



UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO

FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO

“APLICACIÓN DE LA TEORÍA DE
SENSIBILIDADES DINÁMICAS PARA EL
ANÁLISIS DE ESTABILIDAD TRANSITORIA EN
SISTEMAS ELÉCTRICOS CON DISPOSITIVOS
SIFLETCA”

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERÍA
ELÉCTRICA

PRESENTA

ING. LUIS ALBERTO CONTRERAS AGUILAR

ASESOR

DR. CLAUDIO RUBÉN FUERTE ESQUIVEL

MORELIA, MICHOACÁN

JUNIO DEL 2005



Agradecimientos

A DIOS por llenar mi vida de dicha y bendiciones.

A mi Madre Josefina y a mis Hermanos Juan, José, Jesús, Santos, Mercedes, Rosa, Salvador, Javier, por haber contado siempre con su apoyo incondicional.

Al Dr. Claudio R. Fuerte Esquivel por el asesoramiento, el apoyo brindados para terminar esta tesis, su conocimiento impartido, comentarios y sugerencias que me brindo.

A los docentes del posgrado de la facultad de ingeniería eléctrica de la UMSNH por los conocimientos que me impartieron y los comentarios realizados.

A mi esposa Diana, quien siempre me ha brindado su apoyo, cariño, lealtad y comprensión.

A mis amigos: Manuel, Octavio, Marcos, Noly, Guillen, Alejandro, Silvia, Moisés, Jesús, Pedro, Carlos, Roberto, Hugo, Abel, Gaffie, Rubén, Reymundo, Edgar y el buen Tiberio. Por la amistad, apoyo y momentos gratos que he vivido al lado de ustedes.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por el financiamiento de mis estudios de maestría.

Resumen

En este trabajo de tesis se describe la implementación práctica de la teoría de sensibilidades dinámicas para evaluar la condición de estabilidad de un sistema eléctrico de potencia sujeto a una gran perturbación. Un estudio unificado de estabilidad transitoria en sistemas de potencia, incluyendo las sensibilidades dinámicas, son descritas en detalle. Estas sensibilidades son derivadas para ambos conjuntos de ecuaciones diferenciales ordinarias y ecuaciones diferencial-algebraicas, con respecto a la variación en los parámetros y variación en las condiciones iniciales. Esta teoría fue extendida para considerar los Sistemas Flexibles de Transmisión de Corriente Alterna (SIFLETCA) para evaluar su impacto en las trayectorias dinámicas del sistema de potencia debido a grandes perturbaciones, así como la capacidad de aumentar la región del espacio de estado estable del sistema después de que el sistema es sujeto a una perturbación. Los dispositivos SIFLETCA considerados en este trabajo son, Compensador Estático de Vars (CEV) y el Compensador Avanzado Serie (CAS). Los resultados son reportados para mostrar la eficacia de los modelos matemáticos y el software desarrollados.

Abstract

This thesis describes the practical implementation of the dynamic sensitivity theory to assess the condition of stability of an electric power system subjected to a large perturbation. A unified power system transient stability study, including dynamic sensitivities, is described in detail. These sensitivities are derived for both a set of ordinary differential equations and differential-algebraic equations with respect to parameter variations and initial conditions variations. This theory was extended to consider Flexible AC Transmission System (FACTS) controllers in order to assess their impact on the power system dynamic trajectories due to large perturbations, as well as the controllers capacity to extend the system's stable state-space region after the system is subjected to a disturbance. The FACTS controllers considered in this work were the Static VARs Compensator (SVC) and Thyristor Controlled Series Capacitor (TCSC). Results are reported in order to show the progress of the developed mathematical models and software.

Índice

Resumen	i
Abstract	ii
Simbología y Abreviaciones	vii
Índice de Figuras	ix
Índice de Tablas	xii

CAPÍTULO 1 INTRODUCCIÓN

1.1 Introducción	1
1.2 Estado del Arte	2
1.3 Justificación y Motivación	3
1.4 Objetivos	4
1.5 Estructura de la Tesis	5

CAPÍTULO 2 TEORÍA DE SENSIBILIDADES DINÁMICAS

2.1 Introducción	7
2.2 Trayectorias de Sensibilidades por Variación de Parámetros para Modelos de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDO)	8
2.3 Trayectorias de Sensibilidades por Variación de Condiciones Iniciales Para Modelos de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDO)	9
2.4 Trayectorias de Sensibilidades por Variación de Parámetros para Modelos de Ecuaciones Diferencial-Algebraicas (EDA)	10
2.5 Métodos de Solución para los Modelos EDO y EDA	11
2.5.1 Método Euler	12
2.5.2 Método de la Regla Trapezoidal	12
2.5.3 Método Runge-Kutta de 4 ^{to} Orden	13
2.5.4 Método Simultáneo Implícito (SI)	14

2.5.4.1 Solución numérica usando el método SI	14
---	----

CAPÍTULO 3 APLICACIÓN DE LA TEORÍA DE SENSIBILIDADES DINÁMICAS EN SISTEMAS DE POTENCIA

3.1 Introducción	17
3.2 Definición y Clasificación de Estabilidad en Sistemas Eléctricos	18
3.3 Estabilidad del Angulo del Rotor	20
3.4 Análisis Conceptual de la Estabilidad Transitoria	24
3.4.1 Modelo de una Máquina en un SEP	25
3.4.2 Modelo del sistema Multi-máquina en un SEP	25
3.4.3 Criterio de Áreas Iguales	28
3.5 Planteamiento del Problema	32
3.5.1 Cálculos Previos	33
3.5.2 Preparación de Datos	36
3.5.3 Pasos Para el Análisis de Sensibilidades	36
3.6 Ejemplos de Aplicación de la Teoría de Sensibilidades Dinámicas Para Estudio de Estabilidad	37
3.6.1 Ejemplo de un Sistema de una Máquina Conectada a un Nodo Infinito	37
3.6.1.1 Sensibilidades por Variación en los Parámetros	39
3.6.1.2 Sensibilidades por Variación en las Condiciones Iniciales	47
3.6.2 Ejemplo de un Sistema Multi-Máquina	50
3.6.2.1 Sensibilidades por Variación en los Parámetros	52
3.6.2.2 Sensibilidades por Variación en las Condiciones Iniciales	57
3.7 Conclusiones	61

CAPÍTULO 4 APLICACIÓN DE LA TEORÍA DE SENSIBILIDADES DINÁMICAS EN SISTEMAS CON DISPOSITIVOS SIFLETCA

4.1 Introducción	62
4.2 Control de Flujo de Potencia de los Dispositivos SIFLETCA	63

4.3 Ventajas en la Utilización de Dispositivos SIFLETCA	64
4.4 Aplicaciones Actuales de Dispositivos SIFLETCA	65
4.4.1 Australia	66
4.4.2 África	67
4.4.3 Brasil	67
4.4.4 Estados Unidos de América	68
4.5 Modelo Dinámico del Compensador Estático de Vars (CEV)	69
4.6 Modelo Dinámico del Compensador Avanzado Serie (CAS)	73
4.7 Ejemplos de Aplicación de la Teoría de Sensibilidades Dinámicas Para el Estudio del Dispositivo CEV	77
4.7.1 Ejemplo de un Sistema de una Máquina con un Dispositivo CEV	77
4.7.1.1 Efecto del Compensador CEV en sistema de una Máquina	79
4.7.1.2 Sensibilidad por Variación de Parámetros	83
4.7.2 Ejemplo de un Sistema Multi-Máquina WSCC	88
4.7.2.1 Sensibilidades por Variación en los Parámetros	89
4.8 Ejemplos de Aplicación de la Teoría de Sensibilidades Dinámicas Para el Estudio del Dispositivo CAS	94
4.8.1 Ejemplo de un Sistema de una Máquina con un Dispositivo CAS	94
4.8.1.1 Efecto del Compensador CAS Sobre el Ángulo δ de la Máquina	96
4.8.1.2 Sensibilidad por Variación de Parámetros	99
4.8.2 Ejemplo de un Sistema Multi-Máquina WSCC	101
4.7.2.1 Sensibilidades por Variación en los Parámetros	102
4.9 Conclusiones	107

CAPÍTULO 5 CONCLUSIONES GENERALES, APORTACIONES Y TRABAJOS FUTUROS

5.1 Conclusiones Generales	109
5.2 Aportaciones	111
5.3 Trabajos Futuros	111

Apéndice A	Teoría de Sensibilidades Dinámicas	113
Apéndice B	Ecuación de Oscilación del generador Síncrono	121
Apéndice C	Datos de Sistemas Eléctricos	127
Bibliografía		130

Simbología y Abreviaciones

t	Tiempo.
t_{cl}	Tiempo de liberación.
l	Espacio dimensional del sistema dinámico.
α	Vector de parámetros.
p	Dimensión del vector de parámetros.
x_α	Sensibilidades por variación en los parámetros.
$S_\alpha(t)$	Matriz de sensibilidades de parámetros.
β	Vector de condiciones iniciales para la sensibilidad por variación en CI.
I	Matriz identidad.
$S_\beta(t)$	Matriz de sensibilidad de condiciones iniciales.
x_β	Sensibilidades por variación en las condiciones iniciales.
$f(x, y, \alpha)$	Función dinámica.
$g(x, y, \alpha)$	Función algebraica.
x	Vector de variables dinámicas.
y	Vector de variables algebraicas.
w_1	Sensibilidad de variables dinámicas.
w_2	Sensibilidades de variables algebraicas.
J	Matriz Jacobiana.
$\partial f / \partial x$	Jacobiano del sistema dinámico.
$\partial g / \partial x$	Jacobiano del sistema algebraico.
H	Constante de inercia.
ω_0	Velocidad síncrona.
E	Voltaje interno de la máquina.
δ	Ángulo interno de la máquina ó de carga.
D	coeficiente de amortiguamiento
P_{ac}	Potencia de aceleración.
T_m	Par mecánico.
P_m	Potencia mecánica.
T_e	Par eléctrico.
P_{ge}	Potencia eléctrica generada.
M	Momento de inercia.
ω_r	Velocidad del rotor
ω	Velocidad del rotor con respecto a la velocidad síncrona.
Y_{Bus}	Matriz de admitancias del sistema.
Y_{Red}	Matriz de admitancias reducida del sistema.
x'_d	Reactancia transitoria.
G	Conductancia de la matriz de admitancias.
B	Susceptancia de la matriz de admitancias.

V	Magnitud de voltaje en el sistema.
θ	Ángulo del voltaje en el sistema.
V_{CEV}	Voltaje del CEV.
B_{CEV}	Susceptancia del CEV.
Q_{CEV}	Potencia reactiva del CEV.
K_i	Constante integral.
I_{CAS}	Corriente del CAS.
B_{CAS}	Susceptancia del CAS.
Q_{CAS}	Potencia reactiva del CAS.
SEP	Sistema Eléctrico de Potencia.
SIFLETCA	Sistemas Flexibles de Transmisión en Corriente Alterna.
EDO	Ecuaciones Diferenciales Ordinarias.
MTT	Margen del Tiempo Transitorio.
EDA	Ecuaciones Diferencial-Algebraicas.
CEV	Compensador Estático de Vars.
CAS	Compensador Avanzado Serie.
EUA	Estados Unidos de América.
WSCC	Sistema Eléctrico Occidental de EUA.
IEEE	Institute of Electrical and Electronics Engineers.
CIGRE	Conseil International des Grands Réseaux Electriques.
ΔEC	Incremento de Energia Cinetica.
CI	Condiciones Iniciales.
F/S	Fuera de Sincronismo.
MW	Mega Watts.
KV	Kilo Volts.
MVA _r	Mega volts Amper Reactivos.
CS	Capacitores Serie.
SSR	Resonancia Subsíncrona.
HVDC	Alto Voltaje en Corriente Directa.
CC	Capacitor Convencional.
CF	Capacitor Fijo.
RCT	Reactor Controlado por Tiristores.
f_{mm}	Fuerza magnetomotriz.
CT	Transformador de Acoplamiento

Índice de Figuras

Figura 3.1 Clasificación de la estabilidad en sistemas de potencia.	20
Figura 3.2 Representación de un sistema multi-máquina.	26
Figura 3.3 Energía acelerante A_1 y desacelerante A_2 , ante una perturbación de potencia mecánica.	29
Figura 3.4 Criterio de áreas iguales; (a) un sistema que resulta estable (b) para un sistema que resulta inestable.	32
Figura 3.5 Sistema de una maquina nodo infinito.	37
Figura 3.6 Diagrama de fase del sistema máquina nodo infinito.	39
Figura 3.7 Angulo del rotor δ y velocidad ω , para $x_0 = [0.414 \ 0]^T$.	42
Figura 3.8 Sensibilidades para $x_0 = [0.414 \ 0]^T$.	43
Figura 3.9 Angulo del rotor δ y velocidad ω , para $x_0 = [-2.5 \ 20]^T$.	44
Figura 3.10 Sensibilidades para $x_0 = [-2.5 \ 20]^T$.	44
Figura 3.11 Angulo del rotor δ y velocidad ω , para $x_0 = [-3.38 \ 0]^T$.	45
Figura 3.12 Sensibilidades para $x_0 = [-3.38 \ 0]^T$.	46
Figura 3.13 Diagrama de fase para el cambio de $P_m = 3.0$.	49
Figura 3.14 Sistema WSCC reportado en [Anderson y Fouad, 1994].	51
Figura 3.15 Ubicación del sistema WSCC de EUA.	51
Figura 3.16 Ángulos y sensibilidades para la liberación de la perturbación en $t_{cl} = 0.10 \text{ seg}$.	55
Figura 3.17 Ángulos y sensibilidades para la liberación de la perturbación en $t_{cl} = 0.23 \text{ seg}$.	56
Figura 3.18 Ángulos y sensibilidades para la liberación de la perturbación en $t_{cl} = 0.25 \text{ seg}$.	56
Figura 3.19 Ángulos y sensibilidades para la liberación de la perturbación en $t_{cl} = 0.23 \text{ seg}$.	59
Figura 3.20 Ángulos y sensibilidades para la liberación de la perturbación en $t_{cl} = 0.25 \text{ seg}$.	60
Figura 4.1 Representación de transmisión de potencia de un sistema a otro.	63
Figura 4.2 CEV de la subestación de Lismore, en Australia.	66
Figura 4.3 CAS de la subestación emperatriz en Brasil.	68
Figura 4.4 CAS de Kayenta EUA.	69

Figura 4.5 Diagrama simplificado del CEV.	70
Figura 4.6 Característica de control del CEV.	71
Figura 4.7 Diagrama de bloques del CEV.	72
Figura 4.8 Diagrama simplificado del CAS.	74
Figura 4.9 Características de control del CAS.	74
Figura 4.10 Diagrama de bloques del CAS.	75
Figura 4.11 Sistema de una máquina incluyendo el dispositivo CEV.	77
Figura 4.12 Ángulo de la máquina δ con y sin CEV, para $t_{cl} = 0.1 \text{ seg}$.	80
Figura 4.13 Ángulo de la máquina δ con y sin CEV, para $t_{cl} = 0.5 \text{ seg}$.	81
Figura 4.14 Variables de Estado del CEV, para $t_{cl} = 0.1 \text{ seg}$.	82
Figura 4.15 Variables de Estado del CEV, para $t_{cl} = 0.5 \text{ seg}$.	82
Figura 4.16 Voltaje y susceptancia del CEV, (a) $t_{cl} = 0.1 \text{ seg}$ y (b) $t_{cl} = 0.5 \text{ seg}$.	83
Figura 4.17 Sensibilidades sin CEV, para diferentes t_{cl} .	84
Figura 4.18 Sensibilidades con CEV, para diferentes t_{cl} .	85
Figura 4.19 Sensibilidades para $K_i = 100$.	86
Figura 4.20 Sensibilidades para $K_i = 300$.	87
Figura 4.21 Sensibilidad para $K_i = 100$.	87
Figura 4.22 Sensibilidad para $K_i = 300$.	88
Figura 4.23 Sistema WSCC con compensador CEV en el nodo 7.	89
Figura 4.24 Ángulos de carga δ y sensibilidades sin CEV, para $t_{cl} = 0.20 \text{ s}$.	92
Figura 4.25 Ángulos de carga δ y sensibilidades con CEV, para $t_{cl} = 0.20 \text{ s}$.	93
Figura 4.26 Variables de estado del CEV, para $t_{cl} = 0.20 \text{ s}$.	93
Figura 4.27 Voltaje del CEV, para $t_{cl} = 0.20 \text{ s}$.	94
Figura 4.28 Sistema de una máquina incluyendo el dispositivo CAS.	95
Figura 4.29 Ángulo de la maquina δ con y sin CAS, para $t_{cl} = 0.1 \text{ seg}$.	97
Figura 4.30 Ángulo de la maquina δ con y sin CAS, para $t_{cl} = 0.5 \text{ seg}$.	98
Figura 4.31 Variables de Estado del CAS, para $t_{cl} = 0.1 \text{ seg}$.	98

Figura 4.32 Variables de Estado del CAS, para $t_{cl} = 0.5 \text{ seg}$.	99
Figura 4.33 Sensibilidades sin CAS, para diferentes t_{cl} .	100
Figura 4.34 Sensibilidades con CAS, para diferentes t_{cl} .	101
Figura 4.35 Sistema WSCC con compensador CAS entre el nodo 7 y 10.	102
Figura 4.36 Ángulos del sistema sin y con CAS, para $t_{cl} = 0.25 \text{ s}$.	105
Figura 4.37 Sensibilidades sin CAS, para $t_{cl} = 0.25 \text{ s}$.	106
Figura 4.38 Sensibilidades con CAS, para $t_{cl} = 0.25 \text{ s}$.	106
Figura 4.39 Variables de estado del CAS, para $t_{cl} = 0.25 \text{ s}$.	107
Figura B.1 Par mecánico y eléctrico de una unidad generadora.	121
Figura B.2 Diagrama de referencias del Generador Síncrono.	122
Figura B.3 Ángulos y referencias del Generador Síncrono.	123
Figura C.1 Sistema MBI.	127
Figura C.2 Sistema WSCC de 3 maquinas y 9 nodos.	128

Índice de Tablas

Tabla 3.1 Valores nominales de los parámetros.	38
Tabla 3.2 Condiciones iniciales.	41
Tabla 3.3 Sensibilidades máximas.	46
Tabla 3.4 Valores máximos de sensibilidades para $P_m = 0.91$.	48
Tabla 3.5 Valores máximos de sensibilidades para $P_m = 3.0$.	50
Tabla 3.6 Sensibilidades para diferentes tiempos de liberación de perturbación.	54
Tabla 3.7 Sensibilidades máximas para diferentes tiempos de liberación de perturbación.	58
Tabla 4.1 Comparación de las sensibilidades máximas del sistema, para diferentes t_{el} .	86
Tabla 4.2 Comparación de las sensibilidades máximas del sistema WSCC con y sin CEV.	91
Tabla 4.3 Comparación de las sensibilidades máximas del sistema WSCC con y sin CAS.	104
Tabla C.1 Datos de línea de transmisión.	127
Tabla C.2 Datos del generador.	127
Tabla C.3 Datos de las líneas de transmisión	128
Tabla C.4 Datos de los generadores.	129
Tabla C.5 Datos de las cargas.	129
Tabla C.6 Datos del CEV	129
Tabla C.7 Datos del CAS	129

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

1.1 Introducción

La operación de un sistema eléctrico de potencia (SEP) es cada vez más compleja, debido al incremento de demanda de energía. Ya que este crecimiento de demanda es más rápido que la creación de nuevas plantas generadoras y que la expansión de la red de transmisión existente, el sistema eléctrico opera cada vez más cerca de sus límites de estabilidad, degradando la seguridad y confiabilidad del mismo. Con la finalidad de determinar una operación segura en el sistema, es necesario desarrollar herramientas computacionales que permitan cuantificar el grado de estabilidad del sistema. Esto último se refiere a la robustez del sistema eléctrico para soportar diferentes tipos de perturbaciones que tienen lugar en la red de transmisión y poder seguir entregando la energía demandada dentro de los parámetros de calidad requeridos. Existen dos tipos generales de estabilidad angular que se estudian en los sistemas eléctricos, estabilidad de pequeña señal y estabilidad transitoria. La diferencia consiste en la severidad de la perturbación en el sistema. La primera se aplica para perturbaciones de pequeña magnitud, lo cual permite un análisis lineal alrededor del punto de operación del sistema. Por el contrario, la estabilidad transitoria se aplica para el estudio de grandes perturbaciones en el sistema y se basa en el monitoreo de las variables de estado del sistema eléctrico con respecto al tiempo.

En años recientes se han desarrollado dispositivos controladores basados en electrónica de potencia que permiten mejorar o incrementar los límites de estabilidad. Los sistemas eléctricos que contienen este tipo de dispositivos se les conoce como Sistemas Flexibles de Transmisión en Corriente Alterna (SIFLETCA). Debido al gran impacto que han logrado estos dispositivos dentro de los campos de operación y control de los sistemas eléctricos de potencia, existe la necesidad de que estos dispositivos sean implementados y probados extensamente con las herramientas computacionales que actualmente permitan cuantificar el

impacto de estos dispositivos en la estabilidad del sistema. Una metodología eficaz que permite cuantificar explícitamente el impacto de estos dispositivos es aquella basada en la teoría de sensibilidades dinámicas.

Una definición de sensibilidades en sistemas eléctricos, puede ser: *“La capacidad de un sistema eléctrico de percibir y responder a las excitaciones a las que es sometido”*.

1.2 Estado del Arte

La teoría de sensibilidades dinámicas primeramente ha sido aplicada al estudio de la estabilidad transitoria de SEP, para investigar el efecto de variación de parámetros. En [Venkata et al. 1973], se usa las sensibilidades normalizadas con respecto a los parámetros para encontrar el valor óptimo de los parámetros del sistema (Identificación de Parámetros). En [Pai et al. 1984], se utilizan las sensibilidades con respecto al suministro total de potencia y el intercambio de potencia fijada, para calcular la capacidad de suministro de máxima potencia y la capacidad del intercambio máxima entre las áreas del sistema. En [Xue et al. 1988], se emplean las sensibilidades con respecto a la potencia generada, para la estimación de los límites de generación, los límites de flujos de potencia en la línea, la capacidad de suministro de potencia total y aplicación del control preventivo. Las sensibilidades con respecto a los cambios en la generación, carga y red son propuestas en [Vittal et al. 1989], para calcular varios límites de estabilidad en los SEP. Las trayectorias de sensibilidades son utilizadas en [Stroev y Putiatin, 1996], para analizar la influencias de las señales de control en las trayectorias de estado del sistema, para cierto instante de conmutación. En [Da-Zhong et al. 1999], las sensibilidades de un Margen del Tiempo Transitorio (MTT), el cual es la diferencia entre el tiempo crítico de liberación de una perturbación y el tiempo al cual es liberada la perturbación, es empleado para estimar los límites de estabilidad. La expresión para MTT es obtenida reduciendo primero el sistema multi-máquina a un sistema equivalente de una sola máquina. En [Hiskens et al. 1999], las trayectorias de sensibilidades de la potencia de la línea con respecto a la potencia de entrada, son empleadas para distinguir el nivel de severidad de la perturbación y para identificar los generadores que contribuyen a la estabilidad del sistema. La

estimación de parámetros de SEP, basados en las trayectorias de sensibilidades y técnicas de optimización, son propuestas en [Hiskens y Koeman, 1999] y [Pavella et al. 2000]. La simulación del modelo de una línea con detalles dinámicos es realizada y el nivel de apertura del ángulo del rotor es empleado para identificar la máquina crítica, antes de deducir el modelo equivalente de una sola máquina. Cuando se establece el equivalente de un sistema de una máquina, dos márgenes de estabilidad son calculados para dos diferentes valores de parámetros seleccionados y después extrapolando se obtiene el valor crítico del parámetro. En [Laufenberg, 1997], las trayectorias de sensibilidades para los sistemas de post-perturbación, son utilizados como indicadores que muestran el nivel de estrés del sistema, la severidad de la perturbación y para predecir cual máquina es más probable que tienda a la inestabilidad. En [Hiskens y Akke, 1999], las trayectorias de sensibilidades son calculadas para analizar la estabilidad del sistema eléctrico Noruego. Las sensibilidades relativas del ángulo del rotor con respecto a la impedancia de la línea, son utilizadas para identificar la línea del sistema que sea la más sensible con respecto a la estabilidad del sistema, identificando así la línea más crítica del sistema. Las sensibilidades son empleadas para indicar el efecto que tienen las líneas con los diferentes generadores del sistema. También las sensibilidades de los dispositivos, para ciertos instantes de conmutación, son utilizadas para indicar la contribución significativa del dispositivo, en el proceso de estabilización del sistema, cuando la perturbación fue liberada.

1.3 Justificación y Motivación

La evolución constante de los sistemas eléctricos en la actualidad, tiene un impacto sobre los generadores de energía eléctrica. Por ello, todo tipo de análisis que se le pueda aplicar a este tipo de dispositivo de generación eléctrica, es muy importante.

Con la sucesiva incorporación de dispositivos SIFLETCA a los SEP existentes, es cada vez más necesario contar con las herramientas adecuadas para hacer posible el análisis de estos dispositivos dentro de la gran variedad de redes eléctricas que existen hoy en día. Con esto se pretende probar extensamente los dispositivos que existen actualmente, así como

modelos innovadores que serán desarrollados en el futuro, con la finalidad de conocer las ventajas y desventajas que caractericen el desempeño de cada dispositivo.

Debido a que la estabilidad transitoria en un SEP es uno de los aspectos de análisis más importantes y necesarios que se deben realizar dentro de la industria eléctrica para determinar la condición de seguridad del sistema, es indispensable poder cuantificar los efectos de los controles de los dispositivos SIFLETCA al incluirlos dentro de un SEP. Esto con la finalidad de determinar la influencia que estos dispositivos tienen sobre la estabilidad del sistema.

Desde un punto de vista práctico, el análisis de la estabilidad transitoria desarrollado para este trabajo de tesis se basa en la teoría de sensibilidades dinámicas. Esta teoría proporciona gran flexibilidad para el análisis de los modelos matemáticos de los sistemas eléctricos, los cuales pueden ser modelados por Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDO) ó Ecuaciones Diferencial-Algebraicas (EDA), así como para los modelos de los controles de los dispositivos SIFLETCA. Esta flexibilidad es debida a que el análisis de sensibilidades es independiente de la complejidad del modelo del sistema, como se mostrara posteriormente.

Desde un punto de vista de programación, la solución puede ser obtenida por diferentes métodos de solución. De tal forma, que depende de la habilidad de la persona de relacionarse con los modelos de EDO ó EDA. Esto hace que este método sea un método práctico y con un gran potencial para el análisis de estabilidad transitoria, el cual puede brindar informaciones suficientes del comportamiento del sistema, bajo diferentes estados de operación, diferentes perturbaciones y diferentes niveles de cargabilidad del sistema.

1.4 Objetivos

Los objetivos de ésta tesis son:

- El desarrollo matemático de las sensibilidades tanto para variación de los parámetros como variación de las condiciones iniciales, para los modelos en general de EDO y EDA, basados en definición de funciones.

- Aplicación de teoría de sensibilidades dinámicas, por variación de parámetros y variación en las condiciones iniciales, para los modelos equivalentes de oscilación de las maquinas (de una sola máquina y multi-máquina), conectados a un sistema eléctrico, para el estudio de estabilidad transitoria.
- Incluir el modelo dinámico del dispositivo SIFLETCA, Compensador Estático de Vars (CEV), al modelo dinámico de oscilación de las maquinas en los sistemas de potencia, y aplicar la teoría de sensibilidades dinámicas, para cuantificar los efectos de los controles del dispositivo CEV sobre el comportamiento de las trayectorias de sensibilidades, para el estudio de la estabilidad transitoria.
- Incluir el modelo dinámico del dispositivo SIFLETCA, Compensador Avanzado Serie (CAS), al modelo dinámico de oscilación de las maquinas en los sistemas de potencia, y aplicar la teoría de sensibilidades dinámicas, para cuantificar los efectos de los controles del dispositivo CAS sobre el comportamiento de las trayectorias de sensibilidades, para el estudio de la estabilidad transitoria.

1.5 Estructura de la Tesis

La estructura de la tesis consta de 5 capítulos. En el Capítulo 1 se introduce el problema, se hace una reseña del estado de arte, se muestra la justificación y motivación de la investigación realizada, se exponen los objetivos principales de la tesis y se describe de manera concisa el contenido de cada capítulo de la tesis.

En el Capítulo 2 se presenta una introducción a la teoría de sensibilidades dinámicas, así como los modelos de ecuaciones para obtener las trayectorias de sensibilidades, para modelos de EDO y EDA, por variación de parámetros y variación en condiciones iniciales. También se muestran algunos métodos de solución para este tipo de ecuaciones, los cuales son usados en los capítulos posteriores.

En el Capítulo 3 se menciona el fenómeno de la estabilidad como un estudio básico para el análisis del comportamiento de los sistemas eléctricos. También se hace el planeamiento

general del problema para el estudio de la estabilidad transitoria, en base a la teoría de sensibilidades dinámicas. Esta teoría, es corroborada por 2 ejemplos numéricos, el sistema de una máquina conectada a un nodo infinito y el sistema multi-máquina WSCC, el cual consta de 3 generadores que alimentan 3 cargas por medio de un sistema de 9 nodos.

En el Capítulo 4 se menciona la tecnología SIFLETCA basada en la electrónica de potencia, se presentan dos modelos dinámicos de estos dispositivos, el compensador CEV y CAS. Estos modelos son incluidos en los ejemplos de una máquina conectada a un nodo infinito y un sistema multi-maquina, con los cuales se pretende evaluar el impacto que causan estos dispositivos en la estabilidad del sistema, en base a la teoría de sensibilidades dinámicas.

El Capítulo 5 presenta las conclusiones generales de este trabajo de tesis, sus aportaciones y los trabajos futuros sugeridos para continuar con el desarrollo de esta línea de investigación.

CAPÍTULO 2

TEORÍA DE SENSIBILIDADES DINÁMICAS

2.1 Introducción

La necesidad de tener un mejor control sobre los SEP, ha llevado a la búsqueda de modelos matemáticos de los dispositivos que lo integran con la finalidad de analizar su comportamiento en estado estacionario y dinámico.

Al ocurrir un disturbio o perturbación en un sistema eléctrico se produce un proceso dinámico en donde los dispositivos controladores tratan de llevar al sistema a un nuevo punto de equilibrio donde se cumple el balance energético. El análisis de este proceso dinámico y las trayectorias dinámicas que sigue el sistema para tratar de lograr un nuevo estado de operación estable, se realiza en base a la teoría de estabilidad. Este estado de operación estable solo se logra, si la región del espacio de estado en donde acontece el proceso dinámico contiene puntos de equilibrio estables. Las sensibilidades de las variables de estado del sistema con respecto a las variaciones en los parámetros físicos de los componentes que lo integran, es un indicativo del tamaño de la región del espacio de estado donde el sistema permanece operando en estado estable. Por tal motivo, la teoría de las sensibilidades de un sistema dinámico puede ser aplicada al estudio de los sistemas eléctricos de potencia, con la finalidad de cuantificar el grado estabilidad que se tiene dada una perturbación.

En este capítulo se describe la teoría general de sensibilidades aplicadas a modelos de ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO) y ecuaciones diferencial-algebraicas (EDA), también denominadas sensibilidades dinámicas. Estas sensibilidades de las variables de estado son obtenidas con respecto a la variación de los parámetros del sistema α y la variación de las condiciones iniciales de las variables estado β . Lo anterior permitirá aplicar la teoría de sensibilidades dinámicas al estudio de estabilidad de los SEP.

2.2 Trayectorias de Sensibilidades por Variación de Parámetros para Modelos de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDO)

Para obtener las sensibilidades de las variables de estado de un sistema de EDO con respecto a la variación de parámetros se considera el siguiente sistema no lineal l -dimensional,

$$\dot{x} = f(t, x, \alpha(t)), \quad x(t_0) = x_0 \quad (2.1)$$

donde α es un vector p -dimensional de parámetros del sistema, los cuales pueden o no variar en el tiempo.

El desarrollo matemático para la obtención de la ecuación de sensibilidades por variación de parámetros se muestra detalladamente en el Apéndice A.2, y da como resultado la ecuación diferencial siguiente:

$$\frac{d}{dt} x_\alpha = A(t, \alpha) x_\alpha + B(t, \alpha), \quad x_\alpha(t_0) = 0 \quad (2.2)$$

donde,

$$x_\alpha = \text{trayectorias de sensibilidades del sistema.}$$

$$A(t, \alpha) = \left. \frac{\partial f(t, x, \alpha)}{\partial x} \right|_{x(t, \alpha)}$$

$$B(t, \alpha) = \left. \frac{\partial f(t, x, \alpha)}{\partial \alpha} \right|_{x(t, \alpha)}$$

La ecuación (2.2) también puede ser escrita en términos de una matriz de sensibilidades, siendo de la forma,

$$S_\alpha \dot{(t)} = A(t, \alpha_0) S_\alpha(t) + B(t, \alpha_0), \quad S_\alpha(t_0) = 0 \quad (2.3)$$

La función $S_\alpha(t)$ es llamada Función de Sensibilidad y es una matriz de orden $l \times p$. Donde l es el número de ecuaciones diferenciales y p es el número de parámetros del

sistema. Estas ecuaciones pueden resolverse numéricamente agregando las ecuaciones diferenciales de $S_\alpha(t)$ a las ecuaciones diferenciales de los estados originales, formando un sistema de $l(p+1)$ ecuaciones diferenciales a resolver. El sistema acoplado a las ecuaciones originales es,

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(t, x, \alpha), & x(t_0) &= x_0 \\ \dot{x}_\alpha &= \left[\frac{\partial f}{\partial x} \right]_{x(t, \alpha)} x_\alpha + \left[\frac{\partial f}{\partial \alpha} \right]_{x(t, \alpha)}, & x_\alpha(t_0) &= 0 \end{aligned} \quad (2.4)$$

Debido a que las trayectorias de sensibilidades con respecto a los parámetros son independientes unas con respecto de otras, se puede calcular la sensibilidad de los estados x con respecto al j -ésimo parámetro de α , tal que la ecuación (2.4) se expresa como,

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(t, x, \alpha), & x(t_0) &= x_0 \\ \dot{x}_{\alpha_j} &= \left[\frac{\partial f}{\partial x} \right]_{x(t, \alpha)} x_{\alpha_j} + \left[\frac{\partial f}{\partial \alpha} \right]_{x(t, \alpha)}, & x_{\alpha_j}(t_0) &= 0 \end{aligned} \quad (2.5)$$

Esto implica, que el sistema de ecuaciones diferenciales a resolver sea de $2l$ para este caso. Esta técnica reduce en forma considerable el número de ecuaciones diferenciales a resolver, por lo que la elección del parámetro a considerar es de gran importancia.

2.3 Trayectorias de Sensibilidades por Variación de Condiciones Iniciales Para Modelos de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDO)

Las trayectorias de sensibilidades, también puede ser obtenida con respecto a las condiciones iniciales de las variables de estado. Para lo anterior se considera el siguiente sistema de EDO no lineal,

$$\dot{x} = f(t, x), \quad x(t_0) = \beta \quad (2.6)$$

El desarrollo matemático para la obtención de la ecuación de sensibilidades por variación de condiciones iniciales se muestra en Apéndice A.3, y da como resultado la ecuación diferencial siguiente para un estado de tiempo t .

$$S_{\beta} \dot{=} \left[\frac{\partial f}{\partial x} \right]_{x(t, \alpha)} S_{\beta}(t), \quad S_{\beta}(t_0) = I \quad (2.7)$$

La Función de Sensibilidad $S_{\beta}(t)$ es una matriz de orden l , donde l es el número de ecuaciones diferenciales y las condiciones iniciales están dadas por la matriz identidad. Estas ecuaciones pueden resolverse numéricamente agregando las ecuaciones diferenciales de la Función de Sensibilidad $S_{\beta}(t)$ a las ecuaciones diferenciales de los estados originales, formando un sistema de $(l + lT)$ ecuaciones diferenciales a resolver. En este caso T es el tamaño del vector de condiciones iniciales. De tal forma, que el sistema de sensibilidades acoplado a las ecuaciones originales es,

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(t, x), & x(t_0) &= \beta \\ \dot{x}_{\beta} &= \left[\frac{\partial f}{\partial x} \right]_{x(t, \alpha)} x_{\beta}, & x_{\beta}(t_0) &= I \end{aligned} \quad (2.8)$$

2.4 Trayectorias de Sensibilidades por Variación de Parámetros para Modelos de Ecuaciones Diferencial-Algebraicas (EDA)

La habilidad de aplicar el método de trayectorias de sensibilidades a los sistemas con modelos de EDA permite su aplicación de manera directa al análisis de estabilidad de los SEP. De tal forma que para el análisis se considera el siguiente tipo de sistema de EDA,

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, y, \alpha), & x(t_0) &= x_0 \\ 0 &= g(x, y, \alpha), & y(t_0) &= y_0 \end{aligned} \quad (2.9)$$

donde x es un vector de variables del estado dinámico, y es un vector de variables de estado algebraico y α es un vector de parámetros del sistema. Asimismo se definen w_1 y w_2 para un tiempo t como sigue,

$$w_1 = \left. \frac{\partial x}{\partial \alpha} \right|_{x(t,\alpha)}, \quad w_2 = \left. \frac{\partial y}{\partial \alpha} \right|_{x(t,\alpha)}$$

El desarrollo matemático para la obtención de la ecuación de sensibilidades por variación de parámetros para modelos de EDA se muestra en Apéndice A.4, dando como resultado el siguiente sistema de EDA acoplado a la Función de Sensibilidad por variación de parámetros.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, y, \alpha), & x(t_0) &= x_0 \\ 0 &= g(x, y, \alpha), & y(t_0) &= y_0 \\ \dot{w}_1 &= \left[\frac{\partial f}{\partial x} \right]_{(x(t,\alpha), y(t,\alpha))} w_1 + \left[\frac{\partial f}{\partial y} \right]_{(x(t,\alpha), y(t,\alpha))} w_2 + \left[\frac{\partial f}{\partial \alpha} \right]_{(x(t,\alpha), y(t,\alpha))}, & w_1(t_0) &= 0 \\ 0 &= \left[\frac{\partial g}{\partial x} \right]_{(x(t,\alpha), y(t,\alpha))} w_1 + \left[\frac{\partial g}{\partial y} \right]_{(x(t,\alpha), y(t,\alpha))} w_2 + \left[\frac{\partial g}{\partial \alpha} \right]_{(x(t,\alpha), y(t,\alpha))}, & w_2(t_0) &= 0 \end{aligned} \quad (2.10)$$

La ecuación (2.10) se resuelve numéricamente utilizando un método que involucre la solución de EDA, para obtener los estados correspondientes de todo el conjunto de ecuaciones.

2.5 Métodos de Solución para los Modelos EDO y EDA

Existen diferentes métodos para la evaluación numérica de las EDO y EDA, planteadas por las ecuaciones (2.4), (2.5), (2.8) y (2.10). Algunos de los métodos mas comunes para solución de EDO son: Método de Euler, Método de la Regla Trapezoidal, Método de Runge-Kutta de 4^{to} orden etc. [Chapra y Canale, 2002] y [Mathews y Fink, 2000]. Para el caso de las EDA, los métodos de solución comúnmente empleados son: el Método Simultáneo Implícito

(SI) y el método de Partición Explícita (PE) [Sauer y Pai, 1998]. A continuación se describen brevemente estos métodos.

2.5.1 Método Euler

Este método suele acumular bastantes errores, por lo que para utilizarlo es necesario tomar un paso de integración muy pequeño, el cual garantice que los errores acumulados sean pequeños [Mathews y Fink, 2000]. De tal forma, si se tiene un sistema de EDO de la siguiente forma,

$$\dot{x} = f(x, t) \quad x(t_0) = x_0 \quad (2.11)$$

La ecuación de solución para cada instante de tiempo dada por el método de Euler es [Mathews y Fink, 2000],

$$x(t_{n+1}) = x(t_n) + h[f(x_n, t_n)], \quad n = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (2.12)$$

donde,

$$h = \frac{t_f - t_i}{N}$$

h es el tamaño del paso de integración.

t_i es el tiempo inicial.

t_f es el tiempo final.

N es el número de sub-intervalos desde el tiempo inicial hasta el tiempo final.

2.5.2 Método de la Regla Trapezoidal

Este método suele tener un comportamiento estable numéricamente [Chapra y Canale, 2002], esto garantiza tener buena aproximación para la solución de sistemas de EDO. De tal

manera, que el sistema de EDO de la ecuación (2.11) puede ser solucionada numéricamente para cada instante de tiempo por [Mathews y Fink, 2000],

$$x(t_{n+1}) = x(t_n) + \frac{h}{2}[f(x_{n+1}, t_{n+1}) + f(x_n, t_n)], \quad n = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (2.13)$$

donde,

$$h = \frac{t_f - t_i}{N}$$

h es el tamaño del paso de integración.

t_i es el tiempo inicial.

t_f es el tiempo final.

N es el número de sub-intervalos desde el tiempo inicial hasta el tiempo final.

2.5.3 Método Runge-Kutta de 4^{to} Orden

El método de Runge-Kutta de 4^{to} orden, es uno de los más populares entre los métodos de RK y uno de los más utilizados para integrar numéricamente EDO [Chapra y Canale, 2002]. Si se tiene un sistema de EDO con la forma de la ecuación (2.11). La ecuación de solución para cada instante de tiempo, más comúnmente utilizada por el método de Runge-Kutta 4^{to} orden es,

$$x(t_{n+1}) = x(t_n) + \frac{1}{6}[k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4]h \quad (2.14)$$

donde,

$$h = \frac{t_f - t_i}{N}$$

h es el tamaño del paso de integración.

t_i es el tiempo inicial.

t_f es el tiempo final.

N es el número de sub-intervalos desde el tiempo inicial hasta el tiempo final.

$$k_1 = f(x_n, t_n)$$

$$k_2 = f(x_n + (k_1 h)/2, t_n + h/2)$$

$$k_3 = f(x_n + (k_2 h)/2, t_n + h/2)$$

$$k_4 = f(x_n + k_3 h, t_n + h)$$

2.5.4 Método Simultáneo Implícito (SI)

Considerando el modelo de EDA que se muestra en la ecuación (2.9), la parte diferencial de esta ecuación debe estar discretizada analíticamente usando cualquier método de integración implícito, para obtener una ecuación de diferencias. Esta ecuación resultante, es resuelta simultáneamente con la parte algebraica de la ecuación (2.9). En caso de que el sistema algebraico sea no lineal, se emplea el método de Newton para la solución en cada instante de tiempo.

2.5.4.1 Solución numérica usando el método SI

El primer paso de la aplicación de este método de solución es integrar analíticamente el sistema de ecuaciones diferenciales contenido en (2.9). Considerando que el subíndice n y $n+1$ denotan el instante de tiempo t_n y t_{n+1} , respectivamente; la solución discreta del sistema de EDO desde t_n a t_{n+1} es,

$$x_{n+1} = x_n + \int_{t_n}^{t_{n+1}} f(x, y) dt \quad (2.15)$$

Aplicando la ecuación de la regla trapezoidal para solucionar la integral contenida en (2.15) en t_{n+1} , se obtiene,

$$x_{n+1} = x_n + \frac{\Delta t}{2} [f(x_{n+1}, y_{n+1}) + f(x_n, y_n)] \quad (2.16)$$

donde $\Delta t = t_{n+1} - t_n$, que es el paso de integración para cada tiempo.

El conjunto de ecuaciones de diferencias dado en (2.16) se integra con el conjunto de ecuaciones algebraicas dado por,

$$0 = g(x_{n+1}, y_{n+1}) \quad (2.17)$$

Reestructurando (2.16) y acoplado con (2.17) se tiene,

$$\begin{aligned} F_1 &= \left[x_{n+1} - \frac{\Delta t}{2} f(x_{n+1}, y_{n+1}) \right] - \left[x_n + \frac{\Delta t}{2} f(x_n, y_n) \right] = 0 \\ F_2 &= g(x_{n+1}, y_{n+1}) = 0 \end{aligned} \quad (2.18)$$

La ecuación (2.18) puede ser resuelta para cada paso de tiempo por el método de Newton, quedando el sistema de ecuaciones lineal siguiente,

$$\begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \Big|_{(x_{n+1}^k, y_{n+1}^k)} \begin{pmatrix} \Delta x_{n+1} \\ \Delta y_{n+1} \end{pmatrix}^{(k)} = - \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix}^{(k)} \quad (2.19)$$

donde,

$$\begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} = \text{Jacobiano equivalente del sistema.}$$

La actualización en cada paso de tiempo es,

$$\begin{bmatrix} x_{n+1}^{(k+1)} \\ y_{n+1}^{(k+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{n+1}^{(k)} \\ y_{n+1}^{(k)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta x_{n+1}^{(k)} \\ \Delta y_{n+1}^{(k)} \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

donde k denota el número de iteración para cada paso de tiempo t_{n+1} en el método de Newton. Con un valor inicial de $x_{n+1}^{(0)}$ los pasos correspondientes para las ecuaciones (2.19) y (2.20) se repiten y al final de cada interacción se calcula $\max \left(\left| (x_{n+1}^{(k+1)}, y_{n+1}^{(k+1)}) \right| - \left| (x_{n+1}^{(k)}, y_{n+1}^{(k)}) \right| \right)$, si

esto es menor que una tolerancia especificada, las iteraciones de método de Newton termina y así también el cálculo para el paso de tiempo t_{n+1} .

Una perturbación puede ser simulada en este tipo de sistemas, haciendo cambios en los parámetros para cada paso de tiempo t_{n+1} durante la perturbación. En este caso se considera que los cambios en las variables algebraicas son instantáneos, pero en las variables dinámicas no. De tal forma, que la parte algebraica puede ser resuelta independientemente durante los tiempos de perturbación. De esta manera se obtienen las condiciones iniciales para el análisis de post-perturbación [Sauer y Pai 1998].

CAPÍTULO 3

APLICACIÓN DE LA TEORÍA DE SENSIBILIDADES DINÁMICAS EN SISTEMAS DE POTENCIA

3.1 Introducción

Un sistema eléctrico de potencia (SEP) comprende a los subsistemas de generación, transmisión, distribución, y utilización de energía eléctrica. La mayor parte de la generación de energía eléctrica, se realiza en plantas hidroeléctricas, termoeléctricas, nucleares y de gas, normalmente en tensiones de 13.8 KV. El generador síncrono es el dispositivo con el cual se produce la generación de energía eléctrica en estas plantas, esto provoca que tengan un lugar especial dentro de todos los dispositivos del SEP y por este motivo, el análisis de estos generadores síncronos en el estudio de estabilidad es de gran importancia.

En el pasado, el análisis realizado a los generadores síncronos era muy simple, pero permitía capturar la propiedad del fenómeno de estabilidad bajo estudio [Kundur, 1993]. Sin embargo, con el desarrollo de métodos numéricos, análisis matemático y herramientas computacionales, se han propuesto análisis matemáticos más sofisticados, a fin de conocer mejor el comportamiento estable de estos generadores síncronos.

Una metodología propuesta para el análisis de estabilidad de sistemas dinámicos es basada en la teoría de sensibilidades dinámicas, la cual permite obtener las trayectorias de sensibilidades para modelos de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDO) y Ecuaciones Diferencial-Algebraica (EDA), como se mencionan en el capítulo anterior. De tal forma que la aplicación de la teoría de sensibilidades dinámicas al estudio de estabilidad transitoria es desarrollada en este capítulo.

En este capítulo, se presenta una introducción a la estabilidad de un SEP, describiendo en detalle la estabilidad transitoria del sistema, en base a la oscilación de ángulo de carga de la maquina síncrona. Se ilustra el modelo de oscilación del ángulo de un sistema de una maquina, y se extiende al problema general multi-máquina. De igual forma se describe la metodología para el análisis basado en sensibilidades dinámicas y por último ésta metodología es utilizada para el análisis de estabilidad transitoria, la cual es desarrollada para este trabajo de tesis. Los ejemplos numéricos aplicados son; el sistema de una máquina conectada a un nodo infinito y el sistema multi-máquina WSCC reportado en [Anderson y Fouad, 1994].

3.2 Definición y Clasificación de Estabilidad en Sistemas Eléctricos

La estabilidad en sistemas de potencia es similar a la estabilidad de cualquier sistema dinámico, y tiene bases matemáticas bien fundamentadas. Definiciones precisas de estabilidad pueden ser encontradas en la literatura asociada a la teoría matemática de la estabilidad de sistemas dinámicos.

El concepto de estabilidad se deriva de ideas intuitivas. Se dice que un sistema es estable si se mantiene o retoma un estado de operación normal después de estar sometido a una perturbación.

Definición 1. Una solución de equilibrio x_0 de un sistema autónomo descrito por la ecuación diferencial $\dot{x} = f(x)$ es estable en el sentido de Lyapunov's, o solo estable, si para cada numero real $\epsilon > 0$, ahí existe un numero real $\delta > 0$ tal que para cada condición inicial $x(t_0)$ satisfaciendo la desigualdad, $\|x(t_0) - x_0\| < \delta$, las trayectorias dinámicas del sistema asociado a las variables de estado $x(t)$ satisfacen la desigualdad $\|x(t) - x_0\| < \epsilon$ para todo $t > t_0$ [Alberto y Bretas, 1998].

En otras palabras, las trayectorias del sistema, producidas por las ecuaciones dinámicas, no divergen del equilibrio para la condición inicial en la vecindad de este punto de equilibrio.

La estabilidad en sistemas de potencia es la habilidad del SEP para recuperar un estado de operación de equilibrio después de ser sujeto a una perturbación física, a partir de una condición de operación inicial dada, con la mayoría de sus variables de estado dentro de los límites operativos tal que el sistema entero permanezca intacto.

La clasificación de estabilidad en sistemas de potencia propuesta aquí es basada en las siguientes consideraciones [IEEE/CIGRE, 2004].

- La naturaleza física del modo resultante de inestabilidad, dado por la variable del sistema principal en que la inestabilidad puede observarse.
- El tamaño de la perturbación considerada, como influye el método de cálculo y predicción de la estabilidad.
- Los dispositivos, procesos, y el lapso de tiempo que debe tenerse en la cuenta para evaluar la estabilidad.

La Figura 3.1, da una visión amplia del problema de estabilidad en sistemas de potencia, identificando sus categorías y subcategorías.

La estabilidad de voltaje, se refiere a la habilidad de un sistema de potencia para mantener los voltajes nodales dentro de límites normales de operación en todos los nodos del sistema después de ser sujeto a una perturbación desde una condición de operación inicial dada. En caso de ocurrir una inestabilidad, ésta se caracteriza por el llamado “colapso de voltaje”, y es muy especial debido a que es de tipo catastrófico y en ocasiones repentino. Este tipo de fenómeno ocurre principalmente en sistemas muy sobrecargados en los que ocurre una perturbación o que tienen una gran caída de potencia reactiva, la cual está ampliamente relacionada con el control de voltaje. Frecuentemente, este fenómeno involucra todo el sistema de potencia y en algunas ocasiones sólo porciones de este; además, se ha encontrado que el colapso de voltaje involucra también los ángulos de los generadores [IEEE, 2001].

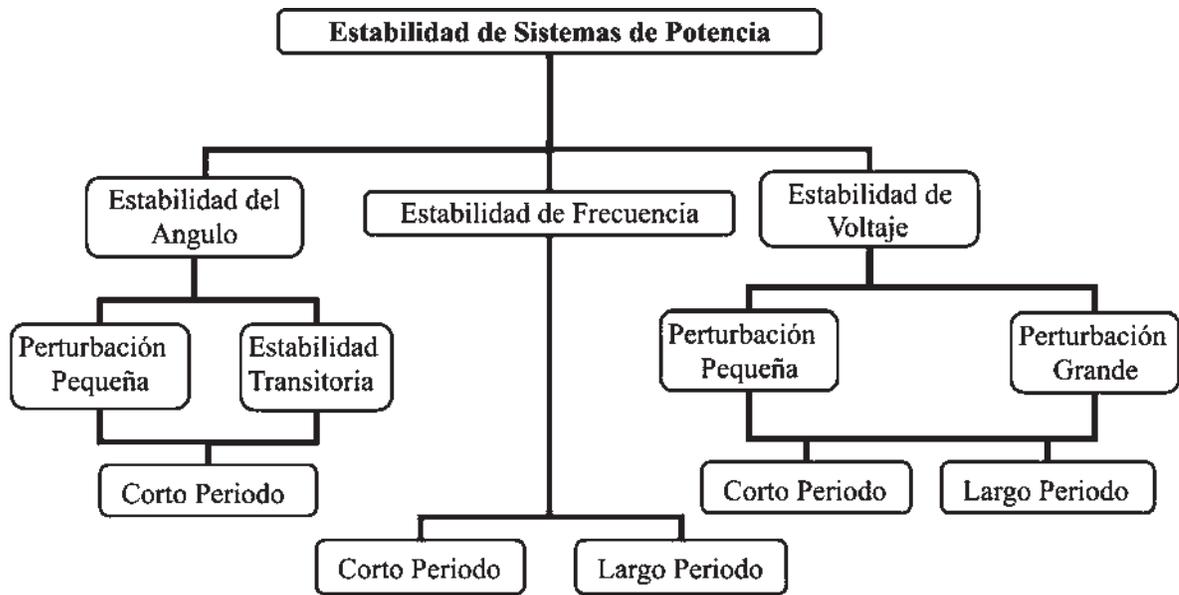


Figura 3. 1 Clasificación de la estabilidad en sistemas de potencia.

La estabilidad de frecuencia, se refiere a la habilidad de un sistema de potencia para mantener la frecuencia estable al ocurrir una perturbación severa en el sistema, la cual origina un desequilibrio significativo entre la generación y la carga. Depende de la habilidad para mantener ó restaurar el equilibrio entre la generación del sistema y la carga, con la pérdida involuntaria mínima de carga. La inestabilidad que puede resultar ocurre en la forma de sufrir oscilaciones de frecuencia llevando a salida de unidades generadoras y/ó cargas

3.3 Estabilidad del Angulo del Rotor

La estabilidad del ángulo del rotor se refiere a la habilidad de la máquina síncrona de un sistema de potencia interconectado para permanecer en sincronismo después de ser sujeto a una perturbación. El concepto de sincronismo es muy diferente del concepto de estabilidad. La definición de sincronismo requiere de la existencia de 2 o más elementos que puedan ser sincronizados. En sistemas de potencia, se dice que 2 máquinas son sincronizadas si sus ángulos mantienen oscilaciones “juntas” dentro de límites pre-definidos. Hay muchas definiciones diferentes de sincronismo y una definición adecuada debe ser tomada

dependiendo del propósito. Usualmente, en un sistema de potencia, el concepto de sincronismo puede ser definido como sigue,

Definición 2, la solución $x(t)$ y $y(t)$ son consideradas en sincronismo si para cada número real $L_0 > 0$, ahí existe un número real $L > 0$ tal que para cada condición inicial $x(t_0)$ y $y(t_0)$ satisfagan $\|x(t_0) - y(t_0)\| < L_0$, la solución $x(t)$ y $y(t)$ satisface la desigualdad $\|x(t) - y(t)\| < L$ para todo $t > t_0$ [Alberto y Bretas, 1998]. El número real L puede ser escogido conforme a los límites del sistema requeridos.

La estabilidad y el sincronismo se relacionan por la habilidad de responder ó restaurar el equilibrio entre el par electromagnético y el par mecánico de cada máquina síncrona en el sistema. La inestabilidad que puede resultar ocurre en la forma de oscilaciones angulares crecientes de algunos generadores que llevan a su pérdida de sincronismo con otros generadores.

El fenómeno de la estabilidad del ángulo del rotor involucra el estudio de las oscilaciones electromecánicas inherentes en sistemas de potencia. Un factor fundamental en este problema es la forma en que la potencia de salida de la máquina síncrona varía conforme cambia el ángulo del rotor. Bajo condiciones de estado estacionario, existe el equilibrio entre el par mecánico de entrada y el par electromagnético de salida de cada generador y la velocidad permanece constante. Si el sistema es perturbado, este equilibrio es alterado, resultando una aceleración o desaceleración del rotor de la máquina conforme a la ley de oscilación de un cuerpo rotativo. Si un generador gira temporalmente más rápidamente que otro, la posición angular del ángulo de carga de su rotor, adelantará al de la máquina más lenta. La diferencia angular resultante transfiere parte de la carga de la máquina lenta a la máquina rápida, dependiendo de la relación del Ángulo-Potencia, la cual es una relación no lineal. Esto tiende a reducir la diferencia de velocidad y de la separación angular. Más allá de un cierto límite, un incremento en la separación angular es acompañado por un decremento en la transferencia de potencia tal que la separación angular continua incrementándose. La inestabilidad resulta si el sistema no puede absorber la energía cinética que corresponde a éstas

diferencias de velocidad de rotor. Para cualquier situación dada, la estabilidad del sistema depende de si las desviaciones en posiciones angulares de los rotores pueden restaurar el par de torsión o no [Kundur, 1993]. La pérdida de sincronismo puede ocurrir entre una máquina y el resto del sistema, o entre grupos de máquinas, manteniéndose el sincronismo dentro de cada grupo después su separación.

El cambio en el par electromagnético de una máquina síncrona que sigue una perturbación puede ser resuelta en dos componentes:

- La componente del par de sincronización, en fase con el ángulo del rotor.
- La componente de par de amortiguamiento, en fase con la velocidad de desviación.

La estabilidad del sistema depende de la existencia de ambos componentes de par para cada una de las máquinas síncronas. La falta de suficiente par de sincronización da como resultado una inestabilidad sin periodo ó no oscilatoria, mientras que la falta de par de amortiguamiento da como resultado una inestabilidad oscilatoria.

Por conveniencia de análisis y por obtener una visión útil en la naturaleza del problema de estabilidad, es conveniente describir la estabilidad de ángulo de rotor en términos de las siguientes 2 subcategorías [IEEE/CIGRE, 2004]:

Estabilidad de Perturbación Pequeña (ó Señal Pequeña), se asocia a la habilidad del sistema de potencia de mantener sincronismo bajo pequeñas perturbaciones. Las perturbaciones son consideradas suficientemente pequeñas, tal que es permitido linealizar el sistema de ecuaciones para propósitos de análisis [IEEE/CIGRE, 2004].

La estabilidad de perturbación pequeña depende del estado de operación inicial del sistema. La inestabilidad que puede resultar puede ser de 2 formas [IEEE/CIGRE, 2004]: *i*) el incremento en el ángulo del rotor a través de un modo no oscilatorio o sin periodo, debido a la falta de par de sincronización, ó *ii*) oscilaciones del rotor de amplitud creciente debido a la falta de suficiente par de amortiguamiento.

En sistemas de potencia hoy en día, el problema de estabilidad de perturbación pequeña es normalmente asociado con insuficiente amortiguamiento de oscilaciones [IEEE/CIGRE, 2004]. El problema de inestabilidad sin periodo ha sido principalmente eliminado por el uso continuo de reguladores de voltaje sobre la acción del generador; sin embargo, este problema todavía puede ocurrir cuando operan los generadores con excitación constante y es sometido a las acciones del limitador de excitación (limitador de corriente de campo) [IEEE/CIGRE, 2004].

El problema de estabilidad de perturbación pequeña puede ser de carácter local o global. Los problemas locales involucran una parte pequeña del sistema de potencia, y es normalmente asociado con las oscilaciones de ángulo de rotor de una planta generadora contra el resto del sistema de potencia. Tales oscilaciones son llamadas *oscilaciones de modos de planta*. La estabilidad (amortiguamiento) de estas oscilaciones depende de la capacidad de energía del sistema de la transmisión observada por la planta generadora, el sistema de control de excitación del generador y la generación de salida [Kundur, 1993].

Los problemas globales son causados por las interacciones entre grandes grupos de generadores y tienen efectos extensos. Sus oscilaciones involucran un grupo de generadores en un área que oscilan contra un grupo de generadores en otra área. Tales oscilaciones son llamadas *oscilaciones de modo interárea*. Sus características son muy complejas y significativamente difieren de aquellas *oscilaciones de modos de planta*. La característica de carga, en particular, tienen un efecto mayor en la estabilidad de *modo interárea* [Kundur, 1993]. El tiempo de interés en los estudios de estabilidad de perturbación pequeña está en el orden de 10 a 20 segundos partiendo de la perturbación.

La estabilidad Transitoria, estudia la habilidad del sistema de potencia de mantener sincronismo cuando sujeto a una perturbación severa, tal como una falla en una línea de la transmisión. La respuesta resultante del sistema implica variaciones grandes del ángulo del rotor del generador y es influido por la relación no lineal del Ángulo-Potencia.

La estabilidad transitoria depende de la operación inicial del sistema y de la severidad de la perturbación. La inestabilidad es normalmente en la forma de desviación angular aperiódica

debido al insuficiente par de sincronización, y se le llama *inestabilidad de primera oscilación*. Sin embargo, en los sistemas de potencia grandes, la inestabilidad transitoria puede ocurrir no siempre como inestabilidad de primera oscilación asociada con un modo simple; podría ser un resultado de superposición de un modo de oscilación interárea lento y un modo de oscilación planta local, que causan una variación grande de ángulo del rotor más allá de la primera oscilación [Kundur, 1993]. También podría ser un resultado de efectos no lineales afectando un modo simple que causa la inestabilidad más allá de la primera oscilación. El tiempo de interés en los estudios de estabilidad transitoria normalmente es 3 a 5 segundos partiendo de la perturbación. Puede extenderse a 10–20 segundos para los sistemas muy grandes con oscilaciones interárea dominantes.

El término de *estabilidad dinámica* también aparece en la literatura como una clase de estabilidad de ángulo de rotor. Sin embargo, se ha usado para denotar fenómenos diferentes por autores diferentes. En la literatura norteamericana, se ha usado principalmente para denotar la estabilidad de perturbación pequeña en la presencia de controles automáticos (particularmente, los controles de excitación del generador) con la finalidad de hacer la distinción con el concepto clásico de estabilidad de estado estable que realiza el estudio sin considerar los controles de los generadores [IEEE/CIGRE, 2004]. En la literatura europea, se ha usado para denotar la estabilidad transitoria. Mucha confusión ha resultado del uso del término la estabilidad dinámica, IEEE y CIGRE no recomiendan usar este término [IEEE/CIGRE, 2004].

3.4 Análisis Conceptual de la Estabilidad Transitoria

El primer paso para el estudio de estabilidad transitoria es la obtención del modelo matemático del generador síncrono. El modelo matemático que rige las oscilaciones de un generador síncrono es desarrollado en el Apéndice B. Por conveniencia y para mejor trato con las ecuaciones diferenciales, es necesario expresar este modelo en términos de ecuaciones diferenciales de primer orden.

3.4.1 Modelo de una Máquina en un SEP

El modelo de un generador síncrono es dado por la ecuación de oscilación, esta ecuación corresponde a la ecuación (B.15) del Apéndice B,

$$\frac{2H}{\omega_0} \frac{d^2\delta}{dt^2} = P_m - P_{ge} - D \frac{d\delta}{dt} \quad (3.1)$$

donde,

H es la constante de inercia.

ω_0 es la velocidad síncrona.

δ es el ángulo del rotor ó de carga.

D es el coeficiente de amortiguamiento.

P_m y P_{ge} son la potencia mecánica de entrada y potencia eléctrica generada.

Definiendo la desviación angular como $\frac{d\delta}{dt} = \omega_r - \omega_0$, se pueden obtener las siguientes

EDO de primer orden,

$$\begin{aligned} \frac{d\delta}{dt} &= \omega_r - \omega_0 = \omega \\ \frac{2H}{\omega_0} \frac{d\omega}{dt} &= P_m - P_{ge} - D\omega \end{aligned} \quad (3.2)$$

donde,

ω_r es la velocidad del rotor.

ω es la velocidad de la maquina con respecto a la velocidad síncrona.

Las ecuaciones (3.2) son utilizadas para el estudio de estabilidad de redes eléctricas con una sola máquina conectada al sistema. Estas ecuaciones describen la dinámica de la máquina (ángulo y velocidad angular). Estas ecuaciones dinámicas ó EDO, son expresadas en ecuaciones de estado para ser resueltas por cualquier método de solución de EDO.

3.4.2 Modelo del sistema Multi-máquina en un SEP

Un sistema eléctrico de potencia puede ser visualizado como la interconexión de generadores síncronos, líneas de transmisión, diversos tipos de cargas incluyendo aquellas de

impedancia y potencia constante, y dispositivos controladores, tal como se ilustra en la Figura 3.2.

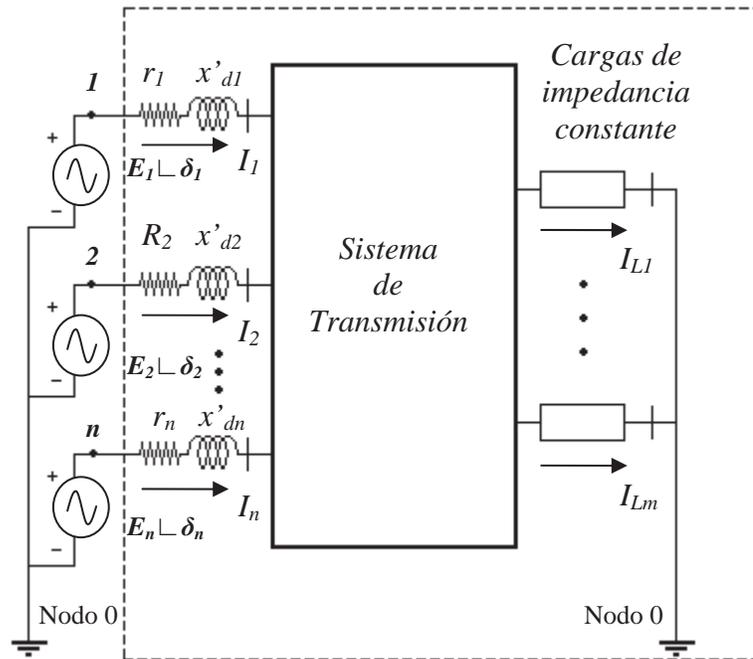


Figura 3. 2 Representación de un sistema multi-máquina.

El nodo cero es el nodo de referencia, de tal forma que todas las máquinas son conectadas a este nodo. Los nodos $1, 2, \dots, n$, son los nodos internos de las máquinas, de los cuales se mide el voltaje interno equivalente de cada máquina. Las variables r_1, r_2, \dots, r_n y $x'_{d1}, x'_{d2}, \dots, x'_{dn}$ son las resistencias y reactancias transitorias de las máquinas, respectivamente. El sistema de transmisión se conforma por todos los elementos de transmisión que interconectan a todos los nodos del sistema. Las cargas son representadas como impedancias constantes para el estudio de estabilidad y están conectadas entre los nodos del sistema y el nodo de referencia.

Al igual que el modelo de una sola máquina, en el sistema multi-máquina, las oscilaciones de cada máquina se pueden representar como una oscilación individual, en la cual se puede o no tomar la oscilación de una máquina como referencia. De tal forma, que la oscilación de cada máquina es función de sus parámetros y de las potencias que se involucran en ella. Expresando estas oscilaciones para cada máquina se tiene,

$$\begin{aligned}\frac{d\delta_i}{dt} &= \omega_{r_i} - \omega_0 = \omega_i \\ \frac{2H_i}{\omega_0} \frac{d\omega_i}{dt} &= P_{m_i} - P_{ge_i} - D_i \omega_i\end{aligned}\quad (3.3)$$

donde,

i denota el elemento de la maquina i -esima.

δ_i es el ángulo del rotor ó de carga de la máquina i -esima.

ω_{r_i} es la velocidad del rotor de la máquina i -esima.

ω_0 es la velocidad síncrona.

ω_i es la velocidad de la maquina i -esima con respecto a la síncrona.

D_i es el coeficiente de amortiguamiento de la máquina i -esima.

H_i es la constante de inercia de la máquina i -esima.

P_{m_i} y P_{ge_i} son la potencia mecánica de entrada y potencia eléctrica generada de la máquina i -esima.

La ecuación de potencia eléctrica que una máquina entrega al nodo i -esimo, se obtiene a partir de la siguiente ecuación,

$$\mathbf{I} = \mathbf{Y}_{\text{Red}} \mathbf{E} \quad (3.4)$$

donde la matriz \mathbf{Y}_{Red} es una matriz reducida de la \mathbf{Y}_{Bus} original, que contiene únicamente aquellos nodos a los cuales están conectados los generadores. Esta matriz es reducida a los nodos internos de estos generadores.

De tal forma, la potencia eléctrica entregada a la red a través del nodo i -esimo, que es la potencia eléctrica de salida de la máquina i -esima está dada por,

$$P_{ge_i} = E_i^2 G_{\text{Red } ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n E_i E_j \left[B_{\text{Red } ij} \text{sen}(\delta_i - \delta_j) + G_{\text{Red } ij} \cos(\delta_i - \delta_j) \right] \quad (3.5)$$

De esta forma, la ecuación de oscilación de los generadores síncronos, para el sistema multi-máquina esta dada por la siguiente ecuación,

$$\begin{aligned} \frac{d\delta_i}{dt} &= \omega_{ri} - \omega_0 = \omega_i \quad i = 1, 2, \dots, n \\ \frac{2H_i}{\omega_0} \frac{d\omega_i}{dt} &= P_{mi} - \left[E_i^2 G_{Red\ ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n E_i E_j \left[B_{Red\ ij} \text{sen}(\delta_i - \delta_j) + G_{Red\ ij} \text{cos}(\delta_i - \delta_j) \right] \right] - D_i \omega_i \end{aligned} \quad (3.6)$$

El conjunto de ecuaciones que son descritas por la ecuación (3.6) son un conjunto de $2n$ -EDO, que pueden ser expresadas en forma general de la siguiente manera,

$$\dot{x} = f(x, t, \alpha) \quad (3.7)$$

donde $x = [\delta_1, \omega_1, \delta_2, \omega_2, \dots, \delta_n, \omega_n]^T$ es un vector de variables de estado de dimensiones $(2n \times 1)$, t es el tiempo, α son los parámetros del sistema y f es un conjunto de ecuaciones no lineales de los elementos del vector de estado x .

3.4.3 Criterio de Áreas Iguales

El método de áreas iguales está fundamentado en conceptos de energía acelerante y desacelerante del rotor de la maquina síncrona. Utiliza las gráficas Ángulo-Potencia en los diferentes estados de operación durante el periodo transitorio, para determinar si el sistema es estable o inestable. Este análisis se basa en la ecuación de oscilación de la máquina síncrona y la desviación de la velocidad del rotor respecto a la síncrona dada por la Ecuación (3.2).

El análisis referido se realiza de la siguiente manera. Supóngase que un generador en el que se desprecia el efecto de los polos salientes, se conecta a un nodo infinito a través de una reactancia. La potencia eléctrica generada por la unidad, la característica de transferencia de potencia transitoria y la potencia mecánica se muestra en la Figura 3.3. Antes de que ocurra cualquier perturbación, la unidad está operando a una potencia P_{m0} y un ángulo de carga δ_0 .

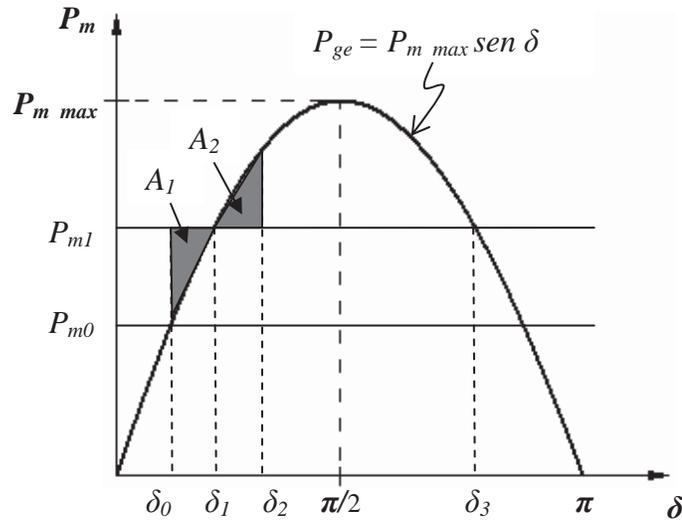


Figura 3. 3 Energía acelerante A_1 y desacelerante A_2 , ante una perturbación de potencia mecánica

Al ocurrir una perturbación (un cambio escalón en la potencia mecánica) la potencia mecánica se incrementa de P_{m0} a P_{m1} . Dado que el rotor es una gran masa física, el ángulo δ no puede cambiar instantáneamente. Así que $\delta(0^+) = \delta(0^-) = \delta_0$. De igual manera, la potencia eléctrica en el instante de la perturbación es $P_{ge}(0^+) = P_{ge}(0^-) = P_{m0}$. Inmediatamente después de la perturbación, la potencia mecánica es mayor que la potencia eléctrica. De acuerdo con la ecuación (3.2), la aceleración de la máquina $\frac{d^2\delta}{dt^2}(0^+)$ es positiva y el rotor comienza a acelerarse. A consecuencia de lo anterior δ se incrementa. Cuando δ alcanza la posición δ_1 , la potencia mecánica y la eléctrica son iguales; la aceleración es cero. Sin embargo, por la inercia de la máquina síncrona, la unidad no se puede detener bruscamente y el ángulo δ continúa aumentando, sobrepasando el punto de operación final de estado estable. Nótese que cuando se alcanza el ángulo δ_1 , la velocidad del rotor de la máquina es mayor que la velocidad síncrona. A medida que δ aumenta más allá de δ_1 , la potencia eléctrica generada por la unidad es mayor que la potencia mecánica, y ahora la máquina experimenta una aceleración negativa, es decir, se desacelera. Cuando δ alcanza su valor máximo δ_2 , la energía acelerante acumulada de la máquina, área A_1 ha sido disipada durante el periodo de desaceleración, área A_2 . En este instante, la velocidad del rotor, es igual a la velocidad de sincronismo. Debido a

que para la posición δ_2 , la potencia eléctrica es mayor que la mecánica, se presenta una fuerza restauradora que tiende a regresar el rotor a su punto de operación final de estado estable δ_1 (intersección de P_m y P_{ge}). Cuando no se considera ningún tipo de amortiguamiento mecánico y eléctrico, el rotor oscilará entre δ_0 y δ_2 . En la realidad si se tiene amortiguamiento, así que el punto final de operación en estado estable corresponderá al ángulo δ_1 . Nótese, que si en la primera oscilación el ángulo máximo excediera δ_3 , entonces P_{m1} sería mayor que P_{ge} y el rotor se aceleraría nuevamente antes de haber disipado la energía acelerante inicial, causando un mayor incremento del ángulo δ y la pérdida de estabilidad de la máquina. De lo anterior se concluye que un sistema será estable, si la energía acelerante es contrarrestada con una cantidad igual de energía pero desacelerante (energía negativa), antes que la máquina vuelva a acelerarse positivamente. De lo contrario será inestable. Analíticamente puede ser analizado lo expuesto al aplicar el criterio de áreas iguales, suponiendo la misma perturbación anterior.

En forma general, despreciando el amortiguamiento, la ecuación del oscilación del generador síncrono esta dado por,

$$\frac{2H}{\omega_0} \frac{d^2\delta}{dt^2} = P_m - P_{ge} \quad (3.8)$$

Multiplicando ambos lados de la ecuación anterior por $2(d\delta/dt)$ se obtiene,

$$2 \frac{d\delta}{dt} \frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{2\omega_0}{2H} (P_m - P_{ge}) \frac{d\delta}{dt} \quad (3.9)$$

Dado que,

$$2 \frac{d\delta}{dt} \frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{d}{dt} \left(\frac{d\delta}{dt} \right)^2 \quad (3.10)$$

Entonces,

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{d\delta}{dt} \right)^2 = \frac{\omega_0}{H} (P_m - P_{ge}) \frac{d\delta}{dt} \quad (3.11)$$

O también,

$$d \left[\frac{H}{\omega_0} \left(\frac{d\delta}{dt} \right)^2 \right] = (P_m - P_{ge}) d\delta = P_{ac} d\delta \quad (3.12)$$

Aplicando la ecuación (3.12) para el caso de la Figura 3.3, se obtiene,

$$d \left[\frac{H}{\omega_0} \left(\frac{d\delta}{dt} \right)^2 \right] = (P_{m1} - P_{ge}) d\delta \quad (3.13)$$

$$\Delta EC = \Delta EA$$

Donde el término “ ΔEC ” representa un cambio incremental en la energía cinética $\left[\frac{1}{2} \omega^2 I \right]$; y el término “ ΔEA ” representa el área A_I , es decir, que el área A_I que representa energía acelerante es igual al cambio de energía cinética.

Como se puede observar de la Figura 3.3, de δ_0 a δ_1 , la energía acelerante es positiva porque P_{m1} es mayor que P_{ge} . Para valores del ángulo δ entre δ_1 y δ_2 , la energía acelerante es negativa porque P_{ge} es mayor que P_{m1} . Así se tiene que:

$$d \left[\frac{H}{\omega_0} \left(\frac{d\delta}{dt} \right)^2 \right] > 0 \quad \text{para } \delta_0 < \delta < \delta_1 \quad (3.14)$$

$$d \left[\frac{H}{\omega_0} \left(\frac{d\delta}{dt} \right)^2 \right] < 0 \quad \text{para } \delta_1 < \delta < \delta_2$$

Cuando el área A_2 iguala a el área A_I , se alcanza el valor máximo del ángulo δ en δ_2 . En éste instante, la velocidad del rotor es igual a la síncrona, ecuación (3.2). De tal manera, se observa $\frac{d\delta}{dt} = 0$.

De la ecuación (3.14) se puede encontrar analíticamente las magnitudes de la energía acelerante y desacelerante para el caso que sea estable. Para el caso de la Figura 3.3 se obtiene,

Energía acelerante $A_I =$ energía acelerante A_2

$$\int_{\delta_0}^{\delta_1} (P_{m1} - P_{ge}) d\delta = \int_{\delta_1}^{\delta_2} (P_{ge} - P_{m1}) d\delta \quad (3.15)$$

En forma general para un sistema estable

$$\int_{\delta_0}^{\delta_{\max}} P_{ac} d\delta = 0 \quad (3.16)$$

Con el cálculo de las integrales se determina las magnitudes de A_1 y A_2 .

Otra forma de interpretar la estabilidad o inestabilidad de un sistema, mediante el criterio de áreas iguales, consiste en graficar la potencia de aceleración contra el desplazamiento angular δ , tal como se muestra en la Figura 3.4. Se observa que para un sistema estable, el promedio de las áreas debe ser cero cuando el ángulo del rotor alcance su máximo. Por el contrario, si la potencia de aceleración cambia de signo por segunda ocasión antes de que las áreas A_1 y A_2 se hayan igualado, el sistema es inestable. En la Figura 3.4, se muestra un sistema estable y otro inestable. Desde luego que la información que se obtiene para graficar la característica Ángulo-Potencia es más sencilla que ésta última.

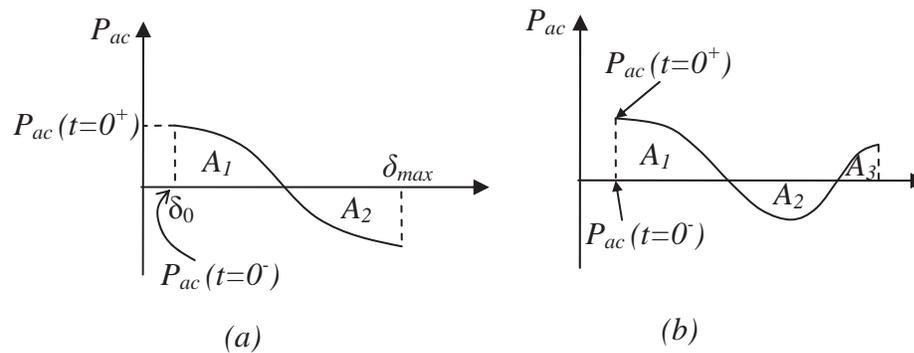


Figura 3. 4 Criterio de áreas iguales; (a) un sistema que resulta estable (b) para un sistema que resulta inestable

3.5 Planteamiento del Problema

El planteamiento general de la oscilación de los generadores síncronos lo describen las ecuaciones de estado (3.2) y (3.6), a partir de las cuales es posible hacer el estudio de estabilidad transitoria, así mismo, a partir de estas ecuaciones es posible obtener las trayectorias de sensibilidades, tanto por variación de sus parámetros como variación en sus condiciones iniciales. Para esto, es necesario tener en cuenta lo siguiente:

- Los modelos dinámicos de las máquinas \dot{x} y su representación en ecuaciones de estados.
- La representación de las Sensibilidades \dot{x}_α y \dot{x}_β , por variación de sus parámetros y variación de las condiciones iniciales, respectivamente.
- El tipo de perturbación que se va a considerar en el análisis de sensibilidades dinámicas.
- Los cálculos previos al análisis de sensibilidades dinámicas.
- La forma en que se preparan los datos para el análisis de sensibilidades dinámicas.
- Los pasos para realizar el análisis de sensibilidades dinámicas.

A continuación se desarrollan los 3 últimos puntos mencionados.

3.5.1 Cálculos Previos

Para preparar los datos en el análisis de sensibilidades dinámicas, los siguientes cálculos preliminares deben ser realizados.

- 1.- Todos los datos del sistema son convertidos a una base común; frecuentemente se utiliza una base de 100 MVA.
- 2.- Un estudio de flujos de potencia en estado de pre-perturbación, para determinar tanto voltajes y ángulos nodales así como los flujos de potencia en las líneas de transmisión del sistema.
- 3.- En estudios de armónicos, las cargas lineales pueden ser representada por 3 diferentes modelos dados por CIGRE working Group [CIGRE, 1981]. En esta tesis, las cargas son representadas por uno de estos modelos propuestos, el cual consiste de una admitancia equivalente a frecuencia fundamental. Los datos necesarios para este paso, son obtenidos del estudio de flujos de potencia. De tal forma, que la admitancia equivalente de la carga es dada por,

$$Y_L = \frac{P_L}{V_L^2} - j \frac{Q_L}{V_L^2} \quad (3.17)$$

donde V_L es el voltaje en el nodo que esta conectada a la carga, P_L es la potencia activa de la carga y Q_L es la potencia reactiva de la carga.

4.- Al igual que el cálculo anterior, el voltaje interno de los generadores $E_i \angle \delta_i$, es calculado de los datos del estudio de flujos de potencia. Estos voltajes internos son calculados de la siguiente manera [Anderson y Fouad, 1994],

$$E_i \angle \delta_i = \left(V_i + \frac{Q_i x'_{d-i}}{V_i} \right) + j \frac{P_i x'_{d-i}}{V_i} \quad (3.18)$$

donde el subíndice i , denota el i -esimo nodo donde se encuentra conectado el generador síncrono. El ángulo inicial del generador δ_0 , es obtenido sumando el ángulo del voltaje en terminales del generador con el ángulo interno de la maquina.

$$\delta_0 = \delta_i + \theta_i \quad (3.19)$$

5.- La matriz \mathbf{Y}_{Bus} del sistema debe ser recalculada para incluir las admitancias constantes debido a las cargas. A continuación se muestran los cálculos para poder obtener esta matriz:

- El equivalente de las admitancias de las cargas, son conectadas entre el nodo de carga y el nodo de referencia.
- El valor apropiado de x'_d es conectado entre el nodo en terminales del generador y el nodo interno del generador.
- Todas las impedancias del sistema son convertidos en admitancias.
- Los elementos de la matriz \mathbf{Y}_{Bus} , se calculan de la siguiente forma: $\mathbf{Y}_{\text{Bus } ii}$ es la suma de todas las admitancias conectadas al nodo i -esimo y $\mathbf{Y}_{\text{Bus } ij}$ es el negativo de la admitancia conectada entre el nodo i -esimo y el nodo j -esimo.

6.- Para obtener la matriz \mathbf{Y}_{Red} se eliminan todos los nodos, excepto los nodos que contengan generadores, de tal forma que se obtenga la matriz \mathbf{Y}_{Red} reducida a los nodos internos de los generadores. La reducción puede ser realizada considerando que todos los nodos no tienen inyección de potencia al sistema, excepto los nodos que tienen

generadores conectados a ellos. Esta propiedad es usada para obtener la \mathbf{Y}_{Red} como se muestra a continuación:

De la ecuación de la ley de Ohm,

$$\mathbf{I} = \mathbf{Y}_{\text{Bus}} \mathbf{V} \quad (3.20)$$

donde el vector de corriente puede expresarse como,

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_g \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

donde n es usado para denotar el número de generadores, \mathbf{I}_g es el vector de corrientes para todos los generadores. En base a (3.20) y (3.21) puede expresarse la corriente como,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_g \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{gg} & \mathbf{Y}_{gr} \\ \mathbf{Y}_{rg} & \mathbf{Y}_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_g \\ \mathbf{V}_r \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

donde el subíndice r es usado para los nodos restantes del sistema que no contienen generadores. Expandiendo la ecuación anterior,

$$\mathbf{I}_g = \mathbf{Y}_{gg} \mathbf{V}_g + \mathbf{Y}_{gr} \mathbf{V}_r \quad \mathbf{0} = \mathbf{Y}_{rg} \mathbf{V}_g + \mathbf{Y}_{rr} \mathbf{V}_r \quad (3.23)$$

De la ecuación anterior se elimina \mathbf{V}_r y se obtiene,

$$\mathbf{I}_g = (\mathbf{Y}_{gg} - \mathbf{Y}_{gr} \mathbf{Y}_{rr}^{-1} \mathbf{Y}_{rg}) \mathbf{V}_g \quad (3.24)$$

La matriz $(\mathbf{Y}_{gg} - \mathbf{Y}_{gr} \mathbf{Y}_{rr}^{-1} \mathbf{Y}_{rg})$ es conocida como matriz \mathbf{Y}_{Red} y es de dimensiones $g \times g$ donde g es el número de generadores. La \mathbf{Y}_{Red} es una técnica analítica conveniente, que puede ser usada solo si las cargas son tratadas como impedancias constantes. La reducción de la red puede ser aplicada solo a los nodos que no proporcionan inyección de corriente al sistema.

7.- Debe notarse que antes de la perturbación del sistema la potencia mecánica P_{mi} de todos los generadores se encuentra en equilibrio con la potencia eléctrica generada P_{gei} , de tal forma que para las condiciones de pre-perturbación ($t = 0^-$), la potencia mecánica para todo generador es,

$$P_{mi} = P_{gei} = E_i^2 G_{Red\ ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n E_i E_j \left[B_{Red\ ij} \text{sen}(\delta_i - \delta_j) + G_{Red\ ij} \cos(\delta_i - \delta_j) \right] \quad (3.25)$$

3.5.2 Preparación de Datos

Para poder realizar el análisis de sensibilidades dinámicas, para el estudio de estabilidad transitoria, los siguientes datos deben ser considerados:

- Se debe contar con datos de todos los parámetros de las máquinas, que se requieran en el análisis: Constante de inercia H_i , reactancia transitoria del eje directo x'_{di} y D_i coeficiente de amortiguamiento.
- La matriz Y_{red} , para las condiciones de pre-perturbación, perturbación y post-perturbación.
- La matriz Jacobiana $\partial f / \partial x$ del sistema de ecuaciones dinámicas del sistema.
- El Jacobiano $\partial f / \partial \alpha$, en el caso de sensibilidades por variación de parámetros.
- El tipo y la localización de la perturbación.
- El tiempo de duración de la perturbación t_{cl} .
- El tiempo máximo de solución, el cual debe de mostrar en detalle el comportamiento dinámico de las trayectorias de sensibilidades de sistema, así como las trayectorias de los estados del sistema después de la liberación de la perturbación.

3.5.3 Pasos Para el Análisis de Sensibilidades

Los pasos a realizarse para el estudio de sensibilidades dinámicas se muestra a continuación:

- Se realizan todos los cálculos previos mencionados en la sección 3.5.1.
- Se preparan los datos mencionados en 3.5.2.
- Se obtienen las condiciones iniciales de estado estable de pre-perturbación, para todo el conjunto de sistemas de EDO ó EDA no lineales. El método de Newton-Rapson aplicado al sistema dinámico, puede ser una alternativa.
- Se altera el equilibrio del sistema de potencia por medio de una perturbación, en esta tesis las perturbaciones consideradas son incrementos de carga y de magnitud tal que los efectos de análisis sean de consideración, esto con la finalidad de medir el espacio estable del sistema en base a la teoría de sensibilidades dinámicas. Este

tamaño de espacio de estado estable, depende de la severidad y duración de la perturbación.

- Los estados finales del periodo de la perturbación, son tomados como condición inicial para el análisis de sensibilidades dinámicas tanto por variación en los parámetros, como variación en las condiciones iniciales.
- Por último, se acopla el sistema de ecuaciones que modela al sistema de potencia al sistema de ecuaciones que modelan las sensibilidades dinámicas y se solucionan simultáneamente, con algún método de solución de EDO ó EDA.

3.6 Ejemplos de Aplicación de la Teoría de Sensibilidades Dinámicas Para Estudio de Estabilidad

En esta sección se aplicara la teoría de sensibilidades, a un sistema de una máquina hidráulica (de polos salientes), conectada a un nodo infinito y también se analizará un sistema multi-máquina (WSCC), el cual consta de 3 máquinas conectadas a un sistema de nueve nodos y 3 cargas. El sistema de una máquina se utilizará para ejemplificar la teoría de sensibilidades dinámicas por variación de sus parámetros, y por variación en sus condiciones iniciales. El sistema multi-máquina ejemplificara las sensibilidades dinámicas con respecto a los cambio en sus parámetros.

3.6.1 Ejemplo de un Sistema de una Máquina Conectada a un Nodo Infinito

El modelo del sistema de una maquina hidráulica (de polos salientes), acoplado a un nodo infinito, se muestra en la Figura 3.5.

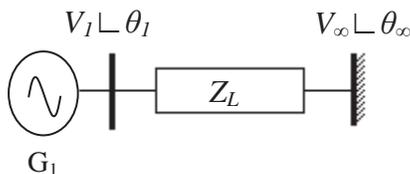


Figura 3. 5 Sistema de una maquina nodo infinito.

La ecuación de oscilación del ángulo de carga de este generador hidráulico es descrita por la ecuación (3.2). En estudios de estabilidad para este tipo de máquinas se involucra la reactancia sub-transitoria, debido al efecto de los polos salientes. De tal forma que la potencia eléctrica generada por este tipo de maquinas es [Pai, 1981],

$$P_{eg} = \frac{EV}{x'_d} \text{sen}(\delta) + \frac{x'_d - x'_q}{2x'_d x'_q} V^2 \text{sen}(2\delta) \quad (3.26)$$

La ecuación de oscilación del ángulo de carga del generador, incluyendo la potencia eléctrica que entrega al sistema es,

$$\begin{aligned} \frac{d\delta}{dt} &= \omega_r - \omega_0 = \omega \\ \frac{2H}{\omega_0} \frac{d\omega}{dt} &= P_m - \left(\frac{EV}{x'_d} \text{sen}(\delta) + \frac{x'_d - x'_q}{2x'_d x'_q} V^2 \text{sen}(2\delta) \right) - D\omega \end{aligned} \quad (3.27)$$

Definiendo los siguientes parámetros como, $M = \frac{2H}{\omega_0}$, $P_{ge1} = \frac{EV}{x'_d}$ y $P_{ge2} = \frac{x'_d - x'_q}{2x'_d x'_q} V^2$, la expresión (3.27), se modifica a,

$$\begin{aligned} \frac{d\delta}{dt} &= \omega_r - \omega_0 = \omega \\ M \frac{d\omega}{dt} &= P_m - (P_{ge1} \text{sen}(\delta) + P_{ge2} \text{sen}(2\delta)) - D\omega \end{aligned} \quad (3.28)$$

La Tabla 3.1 muestra el total de parámetros considerados y los valores nominales utilizados en el modelado del sistema de la Figura 3.5.

Tabla 3. 1 Valores nominales de los parámetros.

M	P_m	P_{ge1}	P_{ge2}	D
0.01387	0.91	3.02	-0.416	0.057

La Figura 3.6 muestra el diagrama de solución del sistema, el cual se obtuvo solucionando numéricamente la ecuación (3.28) para diferentes condiciones iniciales del sistema. Para ilustrar mejor el comportamiento de la estabilidad del sistema, las condiciones

iniciales para el análisis de sensibilidades, serán seleccionadas de acuerdo a este diagrama de solución. Esto es, debido a que se conoce el diagrama de solución no es necesario perturbar su punto de equilibrio de operación estable. En base a este diagrama se selecciona las condiciones iniciales en el punto que se desee hacer el análisis de sensibilidades, en este caso los puntos de análisis considerados son los mostrados por los puntos *A*, *B* y *C*, donde el punto *A* es un punto muy cercano a el estado estable del sistema, el punto *B* es un punto cercano al limite de estabilidad de esa región y el punto *C* es un punto cercano a un *punto silla*.

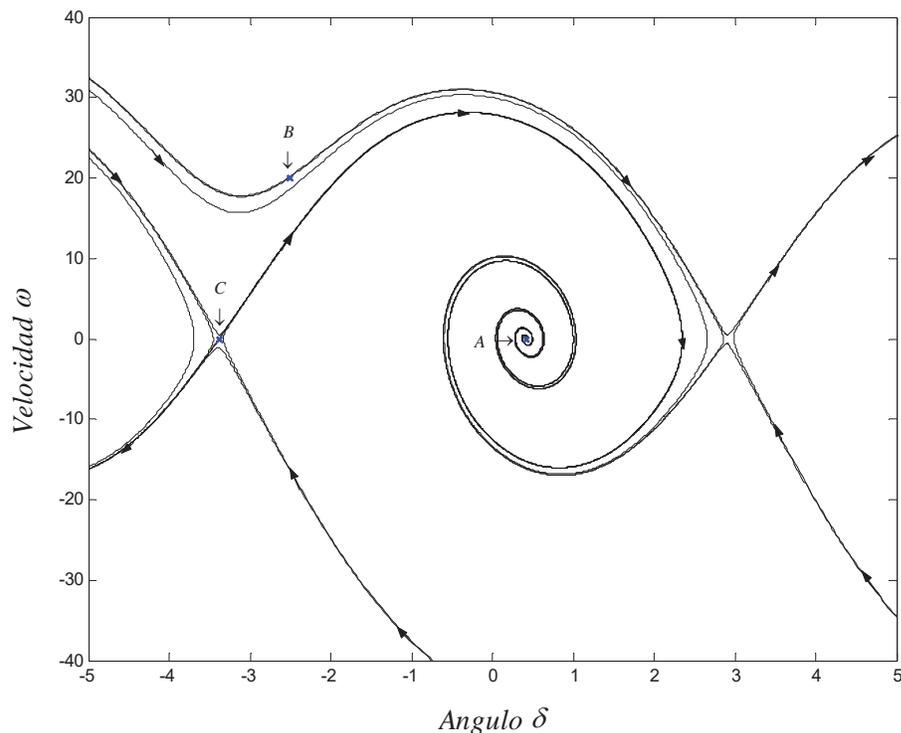


Figura 3. 6 Diagrama de fase del sistema máquina nodo infinito.

3.6.1.1 Sensibilidades por Variación en los Parámetros

De la ecuación (3.27), se hacen los cambios de variable $x_1 = \delta$ y $x_2 = \omega$ resultando,

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ \frac{P_m}{M} - \left(\frac{P_{ge1}}{M} \text{sen}(x_1) + \frac{P_{ge2}}{M} \text{sen}(2x_1) \right) - \frac{D}{M} x_2 \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

La ecuación (3.28) es la ecuación a analizar. El vector de parámetros del sistema esta dado por,

$$\alpha = [M \quad P_m \quad P_{ge1} \quad P_{ge2} \quad D]^T \quad (3.30)$$

En este caso solo se tienen 2 ecuaciones diferenciales a resolver y 5 parámetros, por lo tanto la dimensión del sistema a resolver es de $l(p+1)$. Donde, l denota el número de ecuaciones diferenciales. En este caso, se tiene que resolver un total de 12 ecuaciones diferenciales, donde los Jacobianos $\frac{\partial f}{\partial x}$ y $\frac{\partial f}{\partial \alpha}$ son calculados a partir de la ecuación (3.28) dando como resultado,

$$\left[\frac{\partial f}{\partial x} \right] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\left(\frac{P_{ge1}}{M} \cos(x_1) + 2 \frac{P_{ge2}}{M} \cos(2x_1) \right) & -\frac{D_m}{M} \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

y

$$\left[\frac{\partial f}{\partial \alpha} \right] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{P_m}{M^2} + \left(\frac{P_{ge1}}{M^2} \text{sen}(x_1) + \frac{P_{ge2}}{M^2} \text{sen}(2x_1) \right) + \frac{D_m x_2}{M^2} & \frac{1}{M} & -\frac{\text{sen}(x_1)}{M} & -\frac{\text{sen}(2x_1)}{M} & -\frac{x_2}{M^2} \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

De la ecuación (2.4) que se muestra en el capítulo anterior, se pueden escribir las ecuaciones de estado del sistema, junto con las ecuaciones de sensibilidades. El sistema completo de 12 ecuaciones diferenciales que serán resueltas numéricamente, es expresado de la siguiente forma,

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ \frac{P_m}{M} - \left(\frac{P_{ge1}}{M} \text{sen}(x_1) + \frac{P_{ge2}}{M} \text{sen}(2x_1) \right) - \frac{D}{M} x_2 \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{P_{m1}}{M} \cos(x_1) + 2 \frac{P_{m2}}{M} \cos(2x_1) & -\frac{D}{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{P_m}{M^2} + \left(\frac{P_{ge1}}{M^2} \text{sen}(x_1) + \frac{P_{ge2}}{M^2} \text{sen}(2x_1) \right) + \frac{D x_2}{M^2} \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_5 \\ x_5 \\ \dot{x}_6 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{P_{m1}}{M} \cos(x_1) + 2\frac{P_{m2}}{M} \cos(2x_1) & -\frac{D}{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_7 \\ x_7 \\ \dot{x}_8 \\ x_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{P_{m1}}{M} \cos(x_1) + 2\frac{P_{m2}}{M} \cos(2x_1) & -\frac{D}{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_7 \\ x_8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{\text{sen}(x_1)}{M} \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_9 \\ x_9 \\ \dot{x}_{10} \\ x_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{P_{m1}}{M} \cos(x_1) + 2\frac{P_{m2}}{M} \cos(2x_1) & -\frac{D}{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_9 \\ x_{10} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{\text{sen}(2x_1)}{M} \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{11} \\ x_{11} \\ \dot{x}_{12} \\ x_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{P_{m1}}{M} \cos(x_1) + 2\frac{P_{m2}}{M} \cos(2x_1) & -\frac{D}{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{11} \\ x_{12} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{x_2}{M} \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

La matriz de sensibilidades $S_\alpha(t)$ esta formada por,

$$S = \begin{bmatrix} x_3 & x_5 & x_7 & x_9 & x_{11} \\ x_4 & x_6 & x_8 & x_{10} & x_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial M} & \frac{\partial x_1}{\partial P_m} & \frac{\partial x_1}{\partial P_{ge-1}} & \frac{\partial x_1}{\partial P_{ge-2}} & \frac{\partial x_1}{\partial D} \\ \frac{\partial x_2}{\partial M} & \frac{\partial x_2}{\partial P_m} & \frac{\partial x_2}{\partial P_{ge-1}} & \frac{\partial x_2}{\partial P_{ge-2}} & \frac{\partial x_2}{\partial D} \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

Ahora que ya se ha formado el sistema para el análisis de sensibilidades dinámicas por variación en los parámetros, solo es necesario conocer las condiciones iniciales que serán tomadas para el estudio de sensibilidades dinámicas. Para el estudio se consideran 3 conjuntos de condiciones iniciales, estos valores se muestran en la Tabla 3.2.

Tabla 3. 2 Condiciones iniciales.

Caso	x_1	x_2
1	0.414	0
2	-2.5	20
3	-3.38	0

Tomando la primera condición inicial de $[x_1 \ x_2]^T = [0.414 \ 0]^T$, el sistema de ecuaciones se soluciona y las sensibilidades x_5 y x_6 sensibilidades del ángulo δ y la

velocidad angular ω , con respecto a la potencia mecánica de entrada P_m son analizadas. La condición inicial corresponde al punto A en el diagrama de fase, Figura 3.6, el cual se encuentra muy cerca al punto de equilibrio del sistema.

La Figura 3.7, muestra el comportamiento del ángulo del rotor δ y la velocidad de la máquina con respecto a la velocidad síncrona ω , se observa como para la condición inicial del caso 1, las oscilaciones tanto para el ángulo y velocidad son muy pequeñas. Esto se debe a que la condición esta muy cerca del punto de equilibrio. El tiempo de simulación en el análisis es de 5 seg.

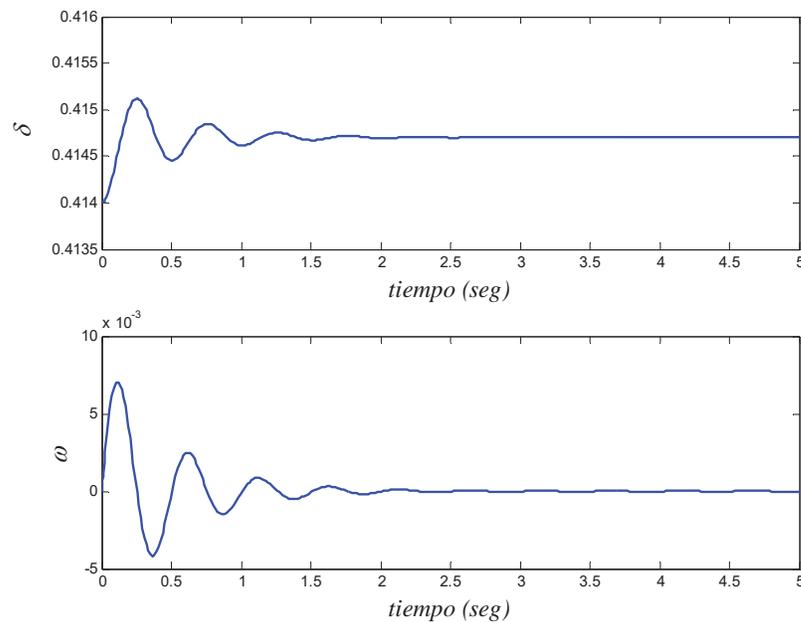


Figura 3. 7 Angulo del rotor δ y velocidad ω , para $x_0 = [0.414 \ 0]^T$.

En la Figura 3.8 se muestran las sensibilidades de los estados del sistema con respecto a la potencia mecánica de entrada, para la condición inicial del caso 1. En ella se muestra un comportamiento similar a los estados del sistema, siendo la sensibilidad de la velocidad la que es más sensible, es decir esta sensibilidad es la que tiene mayor magnitud. Esto es debido a que la potencia mecánica de entrada se relaciona directamente con la velocidad de la maquina.

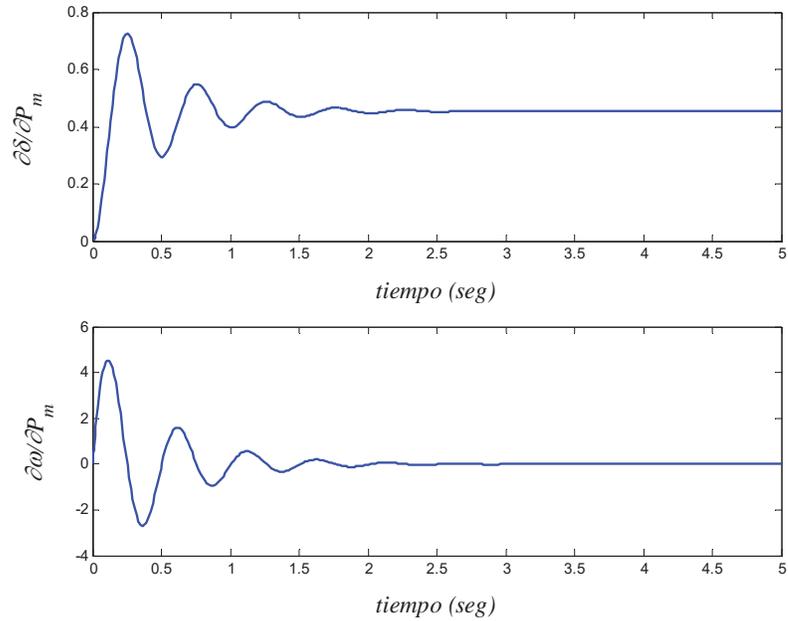


Figura 3. 8 Sensibilidades para $x_0 = [0.414 \ 0]^T$.

Ahora bien, tomando la segunda condición inicial de $[x_1 \ x_2]^T = [-2.5 \ 20]^T$, se integra nuevamente el sistema de ecuaciones y se analizan las sensibilidades x_5 y x_6 . En este caso, la condición inicial corresponde al punto B en el diagrama de fase, Figura 3.6, el cual se encuentra muy cerca de los límites de estabilidad.

En la Figura 3.9 se muestra la dinámica del ángulo y la velocidad para el caso 2. Aunque la condición inicial tomada esta muy cerca del límite de estabilidad, se observa como el sistema retoma su valor de estado estable. Aquí las oscilaciones de las variables de estado son de mayor magnitud con respecto al caso 1, lo cual se debe a la condición inicial para este caso.

En la Figura 3.10, se muestran las sensibilidades para el caso 2. Note que las sensibilidades en este caso son de mayor amplitud que las sensibilidades que se muestran en el caso 1, que corresponden a la condición inicial cerca del punto de equilibrio estable. La sensibilidad de la velocidad es la que tiene mayor sobre impulso.

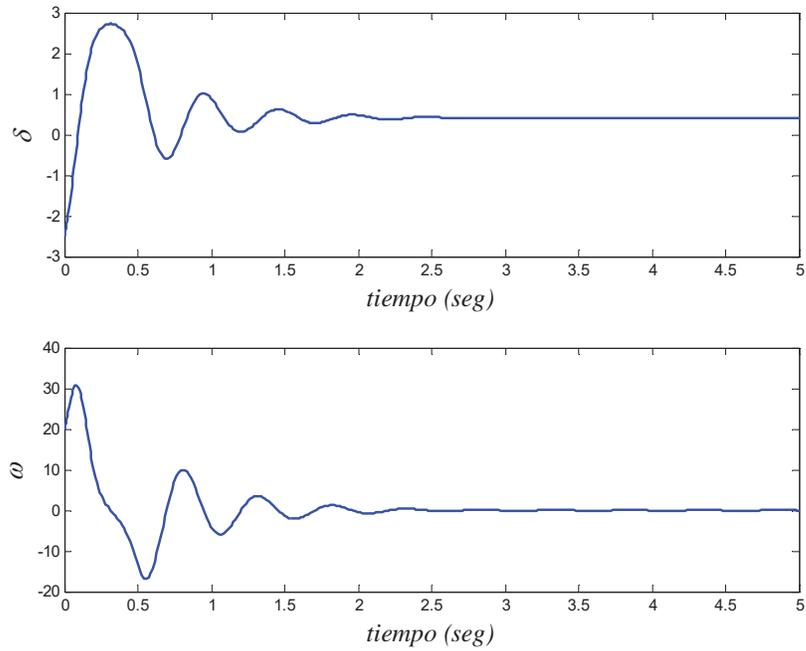


Figura 3. 9 Angulo del rotor δ y velocidad ω , para $x_0 = [-2.5 \ 20]^T$.

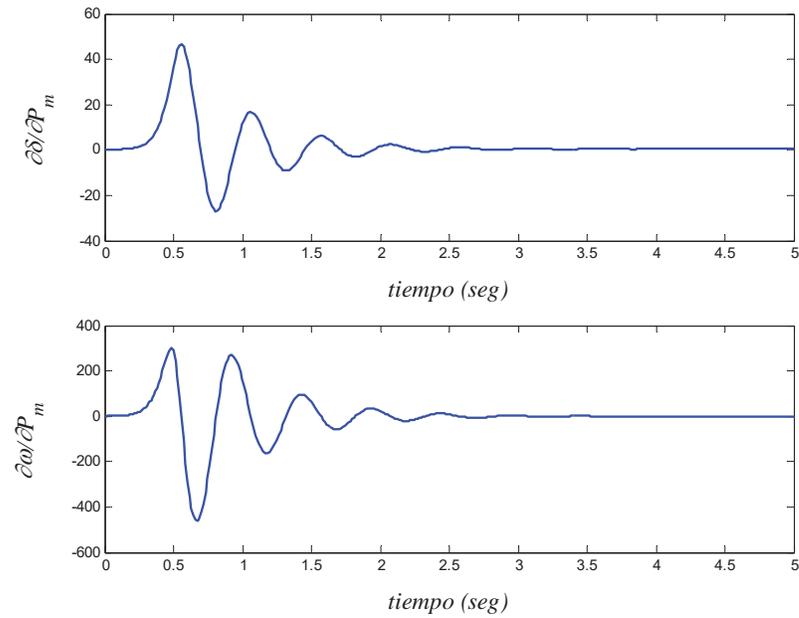


Figura 3. 10 Sensibilidades para $x_0 = [-2.5 \ 20]^T$.

Por ultimo, se toma la condición inicial de $[x_1 \ x_2]^T = [-3.38 \ 0]^T$ que corresponde la punto C en el diagrama de fase, Figura 3.6, localizada muy cerca del “*punto silla*” de este sistema.

La Figura 3.11 muestra el comportamiento del ángulo y velocidad, para el caso 3. En ella se observa como las oscilaciones de ambas variables de estado son de mayor magnitud comparado con el caso 1, esto se debe a que la condición inicial esta cercana a un punto critico.

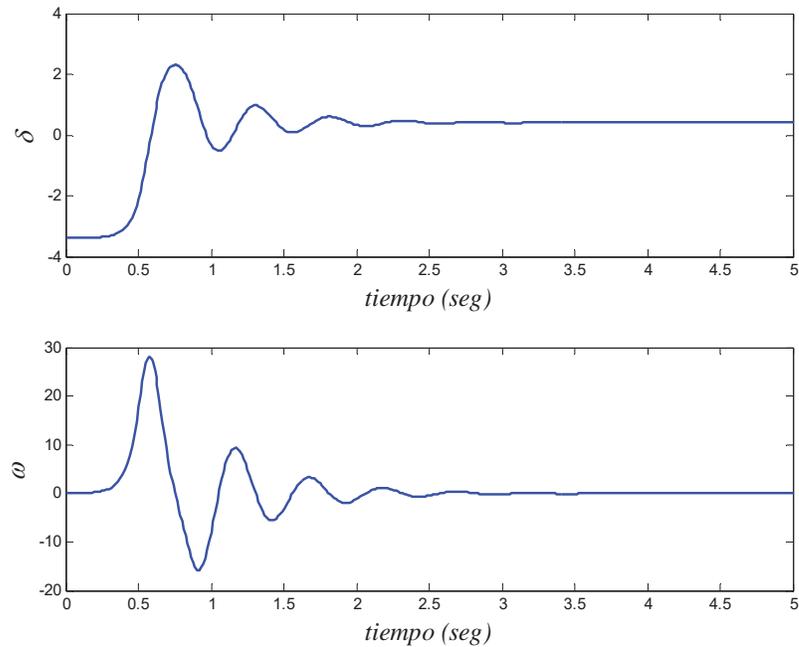


Figura 3. 11 Angulo del rotor δ y velocidad ω , para $x_0 = [-3.38 \ 0]^T$.

La Figura 3.12 muestra el comportamiento de las trayectorias de sensibilidades, las cuales son de una magnitud mayor que las sensibilidades para los dos casos anteriores, comportándose de una manera similar que las variables de estado del sistema original.

En base a las sensibilidades obtenidas, se observa como la magnitud de las sensibilidades se incrementa mientras la condición inicial tomada para el análisis se encuentra más cerca del límite de estabilidad del sistema. Con este ejemplo se puede mencionar como las magnitudes de las sensibilidades pueden ser utilizadas como un índice de que tan cerca se encuentra el sistema de su límite de estabilidad.

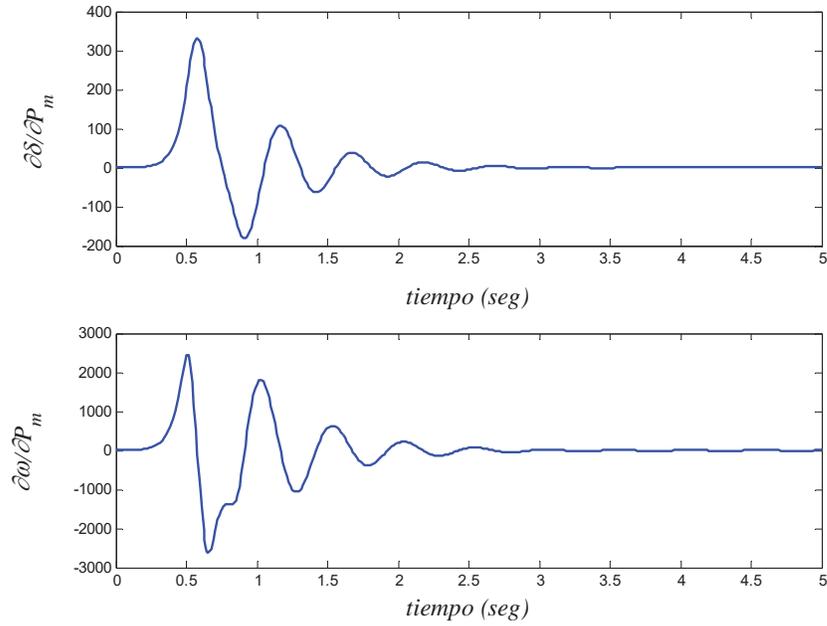


Figura 3. 12 Sensibilidades para $x_0 = [-3.38 \ 0]^T$.

Los valores máximos obtenidos de todas las sensibilidades, se muestran en la Tabla 3.3. En ella se indica como es el comportamiento de las magnitudes de las sensibilidades para los casos mostrados anteriormente. En esta Tabla se observa como los parámetros influyen en las sensibilidades. Por ejemplo, para las sensibilidades asociadas con la velocidad de la máquina, sensibilidades x_3 , x_4 , x_{11} y x_{12} , estas presentan mayor magnitud cuando la condición inicial de la velocidad esta más lejos de su punto estable, como se muestra para la condición inicial $[-2.5 \ 20]^T$. Similarmente para las sensibilidades asociadas al ángulo de carga del rotor, sensibilidades x_5 , x_6 , x_7 y x_8 , x_9 y x_{10} , se presenta la mayor magnitud de sensibilidad cuando la condición inicial del ángulo esta mas lejos de su punto estable, como se muestra para la condición inicial $[-3.38 \ 0]^T$.

Tabla 3. 3 Sensibilidades máximas.

x_0	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}
$[0.414 \ 0]^T$	0.05	0.65	0.72	4.53	0	1.08	0	1.98	0.004	0.054
$[-2.5 \ 20]^T$	3295	21373	46.5	301.8	6.27	102.8	7.87	53.15	561.7	9456
$[-3.38 \ 0]^T$	661	5088	330.7	2454	41.3	606	148	1099	43	739

3.6.1.2 Sensibilidades por Variación en las Condiciones Iniciales

Para el análisis de sensibilidades por condiciones iniciales, conocidas también como sensibilidades β , se utiliza la ecuación (2.8) del capítulo anterior. El mismo sistema analizado anteriormente en sensibilidades por variación de parámetros, será utilizado en esta sección para el análisis de sensibilidades por variación en las condiciones iniciales. De tal forma, las condiciones iniciales consideradas son representadas por,

$$\beta = [x_1(0) \quad x_2(0)]^T \quad (3.40)$$

Teniendo 2 ecuaciones diferenciales, correspondientes a los estados del sistema, el conjunto de ecuaciones diferenciales a resolver para el análisis de sensibilidades por variación en las condiciones iniciales es de $(l + lT)$ ecuaciones, donde T denota el tamaño del vector de condiciones iniciales, formando así el total de 6 ecuaciones diferenciales a resolver. El sistema completo es de la siguiente forma,

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ \frac{P_m}{M} - \left(\frac{P_{ge-1}}{M} \text{sen}(x_1) + \frac{P_{ge-2}}{M} \text{sen}(2x_1) \right) - \frac{D}{M} x_2 \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{P_{m1}}{M} \cos(x_1) + 2\frac{P_{m2}}{M} \cos(2x_1) & -\frac{D}{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{P_{m1}}{M} \cos(x_1) + 2\frac{P_{m2}}{M} \cos(2x_1) & -\frac{D}{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

Las condiciones iniciales para las variables dinámicas y las sensibilidades son respectivamente,

$$x_0 = \beta \quad \text{y} \quad \begin{bmatrix} x_3(0) & x_5(0) \\ x_4(0) & x_6(0) \end{bmatrix} = I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

La matriz de sensibilidades $S_\beta(t)$ se encuentra formada por,

$$S_\beta(t) = \begin{bmatrix} x_3 & x_5 \\ x_4 & x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial \beta_1} & \frac{\partial x_1}{\partial \beta_2} \\ \frac{\partial x_2}{\partial \beta_1} & \frac{\partial x_2}{\partial \beta_2} \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

El conjunto de ecuaciones que se muestran en las ecuaciones (3.40-3.42), puede ser resuelto por cualquier método de solución de EDO. Con los mismos valores nominales de los parámetros utilizados en el análisis de sensibilidades por variación en los parámetros, se hace el estudio de sensibilidades por variación en las condiciones iniciales de las variables de estado.

Tomando en consideración que el punto de equilibrio estable en este sistema se encuentra en $[x_1 \ x_2]^T = [0.4147 \ 0]^T$, se pueden tomar condiciones iniciales β cercanas a este punto, y después condiciones más lejanas a este, para mostrar el comportamiento que tiene el sistema ante estas situaciones. La Tabla 3.5 muestra las magnitudes máximas de las sensibilidades del ángulo y velocidad con respecto a su propia condición inicial.

Tabla 3. 4 Valores máximos de sensibilidades para $P_m = 0.91$.

Caso	β_1	β_2	x_3	x_6
1	0.4147	0	1.0000	1.0000
2	0.4147	4	1.0000	1.0000
3	0.4147	25	1.0000	1.1646
4	0.4147	27	1.0319	2.3154
5	0.4147	28	2.2385	4.2276
6	0.4147	29	7.8153	13.9317

En la Tabla anterior se puede observar como mientras la condición inicial β_2 es más lejana al punto de equilibrio, las sensibilidades aumentan considerablemente. Se muestra como al variar esta condición inicial de la velocidad, esta tiene mayor efecto sobre la sensibilidad x_6 , que es la sensibilidad de la velocidad con respecto a su propia condición inicial.

Considerando el mismo sistema de un generador de polos salientes, pero cambiando el valor nominal del parámetro P_m a un valor de $P_m = 3.0$ con la finalidad de llevar la operación del sistema cerca de su limite de estabilidad, se obtiene el diagrama de solución mostrado en la Figura 3.13. En este caso el punto de equilibrio se encuentra en $[x_1 \ x_2]^T = [1.5477 \ 0]^T$, y el punto A que se localiza en $[x_1 \ x_2]^T = [1.5477 \ 4]^T$ el cual representa un punto muy cercano a los limites de estabilidad.

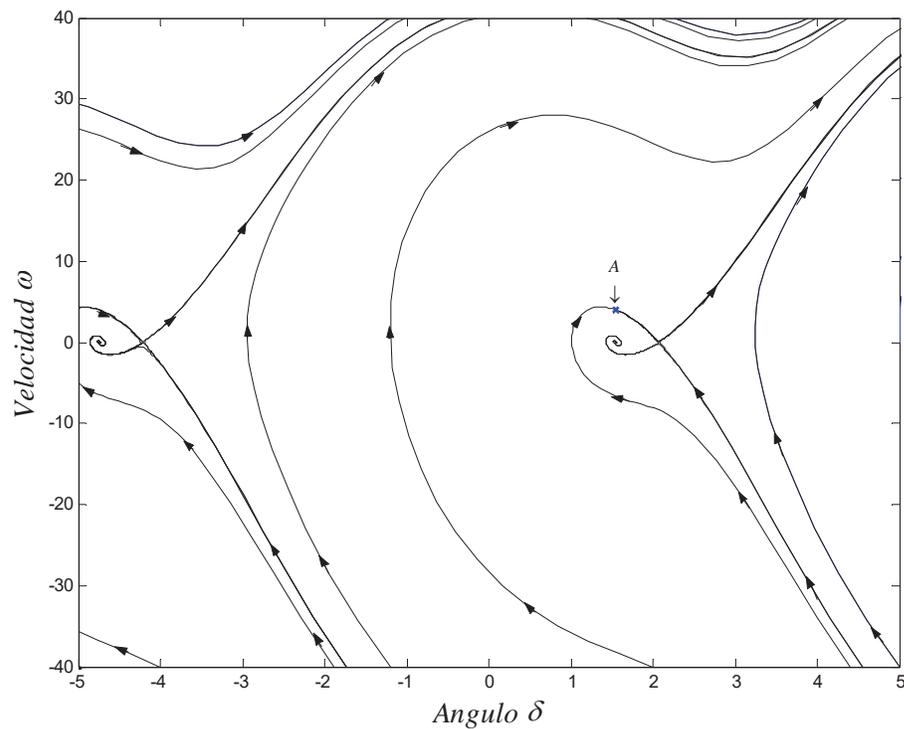


Figura 3. 13 Diagrama de fase para el cambio de $P_m = 3.0$.

Solucionando el sistema con todas las sensibilidades y partiendo del punto de equilibrio del sistema, los resultados se muestran en la Tabla 3.5, para tres casos diferentes de condiciones iniciales.

Tabla 3. 5 Valores máximos de sensibilidades para $P_m = 3.0$.

Caso	β_1	β_2	x_3	x_6
1	1.5477	0	1.0000	1.0000
2	1.5477	3	1.0000	1.0000
3	1.5477	4	22.4758	15.5738

El comportamiento de las sensibilidades de las variables de estado con respecto a sus propias condiciones iniciales tienen un comportamiento similar al analizado sin el cambio del valor nominal de P_m . En esta Tabla se muestra para muy poco cambio en la condición inicial de la velocidad. Comparado con los cambios efectuados en la condición inicial de la velocidad de la Tabla 3.4, las sensibilidades x_3 y x_6 presentan una gran variación en la magnitud de salida. Esto nos puede indicar que el sistema tiene una menor región de atracción debido al cambio en el parámetro P_m .

Aunque las sensibilidades por variación de las condiciones iniciales son muy pequeñas con respecto a las sensibilidades por variación en los parámetros, con estos ejemplos se puede verificar que este tipo de análisis de sensibilidades puede ser utilizado para verificar el tamaño de la región de espacio de atracción de un sistema de potencia.

3.6.2 Ejemplo de un Sistema Multi-Máquina

Para este estudio de sensibilidades dinámicas se considera el sistema WSCC mostrado en la Figura 3.14 el cual pertenece a la región occidental de EUA mostrada en la Figura 3.15. Este modelo cuenta con 3 máquinas síncronas conectadas a una red eléctrica de 9 nodos, el cual alimenta a tres cargas pasivas. Debido a que en los sistemas multi-máquina los modelos matemáticos involucran múltiples variables de estado, representar todas estas variables de estado en un solo diagrama de fase, para determinar la condición de operación que permita hacer el estudio de sensibilidades es imposible, debido a que solo se pueden representar 3 variables de estado simultáneamente. Con la finalidad de obtener las condiciones de operación

referidas, tal que se este cercas de los limites de estabilidad del sistema, una perturbación será aplicada y será liberada en un tiempo critico tal que permita lograr el objetivo requerido.

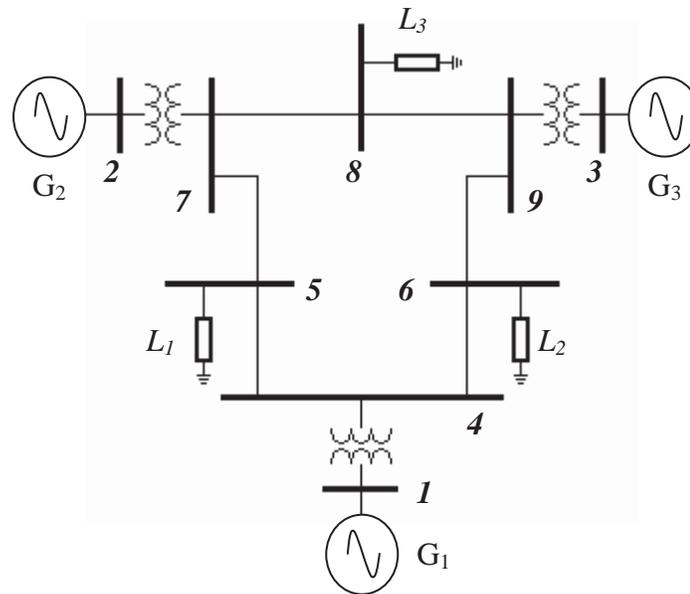


Figura 3. 14 Sistema WSCC reportado en [Anderson y Fouad, 1994].

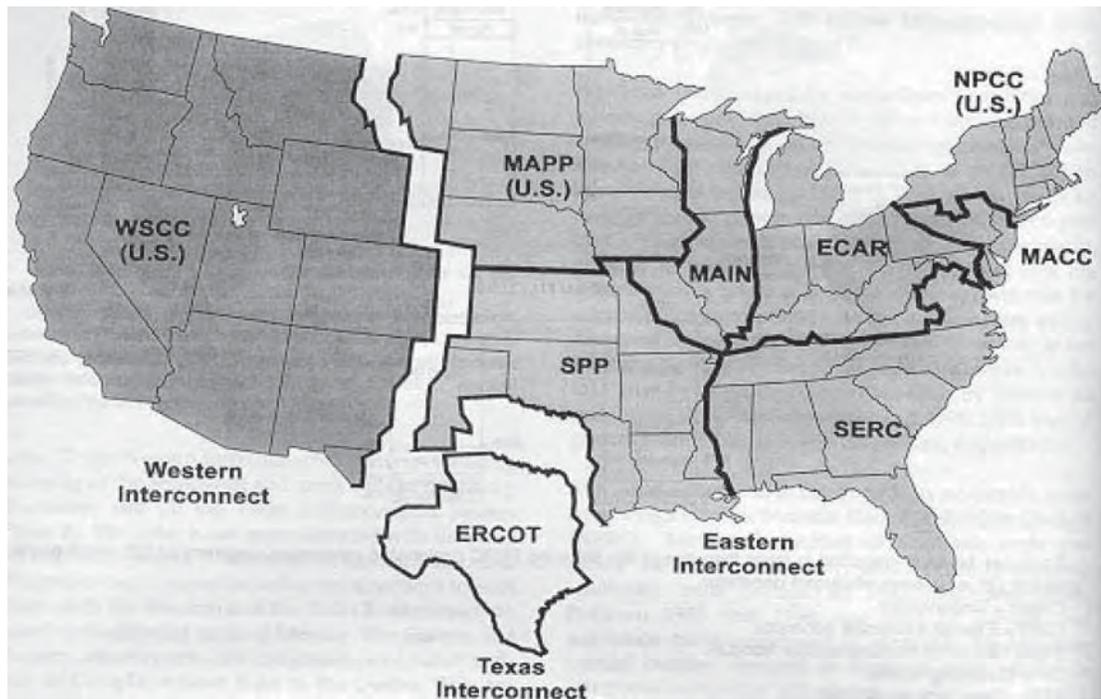


Figura 3. 15 Ubicación del sistema WSCC de EUA.

3.6.2.1 Sensibilidades por Variación en los Parámetros

Para el análisis de este sistema se considera el ángulo de la máquina 1 como el ángulo de referencia. Utilizando la Ecuación (3.6), se puede obtener el siguiente sistema de EDO,

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{M_1}(P_1 - C_{12}\text{sen}(-x_3) - D_{12}\cos(-x_3) - C_{13}\text{sen}(-x_5) - D_{13}\cos(-x_5) - D_1x_1) \\ \frac{1}{M_2}(P_2 - C_{21}\text{sen}(x_3) - D_{21}\cos(x_3) - C_{23}\text{sen}(x_3 - x_5) - D_{23}\cos(x_3 - x_5) - D_2x_2) \\ x_2 - x_1 \\ \frac{1}{M_3}(P_3 - C_{31}\text{sen}(x_5) - D_{31}\cos(x_5) - C_{32}\text{sen}(x_5 - x_3) - D_{32}\cos(x_5 - x_3) - D_3x_3) \\ x_4 - x_1 \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

donde,

$$x_1 = \omega_1 \quad x_2 = \omega_2 \quad x_3 = \delta_2 \quad x_4 = \omega_3 \quad x_5 = \delta_3$$

El vector de parámetros correspondiente a este sistema es,

$$\alpha = [M_i \quad P_i \quad C_{ij} \quad D_{ij} \quad D_i]^T, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.47)$$

donde los parámetros C_{ij} y D_{ij} , corresponden a la \mathbf{Y}_{Red} . El parámetro P_i esta dado por el valor de $P_i = P_{mi} - E_i^2 G_{\text{Red } ii}$ con la finalidad de simplificar las operaciones, y los parámetros M_i y D_i son el momento de inercia y el coeficiente de amortiguamiento de cada máquina del sistema, respectivamente.

Para el sistema de ecuaciones de (3.46), el número de ecuaciones a resolver para el análisis de sensibilidades dinámicas será de $nl(p+1)$, donde l es el número de ecuaciones diferenciales en el sistema, n es el número de máquinas en el sistema y p el número de parámetros, teniendo un total de 90 ecuaciones diferenciales a resolver. Como se mencionó en el capítulo anterior, las trayectorias de sensibilidades con respecto a un parámetro son

independientes de las sensibilidades con respecto a otro parámetro. De esta manera, se pueden analizar solo los parámetros que sean de interés e ignorar el resto de los parámetros, como lo indica la ecuación (2.5) del capítulo anterior. Esto implica reducir en gran medida el número de ecuaciones diferenciales a resolver.

Debido a que la potencia mecánica de entrada es un parámetro de interés, ya que este parámetro está asociado con la velocidad de la máquina, se analizarán las sensibilidades de los estados del sistema con respecto a este parámetro. Redefiniendo el vector de parámetros se tiene,

$$\alpha = [P_1 \quad P_2 \quad P_3]^T \quad (3.48)$$

De tal forma, que ahora el sistema total a resolver es de $l(p+1)$, siendo un total de 20 ecuaciones diferenciales de todo el sistema, y su vector de estado es,

$$x = [x_1 \quad x_2 \quad \dots \quad x_{20}]^T \quad (3.49)$$

En este caso los estados $x_1 - x_5$ corresponden a las trayectorias de los estados del sistema con respecto al tiempo, los estados $x_6 - x_{10}$ corresponden a las trayectorias de sensibilidades de los estados del sistema con respecto a la potencia P_1 , los estados $x_{11} - x_{15}$ corresponden a las trayectorias de sensibilidades de los estados del sistema con respecto a la potencia P_2 y los estados $x_{16} - x_{20}$ corresponden a las trayectorias de sensibilidades de los estados del sistema con respecto a la potencia P_3 .

Los Jacobianos $\partial f / \partial x$ y $\partial f / \partial \alpha$ de la ecuación (3.46) deben ser calculados. La perturbación considerada para el análisis de sensibilidades dinámicas es aplicada en el nodo 7 de este sistema, la cual consiste del aislamiento de este nodo del resto de los nodos del sistema, por medio de la desconexión de las líneas eléctricas 5-7 y 7-8 y del transformador de 2-7.

Las sensibilidades de interés en este análisis son,

$$x_{13} = \frac{\partial \delta_2}{\partial P_2} = \frac{\partial x_3}{\partial P_2}, \quad x_{20} = \frac{\partial \delta_3}{\partial P_3} = \frac{\partial x_5}{\partial P_3}, \quad (3.50)$$

Esto es debido a que las sensibilidades del ángulo de la máquina con respecto a su propia potencia mecánica de entrada dan una clara idea acerca del comportamiento del sistema. Debido a que las sensibilidades dependen del tiempo de liberación de la perturbación, estas pueden ser comparadas y analizadas. En la Tabla 3.6 se muestra esto.

Tabla 3. 6 Sensibilidades para diferentes tiempos de liberación de perturbación.

Variable	x_{13}	x_{20}
Valores máximos para $t_{cl} = 0.05 \text{ seg.}$	1.0111	0.8057
Valores máximos para $t_{cl} = 0.10 \text{ seg.}$	1.5948	0.8655
Valores máximos para $t_{cl} = 0.15 \text{ seg.}$	2.3759	0.9858
Valores máximos para $t_{cl} = 0.20 \text{ seg.}$	3.9094	1.4542
Valores máximos para $t_{cl} = 0.23 \text{ seg.}$	9.4873	3.4771
Valores máximos para $t_{cl} = 0.25 \text{ seg.}$	F/S*	F/S*

* Fuera de Sincronismo

En esta Tabla se puede observar como la sensibilidad del ángulo de la máquina 2 con respecto a su potencia mecánica de entrada es más sensible que aquel de la máquina 3. Esto se debe la perturbación aplicada se encuentra mas cerca eléctricamente de esta máquina.

En las Figuras siguientes, se muestran las curvas de oscilación de los ángulos de las máquinas y las correspondientes sensibilidades analizadas. Las cuales muestran una visión más amplia del comportamiento del fenómeno.

Las Figuras 3.16 y 3.17 muestran como las sensibilidades aumentan en gran medida, conforme el tiempo de liberación de la perturbación aumenta. También se puede observar que la trayectoria de sensibilidad de la máquina 2 aumenta más rápido y es de mayor amplitud que

la trayectoria de sensibilidad de la máquina 3. Esto se debe a que la máquina 2 esta más cerca eléctricamente de la perturbación, con respecto a la distancia eléctrica que tiene la máquina 3 con la perturbación.

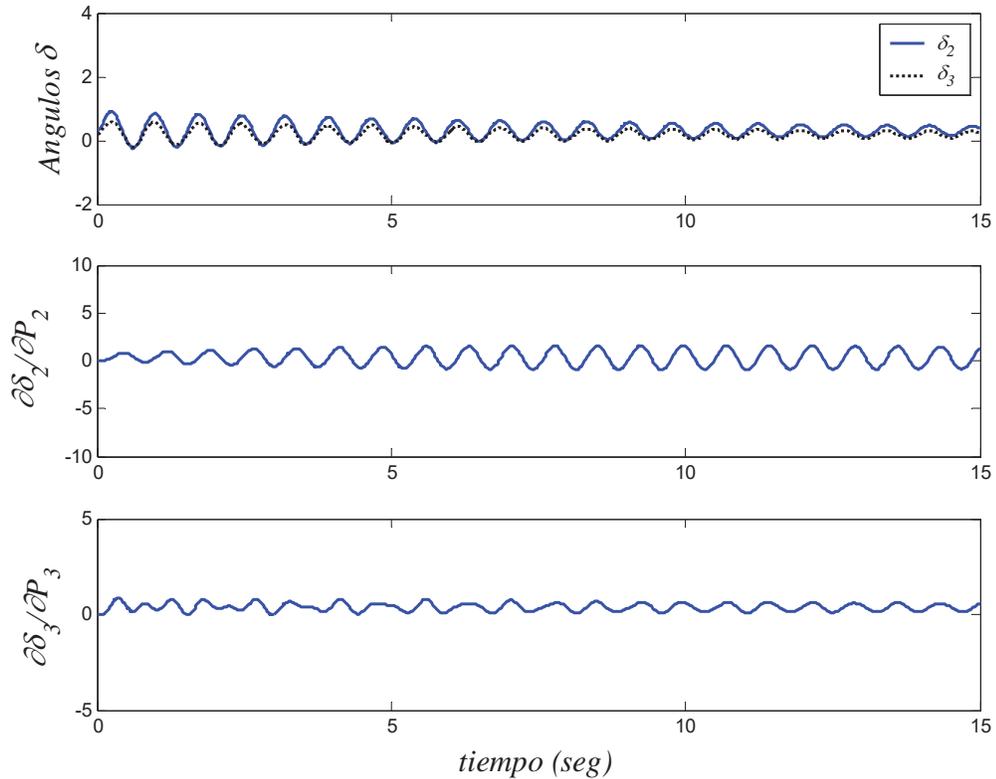


Figura 3. 16 Ángulos y sensibilidades para la liberación de la perturbación en $t_{cl} = 0.10 \text{ seg}$.

Las Figura 3.18 muestra como las sensibilidades pierden estabilidad, para un tiempo de liberación de la perturbación de $t_{cl} = 0.25$ segundos. Para este tiempo de liberación de la perturbación, los ángulos de las máquinas se salen de sincronismo. De este ejemplo se puede concluir que las sensibilidades pueden ser consideradas como un índice para cuantificar el tiempo que el sistema puede tolerar una perturbación. De tal forma, que se pueden considerar diferentes perturbaciones y se pueden calcular los tiempos críticos en base a la magnitud de la sensibilidad.

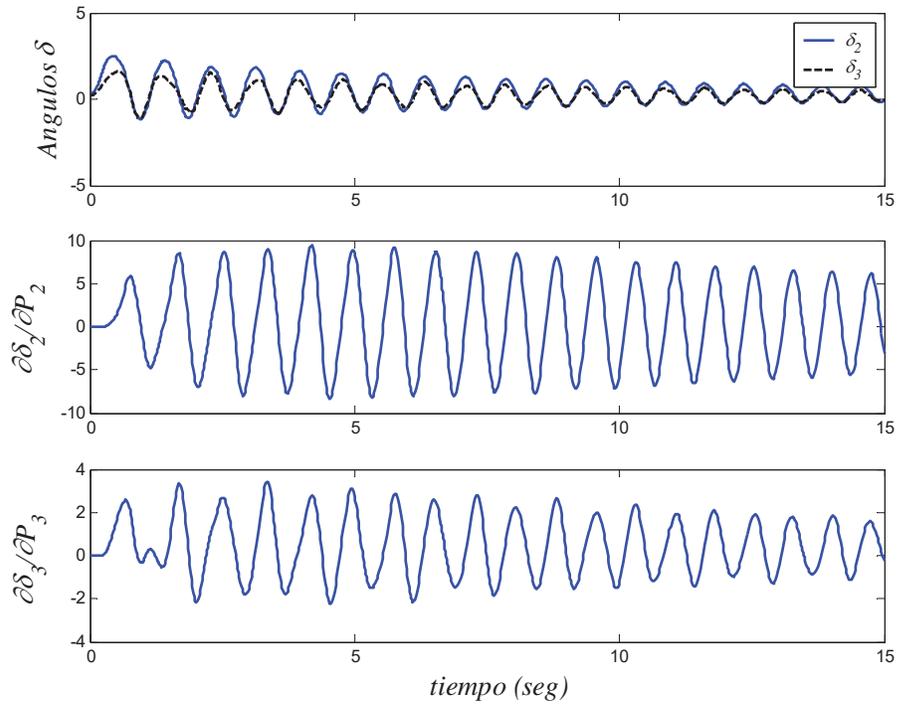


Figura 3. 17 Ángulos y sensibilidades para la liberación de la perturbación en $t_{cl} = 0.23 \text{ seg}$.

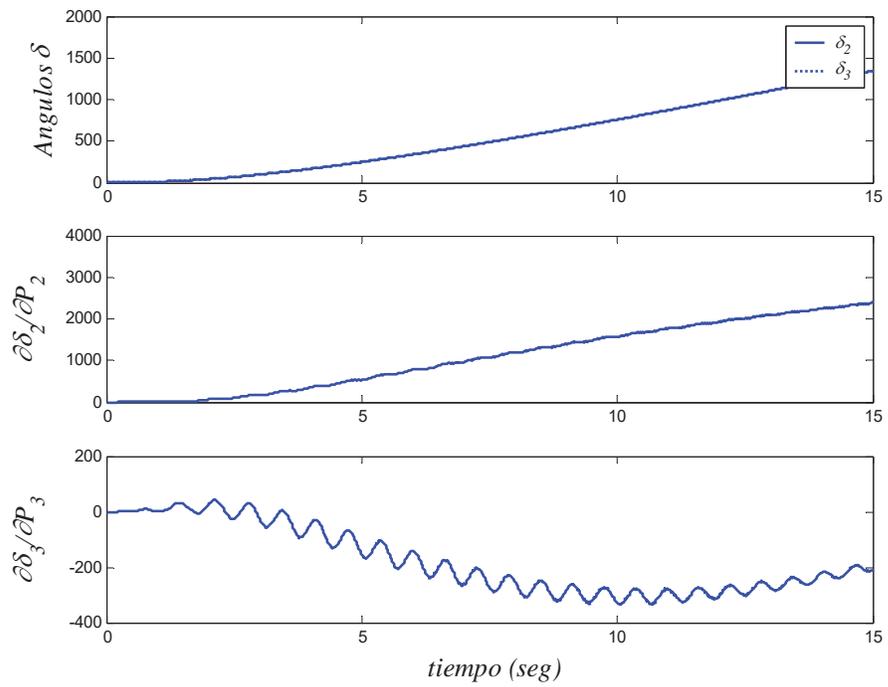


Figura 3. 18 Ángulos y sensibilidades para la liberación de la perturbación en $t_{cl} = 0.25 \text{ seg}$.

3.6.2.2 Sensibilidades por Variación en las Condiciones Iniciales

En esta sección se analizan las sensibilidades por variación en las condiciones iniciales, para el ejemplo multi-máquina WSCC mostrado en la sección anterior. Para esto se requiere que el sistema formado por la ecuación (3.46), sea expresado en términos de la ecuación (2.8) para obtener las sensibilidades por variación en las condiciones iniciales. De tal forma, que las condiciones iniciales consideradas para el sistema de ecuaciones original son representadas por,

$$\beta = [x_1(0) \quad x_2(0) \quad x_3(0) \quad x_4(0) \quad x_5(0)]^T \quad (3.51)$$

Las condiciones iniciales de las sensibilidades están formadas por la matriz identidad, como lo indica la formulación del análisis. El sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias que se forma es de $(l+IT)$, donde T denota el tamaño del vector de condiciones iniciales del sistema original, formando así el total de 30 ecuaciones diferenciales a resolver, donde la matriz de sensibilidades $S_\beta(t)$ se encuentra formada por,

$$S_\beta(t) = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial \beta_1} & \frac{\partial x_1}{\partial \beta_2} & \frac{\partial x_1}{\partial \beta_3} & \frac{\partial x_1}{\partial \beta_4} & \frac{\partial x_1}{\partial \beta_5} \\ \frac{\partial x_2}{\partial \beta_1} & \frac{\partial x_2}{\partial \beta_2} & \frac{\partial x_2}{\partial \beta_3} & \frac{\partial x_2}{\partial \beta_4} & \frac{\partial x_2}{\partial \beta_5} \\ \frac{\partial x_3}{\partial \beta_1} & \frac{\partial x_3}{\partial \beta_2} & \frac{\partial x_3}{\partial \beta_3} & \frac{\partial x_3}{\partial \beta_4} & \frac{\partial x_3}{\partial \beta_5} \\ \frac{\partial x_4}{\partial \beta_1} & \frac{\partial x_4}{\partial \beta_2} & \frac{\partial x_4}{\partial \beta_3} & \frac{\partial x_4}{\partial \beta_4} & \frac{\partial x_4}{\partial \beta_5} \\ \frac{\partial x_5}{\partial \beta_1} & \frac{\partial x_5}{\partial \beta_2} & \frac{\partial x_5}{\partial \beta_3} & \frac{\partial x_5}{\partial \beta_4} & \frac{\partial x_5}{\partial \beta_5} \end{bmatrix} \quad (3.52)$$

Con los mismos valores nominales de los parámetros utilizados en el análisis de sensibilidades por variación en los parámetros, se hace el estudio de sensibilidades por variación en las condiciones iniciales de las variables de estado. El Jacobiano $\partial f / \partial x$ de la ecuación (3.46) debe ser calculado. Las condiciones iniciales de las variables de estado del sistema se obtienen por medio del análisis del sistema eléctrico, bajo una condición operativa de perturbación. Para lo anterior, se realiza el estudio del sistema a partir de un instante de

tiempo anterior al momento en que ocurre la perturbación. Este análisis dinámico, continua durante el tiempo en que la perturbación esta presente en el sistema y hasta el tiempo de liberación de la misma. Las condiciones iniciales son iguales a los valores de las variables de estado obtenidos un instante anterior al tiempo de liberación de la perturbación. Con la finalidad de cuantificar el efecto de las condiciones iniciales, se consideran diferentes tiempos de liberación de la perturbación.

En este caso, la perturbación consiste en aislar el nodo 7 del resto del sistema, mediante la desconexión de las líneas eléctricas 5-7 y 7-8, y del transformador de 2-7.

Integrando el conjunto de ecuaciones diferenciales, tanto del sistema original así como las sensibilidades del sistema, se obtiene la respuesta en el tiempo. Las sensibilidades de interés para este análisis son,

$$x_{18} = \frac{\partial \delta_2}{\partial \beta_3} = \frac{\partial x_3}{\partial \beta_3}, \quad x_{30} = \frac{\partial \delta_3}{\partial \beta_5} = \frac{\partial x_5}{\partial \beta_5}, \quad (3.53)$$

Esto es debido a que las sensibilidades del ángulo de la máquina con respecto a su propia condición inicial dan una clara idea acerca del comportamiento del sistema. Debido a que las sensibilidades dependen del tiempo de liberación de la perturbación, estas pueden ser comparadas y analizadas, tal como se muestra en la Tabla 3.7.

Tabla 3. 7 Sensibilidades máximas para diferentes tiempos de liberación de perturbación.

t_{cl}	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	x_{18}	x_{30}
0.05 seg.	-3.8520	-1.4783	0.3642	-2.4196	0.2257	1.0000	1.0000
0.10 seg.	-3.8022	0.9030	0.5398	-1.1152	0.3288	1.0000	1.0000
0.15 seg.	-3.7182	3.2608	0.8295	-0.0773	0.4869	1.0000	1.0000
0.20 seg.	-3.5903	5.5954	1.2302	0.6397	0.6834	3.5099	1.0000
0.23 seg.	-3.4913	6.9850	1.5224	0.9172	0.8121	12.867	1.1921
0.25 seg.	-3.4164	7.9069	1.7384	1.0451	0.9001	F/S*	F/S*

* Fuera de Sincronismo

En esta Tabla se muestra como para los tiempos de liberación de 0.05 hasta 0.15 seg., las sensibilidades para ambos ángulos con respecto a su propia condición inicial tiene una magnitud máxima de 1.0. Esto indica que las trayectorias de sensibilidades permanecerán en estabilidad debido a que el sistema se encuentra en la región de equilibrio estable. Para el tiempo de liberación de 0.20 y 0.23 seg., las sensibilidades de la máquina 2 muestran un incremento de magnitud más grande que las sensibilidades de la máquina 3. Esto es debido a que la máquina 2 esta más cerca eléctricamente de la perturbación, lo cual indica que la máquina 2 pierde más rápido el sincronismo.

En las Figuras siguientes, se muestran las oscilaciones de los ángulos de las máquinas y las correspondientes sensibilidades analizadas. Con la finalidad de ilustrar el comportamiento del fenómeno transitorio.

Las Figuras 3.19 muestran más claramente como las sensibilidades de la maquina 2 son mayores en magnitud, debido a la cercanía eléctrica de la perturbación, en comparación con las sensibilidades de la maquina 3. También se puede observar como estas sensibilidades permanecen en sincronismo al igual que sus ángulos de carga del rotor.

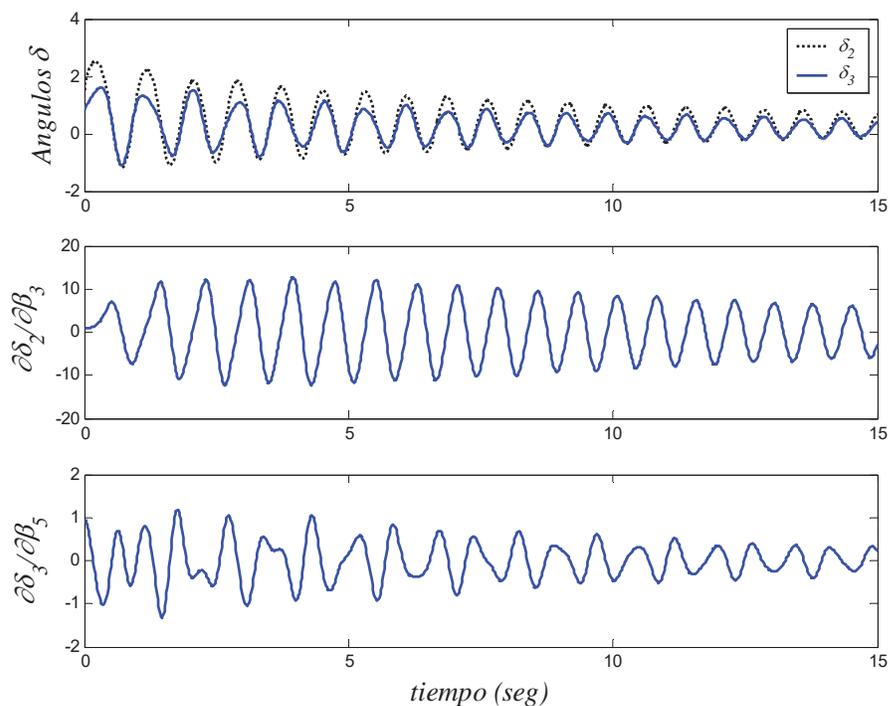


Figura 3. 19 Ángulos y sensibilidades para la liberación de la perturbación en $t_{cl} = 0.23 \text{ seg}$.

Las Figuras 3.20 muestran como las sensibilidades pierden estabilidad, para un tiempo de liberación de la perturbación de $t_{cl} = 0.25$ seg. Similarmente, los ángulos de las máquinas pierden sincronismo. De este ejemplo se puede concluir que las sensibilidades pueden ser consideradas para determinar en que tiempos el sistema permanecerá estable, dada una perturbación. De igual forma, este tipo de sensibilidades pueden ser utilizadas para determinar el tiempo crítico de liberación de una perturbación en un sistema, en base trayectorias de sensibilidades las cuales indican la pérdida de estabilidad del sistema.

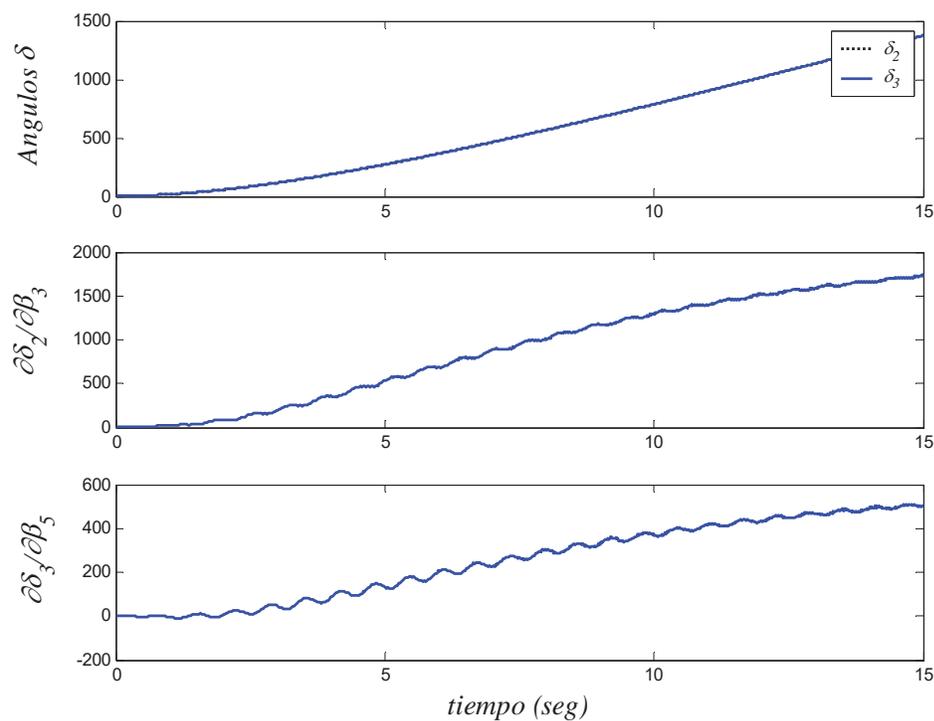


Figura 3. 20 Ángulos y sensibilidades para la liberación de la perturbación en $t_{cl} = 0.25$ seg .

Con los resultados obtenidos tanto por las sensibilidades de variación en los parámetros así como las sensibilidades por variación en las condiciones iniciales, para el sistema multi-máquina WSCC, se puede mencionar que los dos tipos de metodologías muestran buenos resultados para determinar la estabilidad transitoria de los sistemas multi-máquina.

3.7 Conclusiones

En este capítulo fue presentada la importancia del estudio de estabilidad transitoria, así como los diferentes tipos de análisis para el estudio de la estabilidad. La representación de la máquina síncrona en un modelo equivalente, y las ecuaciones de oscilación del rotor de esta máquina forman un modelo de ecuaciones en el cual se pueden incluir las sensibilidades ya sea por variación en los parámetros o por variación en las condiciones iniciales.

Con el ejemplo del sistema de una máquina conectada a un nodo infinito, se mostró como las sensibilidades por variación en los parámetros pueden ser utilizadas como un índice para determinar el tamaño de la región de atracción, donde el sistema puede operar en forma estable. Otra característica que se mostró fue que las sensibilidades se presentan con mayores magnitudes cuando el sistema se encuentra cerca de un punto inestable. Mientras que con las sensibilidades por variación en las condiciones iniciales, en ese mismo sistema, se mostró que estas pueden ser utilizadas para verificar en que tanto nivel de estrés se encuentra el sistema.

Con el ejemplo del sistema multi-máquina, se puede concluir que el análisis de sensibilidades puede ayudar a medir la región de atracción de estabilidad, donde el sistema opera en forma estable, en base al tiempo de liberación de la perturbación. Esta región de estabilidad se determina en base al comportamiento de las trayectorias de sensibilidades analizadas. Si estas sensibilidades siguen una trayectoria que se estabiliza después de determinado tiempo, el sistema permanecerá estable para dicho tiempo de liberación.

CAPÍTULO 4

APLICACIÓN DE LA TEORÍA DE SENSIBILIDADES DINÁMICAS EN SISTEMAS CON DISPOSITIVOS SIFLETCA

4.1 Introducción

El crecimiento poblacional excesivo, la demanda de energía eléctrica y la complejidad de los sistemas eléctricos de potencia (SEP), han hecho que cada vez sea más difícil la operación y el control de los SEP. Los elevados costos de los componentes de un SEP, además de otras dificultades de origen ambiental y político, han forzado a investigar y desarrollar nuevas técnicas que permitan maximizar y optimizar la transmisión de energía eléctrica a través de la red eléctrica sin degradar la seguridad del sistema.

Con la finalidad de lograr lo anterior, en los últimos años se ha desarrollado e implementado una filosofía en base al desarrollo de la electrónica de potencia, la cual realiza las mismas funciones que los dispositivos mecánicos, pero con una mayor velocidad de operación. La filosofía de estos dispositivos fue desarrollada en los años 70s y 80s. Esta filosofía permite controlar el flujo de potencia, en magnitud así como dirección, en una línea de transmisión; permitiendo que las líneas sean operadas cerca de sus límites térmicos. Debido a la rapidez de respuesta en su operación, estos dispositivos también pueden ser utilizados para controlar problemas dinámicos del SEP. Los SEP que contienen este tipo de dispositivos son denominados Sistemas Flexibles de Transmisión de Corriente Alterna (SIFLETCA) [Hingorani, 1993].

Con la finalidad de probar extensamente la eficacia de los dispositivos SIFLETCA, se han desarrollado modelos matemáticos que son modelados junto con los sistemas de potencia. Los modelos matemáticos de este tipo de dispositivos pueden ser incluidos en el análisis de estabilidad transitoria en base a la teoría de sensibilidades dinámicas como se muestra en este capítulo.

En este capítulo, se plantean los modelos matemáticos dinámicos tanto para el Compensador Estático de Vars (CEV) y el Compensador Avanzado Serie (CAS), los cuales son incluidos en 2 ejemplos numéricos, tanto el de una máquina conectada a un nodo infinito como el sistema WSCC multi-máquina. Esto es con la finalidad de cuantificar lo efectos de estos dispositivos sobre la estabilidad transitoria de los sistemas de potencia, en base a la teoría de sensibilidades dinámicas.

4.2 Control de Flujo de Potencia de los Dispositivos SIFLETCA

Debido a las grandes ventajas que proporcionan los dispositivos SIFLETCA en la operación y control de los SEP, la incorporación de estos dispositivos en estudios de estabilidad es cada vez más común y necesaria. En base la Figura 4.1, el flujo de potencia es descrito por la ecuación (4.1), la cual representa el flujo de potencia a través de un elemento de transmisión conectado entre los nodos k y m . La cantidad de flujo de potencia puede ser modulada con la variación de los ángulos y magnitudes de voltajes nodales. Sin embargo, estas variables deben ser manipuladas dentro de cierto rango ya que deben permanecer dentro de límites preestablecidos para mantener la estabilidad angular y de voltaje, respectivamente.

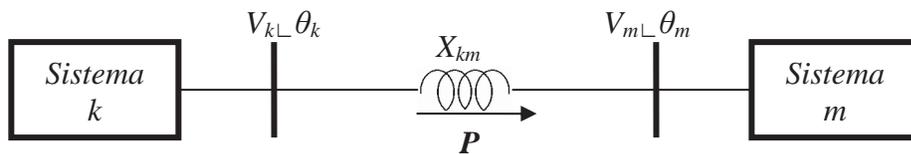


Figura 4. 1 Representación de transmisión de potencia de un sistema a otro.

$$P_{km} = \frac{V_k V_m}{X_{km}} \text{sen}(\theta_k - \theta_m) \quad (4.1)$$

Los dispositivos SIFLETCA tienen la capacidad de manipular este tipo de parámetros, permitiendo tener control del flujo de potencia y mantener las líneas de transmisión cerca de sus límites térmicos, lo que anteriormente no era posible sin violar las restricciones de seguridad del sistema.

Como se menciona en el capítulo anterior, la inestabilidad angular es la más común debido a que la potencia eléctrica que una máquina síncrona entrega al sistema esta dada por la relación Ángulo-Potencia. De tal forma, que esta potencia puede ser modulada por los dispositivos SIFLETCA a través de las líneas de transmisión, impactando directamente sobre la característica Ángulo-Potencia del generador síncrono y consecuentemente sobre la estabilidad angular. Por ello, el análisis de estos dispositivos es fundamental.

El elemento básico de algunos de los dispositivos SIFLETCA, es el tiristor. Esencialmente el tiristor es un conmutador controlado de silicio, con un ánodo, un cátodo y una terminal de control llamada compuerta. Existen dos tipos principales de tiristores: el Rectificador Controlado de Silicio (SCR), conocido también como tiristor convencional que tiene la capacidad de encendido mediante una señal adecuada y el tiristor con capacidad de encendido y apagado (GTO) el cual puede encenderse y apagarse mediante señales adecuadas. Las ventajas que presenta el tiristor sobre los dispositivos de conmutación mecánica son:

- Los tiristores son capaces de conmutar mucho más rápido y se pueden utilizar para redireccionar la potencia en una fracción de ciclo. Esta ventaja permite amortiguar oscilaciones de potencia, lo cual no puede hacerse con controladores mecánicos.
- Los dispositivos de conmutación mecánica tienden a desgastarse, mientras que los controladores basados en tiristores pueden conmutar dos veces cada ciclo sin deteriorarse.

Por lo anterior, los controladores basados en tiristores ofrecen oportunidades sin precedentes para regular la transmisión de C.A., incrementando o disminuyendo el flujo de potencia en líneas específicas y respondiendo casi instantáneamente a los problemas de estabilidad.

4.3 Ventajas en la Utilización de Dispositivos SIFLETCA

Las siguientes características resumen las principales ventajas que representa el uso de dispositivos SIFLETCA, sobre el control de potencia a través de una línea de transmisión [Coronado, 2001].

- Permiten un mayor control sobre el flujo de potencia, dirigiéndolo a través de rutas predeterminadas
- Se puede operar con niveles de carga seguros (sin sobrecarga) y cercanos a los límites térmicos de las líneas de transmisión.
- Mayor capacidad de transferencia de potencia entre áreas controladas, con lo que el margen de reserva en generación puede reducirse considerablemente.
- Incrementan la seguridad del sistema al aumentar el límite de estabilidad transitoria.
- Amortiguar oscilaciones del sistema de potencia que dañan los equipos y limitan la capacidad de transmisión disponible.
- Responder rápidamente a los cambios en las condiciones de la red para proporcionar un control del flujo de potencia en tiempo real.
- Proveen una mayor flexibilidad en la localización de nuevas plantas generadoras.
- Proporcionan seguridad en las conexiones a través de las líneas de enlace entre empresas y regiones vecinas.
- Se pueden disminuir las pérdidas al disminuir la reactancia inductiva de la línea.

Una propiedad única de los dispositivos SIFLETCA es la gran flexibilidad que presentan en los tres estados operativos del sistema de potencia: pre-perturbación, perturbación y post-perturbación. La capacidad para controlar transitorios y para impactar rápida y significativamente el estado de post-perturbación los hace sumamente atractivos [Avramovic y Fink, 1995], igualmente la capacidad de aumentar la estabilidad transitoria en el sistema, como se indica en [Martins et al. 2000] y [IEEE, 1994].

4.4 Aplicaciones Actuales de Dispositivos SIFLETCA

En varias partes del mundo los dispositivos SIFLETCA han demostrado sus beneficios por varios años. El periodo de construcción para un dispositivo SIFLETCA es típicamente 12 a 18 meses desde que se firma el contrato de su implementación [Habur y O’Leary]. En seguida se hace una breve descripción de algunos lugares donde han sido instalados estos

dispositivos y también se mencionan algunas de las razones por el cual fue seleccionada su implementación.

4.4.1 Australia

La interconexión del sistema Victoria y el nuevo sistema de Gales sur involucra a 3 estados del país. Esta interconexión permite un intercambio de potencia de hasta 500 MW a un voltaje superior de 500 KV en una distancia que excede a los 2200 Km. La interconexión consta de 2 CEVs idénticos entre los rangos de -100 MVar (inductivos)/ $+150$ MVar (Capacitivos), a fin de mejorar la estabilidad transitoria del sistema. Cada CEV contiene 2 capacitores controlados por tiristores y un reactor controlado también por tiristores, que pueden operar en combinación para proporcionar incrementos uniformes y un rango completo de control. En la Figura 4.2 se muestra el CEV colocado en la subestación de Lismore Australia, con un rango de 250 MVar [Habur y O’Leary].



Figura 4. 2 CEV de la subestación de Lismore, en Australia.

Para asegurar la operación confiable bajo todas las condiciones del sistema de potencia, el proyecto de los CEVs tuvo que ser analizado cuidadosamente antes de la instalación. El comportamiento de los CEVs fue examinado por un analizador de la red transitoria bajo un amplio rango de condiciones del sistema. De tal forma que los 2 CEVs fueron instalados con éxito y su funcionamiento empezó en 1990.

4.4.2 África

El sistema Kwazulu-Natal de la región de Eskom, Sur de África, abastece a los 2 grandes centros de carga (Durban y Richards Bay) conectados en los extremos de ese sistema. En 1993, el sistema se encontraba cargado cerca de su límite de estabilidad de voltaje, la poca generación eléctrica en ese sector agravó la situación. La reducción de voltaje debido a las fallas causaba que los procesos industriales en la zona tuvieran que parar.

Por lo anterior se recomendó la instalación de 3 CEVs donde se encuentran los mayores centros de carga, con la finalidad de lograr un mejor desempeño en el control de voltaje, comparado con la construcción de una nueva línea. La motivación para seleccionar los CEVs en este caso, es su bajo costo significativo, reduciendo el impacto ambiental y minimizando las reducciones de voltaje durante las fallas inducidas, comparado con la construcción de nuevas líneas de transmisión. La operación de estos CEVs inicio en 1995 [Habur y O'Leary].

4.4.3 Brasil

En Brasil, hay 2 regiones eléctricas principales del país, la región Norte y la región Sur, en las cuales se concentra más del 95% de la producción total nacional y consumo. Los estudios detallados mostraron que era económicamente atractivo enlazar estas dos regiones. Entre los estudios se comparo lo atractivo de construir un enlace de CA ó uno de HVDC (Corriente Directa en Alto Voltaje) a través de una distancia de 1.000 Km, donde se cuenta con un potencial de energía hidráulica alto. En base a los resultados obtenidos se opto por la construcción de una línea de CA.

La línea, la cual opera desde principios de 1999, esta equipada con SCs (Capacitores Serie), SR (Reactores en derivación) y CASs (Compensador Avanzado Serie) para reducir las pérdidas por transmisión y para estabilizar la línea. La aplicación de los CASs puede reducir eficazmente el riesgo de resonancias sub-síncronas (SSRs) las cuales pueden ser originadas por el uso de los SCs en la línea. En la Figura 4.3 se muestra un dispositivo CAS de esta interconexión [Habur y O'Leary].



Figura 4. 3 CAS de la subestación emperatriz en Brasil.

4.4.4 Estados Unidos de América

Un sistema de enlace de HVDC (Corriente Directa en Alto Voltaje), superior a 500 KV, entre Arizona y California, fue instalado para aumentar la transferencia de potencia. Ahí se incluyen 2 nuevos compensadores serie en la línea de 500 KV y 2 CEVs. Estos CEVs son utilizados para proporcionar seguridad en el sistema y mantener el voltaje en la estación cercana de HVDC del departamento de agua y energía de los Ángeles (LADWP). Con la instalación de los CEVs, el LADWP aseguró mayor suministro y mejor calidad de energía eléctrica, minimizando el riesgo de interrupción de suministro de energía eléctrica.

El diseño de control para estos CEVs fue basado en un análisis detallado, con el único propósito de amortiguar los modos de oscilación complejos entre Arizona y California. Estos CEVs, entraron en operación en 1996.

Otra aplicación, es la del sistema de Administración de Potencia del Área Occidental (WAPA), EUA., donde la transmisión a bajo costo y energía hidroeléctrica renovable estaba limitada por la restricción de flujo de potencia de la red de transmisión de alto voltaje. Para superar esta limitación, WAPA instaló un dispositivo CAS en la Subestación de Kayenta, Arizona, siendo este el primer CAS trifásico. La instalación del CAS se puso en funcionamiento desde 1992, proporcionando un incremento en la transferencia de potencia del 33%, mientras se mantiene confiable la operación del sistema. El CAS de Kayenta ha operado

con éxito bajo todas condiciones del sistema, incluyendo fallas severas en la línea de transmisión. Esta instalación demostró, para este tipo de dispositivos SIFLETCA, que se puede disponer de una mejor capacidad de transferencia de potencia de la línea existente, evitando la necesidad de construir una nueva línea de transmisión. En la Figura 4.4 se muestra el dispositivo CAS en la subestación de Kayenta, en la cual se puede observar la magnitud del dispositivo [Habur y O’Leary].



Figura 4. 4 CAS de Kayenta EUA.

Como se puede observar en esta sección, los dispositivos SIFLETCA más utilizados y que actualmente operan en algunos sistemas eléctricos del mundo son; el Compensador Estático de Vars (CEV) y el Compensador Avanzado Serie (CAS). Por tal motivo, para este trabajo de tesis se busca la implementación de estos 2 dispositivos en los SEP, con la finalidad de hacer una investigación de su efecto sobre la estabilidad del sistema basado en la teoría de sensibilidades dinámicas.

4.5 Modelo Dinámico del Compensador Estático de Vars (CEV)

Los avances tecnológicos en electrónica de potencia junto con los métodos sofisticados en el control electrónico hicieron posible el desarrollo del compensador estático de VAR a principios de 1970. El dispositivo consiste de un grupo de capacitores conectados en derivación y un banco de reactores con rápido control por la conmutación de tiristores. Un

CEV puede ser considerado como una reactancia en derivación variable la cual es ajustada en respuesta a las condiciones operativas del sistema de potencia a fin de controlar parámetros específicos de la red. Dependiendo de la reactancia equivalente del CEV, capacitiva o inductiva, el dispositivo es capaz de extraer corriente capacitiva o inductiva del sistema eléctrico de potencia en su punto de acoplamiento. El control apropiado de esta reactancia equivalente permite la regulación de la magnitud de voltaje en el nodo del sistema de potencia donde el CEV es conectado. Basado en lo anterior, un propósito de este trabajo de tesis es evaluar el impacto de los CEVs en las oscilaciones no lineales de estabilidad transitoria utilizando la teoría de sensibilidades dinámicas. Para lograr este objetivo se utiliza el modelo dinámico propuesto en [Laufenberg, 1997].

El modelo del CEV, tiene un control relativamente simple. En la Figura 4.5 se muestra el diagrama simplificado del CEV, el cual es conectado a la red de alto voltaje por medio de un transformador. El modelo considera explícitamente la combinación del capacitor fijo y el reactor controlado por tiristores (CF-RCT). De tal manera, la reactancia capacitiva vista por el sistema es modulada por la reactancia inductiva controlada por los tiristores.

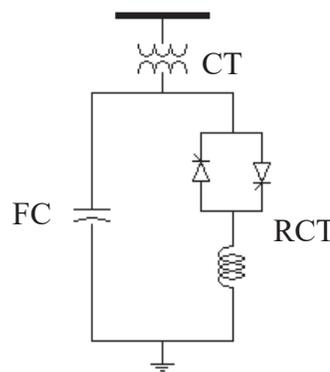


Figura 4. 5 Diagrama simplificado del CEV.

La interacción del CEV con el sistema se puede explicar de la siguiente manera. Un decremento en el nivel de carga inductivo del sistema resulta en un incremento en la magnitud de voltaje en todos los nodos del sistema. Esta acción produce que la característica voltaje-corriente del sistema eléctrico se incremente. Con el ángulo de encendido de los tiristores RCT, se determina que tanta potencia capacitiva o inductiva es agregada al sistema para

incrementar o decrementar la magnitud de voltaje en el nodo al cual es instalado el dispositivo CEV.

La característica del control de magnitud de voltaje-corriente en el CEV es lineal como se muestra en la Figura 4.6. Si la magnitud de voltaje del nodo al que es conectado el CEV disminuye por debajo del voltaje de referencia, el CEV opera en forma capacitiva con la finalidad de mantener el voltaje en el valor especificado. Por el contrario, si el voltaje de nodo se incrementa, el CEV agrega una inductancia al sistema con la finalidad de reducir el voltaje al voltaje especificado. Note que esto es valido para el rango de control del CEV, fuera de este rango el CEV se comporta como un capacitor ó inductor fijo.

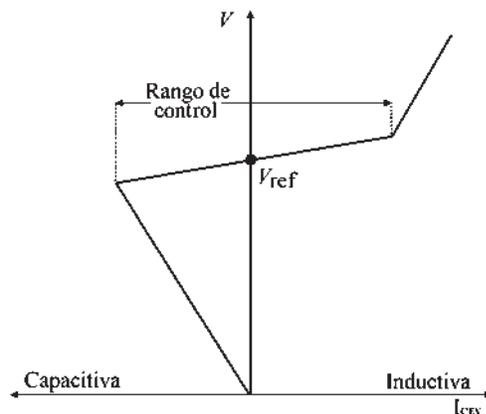


Figura 4. 6 Característica de control del CEV.

La operación dinámica del CEV se representa por el diagrama de bloques mostrado en la Figura 4.7 [Laufenberg, 1997]. La susceptancia vista por el sistema es la variable B_{CEV} . El bloque K representa la pendiente de la característica de control del CEV, mostrada en la Figura 4.6. Esta pendiente determina la regulación de voltaje que proporciona el compensador. El ángulo de encendido de los tiristores determina el valor de reactancia capacitiva o inductiva que el compensador añade al sistema en el punto de acoplamiento. Este ángulo está determinado por un controlador proporcional integral de manera que el voltaje en el nodo compensado se mantiene regulado dentro de cierto rango ante algún disturbio que afecte al sistema eléctrico. Esto significa que la operación del compensador es muy dependiente de la magnitud de voltaje en el nodo de acoplamiento.

Los valores considerados en este trabajo de tesis, para las constantes que aparecen en el diagrama de bloques se proporcionan a continuación [Laufenberg, 1997]. El valor de la pendiente característica del CEV es $K = 0.1$. Las constantes de tiempo de las funciones de transferencia de primer orden se asumen en $T_b = T_c = 0.02$ segundos. Estos valores son consistentes con las características de velocidad de respuesta del controlador. Por último, $K_p = 0.0$ y $K_i = 100$, tal que el controlador integral esté en operación.

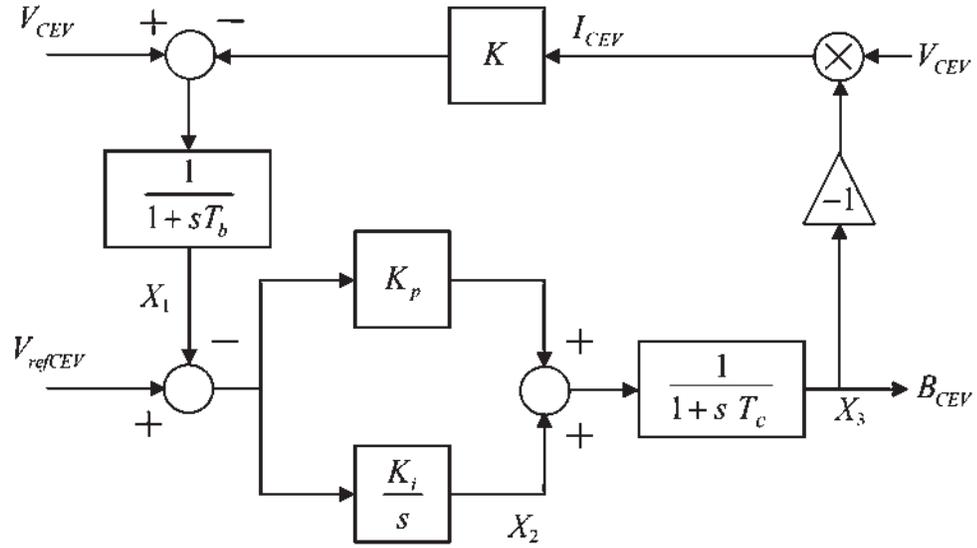


Figura 4. 7 Diagrama de bloques del CEV.

En base al diagrama de bloques, las ecuaciones (4.2) forman el modelo matemático del dispositivo CEV.

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= \frac{1}{T_b} (V_{CEV} (1 + KB_{CEV}) - x_1) \\
 \dot{x}_2 &= K_i (V_{ref.CEV} - x_1) \\
 \dot{B}_{CEV} &= \frac{1}{T_c} (x_2 + K_p (V_{ref.CEV} - x_1) - B_{CEV}) \\
 Q_{CEV} &= V_{CEV}^2 B_{CEV}
 \end{aligned}
 \tag{4.2}$$

Por último, es importante puntualizar que para fines de simulación, en este trabajo de tesis, el transformador de acoplamiento (CT) no es agregado a este modelo de ecuaciones. Es decir, se asume que la reactancia inductiva de este transformador es despreciable con respecto a la capacidad de compensador. Lo importante de este modelo simplificado es el efecto que se puede obtener en algún sistema de potencia al controlar la reactancia inductiva o capacitiva de acuerdo a la magnitud de voltaje de referencia especificada.

4.6 Modelo Dinámico del Compensador Avanzado Serie (CAS)

En esta sección se presenta el modelo dinámico del dispositivo CAS, el cual es utilizado para variar la capacidad de transferencia de potencia de una línea de transmisión, modulando el valor de la reactancia equivalente dado por la conexión en serie de la reactancia de la línea compensada y la reactancia variable del dispositivo. Como un resultado de este control, la potencia activa fluyendo a lo largo de la línea de transmisión compensada puede ser mantenida a un valor específico bajo un rango de diferentes condiciones de operación.

El dispositivo CAS es un controlador relativamente simple en esta forma básica. La Figura 4.8 muestra el diagrama simplificado del CAS. Típicamente, hay un capacitor convencional (CC) en el circuito, para proporcionar una compensación fija en serie con una rama paralela que consiste de un capacitor fijo (FC) y un reactor controlado por tiristores (CF-RCT). La capacitancia de la combinación en paralelo es modificada por el RCT. Mas de un modulo (CF-RCT) puede ser conectado en serie con el capacitor convencional. El ángulo de encendido del tiristor determina cuanta capacitancia es compensada al circuito. Este ángulo es modificado por un controlador, el cual garantiza que la corriente de línea (I_{CAS}) sea mantenida en el valor de referencia después de una perturbación o durante las condiciones de operación de estado estable. Teóricamente, la inductancia podría ser agregada a la línea de transmisión con este modelo, pero bajo condiciones normales de operación de estado estable, el dispositivo CAS opera en su región capacitiva.

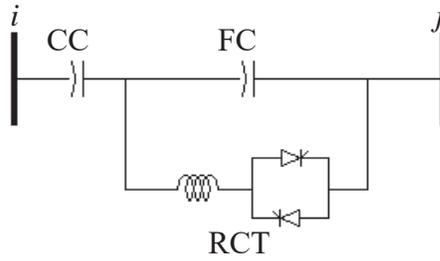
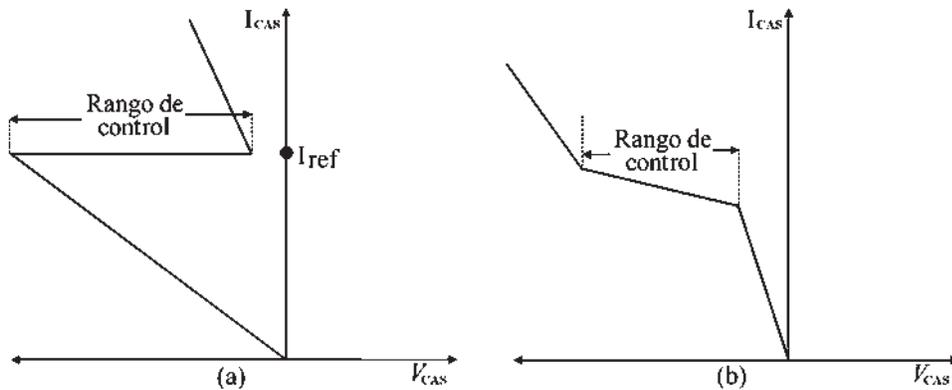


Figura 4. 8 Diagrama simplificado del CAS.

El control de la capacitancia del CAS entre los nodos $i - j$ depende del tipo de control usado, como se muestra en la Figura 4.9. En la Figura 4.9 (a) se muestra como la corriente de línea del CAS I_{CAS} , es mantenida constante dentro de un rango de control, permitiendo que el flujo de potencia de la línea sea regulado. Fuera de ese rango de control, el CAS entrega cualquiera de su máxima o mínima compensación serie, actuando simplemente como un capacitor convencional. La Figura 4.9 (b) muestra como el ángulo es mantenido constante dentro del rango de control, esto se debe a que en el rango de control se tiene diferente condición de operación manteniendo el ángulo constante, el cual puede ayudar en las oscilaciones del ángulo de potencia en el sistema. Se tiene un comportamiento similar al de la Figura 4.9 (a) fuera del rango de control.



(a) Control de corriente constante.

(b) Control de ángulo constante.

Figura 4. 9 Características de control del CAS.

El diagrama de bloques del dispositivo CAS se muestra en la Figura 4.10 [Padiyar y Uma, 1995]. El bloque S_k representa una caída de voltaje cuando el control de ángulo constante es usado y tiene un valor de $S_k = -1/X_L$, donde X_L es la reactancia de la línea que es compensada. El valor $S_k = 0$ es considerado cuando el control de corriente constante es utilizado. Los bloques T_i y T_s representan constantes de tiempo, las cuales tienen el valor de $T_i = T_s = 0.02$ para este trabajo de tesis. El bloque K_i es un simplemente un controlador integral.

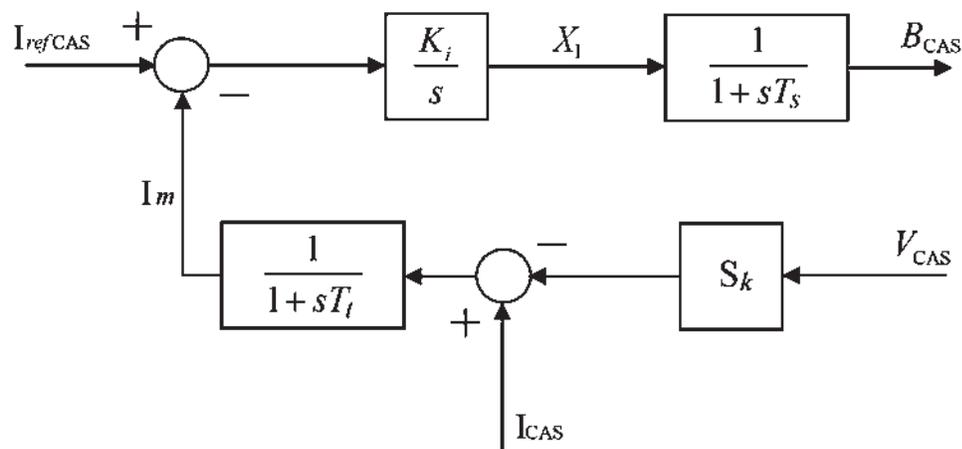


Figura 4. 10 Diagrama de bloques del CAS.

El esquema de control usado, depende del propósito de la instalación del CAS, el cual puede estar controlando el flujo de potencia, amortiguación de oscilaciones ó mejorar la estabilidad transitoria. En este capítulo, el control de corriente constante es usado debido a que se desea modular el flujo de corriente en la línea compensada, esto con la finalidad de cuantificar el impacto del dispositivo en la estabilidad transitoria usando teoría de sensibilidades dinámicas.

En base al diagrama de bloques, las ecuaciones (4.3) forman el modelo matemático del dispositivo CAS.

$$\begin{aligned}
\dot{I}_m &= \frac{1}{T_i} (I_{CAS} - S_k V_{CAS} - I_m) \\
\dot{x}_1 &= K_i (I_{refCAS} - I_m) \\
\dot{B}_{CAS} &= \frac{1}{T_s} (x_1 - B_{CAS})
\end{aligned} \tag{4.3}$$

Las magnitudes tanto para V_{CAS} e I_{CAS} , expresadas en términos de la magnitud de voltaje entre los nodos $i - j$ donde se encuentra conectado el dispositivo CAS, son definidas como,

$$V_{CAS} = \left| \overline{V}_i - \overline{V}_j \right| \tag{4.4}$$

y

$$I_{CAS} = \frac{\left| \overline{V}_i - \overline{V}_j \right|}{|B_{CAS}|} \tag{4.5}$$

Desarrollando la ecuación (4.4), para expresarla en términos de magnitudes y ángulos de los voltajes en $i - j$,

$$\begin{aligned}
V_{CAS} &= \left| \overline{V}_i - \overline{V}_j \right| \\
&= \left| V_i \cos \theta_i + j V_i \text{sen } \theta_i - V_j \cos \theta_j - j V_j \text{sen } \theta_j \right| \\
&= \left| V_i \cos \theta_i - V_j \cos \theta_j + j(V_i \text{sen } \theta_i - V_j \text{sen } \theta_j) \right| \\
&= \sqrt{(V_i \cos \theta_i - V_j \cos \theta_j)^2 + (V_i \text{sen } \theta_i - V_j \text{sen } \theta_j)^2} \\
&= \sqrt{V_i^2 + V_j^2 - 2V_i V_j (\cos \theta_i \cos \theta_j + \text{sen } \theta_i \text{sen } \theta_j)} \\
&= \sqrt{V_i^2 + V_j^2 - 2V_i V_j \cos(\theta_i - \theta_j)}
\end{aligned} \tag{4.6}$$

Resolviendo para I_{CAS} ,

$$I_{CAS} = \frac{\sqrt{V_i^2 + V_j^2 - 2V_i V_j \cos(\theta_i - \theta_j)}}{|B_{CAS}|} \tag{4.7}$$

Las ecuaciones (4.6) y (4.7) son sustituidas en el modelo matemático del dispositivo CAS, ecuación (4.3), resultando las ecuaciones siguientes,

$$\begin{aligned}
\dot{I}_m &= \frac{1}{T_t} \left[\sqrt{V_i^2 + V_j^2 - 2V_i V_j \cos(\theta_i - \theta_j)} \left(\frac{1}{|B_{CAS}|} - S_k \right) - I_m \right] \\
\dot{x}_1 &= K_1 (I_{refCAS} - I_m) \\
\dot{B}_{CAS} &= \frac{1}{T_s} (x_1 - B_{CAS})
\end{aligned} \tag{4.8}$$

El modelo matemático de las ecuaciones (4.8) es el modelo equivalente del dispositivo CAS, utilizado para compensar una línea.

4.7 Ejemplos de Aplicación de la Teoría de Sensibilidades Dinámicas Para el Estudio del Dispositivo CEV

Como se afirmó en el capítulo 3, las funciones de sensibilidades dinámicas pueden ser utilizadas como un nivel indicativo de que tanto el sistema se encuentra cercano a los límites de estabilidad. Por tal motivo, en esta sección, el modelo de ecuaciones dinámicas que representa al control del dispositivo CEV es incluido a 2 ejemplos numéricos de sistemas de potencia (sistema de una máquina conectada a un nodo infinito y sistema multi-máquina WSCC). Los efectos del control del dispositivo CEV sobre la estabilidad transitoria de estos sistemas, en base a la teoría de sensibilidades dinámicas, son analizados.

4.7.1 Ejemplo de un Sistema de una Máquina con un Dispositivo CEV

En la Figura 4.11 se muestra como es conectado el modelo del CEV al sistema de una máquina conectada a un nodo infinito, para su estudio en esta sección.

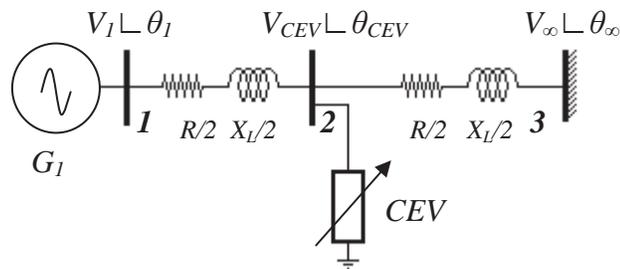


Figura 4. 11 Sistema de una máquina incluyendo el dispositivo CEV.

En este modelo de una maquina conectada al nodo infinito, se ha agregado un nodo adicional en medio de la línea donde es instalado el dispositivo CEV. De tal forma, que las ecuaciones diferenciales asociadas a la oscilación del generador y del modelo del CEV son,

$$\begin{aligned}
\frac{d\delta}{dt} &= \omega_r - \omega_0 = \omega \\
\frac{d\omega}{dt} &= \frac{\omega_0}{2H} \left[P_m - \frac{EV_1}{X_d'} \text{sen}(\delta - \theta_1) - D_m \omega \right] \\
\dot{x}_1 &= \frac{1}{T_b} (V_{CEV} (1 + KB_{CEV}) - x_1) \\
\dot{x}_2 &= K_i (V_{ref.CEV} - x_1) \\
\dot{B}_{CEV} &= \frac{1}{T_c} (x_2 + K_p (V_{ref.CEV} - x_1) - B_{CEV})
\end{aligned} \tag{4.9}$$

Las ecuaciones algebraicas del balance de potencia en la red para el nodo 1 son,

$$\begin{aligned}
0 &= \frac{EV_1}{X_d'} \text{sen}(\delta - \theta_1) - V_1^2 G_{11} - V_1 V_{CEV} [G_{12} \cos(\theta_1 - \theta_{CEV}) + B_{12} \text{sen}(\theta_1 - \theta_{CEV})] \\
0 &= \frac{EV_1}{X_d'} \cos(\delta - \theta_1) + V_1^2 B_{11} - V_1 V_{CEV} [G_{12} \text{sen}(\theta_1 - \theta_{CEV}) - B_{12} \cos(\theta_1 - \theta_{CEV})]
\end{aligned} \tag{4.10}$$

Las ecuaciones del balance de potencia para el nodo 2 son:

$$\begin{aligned}
0 &= V_{CEV}^2 G_{22} + V_{CEV} V_1 [G_{21} \cos(\theta_{CEV} - \theta_1) + B_{21} \text{sen}(\theta_{CEV} - \theta_1)] + \\
&\quad V_{CEV} V_{inf} [G_{23} \cos(\theta_{CEV} - \theta_{inf}) + B_{23} \text{sen}(\theta_{CEV} - \theta_{inf})] \\
0 &= -V_{CEV}^2 B_{22} + V_{CEV} V_1 [G_{21} \text{sen}(\theta_{CEV} - \theta_1) - B_{21} \cos(\theta_{CEV} - \theta_1)] + \\
&\quad V_{CEV} V_{inf} [G_{23} \text{sen}(\theta_{CEV} - \theta_{inf}) - B_{23} \cos(\theta_{CEV} - \theta_{inf})] - V_{CEV}^2 B_{CEV}
\end{aligned} \tag{4.11}$$

De tal forma que el modelo del sistema, incluyendo el dispositivo CEV, tiene 5 ecuaciones dinámicas y 4 ecuaciones algebraicas. Las variables de estado del sistema son definidas por los siguientes vectores,

$$\begin{aligned}
x &= [\delta \quad \omega \quad x_1 \quad x_2 \quad B_{CEV}]^T \\
y &= [V_1 \quad \theta_1 \quad V_{CEV} \quad \theta_{CEV}]^T
\end{aligned} \tag{4.12}$$

donde,

δ es el ángulo del rotor.

ω es la velocidad del rotor.

x_1 es el control de voltaje del dispositivo CEV.

x_2 es la ganancia integral del dispositivo CEV.

B_{CEV} es la susceptancia en el dispositivo CEV.

V_1 y V_{CEV} son los voltajes en el nodo 1 y en el CEV.

θ_1 y θ_{CEV} son los ángulos en el nodo 1 y en el CEV.

Las trayectorias de sensibilidades son analizadas con respecto a 2 parámetros. El primer parámetro es la potencia mecánica de entrada P_m y el segundo parámetro es la constante integral K_i , que es parte de las ecuaciones dinámicas del CEV. El parámetro P_m es seleccionado debido que las sensibilidades de ese parámetro muestran suficiente información de cómo se comporta la estabilidad del sistema y por la potencia que se controla en la entrada de la máquina. El parámetro K_i es tomado para mostrar los efectos de esta constante sobre el voltaje del nodo en el cual está colocado el dispositivo, y sobre la susceptancia del dispositivo. De tal forma, que el vector de parámetros es,

$$\alpha = [P_m \quad K_i]^T \quad (4.13)$$

4.7.1.1 Efecto del Compensador CEV en Sistema de una Máquina

En el análisis del sistema que se muestra en la Figura 4.11, una perturbación es aplicada en el nodo 2, donde es colocado el compensador CEV. La perturbación consiste en conectar una carga en el nodo, la cual tiene los valores de $P_L = 0.1 \text{ p.u.}$ y $Q_L = 4.0 \text{ p.u.}$. Con estos valores se garantiza una caída de voltaje en los nodos, con la finalidad de que el dispositivo CEV opere sobre el sistema. Los resultados y los tiempos de liberación de perturbación t_{cl} son mostrados a continuación.

En la Figura 4.12 se muestra como el efecto del compensador CEV disminuye considerablemente la magnitud de apertura y oscilaciones del ángulo de carga de la máquina, a diferencia de cuando no se tiene el dispositivo conectado. En esta simulación la perturbación

sucede en un tiempo $t = 0 \text{ seg}$ y se mantiene para un tiempo de liberación de la perturbación de $t_{cl} = 0.1 \text{ seg}$.

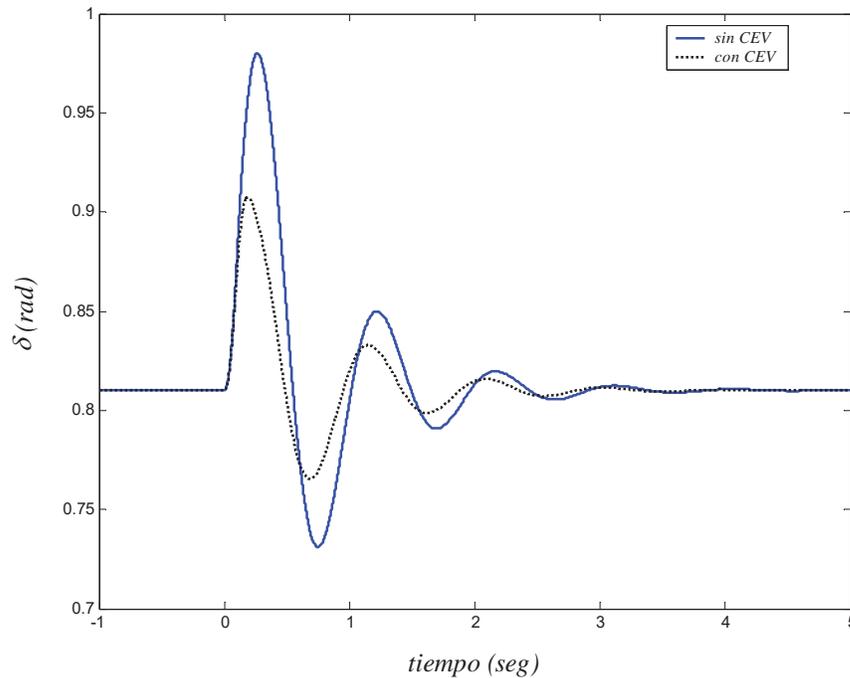


Figura 4. 12 Ángulo de la máquina δ con y sin CEV, para $t_{cl} = 0.1 \text{ seg}$.

En la Figura 4.13 se muestra el ángulo de carga de la maquina, para un tiempo de liberación de la perturbación de $t_{cl} = 0.5 \text{ seg}$. En esta Figura se muestra un incremento en la magnitud de apertura del ángulo de carga, con respecto a los mostrados en la figura anterior. En la Figura 4.12, el incremento de la magnitud del ángulo de carga sin el dispositivo CEV, corresponde a 20.87 % con respecto al valor del ángulo de carga de estado estable, mientras que el incremento cuando se tiene el dispositivo CEV conectado es del 12 %. En la Figura 4.13, el incremento de la magnitud del ángulo de carga cuando no se tiene el dispositivo CEV conectado es de 126.5%, mientras que el incremento cuando se tiene el dispositivo CEV conectado es de 38.32 %. Con estas ilustraciones se muestra como el dispositivo CEV favorece al sistema en gran medida, hasta donde le permite su rango de control, para tiempos de liberación de la perturbación t_{cl} mayores.

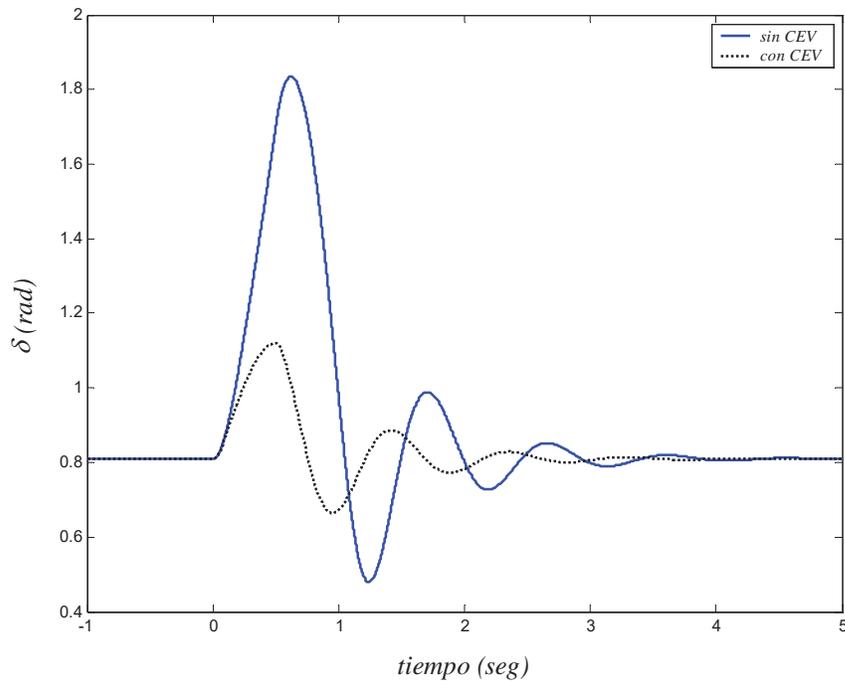


Figura 4. 13 Ángulo de la máquina δ con y sin CEV, para $t_{cl} = 0.5 \text{ seg}$.

En la Figura 4.14 se muestra como es el comportamiento de las variables de estado del dispositivo CEV. La variable de control x_1 , es la variable que trata de seguir el comportamiento del voltaje del CEV, la variable x_2 es la ganancia integral del dispositivo CEV y la variable B_{CEV} es la susceptancia que el sistema ve hacia el dispositivo. Como se observa en la Figura, la variable x_1 empieza a disminuir, indicando que hubo una variación de voltaje en el dispositivo CEV, de tal forma que la susceptancia B_{CEV} del dispositivo CEV, se empieza incrementar con el propósito de compensar la disminución de voltaje, y tratar de incrementar el voltaje al valor de referencia. Cuando la perturbación ya ha sido liberada, el voltaje retoma su valor estable y el dispositivo deja de inyectar reactivos al sistema. En la Figura 4.15 se observa el mismo comportamiento, solo que para este caso cuando la susceptancia se ha incrementado hasta el valor que proporcione el nuevo voltaje en el nodo, el sistema se encuentra en otro punto de operación estable, por un instante de tiempo antes que la perturbación sea liberada. Al ser liberada la perturbación el sistema retoma su valor de estado estable normal. La condición inicial de la variable de control x_1 es el valor del voltaje al que

se desea controlar el dispositivo, mientras que las condiciones iniciales de las variables x_2 y B_{CEV} son cero, puesto que parten de una operación de estado estable.

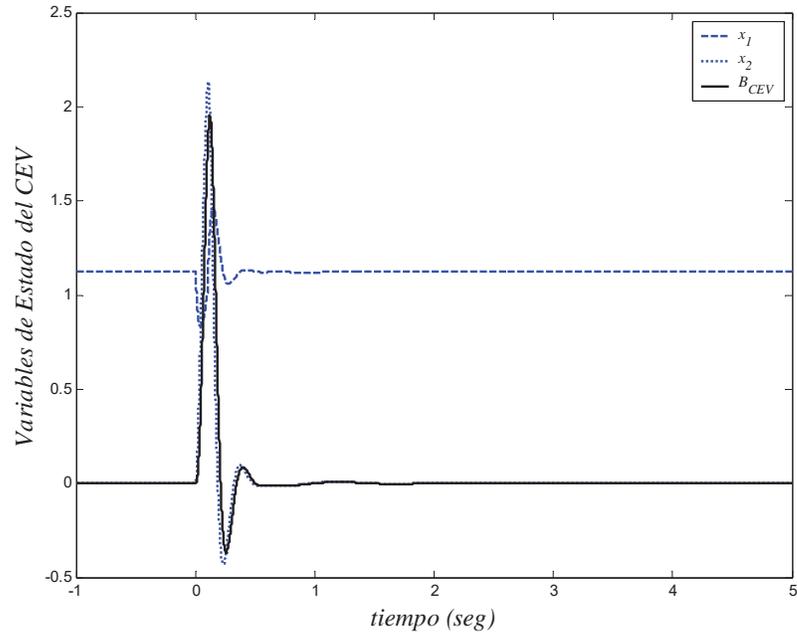


Figura 4. 14 Variables de Estado del CEV, para $t_{cl} = 0.1 \text{ seg}$.

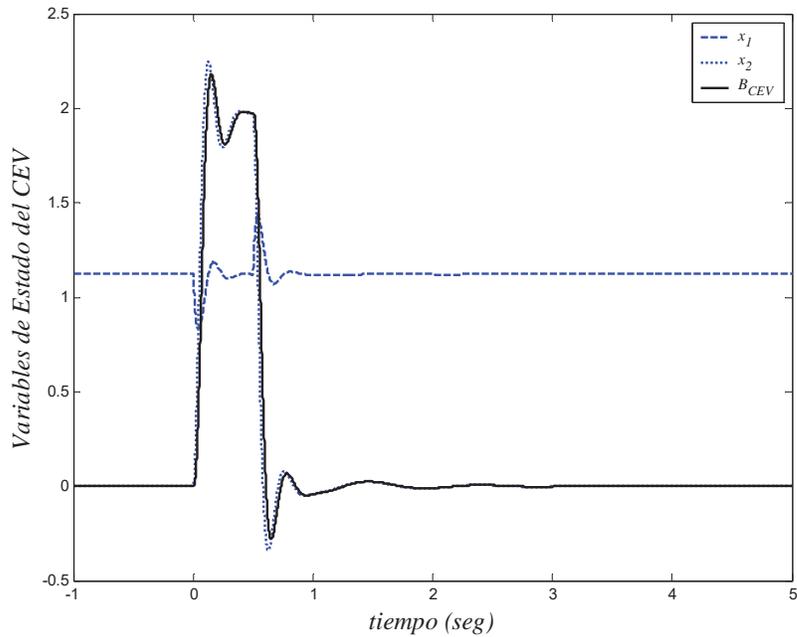


Figura 4. 15 Variables de Estado del CEV, para $t_{cl} = 0.5 \text{ seg}$.

En la Figura 4.16 (a), se muestran los voltajes en el nodo 2 del sistema con y sin dispositivo CEV así como la susceptancia del dispositivo, para un t_{cl} de 0.10 seg. En ella se muestra como al disminuir el voltaje en el nodo se incrementa la susceptancia con la finalidad de inyectar reactivos al sistema e incrementar el valor del voltaje del nodo. Es la Figura 4.16 (b), se muestra el mismo efecto pero con un t_{cl} de 0.50 seg. En ella se muestra mas claramente como al incrementar la susceptancia esta ayuda a incrementar el voltaje mientras se mantiene la perturbación, asimismo se muestra como disminuye el voltaje del sistema sin el CEV.

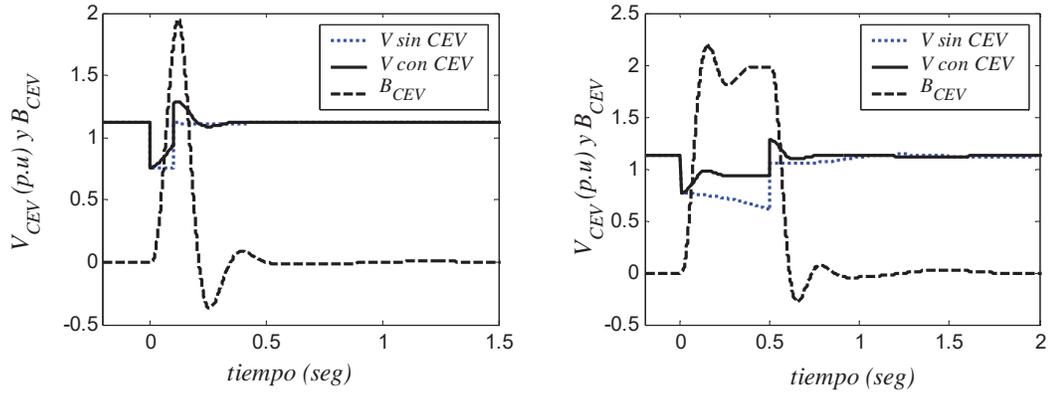


Figura 4. 16 Voltaje y susceptancia del CEV, (a) $t_{cl} = 0.1 \text{ seg}$ y (b) $t_{cl} = 0.5 \text{ seg}$.

4.7.1.2 Sensibilidad por Variación de Parámetros

En esta sección se analizan las sensibilidades por variación en los parámetros para el ejemplo ilustrado en la sección anterior. Los vectores de las sensibilidades con respecto a la potencia mecánica de entrada sin el dispositivo CEV conectado se muestran en (4.14), mientras que los vectores cuando el dispositivo CEV si esta conectado se muestran en (4.15),

$$\frac{\partial x}{\partial \alpha} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \delta}{\partial P_m} \\ \frac{\partial \omega}{\partial P_m} \end{bmatrix}, \quad \frac{\partial y}{\partial \alpha} = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_1}{\partial P_m} \\ \frac{\partial \theta_1}{\partial P_m} \\ \frac{\partial V_2}{\partial P_m} \\ \frac{\partial \theta_2}{\partial P_m} \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

$$\frac{\partial x}{\partial \alpha} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \delta}{\partial P_m} & \frac{\partial \delta}{\partial K_i} \\ \frac{\partial \omega}{\partial P_m} & \frac{\partial \omega}{\partial K_i} \\ \frac{\partial x_1}{\partial P_m} & \frac{\partial x_1}{\partial K_i} \\ \frac{\partial x_2}{\partial P_m} & \frac{\partial x_2}{\partial K_i} \\ \frac{\partial B_{CEV}}{\partial P_m} & \frac{\partial B_{CEV}}{\partial K_i} \end{bmatrix}, \quad \frac{\partial y}{\partial \alpha} = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_1}{\partial P_m} & \frac{\partial V_1}{\partial K_i} \\ \frac{\partial \theta_1}{\partial P_m} & \frac{\partial \theta_1}{\partial K_i} \\ \frac{\partial V_{CEV}}{\partial P_m} & \frac{\partial V_{CEV}}{\partial K_i} \\ \frac{\partial \theta_{CEV}}{\partial P_m} & \frac{\partial \theta_{CEV}}{\partial K_i} \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

Solucionando el sistema de EDA en base a la ecuación (2.10), los resultados se muestran en las siguientes figuras. En la Figura 4.17 se puede observar como la sensibilidad del ángulo del generador con respecto a la potencia mecánica de entrada, aumenta conforme aumenta el tiempo de liberación de la perturbación. Esto indica que el sistema no puede tolerar la sobrecarga que se le asigno por mucho tiempo. Cuando este tiempo es sobrepasado la maquina pierde sincronismo y como consecuencia el sistema pierde estabilidad.

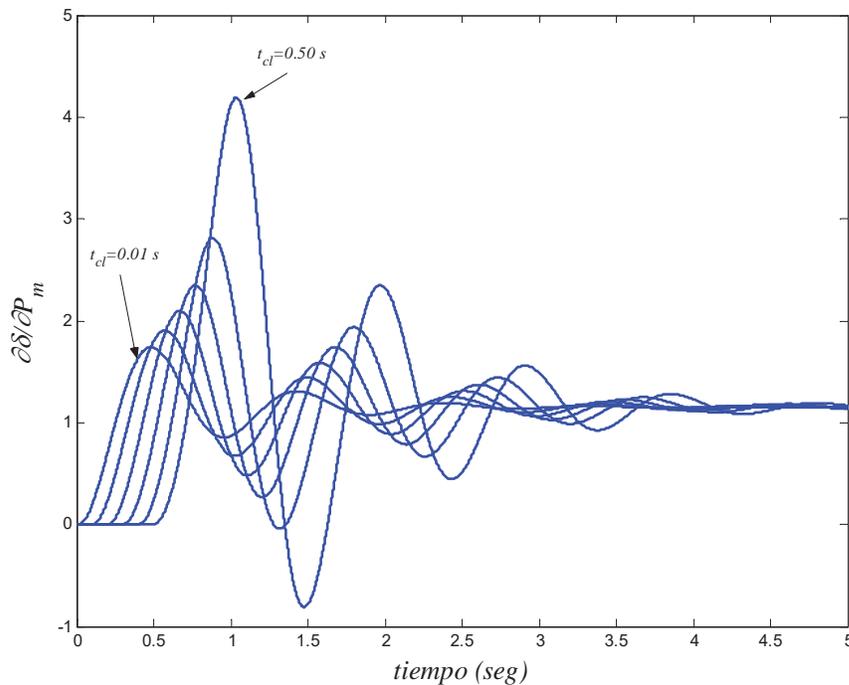


Figura 4. 17 Sensibilidades **sin** CEV, para diferentes t_{cl} .

En la Figura 4.18 se muestra como el compensador CEV, amortigua las sensibilidades conforme aumenta el tiempo de liberación de la perturbación, indicando claramente que el sistema permanecerá estable mientras mas dure el tiempo de la perturbación, en comparación con las sensibilidades mostradas en la Figura 4.17. De tal forma, el tener el CEV conectado al sistema ayuda a compensar la potencia reactiva consumida por la perturbación, impactando sobre la sensibilidad del sistema.

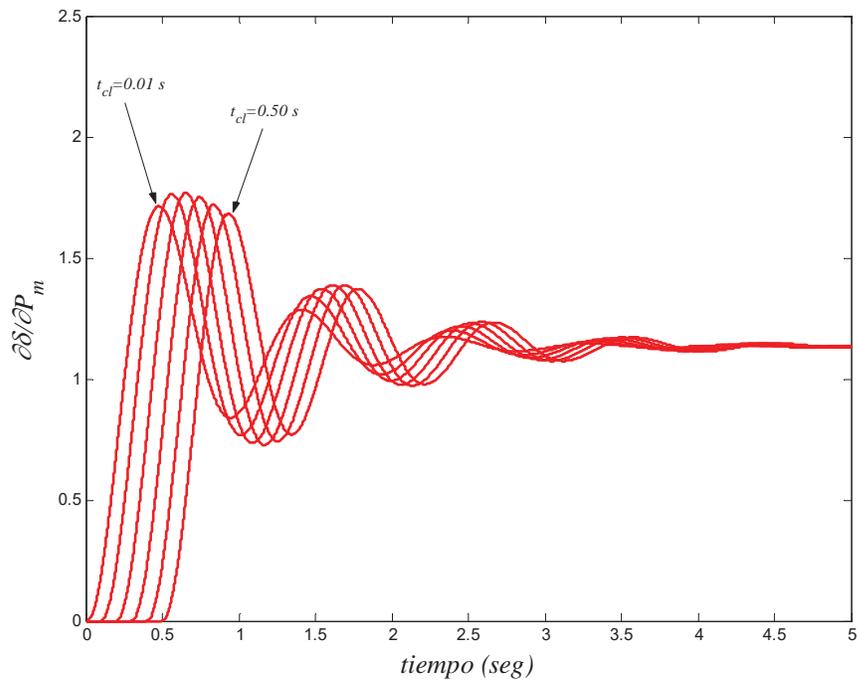


Figura 4. 18 Sensibilidades **con** CEV, para diferentes t_{cl} .

La Tabla 4.1 muestra las sensibilidades del sistema con y sin CEV para los tiempos de liberación analizados. Ahí se muestran las amplitudes máximas de las sensibilidades del ángulo del generador con respecto a la potencia mecánica de entrada. Las sensibilidades de los estados algebraicos del sistema con respecto de la potencia mecánica de entrada no se presentan ya que estos tienen magnitud pequeña con respecto a las sensibilidades del ángulo del generador. De la Tabla mostrada se puede concluir que el ángulo del generador es más estable cuando el compensador CEV es colocado en el sistema, el cual ayuda a mantener la estabilidad del sistema hasta donde lo permitan sus parámetros. La máxima sensibilidad mostrada para el tiempo de liberación de $t_{cl} = 0.20 \text{ seg}$, cuando el dispositivo está conectado

en el sistema, se debe a que cerca de este tiempo el dispositivo ha alcanzado el máximo sobreimpulso de la compensación reactiva, tal como se muestra en la Figura 4.15.

Tabla 4. 1 Comparación de las sensibilidades máximas del sistema, para diferentes t_{cl}

Sistema	Sin CEV	Con CEV
Sensibilidad $\partial\delta/\partial P_m$ para $t_{cl} = 0.01 \text{ seg}$	1.7398	1.7130
Sensibilidad $\partial\delta/\partial P_m$ para $t_{cl} = 0.10 \text{ seg}$	1.9054	1.7633
Sensibilidad $\partial\delta/\partial P_m$ para $t_{cl} = 0.20 \text{ seg}$	2.0956	1.7681
Sensibilidad $\partial\delta/\partial P_m$ para $t_{cl} = 0.30 \text{ seg}$	2.3479	1.7515
Sensibilidad $\partial\delta/\partial P_m$ para $t_{cl} = 0.40 \text{ seg}$	2.8131	1.7191
Sensibilidad $\partial\delta/\partial P_m$ para $t_{cl} = 0.50 \text{ seg}$	4.1910	1.6822

Las Figuras 4.19 y 4.20 muestran las sensibilidades de la susceptancia con respecto a los valores de 100 y 300 de la constante integral K_i , para los mismos tiempos de t_{cl} mostrados en la Tabla 4.1 respectivamente. En ellas se observa como al modificar K_i de un valor 100 a un valor de 300, las sensibilidades se incrementan y se tornan más inestables cuando K_i mayor.

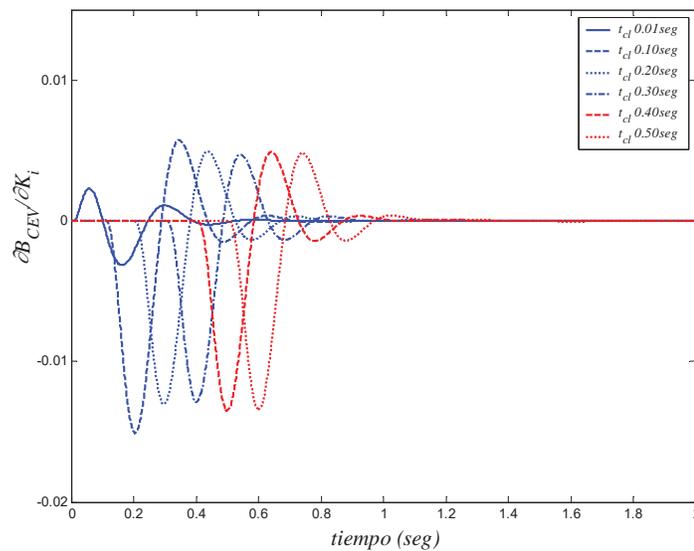


Figura 4. 19 Sensibilidades para $K_i = 100$.

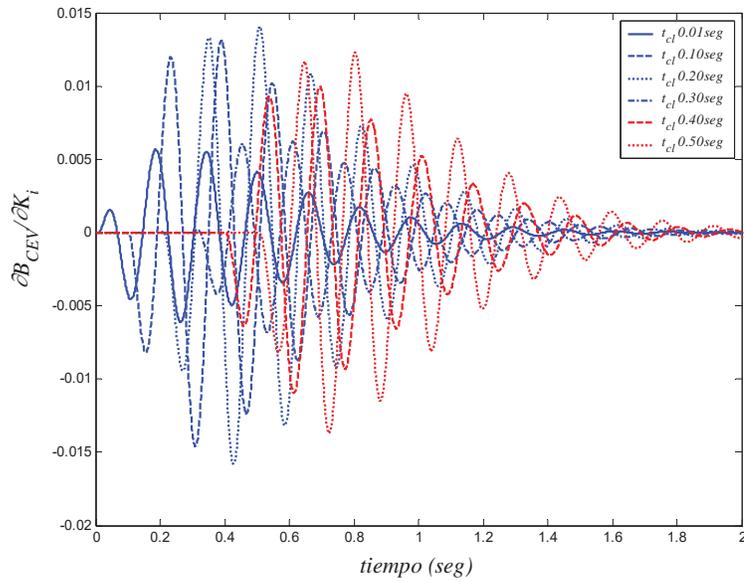


Figura 4. 20 Sensibilidades para $K_i = 300$.

Las Figuras 4.21 y 4.22 muestran las sensibilidades del Voltaje del CEV con respecto a los valores mencionados de la constante integral K_i , con mismos tiempos de liberación de la perturbación que los de la Tabla 4.1. En las figuras se observa un comportamiento idéntico al de las sensibilidades de la susceptancia.

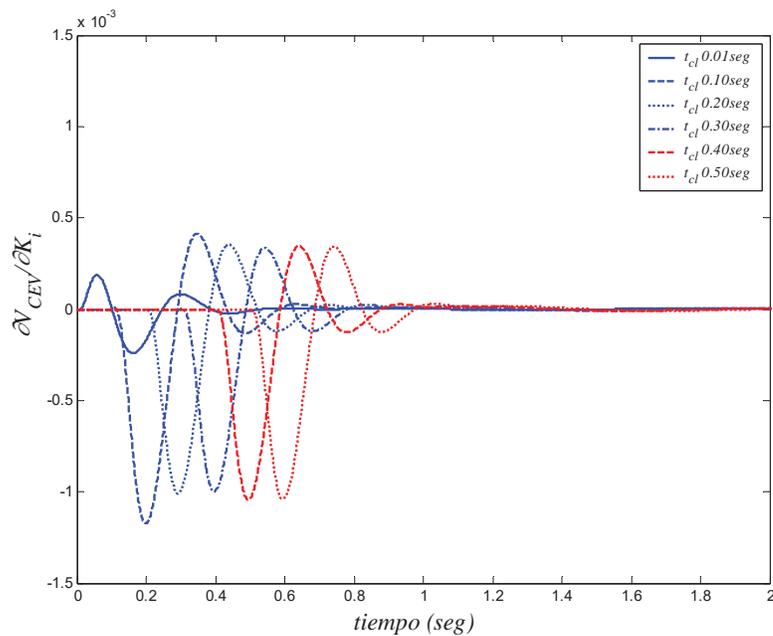


Figura 4. 21 Sensibilidad para $K_i = 100$.

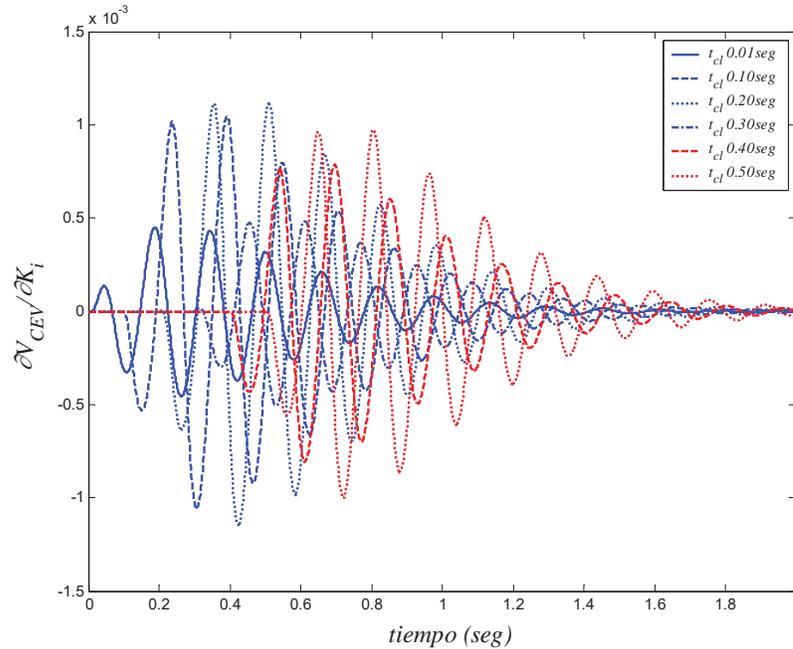


Figura 4. 22 Sensibilidad para $K_i = 300$.

Aunque estas sensibilidades con respecto a la constante integral son mucho más pequeñas que las sensibilidades del ángulo del generador, en ellas se muestra como repercute el valor de K_i sobre las sensibilidades de la susceptancia y del voltaje del CEV. Esto puede ser un claro índice de cómo el diseño de los controles del dispositivo CEV son importantes para poder mantener una mejor estabilidad en el voltaje del CEV.

4.7.2 Ejemplo de un Sistema Multi-Máquina WSCC

Al igual que en el capítulo anterior, el ejemplo multi-máquina (WSCC) será utilizado para ilustrar el efecto del compensador CEV sobre la estabilidad de los sistemas eléctricos en base a la teoría de sensibilidades dinámicas. La Figura 4.23 muestra el nodo en el que es colocado el compensador CEV para el análisis. Con la finalidad de evitar tener bastantes EDA que resolver, las sensibilidades de los estados con respecto a las potencias mecánicas de entrada de cada máquina serán analizadas, y de esta forma poder cuantificar los efectos del compensador CEV en la estabilidad de un sistema multi-máquina.

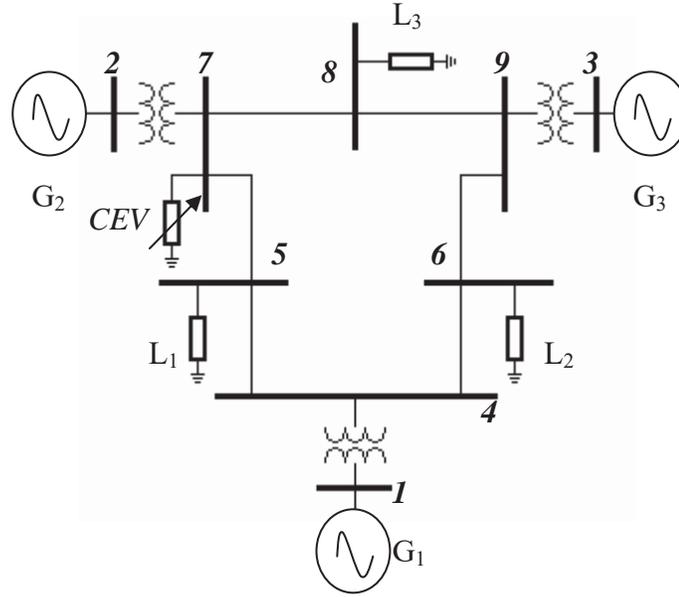


Figura 4. 23 Sistema WSCC con compensador CEV en el nodo 7.

4.7.2.1 Sensibilidades por Variación en los Parámetros

Al igual que en el capítulo anterior, para este modelo, se toma el ángulo de la máquina 1 como el ángulo de referencia. De tal forma que para el sistema mostrado en la Figura 4.23, las ecuaciones dinámicas de oscilación de las máquinas y CEV están dadas por la ecuación (3.27) del capítulo anterior y la ecuación (4.2) de este capítulo. Por lo tanto, el vector de estados es,

$$x = [\omega_1 \quad \omega_2 \quad \delta_2 \quad \omega_3 \quad \delta_3 \quad x_1 \quad x_2 \quad B_{CEV}]^T \quad (4.16)$$

donde,

δ_i es el ángulo del rotor i -ésimo.

ω_i es la velocidad del rotor i -ésimo.

x_1 es el control de voltaje del dispositivo CEV.

x_2 es la ganancia integral del dispositivo CEV.

B_{CEV} es la susceptancia en el dispositivo CEV.

El vector de parámetros correspondiente a este sistema es,

$$\alpha = [P_1 \quad P_2 \quad P_3]^T \quad (4.17)$$

donde la potencia mecánica de entrada es modificada al valor de $P_i = P_{mi} - E_i^2 G_{Red ii}$.

De esta forma se obtienen $l(p+1)$ EDA a resolver, donde l es el número de ecuaciones diferenciales en el sistema y p el número de parámetros considerados, siendo así el sistema a resolver de 32 ecuaciones diferenciales. El vector de sensibilidades correspondiente esta dado por,

$$\frac{\partial x}{\partial \alpha} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \omega_1}{\partial P_1} & \frac{\partial \omega_1}{\partial P_2} & \frac{\partial \omega_1}{\partial P_3} \\ \frac{\partial \omega_2}{\partial P_1} & \frac{\partial \omega_2}{\partial P_2} & \frac{\partial \omega_2}{\partial P_3} \\ \frac{\partial \delta_2}{\partial P_1} & \frac{\partial \delta_2}{\partial P_2} & \frac{\partial \delta_2}{\partial P_3} \\ \frac{\partial \omega_3}{\partial P_1} & \frac{\partial \omega_3}{\partial P_2} & \frac{\partial \omega_3}{\partial P_3} \\ \frac{\partial \delta_3}{\partial P_1} & \frac{\partial \delta_3}{\partial P_2} & \frac{\partial \delta_3}{\partial P_3} \\ \frac{\partial x_1}{\partial P_1} & \frac{\partial x_1}{\partial P_2} & \frac{\partial x_1}{\partial P_3} \\ \frac{\partial x_2}{\partial P_1} & \frac{\partial x_2}{\partial P_2} & \frac{\partial x_2}{\partial P_3} \\ \frac{\partial B_{CEV}}{\partial P_1} & \frac{\partial B_{CEV}}{\partial P_2} & \frac{\partial B_{CEV}}{\partial P_3} \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

Antes del análisis, una perturbación severa es aplicada al sistema base. La perturbación consta de crear una isla en el nodo 7 desconectando las líneas de transmisión ligadas a ese nodo, y es mantenida por un tiempo de 0.23 seg. Esto se realiza con la finalidad de conducir al sistema a un punto muy cerca del límite de su estado de operación estable y tomar este punto de operación como las condiciones iniciales, para el análisis de estabilidad con el dispositivo CEV. Partiendo de estas condiciones iniciales, al sistema eléctrico se le conecta una carga de $Q_{L7} = 0.9 \text{ p.u.}$ y $P_{L7} = 0.3 \text{ p.u.}$ en el nodo 7, con la finalidad de poder observar el desempeño del dispositivo CEV. Esta carga es desconectada en diferentes tiempos t_{cl} para regresar al sistema a su estado de operación original.

Los tiempos de liberación de la perturbación son seleccionados como se muestra en la Tabla 4.2. El análisis de estabilidad y los resultados de las sensibilidades del ángulo de carga de la maquina 2 y 3, para el sistema con y sin dispositivo CEV, se muestran en esta misma Tabla.

Tabla 4. 2 Comparación de las sensibilidades máximas del sistema WSCC con y sin CEV.

Sistema WSCC	Sin CEV		Con CEV	
	$\partial\delta_2/\partial P_2$	$\partial\delta_3/\partial P_3$	$\partial\delta_2/\partial P_2$	$\partial\delta_3/\partial P_3$
Sensibilidad para $t_{cl} = 0.01 \text{ seg}$	11.7576	4.4756	11.6916	4.4558
Sensibilidad para $t_{cl} = 0.10 \text{ seg}$	23.5407	11.5781	16.1887	8.1623
Sensibilidad para $t_{cl} = 0.15 \text{ seg}$	201.8799	113.4272	22.7245	11.6837
Sensibilidad para $t_{cl} = 0.20 \text{ seg}$	F/S*	F/S*	35.8159	18.8781

* Fuera de Sincronismo.

En esta Tabla se puede observar como aumentan rápidamente las sensibilidades del ángulo de la máquina, hasta el punto de salirse de sincronismo cuando no se tiene en el sistema el dispositivo CEV. Por el contrario, las sensibilidades cuando se tiene el dispositivo CEV aumentan gradualmente mientras aumenta el tiempo de liberación de la perturbación. Debe observarse que para un tiempo de liberación de $t_{cl} = 0.20 \text{ s}$, las sensibilidades del sistema con dispositivo CEV aun se mantienen en sincronismo, cuando para este mismo tiempo las sensibilidades del sistema sin CEV ya han perdido el sincronismo.

En las siguientes figuras se muestra más a detalle la simulación para el tiempo de liberación de la perturbación de 0.20 seg. En la Figura 4.24 se muestra como los ángulos de carga δ de las máquinas 2 y 3 pierden sincronismo, al igual que las sensibilidades analizadas por el sistema sin el dispositivo CEV. Esto indica que el sistema no puede permanecer estable para este tiempo de liberación de la perturbación, debido a que se le dio una condición inicial muy cercana a sus límites de estabilidad.

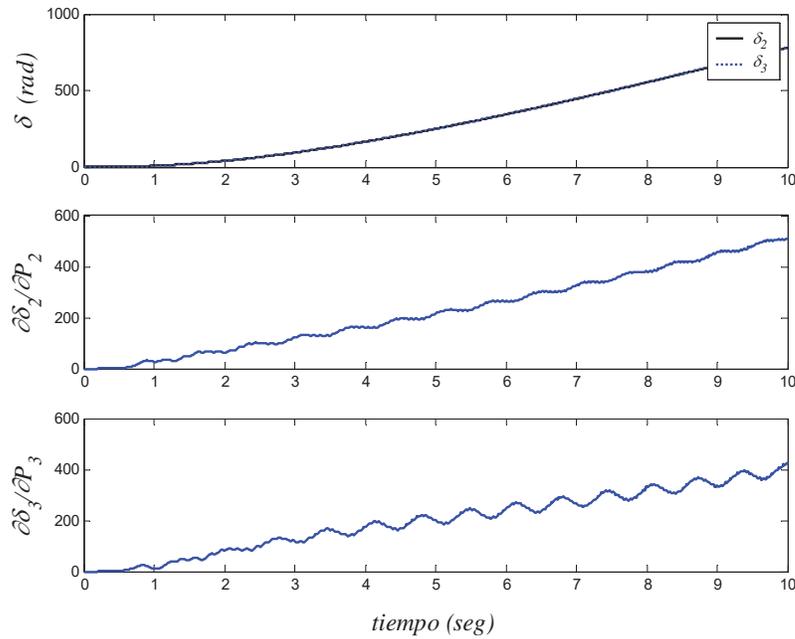


Figura 4. 24 Ángulos de carga δ y sensibilidades **sin** CEV, para $t_{cl} = 0.20$ s .

En la Figura 4.25 se muestra el comportamiento de los ángulos de carga δ y las sensibilidades analizadas, para el mismo tiempo de liberación de la perturbación considerando el dispositivo CEV conectado en el sistema. Aquí las sensibilidades aun permanecen estables así como los ángulos de las maquinas 2 y 3. Esto es debido a que el CEV actúa en el nodo donde es aplicada la perturbación, contribuyendo con las pérdidas de potencia reactiva y ayudando a incrementar el voltaje. También se observa como la trayectoria de sensibilidad del ángulo 3 con respecto a la potencia mecánica 3 muestran distorsión en las oscilaciones, similarmente como la trayectoria del ángulo al que pertenecen.

En la Figura 4.26 se muestra la interacción dinámica de las variables del dispositivo CEV. Al percibir un cambio en el voltaje por la variable de control x_1 , la ganancia integral x_2 empieza a incrementar su valor y consecuentemente la susceptancia del dispositivo se incrementa con la finalidad de compensar la disminución de reactivos para ese nodo.

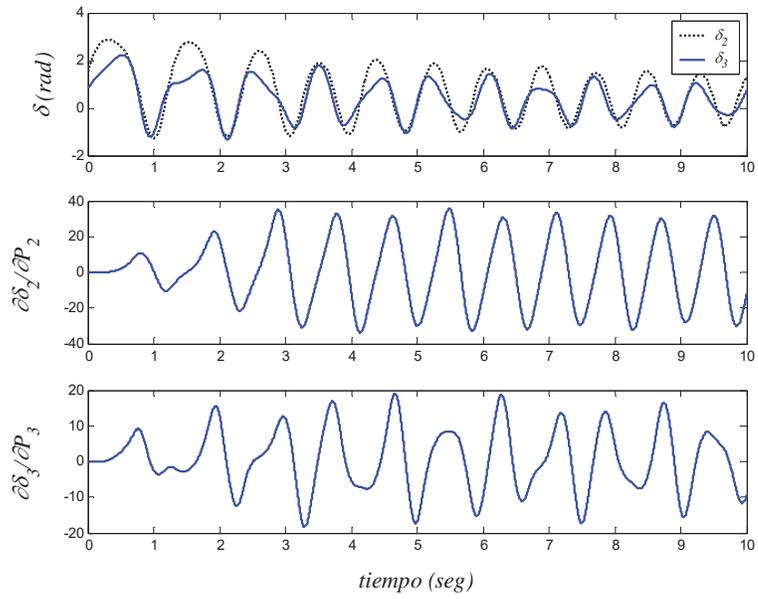


Figura 4. 25 Ángulos de carga δ y sensibilidades **con** CEV, para $t_{cl} = 0.20$ s .

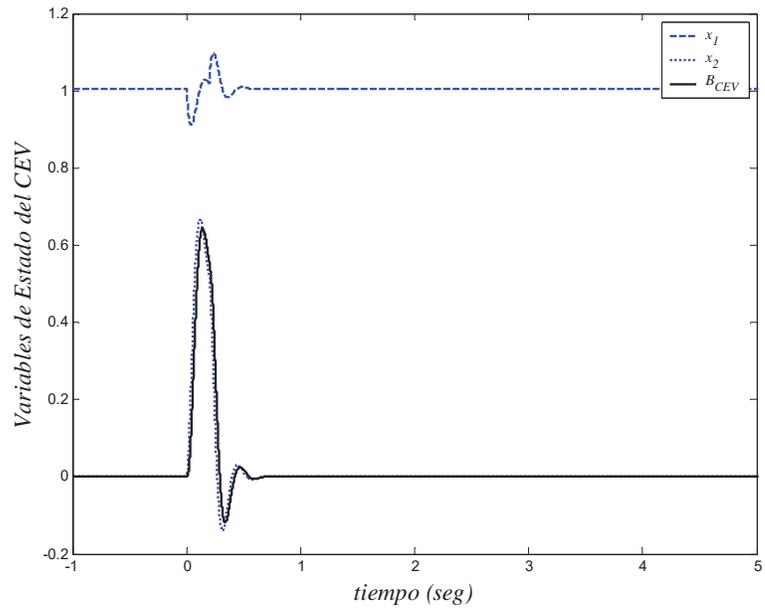


Figura 4. 26 Variables de estado del CEV, para $t_{cl} = 0.20$ s .

En la Figura 4.27 se muestra el comportamiento del voltaje en el nodo 7 del sistema, observándose como el dispositivo CEV compensa la pérdida de reactivos incrementando el voltaje en el nodo, durante el tiempo en que permanece la perturbación.

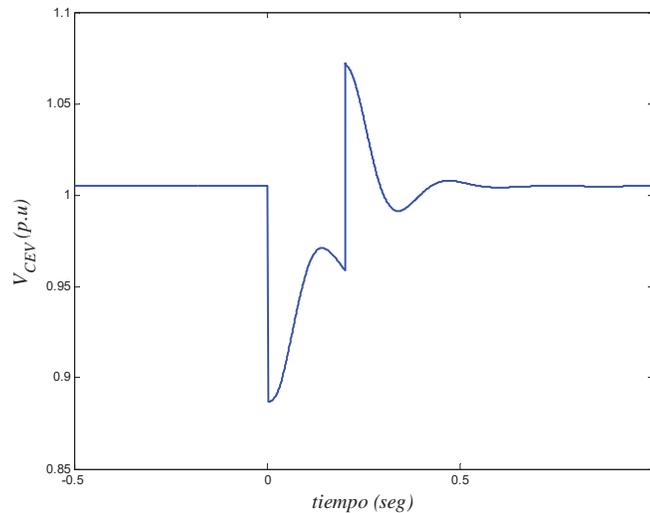


Figura 4. 27 Voltaje del CEV, para $t_{cl} = 0.20 s$.

Con la ilustración de este ejemplo multi-máquina, se puede mencionar que el dispositivo CEV ayuda a aumentar el espacio de estabilidad del sistema cuando se tiene una perturbación que provoca un decremento en la magnitud de voltaje en el nodo donde es colocado el dispositivo CEV.

4.8 Ejemplos de Aplicación de la Teoría de Sensibilidades Dinámicas Para el Estudio del Dispositivo CAS

En esta sección, el modelo de ecuaciones dinámicas que representa al control del dispositivo CAS es incluido a 2 ejemplos numéricos de sistemas de potencia (sistema de una máquina conectada a un nodo infinito y sistema multi-máquina WSCC). Los efectos del control del dispositivo CAS sobre la estabilidad transitoria de estos sistemas, en base a la teoría de sensibilidades dinámicas, es mostrada.

4.8.1 Ejemplo de un Sistema de una Máquina con un Dispositivo CAS

En la Figura 4.28 se muestra el esquema del modelo eléctrico bajo análisis incluyendo el dispositivo CAS. En este modelo se ha incluido el dispositivo CAS entre la máquina y la línea.

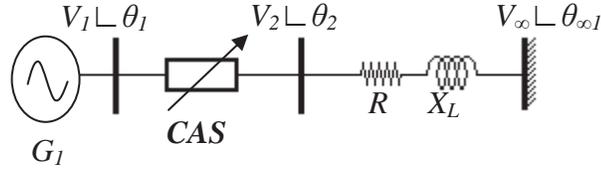


Figura 4. 28 Sistema de una máquina incluyendo el dispositivo CAS.

Desde un punto de vista de la solución numérica del problema, la susceptancia del dispositivo CAS esta incluida en la matriz Y del sistema. De tal manera que para cada instante de tiempo, la matriz Y varia conforme varié la susceptancia del dispositivo CAS.

Las ecuaciones de oscilación del generador, junto con las ecuaciones dinámicas del dispositivo CAS para el sistema de la Figura 4.28 son,

$$\begin{aligned}
 \frac{d\delta}{dt} &= \omega_r - \omega_0 = \omega \\
 \frac{d\omega}{dt} &= \frac{\omega_0}{2H} \left[P_m - \frac{EV_1}{X'_d} \text{sen}(\delta - \theta_1) - D_m \omega \right] \\
 \dot{I}_m &= \frac{1}{T_t} \left[\sqrt{V_1^2 + V_2^2 - 2V_1V_2 \cos(\theta_1 - \theta_2)} \left(\frac{1}{|B_{CAS}|} - S_k \right) - I_m \right] \\
 \dot{x}_1 &= K_1 (I_{refCAS} - I_m) \\
 \dot{B}_{CAS} &= \frac{1}{T_s} (x_1 - B_{CAS})
 \end{aligned} \tag{4.19}$$

Las ecuaciones de balance energético en el nodo 1 son,

$$\begin{aligned}
 0 &= \frac{EV_1}{X'_d} \text{sen}(\delta - \theta_1) - V_1^2 G_{11} - V_1 V_2 [G_{12} \cos(\theta_1 - \theta_2) + B_{12} \text{sen}(\theta_1 - \theta_2)] \\
 0 &= \frac{EV_1}{X'_d} \cos(\delta - \theta_1) + V_1^2 B_{11} - V_1 V_2 [G_{12} \text{sen}(\theta_1 - \theta_2) - B_{12} \cos(\theta_1 - \theta_2)]
 \end{aligned} \tag{4.20}$$

Las ecuaciones de balance energético en el nodo 2 son,

$$\begin{aligned}
 0 &= V_2^2 G_{22} + V_2 V_1 [G_{21} \cos(\theta_2 - \theta_1) + B_{21} \text{sen}(\theta_2 - \theta_1)] + \\
 &\quad V_2 V_{inf} [G_{23} \cos(\theta_2 - \theta_{inf}) + B_{23} \text{sen}(\theta_2 - \theta_{inf})] \\
 0 &= -V_2^2 B_{22} + V_2 V_1 [G_{21} \text{sen}(\theta_2 - \theta_1) - B_{21} \cos(\theta_2 - \theta_1)] + \\
 &\quad V_2 V_{inf} [G_{23} \text{sen}(\theta_2 - \theta_{inf}) - B_{23} \cos(\theta_2 - \theta_{inf})]
 \end{aligned} \tag{4.21}$$

El modelo de EDA que corresponde al sistema, incluyendo el dispositivo CAS, esta conformado por 5 ecuaciones dinámicas y 4 ecuaciones algebraicas. Los vectores de estado correspondientes a este sistema son definidos de la siguiente forma,

$$\begin{aligned} x &= [\delta \quad \omega \quad I_m \quad x_1 \quad B_{CAS}]^T \\ y &= [V_1 \quad \theta_1 \quad V_2 \quad \theta_2]^T \end{aligned} \quad (4.22)$$

donde,

δ es el ángulo del rotor.

ω es la velocidad del rotor.

I_m es el control de corriente del dispositivo CAS.

x_1 es la ganancia integral del dispositivo CAS.

B_{CAS} es la susceptancia en el dispositivo CAS.

V_1 y V_2 son los voltajes en el nodo 1 y 2.

θ_1 y θ_2 son los ángulos en el nodo 1 y 2.

Las trayectorias de sensibilidades de las variables de estado con respecto a la potencia mecánica de entrada P_m , son analizadas para este modelo. Por lo tanto el vector de parámetros es definido,

$$\alpha = P_m \quad (4.23)$$

4.8.1.1 Efecto del Compensador CAS Sobre el Ángulo δ de la Máquina

El modo de control del dispositivo CAS utilizado en esta sección, es el de corriente constante, con la finalidad de mantener el flujo de corriente en la línea que une al nodo infinito. El tipo de perturbación para propósitos de análisis es en el nodo 1, y consiste de la conexión de una carga de $P_L = -0.6 \text{ p.u.}$ y $Q_L = 0.3 \text{ p.u.}$. El análisis es aplicado para 2 tiempos de liberación de la perturbación $t_{cl} = 0.1 \text{ seg}$ y $t_{cl} = 0.5 \text{ seg}$. El modelo de análisis es comparado con un sistema similar, en el cual en vez de contar con un dispositivo CAS se cuenta con un capacitor fijo entre el nodo 1 y 2, con el valor de susceptancia del dispositivo

CAS correspondiente al estado estable, para partir de las mismas condiciones iniciales. Los efectos del ángulo de la maquina, para ambos casos se muestran en la Figuras 4.29 y 4.30.

En la Figura 4.29 se muestra el comportamiento del ángulo de carga para un tiempo de liberación de la perturbación de 0.10 seg. Se observa un incremento de magnitud del ángulo de carga, sin el dispositivo CAS pero con el capacitor fijo, correspondiente a 30.22 % con respecto al valor del ángulo de carga de estado estable, mientras que el incremento cuando se tiene el dispositivo CAS conectado es del 24.92 %.

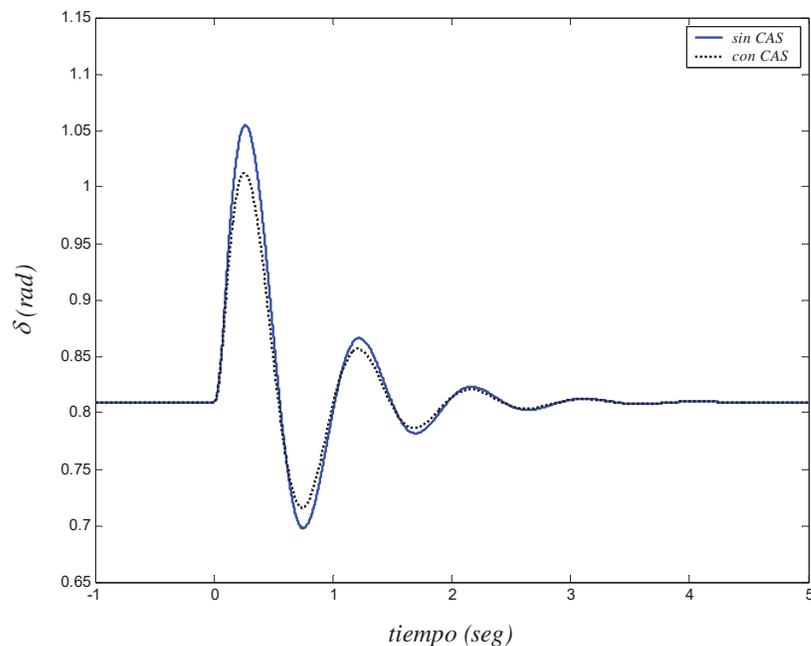


Figura 4. 29 Ángulo de la maquina δ con y sin CAS, para $t_{cl} = 0.1 \text{ seg}$.

En la Figura 4.30 el incremento de la magnitud del ángulo de carga cuando no se tiene el dispositivo CAS conectado es de 67.04%, mientras que el incremento cuando se tiene el dispositivo CAS conectado es de 34.25 %. Con estas ilustraciones se muestra como el dispositivo CAS tiene un mayor efecto sobre el amortiguamiento del ángulo de carga, hasta donde le permite su rango de control, en tiempos de liberación de la perturbación t_{cl} mayores.

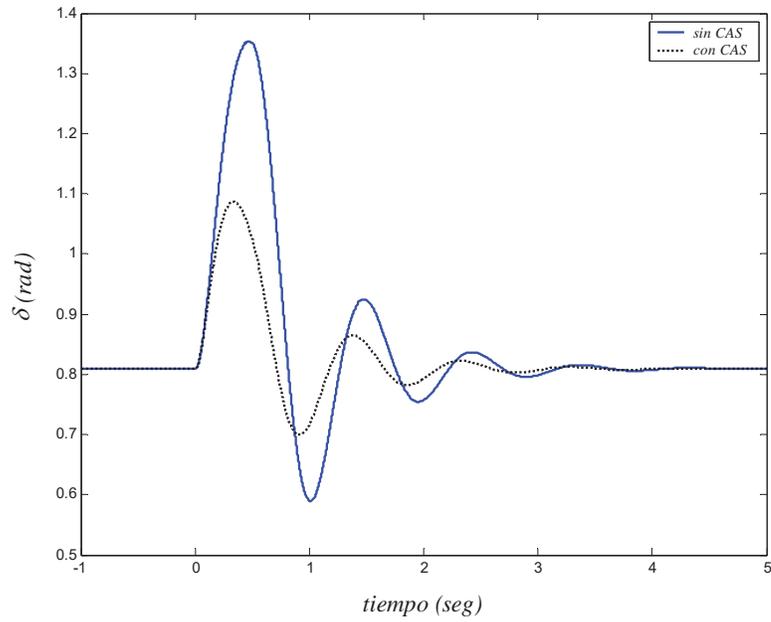


Figura 4. 30 Ángulo de la maquina δ con y sin CAS, para $t_{cl} = 0.5 \text{ seg}$.

En la Figura 4.31 se muestra la dinámica de control de las variables de estado del dispositivo CAS para un tiempo de liberación de la perturbación de 0.1 seg. La variable de control I_m , es la variable que controla al flujo de corriente en el compensador CAS. La variable x_1 es la ganancia integral del dispositivo y la variable B_{CAS} es la susceptancia que el dispositivo agrega al sistema.

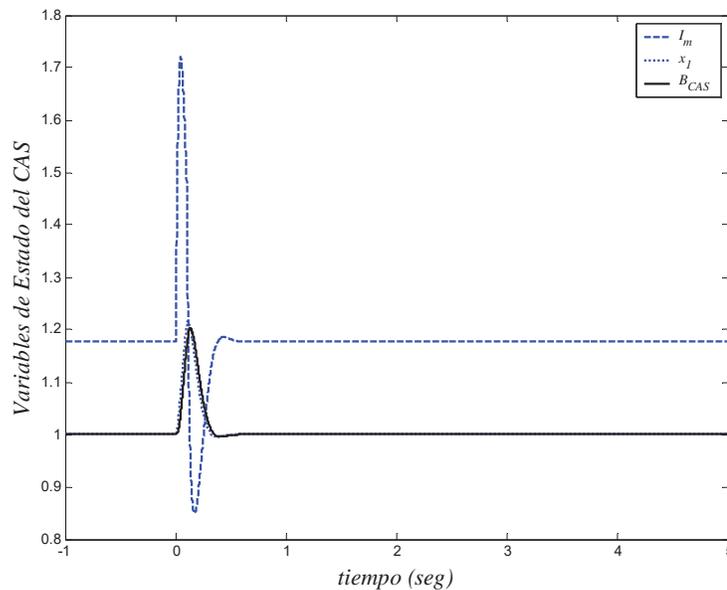


Figura 4. 31 Variables de Estado del CAS, para $t_{cl} = 0.1 \text{ seg}$.

En la Figura 4.32, se muestra la misma dinámica del dispositivo CAS que la mostrada en la Figura anterior, solo que para este caso el tiempo de liberación es de 0.5 seg.

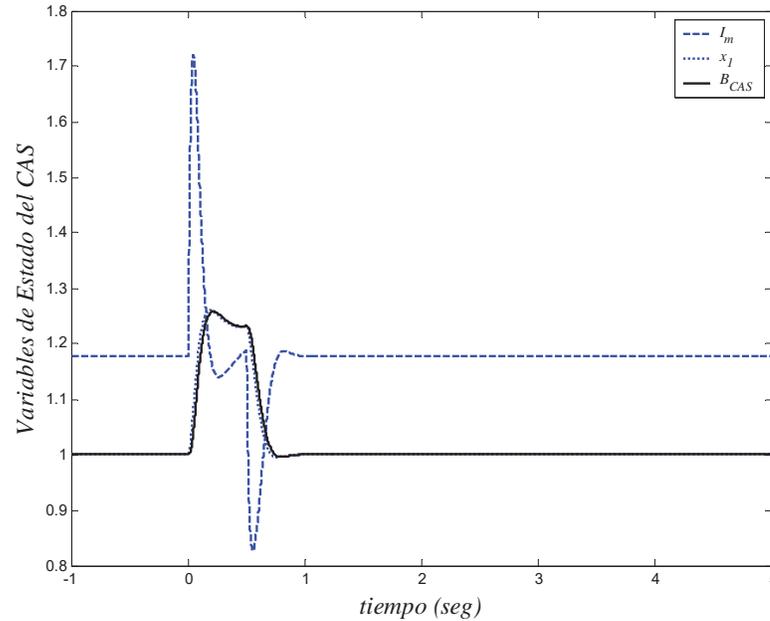


Figura 4. 32 Variables de Estado del CAS, para $t_{cl} = 0.5 \text{ seg}$.

El control es realizado de la siguiente forma; un cambio en la variable de control I_m indica un cambio en el voltaje en las terminales del dispositivo CAS, este cambio corresponde al cambio de flujo de potencia en el dispositivo. Con la finalidad de mantener la corriente constante en el dispositivo para este cambio de voltaje, es necesario modificar su valor de susceptancia, como se muestra en las Figuras 4.31 y 4.32.

4.8.1.2 Sensibilidad por Variación de Parámetros

En esta sección se analizan las sensibilidades por variación en los parámetros para el ejemplo ilustrado en la sección anterior. El vector de sensibilidades para los estados dinámicos y estados algebraicos, sin el dispositivo CAS en el sistema es,

$$\frac{\partial x}{\partial \alpha} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \delta}{\partial P_m} & \frac{\partial \omega}{\partial P_m} \end{bmatrix}^T, \quad (4.24)$$

$$\frac{\partial y}{\partial \alpha} = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_1}{\partial P_m} & \frac{\partial \theta_1}{\partial P_m} & \frac{\partial V_2}{\partial P_m} & \frac{\partial \theta_2}{\partial P_m} \end{bmatrix}^T$$

El vector de sensibilidades para los estados dinámicos y estados algebraicos con el dispositivo CAS en el sistema es,

$$\frac{\partial x}{\partial \alpha} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \delta}{\partial P_m} & \frac{\partial \omega}{\partial P_m} & \frac{\partial I_m}{\partial P_m} & \frac{\partial x_1}{\partial P_m} & \frac{\partial B_{CAS}}{\partial P_m} \end{bmatrix}^T, \quad (4.25)$$

$$\frac{\partial y}{\partial \alpha} = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_i}{\partial P_m} & \frac{\partial \theta_i}{\partial P_m} & \frac{\partial V_j}{\partial P_m} & \frac{\partial \theta_j}{\partial P_m} \end{bmatrix}^T$$

El conjunto de EDA de las sensibilidades del ángulo de carga de la máquina con respecto a la potencia mecánica de entrada, puede ser solucionado con la ecuación (2.10). Los resultados son mostrados en las siguientes Figuras.

En la Figura 4.33 se muestran las sensibilidades para diferentes tiempos de liberación de la perturbación, cuando no se cuenta con el dispositivo CAS en el sistema, solo se cuenta con el capacitor fijo. Las sensibilidades muestran que el sistema permanece estable, pero tienen un efecto amortiguado conforme aumenta el tiempo de liberación de la perturbación.

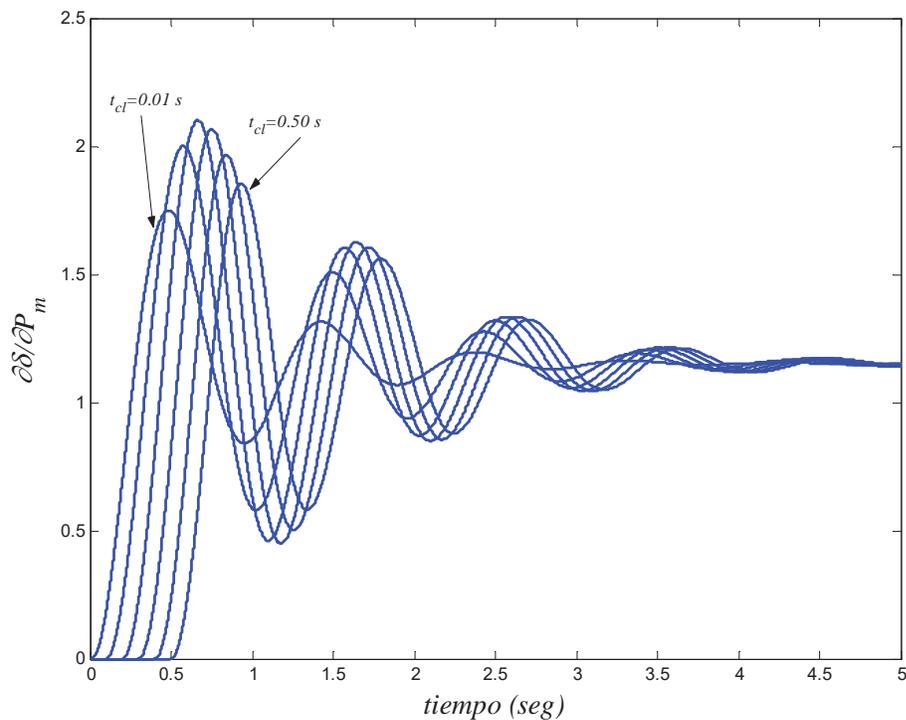


Figura 4. 33 Sensibilidades **sin** CAS, para diferentes t_{cl} .

En la Figura 4.34 se muestra la misma sensibilidad, con los mismos tiempos de liberación de la perturbación, pero en ella si se cuenta con el dispositivo CAS en el sistema. Se puede observar como se disminuye poco las amplitudes de las trayectorias de sensibilidades, cuando se tiene el dispositivo en el sistema, en comparación con las sensibilidades mostradas en la Figura 4.33, para los mismos tiempos de liberación de la perturbación. Un efecto amortiguamiento conforme aumenta el tiempo de liberación de la perturbación es también es observado. Este ejemplo indica que el sistema aumenta la región de estabilidad del sistema.

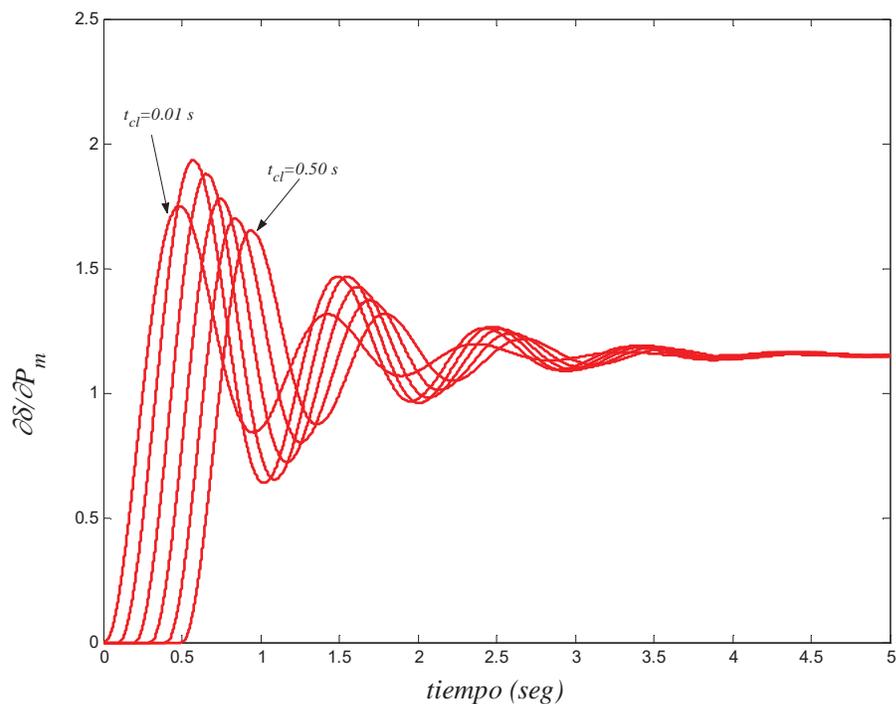


Figura 4. 34 Sensibilidades **con** CAS, para diferentes t_{cl} .

4.8.2 Ejemplo de un Sistema Multi-Máquina WSCC

El ejemplo del sistema (WSCC) será utilizado para ilustrar el efecto del compensador CAS sobre la estabilidad de los sistemas multi-máquina en base a la teoría de sensibilidades dinámicas. La Figura 4.35 muestra el lugar donde es colocado el dispositivo CAS para el análisis.

Las sensibilidades de los estados con respecto a las potencias mecánicas de entrada de cada máquina, al igual que los ejemplos anteriores, serán analizadas. Este parámetro nos permite verificar como es la estabilidad del ángulo de la maquina del sistema, y así poder cuantificar los efectos sobre la estabilidad angular al incluir un dispositivo CAS en cualquier sistema multi-máquina.

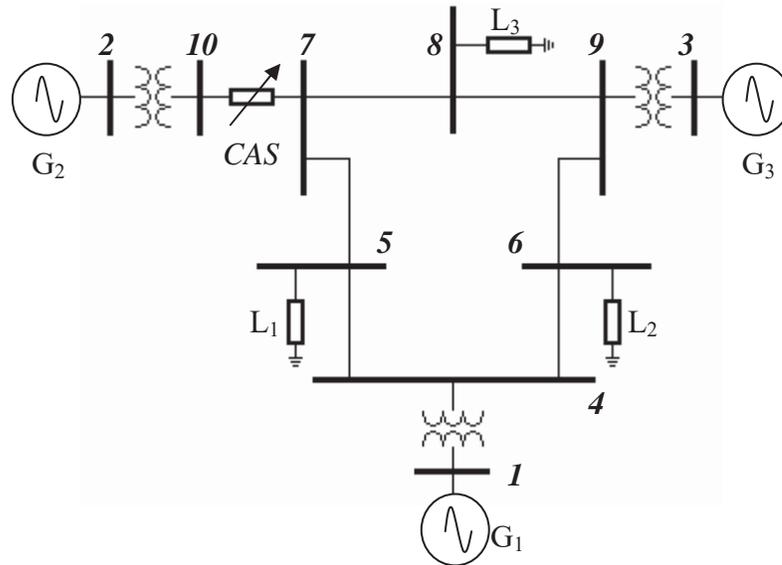


Figura 4. 35 Sistema WSCC con compensador CAS entre el nodo 7 y 10.

4.7.2.1 Sensibilidades por Variación en los Parámetros

Al igual que en los ejemplos anteriores, en este modelo se toma el ángulo de la máquina 1 como el ángulo de referencia. De tal forma, para el sistema mostrado en la Figura 4.35, las ecuaciones dinámicas de oscilación de las máquinas así como la dinámica del dispositivo CAS están dadas por las Ecuación (3.27) del capítulo anterior y las Ecuaciones (4.8). De tal forma, el vector de estado está conformado por,

$$x = [\omega_1 \quad \omega_2 \quad \delta_2 \quad \omega_3 \quad \delta_3 \quad I_m \quad x_1 \quad B_{CAS}]^T \quad (4.26)$$

donde,

δ_i es el ángulo del rotor i -ésimo.

ω_i es la velocidad del rotor i -ésimo.

I_m es el control de corriente del dispositivo CAS.

x_1 es la ganancia integral del dispositivo CAS.

B_{CAS} es la susceptancia en el dispositivo CAS.

El vector de parámetros que se analizan, correspondiente a este sistema es,

$$\alpha = [P_1 \quad P_2 \quad P_3]^T \quad (4.27)$$

De esta forma se obtienen $n(p+1)$ EDA a resolver, donde n es el número de ecuaciones diferenciales en el sistema y p el número de parámetros que se analizan, siendo así el sistema a resolver de 32 ecuaciones diferenciales, incluidas las ecuaciones de estado. De tal forma, el vector de sensibilidades es definido como,

$$\frac{\partial x}{\partial \alpha} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \omega_1}{\partial P_1} & \frac{\partial \omega_1}{\partial P_2} & \frac{\partial \omega_1}{\partial P_3} \\ \frac{\partial \omega_2}{\partial P_1} & \frac{\partial \omega_2}{\partial P_2} & \frac{\partial \omega_2}{\partial P_3} \\ \frac{\partial \delta_2}{\partial P_1} & \frac{\partial \delta_2}{\partial P_2} & \frac{\partial \delta_2}{\partial P_3} \\ \frac{\partial \omega_3}{\partial P_1} & \frac{\partial \omega_3}{\partial P_2} & \frac{\partial \omega_3}{\partial P_3} \\ \frac{\partial \delta_3}{\partial P_1} & \frac{\partial \delta_3}{\partial P_2} & \frac{\partial \delta_3}{\partial P_3} \\ \frac{\partial I_m}{\partial P_1} & \frac{\partial I_m}{\partial P_2} & \frac{\partial I_m}{\partial P_3} \\ \frac{\partial x_1}{\partial P_1} & \frac{\partial x_1}{\partial P_2} & \frac{\partial x_1}{\partial P_3} \\ \frac{\partial B_{CAS}}{\partial P_1} & \frac{\partial B_{CAS}}{\partial P_2} & \frac{\partial B_{CAS}}{\partial P_3} \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

El análisis del sistema con dispositivo CAS es comparado con un sistema similar en el cual se coloca, en vez del dispositivo CAS, un capacitor fijo con su valor de susceptancia igual a la del dispositivo CAS cuando opera en estado estable. Esto se hace para partir de las mismas condiciones iniciales. El análisis será basado en una perturbación en el nodo 7, que

consiste en la conexión de una carga con valores de $P_{L7} = 1.0 \text{ p.u.}$ y $Q_{L7} = 0.2 \text{ p.u.}$, en este caso no se aplica la perturbación que consta de aislar el nodo 7 al resto del sistema. Los tiempos de liberación son elegidos de tal forma que las sensibilidades obtenidas puedan ayudar a ilustra el efecto del dispositivo en el sistema. Los resultados obtenidos se muestran en la Tabla 4.3.

Tabla 4. 3 Comparación de las sensibilidades máximas del sistema WSCC con y sin CAS.

Sistema WSCC	Sin CAS		Con CAS	
	$\partial\delta_2/\partial P_2$	$\partial\delta_3/\partial P_3$	$\partial\delta_2/\partial P_2$	$\partial\delta_3/\partial P_3$
Sensibilidad para $t_{cl} = 0.01 \text{ seg}$	2.8972	0.5990	2.8775	0.5980
Sensibilidad para $t_{cl} = 0.10 \text{ seg}$	9.3752	0.8469	7.9871	0.7537
Sensibilidad para $t_{cl} = 0.15 \text{ seg}$	14.5048	1.1642	11.8364	0.9624
Sensibilidad para $t_{cl} = 0.20 \text{ seg}$	27.5641	1.9870	18.5321	1.3239
Sensibilidad para $t_{cl} = 0.25 \text{ seg}$	F/S*	11.4260	69.3096	4.6837

* Fuera de Sincronismo

En esta Tabla se puede observar como son las sensibilidades de los ángulos de la maquina con respecto a sus potencias mecánicas de entrada, para este sistema modificado por el dispositivo CAS. La perturbación aplicada muestra como las sensibilidades del ángulo de la maquina 2, se incrementan en mayor medida conforme aumenta el tiempo de liberación de la perturbación hasta el punto de salirse fuera del rango, indicando que el ángulo de la maquina ya se ha salido de sincronismo. Por otro lado, se muestra como cuando se tiene el dispositivo, las mismas sensibilidades apenas presentan un aumento considerable, pero aún el ángulo de la máquina no se ha salido de sincronismo. Las sensibilidades mostradas para el ángulo de la máquina 3, en todo momento del análisis permanecen en sincronismo, pero con la diferencia que cuando se cuenta con el dispositivo conectado y mientras aumenta mas el tiempo de liberación, estas son de menor amplitud que las mostradas para la misma máquina del sistema con el capacitor fijo. Indicando que el ángulo de la maquina 3 llegaría a salirse de sincronismo antes, cuando no se cuenta con dispositivo CAS.

En las siguientes Figuras se muestra más a detalle las simulaciones, para el tiempo de liberación de la perturbación de $t_{cl} = 0.25 s$. En la Figura 4.36 se muestra como el ángulo de la máquina 2 pierde sincronismo, mientras que este ángulo aun permanece en sincronismo cuando se tiene el dispositivo CAS. La diferencia entre el ángulo de la máquina 3 para ambos casos es pequeña comparado con la diferencia del ángulo de la máquina 2.

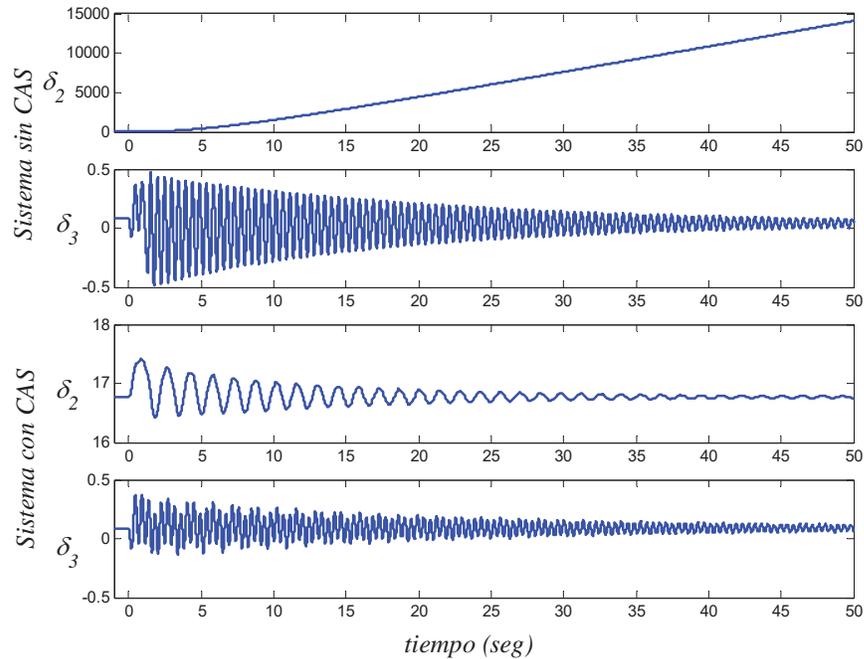


Figura 4. 36 Ángulos del sistema **sin** y **con** CAS, para $t_{cl} = 0.25 s$.

En la Figura 4.37 se muestran como son las sensibilidades del ángulo de la máquina con respecto a su potencia mecánica de entrada del sistema, con el capacitor fijo, para el tiempo de liberación de 0.25 seg. En esta Figura se muestra como la sensibilidad del ángulo de la maquina 2 indica que esa máquina se ha salido de sincronismo, mientras que la sensibilidad del ángulo de la maquina 3 indica que aun permanece en estabilidad, pero con una magnitud de sensibilidad mayor que la mostrada en la sensibilidad de la máquina 3 con dispositivo CAS como se demuestra a continuación.

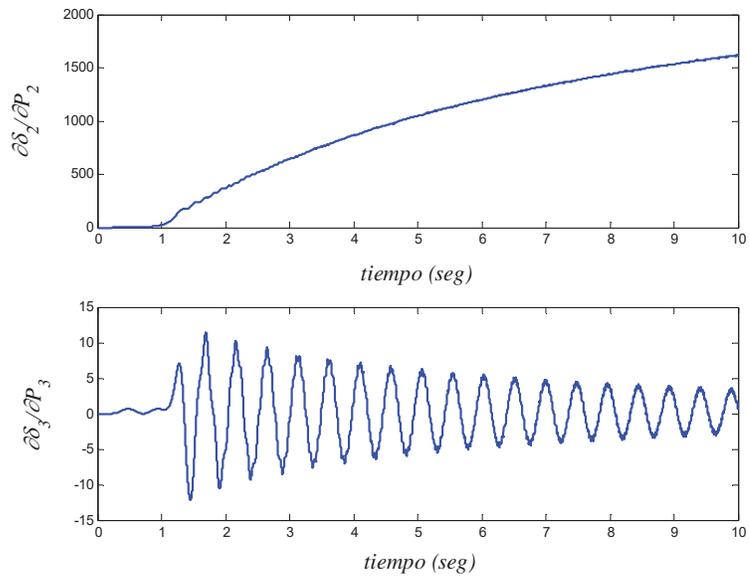


Figura 4. 37 Sensibilidades **sin** CAS, para $t_{cl} = 0.25 s$.

En la Figura 4.38, se muestran las mismas sensibilidades, pero ahora con el dispositivo CAS en el sistema. En las cuales se observa como estas indican que el sistema aun permanece en estabilidad, mostrando que la sensibilidad de la máquina 2 se encuentra mas cerca del límite de estabilidad considerando su magnitud con respecto a la sensibilidad de la máquina 3.

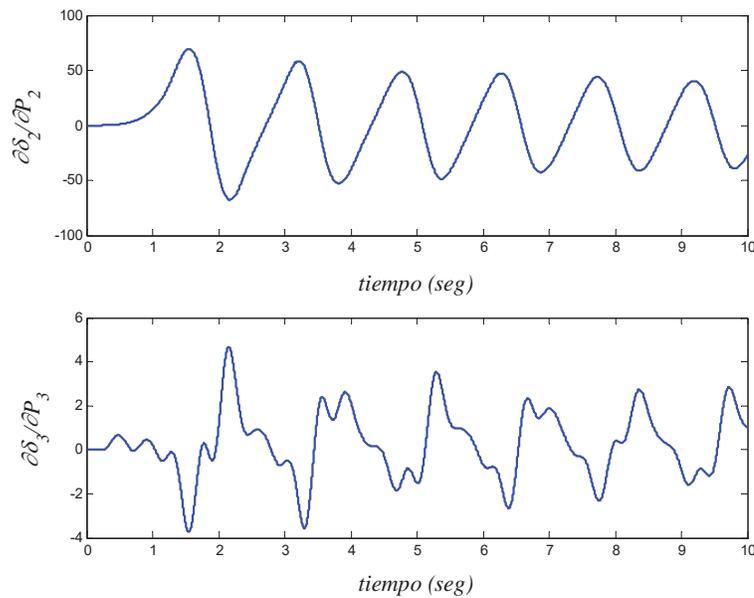


Figura 4. 38 Sensibilidades **con** CAS, para $t_{cl} = 0.25 s$.

La Figura 4.39 muestra el comportamiento de las variables de estado del dispositivo CAS, para el tiempo de liberación 0.25 seg. En ella se muestra como al incrementarse la corriente en el dispositivo, la susceptancia se empieza a incrementar de tal forma que intenta regresar a la corriente a su valor de referencia de control. Cuando esta perturbación es liberada, la corriente regresa por si sola a su valor estable después del transitorio y la susceptancia a su valor nominal en el sistema.

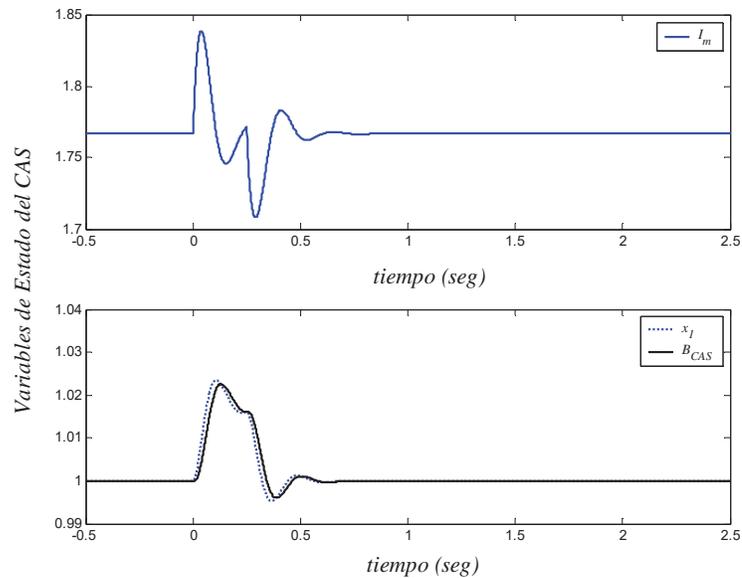


Figura 4. 39 Variables de estado del CAS, para $t_{cl} = 0.25 s$.

Las sensibilidades en este ejemplo han mostrado como cuando se cuenta en el sistema eléctrico con un dispositivo CAS cerca de un nodo que es perturbado, ayuda a mantener el sincronismo en las máquinas para tiempos de liberación en los cuales las maquinas pierde sincronismo cuando no se cuenta con este dispositivo. La pérdida de sincronismo es más rápida en la máquina 2 debido a que la perturbación se encuentra más cerca eléctricamente a esa maquina que con respecto a la máquina 3.

4.9 Conclusiones

En este capitulo se presento la importancia de los dispositivos SIFLETCA y los modelos dinámicos del Compensador Estático de Vars (CEV) y Compensador Avanzado Serie (CAS).

Se incluyeron en el análisis de sensibilidades dinámicas para el estudio de estabilidad transitoria.

El modelo dinámico del dispositivo CEV fue utilizado para el estudio en dos ejemplos, uno de una máquina conectada a un bus infinito y el sistema multi-máquina WSCC. En ambos ejemplos el modelo fue incluido en el sistema eléctrico, calculando las sensibilidades con respecto a los parámetros, con las cuales se mostró como el dispositivo aumenta y/ó ayuda a permanecer mas tiempo al sistema de potencia dentro de su región de estabilidad.

Al igual que el dispositivo CEV, el dispositivo CAS fue utilizado para incluirlo en los 2 ejemplos de sistemas (de una máquina y un multi-máquina). Se obtuvieron las sensibilidades mostrándose como el dispositivo ayuda a mantener al sistema por más periodo de tiempo dentro de la región de estabilidad cuando una perturbación ocurre en el sistema.

CAPÍTULO 5

CONCLUSIONES GENERALES, APORTACIONES Y TRABAJOS FUTUROS

5.1 Conclusiones Generales

El desarrollo de esta tesis consistió de tres etapas, en la primera etapa se describió la metodología para obtener las sensibilidades por variación a los parámetros, en base a la diferenciación de una integral definida y la regla de la cadena. El modelo de ecuaciones que se obtuvo proporciona la solución de las sensibilidades dinámicas para los sistemas con modelos de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDO). De la misma manera se presenta la metodología para obtener las sensibilidades por variación en las condiciones iniciales, las cuales se aplican a los sistemas con modelos de EDO. Por último, se obtuvieron las sensibilidades por variación de parámetros para los sistemas con modelos de Ecuaciones Diferencial-Algebraicas (EDA).

En la segunda etapa se aplicó la teoría de sensibilidades dinámicas, tanto por variación en los parámetros así como variación en las condiciones iniciales, sobre dos ejemplos numéricos, en los cuales el principal objetivo fue evaluar la estabilidad del sistema, basados en la región de atracción donde el sistema opera en estado estable. Las condiciones iniciales para el análisis fueron tomadas de acuerdo al diagrama de fase del modelo de una máquina conectada al nodo infinito y para el caso multi-máquina una perturbación fue aplicada, en el lugar de interés, para el análisis del sistema de potencia.

El análisis para el sistema de una máquina en base a las sensibilidades por variación de parámetros, muestra que sensibilidades indican cuando se encuentra el sistema más cerca de su límite de estabilidad, en base a la magnitud de la respuesta. De igual manera indica como estas sensibilidades son más grandes cuando la condición inicial se encuentra cerca de un punto

caótico. Para el mismo ejemplo fueron calculadas las sensibilidades con respecto a las condiciones iniciales, en las cuales se mostró como la sensibilidad aumenta mientras la condición inicial se aleja del punto de equilibrio. Después, el sistema fue modificado variando el valor nominal del parámetro P_m a un valor mayor, con lo cual las sensibilidades mostraron que estas aumentaban más rápidamente en comparación al sistema nominal. Esto es un claro indicativo de cómo cuando un sistema reduce su región de atracción, como lo muestra su diagrama de fase en la sección 3.6.1.2, el sistema puede perder más fácilmente la estabilidad sobre el punto al cual opera.

Para el caso del sistema multi-máquina, fueron analizadas las sensibilidades con respecto a la variación de parámetros. El parámetro de interés que se analizó es la potencia mecánica de entrada, ya que este parámetro es función de la potencia eléctrica de salida y es muy sensible al cambio de condiciones del sistema. La perturbación aplicada en este ejemplo muestra como las sensibilidades del parámetro aumentan considerablemente mientras aumenta el tiempo de liberación de la perturbación, hasta el grado de que las sensibilidades se salen de sincronismo. Aquí el uso de las sensibilidades fue utilizado para medir en tiempo, el espacio de la estabilidad del sistema ante la perturbación aplicada, indicando hasta que límite de tiempo el sistema puede permanecer estable. Por otra parte, las sensibilidades indican cual de las máquinas generadoras es la más cercana eléctricamente al lugar de la perturbación, en base a la magnitud de la sensibilidad de cada máquina analizada.

En la tercera etapa se describe los modelos dinámicos de los dispositivos SIFLETCA, compensador Estático de Vars (CEV) [Laufenberg, 1997] y Compensador Avanzado Serie (CAS) [Padiyar y Uma, 1995]. Estos modelos son utilizados para incluirlos en los sistemas de potencia ya mencionados con la finalidad de evaluar el impacto que tienen en la estabilidad del sistema, en base a la teoría de sensibilidades dinámicas.

El modelo dinámico del dispositivo CEV permitió gran flexibilidad en el control de voltaje en el nodo que se conectó, dentro de los límites pre-establecidos del dispositivo. Con el fin de obtener efectos directos en el dispositivo CEV, se aplicó una perturbación al nodo del sistema al cual se instaló. Los resultados obtenidos, en base a las sensibilidades con respecto a

la potencia mecánica de entrada, muestran como el dispositivo permite mayor tiempo de sustento en la liberación de la perturbación, antes de que el sistema pierda sincronismo. Interpretando estas sensibilidades, se puede decir que cuando un sistema incluye un dispositivo CEV, retarda más la salida de la región del espacio de estabilidad, ante una perturbación.

El modelo dinámico del dispositivo CAS permite gran flexibilidad en el control de flujo de potencia a través de una línea de transmisión, hasta los límites pre-establecidos del dispositivo. El análisis de estabilidad en base a la teoría de sensibilidades dinámicas se realizó con respecto a la potencia mecánica de entrada, y se comparó con un sistema similar al cual se le colocó un capacitor fijo con el valor de estado estable del dispositivo CAS. Los resultados obtenidos, en base a las sensibilidades, muestran como el dispositivo CAS aumenta el tiempo de estabilidad de la máquina en la región donde controla el flujo de potencia en el sistema, para la perturbación seleccionada. También muestra como para un sistema que solo es sobrecargado, ayuda a reducir el nivel de estrés de la máquina.

5.2 Aportaciones

La aportación principal de este trabajo de tesis es la implementación de los dispositivos SIFLETCA (Compensador Estático de Vars y Compensador Avanzado Serie) en el análisis de la estabilidad en base a la teoría de sensibilidades dinámicas. Con ello se logró cuantificar los efectos de estos dispositivos sobre la estabilidad del sistema, al ser incluidos en los ejemplos numéricos analizados.

5.3 Trabajos Futuros

Con la finalidad de cuantificar los efectos de otros dispositivos SIFLETCA sobre la estabilidad transitoria de los sistemas. Se pretende derivar sus modelos dinámicos e incluirlos en la herramienta computacional desarrollada.

Extender la metodología descrita para el análisis de sistemas eléctricos conteniendo dispositivos eléctricos discretos

Utilizar esta metodología para determinar el tamaño de la región de estabilidad del sistema eléctrico; es decir, la estimación del máximo tiempo crítico de liberación de la perturbación que puede tolerar el sistema.

Por último, se podría utilizar la metodología en la estimación de los parámetros de control de los dispositivos SIFLETCA.

Apéndice A

Teoría de Sensibilidades Dinámicas

A.1 Introducción

El objetivo de este apéndice es realizar la deducción matemática del modelo de espacio de estado, basado en las funciones de sensibilidades dinámicas. La deducción esta basada en la diferenciación de la integral definida y la regla de la cadena [Laufenberg, 1997].

A.1.1 Diferenciación de una Integral Definida

$$\frac{d}{dz} \int_{\psi(z)}^{\phi(z)} f(x, z) dx = f(\phi(z), z) \frac{d\phi(z)}{dz} - f(\psi(z), z) \frac{d\psi(z)}{dz} + \int_{\psi(z)}^{\phi(z)} \frac{d}{dz} f(x, z) dz \quad (\text{A.1})$$

A.1.2 Regla de la Cadena

Esta regla permite distinguir funciones diferenciales compuestas. Es decir, se sustituye una función dentro de otra. Por ejemplo si $z = f(x, y)$, se pueden sustituir las funciones $x = g(t)$ y $y = h(t)$, de tal forma que la función compuesta es $z = f(g(t), h(t))$ que ahora depende únicamente de la variable t . Si las funciones anteriores son diferenciables. La expresión general para dz/dt es como sigue:

El diferencial dz es;

$$dz = \frac{dz}{dt} dt = dz(x, y)$$

La linealización local dz es,

$$dz = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy$$

además,

$$dx = \frac{dx}{dt} dt \quad \text{y} \quad dy = \frac{dy}{dt} dt$$

entonces,

$$dz = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{dx}{dt} dt + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{dy}{dt} dt$$

$$dz = \left(\frac{\partial z}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{dy}{dt} \right) dt$$

La identidad de la regla de la cadena es,

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt} z(x(t), y(t)) \quad (\text{A.2})$$

Para funciones de varias variables, $z = f(x, y)$, $x = m(u, v)$ y $y = n(u, v)$, de estas tres funciones diferenciables se necesita encontrar $\partial z/\partial u$ y $\partial z/\partial v$, entonces la linealización es:

$$dz = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy$$

$$dx = \frac{\partial x}{\partial u} du + \frac{\partial x}{\partial v} dv$$

$$dy = \frac{\partial y}{\partial u} du + \frac{\partial y}{\partial v} dv$$

entonces;

$$dz = \frac{\partial z}{\partial x} \left(\frac{\partial x}{\partial u} du + \frac{\partial x}{\partial v} dv \right) + \frac{\partial z}{\partial y} \left(\frac{\partial y}{\partial u} du + \frac{\partial y}{\partial v} dv \right)$$

$$= \left(\frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial u} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial u} \right) du + \left(\frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial v} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial v} \right) dv$$

Entonces la identidad de la regla de la cadena para funciones de varias variables es;

$$\frac{dz}{du} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial u} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial u}$$

$$\frac{dz}{dv} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial v} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial v} \quad (\text{A.3})$$

A.2 Trayectorias de Sensibilidades por Variación de Parámetros para modelos de EDO

Considerando el sistema no lineal l -dimensional de la siguiente forma:

$$\dot{x} = f(t, x, \alpha(t)), \quad x(t_0) = x_0 \quad (\text{A.4})$$

donde α es un vector p -dimensional de parámetros del sistema, que pueden o no variar en el tiempo. Es posible obtener las trayectorias de sensibilidades con respecto a los parámetros α en la condición inicial x_0 .

Asumiendo que los parámetros no varían en el tiempo y α_0 es el valor inicial o valor nominal de α , se tiene,

$$\dot{x} = f(x, t, \alpha_0), \quad x(t_0) = x_0$$

Cuando α es perturbada desde α_0 , la solución perturbada del sistema de ecuaciones es,

$$x(t, \alpha) = x_0 + \int_{t_0}^t f(s, x(s, \alpha), \alpha) ds$$

Tomando la derivada parcial de la ecuación anterior con respecto a la variable α , se tiene,

$$\frac{\partial x(t, \alpha)}{\partial \alpha} = \frac{\partial x_0}{\partial \alpha} + \frac{\partial}{\partial \alpha} \int_{t_0}^t f(s, x(s, \alpha), \alpha) ds \quad (\text{A.5})$$

Como $\frac{\partial x_0}{\partial \alpha} = 0$, entonces;

$$\frac{\partial x(t, \alpha)}{\partial \alpha} = \frac{\partial}{\partial \alpha} \int_{t_0}^t f(s, x(s, \alpha), \alpha) ds \quad (\text{A.6})$$

Para resolver el término del lado derecho de la ecuación anterior, se utiliza el concepto de diferenciación de una integral definida dada en (A.1), por lo tanto:

$$\frac{d}{dz} \int_{\psi(z)}^{\varphi(z)} f(x, z) dx = f(\varphi(z), z) \frac{d\varphi(z)}{dz} - f(\psi(z), z) \frac{d\psi(z)}{dz} + \int_{\psi(z)}^{\varphi(z)} \frac{d}{dz} f(x, z) dz \quad (\text{A.7})$$

entonces,

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} \int_{t_0}^t f(s, x(s, \alpha), \alpha) ds = f(t, x(t, \alpha), \alpha) \frac{dt}{d\alpha} - f(t_0, x(t_0, \alpha), \alpha) \frac{dt_0}{d\alpha} +$$

$$\int_{t_0}^t \frac{d}{d\alpha} f(s, x(t, \alpha), \alpha) ds$$

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} \int_{t_0}^t f(s, x(s, \alpha), \alpha) ds = \int_{t_0}^t \frac{d}{d\alpha} f(s, x(t, \alpha), \alpha) ds \quad (\text{A.8})$$

Aplicando la identidad de la regla de cadena,

$$\begin{aligned}\frac{\partial f(s, x(t, \alpha), \alpha)}{\partial \alpha} &= \frac{\partial f(s, x, \alpha)}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial \alpha} + \frac{\partial f(s, x, \alpha)}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \alpha} + \frac{\partial f(s, x, \alpha)}{\partial \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial \alpha} \\ \frac{\partial f(s, x(t, \alpha), \alpha)}{\partial \alpha} &= \frac{\partial f(s, x(s, \alpha), \alpha)}{\partial x} \frac{\partial x(s, \alpha)}{\partial \alpha} + \frac{\partial f(s, x(s, \alpha), \alpha)}{\partial \alpha}\end{aligned}\quad (\text{A.9})$$

Por simplicidad,

$$\frac{\partial f}{\partial \alpha} = \frac{\partial f(s, x, \alpha)}{\partial \alpha} = \frac{\partial f(s, x(s, \alpha), \alpha)}{\partial \alpha}\quad (\text{A.10})$$

De tal forma,

$$\frac{\partial f}{\partial \alpha} = \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \alpha} + \frac{\partial f}{\partial \alpha}\quad (\text{A.11})$$

Sustituyendo la ecuación anterior en la ecuación (A.6);

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial \alpha} \int_{t_0}^t f(s, x, \alpha) ds &= \int_{t_0}^t \left\{ \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \alpha} + \frac{\partial f}{\partial \alpha} \right\} ds \\ \therefore \frac{\partial x(t, \alpha)}{\partial \alpha} &= \int_{t_0}^t \left\{ \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \alpha} + \frac{\partial f}{\partial \alpha} \right\} ds\end{aligned}\quad (\text{A.12})$$

Definiendo las trayectorias de sensibilidades de x con respecto a α , como x_α ;

$$x_\alpha = \frac{\partial x}{\partial \alpha} = S$$

La cual es una matriz de $l \times p$, l es el número de ecuaciones diferenciales y p es el número de parámetros de α . Diferenciando (A.12) con respecto a t se tiene,

$$\frac{d}{dt} x_\alpha = A(t, \alpha) x_\alpha + B(t, \alpha), \quad x_\alpha(t_0) = 0\quad (\text{A.13})$$

donde,

$$\begin{aligned}A(t, \alpha) &= \left. \frac{\partial f(t, x, \alpha)}{\partial x} \right|_{x(t, \alpha)} \\ B(t, \alpha) &= \left. \frac{\partial f(t, x, \alpha)}{\partial \alpha} \right|_{x(t, \alpha)}\end{aligned}$$

La ecuación (A.13) se deriva como sigue:

$$\begin{aligned}
 x_\alpha &= \int_{t_0}^t \left\{ \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \alpha} + \frac{\partial f}{\partial \alpha} \right\} ds \\
 \frac{\partial x_\alpha}{\partial t} &= \frac{d}{dt} \int_{t_0}^t \left\{ \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \alpha} + \frac{\partial f}{\partial \alpha} \right\} ds \\
 \frac{\partial x_\alpha}{\partial t} &= \frac{d}{dt} \int_{t_0}^t \left\{ \frac{\partial f(s, x(s, \alpha), \alpha)}{\partial x} \frac{\partial x(s, \alpha)}{\partial \alpha} + \frac{\partial f(s, x(s, \alpha), \alpha)}{\partial \alpha} \right\} ds
 \end{aligned} \tag{A.14}$$

Aplicando la identidad de la ecuación (A.7);

$$\frac{\partial x_\alpha}{\partial t} = A' - B' + C'$$

donde,

$$\begin{aligned}
 A' &= \left\{ \frac{\partial f(t, x(t, \alpha), \alpha)}{\partial x} x_\alpha + \frac{\partial f(t, x(t, \alpha), \alpha)}{\partial \alpha} \right\} \frac{\partial t}{\partial t} \\
 B' &= \left\{ \frac{\partial f(t_0, x(t_0, \alpha), \alpha)}{\partial x} x_\alpha + \frac{\partial f(t_0, x(t_0, \alpha), \alpha)}{\partial \alpha} \right\} \frac{\partial t_0}{\partial t} \\
 C' &= \int_{t_0}^t \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\partial f(s, x(s, \alpha), \alpha)}{\partial x} \frac{\partial x(s, \alpha)}{\partial \alpha} + \frac{\partial f(s, x(s, \alpha), \alpha)}{\partial \alpha} \right] ds
 \end{aligned}$$

Las ecuaciones anteriores, B' y C' no dependen del tiempo, por lo tanto $B' = C' = 0$.

Finalmente:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial x_\alpha}{\partial t} &= A' = \left[\frac{\partial f(t, x(t, \alpha), \alpha)}{\partial x} x_\alpha + \frac{\partial f(t, x(t, \alpha), \alpha)}{\partial \alpha} \right] \\
 &= \left(\frac{\partial f(t, x, \alpha)}{\partial x} \Big|_{x(t, \alpha)} \right) x_\alpha(t, \alpha) + \frac{\partial f(t, x, \alpha)}{\partial \alpha} \Big|_{x(t, \alpha)} \\
 \frac{\partial x_\alpha}{\partial t} &= A(t, \alpha) x_\alpha(t, \alpha) + B(t, \alpha)
 \end{aligned} \tag{A.15}$$

La ecuación (A.15) son las trayectorias de sensibilidades por variación de parámetros.

A.3 Trayectorias de Sensibilidades por Variación de Condiciones Iniciales para modelos de EDO

También puede definirse una trayectoria de sensibilidades con respecto a las condiciones iniciales, conocida como sensibilidades β . Considerando el siguiente sistema dinámico:

$$\dot{x} = f(x), \quad x(t_0) = \beta \quad (\text{A.16})$$

Para encontrar las trayectorias de sensibilidades de $x(t)$ con respecto a las perturbaciones en β , el sistema se integra, tal como se hizo en la sección anterior,

$$x(t) = x_0 + \int_{t_0}^t f(s, x(s)) ds \quad (\text{A.17})$$

Diferenciando con respecto a β , se tiene,

$$\frac{\partial x}{\partial \beta} = I + \int_{t_0}^t \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \beta} ds \quad (\text{A.18})$$

Note que para $t = t_0$ se cumple $\frac{\partial x}{\partial \beta} \Big|_{t=t_0} = I$

Definiendo la matriz de sensibilidades, se tiene,

$$x_\beta = \frac{\partial x}{\partial \beta} \equiv S$$

Diferenciando esta matriz con respecto a t , se tiene,

$$\dot{x}_\beta = \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \beta} \quad (\text{A.19})$$

Las trayectorias de sensibilidades por variación de condiciones iniciales, están dadas por la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial x_\beta}{\partial t} = \left[\frac{\partial f}{\partial x} \right] x(t)_\beta, \quad x_\beta(t_0) = I \quad (\text{A.20})$$

A.4 Trayectorias de Sensibilidades por Variación de Parámetros para modelos de EDA

Considerando el siguiente sistema de EDA:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, y, \alpha), & x(t_0) &= x_0 \\ 0 &= g(x, y, \alpha), & y(t_0) &= y_0 \end{aligned} \quad (\text{A.21})$$

donde x es un vector de variables de estado dinámico, y es un vector de variables de estado algebraico y α es un vector de parámetros del sistema.

Definiendo w_1 y w_2 como sigue:

$$w_1 = \frac{\partial x}{\partial \alpha}, \quad w_2 = \frac{\partial y}{\partial \alpha}$$

De modo que sean las matrices de sensibilidades para cada uno de los vectores de estado, de los parámetros del sistema. El vector solución $x(t)$ puede ser encontrado con la siguiente integración:

$$x(t) = x_0 + \int_{t_0}^t f(x, y, \alpha) ds \quad (\text{A.22})$$

La derivada parcial de la ecuación (A.22) con respecto a los parámetros α , aplicando la regla de la cadena e incluyendo la parte algebraica de la ecuación (A.21), se muestra como sigue:

$$\frac{\partial x}{\partial \alpha} = \int_{t_0}^t \left(\frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \alpha} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \alpha} + \frac{\partial f}{\partial \alpha} \right) dt \quad (\text{A.23})$$

$$0 = \frac{\partial g}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \alpha} + \frac{\partial g}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \alpha} + \frac{\partial g}{\partial \alpha} \quad (\text{A.24})$$

Diferenciando la ecuación (A.23) con respecto a t :

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial x}{\partial \alpha} = \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \alpha} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \alpha} + \frac{\partial f}{\partial \alpha} \quad (\text{A.25})$$

Después, tomando la ecuación (A.25) y (A.24) como un solo sistema, y usando las definiciones de w_1 y w_2 , se tiene el siguiente sistema de ecuaciones,

$$\begin{aligned} \dot{w}_1 &= \left[\frac{\partial f}{\partial x} \right] w_1 + \left[\frac{\partial f}{\partial y} \right] w_2 + \left[\frac{\partial f}{\partial \alpha} \right], & w_1(t_0) &= 0 \\ 0 &= \left[\frac{\partial g}{\partial x} \right] w_1 + \left[\frac{\partial g}{\partial y} \right] w_2 + \left[\frac{\partial g}{\partial \alpha} \right], & w_2(t_0) &= 0 \end{aligned} \tag{A.26}$$

donde w_1 y w_2 denotan las trayectorias de sensibilidades por variación de parámetros.

Apéndice B

Ecuación de Oscilación del Generador Síncrono

B.1 Introducción

El objetivo de este apéndice es obtener el modelo matemático de la ecuación de oscilación del generador síncrono de una maquina, que utilizara en el análisis de sensibilidades dinámicas para la evaluación de la estabilidad transitoria en los sistemas.

B.1.1 Generador Síncrono

Un generador puede ser representado como una gran masa rotatoria con 2 pares actuando sobre la rotación de manear opuesta, tal como se muestra en la Figura B.1. En este caso, el par mecánico T_m , tiende a acelerar o incrementar la velocidad de rotación ω_r , mientras que T_e , el par eléctrico, disminuye esta velocidad [Kasusky, 2002].

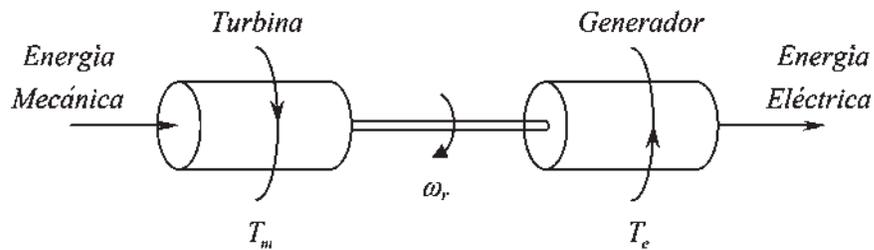


Figura B. 1 Par mecánico y eléctrico de una unidad generadora.

El par mecánico es producido por la acción de un sistema gobernador turbina, tal que puede ser ajustado de acuerdo a la dinámica del gobernador, influyendo directamente en la velocidad del rotor ω_r . Cuando no se considera la acción del gobernador, el par mecánico permanece constante.

El par eléctrico es producido por la interacción existente entre los campos magnéticos producidos por las corrientes circulantes entre el rotor y estator. La corriente en el devanado de campo crea una fuerza magnetomotriz (fmm) en el eje directo del rotor. Si existe flujo de corriente en los devanados amortiguadores situados en los ejes directo y de cuadratura del rotor, esta producirá fmm s en estos ejes, respectivamente. Estas 3 fmm s del rotor giran a la misma velocidad del rotor. Debido a que el campo magnético asociado a estas fmm s tiene una distribución senoidal a lo largo del entrehierro del generador, y varía en el tiempo por la rotación del rotor, se inducen voltajes en los devanados estáticos del estator dando lugar a corrientes de armadura que producen un campo magnético giratorio en el estator. En estado estable, este campo magnético gira a la misma velocidad del rotor y se le llama velocidad síncrona ω_0 . La interacción de ambos campos magnéticos giratorios da lugar al par eléctrico T_e .

B.1.2 Ejes de Referencia

Como se ilustra en la Figura B.2, al tener un conjunto de devanados estáticos en el estator representado por las fases a , b y c y otros en el rotor d y q que se desplazan con respecto a los primeros en forma angular, es necesario establecer referencias para cuantificar dicho desplazamiento.

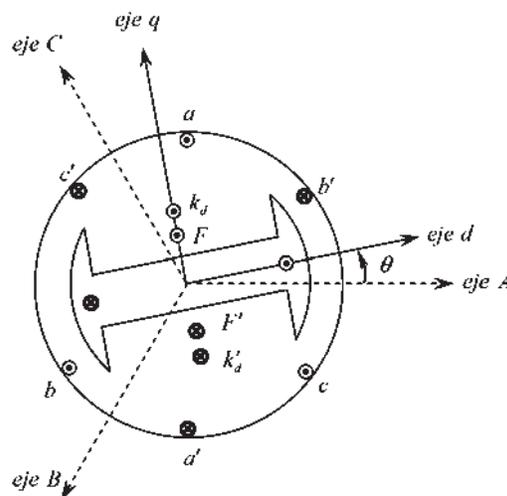


Figura B. 2 Diagrama de referencias del Generador Síncrono.

En forma similar, es conveniente definir un eje de referencia girando a la velocidad síncrona, el cual nos permitirá medir la desviación de los ejes del rotor dada una perturbación. Considerando el eje de la fase de armadura a sobre el cual se mide el desplazamiento angular de los ejes del rotor y el eje de referencia, dicho desplazamiento se ilustra en la Figura B.3.

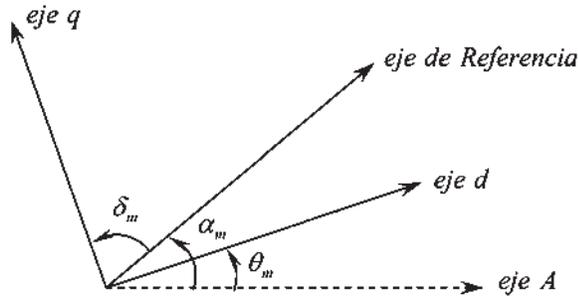


Figura B. 3 Ángulos y referencias del Generador Síncrono.

De la Figura B.3, el movimiento angular del eje directo del rotor caracterizado por el ángulo mecánico θ_m , es medido con respecto al eje de referencia estacionario A del estator. Consecuentemente θ_m se incrementa continuamente con el tiempo y a la velocidad de sincronismo, tal que puede ser definido como:

$$\theta_m = \omega_0 t + \theta_0 \quad (\text{B.1})$$

donde θ_m es el ángulo instantáneo entre los ejes d y el eje A y θ_0 es el valor inicial de θ_m .

De igual manera, es conveniente definir un eje de referencia girando a la velocidad síncrona $\omega_0 t$. El movimiento angular de este eje con respecto al eje estacionario es definido por la ecuación:

$$\alpha_m = \omega_0 t + \alpha_0 \quad (\text{B.2})$$

donde α_m es el ángulo instantáneo entre los eje de referencia y el eje A y α_0 es el valor inicial de α_m .

Debido a que, durante procesos transitorios, el ángulo del rotor θ_m no se incrementa uniformemente con respecto al eje estacionario conforme transcurre el tiempo, es conveniente

expresar la posición angular del rotor con respecto al eje de referencia que gira a la velocidad síncrona; es decir, la aceleración o desaceleración del rotor al ocurrir un evento transitorio. Con base a la Figura B.3, la relación entre ambas posiciones es dada por,

$$\delta_m + \alpha_m = \theta_m + \frac{\pi}{2} \quad (\text{B.3})$$

donde δ_m es el desplazamiento angular del rotor, en radianes mecánicos, con respecto al eje de referencia, girando a velocidad síncrona. Como se observa en la Figura B.3, este ángulo del rotor se mide entre el eje de cuadratura de la máquina y el eje de referencia. Substituyendo la ecuación (B.1) y (B.2) en (B.3) se obtiene,

$$\delta_m + \alpha_0 = \theta_0 + \frac{\pi}{2} \quad (\text{B.4})$$

Despejando θ_0 y substituyendo en la ecuación (B.1) se tiene,

$$\theta_m = \omega_0 t + \delta_m + \alpha_0 - \frac{\pi}{2} \quad (\text{B.5})$$

Derivando la ecuación (B.5) con respecto al tiempo se obtiene,

$$\frac{d\theta_m}{dt} = \omega_0 + \frac{d\delta_m}{dt} \quad (\text{B.6})$$

donde, $\frac{d\theta_m}{dt}$ es la velocidad angular del rotor con respecto al eje estacionario A y $\frac{d\delta_m}{dt}$ es la velocidad angular del rotor con respecto al eje de referencia. Es claro que $\frac{d\delta_m}{dt}$ será diferente de cero sólo en eventos transitorios; es decir, esta cantidad o término representa la desviación de la velocidad del rotor con respecto a la velocidad síncrona. Por lo tanto, en estado estable la velocidad del rotor es igual a la velocidad de sincronismo. La aceleración del rotor se obtiene al derivar la ecuación (B.6) con respecto al tiempo, es decir,

$$\frac{d^2\theta_m}{dt^2} = \frac{d^2\delta_m}{dt^2} \quad (\text{B.7})$$

B.2 Ecuación de Oscilación del Generador Síncrono

De acuerdo a lo descrito en la sección anterior, cuando el sistema se encuentra operando en estado estable, los generadores conectados en el sistema se encuentran girando a la velocidad de sincronismo; esto es, el rotor gira a la misma velocidad que el campo del estator. Sin embargo, cuando ocurre algún disturbio la velocidad del rotor es diferente a la velocidad síncrona, produciéndose un cambio en la diferencia angular en los campos magnéticos del rotor y estator. Lo anterior origina variaciones entre los pares mecánicos y eléctricos, originándose oscilaciones de potencia eléctrica en el sistema. La ecuación que representa esta dinámica del rotor, con respecto a la velocidad de sincronismo, es llamada ecuación de oscilación. Esta ecuación es esencialmente la segunda ecuación de Newton, la cual establece que el par de aceleración del rotor es el producto escalar de su momento de inercia y su aceleración angular, es decir,

$$J \frac{d^2\theta_m}{dt^2} = J \frac{d^2\delta_m}{dt^2} = T_a \quad (\text{B.8})$$

donde J es el momento de inercia de la masa del rotor en $\text{Kg}\cdot\text{m}^2$.

De manera análoga, el par de aceleración puede ser expresado como la diferencia entre el par mecánico y el par eléctrico, así como el par de amortiguamiento T_d debido al acoplamiento entre la turbina y el rotor del generador. Entonces, una expresión alternativa para el par de aceleración T_a es,

$$T_a = T_m - T_e - T_d \quad (\text{B.9})$$

Debido a que la potencia es igual al producto de la velocidad angular del rotor y el par, las ecuaciones (B.8) y (B.9), pueden ser expresadas como:

$$J\omega_r \frac{d^2\delta_m}{dt^2} = P_m - P_{ge} - P_d \quad (\text{B.10})$$

donde $J\omega_r$ es el momento angular, cuando el rotor gira a velocidad síncrona ω_0 , $J\omega_r = J\omega_0 = M$ esto ocurre solo en estado estable, por lo tanto la ecuación (B.10) se puede expresar como:

$$M \frac{d^2\delta_m}{dt^2} = P_m - P_{ge} - P_d \quad (\text{B.11})$$

En estudios dinámicos, es factible encontrar como dato a la constante de inercia H , la cual relaciona la energía cinética almacenada en el generador con su capacidad nominal de potencia. Matemáticamente se tiene:

$$H = \frac{W_k}{S_{B(3\phi)}} = \frac{1}{2} \frac{J\omega_0^2}{S_{B(3\phi)}} = \frac{1}{2} \frac{M\omega_0}{S_{B(3\phi)}} \quad (\text{B.12})$$

De la ecuación anterior, solucionando para M y sustituyendo en (B.11),

$$\frac{2H}{\omega_0} S_{B(3\phi)} \frac{d^2\delta_m}{dt^2} = P_m - P_{ge} - P_d \quad (\text{B.13})$$

El manejo de unidades es muy importante en los sistemas eléctricos, por tal motivo la ecuación anterior la podemos expresar en p.u., como;

$$\frac{2H}{\omega_0} \frac{d^2\delta_m}{dt^2} = P_m - P_{ge} - P_d \quad p.u. \quad (\text{B.14})$$

Dado que, δ_m y ω_0 tienen unidades consistentes las cuales pueden ser expresadas en ángulos mecánicos o eléctricos. Así que podemos definir como:

$$\frac{2H}{\omega_0} \frac{d^2\delta}{dt^2} = P_m - P_{ge} - P_d \quad p.u. \quad (\text{B.15})$$

Finalmente, la potencia de amortiguamiento P_d se puede definir simplemente en función de la desviación de la velocidad con respecto a la de sincronismo:

$$P_d = D \frac{d\delta}{dt} \quad (\text{B.16})$$

De tal forma,

$$\frac{2H}{\omega_0} \frac{d^2\delta}{dt^2} = P_m - P_{ge} - D \frac{d\delta}{dt} \quad (\text{B.17})$$

A esta última ecuación se le llama ecuación de oscilación del generador síncrono, donde D es el coeficiente de amortiguamiento, δ denota el ángulo del rotor en radianes eléctricos y ω_0 es la velocidad síncrona en radianes eléctricos por segundo.

Apéndice C

Datos de Sistemas Eléctricos

C.1 Introducción

En este Apéndice se muestran los datos generales y configuraciones de los sistemas utilizados para realizar los casos de estudio que se incluyeron en este trabajo. La potencia base de los sistemas se considera de 100 MVA, las constantes de inercia y tiempo están dadas en segundos y las impedancias en p.u.

C.2 Sistema Maquina Nodo Infinito.

El sistema MBI se encuentra conectado como lo muestra la Figura C.1 y los datos en las Tablas correspondientes.

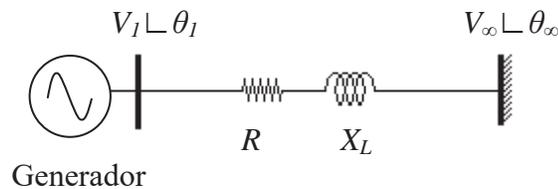


Figura C. 1 Sistema MBI.

Tabla C. 1 Datos de línea de transmisión.

Del Nodo	Al nodo	R	X_L	B_{Total}
1	2	0.0002	0.1364	0.0580

Tabla C. 2 Datos del generador.

Nodo	x_d	x'_d	x_q	x'_q	τ'_{d0}	τ'_{q0}	H	D
1	0.8958	0.1198	0.8645	0.1969	6.0	0.535	3.54	0.057

C.3 Sistema Multimaquina WSCC de 3 maquinas 9 nodos

El sistema WSCC se encuentra conectado como lo muestra la Figura C.2 y los datos en las Tablas correspondientes.

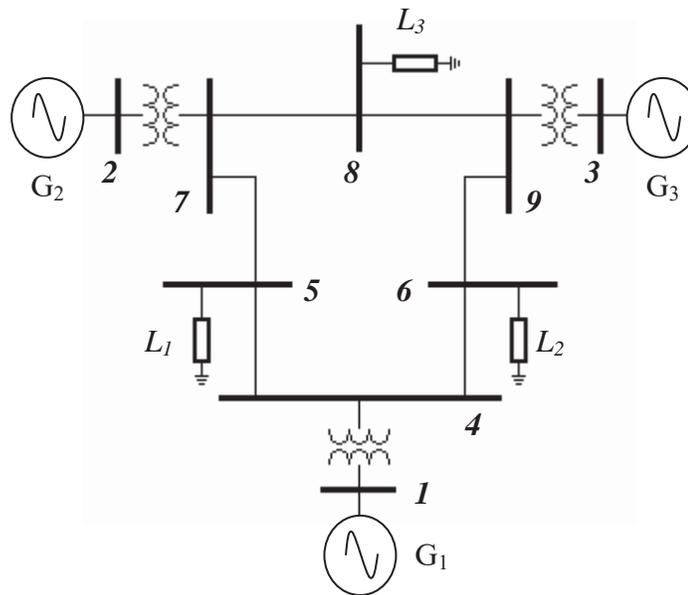


Figura C. 2 Sistema WSCC de 3 maquinas y 9 nodos.

Tabla C. 3 Datos de las líneas de transmisión.

Del nodo	Al nodo	R	X_L	B_{Total}
1	4		0.1184	
2	7		0.1823	
3	9		0.2399	
4	5	0.010	0.085	0.088
4	6	0.017	0.092	0.079
5	7	0.032	0.161	0.153
6	9	0.039	0.170	0.179
7	8	0.0085	0.072	0.0745
8	9	0.0119	0.1008	0.1045

Tabla C. 4 Datos de los generadores.

Nodo	x_d	x'_d	x_q	x'_q	τ_{d0}	τ'_{q0}	H	D
1	0.146	0.0608	0.0969	0.0969	8.96	0.31	23.64	0.01254
2	0.8958	0.1198	0.8645	0.1969	6.0	0.535	6.40	0.0068
2	1.3125	0.1813	1.2578	0.25	5.89	0.6	3.01	0.0048

Tabla C. 5 Datos de las cargas.

Nodo	R_{Carga}	X_{Carga}
5	1.25	0.50
6	0.90	0.30
7	1.00	0.35

C.3 Parámetros de los Dispositivos SIFLETCA

Las tabas C.5 y C.6 muestran los datos de las constantes utilizados en los dispositivos SIFLETCA, que se incorporaron a los sistemas.

Tabla C. 6 Datos del CEV.

K	T_c	T_b	K_p	K_i
0.1	0.02	0.02	0.0	100

Tabla C. 7 Datos del CAS.

K_i	T_s	T_t	S_k
5	0.02	0.02	0.0 ó $-1/X_L$

Bibliografía

[Pai, 1981]

M. A. Pai, "*Power System Stability*". New York, NY: North-Holland Publishing Company, 1981.

[Frank, 1978]

Paul M. Frank, "*Introduction to System Sensitivity Theory*". New York, NY: Academic Press. 1978.

[Tomovic y Vukobratovic, 1970]

R. Tomovic and M. Vukobratovic, "*General Sensitivity Theory*". New York, NY: American Elsevier Publishing Company, 1970.

[Sauer y Pai 1998]

Meter W. Sauer and M. A. Pai, "*Power System Dynamics and Stability*", Upper Saddle River, New Jersey, Prentice Hall, 1998.

[Anderson y Fouad, 1994]

Paul M. Anderson and A. A. fouad, "*Power System Control and Stability*", The Institute of Electrical and Electronics Engineers, NY, IEEE Press, 1994.

[Kundur, 1993]

Prabha Kundur, "*Power System Stability*", Printed and bound by R.R. Donnelley & Sons Company. Inc. McGraw-Hill, 1993.

[Chapra y Canale, 2002]

Steven C. Chapra and Raymond P. Canale, "*Métodos numéricos para ingenieros*", Cuarta edición en español por la compañía McGraw-Hill, 2002.

[Martins et al. 2000]

N. Martins, H.J.C.P Pinto and J.J. Paserba, "*Using a TCSC for line power scheduling and system oscillation damping-small signal and transient stability studies*" , IEEE, Power Engineering Society Winter Meeting 2000, Vol. 2, No. 23-27, pp 1455-1461, Jan. 2000.

[Mathews y Fink, 2000]

John H. Mathews and Kurtis D. Fink, “*Métodos numéricos con Matlab*”, Primera edición en español por Prentice Hall Iberia S.R.L, 2000.

[Hingorani, 1993]

Hingorani N. G., “*Flexible AC Transmission Systems*”, IEEE Spectrum, Vol. 30, No. 4, April 1993, pp. 40-15.

[IEEE, 1994]

IEEE, “*Static VAR compensator models for power flow and dynamic performance simulation*”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 9, No. 1, pp 229–240, Feb. 1994.

[Venkata et al. 1973]

S. S. Venkata, W. J. Eccles and J. H. Noland 1973, “*Multi-parameter sensitivity analysis of power system stability by Popov’s method*”, International Journal of Control, Vol. 17, No. 2, pp. 291-304, 1973.

[Pai et al. 1984]

M. A. Pai, P. W. Sauer and K. D. Demae, “*Direct methods of stability analysis in dynamic security assessment*”, presented at IFAC World Congress, Budapest, paper No. 1.1/A4, July 1984.

[Xue et al. 1988]

Y. Xue, T. Van Cutsem and M. Pavella, “*Real-time analytic sensitivity method for transient security assessment and preventive control*”, IEE Proceedings, Vol. 135, No. 2, pp. 107-117, March 1988.

[Vittal et al. 1989]

V. Vittal, E-Z. Zhou, C. Hwang and A. A. Fouad, “*Derivation of stability limits using analytical sensitivity of the transient energy margin*”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 4, pp. 1363-1372, Nov. 1989.

[Stroev y Putiatin, 1996]

V. A. Stroev and E. V. Putiatin, “*The use of equations in variation for the forecast of electrical power system transients*”, in Proceeding of the 12th Power System Computation Conference, Dresen, Germany, pp. 201-206, Aug. 1996.

[Da-Zhong et al. 1999]

F. Da-Zhong, T. S. Chung and A. K. David, “*Evaluation of transient stability limit using a transient time margin sensitivity approach*”, *Electrical Power System Research*, Vol. 52, No. 1, pp. 19-27, Oct. 1999.

[Hiskens et al. 1999]

V. A. Hiskens, M. A. Pai and T. B. Nguyen, “*Dynamic contingency analysis studies for inter-area transfer*”, in *Proceeding of the 13th Power System Computation Conference*, Trondheim, Norway, pp. 345-350, June-July. 1996.

[Hiskens y Koeman, 1999]

I. A. Hiskens and A. Koeman, “*Power system parameter estimation*”, *Journal of Electrical and Electronics Engineering, Australia*, Vol. 19, No. 1-2, pp. 1-8, June 1999.

[Pavella et al. 2000]

M. Pavella, D. Ernst and D. Ruiz-Vega, “*Transient Stability of Power System: A Unified Approach to Assessment and Control*”, Norwell, MA: Kluwer Academic Publisher, 2000.

[CIGRE, 1981]

CIGRE working group, 36-05, “*Harmonics, Characteristic Parameters, Methods of Study, Estimates of existing Values en the Networks*”, *Electra*, No. 77, pp35-54, July 1981.

[Laufenberg, 1997]

M. J. Laufenberg, “*Dynamic Sensitivity Functions and the Stability of Power Systems with FACTS Controllers*”, Ph. D. dissertation, University of Illinois at Urbana-Champaign, 1997.

[Hiskens y Akke, 1999]

I. A. Hiskens and M. Akke, “*Analysis of the nordel power grid disturbance of January 1, 1997 using trajectory sensitivity*”, *IEEE Transactions on Power System*, Vol. 14, No. 3, pp. 987-994, Aug. 1999.

[IEEE, 2001]

IEEE Special publication, “*Voltage Stability Assessment: Procedures and Guides*” IEEE/PES, January 2001.

[Avramovic y Fink, 1995]

B. Avramovic and L. H. Fink, “*Energy management systems and control of FACTS*”, Electrical Power and Energy Systems, Vol. 17, No. 3, pp. 195-198, 1995.

[Padiyar y Uma, 1995]

K. Padiyar and K. Uma Rao, “*Investigation of power flow control schemes with controlled series compensation*”, presented at EHV Technology Conference, Bangalore, India, August 1995.

[Ghosh et al. 2004]

A. Ghosh, D. Chatterjee, P. Bhandiwa and M. A. Pai; “*Trajectory sensitivity analysis of TCSC compensated power systems*”, Power Engineering Society General Meeting. IEEE, pp. 1516–1521. 6-10 June 2004.

[Coronado, 2001]

Ixtláhuatl Coronado G. “*Ubicación de dispositivos FACTS desde una perspectiva dinámica*”, tesis M.C., CINVESTAV del IPN, Unidad Guadalajara, Septiembre de 2001.

[Habur y O’Leary]

Klaus Habur and Donal O’Leary, “*FACTS-For cost effective and reliable transmission of electrical energy*”, the world bank on assignment with the Siemens Power generation Group (KWU) in Erlangen, Germany.

[Alberto y Bretas, 1998]

Luis F. C. Alberto and Newton G. Bretas, “*Synchronism versus stability in power system*”, Electrical Engineering department, Engineering School of São Carlos, Brazil, 1998.

[IEEE/CIGRE, 2004]

IEEE/CRIGRE, “*Definition and classification of power system stability*”, IEEE transactions on power systems, Vol. 19, No. 2, mayo 2004.

[Kasusky, 2002]

Raúl. G. Kasusky, “*Análisis de Inestabilidades en Sistemas Eléctricos de Potencia por Medio de la Teoría de Bifurcación*”. Tesis M.C., instituto tecnológico de Morelia, programa de graduados e investigación en ingeniería eléctrica, octubre de 2002.