



UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO

**FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO**

DISEÑO DE OBSERVADORES DIFUSOS CON MODOS DESLIZANTES PARA LA DETECCIÓN DE FALLAS EN SISTEMAS NO LINEALES

TESIS

Que para obtener el grado de
MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERÍA ELÉCTRICA

presenta

Ing. Hazael Ballesteros Moncada

Director de Tesis

Dr. Juan Anzurez Marin

Morelia, Mich. Junio 2012



**DISEÑO DE OBSERVADORES DIFUSOS CON MODOS
DESGLIZANTES PARA LA DETECCIÓN DE FALLAS EN SISTEMAS
NO LINEALES**

Los Miembros del Jurado de Examen de Grado aprueban
la Tesis de Maestría en Ciencias en Ingeniería Eléctrica de *Haznet Ballesteros Mancada*

Dr. José Juan Rincón Pasaye
Presidente

Dr. Juan Anzures Marín
Director de Tesis

Dra. Elisa Espinosa Juárez
Vocal

Dr. Fernando Ornelas Tellez
Vocal

Dr. Enrique Jaime Herrera López
Revisor Externo

Dr. J. Aurelio Medina Ríos
Jefe de la División de Estudios de Posgrado
En Ingeniería Eléctrica.

UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO
Junio 2012

DEDICATORIAS

A mis padres: **Hazael Ballesteros Gallegos y Rosa Maria Moncada Cuiríz**

Por haberme apoyado en todo momento, por sus consejos, sus valores, por la motivación constante que me ha permitido ser una persona de bien, pero mas que nada, por su amor.

A mis hermanas: **Rubi y Cyndel Itzel**

Porque siempre he contado con ellas para todo, gracias a la confianza que nos hemos tenido, por su apoyo y amistad.

AGRADECIMIENTOS

A mi asesor: **Dr. Juan Anzurez Marin**

Por su valiosa asesoría y paciencia, por su apoyo ofrecido para el desarrollo de este trabajo de tesis, por su tiempo compartido y por impulsar mi formación profesional.

A el : **Dr. Enrique J. Herrera López**

Por su apoyo ofrecido para el desarrollo de este trabajo de tesis y por impulsar mi formación profesional.

A mis compañeros y amigos, por esos momentos inmemoriales durante el desarrollo de la maestría.

A : **La Universidad Michacana de San Nicolás de Hidalgo**

Por haberme permitido realizar mis estudios es maestria y por el financiamiento de la finalización de esta tesis.

A : CONACYT

Por haberme apoyado economicamente para que pudiera desarrollar con exito este trabajo de tesis.

Resumen

En el presente trabajo de tesis, se propone el diseño de diversos observadores difusos con modos deslizantes para detectar fallas en sistemas no lineales SISO y MIMO. En el trabajo se estudia la teoría básica de la lógica difusa para diseñar observadores difusos. Inicialmente se diseñan observadores del tipo Luenberger y posteriormente de estos se obtienen observadores difusos. Durante el desarrollo del trabajo, se describirá la metodología para diseñar cada uno de los observadores propuestos, así como pruebas de estabilidad de los mismos. El sistema de detección propuesto para cada uno de los observadores consta de 2 etapas: la generación de residuos y la evaluación de los mismos. Durante la etapa de generación de residuos, se establece la función para la detección y en la evaluación, se propone un umbral que permita diferenciar una falla de una perturbación y/o variación paramétrica.

En este trabajo de tesis se utilizan dos casos de estudio de sistemas no lineales para la detección de fallas. El primero es un proceso químico que se lleva dentro de un Reactor en Continuo del tipo tanque agitado (CSTR, por sus siglas en inglés). El CSTR se considera como un sistema SISO y se consideran fallas en un sensor de salida del proceso y variación en algunos de los parámetros. El segundo caso es un sistema no lineal hidráulico de dos tanques en serie no interconectados, donde se considera una falla en el sensor 1, el cual mide el nivel de líquido en el tanque 1 y la presencia de una fuga, aclarando que no son simultáneas.

Los resultados obtenidos permiten emitir conclusiones sobre el desempeño de los observadores dependiendo del sistema bajo análisis.

Abstract

In this thesis, we propose the design of fuzzy observers for fault detection in nonlinear SISO and MIMO systems. Most of these observers are of the sliding mode type. This report reviews the basic theory of fuzzy logic to design fuzzy observers. Initially Luenberger observers are designed and from these, fuzzy observers are obtained. Along the document, the methodology for design each of the proposed observers and its respective stability analysis is described. The detection system proposed for each of the observers consists of two stages: the residual generation and its evaluation. During the residual generation stage the detection function is established and for the evaluation stage, we propose a threshold which allows discriminate faults from disturbances.

In this thesis, two case of study of nonlinear systems for fault detection were propounded. The first case is a chemical process that is carried out in a Continuous Stirred Tank Reactor (CSTR). The CSTR is considered as a SISO system, in which fault in the process output sensor and parameter disturbances are used to test the system. The second case is a nonlinear hydraulic system of two non-interconnected tanks in series. A fault in the sensor 1, which measures the liquid level in tank 1, and other one presence of a leak, are considered.

The obtained results allow obtaining conclusions about the performance of the observers depending on the system under analysis.

Lista de publicaciones

- Moncada, H.B.; Marin, J.A.; , "Fault Detection for a Bus Suspension Model Using an Utkin Observer," Electronics, Robotics and Automotive Mechanics Conference (CERMA), 2011 IEEE , vol., no., pp.246-251, 15-18 Nov. 2011 doi: 10.1109/CERMA.2011.46
- Hazael Ballesteros, Juan Anzúrez and Enrique J. Herrera, “Observadores difusos para una clase de reactor químico”, ROPEC 2011, Morelia, Mich.

Índice general

Resumen	V
Abstract	VII
Lista de publicaciones	IX
Índice de figuras	XXI
1. Introducción	1
1.1. Estado del Arte	5
1.2. Planteamiento del problema	6
1.3. Objetivos	7
1.3.1. Objetivo General	7
1.3.2. Objetivos particulares	7
1.4. Hipótesis	7

1.5. Limite de la Tesis	8
1.6. Justificación	9
1.7. Metodología	10
1.8. Aportaciones	10
1.9. Descripción de Capítulos	10
2. Lógica difusa y sistemas difusos	13
2.1. Lógica difusa	13
2.1.1. Conjuntos difusos y sus operaciones básicas	14
2.1.1.1. De los conjuntos clasicos a los conjuntos difusos	14
2.1.1.2. Conceptos básicos de los conjuntos difusos	18
2.2. Variables lingüísticas y reglas difusas	21
2.2.1. Las variables lingüísticas y su interpretación numerica	21
2.2.2. Reglas difusas Si-Entonces (If-Then)	22
2.3. Sistemas difusos Takagi-Sugeno	24
2.3.1. Sistemas difusos	24
2.3.2. Modelado difuso Takagi-Sugeno	28
3. Observadores difusos: fundamentos, definiciones y diseño.	31

3.1. Observabilidad	31
3.2. Observador de estados	33
3.3. Observadores difusos	34
3.4. Las LMI's como herramienta de diseño de observadores difusos	35
3.5. Observador de Luenberger difuso para un sistema Takagi-Sugeno	35
3.6. Observador de Luenberger con modos deslizantes	38
3.7. Observador de Walcott- $\dot{Z}$ ak	42
3.8. Observador de Walcott- $\dot{Z}$ ak difuso	44
3.9. Observador de Utkin	46
3.10. Observador de Utkin difuso	49
4. Ejemplos de aplicación de observadores difusos con modos deslizantes	53
4.1. Aplicación a un proceso químico	53
4.1.1. Modelo dinámico	54
4.1.2. Aproximación Lineal	55
4.1.3. Diseño de observadores en ausencia de falla	60
4.1.3.1. Observador de Luenberger	60
4.1.3.2. Observador de Luenberger con modos deslizantes	61

4.1.3.3.	Observador de Walcott-Żak difuso	62
4.1.3.4.	Observador de Utkin difuso	63
4.1.4.	Falla en sensor en el CSTR	64
4.1.4.1.	Falla de magnitud menor que 1 en el sensor de salida del proceso	65
4.1.4.2.	Falla de magnitud mayor que 1 en el sensor de salida del proceso	69
4.1.5.	Variación de parámetros	73
4.1.5.1.	Variación de $D_{a1} = 1$ a $D_{a1} = 1.1$ a partir de $t = 20$ s	74
4.1.5.2.	Variación de $D_{a1} = 1$ a $D_{a1} = 0.9$ a partir de $t = 20$ s	78
4.1.6.	Comentarios	81
4.2.	Aplicación a un sistema hidráulico	82
4.2.1.	Modelo dinámico	82
4.2.2.	Aproximación lineal	86
4.2.3.	Representación en variables de estado	87
4.2.4.	Diseño de observadores difusos en ausencia de fallas	89
4.2.4.1.	Observador de Luenberger difuso	89
4.2.4.2.	Observador de Luenberger con modos deslizantes difuso . . .	93
4.2.4.3.	Observador de Walcott-Żak difuso	96
4.2.4.4.	Observador de Utkin difuso	98

4.2.5. Sistema con falla en el sensor 1	101
4.2.5.1. Falla positiva en el sensor 1	102
4.2.5.2. Falla negativa en el sensor 1	109
4.2.6. Fuga en el sistema (tanque 1)	116
4.2.7. Comentarios	119
5. Conclusiones y trabajo futuro	121
5.1. Conclusiones	121
5.2. Trabajo futuro	122
Apéndice A	125
Apéndice B	129
Apéndice C	133
Bibliografía	137

Índice de figuras

1.1. Clasificación de los algoritmos para el diagnóstico de fallas	2
1.2. Etapas del diagnóstico de fallas	3
1.3. Etapas de la detección de fallas basada en Modelo	4
2.1. Función de pertenencia para equipos con jugadores mexicanos μ_E y sin jugadores mexicanos μ_F	16
2.2. Función de pertenencia Gaussiana para caracterizar “temperatura cercana a cero”	17
2.3. Función de pertenencia triangular para caracterizar “temperatura cercana a cero”	17
2.4. Centros	19
2.5. De variable numérica a lingüística	22
2.6. Función de pertenencia “Alta”	25
2.7. Función de pertenencia “Pequeña”	25
2.8. Configuración básica de los sistemas difusos	26

2.9. Configuración básica del sistema difuso Takagi-Sugeno	27
2.10. Configuración básica de los sistemas difusos con fuzzificador y defuzzificador	27
3.1. Observador de estado	33
4.1. Proceso en un CSTR.	54
4.2. Función de pertenencia para el modelo T-S del reactor	59
4.3. Comportamiento del observador de Luenberger en ausencia de falla	61
4.4. Comportamiento del observador de Luenberger con modos deslizantes en ausencia de falla	61
4.5. Comportamiento del observador de Walcott-Żak en ausencia de falla	62
4.6. Comportamiento del observador de Utkin en ausencia de falla	64
4.7. Fallas de sensor aplicadas al Reactor	65
4.8. Salida del CSTR y observadores con falla menor que 1	66
4.9. Error en el CSTR con falla menor que 1	67
4.10. Residuos generados en el CSTR con falla menor que 1	68
4.11. Indicadores del CSTR con falla menor que 1	69
4.12. Salida del CSTR y observadores con falla mayor que 1	70
4.13. Error en el CSTR con falla mayor que 1	71

4.14. Residuos generados en el CSTR con falla mayor que 1	72
4.15. Indicadores del CSTR con falla mayor que 1	73
4.16. Salida del CSTR y observadores con $D_{a1} = 1.1$	74
4.17. Error en el CSTR con $D_{a1} = 1.1$	75
4.18. Residuos generados en el CSTR con $D_{a1} = 1.1$	76
4.19. Indicadores del CSTR con $D_{a1} = 1.1$	77
4.20. Salida del CSTR y observadores con $D_{a1} = 0.9$	78
4.21. Error en el CSTR con $D_{a1} = 0.9$	79
4.22. Residuos generados en el CSTR con $D_{a1} = 0.9$	80
4.23. Indicadores del CSTR con $D_{a1} = 0.9$	81
4.24. Sistema de tanques sin interacción	83
4.25. Funciones de pertenencia para el sistema de tanques	89
4.26. Comportamiento del observador de Luenberger difuso	92
4.27. Acercamiento del comportamiento del observador de Luenberger difuso . . .	93
4.28. Comportamiento del observador de Luenberger difuso con modos deslizantes	94
4.29. Acercamiento del comportamiento del observador de Luenberger difuso con modos deslizantes	95
4.30. Comportamiento del observador de Walcott-Żak difuso	97

4.31. Acercamiento del comportamiento del observador de Walcott-Żak difuso . . .	98
4.32. Comportamiento del observador de Utkin difuso	100
4.33. Acercamiento del comportamiento del observador de Utkin difuso	101
4.34. Falla que se provoca en el sensor de salida de tanque 1	102
4.35. Salida del sistema hidráulico con falla positiva	103
4.35. Salida del sistema hidráulico con falla positiva	104
4.36. Acercamiento de salida del sistema hidráulico con falla positiva	104
4.36. Acercamiento de salida del sistema hidráulico con falla positiva	105
4.37. Error del sistema hidráulico con falla positiva	106
4.37. Error del sistema hidráulico con falla positiva	107
4.38. Residuos generados en el sistema hidráulico con falla positiva	108
4.39. Indicadores del sistema hidráulico con falla positiva	109
4.40. Salida del sistema hidráulico con falla negativa	110
4.40. Salida del sistema hidráulico con falla negativa	111
4.41. Acercamiento de salida del sistema hidráulico con falla negativa	111
4.41. Acercamiento de salida del sistema hidráulico con falla negativa	112
4.42. Error del sistema hidráulico con falla negativa	113
4.42. Error del sistema hidráulico con falla negativa	114

4.43. Residuos generados en el sistema hidráulico con falla negativa	115
4.44. Indicadores del sistema hidráulico con falla negativa	116
4.45. Salida del sistema hidráulico con fuga en el tanque 1	117
4.45. Salida del sistema hidráulico con fuga en el tanque 1	118
4.46. Indicadores del sistema hidráulico con fuga en el tanque 1	119
4.47. Indicadores del sistema de tanques desacoplados con falla en el sensor 1 . . .	120
A.1. Interfaz del toolbox NeLinSys	126
A.2. Opciones de análisis de sistemas no lineales	127
B.1. lmiedit	129
B.2. lmiedit para obtener ganancias de Luenberger en el caso del CSTR	130
B.3. Comandos de las LMI's	130

Capítulo 1

Introducción

En las últimas décadas la necesidad de que los sistemas de control sean más seguros y confiables ha ido aumentando, este requerimiento ha tomado mas importancia sobre todo en sistemas como aeronaves y reactores nucleares, donde la seguridad es un parámetro primordial y también ha tomado importancia en vehículos autónomos y trenes de alta velocidad, razón por la cual el control moderno se ha vuelto más complejo y los algoritmos de control más sofisticados. Consecuentemente, la cuestión de disponibilidad, eficiencia de costo, confiabilidad, operación segura y protección del medio ambiente también son factores de importancia. Por lo tanto, hay una creciente necesidad para la supervisión y detección de fallas para aumentar la confiabilidad de sistemas donde la seguridad es critica. Indicaciones adecuadas en momentos indicados pueden ayudar a evitar averías en los sistemas, aborto de producción y catástrofes [Patton89].

Para sistemas que no son de seguridad crítica, la detección de fallas puede ser utilizada para mejorar la eficiencia de la planta, mantenimiento, disponibilidad y confiabilidad. Por tal motivo, la industria ha comenzado a considerar la aplicación de mantenimiento preventivo a sus sistemas de producción con lo cual se puede mejorar la confiabilidad y eficiencia de la planta y al mismo tiempo evitar las pérdidas economicas debidas a fallas críticas que paren el sistema de producción. Por lo cual para poder tener conocimiento del estado de la planta se pueden usar los métodos de detección de fallas.

Una “Falla” debe de entenderse como un cambio inesperado en el funcionamiento del sistema [Chen99], aunque esto no significa que exista una avería física que dañe de manera considerable o en su totalidad al sistema. Tal un falla altera el funcionamiento normal de un sistema, causando así un deterioro inaceptable en el desempeño del sistema o incluso puede llegar a dar lugar a situaciones peligrosas para el personal.

En los últimos 40 años fueron desarrollados un gran número de algoritmos para el diagnóstico de fallas. Estos pueden clasificarse, básicamente en tres grupos : El primero es aquel que se basa en la redundancia física, el segundo se basa en el procesamiento de señales y el tercero los que basan su funcionamiento en el conocimiento del sistema. Donde el tercer grupo puede ser a la vez dividido en tres subgrupos: Los métodos conocidos como espacios de paridad; el segundo, los métodos basados en la estimación paramétrica y el tercero corresponde a los métodos basados en observadores, este grupo requiere de un conocimiento preciso sobre el modelo matemático del sistema. Este último subgrupo sera el caso de estudio para esta tesis, tal y como muestra la Figura 1.1 [Gertler98].

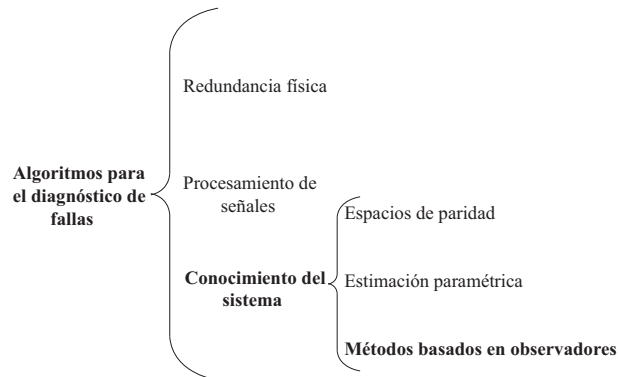


Figura 1.1: Clasificación de los algoritmos para el diagnóstico de fallas

La Figura 1.2 muestra que el diagnóstico de fallas consta de tres partes: La primera es la detección, lo cual consiste en detectar la falla, la segunda es el aislamiento, la cual consiste en ubicar la falla, y la identificación que es saber que tipo de falla ocurrió.

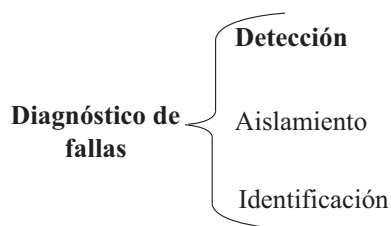


Figura 1.2: Etapas del diagnóstico de fallas

Los inicios de la detección de fallas basada en el modelo surgen como parte de la aplicación de la teoría de observadores usada en el área de control automático. Aunque la automatización de sistemas reduce la participación del ser humano en procesos repetitivos y ambientes inseguros, no garantiza la ausencia de fallas en los procesos. La naturaleza física de los materiales con lo que están contruidos los sistemas, hace que estos sean vulnerables a fallas en sus componentes. Estas situaciones pueden llevar a tener efectos no deseados en los sistemas de control, ya que pueden presentar una menor eficiencia en su desempeño y si se mantiene al sistema bajo esta condición, pueden llevar a la interrupción total del proceso.

El funcionamiento de la detección de fallas está caracterizado por los siguientes puntos de referencia:

- *Sensibilidad a la falla*: Detectar falla de pequeñas proporciones.
- *Velocidad de reacción*: Detectar las fallas tan rápido como sea posible
- *Robustez*: Operar en presencia de ruido, perturbaciones y errores de modelado

Estas tres características surgen de la interacción entre las fallas debidas al ruido, las fallas por perturbaciones y por error en el modelo, y son afectadas por el diseño del algoritmo de detección.

A partir de secuencias de entradas y salidas, obtenidas mediante actuadores y sensores, el objetivo de la detección de fallas es verificar la consistencia del comportamiento del modelo, de esta manera la detección de una inconsistencia es un indicativo de la presencia de una falla en el sistema. Una forma de verificar la consistencia entre las mediciones del sistema es

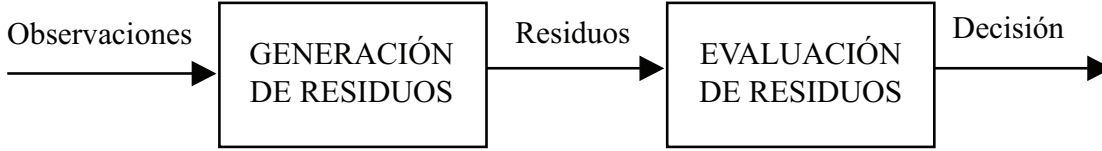


Figura 1.3: Etapas de la detección de fallas basada en Modelo

generar una estimación de las salidas. La consistencia entre el sistema real y el modelo se evalúa a cada instante de tiempo mediante la diferencia

$$r(t) = y(t) - \hat{y}(t) \quad (1.1)$$

conocida como residuo, en otras ocasiones se utiliza

$$r(t) = |y(t) - \hat{y}(t)| \quad (1.2)$$

Idealmente en un sistema que está libre de fallas el valor de (1.2) tenderá a cero, en caso contrario, es decir, en presencia de fallas, el valor será diferente de cero, de esta forma es posible determinar si hay alguna inconsistencia entre el modelo y el sistema real. Así, la idea generalmente aceptada para la detección de fallas se puede definir en dos pasos:

1. *Generación de residuos.* El propósito es generar una señal de diagnóstico, la cual sólo depende de las fallas.
2. *Toma de decisión.* El propósito de esta etapa, también conocida como *evaluación de residuo*, es examinar el residuo y extraer información sobre las fallas. Generalmente se utiliza un valor de umbral para poder dar una mayor robustez al proceso de detección de fallas.

Tal y como se muestra en la Figura 1.3, el propósito esencial de la detección de fallas basado en modelo es la generación de residuos.

1.1. Estado del Arte

En el presente trabajo presenta el diseño, simulación y comparación del desempeño de diversos observadores difusos con modos deslizantes para realizar la detección de fallas. El método de detección de fallas basado en observadores ha tomado gran importancia debido a los avances que se han tenido en el desarrollo de la tecnología de la computadora. Debido a que gracias a este avance tecnológico, se pueden realizar análisis de sistemas más complejos y de mayor tamaño.

En la década de los 60's en el campo de los sistemas difusos, [Zadeh65] propuso por primera vez el uso de la lógica difusa para tratar problemas, pero no fue muy tomado en cuenta ya que en aquel entonces no se le veía aplicación práctica, por lo cual no tuvo un buen desarrollo. En el campo del control con modos deslizantes [Barbashin65] comenzó a tratar el tema acerca del sistemas de estructura variable en la extinta URSS, pero estas ideas no florecieron, ya que al igual que en caso de los sistemas difusos no se le encontraba aplicación práctica. En cuanto a la detección de fallas aun no se había desarrollado investigación

Durante la década de los 70's, en el campo de los sistemas difusos, se comenzó a introducir el termino de "variables lingüísticas". En cuanto a modos deslizantes, [Itkis76] escribió el primer libro acerca de los modos deslizantes y posteriormente [Utkin77] publicó el artículo "Variable structure with sliding modes", el cual fue uno de los trabajos iniciales con lo que los modos deslizantes se dieron a conocer ampliamente y en cuando a la detección de fallas basado en el modelo se aplicó el observador de Luenberger para la detección de fallas [Clark75] y posteriormente [Himmelblau78] publicó el primer libro acerca de la detección de fallas basado en modelo, enfocado hacia procesos químicos.

En la década de los 80's hubo grandes avances, en el campo de los sistemas difusos siendo de los más destacados los trabajos de [Takagi85, Sugeno88], en los cuales se da un gran avance al tratar a sistemas no lineales como un conjunto de sistemas lineales, en el campo del control con modos deslizantes [Utkin81, Walcott87] proponen observadores con modos deslizantes, y en el área de la detección de fallas, [Frank87] publicó un artículo en el cual trató diferentes esquemas de detección usando tanto observadores lineales como no lineales.

Durante la década de los 90's, comenzó el desarrollo de diferentes técnicas para los sistemas

de control difusos [Tanaka90, Tanaka94, Tanaka97, Teixeira99, Fayaz99] desarrollaron estrategias en las cuales se comenzaron a introducir como poder realizar observadores y controladores usando LMI's, en cuanto a modos deslizantes [Utkin92, Utkin93, Utkin99, Spurgeon98] desarrollaron metodos para el diseño los sistemas de control y observadores, y los algoritmos para la detección de fallas fueron mejorados por [Chen94, Chen99].

Del año 2000 a la fecha se han publicado libros y una gran cantidad de artículos relacionados con la combinación de las tres áreas que se han mencionado [Patton00] publicó un libro acerca de los problemas que hay para realizar el diagnóstico de fallas, [Tanaka01] publicó un artículo acerca de como realizar el diseño de controladores y observadores difusos usando LMI's (Linear Matrix Inequations), [Liu04] publicó como realizar el diseño de un controlador difuso para un CSTR, [Anzurez-Marin06] plantea el uso de observadores dedicados para el diagnóstico de fallas,[Bouattour10] publicó la formulación de la detección fallas mediante el diseño de observadores robustos usando $H-H_{\infty}$, y mas recientemente [Jianliang11] muestra el diseño de observadores para la detección de fallas uisando el índice H, debido a esta gran cantidad de publicaciones se puede apreciar la importancia que ha adquirido el diagnóstico de fallas basado en modelo.

En este trabajo de tesis se realiza el diseño de observadores difusos con modos deslizantes para sistemas no lineales, con el propósito de llevar a cabo la tarea de la detección de fallas y en base a los resultados comparar el desempeño de dichos observadores y poder determinar cual podría ser la mejor opción dependiendo del tipo de sistema dinámico que se esté tratando.

1.2. Planteamiento del problema

Todo sistema físico está sujeto a fallas en sus componentes, ya sea debido a desgaste o condiciones de operación. Estas fallas pueden causar desperfectos que van desde una baja en el desempeño del sistema hasta la destrucción del mismo. Por este motivo es necesario establecer un método que pueda permitir el diagnóstico de la falla. Uno de los métodos para realizar dicha tarea es el diagnóstico basado en modelo, mediante el uso de observadores. Sin embargo, un problema existente es saber que tipo de observador resulta ser más eficiente, por lo cual es necesario realizar un estudio que permita comparar a los observadores para determinar

cual presenta un mejor desempeño. Este constituye el tema central de este trabajo, en lo que resta se dará evidencia del funcionamiento de observadores, así como de sus respuestas ante perturbaciones y fallas presentes en los sistemas físicos.

1.3. Objetivos

En el presente proyecto de tesis se plantean los siguientes objetivos

1.3.1. Objetivo General

Proporcionar una herramienta para resolver el problema de la detección de fallas en sistemas no lineales basado en el modelo mediante el diseño de diversos tipos de observadores de estado difusos con modos deslizantes.

1.3.2. Objetivos particulares

- Presentar el diseño de los observadores difusos con modos deslizantes.
- Evaluar el desempeño de dichos observadores de estado.
- Realizar la detección de fallas en sistemas no lineales
- Evaluar en simulación el comportamiento de la detección de fallas basada en observadores.

1.4. Hipótesis

Es posible realizar la detección de fallas en sistemas no lineales, mediante el uso de distintos tipos de observadores de estado difusos con modos deslizantes. Asimismo el desempeño de

la detección de fallas en una región de operación del sistema no lineal dependerá del tipo de observador utilizado.

1.5. Limite de la Tesis

En este trabajo de tesis se realizó lo siguiente:

- Diseño de cuatro tipos de observadores difusos:
 - Observador de Luenberger.
 - Observador de Luenberger con modos deslizantes.
 - Observador de Walcott-Żak
 - Observador de Utkin.
- Solo se realizaron simulaciones del desempeño de los observadores difusos antes mencionados.
- Se llevo a cabo la tarea de la detección de fallas en dos casos de estudio
 - Proceso Químico (Reactor)
 - Sistema hidráulico (Conjunto de tanques desacoplados)
- Se consideran dos tipos de fallas:
 - Fallas en sensor de salida del sistema de tipo aditivas y multiplicativas.
 - Variación de parámetros.
- Se hacen estudios en sistemas no lineales del tipo

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u$$

- Se consideraron solo ciertos puntos de operación, en el caso del CSTR se consideraron dos puntos de operación, en el caso de el sistema hidráulico se consideraron nueve puntos de operación.

En la tesis se mencionan pero no se realizaron:

- Simulación con perturbaciones.
- Experimentos físicos
- Se menciona el uso de filtros para mejorar la detección de fallas, pero no se realizo.

1.6. Justificación

La detección de fallas normalmente se aplica en industrias donde las inversiones que se realizan son de gran escala. Las ganancias monetarias en estas industrias pueden ser cuantiosas; sin embargo, cuando se presentan fallas en los sistemas de control las pérdidas económicas pueden ser devastadoras. Estas pueden ocasionar desde un pequeño pero insignificante desperfecto hasta un paro parcial o total de la producción de la planta, este hecho representa muchas veces, pérdida de cantidades de dinero considerables y esto sin mencionar que puede haber pérdidas humanas. Por lo anterior, considero que cualquier aportación que mejore los índices de confiabilidad y seguridad del diagnóstico de fallas, si bien no aumenta la producción de la planta, ayuda a mantener la eficiencia de la misma y además puede prevenir pérdidas económicas y/o de vidas humanas.

Las razones por las cuales se usarán los observadores difusos con modos deslizantes son: (i) el hecho de que un observador difuso permite tratar a un sistema no lineal como un conjunto de sistemas lineales interconectados y (ii) el hecho de usar modos deslizantes permite que el observador adquiera robustez.

Es importante volver a explorar esta área del conocimiento, ya que si bien existe una variedad de opciones para realizar la detección, no existe algo que permita poder evaluar el desempeño de esas opciones y así poder tomar la decisión correcta.

1.7. Metodología

Enseguida se presentan los pasos propuestos a seguir para dar validez o rechazar a la hipótesis.

1. Revisión de la literatura relacionada con el problema sujeto a estudio: en esta etapa se realiza la revisión de los diferentes tipos de observadores difusos con modos deslizantes que se van a tratar.
2. Planteamiento matemático del problema: en esta etapa se establecen los modelos matemáticos que describen las dinámicas de los sistemas no lineales a tratar.
3. Establecer una propuesta para la solución del problema: en esta fase se proponen los observadores difusos a usar.
4. Desarrollo de la propuesta: se realiza el diseño y simulaciones de los observadores de estado para la detección de fallas.
5. Discusión de los resultados: se analizan los resultados obtenidos y se realizan las comparaciones necesarias.

1.8. Aportaciones

- Presentación en detalle teórico del diseño de cuatro tipos de observadores difusos
- Adaptación del observador de Utkin como un observador difuso de Utkin

1.9. Descripción de Capítulos

En el Capítulo 1 se hace una reseña acerca de los observadores difusos y de la detección de fallas. Se describe el problema, los objetivos del trabajo, así como los límites del mismo, las aportaciones.

El Capítulo 2 describe las bases de la lógica difusa, la relación entre las variables lingüísticas y las reglas difusas y los sistemas difusos Takagi-Sugeno.

En el Capítulo 3 se describen los fundamentos y diseño de los observadores a usar, los cuales son, Luenberger, Luenberger con modos deslizantes, Walcott-Żak y el observador de Utkin. Además se establece el procedimiento para llevar a cabo la detección de fallas.

En el Capítulo 4 se muestra la aplicación de la detección de fallas basada en modelo a dos sistemas no lineales, el primero, un proceso químico llevado a cabo en un CSTR (continuous stirred-tank reactor), el cual es un sistema SISO (Single Input Single Output), y posteriormente a un sistema hidráulico MIMO (Multiple Input Multiple Output), el cual es un arreglo de dos tanques desacoplados.

En el Capítulo 5 se presentan las conclusiones obtenidas en la tesis y se mencionan los trabajos futuros que se pueden llevar a cabo a partir de esta investigación.

Capítulo 2

Lógica difusa y sistemas difusos

En este capítulo se presentan los conceptos básicos de un sistema difuso, desde los conceptos de lógica difusa, conjuntos difuso, variable lingüística, valor lingüístico, reglas *Si-Entonces*, hasta llegar a los que son los sistemas difusos Takagi-Sugeno.

2.1. Lógica difusa

A inicios del siglo pasado surgieron los primeros intentos de aplicar la lógica difusa, en aque entonces Lukasiewicz desarrolló los principios de lo que llamo la lógica multivaluada, en su trabajo consideró que existen valores de verdad entre 0 (FALSO) y 1 (CIERTO).

En 1965 Zadeh aplicó la teoria de Lukasiewicz a la teoría de conjuntos, estableciendo que cada elemento de un conjunto puede tener diferentes grados de pertenencia. Zadeh introdujo el término *fuzzy* (borroso, difuso) y desarrolló un álgebra completa para lo que llamo conjuntos difusos, pero su idea no prospero, ya que no se le veía aplicación práctica inmediata[Zadeh65].

En las siguientes secciones se explicaran algunos de los conceptos que establecio Zadeh.

2.1.1. Conjuntos difusos y sus operaciones básicas

La teoría documentada en esta sección puede ser encontrada en [Zadeh65, Wang96, MEZA03].

Notación Los conjuntos difusos se denotan por letras mayúsculas, por ejemplo los conjuntos difusos $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$, etc. Las matrices se denotan por las letras A , B , C , etc. Los elementos de un conjunto difuso se representan por letras minúsculas x , u , y , etc., las variables lingüísticas se representarán como $\bar{x}$, $\bar{y}$, etc.

2.1.1.1. De los conjuntos clásicos a los conjuntos difusos

Sea $\mathbf{U}$ el *universo de discurso* o *conjunto universal* que contiene a todos los elementos que influyen en un sistema. Un *conjunto clásico (crisp)* $\mathbf{A}$, o simplemente el conjunto $\mathbf{A}$, es una parte del conjunto $\mathbf{U}$ que cumple con ciertas condiciones y propiedades.

$$\mathbf{A} = \{x \in \mathbf{U} \mid x \text{ cumple ciertas condiciones y propiedades}\} \quad (2.1)$$

Otra manera de definir al conjunto $\mathbf{A}$, es mediante *el método de pertenencia* $\mu(x)$, es decir, el elemento esta o no esta dentro del conjunto $\mathbf{A}$, es decir

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in \mathbf{A} \\ 0 & \text{si } x \notin \mathbf{A} \end{cases} \quad (2.2)$$

Ejemplo 2.1. Sea $\mathbf{U}$ el conjunto “equipo de computo de marca”, Un equipo de computo es considerado de marca si todas sus partes fueron fabricadas por la misma empresa, de otra forma no pertenece al conjunto citado.

Los equipos de computo que tienen partes de diferentes empresas, por ejemplo el teclado es de una marca, las bocinas de otra, el monitor de otra, etc. representan una problemática, ya que los conjuntos, del ejemplo anterior, no tienen fronteras claras que los separen.

La teoría clásica requiere que los conjuntos tengan propiedades bien definidas. Para afrontar

esta situación se introdujo el concepto de *conjunto difuso*, que dio origen a la nueva: *teoría de conjuntos difusos*.

Definición 2.1. Un conjunto difuso es una clase de objetos con un continuo grado de pertenencia. Dichos conjuntos se caracterizan por que cada objeto tienen un grado de pertenencia que varia de cero a uno [Zadeh65].

Por tanto, los conjuntos difusos son una extensión de los conjuntos clásicos, permitiendo que el grado de pertenencia de cada elemento del conjunto difuso tome valores en el intervalo $[0,1]$. Es decir, los elementos de un conjunto clasico sus elementos pueden tener solo dos grados de pertenencia 0 y 1, Mientras que los elementos de un conjuntos difuso pueden tener diferentes grados de pertenencia, por ejemplo, 0.1, 0.24, 0.68, etc.

Un conjunto difuso $\mathbf{A}$ en $\mathbf{U}$ puede ser representado por conjuntos de pares ordenados de un elemento x y de su valor de pertenencia

$$\mathbf{A} = \{(x, \mu_A(x) \mid x \in \mathbf{U})\} \quad (2.3)$$

Cuando $\mathbf{U}$ es continuo, $\mathbf{A}$ se denota como

$$\mathbf{A} = \int_U \mu_A(x)/x \quad (2.4)$$

donde el símbolo $\int$ no es una integral como se utiliza en cálculo; en este caso denota la colección de todos los puntos $x \in \mathbf{U}$ con la función de pertenencia asociada $\mu_A(x)$. Cuando $\mathbf{U}$ es discreto, $\mathbf{A}$ se denota de la siguiente manera

$$\mathbf{A} = \sum_U \mu_A(x)/x \quad (2.5)$$

donde el signo $\sum$ no representa adición aritmética; más bien se refiere a la colección de todos los puntos $x \in \mathbf{U}$ con la función de pertenencia asociada $\mu_A(x)$ [MEZA03].

Ejemplo 2.2. Definimos el conjunto $\mathbf{E}$, como un conjunto difuso de “*equipos de futbol de jugadores mexicanos*” acuerdo al porcentaje de jugadores mexicanos en el equipo de futbol.

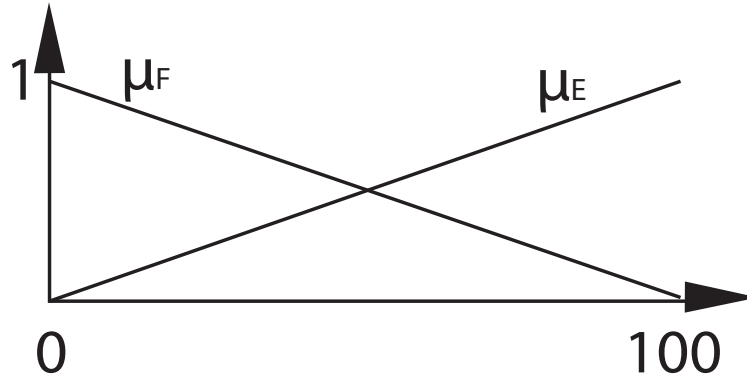


Figura 2.1: Función de pertenencia para equipos con jugadores mexicanos μ_E y sin jugadores mexicanos μ_F

Específicamente, $\mathbf{E}$ se define por la función de pertenencia

$$\mu_E(x) = p(x) \quad (2.6)$$

donde $p(x)$ representa el porcentaje de la plantilla de jugadores en un equipo de futbol y toma valores entre 0 % y 100 %. Si el elemento x_0 (equipo de futbol) que pertenece al conjunto $\mathbf{E}$ tiene el 70 % de su plantilla de jugadores de nacionalidad mexicana, entonces se dice que el equipo x_0 pertenece al conjunto $\mathbf{E}$ en un grado 0.7. Similarmente se puede definir al conjunto “*equipo de futbol sin jugadores mexicanos*”, denotado por $\mathbf{F}$, como el conjunto difuso con la función de pertenencia

$$\mu_F(x) = 1 - p(x) \quad (2.7)$$

donde $p(x)$ es igual que en (2.6). De esta forma, si un equipo x_0 tiene el 20 % de jugadores mexicanos, entonces podemos decir que el equipo x_0 pertenece al conjunto difuso $\mathbf{F}$ en un grado de $1 - 0.2 = 0.8$. La Figura 2.1 muestra (2.6) y (2.7).

Por supuesto, un elemento puede pertenecer a diferentes conjuntos difusos en el mismo o diferente grado.

Ejemplo 2.3. Sea $\mathbf{T}$ el conjunto de los la temperatura cercana a 0°C. Por lo tanto una posible función de pertenencia para $\mathbf{T}$ es

$$\mu_z(x) = e^{-x^2} \quad (2.8)$$

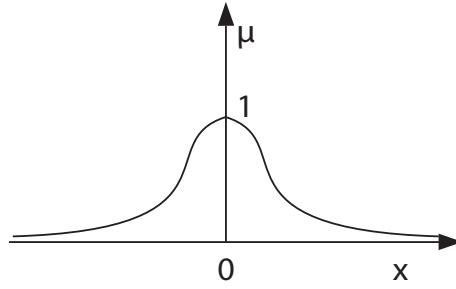


Figura 2.2: Función de pertenencia Gaussiana para caracterizar “temperatura cercana a cero”

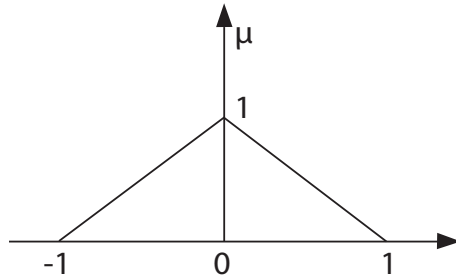


Figura 2.3: Función de pertenencia triangular para caracterizar “temperatura cercana a cero”

donde $x \in \mathbb{R}$. Esta es una función Gaussiana con media igual a cero y desviación estándar igual a uno. De acuerdo a esta función de pertenencia, los valores de 0°C y -2°C pertenecen al conjunto difuso $\mathbf{T}$ en un grado de $e^0 = 1$ y e^{-4} , respectivamente.

También podemos definir la función de pertenencia para $\mathbf{T}$ como

$$\mu_z(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < -1 \\ x + 1 & \text{si } -1 \leq x < 0 \\ 1 - x & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ 0 & \text{si } 1 \leq x \end{cases} \quad (2.9)$$

de acuerdo a esta función de pertenencia, los valores 0°C y -2°C pertenecen al conjunto difuso $\mathbf{T}$ en un grado de 1 y 0, respectivamente. (2.8) y (2.9) se pueden observar en las Figuras 2.2 y 2.3, respectivamente.

En base a lo anterior se pueden considerar dos observaciones importantes, acerca de los conjuntos difusos:

Observación 2.1. Las propiedades empleadas para caracterizar conjuntos difusos usual-

mente también son difusos (expresiones usadas comumente para definir algo); por ejemplo, la temperatura del día de hoy es fría, no es una descripción exacta, ya que se debe definir “fría respecto a que”, por ejemplo no es lo mismo frío para una persona que vive en la costa que para una que vive en la ciudad de toluca. Esto nos permite usar diferentes funciones de pertenencia de acuerdo a las condiciones y propiedades de la región en que nos encontramos para caracterizar a un mismo conjunto. Sin embargo, las funciones de pertenencia por sí solas no son difusas (en realidad son funciones matemáticas precisas).

Observación 2.2. La observación anterior es importante, ya que de esta se derivan las siguientes cuestiones: ¿Cómo determinar las funciones de pertenencia? , debido a que existe una gran variedad de funciones de pertenencia, ¿Cómo podemos elegir una de estas?. En este caso para poder responder a las preguntas anteriores se recurre el conocimiento de un experto y en base a ese conocimiento se define la estructura de la función de pertenencia; es decir, la forma adecuada (Triangular, Trapezoidal, Gausiana, exponencial, etc.) y de esta forma se ajustan los parámetros de la estructura (función) en base a los datos que se tienen.

2.1.1.2. Conceptos básicos de los conjuntos difusos

Algunos de los conceptos son una extensión de los conceptos básicos de un conjunto clásico (crisp), sin embargo, algunos de ellos son únicos dentro del marco de los conjuntos difusos.

A finales del siglo pasado se publico el libro “A course in fuzzy systems and control” en el cual se definen los conceptos de *soporte (support)*, *singleton difuso*, *centro*, *punto de cruce (crossover point)*, *altura (height)*, *conjunto difuso normal*, *corte α* , *conjunto difuso convexo y proyecciones* [Wang96].

El *soporte (support)* son los elementos del conjunto difuso $\mathbf{A}$ en el universo de discurso $\mathbf{U}$ que tienen un grado de pertenencia mayor a cero, es decir

$$supp(A) = \{x \in U \mid \mu_A(x) > 0\} \quad (2.10)$$

El *centro* es el valor en el cual los objetos del conjunto difuso alcanzan el valor de 1, es decir

$$\mu_A(x) = 1$$

este punto por lo general se encuentra en el centro del conjunto, pero si el conjunto se extiende ∞ se toma como centro el valor mas pequeño en el cual se alcanza en el valor de 1, en caso contrario, si se extiende hacia $-\infty$ se toma el valor mas grande.

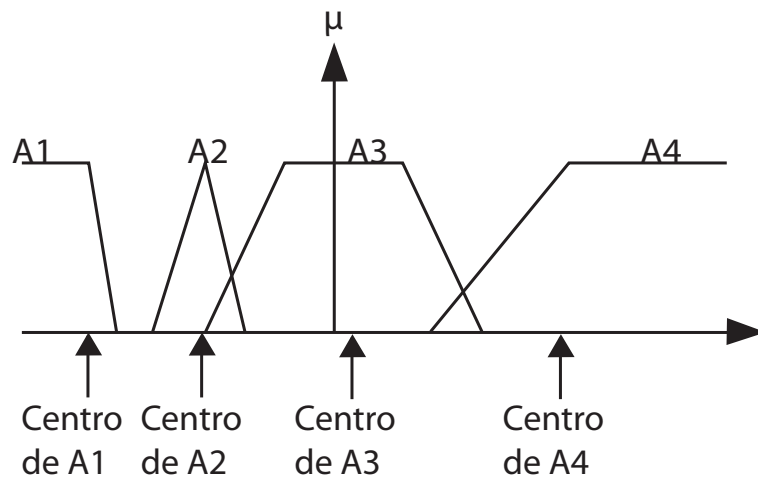


Figura 2.4: Centros

Altura es el maximo valor de pertenencia alcanzado por cualquier elemento del conjunto.

Punto de cruce es el valor en el que los objetos del conjunto tienen un grado de pertenencia de 0.5.

Corte α es un subconjunto del conjunto difuso en el que los elementos tienen una grado de pertenencia mayor o igual a α , es decir

$$\mathbf{A}_\alpha = \{x \in U \mid \mu_A(x) \geq \alpha\} \quad (2.11)$$

Conjunto difuso normal: se llama asi a un conjunto si cualquier elemento llega a un grado de pertenencia igual a uno.

Conjunto difuso convexo: es un conjunto en el cual el corte α es un conjunto convexo para cualquier α .

Los conceptos básicos de las secciones anteriores conciernen a un sólo conjunto difuso. Ahora se mencionan algunas de las operaciones que se pueden realizar entre conjuntos difusos. Se asume que $\mathbf{A}$ y $\mathbf{B}$ son conjuntos difusos definidos en el universo de discurso U .

A continuación se definen: *la igualdad, contención, complemento, unión e intersección* de dos conjuntos difusos $\mathbf{A}$ y $\mathbf{B}$

Decimos que $\mathbf{A}$ y $\mathbf{B}$ son *iguales* si y sólo si $\mu_A(x) = \mu_B(x) \forall x \in U$.

Se dice que $\mathbf{B}$ *contiene* a $\mathbf{A}$, lo cual es denotado por $\mathbf{A} \subset \mathbf{B}$, si y sólo si $\mu_A(x) \leq \mu_B(x) \forall x \in U$. Existen diversas formas de definir a las operaciones lógicas union, intersección, complemento, las siguientes son:

El *complemento* de $\mathbf{A}$ es un conjunto difuso $\overline{\mathbf{A}}$ en U cuya función de pertenencia es definida de la siguiente manera

$$\mu_{\overline{\mathbf{A}}}(x) = 1 - \mu_A(x) \quad (2.12)$$

La *unión* de $\mathbf{A}$ y $\mathbf{B}$ es un conjunto difuso en U , denotado por $\mathbf{A} \cup \mathbf{B}$ cuya función de pertenencia esta definida por

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max[\mu_A(x), \mu_B(x)] \quad (2.13)$$

La *intersección* de $\mathbf{A}$ y $\mathbf{B}$ es un conjunto difuso $\mathbf{A} \cap \mathbf{B}$ en U con función de pertenencia

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min[\mu_A(x), \mu_B(x)] \quad (2.14)$$

2.2. Variables lingüísticas y reglas difusas

2.2.1. Las variables lingüísticas y su interpretación numerica

Entiendase por variable lingüística “una variable cuyos valores son palabras u oraciones en un lenguaje natural” [Zadeh75]. En la vida diaria, las palabras en ocasiones sirven para describir variables. Por ejemplo, “Hoy hace frío”, o de forma equivalente “la temperatura de hoy es baja”, usamos la palabra *baja* para describir la variable “la temperatura de hoy”. De esta forma, la variable “la temperatura de hoy”, toma la palabra *baja* para describir su valor. La variable “la temperatura de hoy” también puede tomar valores numéricos como 10°C , 20°C , etc. Por lo tanto se puede decir que las variables lingüísticas pueden tomar palabras como sus valores.

Definición 2.2. Una variable se caracteriza por $(\bar{X}, \mathbf{T}, \mathbf{U}, \mathbf{M})$, donde

- $\bar{X}$ es el nombre de la variable lingüística; por ejemplo, $\bar{X}$ podría ser la velocidad de un automóvil.
- $\mathbf{T}$ es el conjunto de valores lingüísticos que la variable lingüística $\bar{X}$ puede tomar; en el ejemplo anterior $\mathbf{T} = \{\text{lenta}, \text{media}, \text{rapida}\}$.
- $\mathbf{U}$ es el dominio físico actual en el que la variable lingüística $\bar{X}$ toma valores (crisp) cuantitativos; en el ejemplo anterior $\mathbf{U} = [0, V_{\max}]$.
- $\mathbf{M}$ es la regla semántica que relaciona cada valor lingüístico en $\mathbf{T}$ con un conjunto difuso en $\mathbf{U}$.

De las definiciones anteriores se puede deducir que las variables lingüísticas son una extensión de las variables numéricas, en el sentido de que los conjuntos difusos son tomados como valores, tal y como se muestra en la Figura 2.5. Dicha conversión se realiza en base al conocimiento empírico del diseñador.

El concepto de *variable lingüística*, permite formular descripciones vagas del lenguaje natural en términos matemáticos precisos. Este es primer paso para poder usar el conocimiento humano para desarrollar sistemas de ingeniería de una manera sistemática y eficiente.

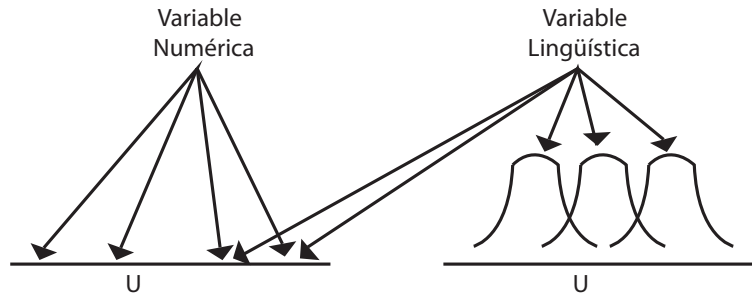


Figura 2.5: De variable numérica a lingüística

En base a lo anterior, se puede definir reglas con ayuda de los valores de las variables lingüísticas.

2.2.2. Reglas difusas Si-Entonces (If-Then)

El conocimiento humano puede ser usado en los sistemas difusos mediante reglas *Si-Entonces*. Una regla difusa *Si-Entonces* es una declaración expresada como

$$\text{Si } \{\text{valor lingüístico}\} \text{ Entonces } \{\text{proposición lingüística}\} \quad (2.15)$$

Proposiciones lingüística (Proposición difusa)

Existen dos tipos de proposiciones: las proposiciones difusas atómicas o simples y las proposiciones difusas compuestas. Una proposición difusa atómica es

$$\overline{X} \text{ es } \mathbf{A} \quad (2.16)$$

donde $\overline{X}$ es una variable lingüística (Estatura de una persona) y $\mathbf{A}$ es un valor lingüístico de $\overline{X}$ (Alta), es decir, $\mathbf{A}$ es un conjunto difuso definido en el dominio físico de $\overline{X}$. y una proposición compuesta se define como

$$\overline{X} \text{ es } \mathbf{A} \text{ y } \overline{Z} \text{ no es } \mathbf{B} \quad (2.17)$$

Tomando las mismas variables que para la proposición atómica. $\overline{X}$ es una variable lingüística (Estatura de una persona), A es un valor lingüístico de $\overline{X}$ (Alta) y $\overline{Z}$ es una variable lingüística (complexion de una persona), B es otro valor lingüístico de $\overline{Z}$ (delgada)

Se puede deducir que las proposiciones atómicas son independientes, es decir, solamente existe una relación, mientras que en las proposiciones compuestas las $\overline{X}$ pueden o no ser variables diferentes. En realidad, las variables lingüísticas en una proposición difusa son generalmente diferentes.

Las reglas difusas combinan uno o más conjuntos difusos de entrada, llamados *antecedentes o premisas*, y se les asocia un conjunto difuso de salida, llamado *consecuente o consecuencia*. Los conjuntos difusos de la premisa se asocian mediante conjunciones lógicas como *y*, *o*, *etc.* Una regla típica, de tipo *Si-Entonces*, para un sistema de control sería “*Si error es positivo_pequeño y derivada de error es negativo_pequeño Entonces acción es positiva_pequeña*”, que se suele expresar de manera abreviada mediante expresiones del tipo *Si E es P_P y dE es N_P. Entonces U es P_P* [MEZA03].

Las reglas difusas permiten expresar el conocimiento que se tiene sobre la relación entre antecedentes y consecuentes. Para expresar este conocimiento de forma completa se hace uso de varias reglas, que se agrupan formando lo que se conoce como una *base de reglas*; es decir, el conjunto de reglas que expresan las relaciones entre antecedente y consecuente.

La base de reglas se puede representar como una tabla de reglas que la forman, o bien como una *memoria asociativa difusa o FAM (Fuzzy associative Memory)*. Las FAM son matrices que representan la consecuencia de cada regla definida para cada combinación de dos entradas. Las FAM permiten realizar una representación gráfica de las relaciones entre 2 variables lingüísticas de entrada, pero requiere que se indique explícitamente todas las reglas que se pueden formar con estas dos variables de entrada. Cuando el número de conjuntos de cada una de las particiones de entrada crece, las FAM difícilmente son manejables. Es posible también definir FAM de mas de dos dimensiones, pero su tamaño se hace rápidamente excesivo y son más difíciles de manejar. En su lugar se suele trabajar con varias FAM de dimensión dos, para así definir subconjuntos de reglas que asocien las entradas de dos en dos en la base de reglas general [Wang96].

2.3. Sistemas difusos Takagi-Sugeno

En las secciones anteriores se presentaron los conceptos fundamentales de la lógica difusa que son utilizados representar diferentes tipos de sistemas no lineales como sistemas difusos.

2.3.1. Sistemas difusos

Una de las principales aplicaciones de la lógica difusa es el diseño de sistemas de control, que a partir de una entrada, generan salidas para actuar sobre ciertos mecanismos. Un ejemplo podría ser el sistema de control para regular la temperatura de una oficina de la temperatura ambiente. En este caso, la entrada es la temperatura ($^{\circ}C$) y la una única salida, es la velocidad (rpm) necesaria para que el ventilador baje la temperatura a un valor deseado[Wang96].

En años recientes el campo de los sistemas difusos ha tenido una importante evolución gracias a los avances tecnológicos que permiten usar esta herramienta en sistemas de grandes dimensiones. Debido al éxito de la lógica difusa en la industria, ha habido un considerable incremento en la cantidad de trabajos sobre estudios de los sistemas difusos.

Los sistemas difusos se basan en las reglas que se mencionaron en la sección anterior. Estas reglas corazón de un sistema difuso y que a su vez las reglas son generadas por el conocimiento humano. Recordando, se llaman reglas *Si-Entonces*.

Ejemplo 2.4. Sea la regla difusa

$$\begin{array}{ll} Si & \text{la temperatura es baja} \\ Entonces & \text{se aplicar pequeña energía al ventilador} \end{array} \quad (2.18)$$

donde las palabras “baja” y “pequeña” son caracterizadas por las funciones de pertenencia mostradas en las Figuras 2.6 y 2.7 respectivamente.

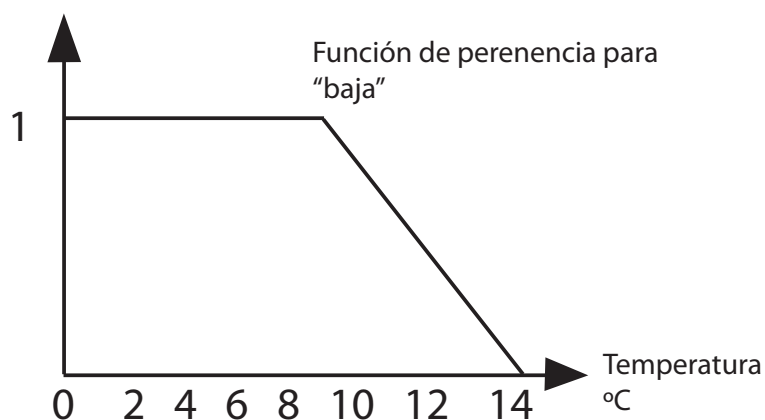


Figura 2.6: Función de pertenencia "Alta"

El siguiente paso es combinar estas reglas difusas en un sistema simple. Los diferentes sistemas difusos emplean diferentes principios de esta combinación [Wang96] [MEZA03].

Existen tres tipos de sistemas difusos empleados comunmente:

1. Sistemas difusos puros.
2. Sistemas difusos Takagi-Sugeno.
3. Sistemas difusos con fuzzificador y defuzzificador.

La configuración básica de un sistema difuso puro se muestra en la Figura 2.8. La base de

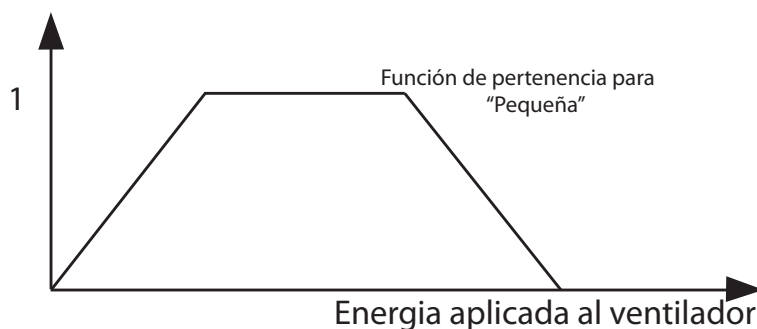


Figura 2.7: Función de pertenencia "Pequeña"

reglas difusas representa la colección de reglas *Si-Entonces*. Por ejemplo

$$\begin{array}{l} \textit{Si la temperatura es baja} \\ \textit{Entonces se aplica pequeña energía al ventilador} \end{array} \quad (2.19)$$

$$\begin{array}{l} \textit{Si la temperatura es media} \\ \textit{Entonces se aplica una energía normal al ventilador} \end{array} \quad (2.20)$$

$$\begin{array}{l} \textit{Si la temperatura es alta} \\ \textit{Entonces se aplica grande energía al ventilador} \end{array} \quad (2.21)$$

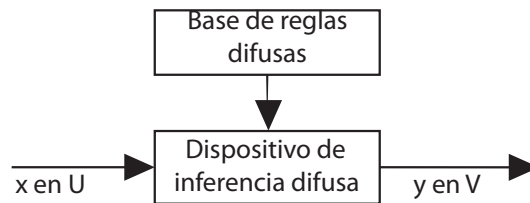


Figura 2.8: Configuración básica de los sistemas difusos

el dispositivo de inferencia difusa combina las reglas difusas *Si-Entonces* dentro de un mapeo de conjuntos difusos en el espacio de entrada $U \subset R^n$ a conjuntos difusos en el espacio de salida $V \subset R$ basado en principios de lógica difusa. Si existiera una línea de retroalimentación en la Figura 2.8, el sistema se transforma en un sistema dinámico difuso.

El principal problema con el sistema difuso puro es que sus entradas y salidas son conjuntos difusos, por el contrario en los sistemas de ingeniería las entradas y salidas son variables medibles físicamente. Para resolver este problema, Takagi y Sugeno propusieron otro sistema difuso cuyas entradas y salidas son variables medibles en la realidad.

Para considerar las reglas difusas *Si-Entonces* en la forma (2.18), el sistema Takagi-Sugeno utiliza las reglas difusas de la siguiente manera

$$\begin{array}{l} \textit{Si la temperatura } x \textit{ es alta} \\ \textit{Entonces la energía aplicada al ventilador es } y = cx \end{array} \quad (2.22)$$

donde la palabra “alta” tiene el mismo significado que en (2.18), c es una constante y x es

el valor numerico de la variable lingüística. Comparando (2.18) y (2.22) se puede apreciar que en la regla, cambia de una descripción que usa palabras en lenguajes naturales a una fórmula matemática simple en la parte del consecuente. Este cambio hace más fácil poder definir con una mejor precisión las reglas. Básicamente, el sistema difuso Takagi-Sugeno es una media ponderada tomada de los valores en las partes del consecuente de las reglas. La configuración básica del sistema difuso Takagi-Sugeno se muestra en la figura 2.9

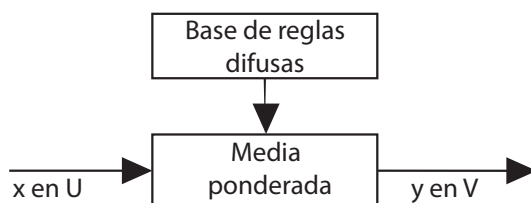


Figura 2.9: Configuración básica del sistema difuso Takagi-Sugeno

El problema con el modelo difuso Takagi-Sugeno es que la parte del consecuente es una fórmula matemática y por lo tanto no puede proporcionar un marco natural que represente el conocimiento humano, tal y como muestra (2.22).

Para resolver este problema se pueden emplear los sistemas difusos con fuzzificador y defuzzificador, su configuración se muestra en la figura 2.10, en este trabajo, nos enfocaremos en los sistemas difusos Takagi-Sugeno.

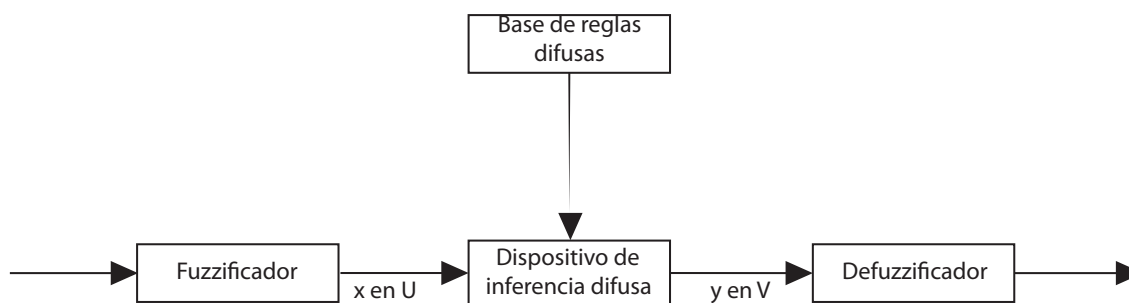


Figura 2.10: Configuración básica de los sistemas difusos con fuzzificador y defuzzificador

2.3.2. Modelado difuso Takagi-Sugeno

El procedimiento de modelado se basa en el hecho de que se representa un sistema no lineal por modelos difusos llamados Takagi-Sugeno (T-S). Debido a que estos modelos difusos son descritos por modelos lineales [Takagi85]. El proceso de diseño los cuales son definidos en puntos de operación del sistema (puntos de interés para el diseñador), con lo cual se pueden formar subsistemas que representan la dinámica del sistema en esa región y en base a esas regiones se denominan las reglas *Si-Entonces* para el diseño del sistema.

La principal característica de los modelos difuso T-S es que expresan el comportamiento del sistema de manera local de cada regla, la cual define a un modelo lineal (subsistema difuso). El modelo difuso completo es obtenido mediante una “combinación” de modelos lineales.

Las reglas que describen a los modelos difusos T-S tienen la siguiente forma

$$\begin{array}{l}
 \text{Regla } i \\
 \text{Si } z_1(t) \text{ es } M_{i1} \text{ y } \dots \text{ y } z_p \text{ es } M_{ip} \\
 \text{Entonces } \begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) \\ y(t) = C_i x(t) \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, r
 \end{array} \tag{2.23}$$

donde M_{ij} es el conjunto difuso y r es el número de reglas, que también representan el número de subsistemas; $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ es el vector de estado, $u \in \mathbb{R}^m$ es el vector de entradas y $y \in \mathbb{R}^q$ es el vector de salidas, $A_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B_i \in \mathbb{R}^{n \times m}$ y $C_i \in \mathbb{R}^{q \times n}$ son matrices constantes, $z_1(t), \dots, z_p(t)$ son conocidas como variables premisa las cuales pueden ser variables de estado, perturbaciones externas, etc.

Dado el par $(x(t), u(t))$ el sistema no lineal se describe en términos de subsistemas lineales mediante el modelo siguiente

$$\dot{x}(t) = \frac{\sum_{i=1}^r w_i(z(t)) \{A_i x(t) + B_i u(t)\}}{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))}$$

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \{A_i x(t) + B_i u(t)\} \quad (2.24)$$

$$y(t) = \frac{\sum_{i=1}^r w_i(z(t)) C_i x(t)}{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))}$$

$$y(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) C_i x(t) \quad (2.25)$$

donde w_i es el factor de ponderación

$$z(t) = [z_1(t), z_2(t), \dots, z_p(t)]$$

$$w_i(z(t)) = \prod_{j=1}^p M_{ij}(z_j(t))$$

$$h_i(z(t)) = \frac{w_i(z(t))}{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))} \quad (2.26)$$

$\forall t$. El término $M_{ij}(z_j(t))$ es el grado de pertenencia de $z_j(t)$ en M_{ij} . Entonces, como

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^r w_i(z(t)) > 0 \\ w_i(z(t)) \geq 0 \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (2.27)$$

tenemos que

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) = 1 \\ h_i(z(t)) \geq 0 \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (2.28)$$

Resumen

En este capítulo se presentaron los fundamentos de la lógica difusa, se explicaron los componentes que contienen los sistemas difusos, se mostró como pasar de variables lingüísticas a

numéricas, así como la forma en que se generan los sistemas difusos. En el siguiente capítulo se explicará como realizar el diseño de los observadores difusos con modos deslizantes.

Capítulo 3

Observadores difusos: fundamentos, definiciones y diseño.

En este capítulo se muestran los conceptos de observabilidad para sistemas lineales como no lineales, el concepto de observador y posteriormente los procedimientos básicos para realizar el diseño de observadores con modos deslizantes y observadores difusos, en este capítulo se considera primero el diseño del observador lineal y posteriormente se muestra su versión en modo difuso.

3.1. Observabilidad

El concepto de observabilidad fue introducido por Kalman. Formalmente se dice que un sistema es observable si mediante el uso de la información de las entradas y salidas, los estados actuales pueden determinarse en un tiempo finito (Esta definición está orientada hacia la representación en espacio de estados). Otra manera de definirlo es que a partir de las salidas y entradas del sistema podemos conocer el comportamiento de todo el sistema.

Para definir la observabilidad lineal se estableció el siguiente Teorema

Teorema 3.1. *El sistema lineal invariante en el tiempo*

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu \\ y = Cx(t) \end{cases} \quad (3.1)$$

donde $x \in R^n$ es el vector de estados, $y \in R^P$ vector de salida y $u \in R^m$ vector de entradas y las matrices A , B y C son de dimensiones apropiadas, es observable si y solo si, el rango de la matriz

$$\mathcal{O} = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

es igual a la dimensión n del espacio de estados.

Esa matriz es denominada matriz de observabilidad. Ahora abordaremos el concepto de observabilidad para sistemas no lineales, para esto, se considera a los sistemas no lineales de la forma

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u) \\ y = h(x) \end{cases} \quad (3.3)$$

donde x , y y u tienen los mismos significados que en caso lineal. La observabilidad de un sistema esta relacionada con la existencia para cada par de estados iniciales de una entrada que permita su separación. Para poder definir la observabilidad se deben de considerar el concepto “indistinguibilidad de estados” [Carrera González00].

Definición 3.1. (Indistinguibilidad-Distinguibilidad): Considerando el sistema (3.3), dos estados x_0 y x_1 son indistinguibles si, para cualquier funcion de entrada $u(t)$ y para todo $t \geq 0$, las correspondientes salidas $h(x_u(t, x_0))$ y $h(x_u(t, x_1))$ son iguales. Si ocurre lo contrario entonces los estados son distinguibles.

Usando como una base la definición anterior, entonces la Observabilidad de un sistema no

lineal se define como

Definición 3.2. El sistema (3.3) es observable si no posee pares indistinguibles (x_0, x_1) de estados iniciales distintos.

3.2. Observador de estados

Un observador de estado es un sistema dinámico por medio del cual se puede realizar una estimación de los valores actuales de los estados de un sistema a partir de la información de las entradas y las salidas del sistema original (vease Figura 3.1).

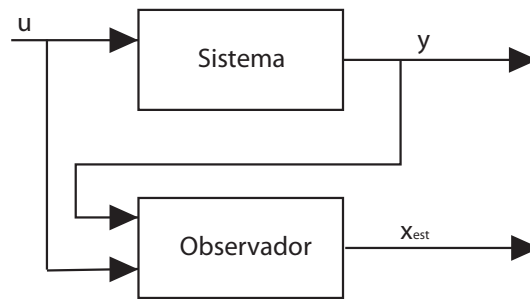


Figura 3.1: Observador de estado

Para poder realizar el diseño del observador se debe de cumplir con la propiedad de observabilidad. Si el observador de estado es capaz de estimar todas las variables de estado del sistema, se denomina *observador de estado de orden completo*. Hay ocasiones en que este observador como tal no es necesario, sólo se requiere de la estimación de las variables de estado que no están disponibles. Por ejemplo, dado que las variables de salida son medibles y se relacionan de manera lineal con las variables de estado, no es necesario observar todas las variables de estado, únicamente las $n-p$ variables de estado.

Un observador que estima menos de n variables de estado, en donde n es la dimensión del vector de estados, se denomina *observador de estado de orden reducido* o, simplemente *observador de orden reducido*. Si el observador de estado tiene el orden mínimo posible, se denomina *observador de estado de orden mínimo* [Ogata01].

3.3. Observadores difusos

En tiempos recientes los sistemas difusos han evolucionado de una manera acelerada, esto gracias al avance computacional ya que permite trabajar con sistemas de gran tamaño, debido a esto y a la gran teoría que hay para sistemas lineales, surgen los observadores difusos.

A finales del siglo pasado [Fayaz99] se reportó una de las primeras investigaciones acerca de los observadores difusos, en el cual muestra un observador difuso para procesos no lineales, obtenido a través de la “interconectividad difusa” de observadores tipo Luenberger lineales locales. La aproximación emplea técnicas de estabilidad robusta para mostrar la estabilidad asintótica global del observador difuso. En esta aproximación no se asume la linealidad de los procesos no lineales con respecto a las entradas, que generalmente se asume para los observadores no lineales convencionales.

Las técnicas difusas han mostrado efectividad en el control de procesos complejos, donde se han presentado resultados teóricos importantes tal y como mencionan [Liu04, Maldonado99].

Los problemas relacionados con los observadores difusos podrían ser solucionados con las siguientes metodologías:

1. Estimar las funciones de pertenencia (determinar el tipo) asociadas con diferentes variables de estado fijando valores difusos y .
2. Construir modelos difusos Takagi-Sugeno (observadores locales) por medio de conectividad difusa y construir observadores difusos globales no lineales.

En la siguiente sección se muestra la herramienta que nos permitirá realizar el diseño de los observadores difusos.

3.4. Las LMI's como herramienta de diseño de observadores difusos

A inicios de los años 1900's el problema de estabilidad fue tratado por Lyapunov en su trabajo de Doctorado [Lyapunov92] en ruso, despues de casi 100 años (1992) se realizo una traducción completa de su trabajo que fue publicada en [Lyapunov92]. Lyapunov establecía que el sistema $\dot{x} = Ax$ es asintoticamente estable si existe una matriz P definida positiva tal que

$$A^T P + P A < 0 \quad (3.4)$$

dicha ecuación fue conocida como desigualdad de Lyapunov (Lyapunov Inequality) que era una forma denominada Desigualdad Matricial Lineal ó LMI's (Linear Matrix Inequalities). Al aplicar la teoria de lyapunov a los sistemas difusos tipo Takagi-Sugeno se generó el siguiente resultado

Teorema 3.2. *[Tanaka90] El equilibrio de un sistema difuso continuo (2.23) considerando que $u(t) = 0$, es globalmente asintóticamente estable si existe una matriz P definida positiva tal que*

$$A_i^T P + P A_i < 0, \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (3.5)$$

donde la matriz P es común para todos los subsistemas.

La ecuación (3.5) nos provee de una herramienta que nos ayudará posteriormente a diseñar las ganancias de los observadores difusos.

3.5. Observador de Luenberger difuso para un sistema Takagi-Sugeno

Un observador de estado estima las variables de estado con base en las mediciones de las variables de salida y de control. Aquí tiene una función importante el concepto de obser-

vabilidad. De hecho, los observadores de estado pueden diseñarse si y sólo si satisfacen la condición de observabilidad tal y como mencionan [Kalman59] y [Ogata01], y en el caso no lineal se debe de cumplir las Definiciones 2.1y 3.2.

De acuerdo a [Tanaka94] los observadores difusos deben de cumplir la siguiente condición

$$x(t) - \hat{x}(t) \rightarrow 0 \quad \text{cuando} \quad t \rightarrow \infty$$

donde $\hat{x}(t)$ es el vector de estados estimado por el observador difuso. Esta condición garantiza que la dinámica del error converge a 0. Recordando que el modelo Takagi-Sugeno se escribe como:

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \{A_i x(t) + B_i u(t)\} \quad (3.6)$$

$$y(t) = \frac{\sum_{i=1}^r w_i(z(t)) C_i x(t)}{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))}$$

$$y(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) C_i x(t) \quad (3.7)$$

Entonces el modelo que representa a un observador es

$$\begin{array}{ll} \text{Regla del observador } i & \text{Si } z_1(t) \text{ es } M_{i1} y \dots y z_p(t) \text{ es } M_{ip} \\ \text{Entonces } \sum_i = & \begin{cases} \dot{\hat{x}} = A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + K_i (y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y} = C_i \hat{x}(t) \end{cases} \\ i = 1, 2, \dots, r & \end{array} \quad (3.8)$$

El observador difuso completo puede escribirse como

$$\dot{\hat{x}}(t) = \frac{\sum_{i=1}^r w_i(z(t)) \{A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + K_i(y(t) - \hat{y}(t))\}}{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))}$$

$$\dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \{A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + K_i(y(t) - \hat{y}(t))\} \quad (3.9)$$

$$\hat{y}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) C_i \hat{x}(t) \quad (3.10)$$

sustituyendo obtenemos la dinámica del error

$$e(t) = x - \hat{x} \Rightarrow \dot{e}(t) = \dot{x} - \dot{\hat{x}} \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) = & \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \{A_i x(t) + B_i u(t)\} \\ & - \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \{A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + K_i(y(t) - \hat{y}(t))\} \end{aligned} \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) = & \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \{A_i x(t) + B_i u(t)\} \\ & - \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \left\{ A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + K_i \left(\sum_{j=1}^r h_j(z(t)) C_j x(t) - \sum_{j=1}^r h_j(z(t)) C_j \hat{x}(t) \right) \right\} \\ \\ \dot{e}(t) = & \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \left\{ A_i (x(t) - \hat{x}(t)) - K_i \left(\sum_{j=1}^r h_j(z(t)) C_j (x(t) - \hat{x}(t)) \right) \right\} \end{aligned}$$

usando (2.28) se puede obtener la siguiente ecuación

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \left\{ \sum_{j=1}^r h_j(z(t)) A_i e(t) - K_i \left(\sum_{j=1}^r h_j(z(t)) C_j e(t) \right) \right\}$$

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \sum_{j=1}^r h_j(z(t)) \{ (A_i - K_i C_j) e(t) \} \quad (3.13)$$

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) h_i(z(t)) \{ (A_i - K_i C_i) e(t) \}$$

$$+ \sum_{i=1}^r \sum_{i < j} h_i(z(t)) h_j(z(t)) \{ [(A_i - K_i C_j) + (A_j - K_j C_i)] e(t) \} \quad (3.14)$$

Teorema 3.3. [Tanaka97] Usando el teorema 3.2 en la ecuación (3.14) se determina que existen matrices N_i y P que satisfacen las siguientes desigualdades lineales matriciales (LMI's):

$$P > 0$$

$$A_i^T P + P A_i - C_i^T N_i^T - N_i C_i < 0$$

$$A_i^T P + P A_i - C_j^T N_i^T - N_i C_j + A_j^T P + P A_j - C_i^T N_j^T - N_j C_i < 0$$

$$i < j \leq r \quad (3.15)$$

Entonces el observador difuso (3.9) con $K_i = P^{-1} N_i$ garantiza la convergencia asintótica a cero del error de estimación.

3.6. Observador de Luenberger con modos deslizantes

En este tipo de observador, cada observador local está asociado con una regla difusa de la siguiente manera:

$$\begin{array}{l}
\text{Si} \quad \quad \quad z_1(t) \text{ es } M_{1i} \text{ y } \dots \text{ y } z_p \text{ es } M_{pi} \\
\text{Entonces} \quad \sum_i = \begin{cases} \dot{\hat{x}} = A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + K_i(y(t) - \hat{y}(t)) + \varphi_i(t) \\ \hat{y} = C_i \hat{x}(t) \end{cases}
\end{array} \quad (3.16)$$

donde $\hat{x} \in R^n$ es el vector de estado estimado, $\varphi_i \in R^n$ es el vector discontinuo, el cual se definirá más adelante, entonces el observador difuso se puede construir de la siguiente manera:

$$\dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \{A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + K_i(y(t) - \hat{y}(t)) + \varphi_i(t)\} \quad (3.17)$$

$$\hat{y}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) C_i \hat{x}(t) \quad (3.18)$$

Para analizar la convergencia de este tipo de observador, se define al error de estado estimado como $e = x - \hat{x}$, tal que

$$\begin{aligned}
\dot{e} &= \dot{x} - \dot{\hat{x}} \\
\dot{e}(t) &= \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \{A_i x(t) + B_i u(t)\} \\
&\quad - \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \{A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + K_i(y(t) - \hat{y}(t)) + \varphi_i(t)\} \\
\dot{e}(t) &= \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \{A_i x(t) + B_i u(t)\} \\
&\quad - \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \left\{ A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + K_i \left(\sum_{j=1}^r h_j(z(t)) C_j x(t) - \sum_{j=1}^r h_j(z(t)) C_j \hat{x}(t) \right) + \varphi_i(t) \right\}
\end{aligned} \quad (3.19)$$

simplificando se obtiene

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(z(t)) h_j(z(t)) \{(A_i - K_i C_j) e(t) - \varphi_i(t)\} \quad (3.20)$$

Teorema 3.4. *Basado en el teorema (3.3) el modelo difuso (2.24) y además si la función $\varphi_i(t)$ satisfacen*

$$\varphi_i(t) = \begin{cases} k_i \frac{P^{-1} \bar{C}^T \bar{C} e(t)}{\|\bar{C} e(t)\|} & \text{si } \|\bar{C} e(t)\| > \varepsilon \\ k_i \frac{P^{-1} \bar{C}^T \bar{C} e(t)}{\varepsilon} & \text{si } \|\bar{C} e(t)\| \leq \varepsilon \end{cases} \quad (3.21)$$

con $k_i > 0$, $\bar{C} = \sum_{i=1}^r w_i C_i$ y $0 < \varepsilon < 1$, el observador (3.17) y (3.18) con $K_i = P^{-1} N_i$; garantiza la convergencia asintótica a cero del error de estimación.

Considere la siguiente función de Lyapunov

$$v(t) = e^T(t) P e(t) \quad (3.22)$$

y derivando la misma tiene

$$\dot{v}(t) = e^T(t) P \dot{e}(t) + \dot{e}^T(t) P e(t) \quad (3.23)$$

a continuación se usa la ecuación (3.20) en la ecuación anterior y se obtiene

$$\begin{aligned} \dot{v}(t) = e^T(t) P \left[\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(z(t)) h_j(z(t)) \{ (A_i - K_i C_j) e(t) - \varphi_i(t) \} \right] \\ + \left[\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(z(t)) h_j(z(t)) \{ (A_i - K_i C_j) e(t) - \varphi_i(t) \} \right]^T P e(t) \end{aligned} \quad (3.24)$$

Sea $A_{ij} = A_i - K_i C_j$, entonces, simplificando tenemos

$$\dot{v}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(z(t)) h_j(z(t)) [e^T(t) (P A_{ij} + A_{ij}^T P) e(t) - 2e^T(t) P \varphi_i(t)] \quad (3.25)$$

de acuerdo con (3.15) el primer término de la ecuación anterior es definido negativo, y considerando nuevamente a la propiedad (2.28), entonces la ecuación (3.25) puede escribirse como

$$\dot{v}(t) \leq -\gamma \|e(t)\|^2 - \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) [2e^T(t)P\varphi_i(t)] \quad (3.26)$$

considerando que el termino discontinuo es igual a $k_i \frac{P^{-1}\bar{C}^T\bar{C}e(t)}{\|\bar{C}e(t)\|}$ entonces, la ecuación anterior se reescribe como

$$\dot{v}(t) \leq -\gamma \|e(t)\|^2 - \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) [2e^T(t)P] k_i \frac{P^{-1}\bar{C}^T\bar{C}e(t)}{\|\bar{C}e(t)\|} \quad (3.27)$$

reduciendo obtenemos

$$\dot{v}(t) \leq -\gamma \|e(t)\|^2 - 2 \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) k_i \|\bar{C}e(t)\| \quad (3.28)$$

puesto que $\varepsilon < \|\bar{C}e(t)\| \leq \|\bar{C}\| \|e(t)\|$ se puede seleccionar a k_i como

$$k_i > 0 \quad (3.29)$$

seleccionando a $k > 0$ la función de Lyapunov es negativa.

A partir de este resultado es posible realizar el diseño de este tipo de observador tal como lo realizaron [Castillo-Toledo05]. Ahora en el caso en el que el termino discontinuo es igual a $k_i \frac{P^{-1}\bar{C}^T\bar{C}e(t)}{\varepsilon}$ entonces, la ecuación anterior se reescribe como

$$\dot{v}(t) \leq -\gamma \|e(t)\|^2 - \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) [2e^T(t)P] k_i \frac{P^{-1}\bar{C}^T\bar{C}e(t)}{\varepsilon} \quad (3.30)$$

$$\dot{v}(t) \leq -\gamma \|e(t)\|^2 - \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) 2k_i \frac{e^T(t)\bar{C}^T\bar{C}e(t)}{\varepsilon} \quad (3.31)$$

donde $e^T(t)\overline{C}^T\overline{C}e(t)$ puede reescribirse como $[\overline{C}e(t)]^T\overline{C}e(t)$; el producto $\overline{C}e(t)$ es una multiplicación de una matriz o vector dependiendo si el sistema tiene una o varias salidas, recordando un poco la dimensión de la matriz $\overline{C}$ es $p \times n$ y el vector $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ por lo que entonces es de orden $n \times 1$, por lo tanto el producto $\overline{C}e(t)$ será de orden $p \times 1$, por lo cual tenemos el producto punto del vector $\overline{C}e(t)$ consigo mismo, por lo tanto

$$[\overline{C}e(t)]^T\overline{C}e(t) = |\overline{C}e(t)|^2$$

por lo que es positivo, entonces como $0 < \varepsilon < 1$, y $[\overline{C}e(t)]^T\overline{C}e(t) \geq 0$, si

$$k_i > 0 \tag{3.32}$$

entonces la derivada de la función de Lyapunov es negativa definida [Khalil96].

3.7. Observador de Walcott-Žak

Considere el sistema lineal invariante en el tiempo descrito por

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax(t) + Bu(t) \\ y &= Cx(t) \end{aligned} \tag{3.33}$$

Definiendo al error de estimación de estados como

$$e = \hat{x} - x \tag{3.34}$$

[Walcott87] establecieron que existe una matriz $G \in \mathbb{R}^{n \times p}$ tal que $A_o = A - GC$ tiene valores propios estables y que existen las matrices de Lyapunov (P, Q) para A_o tal que

$$C^T F^T = PB \tag{3.35}$$

se satisface para una matriz $F \in \mathbb{R}^{m \times p}$. Empleando esta consideración, el observador propuesto por Walcott & Żak es de la forma

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) - G(C\hat{x}(t) - y(t)) + P^{-1}C^T F^T v \quad (3.36)$$

donde

$$v = \begin{cases} -\rho \frac{FCe}{\|FCe\|} & \text{si } FCe \neq 0 \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases} \quad (3.37)$$

siendo ρ un escalar. Para probar que el observador garantiza una estabilidad asintótica del error del sistema, usaremos la función candidata de Lyapunov $V(e) = e^T P e$. Usando (3.34) y usando las ecuaciones (3.33) y (3.36) la ecuación que describe la dinámica del error del sistema es

$$\dot{e}(t) = (A - GC)e(t) + Bv \quad (3.38)$$

por lo cual $\dot{V}(e)$ es expresada de la siguiente manera

$$\dot{V}(e) = e^T (PA_o + A_o^T P)e + 2e^T P B v \quad (3.39)$$

hacemos $Q = PA_o + A_o^T P$ y sustituimos v en el caso $FCe \neq 0$, tal que

$$\dot{V}(e) = e^T Q e - 2\rho \|FCe\| \quad (3.40)$$

seleccionando a $\rho > 0$ garantizamos la estabilidad del sistema, puesto que $\dot{V}(e) < 0$. En el caso en que $v = 0$ el termino $2e^T P B v = 0$

3.8. Observador de Walcott-Žak difuso

Partiendo del modelo difuso (2.24), existen las matrices $G_i \in \mathbb{R}^{n \times p}$ tales que $A_{oi} = A_i - G_i C_i$ que tiene valores propios estables y que existe una matriz única P para todas las A_{oi} tal que

$$C_i^T F_i^T = P B_i \quad (3.41)$$

se satisface para una matriz $F_i \in \mathbb{R}^{m \times p}$, empleando esta consideración, el observador difuso de Walcott & Žak es de la forma

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) = & \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \left\{ A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) - G_i \left[\sum_{j=1}^r h_j(z(t)) (C_j \hat{x}(t) - C_j x(t)) \right] \right. \\ & \left. + P^{-1} C_i^T F_i^T v_i \right\} \end{aligned} \quad (3.42)$$

donde

$$v_i = \begin{cases} -\rho \frac{F_i C_i e}{\|F_i C_i e\|} & \text{si } F_i C_i e \neq 0 \\ 0 & \text{en cualquier otro lugar} \end{cases} \quad (3.43)$$

siendo ρ una función escalar. Para probar que el observador garantiza una estabilidad asintótica del error del sistema, usaremos la función candidata de Lyapunov $V(e) = e^T P e$.

Para analizar la convergencia de este tipo de observador, se define al error de estado estimado como $e = \hat{x} - x$, por lo tanto

$$\begin{aligned} \dot{e} = & \dot{\hat{x}} - \dot{x} \\ \dot{e}(t) = & \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \left\{ A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) - G_i \left[\sum_{j=1}^r h_j(z(t)) (C_j \hat{x}(t) - C_j x(t)) \right] \right. \\ & \left. + P^{-1} C_i^T F_i^T v_i \right\} - \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \{ A_i x(t) + B_i u(t) \} \end{aligned} \quad (3.44)$$

despejando B_i de (3.41) y haciendo uso de (2.28) se obtiene

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(z(t)) h_j(z(t)) \{ (A_i - G_i C_j) e(t) + B_i v_i \} \quad (3.45)$$

Considere la siguiente función de Lyapunov

$$v(t) = e^T(t) P e(t) \quad (3.46)$$

la cual es definida negativa, lo cual se verá a continuación.

$$\dot{v}(t) = e^T(t) P \dot{e}(t) + \dot{e}^T(t) P e(t) \quad (3.47)$$

Usando la ecuación (3.45) en la ecuación anterior se obtiene

$$\begin{aligned} \dot{v}(t) = & e^T(t) P \left[\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(z(t)) h_j(z(t)) \{ (A_i - G_i C_j) e(t) + B_i v_i \} \right] \\ & + \left[\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(z(t)) h_j(z(t)) \{ (A_i - G_i C_j) e(t) + B_i v_i \} \right]^T (t) P e(t) \end{aligned} \quad (3.48)$$

Sea $A_{oij} = A_i - G_i C_j$, entonces, simplificando tenemos

$$\dot{v}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(z(t)) h_j(z(t)) \left[e^T(t) (P A_{oij} + A_{oij}^T P) e(t) + 2 e^T(t) P B_i v_i \right] \quad (3.49)$$

de acuerdo con (3.5) el primer término de la ecuación anterior es definido negativo, entonces la ecuación (3.49) puede escribirse como

$$\dot{v}(t) \leq -\gamma \|e(t)\|^2 + \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \left[2 e^T(t) P B_i v_i \right] \quad (3.50)$$

considerando que $F_i C_i e \neq 0$ el término discontinuo es igual a $-\rho \frac{F_i C_i e}{\|F_i C_i e\|}$ entonces, la ecuación

anterior se reescribe como

$$\dot{v}(t) \leq -\gamma \|e(t)\|^2 - \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) [2e^T(t)PB_i] \rho \frac{F_i C_i e}{\|F_i C_i e\|} \quad (3.51)$$

usando la ecuación (3.41) obtenemos

$$\dot{v}(t) \leq -\gamma \|e(t)\|^2 - 2\rho \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \|F_i C_i e(t)\| \quad (3.52)$$

seleccionando a $\rho > 0$ la función de Lyapunov es negativa definida. Si $F_i C_i e = 0$ entonces $v = 0$ y por lo tanto el termino de cada subsistema difuso $2e^T(t)PB_i v_i = 0$, por lo que la derivada de la función de Lyapunov es negativa definida.

3.9. Observador de Utkin

Sea el sistema descrito por (3.33) y considerando que las matrices B y C son de rango pleno y que el par (A, C) es observable. Se puede diseñar el observador de Utkin.

En este tipo de observador se realiza una transformación para que las variables de salida sean tomadas como estados del sistema transformado, cabe mencionar que las variables de salida serán los últimos estados del sistema transformado. Entonces definimos la siguiente matriz de transformación

$$T_c = \begin{bmatrix} N_c^T \\ C \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

donde $N_c \in \mathbb{R}^{n \times (n-p)}$, n es el orden del sistema y p es el numero de salidas, cuyas columnas son el espacio nulo de C . Esta transformación es no singular, y con respecto a este nuevo sistema, la nueva matriz de salida C_u se define como:

$$C_u = CT_c^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & C_p \end{bmatrix} \quad (3.54)$$

donde $Cp = I_P$, es decir, una matriz identidad de orden p , las otras matrices del sistema se escriben como

$$A_u = T_c A T_c^{-1} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \text{ y } B_u = T_c B = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} \quad (3.55)$$

entonces, el nuevo sistema se escribe como

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= A_{11}x_1(t) + A_{12}y_1(t) + B_1u(t) \\ \dot{y}_1(t) &= A_{21}x_1(t) + A_{22}y_1(t) + B_2u(t) \end{aligned} \quad (3.56)$$

donde, los nuevos estados

$$z = T_c x = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \updownarrow n-p \\ \updownarrow p \end{array}$$

[Utkin81] propone el uso del siguiente observador

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_1(t) &= A_{11}\hat{x}_1(t) + A_{12}\hat{y}_1(t) + B_1u(t) + Lv \\ \dot{\hat{y}}_1(t) &= A_{21}\hat{x}_1(t) + A_{22}\hat{y}_1(t) + B_2u(t) - v \end{aligned} \quad (3.57)$$

donde $(\hat{x}_1, \hat{y}_1)$ representan los estados estimados para (x_1, y_1) , $L \in \mathbb{R}^{(n-p) \times p}$ es una matriz de ganancias de retroalimentación constante y el vector v es un vector discontinuo, definido por

$$v = M \operatorname{sgn}(\hat{y}_1 - y) \quad (3.58)$$

donde $M \in \mathbb{R}_+$. Para el diseño de la matriz de ganancias L , debemos considerar que el error entre los valores estimados y los valores reales se escriben como $e_1 = \hat{x}_1 - x_1$ y $e_{y1} = \hat{y}_1 - y_1$, entonces la dinámica del error es descrita por $\dot{e}_1 = \dot{\hat{x}}_1 - \dot{x}_1$ y $\dot{e}_{y1} = \dot{\hat{y}}_1 - \dot{y}_1$, utilizando las ecuaciones (3.56) y (3.57) se puede tener al sistema que describe la dinámica del error, como

$$\begin{aligned}\dot{e}_1(t) &= A_{11}e_1(t) + A_{12}e_{y1}(t) + Lv \\ \dot{e}_{y1}(t) &= A_{21}e_1(t) + A_{22}e_{y1}(t) - v\end{aligned}\tag{3.59}$$

A continuación considere el sistema 3.1, se establece en [Spurgeon98] el siguiente Teorema

Teorema 3.5. *El par (A, C) es observable si y sólo si se cumple alguna de las siguientes condiciones:*

- *La matriz de observabilidad $\mathcal{O} = \begin{bmatrix} C & CA & CA^2 & \dots & CA^{n-1} \end{bmatrix}^T$ tiene rango completo.*
- *La matriz $\begin{bmatrix} sI - A & C \end{bmatrix}^T$ tiene rango completo por columnas para toda $s \in \mathbb{C}$.*
- *Los valores propios de la matriz $A + LC$ pueden ser asignados arbitrariamente por una selección apropiada de L .*

Proposición 3.1. *El par (A_{11}, A_{21}) dado por (3.55) es observable, si el par (A, C) es observable*

Demostración.

$$\text{rango} \begin{bmatrix} sI - A \\ C \end{bmatrix} = \text{rango} \begin{bmatrix} sI - A_{11} & -A_{12} \\ -A_{21} & sI - A_{22} \\ 0 & C_p \end{bmatrix}$$

como C_p es de rango p entonces

$$\text{rango} \begin{bmatrix} sI - A \\ C \end{bmatrix} = \text{rango} \begin{bmatrix} sI - A_{11} \\ -A_{21} \\ 0 \end{bmatrix} + p \quad \text{para todo } s \in \mathbb{C}$$

Esto implica que

$$\text{rango} \begin{bmatrix} sI - A \\ C \end{bmatrix} = n \iff \text{rango} \begin{bmatrix} sI - A_{11} \\ -A_{21} \\ 0 \end{bmatrix} = n - p$$

Ahora bien, aplicando el Teorema 3.5 se puede establecer que el par (A, C) es observable si y sólo si el par (A_{11}, A_{21}) es observable. $\square$

Entonces como el par (A_{11}, A_{21}) es observable, L puede ser asignada de tal forma que la matriz $A_{11} + LA_{21}$ tenga valores propios negativos.

3.10. Observador de Utkin difuso

Partiendo del sistema difuso formado por (2.24) y (2.25), es posible realizar un cambio de coordenadas para cada uno de los subsistemas. Sea la matriz de transformación

$$T_{ci} = \begin{bmatrix} Nc_i^T \\ C_i \end{bmatrix} \quad (3.60)$$

donde Nc_i es la matriz cuyas columnas son el espacio nulo de la matriz C_i . Entonces, el sistema difuso puede ser expresado de la siguiente manera

$$\dot{z}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \{ (T_{ci} A_i T_{ci}^{-1}) (T_{ci} x(t)) + T_{ci} B_i u(t) \} \quad (3.61)$$

$$y_u(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) C_i T_{ci}^{-1} x(t) \quad (3.62)$$

es decir

$$\dot{z}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \{ A_{ni} z(t) + B_{ni} u(t) \} \quad (3.63)$$

$$y_u(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) C_{ni} x(t) \quad (3.64)$$

entonces se propone

$$z(t) = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} \begin{matrix} \updownarrow n-p \\ \updownarrow p \end{matrix} \quad (3.65)$$

por lo cual la ecuación (3.63) puede reescribirse como

$$\dot{z}(t) = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{y}_1 \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \{A_{ni}z(t) + B_{ni}u(t)\}$$

entonces el sistema está dado por

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \{A_{11i}x_1(t) + A_{12i}y_1(t) + B1_i u(t)\} \\ \dot{y}_1(t) &= \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \{A_{21i}x_1(t) + A_{22i}y_1(t) + B2_i u(t)\} \end{aligned} \quad (3.66)$$

en base a esto, se propone al observador difuso de Utkin como

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_1(t) &= \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \{A_{11i}\hat{x}_1(t) + A_{12i}\hat{y}_1(t) + B1_i u(t) + L_i v\} \\ \dot{\hat{y}}_1(t) &= \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \{A_{21i}\hat{x}_1(t) + A_{22i}\hat{y}_1(t) + B2_i u(t) - v\} \end{aligned} \quad (3.67)$$

donde $(\hat{x}_1, \hat{y}_1)$ representan los estados estimados para (x_1, y_1) , la variable $L_i \in \mathbb{R}^{(n-p) \times p}$ es una matriz de ganancias constante de retroalimentación para cada uno de los sistemas que componen al sistema difuso y el vector v es un vector discontinuo, y sus componentes son definidas por

$$v = M \operatorname{sgn}(\hat{y}_1 - y) \quad (3.68)$$

donde $M \in \mathbb{R}_+$. Ahora para realizar el diseño de la matriz L , debemos considerar que el error entre los valores estimados y los valores reales está descrito por las funciones $e_1 = \hat{x}_1 - x_1$ y $e_{y1} = \hat{y}_1 - y_1$, entonces la dinámica del error es descrita por $\dot{e}_1 = \dot{\hat{x}}_1 - \dot{x}_1$ y $\dot{e}_{y1} = \dot{\hat{y}}_1 - \dot{y}_1$, utilizando las ecuaciones (3.63) y (3.67) llegamos a las siguientes ecuaciones

$$\begin{aligned}
\dot{e}_1 &= \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \{A_{11i} \hat{x}_1(t) + A_{12i} \hat{y}_1(t) + B1_i u(t) + L_i v\} - \\
&\quad \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \{A_{11i} x_1(t) + A_{12i} y_1(t) + B1_i u(t)\} \\
\dot{e}_{y1} &= \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \{A_{21i} \hat{x}_1(t) + A_{22i} \hat{y}_1(t) + B2_i u(t) - v\} - \\
&\quad \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \{A_{21i} x_1(t) + A_{22i} y_1(t) + B2_i u(t)\}
\end{aligned}$$

Reduciendo términos, el sistema queda expresado de la siguiente manera

$$\begin{aligned}
\dot{e}_1(t) &= \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \{A_{11i} e_1(t) + A_{12i} e_{y1}(t) + L_i v\} \\
\dot{e}_{y1}(t) &= \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \{A_{21i} e_1(t) + A_{22i} e_{y1}(t) - v\}
\end{aligned} \tag{3.69}$$

como el par (A_i, C_i) es observable, entonces el par (A_{11i}, A_{21i}) es observable, por lo tanto es posible definir a la matriz L_i tal que los valores propios de la matriz

$$A_{11i} + L_i A_{21i} \tag{3.70}$$

tenga parte real negativa. Proponemos los siguientes cambios de variables. $K_i = -L_i$, $A_{11i} = A_i$ y $A_{21i} = C_i$ entonces la ecuación (3.70) se reescribe como

$$A_i - K_i C_i \tag{3.71}$$

si aplicamos el teorema 3.3 se obtiene la siguiente LMI

$$(A_i - K_i C_i)^T P + P(A_i - K_i C_i) < 0 \tag{3.72}$$

de la cual podemos obtener el valor de K_i y por consecuente L_i mediante las LMI's (3.72)

para $i = 1, \dots, r$.

Cabe mencionar que si $C_1 = C_2 = \dots = C_r$ la matriz de transformación será única.

Resumen

En este capítulo se presentó el diseño de los observadores difusos (Luenberger, Luenberger con modos deslizantes, Walcott-Žak y Utkin), además se explicó la relación que existe entre los observadores y la detección de fallas en sistemas de producción. En el siguiente capítulo se mostrará el uso de los observadores difusos para la detección de fallas en sistemas no lineales.

Capítulo 4

Ejemplos de aplicación de observadores difusos con modos deslizantes

En este capítulo se describe el uso de observadores difusos con modos deslizantes para la detección de fallas, basados en los esquemas propuestos en el capítulo 3; en la sección 4.1 y 4.2 se presentan los casos de estudio, ambas secciones tienen la misma estructura; primero se hace una pequeña introducción, posteriormente se obtienen los modelos difusos a partir del modelo matemático, después se realiza el diseño de los observadores difusos y finalmente se presentan los resultados y comentarios. Las simulaciones fueron realizadas en Matlab (Simulink) con ayuda de la Herramienta NeLinSys (Ver Apéndice A).

4.1. Aplicación a un proceso químico

Una reacción química o cambio químico es todo proceso en el cual dos o mas reactantes, por el efecto de un factor energético (calor, radiación, etc.) se transforman en nuevos productos. El lugar físico donde se llevan a cabo las reacciones químicas se conoce como reactor químico tal y como se menciona [Stephanopoulos84]. El Reactor en Continuo del tipo tanque agitado (CSTR, por sus siglas en inglés) es uno de los más utilizados en la industria química, ya que puede ser operado en condiciones uniformes de presión, composición y temperatura. El

CSTR se puede operar en condiciones isotérmicas, aun cuando la temperatura de reacción sea alta. Las no linealidades presentes en un reactor químico, así como los extensos retardos e interacción entre las entradas y salidas, complican el diseño de controladores para este tipo de procesos. Para controlar el proceso químico generalmente se requiere medir en línea la variable a controlar. No obstante, no siempre es posible medir todas las variables en línea del proceso, sólo algunas de ellas están disponibles, por lo tanto en ocasiones es necesario estimarlas.

4.1.1. Modelo dinámico

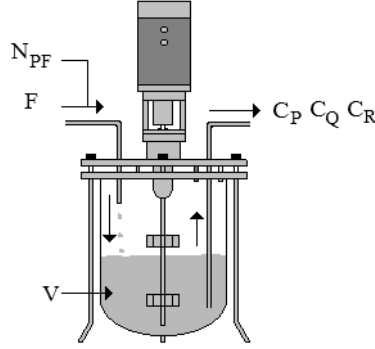


Figura 4.1: Proceso en un CSTR.

Considere el modelo del CSTR que se muestra en la Figura 4.1. El sistema no lineal que representa el proceso que se realiza en el CSTR está descrito por las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -(1 + D_{a1})x_1 + u \\ \dot{x}_2 &= D_{a1}x_1 - x_2 - D_{a2}x_2^2 \\ y &= x_1 + x_2\end{aligned}\tag{4.1}$$

donde la variable $x_1 = C_P/C_{P0}$ es la concentración normalizada (adimensional) [SIRA-RAMÍREZ92] C_P cuyas unidades son mol/m^3 de las especies P presentes en el reactor respecto a la concentración deseada C_{P0} con unidades mol/m^3 de las especies P y Q, el estado $x_2 = C_Q/C_{P0}$ es la concentración normalizada C_Q que se mide en mol/m^3 de la especie Q respecto la concentración deseada en el reactor C_{P0} , $u = N_{PF}/FC_{P0}$ donde N_{PF} es la cantidad de moles por segundo

(mol/s) con la que se alimenta la sustancia P y F es el flujo de alimentación volumétrico y se mide en m^3/s . D_{a1} es una constante definida como $D_{a1} = k_1 V/F$ donde V es el volumen de la sustancia presente en el reactor y k_1 es una tasa constante de primer orden y se mide en s^{-1} y D_{a2} es una constante definida como $D_{a2} = k_2 V C_{P0}/F$ donde k_2 es una tasa constante de segundo orden y se define como $\frac{m^3}{mol \cdot s}$ para fines prácticos se considera $D_{a1} = D_{a2} = 1$, entonces el sistema no lineal que representa al CSTR es

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -2x_1 + u \\ \dot{x}_2 &= x_1 - x_2 - x_2^2 \\ y &= x_1 + x_2\end{aligned}\tag{4.2}$$

En base a lo anterior, los puntos de equilibrio del sistema son $x_1^* = [0 \ 0]^T$ y $x_2^* = [0 \ -1]^T$ para $u^* = 0$. El punto x_1^* es un punto estable, mientras que el punto x_2^* es un punto inestable [Strogatz94]. Supongamos que nos interesa el comportamiento de x_1 cuando tiene un valor de 6. El comportamiento de (4.1) muestra que si el estado x_1 se encuentra en un valor de 6, entonces tiene un punto de equilibrio $x_2^* = [6 \ 2]^T$ para $u^* = 12$.

4.1.2. Aproximación Lineal

Para el diseño del observador, primero se reescribirá el sistema de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ y &= Cx(t)\end{aligned}\tag{4.3}$$

$$f(x) = \begin{bmatrix} -(1 + D_{a1})x_1 \\ D_{a1}x_1 - x_2 - D_{a2}x_2^2 \end{bmatrix}$$

$$g(x) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix}$$

Definiendo a $x_1 \in \{0, 6\}$ y $x_2 \in \{0, 2\}$, se pueden definir 2 reglasba, en los extremos, es decir en $[0, 0]$ y $[6, 2]$. Ahora definimos los puntos de operación

$$x_0^1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$x_0^2 = \begin{bmatrix} 6 & 2 \end{bmatrix}^T$$

en base a los puntos de operación anteriores los modelos difusos Takagi-Sugeno son:

Regla 1

$$\begin{array}{l} \text{Si} \\ \text{Entonces} \end{array} \quad \begin{array}{l} x_1(t) \text{ es } 0 \text{ y } x_2 \text{ es } 0 \\ \left\{ \begin{array}{l} \dot{x}(t) = A_1 x(t) + B_1 u(t) \\ y(t) = C_1 x(t) \end{array} \right. \end{array}$$

Regla 2

$$\begin{array}{l} \text{Si} \\ \text{Entonces} \end{array} \quad \begin{array}{l} x_1(t) \text{ es } 6 \text{ y } x_2 \text{ es } 2 \\ \left\{ \begin{array}{l} \dot{x}(t) = A_2 x(t) + B_2 u(t) \\ y(t) = C_2 x(t) \end{array} \right. \end{array}$$

El sistema para la Regla 1 se obtiene linealizando en la primer región, para lo cual aplicaremos la serie de Taylor, como sigue

$$\begin{aligned} f_1(x) &= -(1 + D_{a1})x_1 = -2x_1 \\ f_2(x) &= D_{a1}x_1 - x_2 - D_{a2}x_2^2 = x_1 - x_2 - x_2^2 \end{aligned}$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{bmatrix}_{x_1=0, x_2=0}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u} \\ \frac{\partial f_2}{\partial u} \end{bmatrix}_{x_1=0, x_2=0}$$

Obteniendose el modelo para la regla 1

$$\left\{ \begin{array}{l} A_1 = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \\ B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \\ C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (4.4)$$

Para construir el modelo en la segunda región local se obtiene aplicado la metodología que tiene como proposito obtener modelos locales en puntos que no necesariamente deban ser puntos de equilibrio para cualtuier entrada u sin necesidad de realizar el cambio de variable que se realiza para porder usar la linealizacion por serie de Taylor cuando $x_0 \neq 0$ y $u_0 \neq 0$ [Teixeira99]

$$\left\{ \begin{array}{l} a_i^j = \nabla^T f_j(x_0^i) + \frac{f_j(x_0^i) - (x_0^i)^T \nabla f_j(x_0^i)}{\|x_0^i\|^2} x_0^i \\ B_i = g(x_0^i) \end{array} \right.$$

donde i representa el punto de operación y j la fila correspondiente a la matriz A del sistema linealizado, la regla que se debe seguir para poder aplicar este método es que $x_0^i \neq 0$, por ese motivo esta técnica no pudo ser utilizada en la linealización anterior

$$f_1 = -2x_1$$

$$f_2 = x_1 - x_2 - x_2^2$$

ahora obtenemos los gradientes

$$\nabla f_1(x_0^2) = [-2 \quad 0]^T$$

$$\nabla f_2(x_0^2) = [1 \quad -5]^T$$

se evalúan los términos $\frac{f_j(x_0^i) - (x_0^i)^T \nabla f_j(x_0^i)}{\|x_0^i\|^2} x_0^i$ para f_1 y f_2 y se obtienen los siguientes resultados

$$\frac{f_1(x_0^2) - (x_0^2)^T \nabla f_1(x_0^2)}{\|x_0^2\|^2} x_0^2 = \frac{-12 - [6 \ 2] \begin{bmatrix} -2 & 0 \end{bmatrix}^T}{40} \begin{bmatrix} 6 & 2 \end{bmatrix}^T = 0$$

$$\frac{f_2(x_0^2) - (x_0^2)^T \nabla f_2(x_0^2)}{\|x_0^2\|^2} x_0^2 = \frac{0 - [6 \ 2] \begin{bmatrix} 1 & -5 \end{bmatrix}^T}{40} \begin{bmatrix} 6 & 2 \end{bmatrix}^T = \frac{4}{40} \begin{bmatrix} 6 & 2 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.2 \end{bmatrix}$$

$$a_2^1 = \begin{bmatrix} -2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$a_2^2 = \begin{bmatrix} 1.6 & -4.8 \end{bmatrix}$$

con lo cual se obtiene el subsistema

$$\begin{cases} A_2 = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 1.6 & -4.8 \end{bmatrix} \\ B_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \\ C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (4.5)$$

ahora se definen a las funciones de pertenencia, en base a que la variable de interes es x_1 cuando tiene un valor de 6 y como $x_1 \in \{0, 6\}$, entonces cuando $x_1 = 6$ solo debe estar activo el subsistema que muestra el comportamiendo de (4.1) en ese punto. Entonces las funciones de pertenencia a usar son (vease Figura 4.2).

$$h_1(x_1) = 1 - \frac{x_1}{6}$$

$$h_2(x_1) = \frac{x_1}{6}$$

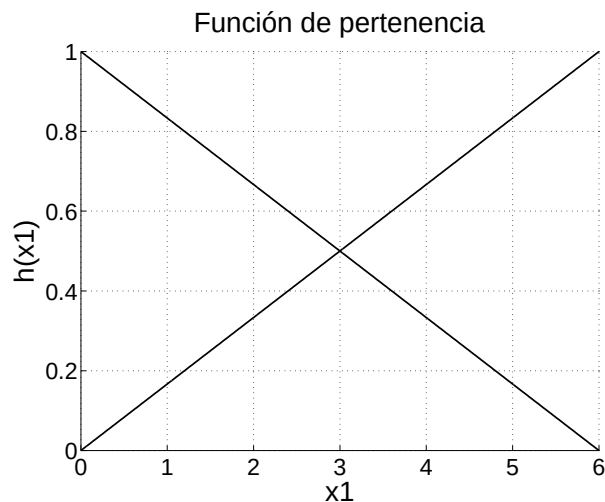


Figura 4.2: Función de pertenencia para el modelo T-S del reactor

El CSTR tendrá como condiciones iniciales $x_0 = [0.1 \ 1]^T$ y se le aplican las siguientes fallas de manera individual:

- Falla en sensor de salida del proceso. Para la etapa de evaluación del residuo se usará un valor de umbral de 0.3, el cual nos permitirá observar el comportamiento de fallas de baja magnitud y por lo tanto si estas son detectables, las fallas de mayor magnitud también lo serán.
- Variación en el parámetro D_{a1} . En esta parte para poder evaluar el residuo se elegirá una variación de magnitud pequeña, esto debido a que como son procesos químicos es importante tener cuidado con las variaciones que se producen en el sistema, por lo cual se realizará una variación de 0.1 al parámetro antes mencionado y el umbral será el mismo que en la parte de la falla en el sensor.

4.1.3. Diseño de observadores en ausencia de falla

4.1.3.1. Observador de Luenberger

En base al modelo Takagi-Sugeno obtenido (4.4) y (4.5) se realizó el diseño del observador para el sistema (4.2) usando la metodología de la sección 3.5 y las LMI's

$$\begin{aligned} P &> 0 \\ A_1^T P + P A_1 - C_1^T N_1^T - N_1 C_1 &< 0 \\ A_2^T P + P A_2 - C_2^T N_2^T - N_2 C_2 &< 0 \\ A_1^T P + P A_1 + A_2^T P + P A_2 - C_2^T N_1^T - N_1 C_2 - C_1^T N_2^T - N_1 C_2 &< 0 \end{aligned}$$

Usando Matlab (vease Apéndice B) se obtuvo la siguiente matriz P

$$P = \begin{bmatrix} 3044.9 & 1700.2 \\ 1700.2 & 1671.5 \end{bmatrix} > 0$$

y las matrices

$$N_1 = \begin{bmatrix} -3153.6 \\ -432.6 \end{bmatrix} \quad N_2 = \begin{bmatrix} 2164.8 \\ -6818.8 \end{bmatrix}$$

puesto que los valores propios de P son $\lambda = [524.6, 4191.9]$, P es positiva definida, entonces es posible obtener las matrices de ganancia para los observadores usando $K_i = P^{-1}N_i$, por lo tanto las ganancias son:

$$K_1 = \begin{bmatrix} -2.0605 \\ 1.8353 \end{bmatrix} \quad K_2 = \begin{bmatrix} 3.6268 \\ -7.7685 \end{bmatrix}$$

El resultado de las simulaciones del comportamiento de la salida estimada del observador se muestran en la Figura 4.3, en la cual se puede apreciar que el observador se ajusta perfectamente a la señal de salida real después de un tiempo de aproximadamente 4 segundos.

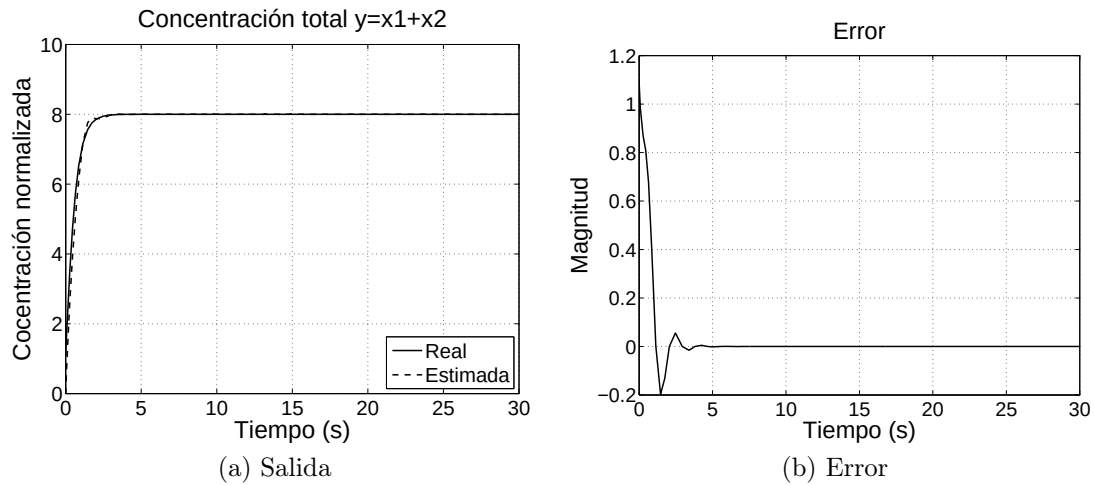


Figura 4.3: Comportamiento del observador de Luenberger en ausencia de falla

4.1.3.2. Observador de Luenberger con modos deslizantes

Para el diseño de este observador se usó la metodología propuesta en la sección 3.6, así como el procedimiento del Apéndice B. Se obtuvieron las mismas matrices que en la sección 4.1.3.1, para complementar el diseño de este tipo de observador se seleccionó a $k_1 = k_2 = 500$ el cual se calculó a prueba y error para dar una buena robustez al observador

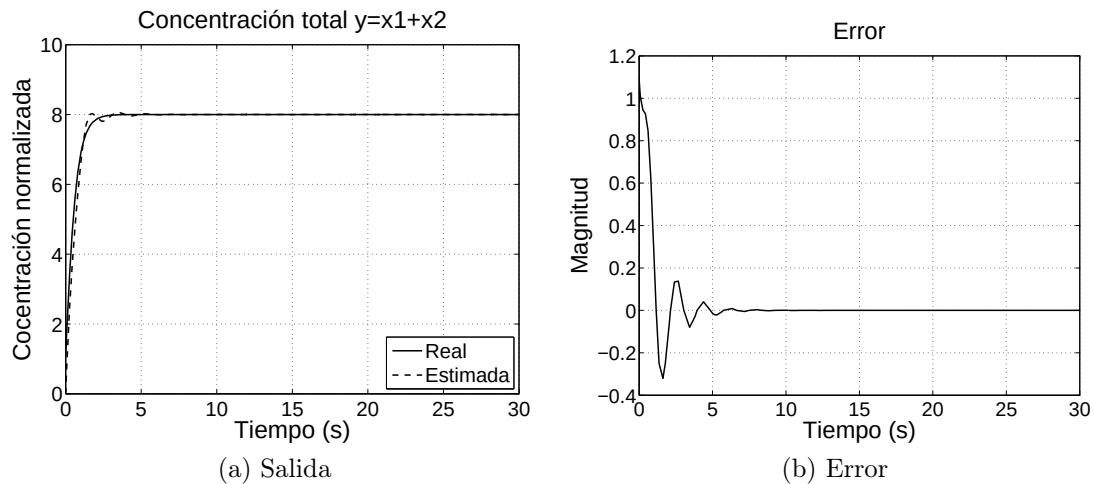


Figura 4.4: Comportamiento del observador de Luenberger con modos deslizantes en ausencia de falla

El resultado de las simulaciones del comportamiento del observador se muestran en la figura 4.4, en la cual se puede apreciar que el observador se ajusta perfectamente a la señal de salida real después de un tiempo de aproximadamente 3.6 segundos, por lo que no hay una diferencia sustancial con el observador de Luenberger.

4.1.3.3. Observador de Walcott-Żak difuso

Para el diseño de este observador se usó la metodología propuesta en la sección 3.8 y al igual que en caso anterior el procedimiento del Apéndice B, como resultado se obtuvieron las mismas matrices que en los 2 casos anteriores, debido a que si comparamos las ecuaciones (3.45) y (3.20) tienen la misma forma, por lo cual se pueden usar las mismas LMI's haciendo el cambio de variable $K_i = G_i$. Para el diseño de las matrices F_i usaremos la ecuación (3.41). Despejando a F se obtiene

$$F_i = \left[(C_i C_i^T)^{-1} C_i P B_i \right]^T$$

$$F_1 = 2372.6$$

$$F_2 = 2372.6$$

son iguales debido a que $C_1 = C_2$ y $B_1 = B_2$

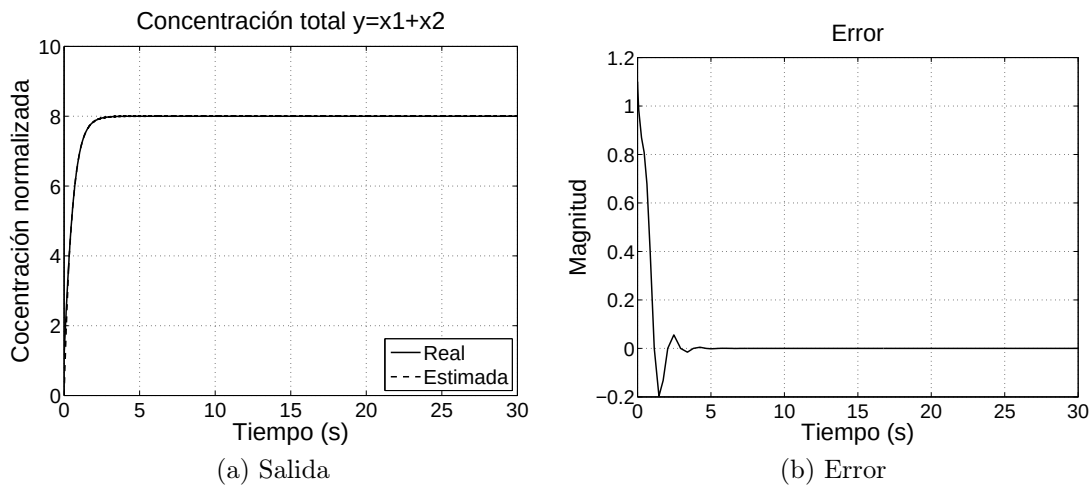


Figura 4.5: Comportamiento del observador de Walcott-Żak en ausencia de falla

las matrices $P, G1, G2$ resultaron ser las mismas que para los dos casos anteriores y los valores de las matrices de ganancias F_1 y F_2 son iguales ya que no existen no linealidades que afecten a la señal de entrada.

El resultado de las simulaciones del comportamiento del observador se muestran en la Figura 4.5, en la cual se puede apreciar que el observador se ajusta perfectamente a la señal de salida real después de un tiempo de aproximadamente 2 segundos.

4.1.3.4. Observador de Utkin difuso

Para el diseño de este observador se usó la metodología de la sección 3.10, en este caso se usa una LMI menos.

$$\begin{aligned} P &> 0 \\ A_1^T P + P A_1 - C_1^T N_1^T - N_1 C_1 &> 0 \\ A_2^T P + P A_2 - C_2^T N_2^T - N_2 C_2 &> 0 \end{aligned}$$

usando el procedimiento del Apéndice B sólo es necesario usar las siguientes LMI's, los resultados obtenidos fueron

$$L1 = 0$$

$$L2 = -0.3498$$

el cálculo de la ganancia M se obtuvo a prueba y error, con el propósito de poder realizar satisfactoriamente la tarea de la detección de fallas, ya que si esta era muy grande fallaba dicho propósito, el valor en el cual tuvo el mejor desempeño fue

$$M = 25$$

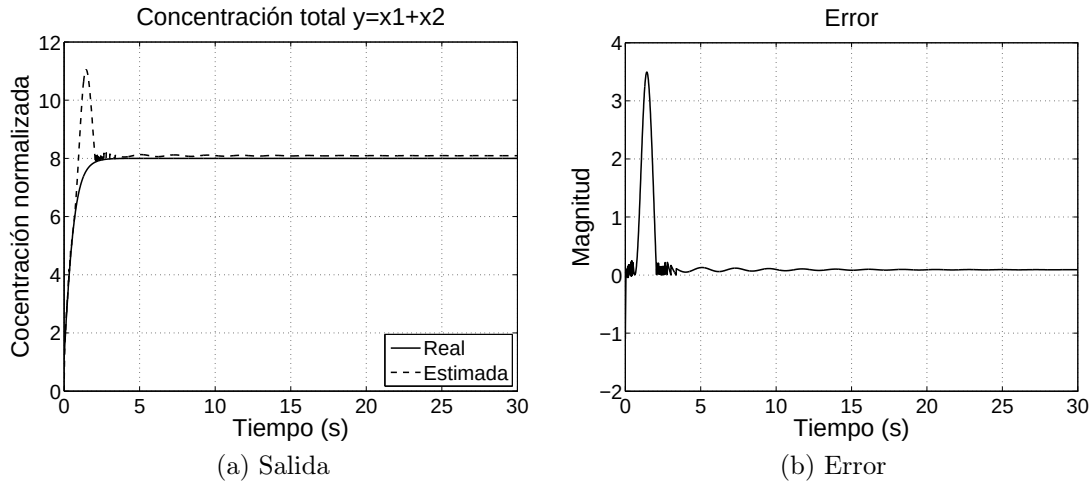


Figura 4.6: Comportamiento del observador de Utkin en ausencia de falla

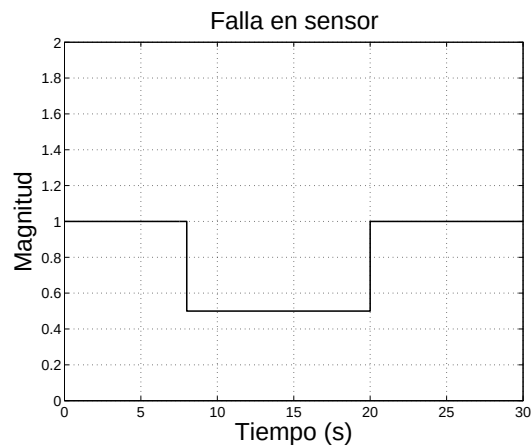
El resultado de las simulaciones del comportamiento del observador se muestran en la figura 4.6, en la cual se puede apreciar que el observador se ajusta perfectamente a la señal de salida real después de un tiempo de aproximadamente 0.5 segundos pero posteriormente el observador presenta un sobre impulso provocando que se estabilice hasta los 3.5 segundos. Este sobre impulso se debe a la elección de la ganancia M , si ganancia es mayor el sobre impulso disminuye, pero falla en la tarea para la que se está diseñando.

4.1.4. Falla en sensor en el CSTR

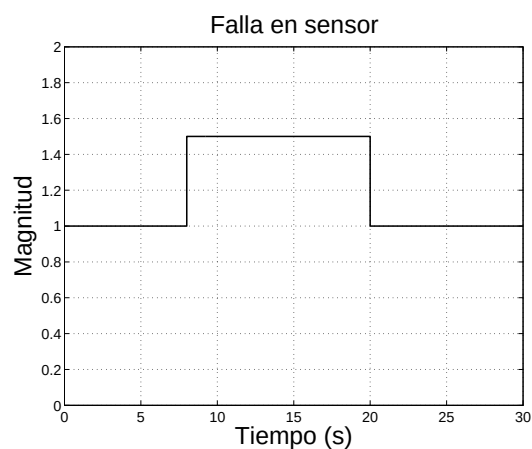
En esta sección las fallas a usar son multiplicativas; se planean dos situaciones, una en la que la falla es mayor que 1 y otra en la que la falla es menor que 1, las cuales se muestran en la Figura 4.7. La manera en la que actúan estas fallas es:

$$y = \left[\sum_{i=1}^r h_i(z(t)) C_i x(t) \right] f \quad (4.6)$$

donde f en un sistema libre de fallas tiene un valor de 1.



(a) Falla menor que 1



(b) Falla mayor que 1

Figura 4.7: Fallas de sensor aplicadas al Reactor

4.1.4.1. Falla de magnitud menor que 1 en el sensor de salida del proceso

En esta sección se aplica la falla mostrada en la figura 4.7a, la cual ocurren en $t=8s$ y tiene una duración de 12 segundos. Para la detección de fallas, se omitirán los primeros 5 segundos de funcionamiento de generación de residuos; esto con el propósito de omitir el estado transitorio del observador y que no haya falsas alarmas. Simulando la falla se obtienen los resultados de las Figuras 4.8, 4.9, 4.10 y 4.11.

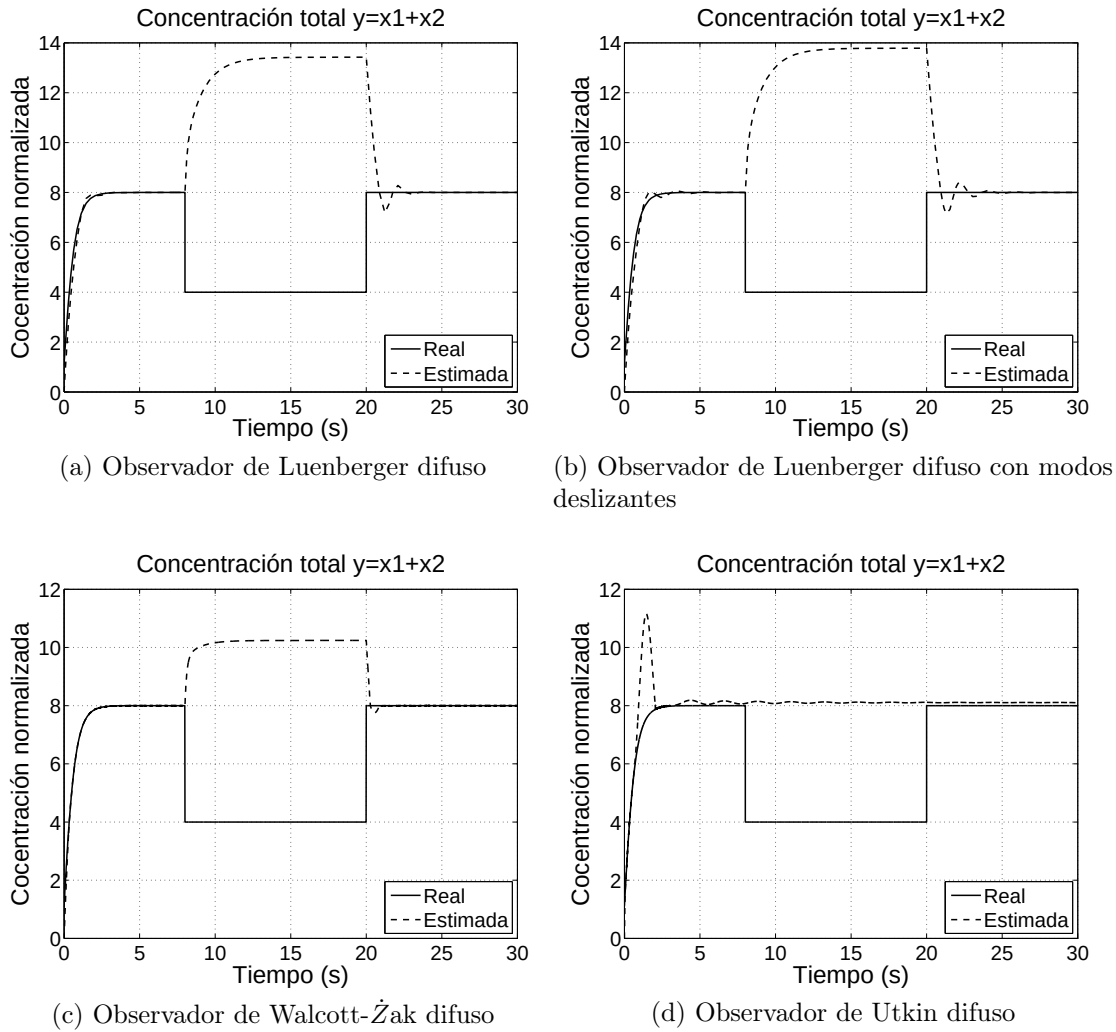


Figura 4.8: Salida del CSTR y observadores con falla menor que 1

La Figura 4.8 muestra que los observadores difusos presentan un aumento en las señales de salida, a excepción de observador de Utkin difuso, el cual se mantiene en la posición deseada, El observador de Luenberger difuso incrementó su valor de salida hasta un valor de 13.4, el observador difuso de Luenberger con modos deslizantes, hasta un valor de 13.8, el observador de Walcott-Żak difuso llegó a 10.8 y el observador de Utkin difuso a un valor de 8. En la Figura 4.9 el comportamiento del error en el caso de Luenberger difuso y Luenberger con

modos deslizantes es negativo al momento de presentarse la falla, mientras que Walcott-Żak y Utkin presentan un error positivo.

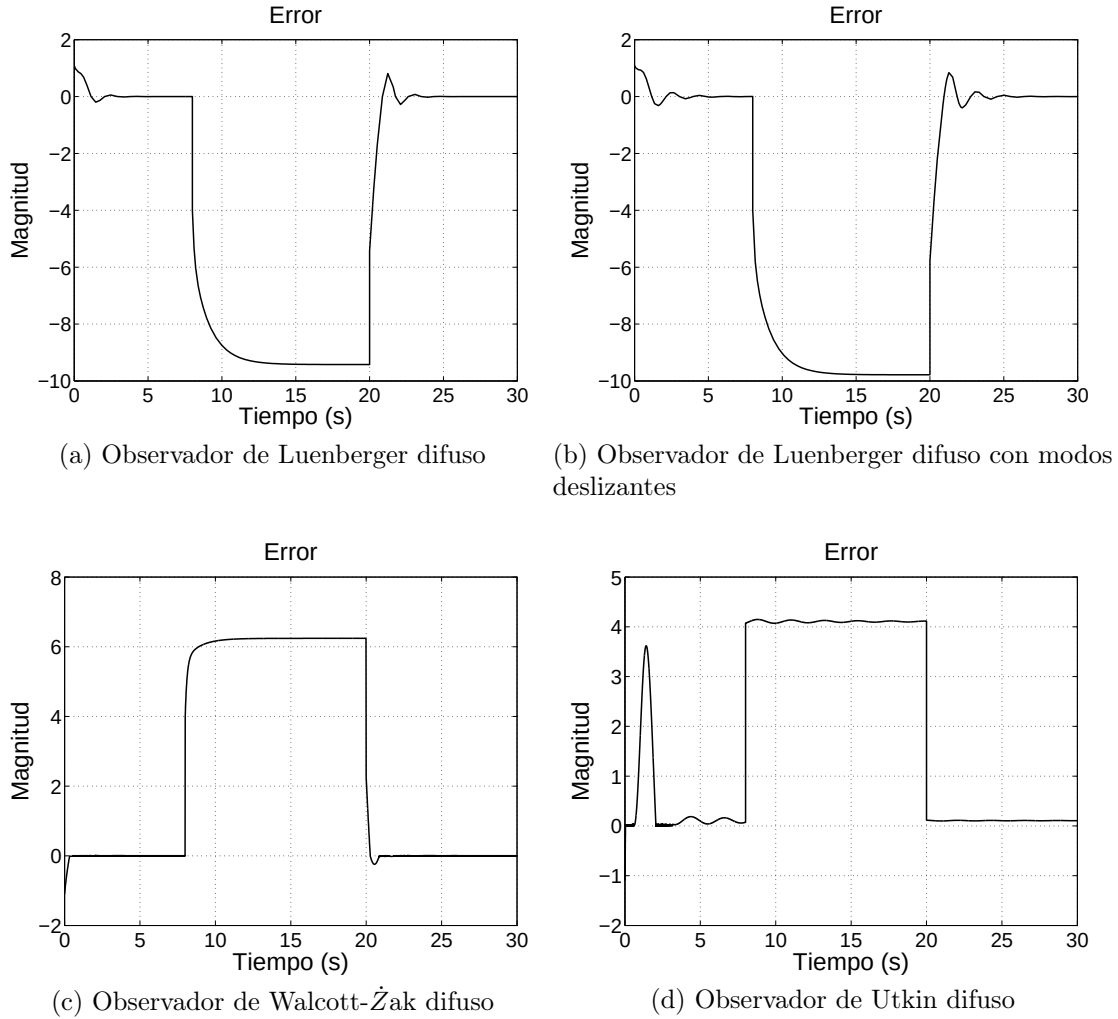


Figura 4.9: Error en el CSTR con falla menor que 1

Las señales de error obtenidas ayudan a generar los residuos mostrados en la Figura 4.10, los cuales son comparados con un valor de 0.3, como se menciona antes, para poder realizar la detección. En base a dicha comparación se obtienen los indicadores que se muestran en la Figura 4.11. La falla se detecta satisfactoriamente en los 4 casos, pero en el caso de las

Figuras 4.11a, 4.11b y 4.11c, se presentan “falsas alarmas”, ya que los indicadores siguen activos cuando la falla ha desaparecido. En base a estos resultados, se establecería que el observador de Utkin difuso presenta el mejor desempeño, ya que incluso el residuo que genera este observador da una mejor idea del tipo de falla que se presentó, a diferencia de los otros tres tipos de observadores, en los cuales el residuo generado tiene una forma muy parecida a la forma en que se carga y descarga un circuito RC.

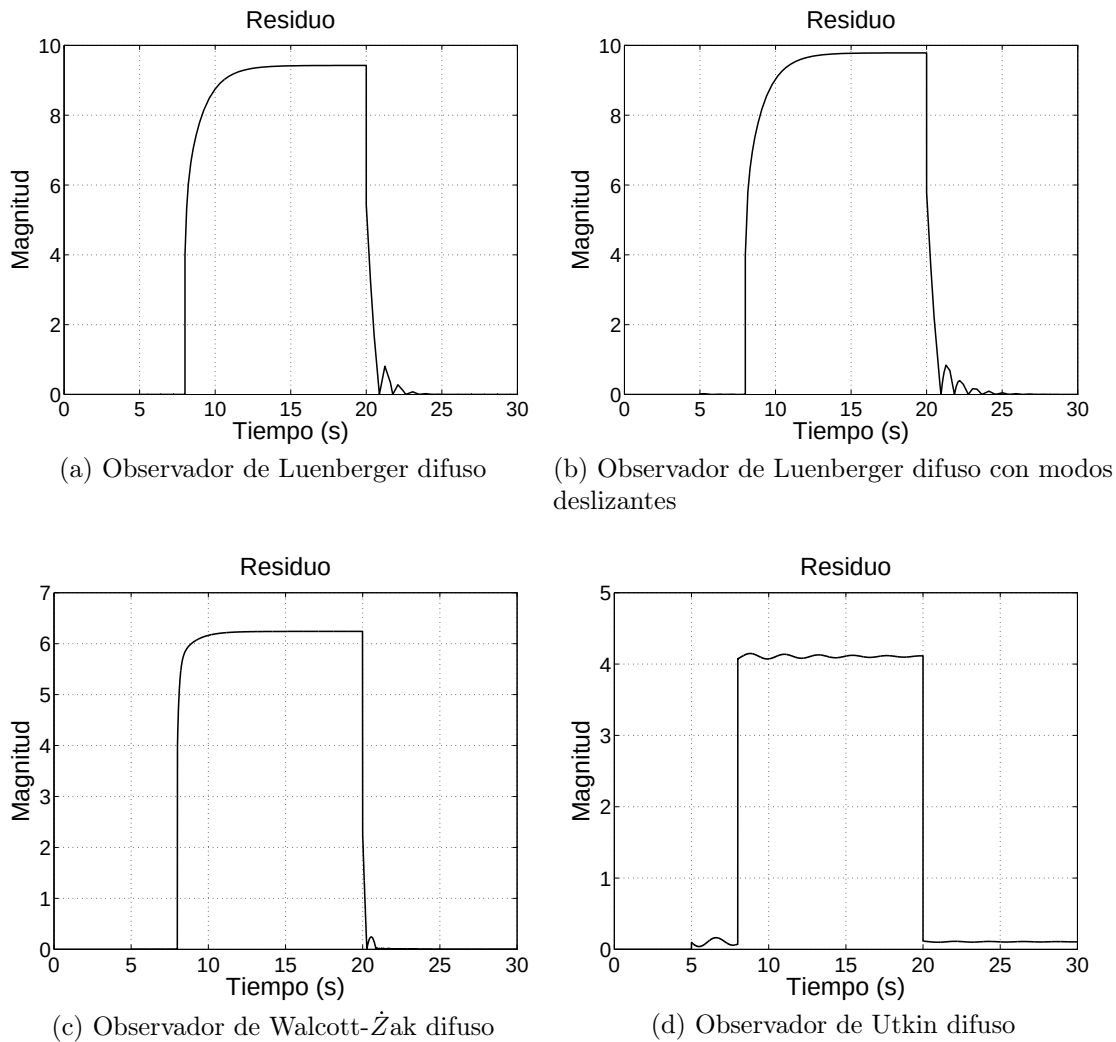


Figura 4.10: Residuos generados en el CSTR con falla menor que 1

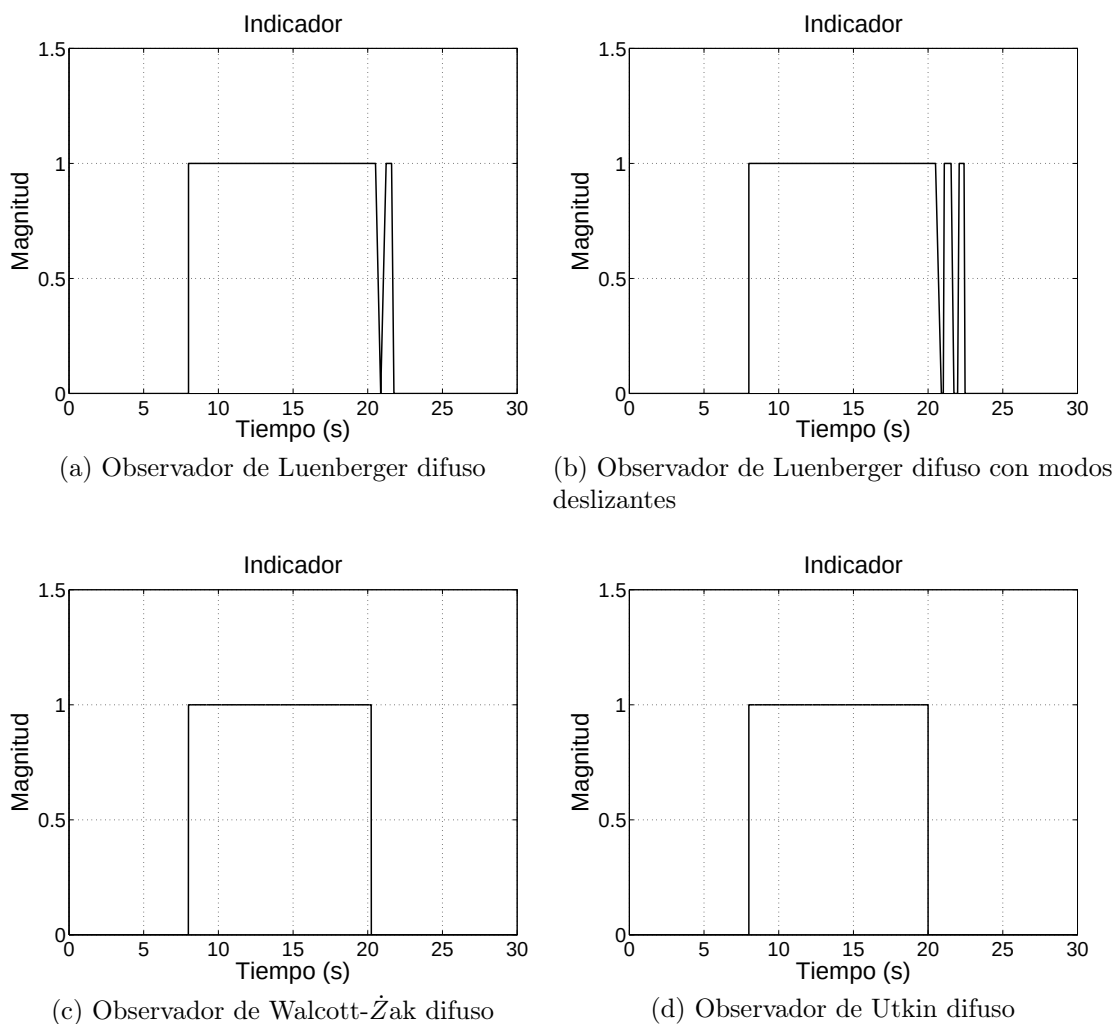


Figura 4.11: Indicadores del CSTR con falla menor que 1

4.1.4.2. Falla de magnitud mayor que 1 en el sensor de salida del proceso

En esta sección se aplica la falla mostrada en la Figura 4.7b, la cual ocurre en $t=8s$ y tiene una duración de 12 segundos. Para la detección de fallas, se omitirán los primeros 5 segundos de funcionamiento de generación de residuos; esto con el propósito de omitir el estado transitorio del observador y que no haya falsas alarmas. Simulando la falla se obtienen los resultados de

las Figuras 4.12, 4.13, 4.14 y 4.15.

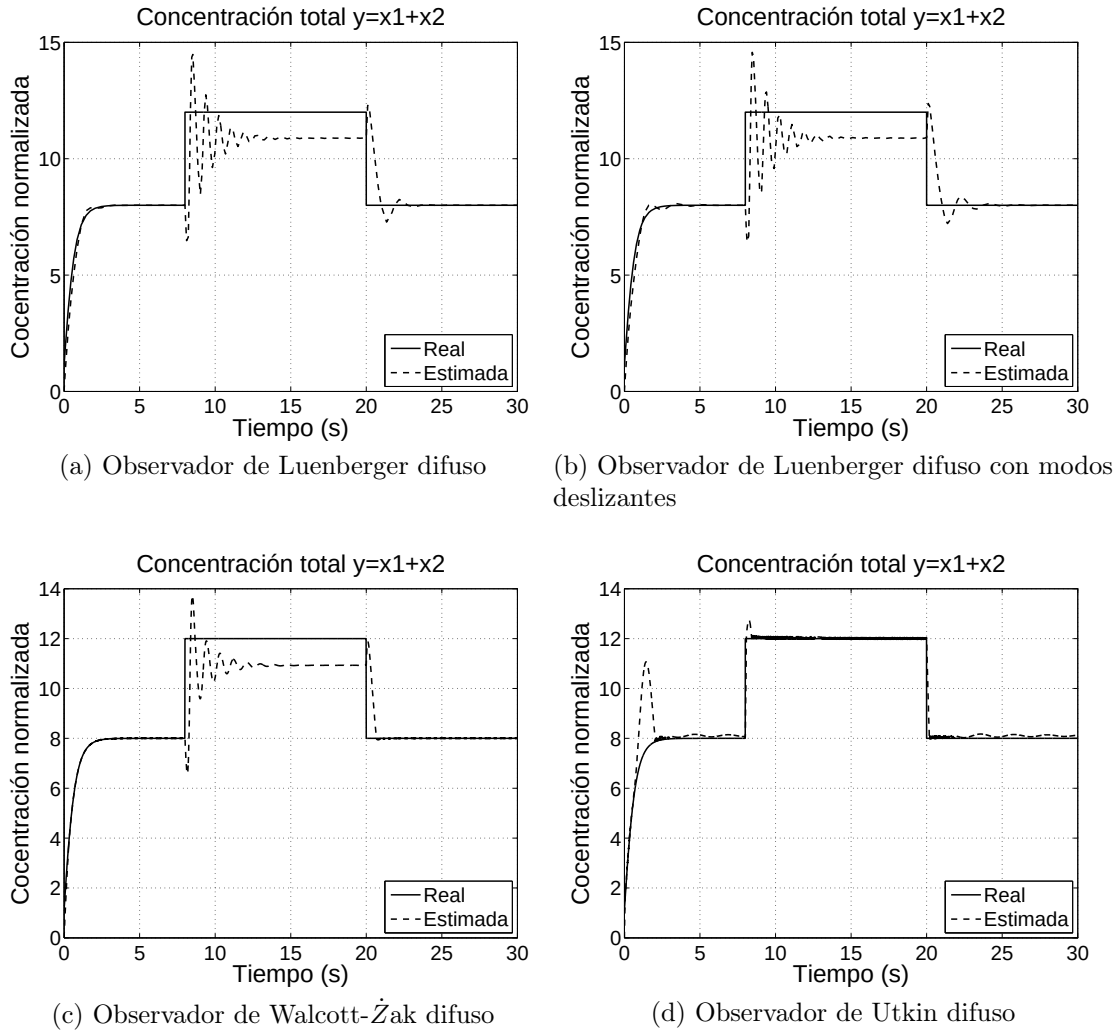
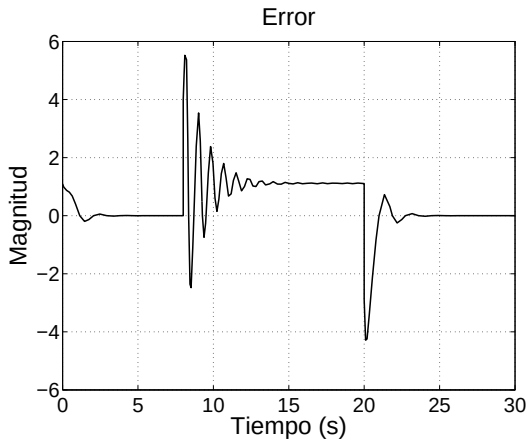


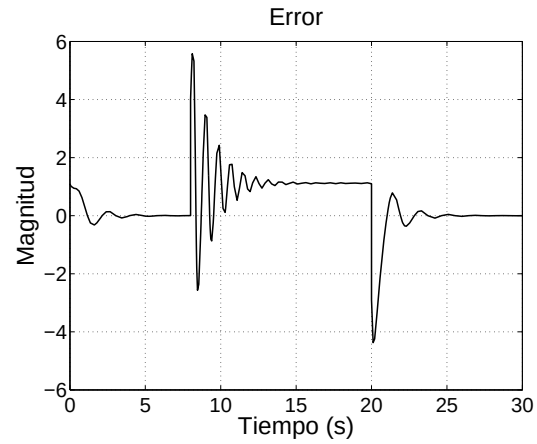
Figura 4.12: Salida del CSTR y observadores con falla mayor que 1

La Figura 4.12 muestra que los observadores difusos tienden a seguir el efecto de la falla que se genera en el sensor, los observadores de Luenberger, Luenberger con modos deslizantes y Walcott-Żak no se adaptan completamente, mientras que el observador de Utkin difuso si lo hace, lo cual no es deseable ya que no se podra llevar a cabo la detección de fallas usando este

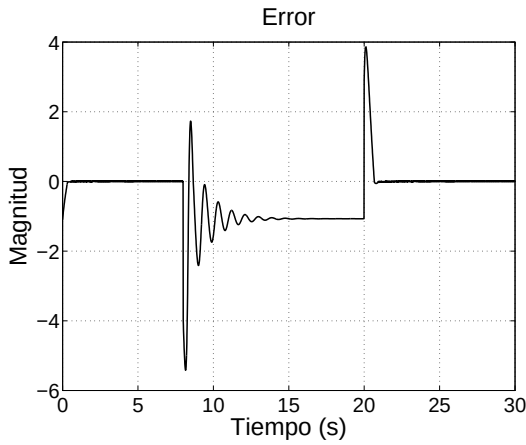
tipo de observador. En la Figura 4.13 el comportamiento del error en el caso de Luenberger difuso, Luenberger difuso con modos deslizantes y Walcott-Żak difuso, presenta un estado transitorio al momento que se presenta la falla, mientras que el observador de Utkin difuso presenta dos pulsos, uno negativo cuando la falla aparece y uno positivo cuando la falla desaparece.



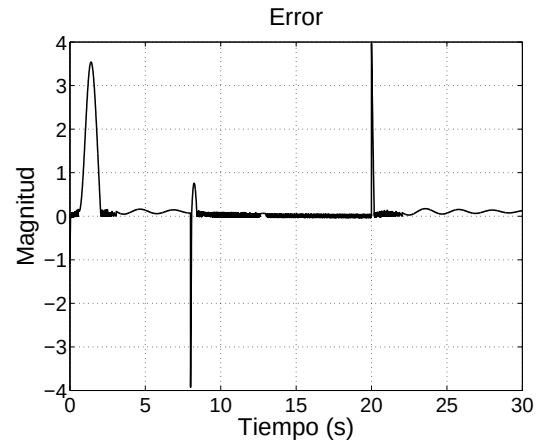
(a) Observador de Luenberger difuso



(b) Observador de Luenberger difuso con modos deslizantes



(c) Observador de Walcott-Żak difuso



(d) Observador de Utkin difuso

Figura 4.13: Error en el CSTR con falla mayor que 1

Las señales de error obtenidas ayudan a generar los residuos mostrados en la Figura 4.14, los cuales son comparados con el valor de umbral para poder realizar la detección y en base a dicha comparación se obtienen los indicadores que se muestran en la Figura 4.15. La falla se detecta aunque no satisfactoriamente, en tres casos (Luenberger difuso, Luenberger difuso con modos deslizantes y Walcott-Żak difuso) cuando la falla aparece se presentan varios pulsos, siendo de estos tres, el de Walcott-Żak difuso el que tiene un mejor desempeño, pero en el caso de la Figura 4.15d la cual representa al observador de Utkin la detección no se lleva a cabo satisfactoriamente, ya que la falla que tiene una duración de 12 segundos y sólo es detectada por un instante, lo cual no es deseable.

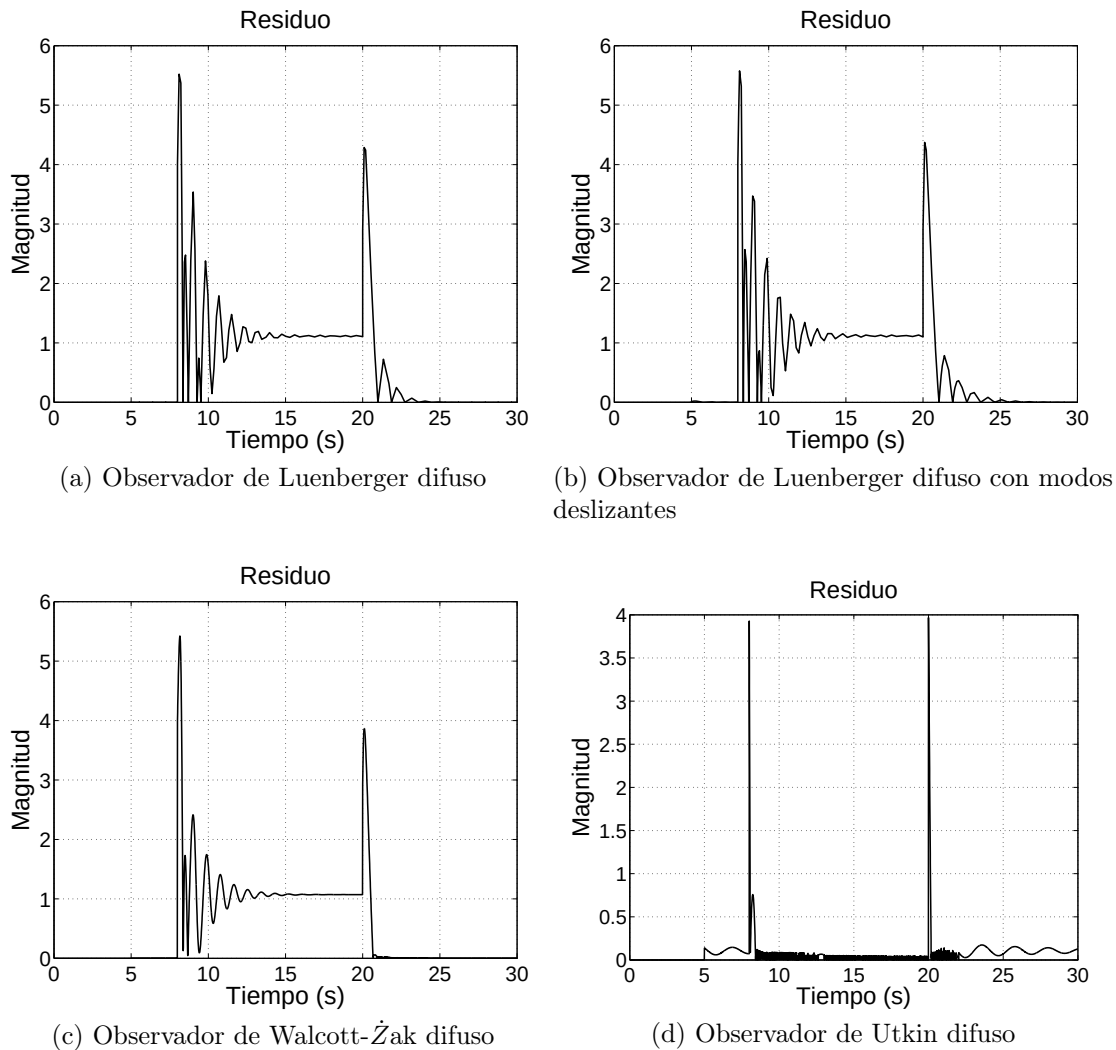


Figura 4.14: Residuos generados en el CSTR con falla mayor que 1

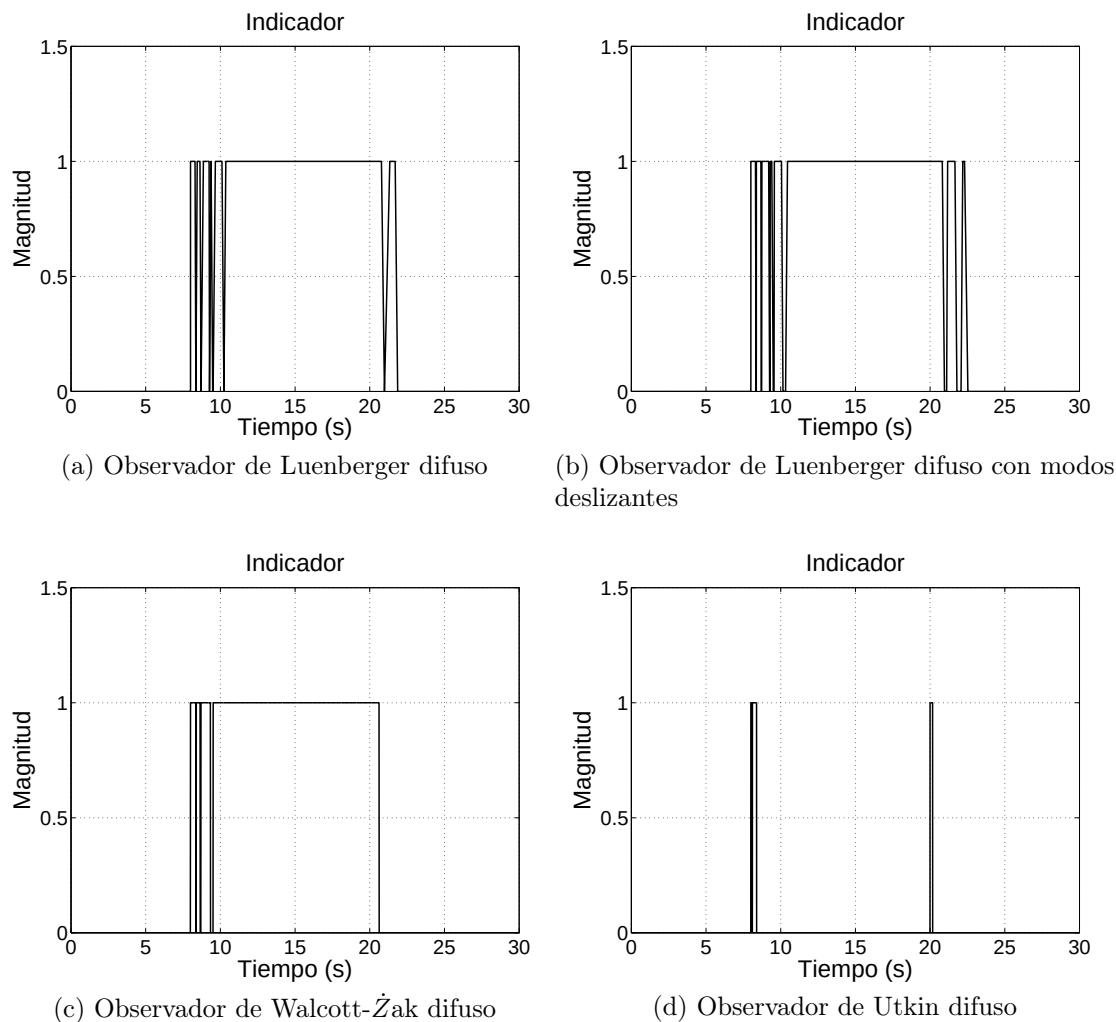


Figura 4.15: Indicadores del CSTR con falla mayor que 1

4.1.5. Variación de parámetros

En esta sección se presenta una variación en el parámetro D_{a1} , con una variación de ± 1 , la variación se presenta a partir del instante $t = 20$ segundos.

4.1.5.1. Variación de $D_{a1} = 1$ a $D_{a1} = 1.1$ a partir de $t = 20$ s

Al igual que en la sección 4.1.4, se omitirán los primeros 5 segundos de funcionamiento de generación de residuos; esto con el propósito de omitir el estado transitorio del observador y que no haya falsas alarmas. Simulando la falla se obtienen los resultados de las Figuras 4.16, 4.17, 4.18 y 4.19.

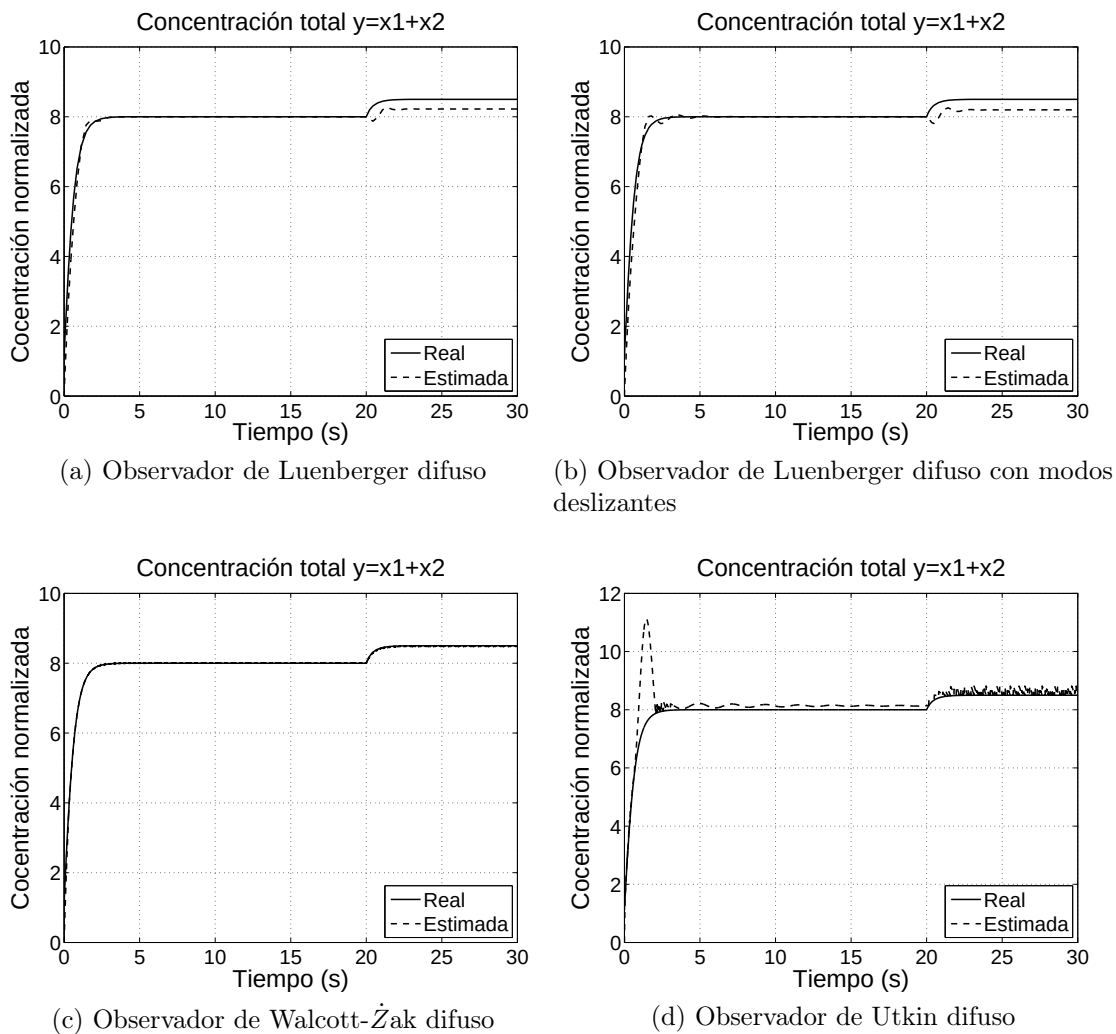
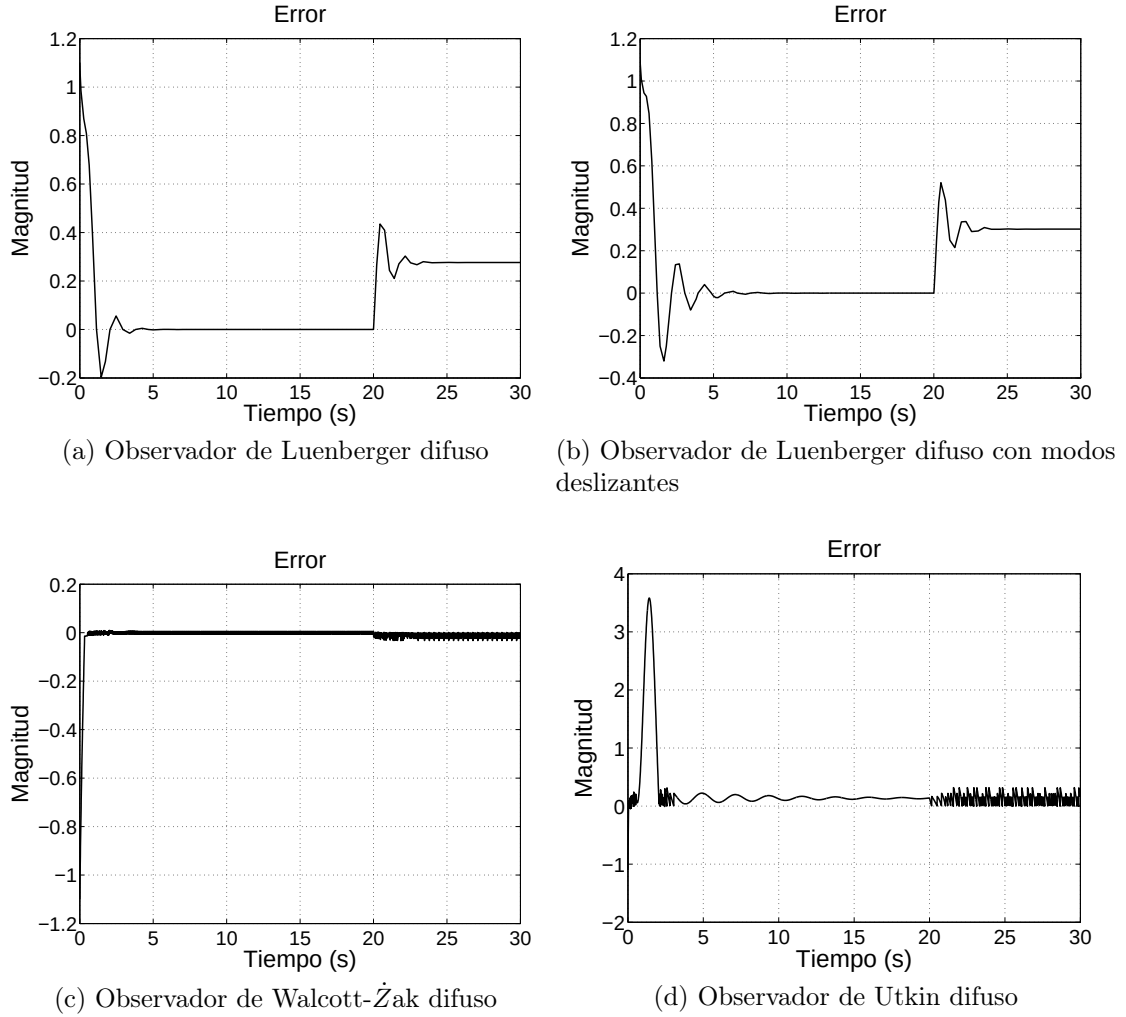


Figura 4.16: Salida del CSTR y observadores con $D_{a1} = 1.1$

Figura 4.17: Error en el CSTR con $D_{a1} = 1.1$

La Figura 4.16 muestra que los observadores difusos tratan de adaptarse a la variación que se produce en la planta, los observadores de Luenberger y Luenberger con modos deslizantes, son los dos tipos de observadores que no se adaptan a la variación, mientras que el observador de Walcott-Žak difuso y el observador de Utkin difuso si lo hacen, aunque el observador de Utkin difuso presenta oscilaciones cuando se presenta el cambio del parámetro D_{a1} . En la Figura 4.17 el comportamiento del error en el caso de Luenberger difuso, Luenberger difuso con modos deslizantes se presenta un error de una magnitud bastante considerable en presencia

de la variación. En el caso del observador de Utkin difuso cuando se presenta la falla se genera también una alta frecuencia de magnitud pequeña y el observador Walcott-Žak difuso tiene un error de magnitud muy pequeña .

Las señales de error obtenidas nos ayudan a generar los residuos mostrados en la Figura 4.18, los cuales son comparados con el valor de umbral (0.3) para poder realizar la detección y en base a dicha comparación se obtienen los indicadores que se muestran en la Figura 4.19.

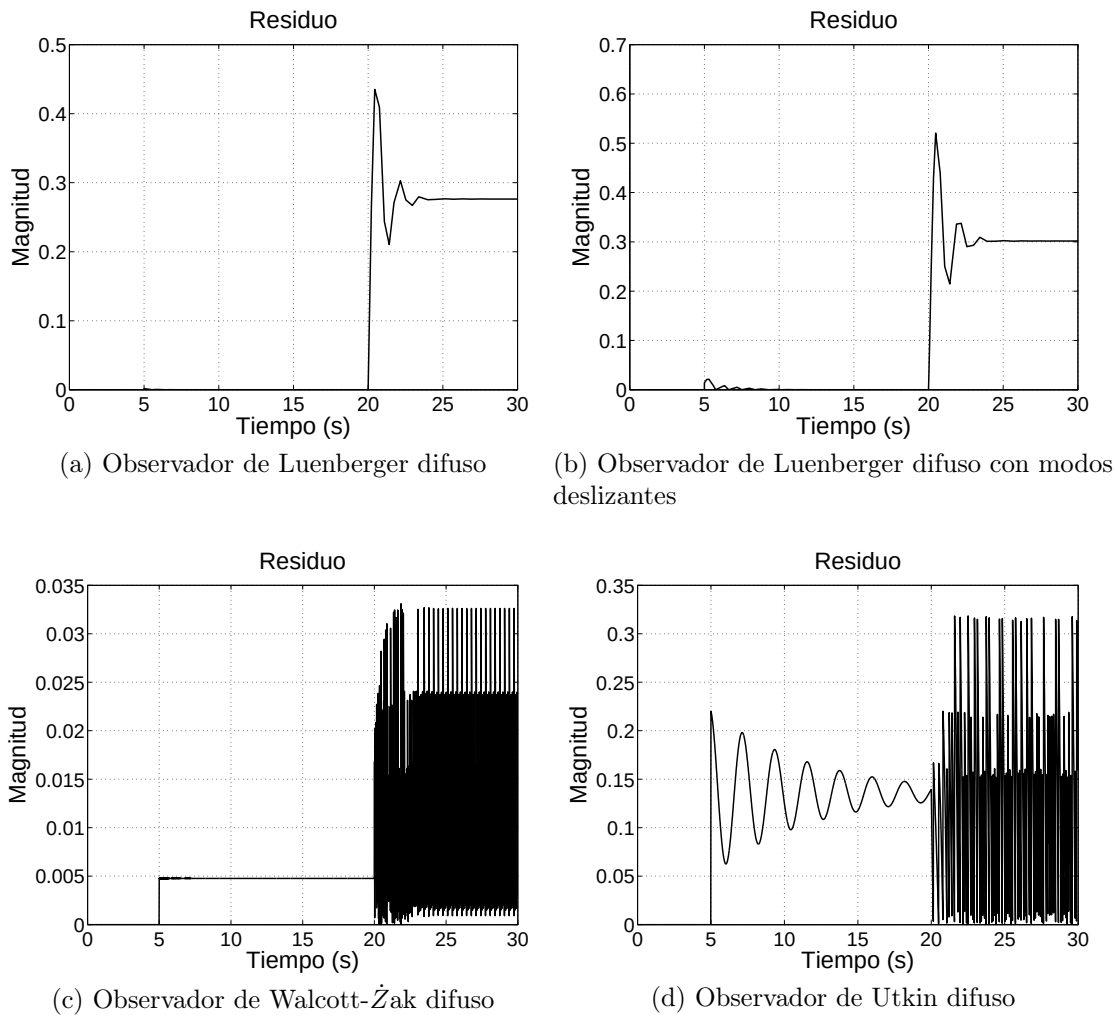
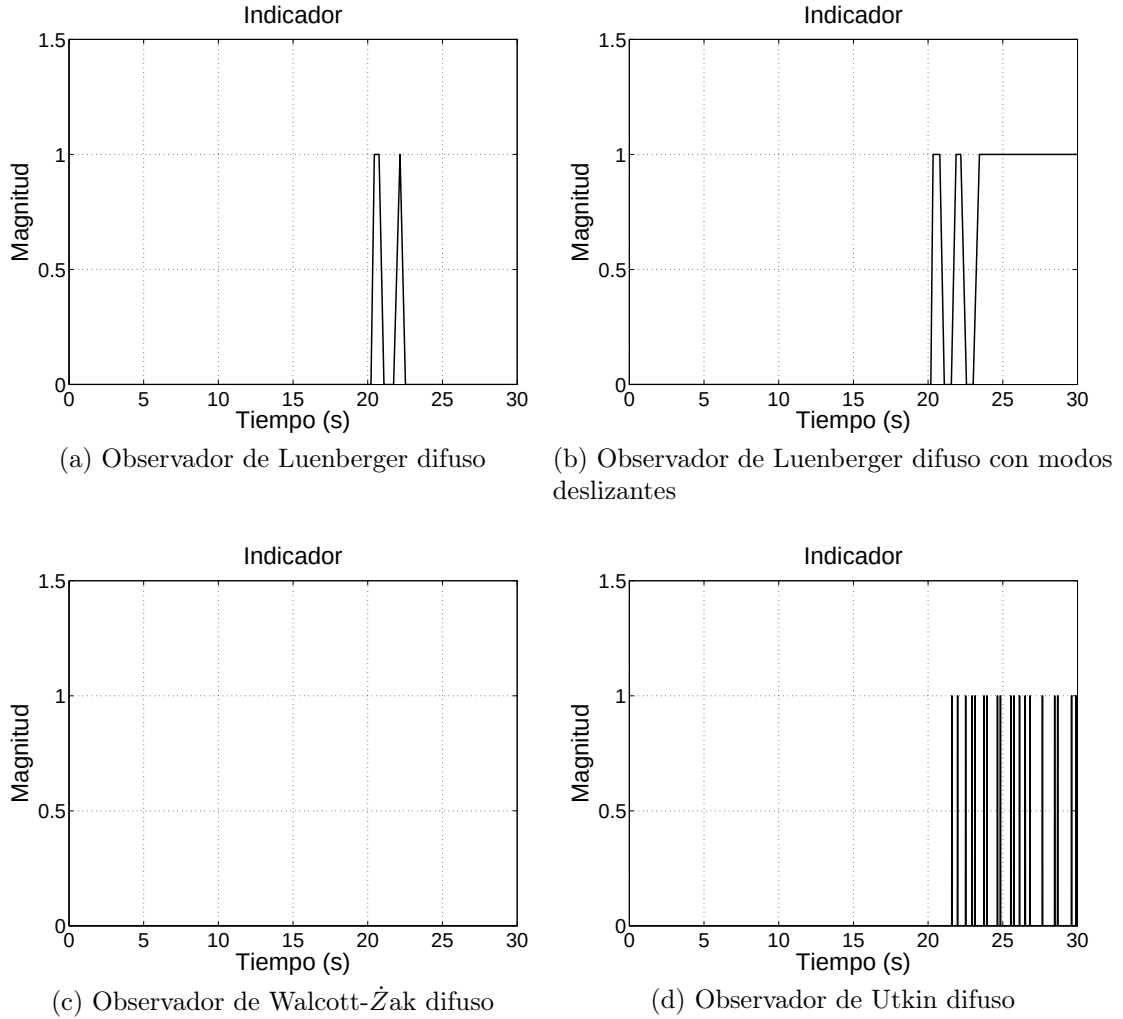


Figura 4.18: Residuos generados en el CSTR con $D_{a1} = 1.1$

Figura 4.19: Indicadores del CSTR con $D_{a1} = 1.1$

La falla se detecta aunque no satisfactoriamente. En el caso de Luenberger difuso se presentan dos pulsos que indican la detección y después se deja de detectar a la falla. En el caso de Luenberger difuso con modos deslizantes cuando la falla aparece se presentan dos pulsos y posteriormente un pulso constante, con lo cual detecta a la falla satisfactoriamente; en el caso de Walcott-Żak el residuo que se genera es pequeño, por tal motivo al compararlo con el valor de umbral, este no puede detectar la falla, por lo cual su indicador permanece en 0. Finalmente el observador de Utkin difuso, debido a su comportamiento de alta frecuencia, permite detectar a la falla con una serie de pulsos que se mantiene a partir de aproximadamente 2 segundos de que varió el parámetro.

4.1.5.2. Variación de $D_{a1} = 1$ a $D_{a1} = 0.9$ a partir de $t = 20$ s

Al igual que en la sección anterior, el indicador de falla no estará activo durante los primeros 5 segundos de funcionamiento; esto con el propósito de omitir el estado transitorio del observador y que no haya falsas alarmas. Simulando la falla se obtienen los resultados de las Figuras 4.20, 4.21, 4.22 y 4.23.

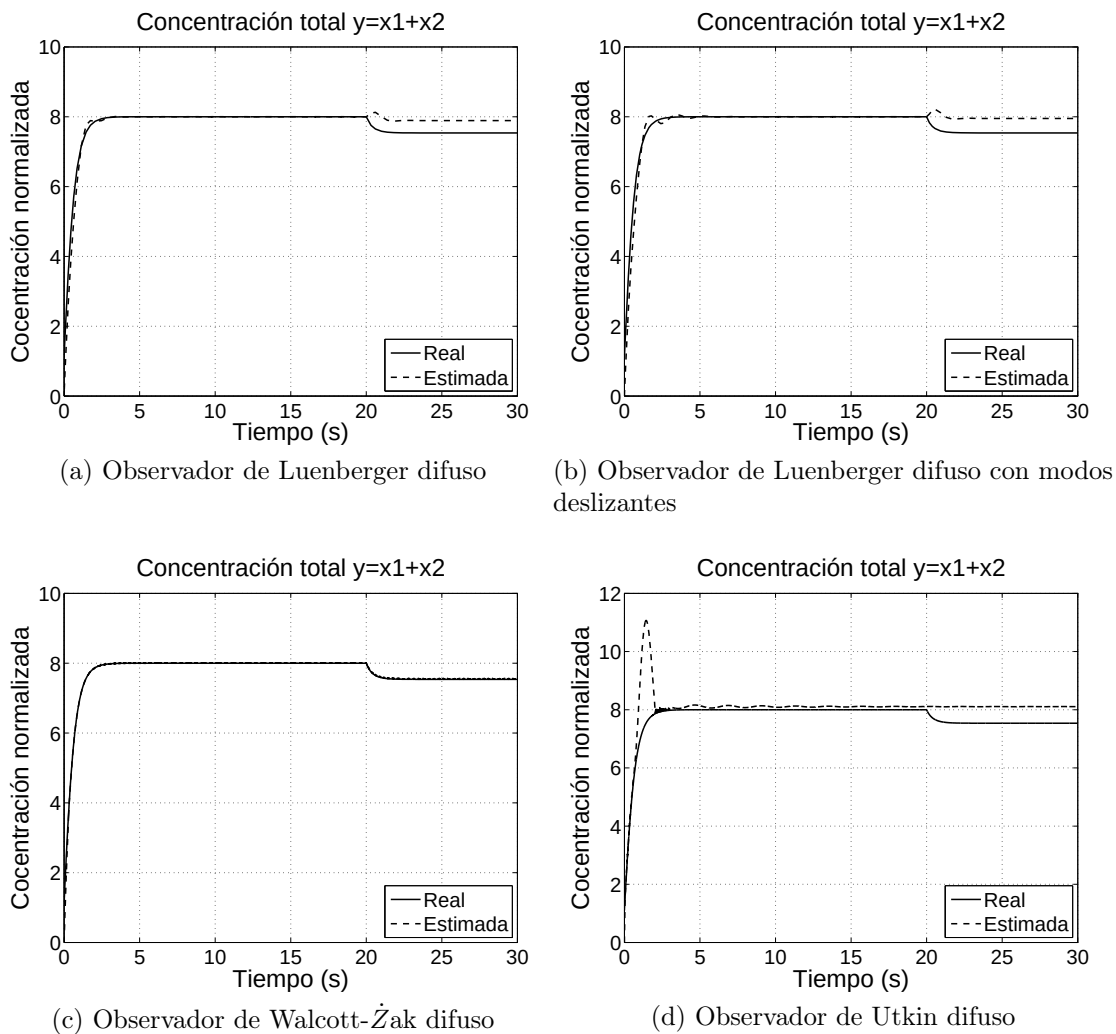


Figura 4.20: Salida del CSTR y observadores con $D_{a1} = 0.9$

La Figura 4.20 muestra que el observador de Luenberger difuso trata de ajustarse a la falla. El observador de Luenberger difuso con modos deslizantes sufre una mínima alteriación pero se vuelve a estabilizar. El observador de Walcott-Żak se ajusta a la variación que se produce en el CSTR. Finalmente el observador de Utkin difuso no sufre alteraciones. Se muestra el comportamiento del error en la Figura 4.21; en el caso de Luenberger difuso, Luenberger difuso con modos deslizantes tienen casi el mismo comportamiento, variando solamente la magnitud; el observador Walcott-Żak difuso presenta un error casi nulo; mientras que el observador de Utkin difuso también presenta un error constante cuando se presenta la variación.

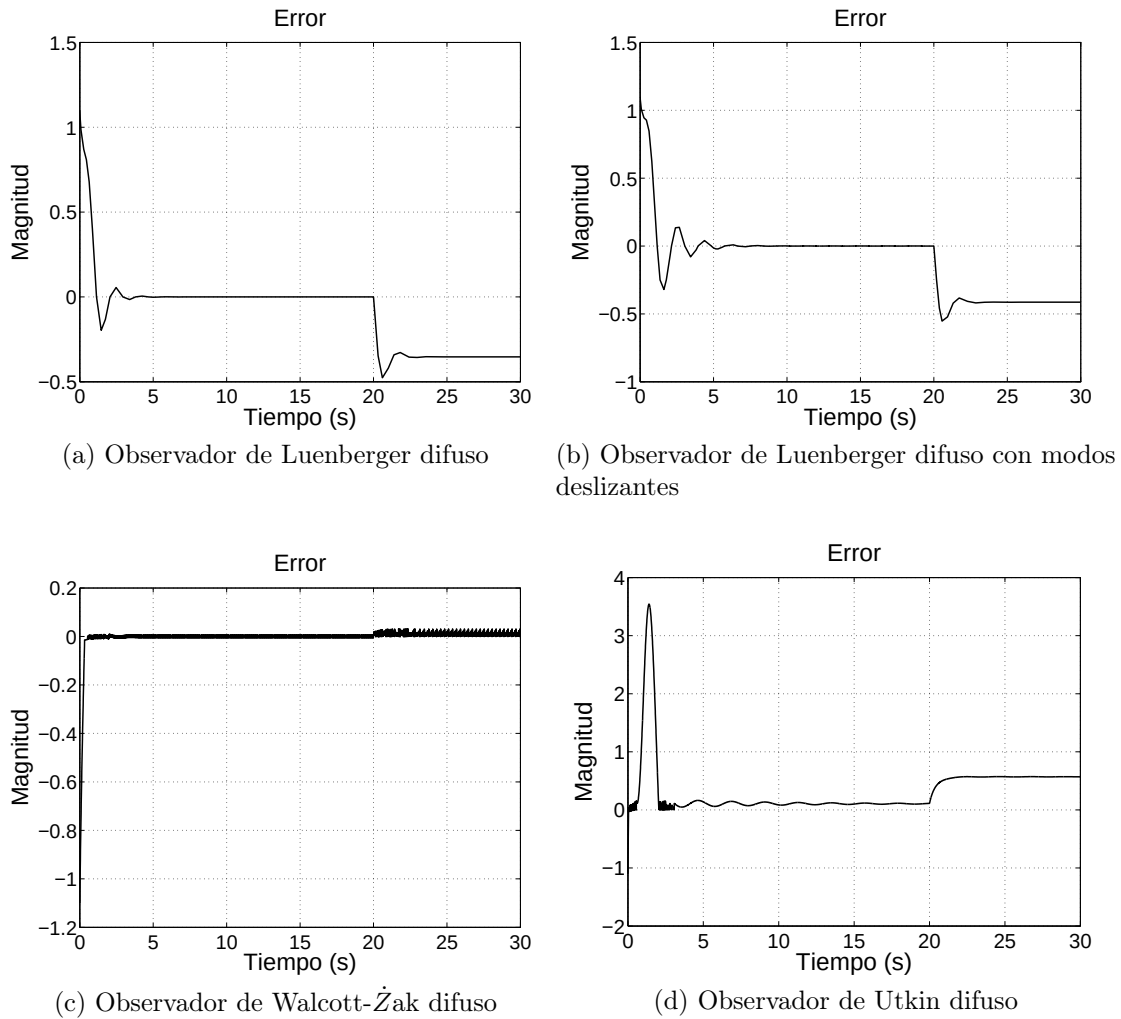


Figura 4.21: Error en el CSTR con $D_{a1} = 0.9$

Las señales de error que se producen nos ayudan a generar los residuos mostrados en la Figura 4.22, los cuales son comparados con el valor de umbral para poder realizar la detección y en base a dicha comparación se obtienen los indicadores que se muestran en la Figura 4.23. La falla se detecta satisfactoriamente en tres casos (Luenberger difuso, Luenberger difuso con modos deslizantes y Utkin) cuando se presenta la falla (variación de parámetros). Pero en el observador de Walcott-Żak difuso, debido a que éste se ajusta a la variación que se presenta en la planta no puede detectar la falla.

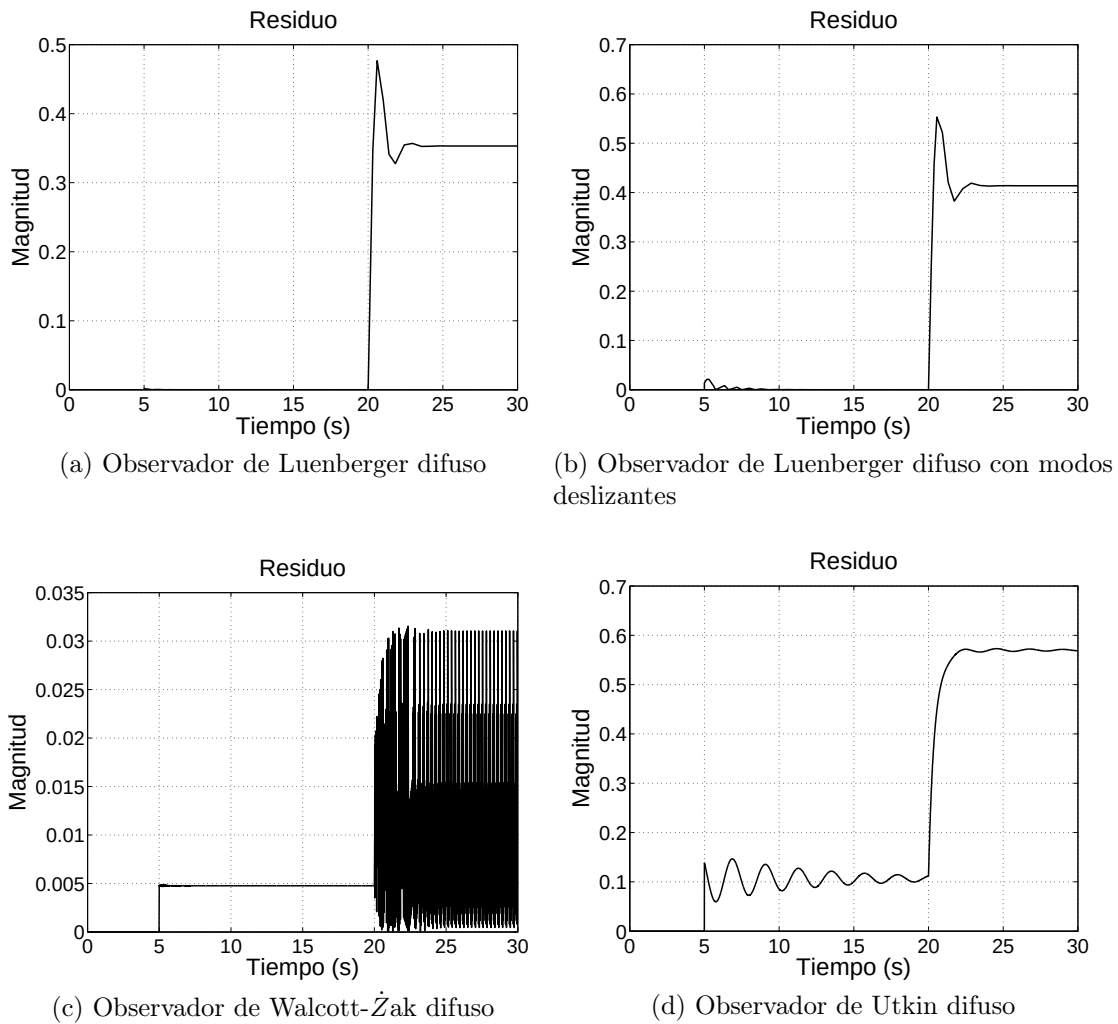
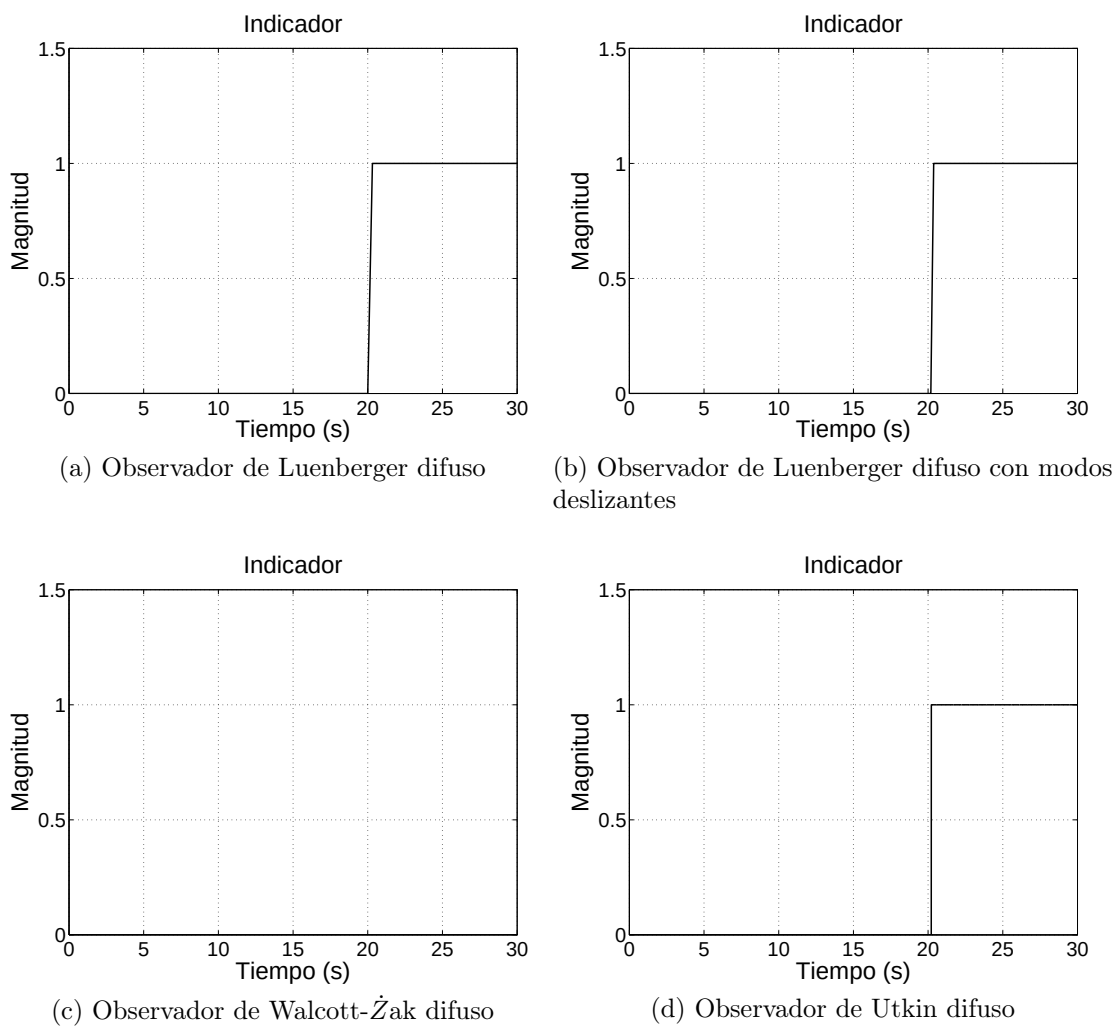


Figura 4.22: Residuos generados en el CSTR con $D_{a1} = 0.9$

Figura 4.23: Indicadores del CSTR con $D_{a1} = 0.9$

4.1.6. Comentarios

El comportamiento de los observadores permiten obtener las siguientes conclusiones parciales:

- El observador de Luenberger difuso con modos deslizantes mostró el mejor desempeño al detectar fallas bajo las situaciones que se consideraron.

- El observador de Walcott-Żak difuso presentó mejor desempeño si sólo se considera la situación de fallas en el sensor de salida
- El observador de Utkin presenta una mejor opción bajo la circunstancia en la que la magnitud de la salida (ya sea por falla en sensor o varación de parámetros) disminuya. En caso de que la magnitud aumente, el observador no detecta las fallas adecuadamente.
- Si las fallas son de una mayor magnitud a las que se usaron, el sistema de detección funcionara satisfactoriamente.
- Todos estos resultados son para los puntos de operación $x_0^1 = [0 \ 0]^T$ y $x_0^2 = [6 \ 2]^T$ y con condiciones iniciales $x_0 = [0.1 \ 1]^T$.

4.2. Aplicación a un sistema hidráulico

Los sistemas hidráulicos son comúnmente usados en la industria. Al igual que cualquier otro sistema también son propensos a diferentes tipos de fallas. En un sistema hidráulico, el mal funcionamiento, la mayoría de las veces se debe a cambios en los parámetros del sistema, estos a su vez son causados por cambios en las condiciones ambientales, falla en sensores y debido fugas externas e internas. La necesidad de un monitoreo continuo en línea en un sistema hidráulico se vuelve mas importante día a día. Es crucial proveer información correcta acerca del estado en el cual se encuentra el sistema a los operadores a cargo. Eso debe de realizarse tan pronto como sea posible con el propósito de indicar al personal de mantenimiento que se debe solucionar un problema.

4.2.1. Modelo dinámico

Considere el conjunto de tanques mostrado en la Figura 4.24. La masa total dentro de un tanque se expresa por:

$$Masa_{total} = \rho V = \rho A_t h \quad (4.7)$$

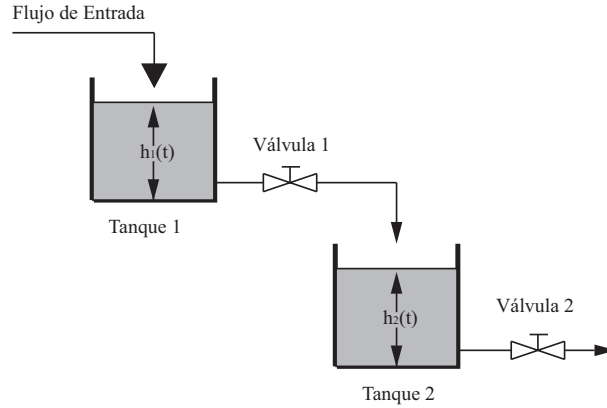


Figura 4.24: Sistema de tanques sin interacción

donde ρ es la densidad del líquido, V es el volumen del líquido, A_t es el área transversal del tanque y h es la altura del nivel del líquido del tanque. Para obtener el modelo dinámico del tanque se hace un balance de masa:

$$\left[\begin{array}{c} \text{Tasa de acumulacion de} \\ \text{masa en el proceso} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \text{Flujo de masa de} \\ \text{entrada al proceso} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{c} \text{Flujo de masa de} \\ \text{salida del proceso} \end{array} \right]$$

ó

$$\frac{d(\rho V)}{dt} = \rho f_e - \rho f_s \quad (4.8)$$

donde f_e y f_s son los flujos de entrada y salida respectivamente. Como $V = A_t h$ entonces

$$\frac{d(\rho A_t h)}{dt} = \rho f_e - \rho f_s \quad (4.9)$$

Si la densidad del líquido y el área transversal del tanque son constantes, se tiene que:

$$A_t \frac{dh}{dt} = f_e - f_s \quad (4.10)$$

En el sistema a considerar, una electroválvula está instalada a la salida del tanque; por lo tanto, el flujo de salida de la válvula está dado por el principio de torricelli tal y como mencionan [Ogata01], [Smith97] y [Barrientos96], se expresa de la siguiente forma:

$$f_s = C_v C_c A_o \sqrt{2gh} \quad (4.11)$$

donde C_v es el coeficiente de la velocidad, C_c es el coeficiente de contracción, A_o es el área del orificio, g es la gravedad y h es el nivel de líquido presente en el recipiente.

Si $w = C_v C_c A_o \sqrt{2g}$ entonces la ecuación (4.11) se reduce a

$$f_s = w\sqrt{h} \quad (4.12)$$

donde w es el factor de apertura de la válvula de acuerdo a [Barrientos96], entonces sustituyendo (4.12) en la ecuación (4.10), el comportamiento dinámico del sistema puede expresarse como:

$$A_t \frac{dh}{dt} = f_e - w\sqrt{h} \quad (4.13)$$

por lo que el comportamiento dinámico para el sistema de dos tanques sin interacción de la Figura 4.24 es

$$\begin{cases} \dot{h}_1 = \frac{f_e}{A_t} - \frac{f_{s1}}{A_t} \\ \dot{h}_2 = \frac{f_{s1}}{A_t} - \frac{f_{s2}}{A_t} \end{cases} \quad (4.14)$$

donde f_e es el flujo de entrada, f_{s1} es el flujo de salida del tanque 1, f_{s2} es el flujo de salida del tanque 2, h_1 y h_2 son los niveles del líquido en el tanque 1 y 2 respectivamente. Donde el flujo de salida del primer tanque es la entrada del segundo. Sustituyendo (4.12) en (4.14) se

obtienen las siguientes expresiones

$$\begin{cases} \dot{h}_1 = \frac{f_e}{A_t} - \frac{w_1(t)\sqrt{h_1(t)}}{A_t} \\ \dot{h}_2 = \frac{w_1(t)\sqrt{h_1(t)}}{A_t} - \frac{w_2(t)\sqrt{h_2(t)}}{A_t} \end{cases} \quad (4.15)$$

w_1 y w_2 son los factores apertura de las válvulas uno y dos respectivamente, que tienen por unidades $\frac{m^{\frac{5}{2}}}{s}$, mas sin embargo el significado de este parametro va mas alla, ya que depende de las condiciones del sistema, de si el flujo es laminar, turbulento, si se manejan líquidos, gas, etc., por lo cual para poder obtener los valores de este parameto solo se pueden realizar experimentalmente, en este caso de estudio se considera el trabajo realizado en CINVESTAV Unidad Guadalajara [Maldonado99].

Estas ecuaciones serán utilizadas para describir el comportamiento de los tanques alrededor de distintos puntos de operación. Para describir el comportamiento dinámico del sistema completo es necesario obtener una relación entre la señal de entrada a la electroválvula (voltaje) y su salida (la apertura de la válvula). El modelo dinámico de la válvula obtenido por [Smith85] está dado por la función de transferencia

$$\frac{w(s)}{v(s)} = \frac{K_e}{1 + Ts} \quad (4.16)$$

donde K_e es la ganancia estática y tiene las unidades $\frac{gpm}{\%CO}$, T es la constante de tiempo, w es la apertura de la válvula y v es el voltaje de entrada aplicado a la electroválvula. Para este ejemplo tomaremos la caracterización realizada por [Maldonado99] de dos válvulas electromecánicas, los resultados que obtuvo se muestran en las tablas 4.1 y 4.2

Para $T = 2.6525s$ y $A_t = 0.16m^2$

Tabla 4.1: Válvula superior

Punto de operación	25 cm	35 cm	45 cm
K_{e1}	0.03923e-3	0.028603e-3	0.026298e-3

Tabla 4.2: Válvula inferior

Punto de operación	25 cm	35 cm	45 cm
K_{e2}	0.035284e-3	0.030834e-3	0.030107e-3

Desarrollando la ecuación (4.16) se obtiene

$$w(s) + Tsw(s) = K_e v(s)$$

$$w(t) + T\dot{w}(t) = K_e v(s)$$

$$\dot{w}(t) = -\frac{1}{T}w(t) + \frac{K_e}{T}v(t)$$

La cual expresa la respuesta dinámica en el tiempo de la válvula para cada punto de operación.

4.2.2. Aproximación lineal

Para el diseño de los observadores difusos propuestos se requieren modelos lineales que describan el comportamiento dinámico de la planta en puntos de operación específicos. Mediante la aproximación en serie de Taylor como mencionan [Ogata01, Kailath80, Kuo92] se determinan los modelos lineales requeridos.

La linealización por serie de Taylor de la ecuación (4.14) se obtiene calculan el jacobiano en el punto de operación $(w_{01}, h_{01}, w_{02}, h_{02})$:

$$\begin{cases} \dot{h}_1 = -\frac{w_{01}}{2A_t\sqrt{h_{01}}}h_1(t) - \frac{\sqrt{h_{01}}}{A_t}w_1(t) \\ \dot{h}_2 = \frac{w_{01}}{2A_t\sqrt{h_{01}}}h_1(t) + \frac{\sqrt{h_{01}}}{A_t}w_1(t) - \frac{w_{02}}{2A_t\sqrt{h_{02}}}h_1(t) - \frac{\sqrt{h_{02}}}{A_t}w_1(t) \end{cases} \quad (4.17)$$

donde w_{01} y w_{02} son las aperturas de las válvulas uno y dos respectivamente en el punto de operación, h_{01} y h_{02} son los niveles de los tanques uno y dos respectivamente en el punto de operación.

El modelo lineal para el sistema hidráulico alrededor de los puntos de operación de acuerdo a [Maldonado99] está expresado de la siguiente forma :

$$\begin{cases} \dot{h}_1(t) = -\frac{w_{01}}{2A_t\sqrt{h_{01}}}h_1(t) - \frac{\sqrt{h_{01}}}{A_t}w_1(t) \\ \dot{w}_1(t) = -\frac{1}{T}w_1(t) + \frac{K_{e1}}{T}v_1(t) \\ \dot{h}_2(t) = \frac{w_{01}}{2A_t\sqrt{h_{01}}}h_1(t) + \frac{\sqrt{h_{01}}}{A_t}w_1(t) - \frac{w_{02}}{2A_t\sqrt{h_{02}}}h_1(t) - \frac{\sqrt{h_{02}}}{A_t}w_1(t) \\ \dot{w}_2(t) = -\frac{1}{T}w_2(t) + \frac{K_{e2}}{T}v_2(t) \end{cases} \quad (4.18)$$

donde K_{e1} y K_{e2} son las ganancias estáticas de las válvulas uno y dos en el punto de operación.

4.2.3. Representación en variables de estado

Ahora se obtendrá la representación en variables de estado del sistema de tanques, si se definen las siguientes variables de estado $x_1 = h_1$, $x_2 = w_1$, $x_3 = h_2$, $x_4 = w_2$, $u = \begin{bmatrix} v_1 & v_2 \end{bmatrix}^T$, $y = \begin{bmatrix} x_1 & 0 & x_3 & 0 \end{bmatrix}$ el modelo lineal en variables de estado para un punto de operación específico queda expresado por

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{w_{01}}{2A_t\sqrt{h_{01}}} & -\frac{\sqrt{h_{01}}}{A_t} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T} & 0 & 0 \\ \frac{w_{01}}{2A_t\sqrt{h_{01}}} & \frac{\sqrt{h_{01}}}{A_t} & -\frac{w_{02}}{2A_t\sqrt{h_{02}}} & -\frac{\sqrt{h_{02}}}{A_t} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{K_{e1}}{T} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{K_{e2}}{T} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

Los puntos de operación del sistema están dados por $x_{0i} = \begin{bmatrix} h_{01} & w_{01} & h_{02} & w_{02} \end{bmatrix}$; h_{01} y h_{02} ya son conocidos, pero los puntos w_{01} y w_{02} no los son. [Maldonado99] usó la ecuación 4.12 para obtener los valores de w_{01} y w_{02} . En base a lo anterior, para modelar el sistema de nivel de líquido desde el punto de vista Takagi-Sugeno, se proponen los siguientes 9 puntos de operación:

$$x_{01} = \begin{bmatrix} 0.25 & 0.20795e-3 & 0.25 & 0.20795e-3 \end{bmatrix}$$

$$x_{02} = \begin{bmatrix} 0.25 & 0.20795e-3 & 0.35 & 0.17574e-3 \end{bmatrix}$$

$$x_{03} = \begin{bmatrix} 0.25 & 0.20795e-3 & 0.45 & 0.15499e-3 \end{bmatrix}$$

$$x_{04} = \begin{bmatrix} 0.35 & 0.17574e-3 & 0.25 & 0.20795e-3 \end{bmatrix}$$

$$x_{05} = \begin{bmatrix} 0.35 & 0.17574e-3 & 0.35 & 0.17574e-3 \end{bmatrix}$$

$$x_{06} = \begin{bmatrix} 0.35 & 0.17574e-3 & 0.45 & 0.15499e-3 \end{bmatrix}$$

$$x_{07} = \begin{bmatrix} 0.45 & 0.15499e-3 & 0.25 & 0.20795e-3 \end{bmatrix}$$

$$x_{08} = \begin{bmatrix} 0.45 & 0.15499e-3 & 0.35 & 0.17574e-3 \end{bmatrix}$$

$$x_{09} = \begin{bmatrix} 0.45 & 0.15499e-3 & 0.45 & 0.15499e-3 \end{bmatrix}$$

Para los 9 subsistemas lineales, ver Apendice C para ver las reglas condicionales. Se propone el uso de las funciones de pertenencia mostradas en la Figura 4.25 , con lo cual se puede formar el sistema difuso.

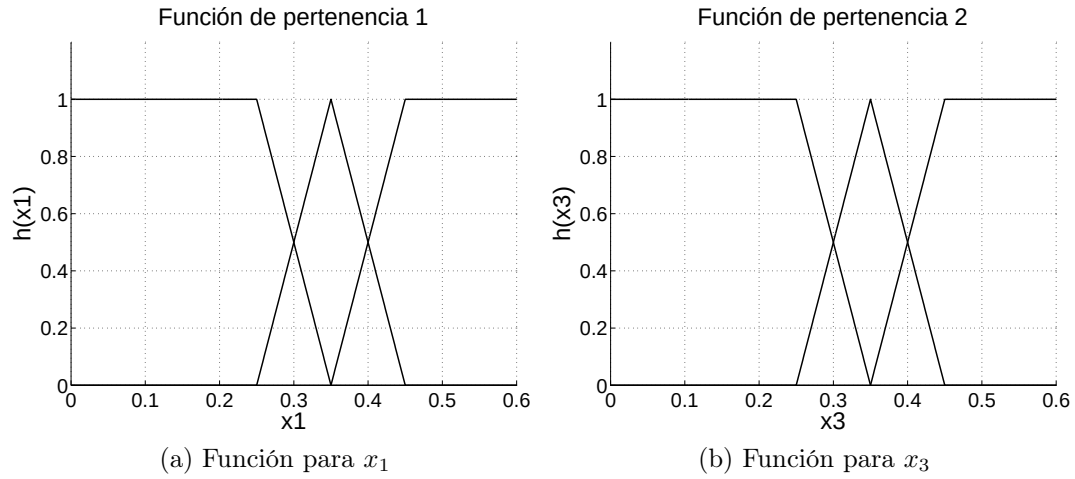


Figura 4.25: Funciones de pertenencia para el sistema de tanques

Para este caso se aplicaran dos fallas, bajo las mismas condiciones que en caso del CSTR y con condiciones iniciales $x_0 = \begin{bmatrix} 0.15 & 0 & 0.1 & 0 \end{bmatrix}^T$

- Falla en el sensor de la salida del tanque 1. En este caso se usará un umbral de detección 0.04 lo cual equivale a una variación de 4cm, con lo cual se puede evitar la perturbación provocada por la caída de líquido en el tanque.
- Fuga de agua en el tanque 1. Se propone una abertura de $\frac{3}{4}$ de pulgada, se usa el mismo umbral.

A continuación se presentan los resultados obtenidos para cada una de las situaciones propuestas usando observadores difusos.

4.2.4. Diseño de observadores difusos en ausencia de fallas

4.2.4.1. Observador de Luenberger difuso

Se realizó el diseño del observador usando la metodología de la sección 3.5, se usaron un total de 46 LMI's, las cuales se generaron a partir de (3.4) para poder obtener la siguiente matriz

P .

$$P = \begin{bmatrix} 569.5174 & -9.0345 & 0.0492 & -8.9259 \\ -9.0345 & 511.9585 & 0.1312 & -1.2635 \\ 0.0492 & 0.1312 & 569.4680 & -9.0584 \\ -8.9259 & -1.2635 & -9.0584 & 510.9622 \end{bmatrix}$$

Con valores propios en $\lambda = [506.7589, 512.2646, 570.0098, 572.9028]$ lo cual hace que la matriz P sea positiva definida, como es estable se pueden obtener las matrices de ganancia para el observador usando:

$$K_i = P^{-1}N_i$$

Usando la Ecuación anterior se obtuvieron las siguientes ganancias:

$$K1 = \begin{bmatrix} 0.22235 & -1.5012 \\ -3.4655 & 3.4403 \\ 1.5037 & 0.2220 \\ 0.0283 & -3.4899 \end{bmatrix} \quad K2 = \begin{bmatrix} 0.2230 & 1.1477 \\ -3.4650 & 3.4856 \\ -1.1547 & 0.2127 \\ -0.0189 & -4.0818 \end{bmatrix}$$

$$K3 = \begin{bmatrix} 0.2231 & 0.6697 \\ -3.4651 & 3.4757 \\ -0.6855 & 0.2041 \\ -0.0106 & -4.6421 \end{bmatrix} \quad K4 = \begin{bmatrix} 0.2135 & -0.2748 \\ -4.1023 & 4.0987 \\ 0.2874 & 0.2221 \\ 0.0050 & -3.4668 \end{bmatrix}$$

$$K5 = \begin{bmatrix} 0.2135 & -0.2753 \\ -4.1023 & 4.0972 \\ 0.2779 & 0.2124 \\ 0.0047 & -4.1051 \end{bmatrix} \quad K6 = \begin{bmatrix} 0.2134 & 0.2291 \\ -4.1022 & 4.1047 \\ -0.2350 & 0.2039 \\ -0.0044 & -4.6482 \end{bmatrix}$$

$$K7 = \begin{bmatrix} 0.2048 & 0.4586 \\ -4.6530 & 4.6623 \\ -0.4372 & 0.2222 \\ -0.0094 & -3.4526 \end{bmatrix} \quad K8 = \begin{bmatrix} 0.2050 & -0.4998 \\ -4.6532 & 4.6438 \\ 0.5110 & 0.2122 \\ 0.0074 & -4.1077 \end{bmatrix}$$

$$K9 = \begin{bmatrix} 0.2049 & 0.1300 \\ -4.6530 & 4.6536 \\ -0.1274 & 0.2038 \\ -0.0040 & -4.6486 \end{bmatrix}$$

En la Figura 4.26 se muestra el comportamiento del observador, el cual se ajusta perfectamente a las señales obtenidas de los sensores.

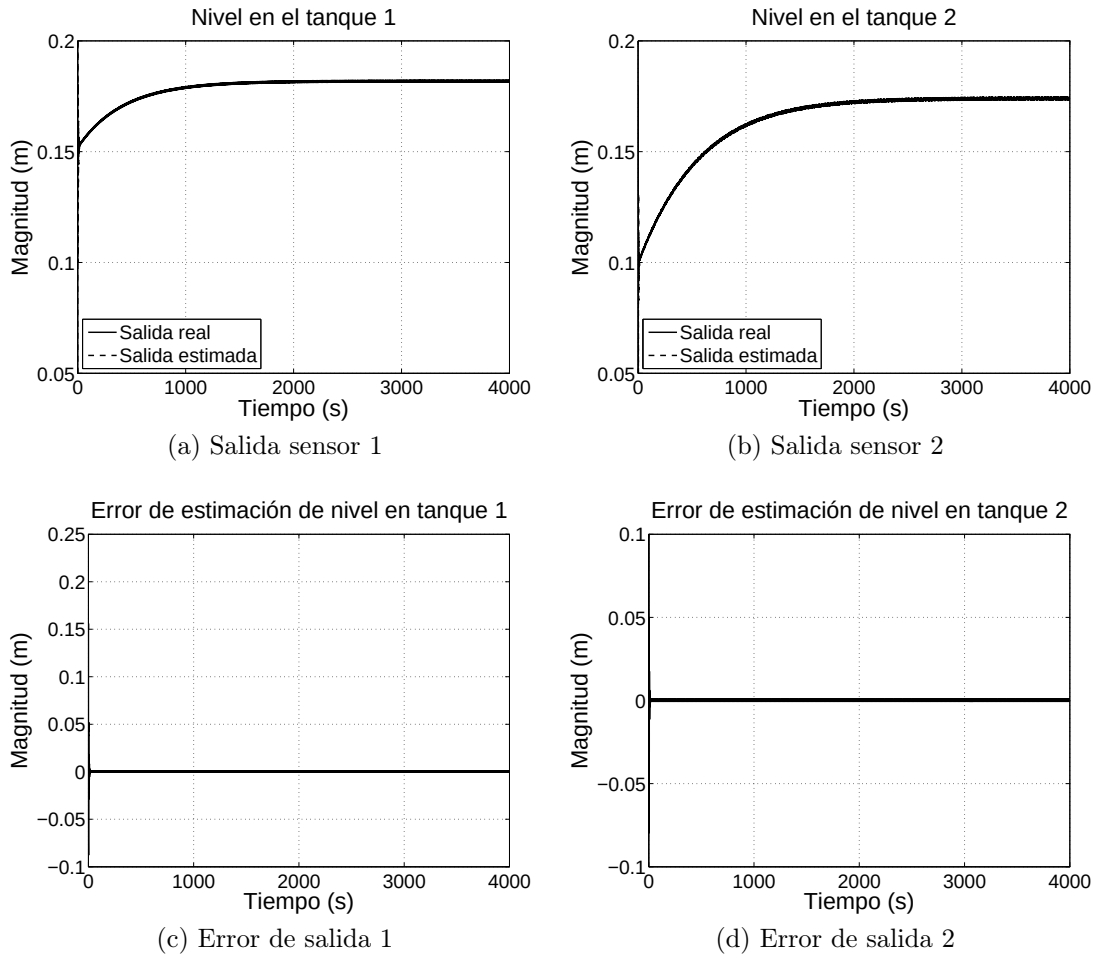


Figura 4.26: Comportamiento del observador de Luenberger difuso

Los resultados mostrados en la Figura 4.26 no permiten apreciar el periodo transitorio que tiene el observador difuso debido al tiempo de simulación, esto es debido a la simulación que se realiza por la dinámica lenta del conjunto de tanques, a los cuales les toma alrededor de 1500 segundos en llegar a su estado estable.

En la Figura 4.27 se muestra un acercamiento del periodo de simulación de 0 a 30 segundos, en el cual se aprecia el transitorio del observador, en estas simulaciones se observa que al observador le toma alrededor de 12 segundos para que los estados estimados se ajusten a los estados medidos por los sensores de salida; los observadores tienen un comportamiento subamortiguado.

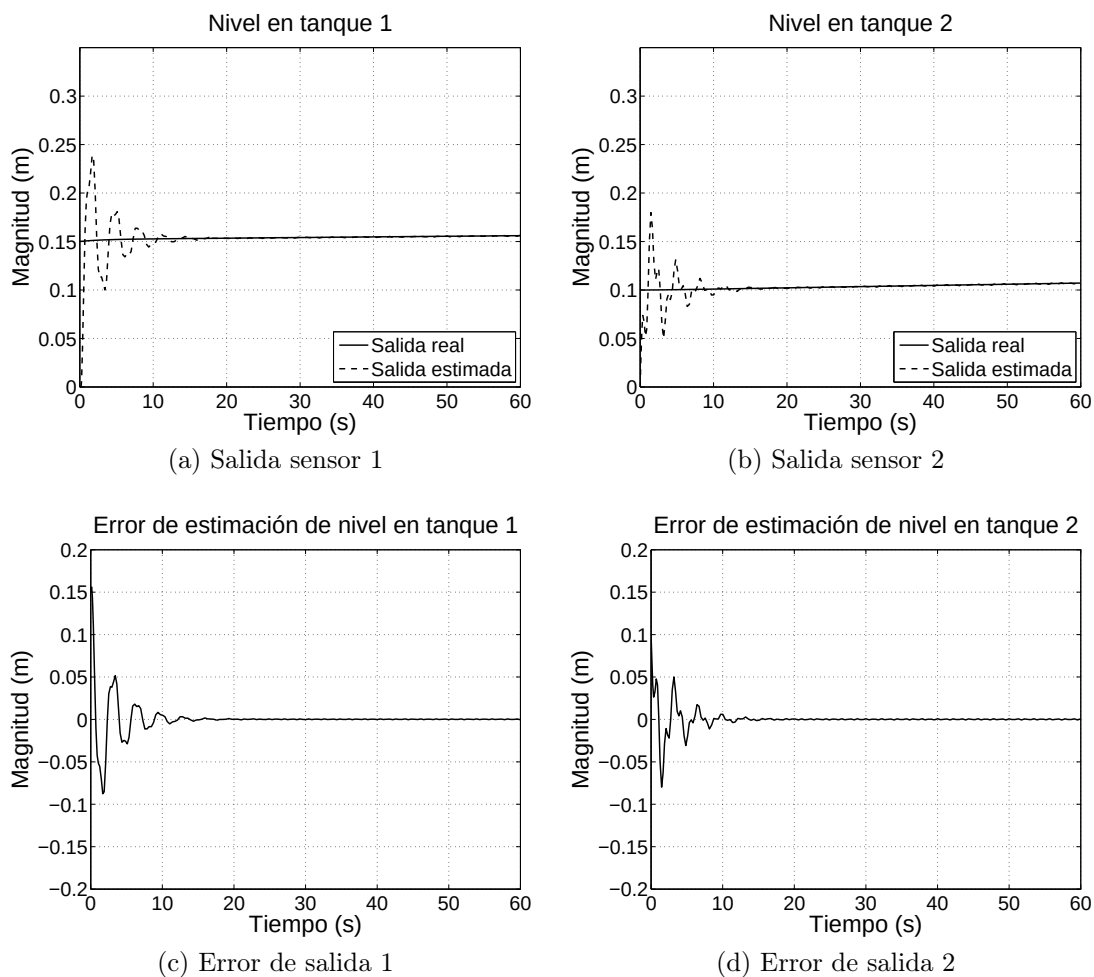


Figura 4.27: Acercamiento del comportamiento del observador de Luenberger difuso

4.2.4.2. Observador de Luenberger con modos deslizantes difuso

En esta subsección se considera el diseño del observador de Luenberger con modos deslizantes difuso usando la metodología de la sección 3.6, y se obtuvieron los mismos resultados que en caso anterior, la ganancia para el modo deslizante se elige como

$$k = 5$$

con lo cual de acuerdo a la metodología, se garantiza la estabilidad del observador, en este caso un valor de 5 es bastante grande, al menos para las condiciones de este sistema.

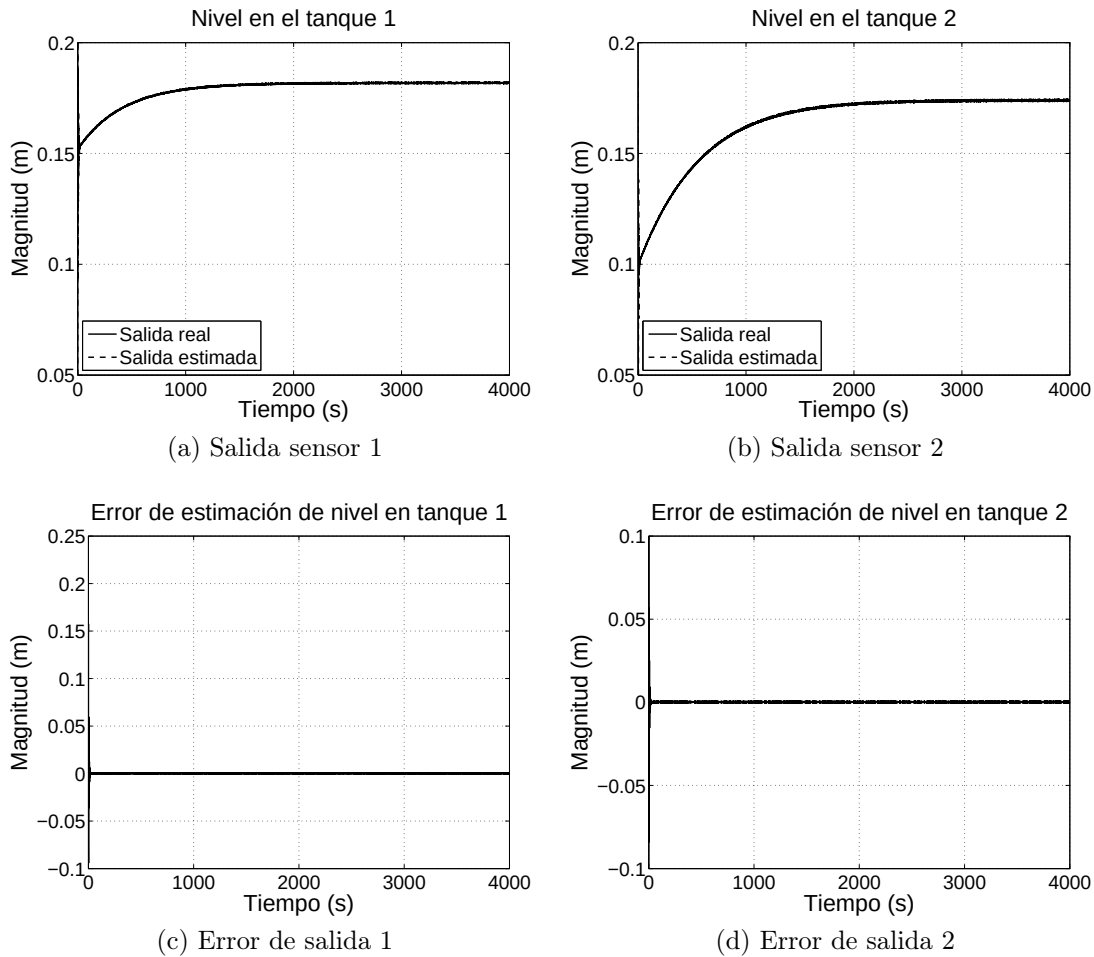


Figura 4.28: Comportamiento del observador de Luenberger difuso con modos deslizantes

En la Figura 4.28 se muestra el comportamiento del observador, el cual se ajusta perfectamente a las señales obtenidas de los sensores de salida, las cuales son las alturas de los líquidos que se encuentran dentro de los tanques.

Los resultados mostrados en la Figura 4.28 no permiten apreciar el periodo transitorio que

tiene el observador difuso debido al tiempo de simulación, esto es debido a la simulación que se realiza por la dinámica lenta del conjunto de tanques, a los cuales les toma alrededor de 25 minutos en llegar a su estado estable.

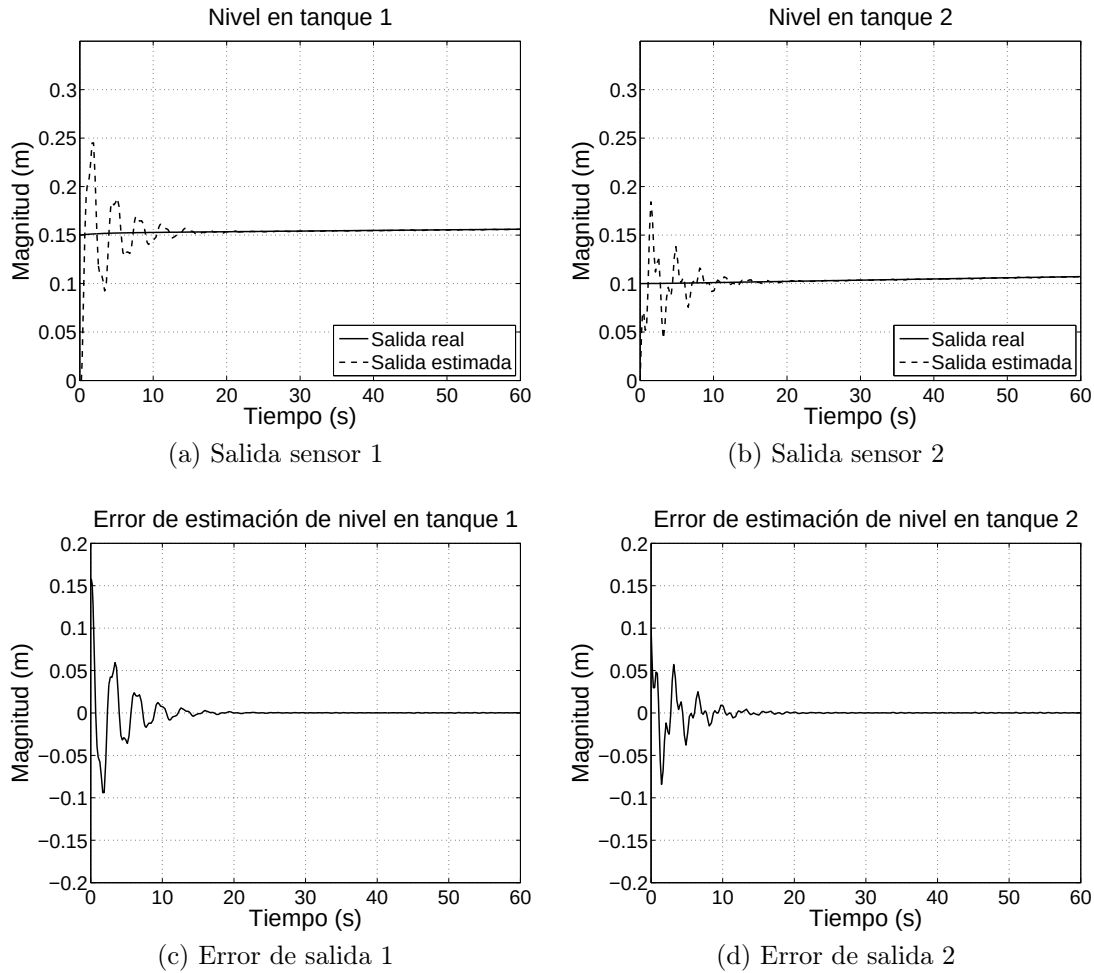


Figura 4.29: Acercamiento del comportamiento del observador de Luenberger difuso con modos deslizantes

En la Figura 4.29 se muestra un acercamiento del periodo de simulación de 0 a 30 segundos, en el cual se aprecia el transitorio del observador, en estas simulaciones se observa que al observador le toma alrededor de 12 segundos para que los estados estimados se ajusten a los estados medidos por los sensores de salida; los observadores tienen un comportamiento subamortiguado. Pero este efecto es en menor grado que en el observador de Luenberger.

4.2.4.3. Observador de Walcott-Żak difuso

Se realizó el diseño del observador usando la metodología de la sección 3.8, y al igual que en caso anterior el procedimiento del Apendice B, como resultado se obtuvieron las mismas matrices que en los 2 casos anteriores, debido a que si comparamos las ecuaciones (3.45) y (3.20) tienen la misma forma, por lo cual se pueden usar las mismas LMI's haciendo el cambio de variable $K_i = G_i$. Para el diseño de las matrices F_i usaremos la ecuación (3.41). Despejando a F se obtiene

$$F_i = \left[(C_i C_i^T)^{-1} C_i P B_i \right]^T$$

$$F1 = \begin{bmatrix} -0.1336 & 0.0019 \\ -0.3149 & -0.3196 \end{bmatrix} \times 10^{-3} \quad F2 = \begin{bmatrix} -0.1336 & 0.0019 \\ -0.2752 & -0.2793 \end{bmatrix} \times 10^{-3}$$

$$F3 = \begin{bmatrix} -0.1336 & 0.0019 \\ -0.2687 & -0.2727 \end{bmatrix} \times 10^{-3} \quad F4 = \begin{bmatrix} -0.0974 & 0.0014 \\ -0.3149 & -0.3196 \end{bmatrix} \times 10^{-3}$$

$$F5 = \begin{bmatrix} -0.0974 & 0.0014 \\ -0.2752 & -0.2793 \end{bmatrix} \times 10^{-3} \quad F6 = \begin{bmatrix} -0.0974 & 0.0014 \\ -0.2687 & -0.2727 \end{bmatrix} \times 10^{-3}$$

$$F7 = \begin{bmatrix} -0.0896 & 0.0013 \\ -0.3149 & -0.3196 \end{bmatrix} \times 10^{-3} \quad F8 = \begin{bmatrix} -0.0896 & 0.0013 \\ -0.2752 & -0.2793 \end{bmatrix} \times 10^{-3}$$

$$F9 = \begin{bmatrix} -0.0896 & 0.0013 \\ -0.2687 & -0.2727 \end{bmatrix} \times 10^{-3}$$

En la Figura 4.30 se muestra el comportamiento del observador, el cual se ajusta perfectamente a las señales obtenidas del sensor 1.

Los resultados mostrados en la Figura 4.30 no permiten apreciar el periodo transitorio que tiene el observador difuso debido al tiempo de simulación, esto es debido a la simulación que se realiza por la dinámica lenta del conjunto de tanques, a los cuales les toma alrededor de 1500 segundos en llegar a su estado estable.

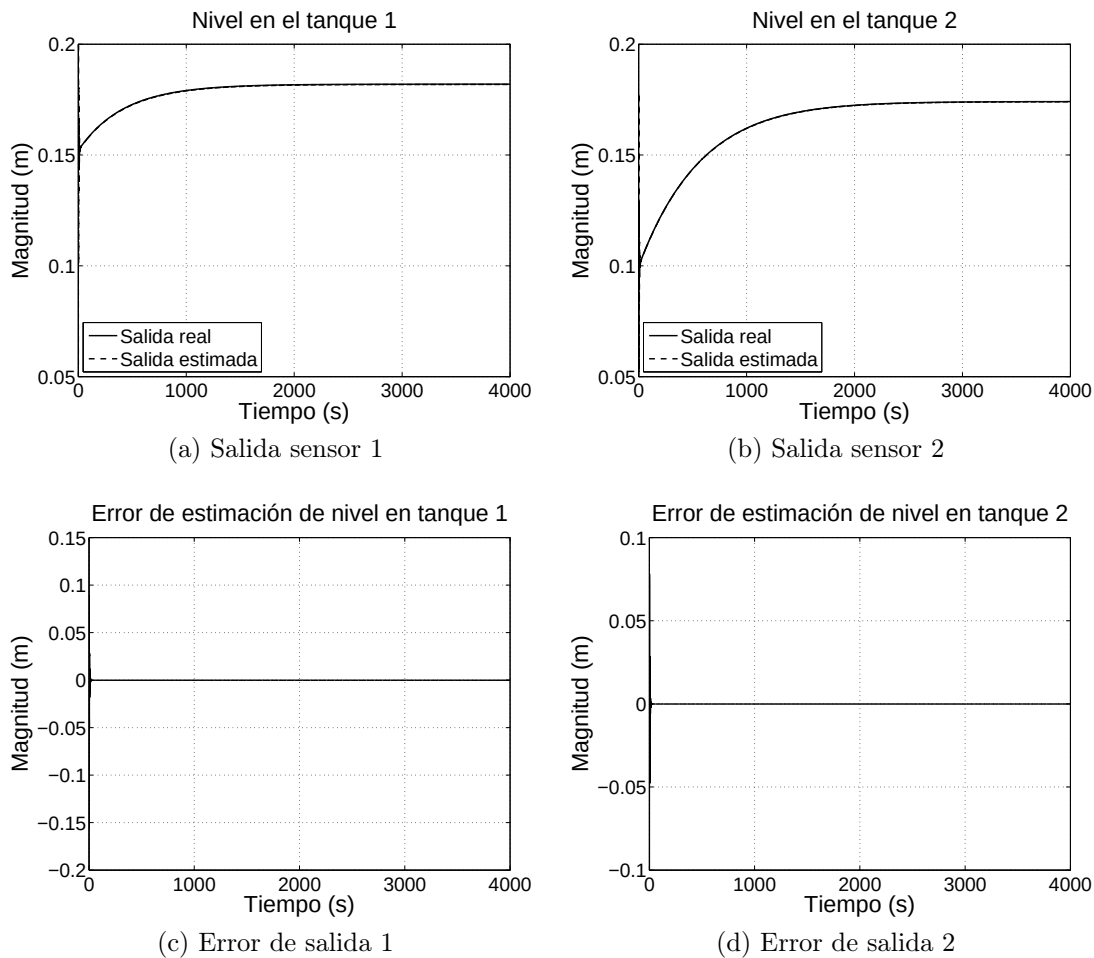


Figura 4.30: Comportamiento del observador de Walcott-Żak difuso

En la Figura 4.31 se muestra un acercamiento del periodo de simulación de 0 a 30 segundos, en el cual se aprecia el transitorio del observador, en esta simulaciones se observa que al observador le toma alrededor de 12 segundos es que los estados estimados se ajusten a los estados medidos por los sensores de salida; los observadores tienen un comportamiento subamortiguado más suave que en los dos tipos de observadores anteriores.

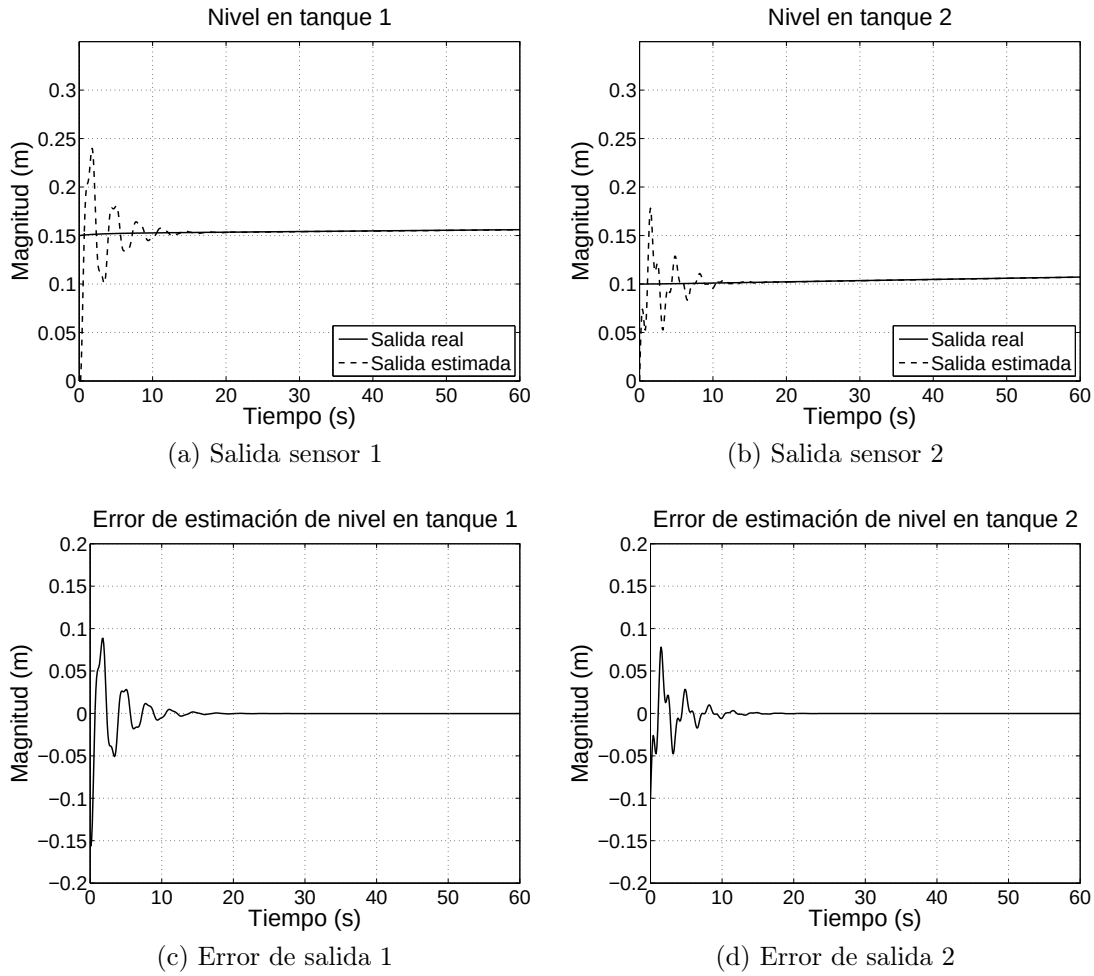


Figura 4.31: Acercamiento del comportamiento del observador de Walcott-Žak difuso

4.2.4.4. Observador de Utkin difuso

Para el diseño de este observador se usó el método propuesto en la sección 3.10, usando ese procedimiento el valor de las ganancias de retroalimentación para garantizar la convergencia del observador son

$$L1 = \begin{bmatrix} -0.0393 & 0.0000 \\ 0.0393 & 0.0393 \end{bmatrix} \quad L2 = \begin{bmatrix} -0.0393 & 0.0000 \\ 0.0332 & 0.0332 \end{bmatrix}$$

$$L3 = \begin{bmatrix} -0.0393 & 0.0000 \\ 0.0293 & 0.0293 \end{bmatrix} \quad L4 = \begin{bmatrix} -0.0333 & 0.0000 \\ 0.0393 & 0.0393 \end{bmatrix}$$

$$L5 = \begin{bmatrix} -0.0393 & 0.0000 \\ 0.0393 & 0.0393 \end{bmatrix} \quad L6 = \begin{bmatrix} -0.0393 & 0.0000 \\ 0.0393 & 0.0393 \end{bmatrix}$$

$$L7 = \begin{bmatrix} -0.0293 & 0.0000 \\ 0.0393 & 0.0393 \end{bmatrix} \quad L8 = \begin{bmatrix} -0.0293 & 0.0000 \\ 0.0332 & 0.0332 \end{bmatrix}$$

$$L9 = \begin{bmatrix} -0.0293 & 0.0000 \\ 0.0293 & 0.0293 \end{bmatrix}$$

para la ganancia M se debe elegir un valor pequeño, debido a que los elementos a los cuales afecta esta ganancia son del orden de 10^{-3} el valor se calculo a prueba y error, ya que en caso de que fuera mayor, podria presentar problemas y en las simulaciones solo se apreciaria el chatering que es una de las propiedades de los modos deslizantes.

$$M = 0.004$$

En la Figura 4.32 se muestra el comportamiento del observador, el cual se ajusta perfectamente a las señales obtenidas de los sensores de salida. En este caso, la constante M es de gran importancia ya que de este valor depende el ajuste del observador hacia la señal de referencia además de que influye en la robustez del observador.

Los resultados mostrados en la Figura 4.32 no permiten apreciar el periodo transitorio que tiene el observador difuso debido al tiempo de simulación, esto es debido a la simulación que se realiza por la dinámica lenta del conjunto de tanques, a los cuales les toma alrededor de 1500 segundos en llegar a su estado estable.

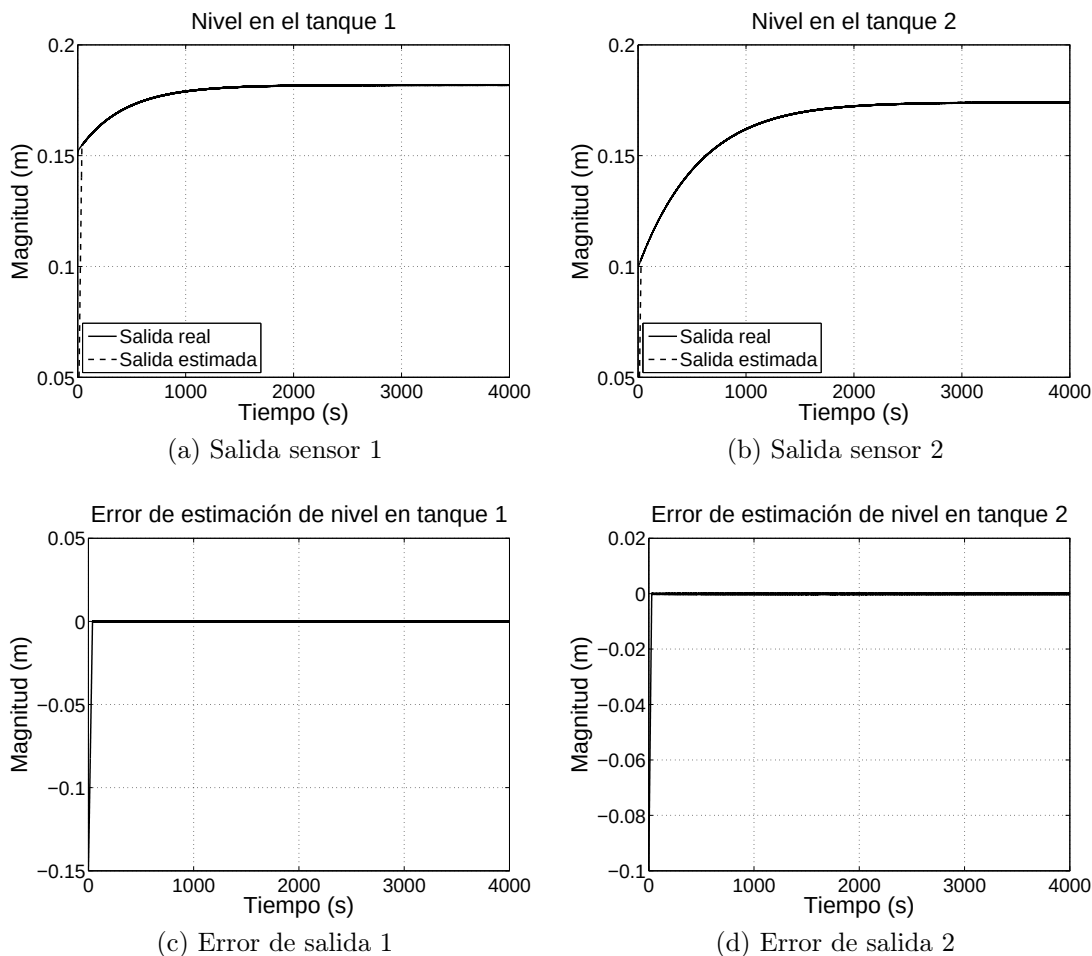


Figura 4.32: Comportamiento del observador de Utkin difuso

En la Figura 4.33 se muestra un acercamiento del periodo de simulación de 0 a 60 segundos, en el cual se aprecia el transitorio del observador, el cual es mas lento en comparacion con lo observadores anteriores, el comportamiento de este tipo de observador a diferencia de los otros tres tipos es que tiene un comportamiento sobreamortiguado, lo cual puede ser mejor para aplicar una retroalimentacion de estados. En esta simulaciones al observador le toma alrededor de 38 segundos para que los estados estimados se ajusten a los estados medidos por los sensores de salida

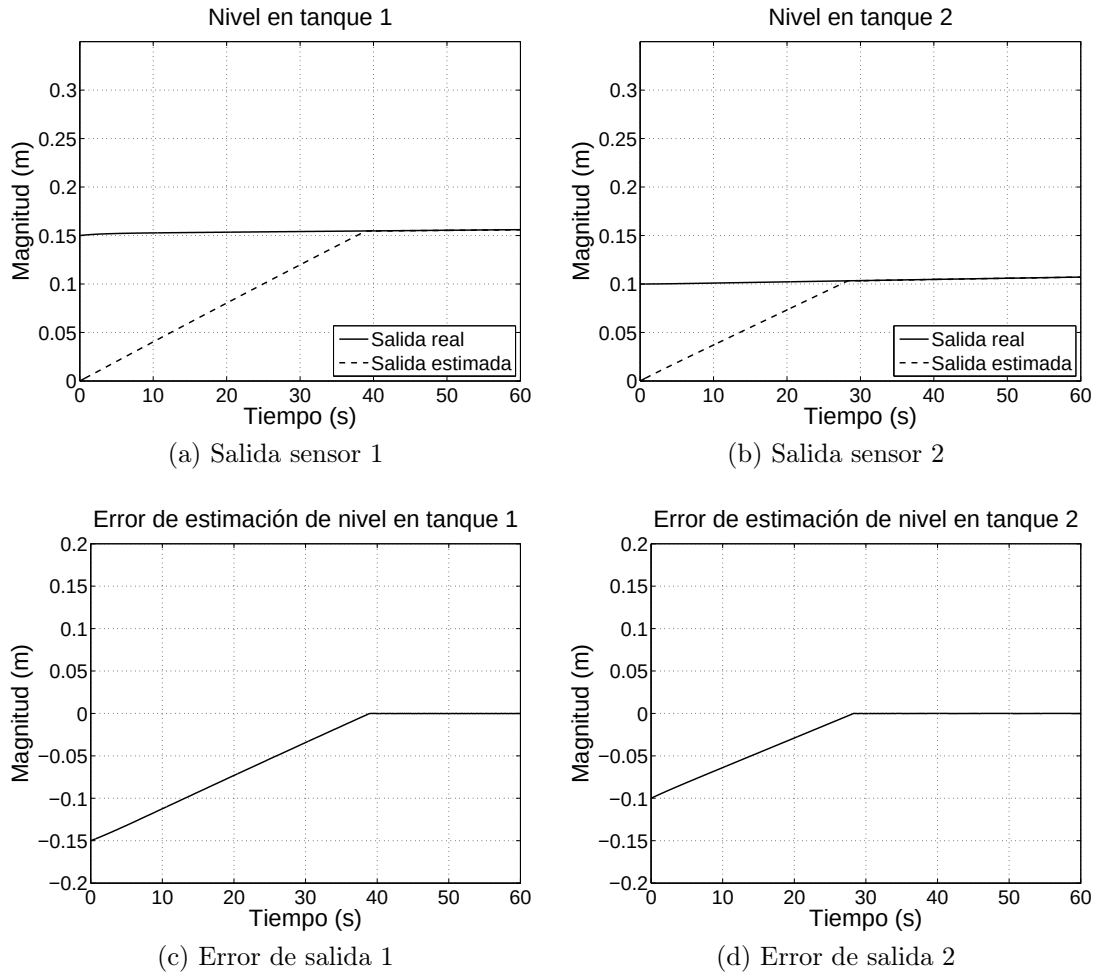


Figura 4.33: Acercamiento del comportamiento del observador de Utkin difuso

4.2.5. Sistema con falla en el sensor 1

En esta sección se induce la falla mostrada en la Figura 4.34 en el sensor del nivel en el tanque 1, en este caso se propone un falla tipo escalon que será de la clase aditiva y la forma en que se modela a la fallas se muestra en (4.19), donde D es un vector de dimensión 2×1 , la cual ocurre en $t=3000s$ con una duración de 15 segundos y una magnitud de 0.1m o 10 cm. Se plantearán dos situaciones; una en la que la falla se considera positiva, es decir, tal y como se ha estado trabajando, y otra situación en la que la falla es negativa.

$$y = \left[\sum_{i=1}^r h_i(z(t)) C_i x(t) \right] + Df \quad (4.19)$$

donde f es la falla de la Figura 4.34 ya D es un vector que tendrá los valores $\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}^T$ y $\begin{bmatrix} -1 & 0 \end{bmatrix}^T$.

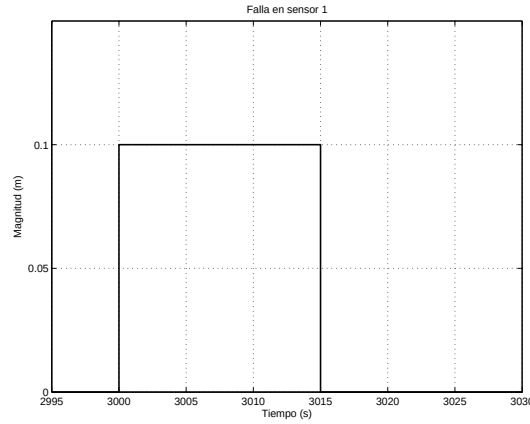
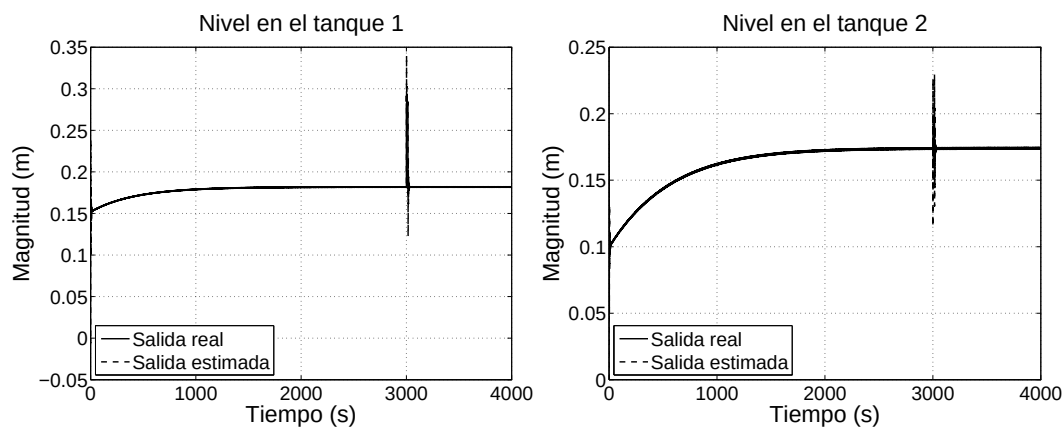


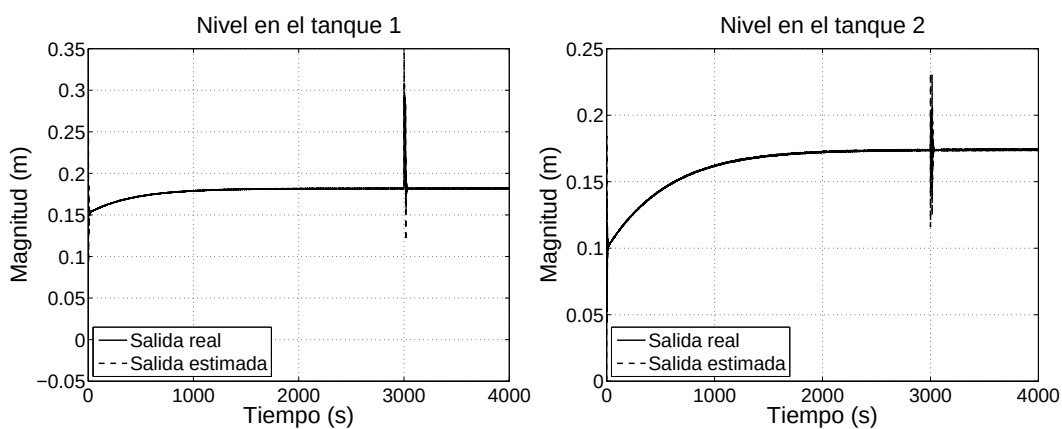
Figura 4.34: Falla que se provoca en el sensor de salida de tanque 1

4.2.5.1. Falla positiva en el sensor 1

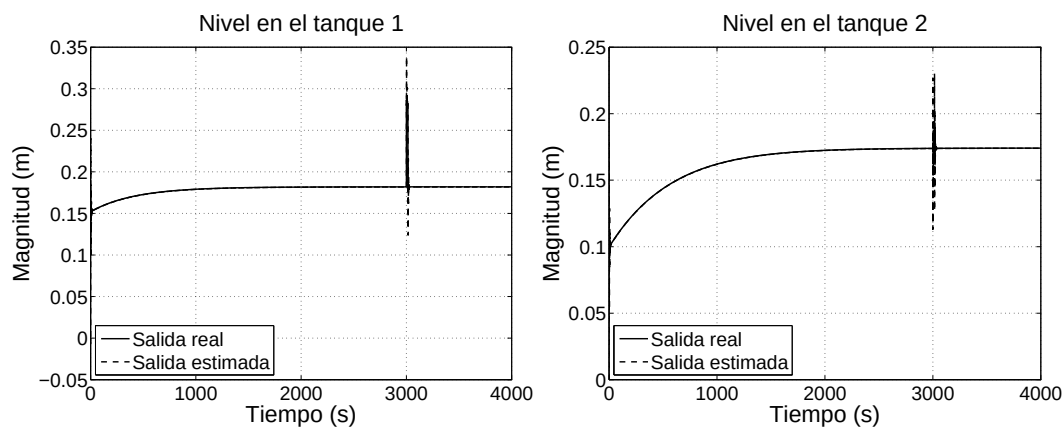
Los resultados obtenidos se muestran en las Figuras 4.35 y 4.36. La Figura 4.35 muestra el comportamiento de los observadores difusos, se observa que la falla que ocurre en el sensor 1, afecta a la medición del sensor 2 en tres casos (Luenberger difuso, Luenberger difuso con modos deslizantes y Walcott-Żak difuso). Una observación importante es que la salida estimada del sensor 2 es que sufre el mismo comportamiento que la salida estimada en el sensor 1, mientras que en el observador de Utkin difuso la falla en el sensor 1 no afecta a la medición en el sensor 2.



(a) Observador de Luenberger difuso



(b) Observador de Luenberger difuso con modos deslizantes



(c) Observador de Walcott-Žak

Figura 4.35: Salida del sistema hidráulico con falla positiva

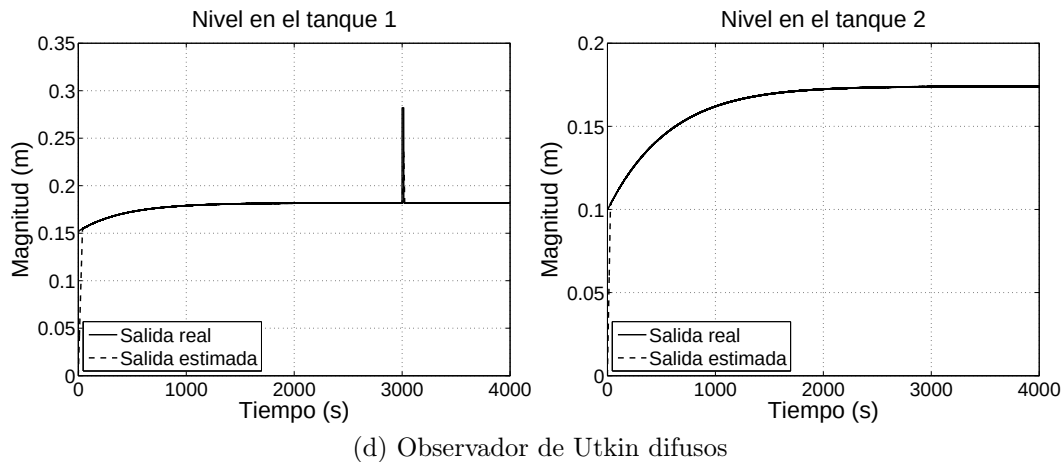


Figura 4.35: Salida del sistema hidráulico con falla positiva

Debido al tiempo de simulación es difícil apreciar lo que sucede durante el periodo en el que la falla se encuentra activa. Debido a esto es necesario realizar un acercamiento para observar con mayor claridad lo que está sucediendo, lo cual se muestra en la Figura 4.36.

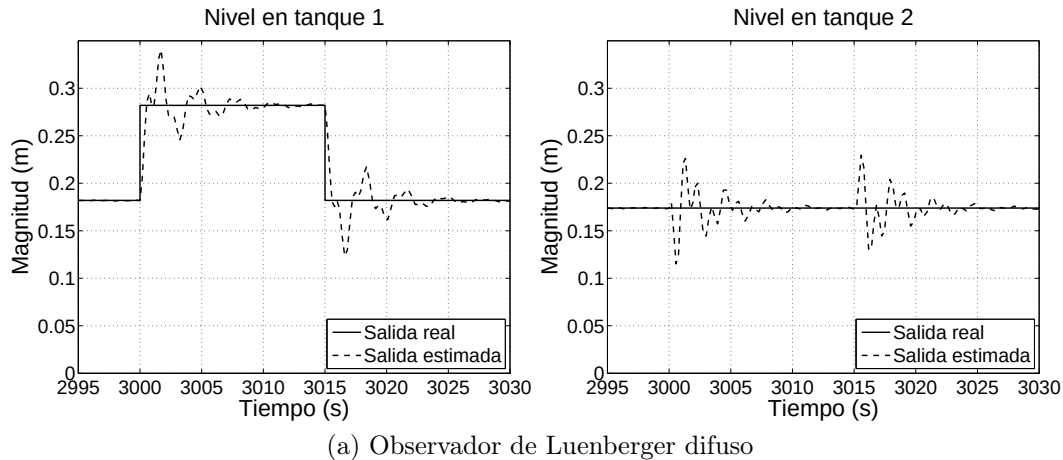
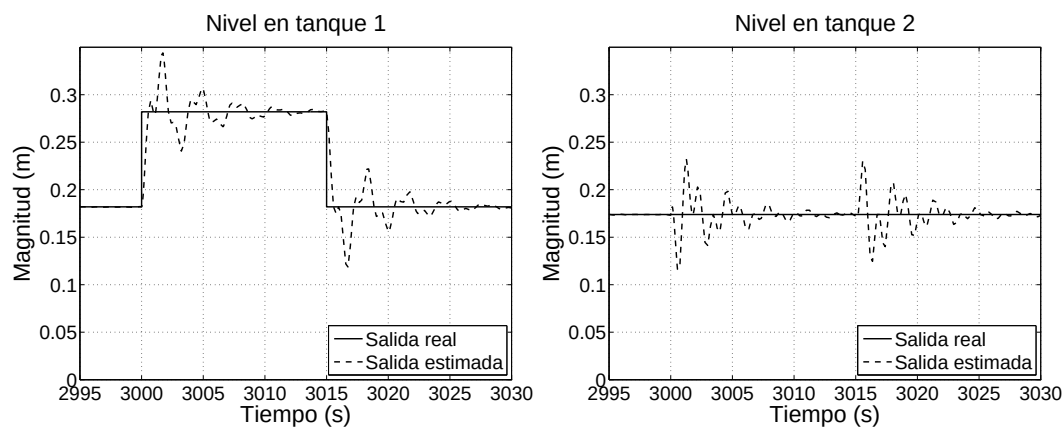
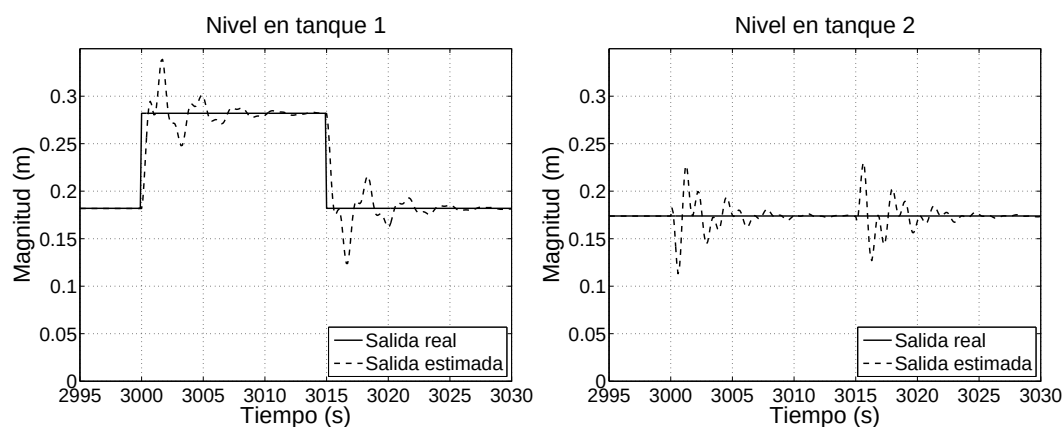


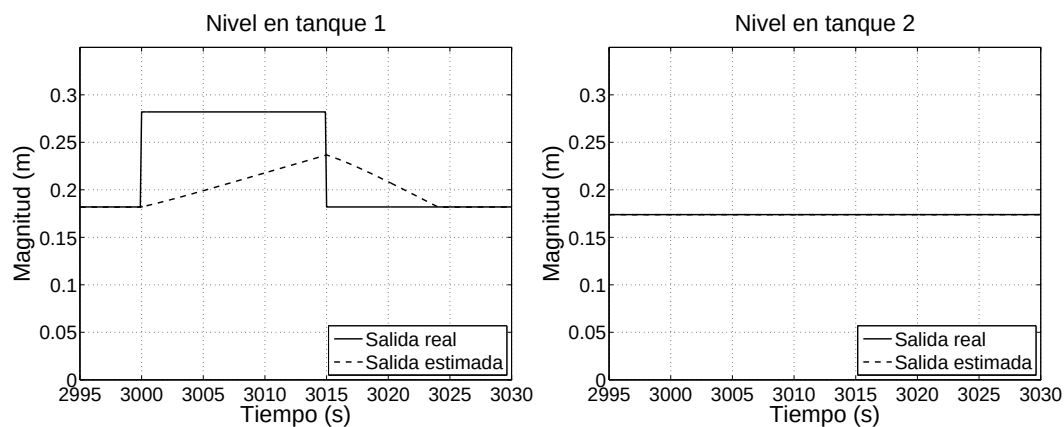
Figura 4.36: Acercamiento de salida del sistema hidráulico con falla positiva



(b) Observador de Luenberger difuso con modos deslizantes



(c) Observador de Walcott-Žak



(d) Observador de Utkin difuso

Figura 4.36: Acercamiento de salida del sistema hidráulico con falla positiva

En la Figura 4.36 se aprecia que en los tres primeros tipos de observadores, la señal estimada de la salida (sensor) 1 se ajusta a la falla que ocurre en el mismo, con un comportamiento subamortiguado de una duración de 10 segundos; mientras que el observador de Utkin difuso no lo hace. Debido al comportamiento que presentó el observador de Utkin, si la falla fuera de una mayor duración y como la salida llegó al 50 % de la magnitud de la falla, se cree que la salida estimada de este tipo de observador también se ajustaría a la falla; el hecho de que la salida 2 del observador no se vea afectada puede ayudar a aislar la falla.

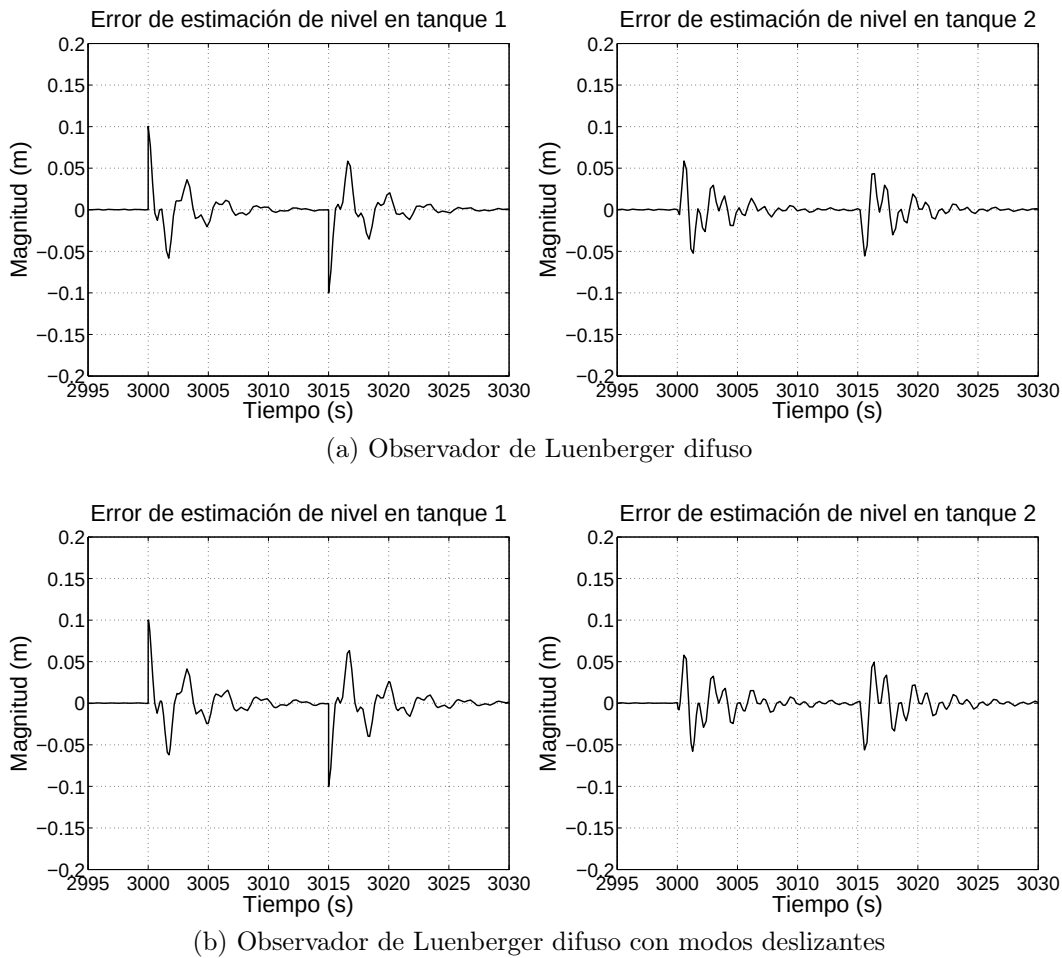
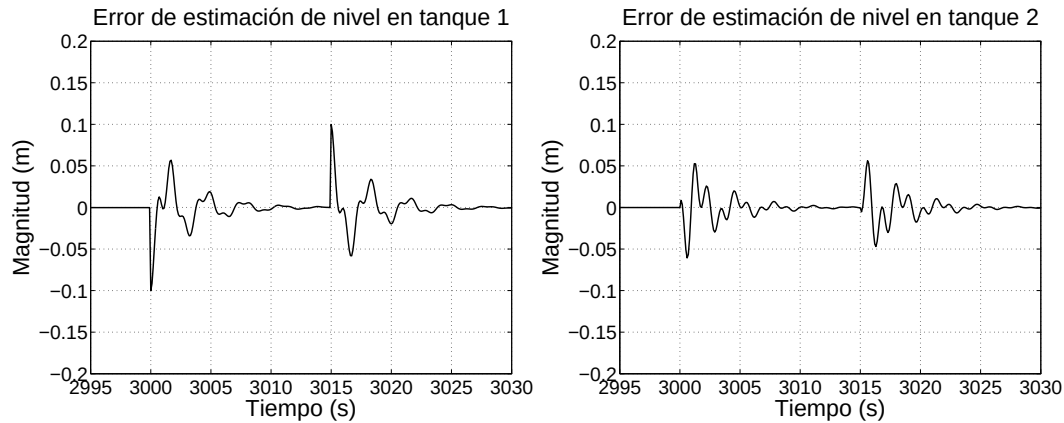
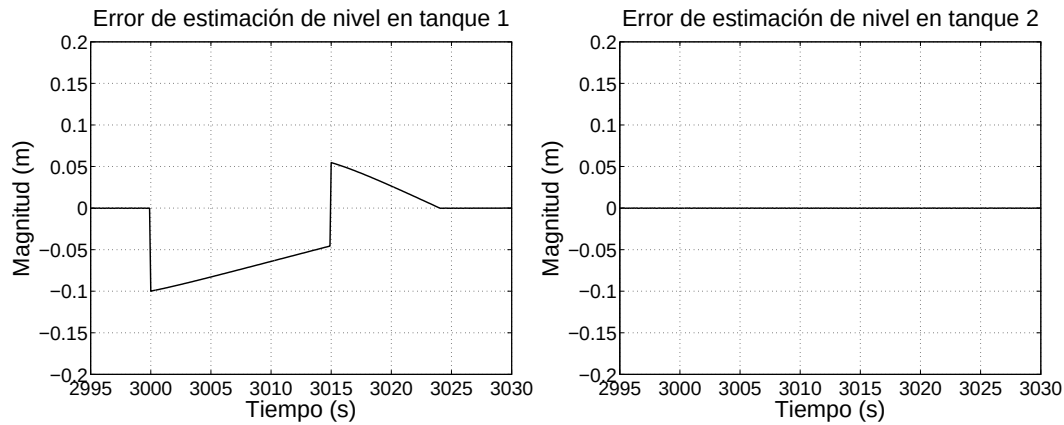


Figura 4.37: Error del sistema hidráulico con falla positiva



(c) Observador de Walcott-Żak difuso



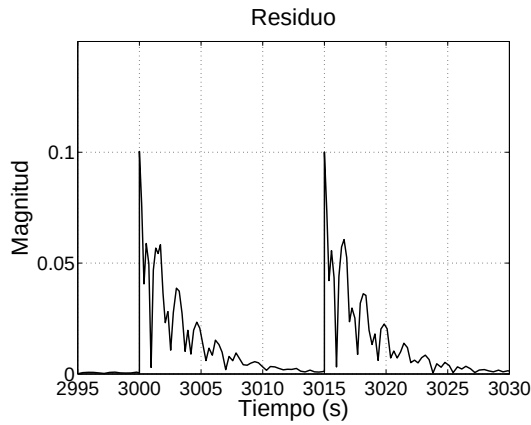
(d) Observador de Utkin difuso

Figura 4.37: Error del sistema hidráulico con falla positiva

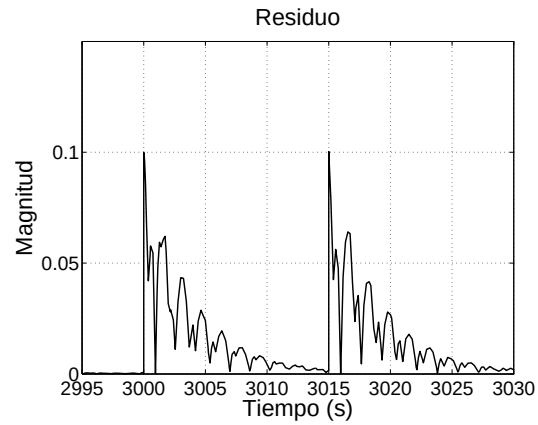
La Figura 4.37 muestra el comportamiento del error de los observadores difusos, en dicha Figura se corrobora una vez más que la falla en el sensor 1 afecta la estimación del nivel en el tanque 2 en tres de los cuatro casos y que en el observador de Utkin difuso la falla en el sensor 1 sólo afecta a la estimación del nivel en el tanque 1.

Las Figuras 4.38 y 4.39 muestran el resultado del proceso de la detección de fallas, la generación de residuos mostrada en la Figura 4.38 muestra que tres de los cuatro tipos de observadores tienen la misma forma de onda, mientras que el observador de Utkin mantiene una forma más uniforme. Algunas de las características son que el valor del residuo máximo está dado por un valor de 0.1, el cual viene a ser la magnitud de la falla en el sensor. Los indicadores de la Figura 4.39 son comparados con un valor de 0.04m; muestran que las fallas

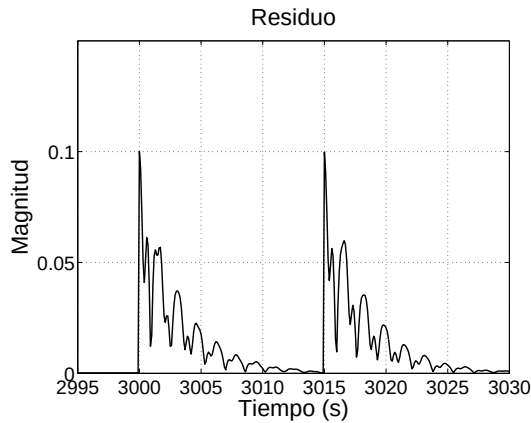
se detectan, sólo para el caso del observador de Luenberger difuso, Luenberger difuso con modos deslizantes y Walcott-Żak difuso, los indicadores se mantienen en cero cuando aún está presente la falla y cuando está desaparece vuelven a encenderse, mientras que en el caso del observador de Utkin se mantiene el indicador aún después de que desaparece la falla, por lo cual usando este tipo de observador se obtiene la mejor detección para este caso.



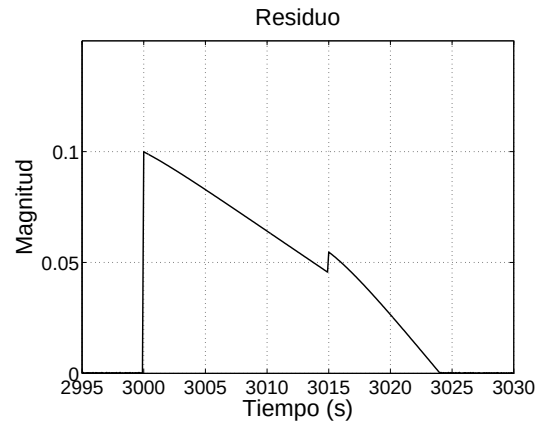
(a) Observador de Luenberger difuso



(b) Observador de Luenberger difuso con modos deslizantes



(c) Observador de Walcott-Żak difuso



(d) Observador de Utkin difuso

Figura 4.38: Residuos generados en el sistema hidráulico con falla positiva

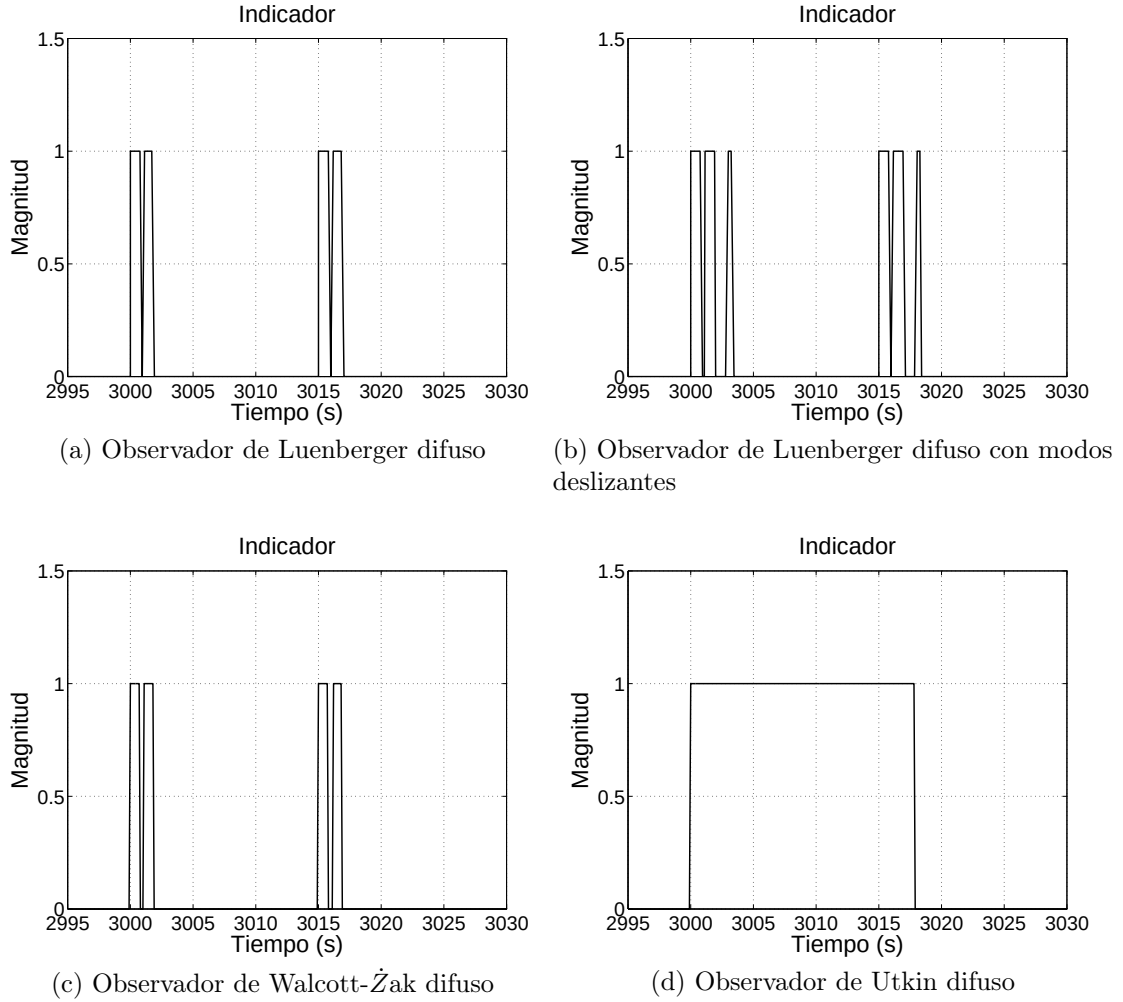
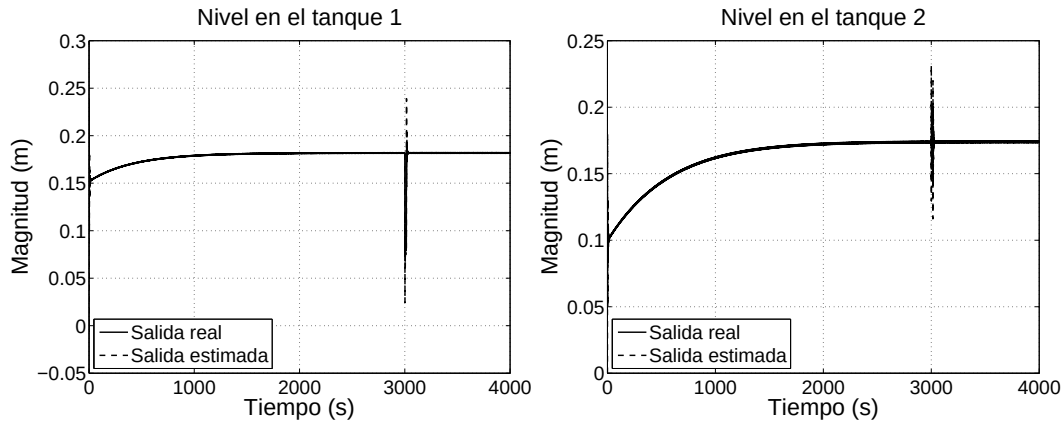


Figura 4.39: Indicadores del sistema hidráulico con falla positiva

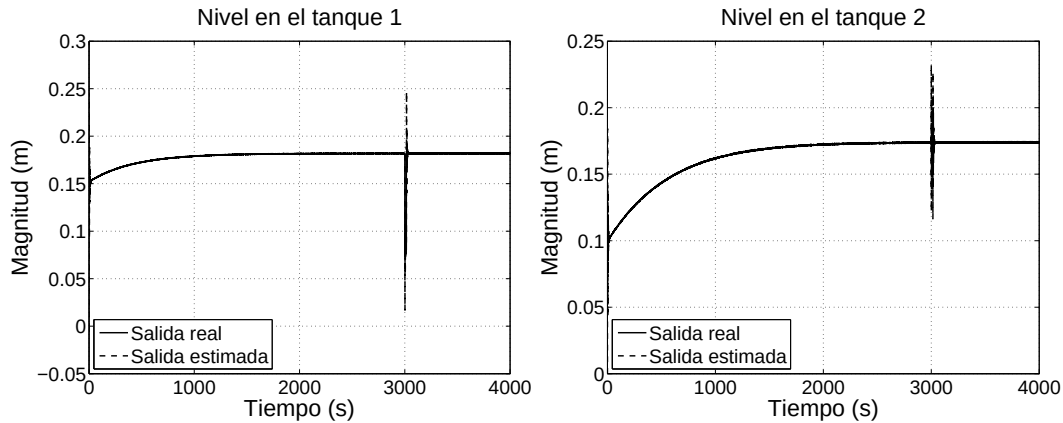
4.2.5.2. Falla negativa en el sensor 1

Los resultados obtenidos de probar a los observadores difusos con una falla negativa se muestran en las Figuras 4.40 y 4.41. La Figura 4.40 muestra el comportamiento de los observadores difusos, se observa que la falla que ocurre en el sensor 1, afecta a la medición del sensor 2 en tres casos (Luenberger difuso, Luenberger difuso con modos deslizantes y Walcott-Žak

difuso); mientras que en el observador de Utkin difuso la falla en el sensor 1 no afecta a la falla que ocurre en el sensor 2. Debido al tiempo de simulación es difícil apreciar que es lo que sucede durante el periodo en el que la falla se encuentra activa. Debido a esto es necesario realizar un acercamiento para poder obtener una mejor conclusión del comportamiento de los observadores.

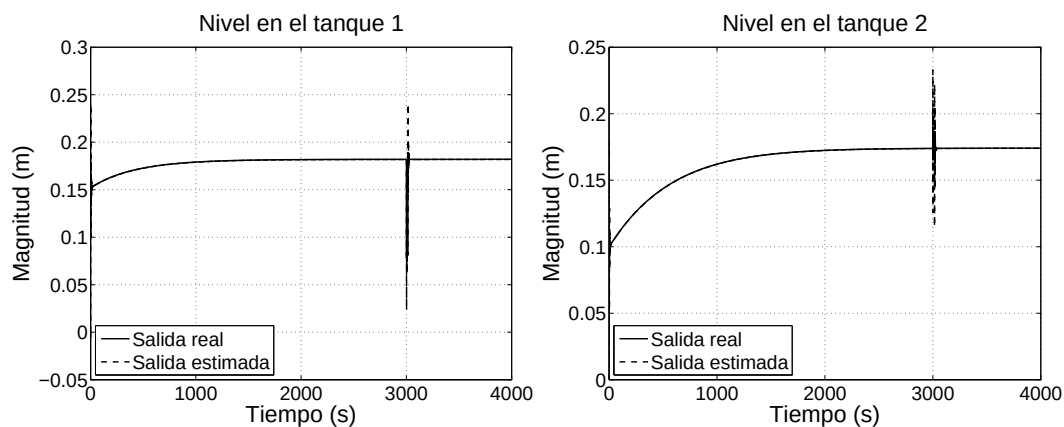


(a) Observador de Luenberger difuso

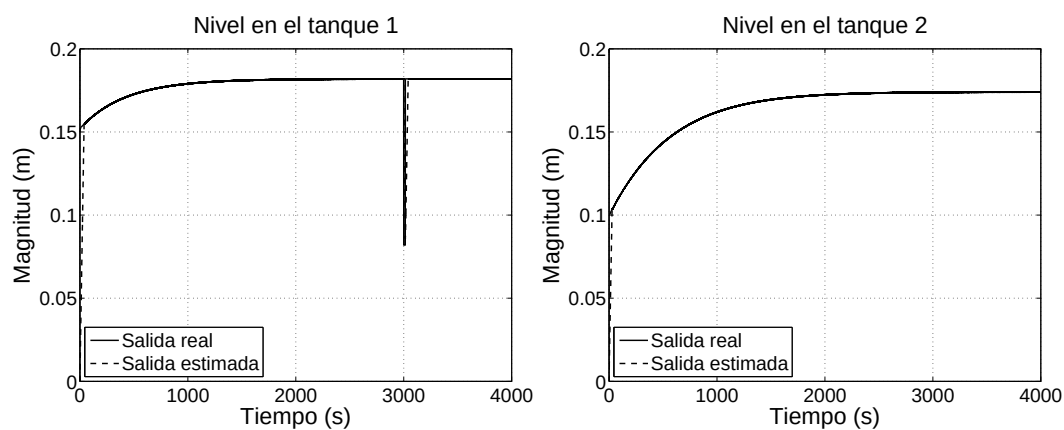


(b) Observador de Luenberger difuso con modos deslizantes

Figura 4.40: Salida del sistema hidráulico con falla negativa

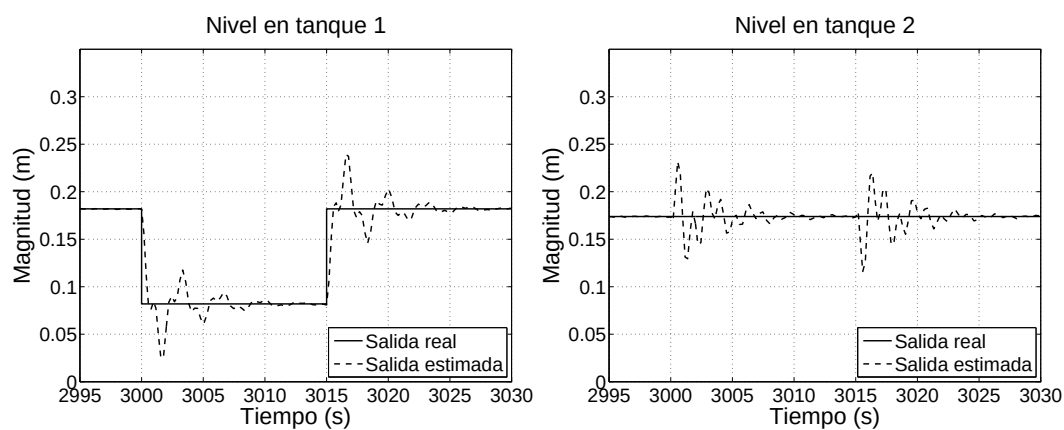


(c) Observador de Walcott-Žak difuso



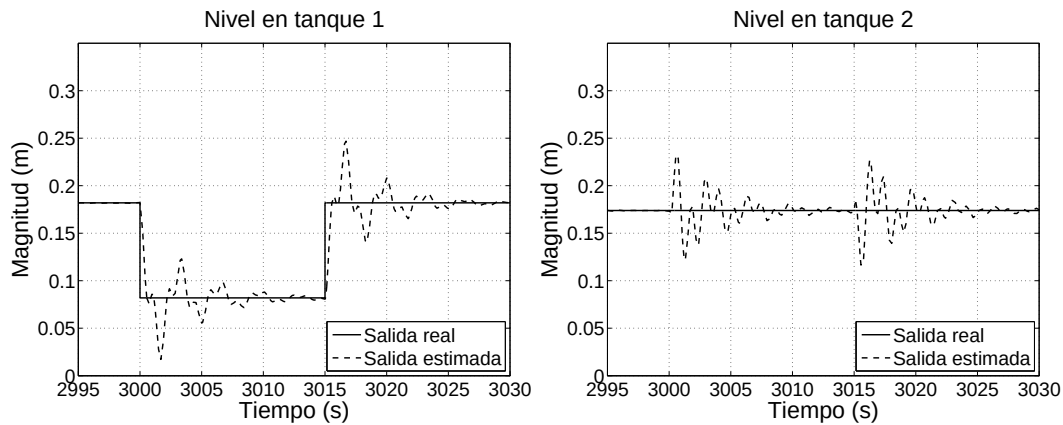
(d) Observador de Utkin difuso

Figura 4.40: Salida del sistema hidráulico con falla negativa

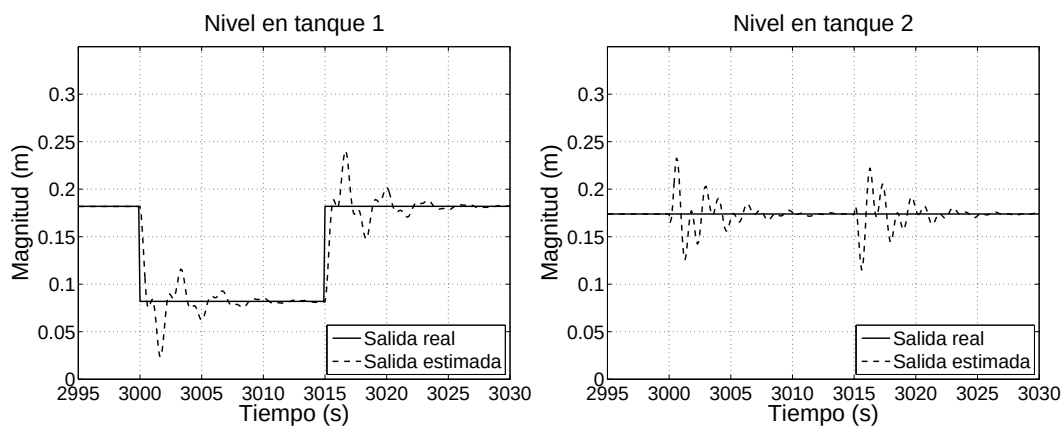


(a) Observador de Luenberger difuso

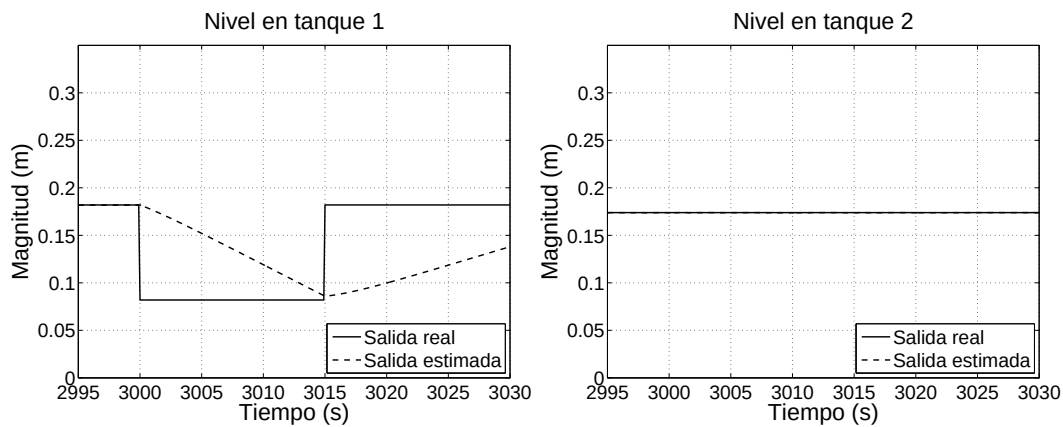
Figura 4.41: Acercamiento de salida del sistema hidráulico con falla negativa



(b) Observador de Luenberger difuso con modos deslizantes



(c) Observador de Walcott-Żak difuso



(d) Observador de Utkin difuso

Figura 4.41: Acercamiento de salida del sistema hidráulico con falla negativa

En la Figura 4.41 se aprecia que en los tres primeros tipos de observadores, la señal estimada de la salida (sensor) 1 se ajusta a la falla que ocurre en el mismo, con un comportamiento subamortiguado de una duración de 10 segundos y la señal estimada del sensor 2 sufre el mismo comportamiento subamortiguado.

El observador de Utkin difuso también se trata de ajustar a la falla, sólo que debido a la duración de ésta no lo hace, pero si la falla estuviera activa por algunos segundos más, esta señal se acoplaría a la falla, la ventaja de este observador es que la señal estimada del sensor 2 no se ve afectada.

La Figura 4.42 muestra el comportamiento del error de los observadores difusos, en dicha Figura se corrobora una vez más que la falla en el sensor 1 afecta la estimación del la salida del sensor 2 en tres de los cuatro casos y que en el observador de Utkin difuso la falla en el sensor 1 sólo afecta a la estimación de la salida del sensor 1.

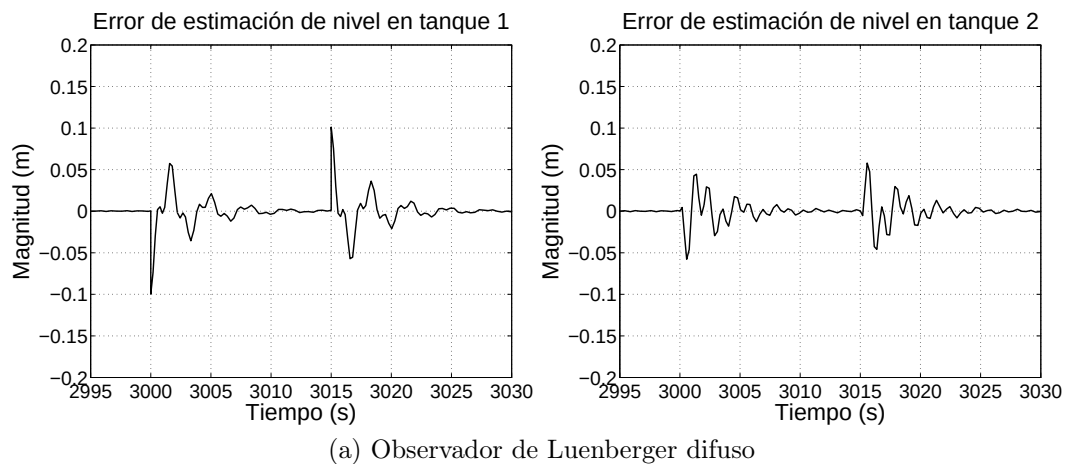
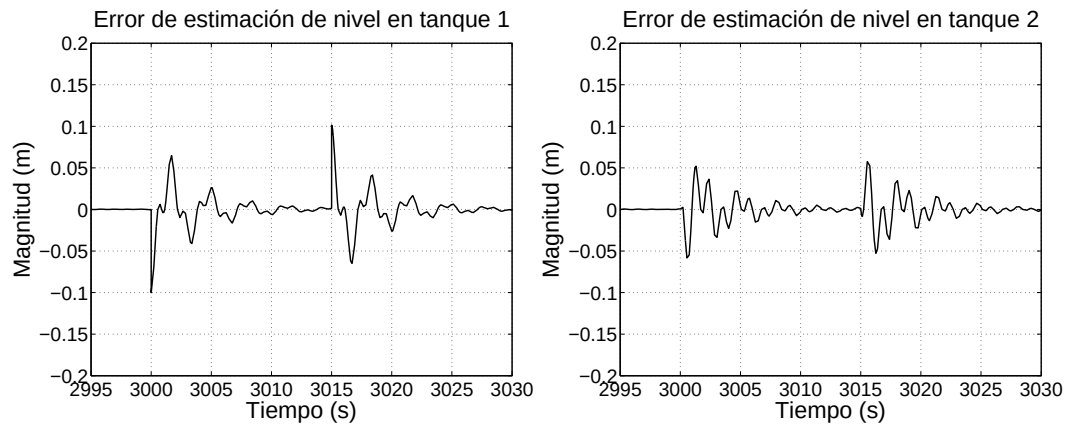
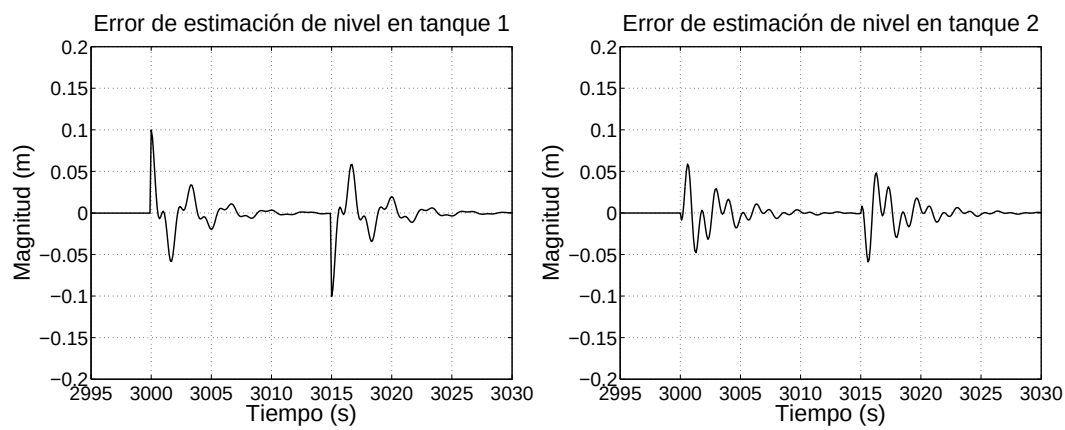


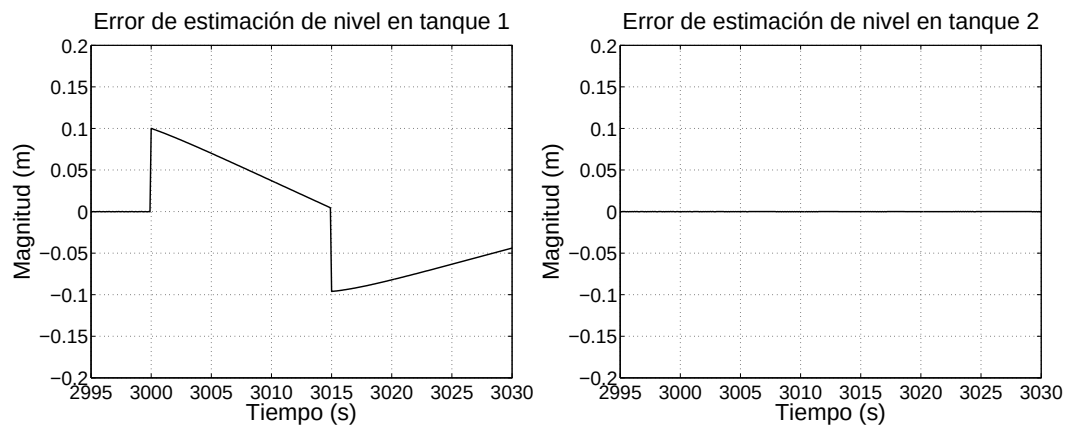
Figura 4.42: Error del sistema hidráulico con falla negativa



(b) Observador de Luenberger difuso con modos deslizantes



(c) Observador de Walcott-Żak difuso



(d) Observador de Utkin difuso

Figura 4.42: Error del sistema hidráulico con falla negativa

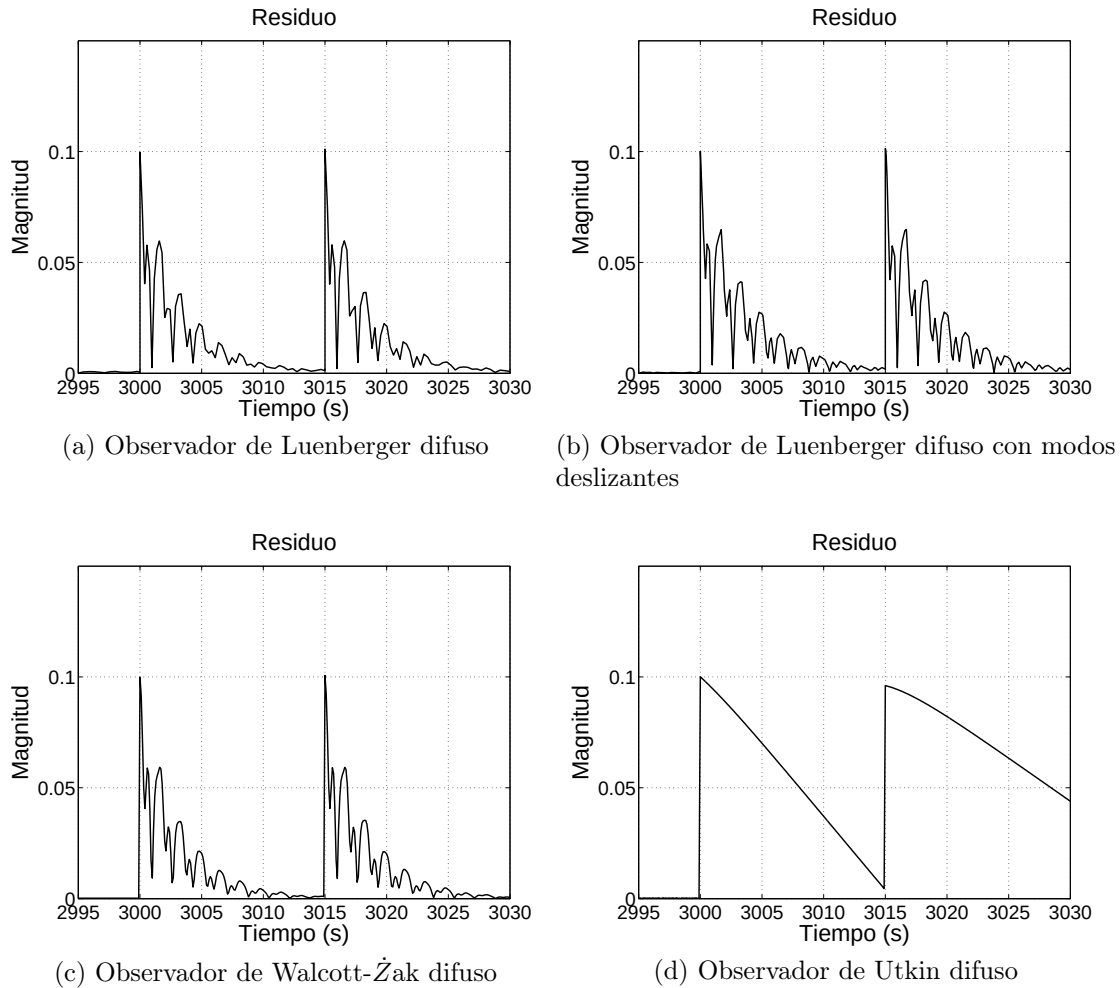


Figura 4.43: Residuos generados en el sistema hidráulico con falla negativa

Las Figuras 4.43 y 4.44 muestran el resultado del sistema de detección de fallas. Los residuos mostrados en la Figura 4.43 tienen el mismo comportamiento, es decir, tienden a comportarse como una señal diente de sierra, sólo que en los primeros tres casos pareciera que esta señal tiene ruido, pero se debe al comportamiento subamortiguado de los observadores. En cuanto a los indicadores, tienen el mismo comportamiento que para la falla positiva, la diferencia radica en el observador de Utkin, que en este caso no detecta a la falla durante toda la duración de la misma; pero aún así sigue siendo la mejor opción.

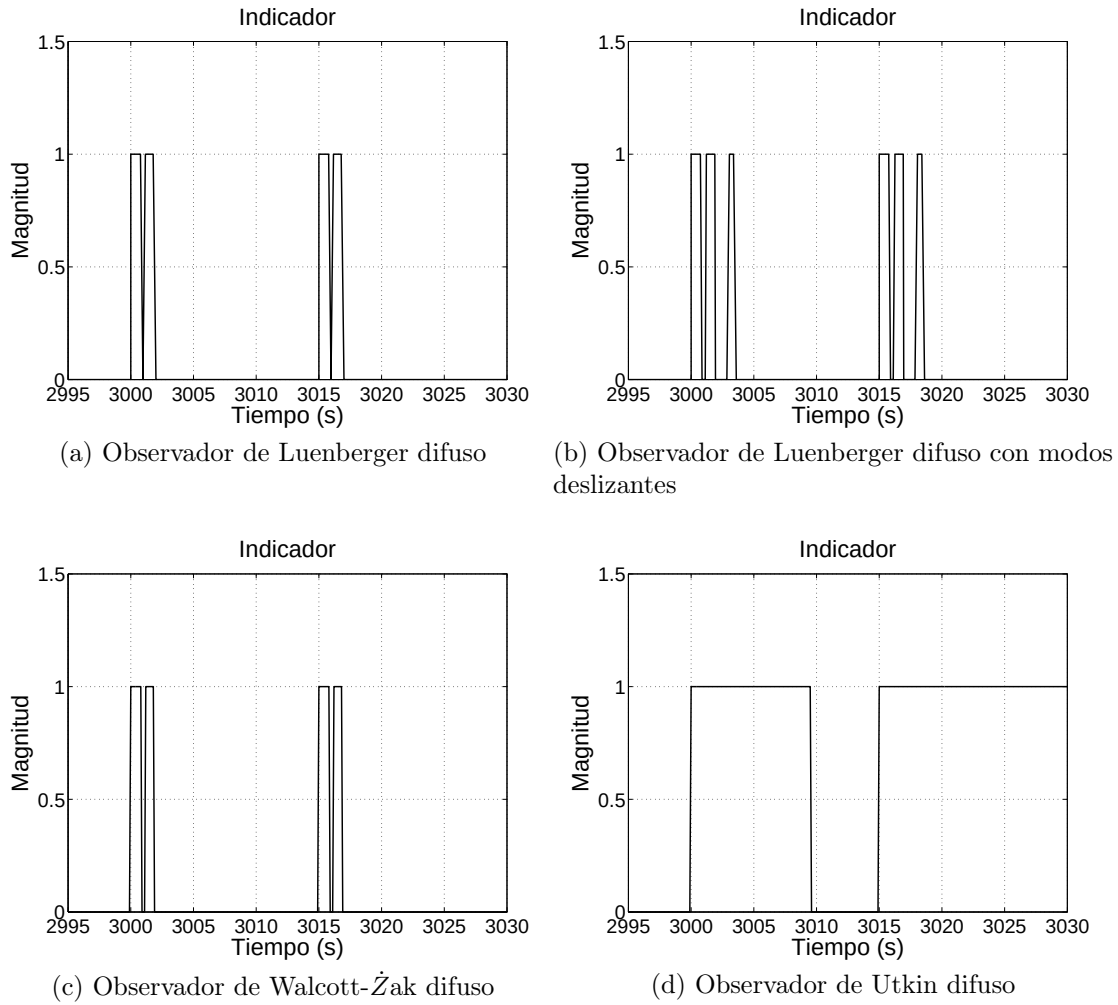


Figura 4.44: Indicadores del sistema hidráulico con falla negativa

4.2.6. Fuga en el sistema (tanque 1)

En esta sección se provoca una fuga en el tanque 1 en $t = 2500s$. Para la simulación de dicha fuga se usó la teoría del chorro libre [Shames Irving95], y usando la formula (4.11) se usaron

los siguientes valores

$$C_c = 0.688$$

$$C_v = 0.954$$

$$A_o = 0.0008286 m^2$$

los coeficientes fueron obtenidos para un orificio de $\frac{3}{4}$ de pulgada. para simular la falla usaremos la ecuación

$$A_t \frac{dh}{dt} = f_e - f_s - f_{fuga} \quad (4.20)$$

donde la fuga no se considera como entrada en el tanque 2, sino como perdidas.

Los resultados obtenidos se muestran en las Figuras 4.45 y 4.46. La Figura 4.45 muestra que los observadores difusos se ajustan al comportamiento de la planta cuando existe una fuga, como se puede apreciar en la Figura 4.46, sin embargo, no se lleva a cabo la detección de fallas, por tal motivo nos encontramos en una situación en la que la técnica de detección de fallas basada en observadores no funciona adecuadamente.

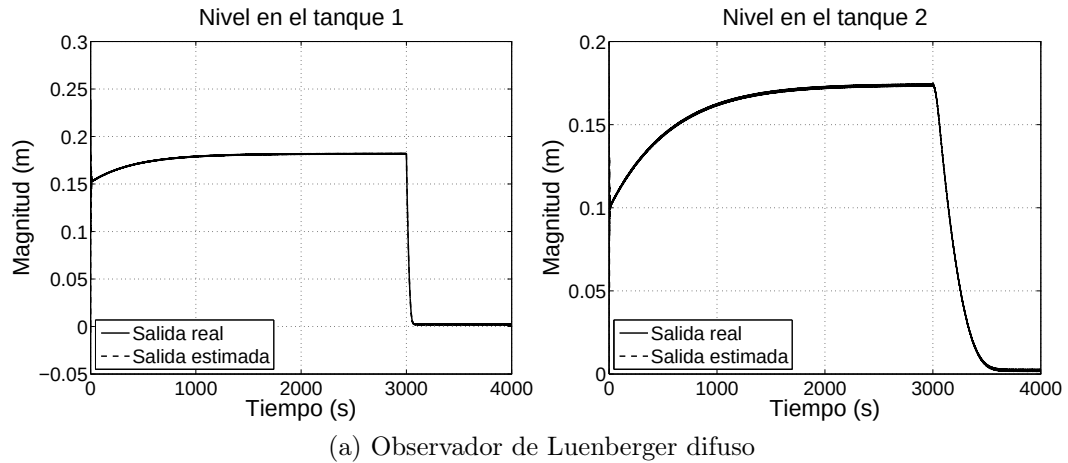
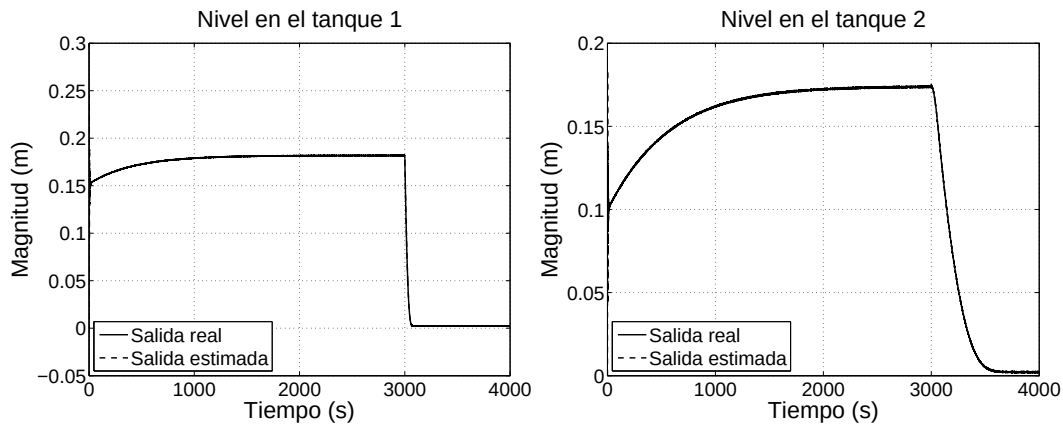
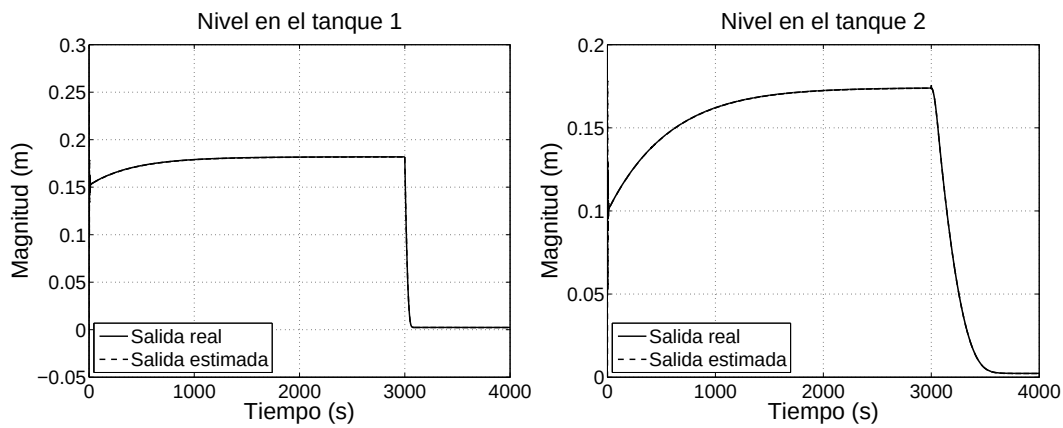


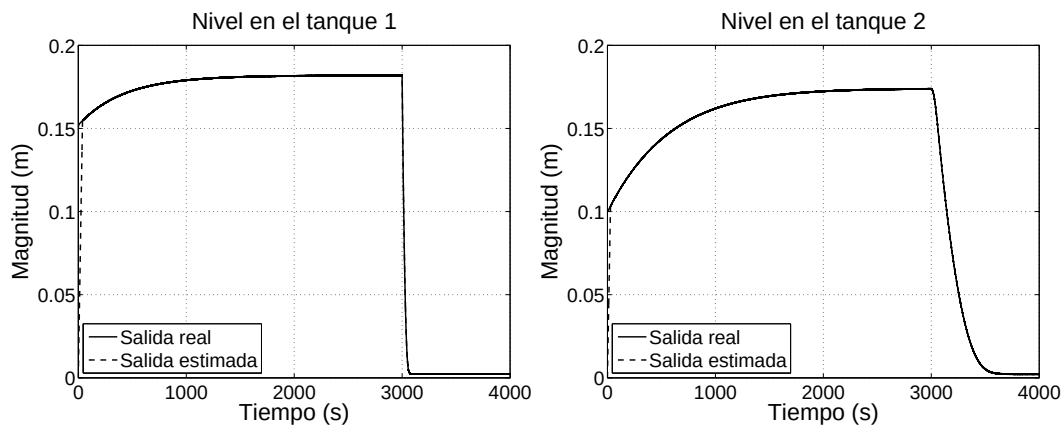
Figura 4.45: Salida del sistema hidráulico con fuga en el tanque 1



(b) Observador de Luenberger difuso con modos deslizantes



(c) Observador de Walcott-Żak difuso



(d) Observador de Utkin difuso

Figura 4.45: Salida del sistema hidráulico con fuga en el tanque 1

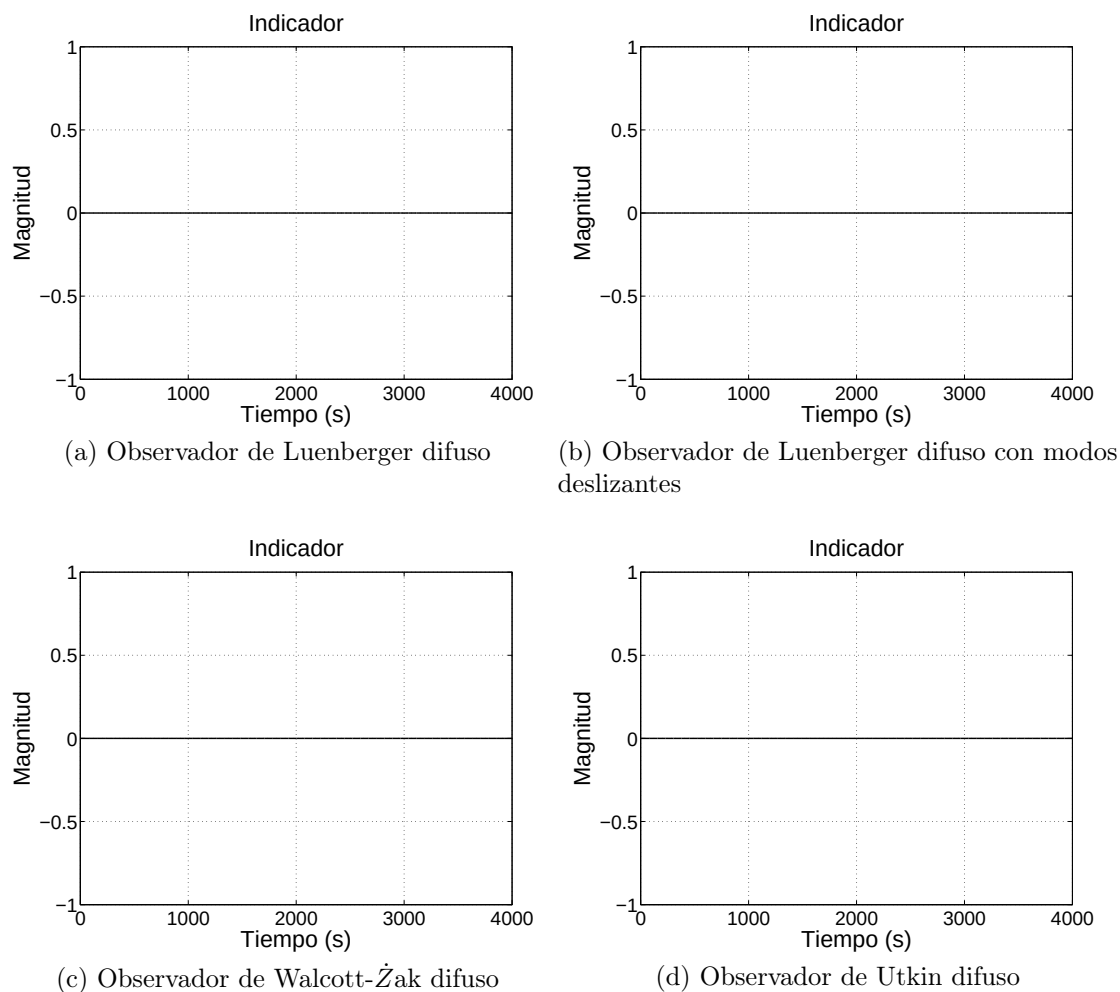


Figura 4.46: Indicadores del sistema hidráulico con fuga en el tanque 1

4.2.7. Comentarios

En la situación de falla en el sensor se realiza la detección de la falla, pero el problema es que con tres tipos de observadores (Luenberger, Luenberger con modos deslizantes y Walcott-Żak) las variables estimadas se ajustan al comportamiento que tiene el sistema en presencia de fallas, dicho problema fue tratado en la década de los 90's por [Frank93] donde se hizo

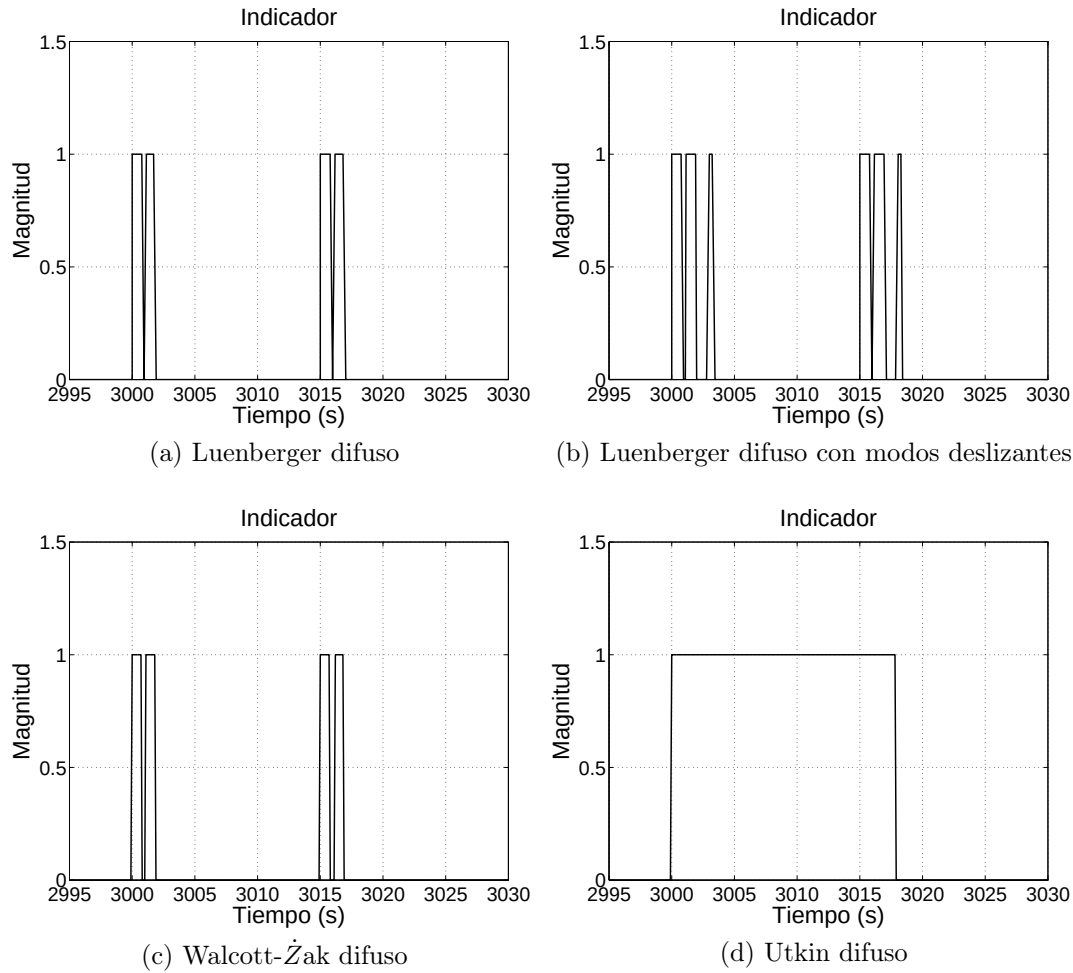


Figura 4.47: Indicadores del sistema de tanques desacoplados con falla en el sensor 1

la propuesta de usar filtros para solucionar este inconveniente. En cuanto al observador de Utkin, posiblemente tiene el mismo problema, debido a que para fallas de mayor duración la señal estimada se ajustará a la falla, pero lo que si es cierto es que si se detecta una falla por 15 segundos en un sistema de producción es necesario que se detenga el proceso por algunos instantes o definitivamente para evitar problemas mayores, por lo cual el observador de Utkin para ese tipo de sistemas se presenta como la mejor opción a usar, las ventajas del observador de Utkin se ven en la Figura 4.47 donde se muestran los indicadores para la falla positiva en el Sensor 1. En el caso de la fuga de agua en el tanque 1, como se mencionó anteriormente esta técnica de detección falla, por lo cual ante fallas de este tipo es recomendable usar otra técnica.

Capítulo 5

Conclusiones y trabajo futuro

En el presente trabajo se realizó un estudio de cuatro diferentes tipos observadores difusos con modos deslizantes. El proposito de realizar dicho estudio fue para determinar que tipo de observador realizaba la tarea de la detección de fallas basada en modelo para sistemas no lineales con un mejor desempeño.

En la primera parte del documento se abordaron conceptos básicos de la lógica difusa que se pueden aplicar a los sistemas de control, posteriormente se describió el diseño de cuatro tipos de observadores. Se detalló la metodología para aplicarlos a modelos lineales y después a sistemas difusos.

Finalmente se realizaron los diseños y simulaciones para un sistema no lineal SISO descrito por un CSTR y para un sistema no lineal MIMO donde se usó un sistema de tanques sin interacción.

5.1. Conclusiones

En base a los resultados obtenidos se obtienen las siguientes conclusiones:

- En ausencia de fallas el observador de Walcott-Žak difuso presentó un mejor tiempo de ajuste, es decir, converge mas rápido.

En presencia de fallas:

- Para el CSTR, el observador de Luenberger difuso con modos deslizantes es el que presenta el mejor desempeño para realizar la tarea de la detección de fallas, ya que fue el único observador (de los cuatro considerados) en realizar dicha tarea bajo las condiciones que se establecieron, fallas en sensor y variación de parámetros, mientras que los otros también lo realizaron, pero no bajo todas las circunstancias consideradas en este trabajo.
- Para el sistemas de tanques desacoplados, el observador de Utkin difuso presentó el mejor desempeño, ya que la detección se llevó a cabo mientras estuvo presente la falla, mientras que los otros solo realizaban detección cuando aparecía la falla y cuando dejaba de estar presente la falla, lo cual puede ser confundido con perturbaciones.
- Finalmente se concluye que el uso de observadores para la detección de fallas resulta ser de gran ayuda, ya que en la actualidad la complejidad de los sistemas no permite acceder a todos los estados que actúan en el proceso, por tal motivo el uso de una computadora más estas técnicas de detección resultan en una herramienta muy eficiente, aun que no en todos los sistemas tal y como se vio en el caso del sistema hidráulico.

5.2. Trabajo futuro

Los esquemas de detección de fallas considerados en esta tesis puede ser tomados como base para los siguientes trabajos futuros:

- Realizar pruebas de robustez ante ruido de medición o incertidumbres.
 - probar filtros en los residuos para mejorarlos.
 - Realizar pruebas en otros puntos de operación.
-

- Aplicar físicamente el sistema de detección a un sistema para poder comprobar los resultados en tiempo real.
 - Realizar comparaciones entre observadores para el diagnóstico completo de fallas (aislamiento y reconfiguración), ya que en este trabajo sólo se consideró la detección.
 - Realizar el diseño físico del esquema en lazo cerrado.
 - Aplicar los sistemas de detección de fallas en Sistemas Híbridos (Sistemas que se tienen dinámicas continuas y discretas).
-

Apéndice A

A.1 Nelinsys

La teoría de los sistemas de control se ocupa del análisis y diseño de componentes para que un sistema brinde un comportamiento deseado. La teoría y la práctica del control tienen un amplio rango de aplicaciones en los campos de la ingeniería aeronáutica, química, mecánica, ambiental, civil eléctrica, así como en muchas otras disciplinas. Las ventajas de un sistema de control eficiente en la industria son inmensas, e incluyen mejoras en la calidad de los productos. El punto de partida en el análisis de un sistema de control es su representación por un modelo matemático, generalmente una relación entre entradas y salidas o como un conjunto de ecuaciones diferenciales. La mayoría de los modelos matemáticos usados tradicionalmente por teóricos y prácticos de control son lineales. Sin embargo, los avances tecnológicos actuales han generado una enorme variedad de nuevos problemas y aplicaciones que son no lineales en esencia. Por ejemplo, puntos de equilibrio múltiples, ciclos límite, bifurcaciones, etc. se observan comúnmente en aplicaciones modernas como manipuladores robot, sistemas de vuelo autónomo, estructuras de ala de avión, inyección de combustible de alto rendimiento, etc. Tales fenómenos no lineales no se pueden describir mediante dinámica de modelos lineales, lo cual es una razón ineludible para el uso de modelos no lineales.

Los sistemas no lineales tienen una desventaja con los sistemas lineales, y ésta es que no existe una teoría única de control no lineal, por lo cual no es posible encontrar métodos universales para su análisis y/o síntesis de todos los sistemas no lineales, las técnicas que se han encontrado y que son aplicables son limitadas, además de ser para un cierto grupo de sistemas con características similares. Esta “no uniformidad” de las técnicas no lineales es

probablemente una de las causas por las cuales la teoría del control no lineal no tiene un soporte tan sólido como los sistemas lineales.

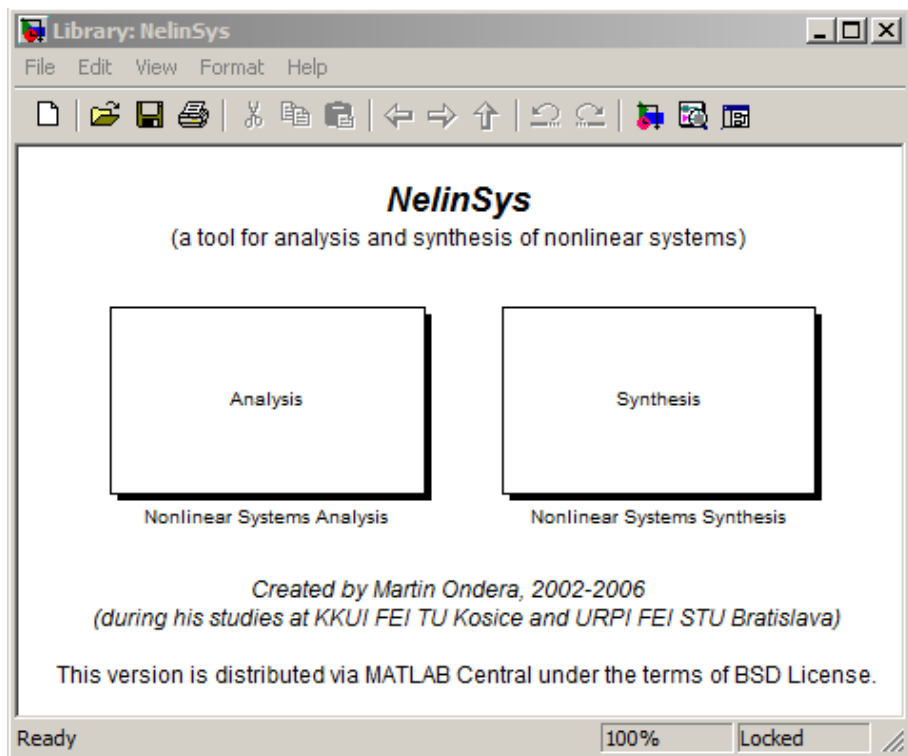


Figura A.1: Interfaz del toolbox NeLinSys

De acuerdo a lo anterior Martín Ondera diseñó una herramienta basada en los métodos de la teoría no lineal y los agrupó en un toolbox al cual llamó *NeLinSys*. Dicha herramienta contiene información para 4 métodos (análisis de plano de fase, análisis de ciclos límites en base al balance armónico, linealización exacta y ganancia programada) y además cuenta con una sección para la síntesis de sistemas no lineales, tal y como muestra la figura A.1. Para el propósito de esta tesis, se usará la parte de la síntesis, con el propósito de simular al sistema no lineal tal y como lo hizo [Ondera05].

El menú de la sección “síntesis” se muestra en la figura A.2, se puede observar el acceso a 2 de los métodos que se mencionaron anteriormente, la linealización exacta y la ganancia programada, también se puede apreciar que la herramienta permite tratar sistemas no lineales SISO y MIMO con perturbaciones y sin perturbaciones.

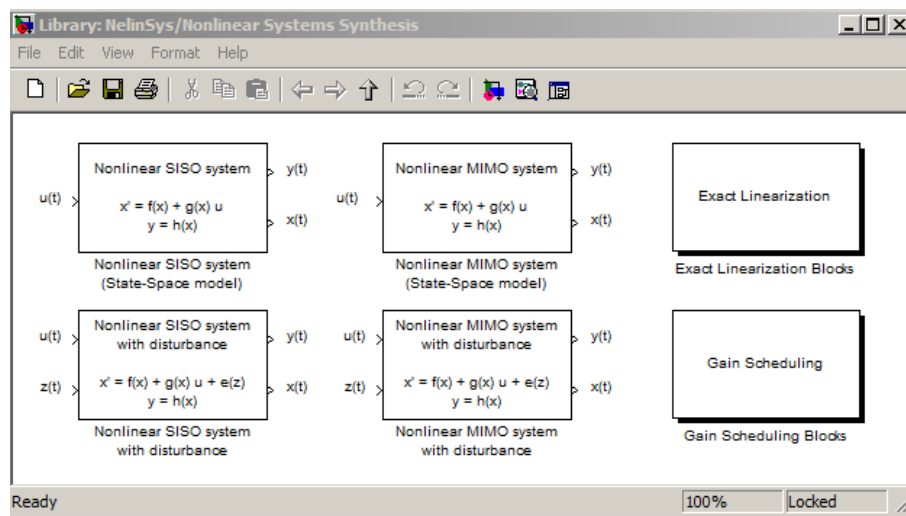


Figura A.2: Opciones de análisis de sistemas no lineales

Apéndice B

B.1 Como programar una LMI en Matlab

En este apéndice mostraremos el procedimiento para programar las LMI's usando el toolbox de Matlab. Dentro del Command window escribimos `lmiedit` y aparecera una ventana (vease Figura B.1) en la parte *variable name* introducimos las variables (matrices desconocidad), para ejemplificar en este caso consideraremos el caso del observador de Luenberger para el CSTR, las variables en este caso son P, N_1, N_2 . En la parte *type* introducimos si la matriz es cuadrada(S) o rectangular(R), en la parte *structure* introducimos las dimensiones de la matriz, posteriormente en la parte de abajo (*describe the LMIs as Matlab expresions*) introducimos las ecuaciones de manera simbolica.

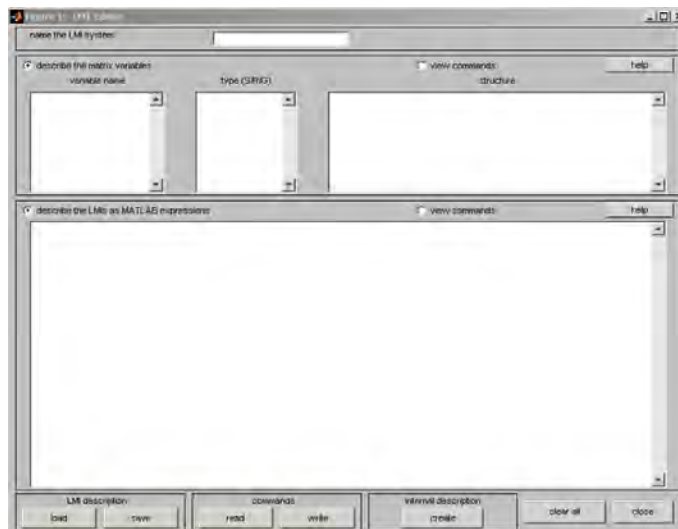


Figura B.1: `lmiedit`

The screenshot shows the LTI Editor software interface. The title bar indicates the application is 'LTI Editor'. The main window is titled 'Transfer the LTI system' and 'Genaricist_Luenberger_CSTR'. The interface is divided into two main sections by tabs. The first tab, 'describe the matrix variables', is active and displays a table with three columns: 'variable name', 'type (SRGS)', and 'structure'. The 'variable name' column lists 'P', 'W1', and 'W2'. The 'type (SRGS)' column lists 'G', 'R', and 'R'. The 'structure' column lists '[2,1]', '[1,1]', and '[2,1]'. The second tab, 'describe the LMI as MATLAB expressions', is inactive. At the bottom of the window, there are several buttons: 'load', 'save', 'read', 'write', 'internal description', 'create', 'clear all', and 'close'.

variable name	type (SRGS)	structure
P	G	[2,1]
W1	R	[1,1]
W2	R	[2,1]

Figura B.3: Comandos de las LMI's

Algoritmo 1

Programa de matlab para obtener las ganancias del observador de Luenberger (caso CSTR)

```
%MODELOS LINEALES
```

```
A1=[-2 0;1 -1]
```

```
B1=[1;0]
```

```
C1=[1 1]
```

```
A2=[-2 0;1.6 -4.8]
```

```
B2=[1;0]
```

```
C2=[1 1]
```

```
%Codigo generado por lmiedit
```

```
setlmis([]);
```

```
P=lmivar(1,[2,1]);
```

```
N1=lmivar(2,[2,1]);
```

```
N2=lmivar(2,[2,1]);
```

```
lmitem([-1 1 1 P],1,1); % LMI #1: P
```

```
lmitem([2 1 1 P],A1',1,'s'); % LMI #2: A1'*P+P*A1
```

```
lmitem([2 1 1 -N1],.5*C1',-1,'s'); % LMI #2: -C1'*N1' (NON SYMMETRIC?)
```

```
lmitem([2 1 1 N1],.5*1,-C1,'s'); % LMI #2: -N1*C1 (NON SYMMETRIC?)
```

```
lmitem([3 1 1 P],A2',1,'s'); % LMI #3: A2'*P+P*A2
```

```
lmiterm([3 1 1 -N2],.5*C2',-1,'s'); % LMI #3: -C2'*N2' (NON SYMMETRIC?)
```

```
lmiterm([3 1 1 N2],.5*1,-C2,'s'); % LMI #3: -N2*C2 (NON SYMMETRIC?)
```

```
lmiterm([4 1 1 P],A1',1,'s'); % LMI #4: A1'*P+P*A1
```

```
lmiterm([4 1 1 -N1],.5*C2',-1,'s'); % LMI #4: -C2'*N1' (NON SYMMETRIC?)
```

```
lmiterm([4 1 1 N1],.5*1,-C2,'s'); % LMI #4: -N1*C2 (NON SYMMETRIC?)
```

```
lmiterm([4 1 1 P],A2',1,'s'); % LMI #4: A2'*P+P*A2
```

```
lmiterm([4 1 1 -N2],.5*C1',-1,'s'); % LMI #4: -C1'*N2' (NON SYMMETRIC?)
```

```
lmiterm([4 1 1 N2],.5*1,-C1,'s'); % LMI #4: -N2*C1 (NON SYMMETRIC?)
```

```
Ganancias_Luenberger_CSTR=getlmis;
```

```
%Para resolver las LMI's usaremos el comando feasp
```

```
[tmin,xopt]=feasp(Ganancias_Luenberger_CSTR,[0 300 -10 100 0],-10
```

```
%Ahora se procede a convertir las matrices P, N1 y N2 a numerico
```

```
P=dec2mat(Ganancias_Luenberger_CSTR,xopt,P)
```

```
N1=dec2mat(Ganancias_Luenberger_CSTR,xopt,N1)
```

```
N2=dec2mat(Ganancias_Luenberger_CSTR,xopt,N2)
```

```
%Se hace el calculo de las ganancias del observador
```

```
K1=inv(P)*N1
```

```
K2=inv(P)*N2
```

Apéndice C

C.1 Modelos lineales del sistema hidráulico

Regla 1

Si $x_1 = 0.25$ y $x_3 = 0.25$ Entonces

$$A_1 = \begin{bmatrix} -0.0013 & -3.125 & 0 & 0 \\ 0 & -0.3771 & 0 & 0 \\ 0.0013 & 3.125 & -0.0013 & -3.125 \\ 0 & 0 & 0 & -0.377 \end{bmatrix} \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.00001479 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0.00003528 \end{bmatrix}$$

Regla 2

Si $x_1 = 0.25$ y $x_3 = 0.35$ Entonces

$$A_2 = \begin{bmatrix} -0.00129 & -3.12500 & 0 & 0 \\ 0 & -0.377 & 0 & 0 \\ 0.00129 & 3.12500 & -0.00092 & -3.69754 \\ 0 & 0 & 0 & -0.37700 \end{bmatrix} \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.00001479 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0.00003083 \end{bmatrix}$$

Regla 3

Si $x_1 = 0.25$ y $x_3 = 0.45$ Entonces

$$A_3 = \begin{bmatrix} -0.0013 & -3.125 & 0 & 0 \\ 0 & -0.3771 & 0 & 0 \\ 0.0013 & 3.125 & -0.00072 & -4.1926 \\ 0 & 0 & 0 & -0.3771 \end{bmatrix} \quad B_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.00001479 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0.000003010 \end{bmatrix}$$

Regla 4

Si $x_1 = 0.35$ y $x_3 = 0.25$ Entonces

$$A_4 = \begin{bmatrix} -0.00092 & -3.69754 & 0 & 0 \\ 0 & -0.3771 & 0 & 0 \\ 0.00092 & 3.69754 & -0.0013 & -3.125 \\ 0 & 0 & 0 & -0.3771 \end{bmatrix} \quad B_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.00001078 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0.00003528 \end{bmatrix}$$

Regla 5

Si $x_1 = 0.35$ y $x_3 = 0.35$ Entonces

$$A_5 = \begin{bmatrix} -0.00092 & -3.69754 & 0 & 0 \\ 0 & -0.3771 & 0 & 0 \\ 0.00092 & 3.69754 & -0.0009 & -3.6975 \\ 0 & 0 & 0 & -0.37701 \end{bmatrix} \quad B_5 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.00001078 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0.00003083 \end{bmatrix}$$

Regla 6

Si $x_1 = 0.35$ y $x_3 = 0.45$ Entonces

$$A_6 = \begin{bmatrix} -0.00092 & -3.6975 & 0 & 0 \\ 0 & -0.3771 & 0 & 0 \\ 0.00092 & 3.6975 & -0.00072 & -4.1926 \\ 0 & 0 & 0 & -0.3771 \end{bmatrix} \quad B_6 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.00001078 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0.00003010 \end{bmatrix}$$

Regla 7

Si $x_1 = 0.45$ y $x_3 = 0.25$ Entonces

$$A_7 = \begin{bmatrix} -0.00072 & -4.1926 & 0 & 0 \\ 0 & -0.3771 & 0 & 0 \\ 0.00072 & 4.1926 & -0.0013 & -3.125 \\ 0 & 0 & 0 & -0.3771 \end{bmatrix} \quad B_7 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.000009916 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0.00003528 \end{bmatrix}$$

Regla 8

Si $x_1 = 0.45$ y $x_3 = 0.35$ Entonces

$$A_8 = \begin{bmatrix} -0.00072 & -4.1926 & 0 & 0 \\ 0 & -0.3771 & 0 & 0 \\ 0.00072 & 4.1926 & -0.00092 & -3.6975 \\ 0 & 0 & 0 & -0.3771 \end{bmatrix} \quad B_8 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.000009916 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0.00003083 \end{bmatrix}$$

Regla 9

Si $x_1 = 0.45$ y $x_3 = 0.45$ Entonces

$$A_9 = \begin{bmatrix} -0.00072 & -4.1926 & 0 & 0 \\ 0 & -0.3771 & 0 & 0 \\ 0.00072 & 4.1926 & -0.00072 & -4.1926 \\ 0 & 0 & 0 & -0.3771 \end{bmatrix} \quad B_9 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.000009916 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0.00003010 \end{bmatrix}$$

Las matrices C, son

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Bibliografía

- [Alcorta Garcia97] Alcorta Garcia, E. y Frank, P. Deterministic nonlinear observer-based approaches to fault diagnosis: a survey. *Control Engineering Practice*, 5(5):663–670, 1997.
- [Anzurez-Marin06] Anzurez-Marin, J. y Castillo-Toledo, B. The fault diagnosis problem: Sliding mode fuzzy dedicated observers approach. *En Fuzzy Systems, 2006 IEEE International Conference on*, págs. 1322–1328. IEEE, 2006.
- [Barbashin65] Barbashin, E. y Geraschenko, E. On speeding up sliding modes in automatic control systems. *Differentsialniye Uravneniya*, 1:25–32, 1965.
- [Barrientos96] Barrientos, A., Sanz, R., Matía, F., y Gambao, E. *Control de sistemas continuos: Problemas resueltos*. McGraw-Hill, 1996.
- [Bouattour10] Bouattour, M., Chadli, M., El Hajjaji, A., y Chaabane, M. Robust fault detection observer design for takagi-sugeno systems: A descriptor approach. *En Control Automation (MED), 2010 18th Mediterranean Conference on*, págs. 255 –260. june 2010. doi:10.1109/MED.2010.5547677.
- [Carrera González00] Carrera González, M. *Nueva metodología para el diagnóstico de fallas basada en generación residual*. Tesis Doctoral, UANL, 2000.
- [Castillo-Toledo05] Castillo-Toledo, B. y Anzurez-Marin, J. Model-based fault diagnosis using sliding mode observers to takagi-sugeno fuzzy model. *En Intelligent Control, 2005. Proceedings of the 2005 IEEE International Symposium on, Mediterrean Conference on Control and Automation*, págs. 652–657. IEEE, 2005.

- [Chen94] Chen, J. y Patton, R. Robust fault diagnosis of stochastic systems with unknown disturbances. *En Control, 1994. Control'94. International Conference on*, tomo 2, págs. 1340–1345. IET, 1994.
- [Chen99] Chen, J. y Patton, R. Robust model-based fault diagnosis for dynamic systems. 1999.
- [Clark75] Clark, R., Fosth, D., y Walton, V. Detecting instrument malfunctions in control systems. *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, (4):465–473, 1975.
- [fanZhang10] fan Zhang, C., shan Huang, Y., y Shao, R. Study on observer-based fault detection method of induction motor sensor. *En E-Product E-Service and E-Entertainment (ICEEE), 2010 International Conference on*, págs. 1 –4. nov. 2010. doi:10.1109/ICEEE.2010.5661629.
- [Fayaz99] Fayaz, A. On the sugeno-type fuzzy observers. *En Decision and Control, 1999. Proceedings of the 38th IEEE Conference on*, tomo 5, págs. 4828 –4833 vol.5. 1999. doi:10.1109/CDC.1999.833307.
- [Frank87] Frank, P. Fault diagnosis in dynamic system via state estimation—a survey. 1987.
- [Frank93] Frank, P. Advances in observer-based fault diagnosis. 1993.
- [Gertler98] Gertler, J. *Fault detection and diagnosis in engineering systems*. CRC, 1998.
- [Himmelblau78] Himmelblau, D. *Fault detection and diagnosis in chemical and petrochemical processes*. Elsevier Scientific Pub. Co., 1978.
- [Itkis76] Itkis, U. *Control systems of variable structure*. Wiley New York, 1976.
- [Jianliang11] Jianliang, C. y Yong-Yan, C. A stable fault detection observer design. *En Control Conference (CCC), 2011 30th Chinese*, págs. 4232 –4236. july 2011. ISSN 1934-1768.
- [Kailath80] Kailath, T. *Linear systems*, tomo 1. Prentice-Hall Englewood Cliffs, NJ, 1980.
-

-
- [Kalman59] Kalman, R. On the general theory of control systems. *IRE Transactions on Automatic Control*, 4(3):110–110, 1959.
- [Khalil92] Khalil, H. y Grizzle, J. *Nonlinear systems*. Macmillan Publishing Company New York, 1992.
- [Khalil96] Khalil, H. *Nonlinear systems*, 1996.
- [Kuo92] Kuo, B. y Gómez, A. *Sistemas automáticos de control*. Compañía Editorial Continental, 1992.
- [Liu04] Liu, F. y Chen, J. A design of constrained fuzzy controller for cstrs. *En Systems, Man and Cybernetics, 2004 IEEE International Conference on*, tomo 3, págs. 2249–2253. IEEE, 2004.
- [Luenberger66] Luenberger, D. Observers for multivariable systems. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 11(2):190–197, 1966.
- [Luenberger71] Luenberger, D. An introduction to observers. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 16(6):596–602, 1971.
- [Lyapunov92] Lyapunov, A. A general task about the stability of motion. *PhD Thesis*, 1892.
- [Lyapunov92] Lyapunov, A. The general problem of the stability of motion. *International Journal of Control*, 55(3):531–534, 1992.
- [Maldonado99] Maldonado, M. *Teoría del Regulador lineal*. Proyecto Fin de Carrera, CINVESTAV Unidad Guadalajara, 1999.
- [MEZA03] MEZA, A. *Observadores difusos y control adaptable difuso basado en observadores*. Tesis Doctoral, Tesis de maestría, Instituto Politecnico Nacional, México DF Octubre de, 2003.
- [Ogata01] Ogata, K. *Modern control engineering*. Prentice Hall PTR, 2001.
- [Ondera05] Ondera, M. Matlab-based tools for nonlinear systems. *En Proc. 13th Annual Conference Technical Computing*, pág. 96. 2005.
- [Patton89] Patton, R., Frank, P., y Clarke, R. *Fault diagnosis in dynamic systems: theory and application*. Prentice-Hall, Inc., 1989.
-

- [Patton00] Patton, R. y Frank, P. *Issues of fault diagnosis for dynamic systems*. Springer Verlag, 2000.
- [Shames Irving95] Shames Irving, H. Mecánica de fluidos. *Editorial McGraw Hill*, 1995.
- [SIRA-RAMÍREZ92] SIRA-RAMÍREZ, H. Dynamical sliding mode control strategies in the regulation of nonlinear chemical processes. *International Journal of Control*, 56(1):1–21, 1992.
- [Smith85] Smith, C. y Corripio, A. *Principles and practice of automatic process control*, tomo 2. Wiley New York, 1985.
- [Smith97] Smith, C. *Control automático de procesos: Teoría y práctica*. 1997.
- [Spurgeon98] Spurgeon, S. y Edwards, C. Sliding mode control: theory and applications. *Sliding Mode Control: Theory and Applications*, 1998.
- [Stephanopoulos84] Stephanopoulos, G. *Chemical process control: an introduction to theory and practice*, tomo 13. Prentice-Hall Englewood Cliffs,(NJ), 1984.
- [Strogatz94] Strogatz, S. *Nonlinear dynamics and chaos: With applications to physics, biology, chemistry, and engineering*. Westview Pr, 1994.
- [Sugeno88] Sugeno, M. y Kang, G. Structure identification of fuzzy model. *Fuzzy sets and systems*, 28(1):15–33, 1988.
- [Takagi85] Takagi, T. y Sugeno, M. Fuzzy identification of system and its applications to modelling and control. *IEEE Trans. Syst., Man, and Cyber*, 1:5, 1985.
- [Tanaka90] Tanaka, K. y Sugeno, M. Stability analysis of fuzzy systems using lyapunov's direct method. *En Proc. NAFIPS*, tomo 90, págs. 133–136. 1990.
- [Tanaka94] Tanaka, K. y Sano, M. On the concepts of regulator and observer of fuzzy control systems. *En Fuzzy Systems, 1994. IEEE World Congress on Computational Intelligence., Proceedings of the Third IEEE Conference on*, págs. 767–772. IEEE, 1994.
-

-
- [Tanaka97] Tanaka, K. y Wang, H. Fuzzy regulators and fuzzy observers: a linear matrix inequality approach. *En Decision and Control, 1997., Proceedings of the 36th IEEE Conference on*, tomo 2, págs. 1315–1320. IEEE, 1997.
- [Tanaka01] Tanaka, K. y Wang, H. *Fuzzy control systems design and analysis: a linear matrix inequality approach*. Wiley-Interscience, 2001.
- [Teixeira99] Teixeira, M. y Zak, S. Stabilizing controller design for uncertain nonlinear systems using fuzzy models. *Fuzzy Systems, IEEE Transactions on*, 7(2):133–142, 1999.
- [Utkin77] Utkin, V. Variable structure systems with sliding modes. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 22(2):212–222, 1977.
- [Utkin81] Utkin, V. Principles of identification using sliding regimes. *En Soviet Physics Doklady*, tomo 26, pág. 271. 1981.
- [Utkin92] Utkin, V. *Sliding modes in control and optimization*, tomo 116. Springer-Verlag Berlin, 1992.
- [Utkin93] Utkin, V. *Sliding mode control*. Taylor & Francis, 1993.
- [Utkin99] Utkin, V., Guldner, J., y Shi, J. *Sliding mode control in electromechanical systems*, tomo 9. CRC, 1999.
- [Walcott87] Walcott, B. y Zak, S. State observation of nonlinear uncertain dynamical systems. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 32(2):166–170, 1987.
- [Wang94] Wang, L.-X. *Adaptive fuzzy systems and control - Design and stability analysis*. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, NJ, USA, 1994.
- [Wang96] Wang, L. *A course in fuzzy systems and control*. Prentice-Hall, Inc., 1996.
- [Yi10] Yi, J. y Huang, Q. Fault detection and isolation based on optimal fault-tolerant observers for linear system. *En Electrical and Control Engineering (ICECE), 2010 International Conference on*, págs. 982–985. june 2010. doi:10.1109/iCECE.2010.249.
-

- [Zadeh65] Zadeh, L. Fuzzy sets*. *Information and control*, 8(3):338–353, 1965.
- [Zadeh75] Zadeh, L. The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning–i. *Information sciences*, 8(3):199–249, 1975.
-