



**UNIVERSIDAD MICHUACANA DE  
SAN NICOLÁS DE HIDALGO**

**DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO DE  
LA FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA**

**“EQUIVALENTES EN EL DOMINIO DEL TIEMPO  
PARA EL ANALISIS DINAMICO DE  
SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA”**

**TESIS**

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE  
MAESTRO EN INGENIERIA ELECTRICA**

**PRESENTA  
ING. DAVID XICOTENCATL RUEDA LOPEZ**

**DIRECTOR DE TESIS  
DR. J. AURELIO MEDINA RIOS**

**CO-DIRECTOR DE TESIS  
DR. CLAUDIO FUERTE ESQUIVEL**

**MORELIA, MICHUACAN, DICIEMBRE DE 2007**



# INDICE

Carta de aprobación de tesis	I
Resumen / Abstract	II
Agradecimientos	IV
Indice	V
Lista de Figuras	VII
Lista de Símbolos y Abreviaciones	IX
<b>Capítulo 1 Introducción</b>	
1.1 Revisión del estado del arte	1
1.2 Objetivos del trabajo de tesis	11
1.3 Descripción de capítulos	12
<b>Capítulo 2 Modelos trifásicos de elementos de transmisión del sistema de potencia</b>	
2.1 Introducción	14
2.2 Modelos detallados del sistema de potencia.	15
2.2.1 Modelo del transformador	16
2.2.2 Modelo de la línea de transmisión	18
2.3 Efectos del modelado en la precisión del análisis armónico	21
<b>Capítulo 3 Métodos para la obtención de equivalentes en sistemas de potencia</b>	
3.1 Introducción	28
3.2 Modelado del sistema de potencia en el dominio de la frecuencia	28
3.2.1 Síntesis de redes	30
3.2.1.1 Método de Hingorani y Burbery	30
3.2.1.2 Método de Morched y Brandwajn	33
3.3 Métodos en el dominio del tiempo	35
3.3.1 Métodos existentes	37
3.4 Incorporación de efectos no lineales.	37

<b>Capítulo 4 Determinación del equivalente del sistema eléctrico en el dominio del tiempo para el análisis dinámico</b>	
4.1 Introducción	39
4.2 Identificación de la función de transferencia del sistema de potencia	40
4.3 Modelado del sistema de potencia en el dominio del tiempo	43
4.3.1 Conceptos de modelado en el dominio del tiempo	43
4.3.2 Conversión del modelo	45
4.3.3 Modelo en el dominio del tiempo	47
<b>Capítulo 5 Casos de estudio.</b>	
5.1 Caso de estudio 1	48
5.2 Caso de estudio 2	55
<b>Capítulo 6 Conclusiones y Sugerencias para trabajos futuros</b>	
6.1 Conclusiones	63
6.2 Sugerencias para investigaciones futuras	64
<b>Apéndice 1</b>	
Estimación de parámetros por el método de mínimos cuadrados (LSM)	A.1
<b>Apéndice 2</b>	
Parámetros del sistema de prueba 1	A.6
Parámetros del sistema de prueba 2	A.7
<b>Bibliografía</b>	A.10

## *Resumen*

---

---

En este trabajo se inicia con un análisis de modelos trifásicos de los elementos de transmisión del sistema eléctrico, en particular el modelo del transformador y de la línea de transmisión, los cuales son utilizados para el cálculo de transitorios electromagnéticos por el programa PSCAD/EMTDC, se describen sus características no lineales y su respuesta a la frecuencia, haciendo hincapié en las diferencias de interacción entre el componente y el resto del sistema de ca.

Se analiza la incorporación de elementos no lineales en los análisis dinámicos de sistemas eléctricos de potencia, en donde se concluye, que una forma factible de considerar éstos elementos no lineales es por medio de la información intrínseca en las formas de onda del voltaje y corriente del sistema bajo condiciones transitorias y no necesariamente considerando el modelo detallado de los elementos del sistema, se describe el modelo del equivalente utilizado en la tesis, el cual se obtiene tomando en cuenta efectos no lineales bajo condiciones generadas al energizar un banco de capacitores en el sistema de potencia. La información de los efectos no lineales, se encuentra implícita en la medición de las señales de voltaje y corriente, en el nodo de interfase de la parte del sistema de ca que será sustituido por el equivalente, éstas señales son obtenidas bajo condiciones presentes en el sistema de potencia, como lo son la energización de bancos de capacitores y de líneas de transmisión.

Los resultados de la aplicación de la técnica desarrollada permiten determinar que la técnica permite un modelado muy preciso del sistema de potencia con un nivel moderado de complejidad en cuanto a la aplicación de la técnica, sin embargo, es una técnica robusta en cuanto al requerimiento de cómputo por las variables resultantes de gran dimensión.

Finalmente se obtiene un equivalente preciso, capaz de reproducir el comportamiento lineal y no lineal del sistema de potencia, aprovechando las condiciones y los elementos existentes dentro del sistema de potencia, en base a la información obtenida al realizar la energización de un banco de capacitores en el sistema de potencia.

## *Abstract*

---

---

This work begins with an three-phase analysis of the models of the transmission elements of the power system, in particular the model of the transformer and the transmission line, which are used for calculate electromagnetic transients by program PSCAD/EMTDC, to their nonlinear characteristics and their answer to the frequency are described, insisting on the differences of interaction between the component and the rest of the *ca* system.

The incorporation of nonlinear elements is analyzed, in where is conclude, that a feasible form to consider these nonlinear elements is by means of the intrinsic information in the waveform of the voltage and current of the system under capacitor switching operations conditions and not necessarily considering the model detailed of the system elements, describes the equivalent model of the dynamic one used in the thesis, which is obtained taking into account effects nonlinear under transient conditions in the power system. The information of the nonlinear effects, is implicit in the measurement of the signals of voltage and current, in the node of interphase of the power system that will be replaced by the equivalent one, these signals are obtained under present conditions in the power system, as they are it the switching transients.

The results of the application of the developed technique allow determining that it is a technique that allows precise modeling of the power system with a moderate level of complexity as far as the application of the technique, nevertheless, it is a robust technique as far as the requirement of compute calculation by the resulting variables of great dimension.

Lastly a precise equivalent has been obtained, able to reproduce the behavior linear and nonlinear of the power system, taking advantage of the existing conditions and elements within the power system, on the basis of the recorded data obtained of the voltage and current of the system under capacitor switching operations conditions on the power system.

## *Agradecimientos*

---

---

*Al finalizar este trabajo que representa la culminación de una etapa en mi vida y el comienzo de otra, ésta se vislumbra llena de entusiasmo, optimismo y logros siempre encaminados a mejorar como profesionalista y sobre todo como ser humano. Una combinación de esfuerzos ha hecho posible esta conclusión y como principio básico de justicia quiero agradecer la ayuda, soporte y orientación de personas que han intervenido en mi información.*

*Principalmente a mi director de tesis Dr. Aurelio y a mi co-director Dr. Claudio, que con su ejemplo y dedicación a la dirección de mi trabajo han logrado sembrar en mí la semilla del conocimiento y la sed de la investigación.*

*A mis maestros, porque de manera desinteresada me han regalado sus valiosos conocimientos. Personas indispensables para la formación del profesionalista del mañana. Siempre los recordaré...*

*Con respeto, consejos y cariño también han contribuido en mi formación como profesionalista y persona mis Amigos, gracias por todas las experiencias y conocimientos compartidos.*

*A mis queridos tíos, Ma. Eugenia y Francisco; que con su apoyo, cariño, dedicación, fuerza interior y sobre todo con su ejemplo, no me han permitido más que seguir superándome y me han enseñado que la esperanza, como el amor, es una cualidad indispensable de la vida...*

*Finalmente es grato para mí el poder expresar un gran agradecimiento a mi familia, que con su esfuerzo y paciencia me ha podido permitir él desarrollarme profesionalmente. Gracias Caludia y Stefanie por darme fuerzas para continuar. Gracias hermanos por permitir desarrollarme junto a ustedes. Gracias Papá y Mamá a su apoyo moral, económico y sobre todo sentimental que me han brindado en toda mi vida. A ustedes dedico este trabajo.*

## *Lista de Figuras*

---

---

2.1 Sistema de potencia representado como un Sistema Externo y un Subsistema de Estudio.	15
2.2 Representación esquemática de un transformador trifásico de dos devanados en PSCAD/EMTDC	16
2.3 Método de Bergeron para el modelo de la línea de transmisión.	19
2.4 Método en el dominio de las fases para el modelo de la línea de transmisión.	20
2.5 Sistema de <i>ca</i> utilizado para el estudio.	23
2.6 Contenido armónico inyectado por el elemento no lineal.	24
2.7 Contenido armónico en el nodo de interfase con el modelo en el dominio de las fases de la línea de transmisión.	25
2.8 Contenido armónico en el nodo de interfase con el modelo de Bergeron de la línea de transmisión.	26
2.9 Diferencia en % del contenido armónico en el nodo de interfase.	27
3.1 Configuraciones de síntesis de redes propuestas por Hingorani y Burberry	30
3.2 Modelo sin pérdidas de Hingorani y Burberry	31
3.3 Estructura del modelo de Morched y Brandwajn	33
3.4 Modelo sin pérdidas de Morched y Brandwajn	34
3.5 Formulación generalizada para la obtención de equivalentes en el dominio del tiempo.	36
4.1 Representación de un sistema en el tiempo discreto.	43
5.1 Sistema de prueba 1.	48
5.2 Sistema equivalente.	49
5.3 Transitorio provocado por una carga capacitiva en el sistema de prueba 1.	50
5.4 Comparación de la respuesta del modelo de orden 1 y el sistema de potencia.	52
5.5 Comparación de la respuesta del equivalente de orden 2 y el sistema de potencia.	54
5.6 Sistema de prueba del caso de estudio 2.	55
5.7 Comportamiento de la corriente durante el transitorio provocado por una carga capacitiva del sistema de prueba 2.	56

5.8 Comportamiento del voltaje durante el transitorio provocado por una carga capacitiva del sistema de prueba 2.	57
5.9 Comparación de la respuesta del modelo de orden 1 y el sistema de potencia del caso de prueba 2.	58
5.10 Comparación de la respuesta del equivalente de orden 2 y el sistema de prueba 2.	60
5.11 Comparación de la respuesta del equivalente de orden 3 y el sistema de prueba 2.	62



## *Lista de Símbolos y Abreviaciones*

---

---

$R$ ;	Resistencia
$L$ ;	Inductancia
$C$ ;	Capacitancia
$Z$ ;	Variable utilizada en el dominio de la frecuencia
$EMTP$ ;	Programa de transitorios electromagnéticos
$CPU$ ;	Unidad de procesamiento central
$ARMA$ ;	Modelo auto regresivo de media móvil
$TSR$ ;	Recursión de doble lado
$VSD$ ;	Componentes de velocidad variable
$HVDC$ ;	Corriente directa de alto voltaje
$HDDTF$ ;	Función de transferencia dinámica en el dominio armónico
$HSE$ ;	Estimación de estado armónico
$PSCAD/EMTDC$ ;	Software de transitorios electromagnéticos de potencia creado por HVDC Labs of Manitoba Hydro
$FACTS$ ;	Sistema de transmisión flexible de corriente alterna
$TSAT2I$ ;	Modelo de saturación magnética utilizado en PSCAD-EMTDC
$LCK$ ;	Ley de corrientes de Kirchhoff
$\Delta t$ ;	Incremento de tiempo
$\vec{V}$ ;	Vector de fasores de voltaje
$\vec{I}$ ;	Vector de fasores de corriente
$Y(f)$ ;	Matriz de admitancias equivalentes dependientes de la frecuencia
$b(f)$ ;	Vector de fuentes de corriente dependientes de la frecuencia
$Y(s)$ ;	Admitancia dependiente de la variable $s$
$\omega_i$ ;	Frecuencia angular $i$
$Z_{eq}$ ;	Impedancia del circuito equivalente
$Y_{eq}$ ;	Admitancia del circuito equivalente

$Z_{sist}$ ; Impedancia del sistema

$Y_{sist}$ ; Admitancia del sistema

$u(k)$ ; Entrada  $k$  en el dominio del tiempo discreto

$y(k)$ ; Salida  $k$  en el dominio del tiempo discreto

$H(Z)$ ; Función de transferencia en el dominio del tiempo discreto

*MISO*; Modelo de múltiples entradas y una salida

*MIMO*; Modelo de múltiples entradas y múltiples salidas

*KVAR*; Kilo volt ampere reactivos

*MATLAB*; Matrix Laboratory. Programa de análisis numérico creado por The MathWorks

# Capítulo 1

## Introducción

---

### *1.1 Revisión del estado del arte*

En estudios de transitorios electromagnéticos se requiere un modelo detallado del sistema a estudiar. Modelar a detalle todo el sistema puede resultar prohibitivo en términos del tiempo y esfuerzo computacional requerido, por lo que resulta apropiado el utilizar equivalentes para reducir la complejidad del modelo del sistema cuando se obtiene la solución dinámica del mismo. El equivalente debe reflejar de manera precisa la respuesta del sistema de *ca*.

En la determinación de equivalentes en sistemas de potencia fue precursor el estudio realizado por Hingorani y Burbery (1970), donde propone un equivalente para el estudio de sistemas de HVDC, compuesto de ramas *RLC* en derivación, el cual presenta una característica impedancia - frecuencia similar a la del sistema de *ca* para un número limitado de frecuencias. Se considera como primer paso, el circuito equivalente sin pérdidas ( $R = 0$ ), lo cual provoca una primera aproximación a los valores de *L* y *C*, el cual mejora al aplicar un factor de escalamiento, pero aún así el equivalente solo es capaz de representar a el sistema de forma aproximada hasta la quinta armónica; a frecuencias armónicas mayores el equivalente tiene una inadecuada precisión para representar la respuesta del sistema.

Para representar la respuesta de una parte del sistema eléctrico, en una contribución posterior [Dommel 1971], se aplica una técnica para la solución de ecuaciones diferenciales

para representar elementos no lineales y variantes en el tiempo en simulaciones digitales de transitorios electromagnéticos, la cual disminuye considerablemente el tiempo de solución de la red no lineal. Mediante el método de compensación y técnicas de reducción utilizada (como el método Bergeron para el cálculo de transitorios en líneas con parámetros distribuidos), es posible reducir el tiempo que se consume en el proceso de solución de estos elementos, considerando solamente un análisis más detallado a las ramas o nodos incidentes a estos elementos. En este trabajo, la parte lineal y más grande de la red es resuelta con técnicas de solución más rápidas como la de integración de ecuaciones diferenciales por medio de la regla trapezoidal.

Un método digital de análisis de armónicos desarrollado para medir la amplitud y fase de armónicos en un sistema de potencia y estimar la impedancia equivalente del sistema a esas frecuencias armónicas fue desarrollado [Crevier y Mercier 1978], en donde los resultados de precisión en la amplitud son aceptables, pero poco precisos en cuanto a los ángulos de fase de la impedancia equivalente. En otra contribución se presenta un modelo más rápido y preciso de la línea de transmisión para estudios de transitorios electromagnéticos, consistente en bloques *RC* en serie; las rutinas utilizadas para la estimación de los parámetros del equivalente no presentan dificultades numéricas y son fáciles de utilizar, ya que no requieren de valores de aproximación de parte del usuario [Martí 1982]. Sin embargo, este trabajo carece de consideraciones importantes como lo son el desbalance del sistema y la transposición de líneas.

Más adelante se propone un método basado en el trabajo de Hingorani y Burberry, en el cual se incorporan un par de ramas para mejorar la precisión del equivalente a frecuencias altas y a la fundamental, por lo que el equivalente representa con más precisión el comportamiento del sistema original en un rango amplio de frecuencias [Morched y Brandwajn 1983]. Sin embargo, aún no se consideran elementos no lineales del sistema ni asimetría en el sistema de potencia por lo que este equivalente está lejos de representar un sistema eléctrico de potencia real en forma precisa.

Técnicas de síntesis directa y de optimización multi-variable basadas en los trabajos realizados por Hingorani y Burberry (1970), son desarrolladas para la obtención de equivalentes dependientes de la frecuencia del sistema de c.a. trifásico [Watson y Arrillaga 1988]. Estos equivalentes modelan la dependencia a la frecuencia de los términos de impedancia propios y mutuos, por lo que se pueden analizar los efectos de acoplamiento entre fases del sistema de potencia. Aunque se tienen respuestas del equivalente a altas frecuencias, estas no son capaces de modelar no linealidades presentes en las formas de onda de los voltajes y corrientes del sistema de potencia.

Dos modelos en el dominio de la frecuencia para la identificación de la característica impedancia-frecuencia fueron propuestos posteriormente [Girgis y Mcmanis 1989]. Ambos métodos se basan en la transformada discreta de Fourier y en el espectro de potencia para encontrar la función de transferencia de la impedancia. Esta característica de impedancia es utilizada entonces para encontrar dos modelos equivalentes de la red. Uno es un modelo polinomial para las partes individuales real e imaginaria de la función de transferencia de impedancia. El segundo modelo es un circuito equivalente basado en los polos y ceros de la impedancia del sistema, éste modelo es una variante del implementado por Hingorani y Burberry. Ambos modelos producen resultados poco precisos para armónicas mayores a la 21 y además hace falta el desarrollar un análisis similar para sistemas multifase.

Posteriormente, se realiza un análisis basado en el dominio del tiempo para identificar los parámetros de un modelo polinomial de una red de transmisión o distribución utilizando mediciones de voltaje y corriente en transitorios que alimentan las frecuencias naturales del sistema [Girgis et al. 1990]. Entre mayor sea el orden del modelo se obtiene una mayor precisión entre los datos simulados y reales. El modelo utilizado en esta contribución ofrece además una función de transferencia en el dominio  $Z$ , una representación en variables de estado y una matriz de impedancias de la red trifásica en el dominio de la frecuencia para análisis de armónicos o estudios de transitorios.

Un modelo del sistema de potencia de *ca*, de una subestación convertidora y del lado de *cd* para estudios de transitorios se presenta en otra contribución, donde se utiliza un método

del tipo Newton para mejorar la característica de convergencia [Christoforidis y Meliopoulos 1990]. Se hace un estudio comparativo en donde se muestra que el modelo usual de la línea de transmisión basado en componentes simétricas (que no incluye el modelado de asimetrías y de retorno por tierra) no predice correctamente la generación de armónicos no característicos cuando el sistema de potencia interactúa con un convertidor. Se propone el modelado de desbalance en la línea de transmisión, del retorno por tierra y del sistema de tierras, que pueden afectar drásticamente el espectro armónico obtenido, se propone otro método de identificación en el dominio del tiempo para estimar la impedancia del sistema. El método considera a la red del sistema como un sistema multi-entradas y multi-salidas, cuya función de transferencia va a ser estimada. La corriente y voltaje trifásicos medidos en el nodo del filtro se utilizan como la entrada y salida para estimar la función de transferencia del sistema, los parámetros de un modelo auto-regresivo son estimados de mediciones de voltaje y corriente. La estructura del modelo auto-regresivo se determina de acuerdo a un criterio de error mínimo y se elige un rango razonable de orden del modelo. Este trabajo ofrece un modelo en el tiempo discreto y un modelo de tiempo continuo y la función de transferencia del sistema se obtiene por medio de la transformada de Laplace del modelo en el espacio del tiempo continuo. Las mejoras de este método en el dominio del tiempo sobre otros es que no requiere de información detallada del sistema que modelará. Este método tiene el potencial de caracterizar sistemas trifásicos desbalanceados.

En un trabajo posterior se presenta en el dominio de la frecuencia un avance en el estudio de sistemas externos para el análisis de transitorios electromagnéticos [Iravani y Semlyen 1993]. Este método requiere que la zona de estudio sea representada en el dominio del tiempo, el sistema externo debe ser lineal e invariante en el tiempo y conectado a la zona de estudio mediante una línea de transmisión con un tiempo de retardo. En el nodo de conexión del sistema externo y la zona de estudio la Transformada Rápida de Fourier (FFT por sus siglas en inglés) provee de la conversión del dominio del tiempo al dominio de la frecuencia y viceversa del dominio de la frecuencia al del tiempo. La precisión y la simplicidad del modelado en la frecuencia se preservan sin perder eficiencia computacional. Comparaciones con los resultados obtenidos del método híbrido con los obtenidos del EMTP verifican la factibilidad computacional y la precisión del método

propuesto. En el mismo año se propone un método en el dominio del tiempo para un modelado preciso de sistemas externos en transitorios electromagnéticos [Abur y Singh 1993]. Se utiliza la respuesta del sistema externo en el dominio del tiempo a una señal de excitación multi-armónica para identificar los parámetros de un modelo en tiempo discreto del sistema externo por medio de un método de estimación de parámetros de mínimos cuadrados. Se valida el equivalente desarrollado por medio de una comparación del transitorio generado con la energización de una línea con el extremo de recepción abierto utilizando el sistema externo completo y el equivalente. Sin embargo, se carece de un análisis para sistemas trifásicos, lo cual sería posible haciendo una extensión de este análisis a sistemas externos multi-puerto.

Sobre el análisis de sistemas multi-puerto [Morched et al. 1993], presenta un método implementado en EMTP para producir un equivalente capaz de reproducir la respuesta a la frecuencia de una porción del sistema vista desde una o más terminales. Los datos de entrada tienen una descripción similar a las redes utilizadas por EMTP y la salida del método es en forma de ramas *RLC*, la cual puede ser incluida directamente en EMTP. Este equivalente está basado en el análisis realizado anteriormente por Morched y Brandwajn (1983), aunque se realiza un ajuste en las ramas *RLC* para mejorar la precisión del equivalente. Las características de este método hacen posible la simulación de sistemas muy grandes utilizando computadoras modestas en cuanto a memoria y CPU se refiere.

Más adelante, se propusieron dos métodos de identificación de la función de transferencia; uno es un método directo tipo ARMA de identificación de la función de transferencia que tiene como principal ventaja su simplicidad y del segundo método su robustez numérica obtenida por la formulación de sus ecuaciones [Smith et al. 1993]. Los resultados de los diferentes métodos muestran que ambas técnicas son formas válidas de obtener los parámetros de un sistema de potencia dinámico. En el trabajo no se toman en cuenta sistemas multi-fase y elementos no lineales.

Sobre la forma en como mejorar el tiempo de análisis para la obtención del equivalente de un sistema de potencia [Domínguez et al. 1994] propone una formulación adaptiva, en la

cual se reduce en un gran número las muestras de la impedancia para obtener la respuesta del sistema de potencia a la frecuencia. Para cada armónico se obtiene una serie de datos de impedancia trifásica, comprendiendo las configuraciones especificadas y condiciones de operación. En el trabajo se muestra el desbalance que existe en cada fase de la impedancia, pero no se toman en cuenta elementos no lineales en la red. Posteriormente, [Abur y Singh 1995] proponen un equivalente obtenido a partir del modelado de un sistema externo multi-puerto, para simular la energización de líneas y transitorios post-falla. Una característica única del modelo es que incorpora de manera explícita el efecto de retraso de onda viajera entre puertos del sistema, lo cual, es logrado gracias a que es capaz de incluir dentro del modelo un equivalente Norton y por cada puerto una fuente de corriente independiente, así se tiene el modelo formado por un número de fuentes de corriente igual al número de puertos. Sin embargo ésta técnica requiere de la obtención de la respuesta del sistema en cada uno de sus puertos, por lo que se debe desconectar el sistema original y ser excitado por medio de una fuente de señales armónicas, lo cual es sumamente costoso computacionalmente. En el trabajo de [Arrillaga et al. 1995], se introduce un nuevo marco de referencia para el análisis armónico de sistemas de potencia en estado estacionario, el dominio armónico, capaz de modelar el acoplamiento entre fases y entre armónicos. En este marco de referencia se utilizan equivalentes Norton de los componentes no lineales, y el sistema se resuelve de manera iterativa por medio de un método Newton-Raphson. Además en dicha contribución se puede estudiar la influencia que tiene la distorsión armónica en el voltaje y corriente de los nodos del sistema. En este mismo año [Angelidis y Semlyen 1995] desarrollan para el cálculo de transitorios en el sistema de potencia una metodología en el dominio de las fases para modelar la línea de transmisión, aplicando convoluciones únicamente sobre las variables de entrada y de salida y que aplica descomposición modal al producto matricial de las matrices de admitancia e impedancia de la línea de transmisión, resultando un nuevo método llamado “recursión de dos lados” (TSR), el cual es comparable en eficiencia con el método existente de convoluciones recursivas o con su equivalente en formulación de variables de estado, es además conceptualmente simple y presenta resultados muy precisos en el cálculo de transitorios en la línea de transmisión. Más adelante, [Arrillaga et al. 1996] presentan un estimador de estado de sistemas de potencia trifásicos con características de desbalance entre fases. En esta contribución se combinan



técnicas de simulación y de medición para la determinación de la respuesta armónica del sistema de potencia, la propuesta toma en cuenta las mediciones de voltajes y corrientes armónicas tomadas exclusivamente en nodos y líneas, seleccionadas en base a la distribución geométrica y eléctrica de las fuentes de armónicos existentes en el sistema de potencia. Las respuestas obtenidas en esta contribución demostraron que la información armónica completa, incluyendo localización y tipo de fuentes de armónicos, puede ser estimada de mediciones parciales de voltajes y corrientes en los nodos del sistema. También, la factibilidad de aplicar la técnica propuesta en tiempo real para una obtención de la respuesta armónica del sistema, más efectiva y económica que la obtenida del análisis completo de las mediciones de voltajes y corrientes aplicadas a todos los nodos del sistema para la determinación de la información armónica completa del sistema de potencia.

En el cálculo de transitorios electromagnéticos de sistemas de potencia es esencial el modelado de la parte de transmisión del sistema. En este marco de referencia la contribución de [Dommel et al. 1997] presenta un nuevo modelo de la línea de transmisión para cálculo de transitorios electromagnéticos en sistemas de potencia, basado en la formulación directamente en el dominio de las fases de la línea de transmisión por lo que no requiere de descomposición modal, pero si de la aplicación de convoluciones en cada paso de tiempo. Este método proporciona una respuesta precisa en condiciones transitorias y de estado estacionario. En el dominio de las fases [Martí y Castellanos 1997] desarrollaron un modelo muy preciso capaz de representar cualquier configuración de asimetría en la línea de transmisión, eficiente y numéricamente estable, sin embargo la principal limitación del modelo es que la línea se subdivide en secciones para simular la naturaleza de distribución de las pérdidas.

Con el incremento en el sistema de potencia del número de componentes de velocidad variable (VSD, por sus siglas en inglés) y de interconexiones de alto voltaje de corriente directa (HVDC, por sus siglas en inglés), la distorsión de la forma de onda de estado estacionario no es determinada solo por armónicos enteros de la frecuencia del sistema de potencia, conteniendo así armónicos no enteros conocidos como inter-armónicos, que son más difíciles de filtrar y pueden causar problemas de control. Para reducir el tiempo

computacional requerido para modelar la generación de inter-armónicos con métodos basados en técnicas Newton, [Arrillaga et al. 2000] presenta un método adaptivo en el dominio armónico que aprovecha la dispersidad inherente que existe en los arreglos de armónicos e inter-armónicos y considera únicamente los armónicos de una magnitud específica. Se obtiene una predicción más rápida y eficiente de los niveles de armónicos e inter-armónicos en el sistema y los resultados obtenidos son idénticos a los obtenidos en el método completo en solo una fracción de tiempo. En este mismo año Arrillaga (2000) provee de una concisa reseña de los modelos disponibles para la integración de electrónica de potencia en simulaciones de estado estacionario y transitorio de sistemas de potencia, en donde refiere que la tendencia es el adoptar un sistema simple y bien documentado de simulación como el EMTP como herramienta universal de trabajo, que con la ayuda de interfaces gráficas el usuario no necesariamente debe entender la complejidad del software, pero si beneficiarse de la variedad de los programas especializados existentes que puede llevar a una mejor solución del problema particular bajo investigación.

Un procedimiento para la construcción de un modelo equivalente de orden reducido de grandes sistemas de potencia es propuesto por [Kwon et al. 2000], donde se propone dividir el sistema de potencia en tres sistemas: el sistema de estudio, que permanece igual al original; el sistema externo, que es la parte del sistema que es reducido por un equivalente y el sistema de conexión, que es la parte del sistema que funciona como conexión o interfase entre el sistema de estudio y el sistema externo. El sistema equivalente es obtenido con la ayuda de un *factor de participación* que indica los nodos del sistema externo que deben ser incluidos en el equivalente, este equivalente muestra una respuesta similar a aquella del sistema original en aspectos estáticos y dinámicos. Una nueva formulación para la obtención de equivalentes basada en el dominio del tiempo y que sintetiza el orden de las matrices que relacionan las variables de estado con las señales de voltaje y corrientes del sistema de potencia, aprovechando la dispersidad inherente en estas matrices, es desarrollada por [Semlyen et al. 2002]. Los resultados muestran una mayor eficiencia computacional en la obtención del equivalente, comparada con la obtenida al calcular el equivalente basado en la representación completa de la red, sin embargo, la técnica aplicada no se encuentra adaptada para utilizarse en sistemas de potencia grandes. Uno de los

problemas más importantes en el modelado de transitorios electromagnéticos es el incluir efectos dependientes de la frecuencia en simulaciones en el dominio del tiempo, la solución numérica, aunque es posible, es computacionalmente ineficiente debido a los recursos de computo requeridos en términos de memoria y tiempo de procesamiento. Además es conocido que la respuesta al impulso es más económica en estos términos mediante una aproximación de una función racional, que la respuesta obtenida mediante la convolución aplicada a una formulación recursiva. Este concepto es aplicado por [Antonini 2003], en donde se obtiene un equivalente de una porción del sistema y un par de polos complejos de la función racional es representada por medio de ramas *RLC* y una fuente controlada, lo que hace factible utilizar el equivalente en cualquier plataforma para su simulación. Más adelante [Morched et al. 2003] proponen una técnica para la identificación del origen y contenido armónico en sistemas de potencia; basado en la utilización de la serie de Fourier, identifica la amplitud y fase de las componentes armónicas de la señal. La dirección del flujo de la potencia armónica real es utilizada entonces para identificar la dirección del flujo de corriente armónica y así establecer su origen. La dirección del flujo de la potencia real armónica esta determinada por el ángulo entre el voltaje y la corriente armónica. La técnica propuesta está basada en la identificación precisa del periodo de la frecuencia fundamental y de las mediciones utilizadas para el cálculo de las componentes de Fourier. Sin embargo la bibliografía existente en este marco de referencia [Lundquist y Bollen 2000], muestra que el flujo de potencia armónica activa en una red de bajo y de medio voltaje varia, dada la interacción entre las cargas y el sistema de potencia. La interacción es debida al cambio en la impedancia de la fuente, causada por los filtros armónicos o los bancos de capacitores y una mezcla de cargas no lineales trifásicas y monofásicas. El flujo de potencia armónica en un cierto punto de un sistema de potencia, con cargas no lineales, no representa el flujo de potencia en el sistema. La potencia armónica activa es parcial o completamente incluida en la potencia activa fundamental, dependiendo de la mezcla de cargas [Lundquist y Bollen 2000].

El espectro de frecuencias utilizado en el análisis de transitorios electromagnéticos muestra picos relacionados con los efectos de resonancia en las líneas principales de transmisión, para analizar este efecto [Semlyen et al. 2003a] desarrollan un equivalente que contiene

modelos simplificados de las líneas de transmisión y representan a los elementos en derivación en el sistema por funciones racionales, como corrección del resto del sistema externo; utilizan técnicas de optimización para mejorar la precisión deseada y mejorar la estabilidad del equivalente, esto reduce el tiempo computacional requerido para la obtención del equivalente y hace de la técnica una herramienta eficiente para análisis en línea. Este mismo año [Semlyen et al. 2003b] introducen el concepto de función de transferencia dinámica en el dominio armónico (HDDTF, por sus siglas en inglés), en donde caracterizan el comportamiento dinámico de un sistema no lineal variante en el tiempo visto desde uno o varios puertos para el análisis de problemas en calidad de la energía en sistemas de potencia. Las ecuaciones de estado no lineales son linealizadas alrededor del estado estacionario periódico del sistema de potencia y se calcula la función de transferencia dinámica con coeficientes periódicos en el dominio armónico. Los resultados mostrados en esta contribución muestran que la dinámica del sistema de potencia se caracteriza en la respuesta a la frecuencia de los elementos de la función de transferencia dinámica y de las cantidades modales, posibilitando el estudio de resonancias en la respuesta a la frecuencia del sistema de potencia.

Más adelante [Arrillaga et al. 2004] proponen un algoritmo de flujos de potencia a frecuencia fundamental y frecuencias armónicas para la solución del problema de la distorsión armónica en sistemas de potencia, basado en el concepto de flujos de potencia armónicos. El algoritmo multifase permite la representación de armónicos e inter-armónicos, así como la inclusión de múltiples fuentes no lineales, determinando de manera precisa la contribución armónica de las fuentes no lineales.

Posteriormente [Watson et al. 2005] desarrolla un método para obtener la información armónica completa a través del sistema de potencia (HSE *Harmonic State Estimation*, por sus siglas en inglés), por medio de un número pequeño de mediciones parciales, sincronizadas y asimétricas de los fasores de voltaje y corriente en nodos y líneas seleccionados. La técnica que presenta analiza un número óptimo de nodos en donde se realizan un número limitado de mediciones para identificar los nodos en donde se encuentran las fuentes de armónicos y la magnitud de éstos. Esta técnica surge en respuesta

a la limitación que existe en la colocación dentro del sistema de más sensores y de una estimación de parámetros más precisa.

Más adelante [Gustavsen 2006] identifica modelos directamente de la respuesta del sistema a la frecuencia, por medio de un método numéricamente robusto que utiliza de aproximaciones racionales en el dominio de la frecuencia para la obtención del equivalente. Los resultados garantizan un equivalente con polos estables; reales o en pares de complejos conjugados.

Las contribuciones citadas previamente nos muestran que en el campo de equivalentes dinámicos y dependientes de la frecuencia se encuentran métodos con características muy importantes en cuanto a la identificación del comportamiento de la impedancia de un sistema de potencia a la frecuencia. El desarrollo de éstos para mejorar su precisión y eficiencia y la implementación de nuevas técnicas es de vital importancia.

## ***1.2 Objetivos de la tesis***

Implementar equivalentes dinámicos capaces de reproducir la respuesta del sistema de potencia de una manera precisa para diferentes estudios de transitorios de baja frecuencia y de estado estacionario, sin importar la configuración del sistema, únicamente utilizando la información contenida en las formas de onda del voltaje y corriente en un punto del sistema de potencia.

El principal objetivo de la tesis es el obtener un equivalente preciso que sea capaz de reproducir el comportamiento lineal y no lineal del sistema de potencia, aprovechando las condiciones y los elementos existentes dentro del sistema de potencia y sobre la información obtenida al energizar bancos de capacitores y líneas de transmisión en el sistema de potencia.

### ***1.3 Descripción de capítulos***

En el Capítulo 1, se presenta un análisis del estado del arte en el desarrollo de equivalentes de sistemas de potencia, se precisan en las contribuciones los aspectos más importantes que hicieron de ellas trabajos fundamentales para el desarrollo de equivalentes.

En el Capítulo 2, se presentan los modelos trifásicos de los elementos de transmisión del sistema eléctrico, en particular el modelo del transformador y de la línea de transmisión, utilizados para el cálculo de transitorios electromagnéticos por el programa PSCAD/EMTDC, describiéndose sus características no lineales y su respuesta a la frecuencia. En este Capítulo se realiza una comparación de la respuesta de dos modelos de la línea de transmisión, uno diseñado para obtener una respuesta para cada frecuencia de análisis y otro diseñado para obtener la respuesta de la línea de transmisión para un amplio rango de frecuencias, haciendo hincapié en las diferencias de interacción entre el componente y el resto del sistema de *ca*.

En el Capítulo 3, se presentan algunos métodos desarrollados para la obtención de equivalentes en el dominio de la frecuencia y en el dominio del tiempo. En el dominio de la frecuencia se presentan de forma detallada las formulaciones de síntesis de redes dadas por las contribuciones de [Hingorani y Burberry 1970] y de [Morched y Brandwajn 1983], de las cuales se puede verificar que son técnicas elegantes y fáciles de implementar. Se mencionan además contribuciones que se han realizado en el dominio del tiempo, como las de [Arrillaga et al. 1995], [Girgis et al. 1990] y [Girgis et al. 1993], finalmente se analiza la incorporación de elementos no lineales en los análisis de transitorios electromagnéticos, en donde se concluye que una forma factible de considerar éstos elementos no lineales es mediante su representación intrínseca en las formas de onda del voltaje y corriente del sistema bajo condiciones transitorias y no considerando su modelado detallado por la complejidad y esfuerzo computacional requerido.

En el Capítulo 4, se describe el modelo del equivalente dinámico utilizado en la tesis, el cual se obtiene tomando en cuenta efectos no lineales bajo condiciones de energización de

un banco de capacitores en el sistema de potencia. La información de estos efectos no lineales se encuentra implícita en la medición de las señales de voltaje y corriente en el nodo de interfase de la parte del sistema de *ca* que será sustituido por el equivalente.

En el Capítulo 5, se muestran los resultados de la aplicación de la técnica desarrollada en el Capítulo 4, en donde se observa que es una técnica con un nivel moderado de complejidad en cuanto a su aplicación, sin embargo es una técnica robusta en cuanto al requerimiento de cómputo por la gran dimensión de las variables resultantes.

En Capítulo 6, para finalizar con esta tesis se presentan las conclusiones que se obtuvieron a la culminación de este trabajo, así como los aspectos que se proponen para tomar en cuenta en trabajos futuros.

## Capítulo 2

### — Modelos trifásicos del sistema de potencia —

---

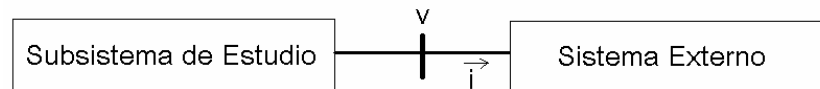
#### *2.1 Introducción*

Se ha reportado que para ciertos estudios de transitorios electromagnéticos de sistemas de potencia solo una parte limitada de la red requiere ser modelada a detalle [Morched et al. 1993]. La parte restante del sistema puede ser representada mediante un equivalente reducido que, idealmente debe reproducir fielmente su comportamiento dinámico y en estado estacionario.

Equivalentes simples, los cuales reproducen la respuesta del sistema a algunas frecuencias introducen errores significativos en el cálculo de transitorios; la representación más común de éstos equivalentes consiste de inductancias simples, obtenidas a partir de las impedancias de corto circuito evaluadas a frecuencia fundamental [Medina 1992]. Esta representación es adecuada únicamente para estudios no complejos tales como estudios de flujos de potencia a frecuencia fundamental. Para otro tipo de estudios, tales como el de análisis de transitorios, se ha hecho necesario el representar de forma más precisa grandes porciones del sistema por medio de un equivalente dinámico [Girgis et al. 1993]. Debido al gran número de las variables a manejar y el tiempo de cómputo involucrado para describir la dinámica del sistema eléctrico de potencia, esto debe realizarse mediante equivalentes dinámicos.



Es apropiado, entonces el utilizar equivalentes para reducir la complejidad del análisis del sistema de potencia. Considere el sistema mostrado en la Figura 2.1, en donde para reducir la complejidad del análisis, se divide el sistema de potencia en dos partes: el *subsistema de estudio*, que es el sistema de interés para el estudio en detalle, el cual deberá ser representado por un modelo detallado que represente de forma precisa el comportamiento de los componentes de dicho subsistema y el *sistema externo* que es la parte restante del sistema, la cual será representada por un equivalente.



**Figura 2.1** Sistema de potencia representado como un Sistema Externo y un Subsistema de Estudio.

El sistema externo puede en general ser representado por una función de admitancia  $H(s)$  que relaciona el voltaje en terminales  $V(S)$  y la corriente inyectada  $I(S)$  en el nodo mediante la ecuación,

$$I(S) = H(S) \cdot V(S) \quad (2.1)$$

## ***2.2 Modelos detallados del sistema de potencia***

El modelado en detalle de componentes del sistema de potencia para la obtención de la impedancia o admitancia armónica equivalente tiene especial significado en estudios tales como:

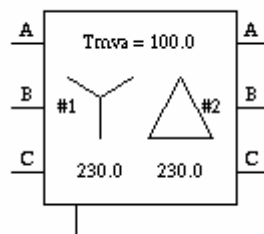
- a) Diseño de sistemas de alto voltaje de *cd* e interconexiones de *ca/cd*
- b) Diseño de filtros de *ca*
- c) Determinación de sobrevoltajes en transitorios de redes de potencia, operaciones de energización de elementos del sistema de potencia, condiciones de falla en estaciones de convertidores y energización de filtros de *ca*

Un modelado preciso del sistema de potencia es entonces requerido para el análisis de transitorios y estudios de propagación de armónicos.

Se han desarrollado diversos modelos detallados de componentes del sistema de potencia, tales como el de la máquina síncrona, transformadores, la línea de transmisión y dispositivos FACTS [Girgis y Mcmanis 1989]. Sin embargo la investigación en el modelado de cargas y la combinación de diferentes componentes no lineales que introducen no linealidades a la red no ha sido aún bien definida.

### 2.2.1 Modelo del transformador.

Normalmente un transformador ideal consiste en una relación de transformación de voltaje ideal, que no consume potencia real o reactiva. Un transformador ideal en PSCAD/EMTDC como el mostrado en la Figura 2.2, consiste en un transformador con cero corrientes de magnetización, lo cual no debe confundirse con una relación de transformación simple en el nivel de voltaje. En la región de saturación, la corriente de magnetización depende del modelo de saturación utilizado.



**Figura 2.2** Representación esquemática de un transformador trifásico de dos devanados en PSCAD/EMTDC

La representación de circuitos mutuamente acoplados es necesaria para el cálculo de transitorios electromagnéticos en sistemas de potencia. Un transformador es un conjunto de devanados mutuamente acoplados.

La relación del voltaje y corriente en un transitorio para un transformador de dos devanados puede escribirse en forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} + L_{12} \\ L_{21} + L_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dI_1 / dt \\ dI_2 / dt \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Donde:

$L_{ii}$  es la inductancia propia del devanado  $i$

$L_{ij}$  inductancia mutua entre devanados  $i$  y  $j$

Es posible con PSCAD/EMTDC modelar circuitos lineales mutuamente acoplados, además de fenómenos no lineales tales como efectos de saturación magnética. Estas no linealidades son representadas utilizando un modelo de saturación. Un adecuado modelo de este efecto no lineal es importante en la mayoría de los estudios que involucran transformadores. La saturación puede representarse de las siguientes dos formas:

- Una inductancia variable a través del devanado más cercano al núcleo o distribuida a través de cada devanado.
- Una fuente de corriente a través del devanado más cercano al núcleo o distribuida a través de cada devanado.

En PSCAD/EMTDC se utiliza la representación de una fuente de corriente, ya que no involucra un cambio en la matriz del subsistema durante la saturación. En PSCAD/EMTDC los modelos de saturación TSAT21 permiten seleccionar el devanado en donde se colocará la fuente de corriente. El modelo de saturación para transformadores de varias piernas distribuye corriente de saturación a través de todos los devanados del transformador. TSAT21 es más rápido, pero el modelo de saturación de varias piernas es más preciso. Sin embargo el modelo tiene limitaciones en los siguientes aspectos:

- Retardo del paso de tiempo.
- No es posible la interpolación.
- Saturación en un lado del transformador.
- Modelado de la parte lineal como una parte no lineal.
- Problemas con el cambio de tap en línea.

Las pérdidas en el núcleo del transformador se modelan como un resistor en derivación con cada devanado del transformador, la corriente a través de éste resistor es incluida en la corriente del devanado. En la mayoría de los estudios, las pérdidas en el núcleo y en

devanados se desprecian, ya que influyen muy poco en el resultado. Las pérdidas en los devanados se modelan adicionando un resistor en serie con cada devanado.

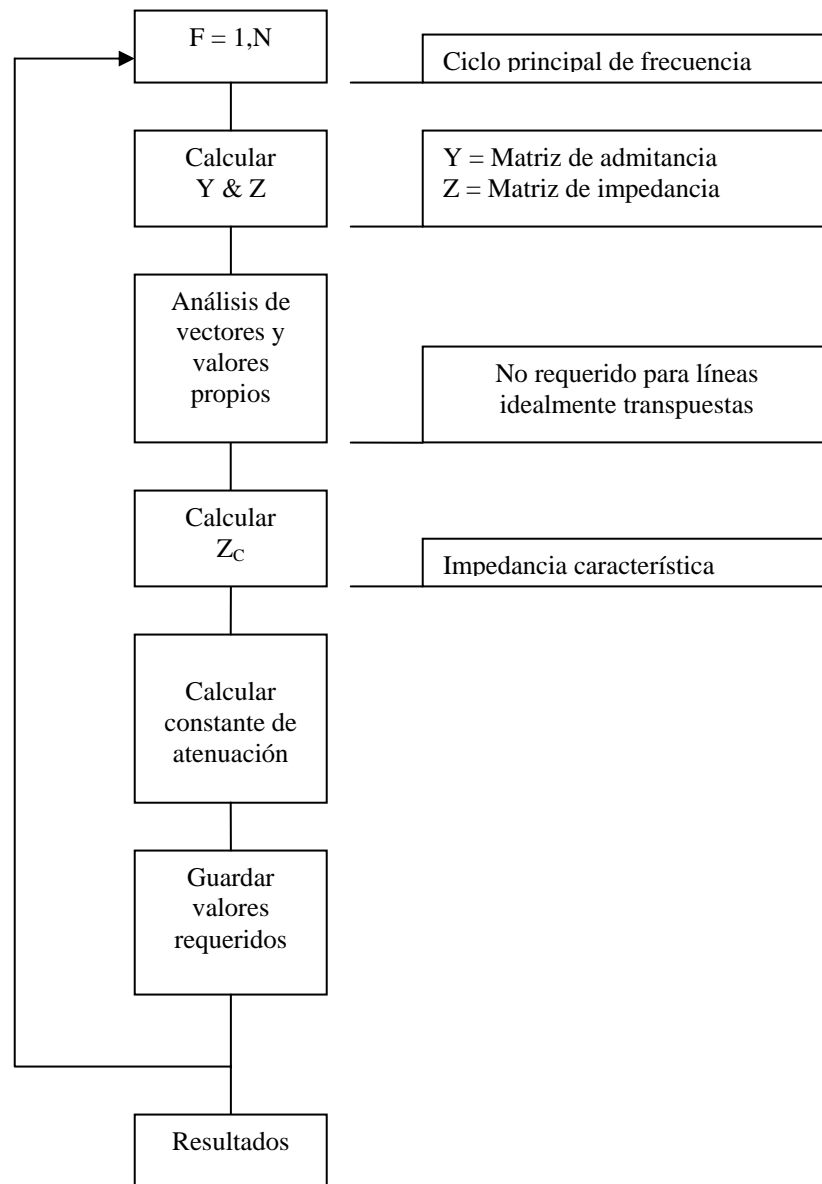
### ***2.2.2 Modelo de la línea de transmisión***

Se tienen disponibles modelos dependientes de la frecuencia de la línea de transmisión en PSCAD/EMTDC: el modelo en el dominio de las fases, el modelo modal y el modelo Bergeron.

Los modelos dependientes de la frecuencia de la línea de transmisión son básicamente modelos distribuidos RLC de onda viajera que incorporan la dependencia de la frecuencia de todos los parámetros. El modelo Bergeron es adecuado para estudios que requieren esencialmente la impedancia correcta a frecuencia fundamental [Karlheinz Felder 1985]. El modelo dependiente de la frecuencia en el dominio de las fases de la línea de transmisión debe utilizarse para estudios que requieran una representación adecuada a otras frecuencias además de la fundamental, tales como transitorio de sobrevoltajes, análisis armónico, etc.

En la aportación de Marcano y Martí (1997) desarrollaron un modelo de dependencia frecuencial para líneas y cables, basado en matrices ídempotentes. Este método permite representar la función de propagación de la línea como una matriz en coordenadas de fase, en términos de los modos de propagación naturales de la línea. Más adelante, en la contribución de Morched et al. (1999), se desarrolla el Modelo Universal de la Línea. Este modelo resuelve el problema del modelado en el dominio del tiempo en líneas multiconductoras homogéneas, tanto aéreas como subterráneas, excitadas por fuentes concentradas. El Modelo Universal [Felder 1985], está implementado en la versión EMTDC del EMTP y en PSCAD/EMTDC bajo el nombre de “Phase Domain Model” [Angelidis y Semlyen 1995].

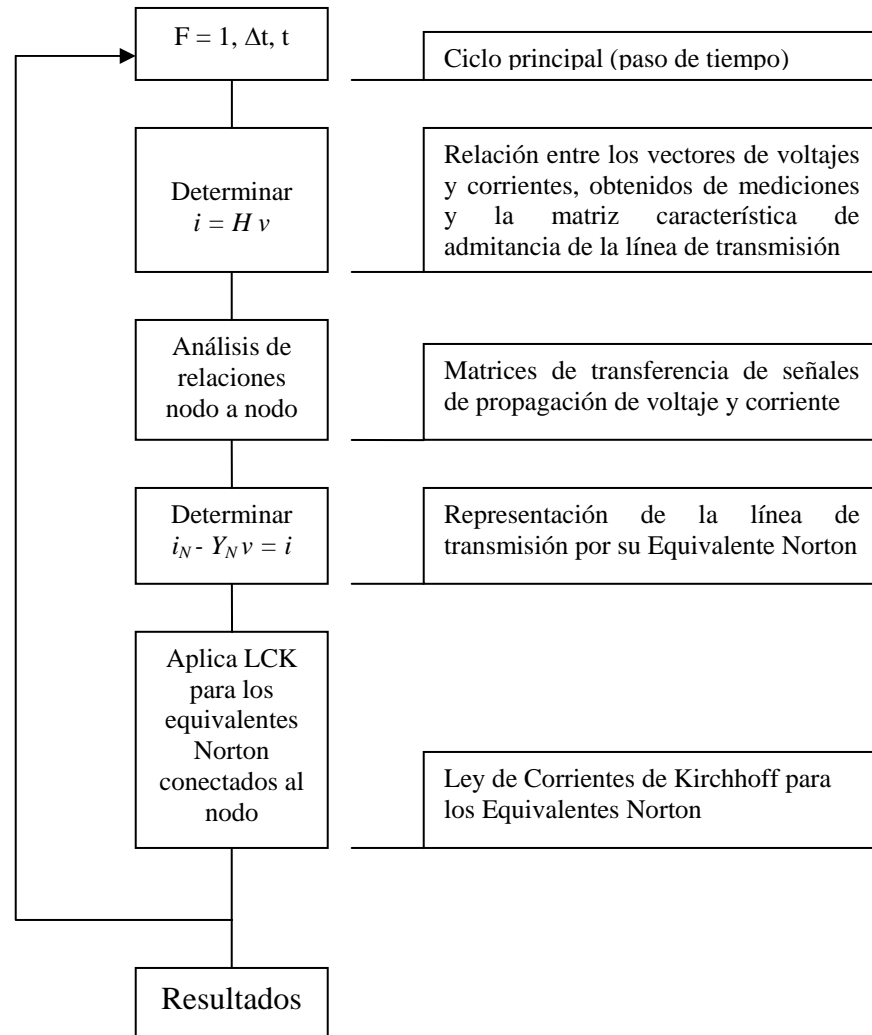
El diagrama de flujo mostrado en la Figura 2.3 muestra los pasos básicos desarrollados para representar la línea de transmisión con parámetros distribuidos por el método Bergeron.



**Figura 2.3** Método de Bergeron para el modelo de la línea de transmisión.

Para sistemas de conductores idealmente transpuestos (o con una configuración de dos conductores en posición horizontal) de ambos modelos de la línea, se obtienen resultados idénticos (debido a que la transformación es constante en ambos casos). El modelo en el dominio de las fases es más robusto numéricamente y más preciso que cualquier otro modelo comercialmente disponible de la línea de transmisión. El diagrama de flujo

mostrado en la Figura 2.4 muestra los cálculos básicos desarrollados para obtener el modelo de la línea de transmisión en el dominio de las fases.



**Figura 2.4** Método en el dominio de las fases para el modelo de la línea de transmisión.

Las líneas de transmisión de *ca* muy largas utilizan la transposición de conductores para minimizar el efecto de desbalance en el sistema. Esencialmente existen dos métodos para modelar líneas transpuestas en PSCAD/EMTDC. Ambos métodos son válidos para el modelo de Bergeron y para el modelo en el dominio de las fases de la línea de transmisión. Un método requiere que cada sección del total de la línea sea representada como una línea individual, las interconexiones del circuito entre las secciones de línea son entonces

transpuestas como en un sistema real. Por ejemplo, la fase  $a$  para una línea trifásica puede ser el conductor 1 en la sección 1 y será el conductor 3 para la sección 2, así sucesivamente. Otro método considera que cada circuito es completamente balanceado o idealmente transpuesto. La línea puede representarse como una sola sección desde sus extremos, ésta es una aproximación razonable para líneas relativamente cortas, pero se afecta la respuesta a la frecuencia para líneas largas [Martí 1982].

### ***2.3 Efectos del modelado en la precisión del análisis armónico***

La utilización de la electrónica de potencia en un sistema eléctrico ha provocado la producción de distorsión de las formas de onda del voltaje y corriente o distorsión armónica. El contenido armónico depende de la interacción del sistema y de los elementos no lineales. Dichos armónicos pueden amplificarse en el caso de resonancia en el sistema. Se han realizado grandes esfuerzos en la investigación del problema de la distorsión armónica y su interacción con los elementos del sistema de potencia.

El efecto del modelo utilizado para los componentes del sistema de potencia de  $ca$  en el cálculo de la distorsión armónica muestra que la elección del modelo es crítica ya que dicha distorsión en el nodo de interfase es el resultado de la interacción entre el sistema y elementos no lineales [Christoforidis y Meliopoulos 1990]. Las asimetrías en el sistema de potencia son debidas principalmente a las líneas de transmisión; dicha asimetría afecta substancialmente la generación y propagación de armónicos. Otros aspectos que nos llevan a un cálculo erróneo de la distorsión armónica es el considerar aproximaciones en los métodos utilizados en el cálculo de la distorsión armónica. Tales aproximaciones generalmente aplicadas al modelo de la línea de transmisión, como lo es el considerar simetría en sistemas trifásicos, pueden resultar en grandes errores sobre todo cuando se aplican en el cómputo de armónicos cerca de las condiciones de resonancia [Meliopoulos y Cokkinides 1988]. Se considera que el sistema de potencia de  $ca$  opera bajo condiciones de estado estacionario. Bajo esas condiciones cada elemento del sistema (líneas de

transmisión, generadores, etc.) es representado para cada frecuencia  $f$  con un equivalente generalizado Norton:

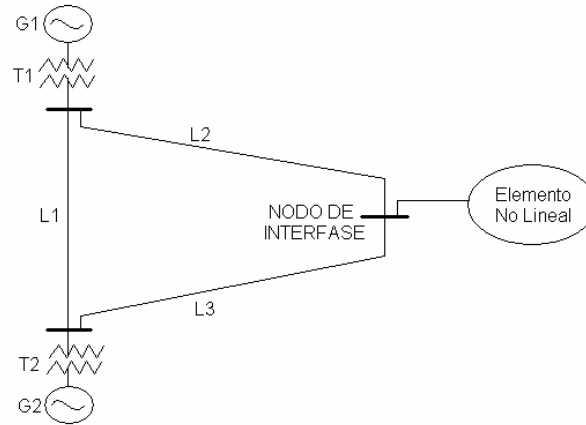
$$\tilde{I} = Y(f) \cdot \tilde{V} - b(f) \quad (2.3)$$

En donde  $\tilde{V}$  es el vector de fasores de voltaje en el nodo de interfase,  $\tilde{I}$  es el vector de fasores de corriente inyectadas por el componente,  $Y(f)$  es la matriz de admitancias equivalentes dependientes de la frecuencia y  $b(f)$  es un vector de fuentes de corrientes, el cual es también dependiente de la frecuencia. Esta representación es en general capaz de modelar asimetrías en el sistema.

Uno de los componentes que más críticamente afectan la precisión del análisis armónico es el modelo de la línea de transmisión, el cual ha sido objeto de constante investigación. Actualmente se reconocen varios modelos de considerable precisión; algunas contribuciones relevantes son el modelo en el dominio de las fases [Angelidis y Semlyen 1995] y el modelo de Bergeron [Karlheinz Felder 1985], validos para cualquier configuración de líneas y cualquier frecuencia. El modelo Bergeron produce una impedancia constante y es esencialmente un modelo de una sola frecuencia, sin embargo puede utilizarse para estudios de impedancia en general a cualquier frecuencia fundamental, tales como prueba de relevadores o comprobación de resultados de flujos de potencia.

A continuación se describirá un estudio comparativo de los modelos mencionados anteriormente para la línea de transmisión, dichos modelos se encuentran disponibles en PSCAD/EMTDC V3.0, para lo cual se considera el sistema de prueba mostrado en la Figura 2.5. El sistema de ejemplo de *ca* es un sistema de transmisión de 3 nodos a 115 KV. Consiste de dos unidades de generación 250 MVA/15 KV y 150 MVA/15 KV, dos transformadores elevadores 15/115 KV tres líneas de transmisión y un elemento no lineal modelado en PSCAD/EMTDC por una fuente ideal de armónicos. Los conductores por fase en todas las líneas de transmisión son ACSR-795 MCM, el conductor de retorno es de acero de 3/8 de pulgada. La longitud de las líneas L1 a L3 es de 120 80 y 60 Km. respectivamente.



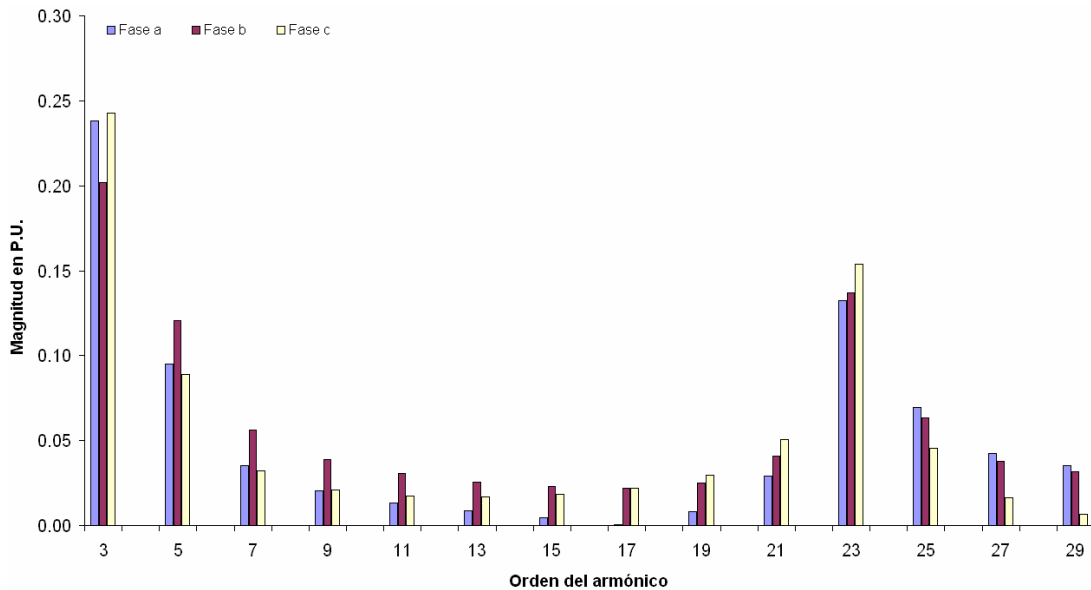


**Figura 2.5** Sistema de *ca* utilizado para el estudio.

El *Elemento No Lineal* mostrado en la Figura 2.5 puede representar a cualquier elemento del sistema de potencia que introduzca distorsión armónica a la red, tales elementos pueden ser un convertidor de *ca/cd*, un horno de arco eléctrico o alguna carga con características no lineales similares.

Para efecto de que exista una inyección de armónicos en el nodo de interfase y que esta inyección de armónicos produzca una distorsión que sea suficiente para analizar a detalle las diferencias que existen al utilizar diferentes modelos de la línea de transmisión del sistema de potencia, el elemento no lineal es sustituido por una fuente de corrientes armónicas, las corrientes armónicas son desbalanceadas.

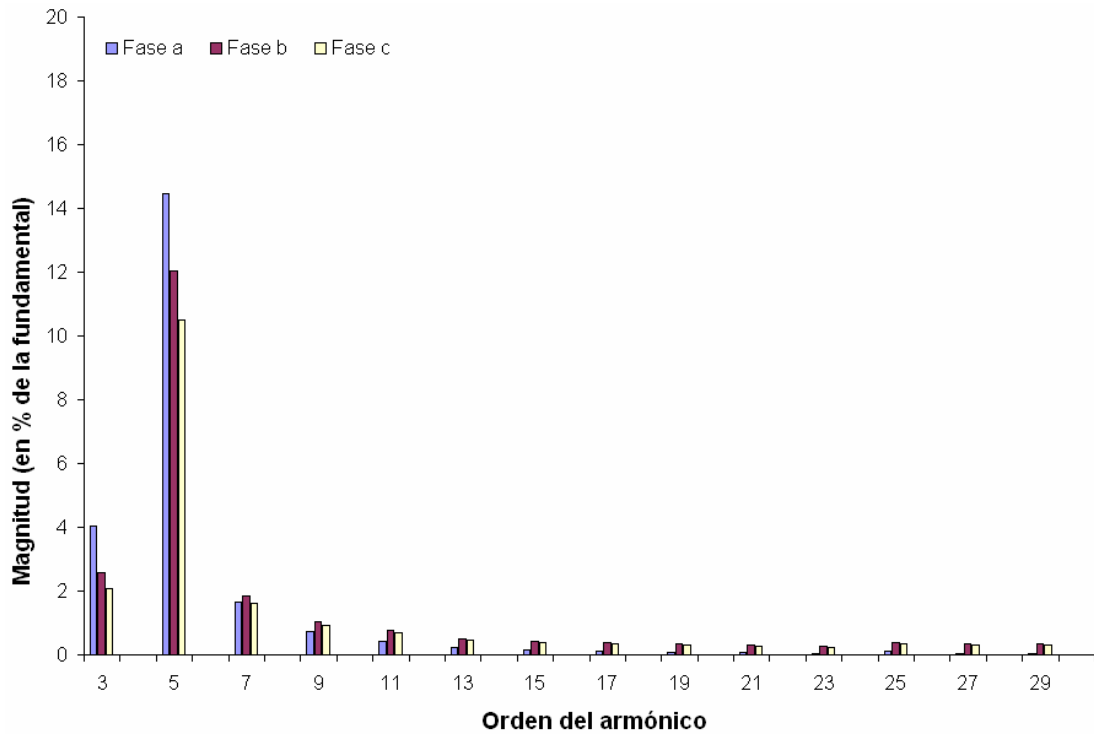
La Figura 2.6 muestra la magnitud de los armónicos inyectados en las fases *a*, *b* y *c* del sistema por el elemento no lineal. En donde se puede notar que la componente de la fase *c* de la tercera armónica inyectada tiene una amplitud del 24% de la fundamental, siendo la tercera armónica la mayor en magnitud, seguida por la quinta armónica con una magnitud de 13% de la fundamental. El contenido armónico decrece sucesivamente con el mismo patrón de asimetría en el contenido armónico de las fases hasta la quinceava armónica, que tiene una magnitud del 2% de la fundamental; a partir de la cual se incrementa gradualmente hasta alcanzar una magnitud de 15% en la armónica de orden 23 y decrece de nueva forma para las armónicas de orden superior.



**Figura 2.6** Contenido armónico inyectado por el elemento no lineal.

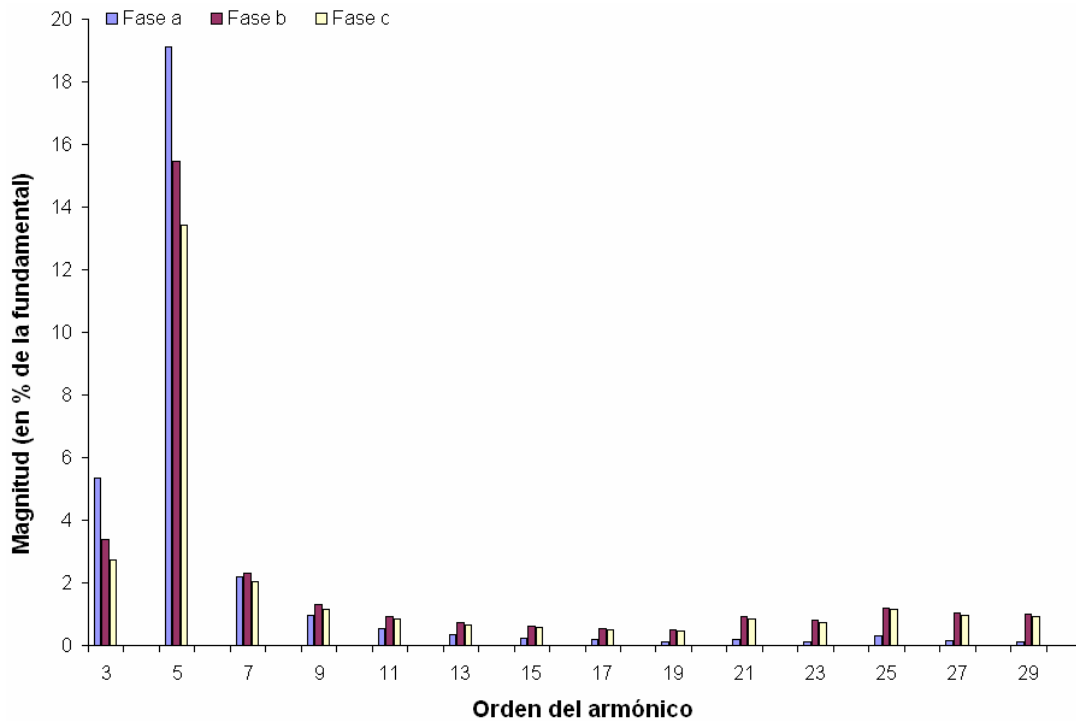
En la Figura 2.7 se observa el contenido armónico en el nodo de interfase al utilizar el modelo de las líneas de transmisión en el dominio de las fases incluido en PSCAD/EMTDC.

Se puede observar que existe desbalance armónico entre fases, debido a que originalmente los armónicos inyectados en este nodo tienen esta característica de desbalance. La distorsión armónica en la corriente tiene el valor más alto en la quinta armónica con una magnitud del 15 % de la fundamental para la fase *a*. Nótese que la magnitud de los armónicos de orden superior al 15 se mantienen en un valor de magnitud idéntico, de 0.7% para las fases *b* y *c*, y de 0.1% para la fase *a*; esto indica que el modelo de la línea de transmisión en el dominio de las fases tiene una respuesta que depende más de la interacción del elemento no lineal con la línea de transmisión que de las corrientes que son inyectadas por el elemento no lineal.



**Figura 2.7** Contenido armónico en el nodo de interfase con el modelo en el dominio de las fases de la línea de transmisión.

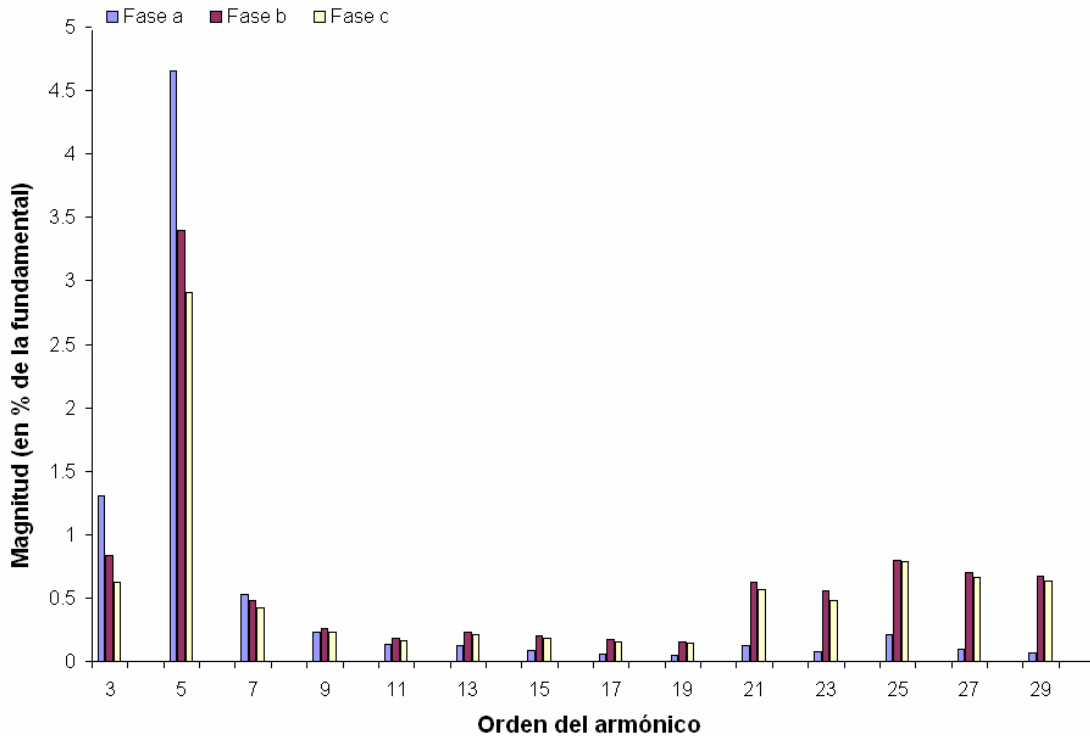
Al utilizar el modelo de Bergeron con la misma fuente de armónicos que se utilizó en el modelo de las fases se tiene un contenido armónico como el que se muestra en la Figura 2.8, en donde se puede observar que el contenido armónico de la quinta armónica ha aumentado en magnitud a un 19 % en la fase *a*; además de que a frecuencias mayores del armónico de orden 15, la magnitud de estas componentes no tiende a ser constante como en el caso del modelo de las fases de la línea de transmisión, sino que se tiene una variación notoria con respecto al modelo anterior. Notese que a partir de la quinta armónica la magnitud de los armónicos decrece y mantiene esa tendencia hasta el armónico de orden 17 con una magnitud de 0.6% para la fase *b* y *c* y de 0.2% para la fase *a*. A partir del armónico de orden 19 la magnitud comienza a crecer, manteniéndose esa tendencia hasta el armónico 29 en el que se observa que para las fases *b* y *c* se tiene una magnitud de 1% y para la fase *a* de 0.1%.



**Figura 2.8** Contenido armónico en el nodo de interfase con el modelo de Bergeron de la línea de transmisión.

Esto indica que en este modelo de la línea de transmisión influye de manera más notoria la inyección de corrientes armónicas del elemento no lineal en el nodo de interfase y la interacción del elemento no lineal con el resto del sistema que en el caso del modelo en el dominio de las fases. Nótese que el patrón de respuesta de ambos modelos de la línea de transmisión es idéntico del noveno armónico al 19.

En la Figura 2.9 se ilustran las diferencias obtenidas al comparar los contenidos armónicos del sistema de prueba en el nodo de interfase, considerando los modelos de la línea de transmisión de Bergeron y en el dominio de las fases. Nótese en la Figura 2.9 que la máxima diferencia se presenta en el quinto armónico con una magnitud para la fase *a* de 4.65%.



**Figura 2.9** Diferencia en % del contenido armónico en el nodo de interfase.

El sistema de prueba de la Figura 2.5, de 3 nodos consideró un elemento no lineal, el cual contamina de armónicos a la red eléctrica. Se infiere que la diferencia en las respuestas obtenidas con los modelos considerados de la línea de transmisión, aumentará en tanto aumente el tamaño del sistema y se incremente el número de elementos no lineales en el sistema de potencia. El análisis anterior permite hacer notar que el utilizar diferentes modelos del sistema de *ca* modifica el resultado obtenido del contenido armónico del sistema de potencia.

El estudio anterior muestra que al utilizar modelos detallados de la línea de transmisión resultan diferencias notorias en el contenido armónico generado por la interacción del sistema de potencia con elementos no lineales y el sistema de transmisión de la red. Se concluye de los estudios realizados, que el tipo de modelado de asimetrías en las líneas de transmisión y del retorno por tierra puede drásticamente afectar el espectro armónico obtenido.

# Capítulo 3

## Métodos para la obtención de equivalentes en sistemas de potencia

---

### *3.1 Introducción*

En las siguientes secciones se describirán algunos de los métodos más trascendentales y representativos para la obtención de equivalentes dinámicos para el análisis de transitorios. Se iniciará con los métodos en el dominio de la frecuencia de síntesis de redes, los cuales tienen como objetivo principal la obtención de un equivalente en forma de ramas  $RLC$ , que permite fácilmente sustituir a la red original, con el propósito de reducir el esfuerzo computacional en los programas de transitorios electromagnéticos.

### *3.2 Modelado del sistema de potencia en el dominio de la frecuencia*

La utilización de equivalentes dependientes de la frecuencia para sistemas de potencia nos lleva a ver en retrospectiva a las aportaciones realizadas en las décadas de los sesentas y setentas. Los trabajos pioneros en ésta área fueron dirigidos por [Hingorani y Burbery 1970] y [Clerici y Marzio 1970]. En trabajos más recientes [Morched y Brandwajn 1983] y [Do y Gavrilovic 1986] intentan establecer procedimientos sistemáticos para la obtención

de equivalentes de redes dependientes de la frecuencia. Morched y Brandwajn (1983) proponen un procedimiento para producir equivalentes de un puerto con modelos que solo igualan la admitancia de la red a frecuencias de resonancia serie. [Do y Gavrilovic 1986] proponen un procedimiento en donde los módulos que obtienen representan cada resonancia serie de la admitancia seleccionada por inspección y utilizan un método de mínimos cuadrados para igualar la admitancia de la red en un rango de frecuencias, éste método genera un equivalente multi-puerto. Debido a que el tratamiento de dicho equivalente no es lo suficientemente general, no se obtienen resultados suficientemente precisos como los obtenidos más adelante por [Morched et al. 1993], donde se utiliza una técnica para reducir sistemas de potencia en equivalentes dependientes de la frecuencia de un puerto o multi-puerto. Estos equivalentes consisten de simples módulos *RLC* que representan el comportamiento de la red eléctrica, además de proponer una extensión de conceptos desarrollados por [Morched y Brandwajn 1983] a equivalentes multipuerto y el mejoramiento de la técnica de obtención de los módulos *RLC* para mejorar la precisión del equivalente.

En el dominio de la frecuencia existen también métodos basados en técnicas de correlación utilizando el espectro de densidad de potencia [Girgis y Mcmanis 1989]. El espectro de la densidad de potencia describe la contribución específica de cada frecuencia a la energía de la señal, esta técnica toma en cuenta acoplamiento entre diferentes frecuencias, así como no linealidades inherentes en el sistema.

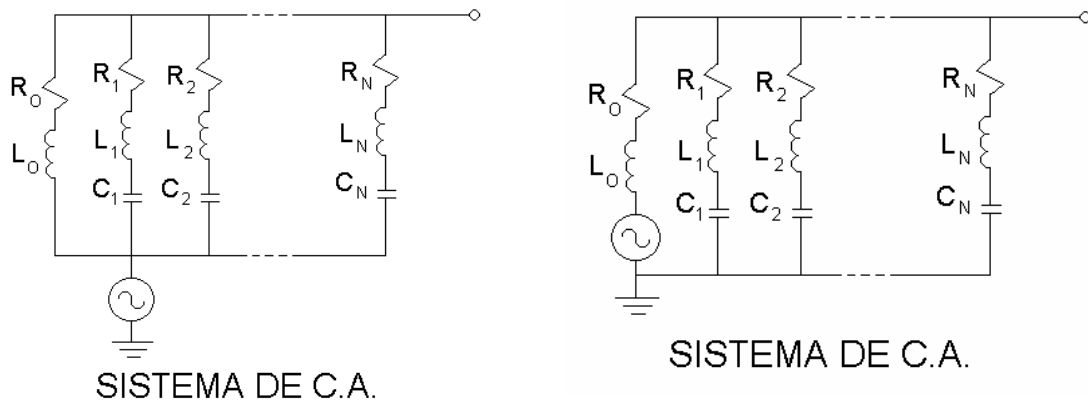
Contribuciones realizadas por [Watson y Arrillaga 1988], por [Girgis y Mcmanis 1989], [Medina 1992], [Iravani y Semlyen 1993] y [Morched et al. 1993], indican que es factible utilizar el dominio de la frecuencia para modelar transitorios de un sistema de potencia. En los siguientes incisos se describe la aplicación de técnicas en el dominio de la frecuencia para la obtención de equivalentes por medio de síntesis de redes.

### 3.2.1 Síntesis de redes

El sintetizar una red significa obtener una red de magnitud menor, pero comportamiento similar a la red original. Sin embargo el comportamiento de la red sintetizada o equivalente obtenido debe representar de forma precisa el comportamiento del sistema de potencia original, una red *RLC* no puede representar efectos no lineales que en los elementos de un sistema de potencia son muy comunes. Para efecto de ejemplificar las técnicas de síntesis de redes se analizan las siguientes contribuciones representativas en este campo.

#### 3.2.1.1 Método de Hingorani y Burberry

En este método se calcula una red equivalente consistente en ramas *RLC* en derivación cuya característica de impedancia se espera sea similar a la del sistema de *c.a.* La red equivalente puede tener alguna de las configuraciones mostradas en la Figura 3.1.



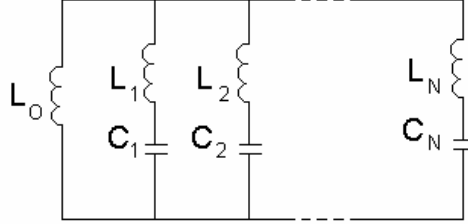
**Figura 3.1** Configuraciones de síntesis de redes propuestas por Hingorani y Burberry

Para obtener los parámetros del circuito equivalente, primero se analizará el modelo sin pérdidas mostrado en la Figura 3.2.

La admitancia en el modelo de la Figura 3.2 de una rama  $L_i C_i$  es:



$$Y_i(s) = \frac{\frac{1}{L_i} s}{(s^2 + \omega_i^2)}, \quad (3.1)$$



**Figura 3.2** Modelo sin pérdidas de Hingorani y Burberry

La primera rama es un caso especial ya que  $\omega_i = 1/L_i C_i$ , así  $\omega_0 = 1/L_0 C_0 = 0$ , debido a que no existe capacitor en esa rama, entonces la Ecuación (3.1) se reduce a  $y_0(s) = 1/SL_0$ .

Para un circuito de  $n$  ramas en derivación la admitancia será:

$$Y(s) = \frac{\frac{1}{L_0} s}{(s^2 + \omega_0^2)} + \frac{\frac{1}{L_1} s}{(s^2 + \omega_1^2)} + \dots + \frac{\frac{1}{L_n} s}{(s^2 + \omega_n^2)} \quad (3.2)$$

O en forma compacta la Ecuación (3.2) se puede representar como:

$$Y(s) = \frac{s \sum_{k=0}^n \frac{1}{L_k} \left( \prod_{\substack{i=0 \\ i \neq k}}^n (s^2 + \omega_i^2) \right)}{\prod_{j=0}^n (s^2 + \omega_j^2)} \quad (3.3)$$

Para la red  $LC$  una *resonancia serie* toma lugar cuando el denominador de la Ecuación (3.3) es igual a cero y una *resonancia paralelo* cuando el numerador tiende a cero.

Podemos resumir entonces que una *resonancia serie* ocurre, cuando:

$$\prod_{j=0}^n (s^2 + \omega_j^2) = 0 \quad (3.4)$$

Además de que una *resonancia paralelo* ocurre cuando:

$$s \sum_{k=0}^n \frac{1}{L_k} \left( \prod_{\substack{i=0 \\ i \neq k}}^n (s^2 + \omega_i^2) \right) = 0 \quad (3.5)$$

Ahora, si  $m_0, m_1, m_2$ , etc son las frecuencias angulares en las cuales la admitancia es cero (*resonancia paralelo*), esto es  $M_0 = 2\pi f_0, M_1 = 2\pi f_1$ , etc. la Ecuación (3.3) se puede reescribir como:

$$Y(s) = \frac{s \prod_{i=0}^{n-1} (s^2 + M_i^2)}{\prod_{j=0}^n (s^2 + \omega_j^2)} \quad (3.6)$$

En donde la admitancia es cero cuando:

$$s \prod_{k=0}^{n-1} (s^2 + M_k^2) = 0 \quad (3.7)$$

Igualando coeficientes en Ecuaciones (3.5) y (3.7):

$S^{2n-1}$ :

$$\sum_{k=0}^n \frac{1}{L_k} = 1 \quad (3.8)$$

$S^{2n-3}$ :

$$\sum_{k=0}^n \frac{1}{L_k} \left[ \sum_{\substack{i=0 \\ i \neq k}}^n \omega_i^2 \right] = \sum_{j=0}^{n-1} M_j^2 \quad (3.9)$$

$S^{2n-5}$ :

$$\sum_{k=0}^n \frac{1}{L_k} \left[ \sum_{\substack{p=0 \\ p, i \neq k}}^{n-1} \sum_{i=p+1}^n \omega_p^2 \omega_i^2 \right] = \sum_{m=0}^{n-2} \sum_{j=m+1}^{n-1} M_m^2 M_j^2 \quad (3.10)$$

$S$ :

$$\sum_{k=0}^n \frac{1}{L_k} \left[ \sum_{\substack{p=0 \\ i \neq k}}^n \omega_i^2 \right] = \prod_{j=0}^{n-1} M_j^2 \quad (3.11)$$

Estas  $n+1$  Ecuaciones (3.9 - 3.11) forman junto con  $1/L_0, 1/L_1, \dots, 1/L_n$  como incógnitas un conjunto de ecuaciones lineales de la forma:

$$[A] \cdot \tilde{x} = \tilde{b} \quad (3.12)$$

Donde:

$$\tilde{x}^t = [1/L_0, 1/L_1, 1/L_2, \dots, 1/L_n]$$

$$\tilde{b}^t = \left[ 1, \sum_{k=1}^{n-1} M_k^2, \sum_{k=0}^{n-1} \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq k}}^{n-1} M_j^2 M_k^2, \dots, \prod_{k=0}^{n-1} M_k^2 \right]$$

$$[A] = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots 1 & \dots 1 \\ \sum_{i=1}^n \omega_i^2 & \sum_{i=1}^n \omega_i^2 & \dots \sum_{i=0, i \neq k}^n \omega_i^2 & \dots \sum_{i=0}^{n-1} \omega_i^2 \\ \sum_{i=1}^n \sum_{j=0, j \neq i}^n \omega_i^2 \omega_j^2 & \sum_{i=0, i \neq 1}^n \sum_{j=0, j \neq i}^n \omega_i^2 \omega_j^2 & \dots \sum_{i=0, i \neq k}^n \sum_{j=0, j \neq i}^n \omega_i^2 \omega_j^2 & \dots \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0, j \neq i}^n \omega_i^2 \omega_j^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \prod_{i=1}^n \omega_i^2 & \prod_{i=1}^n \omega_i^2 & \prod_{i=0, i \neq k}^n \omega_i^2 & \prod_{i=0}^{n-1} \omega_i^2 \end{pmatrix}$$

El sistema de la Ecuación (3.12) se puede solucionar utilizando la técnica Gauss-Seidel con pivoteo parcial. Los valores de los capacitores estarán entonces dados por:

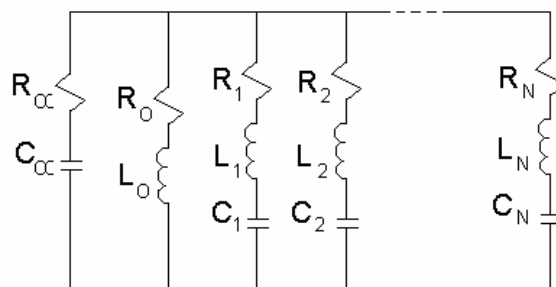
$$C_k = \frac{1}{\omega_k^2 L_k} \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (3.13)$$

Se obtiene un valor inicial de la resistencia en cada una de las ramas del valor de la parte real de la impedancia del sistema a la frecuencia de resonancia correspondiente, luego de manera iterativa se calcula la resistencia en cada una de las ramas del equivalente. La resistencia a la resonancia serie se coloca en la rama respectiva del circuito considerado inicialmente sin pérdidas. El factor de escalamiento, el cual es utilizado para escalar los inductores y capacitores para que las frecuencias de resonancia permanezcan sin cambio mientras se mejora la aproximación a otras frecuencias es:

$$\begin{aligned} SF &= Z_{eq} / Z_{sist} = Y_{sist} / Y_{eq} \\ L_i &= L_i / SF \\ C_i &= C_i / SF \end{aligned} \quad (3.14)$$

### 3.2.1.2 Método de Morched y Brandwajn

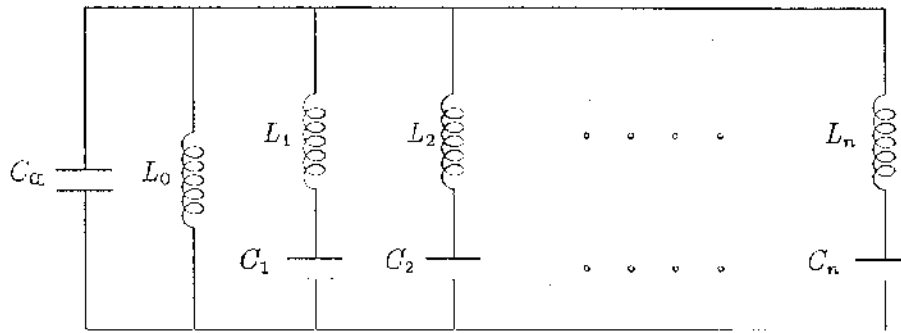
La estructura básica del modelo de Morched y Brandwajn esta mostrada en la Figura 3.3:



**Figura 3.3** Estructura del modelo de Morched y Brandwajn

El circuito de la figura anterior tiene tantas resonancias serie como ramas  $RLC$  y resonancias paralelo como ramas  $RLC$  menos uno. La rama  $R_0 L_0$  gobierna el comportamiento a bajas frecuencias y la rama  $R_\alpha C_\alpha$  a frecuencias altas. Los elementos resistivos del circuito reflejan el amortiguamiento asociado con cada resonancia serie. Se pueden calcular los parámetros del modelo mediante el procedimiento descrito a continuación:

Partiendo del modelo sin pérdidas:



**Figura 3.4** Modelo sin pérdidas de Morched y Brandwajn

Donde la admitancia total del circuito de la Figura 3.4 esta dada por:

$$Y(s) = sC_\alpha + \frac{1}{sL_0} + \frac{\frac{1}{L_1}s}{(s^2 + \omega_1^2)} + \frac{\frac{1}{L_2}s}{(s^2 + \omega_2^2)} + \dots + \frac{\frac{1}{L_n}s}{(s^2 + \omega_n^2)} \quad (3.15)$$

En forma compacta la Ecuación (3.15) puede escribirse como:

$$Y(s) = sC_\alpha + \frac{1}{sL_0} + \sum_{j=0}^n \frac{\frac{1}{L_n}s}{(s^2 + \omega_j^2)} \quad (3.16)$$

Considerando que  $L_0$  es un caso especial de la rama  $LC$  y sobre un común denominador, se tiene que:

$$Y(s) = \frac{s^2 C_\alpha \prod_{i=1}^n (s^2 + \omega_i^2) + s^2 \sum_{k=0}^n \frac{1}{L_k} \left[ \prod_{\substack{i=0 \\ i \neq k}}^n (s^2 + \omega_i^2) \right]}{s \prod_{j=0}^n (s^2 + \omega_j^2)} \quad (3.17)$$

Ahora si  $\omega_i$  representa la frecuencia angular de una resonancia en paralelo y  $\omega_j$  la frecuencia angular de una resonancia serie, entonces la Ecuación (3.17) toma la forma:

$$Y(s) = \frac{K_\alpha \prod_{i=0}^n K_i (s^2 + \omega_i^2)}{\prod_{j=0}^n s(s^2 + \omega_j^2)} \quad (3.18)$$

Aplicando expansión en fracciones parciales a la Ecuación (3.18):

$$Y(s) = K_\alpha s + K_0 / s + \frac{\prod_{i=1}^n K_i s}{\prod_{j=0}^n s(s^2 + \omega_j^2)} \quad (3.19)$$

Comparando términos en Ecuaciones (3.15) y (3.19), se obtienen los valores requeridos  $R$ ,  $L$  y  $C$ :

$$C_\alpha = K_\alpha$$

$$L_i = 1/K_i$$

$$C_i = K_i / \omega_i^2$$

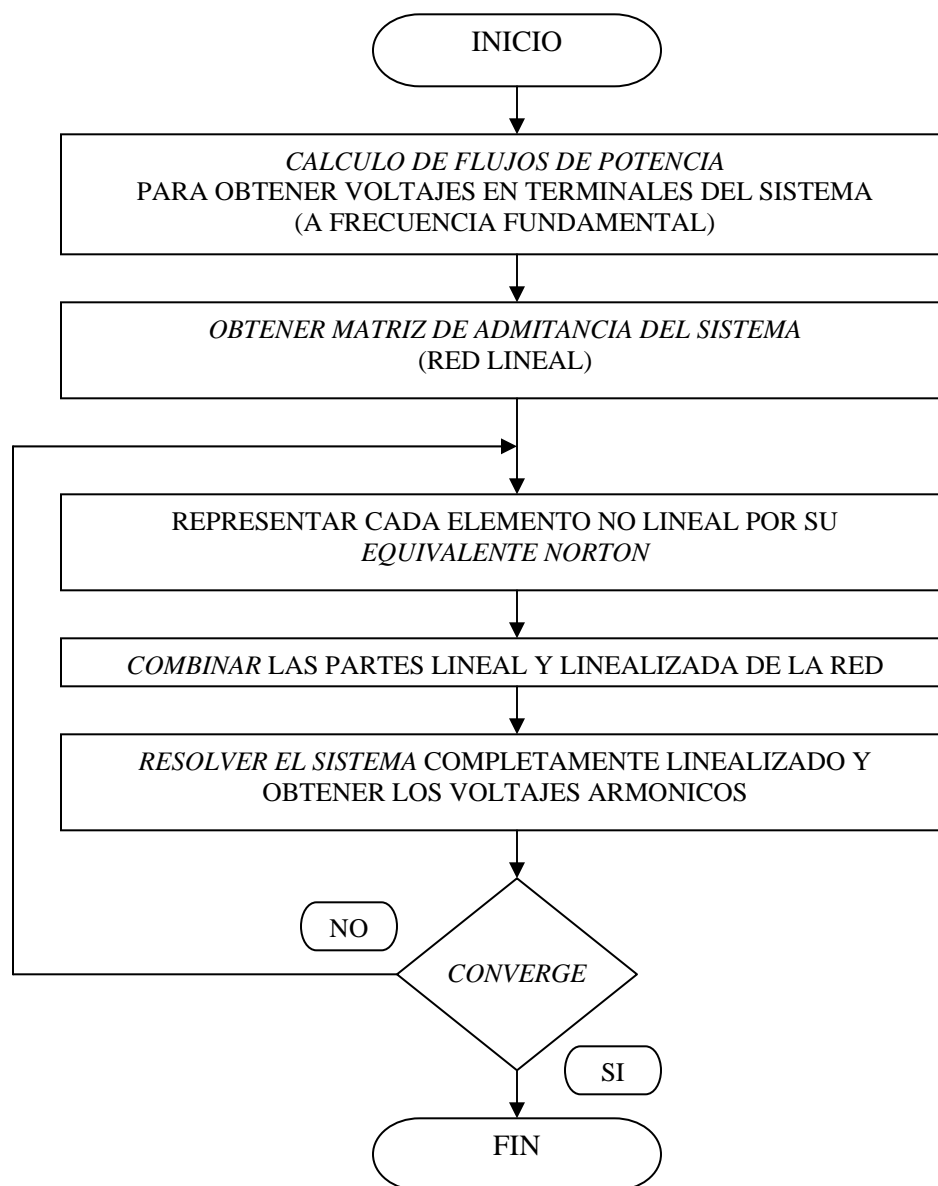
La resistencia asociada a cada rama esta dada por la parte real de la impedancia del sistema obtenida a la frecuencia de resonancia correspondiente.

Los métodos de síntesis de redes expuestos en esta sección se basan en la obtención de un equivalente dependiente de la frecuencia consistente en un circuito de ramas RLC en derivación, con características impedancia-frecuencia similares a las del sistema de potencia. Las contribuciones en este campo ha venido incrementándose, mediante la colocación de elementos extras en derivación con las ramas RLC se ha mejorado la precisión de la red sintetizada. Sin embargo, los resultados obtenidos con redes sintetizadas, sobre todo cuando en el sistema de potencia existen elementos no lineales y variantes en el tiempo, demuestran que en general, la determinación de equivalentes del sistema de potencia mediante estos métodos puede producir resultados imprecisos en estudios de transitorios dinámicos de baja frecuencia.

### ***3.3 Métodos en el dominio del tiempo***

En la mayoría de los métodos en el dominio del tiempo para análisis de sistemas de potencia se utilizan modelos de los componentes del sistema, dichos modelos pueden representar de forma precisa (por medio de modelos detallados) la dinámica del sistema de potencia, sin embargo estos métodos requieren de gran esfuerzo y tiempo computacional para poder realizar análisis de armónicos y de transitorios en el sistema.

Una variable muy importante a considerar para el análisis de sistemas de potencia, es la impedancia a frecuencias armónicas del sistema, vista desde alguno de sus nodos, la cual depende de la configuración, nivel de carga y condiciones de operación del sistema de potencia en cierto tiempo. De manera general los métodos en el dominio del tiempo, para la obtención de equivalentes dinámicos presentan la formulación mostrada en la siguiente figura [Arrillaga et al. 1995].



**Figura 3.5** Formulación generalizada para la obtención de equivalentes en el dominio del tiempo.

Como el estado de operación del sistema es siempre variante, la impedancia del sistema vista desde alguno de sus nodos también cambiará continuamente. Entonces las frecuencias de resonancia de la impedancia del sistema cambiarán en el tiempo, por lo que para analizar el comportamiento y considerar los cambios en el sistema es deseable que la impedancia del sistema pueda obtenerse y actualizarse en línea. Esta es una necesidad para estimar modelos trifásicos de la impedancia a frecuencias múltiples para componentes o redes del sistema de potencia.

### ***3.3.1 Métodos existentes***

Un método precursor que toma en cuenta las condiciones existentes en el sistema de potencia como lo son la energización de bancos de capacitores es presentado por Girgis y Mcmanis (1989). Por medio de mediciones en línea del sistema durante la energización de los bancos de capacitores se obtiene la información del transitorio. Este método está implementado en el dominio de la frecuencia. Más adelante en las contribuciones realizadas por Girgis et al. (1990) y por Girgis et al. (1993) se realiza un análisis similar de mediciones de voltaje y corriente en línea para la obtención del equivalente del sistema pero ahora en el dominio del tiempo, en dichos avances se realizan pruebas monofásicas y trifásicas obteniendo resultados más precisos y con un esfuerzo computacional mucho menor al que se hubiese empleado si se hubieran utilizado modelos detallados del sistema de potencia para la obtención del equivalente.

### ***3.4 Incorporación de efectos no lineales***

Los efectos no lineales y variantes en el tiempo varían en cada instante de tiempo. Una forma de poder representarlos en transitorios dinámicos es incorporando modelos detallados de los componentes del sistema de potencia. Sin embargo, se ha hecho énfasis en la inconveniencia de esto debido al esfuerzo computacional requerido [Christoforidis y Meliopoulos 1990].

Las técnicas mencionadas en el inciso anterior pueden tomar en cuenta efectos no lineales representados intrínsecamente en los datos de voltaje y corriente obtenidos del sistema de potencia. Sin embargo como los efectos no lineales pueden ser variantes en el tiempo se requiere que la implementación de dichas técnicas se realicen en línea y que la información del sistema sea actualizada en determinados instantes de tiempo para así poder tener un equivalente que tome en cuenta dichos efectos, así como la configuración, nivel de carga y condiciones del sistema de potencia.



# Capítulo 4

## Determinación del equivalente del sistema eléctrico en el dominio del tiempo para el análisis dinámico

---

### *4.1 Introducción*

Uno de los problemas con el modelado en un amplio rango de frecuencias de la red de transmisión o distribución es la obtención de los datos requeridos. Un método para crear la información requerida es el inyectar una corriente de frecuencia variable en el sistema y medir la respuesta de la red a cada frecuencia. Este método requiere de dispositivos especiales y costosos para inyectar una corriente de frecuencia variable.

En un método con características más deseables se esperaría recurrir a equipo y condiciones existentes en el sistema de potencia con las cuales se deben excitar las frecuencias naturales del sistema, dichas condiciones ocurren durante condiciones normales de operación en el sistema de potencia. Las dos situaciones ideales son la energización de bancos de capacitores y de líneas de transmisión o de distribución.

Una vez que se han obtenido datos que contengan información de la dinámica del sistema de potencia es posible aplicar un método para la obtención de la función de transferencia del sistema. En el dominio del tiempo un método para la obtención del equivalente

considera al sistema de potencia como una red multi-entradas y multi-salidas (MIMO) y utiliza las mediciones de voltajes y corrientes trifásicos para estimar la función de transferencia de la red [Girgis et al. 1993]. La ventaja de esta técnica sobre otra es que no requiere de información detallada del sistema que se modelará y es capaz de capturar variaciones de la impedancia del sistema actualizando de forma recursiva la información de mediciones de voltajes y corrientes.

#### ***4.2 Identificación de la función de transferencia del sistema de potencia***

El problema de la identificación de la función de transferencia en sistemas de potencia está caracterizado por varios aspectos: el orden del modelo, que es desconocido y depende de las condiciones de operación del sistema de potencia; no linealidades del sistema de potencia, las cuales deben reproducirse de forma precisa por el modelo. Estas situaciones nos llevan a identificar la función de transferencia efectiva entre dos puntos del sistema de potencia.

Una señal de entrada aplicada al sistema de potencia usualmente lo excita en varios de sus modos, lo cual se manifiesta en diferente grado en las señales de salida del sistema. La función de transferencia efectiva debe contener información suficiente de la dinámica pertinente para modelar en forma precisa al sistema de potencia en un amplio rango de operación.

Una red trifásica vista desde un nodo puede representarse por un modelo auto-regresivo (tipo ARMA) [Girgis et al. 1993] como el siguiente:

$$A(Z) \cdot V(k) = B(Z) \cdot I(k) \quad (4.1)$$

Donde  $V$  e  $I$  son vectores de entrada y salida de dimensión 3,  $A$  y  $B$  son matrices de orden 3 cuyos elementos son polinomios de  $z$  que tienen la forma dada por las ecuaciones:

$$A_{ij}(Z) = -a_{ij} \cdot z^{-1} - a_{ij}^2 \cdot z^{-2} - \dots - a_{ij}^P \cdot z^{-P}$$

$$i \neq j; i, j = 1 \dots 3$$

$$A_{ii}(Z) = 1 - a_{ii} \cdot z^{-1} - a_{ii}^2 \cdot z^{-2} - \dots - a_{ii}^P \cdot z^{-P}$$

$$i = 1 \dots 3 \quad (4.2)$$

$$B_{ij}(Z) = b_{ij} \cdot z^{-1} + b_{ij}^2 \cdot z^{-2} + \dots + b_{ij}^q \cdot z^{-q}$$

$$i = 1 \dots 3; j = 1 \dots 3$$

Así, las matrices A y B se determinan de la siguiente manera:

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & \dots & A_{1j} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{i1} & \dots & A_{ij} \end{bmatrix} \text{ y } B = \begin{bmatrix} B_{11} & \dots & B_{1j} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ B_{i1} & \dots & B_{ij} \end{bmatrix}$$

Los índices  $p$  y  $q$  determinan la estructura y orden del modelo y son iguales al número de parámetros que serán estimados en  $A_{ij}$  y  $B_{ij}$ .

Un modelo auto regresivo como el mostrado en la Ecuación (4.1) se puede escribir en función de  $k$  muestras de voltaje y corriente como:

$$V(k) = \sum_{m=1}^p A_m \cdot V(k-m) + \sum_{n=1}^q B_n \cdot I(k-n) \quad (4.3)$$

Donde  $A_m$  y  $B_n$  son matrices de orden 3 cuyos elementos son estimados de las mediciones de  $V$  e  $I$ . Por ejemplo, al definir la estructura de un modelo trifásico de orden 2, se tiene la siguiente formulación desarrollada para las Ecuaciones (4.2). Si  $p=2$  y  $q=2$  (una serie de polinomios de orden 2), se tiene que los elementos para las matrices  $A_m$  de la Ecuación (4.3) tienen la forma descrita a continuación:

Elementos fuera de la diagonal principal:

$$\begin{aligned} A_{12}(z) &= -a_{12} \cdot z^{-1} - a_{12}^2 \cdot z^{-2} \\ A_{13}(z) &= -a_{13} \cdot z^{-1} - a_{13}^2 \cdot z^{-2} \\ A_{21}(z) &= -a_{21} \cdot z^{-1} - a_{21}^2 \cdot z^{-2} \\ A_{23}(z) &= -a_{23} \cdot z^{-1} - a_{23}^2 \cdot z^{-2} \\ A_{31}(z) &= -a_{31} \cdot z^{-1} - a_{31}^2 \cdot z^{-2} \\ A_{32}(z) &= -a_{32} \cdot z^{-1} - a_{32}^2 \cdot z^{-2} \end{aligned} \quad (4.4)$$

Los elementos de la diagonal principal:

$$\begin{aligned} A_{11}(z) &= 1 - a_{11} \cdot z^{-1} - a_{11}^2 \cdot z^{-2} \\ A_{22}(z) &= 1 - a_{22} \cdot z^{-1} - a_{22}^2 \cdot z^{-2} \\ A_{33}(z) &= 1 - a_{33} \cdot z^{-1} - a_{33}^2 \cdot z^{-2} \end{aligned} \quad (4.5)$$

En forma matricial, las Ecuaciones (4.4) y (4.5) representan a los elementos de las matrices  $A_1$  y  $A_2$ , las cuales se muestran a continuación en forma expandida

$$A_1 = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} a_{11}^2 & a_{12}^2 & a_{13}^2 \\ a_{21}^2 & a_{22}^2 & a_{23}^2 \\ a_{31}^2 & a_{32}^2 & a_{33}^2 \end{bmatrix}$$

Y la matriz  $A_0$  tiene la forma:

$$A_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Los elementos para las matrices  $B_n$  de la Ecuación (4.3) tienen la forma:

$$B_{11}(z) = b_{11} \cdot z^{-1} + b_{11}^2 \cdot z^{-2}$$

$$B_{12}(z) = b_{12} \cdot z^{-1} + b_{12}^2 \cdot z^{-2}$$

$$B_{13}(z) = b_{13} \cdot z^{-1} + b_{13}^2 \cdot z^{-2}$$

$$B_{21}(z) = b_{21} \cdot z^{-1} + b_{21}^2 \cdot z^{-2}$$

$$B_{22}(z) = b_{22} \cdot z^{-1} + b_{22}^2 \cdot z^{-2} \quad (4.7)$$

$$B_{23}(z) = b_{23} \cdot z^{-1} + b_{23}^2 \cdot z^{-2}$$

$$B_{31}(z) = b_{31} \cdot z^{-1} + b_{31}^2 \cdot z^{-2}$$

$$B_{32}(z) = b_{32} \cdot z^{-1} + b_{32}^2 \cdot z^{-2}$$

$$B_{33}(z) = b_{33} \cdot z^{-1} + b_{33}^2 \cdot z^{-2}$$

En forma matricial los elementos de la Ecuación (4.7) se pueden escribir como:

$$B_1 = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} b_{11}^2 & b_{12}^2 & b_{13}^2 \\ b_{21}^2 & b_{22}^2 & b_{23}^2 \\ b_{31}^2 & b_{32}^2 & b_{33}^2 \end{bmatrix}$$

Después de que se ha determinado la estructura del modelo, los parámetros pueden estimarse de las mediciones por medio de un algoritmo de estimación de parámetros como el de mínimos cuadrados, descrito en detalle en el Apéndice 1, en dónde se ejemplifica la estimación de parámetros de un modelo de orden 1.

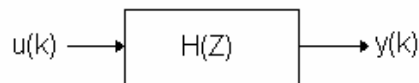
### ***4.3 Modelado del sistema de potencia en el dominio del tiempo***

La mayoría de las técnicas e investigación en el modelado del sistema de transmisión y distribución de la red eléctrica están basadas en el análisis en el dominio de la frecuencia. Las técnicas en el dominio del tiempo se han empleado en el modelado de componentes del sistema de potencia, tales como el transformador, la máquina síncrona, convertidores de potencia, dispositivos FACTS, entre otros [Girgis et al. 1990].

La técnica descrita en ésta sección parte de la obtención de un modelo en variables de estado discretas para una red de distribución o transmisión. Las ecuaciones identificadas en variables de estado discretas son entonces convertidas en modelos en el dominio del tiempo continuo. Esta técnica tiene la flexibilidad de aplicarse a sistemas trifásicos bajo condiciones de operación desbalanceadas [Girgis et al. 1990].

#### ***4.3.1 Conceptos de modelado en el dominio del tiempo***

Considérese la representación de un sistema de una entrada y una salida (SISO). El problema de identificación del modelo en el dominio del tiempo puede describirse en el diagrama de bloques mostrado en la Figura 4.1.



**Figura 4.1** Representación de un sistema en el tiempo discreto.

La representación de la función de transferencia en el dominio del tiempo discreto esta descrita por la ecuación

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = H(z) = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_n z^{-n}}{1 - a_1 z^{-1} - a_2 z^{-2} - \dots - a_m z^{-m}} \quad (4.9)$$

Donde  $n$  es el orden del numerador,  $m$  es el orden del denominador y  $z$  es el operador en el dominio del tiempo discreto. Si retomamos el ejemplo mostrado en las Ecuaciones (4.4) a (4.8), donde  $m=n=2$ , la función de transferencia de segundo orden para un sistema trifásico, la Ecuación (4.9) tiene ahora la siguiente forma

$$\frac{I(z)}{V(z)} = H(z) = \frac{B_1 z^{-1} + B_2 z^{-2}}{A_0 - A_1 z^{-1} - A_2 z^{-2}} \quad (4.10)$$

Nótese en la Ecuación (4.10), que el elemento  $A_0$  es la matriz identidad de orden 3, dicha ecuación relaciona la salida de corriente  $I_k$  de una muestra  $k$  con la entrada de voltaje  $V_k$  y de las muestras anteriores de salida. Podemos entonces escribir lo siguiente:

$$I_k = A_1 I_{k-1} + A_2 I_{k-2} + \dots + A_m I_{k-m} + B_1 V_{k-1} + B_2 V_{k-2} + \dots + B_n V_{k-n} \quad (4.11)$$

La Ecuación (4.11) es el desarrollo de la Ecuación (4.3) para un conjunto de  $k$  muestras de voltaje y corriente. Escribiendo de forma matricial la Ecuación (4.11) queda expresarla como:

$$z = Hx + v \quad (4.12)$$

Donde  $z$  es un vector de mediciones  $[I_k, I_{k-1}, \dots, I_{k-m}]$ ,  $x$  es un vector de estado  $[A_1, A_2, \dots, A_m, B_1, B_2, \dots, B_n]$ ,  $H$  es la matriz que relaciona el vector de estado con el vector de mediciones y  $v$  puede ser algún ruido en las mediciones [Girgis et al. 1990].

Se puede estimar el vector de estado por medio del método de mínimos cuadrados, como el descrito en el Apéndice 1 y obtener:

$$\hat{x} = (H^T H)^{-1} H^T z \quad (4.13)$$

Donde  $H^T$  es la transpuesta de la matriz  $H$  y  $\hat{x}$  es el vector de estado estimado.

Este método resulta en un conjunto de parámetros promedio para el modelado en el marco del tiempo.

### 4.3.2 Conversión del modelo

El modelo discreto de la función de transferencia descrita en la Ecuación (4.9) es un modelo que se puede utilizar para la representación de modelos multientradas y de una salida (MISO) [Girgis et al. 1990]. Sin embargo, un sistema de múltiples entradas y múltiples salidas (MIMO) puede ser representado en forma precisa utilizando un modelo en variables de estado.

El modelo de un sistema en el espacio de estado puede ser expresado como un conjunto lineal de ecuaciones diferenciales continuas [Girgis et al. 1990].

$$\dot{\hat{x}} = A x + B u \quad (4.14)$$

Donde  $x$  es el vector de estado del sistema en el dominio del tiempo continuo y  $u$  es la entrada del sistema.

La salida continua  $y$ , es función del vector de estado:

$$y = C x \quad (4.15)$$

Similarmente podemos escribir un conjunto de ecuaciones para representar el sistema en el dominio del tiempo discreto.

$$\begin{cases} W(k+1) = \Psi \cdot W(k) + \Gamma \cdot U(k) \\ Y(k) = H \cdot W(k) \end{cases} \quad (4.16)$$

Donde  $W(k)$  es un vector de dimensión  $n$  que contiene tres subvectores de dimensión  $p$ ;  $\Psi$ ,  $\Gamma$  y  $H$  son matrices de dimensión  $n$ ,  $n \times 3$ , y  $3 \times n$  respectivamente. Estas sub-matrices están dadas por:

$$\Psi_{ii} = \begin{pmatrix} a_{ii} & 1 & \cdots & 0 \\ a_{ii}^2 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{ii}^{p-1} & 0 & \cdots & 1 \\ a_{ii}^p & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}_{p \times p} \quad i = 1 \cdots 3 \quad (4.17)$$

$$\Psi_{ij} = \begin{pmatrix} a_{ij}^1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{ij}^p & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}_{p \times p} \quad i \neq j; i, j = 1 \cdots 3 \quad (4.18)$$

$$\Gamma_{ij} = (b_{ij}^1 \cdots b_{ij}^p 0 \cdots 0)_{p \times 1}^T, i, j = 1 \cdots 3 \quad (4.19)$$

$$H = \text{diag}[H_1 \cdots H_3] \quad (4.20)$$

$$H_i = [1 \ 0 \ \cdots \ 0]_{1 \times p} \quad (4.21)$$

El modelo en el espacio de estado discreto puede ser convertido en el siguiente modelo en el espacio de estado continuo:

$$\begin{cases} \hat{X} = A_c \cdot X + B_c \cdot U \\ Y = C_c \cdot X \end{cases} \quad (4.22)$$

Por medio de las siguientes transformaciones [Girgis et al. 1993]:

$$A_c = T^{-1} \left[ \frac{1}{\Delta t} \ln (T \Psi T^{-1}) \right] T \quad (4.23)$$

$$B_c = [e^{(A_c \Delta t)} - I]^{-1} A_c \Gamma \quad (4.24)$$

$$C_c = H \quad (4.25)$$

Donde  $T$  es la inversa de la matriz de vectores propios de  $\Psi$ . Podemos ahora encontrar la representación del modelo en el dominio del tiempo.



### 4.3.3 Modelo en el Dominio del tiempo

La Ecuación (4.22) describe un sistema lineal de orden  $n$  en el espacio de estado continuo. La función de transferencia de este sistema multi-entradas multi-salidas se obtiene aplicando la transformada de Laplace a la Ecuación (4.22) [Girgis et al. 1993]. Después de manipulación aritmética, se obtiene la matriz de la función de transferencia indicada en la ecuación

$$F(S) = C_c \cdot T^{-1} [I_S - \lambda]^{-1} \cdot T \cdot B_c \quad (4.26)$$

Donde  $\lambda$  es la matriz de valores propios de  $A_c$  y  $F(s)$  es una matriz de orden 3 en la que cada elemento es una función de transferencia compuesta de dos polinomios, uno es el numerador y otro el denominador, con ayuda de la ecuación (4.26) se puede estudiar el efecto de acoplamiento entre fases.

Se ha descrito a detalle el modelo del equivalente dinámico utilizado en la tesis, desarrollado por Girgis et al. (1993). El cual es obtenido por los autores, considerando técnicas costosas computacionalmente, como lo son el utilizar fuentes de armónicos para excitar el sistema en varios de sus modos, obteniéndose así, de las señales de voltaje y corriente inyectadas en los nodos de interfase, la información necesaria para calcular el equivalente dinámico.

En este trabajo se propone y se comprueba que no es necesario el utilizar estas técnicas para obtener la información necesaria para la obtención de un equivalente que represente de manera precisa al sistema de potencia y que reproduzca la respuesta no lineal del sistema. La técnica propuesta está basada en la obtención de la información de las señales de voltaje y corriente en el nodo de interfase por medio de un transitorio provocado al energizar un banco de capacitores. Se comprueba que este transitorio, es suficiente para excitar al sistema en varios de sus modos, de tal manera que, el equivalente resultante presente una respuesta precisa con respecto al sistema de potencia original y tome en cuenta la no linealidad del sistema ya que la información de estos efectos no lineales se encuentra implícita en la información contenida en las señales de voltaje y corriente en el nodo de interfase del sistema de potencia.

# Capítulo 5

## Casos de estudio

### 5.1 Caso de estudio 1

El sistema unifilar de un sistema de transmisión mostrado en la Figura 5.1, consistente en tres líneas de transmisión, cuatro generadores trifásicos, seis transformadores trifásicos y una carga capacitiva de 750 KVAR que modela a un banco de capacitores trifásico. Los datos y configuraciones de los componentes del sistema de prueba mostrado en la Figura 5.1 se describen en el Apéndice 2.

Obsérvese en la Figura 5.1 el nodo de interfase, que es en donde se realizan las mediciones de voltaje y corriente para la obtención del equivalente.

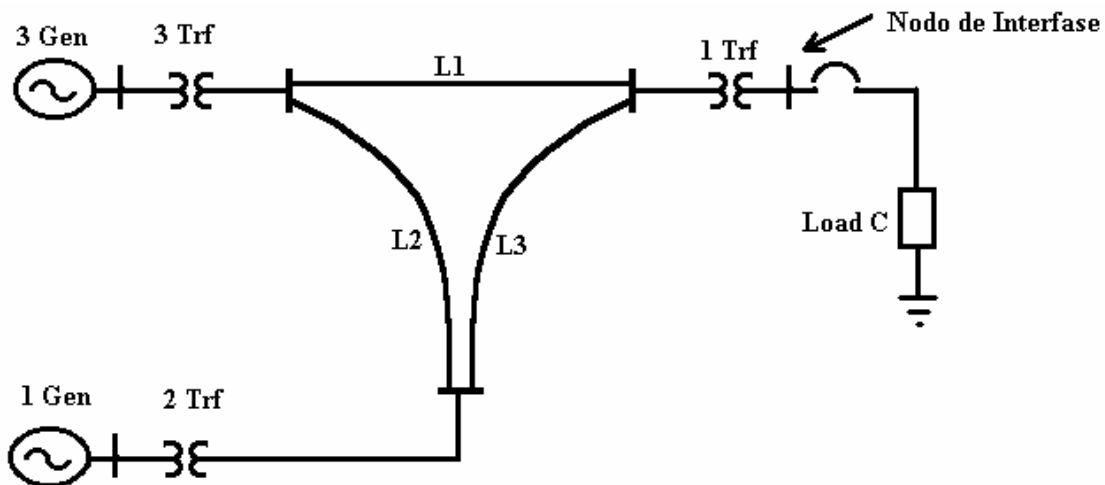
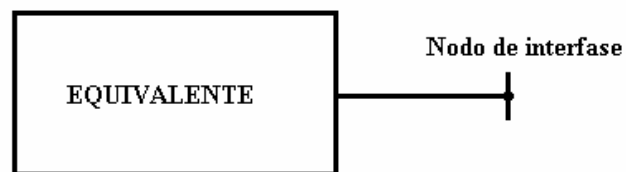


Figura 5.1 Sistema de prueba 1.

Después de obtener el equivalente, considerando que los modelos utilizados en los componentes del sistema son los descritos en el Capítulo 2 y obtenidos del programa de transitorios electromagnéticos PSCAD/EMTDC, por ejemplo para la línea de transmisión se utilizó el modelo en el dominio de las fases, para el modelo del transformador se consideró saturación en el núcleo magnético por medio de una inductancia variable distribuida en los devanados del transformador. Así el sistema se reducirá al sistema mostrado en la Figura 5.2.



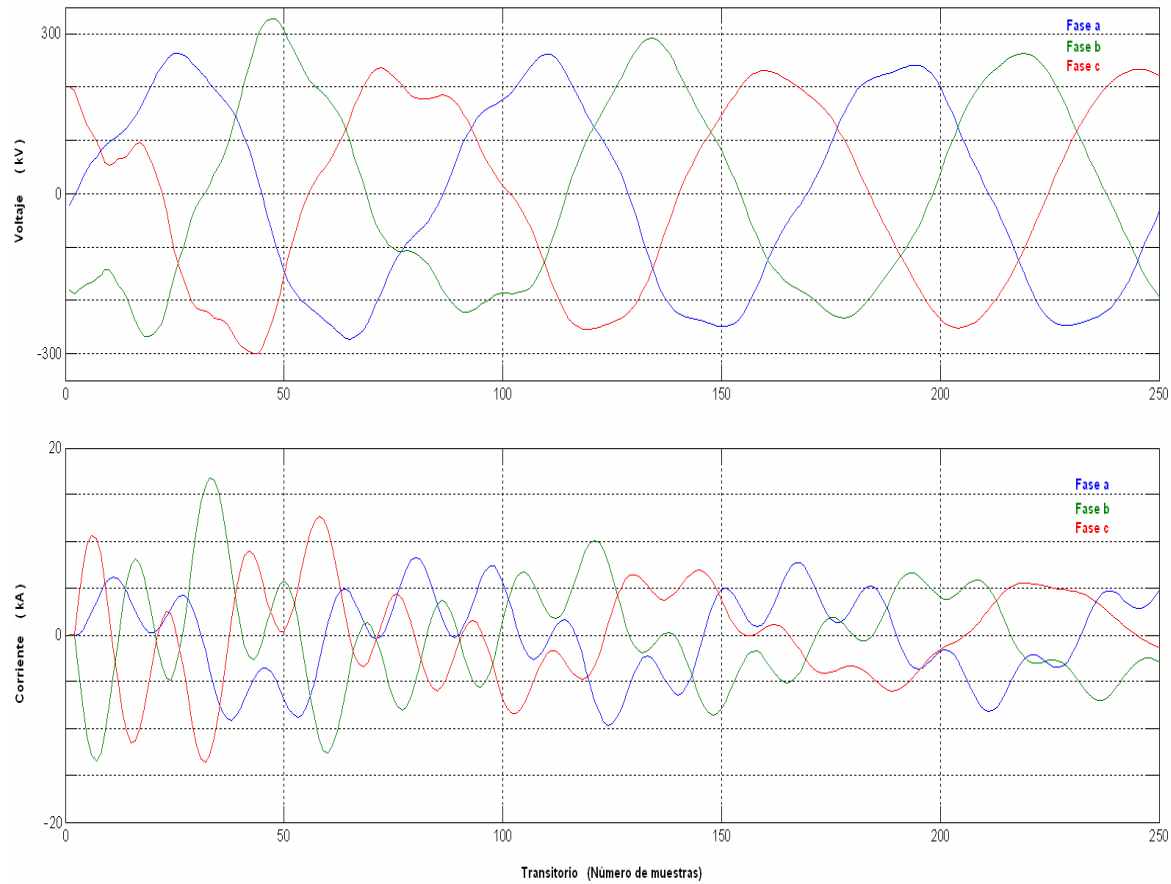
**Figura 5.2** Sistema equivalente.

Las mediciones de voltaje y corriente realizadas deben de satisfacer varios aspectos. Un aspecto principal es que las señales de voltaje y corriente contengan información suficiente acerca del comportamiento dinámico del sistema de potencia, por lo que se utilizará el transitorio que provoca la energización de un banco de capacitores para la obtención de dicha información, así el transitorio provocado en el sistema debe generar corrientes que exciten al sistema de potencia en varios de sus modos. Si lo anterior no se realiza, el equivalente no será capaz de modelar de forma detallada el comportamiento del sistema de potencia.

Otro aspecto importante es que el intervalo de muestreo no excluya información de armónicos de orden superior, por lo que se debe de considerar ciertas reglas en el muestreo de voltaje y corriente como el teorema de muestreo de Nyquist, según el cual la frecuencia de muestreo debe ser, al menos, el doble de la frecuencia más alta de la señal original.

En el nodo de interfase se provocó un transitorio al conectar un banco de capacitores con diferentes capacidades en cada fase, para inducir un transitorio que, por la naturaleza del

banco de capacitores, sea desbalanceado y excite al sistema de potencia en varios de sus modos para obtener información suficiente de su dinámica. Se tomaron mediciones de voltaje y corriente a un intervalo de muestreo de  $200 \mu\text{s}$ , esto con la finalidad de considerar en los datos muestreados por lo menos las primeras 40 armónicas.



**Figura 5.3** Transitorio provocado por una carga capacitiva en el sistema de prueba 1.

En la Figura 5.3 se observa el comportamiento de los voltajes y corrientes en el nodo de interfase durante el transitorio. El transitorio tuvo una duración de 50 ms, tomándose 250 muestras durante este tiempo.

Como ya se tiene la información requerida del sistema, entonces se procede a calcular la función de transferencia del sistema de potencia. Primero se caracteriza el sistema, es decir, se supone el orden del modelo. Cuando se trata de un modelo monofásico del sistema de potencia se puede considerar una tolerancia determinada, la cual al cumplirse permite el

cálculo del orden idóneo del modelo. Sin embargo, en modelos trifásicos es más complejo considerar una tolerancia para proponer un orden para el modelo, debido a que cada fase por separado puede cumplir con un cierto valor de tolerancia y no siempre las tres fases cumplirán con dicha tolerancia en el intervalo de tiempo; esto dificulta el cálculo del orden del modelo, por lo que se opta por asignar un orden para el modelo y analizar su respuesta.

Consideremos como primer aproximación un valor de  $p=q=1$  en las Ecuaciones (4.2) para el orden del modelo, por lo que la Ecuación (4.10) toma la forma

$$\frac{I(z)}{V(z)} = \frac{B_1 z^{-1}}{A_0 - A_1 z^{-1}} \quad (5.1)$$

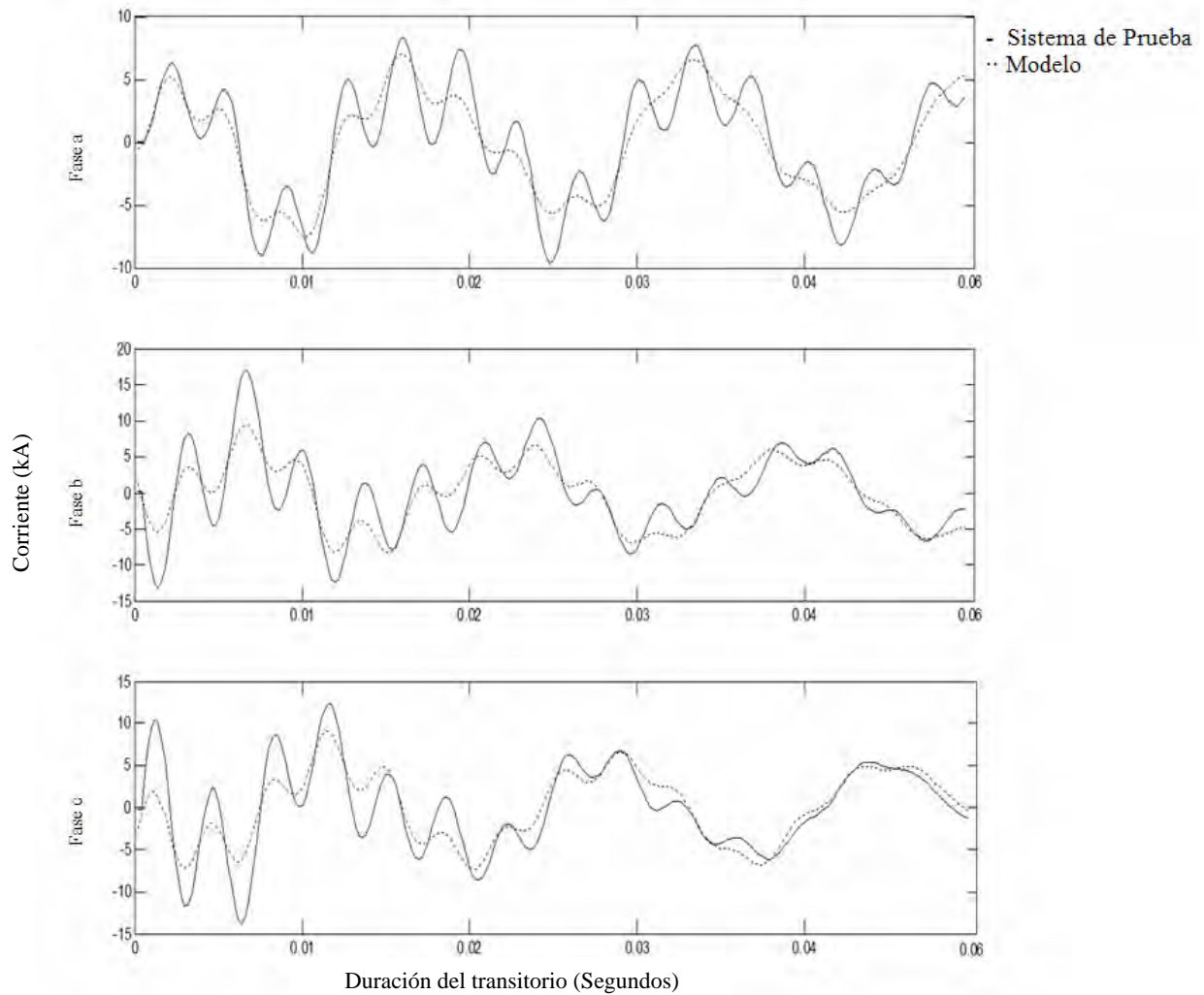
En donde los parámetros para las matrices  $A_0$ ,  $A_1$  y  $B_1$  son estimados por medio del método de mínimos cuadrados descrito en el Apéndice 1, entonces las matrices  $A_0$ ,  $A_1$  y  $B_1$  para el sistema de prueba de la Figura 5.1 son.

$$\begin{aligned}
 A_0 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 A_1 &= \begin{bmatrix} -0.8475 & 0.1510 & -0.0364 \\ -0.2272 & -0.7319 & 0.3571 \\ 0.1148 & -0.3952 & -1.3621 \end{bmatrix} \\
 B_1 &= \begin{bmatrix} 0.0052 & 0.0020 & 0.0042 \\ 0.0023 & 0.0096 & -0.0018 \\ -0.0134 & -0.0197 & -0.0095 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \quad (5.2)$$

Que se pueden convertir a un modelo en el dominio del espacio de estado continuo, Ecuación (4.22), por medio de las Ecuaciones (4.23), (4,24) y (4.25), obteniéndose los siguientes valores.

$$\begin{aligned}
 A &= \begin{bmatrix} 0.84754 & -0.15102 & 0.036413 \\ 0.22716 & 0.73189 & -0.35706 \\ -0.11483 & 0.39517 & 1.3621 \end{bmatrix} \\
 B &= \begin{bmatrix} 0.0051926 & 0.0020446 & 0.0041962 \\ 0.00229 & 0.009638 & -0.0017792 \\ -0.013404 & -0.019689 & -0.0095497 \end{bmatrix} \\
 C &= \begin{bmatrix} 0.84754 & -0.15102 & 0.036413 \\ 0.22716 & 0.73189 & -0.35706 \\ -0.11483 & 0.39517 & 1.3621 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \quad (5.3)$$

En la Figura 5.4 se muestra la comparación entre el comportamiento del modelo con el comportamiento del sistema de potencia, obsérvese que aún cuando el orden del modelo es el más pequeño que se puede considerar, el modelo es capaz de seguir, aunque de forma poco precisa, el comportamiento real del sistema de potencia para las tres fases.



**Figura 5.4** Comparación de la respuesta del modelo de orden 1 y el sistema de potencia.

Para efecto de evaluar el error que presenta el comportamiento del modelo con respecto al del sistema de potencia, consideramos el resultado de la función “*compare.m*” disponible en la versión 6.0 de MATLAB, la cual da como resultado un valor de coincidencia de la respuesta del modelo con respecto a la respuesta del sistema para este caso de 53.92%.

Considérese ahora un valor de 2 para el orden del modelo, por lo que ahora la Ecuación (4.10) tiene la siguiente forma.

$$\frac{I(z)}{V(z)} = \frac{B_1 z^{-1} + B_2 z^{-2}}{A_0 - A_1 z^{-1} - A_2 z^{-2}} \quad (5.4)$$

Una vez realizado el proceso de estimación de parámetros para las matrices  $A_0$ ,  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $B_1$  y

$B_2$  se obtienen las matrices siguientes:

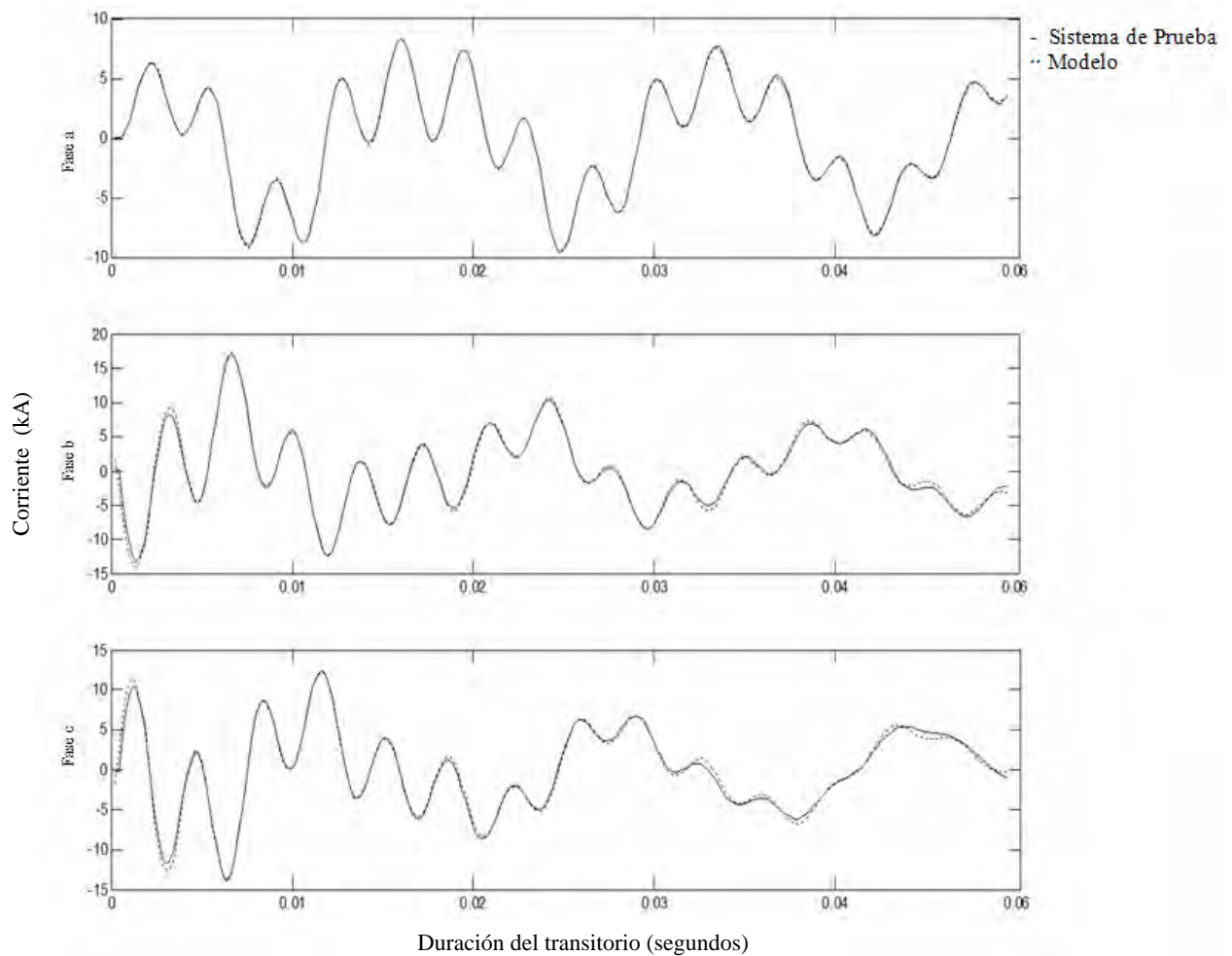
$$\begin{aligned} A_0 &= \begin{matrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix} \\ A_1 &= \begin{matrix} -1.9723 & -0.0390 & -0.0632 \\ -0.6414 & -2.1127 & -0.5961 \\ 0.6822 & 0.2211 & -1.2715 \end{matrix} \\ A_2 &= \begin{matrix} 1.0705 & 0.0800 & 0.1022 \\ 0.4576 & 1.4126 & 0.7865 \\ -0.5126 & -0.4782 & 0.1262 \end{matrix} \\ B_1 &= \begin{matrix} 0.0415 & 0.0170 & 0.0191 \\ 0.2401 & 0.1274 & 0.1504 \\ -0.2579 & -0.1223 & -0.1474 \end{matrix} \\ B_2 &= \begin{matrix} -0.0405 & -0.0158 & -0.0186 \\ -0.2272 & -0.1080 & -0.1502 \\ 0.2443 & 0.1022 & 0.1472 \end{matrix} \end{aligned} \quad (5.5)$$

Que podemos convertir a un modelo en el dominio del espacio de estado continuo, obteniéndose:

$$\begin{aligned} A &= \begin{matrix} 1.9723 & 0.038972 & 0.063245 \\ 0.64137 & 2.1127 & 0.59609 \\ -0.68221 & -0.22105 & 1.2715 \end{matrix} \\ B &= \begin{matrix} 0.041537 & 0.017017 & 0.019127 \\ 0.24014 & 0.12742 & 0.15036 \\ -0.25787 & -0.1223 & -0.14739 \end{matrix} \\ C &= \begin{matrix} 1.9723 & 0.038972 & 0.063245 \\ 0.64137 & 2.1127 & 0.59609 \\ -0.68221 & -0.22105 & 1.2715 \end{matrix} \end{aligned} \quad (5.6)$$

Comparando mediante la Figura 5.5, la respuesta del modelo con la respuesta del sistema de potencia, se observa que el modelo representa al sistema de potencia de forma precisa, esto logrado con un modelo de orden 2. El valor de coincidencia para la respuesta del modelo de orden 2 y del sistema de potencia es de 92.92%.

Aunque para este caso un modelo de orden 2 ha podido representar el comportamiento del sistema de potencia de forma precisa, no se puede asegurar que para otro tipo de transitorios el mismo orden del modelo sea capaz de representar de forma similar el comportamiento del sistema de potencia. Para estos casos aún no se han definido técnicas para la determinación del orden correcto del modelo, sin embargo, se pueden aplicar procedimientos para determinar el orden del modelo, definiendo el máximo error aceptable en la respuesta del modelo y aplicando la técnica a cada fase del sistema por separado.

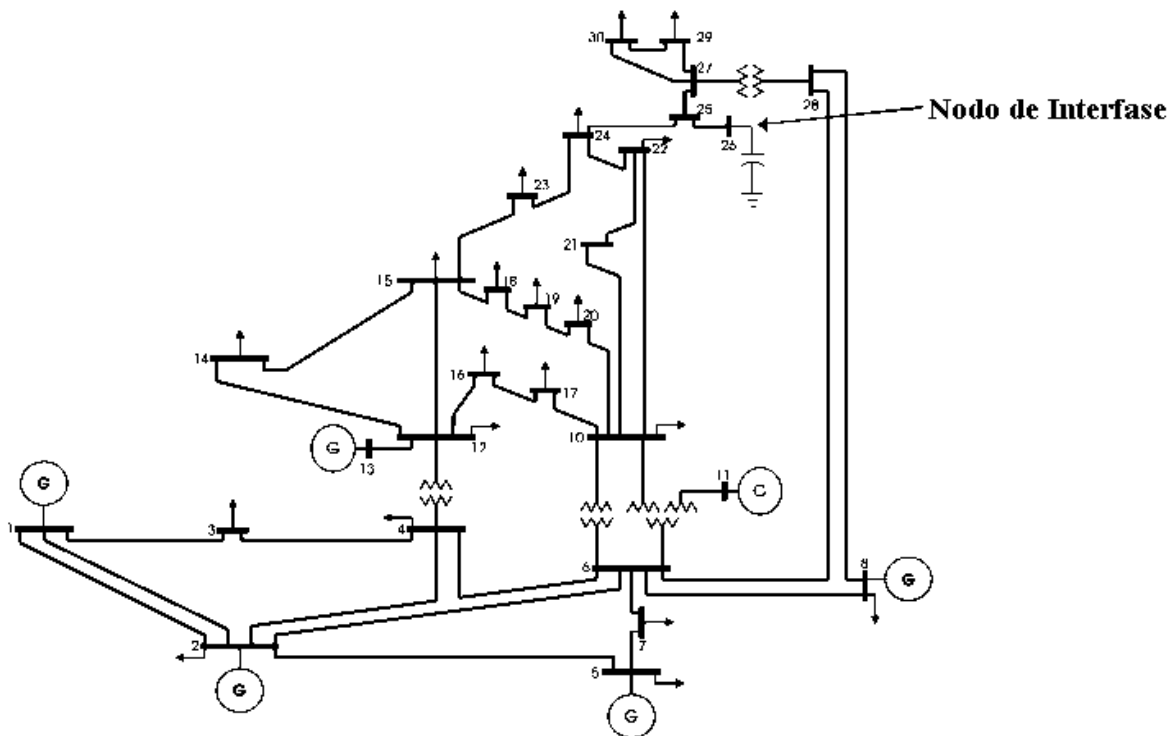


**Figura 5.5** Comparación de la respuesta del equivalente de orden 2 y el sistema de potencia.



## 5.2 Caso de estudio 2

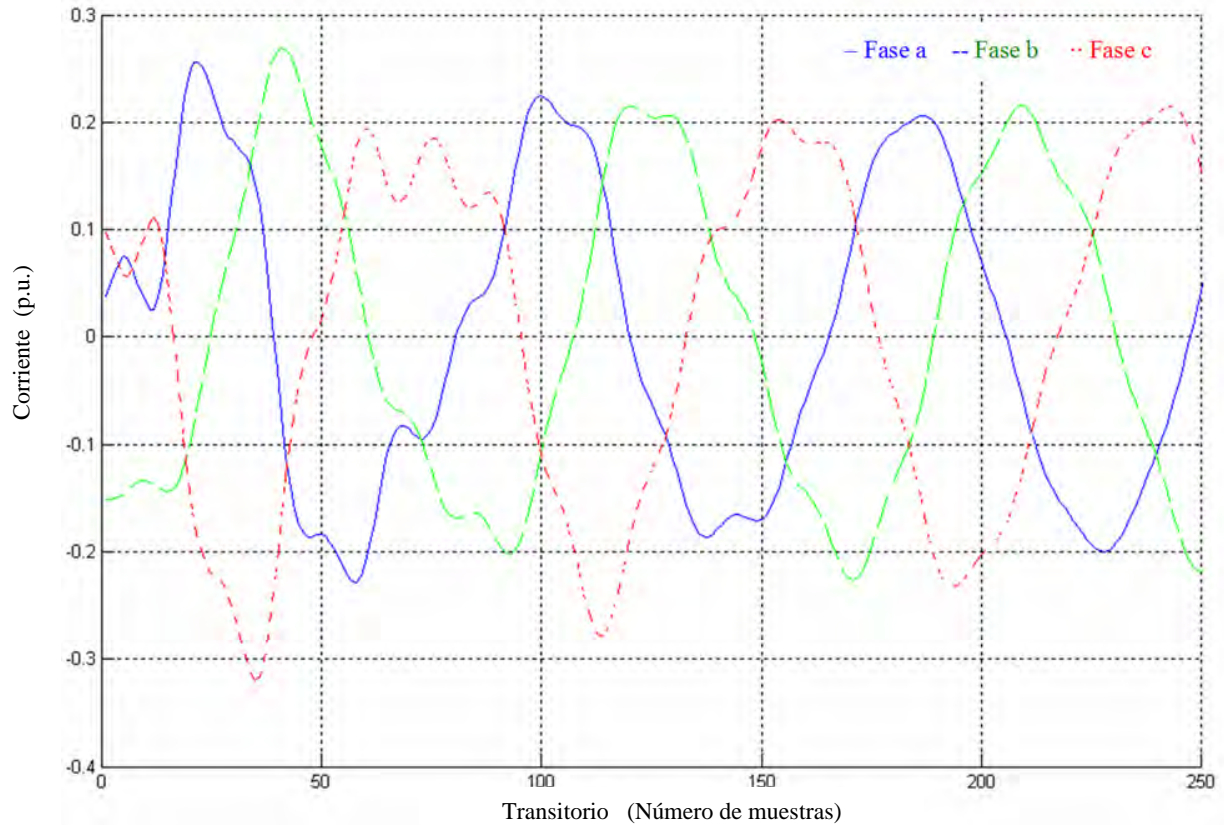
El sistema de prueba del caso de estudio 2 es el sistema de 30 nodos AEP30 del IEEE mostrado en la Figura 5.6, el cual consta de 34 líneas de transmisión, 7 transformadores, 5 generadores, 2 compensadores en derivación y 21 cargas. Los componentes del sistema de prueba 2 se describen en el Apéndice 2.



**Figura 5.6** Sistema de prueba del caso de estudio 2.

Se utiliza el transitorio que provoca la energización de un banco de capacitores para la obtención de la información requerida para la determinación del equivalente. Se tomaron mediciones de voltaje y corriente a un intervalo de muestreo de  $200\mu$  segundos, esto con la finalidad de considerar en los datos muestreados por lo menos las primeras 40 armónicas.

En la Figura 5.7 se observa el comportamiento de las corrientes en el nodo de interfase durante el transitorio. El transitorio tuvo una duración de 50m segundos tomándose 250 muestras durante este tiempo.



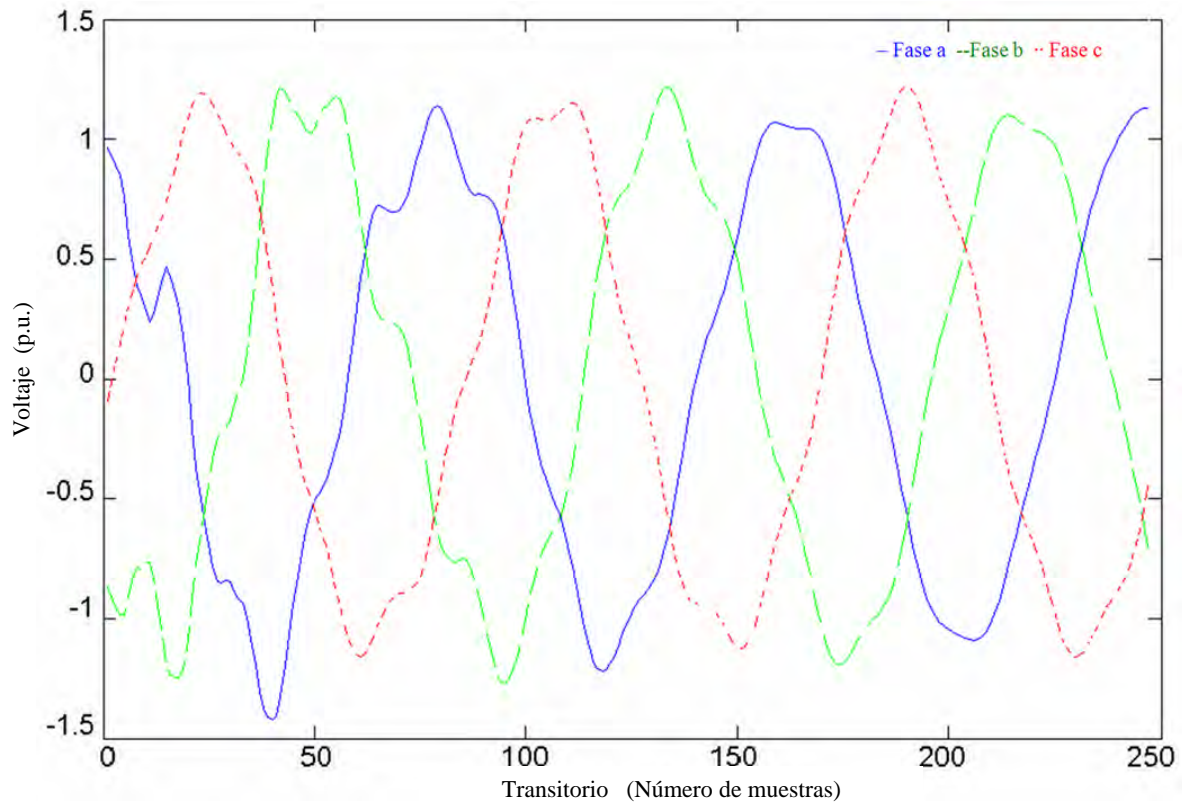
**Figura 5.7** Comportamiento de la corriente durante el transitorio provocado por una carga capacitiva en el sistema de prueba 2.

Como se mencionó anteriormente, en modelos trifásicos es complejo el considerar una tolerancia para proponer un orden para el modelo, esto dificulta el cálculo del orden del modelo, por lo que se opta por asignar un orden para el modelo.

Consideremos como primer aproximación un valor de  $p=q=1$  en las Ecuaciones (4.2) para el orden del modelo, por lo que la Ecuación (4.10) toma la forma mostrada en la Ecuación 5.1. En donde los parámetros para las matrices  $A_0$ ,  $A_1$  y  $B_1$  son estimados por medio del método de mínimos cuadrados descrito en el Apéndice 1, entonces las matrices  $A_0$ ,  $A_1$  y  $B_1$  para el sistema de prueba 2 quedan.

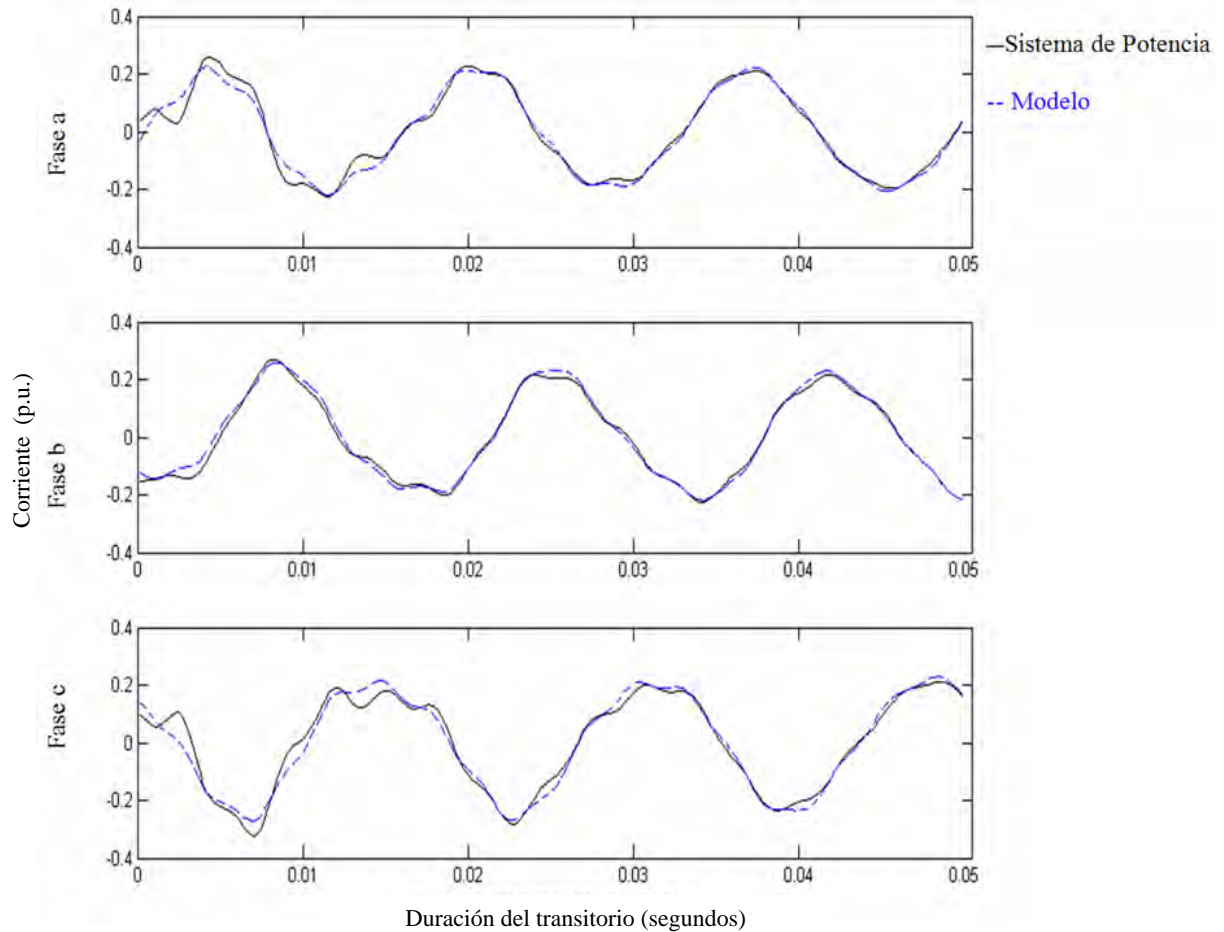
$$\begin{aligned}
 A_0 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 A_1 &= \begin{bmatrix} -0.9625 & -0.0764 & -0.0111 \\ 0.1819 & -0.7282 & 0.2659 \\ -0.2096 & -0.1845 & -1.2452 \end{bmatrix} \\
 B_1 &= 1.0e-003 * \begin{bmatrix} -0.4469 & -0.6149 & -0.5038 \\ 0.2575 & 0.3156 & 0.2951 \\ 0.5954 & 0.7071 & 0.6156 \end{bmatrix}
 \end{aligned}
 \tag{5.7}$$

En la Figura 5.8 se observa el comportamiento del voltaje en las tres fases del nodo de interfase para el sistema de prueba 2.



**Figura 5.8** Comportamiento del voltaje en p.u. durante el transitorio provocado por una carga capacitiva en el sistema de prueba 2.

En la Figura 5.9 se compara el comportamiento del modelo con el comportamiento del sistema de potencia, aún cuando el orden del modelo es el más pequeño que se puede considerar, el modelo es capaz de reproducir el comportamiento real del sistema de potencia. El valor de coincidencia para la respuesta del modelo de orden 1 y del sistema de prueba 2 es de 80.08%.



**Figura 5.9** Comparación de la respuesta del modelo de orden 1 y el sistema de potencia del caso de prueba 2.

Las Ecuaciones (5.7) convertidas a un modelo en el dominio del espacio de estado continuo, tiene los siguientes valores:

$$\begin{aligned}
 A &= \begin{matrix} 0.9625 & 0.0764 & 0.0111 \\ -0.1819 & 0.7282 & -0.2659 \\ 0.2096 & 0.1845 & 1.2452 \end{matrix} \\
 B &= 1.0e-003 * \begin{matrix} -0.4469 & -0.6149 & -0.5038 \\ 0.2575 & 0.3156 & 0.2951 \\ 0.5954 & 0.7071 & 0.6156 \end{matrix}
 \end{aligned}
 \tag{5.8}$$

$$C = \begin{matrix} 0.9625 & 0.0764 & 0.0111 \\ -0.1819 & 0.7282 & -0.2659 \\ 0.2096 & 0.1845 & 1.2452 \end{matrix}$$

Considerando ahora un valor de 2 para el orden del modelo, las matrices  $A_0$ ,  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $B_1$  y  $B_2$  están dadas por:

$$A_0 = \begin{matrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix}$$

$$A_1 = \begin{matrix} -1.5645 & 0.4489 & 0.3812 \\ 0.1510 & -1.7973 & 0.2362 \\ 0.7086 & 0.6274 & -1.3211 \end{matrix}$$

$$A_2 = \begin{matrix} 0.5521 & -0.4597 & -0.3926 \\ -0.1545 & 0.7948 & -0.2382 \\ -0.6853 & -0.6064 & 0.3404 \end{matrix}$$

(5.9)

$$B_0 = 1.0e-003 * \begin{matrix} 0.5389 & 0.1069 & 0.0406 \\ 0.0349 & 0.0291 & 0.4267 \\ -0.1632 & 0.2754 & -0.0516 \end{matrix}$$

$$B_1 = 1.0e-003 * \begin{matrix} -0.3685 & 0.0368 & 0.1406 \\ 0.0256 & 0.0653 & -0.3487 \\ 0.4521 & 0.0080 & 0.3128 \end{matrix}$$

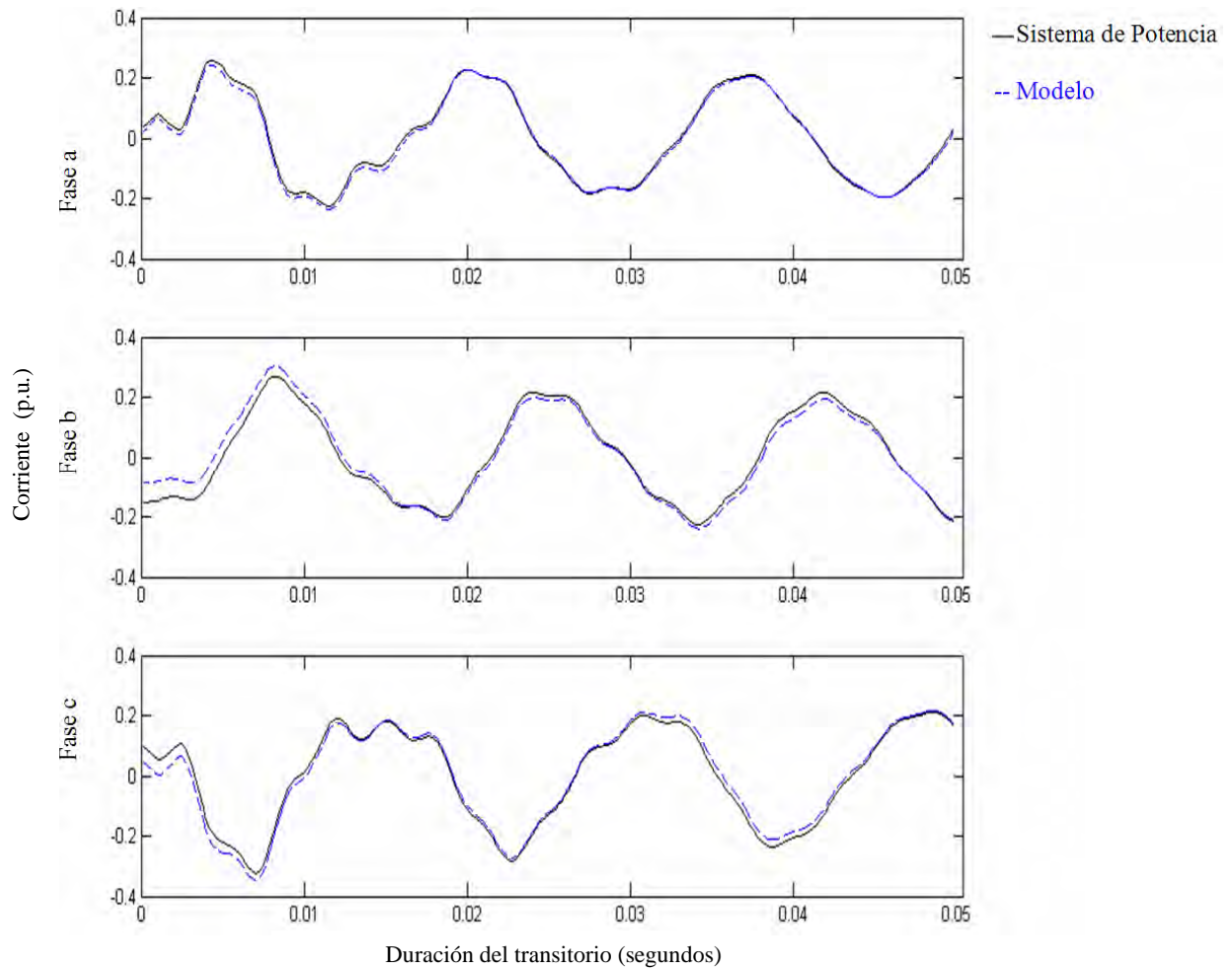
Las Ecuaciones (5.7) convertidas a un modelo en el dominio del espacio de estado continuo, tiene los siguientes valores:

$$A = \begin{matrix} 1.5645 & -0.4489 & -0.3812 \\ -0.1510 & 1.7973 & -0.2362 \\ -0.7086 & -0.6274 & 1.3211 \end{matrix}$$

$$B = \begin{matrix} 0.0005 & 0.0001 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0004 \\ -0.0002 & 0.0003 & -0.0001 \end{matrix}$$

(5.10)

$$C = \begin{matrix} 1.5645 & -0.4489 & -0.3812 \\ -0.1510 & 1.7973 & -0.2362 \\ -0.7086 & -0.6274 & 1.3211 \end{matrix}$$



**Figura 5.10** Comparación de la respuesta del equivalente de orden 2 y el sistema de prueba 2.

Comparando la respuesta del modelo con la respuesta del sistema de potencia, mediante la Figura 5.10, se observa que el modelo representa ahora al sistema de potencia de forma más precisa que el caso del modelo de primer orden. El valor de coincidencia para la respuesta del modelo de orden 2 y del sistema de prueba 2 es de 85.06%.

Obsérvese que para el caso de prueba 1, un modelo de orden 2 puede representar el comportamiento del sistema de potencia de forma precisa. Sin embargo, se observa que para el caso de prueba 2, con el mismo tipo de transitorio y el mismo orden del modelo, este no es capaz de representar con el mismo grado de precisión el comportamiento

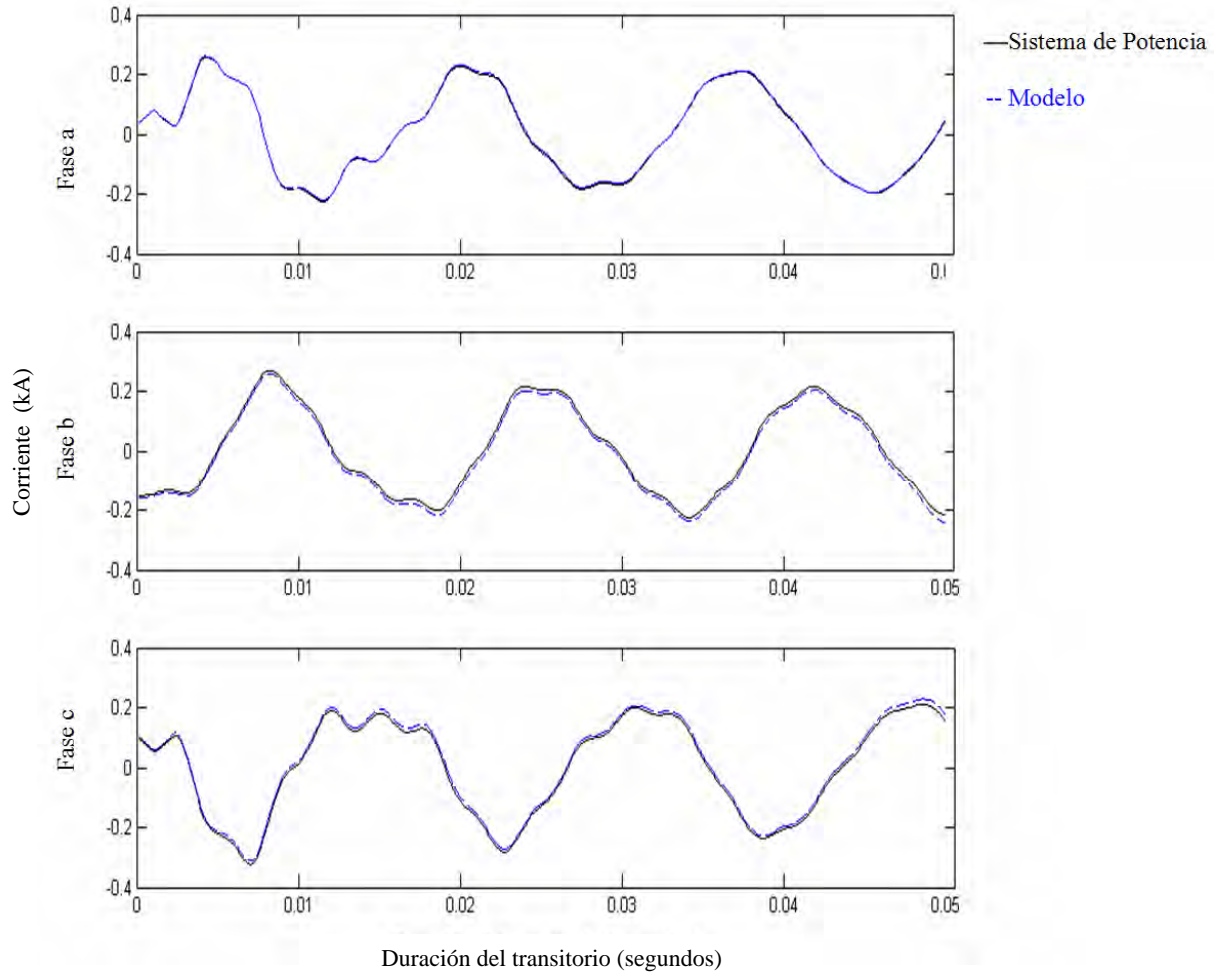
dinámico del sistema de potencia. Para este caso de prueba se propone un modelo de orden 3. Así, la Ecuación (4.10) tiene la forma:

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{B_1 z^{-1} + B_2 z^{-2} + B_3 z^{-3}}{A_0 - A_1 z^{-1} - A_2 z^{-2} - A_3 z^{-3}} \quad (5.11)$$

Una vez realizado el proceso de estimación de parámetros para las matrices  $A_0$ ,  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$ ,  $B_1$ ,  $B_2$  y  $B_3$ , las matrices obtenidas son:

$$\begin{aligned} A_0 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ A_1 &= \begin{bmatrix} -1.3290 & 0.3877 & 0.0928 \\ 0.0363 & -1.3695 & 0.1027 \\ 0.7078 & 0.3533 & -0.8024 \end{bmatrix} \\ A_2 &= \begin{bmatrix} 0.0579 & -0.2074 & 0.1449 \\ 0.0516 & -0.0367 & 0.0559 \\ -0.4415 & -0.0020 & -0.4914 \end{bmatrix} \\ A_3 &= \begin{bmatrix} 0.2792 & -0.1659 & -0.2171 \\ -0.0832 & 0.4101 & -0.1511 \\ -0.2705 & -0.3603 & 0.2742 \end{bmatrix} \\ B_1 &= 1.0e-003 * \begin{bmatrix} 0.0961 & -0.3104 & -0.5919 \\ 0.0012 & -0.0166 & 0.3209 \\ 0.2477 & 0.6736 & 0.6027 \end{bmatrix} \\ B_2 &= \begin{bmatrix} 0.0004 & 0.0006 & 0.0012 \\ -0.0000 & 0.0000 & -0.0000 \\ -0.0001 & -0.0003 & -0.0009 \end{bmatrix} \\ B_3 &= 1.0e-003 * \begin{bmatrix} -0.4068 & -0.1627 & -0.4953 \\ 0.0821 & 0.1008 & -0.2330 \\ 0.2760 & 0.0227 & 0.6842 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.12)$$

Comparando ahora la respuesta del modelo con la respuesta del sistema de potencia, en la Figura 5.11, se observa que el modelo de orden 3 representa al sistema de potencia de manera más precisa que el modelo de orden 2, lo cual queda corroborado con el valor de coincidencia que es de 90.87%.



**Figura 5.11** Comparación de la respuesta del equivalente de orden 3 y el sistema de prueba 2.

Las Ecuaciones (5.12) convertidas a un modelo en el dominio del espacio de estado continuo, tienen los siguientes valores:

$$\begin{aligned}
 A &= \begin{bmatrix} 1.3290 & -0.3877 & -0.0928 \\ -0.0363 & 1.3695 & -0.1027 \\ -0.7078 & -0.3533 & 0.8024 \end{bmatrix} \\
 B &= \begin{bmatrix} 0.0001 & -0.0003 & -0.0006 \\ 0.0000 & -0.0000 & 0.0003 \\ 0.0002 & 0.0007 & 0.0006 \end{bmatrix} \\
 C &= \begin{bmatrix} 1.3290 & -0.3877 & -0.0928 \\ -0.0363 & 1.3695 & -0.1027 \\ -0.7078 & -0.3533 & 0.8024 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{5.13}$$



# Capítulo 6

---

## Conclusiones

---

### *6.1 Conclusiones*

Se ha desarrollado una técnica para la determinación de un equivalente dinámico del sistema de potencia, la cual no requiere de procedimientos costosos para la inyección de corrientes armónicas en el nodo de interfase, sino que aprovecha los elementos existentes en la red eléctrica, para generar un transitorio que sea capaz de excitar en sus frecuencias naturales al sistema de potencia.

De la dinámica del sistema, bajo el transitorio generado se obtiene la información del comportamiento del sistema de potencia, por medio de las mediciones de voltajes y corrientes en el nodo de interfase. Así, al determinar los parámetros del equivalente dinámico, éste es capaz de representar la respuesta del sistema de potencia de manera precisa.

La técnica descrita en el capítulo 4, aplicada para la obtención del equivalente dinámico mediante la energización de un banco de capacitores en un punto del sistema de potencia, demostró que no es necesario el considerar la utilización de elementos especiales, como lo son un generador de corrientes armónicas, para excitar el sistema de potencia de tal manera que la información de su comportamiento dinámico sea suficiente para la determinación de un equivalente que represente de manera precisa su respuesta.

La técnica desarrollada se aplicó con éxito en la obtención de equivalentes dinámicos en dos casos de estudio.

Debido a que la obtención del equivalente dinámico del sistema de potencia se realizó en base a las mediciones de voltaje y corrientes en un nodo del sistema, el equivalente mantiene en su respuesta, la información inherente de los elementos no lineales presentes en el sistema. Sin embargo, el equivalente dinámico no tiene ninguna información acerca de las características de configuración del sistema de potencia.

Por lo anterior se debe considerar que la técnica para la determinación del equivalente debe ser en línea y aplicada para la obtención de un nuevo equivalente, cada que se vea modificado el sistema de potencia en su configuración.

Aún así se tiene una técnica capaz de representar el sistema de potencia de manera precisa en un amplio rango de frecuencias y capaz de reproducir el efecto que los elementos no lineales presentes tienen sobre el.

## ***6.2 Sugerencias para trabajos futuros***

La técnica implementada en este trabajo de tesis, basada en la formulación de Girgis et al. (1990), modificada para su factibilidad e implementación bajo la energización de un banco de capacitores, ha demostrado ser muy precisa en los sistemas de prueba utilizados en este trabajo. Sin embargo, en este trabajo de tesis no se analizaron algunos aspectos importantes a considerar para la obtención de un equivalente más eficiente y que utilice variables de menor dimensión como lo son: el intervalo de muestreo utilizado en las mediciones de voltaje y corriente de los sistemas de prueba, importante para una correcta recopilación de la información del comportamiento del sistema bajo condiciones de transitorios en sistemas de potencia [Morched et al. 2003] y; la determinación del orden del equivalente, en este sentido y tratándose de equivalentes trifásicos, aún no se tienen definidas formalmente técnicas de análisis para la correcta determinación del orden del modelo propuesto, sin

embargo se debe analizar por ejemplo el tomar en cuenta variables estadísticas para una posible propuesta del orden correcto para el equivalente, además se propone continuar con la investigación en este campo de la obtención de equivalentes dinámicos, que aprovechen los componentes existentes en el sistema eléctrico para la obtención de la información de la dinámica del sistema de potencia a estudios en tiempo real.

**Estimación de Parámetros por el método de mínimos cuadrados (LSM)**

En un modelo auto regresivo como el de la ecuación 4.1, el voltaje en la muestra  $k$ , es función de las muestras de voltajes y corrientes anteriores, en forma matricial, esta relación esta dada por:

$$\begin{bmatrix} V_k \\ V_{k+1} \\ \vdots \\ V_{k+N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{k-1} & V_{k-2} & \cdots & V_{k-m} & U_{k-1} & U_{k-2} & \cdots & U_{k-n} \\ V_k & V_{k-1} & \cdots & V_{k-m+1} & U_k & U_{k-1} & \cdots & U_{k-n+1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ V_{k+N-1} & V_{k+N-2} & \cdots & V_{k+N-m} & U_{k+N-1} & U_{k+N-2} & \cdots & U_{k+N-n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_m \\ b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} \quad (\text{A1.1})$$

Donde  $N$  es el número de muestras que se tomaron en el análisis.

Esta representación matricial del modelo puede ser expresada como:

$$b = A(N) x \quad (\text{A1.2})$$

Donde:

$b$  = vector de muestras.

$x$  = vector de parámetros a estimar.

$A$  = matriz que relaciona a el vector de parámetros a estimar y el vector de muestras.

Dada la representación anterior los parámetros pueden ser estimados por medio de un método de mínimos cuadrados (LSM) como se describe a continuación.

La solución  $\hat{x}$  de  $Ax=b$  en el sentido de mínimos cuadrados es aquella que minimiza la norma del error

$$E = \|A\hat{x} - b\| \quad (A1.3)$$

La solución  $\hat{x}$  que cumple con lo anterior es tal que  $A\hat{x}$  es la proyección ortogonal de  $b$  sobre el espacio columna de  $A$ . La observación anterior nos permite calcular  $\hat{x}$  como sigue:

$A\hat{x} - b$  es ortogonal al espacio de columnas de  $A$ . Sea  $w$  un vector en este espacio, entonces  $w$  es una combinación lineal de las columnas de  $A$ , es decir:

$$w = Ac \quad (A1.4)$$

Donde  $c = [c_1, c_2, \dots, c_m]$ . Entonces, para cualquier  $c$  arbitrario:

$$\langle Ac, A\hat{x} - b \rangle = 0 \quad (A1.5)$$

es decir:

$$(Ac)^t (A\hat{x} - b) = 0 \quad (A1.6)$$

$$c^t A^t (A\hat{x} - b) = 0 \quad (A1.7)$$

entonces

$$c^t (A^t A \hat{x} - A^t b) = 0 \quad (A1.8)$$

finalmente

$$A^t A \hat{x} = A^t b \quad (A1.9)$$

A estas se les llama las ecuaciones normales. Si  $A$  tiene columnas linealmente independientes entonces  $A^t A$  tiene inversa y las ecuaciones normales se convierten en:

$$\hat{x} = (A^t A)^{-1} A^t b \quad (A1.10)$$

la estimación del vector de parámetros es entonces dada por:

$$\hat{x} = \left( H^T H \right)^{-1} H^T b \quad (A1.11)$$

Tomemos como ejemplo el sistema de prueba 1, descrito en el capítulo 5, y que se muestra en la Figura 5.1, en dónde caracterizaremos un modelo de orden 1, pero analizando únicamente un ciclo de los valores registrados de voltaje y corriente.

En un ciclo se tendrán 83 valores registrados por fase para los voltajes y corrientes de acuerdo a los datos del sistema de prueba.

	Va	Vb	Vc	Ia	Ib	Ic
1	-21.0400	-179.6000	199.1000	-0.0000	-0.0000	0.0000
2	-4.2620	-188.2000	191.7000	-0.0000	-0.0000	0.0000
3	14.2400	-180.4000	168.2000	0.1035	-4.2070	4.1140
4	30.6700	-173.6000	147.1000	0.6078	-7.9640	7.4370
5	45.1700	-168.8000	129.3000	1.4230	-10.8700	9.6360
6	58.0100	-166.8000	115.2000	2.4330	-12.7400	10.6100
7	69.4200	-159.4000	97.2800	3.5080	-13.4100	10.3200
8	80.3200	-152.0000	79.2500	4.5450	-12.7200	8.6740
9	88.6600	-142.4000	59.0900	5.4100	-10.6900	5.8060
10	95.5200	-143.4000	53.0300	5.9770	-7.6370	2.1230
11	102.1000	-153.6000	56.9200	6.1780	-4.0490	-1.7580
12	109.0000	-172.0000	67.4500	5.9970	-0.4490	-5.3060
13	115.3000	-180.1000	67.1500	5.4390	2.8020	-8.1810
14	124.1000	-194.4000	69.6900	4.5960	5.5950	-10.3800
15	133.8000	-216.3000	80.2400	3.5680	7.4600	-11.5100
16	146.0000	-239.7000	91.3000	2.4870	8.1250	-11.3700
17	159.4000	-257.0000	95.7600	1.5040	7.5610	-10.0200
18	176.8000	-266.6000	88.1500	0.7427	6.0510	-7.8510
19	192.4000	-266.7000	71.3300	0.3100	3.8780	-5.2610
20	208.5000	-265.3000	53.1200	0.2271	1.3970	-2.6590
21	224.6000	-257.6000	31.7500	0.5038	-1.1040	-0.2844
22	239.3000	-242.7000	4.2090	1.1030	-3.2400	1.5370
23	248.5000	-214.1000	-31.8600	1.9090	-4.6380	2.5070
24	257.9000	-180.6000	-75.2300	2.7490	-4.8210	2.2620
25	262.1000	-152.4000	-107.3000	3.5120	-3.8640	0.9340
26	262.7000	-125.1000	-134.8000	4.0260	-1.9270	-1.1670
27	259.7000	-97.3900	-159.9000	4.1640	0.8149	-3.7780
28	253.9000	-67.0400	-185.4000	3.8220	4.1770	-6.6480
29	245.6000	-41.4300	-203.6000	3.0070	7.7960	-9.4450
30	236.4000	-23.4700	-214.7000	1.7180	11.2700	-11.7800
31	226.5000	-10.1200	-217.9000	0.0580	14.1100	-13.2400
32	216.9000	2.9870	-220.4000	-1.8310	16.0100	-13.6000
33	206.8000	17.2300	-223.7000	-3.7750	16.8100	-12.8300
34	196.7000	38.1000	-233.3000	-5.6510	16.6000	-11.1100
35	188.6000	50.7900	-235.2000	-7.2150	15.3200	-8.5730
36	179.4000	66.2400	-237.4000	-8.3520	13.0200	-5.3290
37	169.1000	87.9600	-244.8000	-8.9820	10.0300	-1.7390
38	156.3000	117.8000	-258.2000	-9.0960	6.7670	1.7510
39	143.3000	147.7000	-271.7000	-8.7080	3.6310	4.7460
40	126.0000	179.3000	-283.7000	-7.9290	0.9407	7.0100
41	105.7000	208.7000	-290.8000	-6.8910	-1.1220	8.4260
42	82.1600	240.3000	-296.8000	-5.7700	-2.3570	8.9490

	Va	Vb	Vc	Ia	Ib	Ic
43	55.8100	269.3000	-299.7000	-4.7360	-2.6570	8.5730
44	24.2100	299.9000	-300.0000	-3.9740	-2.0190	7.4120
45	-4.4880	314.6000	-289.1000	-3.5730	-0.6521	5.7000
46	-35.9600	322.8000	-268.2000	-3.5740	1.0320	3.8820
47	-67.0100	327.1000	-244.4000	-4.0010	2.7690	2.2580
48	-96.7800	327.4000	-218.2000	-4.7940	4.3130	1.0320
49	-121.7000	318.5000	-187.6000	-5.8260	5.4050	0.3752
50	-145.3000	306.4000	-153.9000	-6.9160	5.7720	0.4453
51	-163.9000	287.3000	-118.3000	-7.8960	5.2580	1.2940
52	-179.7000	270.2000	-85.6300	-8.5950	3.8550	2.8450
53	-191.6000	253.9000	-57.4900	-8.8700	1.7340	4.8580
54	-202.5000	241.4000	-34.2600	-8.6290	-0.8949	7.0580
55	-208.3000	224.5000	-12.4700	-7.8560	-3.7420	9.1520
56	-214.5000	209.7000	8.5570	-6.5270	-6.6510	10.9500
57	-221.0000	200.4000	23.6500	-4.7870	-9.2590	12.2200
58	-228.0000	194.3000	34.5200	-2.7930	-11.2300	12.7300
59	-234.7000	187.3000	44.9300	-0.7307	-12.3400	12.3600
60	-242.3000	179.3000	56.7700	1.2330	-12.5800	11.1900
61	-249.8000	167.3000	70.9700	2.8940	-11.9300	9.3410
62	-257.9000	155.6000	85.9800	4.1150	-10.5300	7.0330
63	-264.5000	141.7000	101.5000	4.7930	-8.5090	4.4770
64	-269.7000	123.9000	119.0000	4.9160	-6.1350	1.9310
65	-271.7000	100.5000	139.4000	4.5030	-3.6790	-0.3425
66	-269.3000	71.8900	162.2000	3.7170	-1.5520	-2.0620
67	-264.8000	45.1600	183.0000	2.6800	0.0504	-3.0690
68	-256.0000	19.1300	199.7000	1.5640	1.0250	-3.3630
69	-243.3000	-7.0150	213.9000	0.5622	1.2970	-2.9990
70	-226.7000	-33.3700	225.8000	-0.1353	0.8158	-2.0560
71	-208.6000	-56.4400	234.0000	-0.4172	-0.3028	-0.7010
72	-189.1000	-74.4500	236.5000	-0.2124	-1.8970	0.8460
73	-169.6000	-86.3900	233.6000	0.4655	-3.6690	2.3130
74	-150.2000	-95.9900	227.6000	1.5620	-5.3680	3.4650
75	-133.5000	-101.0000	219.1000	2.9420	-6.7570	4.1350
76	-116.8000	-107.2000	211.1000	4.4610	-7.7020	4.2550
77	-104.6000	-107.8000	201.9000	5.9290	-8.0540	3.8020
78	-94.3100	-106.6000	191.5000	7.1370	-7.6890	2.7860
79	-85.4100	-107.0000	183.4000	7.9460	-6.6400	1.3080
80	-76.5900	-111.9000	179.5000	8.2670	-5.0750	-0.4242
81	-69.0800	-117.0000	177.6000	8.0570	-3.1830	-2.1870
82	-60.4000	-125.4000	177.8000	7.3340	-1.1900	-3.7650
83	-50.7600	-134.3000	178.7000	6.1860	0.7032	-5.0000

Así, la ecuación A1.2 tendrá las siguientes dimensiones:

$$b_{83 \times 3} = A_{83 \times 6}(N) x_{6 \times 3} \quad (A1.12)$$

Donde:

$b$  = vector de muestras de dimensión 83x3.

$x$  = vector de parámetros a estimar de dimensión 6x3.

$A$  = matriz que relaciona a el vector de parámetros a estimar y el vector de muestras, de dimensión 83x6.

Aplicando la formulación descrita anteriormente, obtenemos como resultado los parámetros de las matrices descritas en las Ecuación 4.10.

$$\hat{x} = \begin{bmatrix} -0.8961 & 0.0835 & -0.0772 \\ -0.1056 & -0.2989 & 0.7951 \\ -0.0073 & -0.8271 & -1.8150 \\ -0.0081 & -0.0110 & -0.0093 \\ 0.0387 & 0.0504 & 0.0336 \\ -0.0441 & -0.0550 & -0.0392 \end{bmatrix}$$

Que caracteriza a un sistema de orden 1 como el mostrado en la Ecuación 5.1:

$$\frac{I(z)}{V(z)} = \frac{B_1 z^{-1}}{A_0 - A_1 z^{-1}}$$

Dónde:

A0=

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

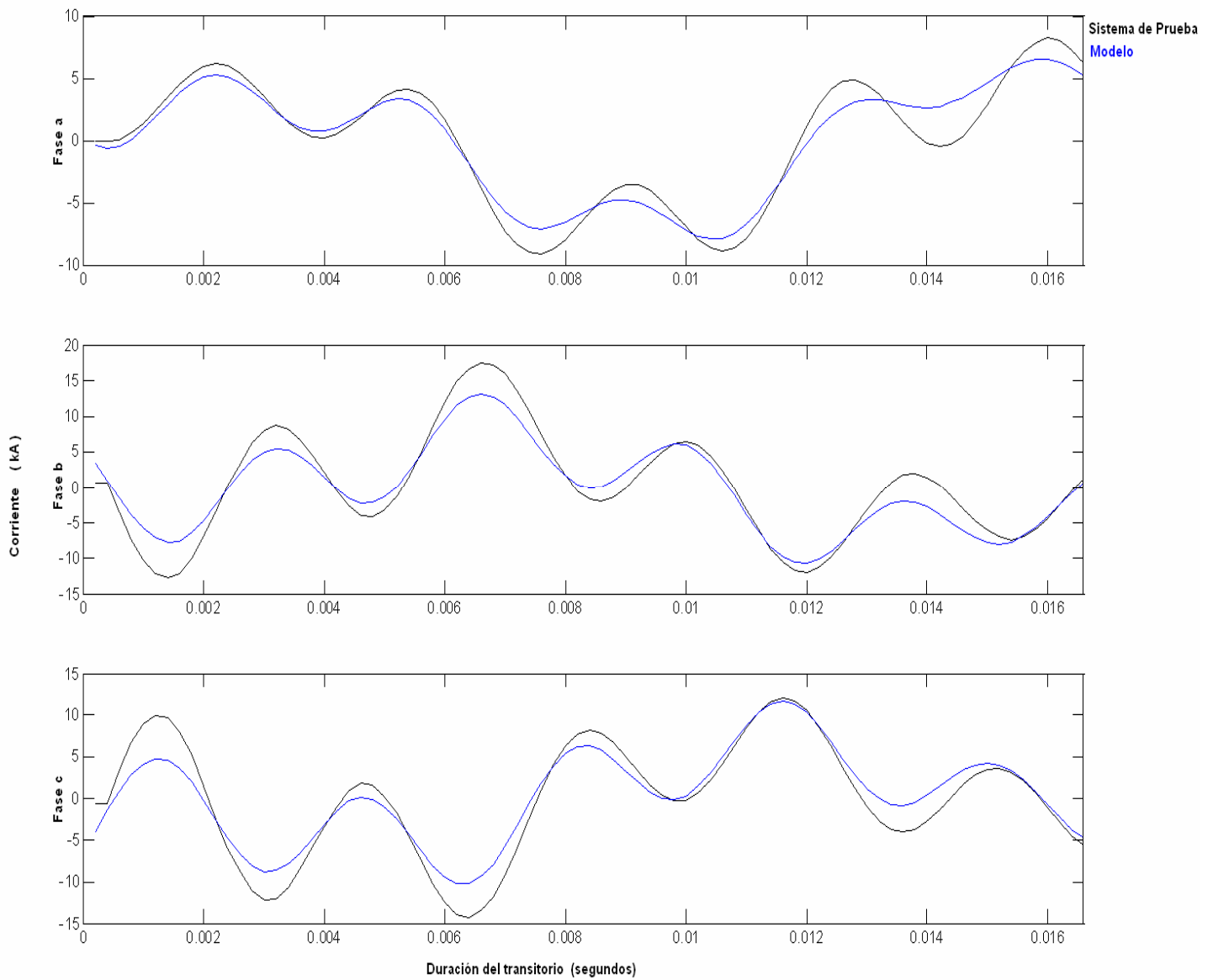
A1=

$$\begin{bmatrix} -0.8961 & 0.0835 & -0.0772 \\ -0.1056 & -0.2989 & 0.7951 \\ -0.0073 & -0.8271 & -1.8150 \end{bmatrix}$$

B1=

$$\begin{bmatrix} -0.0081 & -0.0110 & -0.0093 \\ 0.0387 & 0.0504 & 0.0336 \\ -0.0441 & -0.0550 & -0.0392 \end{bmatrix}$$

La respuesta del modelo comparada con la respuesta del sistema se muestra en la siguiente figura, en dónde podemos observar que el modelo no representa de manera precisa la respuesta dinámica del sistema de prueba.



**Fig. A1.1** Sistema de prueba 1, caracterizado por un modelo de orden 1.



## Apéndice 2

---

---

### A.1 Parámetros del Sistema de Prueba 1

Los parámetros del sistema de prueba 1 utilizado en el Capítulo 5 son los siguientes:

Los transformadores utilizados tienen conexión Estrella aterrizada – Delta, los Generadores son trifásicos y las tres líneas de transmisión tienen una configuración de un conductor por fase colocado simétricamente con respecto a un eje vertical y las coordenadas están tomadas del centro de la torre al nivel de la tierra.

L1.

Longitud: 152.9 Km.

Tipo de Conductor: HAWK (30/7 + 7/30 ACSR)

Tipo del conductor de retorno: (7/3.05 Gehss)

Coordenadas del conductor (en metros):

Fase <i>a</i>	4.80	29.00
Fase <i>b</i>	6.34	18.00
Fase <i>c</i>	4.42	23.50
Retorno	0.00	29.00

L2.

Longitud: 175.6 Km.

El tipo y coordenadas de los conductores por fase y de retorno son iguales a los de la línea L1.

L3.

Longitud: 131.0 Km.

Tipo de Conductor: HAWK (30/7 + 7/30 ACSR)

Tipo del conductor de retorno: (7/3.18 Gehss)

Coordenadas del conductor (en metros):

Fase <i>a</i>	0.00	12.50
Fase <i>b</i>	6.47	12.50
Fase <i>c</i>	12.94	12.50
Retorno	1.86	18.41

## ***A.2 Parámetros del Sistema de Prueba 2***

Los parámetros del sistema de prueba 2 de 30 nodos AEP 30, utilizado en el Capítulo 5, en valores por fase, son los siguientes:

Número de nodos y componentes del sistema.

Nodos	Líneas de Transmisión	Transformadores	Generadores	Cargas
30	34	7	5	21

Transformadores.

Nodo de envío	Nodo de recepción	$X_s$ (pu)	$T_v$	$U_v$
nod_6	nod_9	0.2080	0.978	1.0
nod_6	nod_10	0.5560	0.969	1.0
nod_9	nod_11	0.2080	1.0	1.0
nod_9	nod_10	0.1100	1.0	1.0
nod_4	nod_12	0.2560	0.932	1.0
nod_12	nod_13	0.1400	1.0	1.0
nod_28	nod_27	0.3960	0.968	1.0

### Generadores.

Nodo	$P_G$ (MW)	$Q_{GMIN}$ (MVAR)	$Q_{GMAX}$ (MVAR)	Magnitud de voltaje controlada (pu)
nod_2	40	-40	50	1.045
nod_5	0.0	-40	40	1.010
nod_8	0.0	-10	40	1.010
nod_11	0.0	-6.0	24	1.082
nod_13	0.0	-6.0	24	1.071

### Líneas de transmisión.

Nodo de envío	Nodo de recepción	R (pu)	$X_L$ (pu)	$B_{TOTAL}$ (pu)
nod_1	nod_2	0.0192	0.0575	0.0528
nod_1	nod_3	0.0452	0.1852	0.0408
nod_2	nod_4	0.0570	0.1737	0.0368
nod_3	nod_4	0.0132	0.0379	0.0084
nod_2	nod_5	0.0472	0.1983	0.0418
nod_2	nod_6	0.0581	0.1763	0.0374
nod_4	nod_6	0.0119	0.0414	0.0090
nod_5	nod_7	0.0460	0.1160	0.0204
nod_6	nod_7	0.0267	0.0820	0.0170
nod_6	nod_8	0.0120	0.0420	0.0090
nod_12	nod_14	0.1231	0.2559	0.0
nod_12	nod_15	0.0662	0.1304	0.0
nod_12	nod_16	0.0945	0.1987	0.0
nod_14	nod_15	0.2210	0.1997	0.0
nod_16	nod_17	0.0824	0.1923	0.0
nod_15	nod_18	0.1073	0.2185	0.0
nod_18	nod_19	0.0639	0.1292	0.0
nod_19	nod_20	0.0340	0.0680	0.0
nod_10	nod_20	0.0936	0.2090	0.0
nod_10	nod_17	0.0324	0.0845	0.0
nod_10	nod_21	0.0348	0.0749	0.0
nod_10	nod_22	0.0727	0.1499	0.0

nod_21	nod_22	0.0116	0.0236	0.0
nod_15	nod_23	0.1000	0.2020	0.0
nod_22	nod_24	0.1150	0.1790	0.0
nod_23	nod_24	0.1320	0.2700	0.0
nod_24	nod_25	0.1885	0.3292	0.0
nod_25	nod_26	0.2544	0.3800	0.0
nod_25	nod_27	0.1093	0.2087	0.0
nod_27	nod_29	0.2198	0.4153	0.0
nod_27	nod_30	0.3202	0.6027	0.0
nod_29	nod_30	0.2399	0.4533	0.0
nod_8	nod_28	0.0636	0.2000	0.0428
nod_6	nod_28	0.0169	0.0599	0.0130

Compensadores en derivación.

Nodo	G (pu)	B (pu)
nod_10	0.0	0.190
nod_24	0.0	0.043

Cargas.

Nodo	P <sub>CARGA</sub> (MW)	Q <sub>CARGA</sub> (MVAR)	Nodo	P <sub>CARGA</sub> (MW)	Q <sub>CARGA</sub> (MVAR)
nod_2	21.7	12.7	nod_17	9.0	5.8
nod_3	2.4	1.2	nod_18	3.2	0.9
nod_4	7.6	1.6	nod_19	9.5	3.4
nod_5	94.2	19.0	nod_20	2.2	0.7
nod_7	22.8	10.9	nod_21	17.5	11.2
nod_8	30	30	nod_22	0.0	0.0
nod_10	5.8	2.0	nod_23	3.2	1.6
nod_12	11.2	7.5	nod_24	8.7	6.7
nod_14	6.2	1.6	nod_26	3.5	2.3
nod_15	8.2	2.5	nod_29	2.4	0.9
nod_16	3.5	1.8	nod_30	10.6	1.9

## *Bibliografía*

---

---

[Abur y Singh 1993]

Ali Abur y Harinderpal Singh “Time Domain Modeling of External Systems For Electromagnetic Transients Programs” IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 8, No. 2, MAY 1993, pp. 671 – 679.

[Abur y Singh 1995]

Ali Abur, Harinderpal Singh “Multi-Port Equivalencing of External Systems for Simulation of Switching Transients” IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 2, No. 1, JANUARY 1995, pp. 374 – 382.

[Angelidis y Semlyen 1995]

George Angelidis y Adam Semlyen “Direct Phase – Domain Calculation of Transmission Line Transients Using Two – Side Recursions” IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 10, No. 2, APRIL 1995, pp. 941 – 949.

[Antonini 2003]

Giulio Antonini, “SPICE Equivalent Circuits of Frequency-Domain Responses” IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, Vol. 45, No. 3, August 2003, pp. 502–512.

[Arrillaga 2000]

J. Arrillaga 2000, “The Evolution of Power Transmission Models to Accommodate Power Electronics” 0-7803-6338-8/00/\$10.00(c) 2000 IEEE.

[Arrillaga et al. 1995]

J. Arrillaga, A. Medina, M.L.V. Lisboa, M.A. Cavia, P. Sánchez, “The Harmonic Domain. A Frame of Reference for Power System Harmonic Analysis”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 10 No.1, pp. 433-440, February 1995.

[Arrillaga et al. 1996]

J. Arrillaga, N. Watson, Z. -P. Du, “Continuous Harmonic State Estimation of Power Systems”, IEEE Proc.-Gener. Transm. Distrib., Vol. 143, No. 4, July 1996, pp. 329-336.

[Arrillaga et al. 2000]

G.N. Bathurst, N.R. Watson and J. Arrillaga 2000, “Adaptive Frequency-Selection Method for a Newton Solution of Harmonics and Interharmonics” IEEE Proc.-Gener. Transm. Distrib., Vol. 147, No. 2, March 2000, pp. 126–130.

[Arrillaga et al. 2004]

Jos Arrillaga, Neville R. Watson and Graeme N. Bathurst, “A Multifrequency Power Flow of General Applicability” IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 19, No. 1, January 2004, pp. 342–349.

[Christoforidis y Meliopoulos 1990]

G. P. Christoforidis y A. P. Sakis Meliopoulos “Effects of Modeling on the Accuracy of Harmonic Analysis” IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 5, No. 3, JULY 1990, pp. 1598 – 1607.

[Clerici y Marzio 1970]

A. Clerici y L. Marzio, “Coordinated use of TNA and Digital Computer for Switching Surge Studies: Transient Equivalent of a Complex Network”, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-89, pp. 1717-26, NOV/DEC 1970.

[Crevier y Mercier 1978]

Daniel Crevier y Andre Mercier “Estimation of Higher Frequency Network Equivalent Impedances by Harmonic Analysis of Natural Waveforms”. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-97, No. 2, MARCH/APRIL 1978, pp. 424 – 431.

[Do y Gavrilovic 1986]

V. Q. Do y M. M. Gavrilovic “A Synthesis Method for One-Port and Multi-Port Equivalent Networks for Analysis of Power Systems Transients” IEEE Transactions of Power Systems, Vol. PWRD-1, No. 2, April 1986, pp. 103-113.

[Domínguez et al. 1994]

M. Domínguez, I. D. Coope, J. Arrillaga y N. R. Watson “An Adaptive Scheme for the Derivation of Harmonic Impedance Contours” IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 9, No. 2, APRIL 1994, pp. 879 – 886.

[Dommel 1971]

Hermann W. Dommel “Nonlinear and Time Varying Elements in Digital Simulation of Electromagnetic Transients”. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-90, NOV/DEC 1971, pp. 2561 – 2567.

[Dommel et al. 1997]

H.W. Dommel, J.R. Martí, H.V. Nguyen, “Direct Phase-Domain Modelling of Frequency-Dependent Overhead Transmission Lines” IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 12, No. 3, July 1997, pp. 1335–1342.

[Felder 1985]

Texas Instruments Application Report 1995, Author - Karlheinz Felder, 1985; Revised - Eilhard Haselhoff, 1995.

[Girgis et al. 1990]

Adly A. Girgis, Jun Qiu y R. Brent Mcmanis “A Time Domain Approach for Distribution and Transmission Network Modeling” IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 5, No. 1, JANUARY 1990, pp. 365 – 371.

[Girgis et al. 1993]

Adly A. Girgis, Jun Qiu, W. H. Quaintance III y E. B. Makram “A Time Domain Three – Phase Power System Impedance Modeling Approach for Harmonic Filter Analysis” IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 8, No. 2, APRIL 1993, pp. 504 – 510.

[Girgis y Mcmanis 1989]

Adly A. Girgis y R. Brent Mcmanis “Frequency Domain Techniques for Modeling Distribution or Transmission Networks Using Capacitor Switching Induced Transients” IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 4, No. 3, JULY 1989, pp. 1882 – 1890.

[Gustavsen 2006]

B. Gustavsen “Improving the poles relocating properties of vector fitting” IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 21, No. 3, July 2006.

[Hingorani y Burberry 1970]

Narain G. Hingorani y Michael F. Burberry “Simulation of AC system Impedance in HVDC System Studies” IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-89, No. 5/6 MAY/JUNE 1970, pp. 820 – 828.

[Iravani y Semlyen 1993]

M. R. Iravani y A. Semlyen “Frequency Domain Modeling of External Systems in an Electro – Magnetic Transients Program” IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 8, No. 2, MAY 1993, pp. 527 – 533.



[Kwon et al. 2000]

Byung-Hoon Chang, Jin-Boo Choo and Sae-Hyuk Kwon, “A Reduced Order Equivalent Model of Large Power Systems for Stability Analysis” 0-7803-5935-6/00/\$10.00(c) 2000 IEEE.

[Lundquist y Bollen 2000]

J. Lundquist and Math J. Bollen, “Harmonic active power flow in low and medium voltage distribution systems” IEEE-2000.

[Marcano y Martí 1997]

F.J. Marcano, J. R. Martí, “Idempotent Line Model, Case Studies”, Proc. Of the International Conference on Power System Transients, Seattle, Washington, June, 1997.

[Martí 1982]

José R. Martí “Accurate modeling of Frequency – Dependent Transmission Lines in Electromagnetic Transient Simulations”. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-101, No. 1, JANUARY 1982, pp. 147 – 155.

[Martí y Castellanos 1997]

J.R. Martí y F. Castellanos, “Full Frequency-Dependent Phase-Domain Transmission Line Model” IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 12, No. 3, August 1997, pp. 1331–1339.

[Medina 1992]

Medina A. “Power Systems Modelling in the Harmonic Domain” Thesis Presented for the Degree of Doctor of Philosophy in Electrical and Electronic Engineering, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand, 1992.

[Meliopoulos y Cokkinides 1988]

A. P. Meliopoulos, G. J. Cokkinides “Effects of Transmission Line Model on the Computation of Harmonic Resonance Parameters” Third International Conference on harmonics in Power Systems, Nashville, Indiana, September 28 – October 1, 1988.

[Morched et al. 1993]

A. S. Morched, J. H. Ottevangers y L. Martí “Multi – Port Frequency Dependent Network Equivalents for the EMTP” IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 8, No. 3, JULY 1993, pp. 1402 – 1412.

[Morched, et al. 1999]

A. Morched, B. Gustavsen, M Tartibi, “A Universal Model for Accurate Calculation of Electromagnetic Transients on Overhead Lines and Underground Cables”, IEEE Transaction on Power Delivery, vol. 14, No. 3, July 1999, pp. 1032-1038.

[Morched et al. 2003]

A. Morched, M.T. Correia de Barros, A. Leiria, “Identification of Harmonic Content and their Origin in Power Networks” 2003 IEEE Bologna Power Tech Conference, June 23-26 2003. Bologna, Italy.

[Morched y Brandwajn 1983]

A. S. Morched y V. Brandwajn “Transmission Network Equivalents for Electromagnetic Transient Studies”. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-102, No. 9, SEPTEMBER 1983, pp. 2984 – 2994.

[Semlyen et al. 2002]

A. Semlyen, W.C. Boaventura, M.R. Iravani and A. Lopes, “Sparse Network Equivalent Based in Time-Domain Fitting” IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 17, No. 1, January 2002, pp. 182–189.

[Semlyen et al. 2003a]

A. Semlyen, M.A. Rahman and M.R. Iravani, “Two-Layer Network Equivalent for Electromagnetic Transients” IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 18, No. 4, October 2003, pp. 1328–1335.

[Semlyen et al. 2003b]

A. Semlyen, Taku Noda and M.R. Iravani, “Harmonic Domain Dynamic Transfer Function of a Nonlinear Time-Periodic Network” IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 18, No. 4, October 2003, pp. 1433–1441.

[Smith et al. 1993]

J. R. Smith, J. F. Hauer y D. J. Trudnowski “Transfer Function Identification in Power System Applications” IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 8, No. 3, AUGUST 1993, pp. 1282 – 1290.

[Watson et al. 2005]

Chakphed Madtharad, Suttichai Premrudeepreechacharn, Neville R. Watson and Ratchai Saeng-Udon, “An Optimal Measurement Placement Method for Power System Harmonic State Estimation” IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 20, No. 2, April 2005, pp. 1514–1521.

[Watson y Arrillaga 1988]

N. R. Watson, J. Arrillaga “Frequency-Dependent A.C. System Equivalents for Harmonic Studies and Transient Convertor Simulation” IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 3, No. 3, JULY 1988, pp. 1196 – 1203.