



UNIVERSIDAD MICHOACANA DE
SAN NICOLÁS DE HIDALGO

FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO

“PRONÓSTICO DE DEMANDA Y PRECIOS DE
ENERGÍA EN UN MERCADO ELÉCTRICO”

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERÍA ELÉCTRICA

PRESENTA

ING. JOSE GILBERTO GUZMAN PEREZ

DIRECTOR DE TESIS

DR. J. JESUS RICO MELGOZA

Doctor en Ciencias en la Especialidad de Sistemas Eléctricos

MORELIA, MICHOACÁN

AGOSTO DEL 2014



Agradecimientos

Agradezco a:

Mis padres Elio Guzmán M. y Ana Pérez C., a mis hermanos Veronica, Francisco, Alejandra y Edwin Guzmán Pérez, a mi abuela Maria Meza, a mi tía Eleuteria Cortéz, a mi esposa Claudia Orozco y a mis hijos Axel y Eliezer Guzmán O., una gran familia, quien incondicionalmente siempre me apoyaron y ayudaron en esta etapa de mi vida.

Al Dr. J. Jesús Rico Melgoza, quien fué mi asesor durante la elaboración de este trabajo, del cual recibí sus mejores consejos y observaciones para finalizar el proyecto de maestría.

A mis compañeros y amigos, Omar Urbina, Daniel Velazquez, Miguel Vargas, Edgar Solorio, Abraham Vieyra, Gabriel Casarrubias, Mayra Herrera y Guillermo Capistrano, pues con ellos obtuve una excelente amistad que conservaré siempre.

Al posgrado de ingeniería eléctrica de la U.M.S.N.H., al personal en general, y sobre todo a los profesores que conforman este posgrado y que en algún momento me llegaron a impartir clases, las cuales me fueron de gran utilidad para mi desarrollo en la maestría.

Finalmente al CONACYT, pues el apoyo económico que me brindó, fué lo suficiente para solventar mis necesidades económicas durante el transcurso de mi posgrado y motivación para concluir mis estudios.

Dedicado a:

- ★ Mis hijos Axel y Eliezer Guzmán
- ★ Mi esposa Claudia Orozco
- ★ Mis Padres Elio Guzmán M. y Ana Pérez C.

Resumen

En la presente tesis, se emplea la técnica de Regresión Lineal Múltiple (RLM) para realizar la predicción de 24 horas adelante de la demanda y precio de electricidad en el mercado eléctrico de Ontario, Canadá. Debido al cambio hacia a un mercado eléctrico, es importante la estimación con anterioridad de estas dos variables dependiendo del tipo de participante en el mercado, cuyas razones son expuestas en este documento.

Para realizar este trabajo, se pronostica la demanda y el precio mediante la estimación de un modelo que recoge la doble estacionalidad (diaria y semanal), presente en estas series, y tales patrones son identificados a través de la función de autocorrelación. Para esto se emplea una gran cantidad de datos en la estimación de los parámetros de los modelos, pues en base a experimentación se obtienen mejores resultados y aplicando una transformación logarítmica a los datos. Además de presentar un buen desempeño, la rapidez con la que se predice y se estima el modelo es en menos de un segundo.

Dado que las series de tiempo de la demanda y precio de la electricidad, muestran un comportamiento no lineal, cuya complejidad hacen imposible representar su evolución adecuadamente y por ende la inexistencia de un modelo matemático. Por tal razón en este trabajo se aproximan tales series de tiempo mediante un modelo lineal sencillo que describa su comportamiento con buena aproximación, para generar predicciones precisas, evaluando estas, por medio del Porcentaje del Error Medio Absoluto (MAPE), utilizado en la mayoría de los trabajos consultados, ya que proporciona la mejor idea en cuanto a la aproximación a los valores reales.

Finalmente se comparan los resultados obtenidos del modelo implementado contra modelos desarrollados (en su mayoría modelos no lineales) junto con los modelos del Operador Independiente del Sistema Eléctrico (IESO) para predecir la demanda y el precio de electricidad en Ontario, con el único propósito de validar el desempeño competitivo del modelo, el cual presentó en ocasiones mejores predicciones, o de igual aproximación.

Palabras clave: Pronóstico, Demanda, Precios, Regresión, MAPE.

Abstract

In this thesis, I use the technique Multiple Linear Regression (MLR) to predict 24 hours ahead of demand and price of electricity in the electricity market in Ontario, Canada. Due to a shift towards electricity market, it is important previously estimation of these two variables depending on the type of market participant, whose reasons are outlined in this document.

To do this work, the demand and price is modeled by estimating a model that includes the double seasonality (daily and weekly) present in this series and that these patterns were identified through the autocorrelation function. This requires a large amount of data is used for estimating model parameters, as based on experimentation best results are obtained by using a large window of data and applying a logarithmic transformation of the data. In addition to presenting a good performance, the speed with which it predicts and estimates the model is almost immediate.

Given that the time series of demand and electricity prices show a nonlinear behavior, whose complexity makes it impossible to adequately represent their evolution and hence the absence of a mathematical model. For this reason in this work such time series are approximated by a simple linear model describing their behavior and predicting with good accuracy, evaluating by traditional Mean Absolute Percentage Error (MAPE), used in most of the works consulted, because it provides the best idea idea as the approximation to the real values.

Finally the results of the model implemented were compared against models developed (by the mostly nonlinear models) with models of Independent Electricity System Operator (IESO) are compared to predict demand and the price of electricity in Ontario, with the sole purpose of validating the competitive performance of the model, which sometimes provided better predictions, or equal accuracy.

Keywords: Forecast, Demand, Prices, Regression, MAPE.

Índice general

Agradecimientos	I
Dedicatoria	III
Resumen	V
Abstract	VII
Índice de figuras	XIII
Índice de tablas	XV
Glosario de términos	XVII
1. Introducción	1
1.1. Introducción	1
1.2. Estado del arte	1
1.2.1. Métodos de predicción a corto plazo de demanda eléctrica	1
1.2.2. Métodos de predicción a corto plazo en precios de energía eléctrica	4
1.3. Hipótesis	6
1.4. Justificación	6
1.5. Objetivos de la tesis	6
1.6. Aportación de la tesis	7
1.7. Estructura de la tesis	7
2. Series de Tiempo	9
2.1. Introducción	9
2.2. Análisis de las series de tiempo	10
2.2.1. Componentes de una serie de tiempo	10
2.2.2. Análisis de la tendencia	11
2.2.3. Análisis de la componente periódica	12
2.2.4. Series de tiempo estacionarias y no estacionarias	13

2.3.	Modelos de series de tiempo	13
2.3.1.	Univariables	13
2.3.2.	Multivariables	16
2.4.	Conclusiones	18
3.	Pronóstico de Demanda Eléctrica	19
3.1.	Introducción	19
3.2.	La demanda eléctrica de Ontario, Canadá	19
3.2.1.	Marco conceptual	19
3.2.2.	Descripción de la demanda eléctrica de Ontario	20
3.3.	Principales características de la demanda eléctrica.	23
3.4.	Factores que afectan el perfil de carga	23
3.5.	Horizontes de predicción de la demanda eléctrica	24
3.6.	Necesidad de pronosticar la demanda eléctrica	24
3.7.	Conclusiones	25
4.	Predicción del Precio de Electricidad	27
4.1.	Introducción	27
4.2.	Precio de electricidad en el mercado eléctrico de Ontario	27
4.3.	Entidades clave en un mercado eléctrico	28
4.4.	Precios básicos en el mercado eléctrico	28
4.5.	Clasificación del pronóstico del precio	29
4.6.	Factores considerados en el pronóstico de precios	30
4.7.	Conclusiones	30
5.	Modelo de Predicción Desarrollado	31
5.1.	Introducción	31
5.2.	Análisis de autocorrelación en las series de tiempo de demanda y precios de electricidad	31
5.3.	Formulación teórica generalizada	34
6.	Resultados de Estudios Realizados	37
6.1.	Introducción	37
6.2.	Metodología aplicada	37
6.2.1.	Datos históricos de las variables.	38
6.2.2.	Análisis de las Series de Tiempo.	38
6.2.3.	Estimación del Modelo.	39
6.2.4.	Evaluación del error de predicción	39
6.3.	Estudios de Pruebas implementadas para el pronóstico de Demanda Eléctrica	41
6.3.1.	Predicciones diarias de demanda eléctrica evaluadas anualmente	41

6.3.2.	Comparación de modelos de predicción aplicados a la demanda eléctrica de Ontario	42
6.3.3.	Evaluación del modelo en diferentes etapas del año	43
6.3.4.	Evaluación y comparación de las predicciones diarias generadas por el MPDE, IESO y el software GMDH Shell LF.	47
6.4.	Estudios de Pruebas desarrolladas para el pronóstico del Precio de Electricidad. . . .	52
6.4.1.	Comparación con modelos de predicción aplicados al precio de electricidad de Ontario	52
6.4.2.	Predicciones diarias del precio de electricidad evaluadas anualmente	56
6.4.3.	Evaluación y comparación de las predicciones diarias generadas por el MPPE y el IESO	56
6.5.	Conclusiones	59
7.	Conclusiones Generales y Trabajos Futuros	61
7.1.	Conclusiones generales	61
7.2.	Trabajos futuros	62
	Bibliografía	63
	Apéndice A. Solución por mínimos cuadrados ordinarios para la regresión lineal múltiple	69
A.1.	Modelo lineal (caso 1)	69
A.1.1.	Estimación de parámetros	70
A.2.	Modelo lineal (caso 2)	71
A.2.1.	Estimación de parámetros	72
	Apéndice B. Valores estimados de demanda y precios de electricidad	73

Índice de figuras

2.1. Componentes característicos de una serie de tiempo.	11
3.1. Curva típica de demanda diaria, en Ontario.	20
3.2. Serie de tiempo de la Demanda Eléctrica de Ontario, Canadá (01/01/1994 - 19/03/2014).	20
3.3. Descomposición de la DE de Ontario en sus componentes principales.	21
3.4. Comportamiento horario, diario y anual de la DE en Ontario, Canadá durante el año 2013	22
3.5. Serie de tiempo de la DE en Ontario, Canadá, durante el año 2013	22
4.1. Serie de tiempo del Precio de Electricidad en el Mercado eléctrico de Ontario. (01/05/2002 - 11/03/2014)	28
4.2. Características de suministro y demanda en función del precio.	29
5.1. Función de autocorrelación de la serie de tiempo de DE	32
5.2. FAC de DE, graficada hasta el retardo $k = 168$	32
5.3. Función de autocorrelación de la serie de tiempo de PE	32
5.4. FAC de PE, graficada hasta el retardo $k = 168$	33
5.5. Relaciones entre horas, días y semanas consecutivas de DE	33
5.6. Relaciones entre horas, días y semanas consecutivas de PE	34
6.1. Diagrama de la metodología aplicada	40
6.2. Respuesta de predicción del MPDE, en relación a la ventana de datos empleada para la estimación del modelo.	41
6.3. Pronósticos de DE en las semanas (1-3)	44
6.4. Pronósticos de DE en las semanas (4-6)	45
6.5. Histogramas de los MAPES diarios generados por el MPDE durante un año de estudio	46
6.6. Histogramas MAPES diarios generados por los modelos en el periodo de estudio (11/01/2014 al 4/)	47
6.7. Pronóstico de DE en las semanas (1-3)	48
6.8. Pronóstico de DE en las semanas (4-6)	49
6.9. Pronóstico de DE en las semanas (7-9)	50

6.10. Pronóstico de DE en las semanas (10-12)	51
6.11. MAPEs semanales de los modelos durante las 12 semanas de estudio.	52
6.12. Predicción del PE producido por el MPPE, en las semanas de estudio (1-3)	54
6.13. Predicción del PE producido por el MPPE, en las semanas de estudio (4-6)	55
6.14. Predicciones del PE en las semanas de estudio (1-3)	57
6.15. Predicciones del PE en las semanas de estudio (1-6)	58

Índice de tablas

3.1. Descripción estadística de la DE	22
6.1. MAPEs anuales y algunos estadísticos arrojados por el MPDE.	42
6.2. Comparación de modelos implementados para la predicción de la DE total de Ontario, Canadá.	43
6.3. MAPEs de las semanas de estudio en el año 2010.	43
6.4. MAPEs Semanales de los modelos para predecir el PE del siguiente día en el mercado eléctrico de Ontario.	52
6.5. MAPE de comparación para 1 año.	56
6.6. MAPEs semanales generados por los MPPE y el PDMPR	56
B.1. Valores reales y estimados de DE en la <i>semana</i> ₁ (11-17 de Enero del 2014)	73
B.3. Valores reales y estimados del PE en la <i>semana</i> ₁ (10-16 de Marzo del 2014)	78

Glosario de términos

α	Constante de suavizamiento
\bar{z}	Media de la serie z_t
β_i	Parametro i-ésimo del modelo de predicción propuesto, para $i = 0, 1, 2$
z_t	Serie de tiempo empleada en los modelos Box-Jenkins
ϵ_t	Término de error o residuo en la hora t
∇	Operador de diferencias
ω_i, j	Coefficientes a ser estimados en el modelo de regresión dinámica
$\phi(L)$	Operador polinomial de retardos de orden p perteneciente a la parte AR de los modelos ARIMA
ϕ_i	Coefficiente i-ésimo del operador polinomial $\phi(L)$
σ_k	Coefficiente de autocorrelación de orden k
$\theta(L)$	Operador polinomial de retardo de orden q perteneciente a la parte MA del modelo ARIMA.
θ_i	Coefficiente i-ésimo del operador polinomial $\theta(L)$
ϵ_k	Error cometido por el modelo de predicción propuesto para el día k
c	Constante empleada en los modelos de regresión dinámica y ARMA
d	Orden de diferenciación
D_s	Orden de diferenciación estacional
L	Operador de retardos
s	Periodo ciclico o estacional
s_t	Estacionalidad

u_t	Tendencia
x	Variable independiente
y	Variable dependiente
Z_k	Vector renglón que contiene a las 24 observaciones de demanda o precios de electricidad del día k
Z_{k-1}	Vector renglón que contiene a las 24 observaciones de demanda o precios de electricidad del día $k - 1$ (día anterior al día k)
Z_{k-7}	Vector renglón que contiene a las 24 observaciones de demanda o precios de electricidad del día $k - 7$ (día k ocurrido en la semana anterior)
DE	Demanda Eléctrica
FT	Función de Transferencia
IESO	Operador Independiente del Sistema Eléctrico (Independent Electricity System Operator)
MAPE	Porcentaje del Error Medio Absoluto (Mean Absolute Percentage Error)
MCO	Mínimos Cuadrados Ordinarios
MCP	Precio de Equilibrio en el Mercado (Market-Clearing Price)
MPDE	Modelo de Predicción aplicado a la Demanda Eléctrica
MPPE	Modelo de Predicción aplicado al Precio de Electricidad
PDMPR	Reporte del Precio en el Mercado generado por el Pre-Despacho (Pre-Dispatch Market Price Report)
PE	Precios de Electricidad
RD	Regresión Dinámica
RLM	Regresión Lineal Múltiple
RNA	Redes Neuronales Artificiales
SSR	Reporte de Estado del Sistema (System Status Report)
ST	Series de Tiempo

CAPÍTULO 1

Introducción

1.1. Introducción

La predicción de eventos futuros siempre ha fascinado al género humano, se puede decir que las técnicas de predicción existen desde que éste existe. Sin embargo, con el paso del tiempo estas técnicas se han ido sofisticando y se han aplicado en distintas áreas, con fines científicos y económicos. Hoy en día, se puede decir que estamos en la era de la tecnología y la información, ya que en la mayoría de las actividades se generan grandes bancos de datos que son almacenados en bases de datos. Gracias a la tecnología estos datos se pueden manejar y usar para sacar algún rendimiento de ellos, ya que debido al gran volumen de información es imposible de analizar e interpretar manualmente [Lora, 2005].

La predicción requiere un estudio detallado de los sucesos pasados y de las relaciones existentes entre ellos, para a partir de ahí, intentar extrapolar un suceso futuro. La búsqueda de la relación existente entre el valor actual de una variable y los valores pasados de la misma, o de otras variables que puedan influir sobre el valor de la primera, constituye una de las bases del desarrollo de modelos de predicción [Jiménez, 2007].

1.2. Estado del arte

En este apartado se realizó una revisión bibliográfica y una breve descripción de los métodos de predicción a corto plazo, tanto de Demanda Eléctrica (DE), como Precios de la Electricidad (PE).

1.2.1. Métodos de predicción a corto plazo de demanda eléctrica

Existe una gran variedad de técnicas estadísticas y de inteligencia artificial que se han desarrollado a través de las últimas décadas para el pronóstico a corto plazo de la DE, entre los que se destacan los siguientes.

Métodos de Regresión. La regresión es una de las técnicas estadísticas más utilizadas. Los métodos de regresión para el pronóstico de carga eléctrica son usualmente usados para modelar la relación entre el consumo de carga y otros factores tales como el clima, tipo de día, y clase de clientes. En [Engle et al., 1992] se presentan modelos de regresión para predecir picos de demanda del siguiente día. Sus modelos incorporan influencias deterministas como las vacaciones, las influencias estocásticas tales como cargas medias, y las influencias exógenas como el clima. En las referencias [Hyde y Hodnett, 1997], [Ruzic et al., 2003], [Haida y Muto, 1994], [Charytoniuk et al., 1998], describen otras aplicaciones de los modelos de regresión para pronóstico de cargas. Se pueden estructurar diferentes tipos de Métodos de Regresión, en general contamos con la regresión simple *y* regresión múltiple. En el análisis de la Regresión Múltiple para el pronóstico de la carga se emplea la técnica de estimación por mínimos cuadrados.

Series de tiempo (ST). Los métodos para el modelado de series de tiempo son desarrollados asumiendo que los datos tienen una estructura interna, tales como la autocorrelación, tendencia o variación estacional. Las series tiempo se han utilizado durante décadas en campos como la economía, procesamiento digital de señales, así como la predicción de carga eléctrica. Los modelos ARMA (Promedio Móvil Autorregresivo) se emplean generalmente para procesos estacionarios mientras que los ARIMA (Promedio Móvil Integrado Autorregresivo). ARMA y ARIMA manejan el tiempo y la carga como parámetros de entrada. En [Barakat et al., 1990] un modelo ARIMA estacional, se emplea para predecir la carga con variaciones estacionales. En [Juberias et al., 1999] se desarrolló un modelo ARIMA para pronosticar la carga en tiempo real, el cual incluye influencias meteorológicas como variables explicativas. [Fan y McDonald, 1994], describen implementaciones de modelos ARIMAX (Promedio Móvil Integrado Autorregresivo con Variables Explicativas) para el pronóstico de carga. Y en [YANG et al., 1996], se aplica el enfoque de programación evolutiva para identificar los parámetros del modelo ARMAX y emplearlo para pronosticar la demanda de carga horaria para un día y una semana adelante.

Redes Neuronales Artificiales (RNA). Las RNA son modelos que han demostrado la capacidad de realizar el ajuste de curvas no lineales. Las salidas de una RNA son algunas funciones matemáticas lineales o no lineales de sus entradas. Existen varios tipos de redes neuronales: la Red Perceptrón Multicapa, Red de Mapas Auto Organizados, etc. [Liu et al., 2006] presentan resultados de predicción de 24 horas adelante de la DE, utilizan la desviación de carga horaria para agrupar horas de carga similares y utilizarlas como variables de entrada en una RNA en conjunto con algoritmos genéticos, aplicado en diferentes casos de estudio durante el año 2005. [Xu y Lai, 2012] introducen una RNA en combinación con la técnica de clustering k-means, para la predecir la DE del día siguiente y obtuvieron resultados para todo el año 2009. [Abu-El-Magd y Findlay, 2003] implementan una RNA en donde las variables de entrada son además de la DE, variables climáticas y son seleccionadas en base a un análisis de correlación. El modelo es fácil y rápido presentando resultados para todo el año 2001 incluyendo vacaciones. Todas las referencias encontradas anteriormente son

modelos de RNA aplicados para la predicción de la DE en Ontario, Canada.

Software GMDH Shell LF. Es un software de predicción, desarrollado por Geos Research Group, que permite a los usuarios pronosticar series de tiempo con una gran facilidad y precisión, basados en modelos de RNA. A diferencia de otras herramientas basadas en redes neuronales, GMDH Shell LF es muy rápido debido al procesamiento en paralelo y una gran optimización de los algoritmos fundamentales.

Este software implementa los más recientes algoritmos matemáticos en esta tarea y ofrece la previsión de carga eléctrica rápida y fiable basándose en los datos históricos proporcionados. El programa crea un conjunto de modelos cada vez más y más complicado en cada nivel. Dichos modelos se aplican a los datos históricos y se calcula un error y una vez que esta ha disminuido cierto porcentaje, el proceso termina para después producir una predicción de calidad. Tal algoritmo de predicción de carga eléctrica permite evitar la creación de modelos excesivamente complicados que absorben recursos de la CPU y no dan predicciones muy exactas. En cambio, los modelos construidos por GMDH Shell, usando el GMDH (Group Method of Data Handling) un algoritmo simple, rápido y preciso exclusivamente en términos de predicción. Para más información a detalle acerca de los algoritmos que implementa este software, diríjase a la página principal del software en [GMDHShell, 2014], donde también existe una versión de prueba gratuita.

Sistemas Expertos. son modelos basados en heurística, que incorpora reglas y procedimientos usados por humanos expertos en el campo de interés dentro de un software que es entonces capaz de realizar pronósticos automáticamente sin asistencia humana. [Ho et al., 1990] propusieron sistemas expertos para predecir la demanda del sistema eléctrico de Taiwan. Los conocimientos de los operadores y las observaciones horarias de cinco años pasados fueron empleados para establecer once tipos de días y además los parámetros del clima fueron considerados. [Rahman y Hazim, 1996] desarrollaron una técnica basada en sistemas expertos. El conocimiento de carga y otros factores que afectan a esta son extraídos y representados en una base de reglas parametrizadas. La técnica fue probada en varios sitios de los E.U.A con errores de pronostico bajos.

Lógica difusa. La lógica difusa puede identificar y aproximar cualquier sistema dinámico (en este caso la carga). Con tal característica, este tipo de sistemas diseñados apropiadamente pueden ser un modelo muy robusto a la hora de pronosticar. [Mori y Kobayashi, 1996] usan un método difuso para desarrollar un modelo de optimización no lineal cuyo objetivo es minimizar los errores del modelo para predecir. [Mori et al., 1999] presentó un modelo de inferencia difusa aplicado a sistemas eléctricos de potencia. El método propuesto proporciona una estructura optima de inferencia difusa que optimiza el número y ubicación de funciones difusas de modo que los errores del modelo son minimizados y es usado para obtener la variable de salida como un nuevo número. [Mastorocostas et al., 1999] aplicó una metodología para donde usa mínimos cuadrados ortogonales para identificación del modelo difuso.

Máquinas de Vectores Soporte (SVMs). Son unas técnicas recientemente investigadas para la solución de problemas de regresión y clasificación. Este enfoque fue originado por [Vapnik, 2000]. En [Mohandes, 2002] se aplicó el método de SVMs para predecir DE a corto plazo. Los autores comparan su desempeño con un método autorregresivo y los resultados son favorables para SVMs. En [Chen et al., 2004] se propuso un modelo SVMs para predecir la DE para un mes y participaron en un concurso organizado por los EUNITE network, y su programa fue el ganador.

Las técnicas de pronóstico a corto plazo tiene una amplia historia, es por tanto, que se analiza un estado del arte muy general en [Gross y Galiana, 1987], que cubre un intervalo que va desde una hora hasta una semana; se analiza su importancia en la programación en línea así como las funciones de seguridad del sistema eléctrico, se estudia la naturaleza de la carga y los diferentes factores que influyen en su comportamiento. Así mismo se presenta una detallada clasificación de los tipos de modelos de carga, además se exponen los aspectos prácticos para el desarrollo y el uso de modelos de pronóstico. En [Taylor et al., 2006] realizan una comparación entre métodos univariados y multivariados para la predicción de demanda eléctrica un día adelante, utilizando series de tiempo horaria de la demanda eléctrica de Rio de Janeiro, Brasil.

1.2.2. Métodos de predicción a corto plazo en precios de energía eléctrica

El primer intento de predicción del precio de energía en el mercado eléctrico fue reportado por [Wang y Ramsay, 1997] donde una RNA se utilizó para predecir el Precio Marginal del Sistema (PMS) en la bolsa de energía de Inglaterra. Subsecuentemente, varios métodos se han reportado en la literatura para predecir el Precio de la Electricidad (PE) a corto plazo.

Entre estos, los métodos basados en inteligencia artificial, de los cuales se pueden encontrar algunos en la referencia [Szkuta et al., 1999], el cual desarrolló una RNA usando datos históricos de demanda y precio energía eléctrica, en donde genera predicciones del precio una hora adelante para el mercado eléctrico de Victorian (Australia). [Guo y Luh, 2003, Zhang et al., 2003, Guo y Luh, 2004, Zhang y Luh, 2005], elaboraron una RNA Perceptrón Multi-Capa (PMC) y otra RNA Función Radial Base (FRB), y las emplearon para predecir el promedio en horas pico (de 7 AM a 11 PM) y horas bajas (de 11 PM a 12 PM) los precios del mercado eléctrico de Nueva Inglaterra. [Mandal et al., 2007] implementó una RNA Recursiva la cual es basada en un enfoque de días similares y es usada para predecir el precio de electricidad del siguiente día. Este método es examinado en el mercado eléctrico PJM, proporcionando predicciones con un error bajo.

[Aggarwal et al., 2008], presenta una Transformada de Wavalet (TW) basada en un modelo de RNA para predecir el PE a corto plazo, en específico 1 día adelante en el mercado eléctrico de Ontario, Canada. Aquí los datos históricos del precio han sido descompuestos en subseries en el dominio wavelet combinadas con otras variables en el dominio del tiempo para formar el ajuste de las variables

de entrada en el modelo para pronóstico. Cabe destacar que el desempeño de este modelo fue comparado con otras técnicas demostrando satisfactoriamente que puede ser usado por participantes en el mercado eléctrico bajo estudio.

Modelos ARIMA univariados. En [Contreras et al., 2003], se proporciona primeramente la metodología ARIMA para predecir el precio de la electricidad del siguiente día en los mercados de California y España. En [Conejo et al., 2005b] se propone una técnica basada en transformada wavelet y modelos ARIMA, donde descomponen la serie histórica de precios usando transformada wavelet en otras series de mejor comportamiento, a las cuales se les ajusta un modelo ARIMA apropiado, y a través de la transformada inversa de wavelet aplicada a las predicciones del ARIMA, se obtiene el comportamiento futuro de la serie del precio y se reportan resultados del mercado eléctrico de España.

En [Crespo Cuaresma et al., 2004] se estudian varios modelos univariados (AR, y ARMA) aplicados a los precios de electricidad horarios, usando datos del mercado Leipzig Power Exchange. Los resultados muestran que cada hora del día modelada por separado presenta mejores predicciones.

Modelos de regresión dinámica (RD) y función de transferencia (FT) multivariados. En [Nogales et al., 2002], proporcionan dos herramientas basadas en el análisis de series de tiempo para la predicción de precios de energía en California y España con una eficiencia muy alta. Estos modelos son la RD y FT, en los cuales usan únicamente como variable explicativa la demanda eléctrica y comparan sus resultados con [Contreras et al., 2003], y muestran que los pronósticos generados por RD y FT son mucho más exactos que los modelos ARIMA. De igual forma en [Nogales y Conejo, 2006] aplicaron una FT y usaron la demanda como variable explicativa, para predecir los precios en el mercado eléctrico de PJM.

Finalmente [Zareipour, 2006], se desarrollaron modelos de predicción del PE, implementando algunos modelos lineales entre los que se encuentran los ARIMA, regresión dinámica (RD) y una función de transferencia (TF), modelos no lineales como una RNA y Multivariate Adaptive Regression Splines (MARS). En esta referencia especifica todos los detalles acerca de los modelos. Aquí se realiza una comparación de todos los modelos empleando como referencia el error denominado MAPE, resultando de esta manera como mejor modelo predictivo la FT. También cabe mencionar que desarrolló predicciones con horizonte de 3 y 24 horas adelante. Además implementa un estudio para observar impacto económico sobre grandes consumidores del Mercado Eléctrico de Ontario, utilizando las predicciones del PE para la planificación de actividades a corto plazo, es decir el estudio radica en ver en cuanto afecta la inexactitud del pronóstico del PE sobre los participantes del mercado.

1.3. Hipótesis

Dado que las series de tiempo de demanda y precios de electricidad son no lineales y en general presentan una periodicidad diaria y semanal, el desarrollo de un modelo lineal capaz de modelar tales periodicidades, es suficiente para generar errores de predicción bajos, al igual que cualquier otro modelo no lineal.

1.4. Justificación

Los mercados eléctricos hacen imprescindible que las empresas de producción y comercialización cuenten con herramientas de ayuda para la elaboración de sus ofertas diarias. La predicción de los precios resulta crítica a la hora de realizar ofertas a mercados diversos. Conocer los precios con anterioridad hace posible que los generadores determinen su estrategia de producción óptima y oferten a precios adecuados, de tal forma que se maximice su beneficio [Vílchez, 2004]. Análogamente, si los consumidores y las comercializadoras conocen los precios pueden planificar su consumo y ofertar en consecuencia, lo que revierte en maximizar su utilidad. Por tanto, las predicciones de precios son fundamentales tanto para los productores como para los consumidores, ya que les permiten maximizar sus beneficios y sus utilidades.

Así mismo va de la mano reducir un el error de pronóstico de carga diaria, puesto que genera ahorros del orden de millones de dólares, por gastos de generación y operación. Por lo tanto, el costo de los errores de pronóstico pueden ser de tal magnitud que muchas investigaciones se han centrado en reducir al mínimo posible el error de pronóstico [Mondragón, 2011]. Esta predicción puede ser desde unos minutos con fines de operación, hasta años con fines de planeación. Los pronósticos de demanda de energía son una parte integral de la planificación de la operación de los sistemas eléctricos de potencia.

No obstante de haberse desarrollado múltiples modelos y probado con éxito, hoy en día no existe un modelo generalizado de aplicación universal de pronóstico, una razón es que para cada caso de estudio se presentan circunstancias y necesidades particulares, lo cual evita desarrollar un modelo generalizado, como lo demuestran los resultados de múltiples trabajos que se presentan en la literatura, los cuales no suelen ser comparables entre sí.

1.5. Objetivos de la tesis

Los objetivos de la presente tesis son:

- Desarrollar un modelo lineal y univariable, basado en el enfoque de las técnicas de *regresión lineal múltiple*, para la predicción de series tiempo reales: demanda y precios de electricidad.

- Aplicar el método de predicción desarrollado a las series de tiempo de demanda y precios de electricidad del Mercado Eléctrico de Ontario.
- Evaluar el error cometido por las predicciones del modelo aplicado.
- Comparar los resultados obtenidos de la aplicación del modelo de predicción desarrollado, con los obtenidos por los modelos aplicados a las mismas series de tiempo bajo estudio.

1.6. Aportación de la tesis

Se presenta una metodología lineal para el pronóstico de demanda y precios de electricidad. Los resultados logrados son comparados, superando en ocasiones a las metodologías reportadas en la literatura y a los algoritmos oficialmente utilizados en el mercado eléctrico bajo estudio.

1.7. Estructura de la tesis

El contenido de esta tesis consta de 6 capítulos, los cuales se encuentran organizados de la siguiente manera:

Capítulo 2. En este capítulo se da una introducción a las series de tiempo pues son el elemento principal para el desarrollo de este trabajo, mencionando algunos conceptos básicos, análisis y modelos lineales empleados para su modelado y predicción.

Capítulo 3. Se comienza por abordar el tema de pronóstico de la demanda eléctrica, detallando las necesidades que se encuentran por predecir la demanda tomando en consideración el horizonte de tiempo a evaluar, se describen las principales características de la demanda eléctrica en general así como los factores que afectan el perfil de carga, además se da una descripción estadística y análisis en concreto de la demanda eléctrica en Ontario, Canadá.

Capítulo 4. Se trata de manera breve los mercados eléctricos, las entidades clave que los componen, siendo para el mercado eléctrico de Ontario el Operador Independiente del Sistema (IESO) del cual se hace mención, también se definen los precios básicos del mercado, de los cuales el principal y empleado en este trabajo es el denominado Precio de Equilibrio del Mercado (MCP), así mismo se resume una clasificación y factores que se consideran en el pronóstico del precio de la electricidad.

Capítulo 5. Se explica la formulación y desarrollo del modelo de predicción aplicado a la demanda y precios de electricidad en Ontario.

Capítulo 6. El modelo propuesto e implementado en este trabajo es aplicado para la obtención de resultados de diferentes pruebas realizadas para la predicción del precio y demanda eléctrica.

Capítulo 7. Finalmente se presentan conclusiones y trabajos futuros.

CAPÍTULO 2

Series de Tiempo

2.1. Introducción

Una *serie de tiempo* (también conocida como serie histórica, cronológica o de tiempo) es un conjunto de valores, correspondientes a una variable, ordenados según el instante en que fueron tomados, y normalmente tomados a intervalos regulares de tiempo [Jiménez, 2007]. Aunque el tiempo es una variable continua, en una serie de tiempo se usan mediciones en periodos equidistantes. Dada esta definición, resulta difícil imaginar algún área científica en la que no aparezcan datos que puedan ser considerados como series temporales. Hoy en día el análisis de colecciones de datos ordenados en el tiempo es fundamental en muchos campos como la ingeniería, la medicina o el mundo de los negocios. Estudiar cómo se ha comportado una variable en el pasado puede ser de gran valor a la hora de predecir su comportamiento futuro. Del mismo modo, determinar qué otros valores han tenido un comportamiento similar puede ayudar a decidir las acciones que se deberán llevar a cabo, bien sea para conservar la evolución actual o bien para modificarla radicalmente.

Evidentemente, aunque el valor futuro de una serie temporal no sea predecible con total exactitud, para que tenga interés su estudio, el resultado tampoco puede ser completamente aleatorio, existiendo alguna regularidad en cuanto a su comportamiento en el tiempo haciendo posible su modelado y, por ende, su predicción. Por tanto, el objetivo final es realizar una estimación de valores futuros de la demanda y el precio en función del comportamiento pasado de la serie [Molinero, 2004]

Los objetivos del análisis de series temporales son diversos, logrando destacar los siguientes:

- **Descripción:** Al momento de graficar los datos se obtienen medidas simples descriptivas de la serie de tiempo a analizar, así como sus principales propiedades y algunas componentes de las series de tiempo.

- **Predicción:** Dada una serie de tiempo, es posible que se desee predecir los valores futuros que la serie puede tomar, a esto se le llama predicción. Dicho en otras palabras, es la estimación de valores futuros de la variable en función del comportamiento pasado de la serie.

- **Simulación:** Se emplea en investigación aplicada, cuando el proceso es muy complejo para ser estudiado de forma analítica.

2.2. Análisis de las series de tiempo

El primer paso, al analizar una serie de tiempo, es presentar un gráfico temporal que indique la evolución de la variable en cuestión a lo largo del tiempo, con el valor de la serie en el eje de ordenadas (y) y en el eje de las abscisas (x) se representan los valores del tiempo. El segundo paso es determinar si la secuencia de valores es completamente aleatoria o se puede encontrar algún patrón regular a lo largo del tiempo. Resulta bastante difícil realizar un análisis de las series de tiempo si no se tienen graficados los datos, pues esto permite tener una visualización mucho más amplia de lo que se está estudiando y es más fácil obtener conclusiones.

2.2.1. Componentes de una serie de tiempo

Las técnicas convencionales del análisis de las series de tiempo consisten principalmente en descomponer la variación existente en la serie, algunos tipos de variación son tendencia, estacionalidad o periodicidad y fluctuaciones irregulares. Estas se conocen también como *componentes de una serie de tiempo*, las cuales son descritas a continuación:

- **Tendencia.** Es la dirección general de la variable en el periodo de observación, es decir, el cambio a largo plazo de la media de la serie. Para determinar claramente si una serie responde a una determinada ley (crecimiento, decrecimiento o estabilidad) se requiere que esta posea un número bastante elevado de muestras.

- **Estacionalidad.** Existen series de tiempo que exhiben variación cíclica en periodos relativamente cortos de tiempo, puede ser diaria, semanal, mensual, etc.; es decir, corresponde a fluctuaciones periódicas de la variable.

- **Fluctuaciones aleatorias.** Después de extraer de la serie la tendencia y variaciones cíclicas, nos quedará una serie de valores residuales, que pueden ser o no totalmente aleatorios. Este tipo de variación corresponde a movimientos erráticos que no siguen un patrón específico y que obedecen a diversas causas.

Es decir utilizando un modelo de descomposición, las series de tiempo a partir de sus componentes principales son dadas por:

$$z_t = f(u_t, s_t, \varepsilon_t) \quad (2.1)$$

donde z_t es la serie de tiempo u_t denota tendencia, s_t estacionalidad y ε_t la componente aleatoria. Además el modelo matemático descrito por la ecuación (2.1) puede ser aditivo donde se asume que las componentes de la serie son independientes o multiplicativo donde se asume que son dependientes

La forma común de representar una serie de tiempo es mediante la suma de sus componentes, como se muestra en la ecuación siguiente.

$$z_t = u_t + s_t + \varepsilon_t \quad (2.2)$$

Como ejemplo ilustrativo, se muestran en la Figura 2.1, una serie de tiempo de DE, y la descomposición en sus diferentes componentes, empleando un modelo aditivo, la cual fué obtenida de la referencia [Mondragón, 2011].

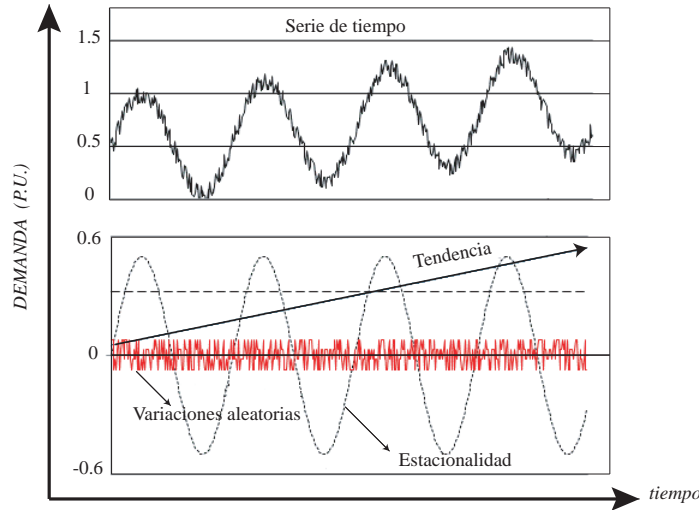


Figura 2.1: Componentes característicos de una serie de tiempo.

2.2.2. Análisis de la tendencia

Una primera idea sobre la presencia de tendencia en la serie la obtendremos en su representación gráfica.

Los medios más utilizados para detectar y eliminar la tendencia de una serie se basan en la aplicación de filtros a los datos. Un filtro no es más que una función matemática que, aplicada a los valores de la serie, produce una nueva serie con unas características determinadas. Algunos de los filtros mas comunes para extraer la tendencia son:

- Promedio móvil

$$u_i = \frac{1}{M} \sum_{j=0}^{M-1} z_{i+j} \quad (2.3)$$

donde z_{i+j} es la señal de entrada, u_i es la señal de salida suavizada o tendencia estimada y M es el número de puntos en el promedio. Al utilizar este filtro se obtiene otra señal o serie de menor longitud y está dada por $l - M + 1$, donde l es la longitud o número de elementos de la serie original.

- Promedio móvil exponencial

$$u_i = u_{i-1}(1 - \alpha) + \alpha z_i \quad (2.4)$$

donde u_i es la señal suavizada, z_i es la señal observada o de entrada y α es una constante de suavizamiento y es típicamente un número que se encuentra entre 0 y 1. Con este filtro se obtiene una nueva serie de igual longitud que la observada.

Una clase de filtro, que es particularmente útil para eliminar la tendencia, se basa en aplicar diferencias a una serie de tiempo (z_t) hasta convertirla en estacionaria. Cuando una serie tiene tendencia es preciso quitarla mediante una diferencia regular. Una diferencia regular le resta a cada elemento de la serie la observación anterior:

$$\nabla z_t = (1 - L) z_t = z_t - z_{t-1} \quad (2.5)$$

donde ∇ es el operador de diferencias y L el operador de retardos que retrasa una posición la observación.

2.2.3. Análisis de la componente periódica

Para analizar la estacionalidad de una serie se introduce un concepto de gran interés en el análisis de series tiempo: la *función de autocorrelación* [Molinero, 2004]. La función de autocorrelación mide la correlación entre los valores de la serie distanciados un lapso de tiempo k . Dada una secuencia tiempo de N observaciones $z_1 \dots z_N$, se pueden formar $N - 1$ parejas de observaciones contiguas (z_1, z_2) , (z_2, z_3) , ... (z_{N-1}, z_N) y calcular el coeficiente de correlación. A este coeficiente se le denomina coeficiente de autocorrelación de orden 1 y se denota como r_1 . Análogamente se pueden formar parejas con puntos separados por una distancia 2, es decir (z_1, z_3) , (z_2, z_4) , etc. y calcular el nuevo coeficiente de autocorrelación de orden 2. De forma general, si se forman parejas con puntos separados una distancia k , se calcula el coeficiente de autocorrelación de orden k y su expresión matemática se da en la ecuación:

$$\rho_k = \frac{\sum_{t=1}^{N-k} (z_t - \bar{z})(z_{t+k} - \bar{z})}{\sum_{t=1}^N (z_t - \bar{z})^2} \quad (2.6)$$

La función de autocorrelación es el conjunto de coeficientes de autocorrelación r_k desde 1 hasta un máximo que no puede exceder la mitad de los valores observados, y es de gran importancia para estudiar la estacionalidad de la serie, ya que si esta existe, los valores separados entre sí por intervalos iguales al periodo estacional deben estar correlacionados de alguna forma. Es decir que el coeficiente de autocorrelación para un retardo igual al periodo estacional debe ser significativamente diferente de 0.

Si la pauta estacional es constante y con período s , en general aplicando el operador como filtro:

$$(1 - L^s) z_t = z_t - z_{t-s} \quad (2.7)$$

Existe estacionalidad en los datos cuando los datos que componen la serie presentan un comportamiento cíclico o periódico [Vílchez, 2004].

2.2.4. Series de tiempo estacionarias y no estacionarias

Una serie de tiempo es *estacionaria* si no hay cambios sistemáticos en ella, es decir, no hay tendencia; dicho en otras palabras, la media y la variabilidad se mantienen constantes a lo largo del tiempo. Análogamente, una serie es no estacionaria si la media y/o variabilidad cambian a lo largo del tiempo.

Las series *no estacionarias* pueden mostrar cambios en la varianza, exhibir tendencia (la media crece o disminuye a lo largo del tiempo), y además presentar efectos estacionales.

Una serie de tiempo estacionaria presenta ventajas de análisis sobre la no estacionaria, por ejemplo las predicciones resultan más fáciles de obtener.

2.3. Modelos de series de tiempo

El término modelo, es ampliamente utilizado en los ámbitos científicos y de ingeniería, y se refiere a la forma de representar un proceso o sistema físico complejo por medio de la abstracción; así el modelo se convierte en una forma de experimentar con la realidad; por lo que es posible repetir un experimento las veces que sea necesario, situación que con objetos reales, resultaría económicamente prohibitivo, a estos modelos normalmente se les conoce como simulación [Alfares y Nazeeruddin, 2002].

Se puede generalizar una clasificación de los modelos de series de tiempo lineales en:

- **Modelos univariantes**, los cuales emplean únicamente la serie de tiempo de la variable a predecir.
- **Modelos multivariantes**, que emplean además de la serie de tiempo bajo estudio, series de tiempo que podrían influenciar en la predicción de la variable.

2.3.1. Univariantes

Los modelos de predicción lineales univariantes son aquellos que intentan modelar el comportamiento de una serie temporal mediante una función lineal y además en función de la propia variable. Entre estos modelos se destacan los modelos AR, MA, ARMA, ARIMA y SARIMA. Estos modelos son una clase de procesos estocásticos y tienen una metodología común, cuya aplicación al análisis de series temporales se explica detalladamente en [Box et al., 1994].

2.3.1.2 Proceso Autorregresivo AR(p)

Un proceso autorregresivo de orden (p), puede ser escrito como:

- **Modelo AR(p)**

$$z_t = \phi_1 z_{t-1} + \phi_2 z_{t-2} + \cdots + \phi_p z_{t-p} + \varepsilon_t \quad (2.8)$$

Es decir, se escribe z_t en función de los valores pasados de la propia serie, e incluimos en la expresión un término de perturbación o error ε_t , que se supone se comporta como ruido blanco. La ecuación (2.8) puede escribirse de forma abreviada como indica la ecuación (2.9), donde $\phi(L)$ se conoce como el operador polinomial de retardos de orden p , cuya equivalencia viene expresada en la ecuación (2.10).

$$\phi(L) z_t = \varepsilon_t \quad (2.9)$$

$$\phi(L) = (1 - \phi_1 L - \cdots - \phi_p L^p) \quad (2.10)$$

El operador retardo, L , aplicado al valor de una variable z_t , determina el valor de dicha variable un periodo antes, como muestra la ecuación (2.11); aplicando p veces L a la variable z_t se obtiene el valor de dicha variable p periodos antes, como muestra la ecuación (2.12).

$$L z_t = z_{t-1} \quad (2.11)$$

$$L^p z_t = z_{t-p} \quad (2.12)$$

2.3.1.3 Proceso de Medias Móviles MA(q)

Se define un modelo MA de orden (q), también escrito MA(q), como

- **Modelo MA(q)**

$$z_t = \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} \cdots + \theta_k \varepsilon_{t-k} + \cdots + \theta_q \varepsilon_{t-q} + \varepsilon_t \quad (2.13)$$

Es decir un modelo de media móvil es aquel en que el valor de la variable z_t para un instante t está en función de un término independiente ε_t y de una sucesión ponderada de errores correspondientes a los k instantes precedentes ε_{t-k} . El modelo MA(q), se puede expresar de forma compacta en la ecuación (2.15), en función del operador polinomial de retardo de orden q , el cual es expresado en la siguiente ecuación:

$$\theta(L) = (1 + \theta_1 L + \cdots + \theta_q L^q) \quad (2.14)$$

$$z_t = \theta(L) \varepsilon_t \quad (2.15)$$

2.3.1.4 Proceso ARMA(p, q)

El proceso ARMA(p, q), combina las características de los modelos AR(p) y MA(q). Se denotan valores secuenciados igualmente de un proceso estocástico z por z_t, z_{t-1}, \dots . Para un modelo ARMA(p, q), este proceso es expresado en [Box et al., 1994] como:

■ Modelo ARMA(p, q)

$$z_t = c + \sum_{i=1}^p \phi_i z_{t-i} + \varepsilon_t + \sum_{j=1}^q \theta_j \varepsilon_{t-j} \quad (2.16)$$

donde c, ϕ_i y θ_j son los parámetros a estimar del modelo, y ε_t se asume ser una variable aleatoria normal independiente e idénticamente distribuida con media cero y varianza constante $N(0, \sigma^2)$. Usando el operador de retardo L i.e., $L z_t = z_{t-1}$, el modelo de la ecuación (2.16) puede ser representado como:

$$\begin{aligned} (1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 - \dots - \phi_p L^p) z_t &= (1 - \theta_1 L - \theta_2 L^2 - \dots - \theta_q L^q) \varepsilon_t \\ \phi(L) z_t &= \theta(L) \varepsilon_t \end{aligned} \quad (2.17)$$

donde $\phi(L) = 1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 - \dots - \phi_p L^p$ es el operador autorregresivo AR(p), y $\theta(L) = 1 - \theta_1 L - \theta_2 L^2 - \dots - \theta_q L^q$ es el operador MA(q).

■ Modelo ARIMA(p, d, q)

La condición de serie estacionaria requiere estabilidad en la media y la varianza; sin embargo en la vida real los procesos no satisfacen estos requerimientos. Un proceso no estacionario en varianza es tratado por las transformaciones de Box-Cox, las cuales son definidas como $v_t = (z_t^\lambda - 1)/\lambda$ para $\lambda \neq 0 \in \mathbb{R}$. Para un modelo dado, el valor óptimo de λ se encuentra mediante la minimización de la suma del error cuadrático del modelo. En caso de que λ se encuentre cercano o igual cero, se utiliza una transformación con el logaritmo natural $v_t = \ln(z_t)$ es usado en [Box et al., 1994].

Si el proceso no estacionario es el resultado de una media variable, el proceso puede ser diferenciado mediante $v_t = (1 - L)^d z_t$, ajustando el orden de diferenciación $d = 1$ o $d = 2$, empleados comúnmente para inducir a una media constante, el modelo ARMA(p, q) para el proceso diferenciado v es referido como un modelo ARIMA(p, d, q) para el proceso z .

Un modelo ARIMA(p, d, q) responde a la siguiente ecuación:

$$\phi_p(L) \nabla^d z_t = c + \theta_q(L) \varepsilon_t \quad (2.18)$$

donde ∇^d es el operador de diferencias de orden d , definido en general como:

$$\nabla^d z_t = (1 - L)^d z_t = z_t - z_{t-d} \quad (2.19)$$

En un modelo ARIMA, una vez establecido el número de diferencias necesarias para convertir la serie temporal en estacionaria, d , los parámetros de los términos auto-regresivo y de media móvil se estiman por procedimientos de mínimos cuadrados no lineales.

■ **Modelo SARIMA**(p, d, q)(P, D, Q)

Aún cuando la tendencia fué eliminada y existe en la serie la presencia de estacionalidad, para esto, en la ecuación (2.20) se incluyen unos nuevos términos para representar ese comportamiento estacional, siendo el índice de estacionalidad, s , el periodo estacional, que es múltiplo del que existe en observaciones sucesivas de la variable en la serie temporal z_t .

$$\phi_p(L) \Phi_p(L^s) \nabla^{Ds} \nabla^d z_t = c + \theta_q(L) \Theta_q(L^s) \varepsilon_t \quad (2.20)$$

donde $\nabla^{Ds} = (1 - L^s)^{Ds}$; $\Phi_p(L^s) = 1 - \Phi_1 L^s - \dots - \Phi_p L^{ps}$; $\Theta_q(L^s) = 1 - \Theta_1 L^s - \dots - \Theta_q L^{qs}$

2.3.2. Multivariables

En estos modelos se analiza varias series de tiempo pues suponemos que hay cierta dependencia o relación entre los pasados de las diversas series y además reflejan la relación dinámica entre tales series de tiempo.

2.3.2.1 Modelo de regresión dinámica

La relación entre una variable dependiente y y un ajuste de variables explicativas $x_i, i = 1, 2, \dots, n$ en el tiempo t puede ser expresada por una constante c , un término de función transferencia f , y un término de disturbio N_t , como sigue:

$$y_t = c + f(x_{1,t}, \dots, x_{n,t}) + N_t \quad (2.21)$$

En los modelos de regresión lineal ordinaria (RLO), f en la ecuación (2.21) es una función lineal de variables explicativas $x_i, i = 1, 2, \dots, n$ y el término de disturbio una variable aleatoria independiente.

$$y_t = c + \omega_1 x_{1,t} + \omega_2 x_{2,t} + \dots + \omega_n x_{n,t} + \varepsilon_t = c + \sum_{i=1}^n \omega_i x_{i,t} + \varepsilon_t \quad (2.22)$$

donde ω_i son los coeficientes a ser estimados. Si el valor actual de la variable dependiente es afectado por los r_i valores pasados de la i -ésima variable explicativa, en adición al valor actual de la variable explicativa, entonces el modelo de RLO puede ser representado como:

$$y_t = c + (\omega_{1,0}x_{1,t} + \omega_{1,1}x_{1,t-1} + \dots + \omega_{1,r_1}x_{1,t-r_1}) + (\omega_{2,0}x_{2,t} + \omega_{2,1}x_{2,t-1} + \dots + \omega_{2,r_2}x_{2,t-r_2}) + \dots + \quad (2.23)$$

$$(\omega_{n,0}x_{n,t} + \omega_{n,1}x_{n,t-1} + \dots + \omega_{n,r_n}x_{n,t-r_n}) + \varepsilon_t \quad (2.24)$$

donde $\omega_{i,j}$ corresponde a los coeficientes a ser estimados para x_i en el retardo j . Usando el operador de retardo L , el modelo es representado en [Zareipour, 2006] como:

$$y_t = c + \sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^{r_i} \omega_{i,j} L^j x_{i,t} + \varepsilon_t \quad (2.25)$$

Ademas es posible incluir p valores pasados de la variable dependiente en este modelo como variables explicativas de la siguiente forma:

$$y_t = c + (\phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p}) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^{r_i} \omega_{i,j} L^j x_{i,t} + \varepsilon_t \quad (2.26)$$

donde los ϕ_i son los parámetros a estimarse del modelo. Mediante la aplicación del operador de retardo sobre la variable dependiente y , el modelo descrito por la ecuación (2.26) puede ser representado como:

$$\phi(L) y_t = c + \sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^{r_i} \omega_{i,j} L^j x_{i,t} + \varepsilon_t \quad (2.27)$$

donde $\phi(L)$ es definido en la ecuación (2.17). Los modelos de las ecuaciones (2.26) y (2.27) son referidos como una regresión dinámica (RD) en [Conejo et al., 2005a, Nogales et al., 2002] o como un modelo dinámico autorregresivo en [Mills, 1991].

2.3.2.2 Modelos de regresión lineal múltiple

Suponiendo que una variable observable y depende de r variables explicativas x_1, \dots, x_r (caso de la regresión múltiple), Entonces se tendrá n observaciones de y , que en muchas situaciones aplicadas, se ajustan a un modelo lineal [Mazengia y Tuan, 2008]:

$$y_i = \beta_0 + x_{i1}\beta_1 + \dots + x_{ir}\beta_r + e_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (2.28)$$

donde y_i es la i -ésima observación de la variable y , $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_r$, son los coeficientes a estimar del modelo, x_{i1}, \dots, x_{ir} , son las i -ésimas observaciones de las r variables explicativas y e_i es el error del modelo ajustado para la i -ésima observación de la variable independiente j .

2.3.2.3 Modelo función de transferencia

Una forma más general de representar la relación de entre la variable dependiente y y las variables independientes x_i , puede ser definido como el término de una función transferencia (FT) racional y un término de disturbio N_t dado en [Box et al., 1994] y [Zareipour, 2006].

$$y_t = c + \sum_{i=1}^n \frac{\omega_i(L) L^{b_i}}{\delta_i(L)} x_{i,t} + N_t \quad (2.29)$$

donde $\omega_i(L) = \sum_{j=0}^{r_i} \omega_{i,j} L^j$; $\delta_i(L) = 1 - \sum_{k=1}^{k_i} \delta_{i,k} L^k$; k_i es el orden del polinomio $\delta_i(L)$; b_i es referido como el tiempo de retardo para la variable x_i ; el término de disturbio N_t es expresado por un modelo ARMA, i.e., $N_t = \theta(L)/\phi(L)$; donde los operadores de retardo $\theta(L)$ y $\phi(L)$ son definidos en la ecuación (2.17). Por lo tanto a la ecuación (2.29) es conocida como modelo función de transferencia.

2.4. Conclusiones

En este capítulo, se ha tratado el tema de series de tiempo, las cuales hoy en día, son de gran interés en cualquier ámbito, pues con el avance de la tecnología, muy pocas variables no logran ser medidas y observadas en el tiempo, con la finalidad de analizarlas y conocer a futuro su comportamiento. Una vez contando con alguna serie de observaciones de una variable, se puede realizar un extenso análisis de esta, como descomponer a la serie en sus diferentes componentes (tendencia, estacionalidad, variaciones aleatorias) como se menciona en este tema, ayudando a explicar si no es del todo completo, un poco el como se comporta alguna variable, como por ejemplo, variables de naturaleza estocástica, como el viento, se consideraban en tiempos pasados, una variable totalmente inexplicable. Con la introducción de series de tiempo, este concepto ha cambiado, ya que bajo algunos patrones internos de la misma variable, o incluso fuertes relaciones con alguna otra, se han desarrollado modelos de predicción bastante precisos, a la hora de proyectar a futuro, los valores de cierta variable. Esto ha llevado a generar varios modelos de predicción alrededor una sola variable, con el único objetivo de precisar más aún, sus futuros valores.

CAPÍTULO 3

Pronóstico de Demanda Eléctrica

3.1. Introducción

La precisión de modelos para el pronóstico de DE son esenciales para la operación y planeación de los sistemas eléctricos. La predicción de carga ayuda a una empresa eléctrica a tomar decisiones importantes, incluyendo las decisiones sobre la compra y generación de energía eléctrica, y el desarrollo de infraestructura. El pronóstico de la demanda de energía eléctrica, no es una tarea fácil. Un buen analista debe contar con elementos que le permitan conocer el comportamiento del sistema eléctrico, además del conocimiento de las variables independientes que influyen directa o indirectamente en el comportamiento de la demanda [Sancho, 2004]. Los modelos de series de tiempo cuentan con el potencial para realizar este tipo de análisis, ya que en la mayoría de estos modelos, se incluyen patrones regulares presentes en las series de tiempo que ayudan a predecir el comportamiento futuro de la demanda eléctrica y los precios de electricidad.

3.2. La demanda eléctrica de Ontario, Canadá

3.2.1. Marco conceptual

La *demanda eléctrica* es definida en este trabajo, como la potencia demanda en cada hora del día por la carga conectada al sistema eléctrico. A continuación se presentan algunos conceptos básicos sobre la demanda eléctrica:

- Curva de demanda diaria: Conocida también como gráfico de cargas de un sistema consumidor, representa las potencias activas, siendo posible identificar algunas cantidades características. La gráfica de la Figura 3.1 representa la curva de demanda diaria en Ontario.
- Mínima demanda diaria : P_{Dmin} ; Valor mínimo de demanda a través del día.
- Demanda pico: P_{Dmax} ; Demanda máxima diaria en el sistema. En general se presenta una sola vez al día.
- Demanda media: P_{Dmed} ; Es el valor promedio del consumo diario.

- Energía diaria: A_d ; Es la energía total demandada a lo largo del día.

$$A_d = \sum P_{dt} \quad (3.1)$$

donde P_{dt} es la energía de tiempo demandada en una unidad de tiempo predeterminada y que en este análisis es una hora.

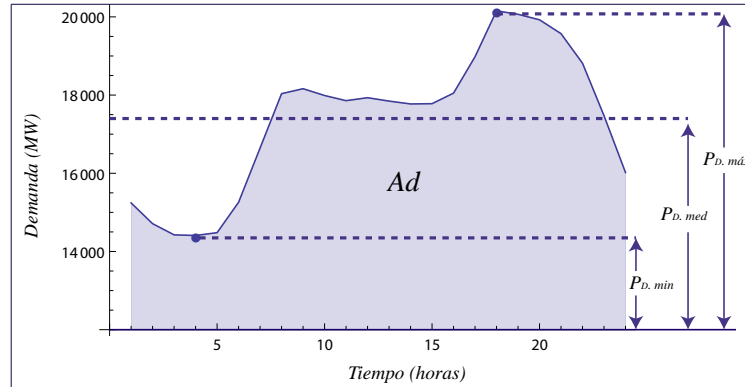


Figura 3.1: Curva típica de demanda diaria, en Ontario.

3.2.2. Descripción de la demanda eléctrica de Ontario

La DE en Ontario, ha ido evolucionando a través de los años modificando su comportamiento debido a diversos factores involucrados. En esta sección se expone una serie de gráficos y estadísticos de esta variable.

Comenzaremos mostrando en la Figura 3.2 la serie de tiempo de esta variable desde Enero de 1994 a Marzo del 2014, obteniendo sus datos históricos disponibles en la página web dada en la referencia [IESO, 2014].

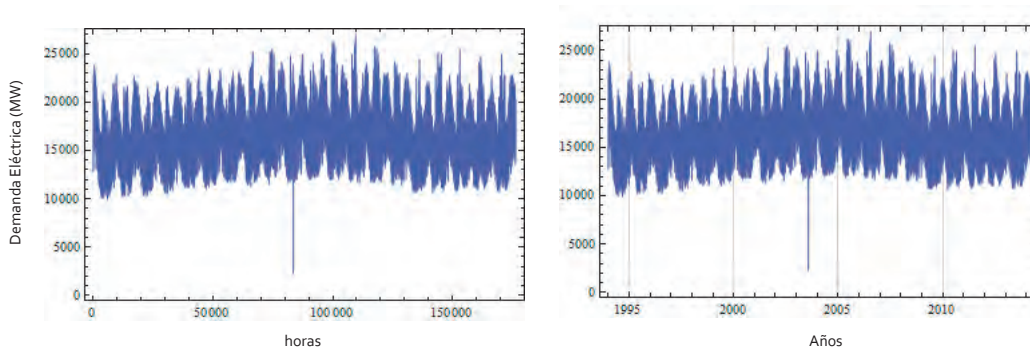


Figura 3.2: Serie de tiempo de la Demanda Eléctrica de Ontario, Canadá (01/01/1994 - 19/03/2014).

Al observar la serie de tiempo se logra ver ligeramente una tendencia a largo plazo lo que nos conlleva a que su media y su varianza han ido cambiando a través del tiempo. Se puede constatar lo anterior mencionado visualizando la descomposición de la DE en su componente de tendencia a largo plazo y

su componente estacional, en la Figura 3.3. Además cabe mencionar que la extracción de tendencia de la DE se obtuvo mediante el filtrado con un *promedio móvil exponencial* y con un $\alpha = 0.0001$, y la componente estacional se obtiene eliminando la tendencia estimada a la serie observada $s_t = z_t - u_t$, se considera que la componente irregular no se encuentra en gran medida.

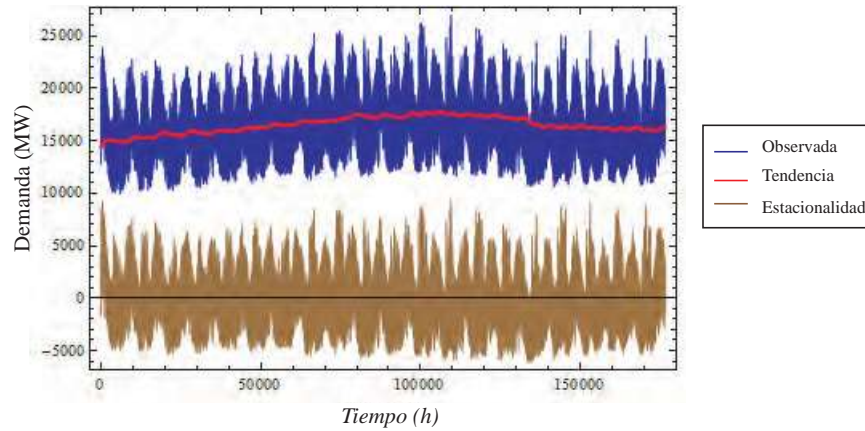


Figura 3.3: Descomposición de la DE de Ontario en sus componentes principales.

También se logra ver inmediatamente la presencia de algún o algunos valores extremos (valores fuera de lo normal) en la Figura 3.5, los cuales son llamados en la literatura como valores atípicos. Estos valores extremos, quizás fueron generados por algún apagón en el sistema, o alguna otra causa, la cual no fué investigada. Los valores atípicos afectan en gran medida el desempeño del modelo, dicho por experiencia propia, por tal razón se procede a eliminarlos de la serie o simplemente realizar algún tipo de sustitución sencilla como el caso de algún promedio, como se procedió en este caso. Se determinó en concreto sustituirlos por el promedio horario de 2 días anteriores y con la finalidad de no eliminar datos de la serie, se formula en la ecuación (3.2) para cada una de las 24 horas del día atípico:

$$h_{i,d} = \frac{h_{i,d_1} + h_{i,d_2}}{2} \quad \forall i = 1, \dots, 24 \quad (3.2)$$

donde $h_{i,d}$ denota la hora i del día d a corregir, h_{i,d_1} y h_{i,d_2} son cada una de las horas de los días empleados en el promedio.

También se muestra en las Figuras 3.4 y 3.5, el comportamiento horario, diario y anual de la DE en Ontario del año 2013. En general la DE presenta, demandas pico en la época de verano (junio, julio agosto y septiembre) y demandas altas en la época de invierno (diciembre, enero, febrero y marzo), así como demandas bajas en las épocas de primavera (abril, mayo) y otoño.

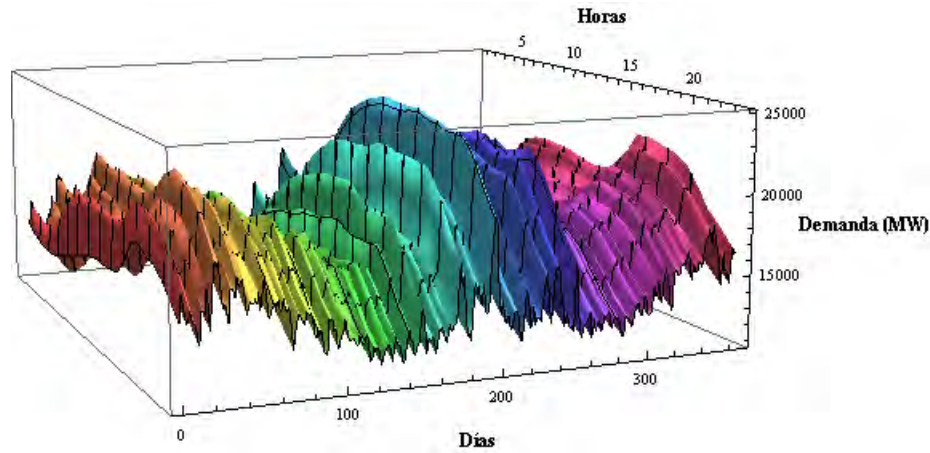


Figura 3.4: Comportamiento horario, diario y anual de la DE en Ontario, Canadá durante el año 2013

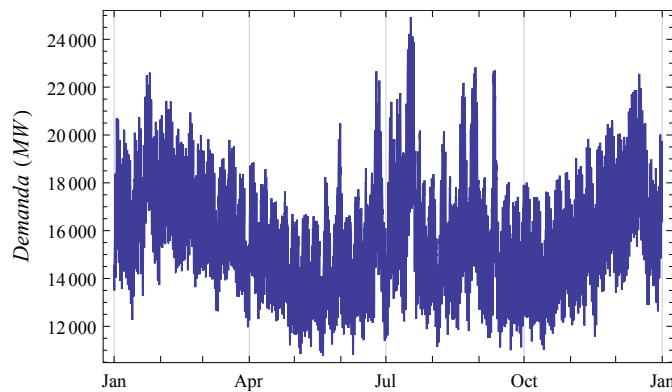


Figura 3.5: Serie de tiempo de la DE en Ontario, Canadá, durante el año 2013

Finalmente exponemos una tabla estadística que nos describe el comportamiento de la DE a través de los años.

Tabla 3.1: Descripción estadística de la DE

<i>Año</i>	<i>Energía Total (TWh)</i>	<i>Incremento sobre el año previo (%)</i>	<i>Demanda Máxima (MW)</i>	<i>Demanda Mínima (MW)</i>	<i>Demanda Promedio (MW)</i>	<i>Desviación estándar</i>
2013	140.7	-0.42	24927	10765	16065.8	2397.41
2012	141.3	-0.14	24636	10998	16084.7	2408.9
2011	141.5	-0.49	25450	10799	16149.6	2451.39
2010	142.2	2.22	25075	10618	16232.3	2602.93
2009	139.1	-6.39	24380	10678	15886.5	2513.42
2008	148.6	-2.36	24195	11450	16925.8	2443.55
2007	152.2	0.79	25737	11699	17375.1	2637.34
2006	151	-3.8	27005	11621	17243.6	2557.41
2005	157	2.34	26160	11950	17919.1	2744.78
2004	153.4	0.92	24979	11983	17467.8	2528.46
2003	152	-0.65	24753	11604	17352.9	2569.19
2002	153	4.08	25414	11537	17508.4	2515.36
2001	147	0	25239	11294	17088.7	2486.95
2000	147		23301	11726	16795.5	2319.68

Promedio Sean z_1, z_2, \dots, z_n , n observaciones muestrales, se define promedio de estas observaciones al valor dado por:

$$\bar{z} = \frac{z_1 + \dots + z_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i \quad (3.3)$$

Desviación estándar Es la raíz cuadrada de la varianza. A su vez, la varianza equivale al promedio de las desviaciones o diferencias cuadráticas de cada valor de una serie con respecto al promedio de dicha serie.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})^2}{n - 1}} \quad (3.4)$$

3.3. Principales características de la demanda eléctrica.

La demanda eléctrica es muy variable a lo largo de los minutos, horas del día y de los años. Esta característica aporta una incertidumbre al sistema eléctrico que afecta de forma significativa el costo final de suministro de electricidad [Red de España, 1998].

1. La demanda eléctrica coincide estrictamente en el tiempo con su consumo

La energía eléctrica no se puede almacenar en grandes cantidades. Por ello, el consumidor eléctrico sólo demanda en el mismo momento en que consume.

2. El sistema eléctrico suministra en cada momento toda la energía que demandan sus clientes

Tampoco el suministrador eléctrico almacena energía eléctrica; debe tener siempre las máquinas de generación y la red dispuestas para aportar la misma electricidad que se está demandando en el sistema en cada momento.

3. Importancia del perfil horario de la energía

Por ello, para la adecuada gestión del sistema eléctrico, las características más relevantes de cada consumidor son, además de la energía total que consume, sus pautas horarias de consumo o curva de carga horaria y los valores de consumo que alcanza en los periodos de máxima energía demandada del sistema.

3.4. Factores que afectan el perfil de carga

En general la carga depende del tipo de población, actividades económicas principales, tipo de clima dominante, determinado por la ubicación geográfica [Mondragón, 2011]. A medida que el número y tamaño de los consumidores, aumenta, los perfiles de carga se suavizan, sin embargo en la

mayoría de las veces, se requiere conocer la demanda total de un área específica, con esto se disminuye el número de factores a ser considerados, dentro de los que destacan:

- A corto plazo, las condiciones climáticas generan variaciones rápidas en la demanda horaria, principalmente las condiciones de temperatura, velocidad del viento, nivel de nubosidad y la humedad, tienen influencia importante.
- A plazo largo, los factores demográficos y económicos juegan un papel fundamental en la evolución de la demanda a corto plazo.

3.5. Horizontes de predicción de la demanda eléctrica

Los pronósticos de demanda de energía son una parte integral de la planificación de la operación de los sistemas eléctricos de potencia. Dependiendo del período a planificar, los pronósticos se pueden dividir en cuatro horizontes: plazo largo, mediano plazo, corto plazo y muy corto plazo [Romero, 2012].

- **Plazo largo.** El pronóstico de demanda de energía de plazo largo tiene un horizonte de previsión de cinco a veinte años. Tienen un papel importante para prever la necesidad de programar la construcción de nuevas centrales de generación de energía eléctrica, expansión del sistema de transmisión de energía y determinar políticas de regulación de precios.

- **Mediano plazo.** El pronóstico de demanda de energía de mediano plazo tiene un horizonte que puede comprender semanas, meses e incluso hasta cinco años. Este es necesario para planificar las compras de combustibles, realizar programas de mantenimientos mayores a las unidades de generación, coordinar contratos de compra/venta de energía y realizar evaluaciones de ingresos.

- **Corto plazo.** El pronóstico de corto plazo tiene un horizonte de horas, días e incluso unas pocas semanas. Se utiliza para la programación del despacho económico de las unidades de generación, realizar análisis de seguridad, calidad y para la programación de mantenimientos menores de las unidades generadoras.

- **Muy corto plazo.** Existe también el pronóstico de muy corto plazo tiene un horizonte de unos pocos minutos hasta unas pocas horas. Se emplean para la operación y control del sistema en tiempo real y para la evaluación de la seguridad operativa.

3.6. Necesidad de pronósticar la demanda eléctrica

Dependiendo del tipo de agente del mercado, la predicción de la demanda se justifica por las razones enunciadas a continuación.

1. Para los generadores [Rueda et al., 2011]: El pronóstico de demanda en el *corto plazo* permite definir la cantidad de energía a generar (ofertar) para el día siguiente, programar la operación de

unidades y fijar el precio de oferta de la electricidad en el mercado. En el *mediano plazo* es un insumo fundamental para la definición de planes de mercadeo y ventas en contratos, y análisis de la evolución del mercado. En el *largo plazo*, permite detectar los periodos para los cuales existen excesos y faltantes de capacidad de generación con el fin de planificar las inversiones en la expansión del sistema de generación y adoptar medidas de conservación de la energía.

2. Para los distribuidores y transmisores [Hurtado y Aguado, 2005, Valencia et al., 2007] : En el *corto plazo*, permite realizar el monitoreo del comportamiento de la red con el fin de identificar puntos críticos que en el futuro pueden llevar a grandes fallas. Se utiliza en el *mediano plazo* para el planeamiento de los mantenimientos del sistema. Es un insumo fundamental para definir el programa de expansión del sistema de transmisión en el largo plazo.

3. Para los comercializadores [Hurtado y Aguado, 2005]: En el *mediano y largo plazo*, es un insumo fundamental para el análisis del comportamiento del mercado y la definición de los planes estratégicos y operativos para la comercialización de la electricidad.

4. Para el operador del mercado [Valencia et al., 2007]: En el *corto plazo* es un insumo fundamental para la programación y operación de las unidades de generación, minimizando los ajustes del programa de operación en tiempo real, con el fin de evitar los sobre-costos en la producción de la electricidad.

3.7. Conclusiones

En el presente capítulo, se habla acerca de la suma importancia que tienen los distintos tipos de agentes participantes en un mercado eléctrico, o de quienes conforman un sistema eléctrico de potencia, al realizar el pronóstico de demanda eléctrica, pues en base a estas predicciones se desarrollan diferentes operaciones, de las que podemos destacar el despacho económico de las unidades de generación, para satisfacer la demanda en un sistema eléctrico. Es así que al momento de realizar la predicción de la demanda eléctrica, en general, se deben considerar distintos factores externos que ayuden a explicar el comportamiento de esta variable, de los cuales resulta en ocasiones muy difícil obtenerlos, y por ende una limitante a ser utilizados. Por lo tanto, como la demanda eléctrica, presenta en general, un comportamiento horario, diario, semanal e inclusive anual, esta característica deberá ser considerada, a la hora de formular un modelo predicción. Finalmente, un buen modelo de predicción, conllevará a que el sistema eléctrico, se encuentre siempre preparado ante las necesidades de quienes conforman o se encuentren conectados a la red eléctrica.

CAPÍTULO 4

Predicción del Precio de Electricidad

4.1. Introducción

Los mercados eléctricos hacen imprescindible que las empresas de producción y comercialización cuenten con herramientas de ayuda para la elaboración de sus ofertas diarias. La predicción de los precios resulta crítica a la hora de realizar ofertas a mercados diversos. Por lo tanto, conocer los precios con anterioridad hace posible que los generadores determinen su estrategia de producción óptima y oferten a precios adecuados, de tal forma que se maximice su beneficio. Análogamente, si los consumidores y las comercializadoras conocen los precios pueden planificar su consumo y ofertar en consecuencia, lo que revierte en maximizar su utilidad [Vílchez, 2004]. Dicho así, las predicciones de precios son fundamentales tanto para los productores como para los consumidores, ya que dichas predicciones les permiten maximizar sus beneficios y sus utilidades, respectivamente. Además debe notarse, que la predicción de precios es sensiblemente más compleja que la predicción de la demanda ya que el nivel de incertidumbre es mayor [Vílchez, 2004].

4.2. Precio de electricidad en el mercado eléctrico de Ontario

Los PE hoy en día en los mercados eléctricos no son fijos, ya que están determinados de manera diferente a cada hora del día, optando por un comportamiento demasiado variable.

La serie de tiempo de PE dada en la Figura 4.1, no presenta tendencia alguna a un plazo largo, sin embargo no se excluye encontrar algún tipo de regularidad interna. Se logra observar graficamente que durante la evolución en el tiempo de esta serie, los PE, presentan una alta variabilidad, ya que repentinos valores picos o bajos, se presentan todo el tiempo, esto obviamente indica que es una serie no estacionaria. Se logra distinguir algunos valores demasiado extremos, e incluso en años actuales precios negativos comenzaron a salir.

Aparentemente , los precios pico (altos en exceso) son causados por congestionamiento y ofertas excesivamente altas, mientras que los precios negativos son causados por generadores que ofertan a precios negativos a fin de permanecer conectados al sistema, sabiendo que en horas posteriores pueden entrar con precios positivos.

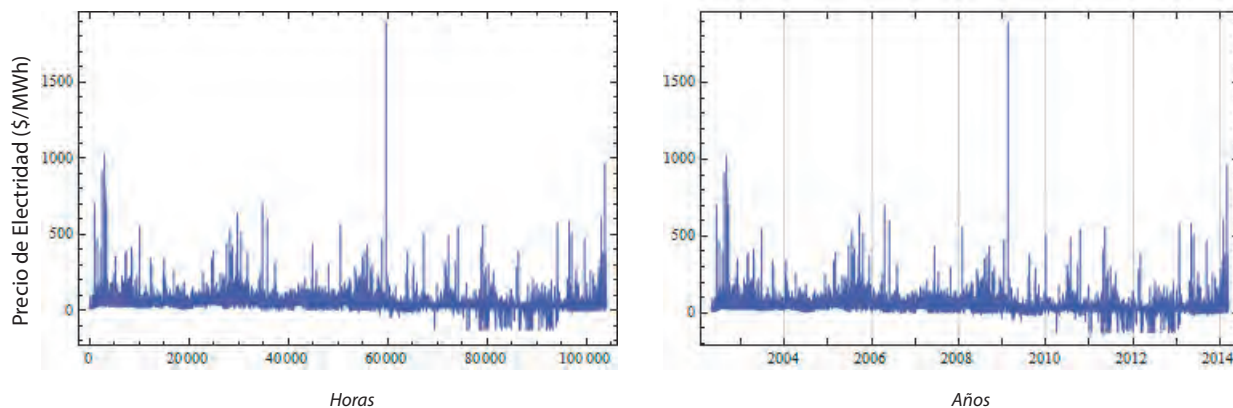


Figura 4.1: Serie de tiempo del Precio de Electricidad en el Mercado eléctrico de Ontario. (01/05/2002 - 11/03/2014)

4.3. Entidades clave en un mercado eléctrico

Los agentes participantes en el nuevo marco eléctrico son los siguientes:

(**IESO**). El operador independiente del sistema realiza el balance de suministro y demanda de electricidad, para dirigir su flujo a través de las líneas de transmisión. Trabaja en el centro del sistema de energía, conectando a todos los participantes del mercado. *Generation Companies* (**GENCOs**) que producen electricidad, *Transmissions Companies* (**TRANSCOs**) que envían la electricidad desde centros de producción hasta las redes de distribución, también existen las *Grid Companies* (**GRIDCOs**) que son empresas transmisoras, *Retailers Companies* (**RETAILCOs**) quienes compran y revenden electricidad, **Grandes Consumidores**; Industrias y Negocios que usan grandes cantidades de energía, *Local Distributions Companies* (**DISCOs**) quienes son los responsables de entregar finalmente electricidad a los **pequeños consumidores**.

4.4. Precios básicos en el mercado eléctrico

En los mercados de energía eléctrica, el precio de la electricidad es la señal más importante para todos los participantes en el mercado y el concepto más básico de precios es el precio de equilibrio del mercado en inglés “market-clearing price” (MCP) [Shahidehpour, 2002]. Generalmente, cuando no hay congestión en las líneas de transmisión, el MCP es el único precio para todo el sistema. Sin embargo, cuando existe un congestionamiento, se desprende el precio de equilibrio por zona “zonal market clearing price” (ZMP) y el precio marginal por ubicación “locational marginal price” (LMP), los cuales podrían ser utilizados. El ZMP puede ser diferente para varias zonas, pero el mismo dentro de una zona y el LMP puede ser diferente para diferentes buses.

Cálculo de MCP. Después de recibir ofertas, el operador independiente del sistema (ISO) agrega los bloques de ofertas para suministro o producción dentro de una curva (S) y agrega los bloques de ofertas para demanda dentro de una curva (D). En la Figura 4.2, la intersección de (S) y (D) es el MCP. En la Figura 4.2 se identifica la característica de consumo (característica descendente) y de manera similar se identifica la característica de las ventas de los productores (característica ascendente) de acuerdo al precio de la energía.

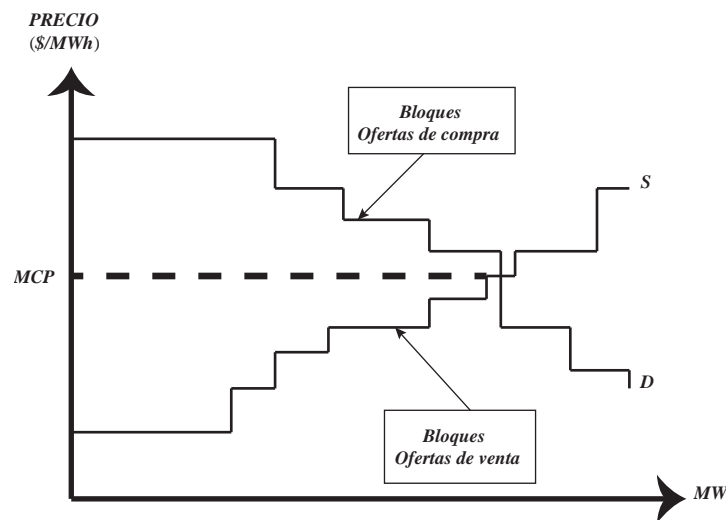


Figura 4.2: Características de suministro y demanda en función del precio.

La interpretación de esta gráfica es la siguiente: Entre más bajo esté el precio de la energía eléctrica, los consumidores comprarán más electricidad, por el contrario, si el precio comienza a elevarse demasiado dejarán de comprarla. Para el productor, a medida que el precio de compra de la energía eléctrica crece, será más rentable su producción. Asimismo, para precios bajos, la oferta de generación puede ser mínima o puede llegar a ser cero.

Es de mencionar que algunos tipos de generadores son más caros de operar que otros; como resultado, el precio de la electricidad aumenta a medida que formas más caras de generación se ponen en línea para satisfacer la demanda.

4.5. Clasificación del pronóstico del precio

Se clasifica el proceso del pronóstico del precio por la duración del tiempo, punto de predicción y tipo de entidad [Shahidehpour, 2002].

Duración de tiempo. Básicamente, existen dos tipos de pronóstico del precio basados en la duración del tiempo: pronóstico a corto plazo (pocos días) y a plazo largo (pocos años).

Tipo de precio. Dependiendo del tipo de precio MCP, ZMCP y LMP, los pronósticos del precio serían para todo el sistema, para una zona o bus particular respectivamente.

Tipo de entidad. Aquí se incluye el pronóstico del precio para dos tipos de entidades del mercado, que son el ISO y los GENCOs.

- Para el ISO es primordial determinar el MCP.
- Para el GENCO es necesario la predicción de precios MCP, ZMCP y LMP antes de la presentación de ofertas.

4.6. Factores considerados en el pronóstico de precios

Los factores que pueden ser considerados en el pronóstico del precio de electricidad son los siguientes [Shahidehpour, 2002]:

- *Tiempo*: Hora del día, día de la semana, mes, año y días especiales.
- *Precios*: datos y pronósticos históricos del precio.
- *Demanda*: datos y pronósticos históricos de la demanda. Las fluctuaciones de carga podrían impactar al precio y de igual manera las fluctuaciones del precio podrían afectar los valores de carga.

4.7. Conclusiones

En el presente capítulo, el tema de precios de electricidad, es una de las características principales en los mercados eléctricos, pues la compra y venta de energía eléctrica, se encuentran sujetos a esta variable, la cual se está afectada por distintas dinámicas en el sistema (fluctuaciones de carga, congestión en las líneas de transmisión, etc.). De esta manera, los precios, resultan tan variables que difícilmente puedan predecirse con buena aproximación a los valores reales. Esto ha conllevado a varios estudios, por lo cual existe una extensa investigación acerca de este tema, ya que en base a un buen modelo de predicción, los agentes participantes en un mercado eléctrico, han maximizado sus beneficios y utilidades, razón excelente para contar con una buena herramienta de predicción. Así mismo, aunque los precios de electricidad, tengan un comportamiento no lineal, existirá algún patrón regular, o alguna variable altamente relacionada, que ayude a predecir el comportamiento futuro de esta variable.

CAPÍTULO 5

Modelo de Predicción Desarrollado

5.1. Introducción

En esta sección, se explica la formulación de un *Modelo de Predicción* (MP), aplicado a la demanda y precios de electricidad del Mercado Eléctrico Mayorista de Ontario, Canadá, el cual presenta el enfoque de una técnica de RLM particular. Es un modelo lineal y en sentido estricto es univariable, pues se emplea únicamente datos de las series de tiempo de estas dos variables, para la estructuración y estimación de sus parámetros. Puesto que en las series de DE y PE en este mercado eléctrico, se ha encontrado mediante la función de autocorrelación aplicada a estas variables, la presencia de una doble estacionalidad (diaria y semanal), el MP diseñado incluye tal característica. Cabe mencionar que es un modelo de predicción directa, es decir, pronostica de forma directa los 24 valores de DE o PE del siguiente día, y no de forma iterativa, como la mayoría de los modelos reportados en la literatura.

5.2. Análisis de autocorrelación en las series de tiempo de demanda y precios de electricidad

En este análisis, en concreto se ha empleado únicamente la función de autocorrelación (FAC) dada en la ecuación (2.6). Al graficar las funciones de autocorrelación de las series de tiempo bajo estudio, dadas en las Figuras 5.1 y 5.3, estas presentan un comportamiento evidentemente periódico, puesto que los coeficientes de autocorrelación de mayor magnitud se repiten cada (24, 48, 72,...) retardos, lo cual implica una estacionalidad diaria, además se logra observar que cada (24, 168, 336,...) retardos, los índices de autocorrelación aumentan, es decir también existe una estacionalidad semanal. Observe también que el máximo índice de autocorrelación se presenta en el retardo 1, esto explica que las horas consecutivas se encuentran estrechamente relacionadas.

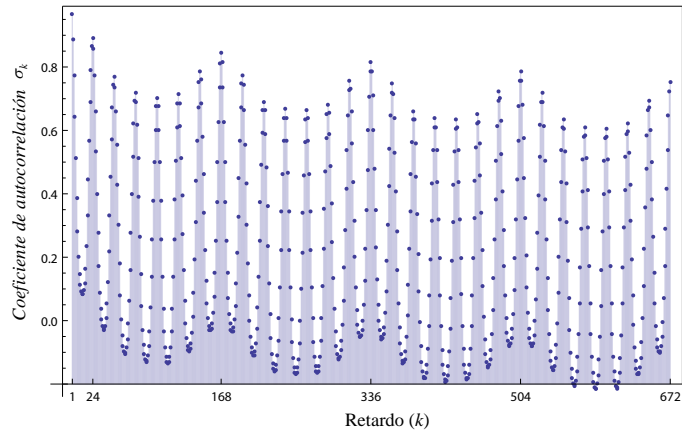


Figura 5.1: Función de autocorrelación de la serie de tiempo de DE

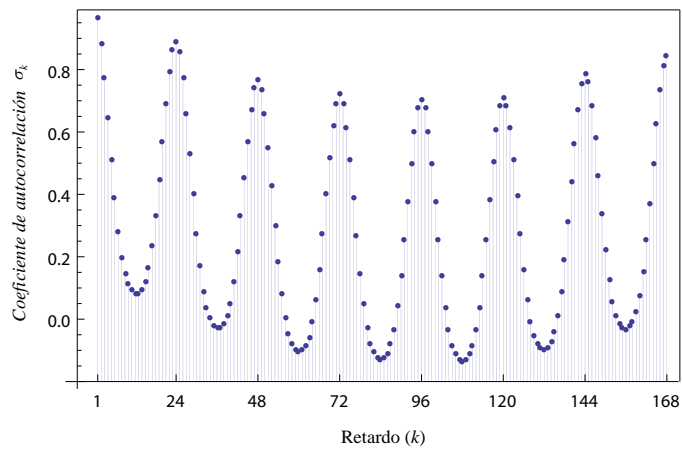


Figura 5.2: FAC de DE, graficada hasta el retardo $k = 168$

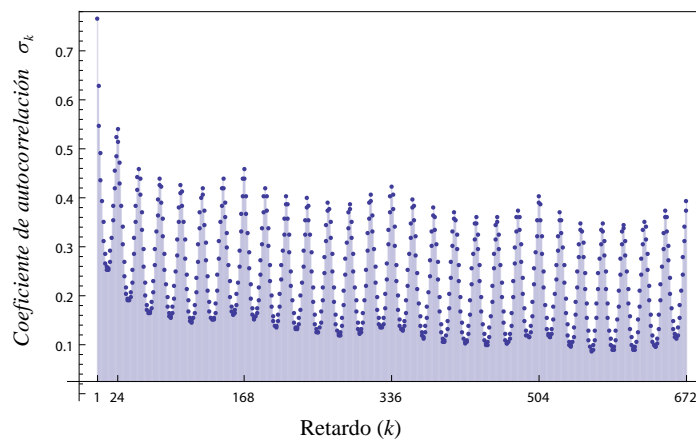
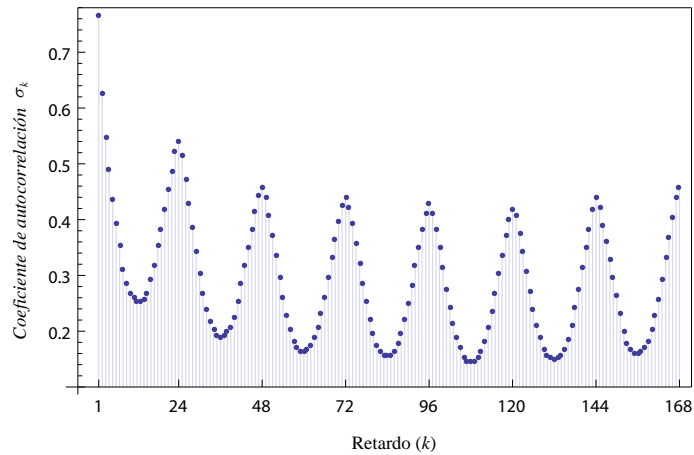


Figura 5.3: Función de autocorrelación de la serie de tiempo de PE

Figura 5.4: FAC de PE, graficada hasta el retardo $k = 168$

Para una observación más a detalle de las FACs de ambas series, se presenta la ampliación de estas, en las Figuras 5.2 y 5.4.

Ahora se muestran las relaciones existentes entre horas, días y semanas consecutivas de ambas variables en las Figuras 5.5 y 5.6, lo cual ayuda a justificar, el por qué seleccionar un modelo lineal a una serie de tiempo no lineal.

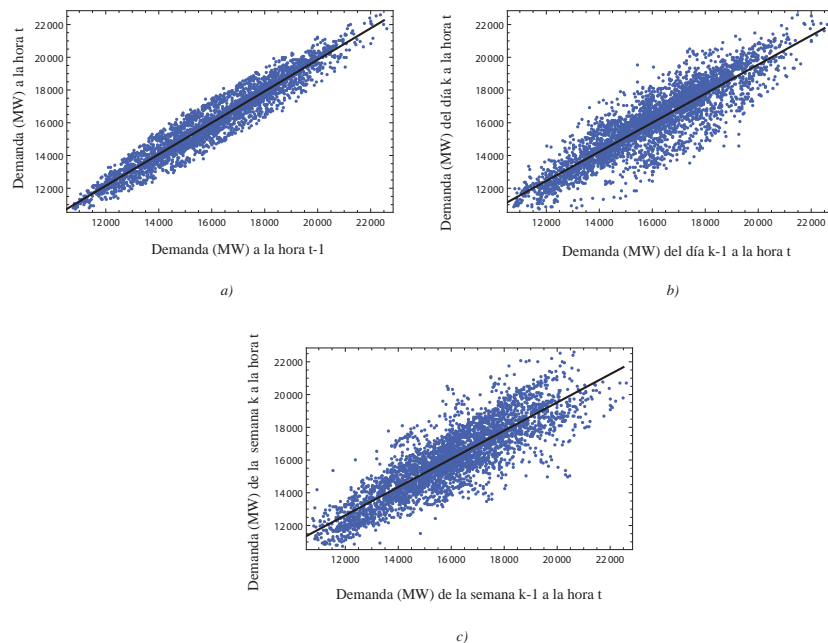


Figura 5.5: Relaciones entre horas, días y semanas consecutivas de DE

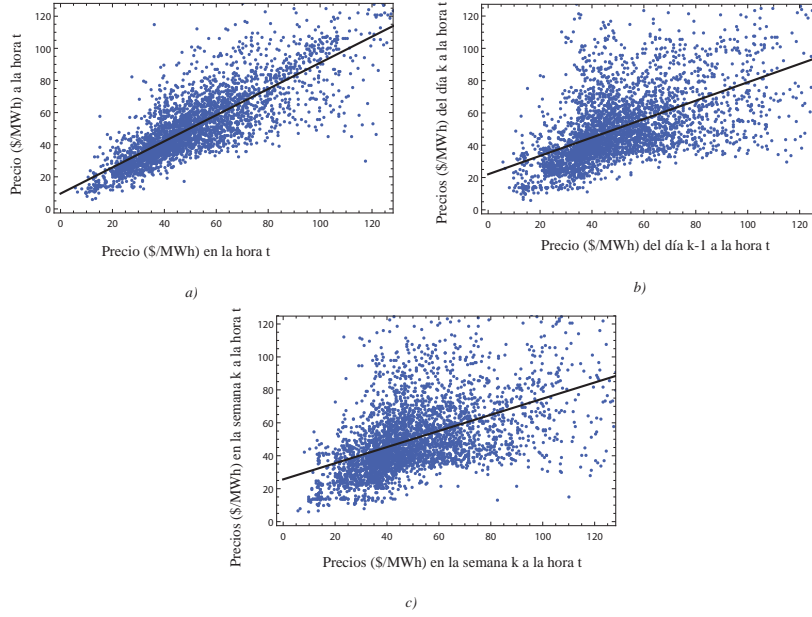


Figura 5.6: Relaciones entre horas, días y semanas consecutivas de PE

Aplicando el operador de retardo a las series de tiempo de DE y PE, definido en la ecuación (2.12) y empleando el término general de serie de tiempo referida como z_t en este trabajo, se han obtenido las series z_{t-1} , z_{t-24} , z_{t-168} , para ser graficadas contra z_t . De esta forma se muestra en cada una de las Figuras 5.5 y 5.6, las subfiguras a) donde se grafica (z_{t-1}, z_t) , en las subfiguras b) (z_{t-24}, z_t) y en las subfiguras c) (z_{t-168}, z_t) .

Al observar la Figura 5.5, tales relaciones de DE son casi lineales, lo cual conlleva a obtener errores de predicción muy bajos. De forma contraria ocurre en los precios de electricidad, ya que en la Figura 5.6, las relaciones de precios presentan mayor dispersión, lo cual repercute en obtener errores de predicción más grandes. Aún así es aplicable un modelo lineal a ambas series de tiempo.

5.3. Formulación teórica generalizada

Suponiendo que se tiene n observaciones independientes de m variables dependientes y observables: y_1, y_2, \dots, y_m , las cuales dependen de r variables independientes explicativas x_1, \dots, x_r .

De esta forma las m respuestas para cada variable dependiente j de la i -ésima observación, donde $i = 1 \dots n$, estaría representado de la siguiente manera,

$$y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j} x_{i1} + \dots + \beta_{rj} x_{ir} + \varepsilon_{ij} \quad \forall j = 1 \dots m \quad (5.1)$$

donde y_{ij} es la i -ésima observación de la variable dependiente j , $\beta_{0j}, \beta_{1j}, \dots, \beta_{rj}$ son los coeficientes a estimar del modelo, x_{i1}, \dots, x_{ir} , son las i -ésimas observaciones de las r variables independientes y ε_{ij} es el error del modelo ajustado para la i -ésima observación de la variable observada j .

Matricialmente:

$$\begin{bmatrix} y_{11} & \dots & y_{1m} \\ y_{21} & \dots & y_{2m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{n1} & \dots & y_{nm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & \dots & x_{1r} \\ 1 & x_{21} & \dots & x_{2r} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & \dots & x_{nr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_{01} & \dots & \beta_{0m} \\ \beta_{11} & \dots & \beta_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta_{r1} & \dots & \beta_{rm} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \dots & \varepsilon_{1m} \\ \varepsilon_{21} & \dots & \varepsilon_{2m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \varepsilon_{n1} & \dots & \varepsilon_{nm} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\mathbf{B} + \mathbf{E} \quad (5.2)$$

En este modelo se deben estimar los $r \times m$ parámetros de regresión contenidos en la matriz \mathbf{B} , mediante (MCO). El estimador de B es:

$$\widehat{B} = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (5.3)$$

tal que minimiza la traza

$$tr(\widehat{E}^T \widehat{E}) = tr[(Y - X \widehat{B})^T (Y - X \widehat{B})] \quad (5.4)$$

siendo $\widehat{E} = Y - X \widehat{B}$.

En este sentido, el modelo formulado para predicción de DE y PE será el siguiente:

$$Z_k = \beta_0 + \beta_1 Z_{PD} + \beta_2 Z_{LW} + \varepsilon_k \quad k = 8, \dots, n \quad (5.5)$$

donde Z_k es un vector de dimensiones 1×24 , el cual contiene las 24 horas de DE o PE del día k (día actual), Z_{PD} es un vector de dimensiones 1×24 , que contiene a las 24 horas de DE o PE del día $k - 1$ (día anterior) y Z_{LW} es de igual forma un vector que contiene las 24 horas de DE o PE del día $k - 7$ (mismo día de la semana pasada), $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ serán los parámetros a estimar y ε_k es el error cometido por el modelo de predicción propuesto para el día k . Es decir, mediante esta formulación vectorial, los 24 valores del PE o DE del día siguiente, es la combinación lineal del día anterior y del mismo día en la semana pasada, de estas variables. El sistema de ecuaciones comienza a formarse a partir de $k = 8$, ya que el modelo planteado involucra la variable medida en el día k , del día anterior ($k - 1$) y de la semana pasada ($k - 7$). Denominando ahora $Z_{PD} = Z_{k-1}$ y $Z_{LW} = Z_{k-7}$, contando con n vectores de dimensiones 1×24 , se puede formar el sistema de la siguiente manera:

$$Z_k = \beta_0 + \beta_1 Z_{k-1} + \beta_2 Z_{k-7} + \varepsilon_k \quad k = 8, \dots, n \quad (5.6)$$

$$\begin{bmatrix} Z_8 \\ Z_9 \\ \vdots \\ Z_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Z_7 & Z_1 \\ 1 & Z_8 & Z_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & Z_{n-1} & Z_{n-7} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_8 \\ \varepsilon_9 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

De esta manera, las variables dependientes serán cada una de las 24 horas del día actual, mientras que las 24 horas del día anterior y las 24 horas del mismo día en la semana anterior, conformarán las variables independientes (es decir aquí tendríamos 48 variables independientes), así mismo se podrá expresar el modelo para cada hora del día, como el modelo dado en la ecuación 5.1, de la siguiente forma con un número de horas $n_h = 24$:

$$Z_{i,j} = \beta_{0,j} + \sum_{h=1}^{n_h} \beta_{h,j} Z_{i-1,h} + \sum_{h=1}^{n_h} \beta_{h+n_h,j} Z_{i-7,h} + \varepsilon_{i,j} \quad j = 1, \dots, n_h \quad (5.8)$$

donde $Z_{i,j}$ denota la DE o PE del día i a la hora j , $Z_{i-1,h}$ y $Z_{i-7,h}$ es la DE o PE del día y semana anterior respectivamente a la hora $h = 1 \dots n_h$ y $\beta_{0,j}$, $\beta_{h,j}$, $\beta_{h+n_h,j}$ son los coeficientes del modelo a estimar y el error producido por el modelo $\varepsilon_{i,j}$.

Conclusiones

En este capítulo, se desarrolla un modelo de predicción aplicado tanto a la demanda como el precio de electricidad, puesto que en el análisis de autocorrelación de las series de tiempo, se logra identificar una doble estacionalidad (diaria y semanal). Se presentan gráficas cuyas relaciones entre horas consecutivas, días consecutivos y semanas consecutivas presentan una relación casi lineal para ambas variables, lo cual justifica la idea de implementar un modelo lineal a una serie de tiempo no lineal. El modelo de predicción propuesto, es expresado de forma vectorial, el cual obedece al enfoque de una regresión lineal múltiple muy en particular, esto ha conllevado a tener un modelo de predicción directa. Es relativamente sencillo de implementar y entender, además de obtener buenos resultados en las predicciones, tal y como se muestran en el siguiente capítulo.

Capítulo 6

Resultados de Estudios Realizados

6.1. Introducción

Finalmente en este capítulo, se muestran los resultados del modelo propuesto para la realización de las predicciones de las variables de demanda y precio de la electricidad con un horizonte de 24 horas adelante. Dado la gran importancia que se tiene en los mercados eléctricos, el realizar pronósticos confiables, es indispensable para los participantes del mercado, por tal razón, se desarrolló un modelo bastante competitivo en comparación con otros modelos reportados y desarrollados en el mercado eléctrico de Ontario, Canadá. Por lo que se ha elaborado una gran cantidad de experimentación, gracias a la rapidez de respuesta del MP. El modelo de predicción propuesto aplicado a la DE y PE, en este capítulo se denominan MPDE y MPPE respectivamente.

El MPDE ha sido evaluado para todo un año, comenzando a partir del año 2001 al 2013. Se ha probado para diferentes estaciones del año, se compara el desempeño contra modelos de predicción aplicados a la DE Ontario y finalmente se comparan las predicciones diarias del año en curso con las obtenidas por el software GMDH Shell LF y el modelo del IESO.

El MPPE en una primera etapa su precisión se compara con varios modelos implementados en su mayoría en la tesis doctoral [Zareipour, 2006] en la cual realiza varios casos de estudios, se comparan las predicciones diarias generadas en todo un año con las obtenidas en [Aggarwal et al., 2008] y finalmente se evalúa el desempeño comparándolo contra el modelo del IESO.

6.2. Metodología aplicada

Se ha elaborado una metodología sencilla de implementar en el software Wolfram Mathematica 9, permitiendo realizar toda variedad de experimentación a un tiempo de ejecución casi inmediata para llegar a obtener resultados bastantes competitivos dentro del marco aceptable, los cuales fueron comparados con resultados de trabajos afines al presentado, además de también ser comparados con los propios modelos del mercado.

La siguiente metodología fue empleada para la aplicación del pronóstico tanto en *demanda* como en *precio* de la electricidad.

6.2.1. Datos históricos de las variables.

La información ya sea histórica o actual hoy en día, se encuentra disponible de forma libre en grandes bases de datos dentro de las páginas principales en Internet de los mercados eléctricos, con la finalidad de proporcionar a los participantes del mercado, servicios e información transparente, necesaria y oportuna para permitir la participación efectiva dentro de un *mercado eléctrico*. De esta manera se ha extraído la información histórica del sitio en Internet dado en [IESO, 2014], donde se puede obtener datos históricos como archivos (.csv); para DE desde enero de 1994 a fechas actuales y para PE desde mayo del 2002 a fechas actuales, existiendo la posibilidad de resguardarla en tu ordenador o descargar la información directamente desde *Mathematica 9* cada vez que se utilicen.

Una vez dirigidos a la página en Internet dada en [IESO, 2014], se pueden descargar los datos de las proyecciones tanto de DE y PE para el siguiente día, esta información además de ser utilizada en este trabajo, es publicada la sección System Status Report (SSR) y en el Pre-Dispatch Market Price Report (PDMPR) respectivamente.

6.2.2. Análisis de las Series de Tiempo.

Una vez obtenidos los datos históricos, se procede a analizar los datos como una serie de tiempo, donde primeramente se realiza su *representación gráfica*, de tal forma que se visualiza el comportamiento y detectar posibles características importantes así como también posibles valores atípicos o anómalas.

Identificación de patrones en la serie.

La *Función de Autocorrelación*, es aplicada a la series de tiempo para su análisis, que sin duda permitirá identificar qué elementos de la serie se encuentran presentes. Una vez identificados los patrones de datos como tendencia, estacionalidad e irregularidad se procede a incluir tales características al modelo.

Tratamiento de la serie

En esta etapa se busca tener una serie libre de valore atípicos y así como una serie normalizada para la obtención de mejores resultados

Sustitución de valores atípicos.

Es indispensable identificar este tipo de valores atípicos denominados comúnmente “*outliers*”, pues influyen en la eficiencia y bondad de ajuste de los modelos. En este trabajo se procedió gráficamente a detectar este tipo de valores, pues aunque existen otras técnicas para detectarlos, confiamos en que bastó identificarlos visualmente puesto que eran pocos los valores que se detectaron. Una vez detectados se procede a eliminarlos o en su defecto sustituirlos por valores promedio para no perder información.

Normalización de datos

Se ha aplicado una transformación logarítmica a la serie de datos (z_t) de DE y PE

$$\text{Ln}(z_t) \quad (6.1)$$

ya que con esta transformación se reduce la varianza de los datos, obteniendo una serie estacionaria en ese sentido, cabe mencionar que existen otras técnicas para el escalamiento de datos. Además de facilitar el procesamiento de los datos, se selecciona esta transformación por haberse obtenido los mejores resultados con respecto a otras.

6.2.3. Estimación del Modelo.

Una vez acondicionada la serie, se procede a la estimación de los parámetros del modelo mediante la técnica de MCO, empleando una serie acotada llamada “ventana de datos”. En esta ventana de datos se considera una gran cantidad de días pasados a partir del día previo a predecir, pues en base a resultados, la cantidad de datos empleados afecta en gran medida la respuesta de predicción del modelo.

6.2.4. Evaluación del error de predicción

En esta etapa final, se evalúa el error de predicción cometido por el MP aplicado a la DE y PE, mediante el Porcentaje del Error Medio Absoluto (**MAPE**), dado en la siguiente ecuación.

$$\text{MAPE} = \frac{100}{N} \sum_{k=1}^N \left| \frac{A_k - F_k}{A_k} \right| \quad (6.2)$$

donde A_k es el valor actual de la variable a predecir, F_k es el valor predicho de la variable en la hora k , y N es el número de observaciones usadas para el análisis, en nuestro caso $N = 24$ para un MAPE diario, $N = 168$ para un MAPE semanal y $N = 365$ para un MAPE anual.

Se ha plasmado la metodología a seguir, en la siguiente figura:

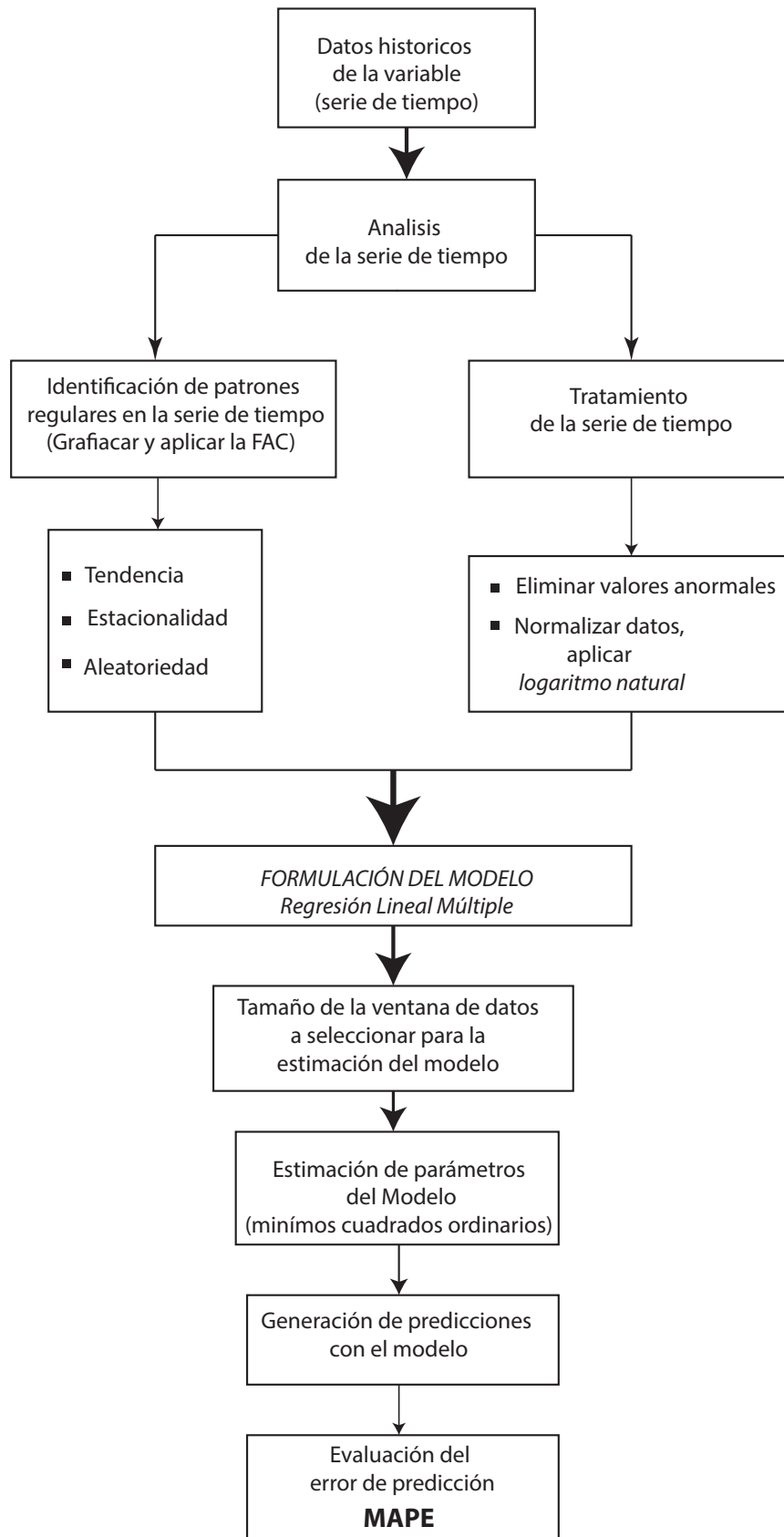


Figura 6.1: Diagrama de la metodología aplicada

6.3. Estudios de Pruebas implementadas para el pronóstico de Demanda Eléctrica

Una característica interesante del modelo, es el modelar bastante información de datos, pues la disminución del error de predicción cometido por el MPDE, radica en el tamaño de la ventana de datos empleada para la estimación del mismo. A continuación se muestra en la Figura 6.2 la gráfica de la respuesta de predicción del MPDE, empleando diferentes cantidades de datos (días de DE) para la estimación del mismo, seleccionando arbitrariamente como caso de estudio la tercer semana de DE del mes de julio en el año 2006, donde se presentan las demandas pico del año.

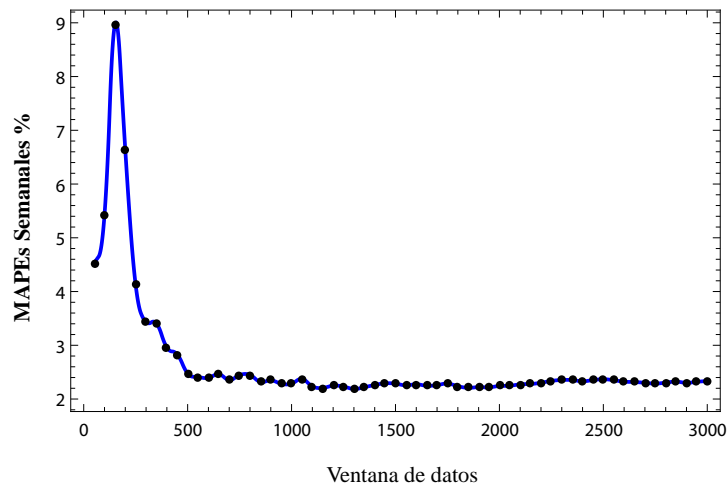


Figura 6.2: Respuesta de predicción del MPDE, en relación a la ventana de datos empleada para la estimación del modelo.

La gráfica expuesta en la Figura 6.2, se ha obtenido desarrollando predicciones diarias en la semana de estudio, a partir de 50 días de datos como entrada al modelo para su respectiva estimación, hasta llegar a 3000 días, en incrementos de 50 días obteniendo 60 MAPEs semanales distintos. De esta manera concluimos que a mayor cantidad de datos va disminuyendo el error de predicción como lo muestran los resultados obtenidos. A partir de lo anterior se decidió utilizar una ventana fija de datos de 1300 días, pues en general resultó ser la cantidad de datos óptima, y con la cual se desarrollaron los siguientes estudios.

6.3.1. Predicciones diarias de demanda eléctrica evaluadas anualmente

Como ya se mencionó anteriormente, se presenta en la Tabla 6.1, los MAPEs anuales a partir del año 2001, siendo este el año en donde se generó el menor MAPE anual desarrollado por ambos modelos, hasta el año 2013, en el cual se originó el mayor error producido por el MPDE. En particular realizando un promedio general del modelo y los demás datos estadísticos, como la desviación estándar (σ), la correlación (ρ), máximos y mínimos errores diarios (ε), se puede concluir que se puede

utilizar para generar predicciones, pues los resultados se encuentran dentro del marco aceptable en la literatura consultada.

Tabla 6.1: MAPEs anuales y algunos estadísticos arrojados por el MPDE.

MPDE						
Año	MAPE %	Max ε %	Min ε %	σ	ρ	Tiempo cálculos (s)
2001	2.07	15.31	0.37	1.57	0.97	134.06
2002	2.66	12.44	0.51	1.82	0.96	161.37
2003	2.49	25.71	0.46	1.97	0.96	224.39
2004	2.32	16.96	0.47	1.71	0.96	193.76
2005	2.50	14.21	0.34	1.67	0.96	187.66
2006	2.36	12.27	0.39	1.63	0.97	190.58
2007	2.50	12.24	0.44	1.73	0.96	183.92
2008	2.43	8.88	0.39	1.50	0.96	153.26
2009	2.43	11.44	0.51	1.46	0.97	153.87
2010	2.56	10.94	0.49	1.57	0.96	156.16
2011	2.71	13.53	0.46	1.79	0.96	153.43
2012	2.97	11.54	0.62	2.02	0.94	152.62
2013	2.82	16.65	0.68	1.82	0.95	157.08
PROMEDIO	2.52	14.00	0.47	1.71	0.96	Σ 2202.16

Además se presenta el tiempo de cálculo computacional, que el modelo tarda en producir todos los MAPEs diarios para todo un año, de lo cual decimos que es una característica principal del modelo; la velocidad de respuesta de predicción del modelo se encuentra por debajo del segundo. Se adjuntan también los histogramas de los errores diarios encontrados para cada año, los cuales se muestran en la Figura 6.5, donde se puede observar que aproximadamente más del 70 % de los errores se encuentran por debajo del 3 %.

6.3.2. Comparación de modelos de predicción aplicados a la demanda eléctrica de Ontario

Se realizó investigación, acerca de modelos implementados para la predicción de DE en Ontario, con la finalidad de comparar el desempeño del MPDE. Se presenta en la Tabla 6.2, tres modelos desarrollados para predecir las siguientes 24 horas de DE, son desarrollados en [Abu-El-Magd y Findlay, 2003], [Liu et al., 2006] y [Xu y Lai, 2012], tales referencias emplean diferentes estructuras y algoritmos con RNAs, como se describe en el estado del arte del arte de esta tesis. De acuerdo a los resultados presentados se puede afirmar que el MPDE, se encuentra a un nivel comparable ante estos modelos, que aunque son modelos muy diferentes en varias cuestiones, se encuentran ante el mismo objetivo.

Tabla 6.2: Comparación de modelos implementados para la predicción de la DE total de Ontario, Canadá.

Referencia	Año en que se aplicaron las predicciones	MAPE %	Número de días pronosticados	VARIABLES EMPLEADAS
MPDE	2001	2.07	365	DE
[Abu-El-Magd y Findlay, 2003]		2.066		DE, variables climáticas y de calendario
MPDE	2005	3.05	49	DE
[Liu et al.,2006]		0.54		
MPDE	2009	2.43	365	DE
[Xu y Lai,2012]		2.66		DE y Variables climáticas

6.3.3. Evaluación del modelo en diferentes etapas del año

Para evaluar el modelo en diferentes etapas del año se seleccionó el año 2010, 3 periodos de estudio, cada uno con una duración de 2 semanas para construir y generar los pronósticos de 24 horas adelante. El primer periodo comprende del 26 de Abril al 9 de mayo del 2010, 2 semanas consecutivas referidas como *semana₁* y *semana₂*, durante este periodo en primavera la demanda alcanzó niveles bajos. El segundo periodo comprende 2 semanas consecutivas con niveles pico de demanda en verano del 26 de julio al 8 de agosto del 2010, y estas son referidas como *semana₃* y *semana₄*. El último periodo incluye 2 semanas de invierno con niveles altos de demanda, referidas como *semana₅* y *semana₆*, las cuales abarcan del 13-26 de diciembre del 2010 .

Se muestra en la Tabla 6.3, los MAPEs semanales obtenidos de las predicciones diarias, en las semanas de estudio del año 2010. Para corroborar los resultados numéricos presentados anteriormente, y lograr visualizar que tan exactos fueron la predicciones, se presentan las gráficas de las predicciones generadas en las Figuras 6.3 y 6.4.

Tabla 6.3: MAPEs de las semanas de estudio en el año 2010.

semana	MAPEs
1	1.52
2	2.29
3	3.10
4	3.21
5	2.69
6	2.39
PROMEDIO	2.53

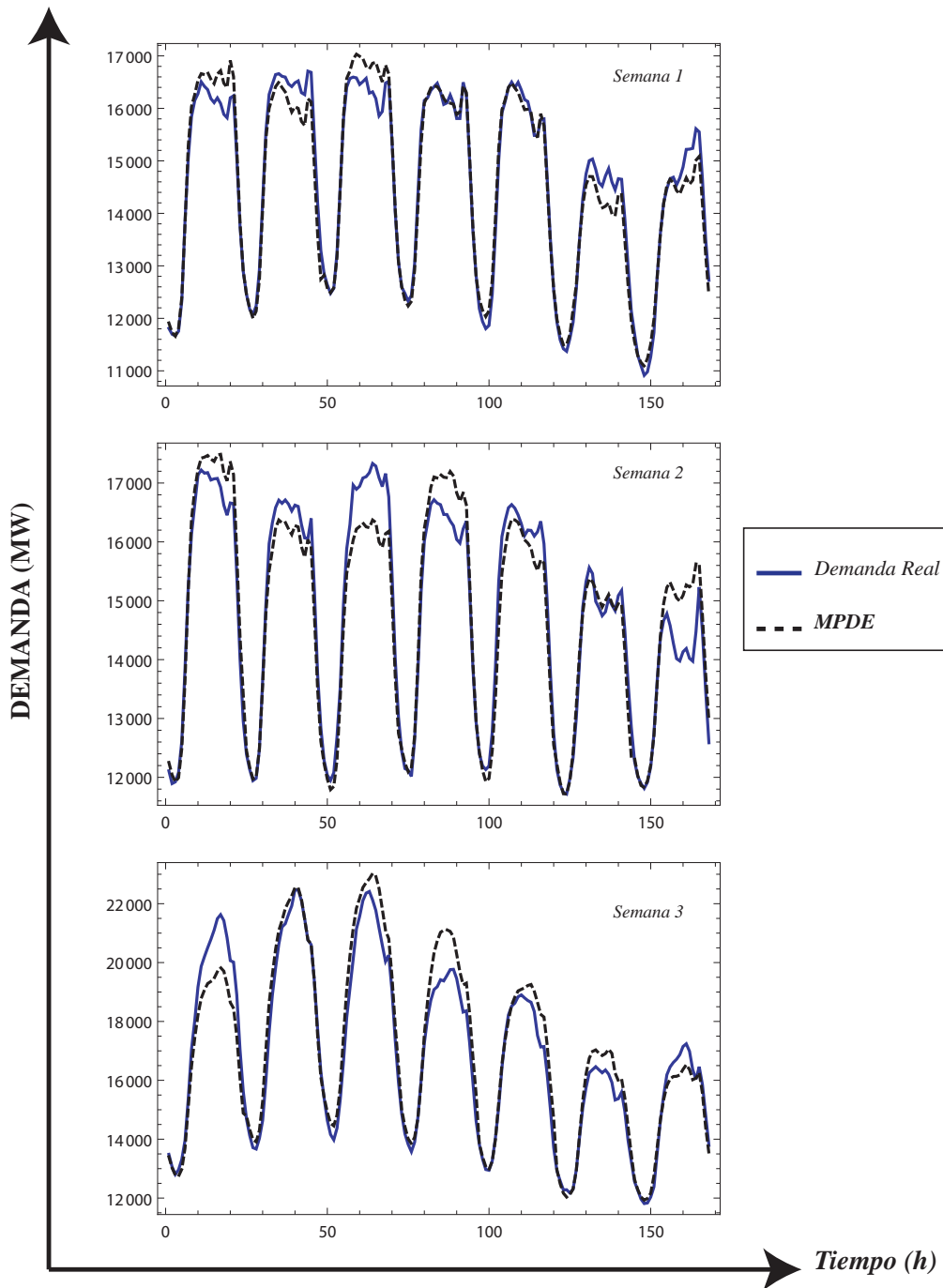


Figura 6.3: Pronósticos de DE en las semanas (1-3)

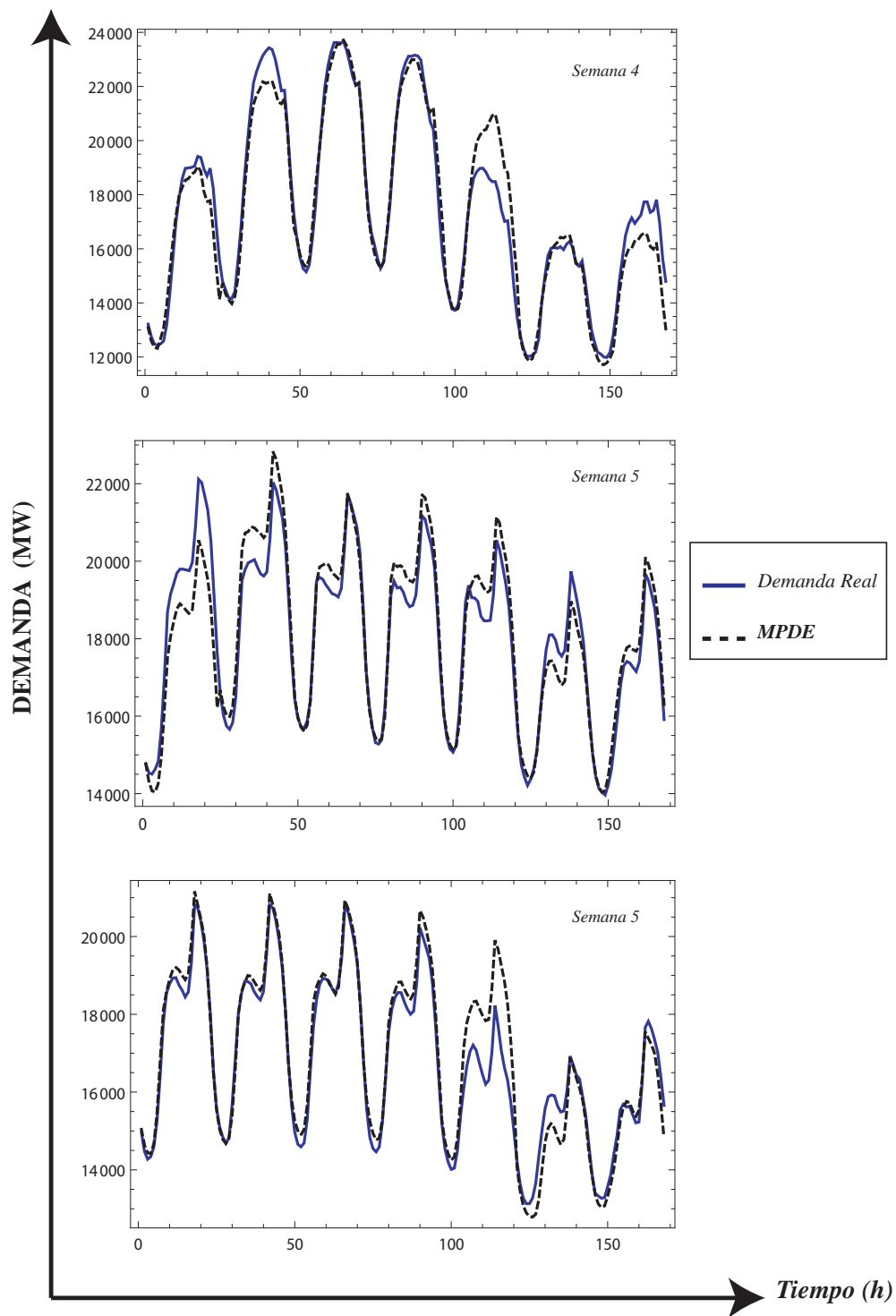


Figura 6.4: Pronósticos de DE en la semanas (4-6)

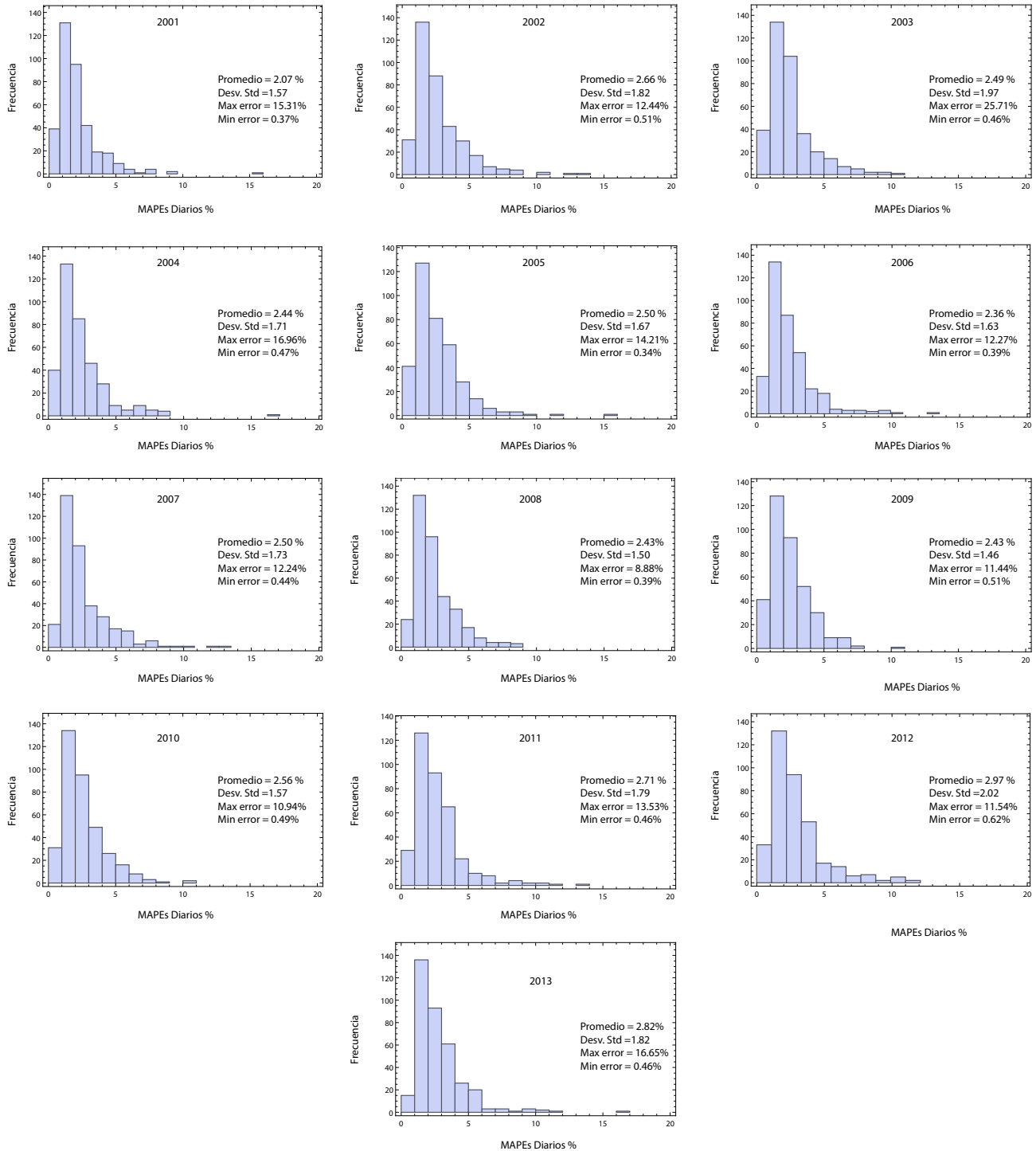


Figura 6.5: Histogramas de los MAPES diarios generados por el MPDE durante un año de estudio

Al observar los gráficos de las Figuras 6.14 y 6.15, se puede mencionar que en las semanas donde la demanda se encuentra en niveles bajos, el MPDE genera errores de pronóstico mas bajos, respecto a los pronósticos realizados en las semanas donde la demanda se encuentra a niveles altos.

6.3.4. Evaluación y comparación de las predicciones diarias generadas por el MPDE, IESO y el software GMDH Shell LF.

Finalmente el MPDE es aplicado en fechas actuales (11 de Enero al 4 de Abril del 2014) abarcando un periodo de 12 semanas, comparando su desempeño con el propio modelo del IESO y el software comercial GMDH Shell LF. Como se puede observar a través de la Figura 6.6, se realizaron los histogramas de los MAPEs diarios originados por cada uno de los modelos, determinando hasta el momento que el MPDE es competitivo ante los modelos del IESO y el software GMDH Shell LF. Contribuyendo a una mejor idea, acerca de la aproximación de los valores que genera el MPDE, se muestra en las Figuras 6.7, 6.8, 6.9 y 6.10, las predicciones diarias de los modelos aplicados a este periodo de estudio. Además se presenta en la Figura 6.11, los MAPEs semanales originados por los modelos en la Figura 6.11.

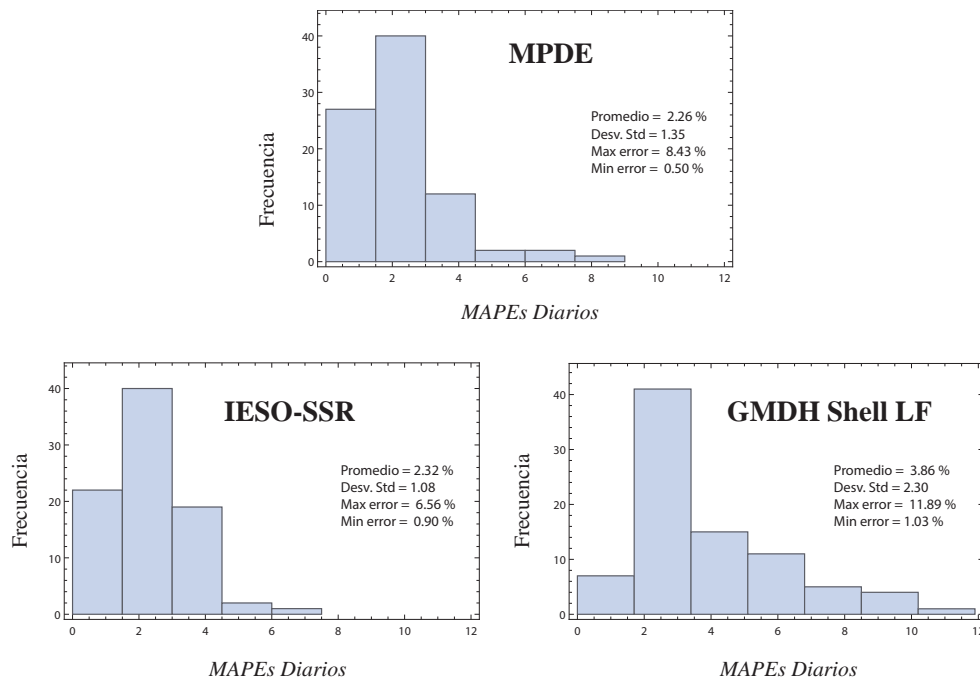


Figura 6.6: Histogramas MAPEs diarios generados por los modelos en el periodo de estudio (11/01/2014 al 4/)

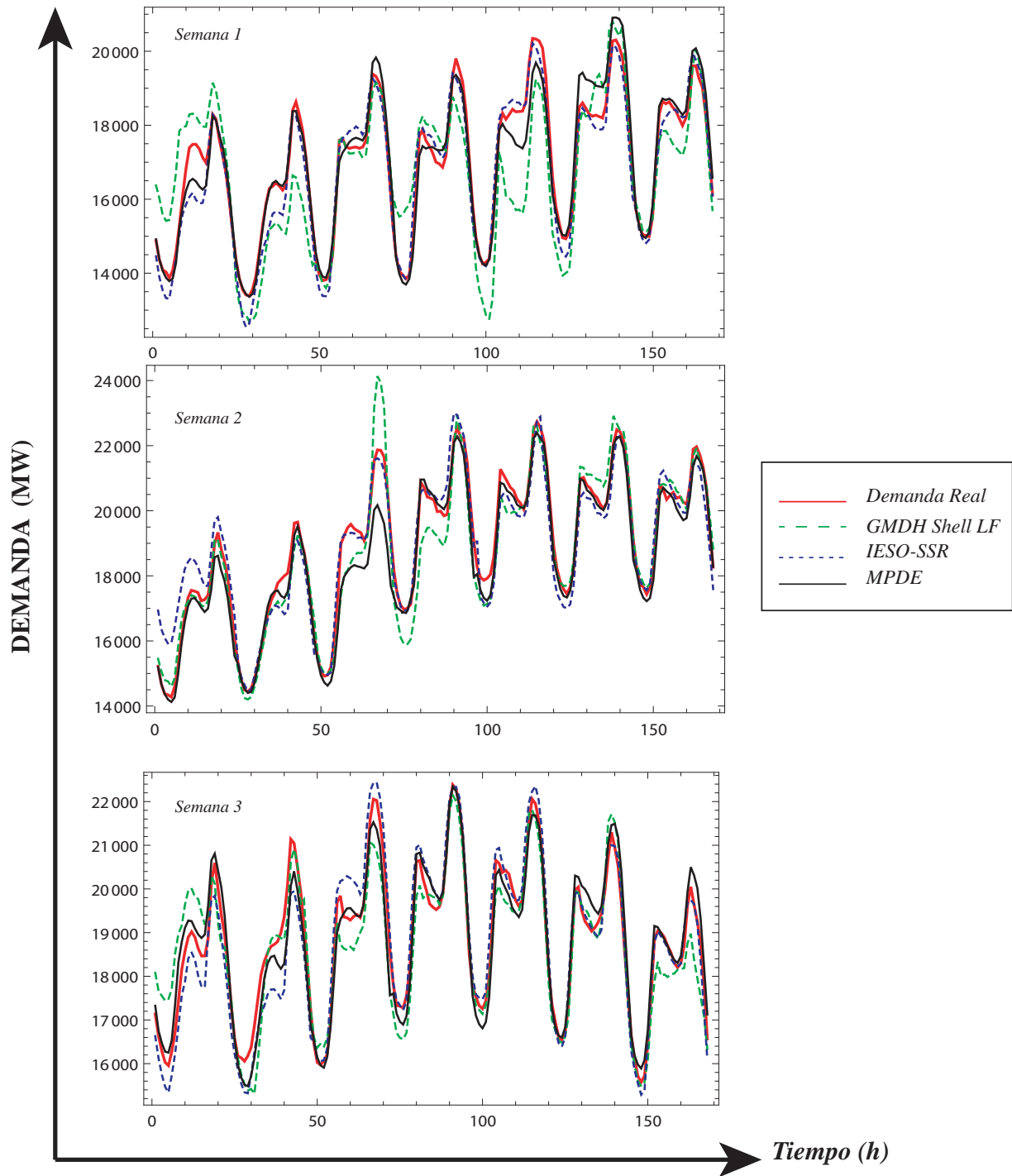


Figura 6.7: Pronóstico de DE en las semanas (1-3)

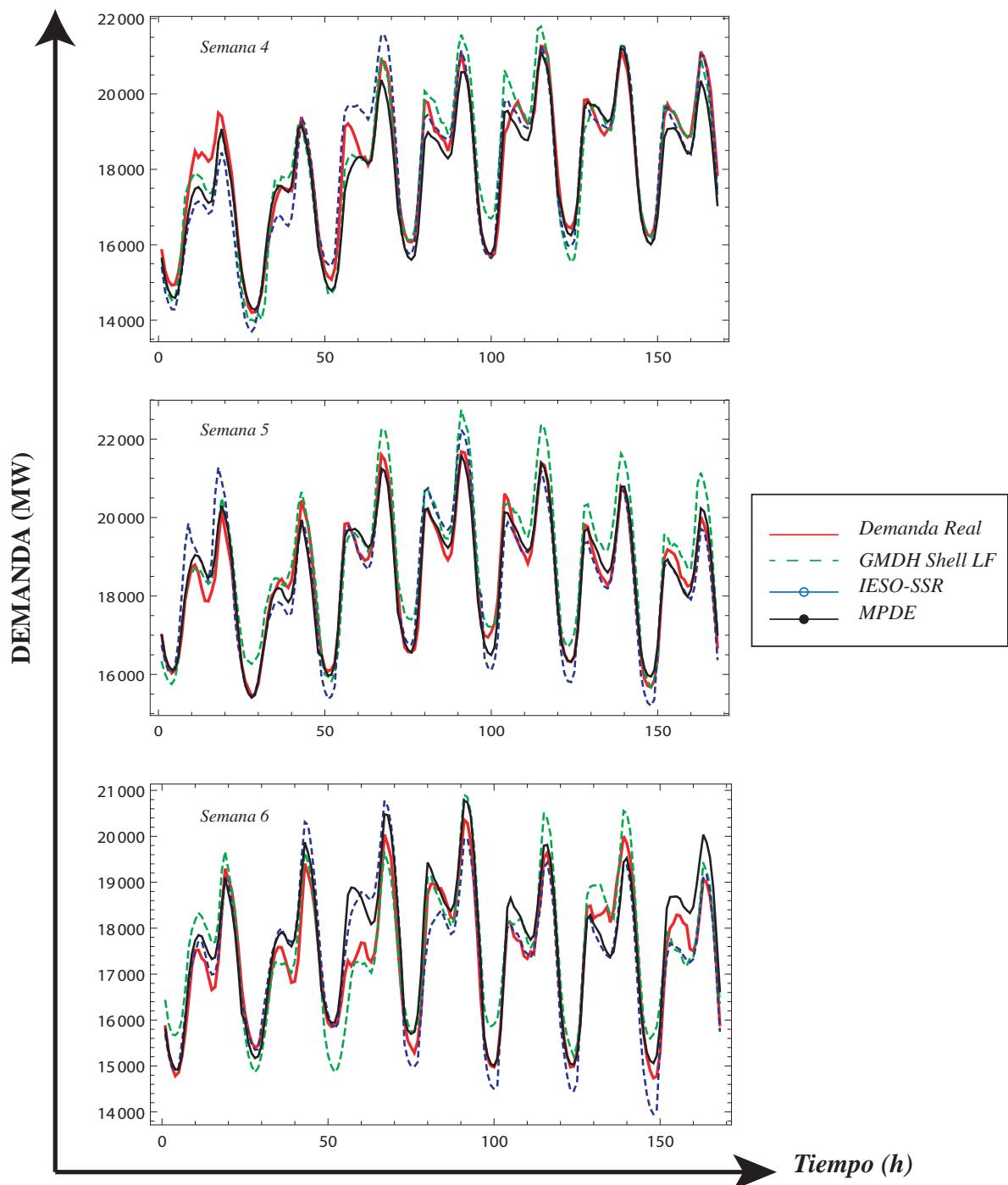


Figura 6.8: Pronóstico de DE en las semanas (4-6)

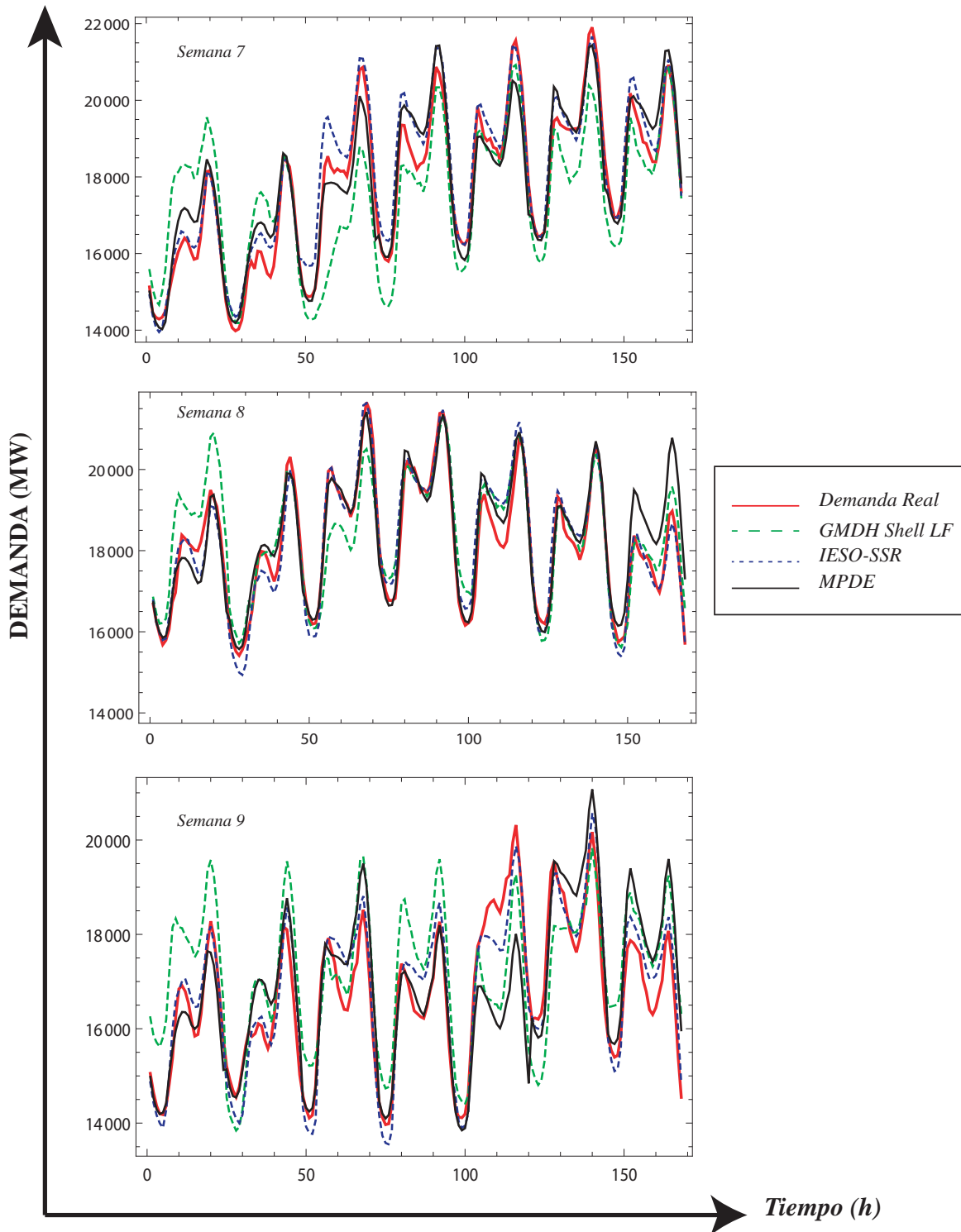


Figura 6.9: Pronóstico de DE en las semanas (7-9)

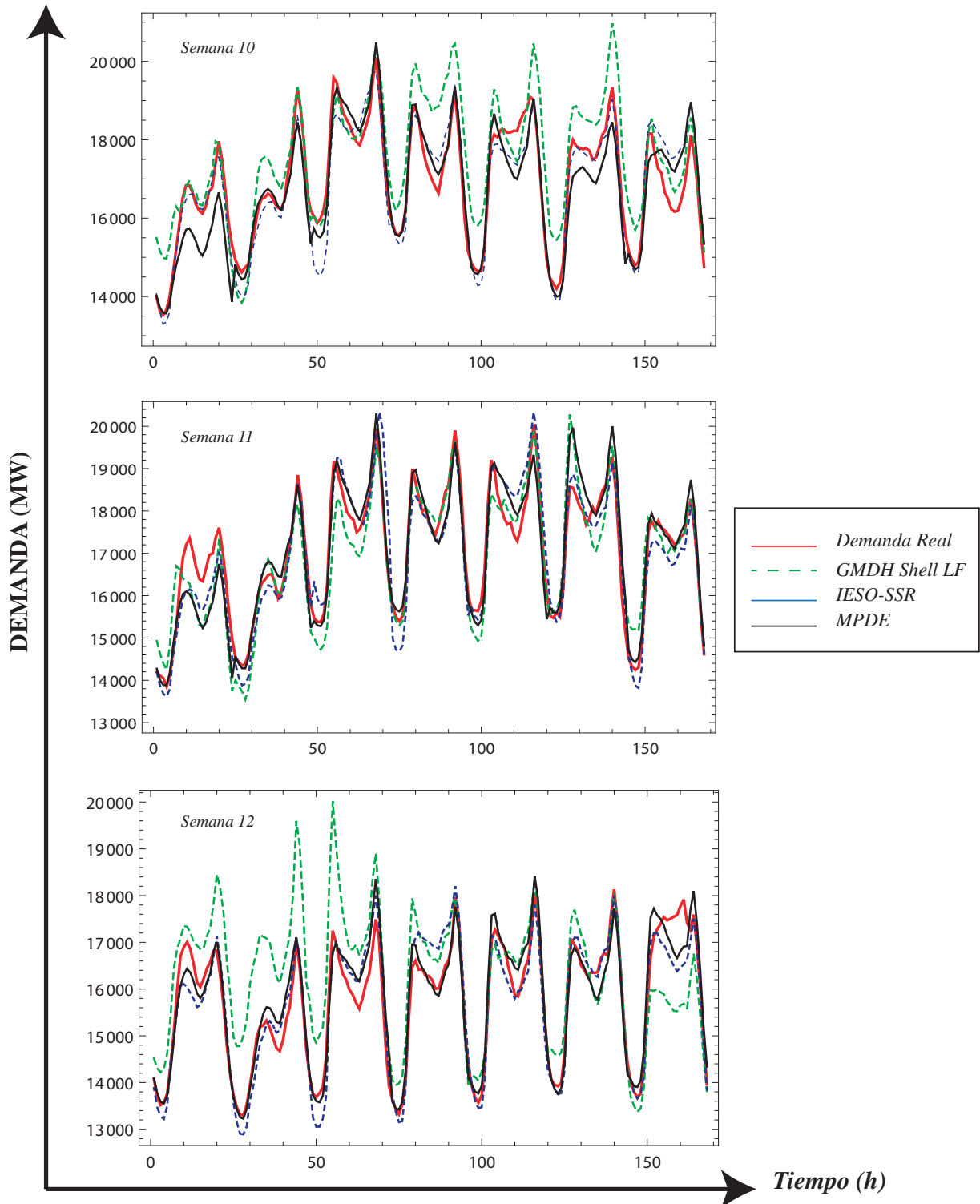


Figura 6.10: Pronóstico de DE en las semanas (10-12)

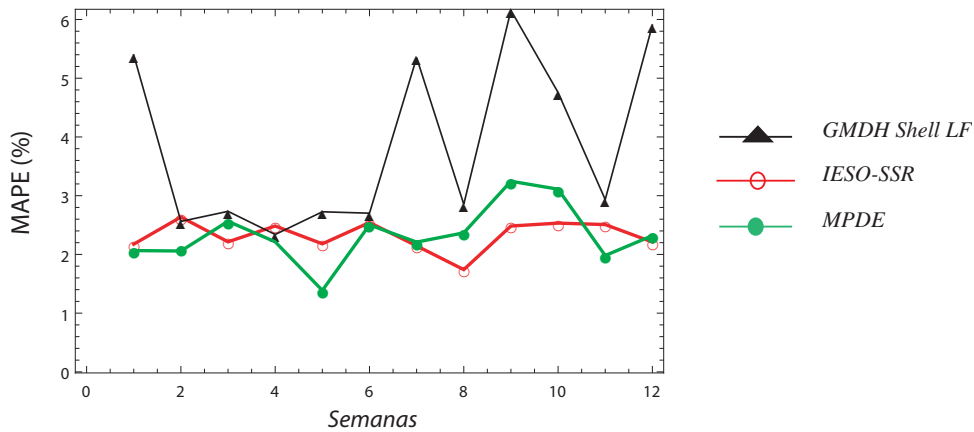


Figura 6.11: MAPEs semanales de los modelos durante las 12 semanas de estudio.

6.4. Estudios de Pruebas desarrolladas para el pronóstico del Precio de Electricidad.

En este apartado se muestran los resultados obtenidos acerca de los pronósticos del PE, generados por el MPPE, para diferentes casos de estudio como se muestra a continuación.

6.4.1. Comparación con modelos de predicción aplicados al precio de electricidad de Ontario

A continuación se muestra en la Tabla 6.4, los modelos con sus respectivos MAPEs semanales durante las semanas de estudio.

Tabla 6.4: MAPEs Semanales de los modelos para predecir el PE del siguiente día en el mercado eléctrico de Ontario.

		Modelos							IESO PDMPR
		Lineales				No Lineales			
		Univariables		Multivariables		Univariables		Multivariables	
		MPPE	ARIMA	FT	RD	Hibrido	MARS	RNA	
MAPEs semanales del PE (%)	1	17.49	15.9	15.6	15.9	15.21	17.5	17.8	39.7
	2	16.18	18.6	18	18.1	18.62	17.9	18.6	30.3
	3	14.31	13.6	12.3	13	17.91	14.2	14.5	36.39
	4	19.36	21.5	18.3	19	18.72	21	21.5	31.6
	5	17.18	15.4	14.8	14.7	16.61	15.2	15.6	60.2
	6	17.25	20.8	17.5	18.5	18.02	21.5	21.8	37.3
PROMEDIO		17.29	17.6	16.1	16.5	17.51	17.9	18.3	40

1. MPPE (Modelo propuesto en este trabajo)
2. Modelos desarrollados en la referencia [Zareipour, 2006]
 - ARIMA (Promedio Móvil Integrado Autorregresivo)
 - FT (Función de Transferencia)
 - RD (Regresión Dinámica)
 - MARS (Multivariate Adaptive Regression Splines)
 - RNA (Red Neuronal Artificial)
3. Modelo desarrollado en la referencia [Aggarwal et al., 2008]
 - Híbrido (Emplea una Transformada de Wavelet en combinación con una RNA)
4. IESO-PDMPR (Modelo del IESO)

La tabla anterior presenta los modelos lineales ARIMA, FT, RD, modelos no lineales MARS junto con la RNA, todos estos desarrollados en [Zareipour, 2006], el modelo no lineal PM5 implementado en [Aggarwal et al., 2008] y el modelo propuesto MPPE, de esta forma se puede realizar la comparación entre todos los modelos. En primer lugar no es demasiada la diferencia entre los modelos lineales, no lineales y el modelos propuestos en este trabajo, pero si una gran diferencia entre el modelo IESO-PDMPR, ya que todos los modelos reducen el MAPE más de un 50 %. El mejor modelo desarrollado por [Zareipour, 2006] fue el de FT, y

Al respecto del MPPE se puede afirmar que se encuentra a un nivel comparable con los modelos presentados en la Tabla 6.3, originando MAPEs de menor magnitud que todos los modelos no lineales, logrando posicionarse como el tercer mejor modelo desarrollado para tales periodos de prueba.

De esta manera se adjuntan las gráficas generadas por el MPPE en las Figuras 6.12 y 6.13, en las cuales podremos identificar visualmente que tan precisos fueron los modelos y aunque de esta manera no es muy notorio la diferencia de estos modelos, los resultados numéricos hacen la diferencia.

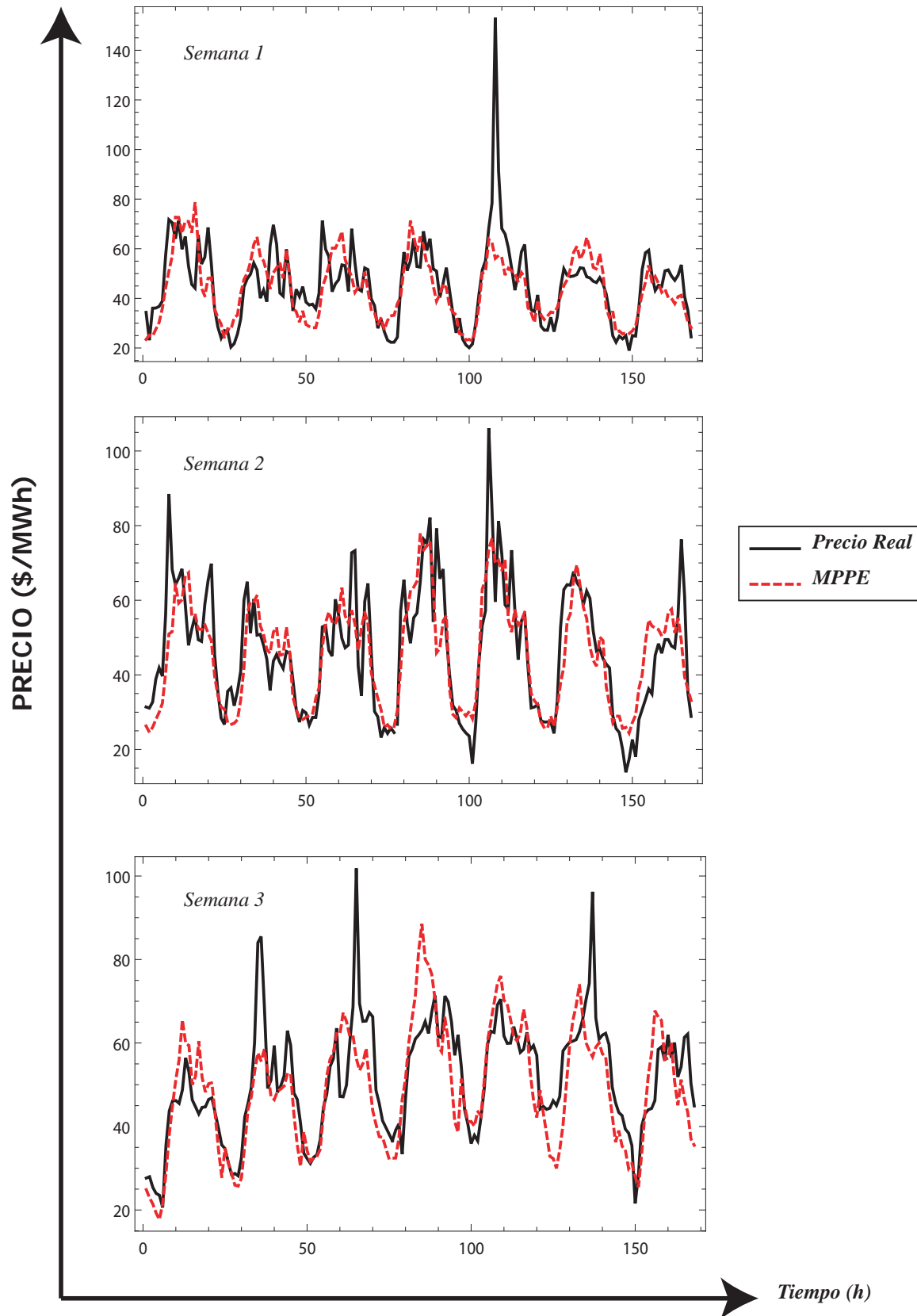


Figura 6.12: Predicción del PE producido por el MPPE, en las semanas de estudio (1-3)

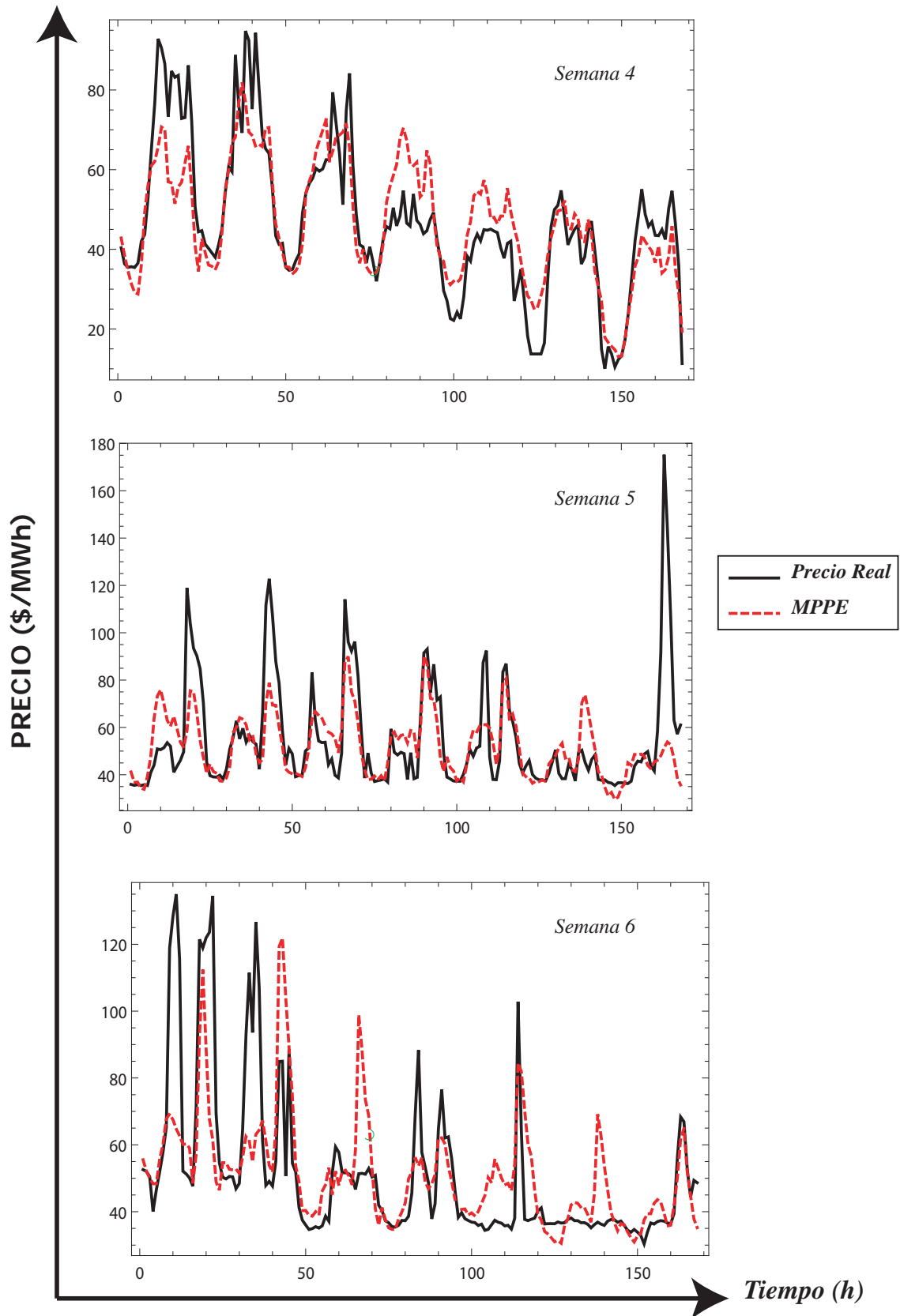


Figura 6.13: Predicción del PE producido por el MPPE, en las semanas de estudio (4-6)

6.4.2. Predicciones diarias del precio de electricidad evaluadas anualmente

También se ha evaluado el modelo en un periodo de prueba de un año, en el cual también [Aggarwal et al., 2008], evaluaron su modelo PM5; un modelo no lineal híbrido. En la Tabla 6.5 se presentan los resultados obtenidos.

Tabla 6.5: MAPE de comparación para 1 año.

Periodo de prueba	MPPE	PM5
01/Julio/2004 al 30/Junio/2005	19.03	19.33

En este periodo de prueba se muestra, que el modelo propuesto en esta tesis, mejora el desempeño del modelo en [Aggarwal et al., 2008], aunque no en gran medida pero ha generado un menor MAPE anual.

6.4.3. Evaluación y comparación de las predicciones diarias generadas por el MPPE y el IESO

Finalmente se ha evaluado al MPPE generando predicciones diarias dentro del año en curso, y los resultados de los MAPEs semanales obtenidos en el último periodo de prueba (6 semanas consecutivas) son mostrados en la Tabla 6.6 y en las Figuras 6.14 y 6.15 , se muestran las predicciones generadas por el modelo MPPE, asimismo las predicciones publicadas en el PDMPR del IESO.

Tabla 6.6: MAPEs semanales generados por los MPPE y el PDMPR

Periodo de prueba	<i>MAPEs Semanales</i>	
	<i>MPPE</i>	<i>IESO-PDMPR</i>
<i>semana</i> ₁ (10-16 de marzo del 2014)	55.55	52.47
<i>semana</i> ₂ (17-23 de marzo del 2014)	77.19	41.09
<i>semana</i> ₃ (24-30 de marzo del 2014)	40.77	27.43
<i>semana</i> ₄ (31 de marzo al 6 de abril del 2014)	56.47	54.70
<i>semana</i> ₅ (7-13 de abril del 2014)	45.56	53.62
<i>semana</i> ₆ (14-20 de abril del 2014)	57.22	49.68
PROMEDIO	55.46	46.49

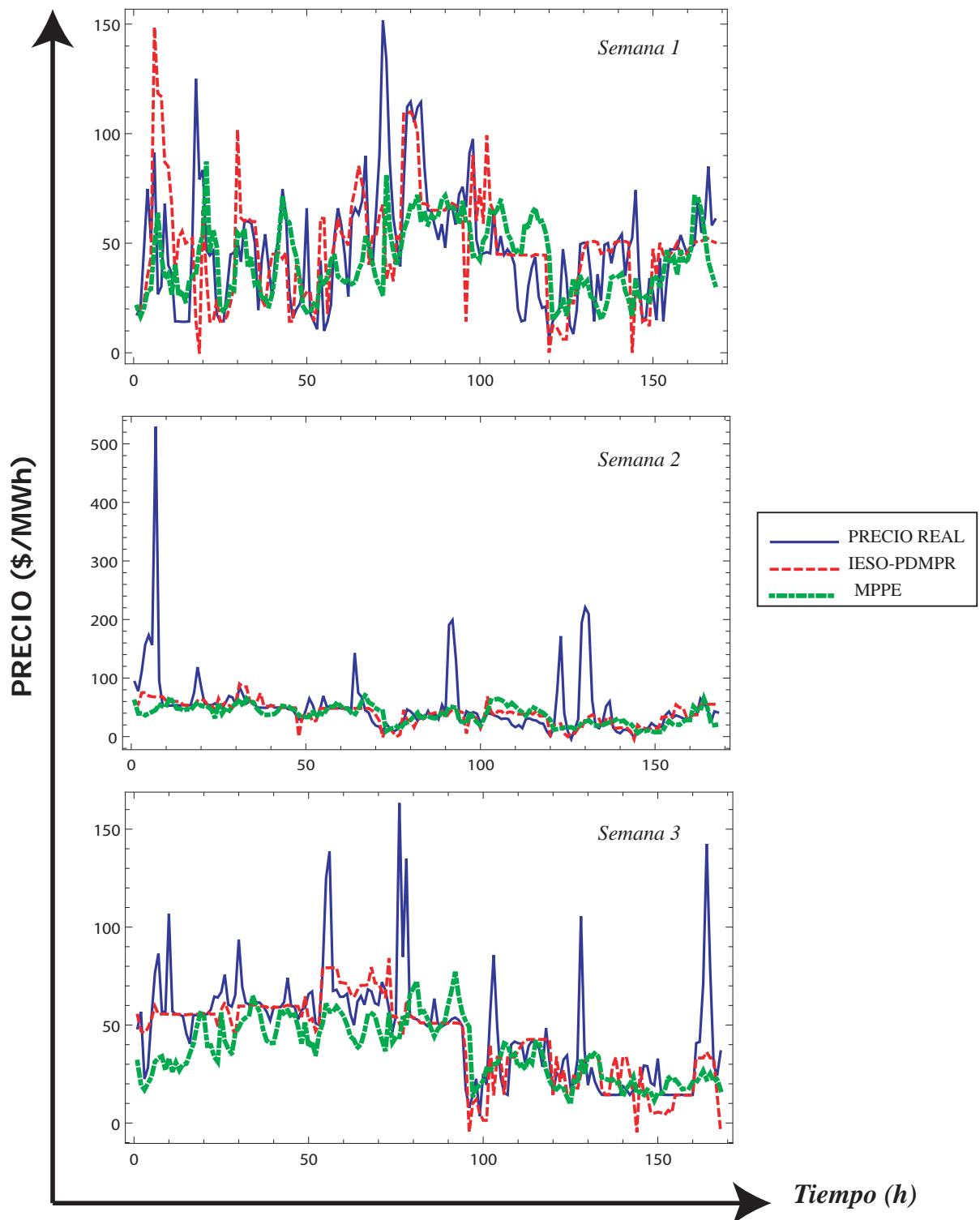


Figura 6.14: Predicciones del PE en las semanas de estudio (1-3)

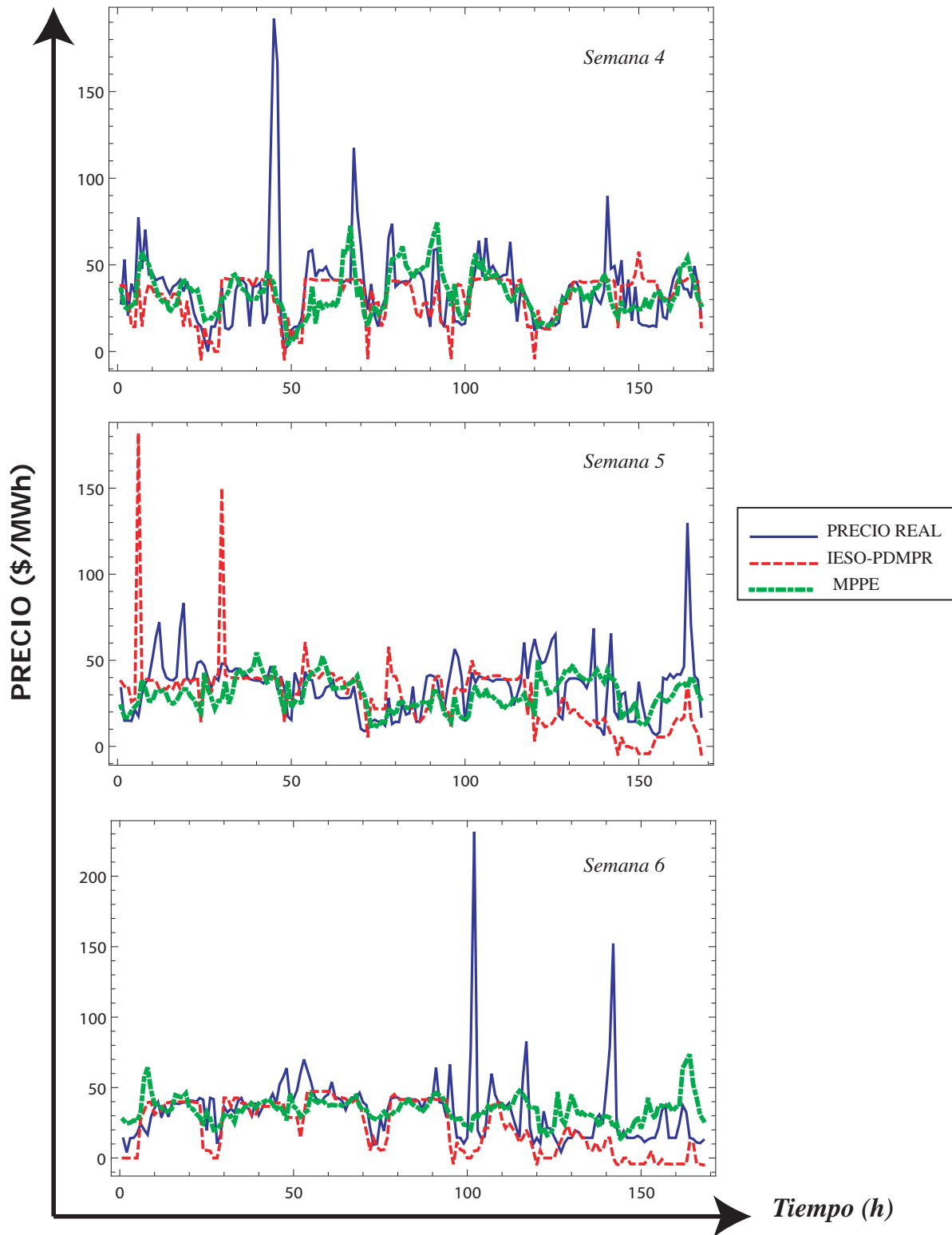


Figura 6.15: Predicciones del PE en las semanas de estudio (1-6)

Aunque en este último estudio los modelos propuestos para la predicción del PE de las siguientes 24 horas, resultan menos exactos que el modelo del IESO, de cualquier forma pueden ser empleados el MPPE por participantes que venden y compran energía del mercado eléctrico de Ontario, puesto que las predicciones obtenidas no existe demasiada diferencia respecto a las predicciones generadas por el modelo del IESO

Durante el desarrollo del presente capítulo, no se expusieron los valores reales y estimados de las variables bajo estudio, debido pues a la gran cantidad de datos. Mas sin embargo se muestra en el apéndice valores estimados de la demanda y precios de electricidad, los valores reales y estimados de DE y PE, en el cual se muestran unicamente las tablas de los pronósticos de DE obtenidos en la semana1 (11-17 de Enero del 2014) y para PE en la semana1 (10-16 de marzo del 2014), con la finalidad de verificar algunas de las gráficas correspondientes a tal experimentación.

6.5. Conclusiones

Los resultados que se muestran en este capítulo, avalan el desempeño que el modelo propuesto presenta ante la predicción de DE y PE del siguiente día. Se ha evaluado y comparado contra otros modelos implementados para la aplicación de predicciones de estas variables en el mercado eléctrico de Ontario, resultando un modelo respecto a sus predicciones, comparables ante los demás modelos y en ocasiones logrando tener mejores resultados. Hay que destacar que efectivamente el pronóstico de la demanda eléctrica es mucho más preciso que los pronósticos del precio de electricidad, ya que los errores medidos en el caso de la demanda se encuentran alrededor del 2% en la mayoría de los resultados obtenidos, mientras que en el precio los errores obtenidos, para estudios del año 2004 oscilaron alrededor del 17% y para estudios del año en curso, oscilaron cercanos al 50%, esto demuestra la variabilidad enorme que esta serie presenta, resultando imposible tener errores de menor magnitud a la hora de predecir los precios de electricidad.

Capítulo 7

Conclusiones Generales y Trabajos Futuros

7.1. Conclusiones generales

Se necesitan de varias herramientas y conocimientos para identificar e implementar un modelo ya sea lineal o no lineal que describa correctamente el comportamiento en lo particular de las series de demanda y precio, y de esta forma utilizarlos para predecir o estimar los valores futuros de estas variables. En base a los estudios realizados de las variables bajo estudio, un modelo lineal aplicado a un sistema no lineal (demanda eléctrica y precios de energía), arroja resultados excelentes, capaces de ser utilizados para operaciones desarrolladas en el mercado eléctrico de Ontario.

Aunque el modelo propuesto es basado en una RLM y sea sencillo relativamente, existe toda una teoría bastante sólida y fuerte, que permite seguir describiendo la relación entre distintas variables, que en este caso fué darle sentido a la correlación entre valores pasados, retardados específicamente en periodos estacionales, (diaria y semanal), identificando estos patrones por medio de la Función de Autocorrelación, una herramienta muy eficiente para encontrar características presentes en la series de tiempo.

Se realizó bastante experimentación hasta llegar a generar predicciones con errores considerablemente bajos, y esto gracias a que los modelos desarrollados son simples de manipular e implementar. Se ha logrado encontrar que los modelos de predicción desarrollados en este trabajo, mejoran sus resultados aumentando el tamaño de la ventana de datos utilizada para estimación del modelo, característica limitante en otras técnicas de predicción. También es de mencionar que aumenta su error de predicción, si en la estimación del modelo se encuentran valores atípicos.

Los PE del mercado eléctrico de Ontario, merecen un estudio más a fondo actualmente, pues en las predicciones obtenidas del año en curso, fueron de mayor error que las generadas por el modelo del IESO, lo cual indica encontrar un nuevo modelo con mejor desempeño. Lo difícil a la hora de estimar el modelo predicción en la serie de precios, es decidir cuales valores son extremos para eliminarse en esta etapa, pues en ocasiones estos mismos valores ocasionan una mejor predicción.

En lo que respecta a la DE, los resultados obtenidos son bastante precisos, pero nunca se encontrará un modelo determinista o exacto, pues existe la imposibilidad hasta el momento de predecir el futuro con total certeza. Por lo tanto, en la predicción de demanda eléctrica se obtuvieron mejores resultados, que en la predicción de precios de energía, debido a que la serie de demanda presenta un comportamiento más sistemático y no tan volátil como el caso de la serie de precios.

7.2. Trabajos futuros

De antemano van surgiendo diversas ideas, que podrán ser efectuadas para una realizar una mejora y obtener un conocimiento mas amplio sobre el tema. Algunas ideas que surgieron durante el desarrollo de esta tesis y que no lograron concretarse son las siguientes:

- Realizar un estudio acerca del impacto económico derivado de un análisis de cómo afectan los errores de la predicción de la demanda en la planificación de la producción de energía eléctrica y los errores de la predicción de los precios en la gestión óptima de las ofertas de compra y venta de energía por parte de los consumidores y compañías de generación, respectivamente.
- Introducir variables climáticas al modelo de demanda eléctrica, pues en estudios realizados se encuentra la fuerte correlación existente con tales variables.
- Establecer una ventana de datos para diferentes estaciones del año, por ejemplo, emplear una cantidad de datos menor para demandas bajas en primavera y para demandas altas en verano, una mayor ventana de datos en la estimación del modelo, o ya sea de forma inversa.
- Disminuir el error de predicción en los PE, para obtener mejores resultados que los publicados por el IESO en fechas actuales, y que además sea capaz de predecir precios picos del PE, en el mercado eléctrico de Ontario.
- Aplicar la transformada de fourier discreta como complemento al análisis de las series de tiempo (demanda y precios de electricidad), para obtener un espectro de potencias de la señal, con el cual quizás encontrar algún otro tipo de periodicidad presente y que no pueda ser encontrado por la función de autocorrelación.
- Descomponer las series de tiempo en diferentes niveles mediante la aplicación de una transformada wavelet discreta, para realizar un análisis a cada una de las series de tiempo y aplicar un modelo de predicción basado en técnicas de regresión lineal múltiple.

Bibliografía

- [Abu-El-Magd y Findlay, 2003] Abu-El-Magd M. y Findlay R. (2003). A new approach using artificial neural network and time series models for short term load forecasting. En *Electrical and Computer Engineering, 2003. IEEE CCECE 2003. Canadian Conference on*, tomo 3, páginas 1723–1726. IEEE.
- [Aggarwal et al., 2008] Aggarwal S.K., Saini L.M., y Kumar A. (2008). Electricity price forecasting in ontario electricity market using wavelet transform in artificial neural network based model. *International Journal of Control Automation and Systems*, 6(5):639–650.
- [Alfares y Nazeeruddin, 2002] Alfares H.K. y Nazeeruddin M. (2002). Electric load forecasting: literature survey and classification of methods. *International Journal of Systems Science*, 33(1):23–34.
- [Barakat et al., 1990] Barakat E., Qayyum M., Hamed M., y Al Rashed S. (1990). Short-term peak demand forecasting in fast developing utility with inherit dynamic load characteristics. i. application of classical time-series methods. ii. improved modelling of system dynamic load characteristics. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 5(3):813–824.
- [Box et al., 1994] Box G., Jenkins G., y Reinsel G. (1994). Time series analysis: forecasting and control. USA: Prentice Hall Inc., 1994.
- [Charytoniuk et al., 1998] Charytoniuk W., Chen M.S., y Van Olinda P. (1998). Nonparametric regression based short-term load forecasting. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 13(3):725–730.
- [Chen et al., 2004] Chen B.J., Chang M.W., y Lin C.J. (2004). Load forecasting using support vector machines: A study on eunite competition 2001. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 19(4):1821–1830.
- [Conejo et al., 2005a] Conejo A.J., Contreras J., Espinola R., y Plazas M.A. (2005a). Forecasting electricity prices for a day-ahead pool-based electric energy market. *International Journal of Forecasting*, 21(3):435–462.

- [Conejo et al., 2005b] Conejo A.J., Plazas M.A., Espinola R., y Molina A.B. (2005b). Day-ahead electricity price forecasting using the wavelet transform and arima models. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 20(2):1035–1042.
- [Contreras et al., 2003] Contreras J., Espinola R., Nogales F.J., y Conejo A.J. (2003). Arima models to predict next-day electricity prices. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 18(3):1014–1020.
- [Crespo Cuaresma et al., 2004] Crespo Cuaresma J., Hlouskova J., Kossmeier S., y Obersteiner M. (2004). Forecasting electricity spot-prices using linear univariate time-series models. *Applied Energy*, 77(1):87–106.
- [Departamento de Matemáticas, 2009] Departamento de Matemáticas C. (2009). Producto interno y ortogonalidad. Available at <http://www.mty.itesm.mx/etie/deptos/m/ma00-130/lecturas/m130-08.pdf>.
- [Engle et al., 1992] Engle R.F., Mustafa C., y Rice J. (1992). Modelling peak electricity demand. *Journal of forecasting*, 11(3):241–251.
- [Fan y McDonald, 1994] Fan J. y McDonald J. (1994). A real-time implementation of short-term load forecasting for distribution power systems. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 9(2):988–994.
- [GMDHShell, 2014] GMDHShell (2014). Software load forecasting. [Http://www.gmdhshell.com/](http://www.gmdhshell.com/).
- [Gross y Galiana, 1987] Gross G. y Galiana F. (1987). Short-term load forecasting. *Proceedings of the IEEE*, 75(12):1558–1573. ISSN 0018-9219. doi:10.1109/PROC.1987.13927.
- [Guo y Luh, 2003] Guo J.J. y Luh P.B. (2003). Selecting input factors for clusters of gaussian radial basis function networks to improve market clearing price prediction. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 18(2):665–672.
- [Guo y Luh, 2004] Guo J.J. y Luh P.B. (2004). Improving market clearing price prediction by using a committee machine of neural networks. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 19(4):1867–1876.
- [Haida y Muto, 1994] Haida T. y Muto S. (1994). Regression based peak load forecasting using a transformation technique. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 9(4):1788–1794.
- [Ho et al., 1990] Ho K.L., Hsu Y.Y., Chen C.F., Lee T.E., Liang C.C., Lai T.S., y Chen K.K. (1990). Short term load forecasting of taiwan power system using a knowledge-based expert system. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 5(4):1214–1221.
- [Hurtado y Aguado, 2005] Hurtado S.M. y Aguado J.G. (2005). Predicción de demanda de energía en colombia mediante un sistema de inferencia difuso neuronal. *Energética*, (33):15–24.

- [Hyde y Hodnett, 1997] Hyde O. y Hodnett P. (1997). An adaptable automated procedure for short-term electricity load forecasting. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 12(1):84–94.
- [IESO, 2014] IESO (2014). Independent electricity system operator. [Http://ieso-public.sharepoint.com/](http://ieso-public.sharepoint.com/).
- [Jiménez, 2007] Jiménez L.A.F. (2007). *Modelos avanzados para la predicción a corto plazo de la producción eléctrica en parques eólicos*. Tesis Doctoral, Universidad de La Rioja.
- [Juberias et al., 1999] Juberias G., Yunta R., Garcia Moreno J., y Mendivil C. (1999). A new arima model for hourly load forecasting. En *Transmission and Distribution Conference, 1999 IEEE*, tomo 1, páginas 314–319. IEEE.
- [Liu et al., 2006] Liu F., Song Q., y Findlay R.D. (2006). Accurate 24-hour-ahead load forecasting using similar hourly loads. En *Computational Intelligence for Modelling, Control and Automation, 2006 and International Conference on Intelligent Agents, Web Technologies and Internet Commerce, International Conference on*, páginas 249–249. doi:10.1109/CIMCA.2006.33.
- [Lora, 2005] Lora A.T. (2005). *Técnicas Avanzadas de Predicción y Optimización Aplicadas a Sistemas de Potencia*. Tesis Doctoral, Universidad de Sevilla.
- [Mandal et al., 2007] Mandal P., Senjyu T., Urasaki N., Yona A., Funabashi T., y Srivastava A.K. (2007). Price forecasting for day-ahead electricity market using recursive neural network. En *Power Engineering Society General Meeting, 2007. IEEE*, páginas 1–8. IEEE.
- [Mastorocostas et al., 1999] Mastorocostas P., Theocharis J., y Bakirtzis A. (1999). Fuzzy modeling for short term load forecasting using the orthogonal least squares method. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 14(1):29–36.
- [Mazengia y Tuan, 2008] Mazengia D.H. y Tuan L. (2008). Forecasting spot electricity market prices using time series models. En *Sustainable Energy Technologies, 2008. ICSET 2008. IEEE International Conference on*, páginas 1256–1261. IEEE.
- [Mills, 1991] Mills T.C. (1991). *Time series techniques for economists*. Cambridge University Press.
- [Mohandes, 2002] Mohandes M. (2002). Support vector machines for short-term electrical load forecasting. *International Journal of Energy Research*, 26(4):335–345.
- [Moliner, 2004] Moliner L.M. (2004). Analisis de series temporales. Article available at <http://www.seh-lelha.org/tseries.htm>.
- [Mondragón, 2011] Mondragón P.O. (2011). *Pronóstico de la Demanda de Energía Eléctrica a Corto Plazo utilizando una Red Neuronal Óptima*. Tesis de maestría, INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL.

- [Mori y Kobayashi, 1996] Mori H. y Kobayashi H. (1996). Optimal fuzzy inference for short-term load forecasting. *IEEE Transactions on Power Systems*, 11(1):390–396.
- [Mori et al., 1999] Mori H., Sone Y., Moridera D., y Kondo T. (1999). Fuzzy inference models for short-term load forecasting with tabu search. En *Systems, Man, and Cybernetics, 1999. IEEE SMC'99 Conference Proceedings. 1999 IEEE International Conference on*, tomo 6, páginas 551–556. IEEE.
- [Nogales y Conejo, 2006] Nogales F. y Conejo A.J. (2006). Electricity price forecasting through transfer function models. *Journal of the Operational Research Society*, 57(4):350–356.
- [Nogales et al., 2002] Nogales F.J., Contreras J., Conejo A.J., y Espínola R. (2002). Forecasting next-day electricity prices by time series models. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 17(2):342–348.
- [Rahman y Hazim, 1996] Rahman S. y Hazim O. (1996). Load forecasting for multiple sites: development of an expert system-based technique. *Electric Power Systems Research*, 39(3):161–169.
- [Red de España, 1998] Red de España R.E. (1998). Proyecto indel. atlas de la demanda eléctrica española. *Programa de Investigación y Desarrollo Tecnológico (PIE), REE*.
- [Romero, 2012] Romero J.L.O. (2012). *Modelación y Pronóstico de la Demanda de Energía Eléctrica de Mediano Plazo de El Salvador*. Tesis de maestría, UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR.
- [Rueda et al., 2011] Rueda V.M., Henao V., David J., Cardona F., Jaime C., et al. (2011). Avances recientes en la predicción de la demanda de electricidad usando modelos no lineales./recent advances in load forecasting using nonlinear models. *Dyna*, 78(167):36–43.
- [Ruzic et al., 2003] Ruzic S., Vuckovic A., y Nikolic N. (2003). Weather sensitive method for short term load forecasting in electric power utility of serbia. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 18(4):1581–1586.
- [Sancho, 2004] Sancho G.A. (2004). *Pronóstico de la Demanda de Energía Eléctrica a Mediano Plazo empleando una Red Neuronal de Retropropagación*. Tesis de maestría, Instituto Politécnico Nacional.
- [Shahidehpour, 2002] Shahidehpour M.; Yamin H.L.Z. (2002). *Market Operations in Electric Power Systems*. Wiley-IEEE Press.
- [Szkuta et al., 1999] Szkuta B., Sanabria L., y Dillon T. (1999). Electricity price short-term forecasting using artificial neural networks. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 14(3):851–857.
- [Taylor et al., 2006] Taylor J.W., de Menezes L.M., y McSharry P.E. (2006). A comparison of univariate methods for forecasting electricity demand up to a day ahead. *International Journal of Forecasting*, 22(1):1–16.

- [Valencia et al., 2007] Valencia A.L., Lozano C.A., Moreno C.A., et al. (2007). Modelo de promedios móviles para el pronóstico horario de potencia y energía eléctrica. *El Hombre y la Máquina*, (29):96–105.
- [Vapnik, 2000] Vapnik V. (2000). *The nature of statistical learning theory*. springer.
- [Vílchez, 2004] Vílchez R.E. (2004). *Predicción a corto plazo de los precios de la energía eléctrica*. Tesis Doctoral, Universidad de Castilla - La Mancha.
- [Wang y Ramsay, 1997] Wang A. y Ramsay B. (1997). Prediction of system marginal price in the uk power pool using neural networks. En *Neural Networks, 1997., International Conference on*, tomo 4, páginas 2116–2120. IEEE.
- [Xu y Lai, 2012] Xu F.Y. y Lai L.L. (2012). Day periodical classification for wide area day ahead short-term load forecast. En *Power and Energy Society General Meeting, 2012 IEEE*, páginas 1–4. IEEE.
- [YANG et al., 1996] YANG H.T., HUANG C.M., y HUANG C.L. (1996). Identification of armax model for short term load forecasting: An evolutionary programming approach. *IEEE transactions on power systems*, 11(1):403–408.
- [Zareipour, 2006] Zareipour H. (2006). *Price Forecasting and Optimal Operation of Wholesale Customers in a Competitive Electricity Market*. Tesis Doctoral, University of Waterloo.
- [Zhang y Luh, 2005] Zhang L. y Luh P.B. (2005). Neural network-based market clearing price prediction and confidence interval estimation with an improved extended kalman filter method. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 20(1):59–66.
- [Zhang et al., 2003] Zhang L., Luh P.B., y Kasiviswanathan K. (2003). Energy clearing price prediction and confidence interval estimation with cascaded neural networks. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 18(1):99–105.

Apéndice A

Solución por mínimos cuadrados ordinarios para la regresión lineal múltiple

A.1. Modelo lineal (caso 1)

Supongamos que una variable observable Y depende de m variables explicativas (caso de la regresión múltiple), Entonces tendremos n observaciones de Y , que en muchas situaciones aplicadas, se ajustan a un modelo lineal

$$y_i = \beta_0 + x_{i1}\beta_1 + \dots + x_{im}\beta_m + e_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (\text{A.1})$$

que en notación matricial es,

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_{12} & \dots & x_{1m} \\ 1 & x_{22} & \dots & x_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n2} & \dots & x_{nm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix}$$

La notación matricial compacta del modelo es

$$Y = X\beta + e \quad (\text{A.2})$$

A.1.1. Estimación de parámetros

la estimación de los parámetros $\beta = (\beta_1, \dots, \beta_m)^T$ en función de las observaciones $Y = (y_1, \dots, y_n)^T$, se plantea mediante el criterio de mínimos cuadrados (LS, "least squares"). Se desea encontrar $\hat{\beta} = (\hat{\beta}_1, \dots, \hat{\beta}_m)^T$ tal que

$$e'e = (Y - X\beta)^T(Y - X\beta) = \sum_{i=1}^n (y_i - x_{i1}\beta_1 - \dots - x_{im}\beta_m)^2 \quad (\text{A.3})$$

sea mínimo.

Teorema. *Toda estimación de LS de β es solución de las ecuaciones*

$$X^T X \beta = X^T Y \quad (\text{A.4})$$

$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (\text{A.5})$$

denominadas ecuaciones normales del modelo.

Demostración:

$$e^T e = (Y - X\beta)^T(Y - X\beta) = Y^T Y \underbrace{- Y^T X \beta - \beta^T X^T Y}_{\text{son elementos transpuestos}} + \beta^T X^T X \beta \quad (\text{A.6})$$

Los sumandos 2 y 3, al ser dos elementos que son uno el transpuesto del otro, tenemos que $(Y^T X \beta)^T = \beta^T X^T Y$ y al ser escalares, podemos concluir que son idénticos y de esta manera aseguramos que $-Y^T X \beta - \beta^T X^T Y = -2\beta^T X^T Y$, de esta manera reducimos la ecuación A.6 y obtenemos la ecuación A.7.

$$e'e = (Y - X\beta)^T(Y - X\beta) = Y^T Y - 2\beta^T X^T Y + \beta^T X^T X \beta \quad (\text{A.7})$$

Derivando vectorialmente respecto de β la ec. A.7 e igualando al vector nulo

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial \beta} e'e &= \frac{\partial (Y^T Y)}{\partial \beta} - \frac{\partial (2\beta^T X^T Y)}{\partial \beta} + \underbrace{\frac{\partial (\beta^T X^T X \beta)}{\partial \beta}}_{\text{desarrollando esta parte}} = 0 \\
&\beta^T X^T X \beta = (X\beta)^T (X\beta) \\
\frac{\partial (X\beta)^T (X\beta)}{\partial \beta} &= \frac{\partial (X\beta)^T}{\partial \beta} (X\beta) + (X\beta)^T \frac{\partial (X\beta)}{\partial \beta} \\
&= \frac{\partial \beta^T X^T}{\partial \beta} X\beta + \beta^T X^T \frac{\partial \beta}{\partial \beta} \\
&= X^T X \beta + \beta^T X^T X = 2X^T X \beta
\end{aligned}$$

finalmente

$$\begin{aligned}
&= -2X^T Y - 2X^T X \beta = 0 \\
&X^T X \beta = X^T Y
\end{aligned}$$

premultiplicando por la izquierda $(X^T X)^{-1}$ tenemos que:

$$\beta = (X^T X)^{-1} X^T Y$$

sii $(X^T X)^{-1}$ existe

De esta forma queda demostrado que la estimación de β es:

$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (\text{A.8})$$

A.2. Modelo lineal (caso 2)

Ahora suponemos que tenemos n observaciones independientes de s variables observables y_1, y_2, \dots, y_s , las cuales dependen de p variables explicativas.

De esta forma las s respuestas para cada variable dependiente j de la i -ésima observación, donde $i = 1 \dots n$, estaría representado de la siguiente manera,

$$y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j} x_{i1} + \dots + \beta_{pj} x_{ip} + \varepsilon_{ij} \quad \forall j = 1 \dots s \quad (\text{A.9})$$

Matricialmente:

$$\begin{bmatrix} y_{11} & \dots & y_{1s} \\ \vdots & & \vdots \\ y_{n1} & \dots & y_{ns} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & \dots & x_{1p} \\ \vdots & & & \vdots \\ 1 & x_{n1} & \dots & x_{np} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_{01} & \dots & \beta_{0s} \\ \beta_{11} & \dots & \beta_{1s} \\ \vdots & & \vdots \\ \beta_{p1} & & \beta_{ps} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \dots & \varepsilon_{1s} \\ \vdots & & \vdots \\ \varepsilon_{n1} & \dots & \varepsilon_{ns} \end{bmatrix} \quad (\text{A.10})$$

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\mathbf{B} + \mathbf{E}, \quad \mathbf{E} \sim N(\mathbf{0}, \Sigma) \quad (\text{A.11})$$

A.2.1. Estimación de parámetros

En este modelo debemos estimar los $p \times s$ parámetros de regresión, contenidos en la matriz \mathbf{B} . En el modelo caso 1: $Y = X\beta + e$, la estimación $LS \hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T y$ es lo que minimiza $\hat{e}^T \hat{e} = (y - X \hat{\beta})^T (y - X \hat{\beta})$.

En el modelos caso 2: el estimador de B es $\hat{B} = (X^T X)^{-1} X^T Y$ tal que minimiza la traza

$$tr(\hat{E}^T \hat{E}) = tr[(Y - X \hat{B})^T (Y - X \hat{B})] \quad (\text{A.12})$$

siendo $\hat{E} = Y - X \hat{B}$.

La matriz de residuos es la matriz $R_0 = (R_0(i, j))$ de orden $s \times s$

$$R_0 = \hat{E}^T \hat{E} = (Y - X \hat{B})^T (Y - X \hat{B})$$

donde $R_0(j, j)$ es la suma de los cuadrados residual del modelo $y_j = X\beta_j + e_j$

Definición.

Sean A y B dos matrices $m \times n$, el producto (interno, punto o escalar) de A y B se define en [Departamento de Matemáticas, 2009] como:

$$A \bullet B = tr(A^T \cdot B)$$

$$traza(A) = a_{11} + a_{22} + \dots + a_{nn}$$

Por lo tanto, una vez conocido estas definiciones, se resuelve la razón del por qué se minimiza la $tr(\hat{E}^T \hat{E})$, y la demostración de la solución de LS , se resuelve de la misma manera como en el caso 1.

Apéndice B

Valores estimados de demanda y precios de electricidad

En las siguientes tablas, se presenta el valor real de la variable (DE o PE), las predicciones obtenidas por los modelos empleados y el error cometido por cada hora estimada. De esta manera el error absoluto porcentual (APE) es definido como:

$$APE = 100 \left| \frac{A_k - F_k}{A_k} \right| \quad (\text{B.1})$$

donde A_k es el valor actual de la variable a predecir, F_k es el valor predicho de la variable en la hora k .

Tabla B.1: Valores reales y estimados de DE en la *semana*₁ (11-17 de Enero del 2014)

FECHA	DEMANDA REAL (MWh)	MPDE	IESO-SSR	GMDH	APE		
11-Jan-14	14881	14915.55769	14456	16372	0.2322	2.8560	10.0195
11-Jan-14	14370	14372.20488	13894	16028	0.0153	3.3125	11.5379
11-Jan-14	14090	14064.52504	13536	15575	0.1808	3.9319	10.5394
11-Jan-14	14033	13875.10516	13326	15417	1.1252	5.0381	9.8625
11-Jan-14	13873	13784.58682	13309	15437	0.6373	4.0655	11.2737
11-Jan-14	14073	13855.8349	13842	15984	1.5431	1.6414	13.5792
11-Jan-14	14569	14273.4674	14427	16723	2.0285	0.9747	14.7848
11-Jan-14	15278	15217.96437	15037	17846	0.3930	1.5774	16.8085
11-Jan-14	16101	15808.3515	15602	17954	1.8176	3.0992	11.5086
11-Jan-14	16828	16230.95078	15856	17972	3.5480	5.7761	6.7982
11-Jan-14	17392	16479.85126	16061	18292	5.2446	7.6529	5.1748
11-Jan-14	17484	16550.96767	16173	18314	5.3365	7.4983	4.7472
11-Jan-14	17483	16480.92592	15980	18244	5.7317	8.5969	4.3528
11-Jan-14	17359	16344.88953	15887	18074	5.8420	8.4798	4.1189

74 APÉNDICE B: VALORES ESTIMADOS DE DEMANDA Y PRECIOS DE ELECTRICIDAD

FECHA	<i>DEMANDA REAL (MWh)</i>	MPDE	IESO-SSR	GMDH	<i>APE</i>		
11-Jan-14	17128	16259.09761	15901	17966	5.0730	7.1637	4.8926
11-Jan-14	16984	16359.82607	16315	17957	3.6751	3.9390	5.7289
11-Jan-14	17472	17122.42515	17663	18529	2.0008	1.0932	6.0497
11-Jan-14	18295	18237.91168	18289	19149	0.3120	0.0328	4.6679
11-Jan-14	18169	18127.13077	18140	18928	0.2304	0.1596	4.1774
11-Jan-14	17610	17734.71347	17773	18407	0.7082	0.9256	4.5258
11-Jan-14	17201	17424.86431	17160	17786	1.3015	0.2384	3.4010
11-Jan-14	16703	16927.29296	16646	17212	1.3428	0.3413	3.0474
11-Jan-14	15950	16174.17241	15976	16325	1.4055	0.1630	2.3511
11-Jan-14	15096	15266.59729	15052	15239	1.1301	0.2915	0.9473
12-Jan-14	14363	14350.21364	13994	13726	0.0890	2.5691	4.4350
12-Jan-14	13865	13851.48927	13390	13183	0.0974	3.4259	4.9189
12-Jan-14	13549	13598.99754	12771	12915	0.3690	5.7421	4.6793
12-Jan-14	13414	13434.86133	12545	12885	0.1555	6.4783	3.9436
12-Jan-14	13381	13363.61051	12641	12677	0.1300	5.5302	5.2612
12-Jan-14	13572	13444.02894	13163	12732	0.9429	3.0136	6.1892
12-Jan-14	13933	13807.26219	13674	12883	0.9024	1.8589	7.5361
12-Jan-14	14581	14502.69098	14156	13404	0.5371	2.9148	8.0721
12-Jan-14	15296	15196.78615	14637	13936	0.6486	4.3083	8.8912
12-Jan-14	15875	15833.2	14890	14646	0.2633	6.2047	7.7417
12-Jan-14	16292	16233.60123	15267	15173	0.3585	6.2914	6.8684
12-Jan-14	16351	16435.51387	15605	15267	0.5169	4.5624	6.6296
12-Jan-14	16442	16495.72945	15671	15367	0.3268	4.6892	6.5381
12-Jan-14	16357	16397.81659	15635	15269	0.2495	4.4140	6.6516
12-Jan-14	16244	16356.90749	15575	15123	0.6951	4.1184	6.9010
12-Jan-14	16373	16525.51143	16153	15066	0.9315	1.3437	7.9827
12-Jan-14	17182	17299.69583	17573	15603	0.6850	2.2756	9.1898
12-Jan-14	18406	18377.59438	18306	16641	0.1543	0.5433	9.5893
12-Jan-14	18632	18385.8113	18267	16588	1.3213	1.9590	10.9704
12-Jan-14	18289	18018.74715	17833	16219	1.4777	2.4933	11.3183
12-Jan-14	17856	17717.22092	17340	15884	0.7772	2.8898	11.0439
12-Jan-14	17132	17132.80026	16650	15297	0.0047	2.8134	10.7110
12-Jan-14	16184	16248.38345	15888	14618	0.3978	1.8290	9.6762
12-Jan-14	15289	15298.72926	14927	14216	0.0636	2.3677	7.0181
13-Jan-14	14370	14534.33965	14040	14314	1.1436	2.2965	0.3897
13-Jan-14	13957	14111.55689	13565	14000	1.1074	2.8086	0.3081

FECHA	DEMANDA REAL (MWh)	MPDE	IESO-SSR	GMDH	APE		
13-Jan-14	13800	13905.84889	13385	13722	0.7670	3.0072	0.5652
13-Jan-14	13822	13879.52891	13378	13600	0.4162	3.2123	1.6061
13-Jan-14	13926	14130.80817	13568	13793	1.4707	2.5707	0.9550
13-Jan-14	14501	14879.85925	14864	14528	2.6126	2.5033	0.1862
13-Jan-14	15880	15973.08912	16333	15801	0.5862	2.8526	0.4975
13-Jan-14	17592	17024.26277	17344	17575	3.2272	1.4097	0.0966
13-Jan-14	17639	17260.60582	17650	17674	2.1452	0.0624	0.1984
13-Jan-14	17422	17393.89565	17712	17363	0.1613	1.6646	0.3387
13-Jan-14	17374	17543.02657	17843	17235	0.9729	2.6994	0.8000
13-Jan-14	17398	17624.12809	17859	17239	1.2997	2.6497	0.9139
13-Jan-14	17410	17661.59135	17967	17269	1.4451	3.1993	0.8099
13-Jan-14	17376	17629.79073	17899	17276	1.4606	3.0099	0.5755
13-Jan-14	17407	17586.8255	17747	17119	1.0331	1.9532	1.6545
13-Jan-14	17585	17749.53942	17935	17205	0.9357	1.9903	2.1609
13-Jan-14	18389	18575.41086	18882	17923	1.0137	2.6810	2.5341
13-Jan-14	19386	19692.45327	19271	18930	1.5808	0.5932	2.3522
13-Jan-14	19323	19830.51614	19128	19157	2.6265	1.0092	0.8591
13-Jan-14	19145	19655.93317	18870	19052	2.6688	1.4364	0.4858
13-Jan-14	18802	19151.53793	18458	18795	1.8590	1.8296	0.0372
13-Jan-14	17923	18267.2717	17695	18164	1.9208	1.2721	1.3446
13-Jan-14	16690	17177.23446	16570	17201	2.9193	0.7190	3.0617
13-Jan-14	15384	15973.15915	15323	16110	3.8297	0.3965	4.7192
14-Jan-14	14487	14424.09805	14494	15759	0.4342	0.0483	8.7803
14-Jan-14	14057	13982.88894	14200	15530	0.5272	1.0173	10.4788
14-Jan-14	13952	13752.83737	13967	15571	1.4275	0.1075	11.6041
14-Jan-14	13848	13693.22655	13821	15744	1.1177	0.1950	13.6915
14-Jan-14	13953	13845.22688	13917	15847	0.7724	0.2580	13.5741
14-Jan-14	14671	14417.01321	15535	16319	1.7312	5.8892	11.2330
14-Jan-14	16157	15688.95623	16984	17163	2.8968	5.1185	6.2264
14-Jan-14	17689	17176.88585	17857	18002	2.8951	0.9497	1.7695
14-Jan-14	17879	17435.18688	17922	18241	2.4823	0.2405	2.0247
14-Jan-14	17588	17369.3607	17730	18039	1.2431	0.8074	2.5642
14-Jan-14	17442	17403.81382	17741	17998	0.2189	1.7143	3.1877
14-Jan-14	17257	17411.55836	17654	18004	0.8956	2.3005	4.3287
14-Jan-14	17004	17347.02843	17394	17822	2.0173	2.2936	4.8106
14-Jan-14	16957	17322.58249	17260	17622	2.1559	1.7869	3.9217

FECHA	DEMANDA REAL (MWh)	MPDE	IESO-SSR	GMDH	APE		
14-Jan-14	16863	17327.81196	17108	17425	2.7564	1.4529	3.3327
14-Jan-14	17163	17538.78194	17279	17308	2.1895	0.6759	0.8448
14-Jan-14	18103	18302.72883	18747	17887	1.1033	3.5574	1.1932
14-Jan-14	19336	19267.10243	19396	18769	0.3563	0.3103	2.9324
14-Jan-14	19805	19358.78276	19272	18556	2.2531	2.6912	6.3065
14-Jan-14	19506	19224.1994	19065	18200	1.4447	2.2608	6.6954
14-Jan-14	19179	18902.65593	18705	17890	1.4409	2.4715	6.7209
14-Jan-14	18383	18094.37957	17886	17305	1.5700	2.7036	5.8641
14-Jan-14	17110	17012.23325	16641	16410	0.5714	2.7411	4.0912
14-Jan-14	15875	15787.39024	15337	15571	0.5519	3.3890	1.9150
15-Jan-14	14972	14927.46019	14896	14150	0.2975	0.5076	5.4902
15-Jan-14	14501	14475.55031	14430	13562	0.1755	0.4896	6.4754
15-Jan-14	14256	14262.80741	14246	13222	0.0478	0.0701	7.2531
15-Jan-14	14295	14212.9698	14189	12876	0.5738	0.7415	9.9265
15-Jan-14	14391	14365.14911	14348	12761	0.1796	0.2988	11.3265
15-Jan-14	15260	15042.5549	15622	13308	1.4249	2.3722	12.7916
15-Jan-14	16555	16448.72682	17129	15215	0.6419	3.4672	8.0942
15-Jan-14	17941	17871.05786	18162	17290	0.3898	1.2318	3.6286
15-Jan-14	18323	18034.58869	18459	16807	1.5740	0.7422	8.2738
15-Jan-14	18163	17870.25015	18492	16089	1.6118	1.8114	11.4188
15-Jan-14	18290	17786.9083	18612	16031	2.7506	1.7605	12.3510
15-Jan-14	18430	17680.63312	18691	15924	4.0660	1.4162	13.5974
15-Jan-14	18363	17480.31913	18619	15706	4.8068	1.3941	14.4693
15-Jan-14	18371	17425.86014	18609	15717	5.1447	1.2955	14.4467
15-Jan-14	18380	17372.36015	18491	15612	5.4823	0.6039	15.0598
15-Jan-14	18638	17587.23191	18584	16035	5.6378	0.2897	13.9661
15-Jan-14	19708	18353.90693	19625	17171	6.8708	0.4211	12.8729
15-Jan-14	20346	19422.787	20212	18637	4.5376	0.6586	8.3997
15-Jan-14	20330	19690.29808	20113	19239	3.1466	1.0674	5.3665
15-Jan-14	20278	19514.80819	19870	19066	3.7636	2.0120	5.9769
15-Jan-14	20085	19197.84462	19455	18773	4.4170	3.1367	6.5322
15-Jan-14	19308	18504.73324	18721	17873	4.1603	3.0402	7.4322
15-Jan-14	17887	17389.82553	17534	16456	2.7795	1.9735	8.0002
15-Jan-14	16579	16126.63623	16316	15078	2.7285	1.5863	9.0536
16-Jan-14	15796	15653.87507	15389	14682	0.8998	2.5766	7.0524
16-Jan-14	15353	15225.03998	14795	14277	0.8335	3.6345	7.0084

FECHA	DEMANDA REAL (MWh)	MPDE	IESO-SSR	GMDH	APE		
16-Jan-14	14959	15027.80966	14535	13932	0.4600	2.8344	6.8654
16-Jan-14	14931	15016.69304	14449	14006	0.5739	3.2282	6.1952
16-Jan-14	15133	15309.53149	14617	14075	1.1665	3.4098	6.9913
16-Jan-14	15675	16237.31619	15999	15068	3.5873	2.0670	3.8724
16-Jan-14	17075	17827.2498	17378	16492	4.4056	1.7745	3.4143
16-Jan-14	18488	19345.27108	18251	17993	4.6369	1.2819	2.6774
16-Jan-14	18604	19421.66568	18468	18391	4.3951	0.7310	1.1449
16-Jan-14	18459	19239.18634	18332	18240	4.2266	0.6880	1.1864
16-Jan-14	18299	19211.42637	18235	18262	4.9862	0.3497	0.2022
16-Jan-14	18244	19164.1317	18030	18775	5.0435	1.1730	2.9105
16-Jan-14	18272	19068.22002	17900	19249	4.3576	2.0359	5.3470
16-Jan-14	18234	19047.6167	17881	19375	4.4621	1.9359	6.2575
16-Jan-14	18195	19031.8209	17892	19059	4.5992	1.6653	4.7486
16-Jan-14	18537	19235.4829	18079	18870	3.7680	2.4707	1.7964
16-Jan-14	19354	19995.62684	19449	20606	3.3152	0.4909	6.4689
16-Jan-14	20280	20904.98376	20155	20801	3.0818	0.6164	2.5690
16-Jan-14	20305	20913.13798	20107	20585	2.9950	0.9751	1.3790
16-Jan-14	20140	20875.59688	19877	20416	3.6524	1.3059	1.3704
16-Jan-14	19822	20692.34115	19425	20674	4.3908	2.0028	4.2983
16-Jan-14	19036	19882.62448	18602	19151	4.4475	2.2799	0.6041
16-Jan-14	17857	18558.38657	17346	17710	3.9278	2.8616	0.8232
16-Jan-14	16700	17131.72296	16061	16387	2.5852	3.8263	1.8743
17-Jan-14	15728	15735.95036	15719	15886	0.0505	0.0572	1.0046
17-Jan-14	15330	15260.73628	15172	15592	0.4518	1.0307	1.7091
17-Jan-14	15040	15002.9158	14927	15167	0.2466	0.7513	0.8444
17-Jan-14	15018	14952.30601	14809	15108	0.4374	1.3917	0.5993
17-Jan-14	14991	15118.33801	14908	15212	0.8494	0.5537	1.4742
17-Jan-14	15496	15821.80382	15809	15471	2.1025	2.0199	0.1613
17-Jan-14	16994	17147.38017	16845	16441	0.9026	0.8768	3.2541
17-Jan-14	18289	18511.83564	17626	17578	1.2184	3.6251	3.8876
17-Jan-14	18644	18718.7524	18059	17840	0.4009	3.1377	4.3124
17-Jan-14	18581	18681.77878	18218	17848	0.5424	1.9536	3.9449
17-Jan-14	18632	18718.24025	18346	17701	0.4629	1.5350	4.9968
17-Jan-14	18491	18658.21684	18414	17506	0.9043	0.4164	5.3269
17-Jan-14	18392	18533.81314	18413	17395	0.7711	0.1142	5.4208
17-Jan-14	18186	18397.85203	18288	17288	1.1649	0.5609	4.9379

FECHA	DEMANDA REAL (MWh)	MPDE	IESO-SSR	GMDH	APE		
17-Jan-14	17990	18279.0153	18210	17183	1.6065	1.2229	4.4858
17-Jan-14	18191	18396.2569	18241	17463	1.1283	0.2749	4.0020
17-Jan-14	18570	19041.67872	19424	18223	2.5400	4.5988	1.8686
17-Jan-14	19602	20007.0028	19932	19554	2.0661	1.6835	0.2449
17-Jan-14	19607	20078.93449	19768	20057	2.4070	0.8211	2.2951
17-Jan-14	19253	19839.3016	19540	19719	3.0452	1.4907	2.4204
17-Jan-14	19016	19499.14566	19206	19178	2.5407	0.9992	0.8519
17-Jan-14	18240	18837.51192	18410	18160	3.2758	0.9320	0.4386
17-Jan-14	17292	17765.91377	17248	16819	2.7407	0.2545	2.7354
17-Jan-14	16121	16584.09869	16099	15706	2.8726	0.1365	2.5743
MAPE SEMANAL					1.9044 %	2.1746 %	5.3943 %

Tabla B.3: Valores reales y estimados del PE en la *semana*₁ (10-16 de Marzo del 2014)

FECHA	PRECIO REAL (\$/MWh)	MPPE	IESO-PDMPR	APE	
10-mar-14	17.6	20.0561	20.11	13.96	14.26
10-mar-14	21.11	20.7907	20.1	1.51	4.78
10-mar-14	47.72	20.5285	23.5	56.98	50.75
10-mar-14	74.83	28.0420	35.01	62.53	53.21
10-mar-14	52.08	29.0565	43.61	44.21	16.26
10-mar-14	91.31	36.8128	148.71	59.68	62.86
10-mar-14	26.67	34.1920	118.32	28.20	343.64
10-mar-14	30.22	50.0219	117	65.53	287.16
10-mar-14	68.12	26.2128	87	61.52	27.72
10-mar-14	40.04	48.8309	85.01	21.96	112.31
10-mar-14	36.24	27.3014	68	24.66	87.64
10-mar-14	14.31	37.3297	35	160.86	144.58
10-mar-14	14.28	25.0125	52.42	75.16	267.09
10-mar-14	14.14	22.7699	55.55	61.03	292.86
10-mar-14	14.15	24.7989	50	75.26	253.36
10-mar-14	14.29	27.2013	51	90.35	256.89
10-mar-14	54.49	30.8888	52.2	43.31	4.20
10-mar-14	125.15	37.2147	14.33	70.26	88.55
10-mar-14	79.09	44.4614	0	43.78	100.00

<i>FECHA</i>	<i>PRECIO REAL</i> <i>(\$/MWh)</i>	MPPE	IESO-PDMPR	<i>APE</i>	
10-mar-14	83.42	53.0048	65	36.46	22.08
10-mar-14	46.88	84.6810	35.2	80.63	24.91
10-mar-14	44.41	60.6101	14.38	36.48	67.62
10-mar-14	46.52	57.2291	14.36	23.02	69.13
10-mar-14	17.67	68.0069	24.17	284.87	36.79
11-mar-14	14.33	21.8853	14.35	52.72	0.14
11-mar-14	14.39	16.0577	14.36	11.59	0.21
11-mar-14	29.47	19.9341	16.76	32.36	43.13
11-mar-14	44.87	22.1213	23.01	50.70	48.72
11-mar-14	45.66	27.4355	30.2	39.91	33.86
11-mar-14	50.98	50.2542	101.94	1.42	99.96
11-mar-14	41.51	37.8118	61.48	8.91	48.11
11-mar-14	59.89	62.5356	60.01	4.42	0.20
11-mar-14	59.93	41.1148	61.57	31.40	2.74
11-mar-14	59.1	42.2463	59.91	28.52	1.37
11-mar-14	50.3	32.1371	59.89	36.11	19.07
11-mar-14	19.52	33.3911	44	71.06	125.41
11-mar-14	42.42	32.3516	24.42	23.74	42.43
11-mar-14	54.15	34.5055	21.21	36.28	60.83
11-mar-14	39.08	31.1715	35	20.24	10.44
11-mar-14	25.53	34.4323	45.01	34.87	76.30
11-mar-14	45.44	46.3709	45.1	2.05	0.75
11-mar-14	52.94	73.4883	45.7	38.81	13.68
11-mar-14	74.68	80.3093	43.01	7.54	42.41
11-mar-14	63.18	80.8890	45.7	28.03	27.67
11-mar-14	27.42	74.7176	14.33	172.49	47.74
11-mar-14	15.76	63.1762	14.35	300.86	8.95
11-mar-14	19.77	74.4325	40	276.49	102.33
11-mar-14	22.31	47.8378	35.11	114.42	57.37
12-mar-14	29.25	17.7214	25.12	39.41	14.12
12-mar-14	65.98	13.0761	27.76	80.18	57.93
12-mar-14	17.98	15.7909	27.76	12.18	54.39
12-mar-14	14.36	18.0630	14.41	25.79	0.35
12-mar-14	10.74	21.0491	21.21	95.99	97.49
12-mar-14	42.02	35.8115	61.46	14.77	46.26
12-mar-14	9.97	25.4877	61.3	155.64	514.84

<i>FECHA</i>	<i>PRECIO REAL</i> (<i>\$/MWh</i>)	MPPE	IESO-PDMPR	<i>APE</i>	
12-mar-14	14.29	32.7403	18.16	129.11	27.08
12-mar-14	21.95	37.7039	42	71.77	91.34
12-mar-14	53.11	38.2379	50	28.00	5.86
12-mar-14	65.98	28.9002	61.45	56.20	6.87
12-mar-14	58.23	27.5130	54.49	52.75	6.42
12-mar-14	44.46	28.8717	52	35.06	16.96
12-mar-14	25.66	27.9305	49	8.85	90.96
12-mar-14	61.43	27.6664	67.8	54.96	10.37
12-mar-14	65.95	33.0052	74.93	49.95	13.62
12-mar-14	63.14	40.0198	85.2	36.62	34.94
12-mar-14	69.37	46.2104	77.1	33.39	11.14
12-mar-14	89.88	54.3117	67.84	39.57	24.52
12-mar-14	44.8	50.3692	40.12	12.43	10.45
12-mar-14	39.44	45.6209	53	15.67	34.38
12-mar-14	63.98	32.5128	53	49.18	17.16
12-mar-14	90.25	35.9045	62.75	60.22	30.47
12-mar-14	151.78	27.7172	67.61	81.74	55.46
13-mar-14	133.84	80.3809	33.04	39.94	75.31
13-mar-14	86.53	56.3815	40.57	34.84	53.11
13-mar-14	61.65	38.5154	32.99	37.53	46.49
13-mar-14	50.79	45.0749	53.5	11.25	5.34
13-mar-14	39.43	47.9841	50.38	21.69	27.77
13-mar-14	77.03	56.1792	109.22	27.07	41.79
13-mar-14	112.24	58.8732	109.22	47.55	2.69
13-mar-14	114.57	62.3452	110	45.58	3.99
13-mar-14	105.24	50.8636	106.99	51.67	1.66
13-mar-14	112.02	59.2232	100.12	47.13	10.62
13-mar-14	114.38	46.6297	68.09	59.23	40.47
13-mar-14	84.94	52.3337	68.08	38.39	19.85
13-mar-14	65.08	64.9528	67.32	0.20	3.44
13-mar-14	64.68	55.6499	65.05	13.96	0.57
13-mar-14	57.74	53.0483	65.03	8.13	12.63
13-mar-14	51.54	49.7525	65.06	3.47	26.23
13-mar-14	58.69	58.9857	65.06	0.50	10.85
13-mar-14	47.98	54.8159	65.1	14.25	35.68
13-mar-14	65.16	56.1126	68.19	13.88	4.65

<i>FECHA</i>	<i>PRECIO REAL</i> <i>(\$/MWh)</i>	MPPE	IESO-PDMPR	<i>APE</i>	
13-mar-14	66.54	54.3657	68.2	18.30	2.49
13-mar-14	58.48	53.9557	67.3	7.74	15.08
13-mar-14	72.31	57.5230	65.03	20.45	10.07
13-mar-14	75.78	68.5040	64.74	9.60	14.57
13-mar-14	66.53	63.8884	14.32	3.97	78.48
14-mar-14	91.17	54.2799	60.2	40.46	33.97
14-mar-14	97.53	55.2160	90.32	43.39	7.39
14-mar-14	51.61	49.8746	60.2	3.36	16.64
14-mar-14	44.45	50.5432	75	13.71	68.73
14-mar-14	45.31	56.6322	59.5	24.99	31.32
14-mar-14	45.92	70.0471	99.28	52.54	116.20
14-mar-14	45.35	74.9230	68.21	65.21	50.41
14-mar-14	64.94	65.3452	64.34	0.62	0.92
14-mar-14	44.98	66.3267	44.95	47.46	0.07
14-mar-14	53.33	66.8095	44.95	25.28	15.71
14-mar-14	44.68	67.2798	44.94	50.58	0.58
14-mar-14	47.2	65.5068	44.93	38.79	4.81
14-mar-14	45.05	63.3739	44.63	40.67	0.93
14-mar-14	40.19	58.6686	44.57	45.98	10.90
14-mar-14	19.69	58.6054	44.62	197.64	126.61
14-mar-14	14.33	53.3796	44.63	272.50	211.44
14-mar-14	14.84	64.9827	44.63	337.89	200.74
14-mar-14	30.49	59.0872	44.56	93.79	46.15
14-mar-14	38.82	64.5786	44.04	66.35	13.45
14-mar-14	43.73	63.8534	44.88	46.02	2.63
14-mar-14	25.57	55.9788	44.62	118.92	74.50
14-mar-14	20.43	51.2914	44.62	151.06	118.40
14-mar-14	21.16	46.7389	44.5	120.88	110.30
14-mar-14	6.44	50.5083	0	684.29	100.00
15-mar-14	14.12	14.3626	12.2	1.72	13.60
15-mar-14	17.37	15.2527	12.2	12.19	29.76
15-mar-14	20.23	13.2393	9.2	34.56	54.52
15-mar-14	47.22	18.3997	6.19	61.03	86.89
15-mar-14	34.5	19.5744	6.19	43.26	82.06
15-mar-14	12.49	17.9416	27.76	43.65	122.26
15-mar-14	8.54	28.6563	22.17	235.55	159.60

<i>FECHA</i>	<i>PRECIO REAL</i> <i>(\$/MWh)</i>	MPPE	IESO-PDMPR	<i>APE</i>	
15-mar-14	19.59	22.7140	31.2	15.95	59.26
15-mar-14	49.57	28.2264	38.78	43.06	21.77
15-mar-14	50.22	28.9421	47.09	42.37	6.23
15-mar-14	50.18	28.6605	50.34	42.88	0.32
15-mar-14	35.75	26.6696	50.52	25.40	41.31
15-mar-14	14.35	20.9699	50.88	46.13	254.56
15-mar-14	35.76	16.2719	50.34	54.50	40.77
15-mar-14	23.81	15.3118	45.25	35.69	90.05
15-mar-14	49.26	22.4011	45.78	54.52	7.06
15-mar-14	50.08	26.4756	46.85	47.13	6.45
15-mar-14	40.82	33.7737	46	17.26	12.69
15-mar-14	48.66	35.3029	50.34	27.45	3.45
15-mar-14	51.57	41.8875	50.88	18.78	1.34
15-mar-14	54.13	42.7960	50.88	20.94	6.00
15-mar-14	35.11	36.4642	50.83	3.86	44.77
15-mar-14	47.78	28.2705	50.18	40.83	5.02
15-mar-14	52.33	13.4965	0	74.21	100.00
16-mar-14	74.23	45.0992	27.72	39.24	62.66
16-mar-14	34.98	24.1003	27.72	31.10	20.75
16-mar-14	14.36	27.7787	14.36	93.44	0.00
16-mar-14	16.4	18.2865	15.2	11.50	7.32
16-mar-14	34.06	16.0149	12.17	52.98	64.27
16-mar-14	27.67	19.0922	47.48	31.00	71.59
16-mar-14	14.87	18.8908	35.2	27.04	136.72
16-mar-14	43.15	23.8629	50.19	44.70	16.32
16-mar-14	14.35	27.8084	44.85	93.79	212.54
16-mar-14	33.49	42.1861	43.06	25.97	28.58
16-mar-14	47.29	34.0029	45.05	28.10	4.74
16-mar-14	47.14	26.9376	47.02	42.86	0.25
16-mar-14	47.5	21.7690	50.18	54.17	5.64
16-mar-14	53.73	31.0458	44.65	42.22	16.90
16-mar-14	48.9	28.5890	44.65	41.54	8.69
16-mar-14	44.69	33.1052	45.24	25.92	1.23
16-mar-14	47.68	41.3535	50.34	13.27	5.58
16-mar-14	49.43	65.0578	50.34	31.62	1.84
16-mar-14	70.07	48.8742	50.92	30.25	27.33

<i>FECHA</i>	<i>PRECIO REAL</i> <i>(\$/MWh)</i>	MPPE	IESO-PDMPR	<i>APE</i>	
16-mar-14	54.75	52.1531	50.95	4.74	6.94
16-mar-14	61.37	46.7570	51.96	23.81	15.33
16-mar-14	85.02	35.9964	52.22	57.66	38.58
16-mar-14	58.13	30.8190	50.95	46.98	12.35
16-mar-14	60.84	29.8292	50.34	50.97	17.26
<i>MAPE SEMANAL</i>				55.55 %	52.47 %