



UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO

FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

División de Estudios de Posgrado

“Diseño de Controladores Digitales Basados en Procesadores Digitales de Señales”

Tesis

Que para obtener el grado de Maestra en Ciencias en Ingeniería Eléctrica

Presenta

ROSALÍA SORIA LUZ

Director de Tesis

Dr. EDMUNDO BARRERA CARDIEL

Morelia Michoacán, febrero 2010.

Dedicatorias

A mis padres: Luis y Juana

Por el amor y apoyo con el que me han cobijado a lo largo de mi vida.

A mis hermanos

Por la comprensión y ratos de alegría que han compartido conmigo.

Agradecimientos

A mi asesor: **Dr. Edmundo Barrera Cardiel:**
Por su valiosa asesoría y paciencia.

A todos mis compañeros y amigos:
Por ser mi apoyo en los momentos más difíciles.

RESUMEN

Este trabajo presenta una metodología para el diseño de controladores digitales y su implementación. Para tal fin se exponen dos métodos de diseño: controladores digitales basados en controladores continuos y controladores digitales diseñados en el dominio discreto.

Se presentan dos casos particulares de diseño: El controlador continuo utilizado es del tipo PID, diseñado mediante el método de “Bode Analítico”. El proceso de discretización presentado proporciona un algoritmo para su implementación en procesadores digitales de señales. El controlador discreto diseñado utiliza el método de colocación de polos mediante realimentación de estados. Este método es eficiente y fácil de aplicar. Ambos controladores se diseñan con los mismos parámetros de comportamiento.

Un aspecto importante en el proceso de diseño es la identificación de parámetros del sistema a controlar. En este caso particular ésta se realiza utilizando series de bloques de pulsos como herramienta matemática y un algoritmo implementado en el DSP F2812 de Texas Instruments para la adquisición de datos.

Los principales problemas en la implementación de los controladores digitales son causados por errores debidos a la cuantización de la señal de salida, y de las variables medidas. El efecto “windup” es otro problema importante. En este trabajo también se presentan condiciones necesarias para la reducción de los errores por cuantización de variables y el efecto “windup”.

El proceso de diseño se ilustra mediante el diseño e implementación de controladores de velocidad para un motor de CD con base en el DSP F2812 de Texas Instruments.

ABSTRACT

This work presents a digital controller design methodology and its implementation in digital signal processors (DSP's). Two general design methods are exposed: Continuous time Controllers Approximation, and Pole Placement in the discrete domain design. In order to illustrate the above methods, two particular cases are presented:

A continuous time PID controller is designed applying "Analytical Bode" method. The controller is then mapped into the discrete domain and an implementation algorithm is obtained as a result. A discrete controller is obtained by means of state feedback using Pole Placement design method. The aforementioned controllers are designed to fulfill similar time specified parameters.

System Identification is another important step in the design process. In this work the model is approximated by using Block Pulse Series as mathematical tool. The data set is obtained through a data acquiring algorithm programmed in the Texas Instruments F2812 DSP.

Implementation of digital controllers arises several significant problems such as output and sensed signal quantization. Additionally "windup" effects often cause a slower or unstable response of the system. The solution to these problems is discussed and the necessary conditions to lessen these effects are provided in this work.

The implementation process is illustrated by the design and implementation of a DC motor speed controllers, using the Texas Instruments' fixed point F2812 DSP.

ÍNDICE

RESUMEN	ii	
ABSTRACT	iii	
LISTA DE FIGURAS	vi	
Capítulo 1	INTRODUCCIÓN	1
	1.1 <i>Revisión del Estado del Arte</i>	1
	1.2 <i>Objetivos</i>	3
	1.3 <i>Aportaciones</i>	4
	1.4 <i>Justificación</i>	4
	1.5 <i>Descripción de Capítulos</i>	5
Capítulo 2	CONSIDERACIONES GENERALES DEL PROCESO DE DISEÑO DE SISTEMAS DE CONTROL DE LAZO CERRADO	6
	2.1 <i>Introducción</i>	6
	2.2 <i>Especificación del Comportamiento deseado</i>	6
	2.3 <i>Diseño Conceptual</i>	10
	2.4 <i>Modelado Matemático</i>	13
	2.5 <i>Identificación de parámetros y validación del modelo</i>	14
	2.6 <i>Diseño matemático del controlador</i>	16
	2.7 <i>Simulación y análisis del sistema de control de lazo cerrado</i>	16
	2.8 <i>Diseño de hardware y software del sistema de control</i>	17
	2.9 <i>Implementación</i>	17
	2.10 <i>Pruebas del sistema real</i>	17
Capítulo 3	DISEÑO DE CONTROLADORES DIGITALES BASADOS EN APROXIMACIÓN DE CONTROLADORES CONTINUOS	18
	3.1 <i>Introducción</i>	18
	3.2 <i>Aproximación basada en Funciones de Transferencia</i>	18
	3.3 <i>Elección del periodo de muestreo</i>	21
	3.4 <i>Controladores PID analógicos. Método de Bode analítico</i>	22
	3.5 <i>Controladores PID Digitales</i>	25
Capítulo 4	DISEÑO DE CONTROLADORES EN EL DOMINIO DISCRETO	29
	4.1 <i>Introducción</i>	29
	4.2 <i>Diseño del Sistema de Control</i>	29
	4.3 <i>Regulación mediante la colocación de polos</i> :	32
	4.4 <i>Controladores tipo Servo</i>	34
	4.5 <i>Observadores</i>	36

4.6	<i>Elección de polos de lazo cerrado</i>	39
4.7	<i>Elección de periodo de muestreo</i>	40
Capítulo 5	IMPLEMENTACIÓN DE CONTROLADORES DIGITALES	41
5.1	<i>Introducción</i>	41
5.2	<i>DSP's con aritmética de punto fijo</i>	41
5.3	<i>Requerimientos de un controlador digital</i>	44
5.4	<i>Controladores con acción integral "antiwindup"</i>	49
Capítulo 6	DISEÑO DE CONTROLADORES DIGITALES PARA EL CONTROL DE VELOCIDAD DE UN MOTOR DE CD	51
6.1	<i>Introducción</i>	51
6.2	<i>El Motor de CD</i>	51
6.3	<i>Identificación de parámetros del sistema</i>	54
6.4	<i>Diseño del Controlador PID</i>	61
6.5	<i>Diseño del controlador digital mediante realimentación de variables de estado.</i>	71
Capítulo 7	IMPLEMENTACIÓN DE LOS CONTROLADORES DISEÑADOS UTILIZANDO EL DSP F2812	76
7.1	<i>Introducción</i>	76
7.2	<i>Esquema básico del control de velocidad</i>	76
7.3	<i>Controlador PID</i>	90
7.4	<i>Controlador con variables de estado</i>	94
Capítulo 8	CONCLUSIONES	101
8.1	<i>Conclusiones</i>	101
8.2	<i>Trabajos Futuros</i>	103
	REFERENCIAS	104
	APÉNDICES	107
	<i>A1. Programa en MatLab para el diseño del controlador PID</i>	108
	<i>A2. Programa en MatLab para el Diseño del Controlador con Variables de Estado</i>	111
	<i>A3. Programa Principal para la Implementación de los Controladores (DSP F2812)</i>	113
	<i>B. Diagramas Eléctricos</i>	114
	<i>C. Serie de Funciones de Bloques de Pulsos</i>	117

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1. Diagrama de flujo que muestra la metodología para el diseño de un sistema de control	7
Figura 2.2. Sistema de control de lazo cerrado. a) Elementos Físicos. b) Elementos de la función de transferencia.	11
Figura 2.3. Sistemas con realimentación unitaria.	13
Figura 3.1. Aproximación de una función de transferencia continua $G(s)$ en el dominio discreto.	18
Figura 3.2. Mapeo de la región de estabilidad del plano s en el plano z para las transformaciones (3.4) , (3.5) y (3.6)	20
Figura 3.3 Sistema con realimentación unitaria.	22
Figura 3.4. Diagrama de Nyquist del sistema de control.	23
Figura 3.5. Controlador con “antiwindup”.	28
Figura 4.1. Diagrama de bloques de un sistema general de control.	30
Figura 4.2. Polos de un sistema de control de segundo orden.	39
Figura 4.3. Diagrama de bloques de un controlador tipo regulador.	32
Figura 4.4. Diagrama de bloques de un controlador tipo servo.	34
Figura 4.5. Diagrama de bloques de un regulador con observador.	38
Figura 5.1. Representación numérica en formato Q.	43
Figura 5.2. Operaciones aritméticas en formato Q.	43
Figura 5.3. Organización típica de un controlador por corriente.	45
Figura 5.4. Ejemplo de la ocurrencia de ciclo límite	47
Figura 5.5. Diagrama de bloques de un controlador PI con acción integral.	50
Figura 6.1. Circuito equivalente del motor de cd de imanes permanentes.	54
Figura 6.2. Diagrama de bloques del sistema a identificar.	55
Figura 6.3. Comparación de la corriente de armadura medida con la de la simulación. Ciclo de trabajo 90%.	¡Error! Marcador no definido.
Figura 6.4. Comparación de la velocidad angular con la obtenida de la simulación. Ciclo de trabajo 90%.	¡Error! Marcador no definido.
Figura 6.5. Comparación de la corriente de armadura medida con la de la simulación. Ciclo de trabajo 50%.	60
Figura 6.6. Comparación de la velocidad angular con la obtenida de la simulación. Ciclo de trabajo 50%.	61
Figura 6.7. Diagramas de Bode de la planta del sistema en lazo abierto	64
Figura 6.8. Diagrama de bode del controlador PID.	68
Figura 6.9. Respuesta del sistema continuo.	68
Figura 6.10. Ventana de error en la que se aplica el antiwindup 2.	71
Figura 6.11. Respuesta del controlador PID discreto.	¡Error! Marcador no definido.
Figura 6.12. Respuesta del sistema para el controlador digital con variables de estado	75
Figura 7.1. Diagrama de bloques para el controlador de velocidad.	77
Figura 7.2. Relación entre la corriente de entrada y voltaje de salida del transductor.	78

Figura 7.3. Recta para el acondicionamiento de la corriente de armadura.....	78
Figura 7.4. Circuito de acondicionamiento para la medición de corriente.	79
Figura 7.5. Filtro pasa bajas Butterworth de orden 3.....	79
Figura 7.6. Circuito del filtro para la señal de velocidad.	80
Figura 7.7. Diagrama de bloques de un timer de propósito general.	81
Figura 7.8. Diagrama de bloques de una unidad de captura.....	82
Figura 7.9. Funcionamiento del registro FIFO.	83
Figura 7.10. Señal PWM simétrica.	85
Figura 7.11. Diagrama de flujo de los controladores.	87
Figura 7.12. Puente LMD18200. a) Diagrama de bloques, b) Señales de control.	88
Figura 7.13. Relación entre el ciclo de trabajo de la señal pwm, y el voltaje aplicado al motor.	89
Figura 7.14. Recta de ajuste para la señal de control.	90
Figura 7.15. Gráficas de las acciones máximas de control para el controlador PID, simuladas en Matlab.	91
Figura 7.16. Respuesta transitoria para el controlador PID sin antiwindup, con referencia $\omega=12\text{rpm}$ a la salida del reductor.	92
Figura 7.17. Respuesta transitoria para el controlador PID con antiwindup, con referencia $\omega=12\text{rpm}$ a la salida del reductor.	93
Figura 7.18. Respuesta en estado estable del controlador PID. Gráfica superior: velocidad en la flecha del motor; gráfica inferior velocidad a la salida del reductor.	94
Figura 7.19. Gráficas de las acciones máximas de control para el controlador PID, simuladas en Matlab.	95
Figura 7.20. Salida del controlador PID sin antiwindup.	96
Figura 7.21. Respuesta en estado estable del controlador con variables de estado con antiwindup, para una referencia de 12rpm a la salida del reductor.	97
Figura 7.22. Respuesta transitoria del controlador con variables de estado y antiwindup, para una referencia de 12rpm a la salida del reductor.	97
Figura 7.23. Respuesta en estado estable del controlador PID con una referencia de 3rpm a la salida del reductor.	99
Figura 7.24. Respuesta transitoria del controlador PID con referencia de 3rpm a la salida del reductor.	98
Figura 7.25. Respuesta transitoria para el controlador con variables de estado con referencia de 3rpm a la salida del reductor.....	99
Figura 7.26. Respuesta en estado estable para el controlador con variables de estado para una referencia de 3rpm a la salida del reductor.	100

Capítulo 1

INTRODUCCIÓN

Los avances tecnológicos han conducido a la creación de sistemas mínimos que reducen el tamaño y aumentan la eficiencia en sistemas especializados de control. Las innovaciones de control con DSP en diseños de electrónica de potencia son un ejemplo excelente. La principal ventaja con este tipo de dispositivo es que puede reemplazarse hardware por software sin incrementar el costo, además de permitir la programación en lenguajes de alto nivel. Otras características importantes son: unidades de bajo costo, reducción en el tamaño del equipo, incremento en la flexibilidad de las aplicaciones, reducción en el consumo de energía y gran velocidad de procesamiento.

1.1 REVISIÓN DEL ESTADO DEL ARTE

En el trabajo presentado en esta tesis se realiza la implementación de controladores digitales mediante el DSP TMS320F2812 de Texas Instruments. Esta unidad permite la programación en lenguaje de alto nivel (lenguaje C). Es una mezcla entre un microcontrolador general y un procesador digital de señales. El procesamiento se lleva a cabo con la velocidad de un DSP, pero cuenta con la arquitectura, firmware y herramientas de desarrollo de un microcontrolador, entre las cuáles se incluyen convertidores analógico-digitales, puertos de entrada-salida analógicos y digitales, y puertos de comunicación. Este DSP pertenece a la generación de microcontroladores de aritmética de punto fijo. Este dispositivo en particular permite la implementación de un sistema de control con bajo costo y alta eficiencia. Mediante esta herramienta, fue posible realizar varios de los procesos necesarios para la implementación del sistema de control. En éstos se incluye la identificación de los parámetros de la planta y la medición de variables. El diseño corresponde a las técnicas de colocación de polos y retroalimentación de variables de estado, así como un PID digital.

En años recientes el control de motores mediante el uso de DSP ha ido en aumento, a continuación se mencionan algunos trabajos importantes en esta área. La más reciente generación de DSP's, F2833X, llamados DSC's (Digital Signal Controllers) cuentan ya con las operaciones de punto flotante, facilitando la implementación de algoritmos e interfaces con el usuario, todo esto a bajo costo.

El control robusto de motores de CD mediante uso de DSP se observa en el trabajo de [Ikeda, et al, 1993], en donde se implementan tres tipos diferentes de control: Control Robusto Basado en Observador, Control en Modo Deslizante y control H_∞ . Se demuestra que el control H_∞ es el de mejores resultados. Los controladores se implementan mediante un DSP (TMS320C30) de TI, con una resolución de 14 bits para el convertidor A/D y una de 12 bits para el D/A. El programa de control se realizó en el lenguaje C para un controlador de orden 2 y un periodo de muestreo de $20\mu s$. El diseño de estos controladores se realizó primero en el dominio continuo.

En el artículo de [Chern et al, 1995] se presenta el diseño e implementación de “servo drivers” para un motor de CD mediante el uso de DSP. En este caso el control estructurado con variables integrales se propone en un lazo externo al del sistema controlado, El control se diseña para prevenir los pequeños desplazamientos no lineales del motor y asegurar un funcionamiento dentro de un rango controlable. Se demuestra que el uso del DSP puede realizar una estimación muy precisa de la velocidad y posición del motor, así como el control de las mismas. El control es también robusto ante perturbaciones externas al sistema.

Recientemente se ha adoptado al DSP como la herramienta ideal para el control de motores. Es por esto que industrias manufactureras se han encargado de difundir las diferentes unidades disponibles en el mercado y sus posibles aplicaciones. Tal es el caso del artículo de [Bejerke, 1996], quien expone diferentes modelos de DSP's de TI y sus posibles aplicaciones. Finalmente aborda diferentes tipos de controladores para motores y su implementación digital.

Se ha realizado también el control con DSP's sin el uso de sensores usando el Filtro Extendido de Kalman [Bing, et al, 2000]. En este trabajo se estima la velocidad y el flujo del rotor de un motor de inducción basándose en las corrientes y voltajes del estator. La velocidad estimada se utilizó para el control vectorial y el control general de la velocidad. Se utilizó un DSP (TMS320F240) especialmente diseñado para el control de motores. Se concluye que la estimación de la velocidad es muy buena utilizando éste método sin necesidad de utilizar un encoder externo para la medición de la misma. Se demostró que con la ayuda del DSP para la implementación del controlador, la estructura general del control tiene mejoras significativas con respecto a los manejadores clásicos para las variables de motores de inducción.

El uso de DSP's se ha extendido también al control de motores de CA. Tal es el caso del trabajo presentado por [Gómez, et al, 2000], quien presenta un control vectorial de motores síncronos mediante DSP. En este caso la complejidad del modelo matemático del motor se simplifica aplicando las transformaciones de Clarke

y Park a un sistema de referencia. Aunque en principio esta técnica se aplicaba sólo para el modelado, ahora se ha vuelto popular también para el control de motores de CA. Al aplicar estas transformaciones al modelo electromagnético del motor, se obtiene que el flujo magnético y el par electromagnético son proporcionales a las corrientes del motor, por lo tanto, controlando estas variables se controla el par y el flujo del motor. Se demuestra que el uso de DSP's es de vital importancia para la estimación de las variables y la implementación de algoritmos de control capaces de realizar las transformaciones y acciones de control necesarias.

En el trabajo de [Youn et al, 2002] se presenta el control de alta velocidad sin el uso de sensores para un motor de CD. El motor (BLDC) se maneja en un rango alto de velocidad y la ley de control se basa en un esquema de enlace de voltaje en CD. En este caso no se utiliza el PWM generado por un DSP como la técnica de control ya que a velocidades altas esto generaría retrasos en las señales de control. Se demuestra que el voltaje en terminales es más eficiente para la circuitería de detección de posición. La implementación práctica se realiza usando un DSP TMS320C240 y su efectividad se verifica mediante simulaciones comparativas y experimentos.

También se ha implementado el control de motores de CD mediante DSP's aplicando lógica difusa. En el trabajo de [Miller, 2008], se hace una exposición de la metodología para la programación de los controladores. La acción de control se realiza mediante la aplicación de PWM al motor. La estimación de la velocidad se realiza a través de los módulos de captura del DSP. Se demuestra que la medición de variables es bastante precisa y el algoritmo de lógica difusa se implementa exitosamente.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 OBJETIVO GENERAL.

El objetivo general de este trabajo de tesis es el siguiente:

- Presentar una metodología en detalle para el diseño e implementación de controladores digitales mediante el uso de DSP's.

1.2.2 OBJETIVOS PARTICULARES

Para alcanzar el objetivo general se plantean los siguientes objetivos particulares:

- Realizar el modelado y la identificación de parámetros del sistema a controlar mediante el uso del DSP F2812 de Texas Instruments
- Plantear la metodología para la implementación en un DSP, de controladores digitales basados en el diseño en el dominio continuo.

- Plantear la metodología para el diseño de controladores digitales mediante la retroalimentación de variables de estado en el dominio discreto.
- Diseñar diferentes controladores de velocidad para un motor de CD.
- Implementar los controladores utilizando el DSP F2812 de Texas Instruments
- Presentar la solución a los problemas inherentes a la implementación de controladores mediante PWM con DSP's de punto fijo.

1.3 APORTACIONES

La aportación principal de este trabajo es la presentación en detalle de la metodología para el diseño e implementación de controladores digitales, mediante procesadores digitales de señales. En particular se presenta aspectos técnicos del diseño e implementación de controladores digitales en general.

1.4 JUSTIFICACIÓN

En la actualidad el control basado en DSP's está revolucionando la industria, debido a que éstos permiten niveles de desempeño más altos que los basados en microcontroladores, así como nuevos métodos para obtener dicho desempeño. El poder de cómputo de un DSP permite ahora el modelado de un sistema mediante software y la implementación de control en lazo cerrado. Esto permite la reducción en costos al eliminar hardware y concentrarse en el software. La tecnología de DSP's es simple de usar y tan poco costosa como los microcontroladores convencionales. La última generación de circuitos integrados en DSP permite implementar algoritmos de control avanzados que incrementan la eficiencia, funcionalidad, reducción de ruido y alto desempeño de estos dispositivos. Aunque existen muchas opciones de procesadores para el control electrónico, el DSP es bien conocido como la mejor opción por su efectividad para el procesamiento de señales del "mundo real".

Hoy en día la industria está adoptando DSP's como la tecnología de elección para el control de motores. Los algoritmos por software mejoran significativamente el control de la velocidad de motores disminuyendo la necesidad del uso de sensores. Mientras más rápida sea la estimación y retroalimentación de las variables de interés, más rápido y exacto será el control de los mismos. La combinación de DSP's y sistemas analógicos permite el control sin la programación de sensores y actuadores externos incrementando así la velocidad y el desempeño al realizar funciones de hardware mediante software. La posibilidad del modelado de motores mediante software permite también el control de una mayor variedad de motores incluyendo los de CA. En un futuro cercano, la próxima generación de DSP's será capaz de controlar sistemas de control completos mediante redes, comunicaciones inalámbricas y reconocimiento de voz para mejorar las interfases con el usuario. En este trabajo se presenta, de manera detallada, la metodología para el diseño de

controladores mediante el uso de procesadores digitales de señales. El caso de estudio es el diseño del control de velocidad de un motor de CD. Resalta el hecho de que el proceso se explica en detalle, ya que aunque la implementación de sistemas de control con estos medios ha sido profusa, no en todos los casos se exponen los procedimientos y consideraciones necesarios para una implementación exitosa.

1.5 DESCRIPCIÓN DE CAPÍTULOS

En el capítulo 1 se presentan los objetivos del trabajo de tesis, la justificación del trabajo, revisión del estado del arte planteamiento de objetivos y la justificación del trabajo.

El capítulo 2 aborda los diferentes aspectos a considerar en el diseño de sistemas de control de lazo cerrado, partiendo de los parámetros de comportamiento deseados, hasta llegar finalmente a la implementación del sistema de control.

El capítulo 3 expone un método de diseño para controladores PID mediante la técnica de “Bode Analítico”. Posteriormente se presenta el proceso de discretización del controlador para su implementación en el dominio digital.

En el capítulo 4 se presenta el método de diseño de controladores mediante la realimentación de variables de estado, directamente en el dominio discreto.

En el capítulo 5 se abordan los principales problemas concernientes a la implementación de controladores digitales. Los errores por cuantización en las señales de entrada y salida pueden causar inestabilidad en el sistema. En este capítulo se presentan algunas condiciones necesarias que deben cumplirse para evitar estos errores.

En el capítulo 6 se aplican los métodos presentados en los capítulos 3 y 4 al diseño de controladores de velocidad de un motor de CD. Para tal fin se expone de manera resumida el proceso de identificación de parámetros del sistema a controlar. Posteriormente, dados los parámetros deseados para el comportamiento del sistema, se diseña un controlador PID y un controlador mediante realimentación de variables de estado.

En el capítulo 7 se presenta el proceso de implementación de los controladores digitales diseñados mediante el procesador digital de señales F2812 de Texas Instruments. En este capítulo se aborda el tema de la implementación de los algoritmos con aritmética de punto fijo, así como la adquisición de datos y la generación de las señales de control. Finalmente en el capítulo 8 se presentan las conclusiones derivadas de éste trabajo. **Equation Chapter (Next) Section 1**

Capítulo 2

CONSIDERACIONES GENERALES DEL PROCESO DE DISEÑO DE SISTEMAS DE CONTROL DE LAZO CERRADO

2.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se abordan los diferentes aspectos a considerar en el proceso de diseño de un sistema de control. Es deseable que todos los sistemas de control cumplan al menos con las características mencionadas en este capítulo. En la mayoría de los casos se requiere que un sistema de control responda de una manera controlada a entradas aplicadas y condiciones iniciales. Debido a que en general no se dispone de un modelo exacto de un sistema físico, es necesario utilizar herramientas que nos permitan tener un modelo aproximado, esto se puede hacer mediante la identificación de parámetros del sistema. Una vez obtenido el modelo matemático, se procede al diseño de los controladores y finalmente a su implementación. Cada uno de los pasos para el proceso de diseño se describen en este capítulo. En la Figura 2.1 se presenta un diagrama de flujo de las diferentes etapas involucradas en el proceso de diseño de los sistemas de control de lazo cerrado. A continuación se presentan los aspectos generales a considerar en cada una de las etapas.

2.2 ESPECIFICACIÓN DEL COMPORTAMIENTO DESEADO.

El comportamiento deseado se especifica mediante los siguientes aspectos [Phillips, et al, 1996]:

2.2.1 ESTABILIDAD

Uno de los principales problemas concernientes a sistemas físicos es el de la estabilidad. Este término se refiere al hecho de que un sistema permanezca bajo control. Por ende un sistema debe responder de una manera razonable a una entrada aplicada. La determinación de la estabilidad de un sistema físico tiene una dificultad considerable, sin embargo la de un sistema *lineal invariante en el tiempo*

resulta bastante sencilla. Para estos casos se utiliza la definición de estabilidad de *entrada limitada, salida limitada* o sistemas BIBO (Bounded-input, bounded-output).

Un resultado muy conocido de la teoría de control es la estabilidad BIBO, que relaciona la estabilidad BIBO del sistema lineal con sus polos mediante el siguiente teorema:

“Un sistema continuo, lineal invariante en el tiempo es estable de entrada limitada-salida limitada sí y sólo sí todas las raíces de la ecuación característica del sistema (polos de de la función de transferencia de lazo cerrado) se encuentren en el semiplano izquierdo del plano s ”.

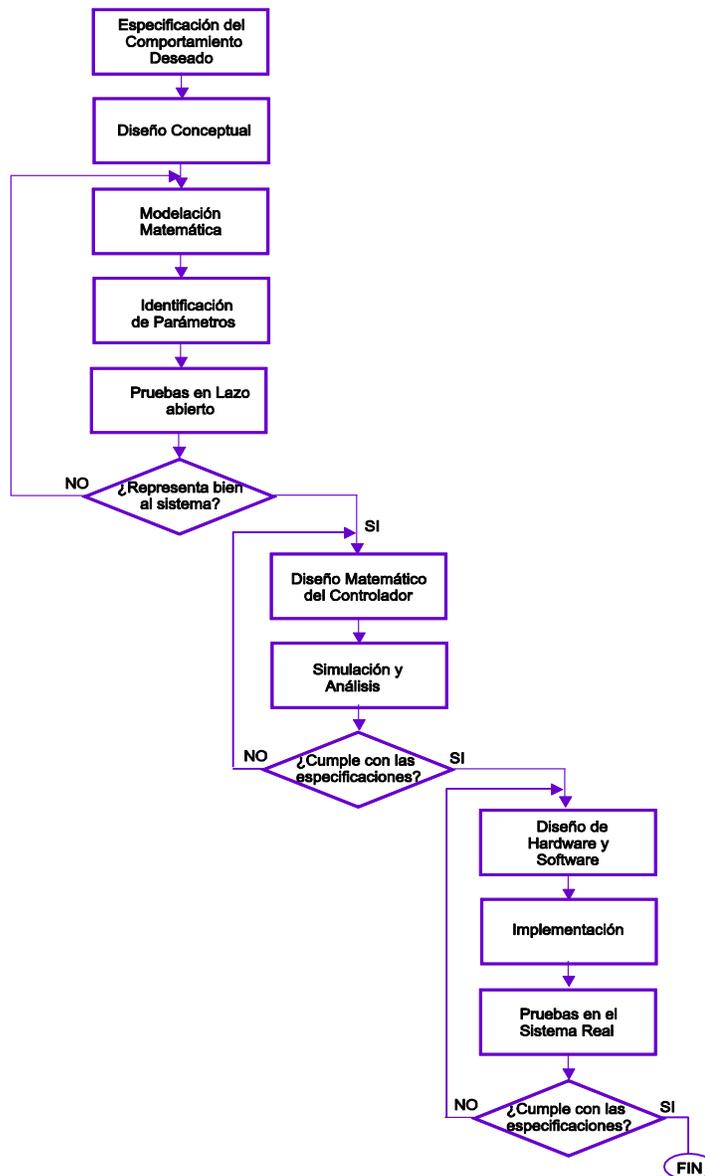


Figura 2.1. Diagrama de flujo que muestra la metodología para el diseño de un sistema de control

En el caso de un sistema discreto:

“Un sistema discreto, lineal invariante en el tiempo es asintóticamente estable sí y sólo sí todos los polos de su función de transferencia se encuentran estrictamente dentro del círculo unitario en el plano z.”

2.2.2 SENSITIVIDAD

El concepto de sensibilidad es de gran importancia en la teoría de control de lazo cerrado, éste se refiere a la variación de las características de un sistema en respuesta a la variación de uno de los parámetros del sistema.

Con el fin de hacer una medición adecuada, la sensibilidad se define matemáticamente. Como inicio se considera la razón entre el porcentaje de cambio de una función de transferencia y el porcentaje de cambio en un parámetro b de la misma. Se considera esta función como una medida de la sensibilidad de la función de transferencia al parámetro b . Esta razón se denota como S . La función general de sensibilidad de una característica W con respecto al parámetro b es:

$$S_b^W = \frac{\partial W}{\partial b} \frac{b}{W} \quad (2.1)$$

A frecuencias dentro del ancho de banda del sistema, es deseable que la ganancia del lazo sea lo más grande posible, para reducir la sensibilidad de las características del sistema a los parámetros dentro de la planta [Philips, et al, 1996]. Generalmente uno de los propósitos del compensador $G_c(s)$ es permitir que la ganancia de lazo se incremente sin desestabilizar el sistema.

2.2.3 RECHAZO A LAS PERTURBACIONES

En un sistema de control se tiene una entrada principal, la cual se usa para controlar la planta. Sin embargo existen también otras entradas que tienen influencia en la salida del sistema y que no es posible controlar. Éstas se llaman perturbaciones y es deseable que tengan el menor efecto en un sistema de control.

En general, las perturbaciones pueden rechazarse de las siguientes maneras:

- Reducir la magnitud de la perturbación $d(t)$. Esto siempre debe intentarse si es razonable.
- Reducir la ganancia G_d , entre la perturbación de entrada, y la salida.
- Incrementar la ganancia de la trayectoria directa del sistema de lazo cerrado, sin incrementar la ganancia G_d . Generalmente esto se realiza mediante la elección adecuada del compensador (controlador).

2.2.4 ERROR DE ESTADO ESTABLE

En cualquier sistema físico de control existe un error en estado estable en respuesta a determinado tipo de entradas. Los sistemas de control pueden clasificarse de acuerdo a su capacidad para seguir entradas escalón, rampa, parabólica y otras. Este esquema es razonable ya que cualquier entrada real puede expresarse como una combinación de tales entradas. En general es deseable reducir o eliminar el error en estado estable manteniendo la respuesta transitoria dentro de un rango aceptable.

2.2.5 RESPUESTA TRANSITORIA

La función de transferencia de un sistema de lazo cerrado puede representarse como

$$C(s) = T(s) R(s) = \frac{P(s)}{Q(s)} = \frac{P(s)}{a_n \prod_{i=1}^n (s - p_i)} \quad (2.2)$$

Donde p_i son los polos de la función de transferencia.

La respuesta de un sistema de control de lazo cerrado está dada por

$$k_1 e^{p_1 t} + k_2 e^{p_2 t} + \dots + k_n e^{p_n t} + c_r t \quad (2.3)$$

Donde $c_r(t)$ es la respuesta forzada, de la misma naturaleza que la entrada. Si el sistema es estable la respuesta transitoria está dada por

$$k_1 e^{p_1 t} + k_2 e^{p_2 t} + \dots + k_n e^{p_n t}$$

Los factores $e^{p_i t}$, $i=1,2,\dots,n$, son llamados *modos del sistema*. La forma de cada término es determinada por la ubicación del polo p_i . Si todos los polos son distintos, la amplitud de cada término es k_j y está dada por:

$$k_j = \left. \frac{P(s)}{a_n \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n (s - p_i)} R(s) \right|_{s = p_j} \quad (2.4)$$

Donde $R(s)$ es la función de entrada.

Una constante de tiempo está asociada con cada polo real negativo con el valor

$$\tau_i = \frac{1}{|p_i|} \quad (2.5)$$

Para cada par de polos complejos conjugados de valores:

$$p_i = -\zeta_i \omega_{ni} \pm j \omega_{ni} \sqrt{1 - \zeta_i^2} \quad (2.6)$$

Existe un factor de amortiguamiento asociado ζ_i , una frecuencia natural ω_{ni} y una constante de tiempo $\tau_i = 1/\zeta_i \omega_{ni}$. Si un polo de la función de transferencia domina el sistema responde esencialmente como un sistema de primer orden. Si un par de polos complejos conjugados son los dominantes, el sistema se comporta esencialmente como un sistema de segundo orden. Para sistemas de mayor orden, el tiempo de subida, el sobre impulso y el tiempo de establecimiento son funciones más complicadas de los polos y ceros de la función de transferencia del sistema de lazo cerrado.

2.2.6 RESPUESTA A LA FRECUENCIA

Las características de entrada-salida de un sistema se pueden determinar por la respuesta a la frecuencia del sistema de lazo cerrado. Un análisis de la función de transferencia del sistema en términos de la frecuencia (variable ω), dará una indicación de las características del sistema de lazo cerrado. Entre ellas se mencionan las siguientes:

Del valor en $\omega=0$, se puede determinar el valor en estado estable para una entrada constante. La respuesta a bajas frecuencias indica la respuesta a señales que varían lentamente. El ancho de banda proporciona una indicación del tiempo de subida. La presencia de picos indica sobre impulso en la respuesta transitoria, a mayor magnitud del pico, mayor será el sobre impulso del sistema.

2.3 DISEÑO CONCEPTUAL.

El diseño conceptual consiste en la elaboración de los diferentes diagramas de bloques que conformarán el sistema de control en términos generales.

Considere el sistema de control mostrado en Figura 2.2(a). La *planta* es el sistema físico o proceso a ser controlado; en este caso se considera que incluye todos los amplificadores de potencia, actuadores, engranes, etc. El *sensor* es la instrumentación que mide las señales de salida y las acondiciona para utilizarlas en la unión sumadora. El compensador es un sistema dinámico agregado al sistema para mejorar las características de lazo cerrado.

Los componentes del sistema de control se muestran en la Figura 2.2(b) en la forma de función de transferencia. La función de transferencia (modelo matemático) del sistema es:

$$T(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_c(s) G_p(s)}{1 + G_c(s) G_p(s) H(s)} \quad (2.7)$$

En general se denota una función de transferencia de lazo cerrado como $T(s)$, una función de transferencia en la trayectoria directa como $G(s)$ y una en la trayectoria de realimentación como $H(s)$, con los correspondientes subíndices.

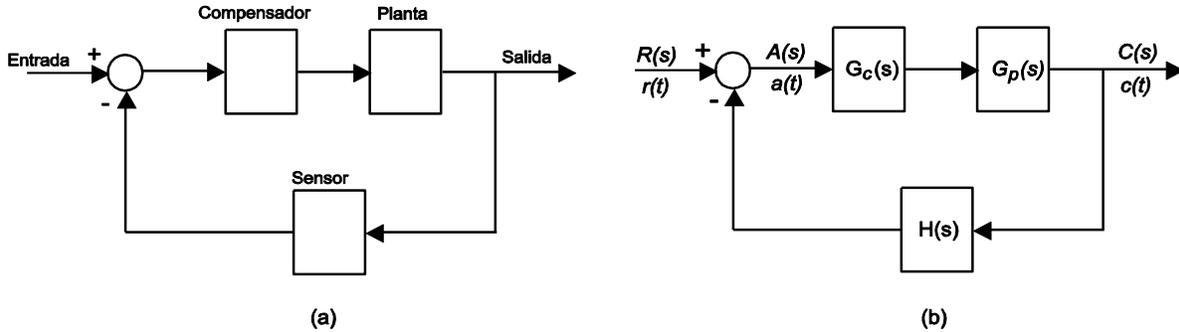


Figura 2.2. Sistema de control de lazo cerrado. a) Elementos Físicos. b) Elementos de la función de transferencia.

Normalmente el sistema de instrumentación (sensor) responde mucho más rápido que la planta. Otra forma de decirlo es que el ancho de banda del sensor es mucho mayor que el de la planta. Para este caso el sensor puede ser modelado como una ganancia pura que denotamos como H_k . Bajo esta consideración, la función de transferencia es:

$$T(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_c(s) G_p(s)}{1 + H_k G_c(s) G_p(s)} \quad (2.8)$$

A continuación se definen los componentes del sistema de control de lazo cerrado:

1. El sistema tiene una variable $c(t)$, que es la que se desea controlar. Es conocida como la “variable controlada” o salida del sistema.
2. El sistema tiene una *variable de entrada* o entrada del sistema, $r(t)$, que es una referencia o indicación (no necesariamente de la misma magnitud o unidades) del *valor deseado de la salida del sistema* $c_d(t)$.
3. La diferencia entre el valor deseado y el valor actual de la salida es el *error del sistema*, $e(t)$:

$$e(t) = c_d(t) - c(t) \quad (2.9)$$

En general, la entrada del sistema $r(t)$ no es la misma que $c_d(t)$, la salida deseada del sistema.

Se define ahora un sistema de retroalimentación unitaria, como el que se muestra en la Figura 2.3(a). Un sistema de este tipo tiene una ganancia unitaria en la trayectoria de retroalimentación. Para sistemas de retroalimentación unitaria se cumple siempre lo siguiente:

1. Las unidades de la entrada, $r_u(t)$, son las mismas que las de la salida, $c_u(t)$.
2. La señal de entrada r_u , es también el valor deseado de la salida, $c_d(t)$.
3. El error del sistema es también la señal actuadora, esto es:

$$e_u(t) = r_u(t) - c_u(t) \quad (2.10)$$

Si el modelo del sensor puede ser considerado como una ganancia pura, como en (2.8), el diagrama a bloques de la Figura 2.2 puede convertirse en un sistema equivalente con retroalimentación negativa unitaria.

El diagrama a bloques resultante se muestra en la Figura 2.3(b). La función de transferencia correspondiente es también (2.8). La ganancia en la trayectoria directa dentro del lazo es $H_k G_c(s) G_p(s)$, y la entrada a la porción de retroalimentación unitaria del sistema es ahora $R_u(s) = R(s) / H_k$. Se observa que si empleamos la entrada modificada $R_u(s)$, el sistema puede ser representado por el sistema de la Figura 2.3(a). Este modelo se denomina *modelo de retroalimentación unitaria* del sistema y se asume lo siguiente:

1. Para la aplicación considerada, el sensor puede modelarse como una ganancia pura H_k .
2. La función de transferencia de la trayectoria directa equivalente es $H_k G_c(s) G_p(s)$.
3. La entrada del modelo de retroalimentación unitaria, $R_u(s)$, es la entrada del sistema físico multiplicada por $1/H_k$.

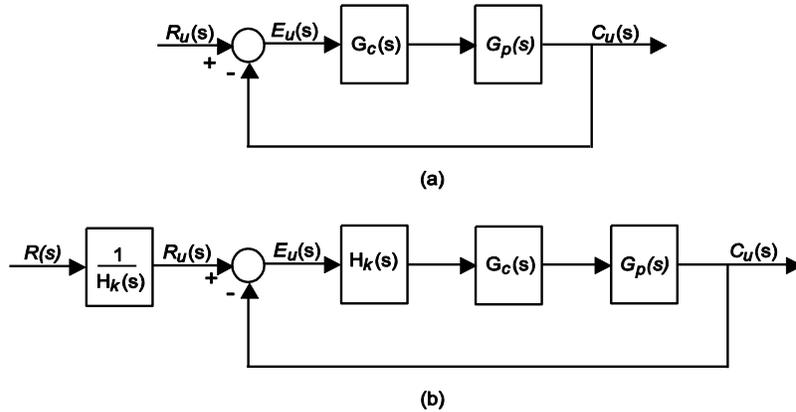


Figura 2.3. Sistemas con realimentación unitaria.

El efecto de esta manipulación es escalar en amplitud la entrada del sistema equivalente en la unión de suma para tener las mismas unidades de la salida del sistema; en el sistema físico, la entrada del sistema tiene las unidades de la salida del sensor. *En cualquier sistema en el que se use un modelo de retroalimentación unitaria aplican las condiciones anteriores.* Si estas condiciones no son válidas, el modelo de retroalimentación unitaria no puede aplicarse.

Se observa que para el modelo de retroalimentación unitaria, las unidades de la entrada $r_u(t)$ y para la salida $c_u(t)$, deben ser las mismas. Sin embargo, si la entrada al sistema físico es $R(s)$, la entrada a la retroalimentación unitaria es $R(s)/H_k$. Por lo tanto la entrada al sistema físico está dada por:

$$\text{Entrada al sistema físico} = H_k r_u$$

2.4 MODELADO MATEMÁTICO

Los *modelos matemáticos* o *paramétricos* describen las relaciones entre las variables del sistema en términos de ecuaciones diferenciales o de diferencia. Estos modelos pueden ser posteriormente caracterizados por un número de adjetivos (continuo en el tiempo o discreto en el tiempo, concentrado o distribuido, determinístico o estocástico, lineal o no lineal, etc.) que significan el tipo de ecuación de diferencia o diferencial utilizada. El uso de modelos matemáticos es inherente a todos los campos de ingeniería y física.

Por lo tanto, todo modelo matemático o paramétrico consta de una o varias ecuaciones que relacionan la entrada y la salida. De ahí que a los modelos

matemáticos se les conozca más comúnmente como modelos paramétricos, ya que pueden definirse mediante una estructura y un número finito de parámetros.

2.4.1 ESPACIO DE ESTADOS

Es importante mencionar que la forma más apropiada de describir la dinámica de los sistemas continuos lineales invariantes en el tiempo es mediante ecuaciones diferenciales, por ello, los modelos en espacio de estados son ampliamente utilizados para representar sistemas de control [Sinha, 2000].

$$\frac{d}{dt}x(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (2.11)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) \quad (2.12)$$

donde $x(t) \in R^n$ es el vector de estado n -dimensional, $u(t) \in R^p$ es el vector de entrada p -dimensional, $y(t) \in R^q$ es el vector de salida q -dimensional, A , B , C y D son matrices constantes que están definidas por los parámetros del sistema. Generalmente, el valor de p y q es menor que el de n . donde n es el orden del sistema.

Las variables de estado de un sistema se definen como un conjunto mínimo de variables $x_1(t)$, $x_2(t)$, ..., $x_n(t)$, de cuyo conocimiento en cualquier tiempo t_0 , y del conocimiento de la información de la entrada de excitación que se aplica subsecuentemente, son suficientes para determinar el estado del sistema en cualquier tiempo $t > t_0$, [Sinha, 2000].

La característica básica de la formulación en variables de estado es que los sistemas lineales y no lineales, variantes e invariantes en el tiempo, de una o múltiples variables se pueden modelar en una forma unificada. El estado de un sistema se refiere a las condiciones pasadas, presentes y futuras del mismo [Kúo, 1996].

2.5 IDENTIFICACIÓN DE PARÁMETROS Y VALIDACIÓN DEL MODELO.

La *identificación de sistemas* puede definirse como el área de teoría de sistemas que estudia metodologías para la obtención de modelos matemáticos de sistemas dinámicos a partir de datos observados del sistema [Sinha, 2000].

Se puede decir que la identificación de sistemas se estableció como un campo de investigación reconocido dentro del área de control automático a mediados de la década de los 60's. En aplicaciones de Control, es fundamental la obtención de un

modelo matemático más o menos exacto del sistema, ya que la mayoría de los métodos de diseño de controladores parten de la hipótesis de que se dispone de un modelo parametrizado del proceso [Sinha, 2000].

2.5.1 PROCEDIMIENTO DE IDENTIFICACIÓN DE SISTEMAS

La identificación de sistemas enfrenta el problema de construir modelos matemáticos de sistemas dinámicos basados en los datos observados del sistema, por ello, es necesario llevar a cabo el proceso siguiendo una metodología.

Básicamente, la construcción de un modelo a partir de datos involucra tres entidades básicas [Ljung, 1999]:

1. Un conjunto de datos.
2. Un conjunto de modelos candidatos; una *Estructura Modelo*.
3. Una regla mediante la cual los modelos candidatos pueden evaluarse utilizando los datos, tal como la regla de Mínimos Cuadrados.

El procedimiento de identificación de sistemas posee un flujo lógico natural: primero se recopilan los datos, se elige un conjunto de modelos y se elige el mejor modelo del conjunto, como se describe a continuación.

1. *Registro de datos*. Se registran los datos de entrada-salida durante un experimento de identificación específicamente diseñado, donde el usuario puede determinar cuáles señales medir y cuándo medirlas, de modo que los datos ofrezcan la máxima información posible.
2. *Conjunto de modelos*. Se determina un conjunto de modelos candidatos especificando dentro de cuál colección de modelos se buscará el adecuado. Esto es, sin duda, la elección más importante y, al mismo tiempo, la más difícil del procedimiento de identificación de sistemas
3. *Determinación del mejor modelo en el conjunto, guiado por los datos*. Este es el *método de identificación*. La evaluación de la calidad del modelo está basada típicamente en cómo los modelos actúan cuando intentan reproducir los datos medidos. Las aproximaciones básicas a esto serán tratadas independientemente de la estructura modelo utilizada.

Eligiendo el modelo de variables de estado como el adecuado para el sistema, el problema de identificación de sistemas se puede plantear como la estimación de los elementos de las matrices A , B , C y D de (2.11) y (2.12), a partir del registro de datos de entrada-salida muestreados [Sinha, 2000].

2.5.2 VALIDACIÓN DEL MODELO

Una vez que se elige un modelo particular, el único en el conjunto que mejor describe los datos de acuerdo al criterio elegido, sólo resta probar si es suficientemente bueno; es decir, si es válido para su propósito. Tales pruebas son conocidas como *validación del modelo*. Involucran varios procedimientos para evaluar cómo el modelo se relaciona con los datos observados, con el conocimiento previo, y con su propósito. Si la validación falla, se debe replantear el modelo matemático o la identificación de parámetros, hasta que el modelo sea válido.

2.6 DISEÑO MATEMÁTICO DEL CONTROLADOR.

Una vez que se ha identificado el sistema que debe ser controlado, se procede a aplicar alguna de las técnicas de diseño de controladores, de tal manera que el sistema tenga la respuesta deseada. Este diseño puede realizarse tanto en el dominio continuo como en el discreto.

En este trabajo de tesis se utiliza el método de diseño de respuesta a la frecuencia llamado Método de Bode Analítico. Como es sabido, en el diseño de controladores utilizando técnicas de Bode, se deben especificar márgenes de fase y ganancia para asegurar un sistema de control robusto. El enfoque analítico publicado por Charles L. Phillips [Phillips, 1985], muestra el uso de este método, cuyo beneficio consiste en la obtención de un margen de fase exacto, extendido al diseño de controladores con ganancia de CD no unitaria, controladores PI y PID y compensadores de atraso o adelanto de fase.

Otro método de diseño empleado es el de la colocación de polos desde el punto de vista de realimentación de estados. Este diseño incluye el mapeo al dominio discreto de los polos deseados, calculados con base en parámetros de respuesta en el tiempo continuo.

2.7 SIMULACIÓN Y ANÁLISIS DEL SISTEMA DE CONTROL DE LAZO CERRADO.

Una vez que se ha hecho el diseño del controlador, el siguiente paso es la utilización de herramientas de simulación para determinar cómo las especificaciones de diseño afectan los valores de los parámetros y finalmente el desempeño del sistema.

Este proceso se puede llevar a cabo mediante la simulación del comportamiento del sistema de lazo cerrado con algún software de cómputo numérico, tal como MatLab. De esta manera será posible comprobar en cierta medida el cumplimiento de las especificaciones establecidas.

2.8 DISEÑO DE HARDWARE Y SOFTWARE DEL SISTEMA DE CONTROL.

DISEÑO DE HARDWARE: En esta etapa se diseñan los circuitos necesarios para el acondicionamiento de señales, y se integran con los sensores y actuadores del sistema. Una vez terminado el sistema físico estará listo para enviar y recibir señales de medición o control con las magnitudes y especificaciones adecuadas.

DISEÑO DE SOFTWARE: Consiste en la programación de los algoritmos de control y medición que habrán de interactuar con el sistema físico. Actualmente los procesadores digitales de señales cuentan con ambientes de programación en lenguajes de alto nivel. Mediante éstos se realiza la programación de algoritmos de control y la configuración de puertos y unidades de entrada y salida para la comunicación con el sistema físico a controlar.

2.9 IMPLEMENTACIÓN.

En esta etapa se construye e integra el hardware y software necesarios para poner en funcionamiento el sistema de control diseñado.

2.10 PRUEBAS DEL SISTEMA REAL.

La respuesta del sistema real se observa para determinar si éste cumple con las características de diseño establecidas. Si el sistema no cumple con las especificaciones establecidas será necesario regresar a etapas de diseño anteriores, tales como el diseño matemático del controlador y repetir cada una de las etapas siguientes a partir de este punto, hasta finalmente obtener el comportamiento deseado.

Capítulo 3

DISEÑO DE CONTROLADORES DIGITALES BASADOS EN APROXIMACIÓN DE CONTROLADORES CONTINUOS.

3.1 INTRODUCCIÓN

Existen situaciones en las que se dispone de un controlador continuo. Un caso típico es cuando un sistema de control analógico es reemplazado por uno controlado por computadora. Es natural entonces convertir un controlador continuo directamente en uno discreto. Una aproximación directa consiste en usar un intervalo de muestreo pequeño y hacer aproximaciones discretas del controlador continuo. En este capítulo se abordarán diferentes métodos para transformar un controlador continuo, en un controlador digital [(Astrom, et al, 1997)].

3.2 APROXIMACIÓN BASADA EN FUNCIONES DE TRANSFERENCIA

Dada la función de transferencia $G(s)$ de un controlador, se desea encontrar un algoritmo tal que el sistema digital aproxime la función de transferencia $G(s)$ (ver Figura 3.1). La implementación digital incluye la reconstrucción de datos, y esta puede hacerse de diferentes maneras incluyendo retención de orden cero o de orden uno.

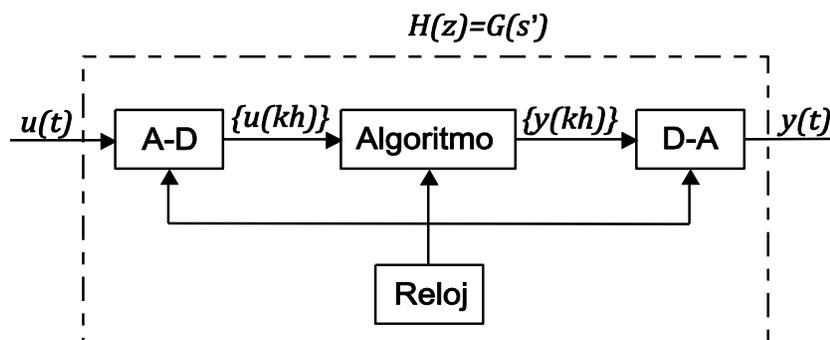


Figura 3.1. Aproximación de una función de transferencia continua $G(s)$ en el dominio discreto.

3.2.1 DIFERENCIACIÓN Y APROXIMACIONES DE TUSTIN

Una función de transferencia representa una ecuación diferencial. Es posible obtener una ecuación de diferencias aproximando las derivadas mediante una diferencia hacia adelante (Método de Euler)

$$p x(t) = \frac{dx(t)}{dt} \approx \frac{x(t+T) - x(t)}{T}$$

Donde T es el periodo de muestreo.

O una diferencia hacia atrás

$$p x(t) = \frac{dx(t)}{dt} \approx \frac{x(t) - x(t-T)}{T}$$

En variables de transformación, esto corresponde a reemplazar s por $z-1/T$ o $z-1/zT$. Tomando en cuenta que las variables z y s se relacionan mediante la expresión $z = \exp(sT)$ (consultar [Astrom, et al, 1997]). Las aproximaciones por diferencias corresponden a la expansión en series:

$$\text{Método de Euler} \quad z = e^{sT} \approx 1 + sT \quad (3.1)$$

$$\text{Diferencia hacia atrás} \quad z = e^{sT} \approx \frac{1}{1 - sT} \quad (3.2)$$

Otra aproximación, la cual corresponde al método trapezoidal de integración numérica es:

$$\text{(Método Trapezoidal)} \quad z = e^{sT} \approx \frac{1 + sT/2}{1 - sT/2} \quad (3.3)$$

En el contexto de control digital, la aproximación en (3.3) se conoce como *aproximación de Tustin*, o *transformación bilineal* [Astrom, et al, 1997]

Usando los métodos de aproximación descritos anteriormente se obtiene la función de transferencia al pulso H(z) al reemplazar el argumento s en G(s) por s' , en donde

$$s' = \frac{z-1}{T} \quad (\text{Diferencia hacia adelante o Método de Euler}) \quad (3.4)$$

$$s' = \frac{z-1}{zT} \quad (\text{Diferencia hacia atrás}) \quad (3.5)$$

$$s' = \left(\frac{2}{T}\right) \frac{z-1}{z+1} \quad (\text{Aproximación de Tustin}) \quad (3.6)$$

Por lo tanto $H_z = G_{s'}$.

Estos métodos son muy fáciles de aplicar. La Figura 3.2 muestra como la región de estabilidad $\text{Re } s < 0$ en el plano s , es mapeada en el plano z para las aproximaciones (3.4), (3.5) y (3.6).

Usando la aproximación por diferencia hacia adelante, es posible que un sistema continuo estable, se transforme en uno inestable en el dominio discreto. Cuando se utiliza la aproximación por diferencia hacia atrás, un sistema continuo estable siempre dará un sistema estable en el dominio discreto. Habrá sin embargo también sistemas continuos inestables que se transforman en sistemas estables en el dominio discreto. La aproximación de Tustin tiene la ventaja de que el semiplano izquierdo s , es transformado en el círculo unitario. Sistemas continuos que son estables se transforman entonces en sistemas muestreados estables, y aquellos que son inestables se transforman en sistemas inestables en el dominio discreto.

3.2.2 PREDOBLADO DE FRECUENCIA

Un problema con las aproximaciones ya discutidas es que la escala de frecuencia es distorsionada. Por ejemplo, si se desea diseñar un filtro pasa-banda o rechaza-banda, los filtros digitales obtenidos mediante aproximaciones podrían dar frecuencias de operación incorrectas para los filtros. Este efecto es llamado "doblado de frecuencia".

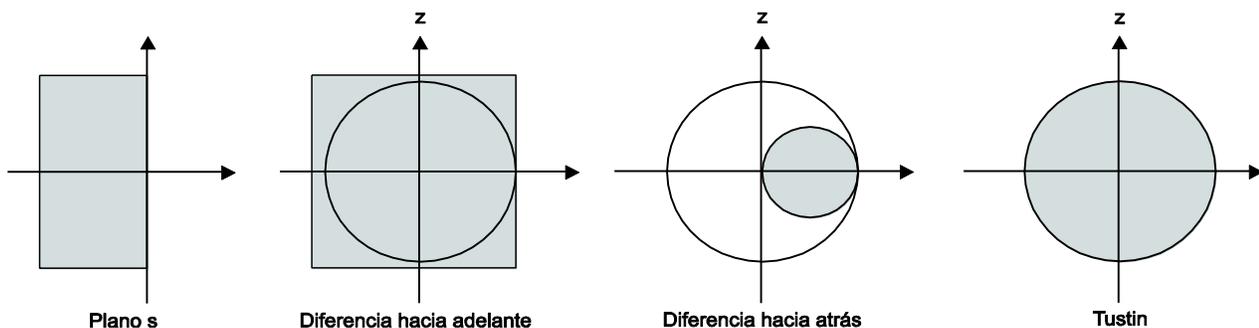


Figura 3.2. Mapeo de la región de estabilidad del plano s en el plano z para las transformaciones (3.4), (3.5) y (3.6).

Es posible introducir en estos casos una transformación que elimina la distorsión de la escala en una frecuencia específica ω_1 modificando la transformación de Tustin como se presenta a continuación:

$$s' = \frac{\omega_1}{\tan \omega_1 T / 2} * \frac{z-1}{z+1} \quad \text{Tustin con Predoblado} \quad (3.7)$$

Con esta aproximación se tendrá que $H e^{j\omega_1 T} = H j\omega_1$

Esto es, el filtro continuo y su aproximación discreta tendrán el mismo valor en la frecuencia ω_1 . Sin embargo aún se tiene distorsión en otras frecuencias.

El método de Tustin es sencillo de aplicar. Sin embargo tiene varias desventajas, tales como un mapeo poco exacto de los polos del sistema, lo cual es importante cuando se mapean filtros. Otro inconveniente es que los polos muy rápidos del sistema continuo aparecen como polos muestreados muy cerca de $z = -1$, que conduce a respuestas menos amortiguadas en los filtros.

3.3 ELECCIÓN DEL PERIODO DE MUESTREO

La elección del periodo de muestreo depende de muchos factores. Una manera de determinar el periodo es usar argumentos del sistema continuo. El sistema muestreado puede ser aproximado por el circuito de retención, seguido del sistema continuo. Para periodos de muestreo pequeños, la función de transferencia del circuito de retención puede ser aproximada como:

$$\frac{1-e^{-sT}}{sT} \approx \frac{1-1+sT - \frac{sT^2}{2} + \dots}{sT} = 1 - \frac{sT}{2} + \dots$$

Los primeros dos términos corresponden a la expansión en series de $e^{-sT/2}$. Esto es, para periodos de muestreo pequeños, el retenedor puede ser aproximado mediante un retraso de la mitad del periodo de muestreo. Asuma que el margen de fase puede ser decrementado de 5° a 15° . Esto conduce a la siguiente regla:

$$T\omega_c \approx 0.15 \text{ a } 0.5$$

En donde ω_c es la frecuencia de cruce (en radianes por segundo) del sistema continuo. Esta regla da periodos de muestreo bastante pequeños. La frecuencia de Nyquist será de 5 a 20 veces mayor que la frecuencia de cruce ($\omega_N = \frac{\omega_s}{2}$, donde ω_s es la frecuencia de muestreo) [Astrom, et al, 1997].

3.4 CONTROLADORES PID ANALÓGICOS. MÉTODO DE BODE ANALÍTICO

A continuación se presenta el método utilizado en este trabajo para el diseño de un controlador PID continuo [Philips, et al, 1996]. Posteriormente se aborda el procedimiento para su discretización.

3.4.1 DISEÑO UTILIZANDO EL ENFOQUE DE BODE ANALÍTICO.

Considere el sistema de control de la Figura 3.3

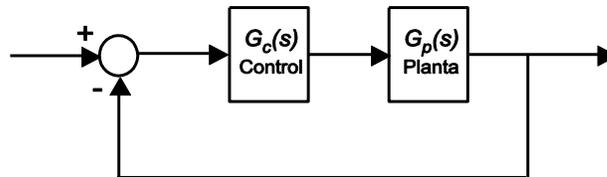


Figura 3.3 Sistema con realimentación unitaria.

Se asume que el controlador tiene una función de transferencia de primer orden:

$$G_c(s) = \frac{a_1s + a_0}{b_1s + b_0} \quad (3.8)$$

La ecuación anterior tiene cuatro parámetros. Para propósitos de diseño solo tres pueden ser especificados independientemente para alcanzar las características deseadas.

En este controlador, $\frac{a_0}{b_0}$ es la ganancia de corriente directa, $\frac{-a_0}{a_1}$ es el cero y $\frac{-b_0}{b_1}$ es el polo. El diseño consiste en encontrar los valores de a_1 y b_1 que para un valor dado de s_c satisfacen la ecuación:

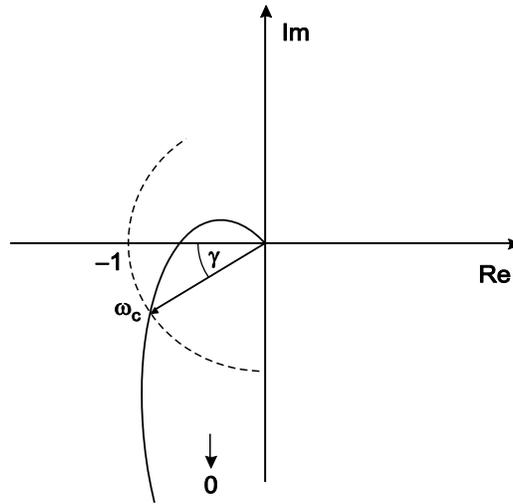


Figura 3.4. Diagrama de Nyquist del sistema de control.

$$G_c s_c G_p s_c = \alpha e^{j\lambda} \quad (3.9)$$

En donde $s_c = \sigma_c + j\omega_c = |s_c| e^{j\beta}$, y α y λ pueden tener cualquier valor.

La ecuación (3.9) puede reescribirse como:

$$G_c s_c = \frac{\alpha e^{j\lambda}}{G_p s_c} = \frac{\alpha e^{j\lambda}}{|G_p s_c| e^{j\Psi}} = \frac{\alpha}{M} e^{j\theta} \quad (3.10)$$

En donde $\Psi = \angle G_p s_c$, $M = |G_p s_c|$ y $\theta = \lambda - \Psi$

Para el sistema de la Figura 3.4, se diseña un compensador que tendrá un margen de fase γ a una frecuencia ω_c , donde $|G_c j\omega_c G_p j\omega_c| = 1$. Esto se muestra en la Figura 3.4, en donde se grafica el diagrama de Nyquist del sistema de control de la Figura 3.4.

Por lo tanto para este caso $\sigma_c = 0$, $\alpha = 1$, $\beta = 90^\circ$, y $\lambda = 180 + \gamma$.

Sustituyendo estos valores en (3.9):

$$G_c j\omega_c G_p j\omega_c = 1 e^{j180^\circ + \gamma} \quad (3.11)$$

Combinando las ecuaciones (3.8) y (3.11) se obtiene:

$$a_0 + ja_1\omega_c = \frac{e^{j\theta}}{|G_p \ j\omega_c|} b_0 + jb_1\omega_c \quad (3.12)$$

En donde $\theta = 180^\circ + \gamma - \angle G_p \ j\omega_c$

La solución de (3.12) en términos de a_1 y b_1 se muestra a continuación:

$$a_1 = \frac{b_0 - a_0 |G_p \ j\omega_c| \cos \theta}{\omega_c |G_p \ j\omega_c| \operatorname{sen} \theta} \quad (3.13)$$

$$b_1 = \frac{b_0 \cos \theta - a_0 |G_p \ j\omega_c|}{\omega_c \operatorname{sen} \theta}$$

En estas ecuaciones a_0 y b_0 deberán ser especificados y los valores resultantes de a_1 y b_1 darán un controlador que satisface (3.11). Sin embargo, la estabilidad no está garantizada y el margen de ganancia deberá ser determinado para asegurar una estabilidad adecuada.

3.4.2 DISEÑO DE CONTROLADORES PID.

El método expuesto anteriormente será ahora aplicado al diseño de controladores PID [Phillips, 1985].

Desarrollando ecuaciones generales de diseño para el controlador PID, donde PID representa las iniciales de proporcional, integral y derivativo, la función de transferencia puede expresarse como:

$$G_c \ s = K_p + \frac{K_I}{s} + K_D s \quad (3.14)$$

Combinando (3.10) y (3.14)

$$K_D s_c^2 + K_p s_c + K_I = \frac{s_c e^{j\theta}}{M}, \quad s_c = |s_c| e^{j\beta} \quad (3.15)$$

En donde $\beta = 90^\circ$ si $s_c = j\omega_c$.

Entonces:

$$K_D |s_c|^2 \cos 2\beta + j \operatorname{sen} 2\beta + K_p |s_c| \cos \beta + j \operatorname{sen} \beta + K_I = \frac{|s_c|}{M} [\cos \beta + \theta + j \operatorname{sen} \beta + \theta] \quad (3.16)$$

Igualando la parte real con la real y la imaginaria con la imaginaria en (3.16) y resolviendo las ecuaciones para K_p y K_D , se obtiene:

$$\begin{aligned} K_p &= \frac{\cos \theta}{M} \\ K_d &= \frac{\sin \theta}{\omega_c M} + \frac{K_I}{\omega_c^2} \end{aligned} \quad (3.17)$$

En donde $\theta = 180^\circ + \gamma - \angle G_p(j\omega_c)$ y $M = |G_p(j\omega_c)|$

Este tipo de compensador incluye los modos del control proporcional (P), el cual tiene relación con el error de estado estable; derivativo (D) el cual contribuye al efecto en altas frecuencias y el término integral (I), que contribuye al efecto a bajas frecuencias.

Para el diseño del controlador PID una de las tres ganancias K_p , K_I o K_D debe ser determinada de otras especificaciones de diseño y con las ecuaciones (3.17) se calcularán las ganancias restantes.

Dada ω_c , la ganancia K_p es calculada de (3.17), K_I es determinada por las especificaciones de estado estable y entonces K_D también se obtiene de (3.17). El ángulo de fase θ puede ser positivo o negativo, la única restricción en la elección de ω_c es la magnitud de θ , que debe ser menor de 90° si para lograr que el sistema sea estable (si b_1 es negativo en (3.13) el sistema es inestable).

3.5 CONTROLADORES PID DIGITALES

Partiremos de la versión de texto del controlador PID continuo descrito mediante la ecuación [Astrom et al, 1997]:

$$u(t) = K_1 \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(s) ds + T_d \frac{de(t)}{dt} \right) \quad (3.18)$$

O, en el dominio de Laplace

$$U(s) = K_1 \left(E(s) + \frac{1}{sT_i} E(s) + sT_d E(s) \right)$$

En donde $e = y_c - y$ y $E(s) = Y_c(s) - Y(s)$

3.5.1 MODIFICACIÓN DE LA RESPUESTA LINEAL

Una acción puramente derivativa no puede ni debe ser implementada, porque esto produciría una gran amplificación del ruido de medición. La ganancia de la parte derivativa debe ser limitada. Esto se logra aproximando la función de transferencia sT_d como sigue:

$$sT_d \approx \frac{sT_d}{1 + sT_d/N}$$

La función de transferencia de la derecha hace una buena aproximación a bajas frecuencias, pero la ganancia se limita a N a altas frecuencias. N se encuentra típicamente en el rango de 3 a 20.

También se ha encontrado ventajoso el no permitir a la acción derivativa actuar sobre la señal comando y sólo una fracción **b** de la señal comando actuar sobre la parte proporcional. La expresión para el controlador PID adquiere entonces la siguiente forma:

$$U(s) = K_1 \left(bY_c(s) - Y(s) + \frac{1}{sT_i} Y_c(s) - Y(s) - \frac{sT_d}{1 + sT_d/N} Y(s) \right) \quad (3.19)$$

La idea de proporcionar diferentes trayectorias para la salida del proceso y de la señal comando es una buena manera de separar la respuesta a la señal comando de la respuesta a perturbaciones. Alternativamente esto puede ser visto como una manera para colocar los ceros de lazo cerrado.

3.5.2 DISCRETIZACIÓN

El controlador descrito por (3.19) puede ser discretizado usando cualquiera de los métodos estándar tales como la aproximación de Tustin o diferencias hacia adelante o hacia atrás. Debido a que el PID es muy simple, se utilizan métodos especiales. A continuación se presenta una aproximación muy popular y fácil de derivar.

La parte proporcional Prop, no requiere aproximación porque es una parte puramente estática, por lo tanto:

$$\begin{aligned} \text{Prop}(s) &= K_1 e^{-s} \\ \text{Prop}(k) &= K_1 e^{-k} \end{aligned} \quad (3.20)$$

El término integral Int, se obtiene mediante una aproximación de diferencia hacia atrás, obteniéndose la siguiente expresión:

$$Int\ k = Int\ k - 1 + \frac{K_i T}{T_i} e\ k \quad (3.21)$$

En donde T es el periodo de muestreo.

La parte derivativa Der, se aproxima también mediante una diferencia hacia atrás. Se expresa como sigue:

$$Der\ k = \frac{T_d}{T_d + NT} Der\ k - 1 - \frac{K_i T_d N}{T_d + NT} y\ k - y\ k - 1 \quad (3.22)$$

Esta aproximación tiene la ventaja de que siempre es estable y que el polo muestreado siempre tiende a cero cuanto T_d tiende a cero.

La señal de control está dada por:

$$u\ k = Prop\ k + Int\ k - Der\ k \quad (3.23)$$

Mediante esta aproximación es posible obtener las partes integral, derivativa y proporcional por separado.

3.5.3 "WINDUP" DEL INTEGRADOR

Un controlador con acción integral combinado con un actuador que se satura puede producir efectos indeseables. Si el error de control es tan grande que el integrador satura al actuador, la trayectoria de retroalimentación se rompe, debido a que el actuador permanecerá saturado incluso si la salida del proceso cambia. El integrador, siendo un sistema inestable puede integrar hasta un valor muy grande. Cuando el error finalmente se reduce, la integral puede ser tan grande que pasará un tiempo considerable hasta que la integral alcance un valor normal otra vez. Este efecto es llamado "integrator windup" (enredado del integrador).

Existen diferentes maneras de evitar este efecto. Una posibilidad es dejar de actualizar la integral cuando el actuador se satura. Otro método es ilustrado en la Figura 3.5. En este sistema se agrega una ruta extra de retroalimentación al medir la salida del actuador y formando una señal de error (e_s) como la diferencia entre la salida del actuador (u) y la salida del controlador (v) y alimentando este error al integrador mediante la ganancia $1/T_t$. La señal de error e_s es cero cuando el actuador no está saturado. Cuando el actuador está saturado la retroalimentación extra trata de reducir a cero la señal de error e_s . Esto significa que el actuador es restablecido, y la salida del controlador está al límite de saturación. El integrador se restablece entonces a un valor apropiado con la constante de tiempo T_t

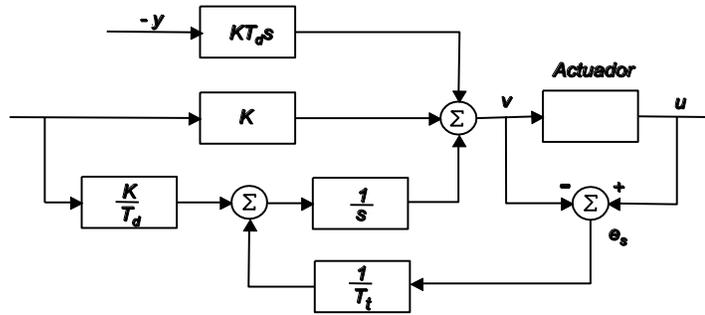


Figura 3.5. Controlador con "antiwindup".

La ventaja con este es que puede ser aplicado a cualquier actuador, es decir, no sólo a un actuador saturado, sino a uno con características arbitrarias, como uno con zona muerta o histéresis, siempre y cuando la salida del actuador sea medida.

El algoritmo PID tomará la siguiente forma cuando el "antiwindup" se incluye:

$$\begin{aligned}
 \text{Prop } k &= K_1 e_k \\
 \text{Int } k &= \text{Int } k-1 + b_i e_k + a_\omega [u_{k-1} - v_{k-1}] \\
 \text{Der } k &= a_d \text{Der } k-1 - b_d [y_k - y_{k-1}] \\
 v_k &= \text{Prop } k + \text{Int } k - \text{Der } k
 \end{aligned} \tag{3.24}$$

Y

$$u_k = \begin{cases} u_{baja} & \text{si } v_k < u_{baja} \\ v_k & \text{si } u_{baja} < v_k < u_{alta} \\ u_{alta} & \text{si } v_k > u_{alta} \end{cases} \tag{3.25}$$

En donde

$$b_i = \frac{K_1 T}{T_i}, a_\omega = \frac{T}{T_\omega}, a_d = \frac{T_d}{T_d + NT}, b_d = \frac{K_1 T_d N}{T_d + NT} \tag{3.26}$$

Cabe mencionar que la anterior es sólo una forma de incluir "antiwindup" en un controlador. Otros métodos serán presentados cuando se aborde el tema de la implementación en procesadores digitales de señales.

Capítulo 4

DISEÑO DE CONTROLADORES EN EL DOMINIO DISCRETO

4.1 INTRODUCCIÓN.

En este capítulo se presenta el método de diseño llamado “colocación de polos” desde el punto de vista de retroalimentación de estados. La colocación de polos se refiere al hecho de que el diseño se realiza con el fin de obtener sistemas de lazo cerrado con polos específicos.

Suponemos que todas las variables de estado son medibles y que están disponibles para la realimentación. Si el sistema considerado es de estado completamente controlable, los polos del sistema en lazo cerrado se pueden ubicar en cualquier posición deseada. Esto se logra mediante una realimentación de estados a través de una matriz de ganancias. El objetivo del capítulo es presentar un método de diseño basado en modelos de estado cuyo propósito es la obtención de un polinomio característico específico del sistema de lazo cerrado. El método de diseño es fácil de aplicar para sistemas de bajo orden, pero puede resultar complicado elegir polos adecuados para sistemas de alto orden.

4.2 DISEÑO DEL SISTEMA DE CONTROL

Existen diferentes factores a considerar en el diseño de un sistema de control [Astrom, et al, 1997]:

- Atenuación de perturbaciones en la carga.
- Reducción del efecto del ruido en las mediciones.
- Seguimiento de la señal comando.

Las perturbaciones en la carga son aquellas que conducen el proceso lejos de su comportamiento ideal. El ruido en las mediciones es una perturbación que corrompe la información obtenida de los sensores acerca del proceso. Las perturbaciones entran en el proceso en diferentes maneras. Es conveniente

considerarlas como si entraran al sistema de la misma manera que lo hace la señal de control; de esta manera éstas excitarán todos los modos del sistema. Para sistemas lineales, debido al principio de superposición, esta consideración no es crítica. El ruido de las mediciones se inyecta al proceso mediante la ley de control. El seguir la señal comando implica la propiedad del sistema para responder a señales comando de una manera específica.

Los problemas de control en términos generales pueden clasificarse en *problemas de regulación* y *problemas de seguimiento (servo)*. En la regulación el objetivo es lograr un balance entre la reducción de las perturbaciones en la carga y las fluctuaciones creadas por el ruido en las mediciones, el cual es inyectado al sistema debido a la retroalimentación. Los controladores tipo “servo” tienen como objetivo el seguimiento de una señal comando.

Los aspectos principales a considerar en un problema de diseño son:

- Propósito del sistema.
- Modelo del proceso.
- Modelo de las perturbaciones.
- Modelo de las variaciones e incertidumbres.
- Estrategias de control admisibles.
- Parámetros de diseño.

El diseño de métodos que consideren todos los aspectos mencionados es muy complejo. La mayoría se enfoca en uno o dos aspectos del problema, el diseñador debe asegurarse que los otros queden satisfechos. La Figura 4.1 muestra el diagrama de bloques de un sistema de control típico. Este consiste del proceso a controlar G_p , el controlador G_c . Las perturbaciones “ v ”, se consideran a la entrada del proceso. El diagrama también considera el error “ e ” en la medición de la salida. La señal comando se representa mediante u_c , mientras que G_f representa los filtros necesarios para adecuar la señal comando.

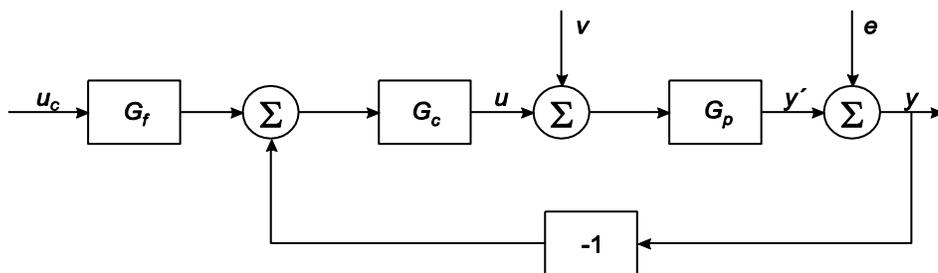


Figura 4.1. Diagrama de bloques de un sistema general de control.

4.2.1 EL PROCESO

Se asume que el proceso a controlar puede ser descrito con el modelo

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= Ax + Bu \\ y &= Cx\end{aligned}\tag{4.1}$$

En donde u representa las variables de control, x el vector de estados y A y B son matrices constantes. Ya que se considera un control digital, las señales de control se consideran constantes entre instantes sucesivos de muestreo.

El muestreo de (4.1) resulta en el siguiente sistema discreto:

$$\begin{aligned}x_{k+1} &= \Phi x_k + \Gamma u_k \\ y_k &= Cx_k\end{aligned}\tag{4.2}$$

En donde las matrices Φ y Γ están dadas por:

$$\Phi = e^{AT} \quad \Gamma = \int_0^T e^{As} ds B$$

Estas expresiones se obtienen al considerar que el sistema analógico se muestrea mediante un convertidor analógico-digital que mantiene el valor de la señal constante hasta que lleva a cabo una nueva conversión. A este tipo de convertidor se le conoce como “Circuito retenedor de orden cero”.

4.2.2 PERTURBACIONES

Se asume que las perturbaciones que actúan en el proceso son impulsos que ocurren de manera irregular y tan espaciadamente que el sistema se establece entre impulsos. Debido a esto las perturbaciones pueden considerarse como condiciones iniciales.

4.2.3 EL CRITERIO

Si se trata de un problema de regulación el criterio será llevar los estados a cero después de una perturbación en las condiciones iniciales. El tiempo de respuesta del sistema se obtiene indirectamente al especificar los polos de lazo cerrado del sistema. El problema de un seguidor consiste en que las variables del sistema sigan una señal comando con un comportamiento cercano a un modelo específico.

4.2.4 ESTRATEGIAS DE CONTROL

Inicialmente se considera que es posible medir las variables de estado sin error, aunque también es posible estimar las variables mediante el uso de

observadores. La ley de control que se utilizará es una retroalimentación de estado del tipo lineal.

4.2.5 PARÁMETROS DE DISEÑO.

En términos generales los parámetros de diseño son el periodo de muestreo y los polos de lazo cerrado. Sin embargo estos parámetros deben relacionarse con otros con un significado más útil para evaluar el desempeño del sistema.

4.3 REGULACIÓN MEDIANTE LA COLOCACIÓN DE POLOS:

El problema de la colocación de polos se proporciona para sistemas de una entrada mediante el siguiente

Teorema: Colocación de polos mediante realimentación de variables de estado. Considere que el sistema (4.2) tiene una única señal de entrada. Si el sistema es alcanzable, dado un polinomio $P(z)$ de grado n , entonces existe una realimentación lineal que proporciona un sistema de lazo cerrado con el polinomio característico $P(z)$ [(Astrom, et al, 1997)].

La realimentación está dada por

$$u_k = -Lx_k \quad (4.3)$$

En donde

$$L = [0 \ 0 \ \dots \ 1] W_c^{-1} P \Phi \quad (4.4)$$

y W_c es la matriz de alcanzabilidad de (4.2). y $P \Phi$ es el polinomio P evaluado en la matriz Φ . La expresión (4.4) es conocida como la Fórmula de Ackermann.

El diagrama de bloques del sistema de control con regulación se muestra en la Figura 4.2.

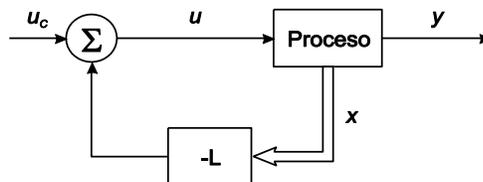


Figura 4.2. Diagrama de bloques de un controlador tipo regulador.

4.3.1 ACCIÓN INTEGRAL

Es común que se tenga una perturbación desconocida y constante en la entrada del proceso. La solución a este problema es agregar una acción integral al controlador. Esto se realiza definiendo la acción integral como una nueva variable de estado tal como se muestra a continuación:

Dado el sistema

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \Phi x(k) + \Gamma u(k) \\ y(k) &= Cx(k) \end{aligned} \quad (4.5)$$

Se define la nueva variable de estado:

$$Int(k+1) = Int(k) + [u_c(k) - y(k)] \quad (4.6)$$

En donde u_c es la señal comando del sistema.

Las ecuaciones de estado del sistema aumentado serán las siguientes:

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ \vdots \\ x_n(k+1) \\ Int(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \cdots & \phi_{1n} & 0 \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \cdots & \phi_{2n} & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & 0 \\ \phi_{n1} & \phi_{n2} & \cdots & \phi_{nn} & \vdots \\ \phi_{n+1,1} & \phi_{n+1,2} & \cdots & \phi_{n+1,n} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ \vdots \\ x_n(k) \\ Int(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \\ \vdots \\ \Gamma_n \\ 0 \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_c(k) \quad (4.7)$$

En forma reducida:

$$x_a(k+1) = \Phi_a x_a(k) + \Gamma_a u(k) + \Gamma_c u_c(k) \quad (4.8)$$

En donde

$$x_a(k) = \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ \vdots \\ x_n(k) \\ Int(k) \end{bmatrix}, \Phi_a = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \cdots & \phi_{1n} & 0 \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \cdots & \phi_{2n} & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & 0 \\ \phi_{n1} & \phi_{n2} & \cdots & \phi_{nn} & \vdots \\ \phi_{n+1,1} & \phi_{n+1,2} & \cdots & \phi_{n+1,n} & 1 \end{bmatrix}, \Gamma_a = \begin{bmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \\ \vdots \\ \Gamma_n \\ 0 \end{bmatrix}, \Gamma_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

$$Y \begin{bmatrix} \phi_{n+1,1} & \phi_{n+1,2} & \cdots & \phi_{n+1,n} \end{bmatrix} = -C$$

Se observa que (4.8) tiene la misma forma que (4.2), por lo tanto, el problema de la colocación de polos será resuelto también mediante (4.3). Para este fin el término $\Gamma_c u_c k$ de (4.8) no se considera.

4.4 CONTROLADORES TIPO SERVO.

El objetivo de este tipo de controladores es lograr que las variables de estado y las salidas del sistema respondan a señales comando de forma específica.

Una manera simple de obtener este comportamiento es reemplazar la retroalimentación $u k = -Lx k$ por:

$$u k = -Lx k + L_c u_c k \quad (4.9)$$

En donde u_c es la señal comando.

El diagrama de bloques del sistema con un controlador tipo servo se muestra en la Figura 4.3.

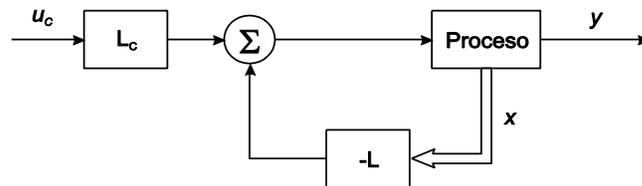


Figura 4.3. Diagrama de bloques de un controlador tipo servo.

La solución del problema consiste en determinar los valores de las variables L y L_c . El valor de L se obtiene considerando al sistema como un regulador, entonces se aplica (4.4) para la colocación de polos. El valor de L_c se determina analizando el comportamiento en estado estable del sistema de lazo cerrado, tal como sigue:

Las ecuaciones de estado para el sistema de control son:

$$\begin{aligned}x_{k+1} &= \Phi x_k + \Gamma u_k \\y_k &= C x_k\end{aligned}\tag{4.10}$$

Combinando (4.9) y (4.10) se obtiene:

$$\begin{aligned}x_{k+1} &= \Phi - \Gamma L x_k + L_c \Gamma u_c k \\y_k &= C x_k\end{aligned}\tag{4.11}$$

La función de transferencia para (4.11) es:

$$G_{LC} = \frac{Y(z)}{U_c(z)} = C [zI - \Phi + \Gamma L^{-1} L_c \Gamma]\tag{4.12}$$

Considerando la señal comando como un escalón descrito por:

$$U_c(z) = \frac{z}{z-1} u_c\tag{4.13}$$

La salida del sistema está dada por:

$$Y(z) = C [zI - \Phi + \Gamma L^{-1} L_c \Gamma] \frac{z}{z-1} u_c\tag{4.14}$$

El valor en estado estable de la salida del sistema se obtiene aplicando el teorema del valor final en el dominio z:

$$y_{\infty} = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{z-1}{z} Y(z)\tag{4.15}$$

En este caso la salida deseada es $y_{\infty} = u_c$. Sustituyendo (4.14) en (4.15) tenemos la siguiente igualdad.

$$\begin{aligned}C [I - \Phi + \Gamma L^{-1} L_c \Gamma] u_c &= u_c \\C [I - \Phi + \Gamma L^{-1} L_c \Gamma] &= 1\end{aligned}\tag{4.16}$$

A partir de (4.16) se determina el valor de L_c necesario para que la señal de salida en estado estable sea la misma que la señal comando.

4.4.1 ACCIÓN INTEGRAL.

La acción integral se incluye de manera similar al problema de regulación, y el sistema aumentado también está descrito por (4.8). La ley de control tendrá la siguiente forma:

$$u = -Lx_a \ k + L_c u_c \quad (4.17)$$

Sustituyendo (4.17) en (4.8) se obtiene:

$$x_a \ k+1 = \Phi_a - \Gamma_a L \ x_a \ k + L_c \Gamma_a + \Gamma_c \ u_c \ k \quad (4.18)$$

La función de transferencia del sistema (4.18) es:

$$G_{LC} = C_a \ zI - \Phi_a + \Gamma_a L^{-1} \ L_c \Gamma_a + \Gamma_c \quad (4.19)$$

Considerando que se aplica una señal escalón a la entrada, se utiliza el teorema del valor final para determinar el valor en estado estable de la función (4.19). El resultado se muestra a continuación.

$$C_a \ I - \Phi_a + \Gamma_a L^{-1} \ L_c \Gamma_a + \Gamma_c = 1 \quad (4.20)$$

Mediante la expresión anterior es posible calcular el valor de L_c para resolver el problema de regulación incluyendo acción integral.

4.5 OBSERVADORES

En algunos casos no es posible medir directamente las variables del sistema; sin embargo es posible determinar los estados de un sistema a partir de las mediciones disponibles y un modelo matemático [Astrom, et al, 1997]. Nuevamente se asume que el sistema está descrito por (4.10). Con este modelo se aproximará el estado x del sistema mediante el estado \hat{x} del modelo:

$$\hat{x} \ k+1 = \Phi \hat{x} \ k + \Gamma u \ k \quad (4.21)$$

Que tiene la misma entrada que (4.10). Si el modelo es perfecto y las condiciones iniciales son las mismas, entonces el estado \hat{x} del modelo (4.21) será idéntico al estado x del modelo (4.10). Si las condiciones iniciales no son las mismas, el estado \hat{x} convergerá al estado x si el sistema (4.21) es asintóticamente estable.

El sistema (4.21) proporciona una reconstrucción de los estados en función de entradas anteriores, pero el comportamiento del sistema mejora si se incluyen también salidas anteriores. Lo anterior se lleva a cabo incluyendo una retroalimentación de la diferencia entre las salidas medidas y las estimadas, $y - C\hat{x}$.

Por lo tanto:

$$\hat{x}_{k+1|k} = \Phi \hat{x}_{k|k-1} + \Gamma u_k + K (y_k - C \hat{x}_{k|k-1}) \quad (4.22)$$

En donde K es una matriz de ganancias. La notación $\hat{x}_{k+1|k}$ indica que es un estimado de \hat{x}_{k+1} basado en las mediciones disponibles en el tiempo k . Puede notarse que el término $K (y_k - C \hat{x}_{k|k-1})$ no tiene contribución si la salida estimada por el modelo es la misma que la salida medida del sistema. El resultado para este caso puede expresarse en el siguiente

Teorema. Dinámica del Observador. Considere el sistema discreto descrito por (4.10). Sea $P(z)$ un polinomio de grado n , en donde n es el orden del sistema. Asumiendo que el sistema es completamente observable, entonces existe una matriz K tal que la matriz $\Phi - KC$ del observador (4.21) tiene el polinomio característico $P(z)$. El problema para encontrar los valores de la matriz K es matemáticamente similar al de la colocación de polos. Para resolverlo se utiliza nuevamente la Fórmula de Ackermann. La expresión para obtener los valores de K es la siguiente:

$$K = P(\Phi) W_o^{-1} [0 \ 0 \ \dots \ 1]^T \quad (4.23)$$

En donde W_o es la matriz de observabilidad del sistema y $P(\Phi)$ es el polinomio característico de la matriz Φ evaluado en Φ .

La selección del valor de los polos del observador debe lograr un equilibrio entre los errores de medición y una recuperación rápida tras errores iniciales. Si los polos del observador se colocan en el origen, éste se conoce como un observador "dead beat". Éste tiene la propiedad de que el error del observador se hace cero en un tiempo finito de n pasos, en donde n es el orden del sistema.

4.5.1 RETROALIMENTACIÓN DE LA SALIDA.

Una vez resueltos los problemas de la colocación de polos del sistema y la estimación de las variables de estado, es lógico integrar todo en un solo sistema retroalimentado. Considere el sistema descrito por:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= \Phi x_k + \Gamma u_k \\ y_k &= C x_k \end{aligned} \quad (4.24)$$

Se desea una ley de control que relacione la entrada con la salida de tal manera que el sistema de lazo cerrado tenga polos específicos. Si todos los estados pueden ser medidos la ley de control que proporciona los polos deseados puede ser la siguiente:

$$u_k = -Lx_k$$

Si los estados no son medibles, es natural que la ley de control sea entonces:

$$u_k = -L\hat{x}_{k|k-1} \quad (4.25)$$

Donde \hat{x} es obtenida del observador (4.22).

Por lo tanto la retroalimentación es un sistema dinámico de orden n . Esto se debe a la dinámica del observador. La Figura 4.4 muestra un diagrama del sistema retroalimentado.

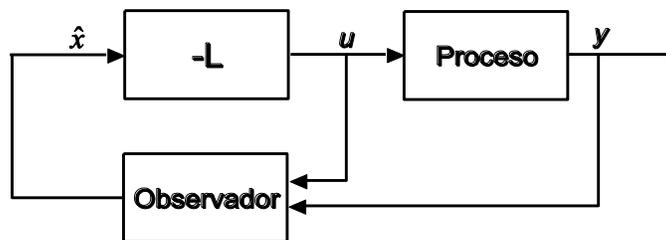


Figura 4.4. Diagrama de bloques de un regulador con observador.

4.5.2 ANÁLISIS DEL SISTEMA DE LAZO CERRADO.

El sistema de lazo cerrado debe tener propiedades deseadas. Para demostrar lo anterior se define lo siguiente:

$$\tilde{x} = x - \hat{x}$$

Combinando (4.24) y (4.25) el sistema de lazo cerrado puede ser descrito por las ecuaciones:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= \Phi - \Gamma L x_k + \Gamma L \tilde{x}_{k|k-1} \\ \tilde{x}_{k+1|k} &= \Phi - K C \tilde{x}_{k|k-1} \end{aligned} \quad (4.26)$$

El sistema de lazo cerrado es de orden $2n$. Los *valores propios del sistema* (4.26) son los de las matrices $\Phi - \Gamma L$ y $\Phi - K C$. Se observa que los *eigenvalores* de $\Phi - \Gamma L$ son los polos deseados del sistema que se obtienen al resolver el problema de la colocación de polos. Los *valores propios* de $\Phi - K C$ son los polos deseados del observador. Esta solución al problema de la colocación de polos tiene muchas simetrías convenientes. La solución al problema de la retroalimentación de estados y el observador es un problema dual; por lo tanto el mismo algoritmo numérico se utiliza para encontrar los valores de L y K . Una ventaja más es que la solución del problema completo puede dividirse en dos

problemas más pequeños. Bajo este esquema los polos de lazo cerrado se separan en dos grupos, uno asociado con la retroalimentación de estados y otro con el observador.

Puede notarse que el observador cuenta con un

modelo del proceso de manera interna. Esto es un caso especial del “*principio de modelo interno*”, que dice que un buen controlador contiene un modelo del sistema controlado.

El controlador también puede ser visto como una caja negra que genera la señal de control a partir de la salida del proceso. El controlador descrito por (4.25) y (4.22) puede ser representado por una función de transferencia al pulso de orden n que relaciona la señal de entrada u , con la salida medida y .

$$G_{LC} = -L zI - \Phi + \Gamma L + KC^{-1} K \quad (4.27)$$

4.6 ELECCIÓN DE POLOS DE LAZO CERRADO.

Si el sistema discreto se obtiene al muestrear un sistema continuo de segundo orden con el polinomio característico $s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$, entonces los polos del sistema son:

$$\begin{aligned} p_1 &= -\zeta\omega_n + j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} \\ p_2 &= -\zeta\omega_n - j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} \end{aligned} \quad (4.28)$$

Donde ω_n es la frecuencia natural y ζ es el factor de amortiguamiento. Esto se ilustra en la Figura 4.5. El parámetro ζ influye en el amortiguamiento relativo de la respuesta y ω_n influye en la velocidad de respuesta [Ogata, 1997].

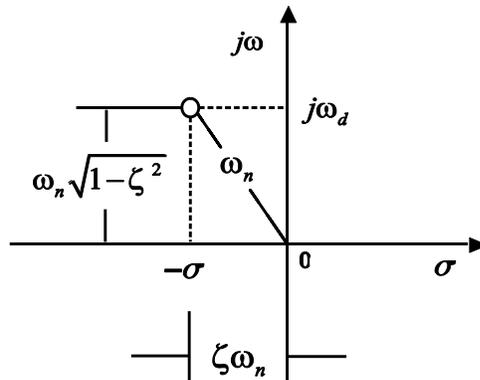


Figura 4.5. Polos de un sistema de control de segundo orden.

4.7 ELECCIÓN DE PERIODO DE MUESTREO

El periodo de muestreo para sistemas digitales de lazo cerrado se relaciona con el comportamiento del sistema de lazo cerrado. Para elegir un periodo de muestreo adecuado se introduce el parámetro N , definido por [Astrom, et al,1997]:

$$N = \frac{2\pi}{\omega_n T \sqrt{1-\zeta^2}} \quad (4.29)$$

Donde ω_n es la frecuencia natural del sistema y T es el periodo de muestreo. Este parámetro proporciona el número necesario de muestras por periodo del modo dominante del sistema de lazo cerrado. Los resultados experimentales muestran que para valores de N mayores a 20, el sistema tiene una mejor respuesta en el caso de la presencia de perturbaciones dentro del sistema. Por lo tanto, a partir de estos resultados se sugiere que el sistema tendrá una respuesta aceptable si:

$$N \approx 25 - 75$$

Una investigación más detallada de los efectos de las perturbaciones dentro del sistema, en la cual éstas se introducen justo antes o después de un instante de muestreo, sugieren que el periodo de muestreo debe ser elegido de tal manera que

$$\omega_n T = 0.1 - 0.6 \quad (4.30)$$

Esto garantiza resultados similares a un sistema modelado en el tiempo continuo.

Capítulo 5

IMPLEMENTACIÓN DE CONTROLADORES DIGITALES

5.1 INTRODUCCIÓN.

Hasta ahora sólo se ha discutido el diseño de los algoritmos para el control digital, en este capítulo se abordan los diferentes aspectos involucrados en la implementación de los mismos. El problema principal consiste en la implementación de un sistema de control dinámico y discreto mediante procesadores digitales de señales con aritmética de punto fijo. Una vez que se tiene un algoritmo de control para el sistema discreto, otros factores deben tomarse en cuenta; entre ellos se encuentra la precisión numérica requerida, y las interfaces con sensores y actuadores. La interfaz con los sensores será examinada y se analizará el efecto del retraso computacional en la respuesta del sistema.

La teoría de control que se ha analizado hasta ahora es aplicable a sistemas lineales, sin embargo existen algunas no linealidades dentro del sistema tales como la saturación en los actuadores que deben ser tomadas en cuenta. Esto último conduce a la extensión de los métodos para la adición de el “*antiwindup*” al controlador.

5.2 DSP'S CON ARITMÉTICA DE PUNTO FIJO.

Los procesadores digitales de señales se dividen en dos categorías principales. Éstas se basan en la manera en la que éstos representan valores e implementan operaciones numéricas internamente. Estos dos formatos son el de punto fijo y el de punto flotante. Hasta hace poco tiempo no se disponía de procesadores digitales con aritmética de punto flotante, las pocas unidades disponibles eran de alto costo. Es por esto que se desarrollaron técnicas estándar para la manipulación de cantidades representadas mediante punto fijo. Esta sección abarca la temática de la implementación de algoritmos en procesadores digitales de señales de punto fijo.

5.2.1 REPRESENTACIÓN DE NÚMEROS CON PUNTO FIJO

Los procesadores digitales de punto fijo representan y manipulan números como enteros. El máximo número de valores que es posible representar es 2^N , donde N es el número de bits del bus fijo o ancho de palabra. Los DSP's más recientes cuentan con una longitud de palabra de $N=32$. En el procesador los números se almacenan con una longitud fija correspondiente N, sin embargo los registros internos para operaciones intermedias suelen tener el doble de longitud y algunos bits de guarda como medida de seguridad [Cofer, 2002].

En el sistema binario existe el concepto de "punto binario", que es el análogo al punto decimal en el sistema decimal. En aritmética binaria este punto utilizado para separar la parte entera de la parte fraccional se denomina "punto radix". Existen dos convenciones para localización de este punto; una para la representación de enteros, y otra para representar fracciones. En el caso de la representación de enteros, el radix está implícitamente colocado a la derecha del bit menos significativo de la palabra. En el caso de números fraccionarios el radix se localiza a la izquierda del bit más significativo de los bits numéricamente significativos.

Debido a que la posición del radix no es fija y es establecida por el usuario, los algoritmos pueden implementarse con formato de entero o fracción. Existen, en consecuencia, diferentes maneras de representar una cantidad numérica mediante una palabra de longitud fija y radix variable.

La representación de números con signo se lleva a cabo mediante tres métodos convencionales; éstos son "magnitud y signo", complemento a uno y complemento a dos. Los tres métodos utilizan el bit más significativo para la representación del signo, dejando los bits restantes de la palabra para la representación de la magnitud.

5.2.2 FORMATO Q.

El formato Q es una técnica para posicionar el punto radix en los operandos y resultados de operaciones aritméticas. El formato es equivalente a un punto flotante "virtual" [Texas Instruments, 2005]. La estructura para una longitud de palabra de 32 bits se muestra en la Figura 5.1.

Esta representación es aplicable en problemas que no requieren un rango dinámico grande. La precisión será la misma para todos los números en el mismo formato Q, sin embargo el rango dinámico es limitado en comparación con la aritmética de punto flotante.

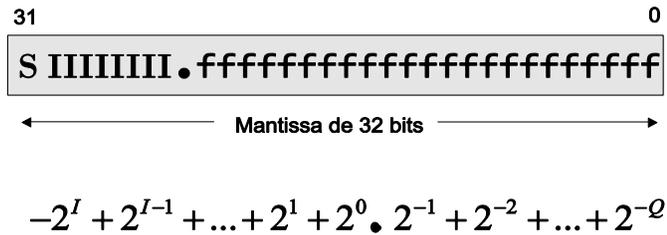


Figura 5.1. Representación numérica en formato Q.

En los procesadores digitales las operaciones aritméticas se realizan también en formato Q. Las dos operaciones “básicas” se realizan en un cálculo del tipo $y=ax+b$. La manera de hacerlas se ilustra en la Figura 5.2

Operaciones de 32 bits en Formato Q
 $y=mx+b$

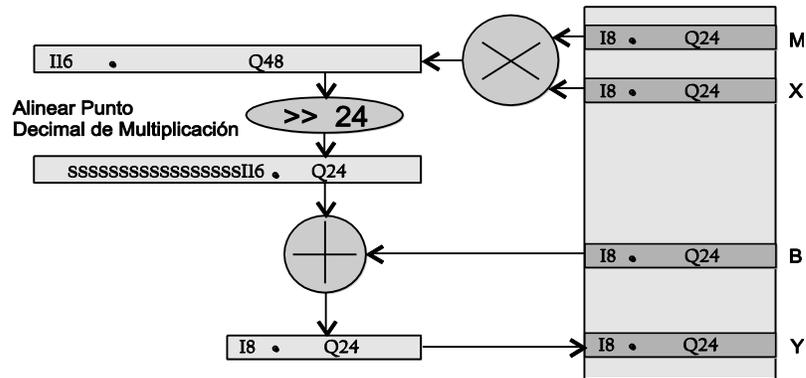


Figura 5.2. Operaciones aritméticas en formato Q.

Como se observa, los tres operandos se encuentran en el mismo formato Q. El resultado de la multiplicación de M y x necesariamente tendrá una resolución de 2Q. Este resultado se “reescala” mediante un corrimiento para coincidir nuevamente con el formato Q y realizar la suma. La generación de DSP’s actual cuenta con aritmética de punto fijo de 32 bits, este tamaño de palabra permite un rango dinámico de resolución al permitir el uso de varios valores de Q en un mismo programa, Los valores máximo y mínimo, así como la resolución de los números que pueden representarse con un valor específico de Q se obtienen de la siguiente manera:

Valor Mínimo	Valor Máximo	Resolución
-2^{32-Q}	$2^{32-Q} - 2^{-Q}$	2^{-Q}

La elección del valor de Q se hace una vez que se conocen los rangos de los valores que se usarán en la aplicación, esto incluye valor máximo, mínimo y la resolución que se requiere.

La implementación de los algoritmos de programación se hace en lenguajes de alto nivel (C,C++) con una sintaxis muy similar a la aritmética de punto flotante, esto permite portabilidad y sencillez en el código.

5.2.3 LIMITACIONES DE LA ARITMÉTICA DE PUNTO FIJO.

Siempre existirán diferencias entre una aplicación con aritmética de punto fijo y la de punto flotante. Algunas limitaciones asociadas con la primera son:

- Saturación y sobreflujo en los registros.
- Errores aritméticos.
- Error en la representación de los coeficientes.

En el caso del uso de convertidores ADC algunos errores inherentes a la cuantización mediante el uso punto fijo son:

- Errores aritméticos en la implementación del algoritmo (truncamiento).
- Errores de truncamiento y redondeo.
- Cuantización poco precisa de los coeficientes de los filtros utilizados.

Algunas recomendaciones para reducir este tipo de errores son:

- La simulación del sistema para conocer los rangos de operación del sistema.
- Escalamiento de las variables a utilizar.
- Elección cuidadosa del valor o valores de Q.
- Monitoreo constante de las banderas de sobreflujo.
- Diseñar los algoritmos para que estos sean simples y eficientes al mismo tiempo.
-

5.3 REQUERIMIENTOS DE UN CONTROLADOR DIGITAL.

El primer paso en el diseño de un controlador digital es la implementación de un sistema de adquisición de datos. El control digital requiere una especial atención al acondicionamiento de señales y la conversión analógico-digital. Esto

se debe a que aunque el sistema a controlar opera en un dominio continuo, el sistema de control opera en el dominio discreto. Es necesaria entonces la conversión del dominio continuo al discreto y el proceso inverso para llevar a cabo acciones de control. Es importante tener conciencia de que no toda implementación de este proceso llevará a un funcionamiento correcto de un sistema de control [Buso et al, 2006].

5.3.1 MUESTREO Y ACONDICIONAMIENTO DE SEÑAL.

La organización típica para un controlador digital PWM, que incluye medición de corriente se muestra en la Figura 5.3 [Buso, et al, 2006].

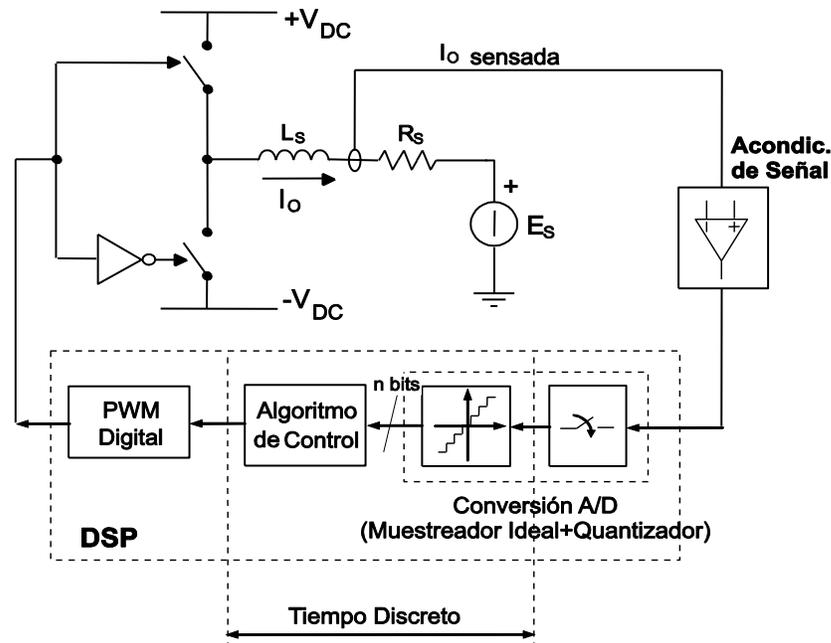


Figura 5.3. Organización típica de un controlador por corriente.

El convertidor de potencia se representa de una manera compacta mediante interruptores ideales, y el circuito de manejo de manera esquemática. Se asume que el control se llevará a cabo mediante un procesador digital de señales. Estos dispositivos cuentan con los periféricos necesarios para la entrada y salida de datos, unidades A/D y unidades para la generación de señales PWM, tal como se muestra en la figura.

El primer aspecto a cuidar dentro de la trayectoria de la adquisición de datos, es la etapa de acondicionamiento de señal. Ésta debe garantizar lo siguiente:

- Que la señal del sensor se acondicione con el fin de explotar por completo el rango de voltaje de entrada del convertidor ADC.
- Que la señal se filtre correctamente para evitar efectos de “aliasing”.

Una explotación completa del rango de entrada del convertidor ADC es importante para la reducción de errores de cuantización que pueden causar la inestabilidad del controlador o reducir la calidad de la regulación. Esto se debe a que el número de bits efectivos usados para la representación de la señal muestreada es máximo cuando el rango máximo de entrada de voltaje se explota al máximo.

El efecto de *aliasing* es la consecuencia de la violación del Teorema de Muestreo de Shannon (ver [Astrom, et al, 1997]). Por lo tanto debe limitarse el espectro de la señal muestreada mediante filtrado.

Otro aspecto importante es tener un modelo adecuado del convertidor ADC. Matemáticamente puede verse como un muestreador ideal en serie con un cuantizador de n bits. El primero se define como un muestreador que entrega una cadena de pulsos con duración nula y amplitud igual al de la señal de entrada en el instante de muestreo. Su función es proporcionar una versión discreta de la señal analógica. El cuantizador representa la pérdida o error en la información debida a la representación de valores mediante un número finito de bits. Este bloque en conjunto cumple la función de muestreo y retención, que generalmente corresponde a un circuito retenedor de orden cero.

Los errores de cuantización debidos a la conversión analógico-digital se consideran como un ruido aditivo en la entrada del sistema de control.

Existen otros dos errores que son de vital importancia: error por cuantización aritmética y error por cuantización de la señal de salida. El primero se discutió en la sección anterior y corresponde al error debido una precisión finita en la representación de cantidades numéricas (truncamiento y redondeo). Este error puede causar una distorsión de la respuesta en la frecuencia del controlador, el desplazamiento de los polos y puede tener un impacto general en el funcionamiento del sistema. Los errores por cuantización aritmética son considerados también como ruido aditivo.

5.3.2 CUANTIZACIÓN DE LA SEÑAL DE SALIDA.

El error por cuantización de la señal de salida se debe al redondeo o truncamiento inherente a la conversión de digital a analógico. En este caso la señal de salida (señal de control), se trata de la función PWM digital (DPWM). La

resolución de la variable de salida (ciclo de trabajo) se reduce al ser escrita en un registro de un número finito de bits, por lo tanto, el error generado es inevitable. El efecto más severo de este error, es la presencia de un tipo peculiar de inestabilidad llamada “oscilación de ciclo límite” LCO. Para ilustrar este efecto se presenta la Figura 5.4.

El punto deseado para el valor de la variable de control de salida d , no es uno de los valores posibles de representar. En consecuencia el sistema oscila con periodo T_{LCO} , entre las dos salidas posibles. En este caso se asume que el sistema cuenta con algún tipo de acción integral. El resultado de lo anterior es que se estará aplicando una acción de control mayor o menor de la necesaria, produciendo oscilaciones por encima y por debajo del valor de estado estable.

Esto se debe a que el sistema responde de manera proporcional al valor del ciclo de trabajo aplicado. La conmutación entre los dos valores del ciclo de trabajo es determinada por el controlador, el cuál al detectar un error reacciona cambiando el ciclo de trabajo.

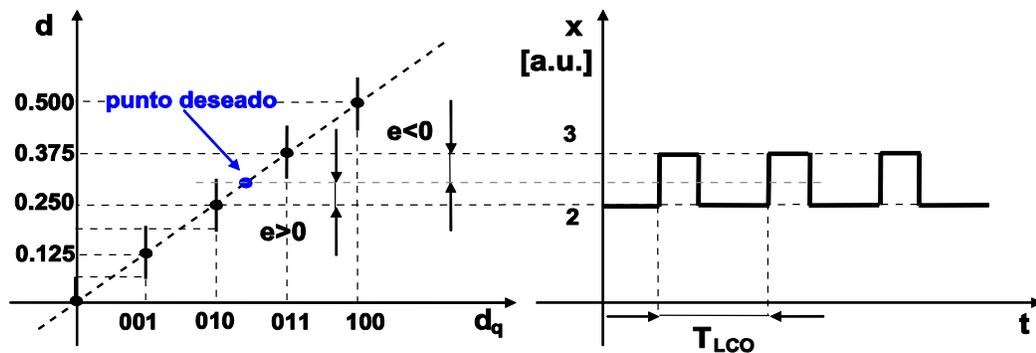


Figura 5.4. Ejemplo de la ocurrencia de ciclo límite

Esto resulta en una oscilación persistente que no está relacionada con la inestabilidad del sistema, sino con el error de cuantización.

La frecuencia de esta oscilación depende de varios parámetros del sistema, tales como el ancho de banda del controlador, las constantes del sistema de lazo abierto, la ganancia en CD del sistema de lazo cerrado, el punto de operación, etc. En el caso del uso de convertidores con interruptores, éstos actúan como una acción integral, por lo tanto estas oscilaciones son inevitables.

Este problema ha sido ampliamente discutido (ver [Buso, et al, 2006]), de manera que sin entrar en mucho detalle se presentan ahora las condiciones fundamentales para la eliminación de estas oscilaciones. En muchos casos estas

condiciones son necesarias y no suficientes para la solución del problema. En algunas ocasiones el efecto puede no estar presente, mientras que en otras puede ser disparado por una oscilación en particular, por lo tanto no es fácil eliminar por completo las LCO.

Teniendo en consideración lo anterior, se presentan dos condiciones que el sistema debe cumplir para evitar oscilaciones de ciclo límite.

1. La primera condición es asegurarse de que la variación de un nivel del DPWM, es decir, 1 LSB de la representación digital del ciclo de trabajo, denotada como q_{DPWM} , no produce una variación en la variable controlada de salida $x(t)$, mayor que el nivel de cuantización de la variable $x(t)$, denotado como q_{ADC} , en condiciones de estado estable. Por lo tanto, si definimos como $G(s)$ la función de transferencia entre el ciclo de trabajo d y la variable controlada de salida $x(t)$, la primer condición necesaria para la eliminación de LCO es:

$$q_{DPWM} G_{dc} < q_{ADC} \quad (5.1)$$

En donde G_{dc} es el valor de CD de la función $G(s)$.

De manera generalizada, esta fórmula se aplica a otros transductores utilizados, tales como encoders, para el caso de medición de velocidad.

2. La segunda condición es la presencia de una acción integral en el controlador. Esto se justifica al considerar que si sólo se cuenta con una acción proporcional (y/o derivativa), un error mínimo cuantizado en la variable controlada de salida $x(t)$, determina una variación en el voltaje general de salida del convertidor determinada por $G_{dc} K_p q_{ADC}$. Debido a que el valor de $G_{dc} K_p$ siempre es mucho mayor que 1, esta variación es mucho mayor que q_{ADC} , y por lo tanto (5.1) no se satisface. Por lo tanto se necesita una cuantización más baja del error en la variable de salida. Esto se garantiza cuando se incluye una acción integral, ya que la cuantización del error equivale entonces a $K_I q_{ADC}$, con K_I mucho menor que K_p . Esto garantiza que (5.1) se cumpla. Obviamente una condición adicional es que la siguiente condición también se satisfaga:

$$K_I G_{dc} < 1 \quad (5.2)$$

La cual de hecho impone un límite máximo a K_I . Es posible definir la resolución del DPWM como la máxima entre su cuantización física mediante hardware y lo que se conoce como cuantización inducida, determinada por el término integral y

(5.2), La verificación simultánea de las condiciones anteriores es necesaria para la eliminación, al menos en teoría de LCO. Sin embargo, aún cuando estas dos condiciones se cumplan, las oscilaciones pueden estar presentes debido a la no linealidad de los cuantizadores en el trayecto de realimentación.

En conclusión, la predicción analítica de la amplitud y frecuencia de los ciclos límite es un problema muy complicado. En ocasiones una simulación del controlador puede ayudar a estimar de manera aproximada estos valores. Si el sistema cumple con las dos condiciones antes mencionadas, aún puede tener oscilaciones, sin embargo, un diseño adecuado del controlador y del sistema de adquisición de señales, puede llevar a estas oscilaciones a un nivel aceptable.

5.4 CONTROLADORES CON ACCIÓN INTEGRAL “ANTI WINDUP”.

Otro problema de implementación de controladores digitales es el efecto conocido como “windup”. Como se mencionó en el capítulo 3, este fenómeno se presenta en controladores con acción integral. Si el error en la salida permanece por un tiempo considerable, causará saturación en los actuadores. Si no se toma ninguna medida, el valor del controlador correspondiente a la parte integral irá acumulando la integral del error durante todo este tiempo. Cuando se reduce el error la parte integral estará muy lejos del estado estable y generará un transitorio en la variable del controlador, el cual típicamente tiene la forma de un sobreimpulso [Buso et al, 2006].

La solución de este problema se basa en la limitación dinámica de la acción integral durante los transitorios; éstos pueden detectarse monitoreando la parte proporcional del controlador. En su implementación más básica, siempre que ésta sea mayor que un valor límite, la parte integral del controlador se hace igual a cero. La acción integral se reanuda cuando la variable de salida se encuentre muy cerca del valor deseado. Es posible una implementación más sofisticada de este concepto, en la cual la limitación de la parte integral se hace gradualmente, por ejemplo manteniendo la suma de la parte proporcional y la integral para todo caso, más baja que un límite predefinido. En este caso, mostrado en la Figura 5.5, en cada iteración de control, se calcula un nuevo límite para la parte integral y, si es necesario, la acción integral se limita.

Esta implementación requiere un esfuerzo computacional ligeramente mayor para determinar la siguiente cantidad, en la que m_{MAX} es el límite máximo de salida del controlador:

$$|L_I| k = m_{MAX} - |K_p \varepsilon_I k| \quad (5.3)$$

La implementación de esta limitación en las variables tiene gran efectividad. Puede notarse que este tipo de limitación puede efectuarse para otro tipo de variables en otros controladores.

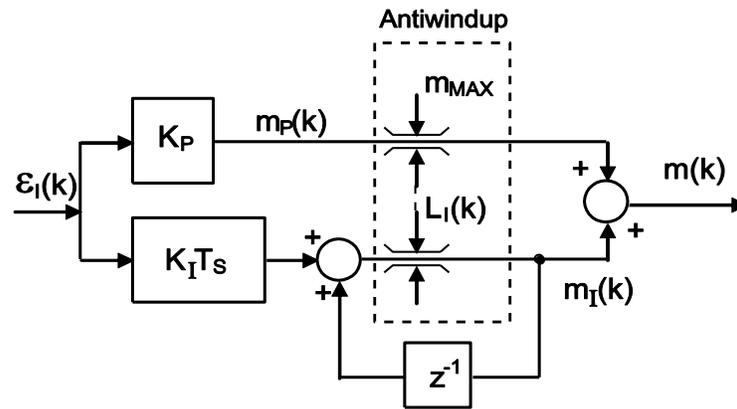


Figura 5.5. Diagrama de bloques de un controlador PI con acción integral.

En este trabajo se utiliza el antiwindup de la Figura 5.5, sin embargo, fue necesario agregar elementos adicionales con el fin de eliminar la saturación, ya que como se ha dicho, la implementación de uno de estos algoritmos no garantiza la eliminación de oscilaciones de ciclo límite. Estos se explicarán en las secciones 6.4 y 6.5.

Capítulo 6

DISEÑO DE CONTROLADORES DIGITALES PARA EL CONTROL DE VELOCIDAD DE UN MOTOR DE CD

6.1 INTRODUCCIÓN

Este capítulo aborda el proceso de diseño de los controladores digitales de velocidad para el motor de CD PITTMAN GM9234S033. El primer aspecto a considerar será la identificación de parámetros del sistema a controlar. Posteriormente se presentan dos tipos de diseño: controlador de velocidad PID en el dominio continuo, su discretización y su implementación; y diseño del controlador en el dominio discreto mediante la colocación de polos con realimentación de variables de estado.

6.2 EL MOTOR DE CD

Los motores de CD de imanes permanentes son muy comunes en rangos de caballaje fraccional y subfraccional, en los cuales no puede justificarse espacio y costo de un circuito separado de campo. Puesto que estos motores no requieren un circuito de campo externo, las pérdidas se reducen. Se les encuentra en diversos productos, tales como juguetes, servo mecanismos, actuadores, robots, dispositivos electrónicos automotrices, etc.

Dado que los imanes permanentes producen un flujo magnético constante, la relación par-velocidad de este tipo de motores es altamente lineal. Pueden proporcionar un par relativamente alto a bajas velocidades, y el campo magnético permanente ocasiona un autofrenado cuando se retira el voltaje de alimentación del motor [pc-control, 2008].

Debido a que el flujo magnético en los motores de CD de imanes permanentes es fijo, no es posible controlar su velocidad variando la corriente o el flujo magnético de campo, como en los motores de CD en derivación. La única forma de controlar la velocidad de este tipo de motores es variar el voltaje de armadura (ya que es directamente proporcional a la velocidad del eje) o la

corriente de armadura [López Mercado, 2005], [Chapman, 2000]. El par desarrollado en el eje del motor es directamente proporcional a la corriente de armadura. En la práctica, el control de la velocidad y el par de los motores de CD de imanes permanentes se lleva a cabo mediante algún esquema de modulación de ancho de pulso (PWM, de las siglas en inglés Pulse Width Modulation).

De acuerdo con la construcción y diseño de la armadura, los motores de CD de imanes permanentes pueden dividirse en tres tipos: *motores de núcleo de hierro, devanado superficial y bobina móvil* [Kúo, 1996]. Sin embargo, el motor de interés en esta tesis es el motor de CD de imanes permanentes de núcleo de hierro, por ello se describe brevemente a continuación.

6.2.1 MODELO MATEMÁTICO DEL MOTOR DE CD DE IMANES PERMANENTES

Ya que se requiere analizar la dinámica del motor de CD de imanes permanentes a fin de obtener los parámetros del sistema, en la presente sección se presenta su modelo matemático. En la Figura 6.1 se muestra el circuito equivalente de un motor de CD de imanes permanentes con escobillas. La armadura está modelada como un circuito con resistencia R_a conectada en serie a una inductancia L_a , y a una fuente de voltaje e_b que representa la *fcem* en la armadura cuando el rotor gira [Kúo, 1996]. La flecha que apunta hacia arriba en la Figura 6.1 representa el flujo magnético ϕ constante producido por los imanes permanentes. Las variables y parámetros del motor se definen en la Tabla 6.1. Parámetros del motor de cd. [López Mercado, 2005].

El motor de CD de imanes permanentes se puede modelar mediante dos ecuaciones diferenciales, considerando sus características eléctricas y mecánicas:

$$u_a(t) = R_a i_a(t) + L_a \frac{d}{dt} i_a(t) + K_e \omega(t) \quad (6.1)$$

$$K_T i_a(t) = J \frac{d}{dt} \omega(t) + f_r \omega(t) + T_L \quad (6.2)$$

Representación del Modelo en la Forma de Espacio de Estados

La corriente de armadura $i_a(t)$ y la velocidad angular $\omega(t)$ se pueden definir como las variables de estado del sistema. Así, reescribiendo las ecuaciones diferenciales (6.1) y (6.2), se tiene la siguiente representación [Chapman, 2000]:

$$\frac{d}{dt} i_a(t) = -\frac{R_a}{L_a} i_a(t) - \frac{K_e}{L_a} \omega(t) + \frac{u_a(t)}{L_a} \quad (6.3)$$

$$\frac{d}{dt} \omega(t) = \frac{K_T}{J} i_a(t) - \frac{f_r}{J} \omega(t) - \frac{T_L(t)}{J} \quad (6.4)$$

TABLA 6.1. PARÁMETROS DEL MOTOR DE CD.

Símbolo	Definición	Unidades
$i_a(t)$	Corriente de armadura	A
R_a	Resistencia de armadura	Ω
L_a	Inductancia de armadura	H
$u_a(t)$	Voltaje aplicado a la armadura	V
$e_b(t)$	Fuerza contraelectromotriz (fcem)	V
K_e	Constante de la fcem	$V / rad / s$
ϕ	Flujo magnético en el entrehierro	Wb
$T_m(t)$	Par desarrollado por el motor	$N \cdot m$
$T_p(t)$	Par desarrollado debido a la inercia del rotor	$N \cdot m$
$T_n(t)$	Par de pérdidas debidas al coeficiente de fricción viscosa del motor	$N \cdot m$
$T_L(t)$	Par de carga	$N \cdot m$
$\theta(t)$	Desplazamiento angular del eje del rotor	rad
$\omega(t)$	Velocidad angular del eje del rotor	rad / s
J	Inercia del rotor	$Kg \cdot m^2$
f_r	Coefficiente de fricción viscosa	$N \cdot m / rad / s$
K_T	Constante del par desarrollado	$N \cdot m / A$

Estas ecuaciones describen la dinámica del motor de CD de imanes permanentes, y su representación en la forma de espacio de estados es la siguiente,

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

En donde $x(t)$ es el vector de estado, $u(t)$ es el vector de entrada, y $y(t)$ es el vector de salida; es decir,

$$x(t) = \begin{bmatrix} i_a(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} -\frac{R_a}{L_a} & -\frac{K_e}{L_a} \\ \frac{K_T}{J} & -\frac{f_r}{J} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_a} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{J} \end{bmatrix}, u(t) = \begin{bmatrix} u_a(t) \\ T_L(t) \end{bmatrix}.$$

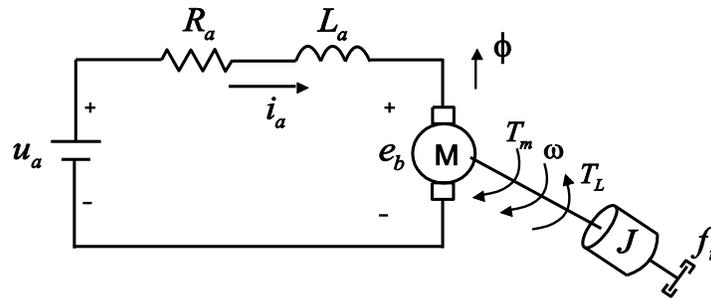


Figura 6.1. Circuito equivalente del motor de cd de imanes permanentes.

6.3 IDENTIFICACIÓN DE PARÁMETROS DEL SISTEMA.

Existen diversos procedimientos, técnicas y criterios para determinar los parámetros característicos de un motor de CD, éstos se emplean principalmente para estimar sus parámetros con propósitos de control de calidad [Madrigal, 2008], detección y diagnóstico de fallas, y/o en el caso del modelado de un motor para control en lazo cerrado.

En el caso del sistema de control propuesto en este trabajo, la planta que se identifica no consiste sólo en el motor a controlar, sino también en los actuadores, transductores y circuitos de acondicionamiento, tal como se muestra en la Figura 6.2. En esta figura la señal u representa la acción de control digital calculada con el DSP.

Debido a que los sensores y circuitos de acondicionamiento tienen un ancho de banda mayor, es decir, responden mucho más rápido que el motor, su función de transferencia puede considerarse como una constante. Por lo tanto el sistema identificado será uno de segundo orden, correspondiente a la combinación de la función de transferencia que describe al motor, y unas constantes. Considerando lo anterior el sistema identificado no corresponderá directamente a los parámetros electromecánicos del motor, sino a todo el sistema dentro de la línea punteada en la Figura 6.2.

A continuación se presenta una descripción breve de un método para realizar la identificación de parámetros. El método presentado está basado en el uso de Matrices Operacionales.

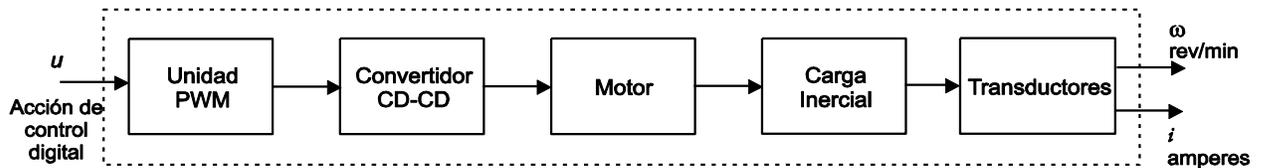


Figura 6.2. Diagrama de bloques del sistema a identificar.

En particular, en este trabajo se utilizó la Serie de Bloques de Pulsos (ver apéndice C) para realizar la transformación de las ecuaciones de estado. El método es útil para hacer la identificación de parámetros de un motor de CD, sin embargo, a partir de éste será posible identificar los parámetros del sistema de la Figura 6.2

6.3.1 IDENTIFICACIÓN DE PARÁMETROS UTILIZANDO MATRICES OPERACIONALES

Una vez elegida la estructura del modelo del sistema, es necesario determinar el valor de los parámetros del mismo que ajustan la respuesta del modelo a los datos de entrada-salida experimentales. Existen varios métodos o criterios para llevar a cabo este ajuste de parámetros, siendo el más destacado el método de mínimos cuadrados.

En esta sección se describe el procedimiento basado en el uso de series ortogonales y matrices operacionales, para la identificación de parámetros del sistema a controlar [Madrigal, 2008]. En este trabajo, el problema planteado es la identificación de los parámetros del sistema de la Figura 6.2, bajo la premisa de que éste será semejante al modelo en el espacio continuo de un motor de CD, pero con parámetros diferentes.

Primeramente se convierte la ecuación diferencial que describe su comportamiento dinámico en una ecuación algebraica vía integración múltiple, utilizando la serie de funciones de bloques de pulsos en la aproximación de las integrales y de las señales muestreadas de entrada (voltaje de armadura) y salida (corriente de armadura y velocidad angular). El uso del cálculo operacional permite aplicar fácilmente el método de mínimos cuadrados para estimar los parámetros del sistema.

Una característica importante de estas aproximaciones es que también permiten la identificación de condiciones iniciales desconocidas simultáneamente a la identificación de parámetros. A continuación se aplica la teoría del cálculo operacional al modelo del motor de CD de imanes permanentes, considerando que el motor gira en vacío y condiciones iniciales iguales a cero. Así, (6.3) y (6.4) se reducen a (6.5).

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_a \ t \\ \omega \ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_a}{L_a} & -\frac{K_e}{L_a} \\ \frac{K_T}{J} & -\frac{f_r}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \ t \\ \omega \ t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_a} \\ 0 \end{bmatrix} u_a \ t \quad (6.5)$$

La aplicación de este método convierte esta ecuación en la ecuación matricial algebraica (6.6) (ver detalles en [Madrigal, 2008]).

$$\begin{bmatrix} I_a \\ \Omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_a}{L_a} & -\frac{K_e}{L_a} & \frac{1}{L_a} \\ \frac{K_T}{J} & -\frac{f_r}{J} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a P \\ \Omega P \\ U_a P \end{bmatrix} \quad (6.6)$$

En donde I_a , Ω y U_a son los vectores de coeficientes para las series ortogonales (Serie de Bloques de Pulsos) de corriente de armadura, velocidad angular y señal de entrada respectivamente. P es la matriz operacional de integración.

En forma compacta (6.6) tiene la forma:

$$X = \theta Z \quad (6.7)$$

donde,

$$X = \begin{bmatrix} I_a \\ \Omega \end{bmatrix}, \theta = \begin{bmatrix} -\frac{R_a}{L_a} & -\frac{K_e}{L_a} & \frac{1}{L_a} \\ \frac{K_T}{J} & -\frac{f_r}{J} & 0 \end{bmatrix}, Z = \begin{bmatrix} I_a P \\ \Omega P \\ U_a P \end{bmatrix}.$$

La matriz θ representa los parámetros desconocidos del motor de CD de imanes permanentes, X los coeficientes de la aproximación de la corriente de armadura $i_a(t)$ y de la velocidad angular $\omega(t)$, y Z un vector cuyos elementos son

los productos de los coeficientes de las aproximaciones y las matrices operacionales de integración.

Puesto que (6.7) posee soluciones infinitas, se requiere elegir la que minimice el error entre la salida estimada por el modelo y la salida real del sistema. Para ello se aplica el método de mínimos cuadrados planteando la siguiente función de error a minimizar,

$$V_N(\theta, X) = (X - \hat{X})^2 = (X - \theta Z)^2 \quad (6.8)$$

Existe un valor de θ que minimiza la función anterior y que constituye el argumento mínimo; es decir,

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta} V_N(\theta, X) \quad (6.9)$$

donde X son los valores obtenidos a partir de las mediciones y \hat{X} los valores obtenidos a partir de los parámetros estimados, $\hat{\theta}$.

Derivando (6.8) e igualando a cero se obtiene el mínimo de la función

$$\frac{d}{d\theta} (X - \hat{\theta}Z)^2 = 0 \quad (6.10)$$

$$2(X - \hat{\theta}Z)Z^T = 0 \quad (6.11)$$

Así,

$$XZ^T = \hat{\theta}ZZ^T \quad (6.12)$$

$$\hat{\theta} = XZ^T (ZZ^T)^{-1} \quad (6.13)$$

Finalmente, una vez definidas las matrices del arreglo compacto (6.7), la estimación de los parámetros del sistema se obtendrá como resultado de evaluar la expresión (6.13).

Se observa que a partir de (6.13) es posible obtener los parámetros del motor de CD de imanes permanentes. Sin embargo al implementar este algoritmo al sistema planteado en la figura 6.1. se obtendrá el valor de los parámetros del sistema tomando en cuenta también a los elementos del sistema diferentes del motor. Por lo tanto, al obtener la matriz $\hat{\theta}$, tendremos los parámetros generales del sistema.

6.3.2 APLICACIÓN DEL PROCEDIMIENTO PARA LA IDENTIFICACIÓN DE PARÁMETROS

1. Se toman las mediciones de entrada (palabra de control) y salida (velocidad angular y corriente de armadura) y se aproximan éstas funciones con la serie de bloques de pulsos.
2. Se ordenan los coeficientes obtenidos y se realizan las operaciones para formar las matrices Z y X.
3. Se aplica la solución algebraica de identificación de parámetros con matrices operacionales (ecuación.(6.13)).

Se utilizó un periodo de estudio para la identificación de 128ms, con un periodo de muestreo de 62.5µs y 2048 armónicos. La señal de entrada utilizada fue una palabra de control constante equivalente al 90% del ciclo de trabajo de la señal PWM. Esta señal de entrada equivalente a un escalón, producida por la unidad de PWM del procesador digital de señales. Esta señal se utilizó por simplicidad aunque una señal del tipo impulso habría sido la más ideal. La señal escalón proporciona un modelo aceptable para la implementación de los controladores.

En la Tabla 6.2 se presentan los parámetros estimados mediante la serie de funciones de bloques de pulsos.

TABLA 6.2. PARÁMETROS DEL SISTEMA IDENTIFICADO

$\hat{\theta}$		
-278.3310	-0.0973	0.3302
50469.0046	-47.9813	132.8640

Así, el modelo del sistema está dado por:

$$A = \begin{bmatrix} -278.3310 & -0.0973 \\ 50469.0046 & -47.9813 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0.3302 \\ 132.8640 \end{bmatrix}$$

En la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** se muestra la comparación gráfica de la señal medida de corriente de armadura con la correspondiente señal obtenida a partir de la simulación del modelo matemático del sistema empleando los parámetros estimados mediante la serie de funciones de bloques de pulsos. Similarmente, en la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** se muestra la comparación gráfica de la señal de velocidad angular con la correspondiente señal obtenida a partir de la simulación.

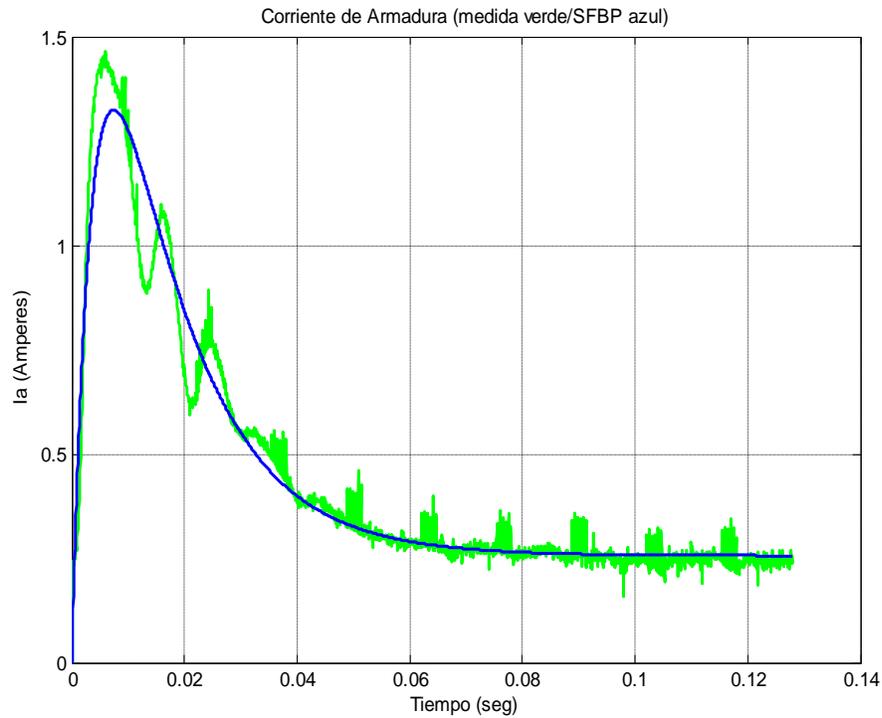


Figura 6.3. Comparación de la corriente de armadura medida con la de la simulación.

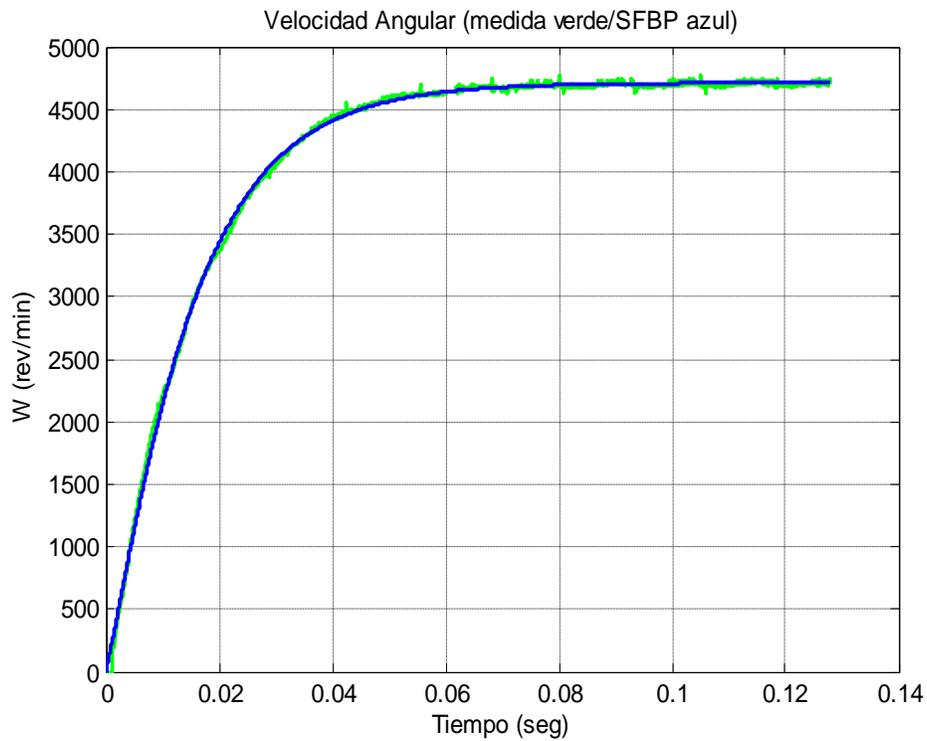


Figura 6.4. Comparación de la velocidad angular con la obtenida en la simulación

Se obtuvieron los coeficientes de correlación 0.963 y 1.000 para las señales de corriente de armadura y velocidad angular, respectivamente.

La misma prueba se realizó con una palabra de control equivalente a un ciclo de trabajo del 50%. En la Figura 6.5 se muestra la comparación gráfica de la corriente de armadura medida con la obtenida a partir del modelo simulado. La Figura 6.6 muestra la comparación gráfica de la velocidad angular con la velocidad obtenida a partir de modelo simulado.

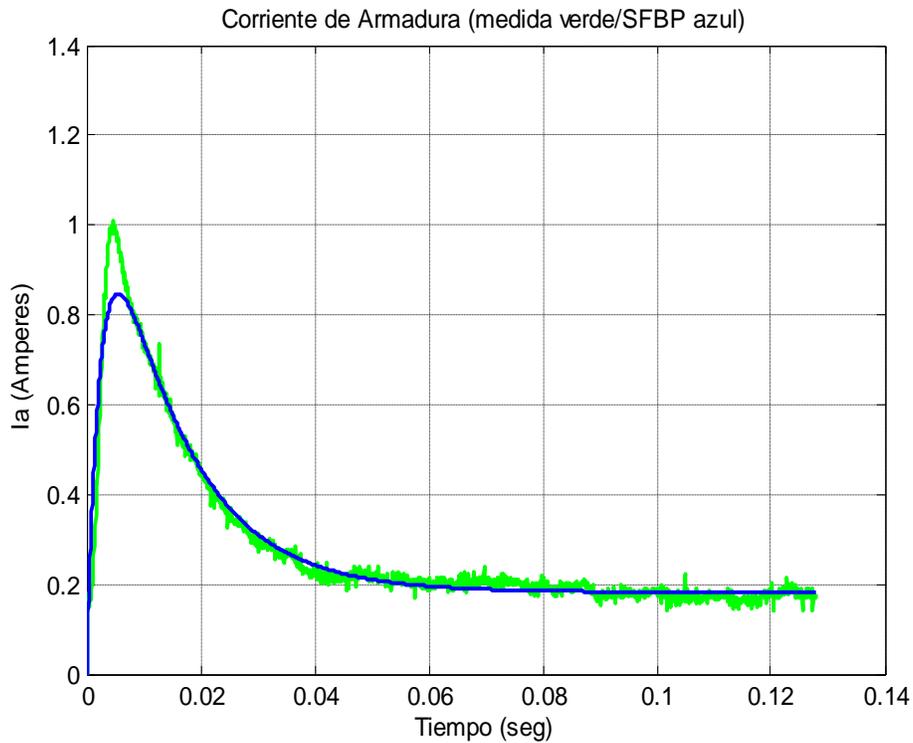


Figura 6.5. Comparación de la corriente de armadura medida con la de la simulación. Ciclo de trabajo 50%.

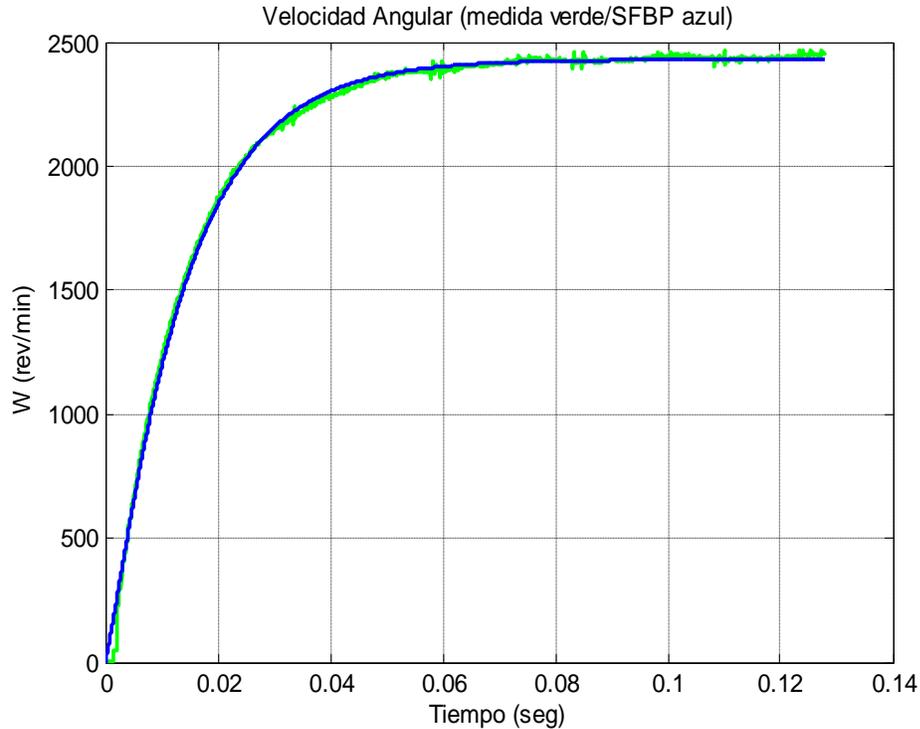


Figura 6.6. Comparación de la velocidad angular con la obtenida de la simulación. Ciclo de trabajo 50%.

6.4 DISEÑO DEL CONTROLADOR PID

6.4.1 CONTROLADOR PID CONTINUO.

El sistema a controlar está descrito por la ecuación

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

De la identificación de parámetros del sistema sabemos que

$$A = \begin{bmatrix} -278.3310 & -0.0973 \\ 50469.0046 & -47.9813 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0.3302 \\ 132.8640 \end{bmatrix} \quad (6.14)$$

Además, como la señal de interés es la velocidad del motor, la matriz C es:

$$C = 0 \quad 1$$

El diseño del controlador se hará considerando el giro del motor en el sentido de las manecillas del reloj. En próximo capítulo se demostrará que la magnitud de la acción de control es independiente del sentido de giro.

La acción de control consiste en la variación del ciclo de trabajo de una señal PWM. Éste se hace mediante una palabra de control escrita en el registro del ciclo de trabajo de la unidad PWM del procesador digital de señales. Ésta

palabra de control puede oscilar entre valores enteros de 0 y 1704; estos valores representan el reposo y máxima velocidad en un sentido, respectivamente.

Con estos antecedentes se desarrolla a continuación el diseño de los controladores para el motor de CD.

Como ejemplo, el controlador debe cumplir con las siguientes especificaciones en el dominio del tiempo:

Tiempo de establecimiento $t_s=0.025s$

Error de estado estable: $e_{ss}=0.01$

Máximo sobreimpulso: $M_p=0.03$

El tiempo de establecimiento se elige a partir de la respuesta del motor en lazo abierto (**Error! No se encuentra el origen de la referencia..**), proponiendo un tiempo menor a 60ms que es el tiempo de establecimiento observado. Los otros dos parámetros se eligieron arbitrariamente.

La función de transferencia para la planta del sistema es:

$$G_p(s) = C(SI - A)^{-1}B = \frac{132.9s+53650}{s^2 + 326s + 18260}$$

En donde la señal de entrada es la acción de control y la salida es la velocidad del motor en rev/min.

A continuación se calculan los parámetros necesarios para cumplir con el comportamiento planteado, mediante expresiones obtenidas para sistemas de segundo orden [Phillips, et al, 1996].

Primero se obtiene el factor de amortiguamiento mínimo necesario para el máximo sobreimpulso M_p requerido, de la siguiente manera:

$$f_{amort} = \zeta = -\frac{\ln(M_p)}{\sqrt{\pi^2 + \ln(M_p)^2}} = 0.7448 \quad (6.15)$$

Eligiendo un factor de amortiguamiento $\zeta = 0.75$, se calcula el margen de fase adecuado mediante la siguiente fórmula:

$$\gamma = \tan^{-1} \left(\frac{2\zeta}{\sqrt{\sqrt{1+4\zeta^4} - 2\zeta^2}} \right) = 1.1808rad \quad (6.16)$$

Para cumplir con los requerimientos de tiempo de establecimiento (tolerancia del 5%), se obtiene la frecuencia necesaria mediante la siguiente fórmula

$$\omega_c = \frac{6}{ts * \tan(\gamma)} = 98.6565 \text{ rad}$$

Entonces debe cumplirse que

$$\omega_c > 98.6565 \quad (6.17)$$

Para cumplir el requerimiento de error de estado estable, se obtiene el error de estado estable mediante la expresión $ess = \frac{1}{K_v}$,

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s G_c(s) G_p(s) \quad (6.18)$$

De donde se obtiene:

$$K_v = \frac{53650 * K_I}{18260},$$

Reordenando para obtener el valor de K_I se tiene

$$K_I = \frac{18260}{53650 * ess} \quad (6.19)$$

A la expresión (6.19) se le agrega un factor de 0.9 en el denominador para garantizar el error de estado estable sea menor al requerido, Por lo tanto:

$$K_I = \frac{18260}{53650 * 0.9 * ess} = 37.8171$$

Del análisis de la sección 3.4.2, sabemos que θ puede ser positivo o negativo, siendo la única restricción que para ω_c , $|\theta| < 90^\circ$.

Eligiendo para este controlador $\theta > 0^\circ$ y considerando $\gamma = 1.1808 \text{ rad} = 67.65^\circ$

$$\theta = -180^\circ + \gamma - \angle G_p(j\omega_c) < 0 \quad \text{ó} \quad \angle G_p(j\omega_c) > -180^\circ + \gamma$$

Sustituyendo valores tenemos:

$$\angle G_p(j\omega_c) > -180^\circ + 67.65^\circ = -112.35^\circ$$

En la Figura 6.7 se muestra la respuesta de la planta en lazo abierto. Se observa que la planta siempre tiene una fase mayor de -99° , por lo tanto es posible elegir cualquier valor de ω_c y la condición $|\theta| < 90^\circ$ se cumple.

Por lo tanto la elección del valor de ω_1 depende únicamente de la condición (6.17).

Eligiendo entonces $\omega_c = 110$ rad, es posible calcular las constantes restantes del controlador PID, tal como sigue:

$$M = |G_p(\omega_c)| = 1.5267$$

$$\psi = \angle G_p(\omega_c) = -1.1347 \text{ rad}$$

$$\theta = -\pi + \psi = -0.8261 \text{ rad}$$

Así

$$K_p = \frac{\cos \theta}{M} = 0.4440 \quad \text{y} \quad K_d = \frac{\sin \theta}{\omega_c M} + \frac{K_I}{\omega_c^2} = -1.3 \times 10^{-3}$$

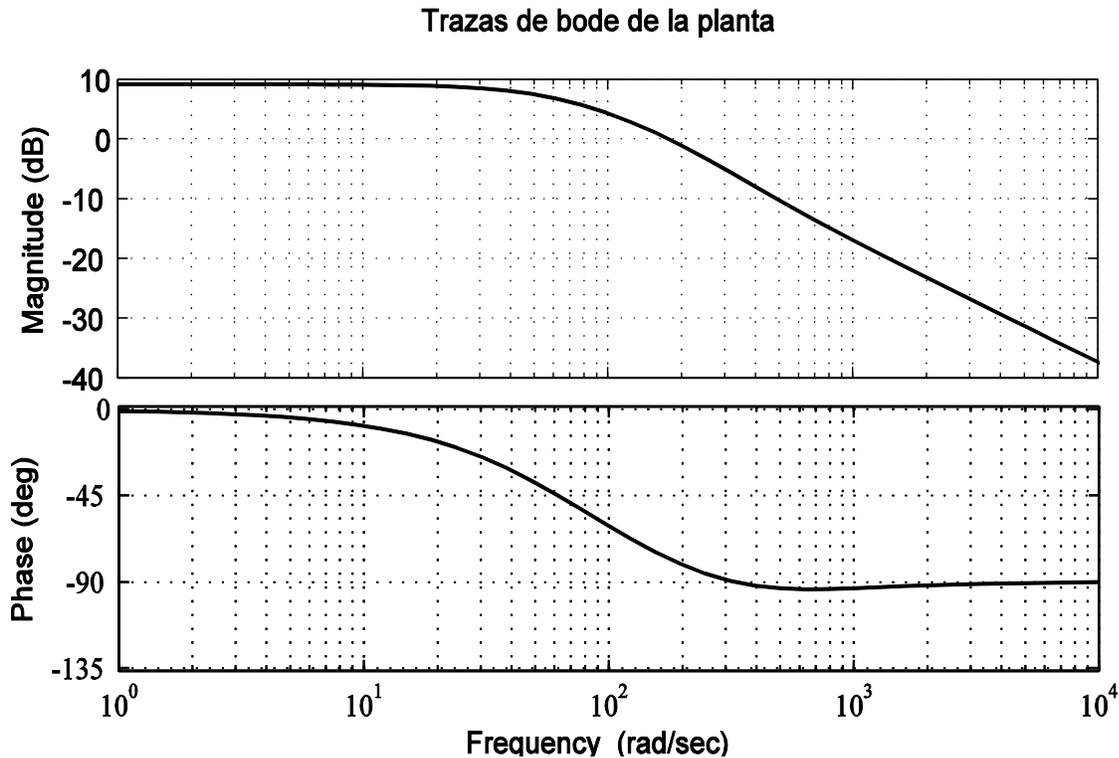


Figura 6.7. Diagramas de Bode de la planta del sistema en lazo abierto

Por lo tanto, las constantes del controlador PID son:

$$K_I = 37.8171$$

$$K_P = 0.4440$$

$$K_d = -1.3 \times 10^{-3}$$

La función de transferencia del controlador es:

$$\frac{1.3 \times 10^{-3} s^2 + 0.444s + 37.8171}{s}$$

El diagrama de bode del controlador con los parámetros calculados se muestra en la Figura 6.10. La gráfica de respuesta al escalón, simulada en MatLab, para una referencia de 2500 rev/min se muestra en la Figura 6.11. En esta grafica se observa que el comportamiento del sistema de lazo cerrado cumple con todos los requerimientos planteados.

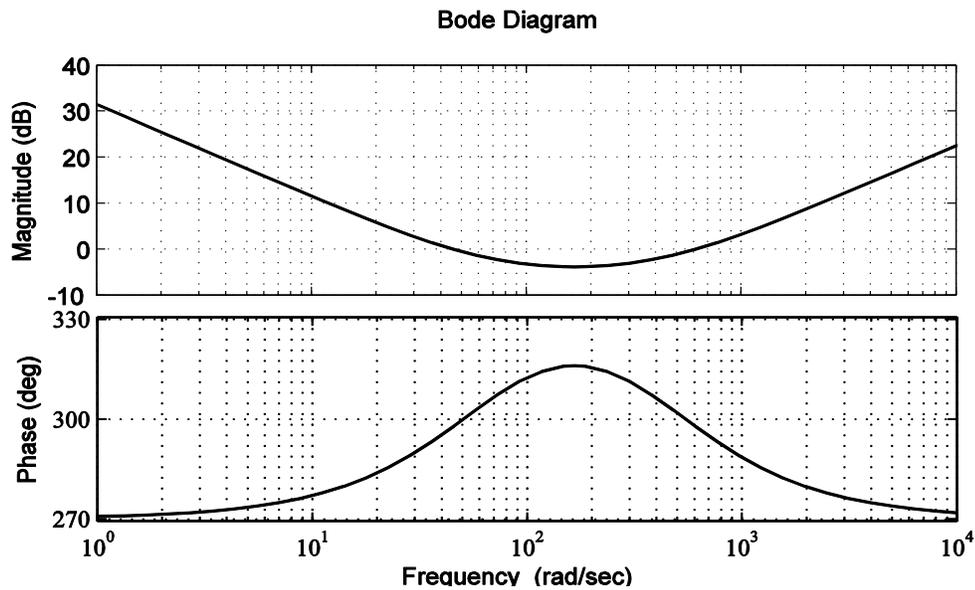


Figura 6.8

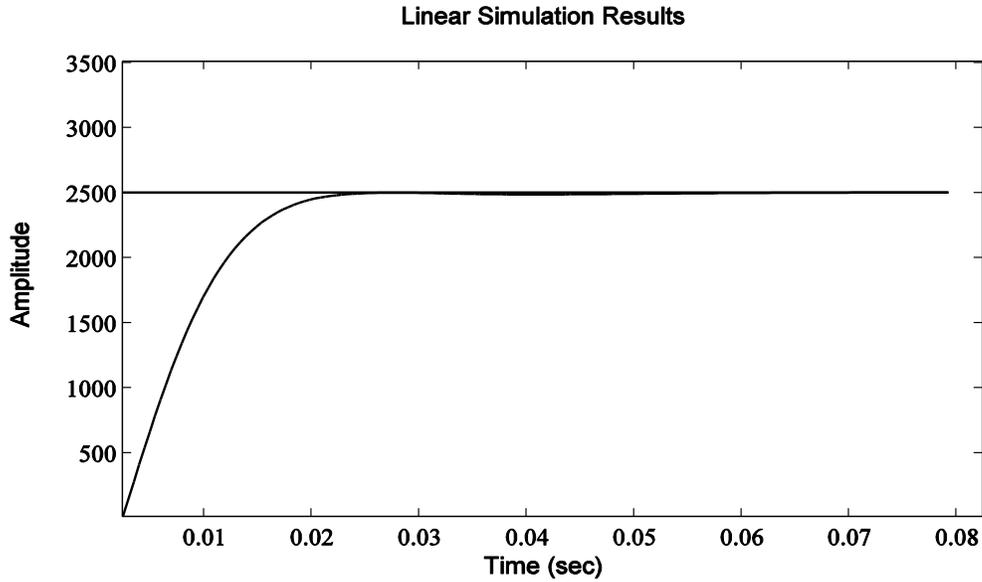


Figura 6.9

Al pasar a la implementación digital del controlador diseñado, se observó una respuesta más rápida y sobre-impulsos del orden de 0.05. Fue necesario rediseñar el controlador variando los parámetros de la siguiente manera:

Se aumenta el valor del factor de amortiguamiento, $\zeta = 0.81$, se calcula el margen de fase adecuado mediante la siguiente fórmula:

$$\gamma = \tan^{-1} \left(\frac{2\zeta}{\sqrt{\sqrt{1+4\zeta^4} - 2\zeta^2}} \right) = 1.2264rad \quad (6.20)$$

Posteriormente se aumenta este margen multiplicándolo por un factor un poco mayor que uno, para tener un rango de seguridad:

$$\gamma = 1.15\gamma = 1.4104rad / s$$

Para cumplir con los requerimientos de tiempo de establecimiento, se obtiene la frecuencia necesaria mediante la siguiente fórmula

$$\omega_c = \frac{6}{ts * \tan(\gamma)} = 86.08rad$$

Entonces debe cumplirse que

$$\omega_c > 86.08 \quad (6.21)$$

Para cumplir el requerimiento de error de estado estable, K_I es constante:

$$K_I = \frac{18260}{53650 * 0.9 * e_{ss}} = 37.8171$$

Del análisis de la sección 3.4.2, sabemos que θ puede ser positivo o negativo, siendo la única restricción que para ω_c , $|\theta| < 90^\circ$.

Eligiendo para este controlador $\theta > 0^\circ$ y considerando $\gamma = 1.4104 \text{ rad} = 80.8091^\circ$

$$\theta = -180^\circ + \gamma - \angle G_p \quad j\omega_c < 0 \quad \text{ó} \quad \angle G_p \quad j\omega_c > -180^\circ + \gamma$$

Sustituyendo valores tenemos:

$$\angle G_p \quad j\omega_c > -180^\circ + 80.8091^\circ = -99.1909^\circ$$

Por lo tanto la elección del valor de ω_1 depende únicamente de la condición (6.21).

Eligiendo entonces $\omega_c = 100 \text{ rad}$, es posible calcular las constantes restantes del controlador PID, tal como sigue:

$$M = |G_p(\omega_c)| = 1.6419$$

$$\psi = \angle G_p(\omega_c) = -1.08 \text{ rad}$$

$$\theta = -\pi + \gamma - \psi = -0.6512 \text{ rad}$$

Así

$$K_p = \frac{\cos \theta}{M} = 0.4844 \quad \text{y} \quad K_d = \frac{\sin \theta}{\omega_c M} + \frac{K_I}{\omega_c^2} = 8.97 \times 10^{-5}$$

Las constantes del controlador PID son:

$$K_I = 37.8171$$

$$K_p = 0.4844$$

$$K_d = 8.97 \times 10^{-5}$$

La función de transferencia del controlador es:

$$\frac{8.97 \times 10^{-5} s^2 + 0.4844 s + 37.8171}{s}$$

El diagrama de bode del controlador con los parámetros calculados se muestra en la Figura 6.10. La gráfica de respuesta al escalón, simulada en MatLab, para una referencia de 2500 rev/min se muestra en la Figura 6.11. En esta grafica se observa que el comportamiento del sistema de lazo cerrado no cumple con todos los requerimientos planteados (tiempo de establecimiento mayor), sin embargo este sistema sí los cumple en la implementación digital.

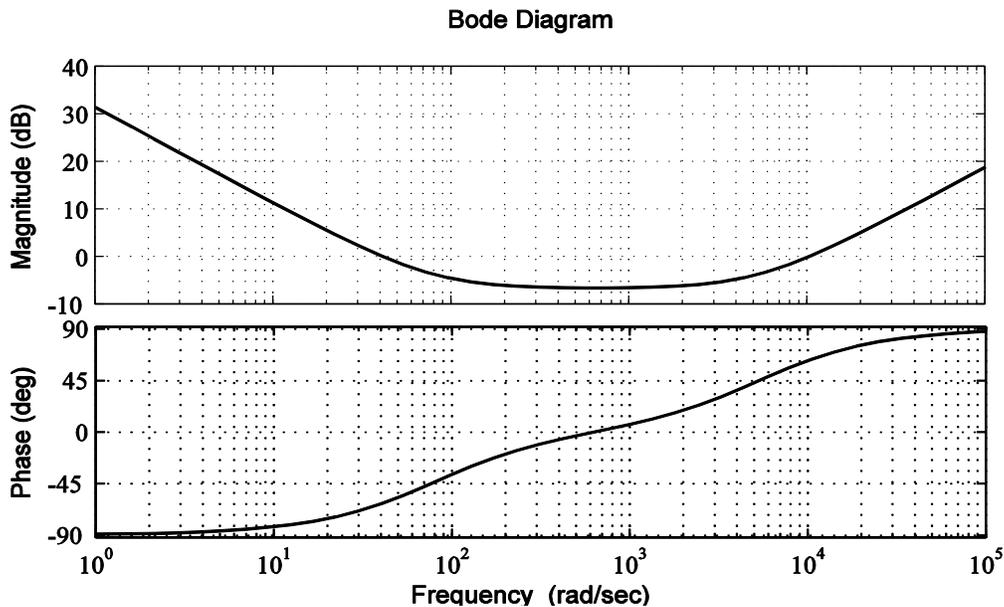


Figura 6.10. Diagrama de bode del controlador PID.

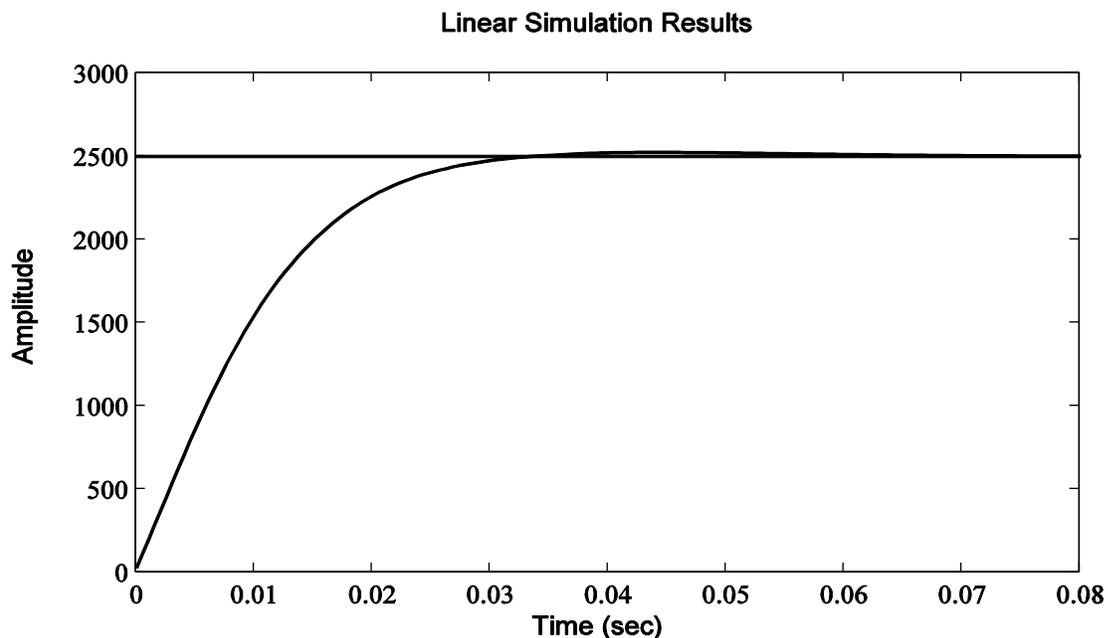


Figura 6.11. Respuesta del sistema continuo.

PID discreto

Ahora se discretiza el modelo continuo mediante ecuaciones de diferencias (sección 3.5), en donde comparando (3.14) con (3.18) se tiene

$$K_1 = K_p = 0.4844, \quad T_i = \frac{K_p}{K_I} = 12.8 \times 10^{-3}, \quad \text{y} \quad T_d = \frac{K_d}{K_p} = 1.852 \times 10^{-4}$$

Por lo tanto, el controlador tendrá las siguientes constantes:

$$T_i = 12.8 \times 10^{-3}$$

$$T_d = 1.852 \times 10^{-4}$$

$$K_1 = 0.4844$$

El periodo de muestreo se selecciona usando la siguiente expresión:

$$T \leq \frac{0.15}{\omega_c} = \frac{0.15}{100} = 1500 \times 10^{-6}$$

Seleccionando un periodo de muestreo de 500µs, y utilizando N=20, las constantes propias del controlador discreto se calculan como sigue:

$$a_d = \frac{T_d}{T_d + NT} = \frac{1.852 \times 10^{-4}}{1.852 \times 10^{-4} + (20 * 500 \mu s)} = 18.2 \times 10^{-3}$$

$$b_d = \frac{K_1 T_d N}{T_d + NT} = \frac{0.4844 * 1.852 \times 10^{-4} * 20}{1.852 \times 10^{-4} + (20 * 500 \mu s)} = 0.1778$$

$$b_i = \frac{K_1 T}{T_i} = \frac{0.4844 * 500 \mu s}{12.8 \times 10^{-3}} = 0.0189$$

La acción máxima y mínima de control tienen los siguientes valores:

$$U_{alta} = 1704$$

$$U_{baja} = 0$$

El algoritmo PID toma la siguiente forma incluyendo antiwindup (sección 5.4), para evitar acciones de control demasiado grandes:

$$\text{Prop}(k) = K_p * e(k)$$

$$\text{Int } k = \text{Int}(k-1) + b_i * e(k)$$

$$\text{Der}(k) = a_d \text{Der}(k-1) - b_d (y(k) - y(k-1))$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{límite} = U_{\text{alta}} - \text{Prop } k + \text{Der } k \\ \text{si } \text{Int } k \geq \text{límite} \\ \text{Int } k = \text{límite} \\ \text{si } \text{Int } k \leq U_{\text{baja}} - \text{Prop } k + \text{Der } k \\ \text{Int } k = U_{\text{baja}} - \text{Prop } k + \text{Der } k \end{array} \right\} \text{Antiwindup}$$

$$v(k) = \text{Prop}(k) + \text{Int}(k) - \text{Der}(k)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{si } \left(e(k) \leq 0.17 * u_c \text{ y } |e(k)| \geq 0.02 * u_c \right) \\ v(k) \leq 0.3 * u_c \end{array} \right\} \text{Antiwindup 2}$$

y

$$u(k) = \begin{cases} U_{\text{baja}} & \text{si } v(k) < U_{\text{baja}} \\ v(k) & \text{si } U_{\text{baja}} < v(k) < U_{\text{alta}} \\ U_{\text{alta}} & \text{si } v(k) > U_{\text{alta}} \end{cases}$$

La condición (5.2) se satisface con $b_i = 0.0189$, $G_{dc} = 2.938$, ($G_{dc} = G_p(0) = 53650/18260$), de la siguiente manera:

$$b_i G_{dc} = 0.0189 \times 2.938 = 0.055 < 1$$

Por lo tanto es posible evitar la inestabilidad debida a oscilaciones de ciclo límite. En la implementación del controlador digital mediante el DSP, se observó saturación en la acción de control, por lo que se implementaron los algoritmos de antiwindup descritos. En el 7 capítulo se mostraran las gráficas de velocidad del sistema con y sin antiwindup incluido, ya que debido a la limitada memoria del DSP, no es posible graficar la señal de control. El antiwindup 2 es necesario para un mejor desempeño del controlador. Éste consiste en limitar la acción de control a un valor cercano al de estado estable cuando la salida está en un rango cercano al de la referencia u_c . Si el error se encuentra dentro del rango especificado se aplica el antiwindup 2. La acción de control se reanuda cuando el error queda fuera de éste rango. Lo anterior se ilustra en la Figura 6.12.

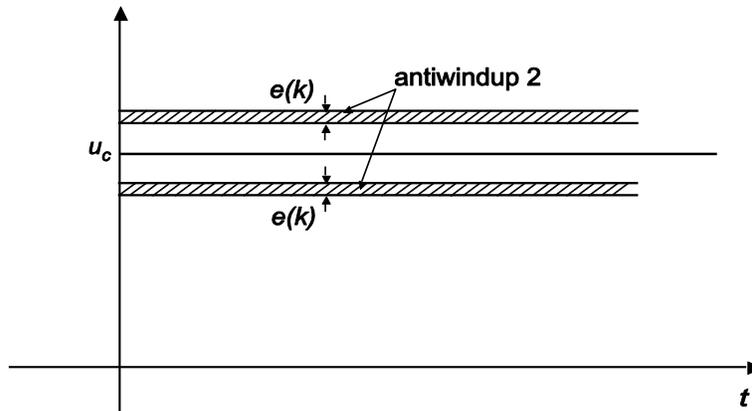


Figura 6.12. Ventana de error en la que se aplica el antiwindup 2.

6.5 DISEÑO DEL CONTROLADOR DIGITAL MEDIANTE REALIMENTACIÓN DE VARIABLES DE ESTADO.

En esta sección se diseña el controlador digital mediante la técnica de colocación de polos. El controlador diseñado será un controlador tipo “servo” con acción integral. El primer paso será la selección de los polos del sistema de lazo cerrado. En este caso el sistema será de tercer orden, debido a la acción integral que se agrega al controlador. Para la selección de polos se considera un sistema dominante de segundo orden, por lo tanto, se considerarán los parámetros de la sección 4.2.6, para un sistema de segundo orden. El tercer polo del sistema se considera real y alejado de los polos dominantes del sistema. El controlador se plantea para cumplir con las siguientes especificaciones en el dominio del tiempo:

Tiempo de establecimiento $t_s=0.025s$

Error de estado estable: $e_{ss}=0.01$

Factor de amortiguamiento: $M_p = 0.03$

El factor de amortiguamiento necesario para cumplir con el máximo sobreimpulso requerido es $\zeta = 0.99$. La frecuencia natural del sistema para una tolerancia del 5% se calcula mediante la siguiente expresión:

$$\omega_n = \frac{3}{t_s * \zeta} = 121.2121$$

A partir de la ecuación (4.28) se obtienen los polos del sistema de segundo orden:

$$p_{1c} = -\zeta\omega_n + j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} = -120 + j17.0991$$

$$p_{2c} = -\zeta\omega_n - j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} = -120 - j17.0991$$

Una vez que se conoce la parte real de los polos dominantes, el tercer polo se coloca sobre el eje real, con una magnitud del doble de la parte real de los polos complejos conjugados, con el fin de que los dos polos conjugados sean los dominantes. Es decir:

$$p_{3c} = -240$$

El siguiente paso es la discretización de todos los parámetros del sistema continuo obtenidos hasta ahora. Es necesario entonces definir el periodo de muestreo, cumpliendo con la condición establecida en la sección 4.6

$$\omega_n T = 0.1 - 0.6$$

Para esta regla se tiene:

$$T_{\min} = \frac{0.1}{121.2121} = 825 \mu s$$

$$T_{\max} = \frac{0.6}{121.2121} = 4.95 ms$$

Se eligió

$$T = 1 ms$$

A continuación se discretiza el sistema identificado (6.14), mediante retenedor de orden cero. Las matrices obtenidas son las siguientes:

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0.7550 & -0.0001 \\ 42.9311 & 0.9510 \end{bmatrix}, \Gamma = \begin{bmatrix} 0.0003 \\ 0.1371 \end{bmatrix} \quad (6.22)$$

Los polos del sistema también deben mapearse al dominio discreto, mediante las siguientes expresiones:

$$p_{1d} = e^{p_{1c}T}$$

$$p_{2d} = e^{p_{2c}T}$$

$$p_{3d} = e^{p_{3c}T} \quad (6.23)$$

Sustituyendo valores, se obtienen los siguientes valores para el sistema discreto:

$$p_{1d} = 0.8868 + 0.0152j$$

$$p_{2d} = 0.8868 - 0.0152j$$

$$p_{3d} = 0.7866$$

A continuación se evalúa la magnitud de los polos del sistema. Para asegurar un sistema estable, los polos deben encontrarse dentro del círculo unitario.

$$\begin{aligned} |p_{1,2}| &= 0.8869 \\ |p_3| &= 0.7866 \end{aligned}$$

De lo anterior se concluye que los polos propuestos proporcionan un sistema estable. El controlador se diseña de acuerdo con lo establecido en la sección 4.4. El sistema aumentado se muestra a continuación:

$$\Phi_a = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & 0 \\ \phi_{21} & \phi_{22} & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad x_a = \begin{bmatrix} i_a \\ \omega \\ Int \end{bmatrix} \quad (6.24)$$

$$\Gamma_a = \begin{bmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \Gamma_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C_a = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Donde i_a es la corriente de armadura en amperes, ω es la velocidad angular en rev/min, e Int es la variable de acción integral agregada al sistema.

La ley de control se define como:

$$u = -Lx_a \quad k + L_c u_c$$

Utilizando la fórmula de Ackermann se obtiene el vector de retroalimentación de variables de estado:

$$L = l_1 \quad l_2 \quad l_3 = 121.8147 \quad 0.8127 \quad -0.0609$$

El sistema aumentado de lazo cerrado tiene la forma:

$$x_a \quad k+1 = \Phi_a - \Gamma_a L_a \quad x_a \quad k + L_c \Gamma_a + \Gamma_c u_c \quad k$$

El valor de L_c se obtiene al aplicar el teorema del valor final a la función de transferencia del sistema de lazo cerrado considerando una entrada escalón

$$C_a \quad I - \Phi_a + \Gamma_a L^{-1} \quad L_c \Gamma_a + \Gamma_1 = 1$$

Sustituyendo valores se obtiene el siguiente sistema:

$$0 \quad 0 \quad 1 \quad \begin{bmatrix} L_c \Gamma_1 \\ L_c \Gamma_2 \\ 1 \end{bmatrix} = 1 \quad (6.25)$$

Se observa que el L_c no puede obtenerse a partir de (6.25) y que puede elegirse cualquier valor ya que la igualdad siempre se cumple. Por lo tanto, se usará el sistema “no aumentado” para determinar el valor de este parámetro.

$$C \quad I - \Phi + \Gamma L^{-1} L_c \Gamma = 1 \quad (6.26)$$

Esta aproximación es válida debido a que el sistema contiene una acción integral que será limitada mediante “antiwindup”. Lo anterior implica que durante el transitorio la acción integral no interviene dentro del sistema de control y por lo tanto éste se reduce a un sistema de 2x2. Adicionalmente la acción integral elimina las perturbaciones en la planta, mientras que L_c elimina las perturbaciones en la entrada, la cual permite un error de estado estable cercano a cero.

La tercer componente del vector L obtenido anteriormente se elimina para coincidir dimensionalmente en la ecuación (6.26). Es decir:

$$L = 121.8147 \quad 0.8127$$

Sustituyendo valores en (6.26) se obtiene:

$$0.8622 L_c = 1$$

$$L_c = 1.1598$$

La acción de control para el sistema es

$$\begin{aligned} u_k &= L_c u_c - L x_a k \\ u_k &= L_c u_c - l_1 i_a k - l_2 \omega k - l_3 \text{Int } k \end{aligned} \quad (6.27)$$

El algoritmo de control incluyendo “antiwindup” se presenta a continuación:

$$\begin{aligned}
 v_1 k &= L_c u_c - l_1 i_a - l_2 \omega_k \\
 v_2 k &= -l_3 \text{Int } k \\
 \left. \begin{aligned}
 \text{límite} &= U_{\text{alta}} - v_1 k \\
 \text{si } v_2 k &\geq \text{límite} \\
 v_2 k &= \text{límite} \\
 \text{si } v_2 k &\leq U_{\text{baja}} - v_1 k \\
 v_2 k &= U_{\text{baja}} - v_1 k
 \end{aligned} \right\} \text{Antiwindup} \quad (6.28) \\
 u_k &= v_1 k + v_2 k
 \end{aligned}$$

La condición (5.2) se satisface con $l_3 = -0.0609$, $G_{dc} = 2.938$, de la siguiente manera:

$$l_3 G_{dc} = -0.0609 \times 2.938 = -0.178 < 1$$

Por lo tanto es posible evitar las oscilaciones de ciclo límite.

La gráfica de respuesta al escalón simulada en MatLab, para una referencia de 2500 rev/min se muestra en la Figura 6.13. En la gráfica se observa que el sistema satisface los parámetros de diseño planteados y una mejor respuesta comparado con el controlador PID.

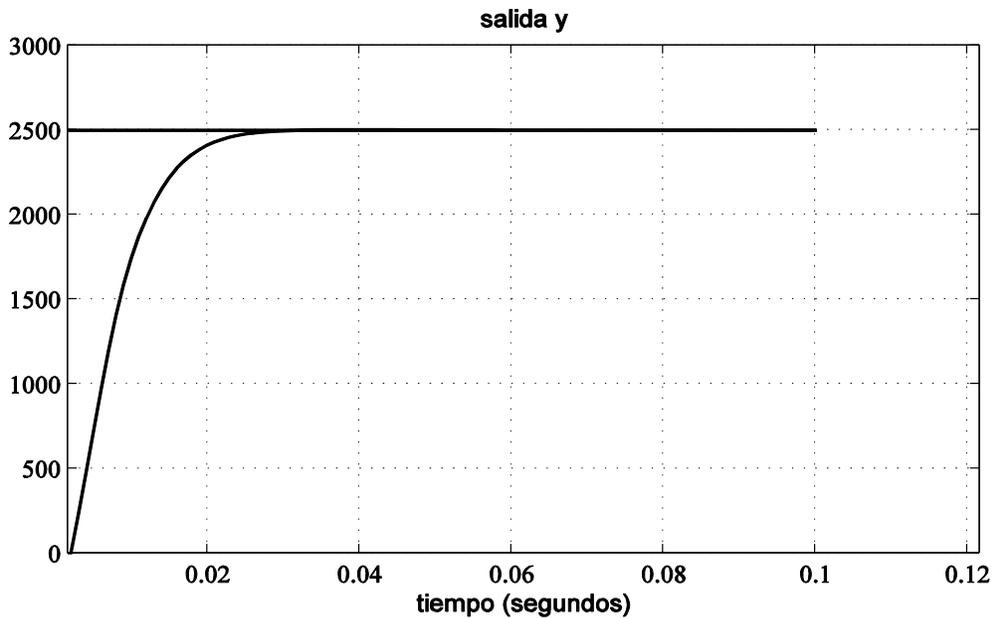


Figura 6.13. Respuesta del sistema para el controlador digital con variables de estado

Capítulo 7

IMPLEMENTACIÓN DE LOS CONTROLADORES DISEÑADOS UTILIZANDO EL DSP F2812.

7.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se presenta la implementación de los controladores de velocidad para el motor de CD desarrollados en el capítulo anterior. Se presenta además el proceso de acondicionamiento y medición de señales. La implementación de los algoritmos de control se realiza en el F2812ezDSP de Texas Instruments, por lo que también se presenta una breve descripción del ambiente de programación del dispositivo. Finalmente se presentan los resultados gráficos del comportamiento de los controladores implementados.

7.2 ESQUEMA BÁSICO DEL CONTROL DE VELOCIDAD.

El esquema básico para el control de velocidad del motor se muestra en la Figura 7.1. La adquisición de datos de entrada (palabra de control) y salida (corriente de armadura y velocidad angular) necesarios para la identificación de parámetros y la implementación de controladores, se realiza mediante los puertos de E/S del procesador digital de señales. El DSP utilizado cuenta con una unidad A/D de 12 bits de resolución con 16 canales de entrada, seis unidades de captura y doce unidades de PWM. El software se realizó mediante la plataforma de desarrollo CCStudio v3.1 (Code Composer Studio), de Texas Instruments.

7.2.1 CARACTERÍSTICAS DEL MOTOR.

El motor empleado es un PittmanGM9234S033 que tiene las siguientes características:

Voltaje de referencia	24V
Corriente de armadura sin carga	130mA
Constante de tiempo eléctrica	0.85ms
Constante de tiempo mecánica	9.3ms
Velocidad nominal sin carga	21 rpm

Razón de reducción en el eje	218.4
Canales del Encoder	3
Resolución del Encoder	500 CPR

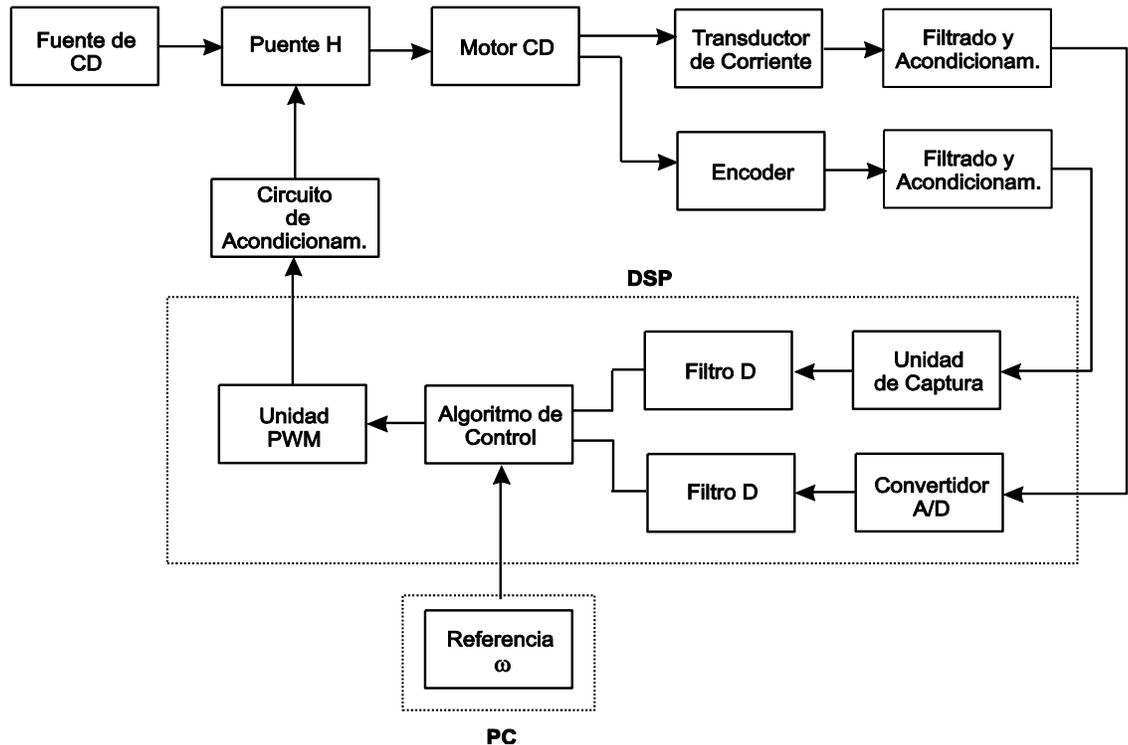


Figura 7.1. Diagrama de bloques para el controlador de velocidad.

7.2.2 ACONDICIONAMIENTO DE SEÑALES.

El módulo F2812ezDSP de Texas Instruments opera en un rango de voltaje de 0 a 3.3V, por lo tanto es necesario acondicionar todas las señales de entrada para estar en este rango.

7.2.3 MEDICIÓN DE CORRIENTE DE ARMADURA.

Para la medición de corriente se emplea el transductor de efecto Hall IHA-25, el cual entrega 40mV/A. El motor empleado tiene una corriente en el transitorio de aproximadamente 1.8A.

Para acondicionar la señal se considera como máximo una corriente pico de 3A en el transitorio del motor. El valor de corriente puede ser de 3A ó -3A máximo, dependiendo del sentido de giro. El transductor convierte esta corriente en voltaje, tal como se muestra en la Figura 7.2. El circuito de acondicionamiento

coloca la señal del transductor en un rango de 0 a 3V y proporciona un offset adecuado, mediante la recta mostrada en la Figura 7.3. El circuito de acondicionamiento se muestra en la Figura 7.5.

Para el circuito de la Figura 7.5 el voltaje de salida está dado por:

$$V_o = \frac{R_f}{R_i} V_i + \frac{R_f}{R_o} V = 12.5V_i + 1.5 \quad (7.1)$$

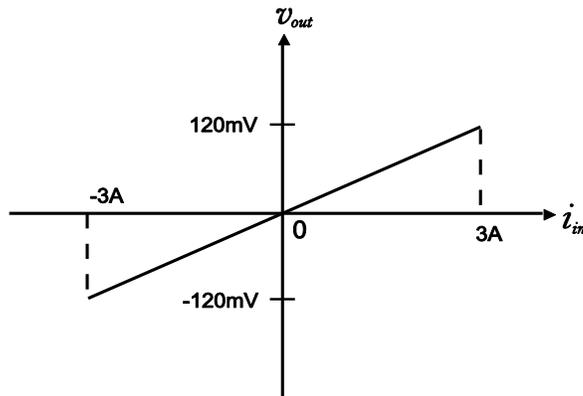


Figura 7.2. Relación entre la corriente de entrada y voltaje de salida del transductor..

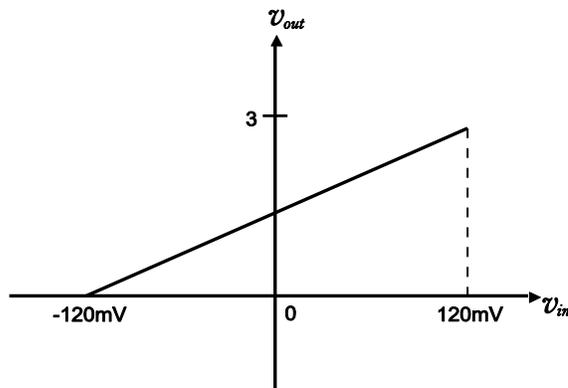


Figura 7.3. Recta para el acondicionamiento de la corriente de armadura.

Adicionalmente un filtro pasa bajas de tercer orden se agrega a la salida del circuito de la Figura 7.5 con el fin de eliminar ruido de alta frecuencia y evitar así el efecto de "aliasing". El filtro empleado se diseñó con una frecuencia de corte de 100Hz y una de paro de 1000Hz. Éste se muestra en la Figura 7.4.

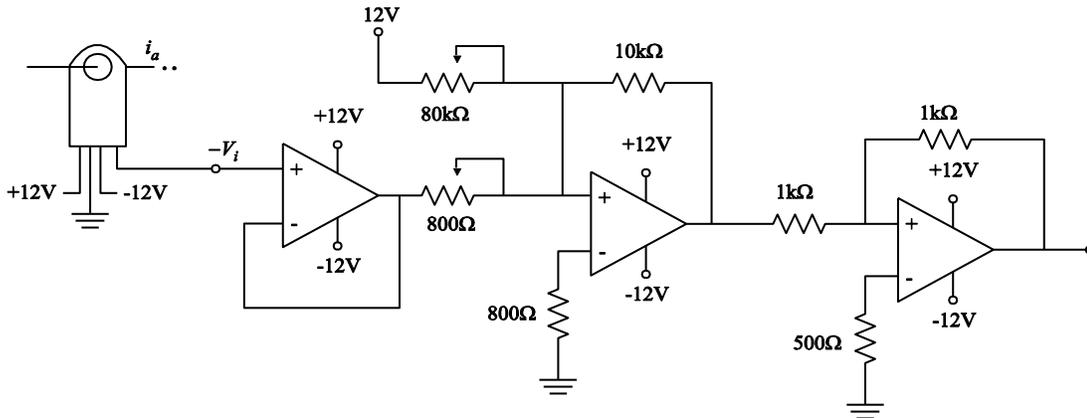


Figura 7.4. Circuito de acondicionamiento para la medición de corriente.

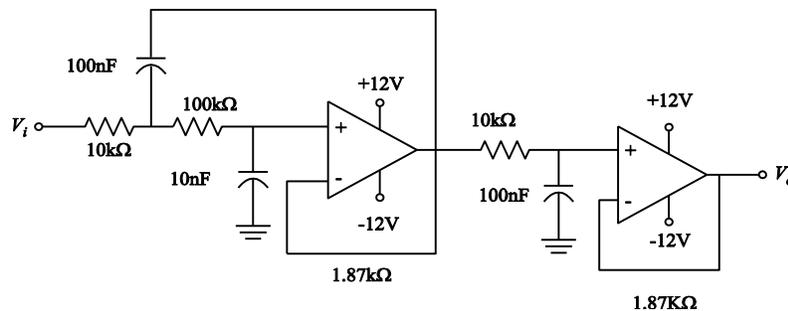


Figura 7.5. Filtro pasa bajas Butterworth de orden 3..

7.2.4 MEDICIÓN DE VELOCIDAD ANGULAR.

El motor empleado cuenta con un encoder de tres canales, dos de ellos en cuadratura (canal A y B) y un índice (canal C). La señal de los canales A y B es filtrada y alimentada a la unidad de captura del procesador digital de señales con el fin de medir la velocidad. El circuito para el filtrado se muestra en la Figura 7.6 [Barrera, 1991]. Posteriormente se realiza un proceso de filtrado digital a las señales obtenidas.

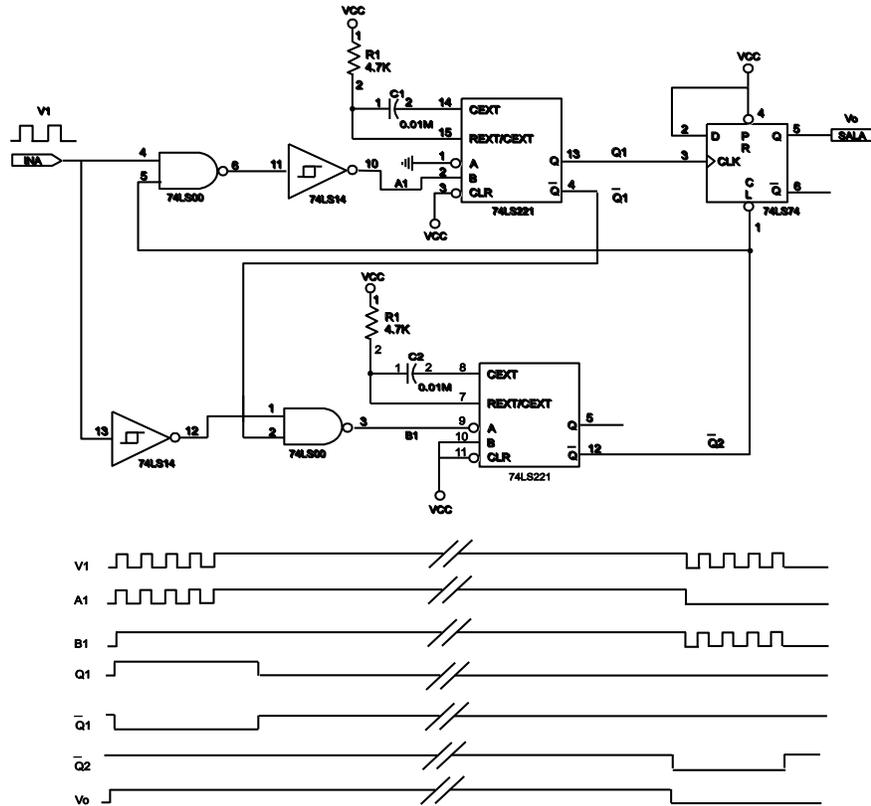


Figura 7.6. Circuito del filtro para la señal de velocidad.

7.2.5 TIMERS DE PROPÓSITO GENERAL DEL EZDSPF2812

Los timers de propósito general proporcionan una base de tiempo para la operación de las unidades de comparación y los circuitos PWM asociados. También son la base de tiempo para los circuitos de encoder en cuadratura y sus unidades de captura. Los timers también pueden usarse para generar un periodo de muestreo en un sistema de control. El diagrama de bloques de un timer de propósito general se muestra en la Figura 7.7.

El registro TxPR contiene el periodo del contador. La señal de reloj para cada timer puede ser el reloj interno de la CPU o un reloj externo aplicado al pin TCLKINA/B. El preescalador del controlador divide la señal del reloj para lograr frecuencias más bajas. Cada timer tiene un conjunto de interrupciones las cuales pueden o no ser habilitadas.

TxPINT. Interrupción por coincidencia de periodo. La bandera de interrupción se activa cuando el valor del timer es el mismo que el TxPR.

TxUFINT. La bandera de interrupción se activa cuando el valor del contador del timer es cero.

TxOFINT. La bandera de interrupción se activa cuando el contador del timer alcanza el valor 0FFFFh.

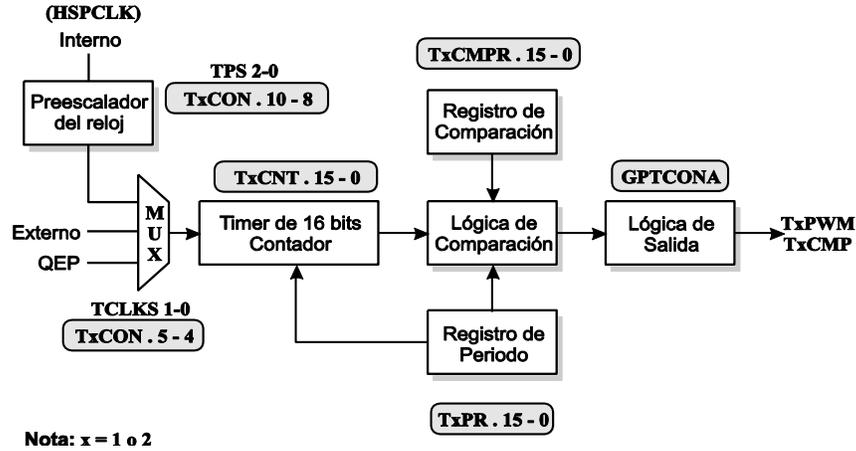


Figura 7.7. Diagrama de bloques de un timer de propósito general.

7.2.5.1 MODOS DE OPERACIÓN

Cada timer tiene cuatro modos de operación

- Stop/Hold. El timer se detiene y retiene el valor actual.
- conteo continuo ascendente. El contador del timer cuenta de manera ascendente hasta alcanzar el valor de TxPR.
- conteo continuo ascendente descendente. El contador del timer cuenta ascendentemente hasta el valor de TxPR. y posteriormente cuenta de manera decreciente hasta llegar a cero.
- conteo ascendente descendente direccional.

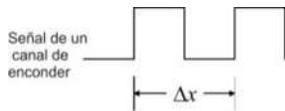
7.2.6 UNIDADES DE CAPTURA DE EZDSPF2812

Estas unidades registran el instante de tiempo en el que ocurre una transición de una señal externa tipo TTL. Las unidades de captura son capaces de generar una interrupción una vez que ha ocurrido una transición. La interrupción puede generarse por una transición de flanco positivo, flanco negativo, o ambos flancos.

La principal aplicación de estas unidades de captura es la medición de velocidad mediante el uso de encoders. Una manera de medir velocidad es medir los cambios de posición en un intervalo de tiempo fijo, es decir:

$$V_k \approx \frac{x_k - x_{k-1}}{\Delta t} \quad (7.2)$$

La estimación mediante (7.2) produce errores muy grandes a bajas velocidades. La solución a este problema es estimar la velocidad midiendo el tiempo transcurrido para un cambio de posición fijo, es decir:



$$V_k \approx \frac{\Delta x}{t_k - t_{k-1}} \quad (7.3)$$

La Figura 7.8 muestra un diagrama a bloques de una unidad de captura del procesador Digital de Señales.

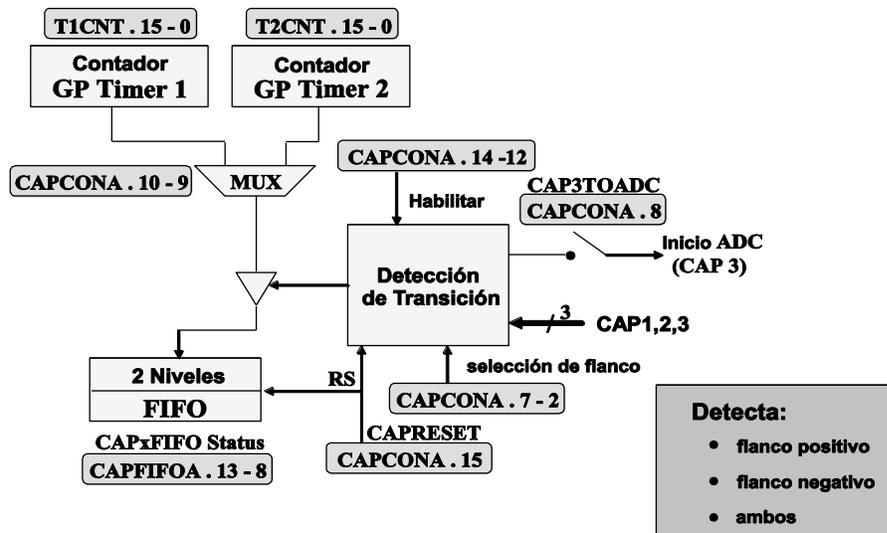


Figura 7.8. Diagrama de bloques de una unidad de captura.

Las unidades de captura pueden tener el Timer 1 o el Timer 2 como base de tiempo. Cuando se detecta una transición (flanco positivo y/o negativo) el valor del timer seleccionado se almacena en una unidad llamada FIFO (First Input First Output), de dos niveles, y se genera una interrupción si ésta está habilitada. Es posible leer el registro FIFO en la rutina de interrupción y de esta manera saber qué tiempo ha transcurrido entre capturas. El funcionamiento de los registros FIFO se muestra en la Figura 7.9.

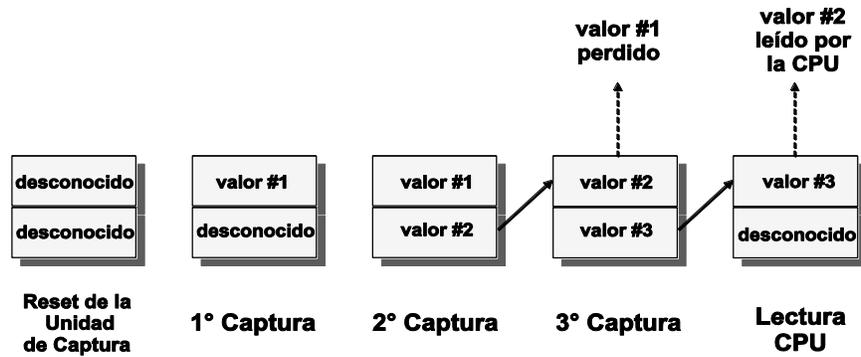


Figura 7.9. Funcionamiento del registro FIFO.

7.2.7 MEDICIÓN DE VELOCIDAD MEDIANTE LAS UNIDADES DE CAPTURA

Para la medición de velocidad se configura la unidad de captura de la siguiente manera:

- Ajustar los pines de los puertos de E/S del grupo A para habilitar la función de la unidad de captura.
- Configurar la unidad de captura para utilizar el Timer 2 como base de tiempo y detectar transiciones positivas y negativas.
- Habilitar la interrupción para la unidad de captura 1.

El timer 2 se configura con los siguientes parámetros:

Periodo de Muestreo	T2PR=0xFFFF
Modo de conteo	Ascendente continuo
Preescalador del reloj	CLK/8
Funciones de Comparación	Deshabilitadas

7.2.8 ALGORITMO DE MEDICIÓN DE VELOCIDAD.

La velocidad nominal a la salida del reductor del motor es de 21 rpm, con una relación de reducción de 218.4, por lo tanto la velocidad nominal en la flecha del motor es:

$$\omega = 21 \times 218.4 = 4586.4 \text{ rpm}$$

Detectando cada flanco (positivo y negativo) del canal A del encoder del motor, se tendrán 1000 pulsos por revolución. Para una velocidad de 5000rev/min en la flecha del motor, con un periodo de reloj de 53.33ns se tiene lo siguiente:

$$\omega = 5000 \frac{\text{rev}}{\text{min}} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \times \frac{1000 \text{ pulsos}}{\text{rev}} \times \frac{53.333 \times 10^{-9} \text{ s}}{\text{cuenta de reloj}}$$

$$\omega = 5000 \times (888.888 \times 10^{-9}) \frac{\text{pulsos}}{\text{cuenta de reloj}}$$

$$\omega = 4.444 \times 10^{-3} \frac{\text{pulsos}}{\text{cuenta de reloj}}$$

$$\frac{1}{\omega} = 225 \frac{\text{cuentas de reloj}}{\text{pulso}}$$

Para N cuentas de reloj/pulso, la velocidad en la flecha del motor está dada por:

$$\omega = \frac{1}{\frac{N \text{ cuentas de reloj}}{\text{pulso}} \times 888.888 \times 10^{-9} \frac{\text{min-pulso}}{\text{rev-cuentas de reloj}}}$$

$$\omega = \frac{1.125 \times 10^6}{N} \text{ rev / min} \quad (7.4)$$

La velocidad mínima que es posible medir se obtiene con $N = 2(65535) = 131070$. Este valor se obtiene al considerar que el timer tiene una cuenta máxima de 0xFFFF (65535 decimal). Utilizando la bandera de sobreflujo el algoritmo de control suma la cantidad 65535 al registro que almacena el valor de N cuando se detecta un sobreflujo.

La velocidad mínima medida en la flecha del motor es:

$$\omega_{\min} = q_{\text{enc}} = \frac{1.125 \times 10^6}{131070} = 8.58 \text{ rev / min}$$

7.2.9 GENERACIÓN DE LA SEÑAL PWM

El motor de CD se controla mediante una señal de PWM simétrica, tal como se muestra en la Figura 7.10.

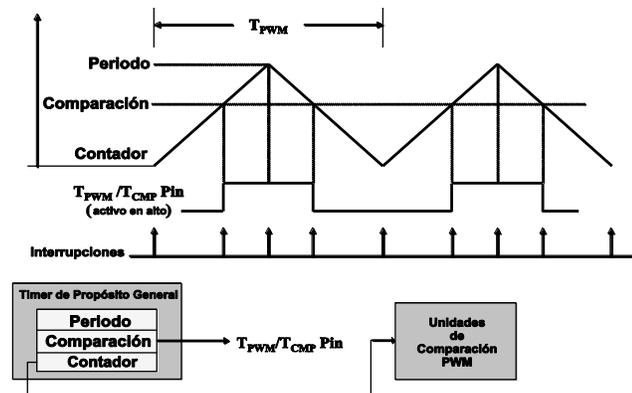


Figura 7.10. Señal PWM simétrica.

La frecuencia de la señal PWM está determinada por el valor contenido en el registro de periodo T1PR; el valor de este registro se obtiene de la siguiente manera:

$$T1PR = \frac{\text{periodo de conmutación}}{2(\text{periodo del timer})} \quad (7.5)$$

En este caso se eligió una frecuencia de 22KHz, por lo tanto el periodo de conmutación es 45.45µs, el periodo del timer es de 6.666ns. Sustituyendo valores en (7.5) se obtiene el valor para el registro de periodo.

$$T1PR = \frac{45.45\mu s}{2(6.666ns)} = 3409.09$$

El valor colocado en el registro T1PR es de 3408.

De la figura se observa que el valor del registro de comparación (T1CMPR) determina el ciclo de trabajo de la señal PWM. El valor de este registro se calcula para cada acción de control en particular y puede oscilar entre 0 y 3408, para un ciclo de trabajo de 100-0% respectivamente.

7.2.10 IMPLEMENTACIÓN DE LOS CONTROLADORES

El software utilizado para la programación del DSP es Code Composer Studio (CCS) v3.1. La configuración de los periféricos y programación de los controladores se realiza mediante la creación de proyectos.

Los proyectos en CCS contienen los siguientes archivos:

- Archivos fuente (Ensamblador o C)
- Librerías.

- Configuración de DSP/BIOS.
- Archivos de comando para el enlazador (linker).
- Parámetros del proyecto.
- Opciones de compilación.
- Configuración del compilador.
- DSP/BIOS.
- Enlazador (linker).

La información del proyecto se almacena en un archivo .PJT que es creado y actualizado por CCS.

CCS proporciona proyectos creados para su modificación de acuerdo a las necesidades del usuario. Los siguientes archivos se modificaron con el fin de implementar los controladores, habilitar los puertos E/S, convertidor ADC, y unidades de captura y PWM.

1. Main.c
2. SysCtrl.c
3. Gpio.c
4. PieCtrl.c
5. Adc.c
6. Ev.c
7. DefaultIsr.c

A continuación se describe brevemente cada uno de ellos.

1. Main.c: En este archivo se encuentra el programa principal del proyecto.
2. SysCtrl.c: En este se configuran el watchdog y las señales de reloj para todos los dispositivos del DSP.
3. Gpio.c: En este archivo se configuran los pines E/S de los puertos de propósito general así como de los diferentes dispositivos periféricos del DSP.
4. Pie.c: Este archivo contiene la configuración del vector general de interrupciones para los diferentes periféricos del DSP.
5. Adc.c: Mediante este archivo se configura el convertidor ADC
6. Ev.c: Este archivo contiene la configuración de los timers de propósito general, las unidades PWM y las unidades de captura.
7. DefaultIsr..c: Este archivo contiene las rutinas de interrupción para los diferentes periféricos del DSP.

Adicionalmente se incluye en el proyecto el archivo "IQMathLib.h", para poder realizar operaciones con aritmética de punto fijo.

El diagrama de flujo general para la implementación de los controladores y medición de variables se muestra en la Figura 7.11. En el programa principal (main), se mandan llamar todas las rutinas de inicialización y activación de periféricos. Para mayor velocidad, el esquema de medición y control se hace mediante rutinas de interrupción, por lo tanto el programa principal contiene un lazo infinito que es interrumpido ya sea por el módulo de captura o por el convertidor ADC.

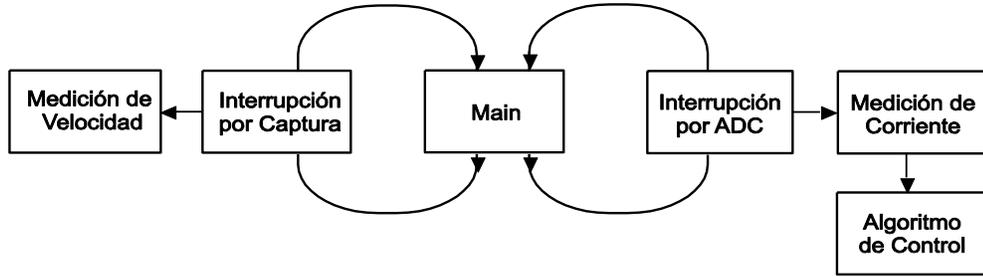


Figura 7.11. Diagrama de flujo de los controladores.

7.2.11 FILTRADO DIGITAL.

Después de la adquisición de datos, se aplicaron filtros IIR digitales para lograr señales menos ruidosas. La rutina de filtrado se agregó como otro archivo fuente en el proyecto correspondiente.

En el caso de la medición de velocidad se implementó un “prefiltrado” adicional, debido a las constantes variaciones en la señal adquirida. Este filtro es conocido como filtro de “ventana móvil”, y tiene la siguiente forma:

$$y_k = y_{k-1} + \frac{1}{N} (x_k - x_{k-1})$$

En donde $x[k]$ es la muestra de velocidad obtenida en el instante k , $y[k]$ es el valor de salida del filtro en el instante k , y N es el tamaño de la ventana o buffer. En este caso se eligió $N=20$. El algoritmo para este filtro se encuentra en la rutina de interrupción del ADC. Los timers de 16 bits pueden tener un valor máximo de 65535 cuentas; por lo tanto éste es el valor máximo de las variables x e y .

7.2.12 SEÑALES DE CONTROL

El circuito manejador para el motor de CD, es el “Puente H” LMD18200, cuyo diagrama se muestra en la Figura 7.12 a). Éste cuenta con dos esquemas principales para el control mediante PWM: el control por antifase en bloqueo, y control por signo y magnitud.

Para la implementación de los controladores se utilizó el control por **antifase**, el cual consiste de una señal PWM con ciclo de trabajo variable en la cual se codifican dirección y magnitud. Un ciclo de trabajo de 50% representa cero movimiento del motor, ya que representa un voltaje de cero entregado a la carga.

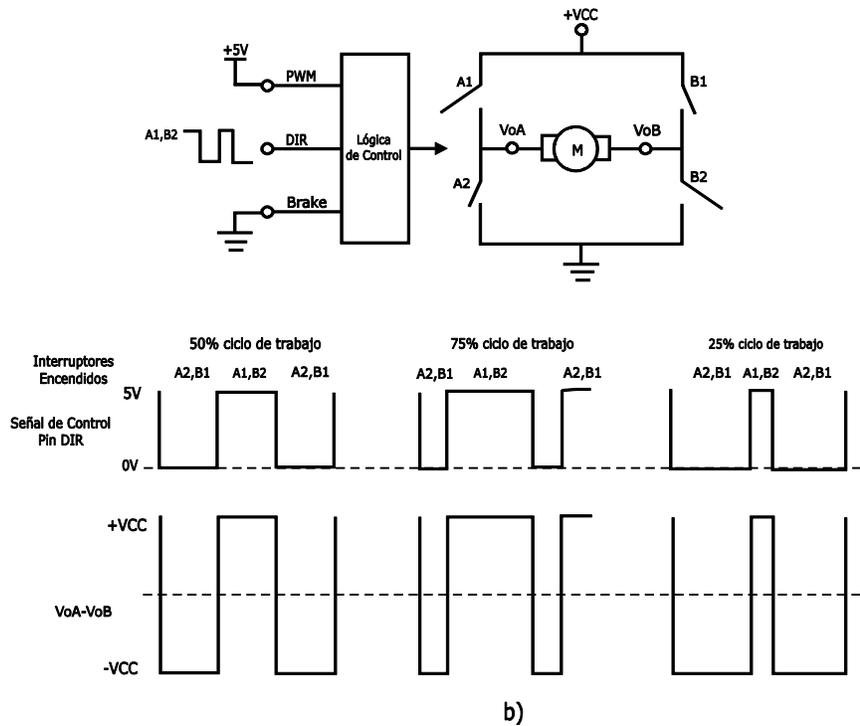
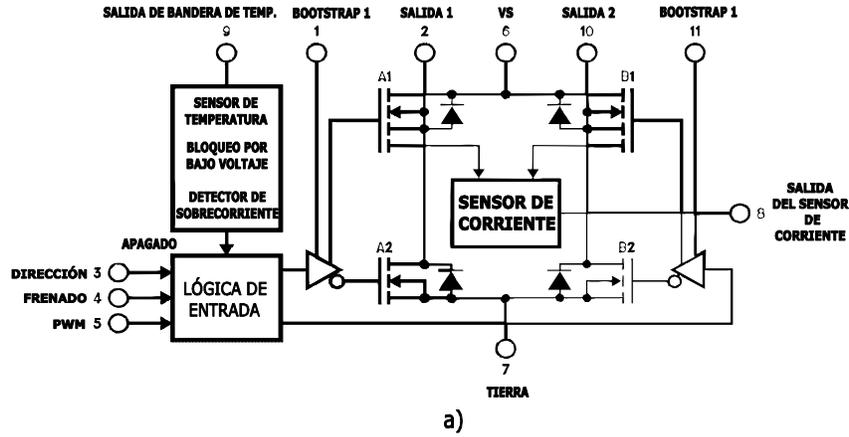


Figura 7.12. Puente LMD18200. a) Diagrama de bloques, b) Señales de control.

Un ciclo de trabajo diferente de 50% producirá movimiento con dirección correspondiente al valor promedio de voltaje, que puede ser positivo o negativo. Lo anterior se muestra en la Figura 7.12 b).

Considerando lo anterior, la acción de control se relaciona con el voltaje aplicado mediante la recta mostrada en la Figura 7.13.

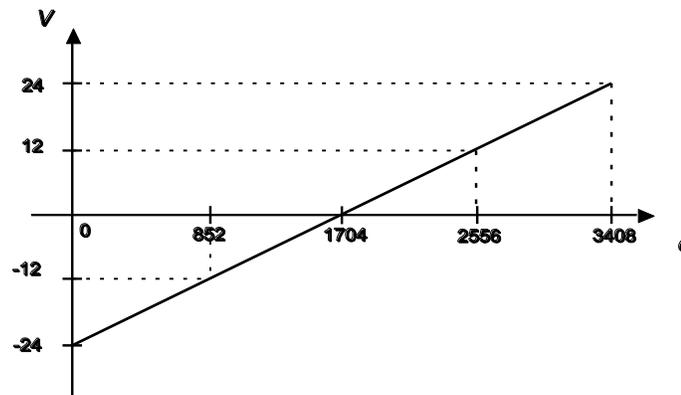


Figura 7.13. Relación entre el ciclo de trabajo de la señal pwm, y el voltaje aplicado al motor.

De la figura se observa que un ciclo de trabajo de 3408 implica la velocidad máxima en una dirección, mientras que un ciclo de trabajo de 0 proporcionará la máxima velocidad en dirección contraria.

Para que la acción de control c de la gráfica anterior oscile entre 0 y 3408, la acción calculada u , oscilará entre -1704 y 1704, es decir:

$$c = u + 1704 \quad (7.6)$$

Lo anterior se muestra en la Figura 7.14.

La acción de control implementada mediante el DSP está descrita por (7.6). Debido al esquema de control por antifase, el valor T1CMPR establecido en la sección 7.2.9. se divide de acuerdo a la recta de la figura 7.14. La acción máxima de control tendrá un valor absoluto de T1CMPR=1704, correspondiente a un ciclo de trabajo de 100% en cualquier dirección.

El valor del registro T1CMPR sólo varía en números enteros, por lo tanto, la acción de control mínima para generar el ciclo de trabajo será

$$q_{DPWM} = 1$$

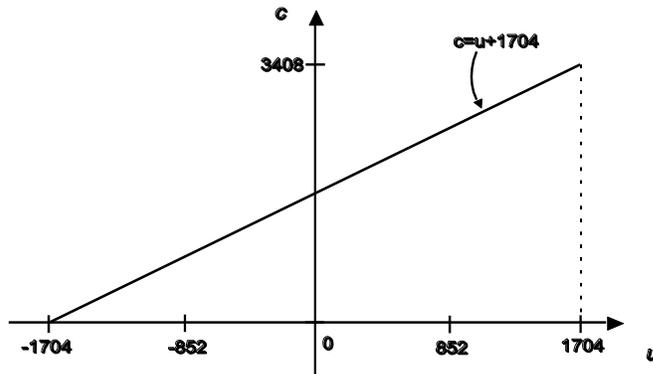


Figura 7.14. Recta de ajuste para la señal de control.

La condición (5.1), para evitar oscilaciones de ciclo límite, se aplica a la señal del encoder de la siguiente manera:

De la sección 7.2.8 se tiene $q_{enc} = 8.58 \text{ rev / min}$

$$q_{DPWM} G_{dc} < q_{enc}$$

$$1 \times 2.938 = 2.938 < 8.58 \text{ rev / min}$$

7.3 CONTROLADOR PID

El controlador implementado es el que se obtuvo en la sección 6.4.2. A partir de la simulación del algoritmo establecido, se obtuvieron los rangos en los que se encuentran las variables involucradas:

$$T_i = 0.0128$$

$$T_D = 1.852 \times 10^{-4}$$

$$K_1 = 0.4844$$

$$a_d = 0.182$$

$$b_d = 0.1778$$

$$b_i = 0.0189$$

Las acciones máxima y mínima de control tienen los siguientes valores:

$$U_{alta} = 1704$$

$$U_{baja} = 0$$

En la Figura 7.15 se muestran las acciones de control correspondientes a la máxima velocidad de referencia (4700rev/min), de estas gráficas se observa que las acciones de control oscilan entre los siguientes rangos:

$$Prop(k) \approx 0 - 2300$$

$$Int(k) \approx 0 - 2250$$

$$Der(k) \approx 0 - 22$$

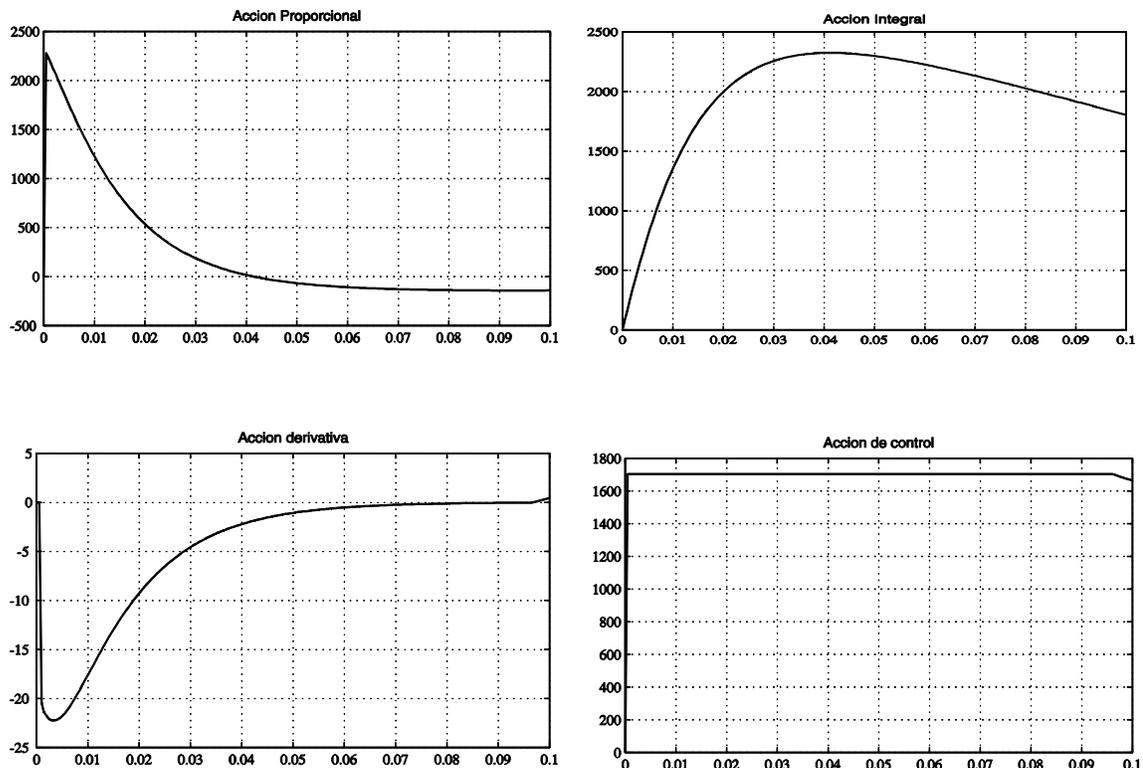


Figura 7.15. Gráficas de las acciones máximas de control para el controlador PID, simuladas en Matlab.

La medición de velocidad involucra contadores de 16 bits, lo que requiere valores almacenados en variables de 2×65535 , que es el máximo número de cuentas. La medición de corriente requiere magnitudes entre 0 y 3.

Se observa que el rango en que se encuentran todas las variables antes mencionadas, es aproximadamente de 1×10^{-4} a 1×10^5 . Por lo tanto no es posible trabajar con un valor único de "Q" para la aritmética de punto fijo, debido a que se tendrían problemas de resolución. Se elige un valor global de $Q=16$ para las operaciones con el controlador, y uno de $Q=14$ para las operaciones del filtro de ventana móvil.

A continuación se muestran las gráficas de respuesta de los controladores, obtenidas mediante la herramienta de gráficos de Code Composer de Texas Instruments.

La Figura 7.16 muestra la respuesta transitoria para el controlador PID, sin antiwindup, para una referencia de $\omega=12$ rev/min a la salida del reductor, equivalentes a 2620 rev/min en la flecha. La velocidad tiene un sobre impulso no deseado y tarda mucho más de 245ms en establecerse.

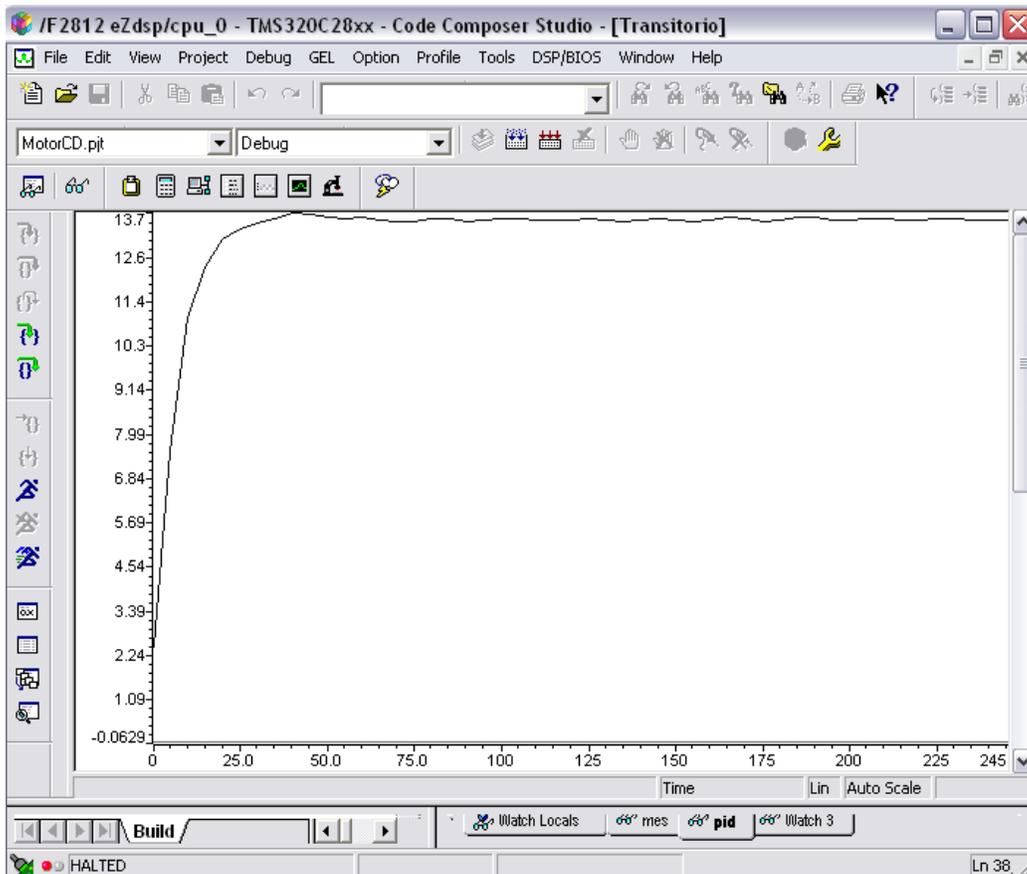


Figura 7.16. Respuesta transitoria para el controlador PID sin antiwindup, con referencia $\omega=12$ rpm a la salida del reductor.

La Figura 7.17 muestra la respuesta transitoria para el controlador PID, incluyendo el antiwindup, con una referencia de $\omega=12$ rev/min a la salida del reductor, equivalentes a 2620 rev/min en la flecha. Se observa que la señal no tiene sobreimpulso y el tiempo de establecimiento es menor a 25ms.

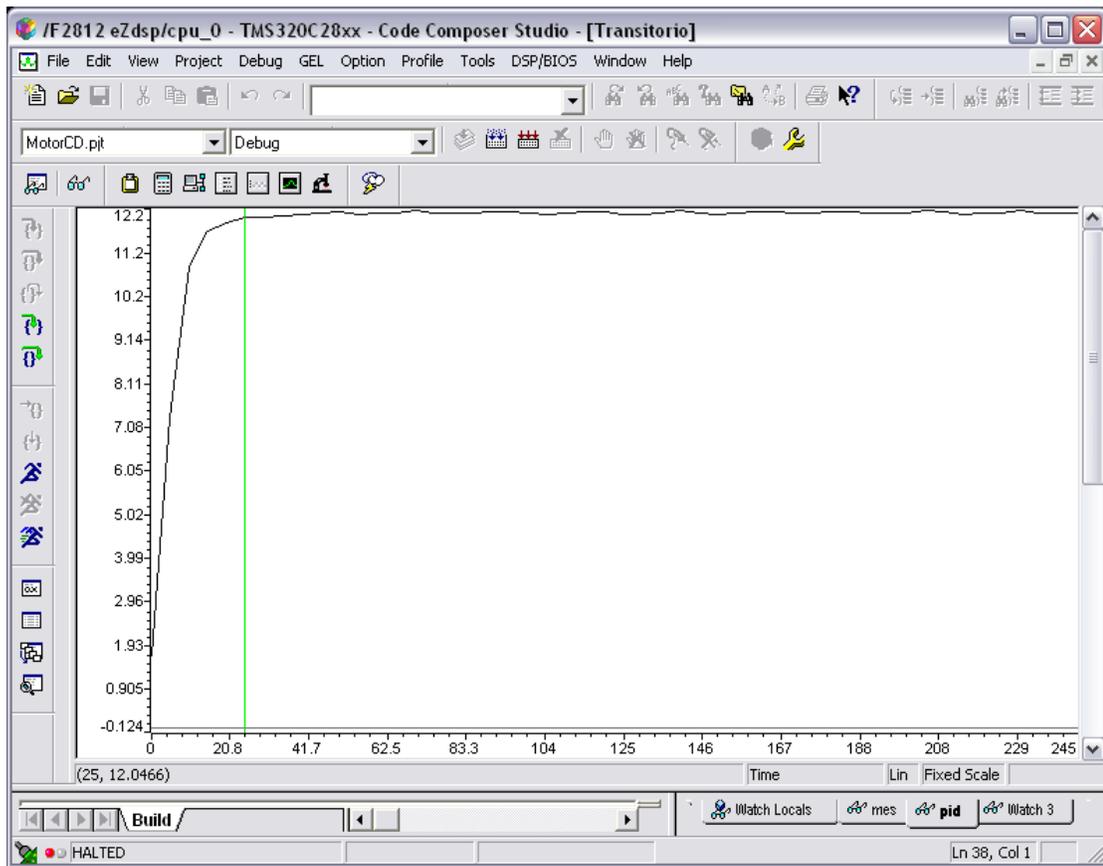


Figura 7.17. Respuesta transitoria para el controlador PID con antiwindup, con referencia $\omega=12\text{rpm}$ a la salida del reductor.

En la Figura 7.18 se observa una variación de 0.0428 rev/min (datos del cursor indicados en la parte inferior izquierda de la gráfica), que corresponde a un error de estado estable de 0.00357 ó 0.36%, el cual cumple con los parámetros de comportamiento planteados

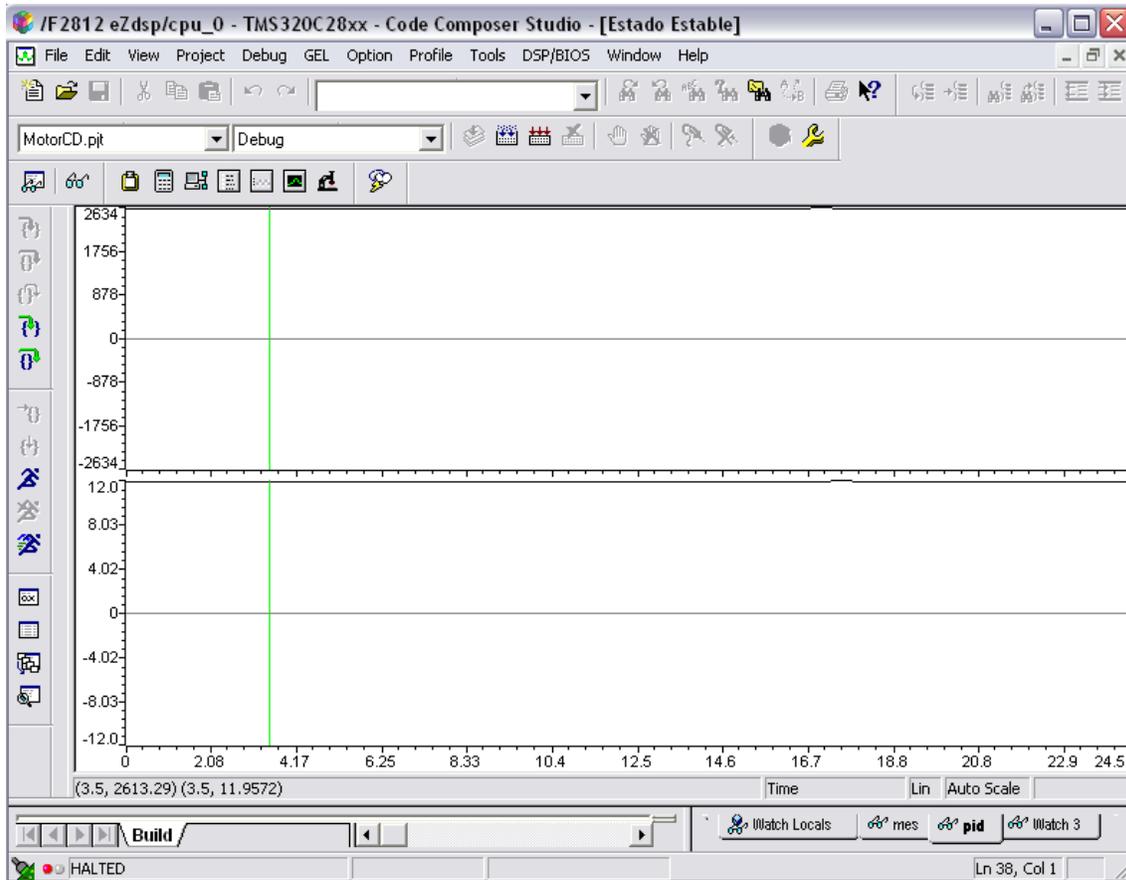


Figura 7.18. Respuesta en estado estable del controlador PID. Gráfica superior: velocidad en la flecha del motor; gráfica inferior velocidad a la salida del reductor.

7.4 CONTROLADOR CON VARIABLES DE ESTADO.

Los filtros aplicados para este controlador, son similares a los aplicados en el PID. La acción de control es de la forma:

$$u^k = L_c u_c^k - L x_a^k$$

$$u^k = L_c u_c^k - l_1 i_a^k - l_2 \omega^k - l_3 \text{Int}^k$$

Con los siguientes valores

$$L = \begin{bmatrix} 121.8147 & 0.8127 & -0.0609 \end{bmatrix}$$

$$L_c = 1.1598$$

La Figura 7.19 muestra las variables involucradas en el algoritmo de control (ecuación (6.28)), correspondientes a la máxima velocidad de referencia (4700rev/min). En las gráficas se observa que las acciones de control oscilan entre los siguientes rangos:

$$v_1 k \approx 0-3500$$

$$v_2 k = 0-4000$$

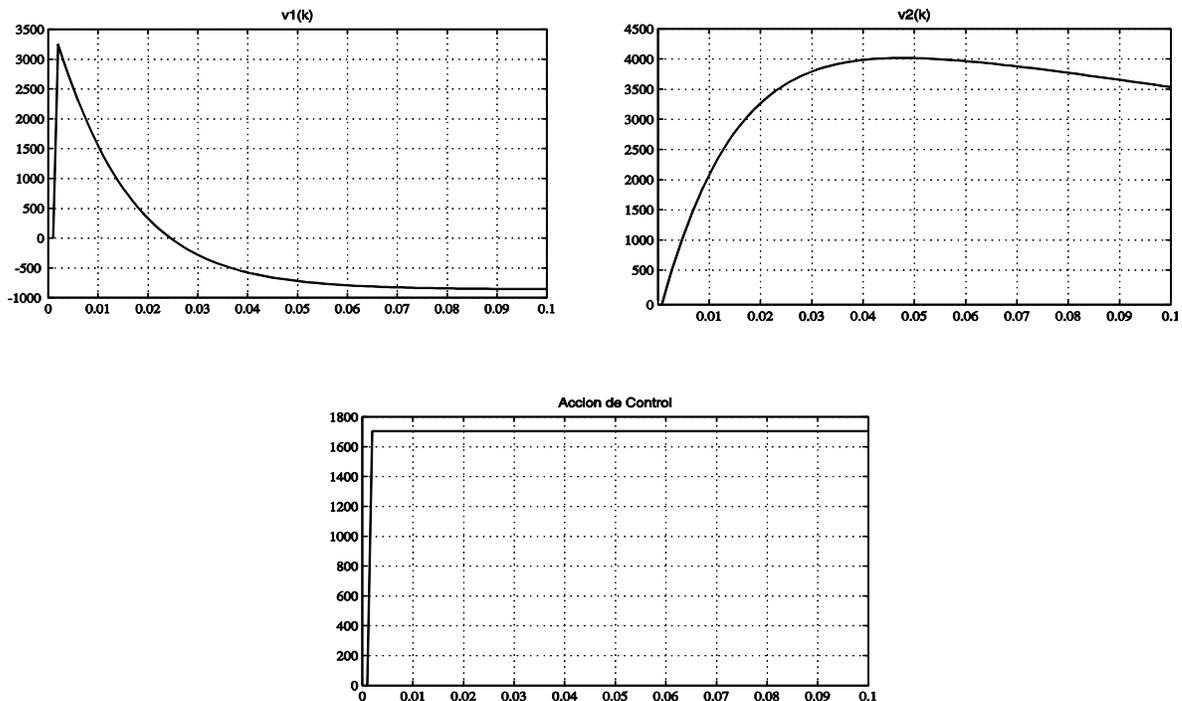


Figura 7.19. Gráficas de las acciones máximas de control para el controlador PID, simuladas en Matlab.

Nuevamente los valores de IQ14 y IQ16 son adecuados para la implementación de los algoritmos de control y medición.

La Figura 7.20 muestra la respuesta transitoria para el controlador con variables de estado, sin antiwindup, para una referencia de $\omega=12$ rev/min. La velocidad tiene un sobre impulso no deseado y tarda alrededor de 45ms en establecerse.

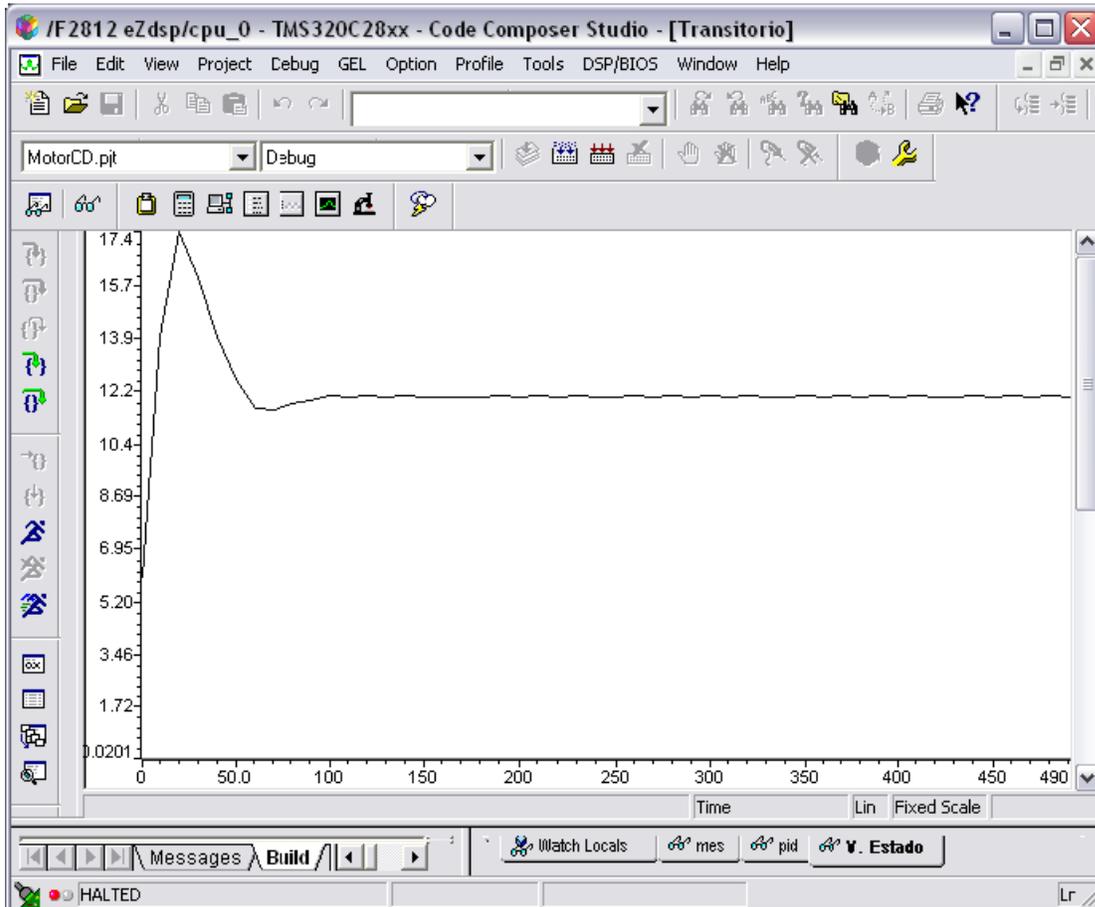


Figura 7.20. Salida del controlador PID sin antiwindup.

La Figura 7.21 muestra la respuesta transitoria para el controlador con variables de estado incluyendo windup, con una referencia de $\omega=12$ rev/min, equivalentes a 2620 rev/min en la flecha del motor. Se observa un tiempo de establecimiento de 25ms y que la señal no tiene sobreimpulso.

La Figura 7.22 muestra la respuesta en estado estable del controlador con variables de estado. Se observa una variación de 0.0421 rev/min que corresponde a un error de estado estable de 0.35%, que cumple también con los parámetros de diseño planteados

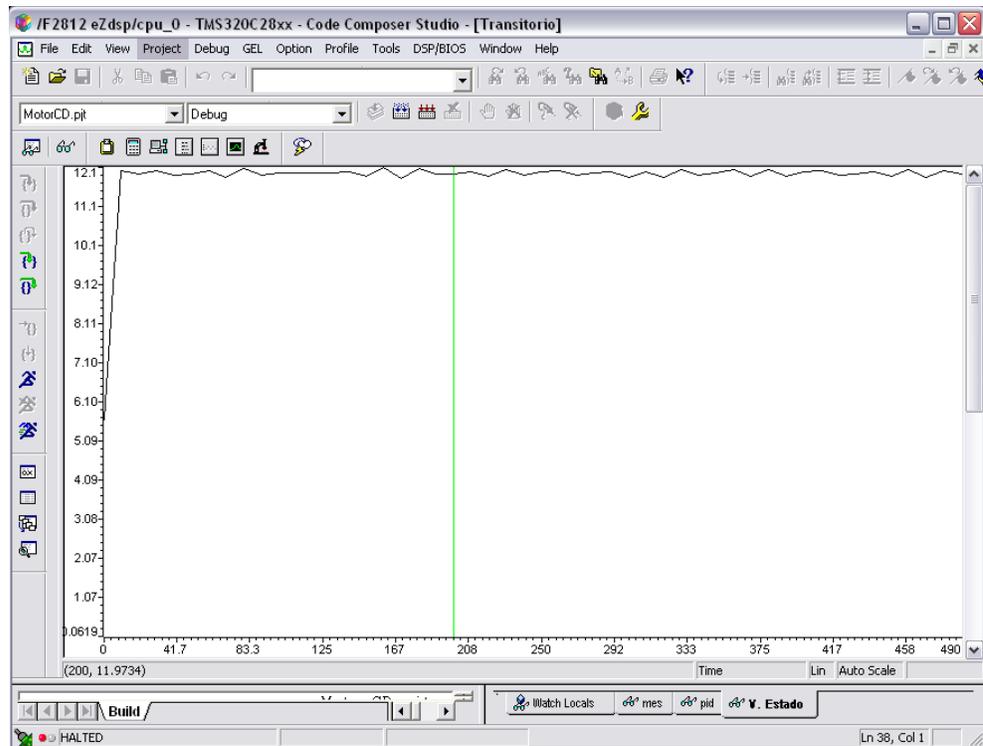


Figura 7.21. Respuesta transitoria del controlador con variables de estado y antiwindup, para una referencia de 12rpm a la salida del reductor.

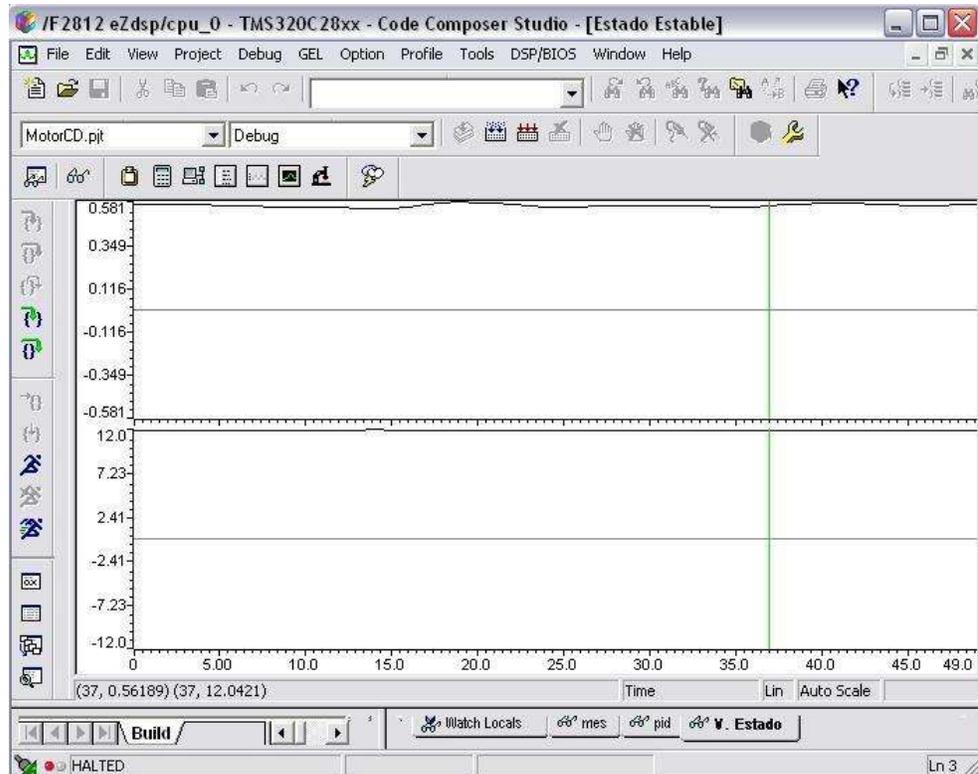


Figura 7.22. Respuesta en estado estable del controlador con variables de estado con antiwindup, para una referencia de 12rpm a la salida del reductor.

La Figura 7.23 muestra la respuesta transitoria del controlador PID para una referencia de $\omega=3\text{rpm}$ a la salida del reductor. Se observa que el controlador es capaz de mantener la referencia a una baja velocidad a pesar de que el encoder del motor mostró anchos de pulso irregulares a velocidades menores a $\omega=5\text{rpm}$ en la salida del reductor. La Figura 7.24 muestra la respuesta en estado estable.

La Figura 7.25 muestra el transitorio del controlador de variables de estado para las 3rpm a la salida del reductor, la Figura 7.26 muestra la salida en estado estable. Ambos controladores son capaces de mantener la referencia a pesar de las deficiencias del encoder.

Los resultados anteriores muestran que los controladores digitales implementados cumplen con las características de diseño especificadas y los problemas producidos por windup y cuantización de señales son resueltos de manera satisfactoria. Adicionalmente son capaces de compensar las irregularidades causadas por el funcionamiento inadecuado del encoder del motor.

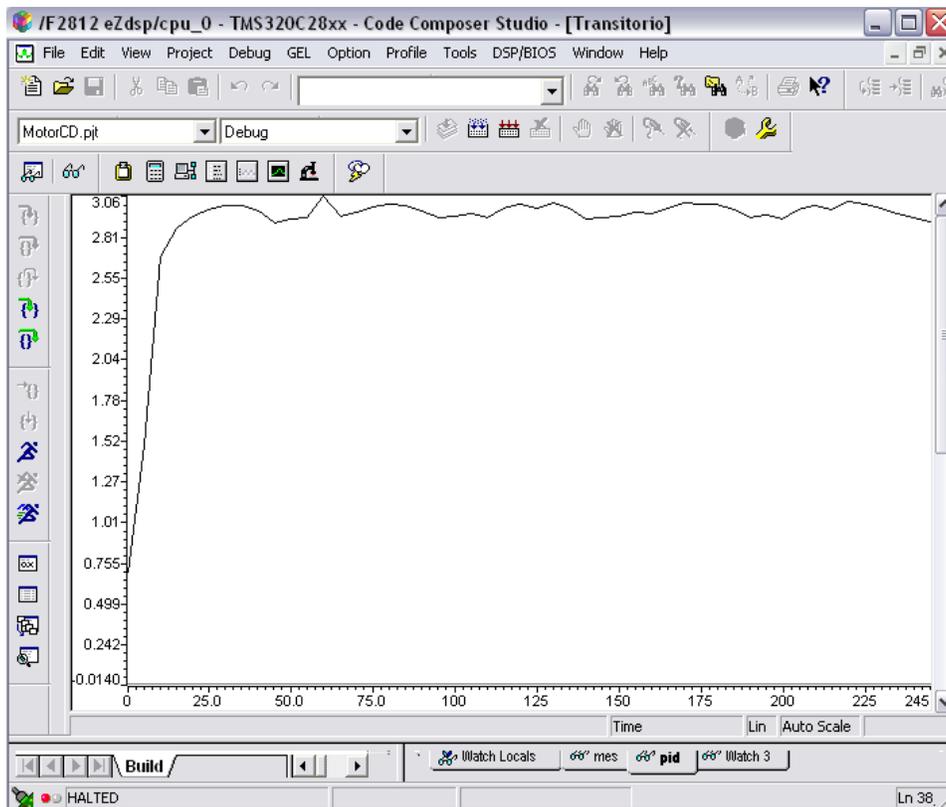


Figura 7.23. Respuesta transitoria del controlador PID con referencia de 3rpm a la salida del reductor.

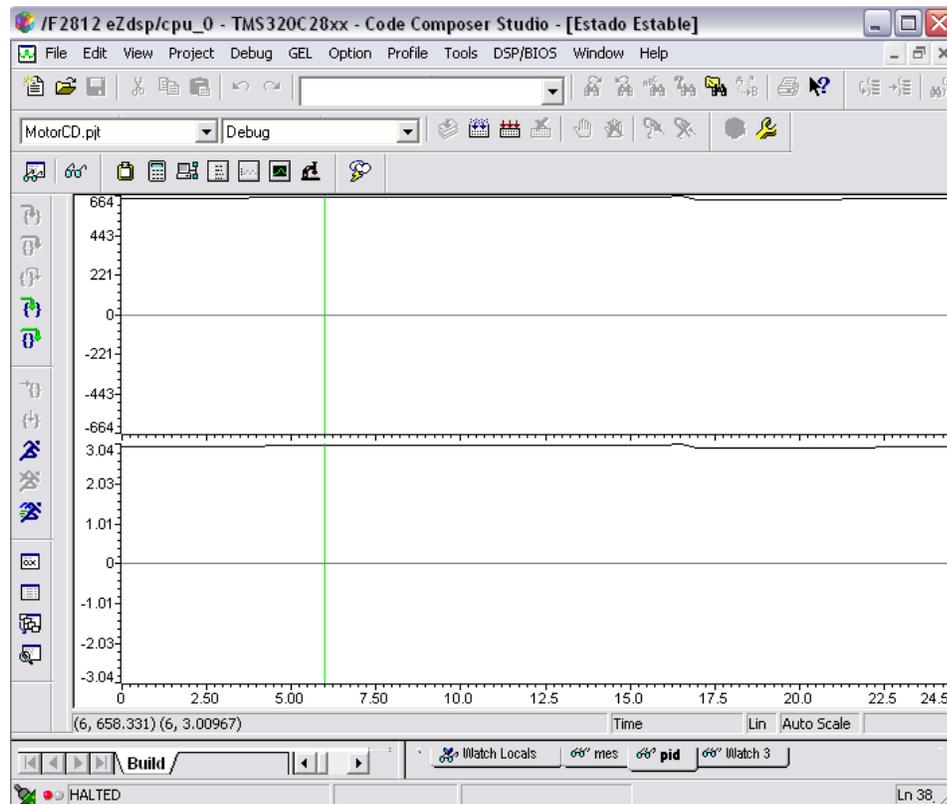


Figura 7.24. Respuesta en estado estable del controlador PID con una referencia de 3rpm a la salida del reductor.

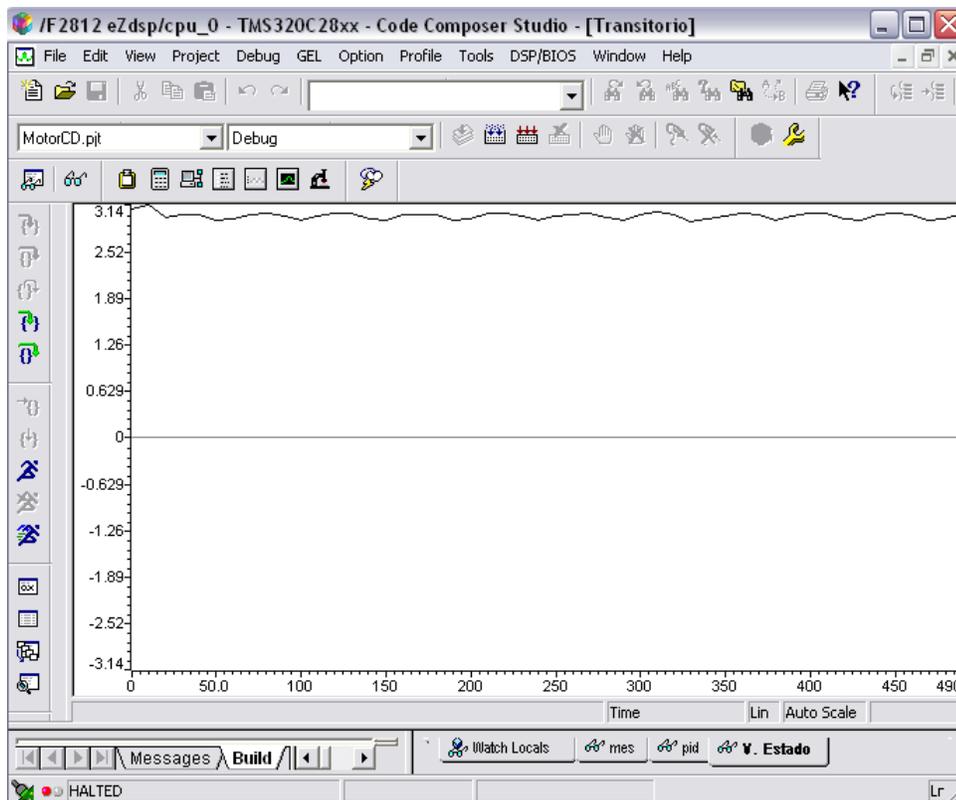


Figura 7.25. Respuesta transitoria para el controlador con variables de estado con referencia de 3rpm a la salida del reductor.

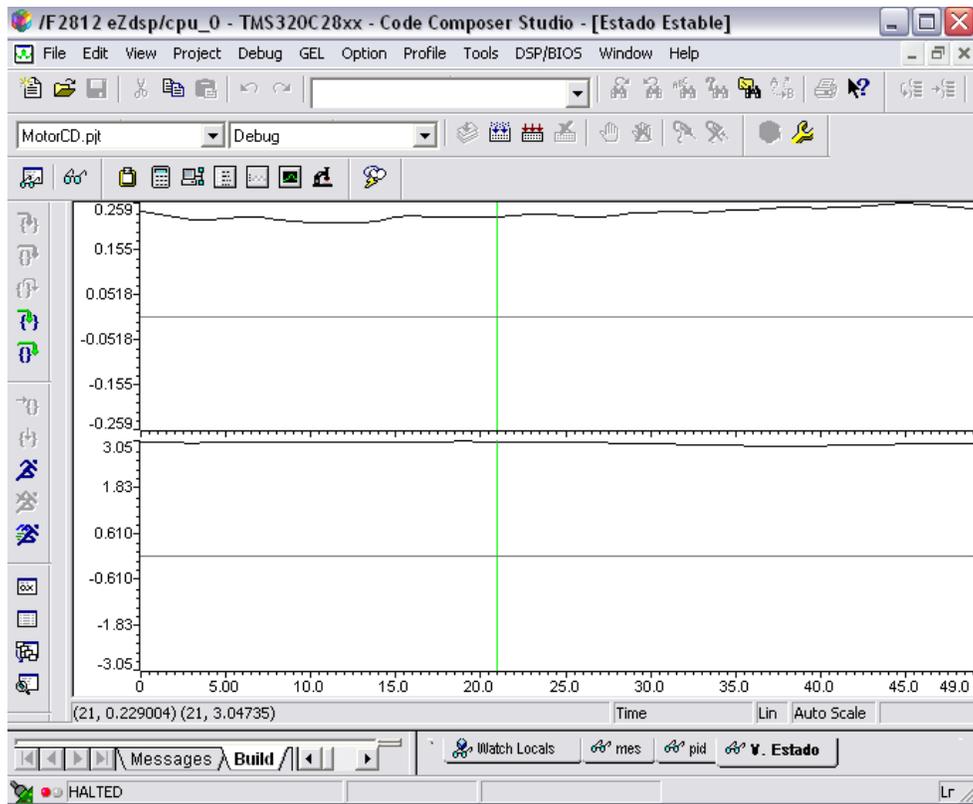


Figura 7.26. Respuesta en estado estable para el controlador con variables de estado para una referencia de 3rpm a la salida del reductor.

Capítulo 8

CONCLUSIONES

En este trabajo se presentó la descripción de una metodología para el diseño y la implementación de controladores digitales mediante el uso de procesadores digitales de señales.

En la primera parte se abordó de manera teórica el modelado del sistema a controlar así como el diseño de controladores de dos tipos; controladores basados en el dominio continuo y controladores en el dominio discreto. Posteriormente se plantearon los diferentes problemas que surgen en la implementación de controladores digitales y la manera de resolverlos.

En la segunda parte se presenta la aplicación de la metodología en el diseño de los controladores para un motor de CD. Las características del comportamiento deseado se especifican en el dominio del tiempo. Los controladores digitales diseñados son: controlador PID diseñado en el dominio continuo utilizando el método de bode analítico y posteriormente discretizado; y controlador diseñado directamente en el dominio discreto con el método de colocación de polos mediante la realimentación de estados.

Finalmente se presentaron las principales características del DSP F2812 de Texas Instruments y su aplicación para realizar la identificación de parámetros del sistema a controlar e implementar los controladores. Los filtros requeridos para el acondicionamiento de señal y los algoritmos de medición se presentan con detalle.

8.1 CONCLUSIONES

Las conclusiones derivadas de este trabajo son las siguientes:

1. El Procesador Digital de Señales F2812 de Texas Instruments es una herramienta poderosa en el diseño e implementación de controladores digitales. Las características del dispositivo permitieron una reducción de circuitos de medición adicionales, una buena resolución en la adquisición de datos. La implementación de los algoritmos de control y medición se realizó con un lenguaje de programación de alto nivel mediante la creación de proyectos

2. La medición de velocidad se realizó mediante una unidad de captura. El método de medición utilizado permite una resolución muy fina, que aunque no es necesaria para los controladores, es de gran importancia en la identificación de parámetros. Esta resolución permitió eliminar los problemas de inestabilidad debida a errores por cuantización en la señal de control y una medición más exacta de velocidades bajas.
3. La adquisición de la corriente de armadura se realizó mediante uno de los convertidores analógico digital del DSP. La alta velocidad de muestreo de este dispositivo, y una palabra de 12 bits reducen los errores por cuantización de la señal de entrada, y eliminan problemas de estabilidad debidos a errores de cuantización de la señal de control.
4. La medición de las variables de interés se realizó también con el fin de obtener un conjunto de datos que permitieran la identificación de los parámetros del sistema. Dada la limitada capacidad de almacenamiento del dispositivo, se pudo obtener un máximo de 2048 muestras por cada variable. Sin embargo este número de datos fue suficiente para una identificación satisfactoria.
5. La identificación de parámetros del sistema a controlar se realizó satisfactoriamente aplicando el método de matrices operacionales. En este caso se utilizaron series de bloques de pulsos de 2048 elementos. Otros métodos estadísticos proporcionan mejores resultados, sin embargo el utilizado en este trabajo es suficiente para presentar la metodología de diseño.
6. Los algoritmos se implementaron en lenguaje C, mediante aritmética de punto fijo, con un tamaño de palabra de 32 bits. El punto fijo variable y el tamaño de palabra hicieron posible la reducción de errores por cuantización de las variables. El procesador digital de señales tiene un reloj de 150MHz, con instrucciones atómicas, la medición y control de las variables del sistema se realizan en tiempo real y a gran velocidad, por lo tanto el sistema es rápido y eficiente.
7. El controlador PID digital, obtenido a partir del método de Bode Analítico cumple con los parámetros especificados en el dominio del tiempo. La ventaja en la utilización de éste método es que elimina mucho del procedimiento de prueba y error comparado con el método de Bode tradicional.
8. En la implementación de los controladores por retroalimentación de estados no fue necesario el uso de observadores debido a que se tenían las mediciones de las dos variables involucradas. Sin embargo un observador de orden

completo fue también implementado y proporciona una buena estimación de las variables medidas.

9. El controlador digital diseñado con el método de colocación de polos mediante la realimentación de variables de estado cumple también con las especificaciones en el dominio del tiempo. Este método es fácil de aplicar, ya que sólo se requiere discretizar los polos deseados del sistema y calcular los vectores de realimentación de variables de estado.
10. Se observa que el controlador basado en la colocación de polos mediante retroalimentación de estado tiene un mejor desempeño que el controlador PID durante el transitorio. Esto se debe a que en el primero la acción de control involucra directamente a las dos variables de estado medidas (velocidad angular y corriente de armadura) permitiendo al sistema llegar más rápidamente al punto de operación especificado. En el caso del controlador PID la discretización del controlador produce pequeñas distorsiones de frecuencia que modifican ligeramente el comportamiento del controlador digital con respecto a su contraparte en el dominio del tiempo. Sin embargo ambos controladores cumplen satisfactoriamente con el comportamiento especificado.

8.2 TRABAJOS FUTUROS

En general, la metodología presentada puede ser aplicada al diseño de controladores, basados en procesadores digitales de señales, para diferentes procesos. Las propuestas para trabajos futuros son las siguientes:

- Diseño de los controladores de lazo cerrado para el control de posición del motor.
- Implementación de los controladores en DSP's de punto flotante.
- Diseño e implementación de controladores digitales que involucren otras técnicas de diseño en el dominio discreto.
- Implementación de controladores digitales mediante DSP's con motores de CA.

REFERENCIAS

- [Astrom, et al, 1997] Karl J. Astrom y Bjorn Wittenmark, "*Computer-Controlled Systems, Theory and Design*". Prentice Hall, 1997.
- [Barrera, 1991] Edmundo.Barrera Cardiel, "*An HVDC Transmission System Model for a Physical Based Power System Laboratory*" *Ph.D. Dissertation*. Texas USA. The University of Texas at Arlington, Arlington, 1991.
- [Bejerke, 1996] S. Bejerke, "*Digital Signal Processing Solutions for Motor Control Using the TMS320F240 DSP-Controller*", ESIEE, París,1996.
- [Bing, et al, 2000] D Bing, T Tao, y P Junmin, "*DSP based Sensorless Control for Induction Motor using Extended Kalman*", The 7th IEEE International Conference on "Electronics, Circuits and Systems", 2000. ICECS, Tomo 1, págs. 390-393, 2000.
- [Buso, et al, 2006] S. Buso, y P Mattavelli, "*Digital Control in Power Electronics*" *Lectures in Power Electronics #2*. Morgan & Claypool Publishers, 2006.
- [Chapman, 2000] S. J. Chapman, "*Máquinas Eléctricas*". Colombia: McGraw Hill, 2000.
- [Chern, et al, 1995] T Chern, y J-S Wong, "*DSP based integral variable structure control for DC motor servo drivers*", Control Theory and Applications, IEE Proceedings, Vol. 142, págs. 444 – 450, 1995.
- [Cofer, 2002] RC. Cofer, . "*Fixed-Point DSP Algorithm Implementation*". *Embedded Systems Conference*, Embedded Systems Conference San Francisco Paper, 2002.
- [Gómez, et al, 2000] L. Gómez, J Calpe, M. Martínez, y A. Rosado, "*Control vectorial de motores*" (http://www.redeweb.com/_txt/articulos/191455.pdf) Valencia: Revista Española de Electrónica, Ediciones Técnicas Rede, 2000.

- [Ikeda, et al, 1993] M. Ikeda, H. Hashimoto, y F. Harashima, "*Robust control of linear DC motor using DSP*", Conference Proceedings, ISIE'93 - Budapest., IEEE International Symposium on Industrial Electronics,.1993.
- [Kúo, 1996] Benjamin C. Kúo, "*Sistemas de Control Automático*". México: Prentice Hall, 1996.
- [Ljung, 1999] Lennart Ljung, "*System Identification: Theory for the User*", *Segunda Edición*. Prentice Hall, 1999.
- [López Mercado, 2005] José Luis López Mercado, "*Control en Posición de Servomecanismos de Corriente Directa*" , *Tesis de Maestría, CINVESTAV, IPN*. México, 2005.
- [Madrigal, 2008] Stalin Madrigal Salinas, "*Identificación de Sistemas Lineales Invariantes en el Tiempo utilizando Matrices Operacionales*". Tesis de Licenciatura, Morelia Michoacán, 2008.
- [Miller, 2008] Byron Miller, "*Designing DSP-based motor control using fuzzy logic*", <http://www.design-reuse.com/articles/17789/dsp-based-motor-control.html>, 2008.
- [Ogata,1997] Katsuhiko Ogata, "*Modern Control Engineering*" *Third Edition*. Prentice Hall, 1997.
- [pc-control,2008] pc-control. (2008). *DC Motors*. <http://www.pc-control.co.uk/dc-motors.htm>
- [Philips, 1996] Charles L. Philips y Royce R. Harbor, "*Feedback Control Systems*". Prentice Hall, 1996.
- [Philips, 1985] Charles L. Phillips, "Analytical Bode Design of Controllers". *IEEE Transaction on Education* , E-28 (1), págs. 43-44, 1985.
- [Sinha,2000] Naresh K. Sinha, "*Identification of Continuous-Time Systems From Samples of Input-Output Data: An Introduction*".*Sādhanā*, Academy Proceedings in Engineering Sciences, Vol 25, No. 2, págs. 75-83, Abril 2000.

[Texas Instruments, 2005]

Texas Instruments, *"C28x DSP Design Workshop" Student Guide*. Texas Instruments, 2005.

[Youn, et al, 2002]

Kyeong-Hwa Kim Youn, Myung-Joong.
"Performance comparison of PWM inverter and variable DC link inverter schemes for high-speed sensorless control of BLDC motor". Vol.38,. págs.1294-1295, 2002.

APÉNDICES

A1. Programa en MatLab para el diseño del controlador PID

```

clear all
clc
clf

%***** Diseño del Controlador PID Continuo *****
entrada=2500;

%***** Parámetros de diseño *****

ts=0.025;           %Tiempo de establecimiento
ess=0.01;          %Error de estado estable
Mp=0.02;           %Sobre impulso maximo
X=fctam(Mp)         %Cálculo del factor de amort. basado en Mp
X=0.81;            %Factor de amortiguamiento propuesto.
y=atan((2*X)/(sqrt(sqrt(1+(4*X^4))-(2*X^2)))); %Cálculo del margen de fase.
y=1.15*y           %Margen de fase aumentado.

%***** Matrices que describen la planta a controlar*****

A= [-278.330977262267    -0.0972774870287392;
    50469.0046935678 -47.9813403551234]
B= [0.330225321881890;
    132.863972432853];
C= [0 1];

sys=ss(A,B,C,0);
Gp= tf(sys)         % Función de transferencia de la planta
[nP,dP] = tfdata(sys,'v')

bode(nP,dP)
title('Trazas de bode de la planta') % Trazas de bode de la planta
w=logspace(-2,5,30);
[MAG,PHASE]=BODE(Gp,w);
grid
vec=[w' MAG(1,:) PHASE(1,:)];
w1=6/((0.5*ts)*tan(y)); % Frecuencia de corte necesaria para el tiempo de estab.
ts.

KI=1.826e4/(5.365e4*(0.9*ess)) % Cálculo de KI de acuerdo al error de estado estable.

rad=100; % Elección de rad=fc mayor que w1 para cumplir con ts

s=rad*i;

%%
nGp=polyval(nP,s) % Num de FT evaluado en rad
dGp=polyval(dP,s); % Den de FT evaluado en rad.
M= abs(nGp)/abs(dGp); % Magnitud de la FT de la planta
PHI=angle(nGp/dGp); % Fase de la planta
grad=(pi-y)*180/pi % Fase de la planta en grados
teta=(-1*pi)+y-PHI; % Fase del controlador en grados

```

```

%*****Calculo de las constantes del controlador*****
Kp=cos(teta)/M
Kd=(sin(teta)/(rad*M))+ (Kl/rad^2)

%*****FT del controlador en el dominio continuo.*****
NUM2=[Kd Kp Kl];
DEN2=[1 0];

%*****FT del sistema continuo en lazo cerrado.*****
Gc=tf(NUM2,DEN2)
G=feedback(series(Gc,Gp),1)

%*****Respuesta del Sistema *****
figure(2)
Ts=(1/2000)                %Periodo de muestreo
t=0:Ts:.08;
u=entrada*ones(size(t));
lsim(G,u,t)

%%*****Controlador Digital*****
%Obtención de las constantes del controlado digital.
Ti=Kp/Kl;
Td=Kd/Kp;

N=20
bi=Kp*Ts/Ti
ad=Td/(Td+(N*Ts))
bd=Kp*Td*Ad/(Td+(N*Ts))

Ubaja=0;
Ualta=1704;

Gpd=c2d(sys,Ts);                % Discretización de la planta
[Phi,Gama, C,D,Ts]=ssdata(Gpd);
t=0:Ts:0.1;

%*****Simulación del controlador digital*****
yc=entrada*ones(size(t));
z1=[0;0];
x=[0 0];
y1=0;
y=0;
yv=0;
uv=0;
Int1=0;
Der1=0;
v1=0;
u1=0;
Propv=0;
Intev=0;
Derv=0;
%%
for k=1:(length(t)-1)
    e=yc(k)-(y);
    Prop=Kp*e;

```

```

Inte=Int1+(bi*e);
Der=ad*Der1+bd*(y-y1);

v=Prop+Inte-Der;

    if v<Ubaja
        u=Ubaja;
    elseif v>Ualta
        u=Ualta;
    else
        u=v;
end

u1=u;
v1=v;
z=Phi*z1+Gama*u;
x=[x;z'];
uv=[uv;u];
y1=y;
y=C*z;
yv=[yv;y];
z1=z;
Int1=Inte;
Der1=Der;
Propv=[Propv;Prop];
Intev=[Intev;Inte];
Derv=[Derv;Der];
end

%%
figure(5)
plot(t,yv)
grid
%title('Salida y')
title('Respuesta del controlador digital Uc=2500')
figure(6)
plot(t,uv)
title('Accion de control')
grid
figure(7)
plot(t,Propv)
title('Accion Proporcional')
grid
figure(8)
plot(t,Intev)
title('Accion Integral')
grid
figure(9)
plot(t,Derv)
title('Accion derivativa')
grid

```

A2. Programa en MatLab para el Diseño del Controlador con Variables de Estado.

```

clc, clear all, close all;
%*****Definición de Parámetros de diseño*****
clf
Ts=0.001;
iteraciones=100
Tes=25e-3;           %Tiempo de establecimiento
E=0.99;             %Factor de amortiguamiento
wn=3/(Tes*E);      %Frecuencia Natural
%Mp=0.02;
Im=wn*sqrt(1-E^2)  %Polos del sistema.
Re=-E*wn
Re1=-240;
p1=exp(Re*Ts)*(exp(Ts*(j*Im)))  %Discretización de los polos
p2=exp(Re*Ts)*(exp(Ts*(j*(-Im))))
p3=exp(Re1*Ts)

%*****Magnitud de los polos*****
m2=sqrt(real(p2)^2+imag(p2)^2)
%*****Descripción del sistema*****
C=[0 1];
A=[-278.330977262267  -0.0972774870287392;
    50469.0046935678  -47.9813403551234]
B=[0.330225321881890;
    132.863972432853];

Ucom=2500;
Int=0;
sys=ss(A,B,C,0);
Gpd= c2d(sys,Ts); [phi,gamma, C,D,Ts]=ssdata(Gpd); %Discretización de la planta.

ess=0.01;

polc=[p1 p2 p3]

polo=[0.001 0.002];

PHI=[phi(1,:) 0;
     phi(2,:) 0;
     0 -1 1]
GAMMA=[gamma;0]

K=acker(phi',C',polo)           %Cálculo de los vectores de realimentación.
L=acker(PHI, GAMMA, polc)
Ca=[0 1 0];
z=sym('z');
Fncion=C*((z*eye(2))-phi+gamma*L(1:2))^-1*gamma;
limt=limit(Fncion,z,1)
Lc=1/limt;
%*****Condiciones Iniciales*****
X(:,1)=[0;0];
Xe(:,1)=[0;0];
Xe(:,2)=[0;0];
Y(1)=0;

```

```

U(1)=0;

Uc=[repmat(0,1,2), repmat(Ucom,1,3), repmat(Ucom,1,(iteraciones-4))]; %Señal Comando
%% %*****Simulación del Controlador*****

for k=1:iteraciones
    Inte=Int+Uc(k)-Y(k);
    Int=Inte;
    U(k)=-(L(1:2)*Xe(:,k))-(L(3)*Inte)+(Lc*Uc(k));
    if U(k)>1704
        U(k)=1704;
    end

    X(:,k+1)=phi*X(:,k)+gamma*U(k);
    Y(k+1)=C*X(:,k);
    Xe(:,k+1)=(phi*Xe(:,k))+gamma*U(k)+(K*(Y(k)-C*Xe(:,k)));
    Er(:,k+1)=Y(k)-C*Xe(:,k);
end
%*****Graficacion*****

t=Ts*(1:(iteraciones+1));
figure(1)
plot(t,Y)
title('salida y, y-blue,Uc-red')
hold on
plot(t,Uc(1:(iteraciones+1)),'r')
grid
figure(2)
plot(t(1:iteraciones),U,'r')
title('Accion de Control')
grid
figure(3)
plot((1:(iteraciones+1)),X(1,:),'b')
hold on
plot((1:(iteraciones+1)),Xe(1,:),'r')
title('Corriente de Armadura,X-blue,Xe-r')
grid
hold off
figure(4)
plot((1:(iteraciones+1)),X(2,:),'b')
hold on
plot((1:(iteraciones+1)),Xe(2,:),'r')
title('Velocidad Angular,X-blue,Xe-r ')
grid
%%

```

A3. Programa Principal para la Implementación de los Controladores (DSP F2812)

```

/*****
* File: Main* Devices: TMS320F2812, TMS320F2811, TMS320F2810
* 11/10/03 - original (based on DSP281x header files v1.00)
*****/

#include "DSP281x_Device.h"           // Peripheral address definitions
#include "lab.h"

/*****
* Function: main()
*****/
void main(void)
{
  /*** Initialization ***/
  InitSysCtrl();                    // Initialize the CPU (FILE: SysCtrl.c)
  InitGpio();                       // Initialize the shared GPIO pins (FILE: Gpio.c)
  InitPieCtrl();                   // Enable the PIE (FILE: PieCtrl.c)
  InitAdc();                       // Initialize the ADC (FILE: Adc.c)
  InitEv();                        // Initialize the Event Manager (FILE: Ev.c)

  /*** Enable the Watchdog interrupt ***/
  PieCtrlRegs.PIEIER1.bit.INTx8 = 1; // Enable WAKEINT (LPM/WD) in PIE group #1
  IER |= 0x0001;                   // Enable INT1 in IER to enable PIE group 1

  /*** Enable global interrupts ***/
  asm(" CLRC INTM");               // Enable global interrupts

  /*** Main Loop ***/
  while(1)                         // endless loop - wait for an interrupt
  {
    asm(" NOP");
  }

} //end of main()

/*** end of file *****/

```

B. Diagramas Eléctricos

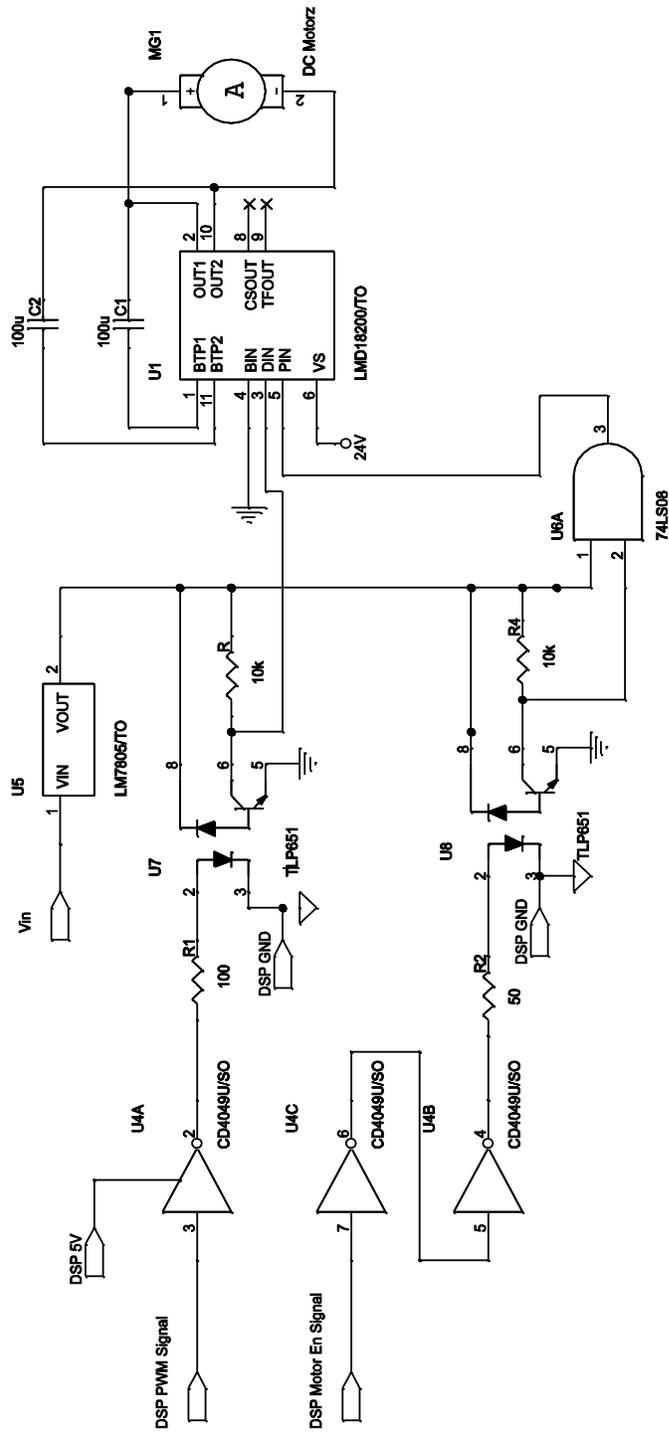


Diagrama 1. Señales de control para el motor de CD.

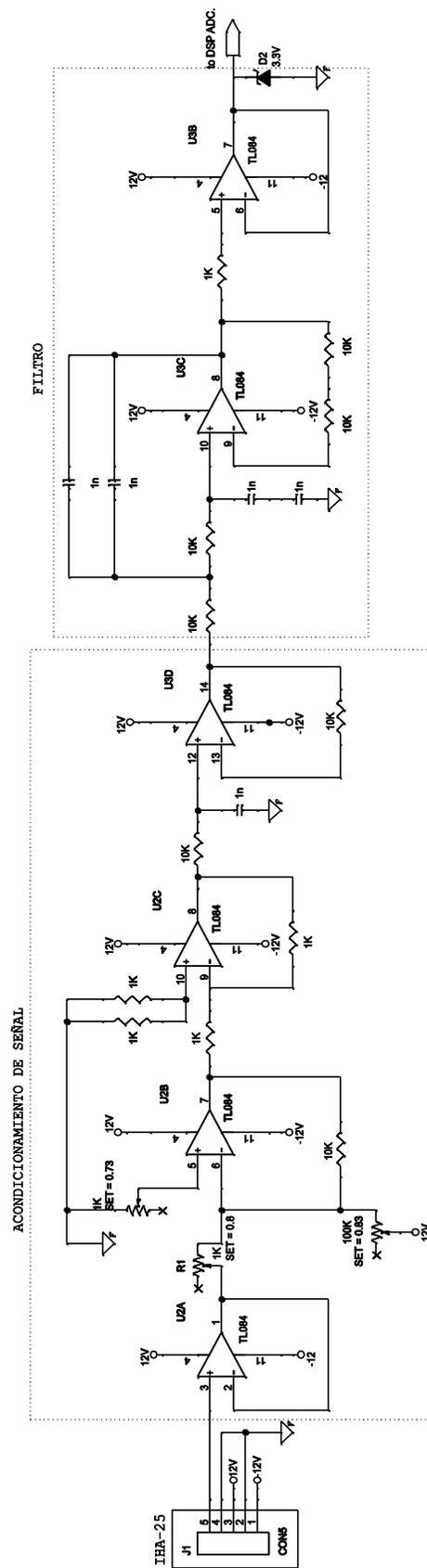


Diagrama 2. Acondicionamiento de la señal de corriente de armadura.

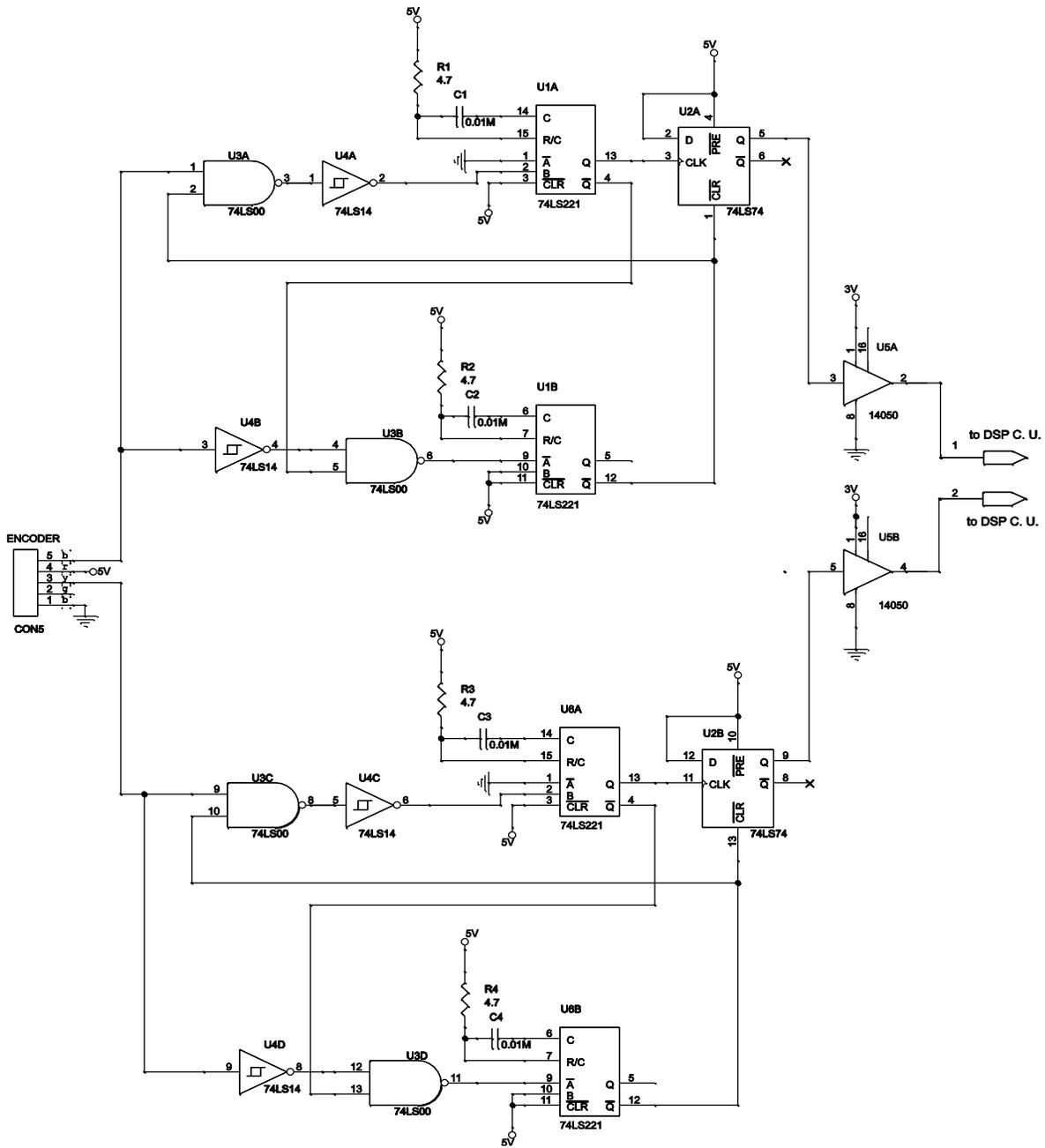


Diagrama 3. Filtrado de la señal del encoder del motor de cd.

Equation Section (Next)Equation Chapter (Next) Section 1

C. Serie de Funciones de Bloques de Pulsos

Este método de aproximación de funciones registra los datos muestreados de entrada-salida obtenidos de un experimento, y los expresa mediante la serie de funciones de bloques de pulsos a fin de transformar la ecuación diferencial del sistema dinámico a una forma algebraica; es decir, aproxima las integrales con respecto al tiempo de la ecuación de estado mediante una sumatoria de bloques de pulsos cuya altura es el promedio de dos datos consecutivos. Puesto que la aproximación de funciones mediante la serie de funciones de bloques de pulsos se utilizará para estimar los parámetros de un motor de CD de imanes permanentes, la deducción del método se ilustrará utilizando el registro de datos de entrada (voltaje de armadura) y salida (corriente de armadura y velocidad angular) de este sistema, obtenidos de un experimento.

Primeramente, se hace referencia a la ecuación de estado que describe la dinámica del sistema,

$$\frac{d}{dt}x(t) = Ax(t) + Bu_{a,med}(t) \quad (1.1)$$

Donde $x(t)$ es el vector de variables de estado y $u_{a,med}(t)$ es la entrada del sistema. Asumiendo que la condición inicial $x(0)$ de (1.1) es cero, e integrando ambos lados de la misma, se tiene:

$$x(t) = A \int_0^t x(t) dt + B \int_0^t u_{a,med}(t) dt \quad (1.2)$$

Ahora, $x(t)$ y $u_{a,med}(t)$ se pueden aproximar mediante m términos de la serie de funciones de bloques de pulsos $\Phi(t)$,

$$\Phi(t) = \begin{bmatrix} \varphi_1(t) & \varphi_2(t) & \cdots & \varphi_m(t) \end{bmatrix}^T \quad (1.3)$$

el valor de m también corresponde al número de muestras de cada señal registrada que se utilizarán en la estimación de parámetros.

El vector $\Phi(t)$ incluye el conjunto de funciones base o kernels; que para este caso son pulsos, y se muestran en la Figura C.1, para $m=4$, donde $h=T_e/m$ es el periodo de muestreo, y T_e es la duración del experimento para adquirir las muestras.

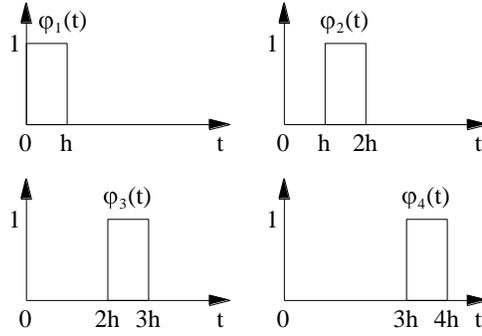


Figura C.1 Kernels de la serie de funciones de bloques de pulsos.

$u_{a,med}(t)$ se puede aproximar utilizando $\Phi(t)$ de la siguiente forma:

$$u_{a,med}(t) \cong u_{a1}\varphi_1(t) + u_{a2}\varphi_2(t) + \dots + u_{am}\varphi_m(t) = U_a \Phi(t) \quad (1.4)$$

Donde

$$U_a = u_{a1} \quad u_{a2} \quad \dots \quad u_{am} \quad (1.5)$$

es el vector de coeficientes de la serie de funciones de bloques de pulsos. Estos coeficientes se obtienen calculando mediante (1.4) los valores promedio de dos datos consecutivos de $u_{a,med}(t)$ medidos.

$$u_{ak} = \frac{1}{2} \left[u_{a,med}(kh - h) + u_{a,med}(kh) \right] \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (1.6)$$

$u_{a,med}(t)$ y la representación funcional de su aproximación mediante la serie de funciones de bloques de pulsos se muestran en la Figura C.2.

Similarmente, para la corriente de armadura $i_{a,med}$ y para la velocidad angular ω_{med} se tiene:

$$i_{a,med}(t) \cong i_{a1}\varphi_1(t) + i_{a2}\varphi_2(t) + \dots + i_{am}\varphi_m(t) = I_a \Phi(t) \quad (1.7)$$

$$\omega_{med}(t) \cong \omega_1\varphi_1(t) + \omega_2\varphi_2(t) + \dots + \omega_m\varphi_m(t) = \Omega \Phi(t) \quad (1.8)$$

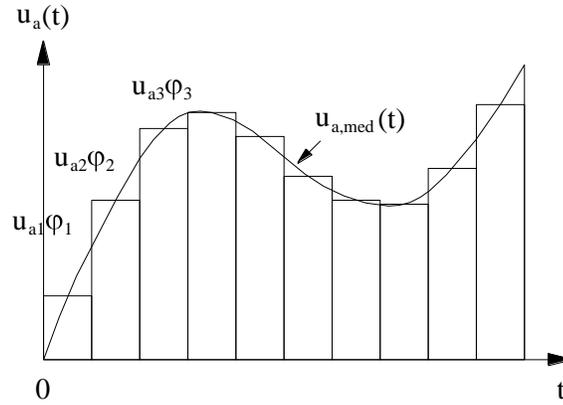


Figura C.2 Aproximación utilizando la serie de funciones de bloques de pulsos.

Donde

$$I_a = i_{a1} \quad i_{a2} \quad \cdots \quad i_{am} \quad (1.9)$$

$$i_{ak} = \frac{1}{2} [i_{a,med}(kh-h) + i_{a,med}(kh)] \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (1.10)$$

$$\Omega = \omega_1 \quad \omega_2 \quad \cdots \quad \omega_m \quad (1.11)$$

$$\omega_k = \frac{1}{2} [\omega_{med}(kh-h) + \omega_{med}(kh)] \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (1.12)$$

Sean X y U las matrices que contienen los coeficientes de la serie de funciones de bloques de pulsos para la aproximación de las señales de salida (corriente de armadura y velocidad angular) y entrada (voltaje de armadura) del motor, respectivamente.

$$X = \begin{bmatrix} i_{a1} & i_{a2} & \cdots & i_{am} \\ \omega_1 & \omega_2 & \cdots & \omega_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_a \\ \Omega \end{bmatrix} \in R^{2 \times m}$$

$$U = u_{a1} \quad u_{a2} \quad \cdots \quad u_{am} = U_a \in R^{1 \times m}$$

Entonces,

$$x(t) = X\Phi(t) \quad (1.13)$$

$$u_{a,med}(t) = U\Phi(t) \quad (1.14)$$

Sustituyendo (1.13) y (1.14) en (1.2), se tiene:

$$X\Phi(t) = AX \int_0^t \Phi(t) dt + BU \int_0^t \Phi(t) dt \quad (1.15)$$

La integral de la serie de funciones de bloques de pulsos $\Phi(t)$ se puede calcular como se muestra enseguida, considerando, como ejemplo, $m=3$; esto es, para señales con 3 muestras.

$$\Phi(t) = \begin{bmatrix} \varphi_1(t) & \varphi_2(t) & \varphi_3(t) \end{bmatrix}^T \quad (1.16)$$

Para el bloque 1, ver Figura C.3, se puede escribir

$$\int \varphi_1(t) dt = \frac{h}{2} \varphi_1(t) + h\varphi_2(t) + h\varphi_3(t) \quad (1.17)$$

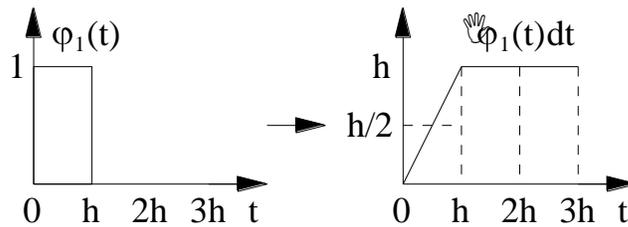


Figura C.3 Aproximación de la integral del bloque 1.

Para el bloque 2, ver Figura C.4, se puede escribir

$$\int \varphi_2(t) dt = \frac{h}{2} \varphi_2(t) + h\varphi_3(t) \quad (1.18)$$

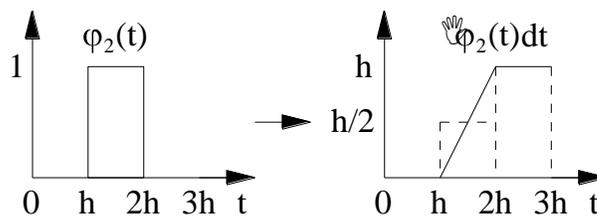


Figura C.4 Aproximación de la integral del bloque 2.

Para el bloque 3, ver Figura C.5, se puede escribir

$$\int \varphi_3(t) dt = \frac{h}{2} \varphi_3(t) \quad (1.19)$$

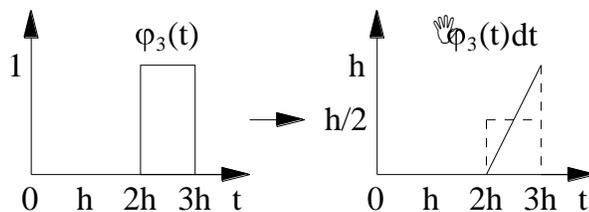


Figura C.5. Aproximación de la integral del bloque 3.

Así, para señales con 3 muestras se tendrá:

$$\int_0^t \Phi(t) dt = \int_0^t \begin{bmatrix} \varphi_1(t) & \varphi_2(t) & \varphi_3(t) \end{bmatrix}^T dt = h \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 1 & 1 \\ 0 & \frac{1}{2} & 1 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_1(t) \\ \varphi_2(t) \\ \varphi_3(t) \end{bmatrix} \quad (1.20)$$

En general, para señales con m muestras se tendrá:

$$\int_0^t \Phi(t) dt = H\Phi(t) \quad (1.21)$$

Donde

$$H = h \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 1 & \dots & 1 \\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 1 \\ 0 & \dots & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \in R^{m \times m} \quad (1.22)$$

Por lo tanto, (1.15) se transforma en la siguiente ecuación algebraica,

$$X\Phi(t) = AXH\Phi(t) + BUH\Phi(t) \quad (1.23)$$

cancelando $\Phi(t)$ en ambos lados de (1.23), se obtiene:

$$X = AXH + BUH \quad (1.24)$$

Factorizando (1.24),

$$X = \theta Z \quad (1.25)$$

Donde

$$\theta = A \ B \quad (1.26)$$

$$Z = \begin{bmatrix} XH \\ UH \end{bmatrix} \quad (1.27)$$

Así, una vez que se forma el arreglo matricial compacto (1.25) se aplica directamente el método de mínimos cuadrados para estimar los parámetros.