{B.48c})$$

Entonces es posible hacer un resumen de las magnitudes de los voltajes en el lado de CD, las cuales se muestran en la Tabla B.1.

### B.3 Funciones de Conmutación de Voltaje.

De manera similar a como fueron clasificadas las Funciones de Conmutación de Corriente, las Funciones de Conmutación de Voltaje se clasifican en:

- (a) Funciones en el proceso de *inter-conmutación*. Se refiere a cuando dos tiristores se encuentran conduciendo.
- (b) Funciones en el proceso de *conmutación*. Se refiere a cuando tres tiristores se encuentran conduciendo.

Los coeficientes de las funciones de conmutación son aquellos que fueron obtenidos por medio de las ecuaciones generales (A.5) y (A.6), deducidas en el Apéndice A. Están dados por:

$$s_0 = \frac{\omega T}{2\pi} \quad (\text{B.49})$$

$$s_{h \neq 0} = \frac{j}{2\pi n} e^{-jn\omega T} (e^{-jn\omega T} - 1) \quad (\text{B.50})$$

donde  $\omega T$  es la duración de la función de conmutación

$\omega t_1$  es el inicio del intervalo de conmutación

Tabla B.1 Funciones de Conmutación de Voltaje.

Tiristores conduciendo	Comienzo del intervalo	Fin del intervalo	Voltaje en el lado de CD
5 6 1	$\phi_1$	$\phi_1 + \mu_{51}$	$-3V_b/2$
6 1	$\phi_1 + \mu_{51}$	$\phi_2$	$V_a - V_b$
6 1 2	$\phi_2$	$\phi_2 + \mu_{62}$	$3V_d/2$
1 2	$\phi_2 + \mu_{62}$	$\phi_3$	$V_a - V_c$
1 2 3	$\phi_3$	$\phi_3 + \mu_{13}$	$-3V_d/2$
2 3	$\phi_3 + \mu_{13}$	$\phi_4$	$V_b - V_c$
2 3 4	$\phi_4$	$\phi_4 + \mu_{24}$	$3V_b/2$
3 4	$\phi_4 + \mu_{24}$	$\phi_5$	$V_b - V_a$
3 4 5	$\phi_5$	$\phi_5 + \mu_{35}$	$-3V_d/2$
4 5	$\phi_5 + \mu_{35}$	$\phi_6$	$V_c - V_a$
4 5 6	$\phi_6$	$\phi_6 + \mu_{46}$	$3V_d/2$
5 6	$\phi_6 + \mu_{46}$	$2\pi + \phi_1$	$V_c - V_b$

La ecuación (B.50) puede también escribirse como sigue:

$$s_h = \frac{j}{2\pi n} \left( e^{-jn(\omega t_1 + \omega T)} - e^{-jn\omega t_1} \right) \quad (\text{B.51})$$

Entonces las expresiones matemáticas generales son:

$$s_0 = \frac{\text{duración del intervalo de conmutación}}{2\pi} \quad (\text{B.52})$$

$$s_{h_{h \neq 0}} = \frac{j}{2\pi n} \left( e^{-jn(\text{fin del intervalo de la función de conmutación})} - e^{-jn(\text{inicio del intervalo de la función de conmutación})} \right) \quad (\text{B.53})$$

### B.3.1 Funciones de conmutación en el proceso de inter-conmutación.

En esta Sección se obtienen los coeficientes de las Funciones de Conmutación de Voltaje asociadas al proceso de conducción (a), descrito en la Sección B.3.

#### B.3.1.1 Conducción de T1 y T6.

$$h_0^{16} = \frac{\phi_2 - (\phi_1 + \mu_{51})}{2\pi} \quad (\text{B.54})$$

$$h_n^{16} = \frac{j}{2\pi n} \left( e^{-jn\phi_2} - e^{-jn(\phi_1 + \mu_{51})} \right) \quad (\text{B.55})$$

#### B.3.1.2 Conducción de T1 y T2.

$$h_0^{12} = \frac{\phi_3 - (\phi_2 + \mu_{62})}{2\pi} \quad (\text{B.56})$$

$$h_n^{12} = \frac{j}{2\pi n} \left( e^{-jn\phi_3} - e^{-jn(\phi_2 + \mu_{62})} \right) \quad (\text{B.57})$$

#### B.3.1.3 Conducción de T2 y T3.

$$h_0^{23} = \frac{\phi_4 - (\phi_3 + \mu_{13})}{2\pi} \quad (\text{B.58})$$

$$h_n^{23} = \frac{j}{2\pi n} \left( e^{-jn\phi_4} - e^{-jn(\phi_3 + \mu_{13})} \right) \quad (\text{B.59})$$

#### B.3.1.4 Conducción de T3 y T4.

$$h_0^{34} = \frac{\phi_5 - (\phi_4 + \mu_{24})}{2\pi} \quad (\text{B.60})$$

$$h_n^{34} = \frac{j}{2\pi n} \left( e^{-jn\phi_5} - e^{-jn(\phi_4 + \mu_{24})} \right) \quad (\text{B.61})$$

### B.3.1.5 Conducción de T4 y T5.

$$h_0^{45} = \frac{\phi_6 - (\phi_5 + \mu_{35})}{2\pi} \quad (\text{B.62})$$

$$h_n^{45} = \frac{j}{2\pi n} \left( e^{-jn\phi_6} - e^{-jn(\phi_5 + \mu_{35})} \right) \quad (\text{B.63})$$

### B.3.1.6 Conducción de T5 y T6.

$$h_0^{56} = \frac{2\pi + \phi_1 - (\phi_6 + \mu_{46})}{2\pi} \quad (\text{B.64})$$

$$h_n^{56} = \frac{j}{2\pi n} \left( e^{-jn(2\pi + \phi_1)} - e^{-jn(\phi_6 + \mu_{46})} \right) \quad (\text{B.65a})$$

$$h_n^{56} = \frac{j}{2\pi n} \left( e^{-jn\phi_1} - e^{-jn(\phi_6 + \mu_{46})} \right) \quad (\text{B.65b})$$

## B.3.2 Funciones de conmutación en el período de conmutación.

En este período las funciones de conmutación de voltaje son exactamente las mismas que las Funciones de Conmutación de Corriente.

### B.3.2.1 Conducción de T5, T6 y T1.

$$h_0^{561} = \frac{\mu_{51}}{2\pi} \quad (\text{B.66})$$

$$h_n^{561} = \frac{j}{2\pi n} \left( e^{-jn(\phi_1 + \mu_{51})} - e^{-jn\phi_1} \right) \quad (\text{B.67})$$

### B.3.2.2 Conducción de T1, T6 y T2.

$$h_0^{162} = \frac{\mu_{62}}{2\pi} \quad (\text{B.68})$$

$$h_n^{162} = \frac{j}{2\pi n} \left( e^{-jn(\phi_2 + \mu_{62})} - e^{-jn\phi_2} \right) \quad (\text{B.69})$$

### B.3.2.3 Conducción de T1, T2 y T3.

$$h_0^{123} = \frac{\mu_{13}}{2\pi} \quad (\text{B.70})$$

$$h_n^{123} = \frac{j}{2\pi n} \left( e^{-jn(\phi_3 + \mu_{13})} - e^{-j\phi_3} \right) \quad (\text{B.71})$$

### B.3.2.4 Conducción de T2, T3 y T4.

$$h_0^{234} = \frac{\mu_{24}}{2\pi} \quad (\text{B.72})$$

$$h_n^{234} = \frac{j}{2\pi n} \left( e^{-jn(\phi_4 + \mu_{24})} - e^{-j\phi_4} \right) \quad (\text{B.73})$$

### B.3.2.5 Conducción de T3, T4 y T5.

$$h_0^{345} = \frac{\mu_{35}}{2\pi} \quad (\text{B.74})$$

$$h_n^{345} = \frac{j}{2\pi n} \left( e^{-jn(\phi_5 + \mu_{35})} - e^{-j\phi_5} \right) \quad (\text{B.75})$$

### B.3.2.6 Conducción de T4, T5 y T6.

$$h_0^{456} = \frac{\mu_{46}}{2\pi} \quad (\text{B.76})$$

$$h_n^{456} = \frac{j}{2\pi n} \left( e^{-jn(\phi_6 + \mu_{46})} - e^{-j\phi_6} \right) \quad (\text{B.77})$$

# APENDICE C

## Componentes Armónicos de la Corriente durante el período de Conmutación.

Con objeto de obtener los componentes armónicos de la corriente durante el período de conmutación se derivarán primero las ecuaciones del circuito durante este período. Se asume que la corriente directa  $I^{cd}$  es constante durante el intervalo de conmutación. Las ecuaciones están basadas en el circuito de la figura C.1.

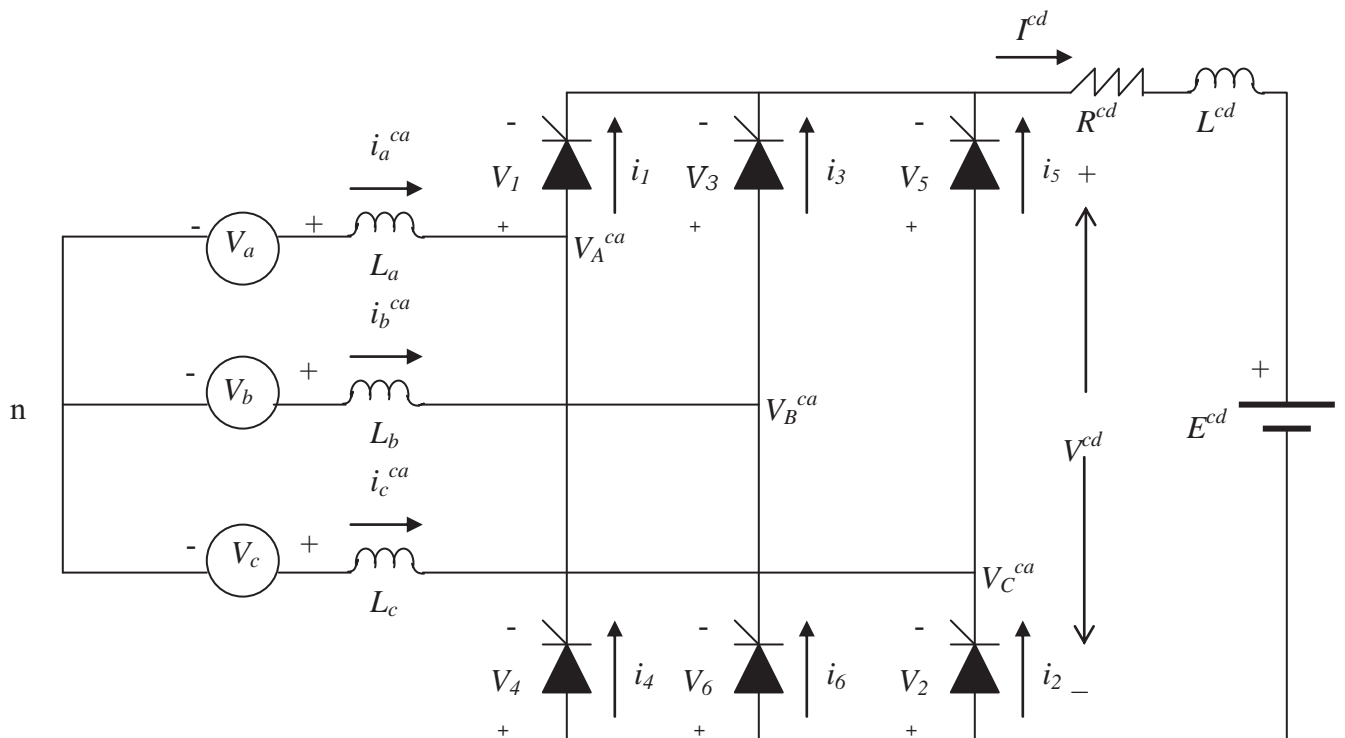


Figura C.1 Convertidor trifásico incluyendo todas las variables.

Observe que en este caso el voltajes del lado de CA, sólo se representa como  $V^k$  para  $k=a,b,c$ ; contrario a como se hizo en el capítulo 2, donde se representaron como  $V_k^{ca}$  para  $k=a,b,c$ .

A cada instante, las ecuaciones siguientes pueden ser obtenidas.

$$i_1 + i_3 + i_5 = i_2 + i_4 + i_6 = I^{cd} = \text{constante} \quad (\text{C.1})$$

$$i_a^{ca} = i_1 - i_4 \quad (\text{C.2})$$

$$i_b^{ca} = i_3 - i_6 \quad (\text{C.3})$$

$$i_c^{ca} = i_5 - i_2 \quad (\text{C.4})$$

$$V_1 - V_3 = V_6 - V_4 \quad (\text{C.5})$$

$$V_3 - V_5 = V_2 - V_6 \quad (\text{C.6})$$

$$V_5 - V_1 = V_4 - V_2 \quad (\text{C.7})$$

Además

$$V_a - L_a \frac{di_a^{ca}}{dt} - V_1 + V_3 + L_b \frac{di_b^{ca}}{dt} - V_b = 0 \quad (\text{C.8})$$

De tal manera

$$V_a - V_b = L_a \frac{di_a^{ca}}{dt} - L_b \frac{di_b^{ca}}{dt} + V_1 - V_3 \quad (\text{C.9a})$$

$$V_a - V_b = L_a \frac{d(i_1 - i_4)}{dt} - L_b \frac{d(i_3 - i_6)}{dt} + V_1 - V_3 \quad (\text{C.9b})$$

Esta última ecuación puede ser expresada en función de la frecuencia angular de la fuente,  $\omega$ , mediante un cambio de variable, de tal manera que el diferencial sea:

$$d(\omega t) \quad (\text{C.10})$$

Derivando con respecto al tiempo se tiene:

$$\frac{d(\omega t)}{dt} = \omega \quad (\text{C.11})$$

Multiplicando por el diferencial de tiempo



$$\frac{d(\omega t)}{dt} dt = \omega dt \quad (\text{C.12})$$

Por el teorema del valor medio

$$\frac{d(\omega t)}{dt} dt = d(\omega t) \quad (\text{C.13})$$

Por lo tanto

$$d(\omega t) = \omega dt \quad (\text{C.14})$$

O bien

$$\frac{1}{\omega} d(\omega t) = dt \quad (\text{C.15})$$

Sustituyendo (C.15) en (C.9b):

$$V_a - V_b = \omega L_a \frac{d(i_1 - i_4)}{d(\omega t)} - \omega L_b \frac{d(i_3 - i_6)}{d(\omega t)} + V_1 - V_3 \quad (\text{C.16})$$

De manera similar

$$V_a - V_c = \omega L_a \frac{d(i_1 - i_4)}{d(\omega t)} - \omega L_c \frac{d(i_5 - i_2)}{d(\omega t)} + V_1 - V_5 \quad (\text{C.17})$$

$$V_b - V_c = \omega L_b \frac{d(i_3 - i_6)}{d(\omega t)} - \omega L_c \frac{d(i_5 - i_2)}{d(\omega t)} + V_3 - V_5 \quad (\text{C.18})$$

### C.1 Corriente durante la conmutación del tiristor T1 al tiristor T3.

Durante la conmutación, los tiristores 1, 2 y 3 están conduciendo, de tal manera que las siguientes ecuaciones son obtenidas del circuito de la Figura C.1.

$$i_4 = i_5 = i_6 = 0 \quad (\text{C.19})$$

$$V_1 = V_2 = V_3 = 0 \quad (\text{C.20})$$

$$i_1 + i_3 = i_2 = I^{cd} = \text{constante} \quad (\text{C.21})$$

Entonces tenemos en las fases conmutadas

$$V_a - V_b = \omega L_a \frac{di_1}{d(\omega t)} - \omega L_b \frac{di_3}{d(\omega t)} \quad (\text{C.22})$$

### C.1.1 Obtención de una expresión para $i_a^{ca}$

De la ecuación (C.2), obtenemos:

$$\frac{di_a^{ca}}{d(\omega t)} = \frac{di_1}{d(\omega t)} \quad (\text{C.23})$$

Y de la ecuación (C.21), obtenemos

$$\frac{di_1}{d(\omega t)} + \frac{di_3}{d(\omega t)} = \frac{dI^{cd}}{d(\omega t)} = 0 \quad (\text{C.24})$$

Por lo tanto

$$\frac{di_1}{d(\omega t)} = -\frac{di_3}{d(\omega t)} \quad (\text{C.25})$$

Entonces

$$V_a - V_b = \omega L_a \frac{di_1}{d(\omega t)} + \omega L_b \frac{di_1}{d(\omega t)} \quad (\text{C.26a})$$

$$V_a - V_b = (\omega L_a + \omega L_b) \frac{di_1}{d(\omega t)} \quad (\text{C.26b})$$

$$V_a - V_b = (\omega L_a + \omega L_b) \frac{di_a^{ca}}{d(\omega t)} \quad (\text{C.26c})$$

Entonces

$$\frac{di_a^{ca}}{d(\omega t)} = \frac{1}{\omega L_a + \omega L_b} (V_a - V_b) \quad (\text{C.27})$$

La corriente en la fase  $a$  durante el intervalo de conmutación es

$$i_a^{ca}(\omega t) = \int_{\omega t_1}^{\omega t} \frac{V_a - V_b}{\omega L_a + \omega L_b} d\omega t + i_a^{ca}(\omega t = \omega t_1) \quad (\text{C.28})$$

donde  $\omega t_1$  es el inicio de la conmutación

Si por ejemplo  $\omega t_1 = \phi_3$  entonces  $i_a^{ca}(\omega t_1) = i_a^{ca}(\phi_3)$  es el valor de la corriente en la fase  $a$  al inicio del proceso de conmutación. En este instante, la corriente es igual a la corriente directa  $I^{cd}$ .

$$i_a^{ca}(\omega t_1) = i_a^{ca}(\phi_3) = I^{cd} \quad (C.29)$$

Si queremos considerar cualquier función periódica, las variables de estado del circuito deben ser expresadas como series de Fourier:

$$i_a^{ca}(\omega t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n^a e^{jn\omega t} \quad (C.30)$$

$$V_a(\omega t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} V_n^a e^{jn\omega t} \quad (C.31)$$

$$V_b(\omega t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} V_n^b e^{jn\omega t} \quad (C.32)$$

$$I^{cd} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n^{cd} e^{jn\omega t} \quad (C.33)$$

Sustituyendo:

$$I^a(\omega t) = \int_{\phi_3}^{\omega t} \frac{1}{\omega L_a + \omega L_b} \left( \sum_{n=-\infty}^{\infty} V_n^a e^{jn\omega t} - \sum_{n=-\infty}^{\infty} V_n^b e^{jn\omega t} \right) d\omega t + \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n^{cd} e^{jn\omega t} \Big|_{\omega t = \phi_3} \quad (C.34a)$$

$$I^a(\omega t) = \int_{\phi_3}^{\omega t} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left( \frac{V_n^a - V_n^b}{\omega L_a + \omega L_b} \right) e^{jn\omega t} d\omega t + \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n^{cd} e^{jn\omega t} \Big|_{\omega t = \phi_3} \quad (C.34b)$$

$$I^a(\omega t) = \int_{\phi_3}^{\omega t} \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \left( \frac{V_n^a - V_n^b}{jn(\omega L_a + \omega L_b)} \right) e^{jn\omega t} jn d\omega t + \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n^{cd} e^{jn\omega t} \Big|_{\omega t = \phi_3} \quad (C.34c)$$

$$I^a(\omega t) = \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \left( \frac{V_n^a - V_n^b}{jn(\omega L_a + \omega L_b)} \right) e^{jn\omega t} \Big|_{\phi_3}^{\omega t} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n^{cd} e^{jn\omega t} \Big|_{\omega t = \phi_3} \quad (C.34d)$$

$$I^a(\omega t) = \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \frac{V_n^a - V_n^b}{jn(\omega L_a + \omega L_b)} e^{jn\omega t} - \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \frac{V_n^a - V_n^b}{jn(\omega L_a + \omega L_b)} e^{jn\phi_3} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n^{cd} e^{jn\phi_3} \quad (\text{C.34e})$$

Esta última ecuación puede ser expresada como

$$I^a(\omega t) = \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \frac{V_n^a - V_n^b}{jn(\omega L_a + \omega L_b)} e^{jn\omega t} + A_x \quad (\text{C.35})$$

donde

$$A_x = - \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \frac{V_n^a - V_n^b}{jn(\omega L_a + \omega L_b)} e^{jn\phi_3} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n^{cd} e^{jn\phi_3} \quad (\text{C.36})$$

Para obtener los coeficientes de Fourier:

$$I_a^{ca}(\omega t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n^a e^{jn\omega t} \quad (\text{C.37})$$

donde

$$I_n^a = \frac{1}{T} \int_0^T I_a^{ca}(\omega t) e^{-jn\omega t} d\omega t \quad (\text{C.38})$$

Esta última ecuación puede ser expresada como

$$I_n^a = \frac{1}{T} \int_{\theta}^{\theta+T} I_a^{ca}(\omega t) e^{-jn\omega t} d\omega t \quad (\text{C.39})$$

donde  $\theta$  permite comenzar desde cualquier referencia en el eje  $\omega t$

Sustituyendo (C.37) y (C.35) en (C.39):

$$\frac{1}{T} \int_{\phi_3}^{\phi_3+T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n^a e^{jn\omega t} e^{-jn\omega t} d\omega t = \frac{1}{T} \int_{\phi_3}^{\phi_3+T} \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \frac{V_n^a - V_n^b}{jn(\omega L_a + \omega L_b)} e^{jn\omega t} e^{-jn\omega t} d\omega t + \frac{1}{T} \int_{\phi_3}^{\phi_3+T} A_x e^{-jn\omega t} d\omega t \quad (\text{C.40})$$

La ecuación (C.40) es equivalente a sustituir la ecuación (C.30) en la ecuación (C.34e), y la ecuación resultante se multiplica por la función ortogonal  $e^{-jn\omega t}$  en ambos lados, e integrando sobre un período.

Resolviendo la ecuación (C.40):

$$\frac{1}{T} \int_{\phi_3}^{\phi_3+T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n^a d\omega t = \frac{1}{T} \int_{\phi_3}^{\phi_3+T} \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \frac{V_n^a - V_n^b}{jn(\omega L_a + \omega L_b)} d\omega t + \frac{1}{T} \int_{\phi_3}^{\phi_3+T} A_x e^{-jn\omega t} d\omega t \quad (\text{C.41a})$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n^a = \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \frac{V_n^a - V_n^b}{jn(\omega L_a + \omega L_b)} + \frac{A_x}{-jnT} (e^{-jn(\phi_3+T)} - e^{-jn\phi_3}) \quad (\text{C.41b})$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n^a = \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \frac{V_n^a - V_n^b}{jn(\omega L_a + \omega L_b)} - \frac{A_x}{jnT} (e^{-jn(\phi_3+T)} - e^{-jn\phi_3}) \quad (\text{C.41c})$$

Puesto que  $T$  es un período

$$e^{-jn(\phi_3+T)} = e^{-jn\phi_3} \quad (\text{C.42})$$

Por lo tanto

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n^a = \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \frac{V_n^a - V_n^b}{jn(\omega L_a + \omega L_b)} - \frac{A_x}{jnT} (0) \quad (\text{C.43})$$

Entonces

$$I_{n \neq 0}^a = \frac{V_n^a - V_n^b}{jn(\omega L_a + \omega L_b)} \quad (\text{C.44})$$

Obteniendo la parte de CD correspondiente a  $I_a^a(\omega t)$ , es decir  $I_0^a$ , es necesario aplicar la regla de L'Hopital al lado derecho de la ecuación (C.41c):

$$\lim_{n \rightarrow 0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n^a = \lim_{n \rightarrow 0} \left[ \frac{\sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \frac{\frac{d}{dn}(V_n^a - V_n^b)}{\frac{d}{dn}(jn(\omega L_a + \omega L_b))} - \frac{\frac{d}{dn} A_x (e^{-jn(\phi_3+T)} - e^{-jn\phi_3}) + A_x \frac{d}{dn} (e^{-jn(\phi_3+T)} - e^{-jn\phi_3})}{\frac{d}{dn} jnT}}{\frac{d}{dn} jnT}} \right] \quad (\text{C.45a})$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n^a = \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \frac{0}{jn(\omega L_a + \omega L_b)} - \left. \frac{d}{dn} A_x(0) + A_x(e^{-jn(\phi_3+T)}(-j(\phi_3+T)) - e^{-jn\phi_3}(-j\phi_3)) \right|_{n=0} \quad (C.45b)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n^a = -\frac{A_x(e^0(-j\phi_3 - jT) - e^0(-j\phi_3))}{jT} \quad (C.45c)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n^a = -\frac{A_x(-j\phi_3 - jT + j\phi_3)}{jT} \quad (C.45d)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n^a = A_x \frac{jT}{jT} \quad (C.45e)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n^a = A_x \quad (C.45f)$$

Por lo tanto:

$$I_0^a = -\sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \frac{V_n^a - V_n^b}{jn(\omega L_a + \omega L_b)} e^{jn\phi_3} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n^{cd} e^{jn\phi_3} \quad (C.46)$$

El análisis llevado a cabo anteriormente permite concluir que el coeficiente de la serie de Fourier correspondiente a  $I_0^a$  puede ser obtenido directamente de la ecuación (C.34e), tal como se demuestra a continuación.

Sustituyendo (C.30) en (C.34e):

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n^a e^{jn\omega t} = \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \frac{V_n^a - V_n^b}{jn(\omega L_a + \omega L_b)} e^{jn\omega t} - \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \frac{V_n^a - V_n^b}{jn(\omega L_a + \omega L_b)} e^{jn\phi_3} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n^{dc} e^{jn\phi_3} \quad (C.47)$$

El lado izquierdo de (C.47) puede ser expresado como

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n^a e^{jn\omega t} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n^a e^{jn\omega t} + I_0^a e^0 \quad (C.48a)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n^a e^{jn\omega t} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n^a e^{jn\omega t} + I_0^a \quad (C.48b)$$

En este caso  $I_0^a$  es el componente de CD, el cual está dado en el instante  $\phi_3$

Igualando las ecuaciones (C.47) y (C.48b):

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n^a e^{jn\omega t} = \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \frac{V_n^a - V_n^b}{jn(\omega L_a + \omega L_b)} e^{jn\omega t} \quad (C.49)$$

$$I_0^a = - \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \frac{V_n^a - V_n^b}{jn(\omega L_a + \omega L_b)} e^{jn\phi_3} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n^{dc} e^{jn\phi_3} \quad (C.50)$$

De (C.49):

$$I_{n \neq 0}^a = \frac{V_n^a - V_n^b}{jn(\omega L_a + \omega L_b)} \quad (C.51)$$

La ecuación (C.50) es la (C.46) y la (C.51) es la (C.44). Estas ecuaciones pueden ser escritas de la manera siguiente:

$$\begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ I_{-2}^a \\ I_{-1}^a \\ I_0^a \\ I_1^a \\ I_2^a \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \frac{V_{-2}^a - V_{-2}^b}{-j2(\omega L_a + \omega L_b)} \\ \frac{V_{-1}^a - V_{-1}^b}{-j(\omega L_a + \omega L_b)} \\ 0 \\ \frac{V_1^a - V_1^b}{j(\omega L_a + \omega L_b)} \\ \frac{V_2^a - V_2^b}{j2(\omega L_a + \omega L_b)} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & e^{-j2\phi_3} & e^{-j\phi_3} & 1 & e^{j\phi_3} & e^{j2\phi_3} & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ I_{-2}^{dc} - \frac{V_{-2}^a - V_{-2}^b}{-j2(\omega L_a + \omega L_b)} \\ I_{-1}^{dc} - \frac{V_{-1}^a - V_{-1}^b}{-j(\omega L_a + \omega L_b)} \\ I_0^{dc} \\ I_1^{dc} - \frac{V_1^a - V_1^b}{j(\omega L_a + \omega L_b)} \\ I_2^{dc} - \frac{V_2^a - V_2^b}{j2(\omega L_a + \omega L_b)} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix} \quad (C.52)$$

O en la forma compacta

$$\bar{I}_n^a = [\bar{Y}_n (\bar{V}_n^a - \bar{V}_n^b)] + [\bar{G}(\phi_3)] [\bar{I}_n^{dc} - \bar{Y}_n (\bar{V}_n^a - \bar{V}_n^b)] \quad (C.53)$$

O bien

$$\bar{I}_n^a = [\bar{I}^M - \bar{G}(\phi_3)] [\bar{Y}_n (\bar{V}_n^a - \bar{V}_n^b)] + [\bar{G}(\phi_3)] \bar{I}_n^{dc} \quad (C.54)$$

donde  $\bar{I}^M = \bar{M}$  es una matriz identidad.



### C.1.2 Obtención de una expresión para $i_b^{ca}$

De la ecuación (C.3) tenemos

$$\frac{di_b^{ca}}{d(\omega t)} = \frac{di_3}{d(\omega t)} \quad (C.55)$$

De la ecuación (C.23)

$$\frac{di_3}{d(\omega t)} = -\frac{di_1}{d(\omega t)} \quad (C.56)$$

Entonces, de la ecuación (C.22)

$$V_a - V_b = -\omega L_a \frac{di_3}{d(\omega t)} - \omega L_b \frac{di_3}{d(\omega t)} \quad (C.57a)$$

$$V_b - V_a = (\omega L_a + \omega L_b) \frac{di_3}{d(\omega t)} \quad (C.57b)$$

$$V_b - V_a = (\omega L_a + \omega L_b) \frac{di_b^{ac}}{d(\omega t)} \quad (C.57c)$$

Por lo tanto

$$\frac{di_b^{ca}}{d(\omega t)} = \frac{1}{\omega L_a + \omega L_b} (V_b - V_a) \quad (C.58)$$

La corriente en la fase  $b$  durante el intervalo de conmutación está dada por

$$i_b^{ca}(\omega t) = \int_{\omega t_1}^{\omega t} \frac{V_b - V_a}{\omega L_a + \omega L_b} d\omega t + i_b^{ca}(\omega t = \omega t_1 = \phi_3) \quad (C.59)$$

$i_b^{ca}(\omega t = \omega t_1 = \phi_3)$  es el valor de la corriente en la fase  $b$  y  $\omega t_1$  es el inicio de la conmutación.

Puesto que esta fase es la fase de entrada, la corriente a este preciso instante es cero.

Por lo tanto

$$i_b^{ca}(\omega t) = \int_{\phi_3}^{\omega t} \frac{V_b - V_a}{\omega L_a + \omega L_b} d\omega t \quad (C.60)$$

Sustituyendo (C.31) y (C.32) en (C.60) y resolviendo:

$$I_b^{ca}(\omega t) = \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \frac{V_n^b - V_n^a}{jn(\omega L_a + \omega L_b)} e^{jn\omega t} - \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \frac{V_n^b - V_n^a}{jn(\omega L_a + \omega L_b)} e^{jn\phi_3} \quad (C.61)$$

$$I_b^{ca}(\omega t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n^b e^{jn\omega t} + I_0^b \quad (C.62)$$

Igualando (C.61) y (62)

$$I_0^b = - \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \frac{V_n^b - V_n^a}{jn(\omega L_a + \omega L_b)} e^{jn\phi_3} \quad (C.63)$$

$$I_{n \neq 0}^b = \frac{V_n^b - V_n^a}{jn(\omega L_a + \omega L_b)} \quad (C.64)$$

En la forma matricial, (C.63) y (C.64) se expresan de la siguiente manera

$$\bar{I}_n^b = [\bar{I}^M - \bar{G}(\phi_3)] [\bar{Y}_n (\bar{V}_n^b - \bar{V}_n^a)] \quad (C.65)$$

Para cuando la conmutación se lleva a cabo en los tiristores conectados en el bus positivo, es posible escribir ecuaciones generales para las corrientes de fase de entrada y de salida.

Asumiendo que

*in* corresponde a la fase de entrada

*out* corresponde a la fase de salida

$\phi_{in-out}$  corresponde al instante cuando la conmutación inicia

Entonces

$$\bar{I}_n^{out} = [\bar{I}^M - \bar{G}(\phi_{in-out})] [\bar{Y}_n (\bar{V}_n^{out} - \bar{V}_n^{in})] + [\bar{G}(\phi_{in-out})] \bar{I}_n^{cd} \quad (C.66)$$

$$\bar{I}_n^{in} = [\bar{I}^M - \bar{G}(\phi_{in-out})] [\bar{Y}_n (\bar{V}_n^{in} - \bar{V}_n^{out})] \quad (C.67)$$

donde

$\bar{Y}_n$  es una matriz diagonal con elementos definidos como

$$Y_{nn} = \frac{1}{jn(\omega L_{in} + \omega L_{out})}$$

donde  $L_{in}$  y  $L_{out}$  son las inductancias del transformador CA/CD de las fases conmutadas de entrada y de salida, respectivamente.

Con base en las ecuaciones (C.66) y (C.67) el análisis del otro proceso de conmutación en el bus positivo puede ser realizado de manera directa.

### C.2 Conmutación del Tiristor T3 al Tiristor T5.

Fase de entrada:  $c$

Fase de salida:  $b$

Instante de tiempo:  $\phi_5$

Por lo tanto

$$\bar{I}_n^b = [\bar{I}^M - \bar{G}(\phi_5)] [\bar{Y}_n (\bar{V}_n^b - \bar{V}_n^c)] + [\bar{G}(\phi_5)] \bar{I}_n^{cd} \quad (C.68)$$

$$\bar{I}_n^c = [\bar{I}^M - \bar{G}(\phi_5)] [\bar{Y}_n (\bar{V}_n^c - \bar{V}_n^b)] \quad (C.69)$$

$$Y_{nn} = \frac{1}{jn(\omega L_b + \omega L_c)} \quad (C.70)$$

### C.3 Conmutación del Tiristor T5 al Tiristor T1.

Fase de entrada:  $a$

Fase de salida:  $c$

Instante de tiempo:  $\phi_1$

Por lo tanto

$$\bar{I}_n^c = [\bar{I}^M - \bar{G}(\phi_1)] [\bar{Y}_n (\bar{V}_n^c - \bar{V}_n^a)] + [\bar{G}(\phi_1)] \bar{I}_n^{cd} \quad (C.71)$$

$$\bar{I}_n^a = [\bar{I}^M - \bar{G}(\phi_1)] [\bar{Y}_n (\bar{V}_n^a - \bar{V}_n^c)] \quad (C.72)$$

$$Y_{nn} = \frac{1}{jn(\omega L_c + \omega L_a)} \quad (C.73)$$

A continuación se muestra el análisis de la conmutación que tiene lugar entre tiristores conectados en el bus negativo.

#### C.4 Conmutación del Tiristor T4 al Tiristor T6.

En este caso:

$$i_1 = i_3 = i_2 = 0 \quad (C.74)$$

$$V_4 = V_6 = V_5 = 0 \quad (C.75)$$

De la ecuación (C.1) obtenemos:

$$i_5 = i_4 + i_6 = I^{cd} = \text{constante} \quad (C.76)$$

Y

$$V_a + \omega L_a \frac{di_4}{d\omega t} - \omega L_b \frac{di_6}{d\omega t} - V_b = 0 \quad (C.77)$$

De manera que

$$V_a - V_b = \omega L_b \frac{di_6}{d\omega t} - \omega L_a \frac{di_4}{d\omega t} \quad (C.78)$$

De la ecuación (C.2)

$$\frac{di_a^{ac}}{d\omega t} = -\frac{di_4}{d\omega t} \quad (C.79)$$

De la ecuación (C.3)

$$\frac{di_b^{ac}}{d\omega t} = -\frac{di_6}{d\omega t} \quad (C.80)$$

De la ecuación (C.1)

$$\frac{di_4}{d\omega t} = -\frac{di_6}{d\omega t} \quad (C.81)$$

Con base en el conjunto de ecuaciones (C.74)-(C.79), las expresiones de corriente para las fases  $a$  y  $b$  pueden ser obtenidas.

#### C.4.1 Corriente en fase a (fase de entrada).

Sustituyendo (C.79) y (C.81) en (C.78), obtenemos:

$$V_a - V_b = -\omega L_b \frac{di_4}{d\omega t} - \omega L_a \frac{di_4}{d\omega t} \quad (\text{C.82a})$$

$$V_a - V_b = -\omega(L_b + L_a) \frac{di_4}{d\omega t} \quad (\text{C.82b})$$

$$V_a - V_b = (\omega L_a + \omega L_b) \frac{di_a^{ca}}{d\omega t} \quad (\text{C.82c})$$

Por lo tanto

$$\frac{di_a^{ca}}{d\omega t} = \frac{1}{\omega L_a + \omega L_b} (V_a - V_b) \quad (\text{C.83})$$

Como puede ser visto, esta última ecuación es la misma Ecuación (C.27) cuando la conmutación se lleva a cabo entre los tiristores T1 y T3.

La corriente en la fase  $a$  es:

$$i_a^{ca}(\omega t) = \int_{\phi_6}^{\omega t} \frac{V_a - V_b}{\omega L_a + \omega L_b} d\omega t + i_a^{ca}(\omega t = \phi_6) \quad (\text{C.84})$$

Puesto que la fase  $a$  es la fase de salida, su valor es igual al valor de la corriente en el lado de CD. Sin embargo, puesto que el proceso de conmutación está siendo llevado a cabo en el bus negativo entonces su polaridad es opuesta a la de la corriente en el lado de CD.

Entonces

$$i_a^{ca}(\omega t = \phi_6) = -I^{cd} \quad (\text{C.85})$$

Haciendo un análisis similar al llevado a cabo en las ecuaciones (C.30) a (C.34e), obtenemos

$$I_a^{ca}(\omega t) = \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \frac{V_n^a - V_n^b}{jn(\omega L_a + \omega L_b)} e^{jn\omega t} - \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \frac{V_n^a - V_n^b}{jn(\omega L_a + \omega L_b)} e^{jn\phi_6} - \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n^{cd} e^{jn\phi_6} \quad (C.86)$$

Comparando esta última ecuación con la Ecuación (C.34c) se encuentra que son diferentes en cuanto a los instantes del proceso de conmutación y en cuanto al signo del término de CD.

Realizando un análisis para obtener los componentes de la serie de Fourier, encontramos

$$I_n^a = \frac{V_n^a - V_n^b}{jn(\omega L_a + \omega L_b)} \quad (C.87)$$

$$I_0^a = - \left( \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \frac{V_n^a - V_n^b}{jn(\omega L_a + \omega L_b)} e^{jn\phi_6} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n^{cd} e^{jn\phi_6} \right) \quad (C.88)$$

En forma matricial tenemos

$$\bar{I}_n^a = [\bar{I}^M - \bar{G}(\phi_6)] [\bar{Y}_n (\bar{V}_n^a - \bar{V}_n^b)] - [\bar{G}(\phi_6)] \bar{I}_n^{cd} \quad (C.89)$$

#### C.4.2 Corriente en la fase b (fase de entrada).

Sustituyendo (C.80) y (C.81) en (C.78)

$$V_a - V_b = \omega L_b \frac{di_6}{d\omega t} + \omega L_a \frac{di_6}{d\omega t} \quad (C.90a)$$

$$V_a - V_b = (\omega L_a + \omega L_b) \frac{di_6}{d\omega t} \quad (C.90b)$$

$$V_a - V_b = -(\omega L_a + \omega L_b) \frac{di_b^{ca}}{d\omega t} \quad (C.90c)$$

$$V_b - V_a = (\omega L_a + \omega L_b) \frac{di_b^{ca}}{d\omega t} \quad (C.90d)$$

Por lo tanto

$$\frac{di_b^{ca}}{d\omega t} = \frac{V_b - V_a}{\omega L_a + \omega L_b} \quad (C.91)$$

Entonces:

$$i_b^{ca} = \int_{\phi_6}^{\omega t} \frac{V_b - V_a}{\omega L_a + \omega L_b} d\omega t + i_b^{ca}(\omega t = \phi_6) \quad (C.92)$$

Puesto que la fase  $b$  es la fase de entrada,  $i_b^{ca}(\omega t = \phi_6) = 0$

Por lo tanto

$$i_b^{ca} = \int_{\phi_6}^{\omega t} \frac{V_b - V_a}{\omega L_a + \omega L_b} d\omega t \quad (C.93)$$

Excepto por el instante en que el proceso de conmutación comienza, la ecuación (C.93) es exactamente igual a la ecuación (C.60). Por lo tanto el análisis para la obtención de los coeficientes de Fourier es exactamente el mismo.

Entonces

$$I_{n \neq 0}^b = \frac{V_n^b - V_n^a}{jn(\omega L_a + \omega L_b)} \quad (C.94)$$

$$I_0^b = - \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \frac{V_n^b - V_n^a}{jn(\omega L_a + \omega L_b)} e^{jn\phi_3} \quad (C.95)$$

En forma matricial

$$\bar{I}_n^b = [\bar{I}^M - \bar{G}(\phi_6)] [\bar{Y}_n (\bar{V}_n^b - \bar{V}_n^a)] \quad (C.96)$$

Para la conmutación llevada a cabo por los tiristores conectados en el bus negativo, expresiones generales para las corrientes de fase correspondientes a las fases de entrada y de salida pueden ser obtenidas.

Asumiendo que

$in$  es la fase de entrada

$out$  es la fase de salida

$\phi_{in-out}$  es el instante cuando la conmutación comienza

Entonces

$$\bar{I}_n^{out} = [\bar{I}^M - \bar{G}(\phi_{in-out})][\bar{Y}_n(\bar{V}_n^{out} - \bar{V}_n^{in})] - [\bar{G}(\phi_{in-out})]\bar{I}_n^{cd} \quad (C.97)$$

$$\bar{I}_n^{in} = [\bar{I}^M - \bar{G}(\phi_{in-out})][\bar{Y}_n(\bar{V}_n^{in} - \bar{V}_n^{out})] \quad (C.98)$$

donde  $Y_n$  es una matriz diagonal cuyos elementos ya fueron definidos anteriormente en la Sección C.1.2.

### C.5 Conmutación del Tiristor T6 al Tiristor T2.

Fase de entrada  $c$

Fase de salida  $b$

Instante de tiempo  $\phi_2$

Por lo tanto

$$\bar{I}_n^b = [\bar{Y}_n(\bar{V}_n^b - \bar{V}_n^c)][\bar{I}^M - \bar{G}(\phi_2)] - [\bar{G}(\phi_2)]\bar{I}_n^{cd} \quad (C.99)$$

$$\bar{I}_n^c = [\bar{I}^M - \bar{G}(\phi_2)][\bar{Y}_n(\bar{V}_n^c - \bar{V}_n^b)] \quad (C.100)$$

$$Y_{nn} = \frac{1}{jn(\omega L_b + \omega L_c)} \quad (C.101)$$

### C.6 Conmutación del Tiristor T2 al Tiristor T4.

Fase de entrada  $a$

Fase de salida  $c$

Instante de tiempo  $\phi_4$

Por lo tanto

$$\bar{I}_n^c = [\bar{Y}_n(\bar{V}_n^c - \bar{V}_n^a)][\bar{I}^M - \bar{G}(\phi_4)] - [\bar{G}(\phi_4)]\bar{I}_n^{cd} \quad (C.102)$$

$$\bar{I}_n^a = [\bar{I}^M - \bar{G}(\phi_4)][\bar{Y}_n(\bar{V}_n^a - \bar{V}_n^c)] \quad (C.103)$$

$$Y_{nn} = \frac{1}{jn(\omega L_a + \omega L_c)} \quad (C.104)$$



## C.7 Expresiones generales de corriente.

Con lo expuesto en los análisis anteriores, es posible obtener una expresión para las corrientes circulando en el sistema de CA con base en las funciones de conmutación, parámetros del circuito eléctrico y sistema de control.

La corriente en la fase  $a$  puede expresarse como,

$$\begin{aligned} i_a^{ac}(\omega t) = & I^{61}(\omega t) + I^{12}(\omega t) + I^{612}(\omega t) + I^{34}(\omega t) + I^{45}(\omega t) \\ & + I^{345}(\omega t) + I^{561}(\omega t) + I^{123}(\omega t) + I^{234}(\omega t) + I^{456}(\omega t) \end{aligned} \quad (\text{C.105})$$

tal como se muestra esquemáticamente en la Figura C.2.

Las corrientes durante el proceso de *interconmutación* son,

$$I^{61}(\omega t) + I^{12}(\omega t) + I^{612}(\omega t) = [H^1(\omega t) - H^{51}(\omega t) - H^{13}(\omega t)] I^{dc}(\omega t) \quad (\text{C.106})$$

$$I^{34}(\omega t) + I^{45}(\omega t) + I^{345}(\omega t) = -[H^4(\omega t) - H^{24}(\omega t) - H^{46}(\omega t)] I^{dc}(\omega t) \quad (\text{C.107})$$

El signo negativo en esta última ecuación es debido a que el tiristor 4 está conduciendo de manera tal que  $i_a^{ac}(\omega t)$  y  $I^{dc}(\omega t)$  son opuestos en polaridad.

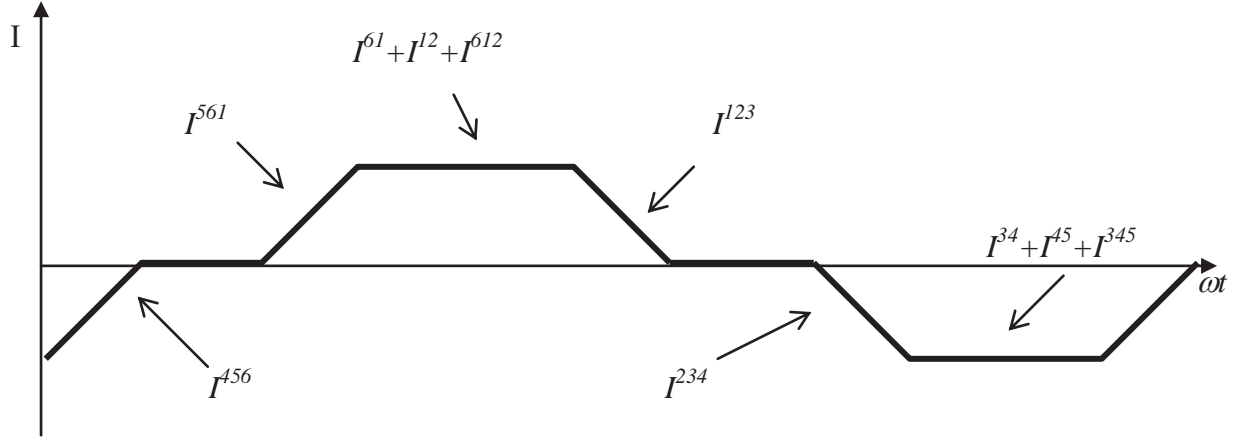
Las corrientes durante el proceso de *conmutación* expresadas como matrices de Fourier son:

$$\bar{I}^{561} = \bar{H}^{51} \left[ (\bar{I}^M - \bar{G}(\phi_1)) \bar{Y}_n (\bar{V}_n^a - \bar{V}_n^c) \right] \quad (\text{C.108})$$

$$\bar{I}^{123} = \bar{H}^{13} \left[ \bar{Y}_n (\bar{V}_n^a - \bar{V}_n^b) - \bar{G}(\phi_3) (\bar{Y}_n (\bar{V}_n^a - \bar{V}_n^b) - \bar{I}_n^{dc}) \right] \quad (\text{C.109})$$

$$\bar{I}^{234} = \bar{H}^{24} \left[ (\bar{I}^M - \bar{G}(\phi_4)) \bar{Y}_n (\bar{V}_n^a - \bar{V}_n^c) \right] \quad (\text{C.110})$$

$$\bar{I}^{456} = \bar{H}^{46} \left[ \bar{Y}_n (\bar{V}_n^a - \bar{V}_n^b) - \bar{G}(\phi_6) (\bar{Y}_n (\bar{V}_n^a - \bar{V}_n^b) + \bar{I}_n^{dc}) \right] \quad (\text{C.111})$$



**Figura C.2** Corriente en la fase *a*.

Expresando las ecuaciones (C.106) y (C.107) como matrices de Fourier, y sustituyéndolas junto con las ecuaciones (C.108)-(C.111) en (C.105) se obtiene lo siguiente:

$$\begin{aligned} \bar{I}_a^{ac} = & \left[ \bar{H}^1 - \bar{H}^4 \right] \bar{I}_n^{dc} - \left[ \bar{H}^{51} + \bar{H}^{13} - \bar{H}^{24} - \bar{H}^{46} \right] \bar{I}_n^{dc} \\ & + \bar{H}^{51} \left[ \left( \bar{I}^M - \bar{G}(\phi_1) \right) \bar{Y}_n (\bar{V}_n^a - \bar{V}_n^c) \right] \\ & + \bar{H}^{13} \left[ \bar{Y}_n (\bar{V}_n^a - \bar{V}_n^b) - \bar{G}(\phi_3) (\bar{Y}_n (\bar{V}_n^a - \bar{V}_n^b) - \bar{I}_n^{dc}) \right] \\ & + \bar{H}^{24} \left[ \left( \bar{I}^M - \bar{G}(\phi_4) \right) \bar{Y}_n (\bar{V}_n^a - \bar{V}_n^c) \right] \\ & + \bar{H}^{46} \left[ \bar{Y}_n (\bar{V}_n^a - \bar{V}_n^b) - \bar{G}(\phi_6) (\bar{Y}_n (\bar{V}_n^a - \bar{V}_n^b) + \bar{I}_n^{dc}) \right] \end{aligned} \quad (\text{C.112})$$

# APENDICE D

## Expresiones Generales de las Corrientes en el Lado de CA para las Fases b y c.

En este Apéndice se muestra la manera de obtener las expresiones para las corrientes que circulan en el lado de CA del convertidor trifásico. De manera similar a la forma como se obtuvo la expresión para la corriente en la fase *a* en la Sección 2.4.2 del Capítulo 2, ahora se muestra el procedimiento de obtención de las expresiones de corriente para las fases *b* y *c*.

### D.1 Corriente en la fase b.

De acuerdo con la Figura D.1, esta corriente puede ser expresada como

$$\begin{aligned} i_b^{ca} = & I^{23}(\omega t) + I^{34}(\omega t) + I^{234}(\omega t) + I^{56}(\omega t) + I^{61}(\omega t) \\ & + I^{561}(\omega t) + I^{123}(\omega t) + I^{345}(\omega t) + I^{456}(\omega t) + I^{612}(\omega t) \end{aligned} \quad (D.1)$$

#### D.1.1 Corrientes durante el proceso de inter-conmutación.

Estas corrientes son las siguientes

$$I^{23}(\omega t) + I^{34}(\omega t) + I^{234}(\omega t) = [H^3(\omega t) - H^{13}(\omega t) - H^{35}(\omega t)] I^{cd}(\omega t) \quad (D.2)$$

$$I^{56}(\omega t) + I^{61}(\omega t) + I^{561}(\omega t) = -[H^6(\omega t) - H^{46}(\omega t) - H^{62}(\omega t)] I^{cd}(\omega t) \quad (D.3)$$

### D.1.2 Corrientes cuando la fase b está involucrada en el proceso de conmutación.

Expresando estas corrientes en matrices de Fourier, tenemos lo siguiente:

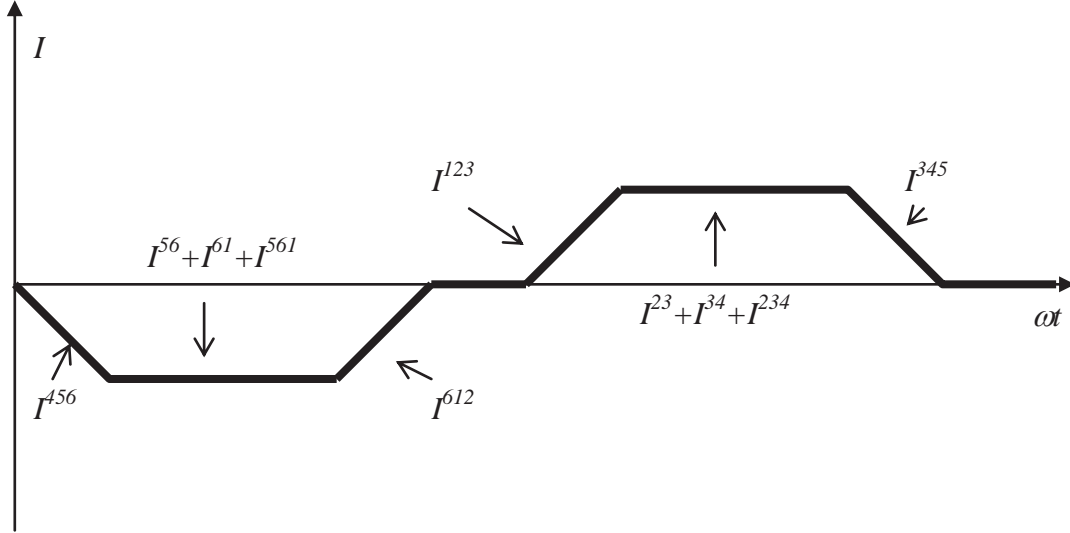


Figura D.1 Corriente en la fase  $b$

$$\bar{I}^{123} = \bar{H}^{13} \left[ (\bar{I}^M - \bar{G}(\phi_3)) \bar{Y}_n (\bar{V}_n^b - \bar{V}_n^a) \right] \quad (D.4)$$

$$\bar{I}^{345} = \bar{H}^{35} \left[ \bar{Y}_n (\bar{V}_n^b - \bar{V}_n^c) - \bar{G}(\phi_5) (\bar{Y}_n (\bar{V}_n^b - \bar{V}_n^c) - \bar{I}^{cd}) \right] \quad (D.5)$$

$$\bar{I}^{456} = \bar{H}^{46} \left[ (\bar{I}^M - \bar{G}(\phi_6)) (\bar{Y}_n (\bar{V}_n^b - \bar{V}_n^a)) \right] \quad (D.6)$$

$$\bar{I}^{612} = \bar{H}^{62} \left[ \bar{Y}_n (\bar{V}_n^b - \bar{V}_n^c) - \bar{G}(\phi_2) (\bar{Y}_n (\bar{V}_n^b - \bar{V}_n^c) + \bar{I}^{cd}) \right] \quad (D.7)$$

Expresando las ecuaciones (D.2) y (D.3) en matrices de Fourier y sustituyéndolas junto con el conjunto de ecuaciones (D.4)-(D.7) en la representación en matrices de Fourier de la ecuación (D.1):

$$\begin{aligned}
\bar{I}_b^{ca} &= [\bar{H}^3 - \bar{H}^6] \bar{I}^{cd} - [\bar{H}^{13} + \bar{H}^{35} - \bar{H}^{62} - \bar{H}^{46}] \bar{I}^{cd} \\
&+ \bar{H}^{13} \left[ (\bar{I}^M - \bar{G}(\phi_3)) \bar{Y}_n (\bar{V}_n^b - \bar{V}_n^a) \right] \\
&+ \bar{H}^{35} \left[ \bar{Y}_n (\bar{V}_n^b - \bar{V}_n^c) - \bar{G}(\phi_5) (\bar{Y}_n (\bar{V}_n^b - \bar{V}_n^c) - \bar{I}^{cd}) \right] \\
&+ \bar{H}^{46} \left[ (\bar{I}^M - \bar{G}(\phi_6)) \bar{Y}_n (\bar{V}_n^b - \bar{V}_n^a) \right] \\
&+ \bar{H}^{62} \left[ \bar{Y}_n (\bar{V}_n^b - \bar{V}_n^c) - \bar{G}(\phi_2) (\bar{Y}_n (\bar{V}_n^b - \bar{V}_n^c) + \bar{I}^{cd}) \right]
\end{aligned} \tag{D.8}$$

## D.2 Corriente en la fase c.

Esta corriente puede ser expresada, de acuerdo con la Figura D.2, como:

$$\begin{aligned}
i_c^{ca} &= I^{12}(\omega t) + I^{23}(\omega t) + I^{123}(\omega t) + I^{45}(\omega t) + I^{456}(\omega t) \\
&+ I^{56}(\omega t) + I^{612}(\omega t) + I^{234}(\omega t) + I^{345}(\omega t) + I^{561}(\omega t)
\end{aligned} \tag{D.9}$$

### D.2.1 Corrientes en el proceso de inter-conmutación.

Estas corrientes son:

$$I^{12}(\omega t) + I^{23}(\omega t) + I^{123}(\omega t) = -[H^2(\omega t) - H^{62}(\omega t) - H^{24}(\omega t)] I^{cd}(\omega t) \tag{D.10}$$

$$I^{45}(\omega t) + I^{456}(\omega t) + I^{56}(\omega t) = [H^5(\omega t) - H^{35}(\omega t) - H^{51}(\omega t)] I^{cd}(\omega t) \tag{D.11}$$

### D.2.2 Corrientes cuando la fase c está involucrada en el proceso de conmutación.

En la representación en matrices de Fourier, estas corrientes están dadas como sigue:

$$\bar{I}^{612} = \bar{H}^{62} \left[ (\bar{I}^M - \bar{G}(\phi_2)) \bar{Y}_n (\bar{V}_n^c - \bar{V}_n^b) \right] \tag{D.12}$$

$$\bar{I}^{234} = \bar{H}^{24} \left[ \bar{Y}_n (\bar{V}_n^c - \bar{V}_n^a) - \bar{G}(\phi_4) (\bar{Y}_n (\bar{V}_n^c - \bar{V}_n^a) + \bar{I}^{dc}) \right] \tag{D.13}$$

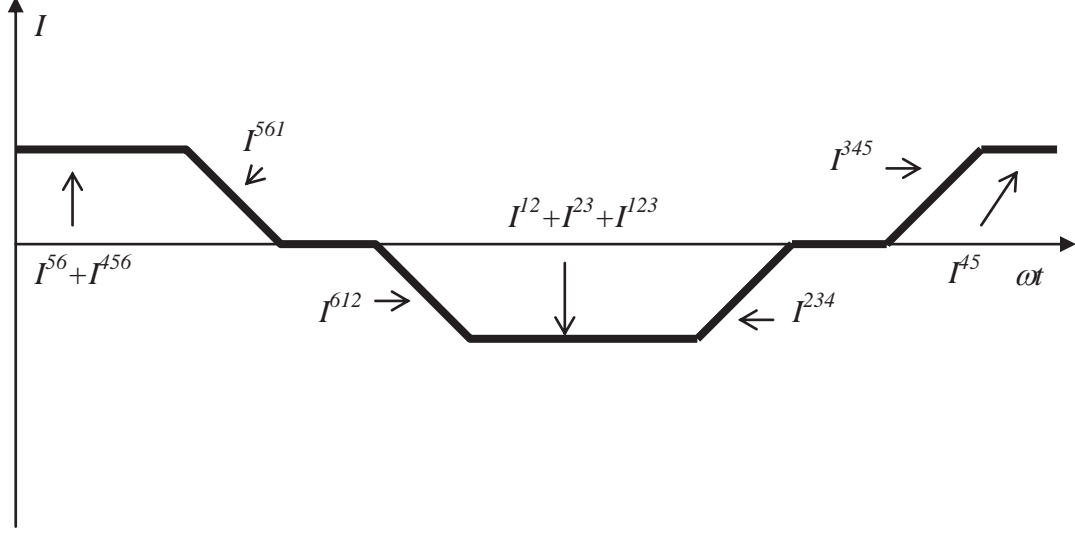


Figura D.2 Corriente en la fase  $c$

$$\bar{I}^{345} = \bar{H}^{35} \left[ (\bar{I}^M - \bar{G}(\phi_5)) \bar{Y}_n (\bar{V}_n^c - \bar{V}_n^b) \right] \quad (D.14)$$

$$\bar{I}^{561} = \bar{H}^{51} \left[ \bar{Y}_n (\bar{V}_n^c - \bar{V}_n^a) - \bar{G}(\phi_1) (\bar{Y}_n (\bar{V}_n^c - \bar{V}_n^a) - \bar{I}^{cd}) \right] \quad (D.15)$$

Sustituyendo el conjunto de ecuaciones (D.12)-(D.15) además de la representación en matrices de Fourier de las ecuaciones (D.10) y (D.11) en la representación en matrices de Fourier de la ecuación (D.9):

$$\begin{aligned} \bar{I}_c^{ca} = & \left[ \bar{H}^5 - \bar{H}^2 \right] \bar{I}^{cd} - \left[ \bar{H}^{35} + \bar{H}^{51} - \bar{H}^{62} - \bar{H}^{24} \right] \bar{I}^{cd} \\ & + \bar{H}^{35} \left[ (\bar{I}^M - \bar{G}(\phi_5)) \bar{Y}_n (\bar{V}_n^c - \bar{V}_n^b) \right] \\ & + \bar{H}^{51} \left[ \bar{Y}_n (\bar{V}_n^c - \bar{V}_n^a) - \bar{G}(\phi_1) (\bar{Y}_n (\bar{V}_n^c - \bar{V}_n^a) - \bar{I}^{cd}) \right] \\ & + \bar{H}^{62} \left[ (\bar{I}^M - \bar{G}(\phi_2)) \bar{Y}_n (\bar{V}_n^c - \bar{V}_n^b) \right] \\ & + \bar{H}^{24} \left[ \bar{Y}_n (\bar{V}_n^c - \bar{V}_n^a) - \bar{G}(\phi_4) (\bar{Y}_n (\bar{V}_n^c - \bar{V}_n^a) + \bar{I}^{dc}) \right] \end{aligned} \quad (D.16)$$

## APENDICE E

# Parámetros A, B, C y D del Convertidor Trifásico.

La admitancia armónica debe proveer una relación entre las corrientes y los voltajes de las tres fases de CA, la corriente en el lado de CD y el voltaje en el lado de CD. Con base en la Figura E.1, la representación de dos puertos en el dominio armónico es:

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_a^{ca} \\ \bar{I}_b^{ca} \\ \bar{I}_c^{ca} \\ \bar{V}^{cd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A}_{aa} & \bar{A}_{ab} & \bar{A}_{ac} & \bar{B}_{ad} \\ \bar{A}_{ba} & \bar{A}_{bb} & \bar{A}_{bc} & \bar{B}_{bd} \\ \bar{A}_{ca} & \bar{A}_{cb} & \bar{A}_{cc} & \bar{B}_{cd} \\ \bar{C}_{da} & \bar{C}_{db} & \bar{C}_{dc} & \bar{D}_{dd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_a^{ca} \\ \bar{V}_b^{ca} \\ \bar{V}_c^{ca} \\ \bar{I}^{cd} \end{bmatrix} \quad (\text{E.1})$$

donde la matriz de dos puertos acopla todos los armónicos asociados a los voltajes de fase, corrientes de fase, la corriente en el lado de CD y el voltaje en el lado de CD. En lo sucesivo omitiremos el superíndice ca de los voltajes del lado de CA.

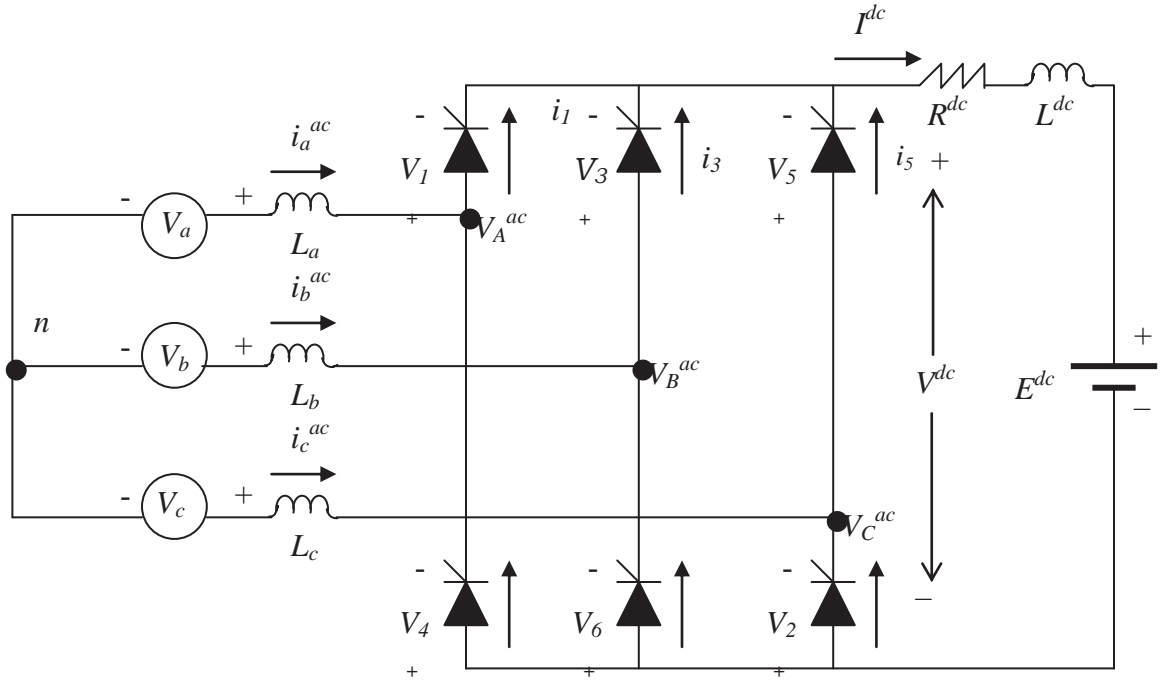
### E.1 Análisis de la corriente en la fase a.

De la ecuación (E.1) se tiene

$$\bar{I}_a^{ca} = \bar{A}_{aa}\bar{V}_a + \bar{B}_{ab}\bar{V}_b + \bar{C}_{ac}\bar{V}_c + \bar{B}_{ad}\bar{I}^{cd} \quad (\text{E.2})$$

La ecuación expresada por las funciones de conmutación es:

$$\begin{aligned}
\bar{I}_a^{ac} = & [\bar{H}^1 - \bar{H}^4] \bar{I}^{dc} - [\bar{H}^{51} + \bar{H}^{13} - \bar{H}^{24} - \bar{H}^{46}] \bar{I}^{dc} \\
& + \bar{H}^{51} [(\bar{I}^M - \bar{G}(\phi_1)) \bar{Y}_n (\bar{V}_a - \bar{V}_c)] \\
& + \bar{H}^{13} [\bar{Y}_n (\bar{V}_a - \bar{V}_b) - \bar{G}(\phi_3) (\bar{Y}_n (\bar{V}_a - \bar{V}_b) - \bar{I}^{dc})] \\
& + \bar{H}^{24} [(\bar{I}^M - \bar{G}(\phi_4)) \bar{Y}_n (\bar{V}_a - \bar{V}_c)] \\
& + \bar{H}^{46} [\bar{Y}_n (\bar{V}_a - \bar{V}_b) - \bar{G}(\phi_6) (\bar{Y}_n (\bar{V}_a - \bar{V}_b) + \bar{I}^{dc})]
\end{aligned} \tag{E.3}$$



**Figura E.1** Convertidor trifásico incluyendo todas las variables.

Agrupando términos y comparando (E.2) con (E.3):

$$\begin{aligned}
\bar{A}_{aa} = & \bar{H}^{51} (\bar{I}^M - \bar{G}(\phi_1)) \bar{Y}_n + \bar{H}^{13} [\bar{I}^M - \bar{G}(\phi_3)] \bar{Y}_n \\
& + \bar{H}^{24} (\bar{I}^M - \bar{G}(\phi_4)) \bar{Y}_n + \bar{H}^{46} [\bar{I}^M - \bar{G}(\phi_6)] \bar{Y}_n
\end{aligned} \tag{E.4}$$

$$\bar{A}_{ab} = \{ -\bar{H}^{13} [\bar{I}^M - \bar{G}(\phi_3)] - \bar{H}^{46} [\bar{I}^M - \bar{G}(\phi_6)] \} \bar{Y}_n \tag{E.5}$$



$$\bar{A}_{ac} = \left\{ -\bar{H}^{51} [\bar{I}^M - \bar{G}(\phi_1)] - \bar{H}^{24} [\bar{I}^M - \bar{G}(\phi_4)] \right\} \bar{Y}_n \quad (\text{E.6})$$

$$\begin{aligned} \bar{B}_{ad} = & \left[ \bar{H}^1 - \bar{H}^4 - \bar{H}^{51} - \bar{H}^{13} + \bar{H}^{24} + \bar{H}^{46} \right] \\ & + \bar{H}^{13} \bar{G}(\phi_3) - \bar{H}^{46} \bar{G}(\phi_6) \end{aligned} \quad (\text{E.7})$$

## E.2 Análisis de la corriente en la fase b.

De la ecuación (E.1)

$$\bar{I}_b^{ac} = \bar{A}_{ba} \bar{V}_a + \bar{A}_{bb} \bar{V}_b + \bar{A}_{bc} \bar{V}_c + \bar{B}_{bd} \bar{I}^{dc} \quad (\text{E.8})$$

Con base en las funciones de conmutación:

$$\begin{aligned} \bar{I}_b^{ac} = & \left[ \bar{H}^3 - \bar{H}^6 \right] \bar{I}^{dc} - \left[ \bar{H}^{13} + \bar{H}^{35} - \bar{H}^{62} - \bar{H}^{46} \right] \bar{I}^{dc} \\ & + \bar{H}^{13} \left[ (\bar{I}^M - \bar{G}(\phi_3)) \bar{Y}_n (\bar{V}_b - \bar{V}_a) \right] \\ & + \bar{H}^{35} \left[ \bar{Y}_n (\bar{V}_b - \bar{V}_c) - \bar{G}(\phi_5) (\bar{Y}_n (\bar{V}_b - \bar{V}_c) - \bar{I}^{dc}) \right] \\ & + \bar{H}^{46} \left[ (\bar{I}^M - \bar{G}(\phi_6)) \bar{Y}_n (\bar{V}_b - \bar{V}_a) \right] \\ & + \bar{H}^{62} \left[ \bar{Y}_n (\bar{V}_b - \bar{V}_c) - \bar{G}(\phi_2) (\bar{Y}_n (\bar{V}_b - \bar{V}_c) + \bar{I}^{dc}) \right] \end{aligned} \quad (\text{E.9})$$

Comparando (E.8) con (E.9):

$$\bar{A}_{ba} = \left\{ -\bar{H}^{13} [\bar{I}^M - \bar{G}(\phi_3)] - \bar{H}^{46} [\bar{I}^M - \bar{G}(\phi_6)] \right\} \bar{Y}_n \quad (\text{E.10})$$

$$\begin{aligned} \bar{A}_{bb} = & \bar{H}^{13} [\bar{I}^M - \bar{G}(\phi_3)] \bar{Y}_n + \bar{H}^{35} [\bar{I}^M - \bar{G}(\phi_5)] \bar{Y}_n \\ & + \bar{H}^{46} [\bar{I}^M - \bar{G}(\phi_6)] \bar{Y}_n + \bar{H}^{62} [\bar{I}^M - \bar{G}(\phi_2)] \bar{Y}_n \end{aligned} \quad (\text{E.11})$$

$$\bar{A}_{bc} = \left\{ -\bar{H}^{35} [\bar{I}^M - \bar{G}(\phi_5)] - \bar{H}^{62} [\bar{I}^M - \bar{G}(\phi_2)] \right\} \bar{Y}_n \quad (\text{E.12})$$

$$\begin{aligned}\bar{B}_{bd} = & \left[ \bar{H}^3 - \bar{H}^6 - \bar{H}^{13} - \bar{H}^{35} + \bar{H}^{62} + \bar{H}^{46} \right] \\ & + \bar{H}^{35} \bar{G}(\phi_5) - \bar{H}^{62} \bar{G}(\phi_2)\end{aligned}\quad (\text{E.13})$$

### E.3 Análisis de la corriente en la fase c.

De la ecuación (E.1)

$$\bar{I}_c^{ac} = \bar{A}_{ca} \bar{V}_a + \bar{A}_{cb} \bar{V}_b + \bar{A}_{cc} \bar{V}_c + \bar{B}_{cd} \bar{I}^{dc} \quad (\text{E.14})$$

Basándose en las funciones de conmutación:

$$\begin{aligned}\bar{I}_c^{ac} = & \left[ \bar{H}^5 - \bar{H}^2 \right] \bar{I}^{dc} - \left[ \bar{H}^{35} + \bar{H}^{51} - \bar{H}^{62} - \bar{H}^{24} \right] \bar{I}^{dc} \\ & + \bar{H}^{35} \left[ \left( \bar{I}^M - \bar{G}(\phi_5) \right) \bar{Y}_n (\bar{V}_c - \bar{V}_b) \right] \\ & + \bar{H}^{51} \left[ \bar{Y}_n (\bar{V}_c - \bar{V}_a) - \bar{G}(\phi_1) (\bar{Y}_n (\bar{V}_c - \bar{V}_a) - \bar{I}^{dc}) \right] \\ & + \bar{H}^{62} \left[ \left( \bar{I}^M - \bar{G}(\phi_2) \right) \bar{Y}_n (\bar{V}_c - \bar{V}_b) \right] \\ & + \bar{H}^{24} \left[ \bar{Y}_n (\bar{V}_c - \bar{V}_a) - \bar{G}(\phi_4) (\bar{Y}_n (\bar{V}_c - \bar{V}_a) + \bar{I}^{dc}) \right]\end{aligned}\quad (\text{E.15})$$

Agrupando términos y comparando (E.14) con (E.15):

$$\bar{A}_{ca} = \left\{ -\bar{H}^{51} \left[ \bar{I}^M - \bar{G}(\phi_1) \right] - \bar{H}^{24} \left[ \bar{I}^M - \bar{G}(\phi_4) \right] \right\} \bar{Y}_n \quad (\text{E.16})$$

$$\bar{A}_{cb} = \left\{ -\bar{H}^{35} \left[ \bar{I}^M - \bar{G}(\phi_5) \right] - \bar{H}^{62} \left[ \bar{I}^M - \bar{G}(\phi_2) \right] \right\} \bar{Y}_n \quad (\text{E.17})$$

$$\begin{aligned}\bar{A}_{cc} = & \bar{H}^{35} \left[ \bar{I}^M - \bar{G}(\phi_5) \right] \bar{Y}_n + \bar{H}^{51} \left[ \bar{I}^M - \bar{G}(\phi_1) \right] \bar{Y}_n \\ & + \bar{H}^{62} \left[ \bar{I}^M - \bar{G}(\phi_2) \right] \bar{Y}_n + \bar{H}^{24} \left[ \bar{I}^M - \bar{G}(\phi_4) \right] \bar{Y}_n\end{aligned}\quad (\text{E.18})$$

$$\begin{aligned}\bar{B}_{cd} = & \left[ \bar{H}^5 - \bar{H}^2 - \bar{H}^{35} - \bar{H}^{51} + \bar{H}^{62} + \bar{H}^{24} \right] \\ & + \bar{H}^{51} \bar{G}(\phi_1) - \bar{H}^{24} \bar{G}(\phi_4)\end{aligned}\quad (\text{E.19})$$

#### E.4 Análisis del voltaje en el lado de CD.

De la ecuación (E.1)

$$\bar{V}^{dc} = \bar{C}_{da} \bar{V}_a + \bar{C}_{db} \bar{V}_b + \bar{C}_{dc} \bar{V}_c + \bar{D}_{dd} \bar{I}^{dc} \quad (\text{E.20})$$

Expresando en función de los voltajes en terminales de CA del convertidor, tal como se estableció en el Capítulo 2, en la Sección 2.4:

$$\bar{V}^{dc} = \bar{H}_a (\bar{V}_a - \bar{Z}_a \bar{I}_a^{ac}) + \bar{H}_b (\bar{V}_b - \bar{Z}_b \bar{I}_b^{ac}) + \bar{H}_c (\bar{V}_c - \bar{Z}_c \bar{I}_c^{ac}) \quad (\text{E.21})$$

Sustituyendo  $I_a^{ac}$ ,  $I_b^{ac}$  y  $I_c^{ac}$  de (E.1) en (E.21):

$$\begin{aligned}\bar{V}^{dc} = & \bar{H}_a \left[ \bar{V}_a - \bar{Z}_a \left( \bar{A}_{aa} \bar{V}_a + \bar{A}_{ab} \bar{V}_b + \bar{A}_{ac} \bar{V}_c + \bar{B}_{ad} \bar{I}^{dc} \right) \right] \\ & + \bar{H}_b \left[ \bar{V}_b - \bar{Z}_b \left( \bar{A}_{ba} \bar{V}_a + \bar{A}_{bb} \bar{V}_b + \bar{A}_{bc} \bar{V}_c + \bar{B}_{bd} \bar{I}^{dc} \right) \right] \\ & + \bar{H}_c \left[ \bar{V}_c - \bar{Z}_c \left( \bar{A}_{ca} \bar{V}_a + \bar{A}_{cb} \bar{V}_b + \bar{A}_{cc} \bar{V}_c + \bar{B}_{cd} \bar{I}^{dc} \right) \right]\end{aligned}\quad (\text{E.22})$$

Agrupando términos:

$$\begin{aligned}\bar{V}^{dc} = & \left\{ \bar{H}_a - \bar{H}_a \bar{Z}_a \bar{A}_{aa} - \bar{H}_b \bar{Z}_b \bar{A}_{ba} - \bar{H}_c \bar{Z}_c \bar{A}_{ca} \right\} \bar{V}_a \\ & + \left\{ \bar{H}_b - \bar{H}_a \bar{Z}_a \bar{A}_{ab} - \bar{H}_b \bar{Z}_b \bar{A}_{bb} - \bar{H}_c \bar{Z}_c \bar{A}_{cb} \right\} \bar{V}_b \\ & + \left\{ \bar{H}_c - \bar{H}_a \bar{Z}_a \bar{A}_{ac} - \bar{H}_b \bar{Z}_b \bar{A}_{bc} - \bar{H}_c \bar{Z}_c \bar{A}_{cc} \right\} \bar{V}_c \\ & - \left\{ \bar{H}_a \bar{Z}_a \bar{B}_{ad} + \bar{H}_b \bar{Z}_b \bar{B}_{bd} + \bar{H}_c \bar{Z}_c \bar{B}_{cd} \right\} \bar{I}^{dc}\end{aligned}\quad (\text{E.23})$$

Por lo tanto

$$\bar{C}_{da} = \bar{H}_a - \bar{H}_a \bar{Z}_a \bar{A}_{aa} - \bar{H}_b \bar{Z}_b \bar{A}_{ba} - \bar{H}_c \bar{Z}_c \bar{A}_{ca} \quad (\text{E.24})$$

$$\bar{C}_{db} = \bar{H}_b - \bar{H}_a \bar{Z}_a \bar{A}_{ab} - \bar{H}_b \bar{Z}_b \bar{A}_{bb} - \bar{H}_c \bar{Z}_c \bar{A}_{cb} \quad (\text{E.25})$$

$$\bar{C}_{dc} = \bar{H}_c - \bar{H}_a \bar{Z}_a \bar{A}_{ac} - \bar{H}_b \bar{Z}_b \bar{A}_{bc} - \bar{H}_c \bar{Z}_c \bar{A}_{cc} \quad (\text{E.26})$$

$$\bar{D}_{dd} = -(\bar{H}_a \bar{Z}_a \bar{B}_{ad} + \bar{H}_b \bar{Z}_b \bar{B}_{bd} + \bar{H}_c \bar{Z}_c \bar{B}_{cd}) \quad (\text{E.27})$$

Las ecuaciones anteriores muestran el acoplamiento entre las armónicas en un sistema de CA trifásico. Por ejemplo la corriente de CA, para la fase a; en la ecuación (E.2) tiene la siguiente representación matricial:

$$\begin{bmatrix} \vdots \\ I_{-1}^{ca a} \\ I_0^{ca a} \\ I_1^{ca a} \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \\ \cdots & a_0^{aa} & a_{-1}^{aa} & a_{-2}^{aa} & \cdots \\ \cdots & a_1^{aa} & a_0^{aa} & a_{-1}^{aa} & \cdots \\ \cdots & a_2^{aa} & a_1^{aa} & a_0^{aa} & \cdots \\ \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ V_{-1}^{ca a} \\ V_0^{ca a} \\ V_1^{ca a} \\ \vdots \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \\ \cdots & a_0^{ab} & a_{-1}^{ab} & a_{-2}^{ab} & \cdots \\ \cdots & a_1^{ab} & a_0^{ab} & a_{-1}^{ab} & \cdots \\ \cdots & a_2^{ab} & a_1^{ab} & a_0^{ab} & \cdots \\ \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ V_{-1}^{ca b} \\ V_0^{ca b} \\ V_1^{ca b} \\ \vdots \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \\ \cdots & a_0^{ac} & a_{-1}^{ac} & a_{-2}^{ac} & \cdots \\ \cdots & a_1^{ac} & a_0^{ac} & a_{-1}^{ac} & \cdots \\ \cdots & a_2^{ac} & a_1^{ac} & a_0^{ac} & \cdots \\ \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ V_{-1}^{ca c} \\ V_0^{ca c} \\ V_1^{ca c} \\ \vdots \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \\ \cdots & b_0^{ad} & b_{-1}^{ad} & b_{-2}^{ad} & \cdots \\ \cdots & b_1^{ad} & b_0^{ad} & b_{-1}^{ad} & \cdots \\ \cdots & b_2^{ad} & b_1^{ad} & b_0^{ad} & \cdots \\ \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ I_{-1}^{cd} \\ I_0^{cd} \\ I_1^{cd} \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (\text{E.28})$$

Una sola frecuencia de la corriente de CA, en la fase a; esta acoplada a todas las armónicas del voltaje de CA, de las tres fases y la corriente de CD a través de las matrices  $\bar{A}_{aa}$ ,  $\bar{A}_{ab}$ ,  $\bar{A}_{ac}$  y  $\bar{B}_{ad}$ .