



UNIVERSIDAD MICHOACANA DE  
SAN NICOLÁS DE HIDALGO

**FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA  
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO**

**“CONTROL DE UN SISTEMA DE FRENADO  
ABS BASADO EN MODOS DESLIZANTES”**

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE  
**MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERÍA ELÉCTRICA**

PRESENTA  
**ING. PAOLO GERSON CAMACHO GONZÁLEZ**

DIRECTOR DE TESIS  
**Doctor en Ciencias en Ingeniería Eléctrica JUAN ANZUREZ  
MARIN**

CO-DIRECTOR DE TESIS  
**Doctor en Ciencias en Ingeniería Eléctrica FERNANDO  
ORNELAS TELLEZ**

MORELIA, MICHOACÁN

AGOSTO DE 2013



# Agradecimientos

El agradecimiento es a Dios, que me dio la vida mediante mis padres Jorge Alejandro Camacho Palacios y Ma. Elena González Chavez quienes siempre me han apoyado y motivado constantemente en todas mis metas para mi formación profesional.

A todos mis maestros del posgrado de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, que formaron parte de esta aventura y siempre estarán en mis recuerdos.

Al Dr. Juan Anzures por su confianza, su apoyo, sus consejos y ser un excelente profesor.

A la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo por darme la oportunidad de permitir que cursara mis estudios de posgrado en la Maestría en Ciencias en Ingeniería Eléctrica.

Al Dr. Fernando Ornelas por su apoyo, su confianza, sus observaciones y además agradecer su excelente labor como profesor y como persona.

Al Dr. Cuauhtémoc Acosta por su apoyo, su alojamiento, sus observaciones y por haber colaborado con el equipo de frenado.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología CONACYT por el apoyo económico otorgado para llevar a cabo mis estudios de posgrado.

Agradezco a mis compañeros de generación Victor González, Rafael Tapia, Celso Cortes, Pavel Zarate, Eduardo Cruz, Victor Montesinos y Sanzon Mendoza, gracias a todos ellos por demostrarme su valiosa amistad, comprensión, apoyo y por ser excelentes amigos.



# Resumen

En el presente trabajo de tesis, se estudia el sistema experimental de frenado antibloqueo (ABS, por sus siglas en inglés) donde se propone un esquema de control robusto basado en modos deslizantes. El sistema ABS que se considera está formado de una sola rueda sobre la superficie por donde está se desplaza, lo cual se logra controlando el factor de deslizamiento, que es una relación entre la velocidad angular de la rueda superior y la velocidad angular de la rueda inferior (se puede hacer el análisis similar para las otras 3 ruedas del vehículo). Para fines experimentales se utiliza un prototipo de laboratorio ABS fabricado por Inteco Ltd, el cual consta de dos ruedas en el cual la rueda inferior simula relativamente el movimiento lineal del automóvil sobre la superficie, mientras que la rueda superior simula la rueda del vehículo. Para la implementación del frenado ABS, la rueda superior está equipada con un sistema de frenado de disco que es accionado por un motor de corriente continua. El análisis y diseño del control parte de un modelo matemático del ABS en espacio de estados, en el cual se involucran los aspectos más importantes del sistema. Los estados considerados en el modelo son: la velocidad angular de la rueda superior y la velocidad angular de la rueda inferior (modelando la velocidad lineal del automóvil). El diseño del control para el ABS es difícil dado que es un sistema no lineal con incertidumbres paramétricas. El controlador robusto por modos deslizantes que se propone es de tipo super-twisting (ST) de segundo orden y tiene características que permiten tener un buen desempeño de control para sistemas dinámicos con grado relativo 1 (como es el caso del sistema de frenado ABS) y es robusto ante perturbaciones externas/internas y/o incertidumbres paramétricas. El objetivo de control es lograr la máxima adhesión de los neumáticos sobre la superficie durante el frenado del automóvil. El esquema de control propuesto es simulado en el software (Simulink, Matlab), donde además el algoritmo de control ST es comparado con la técnica de modos deslizantes conocida como control equivalente y con el controlador proporcional integral (PI) con la intención de evaluar el desempeño de los controladores.



# Abstract

In this thesis, we study the experimental anti-lock braking system (ABS, for its acronym in English) where we propose a robust control scheme based on sliding mode. The ABS system is considered is formed of a single wheel on the surface where it is moved, which is accomplished by controlling the slip factor, which is a relationship between the angular velocity of the upper wheel and the angular velocity of the wheel bottom (you can do similar analysis for the other 3 wheels of the vehicle). For experimental purposes using a laboratory prototype ABS manufactured by Inteco Ltd, which consists of two wheels on the lower wheel which simulates relatively linear movement of the car on the surface, while the upper wheel which simulates the wheel of the vehicle. To implement the ABS braking, the upper wheel is equipped with a disc braking system that is driven by a DC motor. The analysis and control design of a mathematical model of ABS in state space, which involved the most important aspects of the system. The states considered in the model are: the angular velocity of the upper wheel and the angular velocity of the lower wheel (modeling the linear speed of the car). The design for the ABS control is difficult since it is a nonlinear system with parametric uncertainties. The robust sliding mode controller is proposed is super-twisting type (ST) of second order and has features that allow you to have a good performance to control dynamic systems with relative degree one (such as ABS braking system) and is robust to external shocks / internal and / or parametric uncertainties. The control objective is to achieve maximum adhesion of the tires on the surface during braking of the car. The proposed control scheme is simulated in software (Simulink, Matlab), where in addition to the ST control algorithm is compared with the technique known as sliding mode equivalent control and the controller proportional integral (PI) in order to evaluate the Controller performance.



# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Planteamiento del problema . . . . .	2
1.2. Estado del arte . . . . .	2
1.3. Motivación . . . . .	4
1.4. Hipótesis . . . . .	4
1.5. Justificación . . . . .	4
1.6. Objetivos . . . . .	5
1.6.1. Objetivo general . . . . .	5
1.6.2. Objetivos particulares . . . . .	5
1.7. Aportaciones . . . . .	5
1.8. Organización de la tesis . . . . .	6
<b>2. Modelado del sistema ABS</b>	<b>7</b>
2.1. Modelo del ABS . . . . .	7
2.1.1. Diagrama de cuerpo libre del sistema . . . . .	8
2.1.2. Modelo matemático . . . . .	8
2.2. Descripción del sistema ABS . . . . .	12
2.2.1. Descripción geométrica . . . . .	12
2.2.2. Cálculo del par $M_g$ . . . . .	13
2.2.3. Valores de los parámetros del sistema ABS . . . . .	14
<b>3. Estrategias de control para el ABS</b>	<b>15</b>
3.1. Introducción al control por modos deslizantes . . . . .	15
3.1.1. Descripción del modo deslizante . . . . .	15
3.1.2. Condición necesaria para la existencia del modo deslizante . . . . .	17
3.1.3. El efecto del chattering . . . . .	18



3.2.	Controlador super–twisting . . . . .	18
3.2.1.	Análisis y estabilidad del super–twisting . . . . .	20
3.3.	Control equivalente . . . . .	22
3.4.	Controlador proporcional–integral . . . . .	24
3.4.1.	Sintonización del controlador PI . . . . .	25
3.5.	Algoritmo de optimización por búsqueda de extremos . . . . .	28
3.5.1.	Descripción del problema . . . . .	28
3.5.1.1.	Funcionamiento del algoritmo por búsqueda de extremos . . . . .	30
<b>4.</b>	<b>Resultados de simulación</b>	<b>31</b>
4.1.	Controlador super–twisting con control de par . . . . .	31
4.2.	Control equivalente con control de par . . . . .	34
4.3.	Controlador PI con control de par . . . . .	37
4.4.	Controlador super–twisting con control de voltaje . . . . .	40
4.5.	Control equivalente con control de voltaje . . . . .	42
4.6.	Controlador PI con control de voltaje . . . . .	44
4.7.	Resultados de simulación con el algoritmo de optimización por búsqueda de extremos . . . . .	46
4.7.1.	Controlador super–twisting con control de voltaje . . . . .	46
4.7.2.	Control equivalente con control de voltaje . . . . .	48
4.7.3.	Controlador PI con control de voltaje . . . . .	50
4.8.	Comparación de resultados entre las técnicas utilizadas . . . . .	52
<b>5.</b>	<b>Resultados experimentales</b>	<b>53</b>
5.1.	Descripción del prototipo de laboratorio del ABS . . . . .	53
5.1.1.	Componentes del ABS . . . . .	55
5.1.2.	Requerimientos . . . . .	56
5.2.	Controlador super–twisting . . . . .	56
5.3.	Control equivalente . . . . .	60
5.4.	Controlador PI . . . . .	64
5.5.	Control tipo relay proporcionado por el fabricante . . . . .	68
5.6.	Comparación de resultados entre las técnicas utilizadas . . . . .	70
<b>6.</b>	<b>Conclusiones y trabajo futuro</b>	<b>71</b>
6.1.	Conclusiones . . . . .	71
6.2.	Trabajo futuro . . . . .	72

**Bibliografía**

**75**



# Índice de figuras

2.1. Diagrama a bloques en lazo abierto del ABS . . . . .	8
2.2. Diagrama esquemático del ABS. . . . .	8
2.3. Diagrama auxiliar para el desarrollo del modelo . . . . .	9
2.4. Coeficiente de adherencia a la superficie contra deslizamiento de la rueda . .	11
2.5. Derivación de $M_g$ . . . . .	13
3.1. Establecimiento de un régimen deslizante sobre la superficie $s(x) = 0$ . . . .	17
3.2. Diagrama de fase del algoritmo super-twisting . . . . .	19
3.3. Método de control equivalente para sistemas no lineales con control escalar .	23
3.4. (a) Diagrama de bloques de un controlador proporcional-integral; (b) y (c) diagramas que muestran una entrada escalón unitario y la salida del controlador.	25
3.5. Control PI de una planta . . . . .	25
3.6. Curva de respuesta escalón unitario que muestra un sobrepaso máximo de 25 %	26
3.7. Respuesta escalón unitario de una planta . . . . .	26
3.8. Curva de respuesta con forma de $S$ . . . . .	27
3.9. Coeficiente de fuerza de fricción óptimo . . . . .	29
3.10. Coeficiente de fuerza de fricción . . . . .	29
3.11. Algoritmo de búsqueda de extremos para el ABS . . . . .	30
4.1. Velocidades de la rueda inferior y superior con el control ST . . . . .	32
4.2. Deslizamiento de las ruedas del control super-twisting y el deslizamiento de referencia . . . . .	33
4.3. Acción de control del control super-twisting . . . . .	33
4.4. Distancia recorrida durante el frenado . . . . .	34
4.5. Velocidades de la rueda inferior y superior del control equivalente . . . . .	35
4.6. Deslizamiento de las ruedas del control equivalente y el deslizamiento de refe- rencia . . . . .	35

4.7. Acción de control del control equivalente . . . . .	36
4.8. Distancia recorrida durante el frenado . . . . .	36
4.9. Velocidades de la rueda inferior y superior con control PI . . . . .	37
4.10. Deslizamiento de las ruedas con control PI y el deslizamiento de referencia . . . . .	38
4.11. Acción de control del control PI . . . . .	38
4.12. Distancia recorrida durante el frenado . . . . .	39
4.13. Comparación de los 3 controladores . . . . .	39
4.14. Velocidades de la rueda inferior y superior con control ST . . . . .	40
4.15. Deslizamiento de las ruedas con control ST y el deslizamiento de referencia . . . . .	40
4.16. Acción de control del control super-twisting . . . . .	41
4.17. Distancia recorrida durante el frenado . . . . .	41
4.18. Velocidades de la rueda inferior y superior del control equivalente . . . . .	42
4.19. Deslizamiento de las ruedas del control equivalente y el deslizamiento de referencia . . . . .	42
4.20. Acción de control del control equivalente . . . . .	43
4.21. Distancia recorrida durante el frenado . . . . .	43
4.22. Velocidades de la rueda inferior y superior con control PI . . . . .	44
4.23. Deslizamiento de las ruedas con control PI y el deslizamiento de referencia . . . . .	44
4.24. Acción de control del control PI . . . . .	45
4.25. Distancia recorrida durante el frenado . . . . .	45
4.26. Velocidades de la rueda inferior y superior con control ST . . . . .	46
4.27. Deslizamiento de las ruedas con control super-twisting y el deslizamiento de referencia . . . . .	47
4.28. Acción de control del control super-twisting . . . . .	47
4.29. Distancia recorrida durante el frenado . . . . .	48
4.30. Velocidades de la rueda inferior y superior del control equivalente . . . . .	48
4.31. Deslizamiento de las ruedas del control equivalente y el deslizamiento de referencia . . . . .	49
4.32. Acción de control del control equivalente . . . . .	49
4.33. Distancia recorrida durante el frenado . . . . .	50
4.34. Velocidades de la rueda inferior y superior con control PI . . . . .	50
4.35. Deslizamiento de las ruedas con control PI y el deslizamiento de referencia . . . . .	51
4.36. Acción de control del control PI . . . . .	51
4.37. Distancia recorrida durante el frenado . . . . .	52

5.1. Diagrama a bloques del ABS . . . . .	53
5.2. Prototipo del ABS . . . . .	54
5.3. Vista aérea del prototipo ABS . . . . .	54
5.4. Velocidades de la rueda inferior y superior con control ST . . . . .	56
5.5. Deslizamiento de las ruedas con control super-twisting y el deslizamiento de referencia . . . . .	57
5.6. Acción de control del control super-twisting . . . . .	57
5.7. Distancia recorrida durante el frenado . . . . .	58
5.8. Velocidades de la rueda inferior y superior con control ST . . . . .	58
5.9. Deslizamiento de las ruedas con control super-twisting y el deslizamiento de referencia . . . . .	59
5.10. Acción de control del control super-twisting . . . . .	59
5.11. Distancia recorrida durante el frenado . . . . .	60
5.12. Velocidades de la rueda inferior y superior del control equivalente . . . . .	60
5.13. Deslizamiento de las ruedas del control equivalente y el deslizamiento de referencia . . . . .	61
5.14. Acción de control equivalente . . . . .	61
5.15. Distancia recorrida durante el frenado . . . . .	62
5.16. Velocidades de la rueda inferior y superior del control equivalente . . . . .	62
5.17. Deslizamiento de las ruedas del control equivalente y el deslizamiento de referencia . . . . .	63
5.18. Acción de control equivalente . . . . .	63
5.19. Distancia recorrida durante el frenado . . . . .	64
5.20. Velocidades de la rueda inferior y superior con control PI . . . . .	64
5.21. Deslizamiento de las ruedas con control PI y el deslizamiento de referencia . . . . .	65
5.22. Acción de control del control PI . . . . .	65
5.23. Distancia recorrida durante el frenado . . . . .	66
5.24. Velocidades de la rueda inferior y superior con control PI . . . . .	66
5.25. Deslizamiento de las ruedas con control PI y el deslizamiento de referencia . . . . .	67
5.26. Acción de control del control PI . . . . .	67
5.27. Distancia recorrida durante el frenado . . . . .	68
5.28. Velocidades de la rueda inferior y superior con control relay . . . . .	68
5.29. Deslizamiento de las ruedas con control relay . . . . .	69
5.30. Acción de control relay . . . . .	69
5.31. Distancia recorrida durante el frenado . . . . .	70



# Índice de tablas

2.1. Descripción del sistema . . . . .	10
2.2. Parámetros geométricos . . . . .	12
2.3. Coeficientes del sistema ABS . . . . .	14
3.1. Reglas de sintonización de Ziegler–Nichols basada en la respuesta al escalón	27





# CAPÍTULO 1

## Introducción

Los orígenes de los sistemas de frenado ABS se remontan a los comienzos del siglo pasado, aplicados al transporte ferroviario e implementados originalmente mediante soluciones mecánicas en su totalidad. A partir de los años 50 (después de la segunda guerra mundial), se diseñaron sistemas de frenado antibloqueo electromecánicos para el control de los trenes de aterrizaje de los aviones a reacción, diseño que se incorporó más tarde, hacia 1960, en vehículos industriales [1]. Es en 1970 que la firma alemana Bosch desarrolla, gracias a la aparición de la electrónica analógica, un dispositivo eficaz y con posibilidad de comercialización a gran escala para el frenado ABS, debido a la simplificación de componentes y a la reducción de costo por la utilización de esta nueva tecnología [1]. En 1975 se comienza a implementar en vehículos pesados y más tarde ya con la ayuda de la electrónica digital, la firma Bosch en colaboración con la empresa alemana Mercedes Benz, instalan el primer sistema de frenado ABS en un coche de serie (como equipo opcional); esto sucedió en octubre de 1978 y el modelo en el que se instaló fue el mercedes de la clase S. El sistema ABS fue desarrollado para evitar que las ruedas de un automóvil se bloquearan durante el frenado y en consecuencia ocurriera un deslizamiento de las ruedas sobre la superficie [2, 3, 4]. Los sistemas modernos ABS no sólo tratan de evitar que las ruedas se bloqueen, sino también, se está interesado en obtener la máxima adherencia de las ruedas sobre la superficie durante el frenado del automóvil [5, 6]. Los ABS están diseñados también para aumentar la eficacia de frenado mientras se mantiene el control del automóvil [7]. El ABS tiene como función adaptar el nivel de presión del líquido de freno en cada rueda para reducir la inestabilidad de conducción, aumentar la dirigibilidad y disminuir la distancia de frenado. Se han propuesto algoritmos de control para el ABS con el fin de obtener un frenado en un tiempo mínimo y aumentar la capacidad de conducción del vehículo [4]. La desventaja del control por modos deslizantes (SMC, por sus siglas en inglés)

es la existencia del fenómeno “chattering”, el cual se produce como consecuencia de la señal de control de alta frecuencia. Los diferentes esquemas de SMC, tienen la capacidad de ser una herramienta robusta para el control de sistemas no lineales que operan bajo condiciones inciertas [8, 9, 10, 11]. Asimismo, los controladores PI se han propuesto debido a que tienen la capacidad de eliminar el error en estado estacionario para el control de sistemas lineales y no lineales que operan bajo un rango de operación [12]

En esta tesis se presenta el diseño, análisis, simulación e implementación del controlador super-twisting, para el ABS la cual es una técnica de modos deslizantes que tiene la capacidad de ser eficaz y robusta para sistemas inciertos y sujetos a perturbaciones y que además permite obtener la máxima adherencia del vehículo sobre la superficie. El sistema ABS ha tomado gran importancia ya que al pisar el pedal de frenado del automóvil a fondo evita que las ruedas se bloqueen durante el frenado, manteniendo una trayectoria estable donde el conductor tiene la facilidad de poder manipular el automóvil y así evitar un accidente.

## 1.1. Planteamiento del problema

Se tiene un sistema de frenado ABS incierto sobre el cual se desea tener un sistema de control eficaz que sea robusto ante perturbaciones externas/internas y/o incertidumbres paramétricas y que sea fácil de implementar.

## 1.2. Estado del arte

Existen varios trabajos publicados en la literatura con el fin de resolver el problema del modelado del automóvil, simulación, control e identificación de parámetros. Un buena reseña en lo respectivo al modelado del automóvil se presenta en [13] mediante el diseño del control longitudinal para el modelo del sistema de frenado del automóvil. El diseño de control para vehículos no tripulados es dada en [14], mientras que el modelado y estimación para el sistema rueda/carretera usando bond graph en [15]. En [16] y [17] se presentan técnicas basadas en energía para obtener el modelo del vehículo con la interacción rueda/carretera para el sistema de frenado ABS. En [18] se encuentra un estudio más a detalle de las ruedas y la dinámica del vehículo. En [19] se hace un modelado orientado a objetos y simulación de un sistema de frenado neumático con ABS. Se estudia el modelado de válvulas solenoides para regular la presión de frenado en el sistema de control ABS en [20]. Para el diseño de

sistemas de frenado existen importantes desafíos que están asociados con la estimación de la velocidad y los parámetros del vehículo. En [21] se realiza la estimación del coeficiente de fricción basado en un filtro de Kalman extendido y al mismo tiempo una simulación en el software Car Sim. En [22] se presenta el uso de observadores para la fricción del contacto rueda/carretera, utilizando sólo la información de la velocidad angular de la rueda, en [23] y [24] se utiliza la identificación en tiempo real de la rueda/carretera con condiciones de fricción y el máximo coeficiente de fricción de la rueda/carretera. El uso de fricción longitudinal y lateral de la rueda/carretera para el control de movimiento del vehículo se presenta en [25]. En [26] se presentan observadores triangulares para entradas de estimación de perfiles de carreteras, diseño de sensores virtuales en el ángulo de deslizamiento lateral del vehículo y la velocidad de estimación del centro de gravedad [27] y la estimación no lineal de la rigidez longitudinal de la rueda y el radio efectivo [28].

En [29] se ha estudiado el control adaptivo para el frenado de emergencia con la subestimación del coeficiente de fricción, el controlador PI para el control del deslizamiento longitudinal [30] y el seguimiento adaptivo no lineal para vehículos de tierra en [31]. En [32] y [33] se presentan soluciones para el diseño de algoritmos de control para el ABS con el propósito de obtener un menor tiempo de frenado y así aumentar la manejabilidad del vehículo. En [34] se aplica un algoritmo de control proporcional integral derivativo no lineal (NPID, por sus siglas en inglés) a un vehículo que combina la ventaja del control robusto y fácil sintonización, en controladores robustos como en [35, 36, 37] mediante enfoques basados en desigualdades lineales matriciales (LMI, por sus siglas en inglés) [38], algoritmos de control óptimo en [39], control de estrategias de ajuste automático [40], leyes de control de la energía mínima [41], estudio del control lógico para el ABS en [42]. Además, debido a la presencia de sistemas altamente no lineales, hay soluciones basadas en control difuso y el modelado neuronal, los cuales se encuentran planteados como: métodos de control neuronal-adaptivo para el ABS en [43, 44, 45]. El diseño de controladores difuso para el sistema ABS [46, 47, 48, 49]. Simulación de un controlador difuso PI para el sistema ABS basado en el sistema de frenos electromecánico en [50] y el control de redes neuronales para el sistema ABS en [51, 52, 53]. En [54] se presenta una estrategia de control de búsqueda de extremos para sistema ABS y en [55] una estrategia de control de búsqueda de extremos para el sistema ABS con un tiempo de retardo. En [56] se basa en el control por búsqueda de extremos donde se trata como un problema de optimización en tiempo real con las limitaciones del sistema, [57] se basa en el control por búsqueda de extremos donde se trata de un sistema dinámico de optimización numérica. En [58] se presenta el control del deslizamiento de la rueda continua para maxi-

mizar el desempeño del frenado del ABS. Las técnicas con modos deslizantes surgen como un enfoque para tratar los problemas de vehículos debido a su robustez y simplicidad en el diseño, ejemplo de controladores con modos deslizantes para vehículos de tracción se pueden consultar en [59]. El uso de control con modos deslizantes de alto orden para el rechazo de perturbaciones se presenta en [60], y en [61] se presentan observadores con modos deslizantes para aplicaciones en automóviles, mientras que un control por modos deslizantes difusos para el sistema ABS en [62]. A diferencia de los resultados anteriores, este trabajo de tesis propone un esquema de control robusto no lineal para el ABS donde de manera automática se determina el valor de deslizamiento óptimo para lograr una máxima adhesión de las ruedas sobre la superficie.

### 1.3. Motivación

En las últimas décadas ha sido mostrado un considerable incremento en el interés por controlar sistemas de frenado ABS. Esto debido a que se han estado expandiendo su área de aplicación. Siendo esta en general para frenar cualquier vehículo en movimiento (aviones, trenes y automóviles). Un sistema de frenado ABS genera comodidad para las personas que usan el automóvil, pero más importante es que puede aportar mayor seguridad a los tripulantes a la hora de conducir su automóvil. Basados en esto, se ha decidido buscar una técnica que permita sentar una base para controlar el sistema de frenado ABS con una mayor robustez, estabilidad y eficiencia.

### 1.4. Hipótesis

Es posible diseñar un controlador no lineal robusto ante incertidumbres, perturbaciones y variaciones paramétricas para el sistema de frenado ABS, tal que se obtenga un frenado eficiente al lograr la máxima adhesión de un vehículo sobre la superficie.

### 1.5. Justificación

En el presente trabajo de tesis se menciona la originalidad, el diseño, el análisis, la simulación e implementación del controlador super-twisting en sistemas de frenado ABS y además la utilización del algoritmo por búsqueda de extremos.

## 1.6. Objetivos

### 1.6.1. Objetivo general

Diseñar un esquema de control no lineal robusto basado en modos deslizantes y un algoritmo de optimización por búsqueda de extremos para aumentar la eficiencia del sistema de frenado ABS.

### 1.6.2. Objetivos particulares

- Diseñar el controlador robusto super-twisting basado en modos deslizantes para el ABS.
- Proponer un algoritmo para determinar de manera óptima el valor de referencia del deslizamiento de tal forma que se logre la máxima adherencia de las ruedas del automóvil sobre la superficie.
- Aplicar el esquema de control propuesto al sistema de frenado por medio de simulaciones.
- Implementar el controlador propuesto en tiempo real en un prototipo ABS de laboratorio.

## 1.7. Aportaciones

- Diseño e implementación del super-twisting para el sistema de frenado ABS.
- Combinación del controlador super-twisting con el algoritmo de optimización por búsqueda de extremos para hacer eficaz el proceso de frenado.
- Comparación del esquema propuesto con el control equivalente y el control PI.
- Implementación en tiempo real del controlador propuesto en un sistema de frenado ABS.

## 1.8. Organización de la tesis

La estructura de esta tesis está definida como se describe a continuación. En el capítulo 2 se describe la forma de obtener la dinámica del sistema y el modelado matemático del sistema de frenado ABS. En el capítulo 3 se presenta el diseño y análisis de los algoritmos de control propuestos para lograr seguimiento del valor de deslizamiento hacia el valor de referencia. En el capítulo 4 se muestran los resultados del sistema de frenado mediante simulaciones. En el capítulo 5 se muestran los resultados del sistema de frenado mediante la implementación en tiempo real de las acciones de control en el prototipo ABS. En el capítulo 6 se presentan las conclusiones más importantes obtenidas durante la realización del trabajo y se plantean algunos puntos como trabajo futuro.

# CAPÍTULO 2

## Modelado del sistema ABS

El planteamiento de un adecuado esquema de control comúnmente parte del modelo matemático del sistema a controlar. La formulación de este modelo es el primer paso en el proceso del análisis del comportamiento de un sistema; sin embargo, para poder producir un modelo útil, debemos estar sujetos a ciertas restricciones que tienen efectos relevantes en relación a las características físicas del sistema que pretendemos modelar y a la información específica en la cual estamos interesados. Por lo tanto, la intención de modelar es la de obtener una descripción lo suficientemente cercana a la realidad del sistema en cuestión, la cual pueda ser expresada de una forma matemática tratable.

### 2.1. Modelo del ABS

En este capítulo se presenta un sistema donde se considera para fines de análisis y diseño una cuarta parte del modelo del sistema de frenado del vehículo. Este modelo considera el frenado de los neumáticos de un vehículo, el movimiento de las ruedas y el movimiento del vehículo. El modelo del sistema de frenado ABS está compuesto de dos ruedas donde la rueda inferior simula el movimiento relativo del automóvil sobre la carretera o superficie, mientras que la rueda superior simula el movimiento de la rueda del vehículo. El sistema de frenado incluye dos codificadores de posición (encoders) que son instalados en las ruedas para llevar a cabo la medición indirecta de las velocidades y de un actuador (consistente en un disco de frenado mediante balatas movidas por un chicote que responde a un voltaje aplicado) [7]. En la Figura 2.1 se muestra el diagrama a bloques en lazo abierto del sistema de frenado ABS, en dicha Figura se muestra el voltaje aplicado al chicote como  $u$  y las velocidades obtenidas mediante los codificadores como  $\omega_1$  y  $\omega_2$ . Así como el par de frenado  $T_B$ .



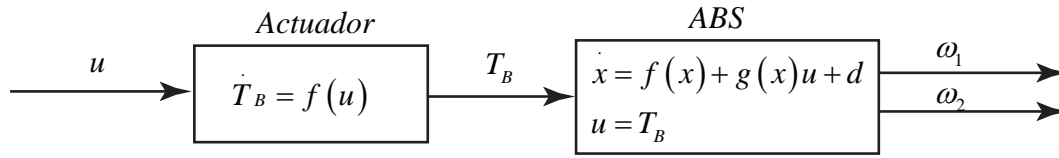


Figura 2.1: Diagrama a bloques en lazo abierto del ABS

### 2.1.1. Diagrama de cuerpo libre del sistema

En la Figura 2.2 se presenta el diagrama esquemático del prototipo de experimentación del movimiento angular de la rueda durante el frenado. Aunque el modelo es simple, se conservan las características fundamentales de un sistema real [7]. Al derivar las ecuaciones dinámicas del sistema, se hacen varias suposiciones, en primer lugar sólo se considera la dinámica del vehículo es decir, los movimientos laterales y verticales de las ruedas se desprecian, y en segundo lugar la fuerza de resistencia al rodamiento respecto a la superficie se omite ya que es muy pequeña debido al frenado.

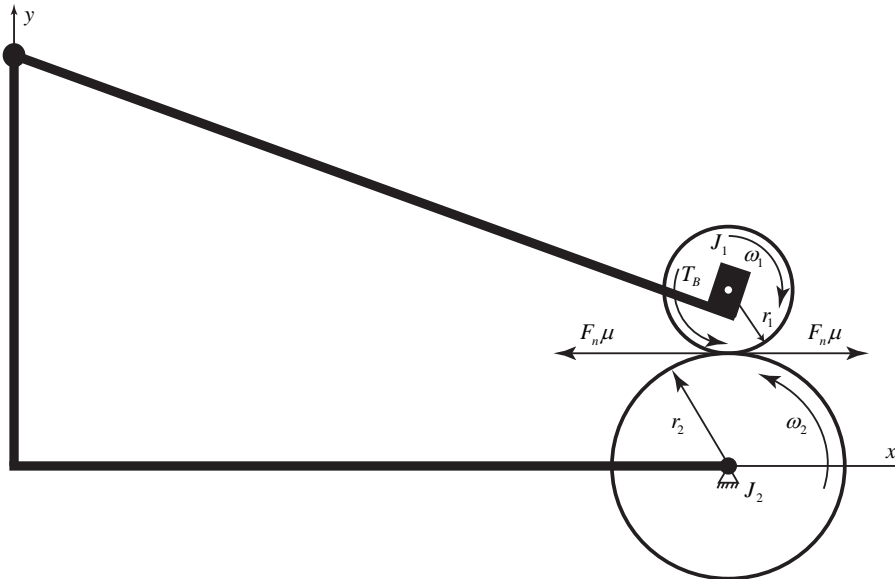


Figura 2.2: Diagrama esquemático del ABS.

### 2.1.2. Modelo matemático

En cuanto al modelo existen tres pares que actúan sobre la rueda de la parte superior: el par de frenado  $T_B$  producido por el control de par, el par de fricción  $M_{10}$  en rodamiento de la parte superior y el par de fricción entre las ruedas  $F_n \mu$ . De manera similar hay dos pares

que están actuando en la rueda inferior: el par de fricción  $M_{20}$  en el rodamiento de la parte inferior y el par de fricción entre las ruedas  $F_n\mu$ . En la Figura 2.3 se muestra el diagrama auxiliar del modelo.

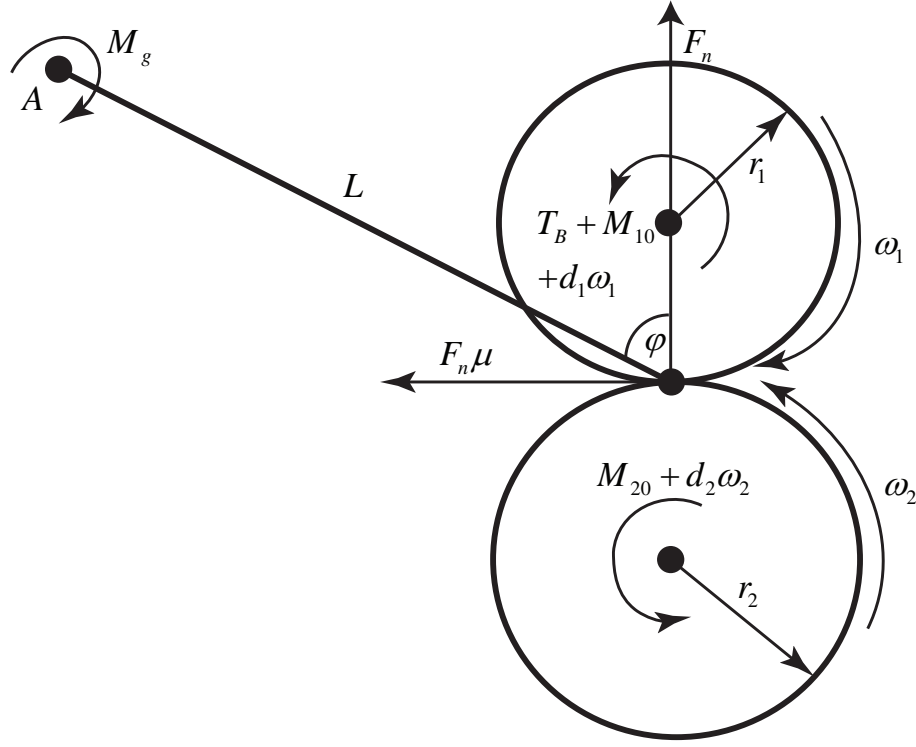


Figura 2.3: Diagrama auxiliar para el desarrollo del modelo

Durante la desaceleración, el par de frenado se aplica mediante el control de par en la rueda superior, lo que hace que la velocidad de la rueda disminuya, la dinámica del ABS se describe como [63]:

$$J_1\dot{\omega}_1 = F_t r_1 - (d_1\omega_1 + M_{10} + T_B) \quad (2.1)$$

$$J_2\dot{\omega}_2 = -(F_t r_2 + d_2\omega_2 + M_{20}) \quad (2.2)$$

donde  $F_t$  está dada por

$$F_t = \mu(\lambda)F_n \quad (2.3)$$

y  $F_n$  es calculada mediante la suma de pares correspondientes al punto  $A$  como

$$F_n = \frac{d_1\omega_1 + M_{10} + T_B + M_g}{L(\sin \varphi - \mu(\lambda)\cos \varphi)} \quad (2.4)$$

donde  $L$  es la distancia entre el punto de contacto de las ruedas y el eje rotacional de la

palanca de equilibrio y  $\varphi$  es el ángulo entre la normal en el punto de contacto y la línea  $L$ .

En la Tabla 2.1 se muestra la descripción de las variables del ABS descrito por (2.1)–(2.2).

Tabla 2.1: Descripción del sistema

Nombre	Descripción
$\omega_1$	Velocidad angular de la rueda superior
$\omega_2$	Velocidad angular de la rueda inferior
$T_B$	Torque del frenado
$r_1$	Radio de la rueda superior
$r_2$	Radio de la rueda inferior
$J_1$	Momento de inercia de la rueda superior
$J_2$	Momento de inercia de la rueda inferior
$d_1$	Coefficiente de fricción viscoso de la rueda superior
$d_2$	Coefficiente de fricción viscoso de la rueda inferior
$F_n$	Fuerza normal
$\mu$	Coefficiente de adherencia de la carretera
$\lambda$	Deslizamiento de la rueda
$\lambda_{ref}$	Deslizamiento de referencia
$F_t$	Fuerza de fricción de la carretera
$M_{10}$	Par de fricción estática de la rueda superior
$M_{20}$	Par de fricción estática de la rueda inferior
$M_g$	Par gravitacional

El sistema de accionamiento del freno (actuador del ABS) es descrito por la siguiente ecuación

$$\dot{T}_B = c_{31} (b(u) - T_B) \quad (2.5)$$

donde  $c_{31}$  es una constante igual a  $20.37 \left[ \frac{1}{s} \right]$ . La función  $b(u)$  puede ser aproximada por la siguiente fórmula:

$$b(u) = \begin{cases} b_1 u + b_2, & u \geq u_0 \\ 0, & u < u_0 \end{cases}$$

donde  $b_1 = 15.24$ ,  $b_2 = -6.21$ ,  $u_0 = 0.415$  y  $u$  = voltaje aplicado al actuador del chicote.

En condiciones de funcionamiento, la velocidad angular de la rueda coincide con la velocidad de avance del vehículo. Cuando los frenos son aplicados, la fuerza de frenado es generada entre la rueda inferior y la superficie del camino, que provoca que la velocidad de la rueda superior disminuya. Cuando se incrementa la fuerza de frenado en la rueda inferior se produce el deslizamiento entre el neumático y la superficie del camino.

La velocidad de la rueda superior durante el frenado es menor que la velocidad del vehículo y el parámetro utilizado para especificar la diferencia entre estas velocidades es llamado deslizamiento  $\lambda$ , y este es considerado como la salida del sistema, la cual viene dada por [63]

$$\lambda = \frac{r_2\omega_2 - r_1\omega_1}{r_2\omega_2}. \quad (2.6)$$

El coeficiente de adherencia de la carretera (coeficiente de fricción) es la proporción de la fuerza de fricción de la carretera a la carga del vehículo y es una función no lineal que incluye tanto variables físicas, como también el deslizamiento de la rueda. La interpretación del valor de salida  $\lambda = 0$ , indica que no hay frenado debido a que la velocidad de la rueda superior y la velocidad del vehículo son iguales. El valor de  $\lambda = 1$ , indica que la velocidad de la rueda superior es cero, lo cual significa que hay un derrapamiento sobre la superficie.

El coeficiente de adherencia para el deslizamiento de la rueda se toma en base a los resultados experimentales obtenidos por el fabricante, y el coeficiente de adherencia de la carretera en función del valor de deslizamiento de las ruedas se puede expresar como

$$\mu(\lambda) = \frac{c_4\lambda^p}{a + \lambda^p} + c_3\lambda^3 + c_2\lambda^2 + c_1\lambda, \quad (2.7)$$

donde  $c_1, c_2, c_3, c_4, a$  y  $p$  son parámetros constantes, con valores dados en la tabla 2.3

En la Figura 2.4 se muestra un comportamiento típico del coeficiente de adherencia  $\mu(\lambda)$  con respecto al deslizamiento  $\lambda$ .

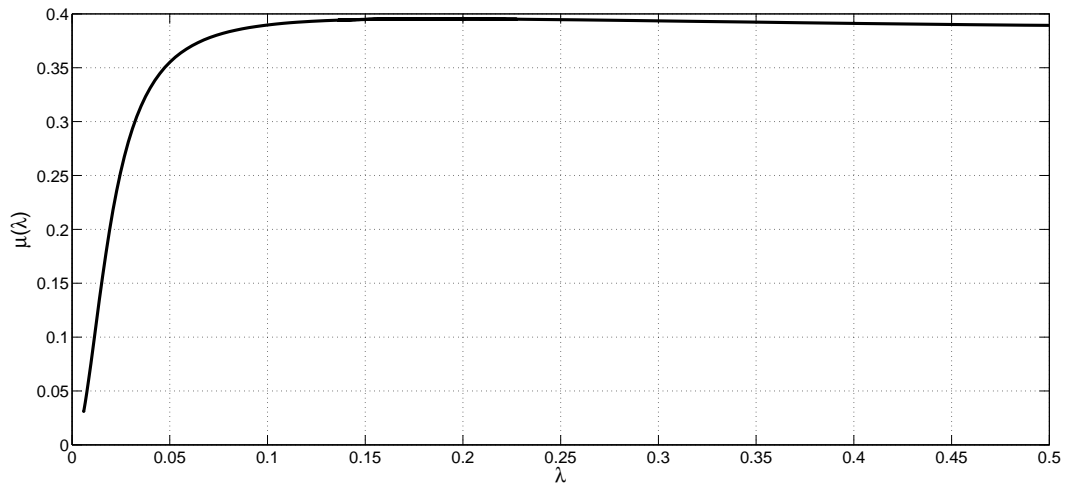


Figura 2.4: Coeficiente de adherencia a la superficie contra deslizamiento de la rueda

El sistema (2.1)–(2.2) se puede representar de manera general como

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u + d, \quad (2.8)$$

donde  $x = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \omega_1 & \omega_2 \end{bmatrix}^T$ ,  $u = T_B$ (control de par) y

$$f(x) = \begin{bmatrix} \left( \frac{\mu(\lambda)d_1r_1}{J_1L(\sin\varphi - \mu(\lambda)\cos\varphi)} - \frac{d_1}{J_1} \right) x_1 \\ \left( -\frac{\mu(\lambda)d_1r_2}{J_2L(\sin\varphi - \mu(\lambda)\cos\varphi)} \right) x_1 - \left( \frac{d_2}{J_2} \right) x_2 \end{bmatrix};$$

$$g(x) = \begin{bmatrix} \frac{\mu(\lambda)r_1}{J_1L(\sin\varphi - \mu(\lambda)\cos\varphi)} - \frac{1}{J_1} \\ \frac{\mu(\lambda)r_2}{J_2L(\sin\varphi - \mu(\lambda)\cos\varphi)} \end{bmatrix};$$

$$d = \begin{bmatrix} \frac{\mu(\lambda)r_1(M_{10} + M_g)}{J_1L(\sin\varphi - \mu(\lambda)\cos\varphi)} - \frac{M_{10}}{J_1} \\ -\frac{\mu(\lambda)r_2(M_{10} + M_g)}{J_2L(\sin\varphi - \mu(\lambda)\cos\varphi)} - \frac{M_{20}}{J_2} \end{bmatrix};$$

mientras que la salida (2.6) se puede representar como

$$\begin{aligned} y &= h(x) \\ &= \frac{r_2x_2 - r_1x_1}{r_2x_2}. \end{aligned} \quad (2.9)$$

## 2.2. Descripción del sistema ABS

### 2.2.1. Descripción geométrica

La distancia  $L$ , el ángulo  $\varphi$  y el radio de las ruedas son tomados a partir del sistema mecánico de la Figura 2.5. De acuerdo al prototipo de laboratorio, los valores de esos parámetros se describen en la Tabla 2.2.

Tabla 2.2: Parámetros geométricos

$r_1$ [m]	$r_2$ [m]	$\varphi$ [grados]	$L$ [m]
0.0995	0.099	65.61	0.370

### 2.2.2. Cálculo del par $M_g$

Para la velocidad angular de la rueda superior  $\omega_1 = 0$  obtenemos que el par gravitacional  $M_g$  es importante ya que es un absorbente de choque que actúan sobre la palanca de equilibrio  $M_g = F_n L \sin \varphi$ . Donde  $F_n$  (la fuerza normal es generada por la rueda superior y presionando sobre la rueda inferior),  $L$  es la distancia entre el punto de contacto de las ruedas y el eje de rotación de la palanca de equilibrio como se muestra en la Figura 2.5 [7].

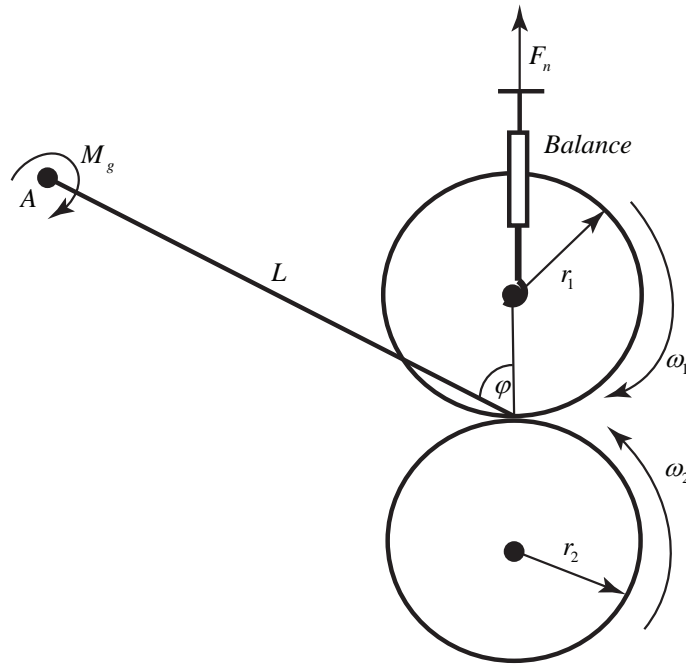


Figura 2.5: Derivación de  $M_g$

La rueda superior es la que actúa sobre la rueda inferior. A partir de mediciones experimentales se obtiene que  $F_n = 58.214 \text{ N}$  (dato del fabricante) y derivamos  $M_g = F_n L \sin \varphi = 19.62 \text{ N}$ .

### 2.2.3. Valores de los parámetros del sistema ABS

Para fines de control, el valor de referencia para el deslizamiento  $\lambda$  se toma como  $\lambda_{ref} = 0.2$ , de acuerdo a los coeficientes que presenta el sistema de acuerdo a la Tabla 2.3 se muestran los valores de los parámetros del sistema proporcionados por el fabricante [7].

Tabla 2.3: Coeficientes del sistema ABS

Nombre	Parámetro
$r_1$	$0.0995m$
$r_2$	$0.099m$
$J_1$	$0.00753kgm^2$
$J_2$	$0.0256kgm^2$
$d_1$	$0.00011874 \frac{kgm^2}{s}$
$d_2$	$0.00021468 \frac{kgm^2}{s}$
$M_{10}$	$0.0032Nm$
$M_{20}$	$0.0925Nm$
$L$	$0.370m$
$\varphi$	$65.61^\circ$
$a$	$0.00025724985785$
$p$	$2.09945271667129$
$c_1$	$-0.04240011450454$
$c_2$	$0.00000000029375$
$c_3$	$0.03508217905067$
$c_4$	$0.40662691102315$

# CAPÍTULO 3

## Estrategias de control para el ABS

En este capítulo se describen las técnicas de control que posteriormente serán aplicadas al ABS. Se retoman enfoques de control que han sido propuestos para resolver distintos problemas dentro de la teoría de control, como lo son el rechazo a perturbaciones y seguimiento de trayectoria, así como estabilidad de sistemas no lineales. Los enfoques presentados son el control por modos deslizantes y la acción de control PI.

### 3.1. Introducción al control por modos deslizantes

La técnica de control por modos deslizantes, ha sido ampliamente reconocida como una metodología particularmente adecuada para manejar sistemas no lineales que incluyen incertidumbres (variaciones paramétricas) y perturbaciones en su dinámica. Los modos deslizantes se caracterizan por permitir [8]:

- Una reducción del sistema.
- Baja sensibilidad a la variación de los parámetros de la planta y a perturbaciones.

Estas propiedades permiten que los modos deslizantes sean una herramienta eficiente para el control complejo de plantas dinámicas no lineales que operan bajo condiciones inciertas [8].

#### 3.1.1. Descripción del modo deslizante

Considérese el siguiente sistema continuo

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x) + g(x)u + d, \\ y &= h(x),\end{aligned}\tag{3.1}$$



donde  $x \in \mathbb{R}^n$  es el vector de estados,  $u \in \mathbb{R}$  es la acción de control (posiblemente discontinua),  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ ,  $g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dos campos vectoriales en  $\mathbb{C}^\infty$  (infinitamente derivable),  $d$  es una perturbación desconocida y  $h(x) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  campo escalar también en  $\mathbb{C}^\infty$ , con  $g(x) \neq 0$ . Estos sistemas reciben el nombre de sistemas afines o sistemas lineales analíticos (y obviamente incluye a los sistemas lineales convencionales). Si se define la función de conmutación  $s(x)$  como una función suave  $s : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ , cuyo gradiente  $\nabla s$  es no nulo en  $X$ , entonces el conjunto:

$$s = \{x \in X : s(x) = 0\}, \quad (3.2)$$

define una variedad regular en  $X$  de dimensión  $n - 1$ , llamada variedad de deslizamiento o superficie de conmutación. Se puede plantear una ley de control de estructura variable imponiendo que la acción de control  $u$  tome un valor de entre dos posibles, según sea el signo de la función de conmutación  $s(x)$

$$u = \begin{cases} u^+(x) & \text{si : } s(x) > 0 \\ u^-(x) & \text{si : } s(x) < 0 \end{cases}, \quad (u^+(x) \neq u^-(x)) \quad (3.3)$$

Los niveles superior e inferior de  $\underline{u}$  son funciones suaves de  $x$  y sin pérdida de generalidad, se puede aceptar que satisfacen  $u^+(x) > u^-(x)$  para algún  $x \in X$ , ya que  $u^+$  y  $u^-$  son ambas funciones suaves y nunca se igualan. Se dice que existe un superficie de modos deslizantes sobre  $s$  cuando, como resultado de la ley de conmutación (3.3), el sistema alcanza la superficie  $s$  y se mantiene localmente en su entorno. Para la existencia de un régimen deslizante sobre  $s$  debe cumplirse que los campos vectoriales controlados de los dos subsistemas continuos,  $(f + gu^+)$  y  $(f + gu^-)$ , apunten localmente hacia la variedad de modos deslizantes  $s$ [8].

Esta situación se representa geoméricamente en la Figura 3.1.

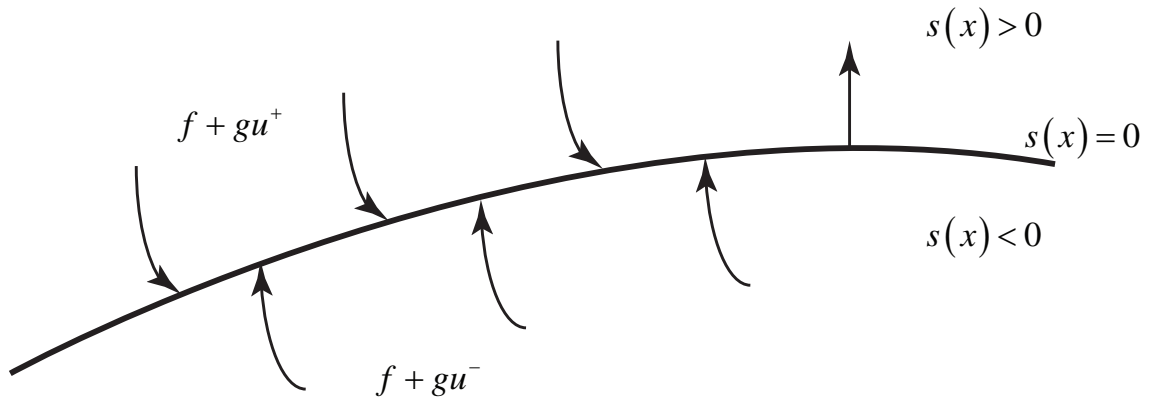


Figura 3.1: Establecimiento de un régimen deslizante sobre la superficie  $s(x) = 0$

El procedimiento para la descripción del modo deslizante consiste básicamente en dos pasos:

- Primero se determina la superficie deslizante  $s = 0$  en el espacio de estados, de acuerdo a la dinámica deseada para el sistema.
- Después se seleccionan las funciones de control continuo  $u^+(x)$  y  $u^-(x)$  para asegurar el movimiento de los modos deslizantes sobre la variedad  $s$ .

Las imperfecciones en el sistema tales como retardos e histéresis pueden inducir movimientos de alta frecuencia conocidos como chattering (por su término en inglés que significa oscilación o parloteo), lo cual no es muy recomendable por el daño que puede causar a los actuadores. En tal situación usualmente lo que se recomienda es modificar la acción de control de tal manera que se force al estado a permanecer en una pequeña banda acotada cerca de la superficie deslizante, lo cual con frecuencia se le conoce como “movimiento pseudo-deslizante”; sin embargo, se perderán propiedades importantes asociadas con la técnica de modos deslizantes ideal, pero se puede obtener una aproximación al movimiento deslizante ideal [64].

### 3.1.2. Condición necesaria para la existencia del modo deslizante

Se requiere determinar qué condiciones deben cumplirse para el establecimiento de un modo deslizante sobre la superficie definida por  $s(x) = 0$ . Se ha mencionado que para que existan los modos deslizantes los campos vectoriales de los dos subsistemas continuos conmutados por la ley (3.3) deben apuntar hacia la superficie de deslizamiento. Supongamos que

como resultado de la ley de control (3.3), la función de conmutación cumple con las siguientes desigualdades localmente.

$$\begin{cases} \dot{s}(x) < 0 & \text{si } s(x) > 0 \\ \dot{s}(x) > 0 & \text{si } s(x) < 0 \end{cases}. \quad (3.4)$$

Como consecuencia de (3.4), el sistema alcanza la variedad de deslizamiento  $s$  y de ahí en adelante queda confinado en el entorno de  $s$ . Se dice entonces que existe un régimen deslizante sobre  $s$ .

### 3.1.3. El efecto del chattering

El término chattering describe el fenómeno de señales de frecuencias oscilantes y amplitud finita, que aparecen en las implementaciones por modos deslizantes debido a la rápida conmutación del controlador. En sistemas de control discontinuos, la conmutación del control puede excitar dinámicas no modeladas, las cuales provocan oscilaciones de alta frecuencia en el vector de estados. Dichas oscilaciones son usualmente conocidas como chattering que provocan poca precisión del control, pérdidas de energía por sobrecalentamiento en circuitos eléctricos y alto desgaste en el movimiento de partes mecánicas. Una manera de reducir el efecto del chattering implica reemplazar el control discontinuo por una aproximación continua [8].

## 3.2. Controlador super–twisting

Este algoritmo ha sido desarrollado para controlar sistemas donde la superficie deslizante  $s$  tiene grado relativo 1 con respecto a la entrada del control. El controlador por modos deslizantes de primer orden, es conocido por ser robusto y muy preciso con respecto a diversas perturbaciones externas e internas; sin embargo la alta frecuencia de conmutación que produce el controlador puede causar el efecto del chattering. El controlador super–twisting [65] es un controlador de segundo orden que puede ser utilizado para obtener las características principales de los modos deslizantes típicos y además eliminar el efecto del chattering. Las trayectorias sobre el plano de modos deslizantes de segundo orden están caracterizadas por tener forma de curvas de “torsión” alrededor del origen, como se muestra en la Figura 3.2.

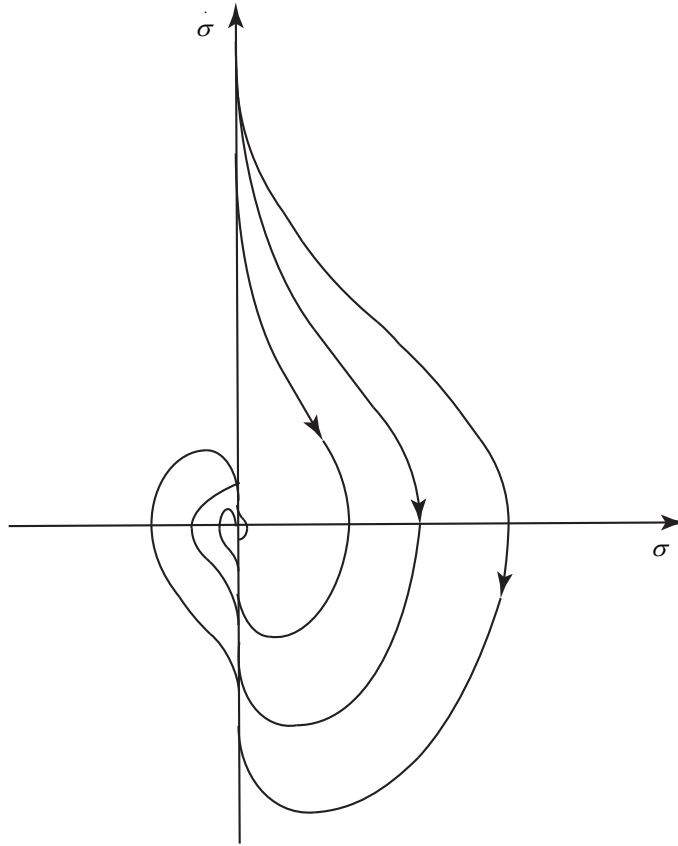


Figura 3.2: Diagrama de fase del algoritmo super-twisting

La ley de control continua  $u(t)$  del controlador super-twisting está constituida por dos términos. El primero de ellos está definido por medio de su derivada con respecto al tiempo (discontinua), mientras que el otro es una función continua de la variable deslizante disponible  $\sigma$ . El algoritmo de control está definido por la siguiente ley de control [66]

$$\begin{aligned} u &= -k_1 |\sigma|^{1/2} \text{sign}(\sigma) + v, \\ \dot{v} &= -k_2 \text{sign}(\sigma), \end{aligned} \quad (3.5)$$

donde  $k_1, k_2 > 0$ .

En el cual la superficie de deslizamiento está dada como

$$\sigma = \lambda - \lambda_{ref}, \quad (3.6)$$

donde  $\lambda_{ref}$  es la referencia para el deslizamiento  $\lambda$ .

### 3.2.1. Análisis y estabilidad del super-twisting

Tomando la dinámica de (3.6) en lazo cerrado resulta de la siguiente manera

$$\dot{\sigma} = -k_1 |\sigma|^{1/2} \text{sign}(\sigma) + v + b, \quad (3.7)$$

$$\dot{v} = -k_2 \text{sign}(\sigma),$$

donde  $b$  es una perturbación acotada.

A continuación las condiciones para la convergencia del sistema (3.7) al origen serán establecidas. En [67] se propuso una función de Lyapunov para analizar la estabilidad y convergencia en tiempo finito del controlador super-twisting. A continuación se reescribe el procedimiento utilizando una forma cuadrática de la función también en [67].

**Teorema 1.** *Suponga que la perturbación  $b$  en el sistema (3.7) es globalmente acotada por*

$$|b| \leq \delta_1 |\sigma|^{1/2}, \quad (3.8)$$

con una constante  $\delta_1 \geq 0$ . Entonces el origen  $\sigma = 0$  es un punto de equilibrio asintóticamente globalmente estable si las ganancias satisfacen:

$$\begin{aligned} k_1 &> 2\delta_1, \\ k_2 &> k_1 \frac{5\delta_1 k_1 + 4\delta_1^2}{2(k_1 - 2\delta_1)}. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Además las trayectorias convergen al origen  $\sigma = 0$  en un tiempo finito  $t_s$  dado por

$$t_s \leq \frac{2}{\gamma} V^{1/2}(s_{t_0}), \quad (3.10)$$

donde  $s_{t_0} = s(t_0)$  es el estado inicial y  $\gamma$  es una constante que depende de las ganancias  $k_1$ ,  $k_2$  y del coeficiente  $\delta_1$ [67].

*Demostración.* Consideramos una función candidata de Lyapunov

$$V(\sigma) = \xi^T P \xi, \quad (3.11)$$

para el sistema (3.7) con el vector  $\xi^T = \left[ |\sigma|^{1/2} \text{sign}(\sigma) \quad v \right]$  y una matriz  $P$

$$P = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 4k_2 + k_1^2 & -k_1 \\ -k_1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Note que  $V(\sigma)$  es continua pero no es diferenciable en  $\sigma = 0$ . Tomando la derivada de  $V(\sigma)$  excepto en el punto  $\sigma = 0$ , tenemos

$$\dot{V} = -\frac{1}{|\sigma|^{1/2}} \xi^T Q \xi + \frac{b}{|\sigma|^{1/2}} q_1^T \xi,$$

donde

$$q_1^T = \left[ \left( 2k_2 + \frac{1}{2}k_1^2 \right) \quad -\frac{1}{2}k_1 \right].$$

Usando la acotación de la perturbación (3.8) la derivada  $\dot{V}$  queda de la forma

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{|\sigma|^{1/2}} \xi^T \tilde{Q} \xi,$$

donde

$$\tilde{Q} = \frac{k_1}{2} \begin{bmatrix} 2k_2 + k_1^2 + \left( \frac{4k_2}{k_1} + k_1 \right) \delta_1 & * \\ (-k_1 + 2\delta_1) & 1 \end{bmatrix}.$$

Bajo la condición (3.9) tenemos  $\tilde{Q}$  es positiva, lo que implica que la  $\dot{V}$  de la función de Lyapunov es definida negativa, esto significa que el estado del sistema (3.7) converge a cero. Ahora mostraremos que el tiempo de convergencia es finito. Debido que  $V(\sigma)$  es definida positiva y radialmente no acotada si  $k_2 > 0$ , esto es

$$z_{\min} \{P\} \|\xi\|_2^2 \leq \xi^T P \xi \leq z_{\max} \{P\} \|\xi\|_2^2, \quad (3.12)$$

donde  $\|\xi\|_2^2 = \xi_1^2 + \xi_2^2 = |\sigma| + v^2$  es la norma euclidiana de  $\xi$ ,  $z_{\min} \{P\}$  es el mínimo eigenvalor de  $P$  y  $z_{\max} \{P\}$  es el máximo eigenvalor de  $P$ , y como  $\tilde{Q}$  es definida positiva se tiene la desigualdad siguiente

$$\dot{V} = -\frac{1}{|\sigma|^{1/2}} \xi^T \tilde{Q} \xi \leq -\frac{1}{|\sigma|^{1/2}} z_{\min} \{ \tilde{Q} \} \|\xi\|_2^2. \quad (3.13)$$

Usando el hecho de (3.12) se obtiene de que

$$\|\sigma\|^{1/2} \leq \|\xi\|_2 \leq \frac{V^{1/2}(\sigma)}{z_{\min}^{1/2}\{P\}},$$

entonces, tenemos

$$\dot{V} \leq -\gamma V^{1/2}(\sigma),$$

donde

$$\gamma = \frac{z_{\min}^{1/2}\{P\} z_{\min}\{Q\}}{z_{\max}\{P\}}.$$

Debido a que la solución de la ecuación diferencial

$$\dot{v} = -\gamma v^{1/2}, \quad v(0) = v_0 \geq 0,$$

está dada por

$$v(t) = \left(v_0^{1/2} - \frac{\gamma}{2}t\right)^2, \quad (3.14)$$

y usando el principio de comparación [68]

$$V(t) \leq v(t) \quad \text{con} \quad V(s_{t0}) \leq v_0, \quad (3.15)$$

es posible concluir que:

- \* El estado del sistema (3.14) converge al origen en tiempo finito.
- \* El límite superior del tiempo de convergencia puede ser estimado como

$$t_s = \frac{2}{\gamma} V^{1/2}(s_{t0}), \quad (3.16)$$

unidades de tiempo. □

### 3.3. Control equivalente

El control equivalente se obtiene al reemplazar el control discontinuo en la intersección de las líneas conmutadas, por un control continuo tal que es el promedio de la señal de control aplicado al sistema.

A partir de la ecuación (2.6) se puede plantear la superficie de deslizamiento como

$$s = x - x_{ref} = 0, \quad (3.17)$$

donde  $x_{ref}$  es la referencia para  $x$ . Derivando la superficie de deslizamiento (3.17) obtenemos

$$\dot{s} = \dot{x} - \dot{x}_{ref}. \quad (3.18)$$

Tomando en cuenta el sistema (3.1) y considerando que  $x_{ref}$  es constante se pueden representar de manera general como

$$\dot{s} = \dot{x} = f(x) + g(x)u + d. \quad (3.19)$$

Adicionalmente imponiendo una dinámica lineal para  $\dot{s}$  tal que  $\dot{s} = -ks$ , la acción de control, conocida en este caso como control equivalente queda determinada como

$$u_{eq} = [g(x)]^{-1} [-ks - f(x) - d], \quad (3.20)$$

donde  $k$  es un parámetro constante positivo.

Por medio de la condición (3.2), un movimiento que inicie en  $s(x(t_0)) = 0$  será sostenido a lo largo de trayectorias que caen en la variedad  $s(x, x_{ref}) = 0$ . Dicho procedimiento descrito anteriormente es llamado el *método del control equivalente*. Desde el punto de vista geométrico el método de control equivalente significa reemplazar el control discontinuo en la intersección de las líneas conmutadas por un control continuo tal que el vector de estado quede en la variable tangencial. Por ejemplo tenemos el sistema escalar donde este vector puede ser encontrado como la intersección del plano tangencial  $f(x, u, t)$  con control  $u$  corriendo de  $u^-$  a  $u^+$  como se muestra en la Figura 3.3.

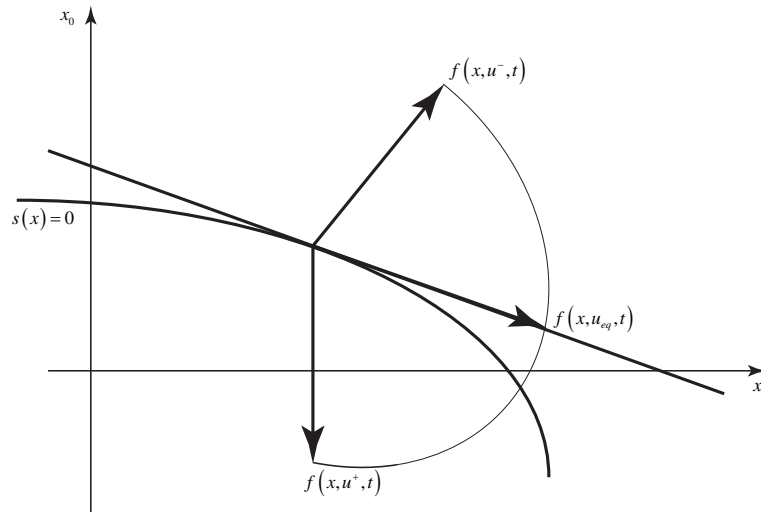


Figura 3.3: Método de control equivalente para sistemas no lineales con control escalar



Para el análisis de estabilidad del control equivalente en lazo cerrado, se propone la función candidata de Lyapunov como

$$V(s) = \frac{1}{2}s^2, \quad (3.21)$$

donde (3.21) es una función definida positiva.

$$\dot{V}(s) = s\dot{s} = -ks^2 \leq 0, \quad (3.22)$$

donde (3.22) es una función definida negativa y por lo tanto el sistema en lazo cerrado es asintóticamente estable [68].

### 3.4. Controlador proporcional–integral

La acción de control PI está basada en la manipulación de la dinámica de una planta por medio de un controlador con términos proporcionales e integrales, que al estar en lazo cerrado con la planta se obtiene la dinámica deseada. La acción de control en el dominio del tiempo de un controlador proporcional–integral (PI) se define mediante

$$u(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt, \quad (3.23)$$

donde

$$e(t) = \lambda_{ref} - \lambda,$$

con  $\lambda_{ref}$  como la referencia deseada para  $\lambda$ . En el dominio de la frecuencia, la función de transferencia del controlador PI es

$$\begin{aligned} \frac{U(s)}{E(s)} &= \left( k_p + \frac{k_p}{T_i s} \right) \\ &= \left( k_p + k_i \frac{1}{s} \right), \end{aligned}$$

donde  $k_i = \frac{k_p}{T_i}$ , en el cual  $k_p$  es la ganancia proporcional y  $T_i$  se denomina constante de tiempo integral. Tanto  $k_p$  como  $T_i$  son ajustables. El tiempo integral ajusta la acción de control integral donde este contribuye proporcionalmente para reducir la magnitud y duración del error, mientras que un cambio en el valor de  $k_p$  afecta las partes integral y proporcional de la acción de control. El inverso del tiempo integral  $T_i$  se denomina velocidad de reajuste. La

velocidad de reajuste es la cantidad de veces por minuto que se duplica la parte proporcional de la acción de control. La velocidad de reajuste se mide en términos de las repeticiones por minuto. El término integral, acelera la respuesta y elimina el error en estado estable en el sistema de control. Este término integral depende del error acumulativo por lo que en ocasiones puede producir sobre–impulsos no deseados. Para obtener respuestas más rápidas se debe permitir un sobre–impulso cada vez mayor, donde esto modifica la dinámica del sistema y puede llevarlo a la inestabilidad. La Figura 3.4(a) muestra un diagrama de bloques de un controlador proporcional más integral. Si la señal de error  $e(t)$  es una función escalón unitario, como se aprecia en la Figura 3.4(b), la salida del controlador  $u(t)$  se convierte en la rampa que se muestra en la Figura 3.4(c) [12].

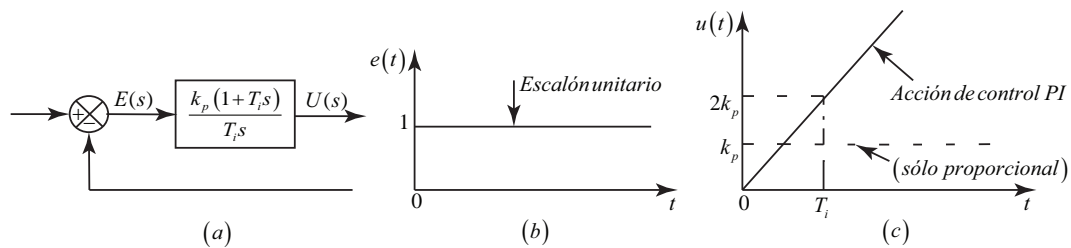


Figura 3.4: (a) Diagrama de bloques de un controlador proporcional–integral; (b) y (c) diagramas que muestran una entrada escalón unitario y la salida del controlador.

### 3.4.1. Sintonización del controlador PI

La Figura 3.5 muestra el control PI en una planta. Si se puede obtener un modelo matemático de la planta, es posible aplicar diversas técnicas de diseño con el fin de determinar los parámetros del controlador que cumpla las especificaciones en estado transitorio y en estado estable del sistema en lazo cerrado.

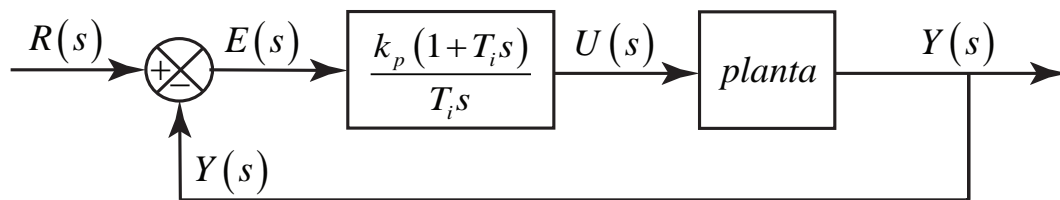


Figura 3.5: Control PI de una planta

Cuando no se tiene disponible el modelo del sistema, se utiliza la sintonización de Ziegler–Nichols la cual nosotros la utilizamos para determinar los valores de la ganancia proporcional  $k_p$  y del tiempo  $T_i$ , en base a las características de respuesta transitoria de una planta con

una respuesta semejante a la de un sistema de primer orden con retardo. Con las reglas de Ziegler–Nichols se obtiene generalmente un 25 % de sobrepaso máximo en la respuesta escalón como se muestra en la Figura 3.6.

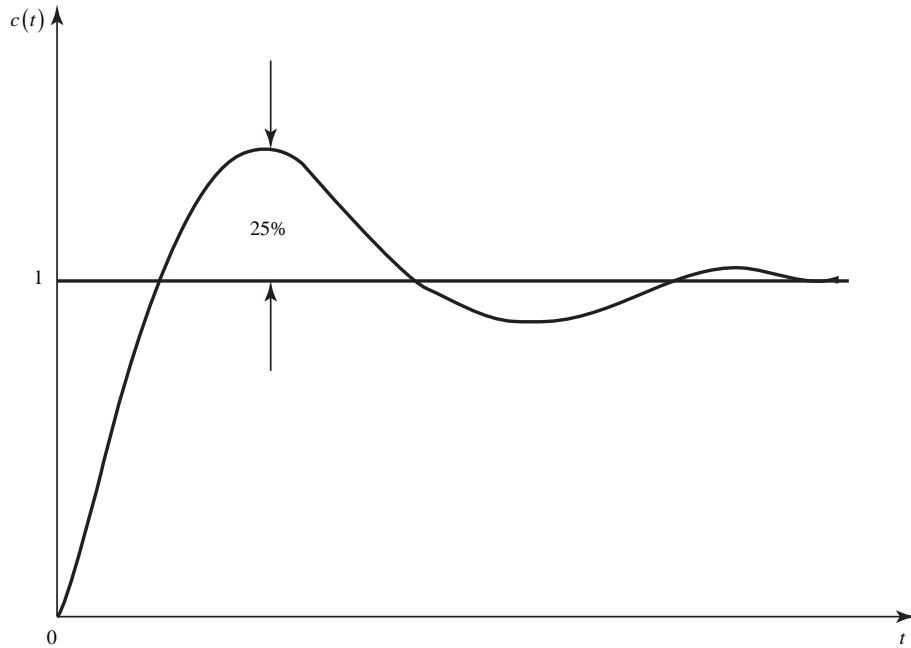


Figura 3.6: Curva de respuesta escalón unitario que muestra un sobrepaso máximo de 25 %

La respuesta de la planta a una entrada escalón unitario se obtiene de manera experimental, como se observa en la Figura 3.7.

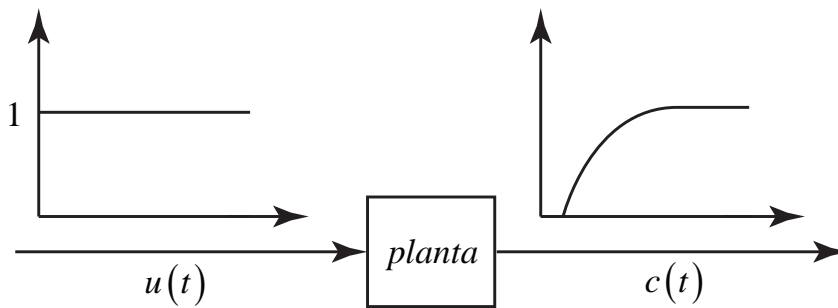


Figura 3.7: Respuesta escalón unitario de una planta

Si la planta no contiene integradores ni polos dominantes complejos conjugados, la curva de respuesta escalón unitario puede tener forma de  $S$ , como se observa en la Figura 3.8. Tales curvas de respuesta al escalón se generan experimentalmente o a partir de una simulación dinámica de la planta. La curva con forma de  $S$  se caracteriza por tres parámetros: el tiempo

de retardo  $L$ , la constante de tiempo  $T$  y la ganancia  $K$ . El tiempo de retardo y la constante de tiempo se determinan dibujando una recta tangente en el punto de inflexión de la curva con forma de  $S$  y determinando las intersecciones de esta tangente con el eje del tiempo y la línea  $c(t) = K$ , como se aprecia en la Figura 3.8. En este caso, la función de transferencia  $C(s)/U(s)$  se aproxima mediante un sistema de primer orden con un retardo de transporte de la siguiente manera [12]:

$$\frac{C(s)}{U(s)} = \frac{Ke^{-Ls}}{Ts + 1}. \quad (3.24)$$

A partir de (3.24), Ziegler y Nichols sugirieron establecer los valores de  $k_p$  y  $T_i$  de acuerdo con la Tabla 3.1.

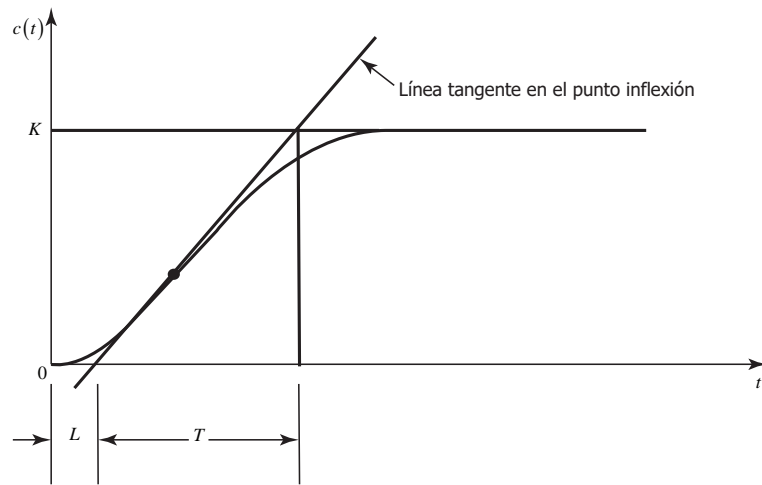


Figura 3.8: Curva de respuesta con forma de  $S$

Tabla 3.1: Reglas de sintonización de Ziegler–Nichols basada en la respuesta al escalón

Tipo de controlador	$K_p$	$T_i$
$PI$	$0.9\frac{T}{L}$	$\frac{L}{0.3}$

Se observó que la respuesta en lazo abierto del sistema ABS no tiene mucho parecido a la curva con forma de  $S$ , sin embargo se aplicaron las reglas de sintonización de Z–N.

## 3.5. Algoritmo de optimización por búsqueda de extremos

El algoritmo por búsqueda de extremos es una herramienta popular en aplicaciones de control en los años de 1940–1960, y actualmente se ha visto un regreso como un tema de investigación y con aplicaciones industriales en tiempo real [69]. El algoritmo por búsqueda de extremos es aplicable en situaciones donde hay una no linealidad en el problema de control, y la no linealidad tiene un mínimo local o un máximo local. La no linealidad puede estar en la planta como una no linealidad física, o puede estar en el objetivo de control y se puede añadir al sistema de control a través de una funcional de costo y resolverse como un problema de optimización. Por lo tanto, se puede utilizar el algoritmo por búsqueda de extremos para la determinación de un mínimo o máximo de la función no lineal [69].

### 3.5.1. Descripción del problema

El sistema de frenado antibloqueo es una herramienta importante en la industria automotriz, el cual permite que el vehículo se detenga más rápido y hacer más seguro el frenado al impedir que las ruedas se bloqueen. El diseño ABS fue propuesto inicialmente para tratar el frenado en superficies propicias al derrapamiento, es decir, para evitar que las ruedas se bloqueen y por lo tanto se produzca el derrapamiento. Debido a la no linealidad de la dinámica y la incertidumbre en los sistemas de frenado, el diseño del ABS es difícil ya que la fuerza de fricción  $\mu(\lambda)$  que actúa sobre las ruedas que tiene un máximo para un deslizamiento  $\lambda$  (no cero) dado. Se estudia el diseño del ABS con el objetivo de diseñar un algoritmo de optimización que permita lograr la máxima fuerza de adhesión del neumático sobre la superficie, sin conocimiento previo del valor de deslizamiento óptimo [69]. Como se puede ver en la Figura 3.9.

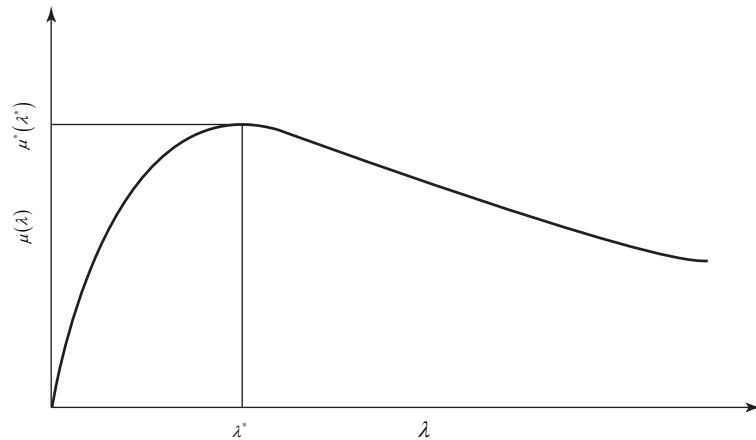


Figura 3.9: Coeficiente de fuerza de fricción óptimo

Existe un valor máximo del coeficiente de adhesión  $\mu^*(\lambda^*)$  para el coeficiente de fuerza en  $\lambda^*$ , pero  $\lambda^*$  y  $\mu^*(\lambda^*)$  cambiarán a medida que cambien las condiciones de la carretera. El coeficiente de fuerza de fricción se muestra en la Figura 3.10 para tres condiciones de carretera distinta. Ahora el propósito del algoritmo por búsqueda de extremos es la de generar una entrada  $\lambda$  de tal manera que el coeficiente de fuerza de adhesión  $\mu(\lambda)$  sea maximizada, sin importar las condiciones de la carretera. Aunque el conocimiento de  $\mu(\lambda)$  no está disponible, éste se puede obtener a partir de (2.1)–(2.2), suponiendo que la aceleración lineal  $\dot{\omega}_1$  es medida a través de un acelerómetro.

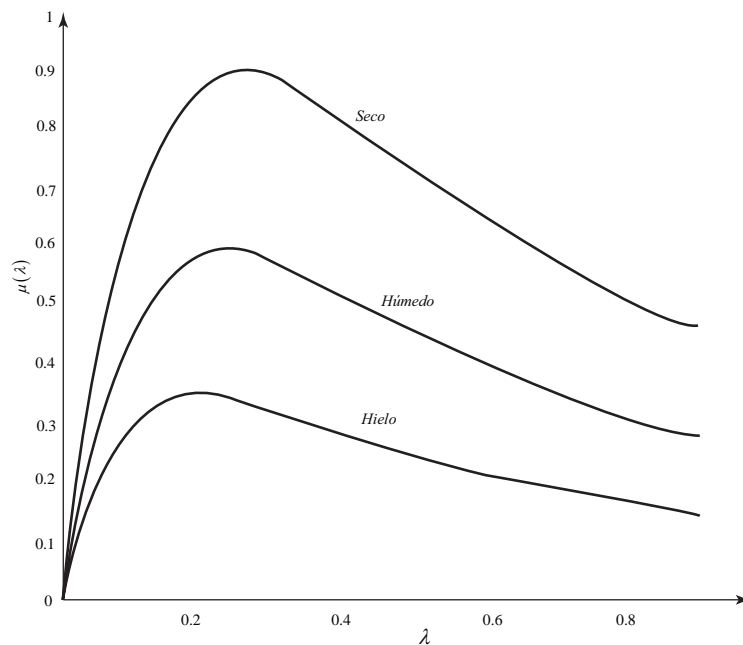


Figura 3.10: Coeficiente de fuerza de fricción

### 3.5.1.1. Funcionamiento del algoritmo por búsqueda de extremos

La Figura 3.11 ilustra un diagrama a bloques de la implementación del algoritmo por búsqueda de extremos en el cual la salida del coeficiente de fuerza de adhesión  $\mu(\lambda)$  pasa a través de un derivador  $s/(s+\omega_h)$  y es multiplicado por la señal  $\sin(\omega t)$  para posteriormente entrar a un filtro pasa bajas, generando así una estimación a la entrada del integrador. El integrador actualiza entonces la estimación de  $\bar{\lambda}_{ref}$  a cero [70]. La Figura 3.11 tiene 5 parámetros de diseño  $a$ ,  $k$ ,  $\omega$ ,  $\omega_l$  y  $\omega_h$  la amplitud  $a$  proporciona un equilibrio entre el desempeño asintótico y la región de atracción del algoritmo, cuanto menor sea  $a$  es menor el error, pero también será mayor la posibilidad de quedar atrapados en un mínimo local. Por el contrario cuanto mayor sea  $a$  es mayor el error y será mayor la posibilidad de llegar a un mínimo global. La ganancia del parámetro  $k$  controla la velocidad de convergencia, conjuntamente con  $a$  que también influye en la convergencia de la velocidad. La frecuencia de perturbación  $\omega$  controla la separación entre la escala del tiempo del proceso de estimación, llevado a cabo por el integrador y el proceso de estimación realizado por la perturbación. La frecuencia  $\omega_l$  y  $\omega_h$  deben ser menor que  $\omega$ . [70].

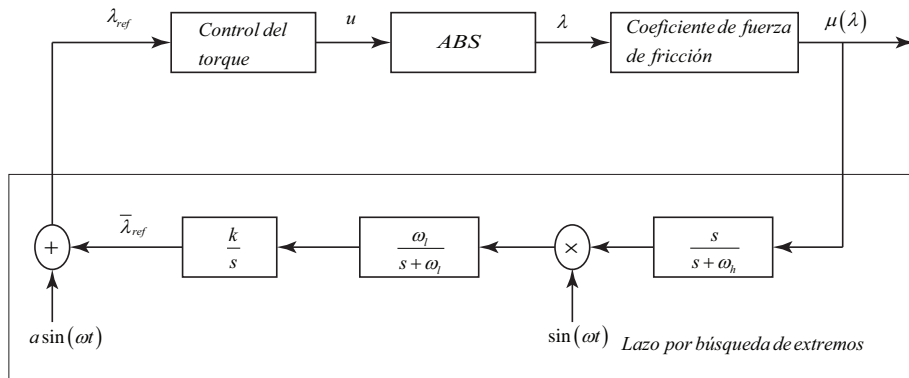


Figura 3.11: Algoritmo de búsqueda de extremos para el ABS

Detalles sobre el diseño y el análisis de estabilidad del algoritmo de optimización por búsqueda de extremos puede ser consultados en [71].

# CAPÍTULO 4

## Resultados de simulación

En este capítulo serán mostrados los resultados las simulaciones llevadas a cabo utilizando el programa *Matlab<sup>TM</sup> R2012a* y *Simulink* para la solución de las ecuaciones que definen el modelo sobre el sistema de frenado ABS. Se presentan los resultados para los 3 controladores sin y con la dinámica del actuador.

### 4.1. Controlador super-twisting con control de par

Las ecuaciones del movimiento del sistema ABS se describe como

$$J_1\dot{\omega}_1 = F_t r_1 - (d_1\omega_1 + M_{10} + T_B) \quad (4.1)$$

$$J_2\dot{\omega}_2 = -(F_t r_2 + d_2\omega_2 + M_{20}), \quad (4.2)$$

donde  $F_t$  está dada por

$$F_t = \mu(\lambda)F_n, \quad (4.3)$$

y  $F_n$  es calculada mediante la suma de pares correspondientes al punto  $A$  como

$$F_n = \frac{d_1\omega_1 + M_{10} + T_B + M_g}{L(\sin \varphi - \mu(\lambda) \cos \varphi)}. \quad (4.4)$$

El deslizamiento  $\lambda$  esta considerado como la salida del sistema el cual es definido como

$$\lambda = \frac{r_2\omega_2 - r_1\omega_1}{r_2\omega_2}. \quad (4.5)$$



A partir de (4.5) se plantea la superficie de deslizamiento como

$$s = \lambda - \lambda_{ref},$$

donde  $\lambda_{ref}$  es la referencia para  $\lambda$ .

La ley de control del controlador super- twisting esta definida como

$$\begin{aligned} u &= -k_1 |s|^{1/2} \text{sign}(s) + v, \\ \dot{v} &= -k_2 \text{sign}(s), \end{aligned} \quad (4.6)$$

donde  $k_1, k_2 > 0$  y  $u =$  control de par.

Las ganancias del controlador super-twisting que se utilizaron para llevar a cabo la simulación se seleccionaron de manera heurística  $k_1 = k_2 = 10$ . Se puede apreciar que en la Figura 4.1 se muestran las velocidades  $\omega_1$  y  $\omega_2$  que llegan a cero esto significa que no hay frenado y que el deslizamiento se evalúa como  $\lambda = 0$ .

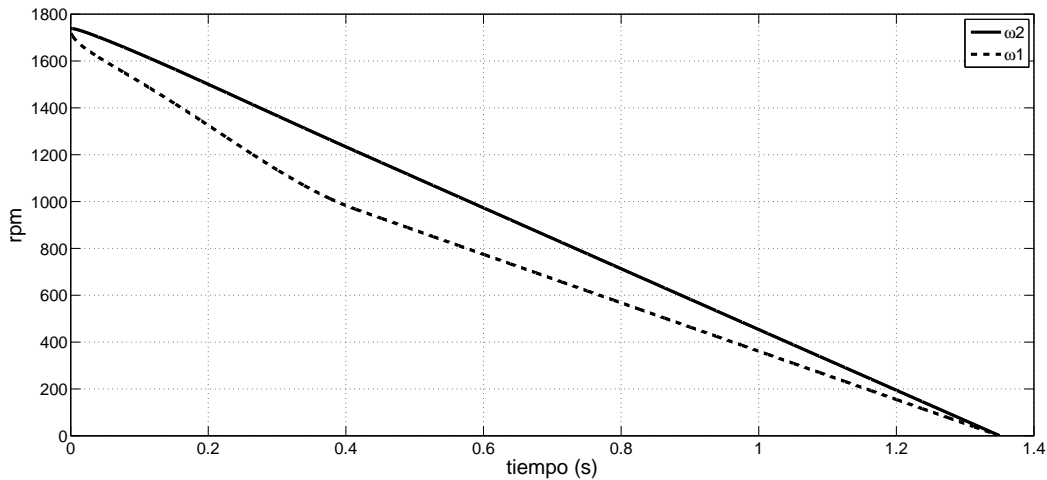


Figura 4.1: Velocidades de la rueda inferior y superior con el control ST

En la Figura 4.2 se observa como el deslizamiento  $\lambda$  realiza el seguimiento de la señal de referencia  $\lambda_{ref}$ .

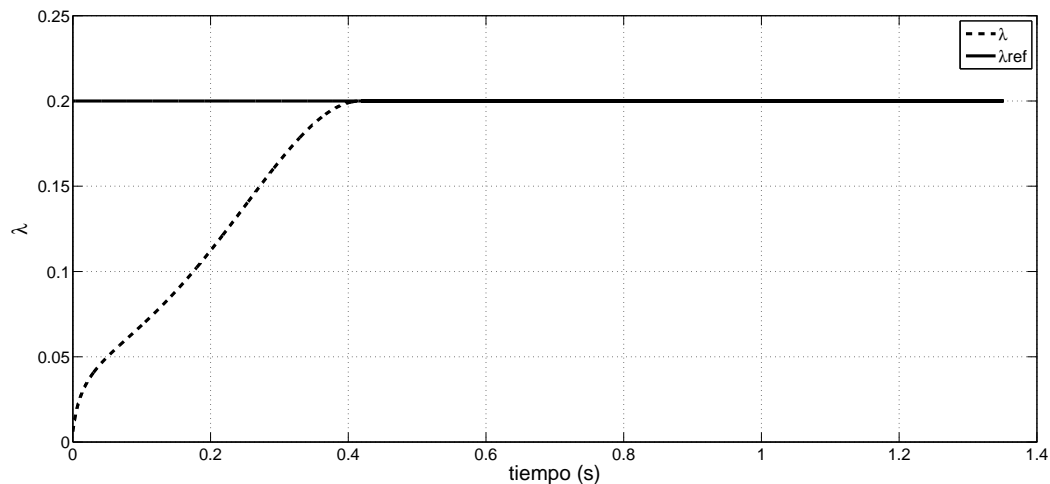


Figura 4.2: Deslizamiento de las ruedas del control super-twisting y el deslizamiento de referencia

En la Figura 4.3 se muestra la acción de control del super-twisting, además se observa que después de 1.3 s entra en singularidad el sistema.

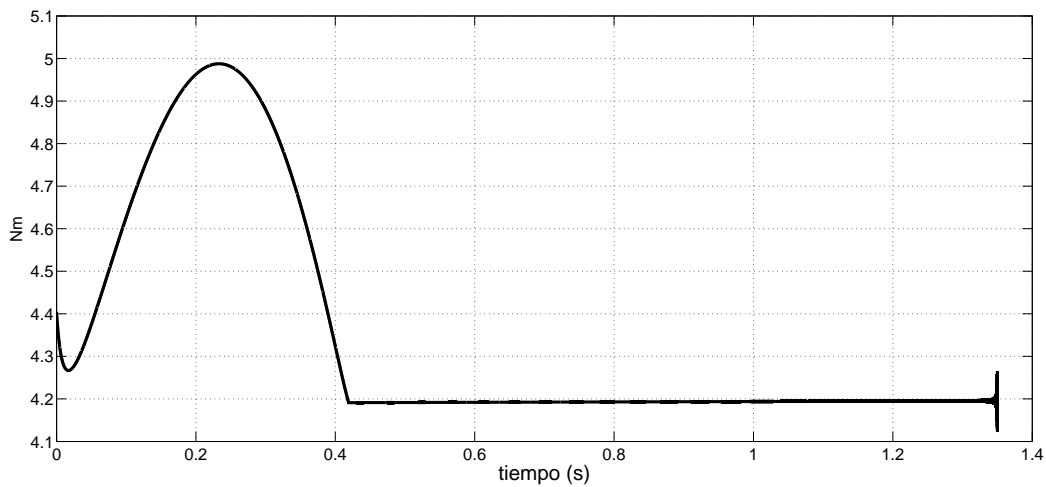


Figura 4.3: Acción de control del control super-twisting

En la Figura 4.4 se muestra la distancia recorrida durante el frenado.

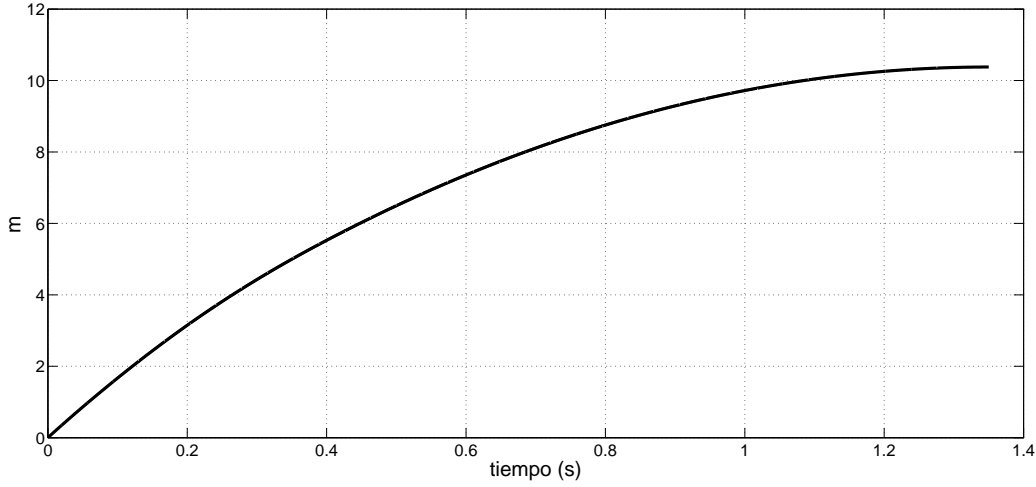


Figura 4.4: Distancia recorrida durante el frenado

## 4.2. Control equivalente con control de par

La acción de control equivalente está dada como

$$u_{eq} = [g(x)]^{-1} [-ks - f(x) - d], \quad (4.7)$$

la superficie de deslizamiento se plantea como

$$s = \lambda - \lambda_{ref},$$

donde  $\lambda_{ref}$  es la referencia para  $\lambda$ .

En el cual  $(g(x))^{-1}$  es calculada por su pseudoinversa  $(g^T g)^{-1} g^T$ .

$$g(x) = \begin{bmatrix} \frac{\mu(\lambda)r_1}{J_1 L (\sin \varphi - \mu(\lambda) \cos \varphi)} - \frac{1}{J_1} \\ \frac{\mu(\lambda)r_2}{J_2 L (\sin \varphi - \mu(\lambda) \cos \varphi)} \end{bmatrix},$$

$$f(x) = \begin{bmatrix} \left( \frac{\mu(\lambda)d_1 r_1}{J_1 L (\sin \varphi - \mu(\lambda) \cos \varphi)} - \frac{d_1}{J_1} \right) x_1 \\ \left( -\frac{\mu(\lambda)d_1 r_2}{J_2 L (\sin \varphi - \mu(\lambda) \cos \varphi)} \right) x_1 - \left( \frac{d_2}{J_2} \right) x_2 \end{bmatrix} \text{ y } d = \begin{bmatrix} \frac{\mu(\lambda)r_1 (M_{10} + M_g)}{J_1 L (\sin \varphi - \mu(\lambda) \cos \varphi)} - \frac{M_{10}}{J_1} \\ -\frac{\mu(\lambda)r_2 (M_{10} + M_g)}{J_2 L (\sin \varphi - \mu(\lambda) \cos \varphi)} - \frac{M_{20}}{J_2} \end{bmatrix}.$$

La ganancia del control equivalente que se utiliza para llevar a cabo la simulación fue seleccionada de manera heurística  $k = 2000$ . Se puede observar en la Figura 4.5 que las velocidades del sistema comienzan a disminuir al ir frenando el automóvil, las cuales tienden a cero, además podemos observar el rápido descenso de  $\omega_1$  con respecto a  $\omega_2$  esto debido a una ganancia tan alta.

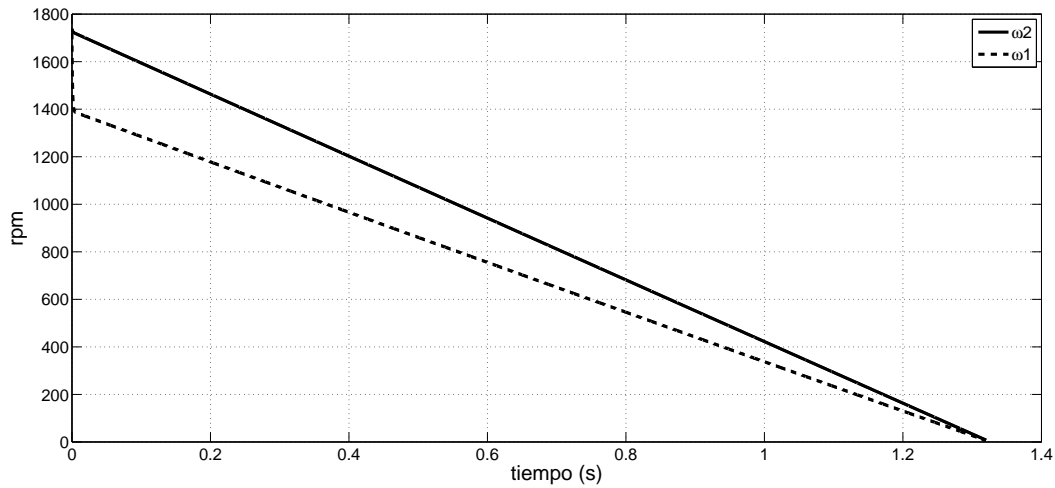


Figura 4.5: Velocidades de la rueda inferior y superior del control equivalente

En la Figura 4.6 se observa la respuesta del sistema mediante el control equivalente en el cual el deslizamiento  $\lambda$  realiza el seguimiento de la señal de referencia  $\lambda_{ref}$ .

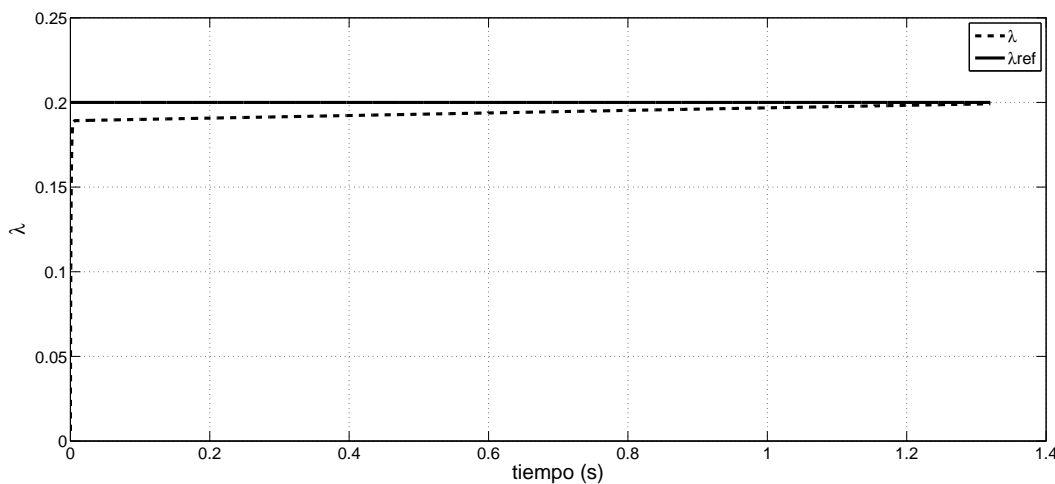


Figura 4.6: Deslizamiento de las ruedas del control equivalente y el deslizamiento de referencia

En la Figura 4.7 se muestra la acción del control equivalente y físicamente esto no puede ser posible debido a que presenta valores demasiados grandes.

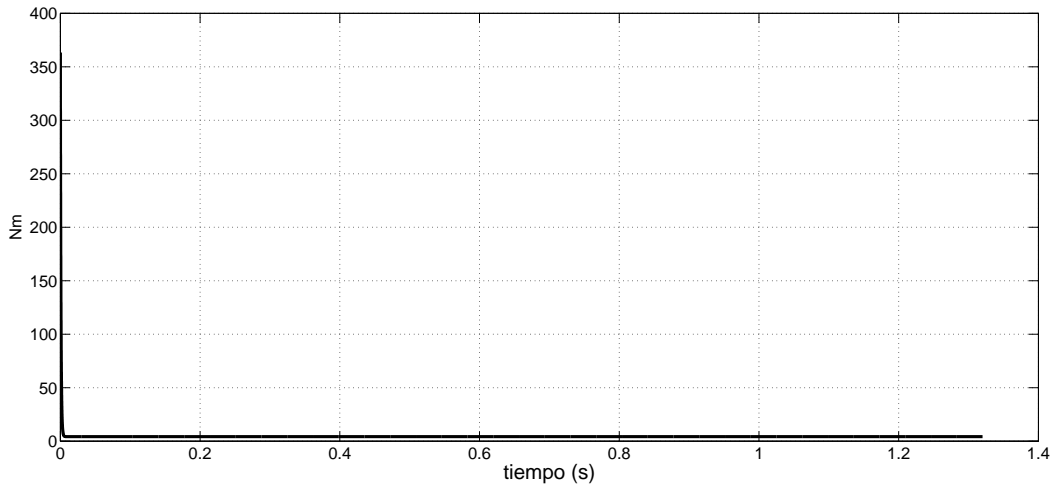


Figura 4.7: Acción de control del control equivalente

En la Figura 4.8 se muestra la distancia recorrida durante el frenado.

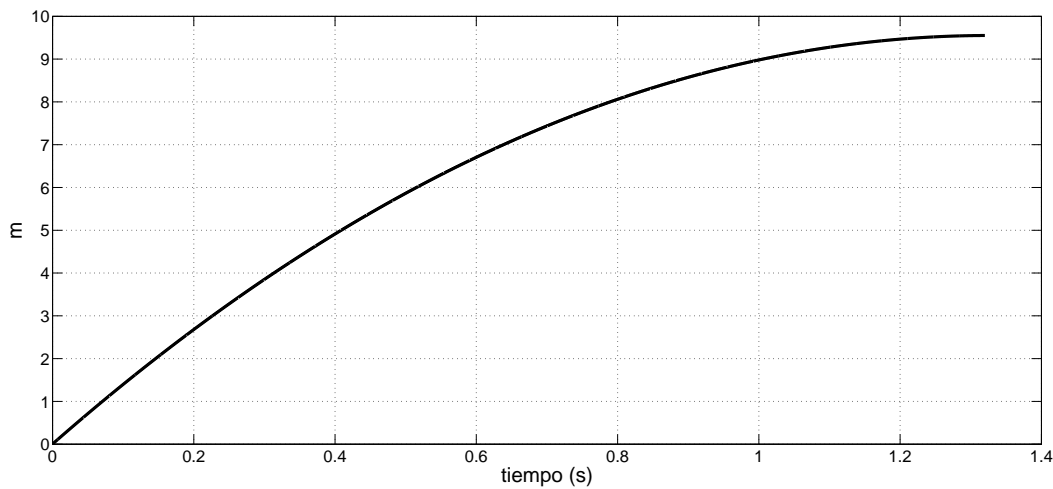


Figura 4.8: Distancia recorrida durante el frenado

### 4.3. Controlador PI con control de par

La acción de control en lazo cerrado en el dominio del tiempo de un controlador PI se define mediante

$$u(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt, \quad (4.8)$$

donde

$$e(t) = \lambda_{ref} - \lambda,$$

con  $\lambda_{ref}$  como la referencia deseada para  $\lambda$ . En el dominio de la frecuencia, la función de transferencia del controlador PI es

$$\begin{aligned} \frac{U(s)}{E(s)} &= \left( k_p + \frac{k_p}{T_i s} \right) \\ &= \left( k_p + k_i \frac{1}{s} \right), \end{aligned}$$

donde  $k_i = \frac{k_p}{T_i}$ , en el cual  $k_p$  es la ganancia proporcional y  $T_i$  se denomina constante de tiempo integral.

Las ganancias del controlador PI que se utilizan para llevar a cabo la simulación fueron seleccionadas por Z-N  $k_p = 5.4$  y  $k_i = 64.8$ . De igual manera que con las técnicas anteriores se puede apreciar en la Figura 4.9 que las velocidades del sistema comienzan a disminuir al ir frenando el automóvil, las cuales tienden a cero.

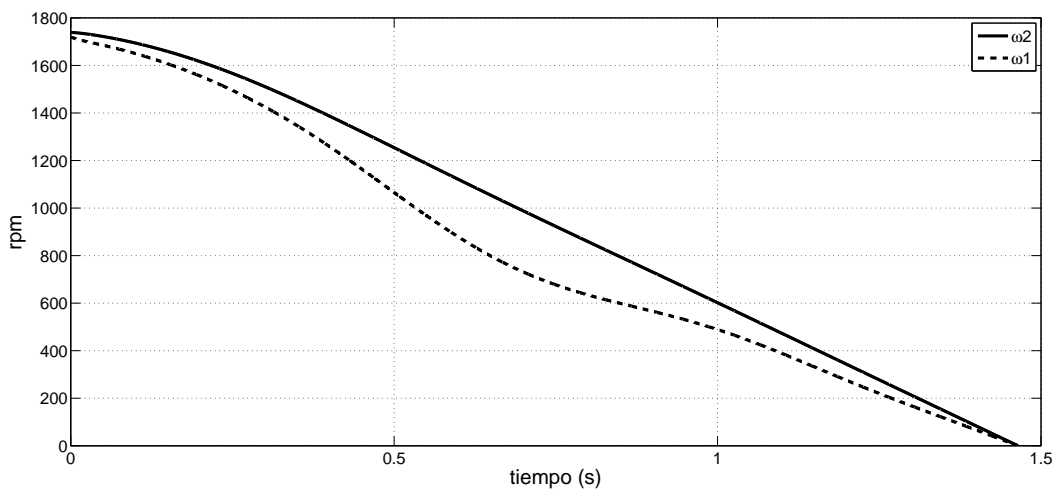


Figura 4.9: Velocidades de la rueda inferior y superior con control PI

En la Figura 4.10 se muestra la respuesta del sistema mediante el controlador PI en el cual el deslizamiento  $\lambda$  realiza el seguimiento de la señal de referencia  $\lambda_{ref}$ .

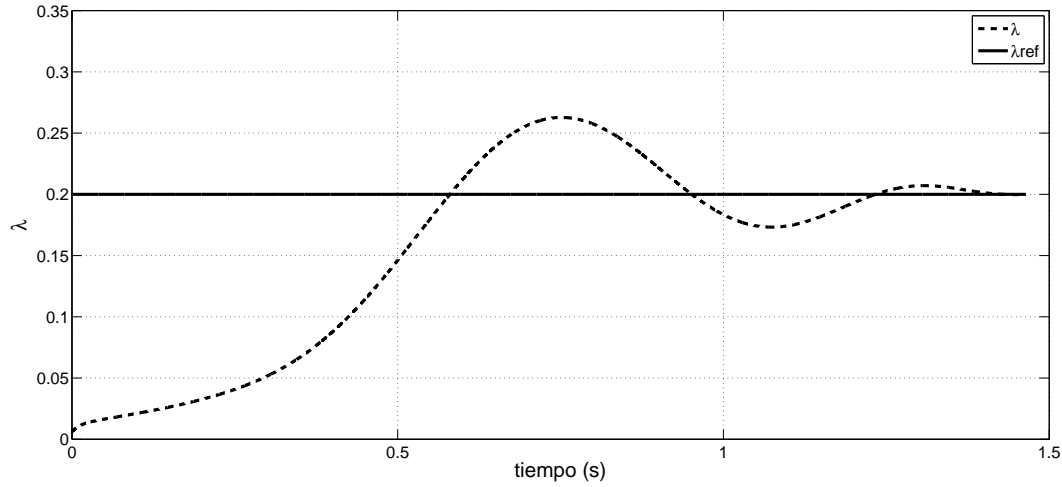


Figura 4.10: Deslizamiento de las ruedas con control PI y el deslizamiento de referencia

En la Figura 4.11 se muestra la acción de control proporcional integral.

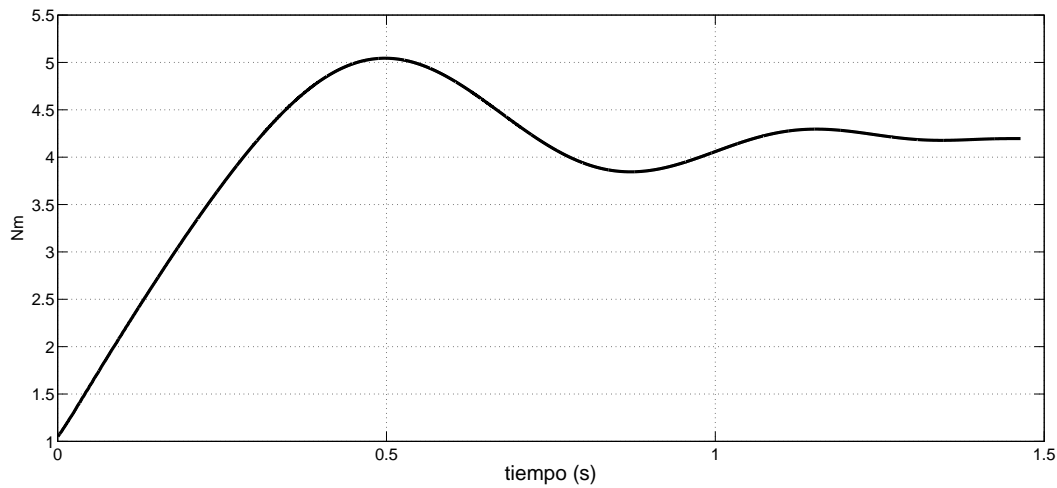


Figura 4.11: Acción de control del control PI

En la Figura 4.12 se muestra la distancia recorrida durante el frenado.

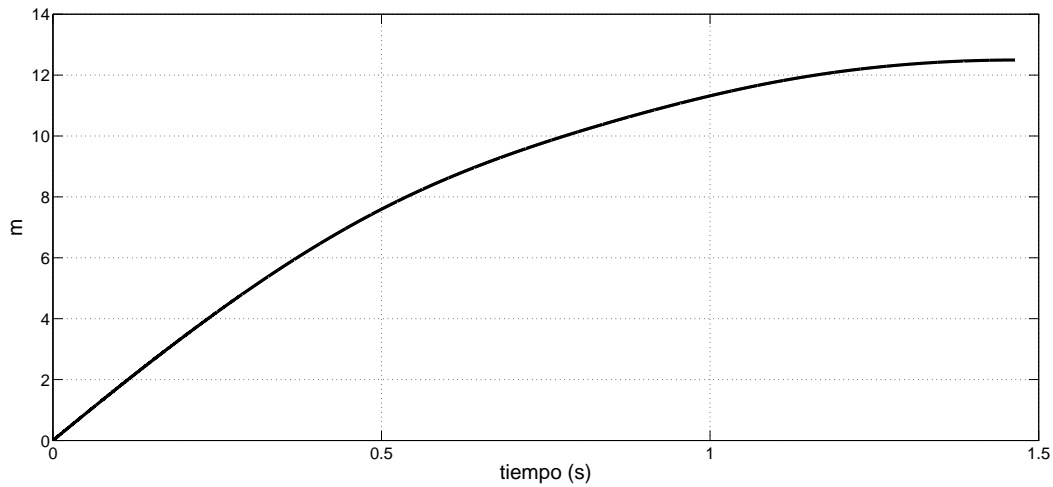


Figura 4.12: Distancia recorrida durante el frenado

En la Figura 4.13 se muestra el análisis de comparación de los 3 controladores sin actuador se puede observar que el mejor resultado es obtenido con el controlador super-twisting debido a que en un tiempo menor alcanza a la señal de referencia y no presenta sobre impulso.

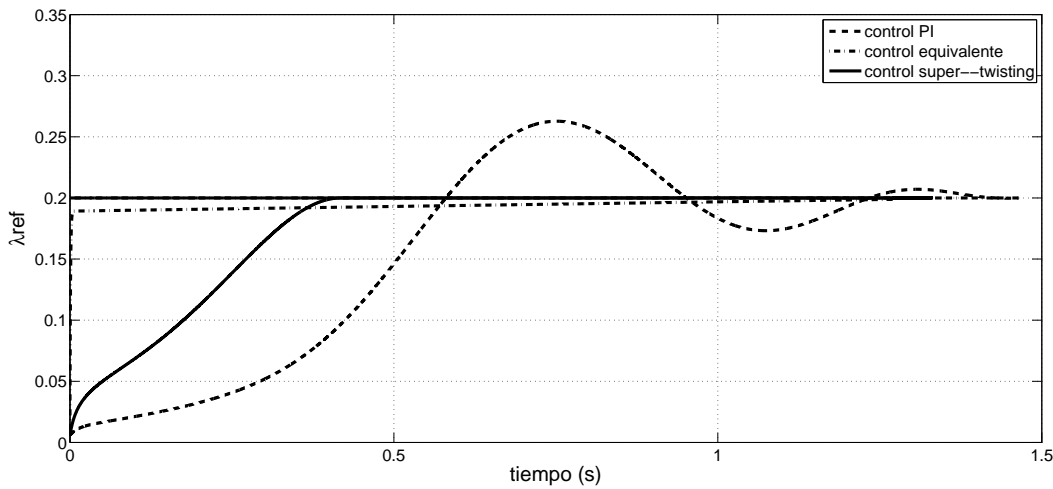


Figura 4.13: Comparación de los 3 controladores



## 4.4. Controlador super-twisting con control de voltaje

Las ganancias del controlador super-twisting que se utilizan para llevar a cabo la simulación son  $k_1 = 3.2$  y  $k_2 = 0.47$ . Se puede apreciar en la Figura 4.14 las velocidades del sistema, las cuales comienzan a disminuir al ir frenando el automóvil las cuales tienden a cero.

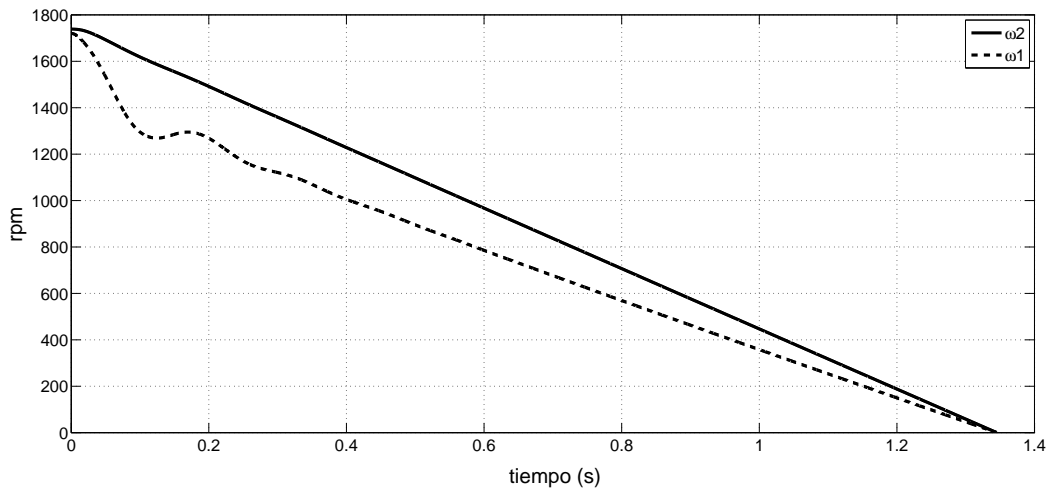


Figura 4.14: Velocidades de la rueda inferior y superior con control ST

En la Figura 4.15 se muestra la respuesta del sistema mediante el controlador super-twisting donde las ganancias son seleccionadas a prueba y error en base al comportamiento del controlador para una respuesta de convergencia más rápida hacia el deslizamiento de referencia, se puede apreciar que el deslizamiento  $\lambda$  realiza el seguimiento de la señal de referencia  $\lambda_{ref}$ .

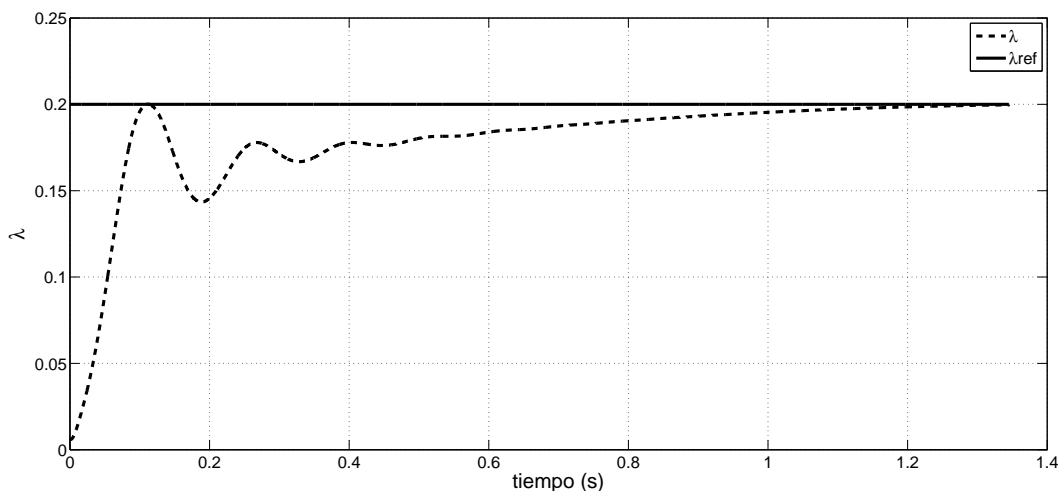


Figura 4.15: Deslizamiento de las ruedas con control ST y el deslizamiento de referencia

En la Figura 4.16 se muestra la acción de control del super-twisting.

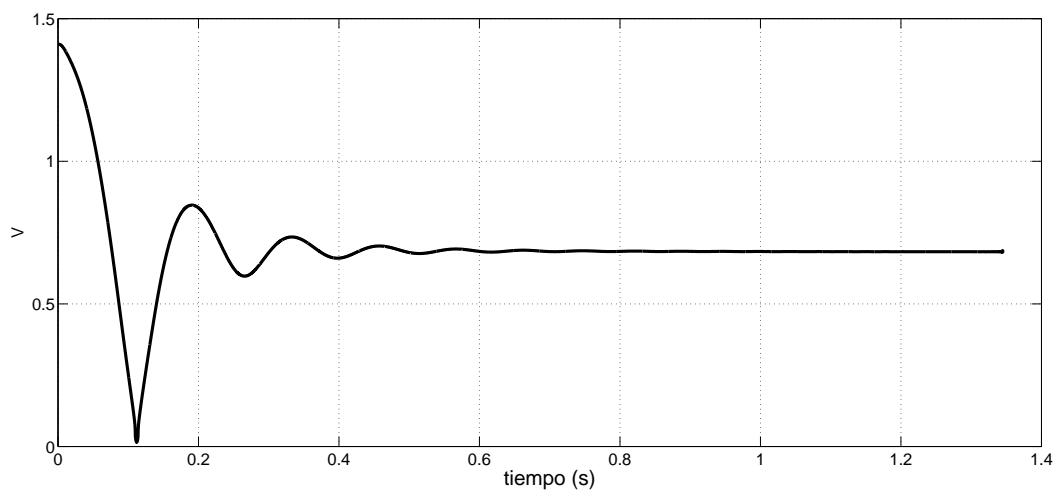


Figura 4.16: Acción de control del control super-twisting

En la Figura 4.17 se muestra la distancia recorrida durante el frenado.

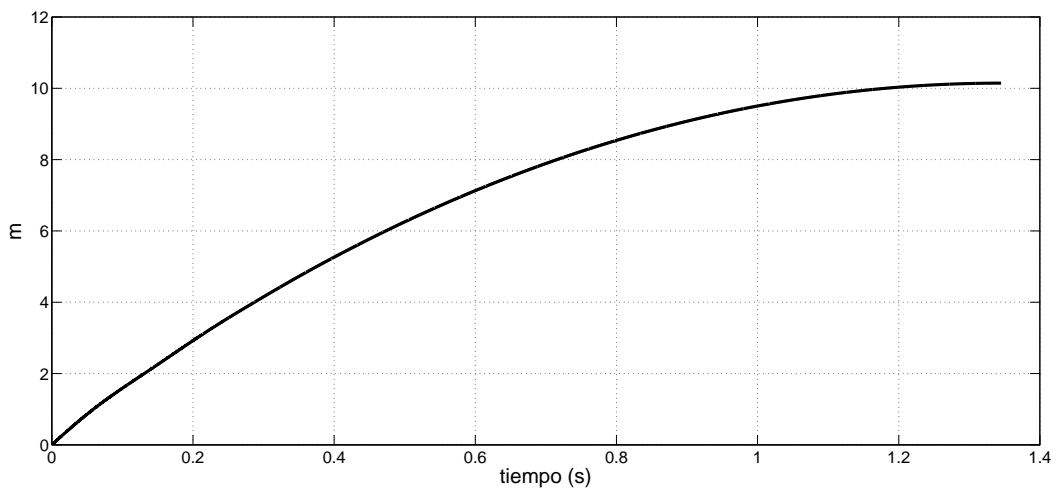


Figura 4.17: Distancia recorrida durante el frenado

## 4.5. Control equivalente con control de voltaje

La ganancia del control equivalente que se utiliza para llevar a cabo la simulación es  $k = 255$ , debido a esto se observa como  $\omega_1$  desciende más rápido con respecto a  $\omega_2$ . Se puede apreciar en la Figura 4.18 que las velocidades del sistema comienzan a disminuir al ir frenando el automóvil, las cuales tienden a cero.

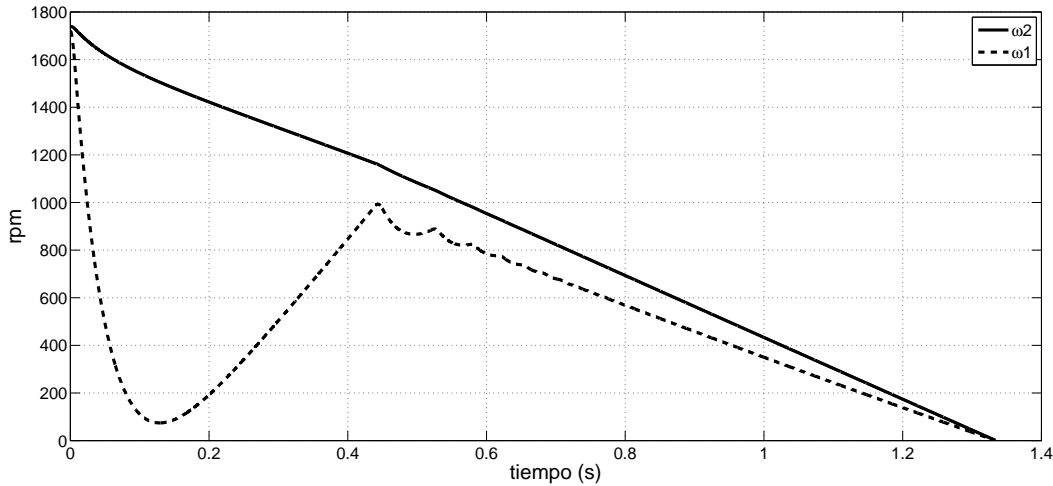


Figura 4.18: Velocidades de la rueda inferior y superior del control equivalente

En la Figura 4.19 se muestra la respuesta del sistema mediante el control equivalente en el cual se puede apreciar que el deslizamiento  $\lambda$  realiza el seguimiento de la señal de referencia  $\lambda_{ref}$ .

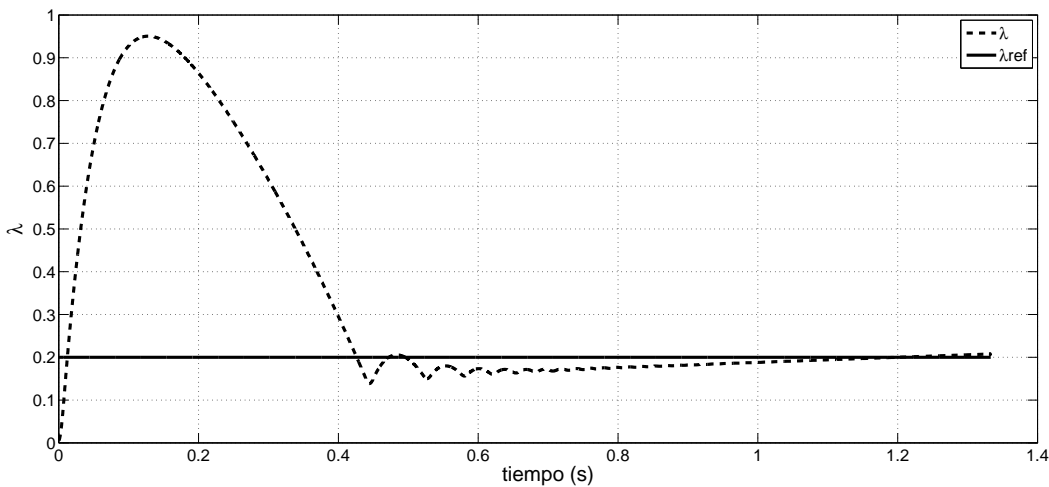


Figura 4.19: Deslizamiento de las ruedas del control equivalente y el deslizamiento de referencia

En la Figura 4.20 se muestra la acción del control equivalente, se puede apreciar que no presenta valores negativos esto debido a que se le colocó un delimitador a la salida del control.

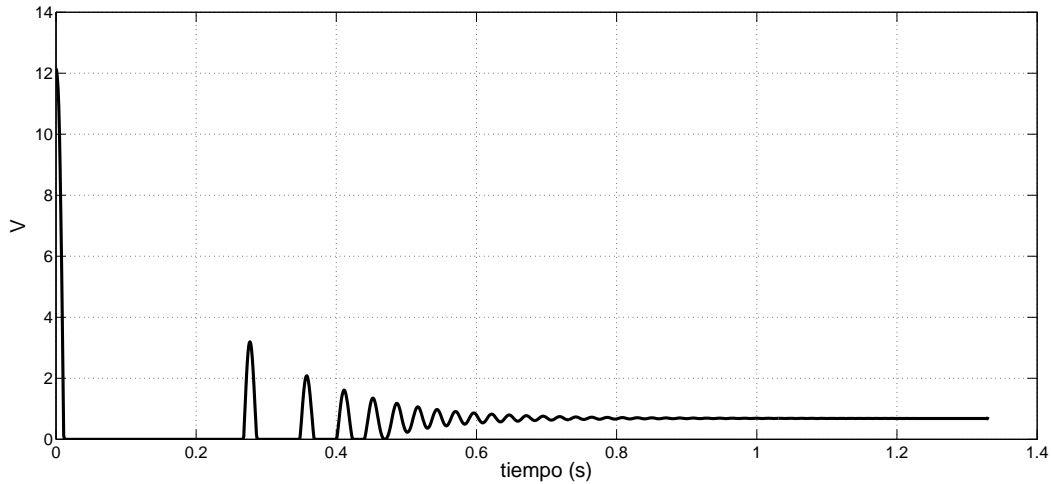


Figura 4.20: Acción de control del control equivalente

En la Figura 4.21 se muestra la distancia recorrida durante el frenado.

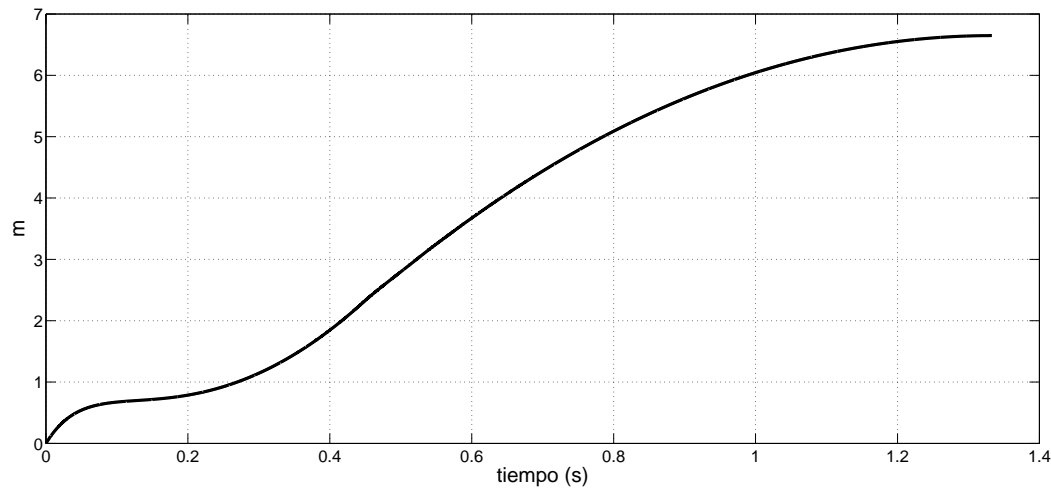


Figura 4.21: Distancia recorrida durante el frenado

## 4.6. Controlador PI con control de voltaje

Las ganancias del controlador PI que se utilizan para llevar a cabo la simulación se seleccionaron por sintonización de Z-N. Donde son  $k_p = 5.4$  y  $k_i = 25.92$ . Se puede apreciar en la Figura 4.22 las velocidades del sistema comienzan a disminuir al ir frenando el automóvil, las cuales tienden a cero.

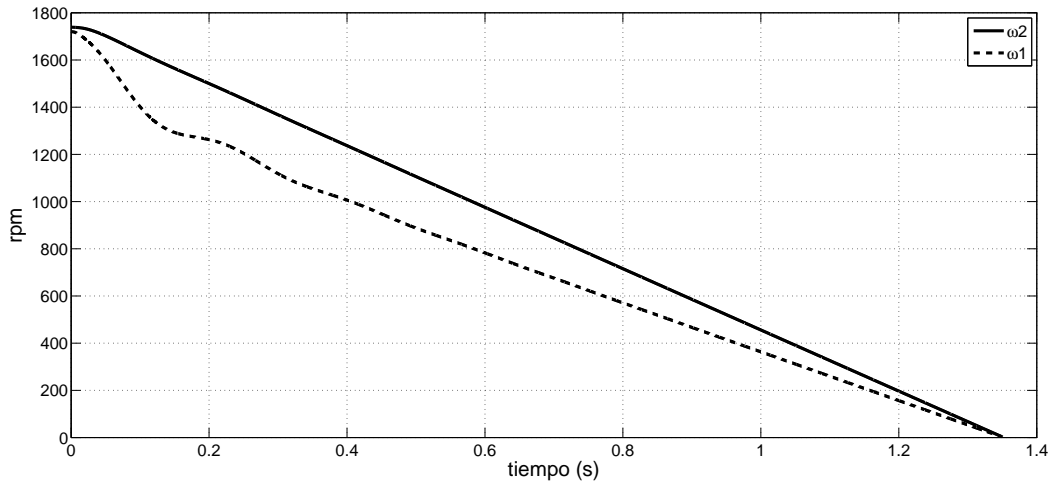


Figura 4.22: Velocidades de la rueda inferior y superior con control PI

En la Figura 4.23 se muestra la respuesta del sistema mediante el controlador PI en el cual el deslizamiento  $\lambda$  realiza el seguimiento de la señal de referencia  $\lambda_{ref}$ .

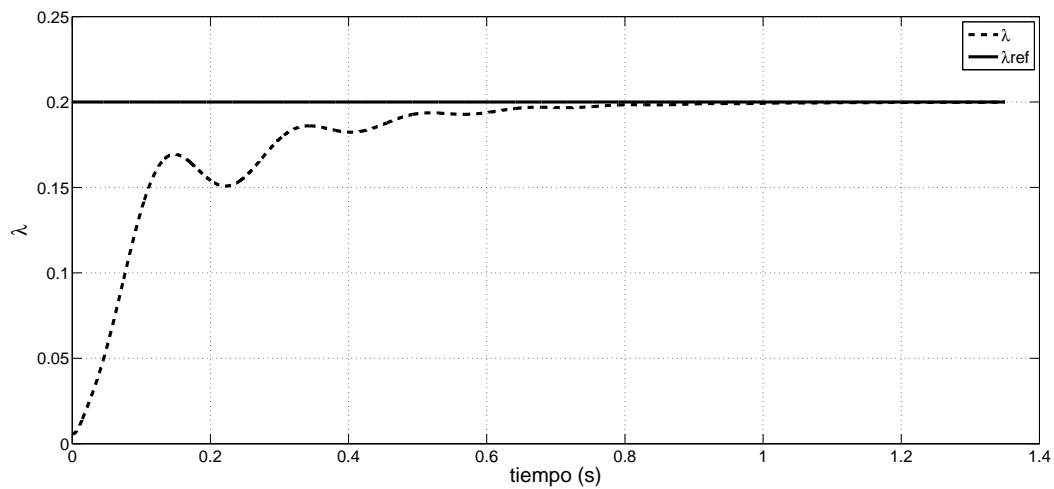


Figura 4.23: Deslizamiento de las ruedas con control PI y el deslizamiento de referencia

En la Figura 4.24 se muestra la acción de control proporcional integral.

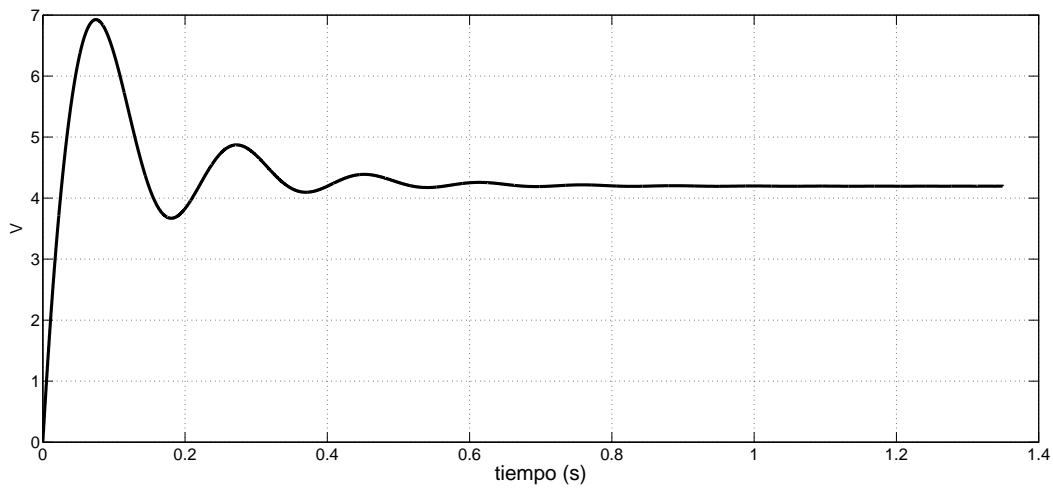


Figura 4.24: Acción de control del control PI

En la Figura 4.25 se muestra la distancia recorrida durante el frenado.

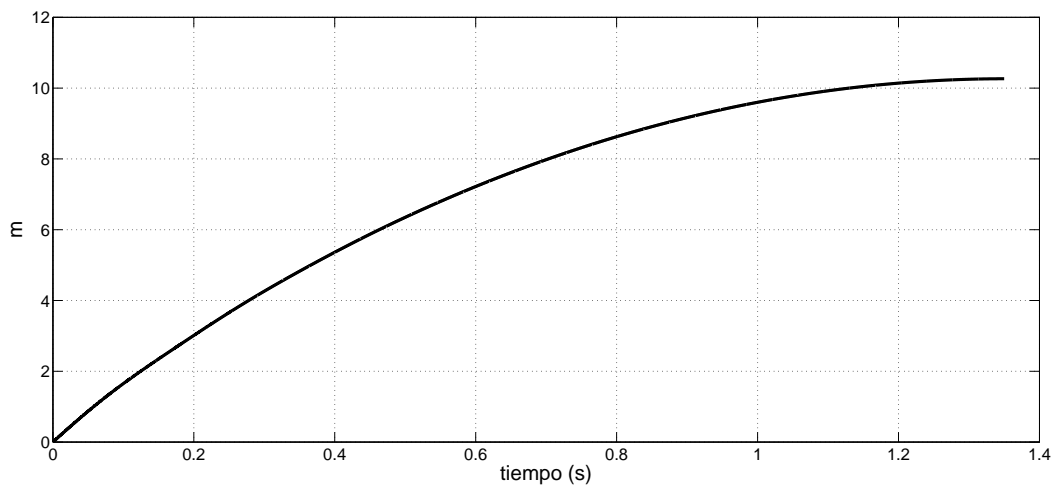


Figura 4.25: Distancia recorrida durante el frenado

## 4.7. Resultados de simulación con el algoritmo de optimización por búsqueda de extremos

### 4.7.1. Controlador super-twisting con control de voltaje

Las ganancias del controlador super-twisting que se utilizan para llevar a cabo la simulación son  $k_1 = 3.2$  y  $k_2 = 0.47$ . Se puede observar en la Figura 4.26 que las velocidades del sistema comienzan a disminuir al ir frenando el automóvil, las cuales tienden a cero.

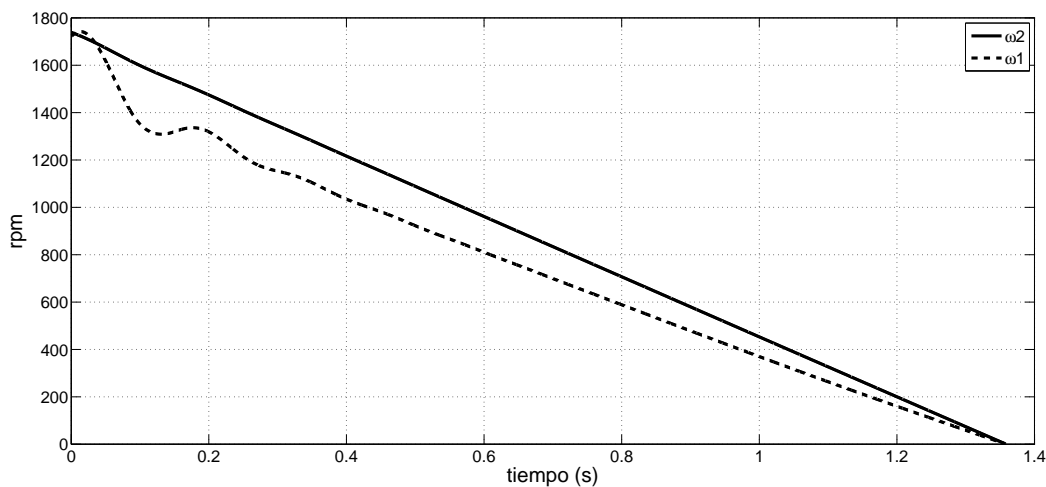


Figura 4.26: Velocidades de la rueda inferior y superior con control ST

En la Figura 4.27 se muestra la respuesta del sistema mediante el controlador super-twisting donde las ganancias se seleccionan en base al comportamiento del controlador para una respuesta de convergencia más rápida hacia el deslizamiento de referencia, utilizando el algoritmo por búsqueda de extremos, donde las ganancias se eligieron de acuerdo a [69] y los valores son  $\omega_h = 0.6$ ,  $\omega_l = 0.8$ ,  $k = 1.5$ ,  $a = 0.01$  y  $\omega = 6$ .

El algoritmo se encarga de buscar de manera óptima el valor de referencia, se puede apreciar que el deslizamiento  $\lambda$  hace el seguimiento de la señal de referencia  $\lambda_{ref}$ . La referencia se varió debido que el integrador del algoritmo presenta una condición inicial distinta.

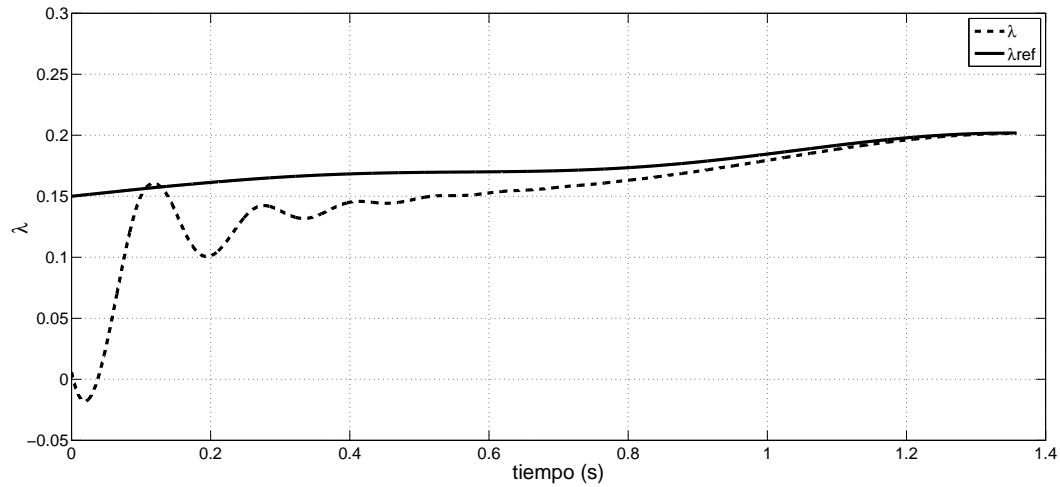


Figura 4.27: Deslizamiento de las ruedas con control super-twisting y el deslizamiento de referencia

En la Figura 4.28 se muestra la acción de control del super-twisting.

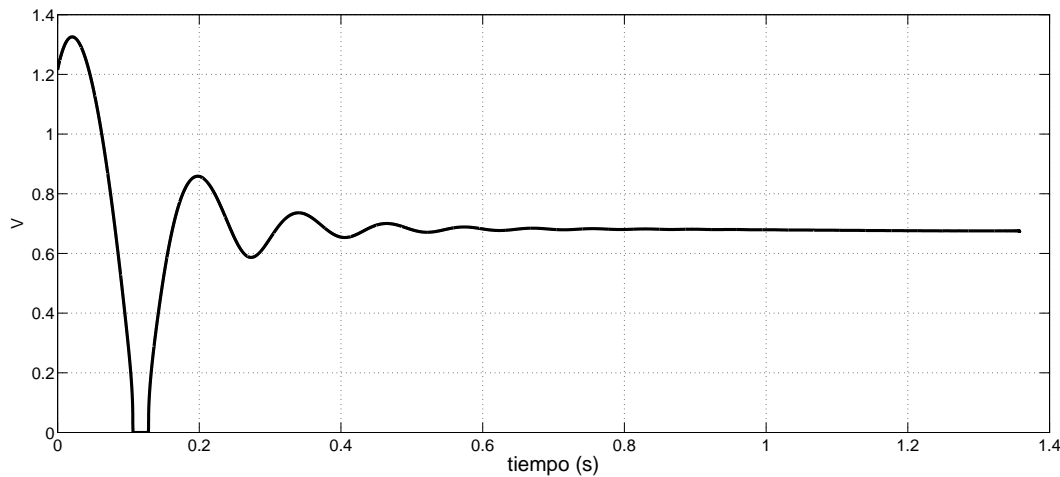


Figura 4.28: Acción de control del control super-twisting



En la Figura 4.29 se muestra la distancia recorrida durante el frenado.

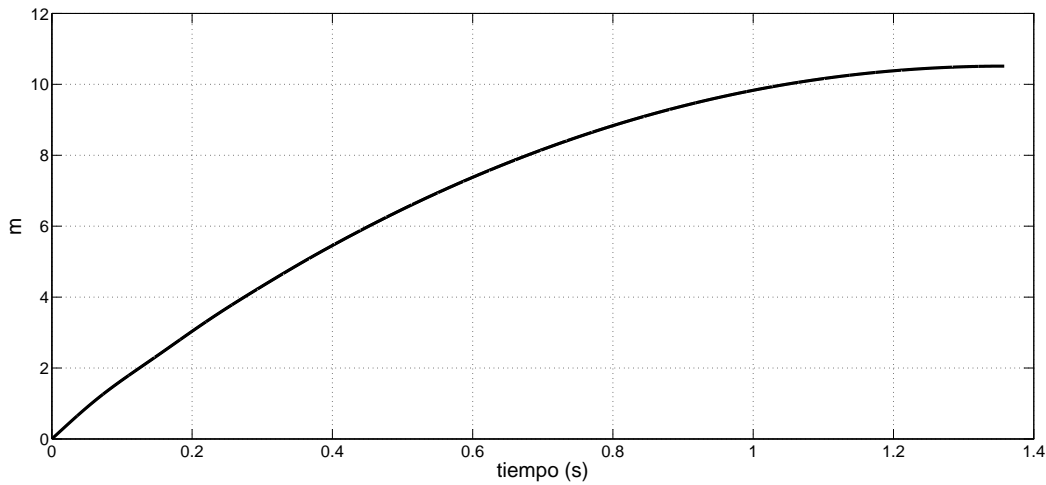


Figura 4.29: Distancia recorrida durante el frenado

#### 4.7.2. Control equivalente con control de voltaje

La ganancia del control equivalente que se utilizó para llevar a cabo la simulación es  $k = 190$ . Se puede apreciar en la Figura 4.30 que las velocidades del sistema que comienzan a disminuir al ir frenando el automóvil, las cuales tienden a cero.

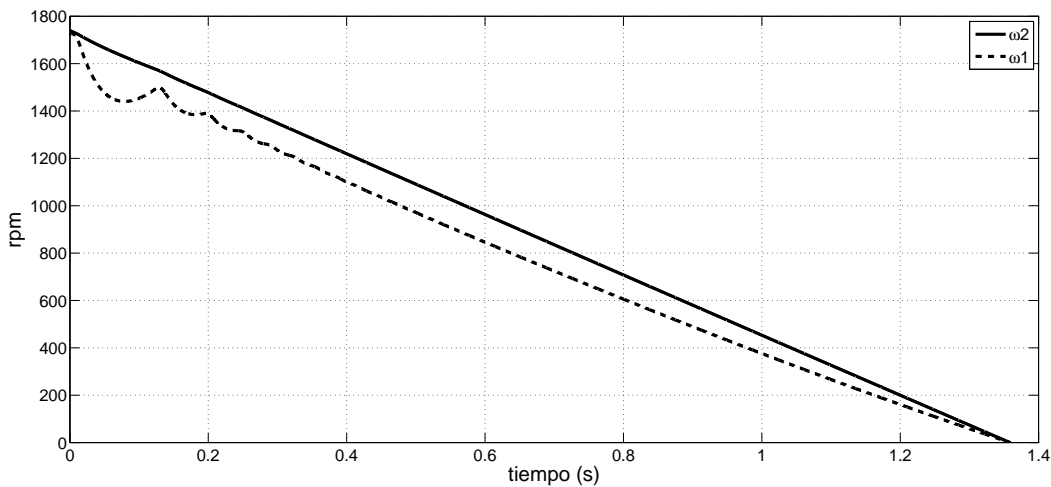


Figura 4.30: Velocidades de la rueda inferior y superior del control equivalente

En la Figura 4.31 se muestra la respuesta del sistema mediante el control equivalente en el cual se puede apreciar que el deslizamiento  $\lambda$  hace el seguimiento de la señal de referencia  $\lambda_{ref}$ .

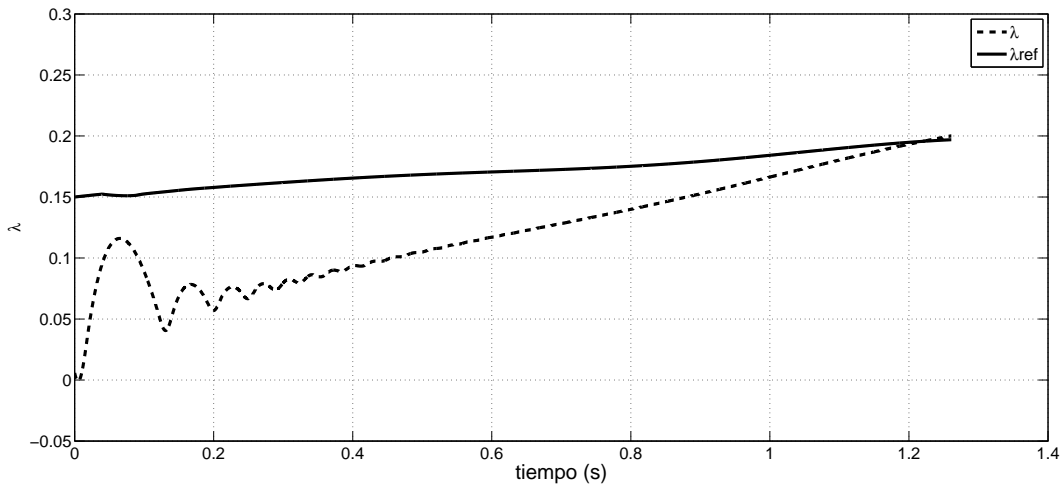


Figura 4.31: Deslizamiento de las ruedas del control equivalente y el deslizamiento de referencia

En la Figura 4.32 se muestra la acción del control equivalente, además no presenta valores negativos ya que contiene un delimitador, si no tuviera el delimitador tendríamos valores negativos esto indica que no sería factible debido a que no hay voltajes negativos.

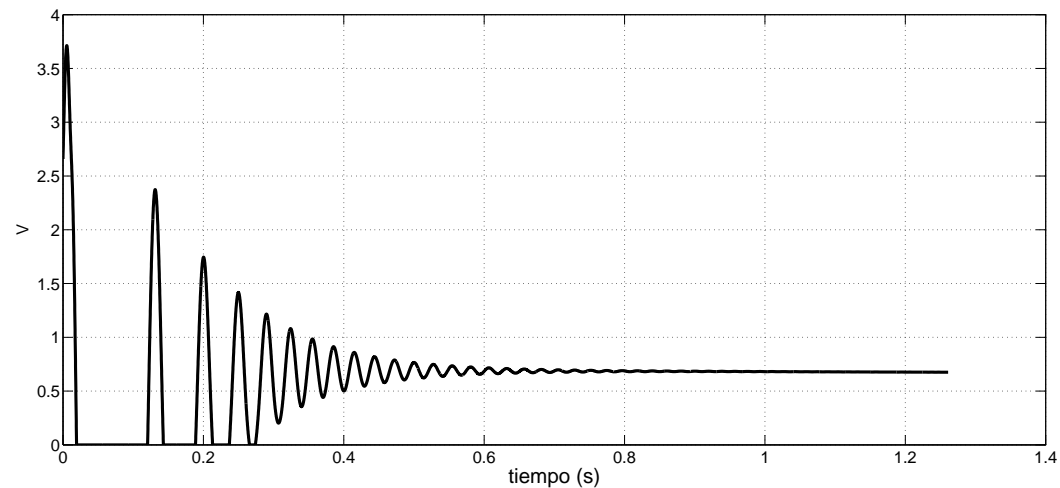


Figura 4.32: Acción de control del control equivalente

En la Figura 4.33 se muestra la distancia recorrida durante el frenado.

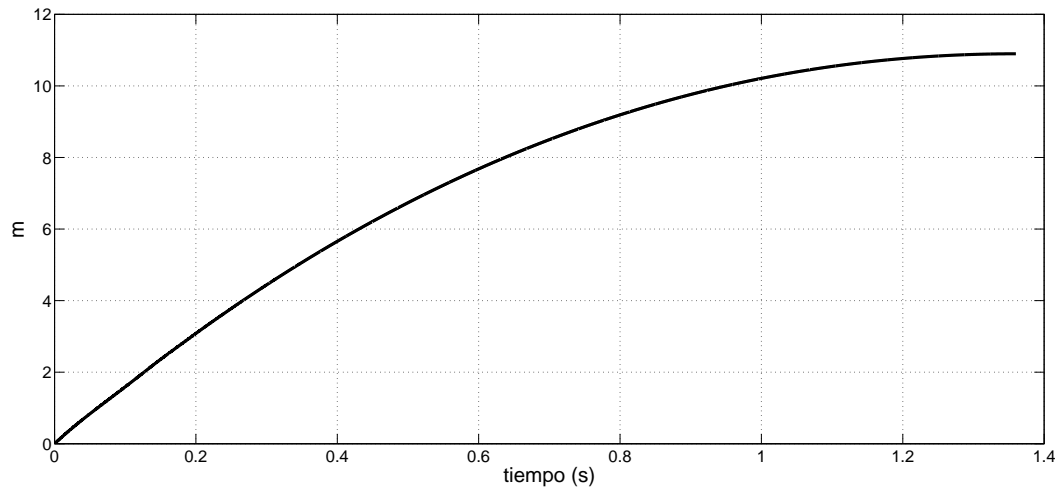


Figura 4.33: Distancia recorrida durante el frenado

### 4.7.3. Controlador PI con control de voltaje

El ajuste de las ganancias del controlador PI para este caso se hizo de forma experimental, en función del desempeño adecuado del sistema de control por consiguiente los valores que se utilizaron para llevar a cabo la simulación fueron seleccionadas ajustando las que ya teníamos por Z-N  $k_p = 9$  y  $k_i = 46$ . Se puede apreciar en la Figura 4.34 que las velocidades del sistema comienzan a disminuir al ir frenando el automóvil, las cuales tienden a cero.

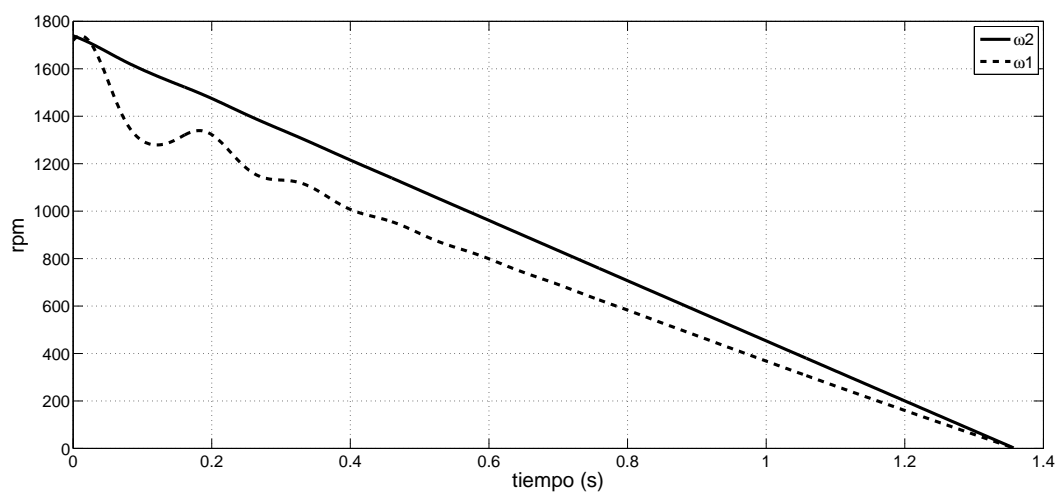


Figura 4.34: Velocidades de la rueda inferior y superior con control PI

En la Figura 4.35 se muestra la respuesta del sistema mediante el controlador PI en el cual el deslizamiento  $\lambda$  realiza el seguimiento de la señal de referencia  $\lambda_{ref}$ .

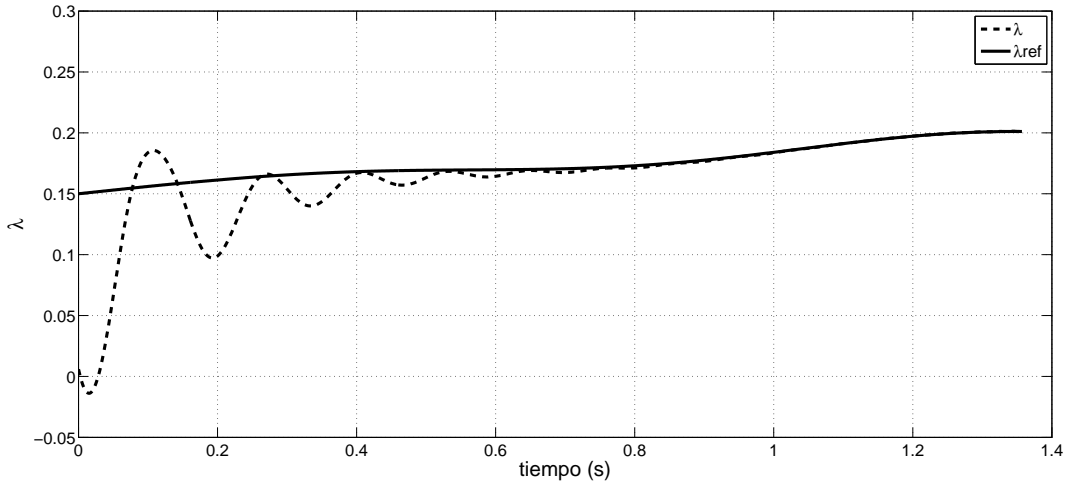


Figura 4.35: Deslizamiento de las ruedas con control PI y el deslizamiento de referencia

En la Figura 4.36 se muestra la acción de control proporcional integral.

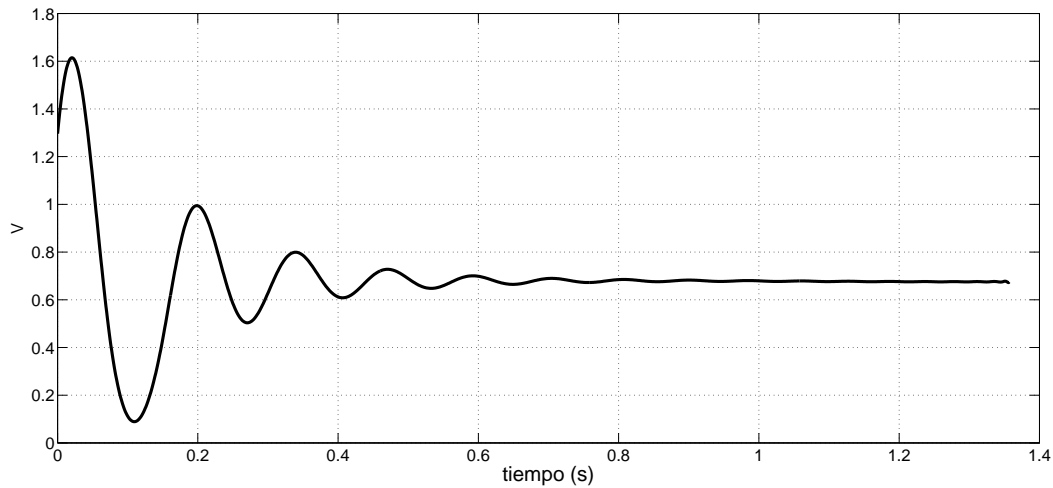


Figura 4.36: Acción de control del control PI

En la Figura 4.37 se muestra la distancia recorrida durante el frenado.

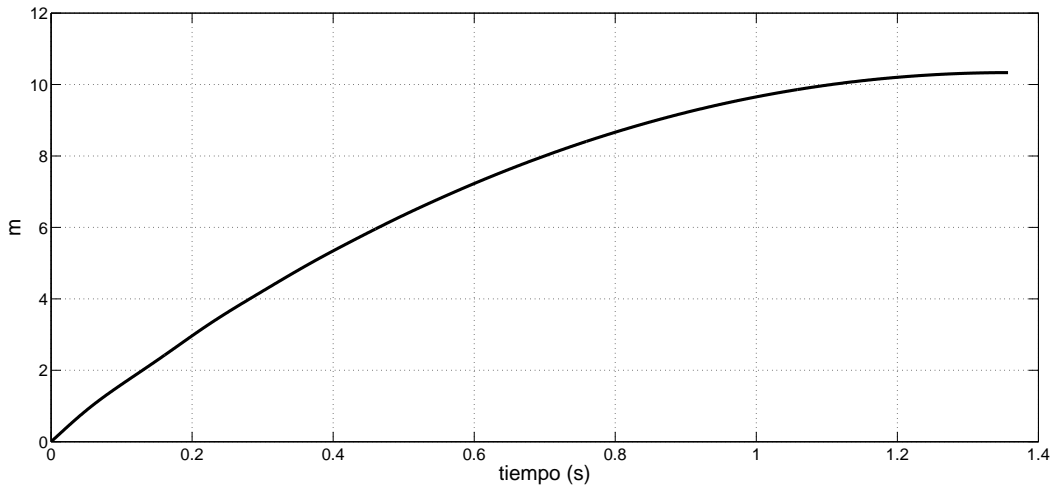


Figura 4.37: Distancia recorrida durante el frenado

## 4.8. Comparación de resultados entre las técnicas utilizadas

Los resultados presentados en este capítulo son con control de par y con control de voltaje, podemos decir que la técnica de control super-twisting presenta mejores resultados con control de par esto debido a que el deslizamiento  $\lambda$  no presenta oscilaciones y es más rápido de alcanzar a su referencia  $\lambda_{ref}$ . Además es fácil de implementar este control ya que solo se necesita de conocer la superficie de deslizamiento  $s$  en comparación con las otras técnicas y que es de grado relativo 1. Los resultados con control de voltaje no beneficia mucho al control super-twisting ya que al considerar la dinámica del actuador el sistema pasa a ser de grado relativo 2, pero a pesar de esto se presentan resultados considerablemente buenos ya que no presenta descenso de velocidades con el control equivalente y la acción de control es aceptable.

# CAPÍTULO 5

## Resultados experimentales

En este capítulo se da una descripción del prototipo ABS y se muestran los resultados obtenidos mediante experimentación en tiempo real sobre el sistema de frenado ABS. En la Figura 2.1 se presenta el diagrama a bloques en lazo cerrado del sistema ABS.

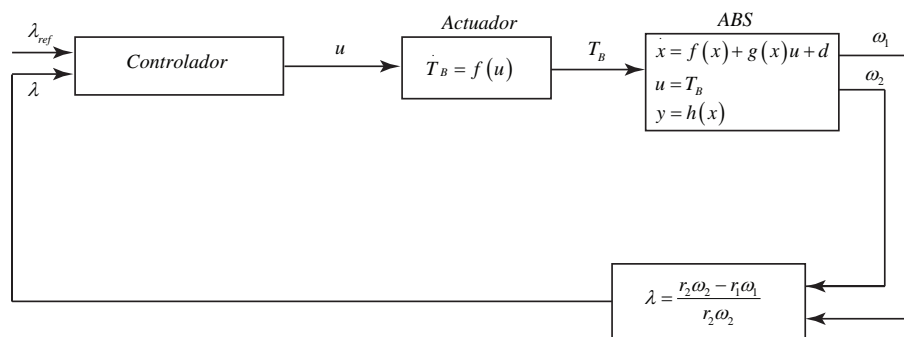


Figura 5.1: Diagrama a bloques del ABS

### 5.1. Descripción del prototipo de laboratorio del ABS

La Figura 5.2 muestra el prototipo físico del laboratorio el cual va conectado a una tarjeta de adquisición de datos que a su vez va conectada a una PC.

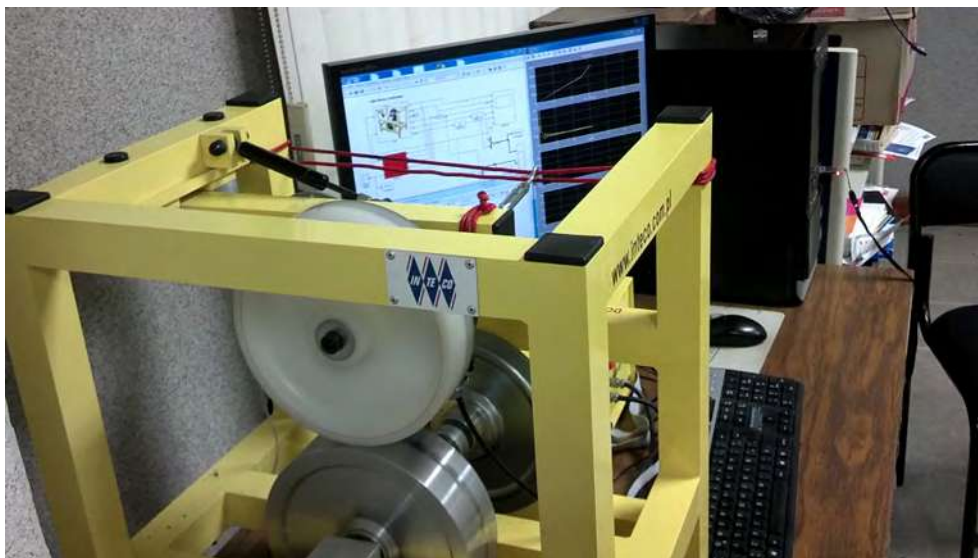


Figura 5.2: Prototipo del ABS

En la Figura 5.3 es mostrado el prototipo del ABS es accionado por un potente motor plano de CD, tiene 2 codificadores que son instalados en las ruedas para llevar acabo la medición indirecta de las velocidades y la medición de la desviación de la palanca de equilibrio del automóvil y además se puede observar el actuador (motor, balatas y chicote).



Figura 5.3: Vista aérea del prototipo ABS

Los codificadores miden con una alta resolución equivalente a 4096 pulso por revolución, la interfaz de potencia amplifica las señales PWM de control que son transmitidos desde la

PC al motor CD. También los codificadores convierten las señales de pulso a dato digital de 16 bit de forma que sean leídos por la PC, la PC está equipada con la tarjeta de adquisición de datos RT-DAC/PCI-D multiusos digitales de E/S que se comunica con la interfaz de potencia. Toda la lógica necesaria para activar y leer las señales del codificador para generar la secuencia apropiada de pulsos PWM. Para controlar el motor CD que está configurado en el chip de la tarjeta Xilinx RT-DAC/PCI-D.

### 5.1.1. Componentes del ABS

El prototipo ABS está conformado por

- Motor plano CD.
- Dos codificadores de medición de alta resolución.
- Integración completa con Matlab<sup>TM</sup>/Simulink. El funcionamiento en tiempo real en MS Windows 2000.
- Modelo completo simulado de la relación automóvil-carretera.
- Biblioteca de algoritmos de control pre-programados que permite familiarizar al usuario con la técnica ABS de un modo rápido.
- Interfaz de Simulink para la programación de los algoritmos de control.
- Permite proporcionar pruebas de laboratorio del ABS de la velocidad del automóvil en un rango de 0 a 50 km/h.
- El control demuestra el deslizamiento para diferentes condiciones de carretera.

Componentes de instalación

- Unidades mecánicas (marco, doble rueda y motor plano DC).
- Interfaz de unidad e interfaz de alimentación.
- Tabla de E/S RT-DAC/PCI (el control lógico PWM se almacena en un chip XILINX).

Software

- Herramientas de control para el funcionamiento de la simulación del ABS.



## Manuales

- Manual de instalación.
- Manual del usuario.

### 5.1.2. Requerimientos

- Computadora personal con Pentium o AMD.
- Windows Microsoft 2000/XP.
- Versión de Matlab 6.5, 7 (R14 SP2/SP3), R2006a/b, R2007a o R2008a con Simulink, RTW y RTWT.
- Compilador MS visual C++ de 32 bit.

## 5.2. Controlador super–twisting

Las ganancias del controlador super–twisting que se utilizaron para llevar a cabo la experimentación se eligieron de manera heurística  $k_1 = 1.25$  y  $k_2 = 0.4$ .

Se puede observar en la Figura 5.4 que las velocidades arrancan de cero empiezan a incrementar la rpm de ambas velocidades y a los 6.5 se aplico el freno entonces las velocidades comienzan a disminuir hasta llegar a cero..

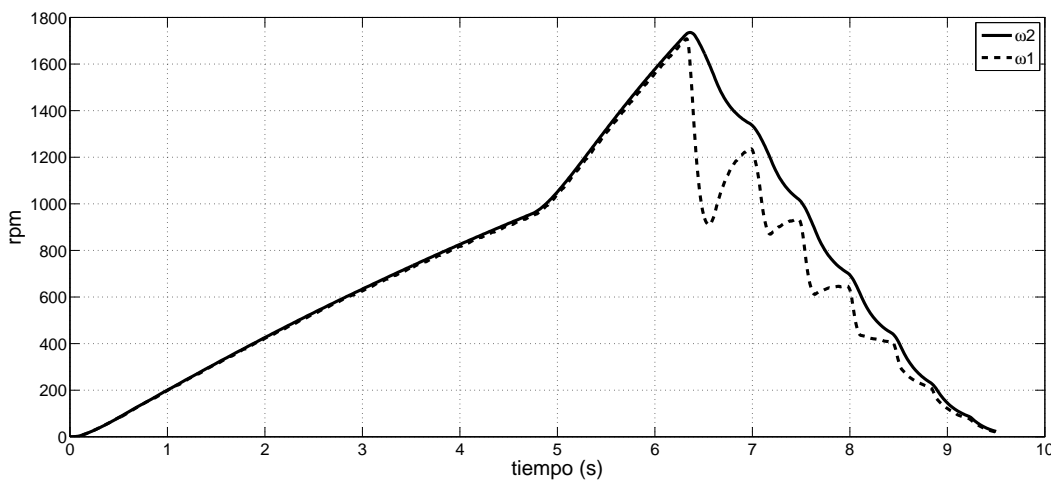


Figura 5.4: Velocidades de la rueda inferior y superior con control ST

En la Figura 5.5 se muestra la respuesta del sistema mediante el controlador super-twisting donde las ganancias se seleccionan heurísticamente para una respuesta de convergencia más rápida hacia el seguimiento del deslizamiento de referencia, se puede apreciar que el deslizamiento  $\lambda$  como que quiere seguir el seguimiento del deslizamiento de referencia  $\lambda_{ref}$ .

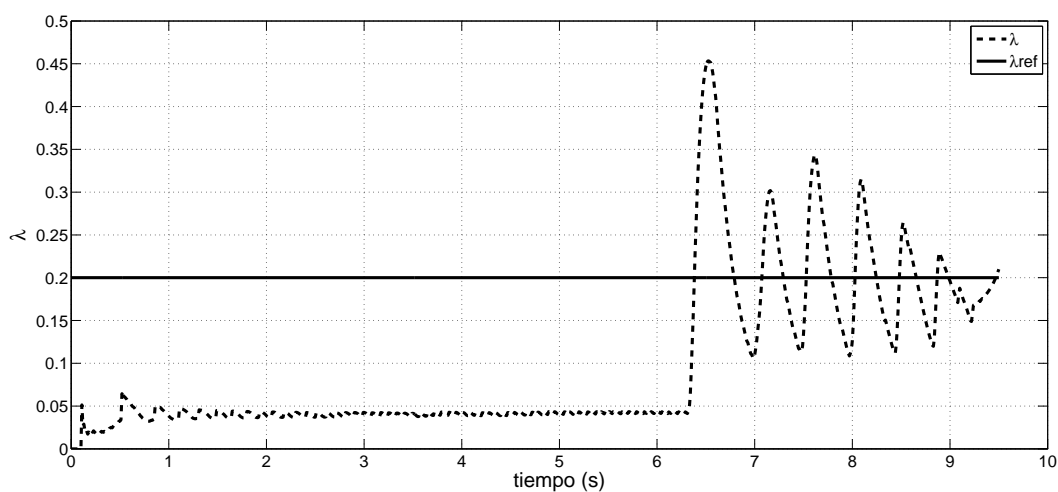


Figura 5.5: Deslizamiento de las ruedas con control super-twisting y el deslizamiento de referencia

En la Figura 5.6 se muestra la acción de control del super-twisting donde uno tiene el control del pedal al tiempo de frenar, pero no lo tenemos al tiempo que el pedal vuelve a su posición inicial.

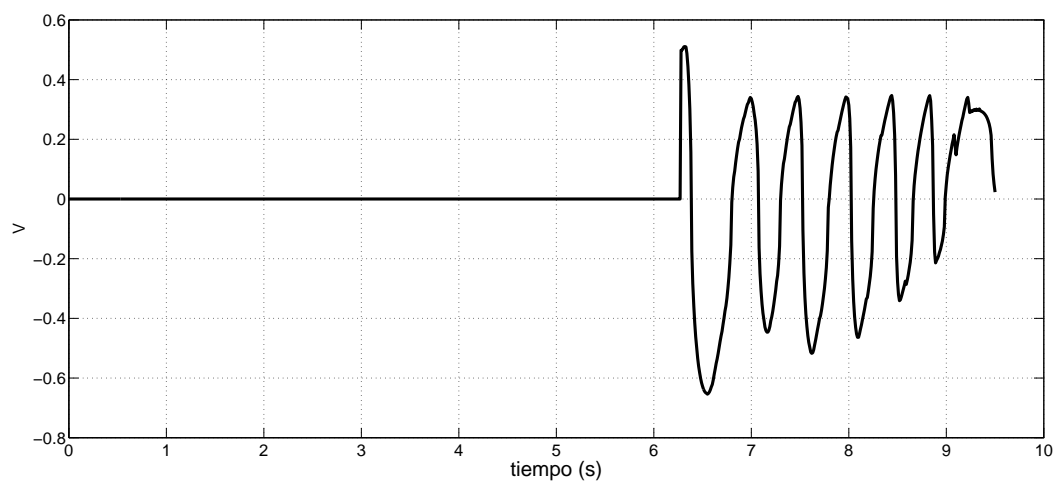


Figura 5.6: Acción de control del control super-twisting

En la Figura 5.7 se muestra la distancia recorrida durante el frenado.

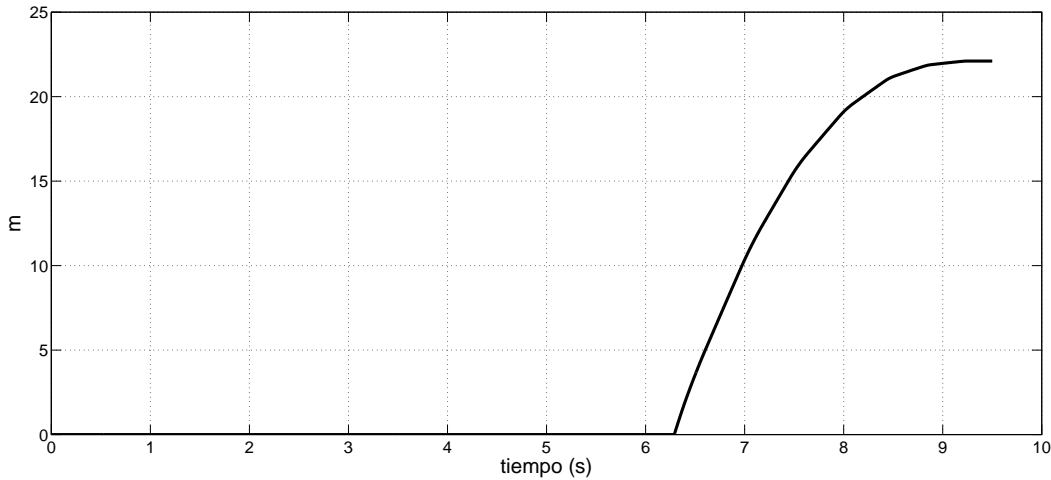


Figura 5.7: Distancia recorrida durante el frenado

A continuación las ganancias del controlador super-twisting que se utilizaron para llevar a cabo la experimentación se ajustaron en base a las ganancias anteriores  $k_1 = 1.5$  y  $k_2 = 0.625$ . Se puede observar en la Figura 5.8 que las velocidades del sistema comienzan a disminuir al ir frenando el automóvil, las cuales tienden a cero.

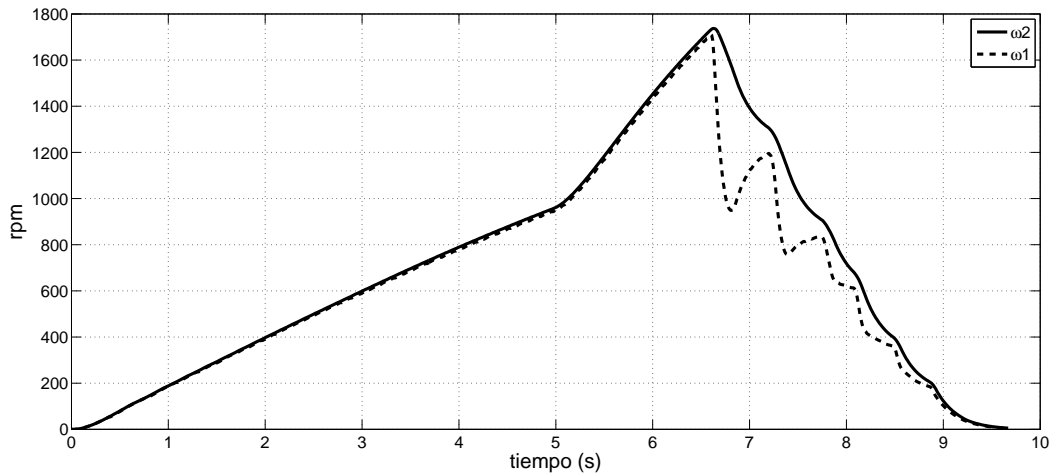


Figura 5.8: Velocidades de la rueda inferior y superior con control ST

En la Figura 5.9 se muestra la respuesta del sistema mediante el controlador super-twisting donde las ganancias se seleccionan para una respuesta de convergencia más rápida hacia el seguimiento del deslizamiento de referencia, se puede apreciar que el deslizamiento  $\lambda$  hace el seguimiento del deslizamiento de referencia  $\lambda_{ref}$ .

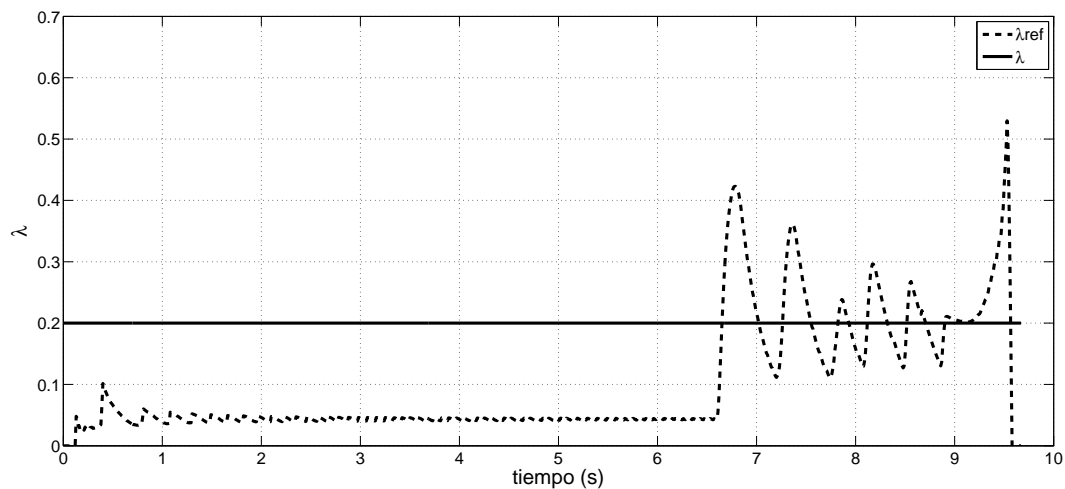


Figura 5.9: Deslizamiento de las ruedas con control super-twisting y el deslizamiento de referencia

En la Figura 5.10 se muestra la acción de control del super-twisting.

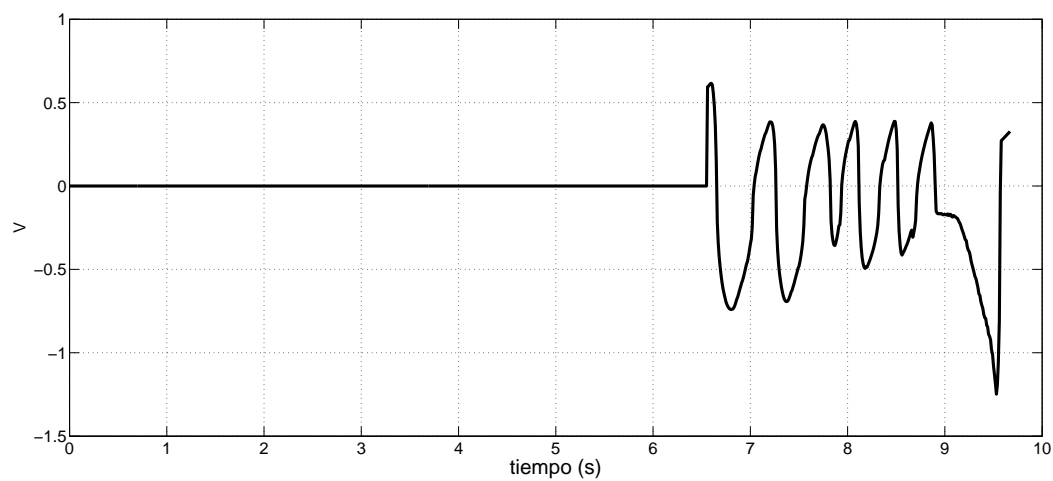


Figura 5.10: Acción de control del control super-twisting

En la Figura 5.11 se muestra la distancia recorrida durante el frenado que en un tiempo de 6.6s recorrió una distancia de 18.4mts.

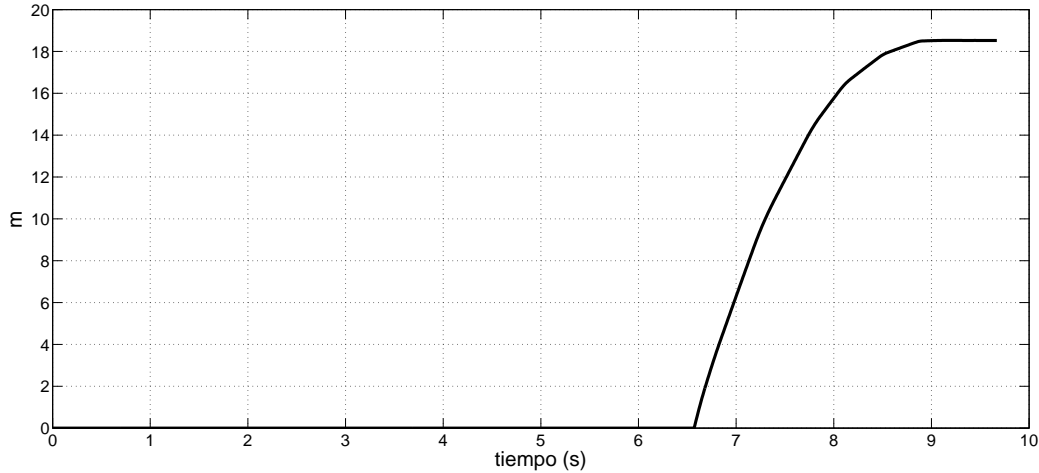


Figura 5.11: Distancia recorrida durante el frenado

### 5.3. Control equivalente

La ley de control equivalente esta dada en (4.7). La ganancia del control equivalente que se utilizó es  $k = 1500$ .

Se puede apreciar en la Figura 5.12 que las velocidades del sistema comienzan a disminuir al ir frenando el automóvil, las cuales tienden a cero.

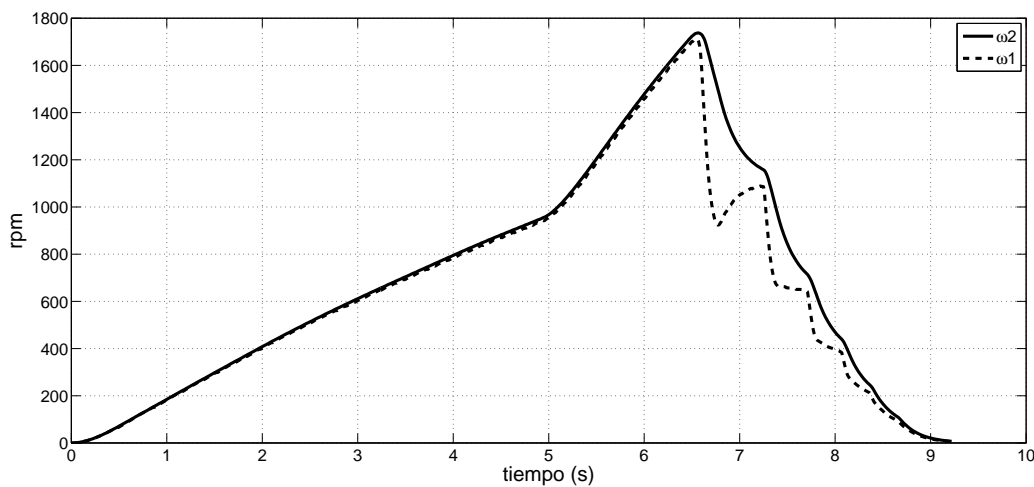


Figura 5.12: Velocidades de la rueda inferior y superior del control equivalente

En la Figura 5.13 se muestra la respuesta del sistema mediante el control equivalente donde se puede apreciar que el deslizamiento  $\lambda$  hace el seguimiento del deslizamiento de referencia  $\lambda_{ref}$ .

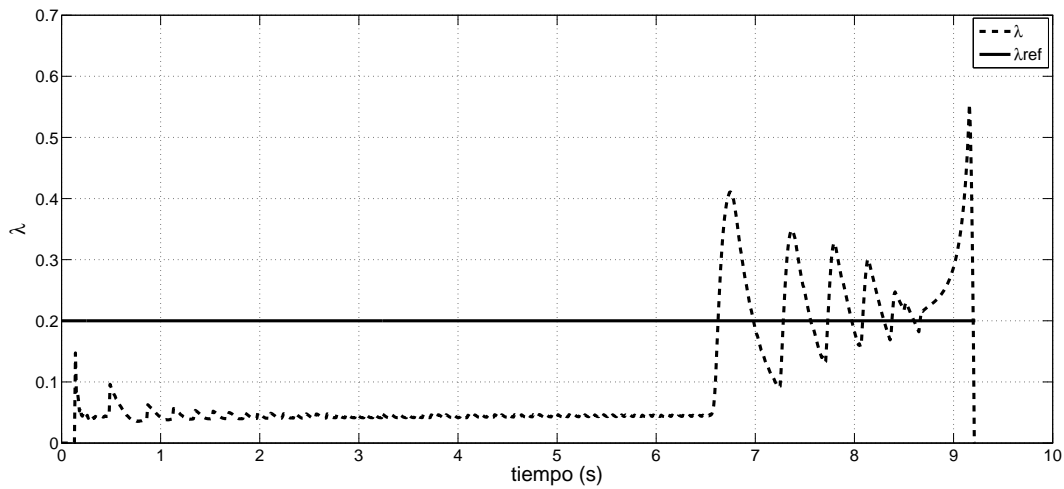


Figura 5.13: Deslizamiento de las ruedas del control equivalente y el deslizamiento de referencia

En la Figura 5.14 se muestra la acción del control equivalente y físicamente no creo que se logre por los valores que se presentan.

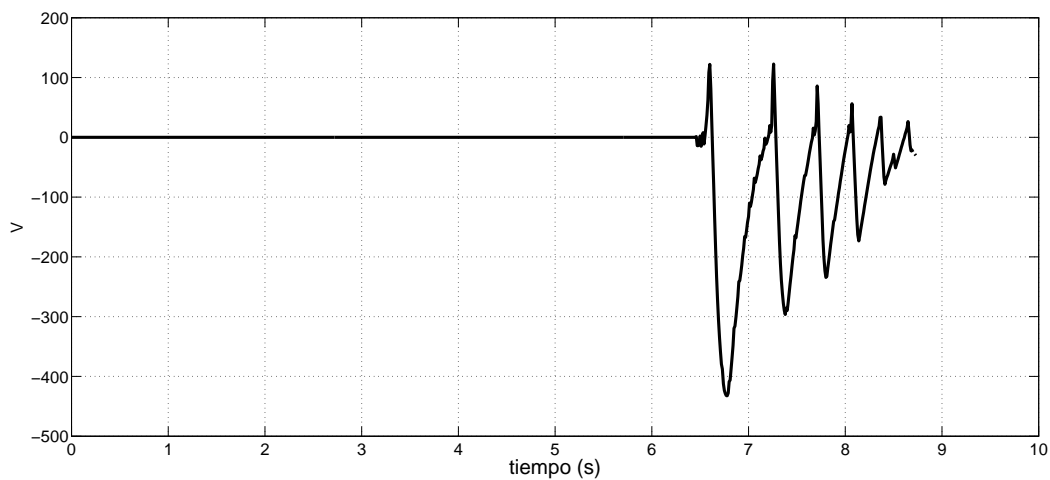


Figura 5.14: Acción de control equivalente

En la Figura 5.15 se muestra la distancia recorrida durante el frenado.

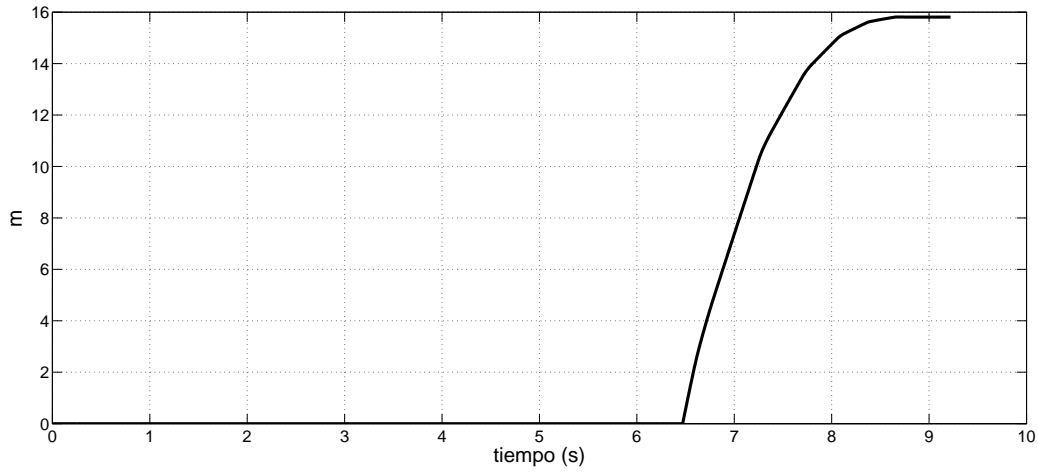


Figura 5.15: Distancia recorrida durante el frenado

La ganancia del control equivalente que se utiliza para llevar a cabo la experimentación es  $k = 1600$  ya que si se elegía una ganancia más grande la ley de control se hace más grande. Se observa en la Figura 5.16 que las velocidades del sistema comienzan a disminuir al ir frenando el automóvil, las cuales tienden a cero.

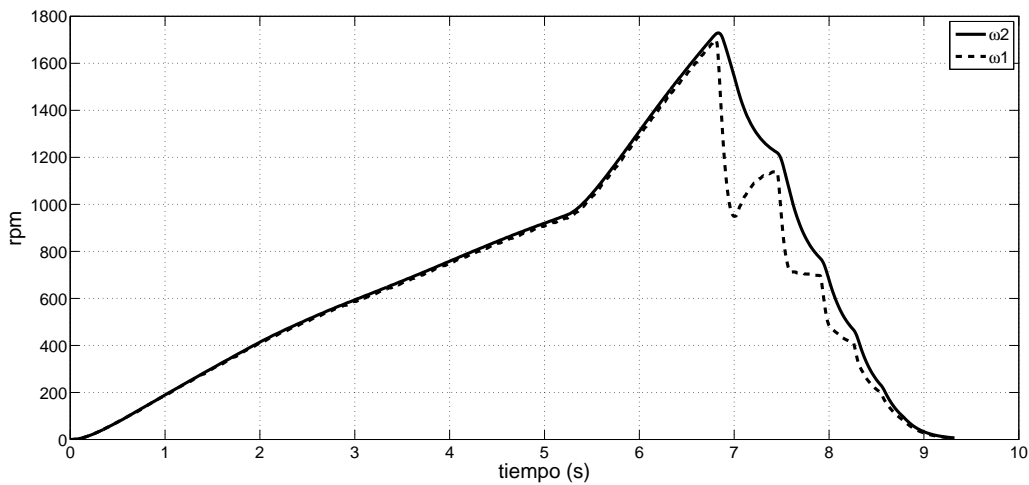


Figura 5.16: Velocidades de la rueda inferior y superior del control equivalente

En la Figura 5.17 se muestra la respuesta del sistema mediante el control equivalente en el cual se puede apreciar que el deslizamiento  $\lambda$  quiere hacer el seguimiento del deslizamiento de referencia  $\lambda_{ref}$ .

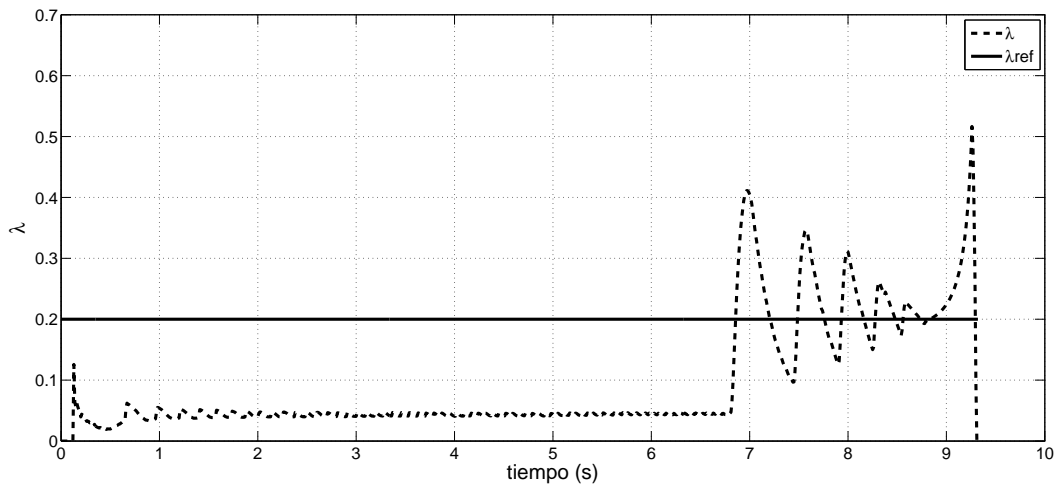


Figura 5.17: Deslizamiento de las ruedas del control equivalente y el deslizamiento de referencia

En la Figura 5.18 se muestra la acción del control equivalente.

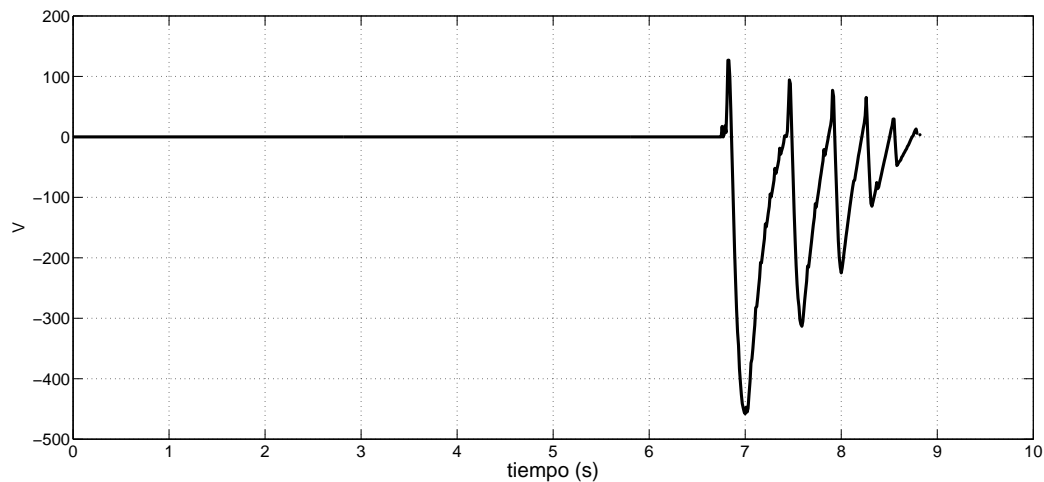


Figura 5.18: Acción de control equivalente



En la Figura 5.19 se muestra la distancia recorrida durante el frenado.

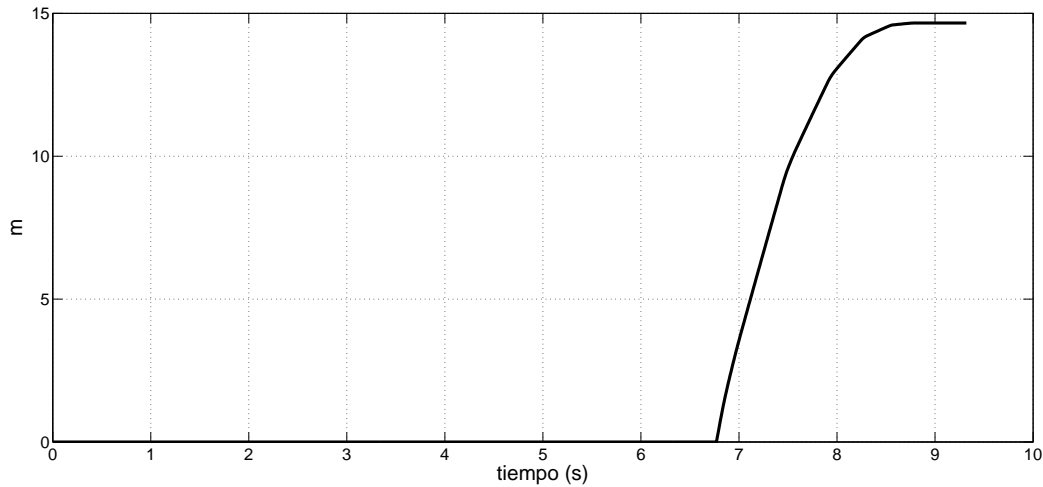


Figura 5.19: Distancia recorrida durante el frenado

## 5.4. Controlador PI

Dada la ley de control (4.8). Las ganancias del controlador PI que se utilizaron para llevar a cabo la experimentación se seleccionaron mediante la sintonización de Z-N. Por lo tanto las ganancias quedaron de la siguiente manera  $k_p = 1.25$  y  $k_i = 2$ . Se puede observar en la Figura 5.20 que las velocidades del sistema comienzan a disminuir al ir frenando el automóvil, las cuales tienden a cero.

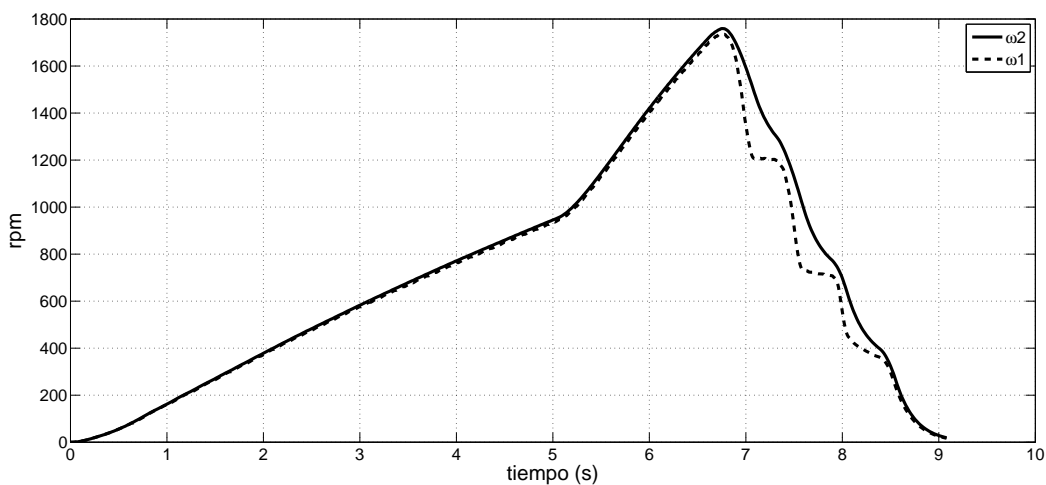


Figura 5.20: Velocidades de la rueda inferior y superior con control PI

En la Figura 5.21 se muestra la respuesta del sistema mediante el controlador PI en el cual el deslizamiento  $\lambda$  como que quiere realizar el seguimiento de la señal de referencia  $\lambda_{ref}$ .

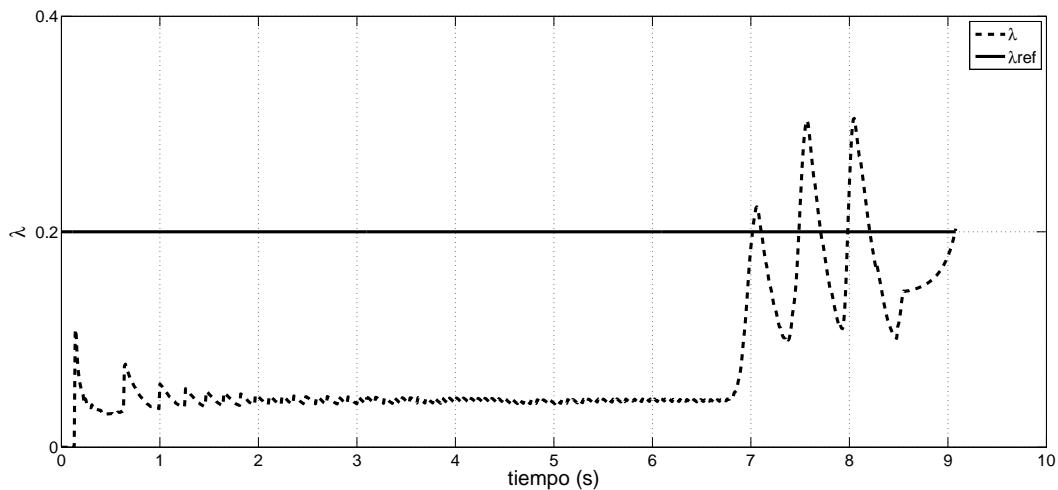


Figura 5.21: Deslizamiento de las ruedas con control PI y el deslizamiento de referencia

En la Figura 5.22 se muestra la acción de control proporcional integral.

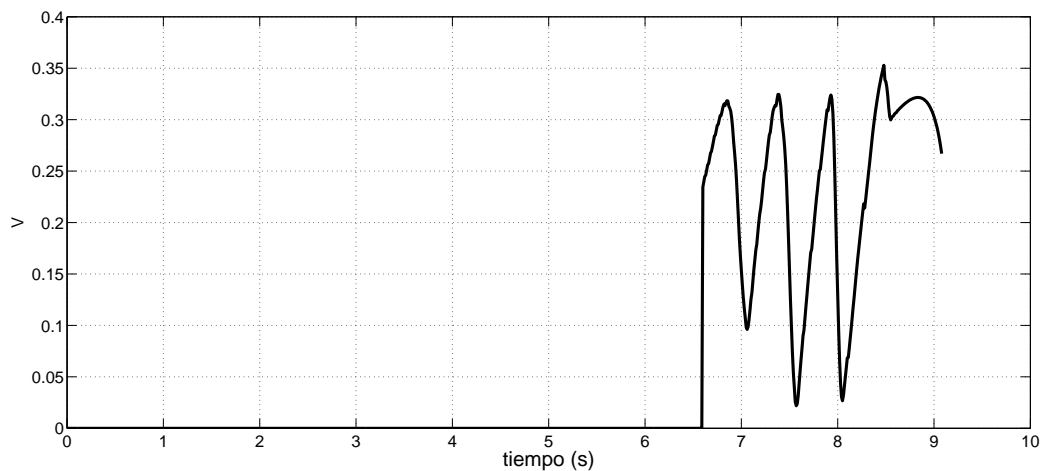


Figura 5.22: Acción de control del control PI

En la Figura 5.23 se muestra la distancia recorrida durante el frenado.

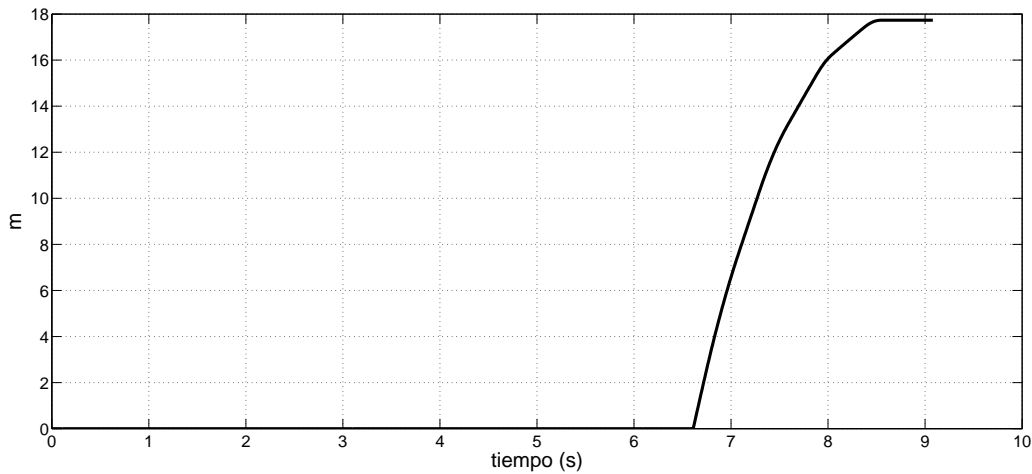


Figura 5.23: Distancia recorrida durante el frenado

El ajuste de las ganancias del controlador PI para este caso se hizo de forma experimental teniendo en cuenta las ganancias anteriores por Z-N, en función del desempeño adecuado del sistema de control por consiguiente los valores que se utilizaron para llevar a cabo la simulación son  $k_p = 1.5$  y  $k_i = 2.5$ . Se puede observar en la Figura 5.24 que las velocidades del sistema comienzan a disminuir al ir frenando el automóvil, las cuales tienden a cero.

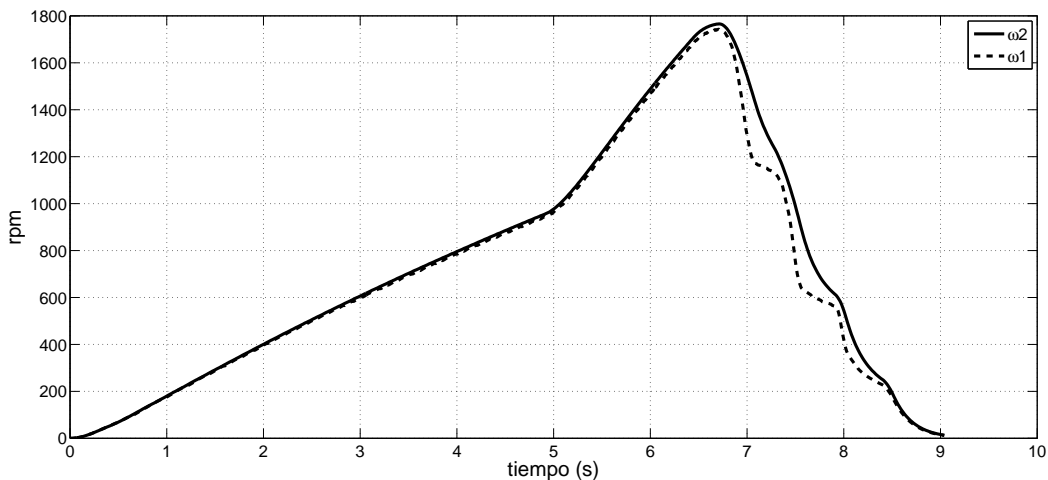


Figura 5.24: Velocidades de la rueda inferior y superior con control PI

En la Figura 5.25 se muestra la respuesta del sistema mediante el controlador PI en el cual el deslizamiento  $\lambda$  realiza el seguimiento de la señal de referencia  $\lambda_{ref}$ .

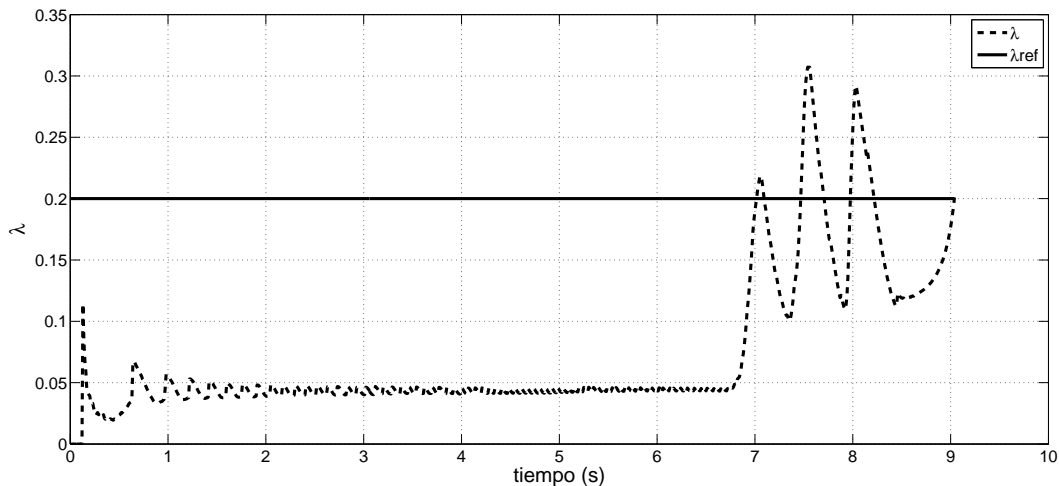


Figura 5.25: Deslizamiento de las ruedas con control PI y el deslizamiento de referencia

En la Figura 5.26 se muestra la acción de control proporcional integral.

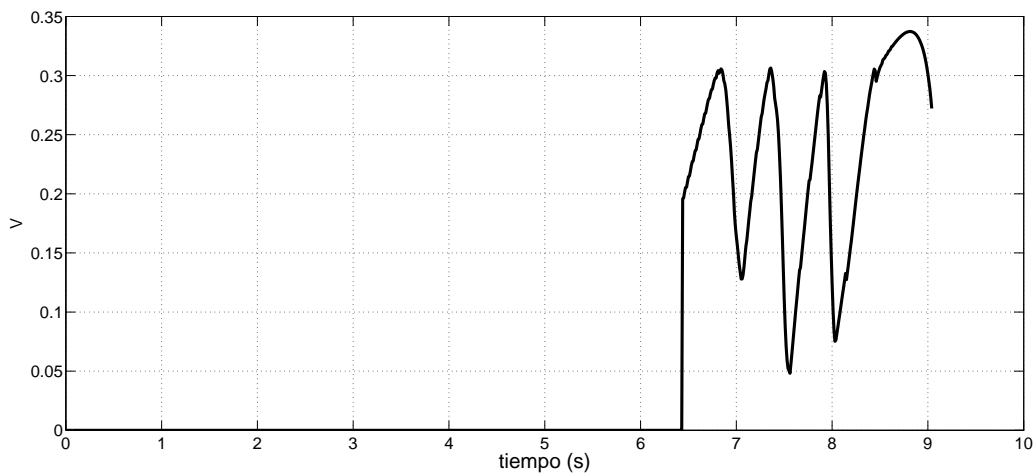


Figura 5.26: Acción de control del control PI

En la Figura 5.27 se muestra la distancia recorrida durante el frenado.

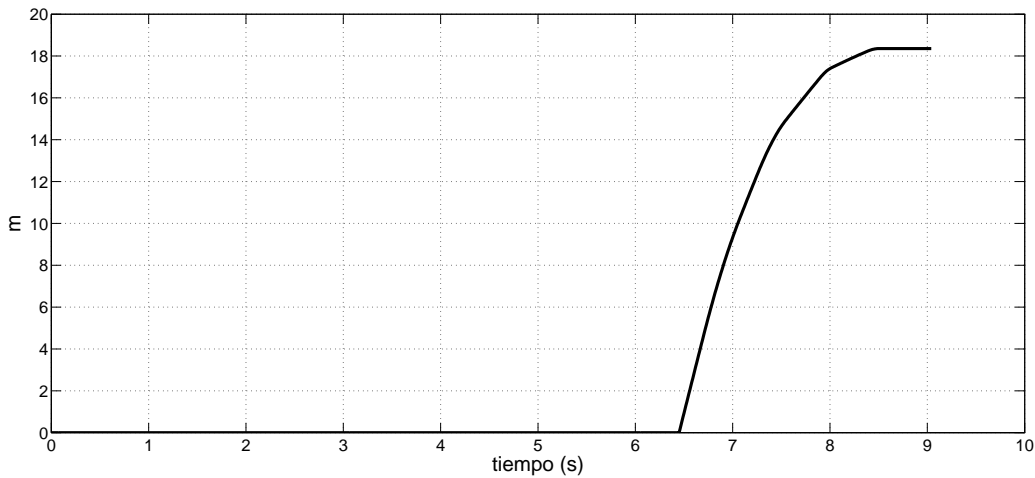


Figura 5.27: Distancia recorrida durante el frenado

## 5.5. Control tipo relay proporcionado por el fabricante

El prototipo incluye solamente un controlador tipo relay, cuyos resultados se pueden apreciar en la Figura 5.28 se observa que las velocidades del sistema comienzan en 2000 rpm (dato del fabricante), al aplicar el frenado las velocidades empiezan a disminuir y tienden a cero.

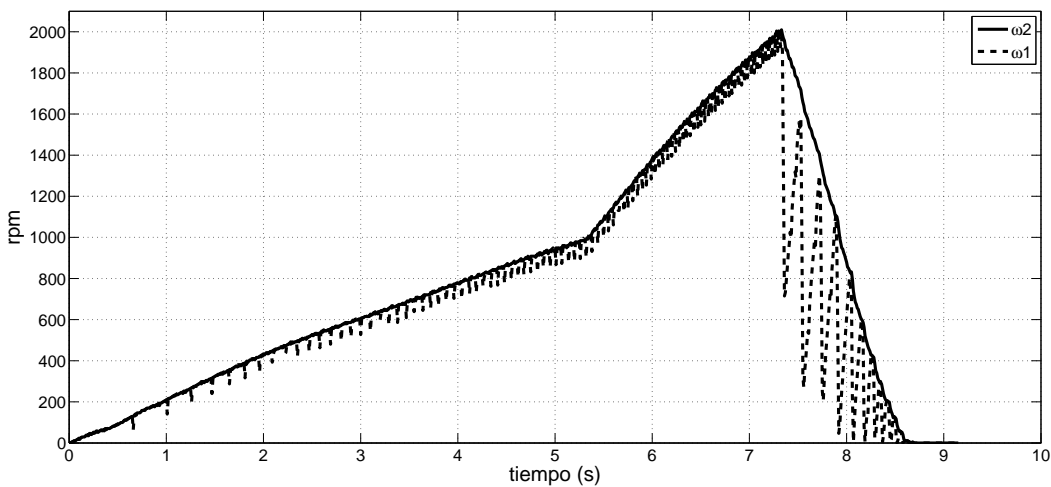


Figura 5.28: Velocidades de la rueda inferior y superior con control relay

En la Figura 5.29 se muestra la respuesta del sistema mediante el control relay se puede apreciar que el deslizamiento  $\lambda$  este tipo de control no presenta ningun seguimiento ya que no tiene su referencia.

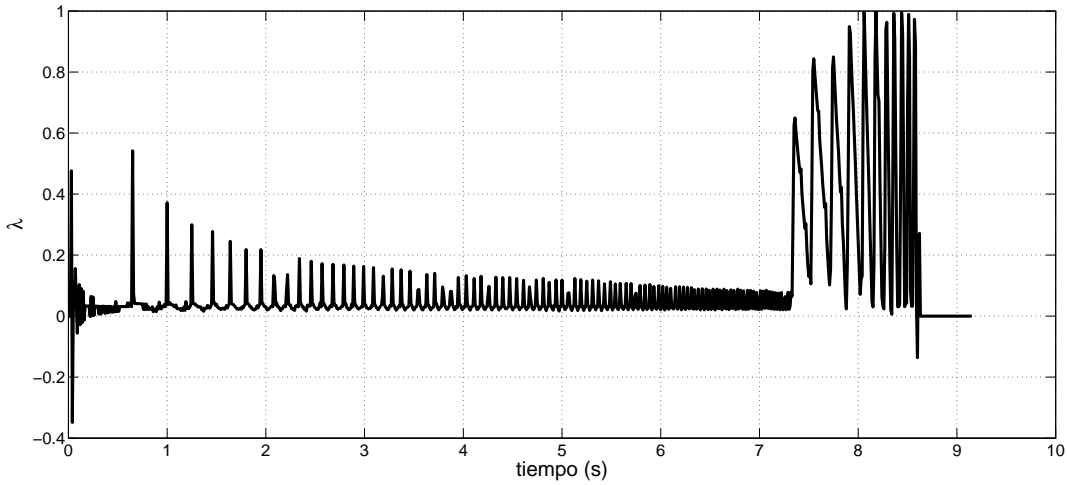


Figura 5.29: Deslizamiento de las ruedas con control relay

En la Figura 5.30 se muestra la acción de control relay switcheando entre 0 y 1.

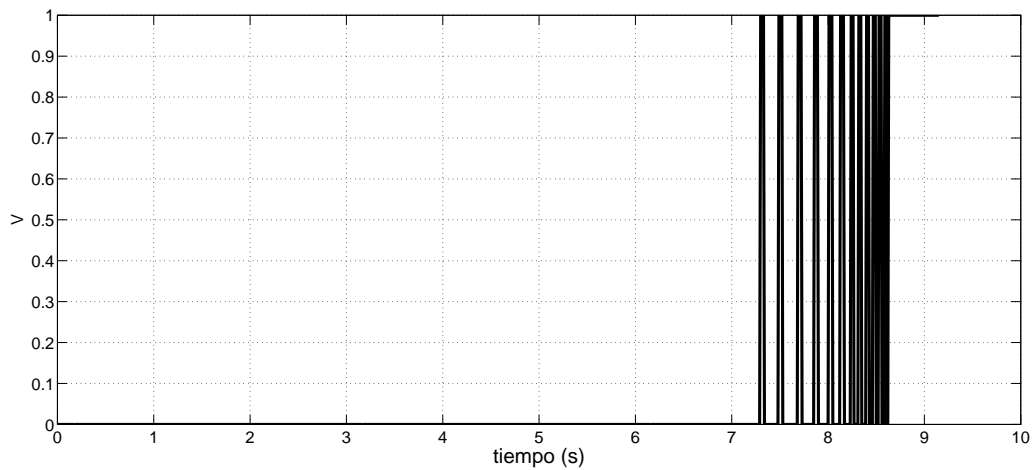


Figura 5.30: Acción de control relay

En la Figura 5.31 se muestra la distancia recorrida durante el frenado.

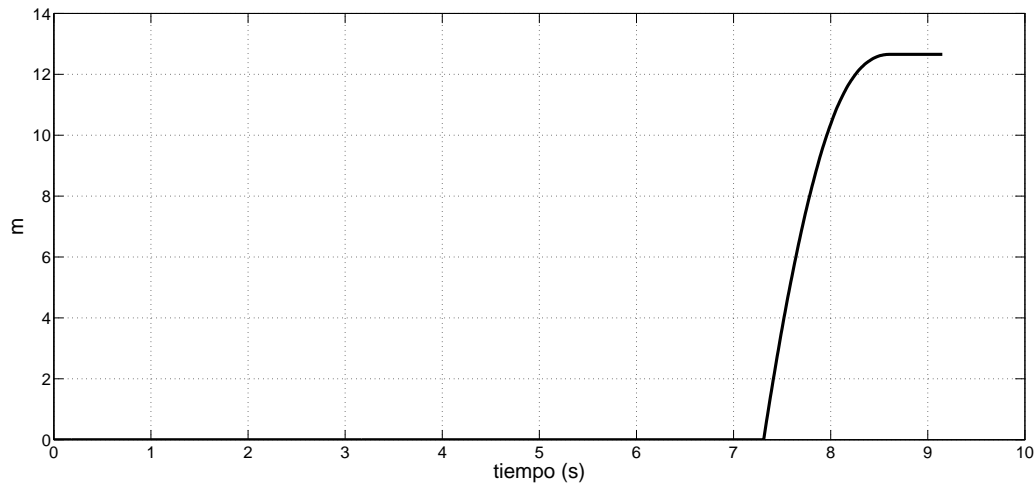


Figura 5.31: Distancia recorrida durante el frenado

## 5.6. Comparación de resultados entre las técnicas utilizadas

En este capítulo se presentan los resultados con control de voltaje donde el controlador super-twisting presenta resultados considerables pero no buenos esto debido que al considerar la dinámica del actuador el sistema se convierte en grado relativo 2. Además los resultados para todas las técnicas no son lo que esperábamos ya que la dinámica del actuador es demasiado lenta con respecto al sistema y la rueda superior se encontraba desalineada donde tuvimos que hacer un ajuste con un tensor de pesos para colocar la rueda superior en posición a la rueda inferior

# CAPÍTULO 6

## Conclusiones y trabajo futuro

### 6.1. Conclusiones

En la presente tesis se realizó una investigación de acciones de control aplicadas al sistema de frenado ABS. Se probaron diferentes técnicas de control robusto para el ABS, el cual es un sistema incierto en sus parámetros y sujeto a perturbaciones. En este estudio el algoritmo de control super-twisting resultó ser robusto ya que solo se necesita conocer la superficie de deslizamiento por modos deslizantes se utilizó como un algoritmo de control no lineal y adicionalmente se compara con el control equivalente y el controlador PI para el ABS. El análisis de estabilidad de los sistemas en lazo cerrado muestran que el controlador propuesto es robusto ante perturbaciones internas y externas y además el controlador super-twisting de modos deslizantes de segundo orden elimina el chattering. De acuerdo a los resultados de simulación, el controlador super-twisting es mejor debido a que no presenta sobre impulso y alcanza a la referencia  $\lambda_{ref}$  en un menor tiempo en comparación con el control equivalente, el cual requiere el valor de  $k$  demasiado grande y con el controlador PI que presenta sobreimpulso y tarda más en alcanzar al deslizamiento de referencia  $\lambda_{ref}$ . Utilizando el algoritmo de control por búsqueda de extremos tenemos que el controlador super-twisting tarda más tiempo en alcanzar a la referencia  $\lambda_{ref}$  en comparación del control equivalente que también tarda más tiempo en alcanzar a su referencia y con el controlador PI que este alcanza en menor tiempo a la referencia. Es importante mencionar que el controlador super-twisting está diseñado para sistemas de grado relativo 1, y que al considerar la dinámica del actuador, el sistema pasa a ser de grado relativo 2, lo cual resulta en un controlador inadecuado para el sistema.



Las técnicas que se emplearon en la implementación en tiempo real son adecuadas debido a que la acción de control  $u$  es suave, evitando así el desgaste del equipo. Los resultados teóricos y de simulación se verificaron mediante la implementación en tiempo real, sin embargo, los resultados en tiempo real no son similares a los resultados de simulación debido a que la dinámica del actuador del prototipo es demasiado lenta en comparación al sistema y a que la rueda superior del prototipo se encuentra desequilibrada.

## 6.2. Trabajo futuro

- Escribir un artículo para presentar los resultados en tiempo real.
- Mejorar el prototipo con un actuador más rápido ya que introduce una dinámica considerablemente lenta al sistema.
- Considerando que si se incluye la dinámica del actuador, el grado relativo del sistema es 2, entonces se debe hacer el diseño de un controlador por modos deslizantes de alto orden.

# Publicaciones

- **Control de un Sistema de Frenado ABS basado en Modos Deslizantes**, Paolo G. Camacho, Juan Anzures, Fernando Ornelas y Cuauhtémoc Acosta. Artículo aceptado para su presentación en la XIV Reunion de Otoño de Potencia, Electrónica y Computacion, ROPEC 2012 Internacional, celebrada en la Ciudad de Colima, Mexico del 7 al 9 de noviembre del 2012.



# Bibliografía

- [1] O. Zapata, “Sistema antibloqueo de frenos (ABS),” *scribd*, 2000.
- [2] M. Petrov, V. Balankin and O. Naruzhnyi, “Study of automobiles brakes and pneumatic tires work model of the work process of antiblock brake system,” *Novosibirsk, NISI, Tech. Rep, In Russian*, 1977.
- [3] N. Rittmannsberger, “Antilock braking system and traction control,” in *Proc. Int. Congress Transportation Electronics Convergence 88*, pp. 195–202, 1988.
- [4] R. Emig, H. Goebels and J. Schramm, “Antilock braking systems (ABS) for commercial vehicles-status 1990 and future prospects,” in *Proc. Int Transportation Electronics Congress Vehicle Electronics in the 90*, pp. 515–523, 1990.
- [5] U. Kiencke and L. Nielsen, “Automotive control systems: For engine, driveline, and vehicle,” *softcover reprint of hardcover 2nd ed. 2005 ed. Springer, 11*, 2010.
- [6] R. Rajamani, “Vehicle dynamics and control (mechanical engineering series),” *softcover reprint of hardcover 1st ed. 2006 ed. Springer, 2*, 2011.
- [7] Intenco Ltd, “The laboratory antilock braking system controlled from pc,” *user manual*, Poland 2006.
- [8] V. Utkin, J. Guldner and J. Shi, “Sliding mode control in electromechanical systems,” *Taylor y Francis Inc. Philadelphia, USA*, 1999.
- [9] J. Y. Hung, W. Gao and J. C. Hung, “Variable structure control: A survey,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 40, no. 1, 1993.
- [10] W. Gao and J. C. Hung, “Variable structure control of nonlinear systems: A new approach,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 40, no. 1, 1993.

- 
- [11] V. I. Utkin, "Sliding mode control design principles and application to electric drives," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 40, no. 1, 1993.
- [12] K. Ogata, "Ingenieria de control moderno," *Prentice Hall, Tercera Edicion, Mexico*, 1998.
- [13] G. Celentano, R. Iervolino, S. Porreca and V. Fontana, "Car brake system modeling for longitudinal control design," *in proc. IEEE conf. Control Applications CCA 2003*, vol. 1, pp. 25–30, 2003.
- [14] P. Krishnamurthy, F. Khorrami and T. L. Ng, "Control design for unmanned sea surface vehicles: Hardware-in-the-loop simulator and experimental results," *Proceedings of the 2007 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems San Diego, CA, USA*, pp. 3660–3665, 2007.
- [15] R. Merzouki, B. Bouamama, M. A. Djeziri and M. Bouteldja, "Modelling and estimation for tire-road system using bond graph approach," *in Proc. IEEE/RSJ Int Intelligent Robots and Systems Conf*, pp. 3785–3790, 2006.
- [16] W. Li, X. Wang, X. Leng and M. Wang, "Modeling and simulation of automobile braking system based on kinetic energy conversion," *in Proc. IEEE Vehicle Power and Propulsion Conf. VPPC '08*, pp. 1–3, 2008.
- [17] F. Grossi, W. Lhomme, R. Zanasi and A. Bouscayrol, "Modelling and control of a vehicle with tireroad interaction using energy-based techniques," *in Proc. IEEE Vehicle Power and Propulsion Conf. VPPC '09*, pp. 1842–1848, 2009.
- [18] M. Polley and G. Alleyne, "Dimensionless analysis of tire characteristics for vehicle dynamics studies," *Proceeding of the 2004 American Control Conference Boston, Massachusetts June 30 - July 2*, pp. 1–6, 2004.
- [19] H. Zhang, J. Wu, W. Chen, Y. Zhang and L. Chen, "Object oriented modeling and simulation of a pneumatic brake system with ABS," *in Proc. IEEE Intelligent Vehicles Symp*, pp. 780–785, 2009.
- [20] M. Branciforte, A. Meli, G. Muscato and D. Porto, "Ann and non-integer order modeling of ABS solenoid valves," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 19, no. 3, pp. 628–635, 2011.

- 
- [21] S. Zhen-Jun, Z. Tian-Jun and Z. Hong-Yan, "Research on road friction coefficient estimation algorithm based on extended kalman filter," in *Proc. Int Intelligent Computation Technology and Automation (ICICTA) Conf*, vol. 2, pp. 418–422, 2008.
- [22] C. Canudas-deWit and R. Horowitz, "Observers for tire/road contact friction using only wheel angular velocity information," in *Proc. 38th IEEE Conf. Decision and Control*, vol. 4, pp. 3932–3937, 1999.
- [23] M. Tanelli, L. Piroddi and S. M. Savaresi, "Real-time identification of tire-road friction conditions," *IET Control Theory and Applications*, vol. 3, no. 7, pp. 891–906, 2009.
- [24] C. Lee, K. Hedrick and K. Yi, "Real-time slip-based estimation of maximum tire-road friction coefficient," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 9, no. 2, pp. 454–458, 2004.
- [25] L. Li, F.-Y. Wang and Q. Zhou, "Integrated longitudinal and lateral tire/road friction modeling and monitoring for vehicle motion control," *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, vol. 7, no. 1, pp. 1–19, 2006.
- [26] H. Imine and Y. Delanne, "Triangular observers for road profiles inputs estimation and vehicle dynamics analysis," in *Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation ICRA 2005*, pp. 4751–4756, 2005.
- [27] W. Zhang, N. Ding, G. Yu and W. Zhou, "Virtual sensors design in vehicle sideslip angle and velocity of the centre of gravity estimation," in *Proc. 9th Int. Conf. Electronic Measurement and Instruments ICEMI 2009*, pp. 3–652, 2009.
- [28] C. R. Carlson and J. C. Gerdes, "Consistent nonlinear estimation of longitudinal tire stiffness and effective radius," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 13, no. 6, pp. 1010–1020, 2005.
- [29] J. Yi, L. Alvarez and R. Horowitz, "Adaptive emergency braking control with underestimation of friction coefficient," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 10, no. 3, pp. 381–392, 2002.
- [30] M.-B. Radac, R.-E. Precup, S. Preitl, J. K. Tar, J. Fodor and E. M. Petriu, "Gain-scheduling and iterative feedback tuning of pi controllers for longitudinal slip control," in *Proc. IEEE Int. Conf. Computational Cybernetics ICC 2008*, pp. 183–188, 2008.

- 
- [31] G. Burgio, B. Castillo-Toledo and S. Di Gennaro, "Nonlinear adaptive tracking for ground vehicles," in *Proc. 48th IEEE Conf. held jointly with the 2009 28th Chinese Control Conf Decision and Control CDC/CCC 2009*, pp. 7645–7650, 2009.
- [32] P. E. Wellstead and N. B. O. L. Pettit, "Analysis and redesign of an antilock brake system controller," *IEEE Proceedings -Control Theory and Applications*, vol. 144, no. 5, pp. 413–426, 1997.
- [33] P. Tsiotras and C. C. De Wit, "On the optimal braking of wheeled vehicles," in *Proc. American Control Conf the 2000*, vol. 1, no. 6, pp. 569–573, 2000.
- [34] F. Jiang and Z. Gao, "An application of nonlinear PID control to a class of truck ABS problems," in *Proc. 40th IEEE Conf. Decision and Control*, vol. 1, pp. 516–521, 2001.
- [35] J. S. Yu, "A robust adaptive wheel-slip controller for antilock brake system," in *Proc. 36th IEEE Conf. Decision and Control*, vol. 3, pp. 2545–2546, 1997.
- [36] J.-H. Choi, J.-K. Lee, S.-Y. Yang and S.-T. Park, "A robust controller for maximizing braking force despite of the parameter variation," in *Proc. 4th Korea-Russia Int. Symp. Science and Technology KORUS 2000*, vol. 3, pp. 61–65, 2000.
- [37] T.-T. Lee, C.-F. Hsu and S. Lee, "Robust hybrid control for antilock braking systems," in *Proc. IEEE Int Systems, Man and Cybernetics Conf*, vol. 1, pp. 84–89, 2003.
- [38] Y.-E. Mao, Y. Zheng, Y. Jing, G. M. Dimirovski and S. Hang, "An lmi approach to slip ratio control of vehicle antilock braking systems," in *Proc. ACC 2009. American Control Conf*, pp. 3350–3354, 2009.
- [39] R. Chikhi, A. El Hadri and J. C. Cadiou, "Optimal control for anti-braking system," in *Proc. of the 13th IEEE Int. Symp. Control and Automation Mediterrean Conf Intelligent Control*, pp. 581–585, 2005.
- [40] R. Morselli and R. Zanasi, "Self-tuning control strategy for antilock braking systems," in *Proc. American Control Conf*, pp. 5861–5866, 2006.
- [41] S. Armeni and E. Mosca, "ABS with constrained minimum energy control law," in *Proc. IEEE Conf. Control Applications CCA 2003*, vol. 1, pp. 19–24, 2003.

- 
- [42] Z. Xin, L. Yuanyuan and Y. Xiufang, "Study of control logic for automobile anti-lock braking system," in *Proc. Int Intelligent Computation Technology and Automation (ICICTA) Conf*, vol. 1, pp. 493–497, 2008.
- [43] W. K. Lennon and K. M. Passino, "Intelligent control for brake systems," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 7, no. 2, pp. 188–202, 1999.
- [44] R. Zhang, L. Weng, W. Cai and Y. D. Song, "Neuro-adaptive control method for anti-lock braking systems," in *Proc. 7th World Congress Intelligent Control and Automation WCICA 2008*, pp. 2859–2863, 2008.
- [45] A. V. Topalov, E. Kayacan, Y. Oniz and O. Kaynak, "Neuro-fuzzy control of antilock braking system using variable-structure-systems-based learning algorithm," in *Proc. Int. Conf. Adaptive and Intelligent Systems ICAIS 2009*, pp. 166–171, 2009.
- [46] C.-K. Chen and Y.-C. Wang, "Fuzzy control for the anti-lock brake system," in *Proc. Asian Fuzzy Systems Symp. Soft Computing in Intelligent Systems and Information Processing*, pp. 67–72, 1996.
- [47] C.-M. Lin and C.-F. Hsu, "Self-learning fuzzy sliding-mode control for antilock braking systems," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 11, no. 2, pp. 273–278, 2003.
- [48] R. E. Precup, S. Preitl, M. Balas and V. Balas, "Fuzzy controllers for tire slip control in anti-lock braking systems," in *Proc. IEEE Int Fuzzy Systems Conf*, vol. 3, pp. 1317–1322, 2004.
- [49] A. Mirzaei, M. Moallem, B. M. Dehkordi and B. Fahimi, "Design of an optimal fuzzy controller for antilock braking systems," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 55, no. 6, pp. 1725–1730, 2006.
- [50] K. Yang, J. Li, Y. Li, H. Wan, Z. Wang, C. Li and S. Tan, "Simulation of fuzzy PI controller for ABS based on electromechanical brake system," in *Proc. IEEE Int. Conf. Vehicular Electronics and Safety ICVES 2006*, pp. 407–412, 2006.
- [51] J. Davis, L. I. G. V. Puskorius, F. Yuan and L. A. Feldkamp, "Neural network modeling and control of an anti-lock brake system," in *Proc. Intelligent Vehicles 1992 Symp.*, pp. 179–184, 1992.



- 
- [52] F. Yuan, G. V. Puskorius, L. A. Feldkamp and J. Davis, “Neural network control of a four-wheel ABS model,” in *Proc. 37th Midwest Symp. Circuits and Systems*, vol. 2, pp. 1503–1506, 1994.
- [53] C.-M. Lin and C.-F. Hsu, “Neural-network hybrid control for antilock braking systems,” *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 14, no. 2, pp. 351–359, 2003.
- [54] F. Chikhi, A. El Hadri and J. C. Cadiou, “ABS control design based on wheel-slip peak localization,” in *Proc. Fifth Int. Workshop Robot Motion and Control RoMoCo 2005*, pp. 73–77, 2005.
- [55] H. Yu and U. Ozguner, “Extremum-seeking control strategy for ABS system with time delay,” in *Proc. American Control Conf the 2002*, vol. 5, pp. 3753–3758, 2002.
- [56] C. Zhang and R. Ordonez, “Non-gradient extremum seeking control of feedback linearizable systems with application to ABS design,” in *Proc. 45th IEEE Conf. Decision and Control*, pp. 6666–6671, 2006.
- [57] C. Zhang and R. Ordonez, “Numerical optimization-based extremum seeking control with application to ABS design,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 52, no. 3, pp. 454–467, 2007.
- [58] S. B. Choi, “Antilock brake system with a continuous wheel slip control to maximize the braking performance and the ride quality,” *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 16, no. 5, pp. 996–1003, 2008.
- [59] A. Makki and P. Siy, “A robust traction controller design using the theory of variable structure systems,” *Circuits and Systems, 1993, Proceedings of the 36th Midwest Symposium*, vol. 1, pp. 356–359, 1993.
- [60] J. D. Sanchez, A. G. Loukianov, M. I. Galicia, J. Ruiz and J. Rivera, “ABS and active suspension control vi high order sliding modes and linear geometric methods for disturbance rejection,” *Electrical Engineering Computing Science and Automatic Control (CCE), 2011 8th International Conference*, pp. 1–6, 2011.
- [61] S. Drakunov, V. Utkin, S. Zarei and J. Miller, “Sliding mode observers for automotive applications,” in *Proc. IEEE Int Control Applications Conf*, pp. 344–346, 1996.

- 
- [62] D. Mitic, D. Antic, S. Peric, M. Milojkovic and S. Nikolic, “Fuzzy sliding mode control for anti-lock braking systems,” *Applied Computational Intelligence and Informatics (SACI), 2012 7th IEEE International Symposium*, pp. 217–222, 2012.
- [63] Y. Oniz, E. Kayacan and O. Kaynak, “A dynamic method to forecast the wheel slip for antilock braking system and its experimental evaluation,” *IEEE Transactions on systems, Man, and Cybernetics-Part B: Cybernetics*, vol. 39, no. 2, 2009.
- [64] J. Anzures, “Control con modos deslizantes,” *FIE, UMSNH*, pp. 53–113.
- [65] A. Levant, “Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control,” *International Journal of Control*, vol. 58, no. 6, pp. 1247–1263, 1993.
- [66] L. Fridman and A. Levant, “Sliding mode control in engineering,” *Marcel Dekker, Inc, Cg. Higher order sliding modes*, pp. 53–101, 2002.
- [67] J. A. Moreno and M. Osorio, “A lyapunov approach to second-order sliding mode controllers and observers,” *In Proceeding 47th IEEE Conference Decision and Control CDC 2008*, pp. 2856–2861, 2008.
- [68] H. K. Khalil, “Nonlinear systems,” *Prentice Hall, New Jersey, USA*, 1996.
- [69] Kartik B. Ariyur and Miroslav Krstic, “Real-time optimization by extremum-seeking control,” *Wiley-Interscience, Hoboken*, 2003.
- [70] M. Krstic and S. Liu, “Stochastic averaging and stochastic extremum seeking,” *Springer*, 2012.
- [71] D. Nesic, “Extremum seeking control: Convergence analysis,” *International Journal of Control*, vol. 15, pp. 331–344, 2009.

