



UNIVERSIDAD MICHOACANA DE  
SAN NICOLÁS DE HIDALGO

**FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA  
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO**

**“CONTROL POR MODOS DESLIZANTES DE  
ALTO ORDEN PARA UN SISTEMA DE  
FRENADO ABS”**

**TESIS**

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE  
**MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERÍA ELÉCTRICA**

PRESENTA  
**CANDELARIO BURGARA MONTERO**

DIRECTOR DE TESIS  
**DR. JUAN ANZUREZ MARÍN**

CO-DIRECTOR DE TESIS  
**DR. FERNANDO ORNELAS TELLEZ**

MORELIA, MICHOACÁN

AGOSTO DE 2014



# Agradecimientos

A mis padres, Candelario Burgara y Consuelo Montero quienes siempre me han apoyado y motivado constantemente en todas mis metas para mi formación profesional.

A mi esposa Samantha y mi hija Itzamara, por sus alegrías y estar en cada momento en esta vida que el señor nos a regalado.

Al Dr. Anzures por su confianza, su apoyo y ser un excelente profesor.

Al Dr. Fernando Ornelas por su apoyo, su confianza, sus observaciones y además agradecer su excelente labor como profesor y como persona.

A todos mis maestros del posgrado de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, que formaron parte de esta aventura y siempre estarán en mis recuerdos.

A la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo por la oportunidad y la facilidad de la realización de mis estudios de maestría plasmados en este trabajo, así como al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por el apoyo económico otorgado.



# Resumen

En el presente trabajo de tesis, se estudia el sistema de frenado antibloqueo (ABS, por sus siglas en inglés Antilock Breaking System), donde se proponen esquemas de control robusto basados en modos deslizantes de alto orden. El modelo matemático del sistema ABS que se considera, parte de un prototipo de laboratorio ABS fabricado por Inteco Ltd, el cual consta de dos ruedas, la rueda inferior simula el movimiento lineal del vehículo relativo a la superficie del suelo, mientras que la rueda superior simula la rueda del vehículo. Para la implementación del frenado ABS, la rueda superior está equipada con un sistema de frenado de disco que es accionado por un motor de corriente continua (actuador). El análisis y diseño del control parte del modelo matemático del ABS en espacio de estados, en el cual se consideran las partes más importantes del sistema. Los estados del modelo son: la velocidad angular de la rueda superior y la velocidad angular de la rueda inferior (modelando la velocidad lineal del vehículo).

El diseño del control para el ABS es difícil dado que es un sistema no lineal con incertidumbres paramétricas y perturbaciones. El sistema ABS tiene un grado relativo 2 (incluyendo la dinámica del actuador), por tanto se propone un controlador por modos deslizantes de tipo quasi continuo de segundo orden, que permite tener un buen desempeño de control. Una desventaja que se presenta cuando el sistema a controlar tiene grado relativo igual al orden del controlador, es que se genera una frecuencia de conmutación llamada *chatterig*, y que no es deseada, ya que puede ocasionar daños irreversibles en los sistemas. Una opción para resolver el problema del chattering, es aumentar artificialmente el orden del controlador. Este aumento ocasiona el diseño de un nuevo controlador para el sistema ABS, llamado controlador por modos deslizantes de tipo quasi continuo de tercer orden. Otra manera de evitar el chattering, es reducir a 1 el grado relativo del sistema ABS mediante el rediseño de una superficie deslizante, donde con esta reducción, se puede usar el controlador continuo por modos deslizantes de tipo super-twistig (ST) de segundo orden. Todos los controladores mencionados son robustos ante perturbaciones externas, internas y/o incertidumbres paramétricas.

El objetivo del sistema ABS es el control de deslizamiento de la rueda para maximizar el coeficiente de adherencia entre el neumático y la superficie del suelo, independientemente de las condiciones del suelo, mientras el vehículo es controlable, por tanto se implementa un buscador de extremos para encontrar el valor de adherencia máximo para los neumáticos. Se evalúa el desempeño de los esquemas de control propuestos, vía simulación, en Simulink

de Matlab, asimismo se implementó el controlador clásico proporcional integral derivativo (PID), con la intención de comparar el funcionamiento de los controladores.

*Palabras claves: Sistema de frenado antibloqueo (ABS), teoría de control por modos deslizantes, control super-twisting, control por modos deslizantes de  $r$ -orden, superficie deslizante, control PID, diferenciador robusto y buscador de extremos.*

# Abstract

This thesis proposes the control of the antilock braking system (ABS), based on different schemes of robust control, by using the high order sliding mode control technique. The mathematical model of the ABS correspond to a prototype manufactured by Inteco Ltd, which consists of two wheels, in which the lower wheel simulates the relative linear vehicle movement on the surface, while the upper wheel correspond to the wheel motion of the vehicle. For the implementation of ABS braking, the upper wheel is equipped with a braking system disk, which is powered by a DC motor (actuator). The analysis and control design is based on the mathematical model of the ABS in state space, in which are involved the most important parts of the system. The considered states of the model are: the angular velocity of the upper wheel and the angular velocity of the lower wheel (modeling the linear speed of the vehicle).

The control for ABS is difficult since it is a non-linear system with parametric uncertainties and disturbances. The ABS has a relative degree 2 (including the actuator dynamics); therefore, we are proposing a quasi-continuous sliding mode controller of second order, which allows to have an adequate performance of the control system. One disadvantage that occurs when the control system has the same relative degree than the controller, is the generation of a switching frequency named *chattering*, which is not desired, since it may cause irreversible damage to the systems. One may to solve this problem is by artificially increasing the order of the controller, which results in the design of a new control for ABS system, named quasi continuous of third-order sliding mode controller. Another way to avoid the chattering, is to reduce to 1 the relative degree of the ABS system, through of designing a new sliding surface for the sliding mode controller, then it can be used the second order sliding mode controller named super-twisting (ST). All proposed controllers are robust to external, internal disturbances and to parametric uncertainties.

The objective of the ABS system is to control wheel slip to maximize the coefficient of friction between the tire and road under different surface conditions, while the car is controllable, therefore it is implemented an extremum seeking algorithm to find the maximum value of adherence for the tires. The performance of the proposed control schemes is evaluated via simulation using Simulink of Matlab, also the sliding modes controllers are additionally compared with the classical proportional integral derivative (PID) controller.

*Key words: Antilock braking system (ABS), theory sliding mode control, super-twisting*

*control, sliding surface, r-order sliding mode control, PID control, robust exact differentiation and extremum seeking.*

# Publicaciones

- Burgara-Montero C., Anzures-Marin J. and Ornelas-Tellez F. Super-twisting control algorithm for an antilock braking system. IEEE International autumn meeting on power, electronics and computing (ROPEC), Morelia, Mexico, pages 1-6, 2013.





# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Planteamiento del problema . . . . .	3
1.2. Estado del arte . . . . .	3
1.3. Motivación . . . . .	5
1.4. Hipótesis . . . . .	6
1.5. Justificación . . . . .	6
1.6. Objetivos . . . . .	6
1.6.1. Objetivo general . . . . .	6
1.6.2. Objetivos particulares . . . . .	6
1.7. Aportaciones . . . . .	7
1.8. Organización de la tesis . . . . .	7
<b>2. Modelado del sistema ABS</b>	<b>9</b>
2.1. Introducción . . . . .	9
2.2. Sistema ABS . . . . .	11
2.3. Modelo matemático del sistema ABS . . . . .	11
2.3.1. Cálculo del torque gravitacional . . . . .	13
2.3.2. Descripción de los parametros del sistema ABS . . . . .	16
<b>3. Estrategias de control para el sistema ABS</b>	<b>19</b>
3.1. Introducción a los modos deslizantes de alto orden . . . . .	19
3.2. Plantamiento del problema de control por modos deslizantes . . . . .	20
3.3. Construcción del controlador $r$ -deslizante quasi continuo . . . . .	21
3.3.1. Diferenciador robusto exacto . . . . .	22

3.3.2.	SMC de segundo orden quasi continuo . . . . .	23
3.3.3.	SMC de tercer orden quasi continuo . . . . .	24
3.4.	Controlador super-twisting . . . . .	25
3.5.	Controlador proporcional integral derivativo (PID) . . . . .	27
3.5.1.	Sintonización para controladores PID . . . . .	28
3.6.	Algoritmo de optimización por búsqueda de extremos . . . . .	30
3.6.1.	Descripción del problema . . . . .	31
3.6.2.	Diseño de control por modos deslizantes basado en búsqueda de extremos con el sistema de frenado ABS . . . . .	31
<b>4.</b>	<b>Resultados de simulación</b>	<b>33</b>
4.1.	SMC de segundo orden quasi continuo . . . . .	33
4.2.	SMC de tercer orden quasi continuo . . . . .	38
4.3.	Controlador super-twisting . . . . .	42
4.4.	Controlador Proporcional integral derivativo (PID) . . . . .	46
4.5.	Controladores HOSM y PID con buscador de extremos . . . . .	51
4.5.1.	SMC de segundo orden quasi continuo . . . . .	51
4.5.2.	SMC de tercer orden quasi continuo . . . . .	54
4.5.3.	Controlador super-twisting . . . . .	57
4.5.4.	Controlador proporcional integral derivativo (PID) . . . . .	60
<b>5.</b>	<b>Conclusiones y trabajo futuro</b>	<b>65</b>
5.1.	Conclusiones . . . . .	65
5.2.	Trabajo futuro . . . . .	66
	<b>Bibliografía</b>	<b>67</b>

# Índice de figuras

2.1. Coeficiente de adherencia $\mu$ contra el deslizamiento $\lambda$ . . . . .	10
2.2. Prototipo de laboratorio del sistema de frenado ABS. . . . .	11
2.3. Diagrama de cuerpo libre del sistema ABS. . . . .	12
2.4. Diagrama auxiliar para determinar el valor del coeficiente $M_g$ . . . . .	14
2.5. Coeficiente de adherencia de la carretera en función del deslizamiento de las ruedas. . . . .	15
2.6. Característica estática del torque de frenado $T_B$ . . . . .	16
3.1. Movimiento del modo $r$ -deslizante. . . . .	20
3.2. Control PID de una planta. . . . .	28
3.3. Curva de respuesta escalón unitario que muestra un sobrepaso máximo de 25 %. . . . .	28
3.4. Respuesta escalón unitario de una planta. . . . .	29
3.5. Curva de respuesta con forma de $S$ . . . . .	29
3.6. Coeficiente de fuerza de fricción máximo. . . . .	30
3.7. Diagrama a bloques del sistema ABS con el algoritmo buscador de extremos.	31
4.1. Diagrama a bloques del ABS aplicando el SMC de segundo orden quasi continuo.	33
4.2. Acción del SMC de segundo orden quasi continuo. . . . .	35
4.3. Torque de frenado aplicando el SMC de segundo orden quasi continuo. . . . .	35
4.4. Velocidad de la rueda inferior $w_2$ y superior $w_1$ con el SMC de segundo orden quasi continuo. . . . .	36
4.5. Deslizamiento de las ruedas $\lambda$ con el SMC de segundo orden quasi continuo hacia la referencia constante de deslizamiento $\lambda_{ref}$ . . . . .	36
4.6. Condición de la restricción $s = \dot{s} = 0$ . . . . .	37

4.7. Coeficiente de adherencia $\mu$ aplicando el SMC de segundo orden quasi continuo.	37
4.8. Diagrama a bloques del ABS aplicando el SMC de tercer orden quasi continuo.	38
4.9. Acción del SMC de tercer orden quasi continuo. . . . .	39
4.10. Torque de frenado aplicando el SMC de tercer orden quasi continuo. . . . .	40
4.11. Velocidad de la rueda inferior $w_2$ y superior $w_1$ con el SMC de tercer orden quasi continuo. . . . .	40
4.12. Deslizamiento de las ruedas $\lambda$ con el SMC de tercer orden quasi continuo hacia la referencia constante de deslizamiento $\lambda_{ref}$ . . . . .	41
4.13. Condición de la restricción $s = \dot{s} = \ddot{s} = 0$ . . . . .	41
4.14. Coeficiente de adherencia $\mu$ aplicando el SMC de tercer orden quasi continuo.	42
4.15. Diagrama a bloques del ABS aplicando el controlador ST. . . . .	42
4.16. Acción del controlador ST. . . . .	43
4.17. Torque de frenado aplicando el controlador ST. . . . .	44
4.18. Velocidad de la rueda inferior $w_2$ y superior $w_1$ con el controlador ST. . . . .	44
4.19. Deslizamiento de las ruedas $\lambda$ con el controlador ST hacia la referencia constante de deslizamiento $\lambda_{ref}$ . . . . .	45
4.20. Condición de la restricción $s = 0$ . . . . .	45
4.21. Coeficiente de adherencia $\mu$ aplicando el controlador ST. . . . .	46
4.22. Diagrama a bloques del ABS aplicando el controlador PID. . . . .	46
4.23. Acción del controlador PID. . . . .	47
4.24. Torque de frenado aplicando el controlador PID. . . . .	47
4.25. Velocidad de la rueda inferior $w_2$ y superior $w_1$ con el controlador PID. . . . .	48
4.26. Deslizamiento de las ruedas $\lambda$ con el controlador PID hacia la referencia constante de deslizamiento $\lambda_{ref}$ . . . . .	48
4.27. Error $e$ . . . . .	49
4.28. Coeficiente de adherencia $\mu$ aplicando el controlador PID. . . . .	49
4.29. Deslizamiento de las ruedas $\lambda$ hacia la referencia constante de deslizamiento $\lambda_{ref}$ aplicando los 4 controladores. . . . .	50
4.30. Diagrama a bloques del sistema ABS con el algoritmo buscador de extremos.	51
4.31. Acción del SMC de segundo orden quasi continuo con el algoritmo buscador de extremos. . . . .	52
4.32. Torque de frenado aplicando el SMC de segundo orden quasi continuo con el algoritmo buscador de extremos. . . . .	52

4.33. Velocidad de la rueda inferior $w_2$ y superior $w_1$ con el SMC de segundo orden quasi continuo aplicando el algoritmo buscador de extremos. . . . .	53
4.34. Seguimiento de $\lambda$ hacia $\lambda_{ref}$ al valor máximo $\lambda^*$ con $\lambda_0(t_0) = 0.2$ . . . . .	53
4.35. Seguimiento de $\lambda$ hacia $\lambda_{ref}$ al valor máximo $\lambda^*$ con $\lambda_0(t_0) = 0.3$ . . . . .	54
4.36. Coeficiente de adherencia $\mu$ hacia el coeficiente de adherencia máximo $\mu^*$ . . . . .	54
4.37. Acción del SMC de tercer orden quasi continuo con el algoritmo buscador de extremos. . . . .	55
4.38. Torque de frenado aplicando el SMC de tercer orden quasi continuo con el algoritmo buscador de extremos. . . . .	55
4.39. Velocidad de la rueda inferior $w_2$ y superior $w_1$ con el SMC de tercer orden quasi continuo aplicando el algoritmo buscador de extremos. . . . .	56
4.40. Seguimiento de $\lambda$ hacia $\lambda_{ref}$ al valor máximo $\lambda^*$ con $\lambda_0(t_0) = 0.2$ . . . . .	56
4.41. Seguimiento de $\lambda$ hacia $\lambda_{ref}$ al valor máximo $\lambda^*$ con $\lambda_0(t_0) = 0.3$ . . . . .	57
4.42. Coeficiente de adherencia $\mu$ hacia el coeficiente de adherencia máximo $\mu^*$ . . . . .	57
4.43. Acción del controlador ST con el algoritmo buscador de extremos. . . . .	58
4.44. Torque de frenado con el controlador ST y el buscador de extremos. . . . .	58
4.45. Velocidad de la rueda inferior y superior con el controlador ST aplicando el algoritmo buscador de extremos. . . . .	59
4.46. Seguimiento de $\lambda$ hacia $\lambda_{ref}$ al valor máximo $\lambda^*$ con $\lambda_0(t_0) = 0.2$ . . . . .	59
4.47. Seguimiento de $\lambda$ hacia $\lambda_{ref}$ al valor máximo $\lambda^*$ con $\lambda_0(t_0) = 0.3$ . . . . .	60
4.48. Coeficiente de adherencia $\mu$ hacia el coeficiente de adherencia máximo $\mu^*$ . . . . .	60
4.49. Acción del controlador PID con el algoritmo buscador de extremos. . . . .	61
4.50. Torque de frenado aplicando el controlador PID con el buscador de extremos. . . . .	61
4.51. Velocidad de la rueda inferior y superior con el controlador PID aplicando el algoritmo buscador de extremos. . . . .	62
4.52. Seguimiento de $\lambda$ hacia $\lambda_{ref}$ al valor máximo $\lambda^*$ con $\lambda_0(t_0) = 0.2$ . . . . .	62
4.53. Seguimiento de $\lambda$ hacia $\lambda_{ref}$ al valor máximo $\lambda^*$ con $\lambda_0(t_0) = 0.3$ . . . . .	63
4.54. Coeficiente de adherencia $\mu$ hacia el coeficiente de adherencia máximo $\mu^*$ . . . . .	63



# Índice de tablas

2.1. Parámetros del sistema ABS . . . . .	16
3.1. Reglas de sintonización de Ziegler Nichols basada en la respuesta escalón de la planta . . . . .	30





# Capítulo 1

## Introducción

En la actualidad, las empresas automotrices más importantes del mundo buscan la modernización de los vehículos; esta modernización no solo incluye la potencia en el motor o mejoras en el diseño interior y/o exterior del vehículo, sino también buscan mejorar las propiedades de los materiales que se utilizan para garantizar la seguridad de sus ocupantes.

Existen dos tipos de seguridad en los vehículos, la seguridad pasiva y la activa, la primera es la que está encaminada a minimizar las consecuencias sobre el pasajero en caso de un accidente (cinturones de seguridad, airbag, interiores ergonómicos, etc.) y la segunda consiste en los dispositivos sobre los que el conductor puede influir directamente (sistema ABS, suspensión, dirección, etc.) [1]. En el caso de los sistemas de seguridad activos, los investigadores han estado desarrollando ideas sobre los sistemas ABS.

En el año 1970 la firma alemana Bosch desarrolla, gracias a la aparición de la electrónica analógica, un dispositivo eficaz y con posibilidad de comercialización a gran escala para el sistema ABS, debido a la simplificación de componentes y a la reducción de costo por la utilización de esta nueva tecnología. En el año 1978 con la ayuda de la electrónica digital, la firma Bosch en colaboración con la empresa alemana Mercedes Benz, instalan el primer sistema ABS en un vehículo de serie (Mercedes de la clase s) [2]. Durante los últimos veinte años, se han mejorado significativamente y actualmente se encuentran en la mayoría de los vehículos modernos. La idea del sistema ABS es ayudar al conductor a mantener el control del vehículo durante el frenado, evitando que las ruedas se bloqueen, sino también, se está interesado en obtener la máxima adherencia de las ruedas sobre la superficie durante el frenado del vehículo [3]. Por lo tanto, el sistema ABS tiene como función adaptar el nivel de presión del líquido de freno en cada rueda para reducir la inestabilidad de conducción, aumentar la maniobrabilidad y disminuir la distancia de frenado independientemente de las condiciones del suelo (seco, húmedo, hielo, etc.).

Para el sistema ABS se han propuesto algoritmos de control con el fin de obtener un frenado en un tiempo mínimo y aumentar la capacidad de conducción del vehículo, como es el caso del controlador por modos deslizantes (SMC, por sus siglas en inglés Sliding Mode

Control) [4], en el cual son robustos ante incertidumbres, perturbaciones y variaciones paramétricas que presenta el sistema ABS. Este tipo de controlador presentan una reacción inmediata a cualquier desviación del sistema llevándola a la restricción (superficie deslizante) por un esfuerzo suficientemente energético y se convirtieron en los principales modos de operación de los sistemas de estructura variable (VSS por sus siglas en inglés Variable Structure System) [5]. Un principal inconveniente es el efecto de conmutación llamado *chattering* [6], i.e. vibraciones peligrosas de alta frecuencia del sistema controlado.

Como una extensión natural de los SMC se desarrollo el controlador por modos deslizantes de alto orden (HOSMC por sus siglas en inglés Higher Order Sliding Mode Control) para eliminar el efecto de conmutación, conservando las características principales que definen a los SMC [7]. Los HOSMC generalizan la idea básica de los SMC actuando en las derivadas de alto orden del sistema desviándolas a la restricción (superficie deslizante) en vez de influir en la desviación de la primera derivada como sucede en los SMC estándar. Además los HOSMC resuelven por completo una serie de problemas de control de *caja negra* cuando en realidad sólo se conoce el grado relativo del sistema [8].

Una de las aplicaciones de los HOSMC es la construcción de un diferenciador robusto exacto para realizar la medición de las derivadas de alto orden, en el cual tendrán que converger en tiempo finito a cero [9], permitiendo tener una reacción inmediata para llevar las variables de estado del sistema ABS a una restricción (superficie deslizante) y mantenerlas allí en un tiempo finito [10]. Un número de tales controladores se describe en la literatura [11], [12], [13], [14]. Asimismo, el controlador PID se ha propuesto debido a que tiene la capacidad de eliminar el error en estado estacionario para el control de sistemas lineales y no lineales que operan bajo un rango de operación [15].

El algoritmo buscador de extremos (ES, por sus siglas en inglés Extremum Seeking) ha sido una herramienta popular en aplicaciones de control en las décadas de 1940-1960 y actualmente se ha visto un regreso como un tema de investigación y con aplicaciones industriales en tiempo real [16]. El algoritmo buscador de extremos trata de maximizar (o minimizar) la salida del sistema, variando al sistema demasiado tiempo en tiempo real en la ausencia de un conocimiento previo acerca de cómo la salida depende de los estados o de las entradas [16]. La tarea es encontrar el valor máximo del coeficiente de adherencia de la superficie del suelo para que el neumático tenga el máximo agarre y el vehículo se detenga en la mínima distancia.

En esta tesis se presenta el diseño, análisis e implementación de los HOSMC y el controlador PID para controlar el sistema ABS vía simulación. Los HOSMC que se proponen son 3: el controlador por modos deslizantes de segundo orden quasi continuo, el controlador por modos deslizantes quasi continuo de tercer orden y el controlador super-twisting. El termino *quasi continuo* significa que la señal de control tendrá un aspecto casi continuo y no una alta frecuencia de conmutación como los SMC tradicionales. Se desea que la aplicación de los controladores mencionados anteriormente al sistema ABS se lleve a cabo el control de la salida del sistema llamada deslizamiento hacia una referencia, que la velocidad del vehículo y

la velocidad de la rueda sean cero, es decir, que el vehículo está detenido. Además es acoplado el algoritmo buscador de extremos al control del sistema ABS para maximizar el coeficiente de adherencia en función del deslizamiento.

## 1.1. Planteamiento del problema

El sistema ABS es un sistema no lineal que está sujeto a perturbaciones y variaciones paramétricas, lo que lo vuelve complicado de controlar, por lo tanto es necesario el desarrollo de un controlador eficiente, robusto ante perturbaciones externas, internas y/o incertidumbres paramétricas, y de fácil implementación.

## 1.2. Estado del arte

El desempeño del sistema ABS ha sido muy eficiente para regular las velocidades de las ruedas durante el frenado. Su aplicación ha estado presente en los vehículos, motocicletas, aviones y ferrocarriles, con el fin de mantener la estabilidad, maniobrabilidad y reducción de la distancia de frenado. Existen varios trabajos publicados de controladores que han generado resultados muy satisfactorios para el sistema ABS. En [17] se aplica un sistema de control híbrido con una red neuronal para observar el desarrollo del sistema ABS; en [18] se propone un control híbrido robusto para el control del rendimiento y realizar el seguimiento deseado de las trayectorias; en [19] se presenta un control híbrido inteligente con redes neuronales para observar las incertidumbres del sistema ABS; en [20] se utilizó un banco de pruebas de neumáticos para imitar y entender el comportamiento del sistema ABS de una manera fiable mediante un control de lógica difusa; en [22] los autores implementan un control difuso inteligente para identificar la relación existente con el deslizamiento de las ruedas y el coeficiente de adherencia y en [23] hacen referencia a cuatro nuevos controladores difusos takagi-sugeno para el control del deslizamiento longitudinal del sistema ABS.

En [21] los autores consideran a los actuadores hidráulicos convencionales, equipados con encendido/apagado de las válvulas del sistema ABS como una estrategia de control conmutada; en [24] se realiza el control por PC de un prototipo que considera todas las características de un sistema ABS real; en [31] se describe las técnicas con modos deslizantes como un enfoque para tratar los problemas de vehículos debido a su robustez y simplicidad en el diseño; en [32] se diseña una superficie deslizante con el uso de desigualdades lineales matriciales (LMI por su siglas en inglés Linear Matrix Inequalities) para el control por modos deslizantes; en [33] se modula el par de frenado con un control por modos deslizantes difuso de autoaprendizaje (SLFSMC por su siglas en inglés Self-Learning Fuzzy Sliding-Mode Control) y en [34] se propone un enfoque mejorado de la ley exponencial de control de estructura variable con el método modos deslizantes, eliminando la conmutación y mejorando la robustez.

Los autores en [38] implementan las técnicas con modos deslizantes de alto orden para superar el efecto de la conmutación llamada *chattering*, presentes en los modos deslizantes estándar, manteniendo la estabilidad en tiempo finito y precisión; en [44] se garantiza un proceso eficaz de frenado mejorando la seguridad de los vehículos en condiciones de conducción adversas aplicando los controladores por modos deslizantes de alto orden; en [39] y [40] se propone eliminar el *chattering* considerando la derivada temporal del control actual como un nuevo control aumentando artificialmente el grado relativo de la variable deslizante; en [41] se destaca la eficiencia de un control con respecto a la convergencia en tiempo finito y robustez en el caso del grado relativo mayor que uno; en [42] los autores aplican un controlador por modos deslizantes de segundo orden al sistema ABS; en [43] se proponen un nuevo esquema de observación para los controladores por modos deslizantes de alto orden; en [45] se realiza la comparación de los modos deslizantes estándar con los modos deslizantes de alto orden. Los autores en [46] desarrollan un diferenciador robusto exacto para realizar las mediciones de la primera, segunda o  $r$ -derivadas de la superficie deslizante.

En [26] el sistema ABS regula el deslizamiento de las ruedas lo más cerca posible al pico de la curva del coeficiente de adherencia en cualquier condición de camino, en [27] se propone un algoritmo buscador de extremos para encontrar el valor máximo que pueda presentarse en el pico de la curva del coeficiente de adherencia; en [28] se propone un buscador de extremos, en el cual el valor dado en esta búsqueda, es la referencia de un máximo global y el propósito del controlador es mantener la salida del sistema en la referencia; en [29] el problema del control por búsqueda de extremos es tratado como un problema de optimización en tiempo real con restricciones en el sistema dinámico; en [30] el control por búsqueda de extremos (ESC por su siglas en inglés Extremum Seeking Control), está basado en optimización numérica y en [37] se realiza el análisis de convergencia del control por búsqueda de extremos.

En [36] el control por búsqueda de extremos es mejorado a través por los modos deslizantes para aplicarlo a sistemas con tiempo de retardo y evitar el problema de oscilación excesiva y en [35] el esquema de control por búsqueda de extremos es forzado por una estrategia de control por modos deslizantes con búsqueda de señales periódicas.

En [47] se propone un controlador PID aplicado al sistema ABS vía simulación para obtener el cambio de la curva de velocidad del vehículo y la velocidad de la rueda para diferentes coeficientes de adherencia; en [48] se implementa un controlador PI para controlar el sistema ABS y detener el vehículo y en [25] los autores introducen un controlador de auto sintonización (PI con redes neuronales) para mejorar el rendimiento del vehículo considerablemente.

En [48] se llevó a cabo un trabajo de investigación, donde se consideró el sistema ABS y un controlador por modos deslizantes. El sistema ABS fue considerado con un grado relativo 1, ya que no se tomó en cuenta la dinámica del actuador, con esta característica se implementó el controlador por modos deslizantes de segundo orden llamado controlador super-twisting por su buen desempeño, siempre y cuando el sistema tenga un grado relativo 1. Además se consideró un buscador de extremos para encontrar el valor de adherencia máximo para la rueda del vehículo independientemente de las condiciones que pudiera tener la superficie del

suelo, los resultados son presentados vía simulación y experimentalmente.

En este trabajo de investigación se considera la dinámica del actuador en el sistema ABS aumentando el grado relativo a 2. Este aumento en el grado relativo del sistema, para dicho control, se implementa un controlador por modos deslizantes de segundo orden quasi continuo. Como el grado relativo del sistema ABS es igual al orden del controlador, se genera una frecuencia de conmutación llamada *chattering*, para eliminar este efecto se realiza un aumento artificialmente del orden del controlador, generando así un nuevo controlador que en este caso es un controlador por modos deslizantes de tercer orden quasi continuo.

Por otra parte, dado a los resultados satisfactorios del controlador super-twisting en el trabajo anterior, se retoma nuevamente en este trabajo para el control del sistema ABS considerando ahora la dinámica del actuador. Para el buen desempeño de este controlador, los sistemas a controlar deben de presentar un grado relativo 1, por lo tanto, se diseña una superficie deslizante que permitirá reducir el grado relativo a 1 al sistema ABS, para fines de control. Además se implementa un algoritmo buscador de extremos con control por modos deslizantes con la finalidad de encontrar el valor máximo del coeficiente de adherencia en función del deslizamiento de la rueda del vehículo, los resultados son presentados vía simulación.

### 1.3. Motivación

Como una extensión natural del controlador por modos deslizantes estándar, se desarrollan los controladores por modos deslizantes de alto orden. El desempeño de los HOSMC es satisfactorio en la regulación de las variables de estado sea hacia una constante o seguimiento de una trayectoria en un tiempo finito. Estos HOSMC se aplican dependiendo del grado relativo que pueda tener el sistema en el cual las ganancias deberán ser elegidas lo suficientemente grandes garantizando una mayor robustez, estabilidad y una rápida convergencia de las variables de estado del sistema hacia una restricción llamada superficie deslizante. Se propone aplicar un SMC de segundo orden quasi continuo, cuando el grado relativo del sistema ABS sea igual a 2. Cuando el grado relativo  $k$  del sistema sea igual al  $r$  orden del controlador, será necesario elevar artificialmente el orden del controlador para evitar la frecuencia de conmutación llamada *chattering*. Este incremento tendrá como resultado la aplicación de un nuevo controlador llamado SMC de tercer orden quasi continuo. Al incrementar artificialmente el orden del controlador se espera reemplazar la señal conmuta por una señal continua y tener una señal suave para el sistema ABS. Para la aplicación del controlador super-twisting, es necesario diseñar una superficie deslizante que permita reducir el grado relativo del sistema a 1, ya que este controlador presenta un buen desempeño con sistemas de grado relativo 1. Para comparar estos controladores se propone un controlador PID clásico dado a sus grandes aplicaciones en diferentes sistemas con características lineales y no lineales.

## 1.4. Hipótesis

Es posible diseñar un controlador no lineal robusto ante incertidumbres, perturbaciones y variaciones paramétricas para el sistema ABS, tal que se obtenga un frenado eficiente, logrando la máxima adhesión del vehículo sobre la superficie del suelo.

## 1.5. Justificación

Esta tesis se desarrolla por la necesidad de disponer de un sistema ABS eficaz para un vehículo que brinde mayor seguridad al conductor y a los demás tripulantes, frenando el vehículo en el menor tiempo y distancia posible aplicando técnicas eficientes de control para lograrlo.

## 1.6. Objetivos

### 1.6.1. Objetivo general

Diseñar un esquema de control no lineal robusto basado en modos deslizantes de alto orden partiendo del grado relativo y un algoritmo de optimización por búsqueda de extremos, para aumentar la eficiencia del sistema ABS.

### 1.6.2. Objetivos particulares

- Diseñar una superficie deslizante el cual se considera la salida del sistema llamada deslizamiento y una referencia para el seguimiento que mantendrá el grado relativo 2 del sistema ABS.
- Rediseñar una superficie deslizante el cual se considera la salida del sistema llamada deslizamiento y la dinámica del actuador con su respectiva referencia para el seguimiento permitiendo reducir a 1 el grado relativo del sistema ABS.
- Implementar los controladores por modos deslizantes de alto orden y el controlador PID al sistema ABS.
- Aplicar un diferenciador robusto exacto para el cálculo de la primera y segunda derivada de la superficie deslizante, presente en los controladores por modos deslizantes de alto orden.
- Aplicar el algoritmo de optimización por búsqueda de extremos para encontrar el valor máximo del coeficiente de adherencia, para mantener mayor adhesión de las ruedas con la superficie del suelo.

## 1.7. Aportaciones

- Diseñar e implementar los controladores por modos deslizantes de alto orden para el sistema ABS a nivel simulación.
- Combinar los controladores por modos deslizantes de alto orden con el algoritmo de optimización por búsqueda de extremos para hacer eficaz el proceso de frenado.
- Implementar el diferenciador robusto exacto para realizar la medición de la primera y segunda derivada de los controladores por modos deslizantes de alto orden.
- Realizar la comparación de los controladores propuestos con el controlador PID.

## 1.8. Organización de la tesis

La estructura de esta tesis está definida como se describe a continuación. En el Capítulo 2 se describe el modelo matemático con relación al prototipo de laboratorio del sistema ABS. En el Capítulo 3 se presenta el diseño y análisis de los algoritmos de control propuestos para lograr el control del sistema ABS, así como el algoritmo de optimización por búsqueda de extremos para encontrar el valor máximo del coeficiente de adherencia, para mantener mayor adhesión de las ruedas con la superficie del suelo. En el Capítulo 4 se muestran los resultados del sistema ABS mediante simulaciones. En el Capítulo 5 se presentan las conclusiones más importantes obtenidas durante la realización del trabajo y se plantean trabajos futuros.





# Capítulo 2

## Modelado del sistema ABS

*El modelo matemático que se describe en este capítulo parte de un prototipo de laboratorio del sistema ABS fabricado por Inteco Ltd, el cual consiste en dos ruedas; la rueda superior simula en movimiento de la rueda del vehículo y la rueda inferior simula el movimiento relativo del vehículo sobre la superficie del suelo. Para frenar el vehículo se tiene un actuador que esta acoplado a la rueda superior. Por lo tanto, el modelo matemático está formado por las ecuaciones diferenciales que describen las partes con las que cuenta el prototipo de laboratorio del sistema ABS. Los coeficientes geométricos, fricción estática y momento de inercia se eligen en base a los datos del fabricante. Este modelo matemático es el que se implementó en esta tesis.*

### 2.1. Introducción

El sistema ABS es un sistema de control electromecánico que ayuda al conductor a mantener el control del vehículo durante el frenado, evitando que las ruedas se bloqueen. Si se produce bloqueo de las ruedas, se perderá la estabilidad direccional del vehículo y este no puede ser controlado, lo que podría provocar daños y lesiones graves. Por lo tanto, la función primaria del sistema de frenado ABS es mantener la orientación del vehículo estable, incluso en condiciones de frenado repentino y superficies de suelo resbaladizos.

Otra característica significativa es que al mantener la presión de frenado justo por debajo del punto en el que la rueda se bloquea, se garantiza la máxima potencia de frenado para detener el vehículo. El sistema ABS incluye todos los componentes principales que un sistema de frenos convencional tiene (disco metálico, pastillas de freno, pistones, cilindros y circuito hidráulico). Durante el frenado, las fuerzas de fricción que se generan entre la rueda y la superficie del suelo son proporcionales a la carga normal del vehículo. A esta proporción se denomina coeficiente de adherencia y se denota por  $\mu$ . Los estudios muestran que el coeficiente de adherencia es una función no lineal del deslizamiento de la rueda [49]. Este deslizamiento se define como la diferencia relativa entre el vehículo y la velocidad de la rueda [50].

El deslizamiento de la rueda sobre la superficie del suelo se puede representar por

$$\mu(\lambda) = \frac{V - R w}{V}, \quad (2.1)$$

donde  $\lambda$  es el deslizamiento de la rueda,  $V$  es la velocidad lineal de avance del vehículo,  $R$  es el radio de la rueda correspondiente y  $w$  es la velocidad angular de la rueda. La mayoría de los controladores para el sistema ABS se esperan para mantener el deslizamiento de la rueda a un nivel particular cuando el coeficiente de adherencia correspondiente alcanza su valor máximo. En [51], se menciona que el deslizamiento de la rueda debe mantenerse entre 0.08 y 0.3 para lograr un frenado eficiente, como se muestra en la Figura 2.1.

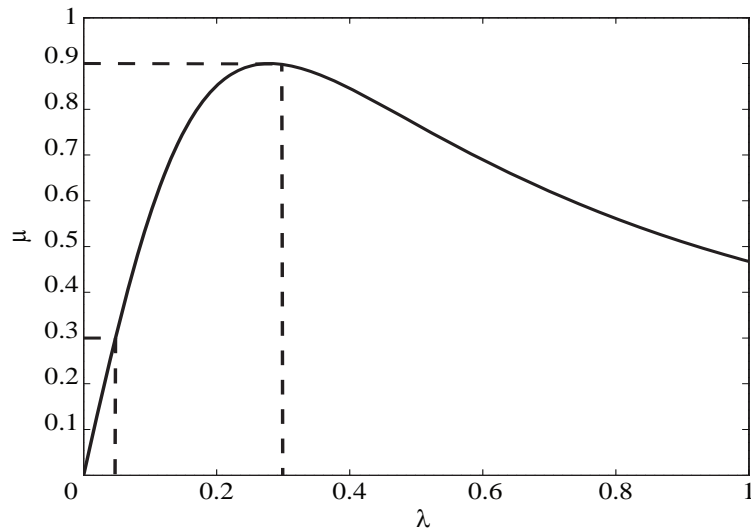


Figura 2.1: Coeficiente de adherencia  $\mu$  contra el deslizamiento  $\lambda$ .

En la Figura 2.1 se muestra la relación del coeficiente de adherencia  $\mu$  y el deslizamiento  $\lambda$ , el cual nos indica que al mantener el deslizamiento en ese rango de operación se garantiza la máxima adherencia de la rueda sobre la superficie del suelo y el vehículo tiende a detenerse lo más rápido posible con una distancia mínima de recorrido en la superficie del suelo.

## 2.2. Sistema ABS



Figura 2.2: *Prototipo de laboratorio del sistema de frenado ABS.*

En la Figura 2.2 se muestra el prototipo de laboratorio del sistema ABS, fabricado por Inteco Ldt., el cual es usado en este trabajo con fines de modelado y simulación. De manera muy general, este prototipo consta de dos ruedas giratorias, que simulan el movimiento lineal del automóvil (rueda inferior) y la velocidad angular de la rueda (rueda superior). El sistema de frenado ABS incluye dos sensores de posición, que son instalados en las ruedas para llevar a cabo la medición de las velocidades y un actuador (un disco de frenado mediante balatas movidas por un chicote que responde a un voltaje aplicado), que se encuentra acoplado en la rueda superior [24].

## 2.3. Modelo matemático del sistema ABS

El modelo matemático que se describe a continuación consiste en las partes con las que cuenta el prototipo de laboratorio del sistema ABS (Sección 2.2), el cual solo se considera una cuarta parte del modelo del sistema ABS del vehículo como se muestra en la Figura 2.3.

Este modelo considera el frenado de un sólo neumático de un vehículo, el movimiento de la rueda y el movimiento lineal del vehículo. Aunque el modelo es simple, se conservan las características fundamentales de un sistema real [24]. Al derivar las ecuaciones dinámicas del sistema, se hacen varias suposiciones, en primer lugar sólo se considera la dinámica del vehículo, es decir, los movimientos laterales y verticales se desprecian y en segundo lugar la fuerza de resistencia al rodamiento respecto a la superficie del suelo se omite ya que es muy pequeña en comparación al frenado.

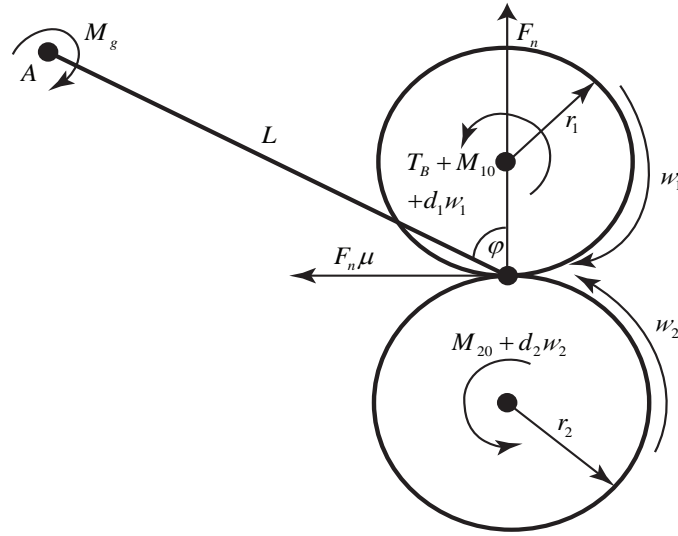


Figura 2.3: Diagrama de cuerpo libre del sistema ABS.

La velocidad del vehículo es igual a la velocidad angular de la rueda inferior multiplicado por el radio de esta rueda, mientras que la velocidad angular de la rueda es igual a la velocidad angular de la rueda superior. De acuerdo con la Figura 2.3,  $w_1$  representa la velocidad angular de la rueda superior,  $w_2$  representa la velocidad angular de la rueda inferior y  $r_1$ ,  $r_2$  representa el radio de la rueda superior y el radio de la rueda inferior, respectivamente. Existen tres torques que actúan sobre la rueda de la parte superior: el torque de frenado  $T_B$  producido por el actuador, el torque de fricción  $M_{10}$  en el rodamiento de la parte superior y el torque de fricción entre las ruedas  $F_n \mu$ . De manera similar hay dos torques que están actuando en la rueda inferior: el torque de fricción  $M_{20}$  en el rodamiento de la parte inferior y el torque de fricción entre las ruedas  $F_n \mu$ .

Durante la desaceleración, el torque de frenado se aplica mediante el actuador en la rueda superior, lo que hace que la velocidad de la rueda disminuya. De acuerdo con la segunda ley de Newton [24], [49] la ecuación del movimiento de la rueda superior puede escribirse como

$$\dot{w}_1 = \frac{1}{J_1} (F_t r_1 - (d_1 w_1 + M_{10} + T_B)), \quad (2.2)$$

donde  $J_1$  es el momento de inercia de la rueda superior,  $d_1$  es el coeficiente de fricción viscoso de la rueda superior y  $M_{10}$  es la fricción estática de la rueda superior y  $F_t$  es la fuerza de fricción de la superficie del suelo. De manera similar la ecuación del movimiento de la rueda inferior puede escribirse como

$$\dot{w}_2 = -\frac{1}{J_2} (F_t r_2 + d_2 w_2 + M_{20}), \quad (2.3)$$

donde  $J_2$  es el momento de inercia de la rueda inferior,  $d_2$  es el coeficiente de fricción viscoso de la rueda inferior y  $M_{20}$  es la fricción estática de la rueda inferior.

La fuerza de fricción de la superficie del suelo  $F_t$  en (2.2) y (2.3) viene dada por la ley de Coulomb [24], [49] como

$$F_t = \mu(\lambda) F_n, \quad (2.4)$$

donde se asume que es proporcional a la fuerza normal  $F_n$  (cuando la rueda superior actúa sobre la rueda inferior) y  $\mu(\lambda)$  es el coeficiente de proporción llamado coeficiente de adherencia de la superficie del suelo. Con el fin de obtener la fuerza normal  $F_n$  se calcula mediante la suma de los torques correspondiente al punto A [2], [24], [49] como

$$F_n L (\sin(\varphi) - \mu(\lambda) \cos(\varphi)) = d_1 w_1 + M_{10} + T_B + M_g, \quad (2.5)$$

obteniéndose

$$F_n = \frac{d_1 w_1 + M_{10} + T_B + M_g}{L (\sin(\varphi) - \mu(\lambda) \cos(\varphi))}, \quad (2.6)$$

donde  $M_g$  representa el torque gravitacional,  $L$  es la distancia entre el punto de contacto de las ruedas y el eje rotacional de la palanca de equilibrio y  $\varphi$  es el ángulo entre la norma en el punto de contacto y la línea  $L$ .

### 2.3.1. Cálculo del torque gravitacional

Para la velocidad angular de la rueda superior  $w_1 = 0$  obtenemos el par gravitacional  $M_g$ , el cual es importante ya que es un absorbente de choque que actúan sobre la palanca de equilibrio, Por lo tanto  $M_g = F_n L \sin(\varphi)$  [24] donde  $F_n$  es la fuerza normal generada por la rueda superior y la presión sobre la rueda inferior y  $L$  es la distancia entre el punto de contacto de las ruedas y el eje de rotación de la palanca de equilibrio como se muestra en la Figura 2.4. A partir de mediciones experimentales se obtiene que  $F_n = 58.214$  N (dato del fabricante) y obtenemos que  $M_g = F_n L \sin(\varphi) = 19.62$  N.

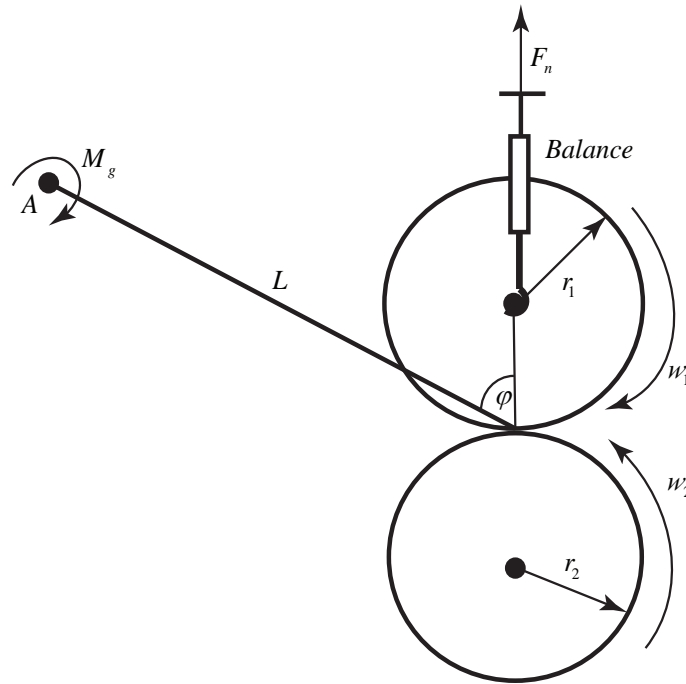


Figura 2.4: Diagrama auxiliar para determinar el valor del coeficiente  $M_g$ .

En condiciones de funcionamiento, la velocidad rotacional de la rueda coincide con la velocidad de avance del vehículo. Cuando los frenos son aplicados, la fuerza de frenado es generada entre la rueda superior y la superficie del suelo, lo que provoca que la velocidad del vehículo disminuya. Cuando se incrementa la fuerza de frenado, se produce un deslizamiento entre el neumático y la superficie del suelo. Por lo tanto, la velocidad de la rueda tiende a ser menor que la velocidad del vehículo, i.e.  $r_2 x_2 \geq r_1 x_1$  y  $x_1 > 0$ ,  $x_2 > 0$ . El parámetro utilizado para especificar esta diferencia de estas velocidades se denomina deslizamiento  $\lambda$  y se considera como la salida del sistema ABS [24], [49] y se representa por

$$\lambda = \frac{r_2 w_2 - r_1 w_1}{r_2 w_2}. \quad (2.7)$$

La interpretación del valor de salida  $\lambda = 0$ , indica que no hay frenado debido a que la velocidad de la rueda y la velocidad del vehículo son iguales. El valor de  $\lambda = 1$ , indica que la velocidad de la rueda es cero, lo cual significa que hay un derrapamiento sobre la superficie del suelo. El coeficiente de adherencia de la superficie del suelo es la proporción de la fuerza de fricción de la superficie del suelo a la carga del vehículo y es una función no lineal de algunas variables físicas, incluyendo el deslizamiento de la rueda [24], [49].

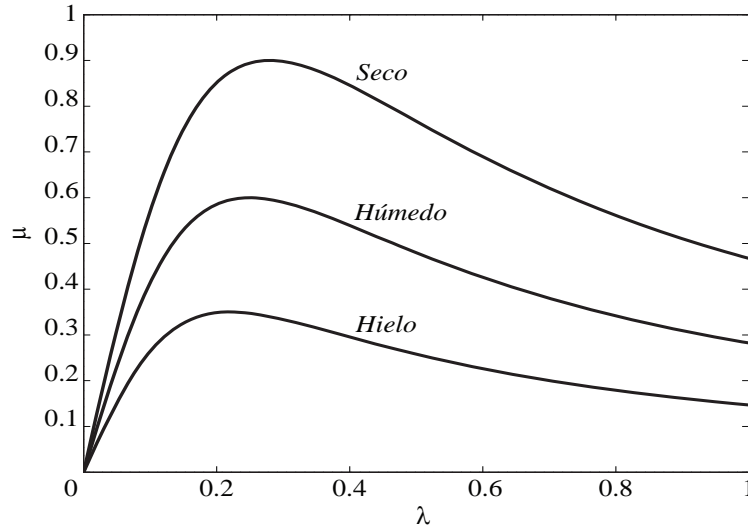


Figura 2.5: Coeficiente de adherencia de la carretera en función del deslizamiento de las ruedas.

El coeficiente de adherencia para el deslizamiento de la rueda se toma en base a [27], por tanto, este coeficiente de adherencia en función del valor de deslizamiento de las ruedas es expresar como

$$\mu(\lambda) = 2\mu^* \frac{(\lambda^*) \lambda}{(\lambda^*)^2 + \lambda^2}, \quad (2.8)$$

donde  $\mu$  es el coeficiente de adherencia y  $\lambda$  es el deslizamiento;  $\mu^*$  y  $\lambda^*$  son la adherencia y deslizamiento máximos de la función que describe a la superficie del suelo, respectivamente. El coeficiente de adherencia (2.8) con relación al deslizamiento se muestra en la Figura 2.5 para tres condiciones de superficies de suelo.

El sistema de accionamiento del freno (actuador del ABS) es un sistema electromecánico con la finalidad de entregar un torque de frenado a partir de un voltaje aplicado. La dinámica de primer orden del actuador en [24] se describe como

$$\dot{T}_B = c_{31} (b(u) - T_B), \quad (2.9)$$

donde  $c_{31}$  es una constante igual a  $20.37(\frac{1}{s})$  y  $T_B$  es el torque de frenado. La función  $b(u)$  es una restricción para el voltaje aplicado y puede ser aproximado como

$$b(u) = \begin{cases} b_1 u + b_2, & u \geq u_0 \\ 0, & u < u_0 \end{cases} \quad (2.10)$$

donde  $b_1 = 15.24$ ,  $b_2 = -6.21$ ,  $u_0 = 0.415$  y  $u$  = voltaje aplicado al actuador del chicote. En la Figura 2.6 se observa el voltaje aplicado al actuador del sistema ABS y cuando  $u = u_0$ , se genera un torque de frenado para el sistema ABS.



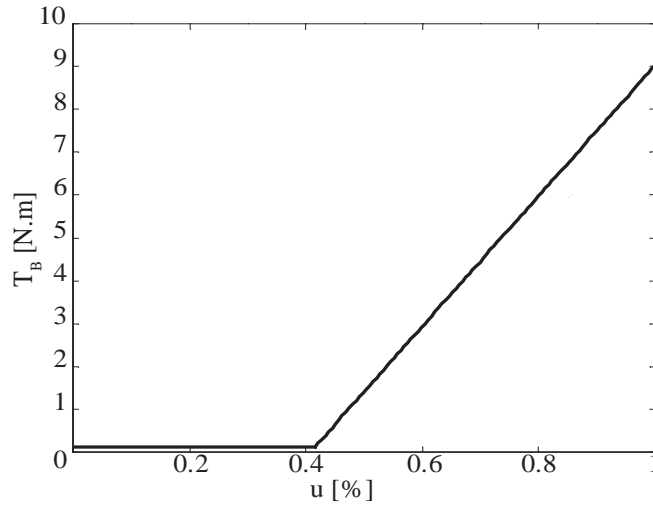


Figura 2.6: Característica estática del torque de frenado  $T_B$ .

### 2.3.2. Descripción de los parámetros del sistema ABS

Los coeficientes que se mencionan a continuación, forman parte del modelado del sistema ABS, por tanto los coeficientes geométricos  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $\varphi$ ,  $L$ , los coeficientes de momento de inercia  $J_1$ ,  $J_2$  y así como los coeficientes de fricción  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $M_{10}$ ,  $M_{20}$  son proporcionados por el fabricante del prototipo de laboratorio del sistema ABS [24]. En la Tabla 2.1 se describe el valor de cada coeficiente que presenta el modelo matemático del sistema ABS.

Tabla 2.1: Parámetros del sistema ABS

Nombre	Parámetros
$r_1$	0.0995 m
$r_2$	0.099 m
$J_1$	0.00753 kgm <sup>2</sup>
$J_2$	0.0256 kgm <sup>2</sup>
$d_1$	0.00011874 $\frac{\text{kgm}^2}{\text{s}}$
$d_2$	0.00021468 $\frac{\text{kgm}^2}{\text{s}}$
$M_{10}$	0.0032 N.m
$M_{20}$	0.0925 N.m
$L$	0.370 m
$\phi$	65.61°

Para el diseño de los controlados por modos deslizantes de alto orden, es necesario reescribir las ecuaciones diferenciales (2.2) y (2.3), que definen la dinámica del sistema ABS, de

la siguiente forma como

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u + d \quad (2.11)$$

donde

$$x^T = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T = [w_1 \ w_2 \ T_B]^T ;$$

$$f(x) = \begin{bmatrix} \frac{r_1 d_1 \mu(\lambda)}{J_1 L(\sin(\varphi) - \mu(\lambda) \cos(\varphi))} - \frac{d_1}{J_1} & 0 & \frac{r_1 \mu(\lambda)}{J_1 L(\sin(\varphi) - \mu(\lambda) \cos(\varphi))} - \frac{1}{J_1} \\ -\frac{r_2 d_1 \mu(\lambda)}{J_2 L(\sin(\varphi) - \mu(\lambda) \cos(\varphi))} & -\frac{d_2}{J_2} & -\frac{r_2 \mu(\lambda)}{J_2 L(\sin(\varphi) - \mu(\lambda) \cos(\varphi))} \\ 0 & 0 & -c_{31} \end{bmatrix} ;$$

$$g(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ c_{31} b_1 \end{bmatrix} ;$$

$$d = \begin{bmatrix} \frac{r_1 \mu(\lambda)(M_g + M_{10})}{J_1 L(\sin(\varphi) - \mu(\lambda) \cos(\varphi))} - \frac{M_{10}}{J_1} \\ -\frac{r_2 \mu(\lambda)(M_g + M_{10})}{J_2 L(\sin(\varphi) - \mu(\lambda) \cos(\varphi))} - \frac{M_{20}}{J_2} \\ c_{31} b_2 \end{bmatrix} ;$$

mientras que la salida (2.7) se puede representar como

$$y = h(x) = \lambda = \frac{r_2 x_2 - r_1 x_1}{r_2 x_2}.$$

## Conclusión del capítulo

En este capítulo se consideran las ecuaciones diferenciales de las partes fundamentales que tiene el prototipo de laboratorio del sistema ABS, las cuales corresponden a la dinámica de la rueda superior, que simula el movimiento de la rueda del vehículo, la dinámica de la rueda inferior, que simula el movimiento relativo del vehículo sobre la superficie del suelo y la dinámica del actuador que genera un torque de frenado en la rueda superior a partir de un voltaje. Estas ecuaciones diferenciales se usan con fines de diseño de controladores, análisis y simulación.



# Capítulo 3

## Estrategias de control para el sistema ABS

*En este capítulo se describe las técnicas de control que posteriormente serán aplicadas al ABS. Se retoman enfoques de control que han sido propuestos para resolver distintos problemas dentro de la teoría de control, como lo son el rechazo a perturbaciones y seguimiento de trayectoria, así como análisis de estabilidad de sistemas no lineales. Los enfoques presentados son el control por modos deslizantes de alto orden y la acción de control PID convencional.*

### 3.1. Introducción a los modos deslizantes de alto orden

En aplicaciones reales se presentan variables a considerar en la dinámica del sistema que no son fácilmente manejables, tales como incertidumbre en los parámetros del sistema y perturbaciones externas. Tales condiciones generan inestabilidad en el sistema en lazo cerrado para los problemas de regulación y seguimiento de trayectoria. La técnica de los modos deslizantes es un enfoque efectivo en el manejo de perturbaciones e incertidumbres y además permite la reducción del sistema [52]. El control por modos deslizantes es capaz de restringir el comportamiento de un sistema con incertidumbres o perturbaciones a una superficie (superficie deslizante) por medio de un control que reacciona inmediatamente a cualquier desviación del sistema, lo cual implica un esfuerzo suficiente de energía por parte del control.

La metodología del diseño del control por modos deslizantes consiste en diseñar la superficie encargada de regir el sistema cuando se encuentra en modo deslizante, y diseñar una ley de control que garantice que las trayectorias cerca de la superficie deslizante converjan a la superficie.

El control por modos deslizantes, se basa en mantener nula una variable dada, llamada superficie deslizante. Una vez que la superficie se alcanza, se obtiene el objetivo de control, ya sea de regulación de la salida a un valor constante, o bien, el seguimiento de una trayectoria.

El sistema es mantenido sobre la superficie por medio de un control discontinuo que actúa sobre la primera derivada de la salida, el control discontinuo conmuta, a una frecuencia teóricamente infinita, entre valores opuestos de amplitud. En la práctica, debido a imperfecciones inevitables en el dispositivo de conmutación, se presenta el efecto del chattering, el cual conlleva a oscilaciones no deseadas en el sistema que ocasionan su deterioro.

Como una extensión natural de la idea de los modos deslizantes de primer orden [9], se introduce el control por modos deslizantes de orden superior (HOSMC) [7], que se caracteriza por ser un control discontinuo que aparece en la derivada de orden superior de la variable deslizante, análogo a lo que se hace con los modos deslizantes de primer orden, donde el control aparece en la primer derivada de la superficie. El orden del modo deslizante se define como el número de derivadas continuas de la superficie deslizante, el orden  $r$  implica que la  $r$ -ésima derivada es igual a cero. Por lo tanto, el modo  $r$ -deslizante se determina por las igualdades

$$s = \dot{s} = \ddot{s} = \dots = s^{(r-1)} = 0 \quad (3.1)$$

formando una condición de  $r$ -dimensión en el estado del sistema dinámico. Entonces, el movimiento correspondiente a la restricción (3.1) se muestra en la Figura 3.1.

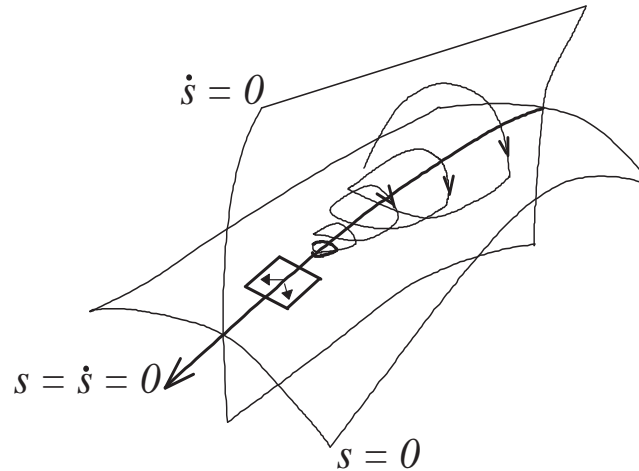


Figura 3.1: *Movimiento del modo  $r$ -deslizante.*

## 3.2. Plantamiento del problema de control por modos deslizantes

Considere un sistema no lineal incierto

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)u + d \\ y &= s(x) \end{aligned} \quad (3.2)$$

donde  $x \in R^n$  es la variable de estado,  $u \in R$  es la entrada del control,  $d$  es una perturbación desconocida,  $s(x)$  es una función de salida suave (superficie deslizante),  $f(x)$  y  $g(x)$  son funciones vectoriales inciertas y suficientemente suaves. Se asume que el grado relativo  $k$  del sistema (3.2) con respecto a  $s(x)$  es constante y conocido. Eso significa, en una manera simplificada, que  $u$  aparece explícitamente sólo en la  $r$ -th derivadas totales de  $s(x)$  y  $\frac{d}{du}s^r \neq 0$  en el punto dado [53]. La tarea es cumplir la restricción  $s(x) = 0$  en tiempo finito y mantenerla ahí exactamente mediante el control de realimentación discontinua. Ya que  $s = \dot{s} = \ddot{s} = \dots = s^{r-1}$  son funciones continuas de  $x$ , el movimiento correspondiente va a un modo  $r$ -deslizante [53]. La salida  $s(x)$  satisface la igualdad [53]

$$s^{(r)} = h(x) + g(x)u, \quad g(x) \neq 0 \quad (3.3)$$

donde  $h = L_a^r s = s^{(r)}|_{u=0}$ ,  $g = L_b L_a^{r-1} s = \frac{d}{du} s^{(r)}$ . Se asume que  $h$  y  $g$  son funciones inciertas acotadas tal que

$$|s^r|_{u=0} \leq C, \quad 0 < K_m \leq \frac{d}{du} s^r \leq K_M \quad (3.4)$$

donde  $K_m > 0$ ,  $K_M > 0$  y  $C > 0$ , lo cual se cumple localmente.

El objetivo es diseñar un control que asegure que  $x$  permanezca en la superficie definida por la restricción (3.1), por lo tanto es necesario la construcción de un controlador por modos deslizantes, donde  $r$  define el orden del controlador que se obtiene en (3.3).

### 3.3. Construcción del controlador $r$ -deslizante quasi continuo

A continuación se presentan los resultados que soportan los controladores  $r$ -deslizantes [54].

**Teorema 3.1.** *Permita que el sistema (3.2) tenga grado relativo  $r$  con respecto a la función de salida  $s(x)$  y (3.4) ser satisfecha. Entonces con la elección apropiada del parámetro positivo  $\alpha$ , el controlador*

$$u = -\alpha \Psi_{r-1,r}(s, \dot{s}, \dots, s^{(r-1)}) \quad (3.5)$$

*prevé la aparición del modo  $r$ -deslizante  $s \equiv 0$ , atrayendo cada trayectoria en tiempo finito hacia ella [54].*

Sea  $i = 0, \dots, r-1$ . Denote

$$\varphi_{0,r} = s \quad N_{0,r} = |s| \quad \Psi_{0,r} = \frac{\varphi_{0,r}}{N_{0,r}} = \text{sign}(s)$$

$$\varphi_{i,r} = s^{(i)} + \beta_i N_{i-1,r}^{\frac{(r-i)}{(r-i+1)}} \Psi_{i-1,r}$$

$$N_{i,r} = |s^{(i)}| + \beta_i N_{i-1,r}^{\frac{(r-i)}{(r-i+1)}} \quad \Psi_{i,r} = \frac{\varphi_{i,r}}{N_{i,r}}$$

donde  $\beta_1, \dots, \beta_{r-1}$  son constantes positivas.

Cada elección de los parámetros  $\beta_i, \dots, \beta_{r-1}$  determinan una familia de controladores aplicables a todos los sistemas de forma (3.2) de grado relativo  $r$ . El parámetro  $\alpha > 0$  debe ser específicamente elegido para cualquier  $C$ ,  $K_m$  y  $K_M$  fijo. Los coeficientes de  $N_{i,r}$ ,  $\varphi_{i,r}$  pueden ser cualquier número positivo y la ecuación (3.5) puede ser suavizada [54].

*Implementación del controlador  $r$ -deslizante cuando el grado relativo es menor que  $r$ .* En [55] se introducen derivadas sucesivas en el tiempo de  $u$ ,  $\dot{u}, \dots, u^{(r-k-1)}$  cuando el orden  $r$  del controlador es mayor que el grado relativo  $k$  del sistema, en el cual son consideradas como las nuevas variables auxiliares, definiendo el nuevo control para el sistema. Por lo tanto, si  $k < r$  se tiene una función suave en el tiempo, una función lipschitz con  $k = r - 1$  y una función acotada con conmutación de frecuencia infinita con  $k = r$ . En [55] se describe un ejemplo con estas tres condiciones.

*Eliminación del chattering.* Para llevar a cabo la eliminación del chattering se realiza la sustitución de  $u$  por  $u^{(r-k)}$  en (3.5) considerándolo como el nuevo control [14].

La aplicación de los controladores  $r$ -deslizantes necesitan observación en tiempo real de las derivadas sucesivas  $\dot{s}$ ,  $\ddot{s}, \dots, s^{(r-1)}$ . En el caso cuando el sistema (3.2) es conocido y el estado está completo y disponible, estas derivadas pueden ser calculadas directamente y el caso cuando hay incertidumbre real las derivadas deben ser evaluadas en tiempo real de alguna manera. Así, de este modo no necesitaremos teóricamente saber ningún modelo del proceso controlado, sólo el grado relativo y las tres constantes de (3.4) serán necesarias para ajustar el controlador. Sin embargo, como es mostrado en la siguiente sección, lo ineludible de  $s^{(r)}$  es necesario implementar una estimación robusta de  $\dot{s}$ ,  $\ddot{s}, \dots, s^{(r-1)}$  en tiempo real.

### 3.3.1. Diferenciador robusto exacto

El diferenciador robusto exacto es basado en el algoritmo del super-twistig, ya que brindan convergencia exacta y en tiempo finito a la derivada de la señal de entrada [14]. Sin embargo, el tiempo de convergencia de estos diferenciadores crece sin cota con crecimiento de las condiciones iniciales de la derivada. El diferenciador robusto exacto es una modificación del algoritmo super-twisting, que incluye términos de alto orden, los cuales proveen convergencia con respecto a las condiciones iniciales. Por lo tanto, el diferenciador robusto exacto converge exactamente a la derivada de la señal de entrada y el tiempo de convergencia esta uniformemente acotado por una constante. El controlador (3.5) necesita el cálculo exacto en tiempo real o la medición directa de  $s$ ,  $\dot{s}, \dots, s^{(r-1)}$ . La igualdad (3.3) implica que  $|s^{(r)}| \leq C + \alpha K_M$ , lo cual permite la diferenciación robusta de  $(r - 1)$  *th*-orden en tiempo real de  $s$  [46]. Considerando (3.2), (3.4) y combinando el controlador (3.5) con el diferenciador

robusto exacto [46], [56] se obtiene

$$u = -\alpha \Psi_{r-1,r}(z_0, z_1, \dots, z_{r-1}) \quad (3.6)$$

$$\dot{z}_0 = v_0 \quad v_0 = -\phi_0 L^{\frac{1}{r}} |z_0 - s|^{\frac{(r-1)}{r}} \text{sign}(z_0 - s) + z_1 \quad (3.7)$$

$$\dot{z}_1 = v_1 \quad v_1 = -\phi_1 L^{\frac{1}{r-1}} |z_1 - v_0|^{\frac{(r-2)}{(r-1)}} \text{sign}(z_1 - v_0) + z_2$$

...

$$\dot{z}_{r-2} = v_{r-2} \quad v_{r-2} = -\phi_{r-2} L^{\frac{1}{2}} |z_{r-2} - v_{r-3}|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(z_{r-2} - v_{r-3}) + z_{r-1}$$

$$\dot{z}_{r-1} = v_{r-1} \quad v_{r-1} = -\phi_{r-1} L \text{sign}(z_{r-1} - v_{r-2}) \quad (3.8)$$

donde los parámetros  $\phi_i$  del diferenciador (3.7) son elegidos de acuerdo a las condiciones  $|s^{(r)}| \leq L$  y  $L \geq C + \alpha K_M$ . La solución de (3.2), (3.6), (3.7) son extendidas infinitamente en el tiempo.

### 3.3.2. SMC de segundo orden quasi continuo

Para el diseño de este controlador se define una superficie deslizante  $s$  en [49] como

$$s = \lambda - \lambda_{ref} \quad (3.9)$$

donde  $\lambda_{ref}$  es la referencia de deslizamiento para el deslizamiento de las ruedas  $\lambda$ . Al derivar la superficie deslizante se obtiene que

$$\ddot{s} = h(x) + g(x)u \quad (3.10)$$

donde el grado relativo del sistema ABS es 2. Conocer el grado relativo del sistema ABS es suficiente para realizar el diseño del controlador por modos deslizantes de segundo orden quasi continuo [54]. Para llevar a cabo la construcción se considera lo que se menciona en la sección (3.3):

- Cuando  $i = 0$ , se tiene que:

$$\varphi_{0,2} = s \quad N_{0,2} = |s| \quad \Psi_{0,2} = \frac{\varphi_{0,2}}{N_{0,2}} = \text{sign}(s)$$

- Cuando  $i = 1$ , se tiene que:

$$\varphi_{1,2} = \dot{s} + \beta_1 N_{0,2}^{\frac{1}{2}} \Psi_{0,2}$$

$$N_{1,2} = |\dot{s}| + \beta_2 N_{0,2}^{\frac{1}{2}}$$



- Se sustituye  $\varphi_{1,2}$  y  $N_{1,2}$  en  $\Psi_{1,2}$ , por lo tanto

$$\Psi_{1,2} = \frac{\dot{s} + \beta_1 N_{0,2}^{\frac{1}{2}} \Psi_{0,2}}{|\dot{s}| + \beta_2 N_{0,2}^{\frac{1}{2}}}$$

- Por ultimo se sustituye  $N_{0,2}$  y  $\Psi_{0,2}$  que se obtuvieron cuando  $i = 0$ . Por lo tanto, la ley de control quede definida como

$$u = -\alpha \frac{\dot{s} + \beta_1 |s|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(s)}{|\dot{s}| + \beta_2 |s|^{\frac{1}{2}}} \quad (3.11)$$

Los coeficientes  $N_{i,r}$ ,  $\varphi_{i,r}$  son determinados cuando  $i = r - 1$  y este termino determina el numero de derivadas en el controlador y el numero de secuencia para la contruccion de  $r$ -orden [54]. La variable  $s$  y  $\dot{s}$  son respectivamente, la superficie deslizante y la primera derivada de la superficie deslizante en el tiempo. Las ganancias positivas  $\alpha$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  son los parámetros de ajuste del controlador en el cual deben ser elegidos suficientemente grandes para garantizar el rechazo de perturbaciones y la convergencia en tiempo finito. El controlador (3.11) requiere el cálculo de  $\dot{s}$ . La forma más natural para resolver este problema consiste en calcular  $\dot{s}$  por medio de la descripción de un diferenciador robusto exacto [9], [46], dado como

$$\dot{z}_0 = v_0 \quad (3.12)$$

$$v_0 = -\phi_0 L^{\frac{1}{2}} |z_0 - s|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(z_0 - s) + z_1$$

$$\dot{z}_1 = -\phi_1 L \text{sign}(z_0 - s)$$

donde  $\phi_0, \phi_1 > 0$ ,  $L > C + K_M \alpha$  son los parámetros. En el controlador (3.11), se sustituye  $\dot{s}$  por  $v_0$ , convergiendo el diferenciador en tiempo finito en la ausencia de ruido de medición [46]. La tarea del controlador en el sistema ABS es mantener  $s = \dot{s} = 0$ , además llevar al deslizamiento  $\lambda$  hacia  $\lambda_{ref}$  en un tiempo finito y las velocidades de las ruedas  $w_1$  y  $w_2$  a cero. El análisis y estabilidad del controlador (3.11) se menciona en [57], [58].

### 3.3.3. SMC de tercer orden quasi continuo

Al implementar un control por modos deslizantes de orden  $r = 2$  a un sistema con grado relativo  $k = 2$ , existe chattering, para eliminar este efecto, el orden del controlador se incrementa artificialmente, realizando así la sustitución de  $u$  por  $v = \dot{u}$  y se considera a  $v$  como el nuevo control, entonces ahora el orden del controlador es  $r = 3$ .

Con  $r = 3$  se realiza el diseño del nuevo control por modos deslizantes de tercer orden quasi continuo que se menciona en [54], considerando la construcción que se menciona en la sección (3.3). Los parámetros  $\beta_i, \dots, \beta_{r-1}$  deberán ser elegidos positivos y  $\alpha > 0$ . Los coeficientes  $N_{i,r}$ ,  $\varphi_{i,r}$  son determinados cuando  $i = r - 1$  [54].

Por tanto, la ley de control se define como

$$v = -\alpha \left[ \frac{\ddot{s} + \beta_1 \left( |\dot{s}| + |s|^{\frac{2}{3}} \right)^{-\frac{1}{2}} \left( \dot{s} + |s|^{\frac{2}{3}} \text{sign}(s) \right)}{|\ddot{s}| + \beta_2 \left( |\dot{s}| + |s|^{\frac{2}{3}} \right)^{\frac{1}{2}}} \right] \quad (3.13)$$

donde  $s$ ,  $\dot{s}$ ,  $\ddot{s}$  son respectivamente, la superficie deslizante, la primera derivada de la superficie deslizante y la segunda derivada de la superficie deslizante en el tiempo. Las ganancias positivas  $\alpha$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  son los parámetros de ajuste del controlador en el cual debe ser elegido suficientemente grandes para garantizar el rechazo de perturbaciones y la convergencia en tiempo finito. La implementación del controlador (3.13) requiere el cálculo de la primera y segunda derivada de la superficie deslizante. Por tanto, el diferenciador robusto exacto propuesto tiene la forma como

$$\begin{aligned} \dot{z}_0 &= v_0 & (3.14) \\ v_0 &= -\phi_0 L^{\frac{1}{2}} |z_0 - s|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(z_0 - s) + z_1 \\ \dot{z}_1 &= -\phi_1 L \text{sign}(z_0 - s) \\ \dot{z}_2 &= v_1 \\ v_1 &= -\phi_2 L^{\frac{1}{2}} |z_2 - v_0|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(z_2 - v_0) + z_3 \\ \dot{z}_3 &= -\phi_3 L \text{sign}(z_2 - v_0) \end{aligned}$$

donde  $\phi_0, \phi_1, \phi_2, \phi_3 > 0$ ,  $L > C + K_M \alpha$  son los parámetros. En el controlador (3.13) se sustituye  $\dot{s}$  por  $v_0$  y  $\ddot{s}$  por  $v_1$ . Sin pérdida de generalidad se mantendrá  $s = \dot{s} = \ddot{s} = 0$ , llevando al deslizamiento  $\lambda$  hacia  $\lambda_{ref}$  en un tiempo finito y las velocidades de las ruedas  $w_1$  y  $w_2$  a cero. El análisis y estabilidad del controlador (3.13) se menciona en [57], [58].

### 3.4. Controlador super-twisting

El controlador super-twisting [14] es un controlador continuo de segundo orden que puede ser utilizado para obtener las características principales de los modos deslizantes típicos, además eliminar el efecto del chattering y ha sido desarrollado para controlar sistemas que tienen grado relativo 1 con respecto a la superficie deslizante  $s$ .

La ley de control continúa  $u$  del controlador super-twisting está constituida por dos términos. El primero de ellos está definido por medio de su derivada con respecto al tiempo (discontinua), mientras que el otro es una función continua de la variable deslizante disponible  $s$ . Por tanto, la ley de control se define como [14]

$$\begin{aligned} u &= -\psi |s|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(s) + w & (3.15) \\ \dot{w} &= -\alpha \text{sign}(s) \end{aligned}$$

y las condiciones suficientes correspondiente para la convergencia en tiempo finito a la superficie deslizante  $s$  son [14]

$$\begin{aligned} \alpha &> \frac{C}{K_m} \\ \psi^2 &\geq \frac{4C}{K_m^2} \frac{K_M(\alpha + C)}{K_m(\alpha - C)} \end{aligned} \quad (3.16)$$

donde  $C$ ,  $K_M$  y  $K_m$  son constantes positivas. El análisis y estabilidad del controlador (3.15) se menciona en [48].

Para la aplicación del controlador super-twistig (3.15), es necesario diseñar una superficie  $s$  para reducir el sistema ABS y mantenerlo con grado relativo  $k = 1$ . Se realiza una transformación de las ecuaciones del sistema (2.2)-(2.3) y (2.9), haciendo un cambio de variable donde

$$\begin{aligned} x_1 &= \lambda \\ x_2 &= T_B \end{aligned} \quad (3.17)$$

al derivar en el tiempo las variables en (3.17), la dinámica en el espacio de estado del nuevo sistema es el siguiente:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \frac{r_1}{w_2 r_2 J_1} (-F_t r_1 + d_1 w_1 + M_{10} + x_2) \\ &\quad - \frac{w_1 r_1}{w_2^2 r_2 J_2} (F_t r_2 + d_2 w_2 + M_{20}) \end{aligned} \quad (3.18)$$

$$\dot{x}_2 = c_{31} (b(u) - x_2).$$

Para el diseño de la superficie  $s$ , primeramente se define un error de seguimiento del deslizamiento como

$$e_1 = x_1 - x_{1_{ref}} \quad (3.19)$$

donde  $x_{1_{ref}}$  es el valor de referencia para el deslizamiento. Se deriva la ecuación (3.19) y se introduce un nuevo error  $e_2$ , que es la dinámica deseada del error  $e_1$ , de la siguiente manera

$$\dot{e}_1 = \dot{x}_1 - \dot{x}_{1_{ref}} = e_2$$

donde

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= \frac{r_1}{w_2 r_2 J_1} (-F_t r_1 + d_1 w_1 + M_{10} + x_2) \\ &\quad - \frac{w_1 r_1}{w_2^2 r_2 J_2} (F_t r_2 + d_2 w_2 + M_{20}) = e_2. \end{aligned} \quad (3.20)$$

Ahora se despeja la variable  $x_2$  de (3.20) y se considera como el pseudocontrol, por tanto

$$x_2 = \frac{w_2 r_2 J_1}{r_1} e_2 - (-F_t r_1 + d_1 w_1 + M_{10}) \quad (3.21)$$

$$+ \frac{w_1 J_1}{w_2 J_2} (F_t r_2 + d_2 w_2 + M_{20})$$

y a este valor deseado para  $x_2$  en (3.21), se le llamará  $x_{2ref}$ . Entonces un error  $e_2$  se define como

$$e_2 = x_2 - x_{2ref}. \quad (3.22)$$

donde  $x_{2ref}$  es la referencia para el torque de frenado. Finalmente, la superficie deslizante  $s$  es diseñada como una combinación lineal de  $e_1$  y  $e_2$ , donde

$$s = c_1 e_1 + e_2 \quad c_1 > 0. \quad (3.23)$$

Al derivar la superficie deslizante obtenemos que

$$\dot{s} = h(x) + g(x) u \quad (3.24)$$

donde el grado relativo es 1.

### 3.5. Controlador proporcional integral derivativo (PID)

La acción de control PID está basada en la manipulación de la dinámica de una planta por medio de un controlador con un término proporcional, integral y derivativo, que al estar en lazo cerrado con y bajo ciertas condiciones de operación la planta se obtiene la dinámica deseada. La acción de control en el dominio del tiempo de un controlador proporcional-integral-derivativo (PID) se define mediante

$$u(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt + K_p T_d \dot{e}(t) \quad (3.25)$$

donde

$$e(t) = \lambda_{ref} - \lambda$$

con  $\lambda_{ref}$  como la referencia para el deslizamiento de las ruedas  $\lambda$ . En el dominio de la frecuencia, la función de transferencia del controlador PID es

$$\frac{U(s)}{E(s)} = \left( K_p + \frac{K_p}{T_i s} + K_p T_d s \right)$$

ó

$$\frac{U(s)}{E(s)} = \left( K_p + K_i \frac{1}{s} + K_d s \right)$$

donde  $K_i = \frac{K_p}{T_i}$  en el cual  $K_p$  es la ganancia proporcional y  $T_i$  es denominada la constante del tiempo integral,  $K_d = K_p T_d$  en el cual  $T_d$  es denominada la constante del tiempo derivativo y tanto  $K_p$ ,  $T_i$ , como  $T_d$  son ajustables.

### 3.5.1. Sintonización para controladores PID

En la Figura 3.2 muestra el control PID de una planta. Si se puede obtener un modelo matemático de la planta, es posible aplicar diversas técnicas de diseño con el fin de determinar los parámetros del controlador que cumpla las especificaciones en estado transitorio y en estado estable del sistema en lazo cerrado.

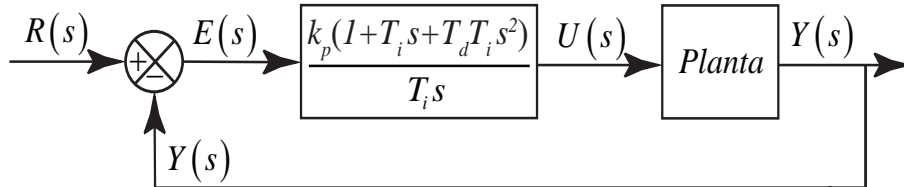


Figura 3.2: Control PID de una planta.

Cuando no se tiene disponible el modelo del sistema, se puede utilizar la sintonización de Ziegler-Nichols, la cual se utilizará para determinar los valores de la ganancia proporcional  $K_p$ , el tiempo integral  $T_i$  y el tiempo derivativo  $T_d$ , en base a las características de respuesta transitoria de una planta, con una respuesta semejante a la de un sistema de primer orden con retardo. Con las reglas de Ziegler-Nichols se obtiene generalmente un 25 % de sobrepaso máximo en la respuesta escalón como se muestra en la Figura 3.3.

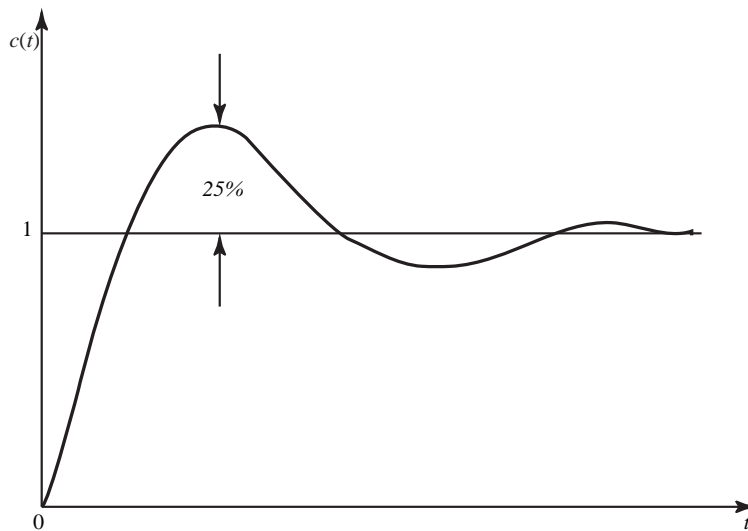


Figura 3.3: Curva de respuesta escalón unitario que muestra un sobrepaso máximo de 25 %.

La respuesta de la planta a una entrada escalón unitario se obtiene de manera experimental, como se observa en la Figura 3.4.

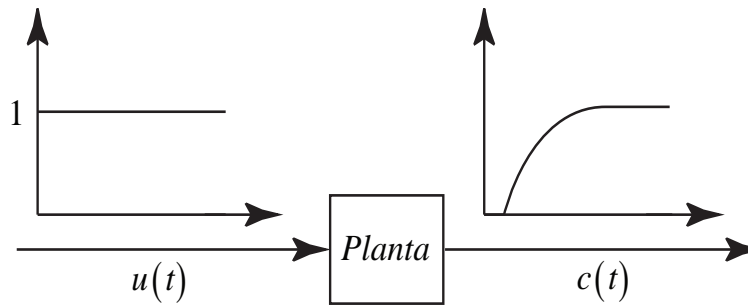


Figura 3.4: Respuesta escalón unitario de una planta.

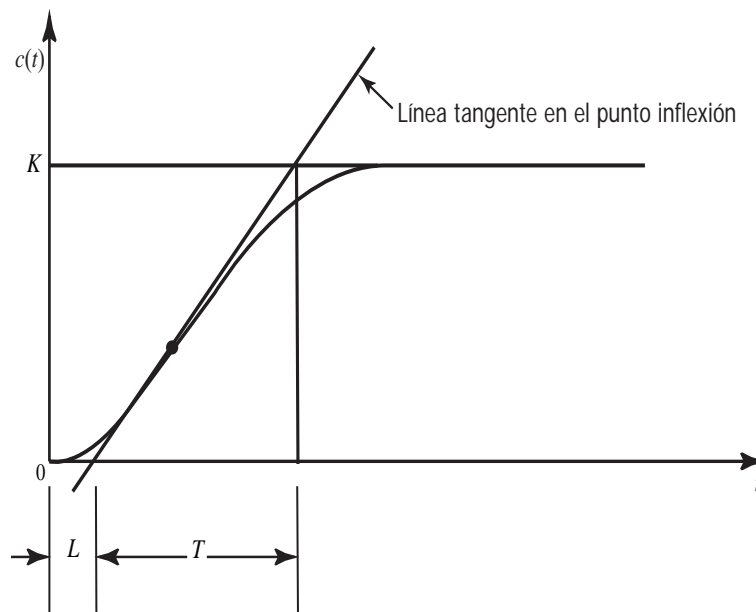


Figura 3.5: Curva de respuesta con forma de S.

Si la planta no contiene integradores ni polos dominantes complejos conjugados, la curva de respuesta escalón unitario puede tener forma de  $S$  como se observa en la Figura 3.5. Tales curvas de respuesta al escalón se generan experimentalmente. La curva con forma de  $S$  se caracteriza por tres parámetros: el tiempo de retardo  $L$ , la constante de tiempo  $T$  y la ganancia  $K$ . El tiempo de retardo y la constante de tiempo se determinan dibujando una recta tangente en el punto de inflexión de la curva con forma de  $S$  y determinando las intersecciones de esta tangente con el eje del tiempo y la línea  $c(t) = K$ , como se aprecia en la Figura 3.5. En este caso, la función de transferencia  $\frac{C(s)}{U(s)}$  se aproxima mediante un sistema de primer orden con un retardo de transporte de la siguiente manera [15]:

$$\frac{C(s)}{U(s)} = \frac{K e^{-Ls}}{Ts + 1}. \quad (3.26)$$

A partir de (3.26), Ziegler y Nichols sugirieron establecer los valores de  $K_p$ ,  $T_i$  y  $T_d$  de acuerdo con la Tabla 3.1.

Tabla 3.1: Reglas de sintonización de Ziegler Nichols basada en la respuesta escalón de la planta

Tipo de controlador	$K_p$	$T_i$	$T_d$
PID	$1.2 \frac{T}{L}$	$2 L$	$0.5 L$

### 3.6. Algoritmo de optimización por búsqueda de extremos

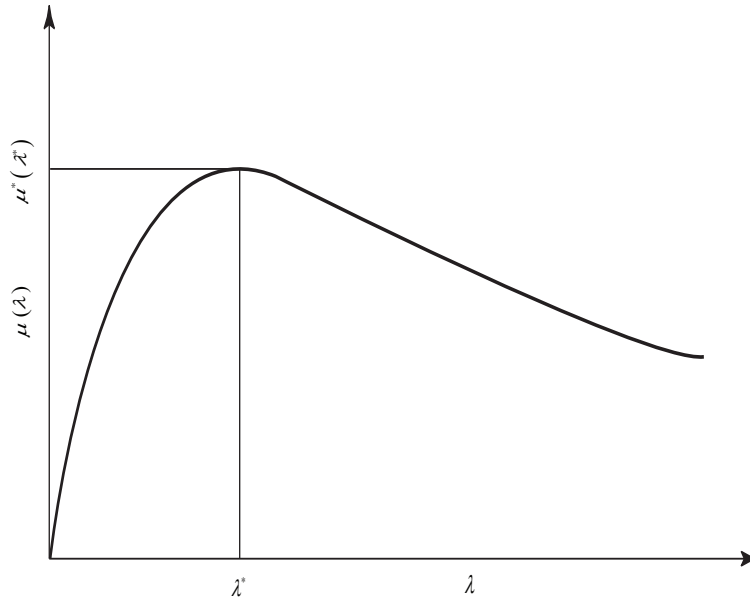


Figura 3.6: Coeficiente de fuerza de fricción máximo.

El algoritmo por búsqueda de extremos es aplicable en situaciones donde hay una no linealidad en el problema de control, y la no linealidad tiene al menos un mínimo local o un máximo local. La no linealidad puede estar en la planta como una no linealidad física, o puede estar en el objetivo de control y se puede añadir al sistema de control a través de una funcional de costo y resolverse como un problema de optimización. Por lo tanto, se puede utilizar el algoritmo por búsqueda de extremos para la determinación de un mínimo o máximo de la función no lineal [36] correspondiente al punto donde se logra la máxima adhesión de la rueda sobre la superficie del suelo.

### 3.6.1. Descripción del problema

Debido a la no linealidad de la dinámica y a la incertidumbre en los sistemas de frenado ABS, el diseño es difícil ya que el coeficiente de adherencia  $\mu(\lambda)$  que actúa sobre las ruedas tiene un máximo para un deslizamiento  $\lambda$  (no cero) dado. Se estudia el diseño del ABS con el objetivo de diseñar un algoritmo de optimización que permita lograr la máxima fuerza de adhesión del neumático sobre la superficie del suelo, sin conocimiento previo del valor de deslizamiento óptimo [36], como se puede ver en la Figura 3.6, lo anterior ayudará en determinar  $\lambda^*$  para diferentes tipos de carreteras donde será utilizado el vehículo, por ejemplo, en condiciones con superficies en seco, húmedo, hielo, etc.

Existe un valor máximo del coeficiente de adhesión  $\mu^*(\lambda^*)$  para la variable  $\lambda^*$ , pero  $\lambda^*$  y  $\mu^*(\lambda^*)$  cambiarán a medida que cambien las condiciones de la carretera. El propósito del algoritmo por búsqueda de extremos es la de generar un  $\lambda_0$  de tal manera maximice el coeficiente de adherencia  $\mu(\lambda)$ , sin importar las condiciones de la carretera. Aunque el conocimiento de  $\mu(\lambda)$  no está disponible, éste se puede obtener, mediante su despeje, a partir de (2.2)-(2.3), suponiendo que la aceleración lineal  $\dot{w}_1$  es medida a través de un acelerómetro.

El valor  $\lambda_0$  servirá como la referencia ( $\lambda_{ref}$ ) a seguir por la salida  $\lambda$ , mediante los diferentes esquemas de control.

### 3.6.2. Diseño de control por modos deslizantes basado en búsqueda de extremos con el sistema de frenado ABS

El método de búsqueda de extremos con modos deslizantes es presentado en la Figura 3.7 [35], [36].

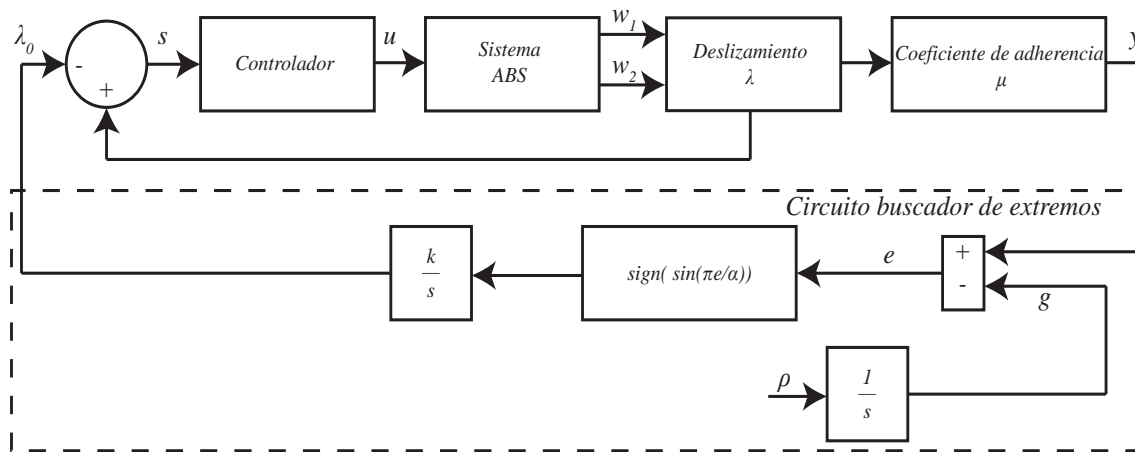


Figura 3.7: Diagrama a bloques del sistema ABS con el algoritmo buscador de extremos.



donde [16]

$$\dot{\lambda}_0 = k * \text{sing} \left( \sin \left( \frac{\pi * e}{\alpha} \right) \right). \quad (3.27)$$

La constante  $\alpha$  es positiva y  $e$  es una función de conmutación definida en [35], [36] como:

$$e(t) = y - g(t) \quad (3.28)$$

donde  $g(t)$  es una función creciente, satisfaciendo  $\dot{g}(t) = \rho > 0$ . Detalles sobre el diseño y el análisis de estabilidad del algoritmo de optimización por búsqueda de extremos, pueden ser consultados en [37].

## Conclusión del capítulo

Debido a que el sistema ABS es no lineal y está sujeto a perturbaciones y variaciones paramétricas, es necesario implementar un controlador eficiente y robusto ante estas desventajas que presenta el sistema ABS. Por lo tanto se proponen los controladores por modos deslizantes de alto orden (HOSMC). Para implementar estos controladores no es necesario conocer completamente el sistema, solamente el grado relativo, a través del diseño de una superficie deslizante en función de la salida del sistema y se deriva hasta que la ley de control quede explícitamente, por lo tanto, al número de derivadas realizadas definen el orden del controlador. Para este caso el sistema ABS tiene grado relativo 2 y es implementado un controlador por modos deslizantes de segundo orden suficiente para el control de este sistema, pero se presenta una frecuencia de conmutación por la razón de que el grado relativo es igual al orden del controlador. Para eliminar este fenómeno de conmutación se eleva artificialmente el orden del controlador y el nuevo control para el sistema ABS es un controlador por modos deslizantes de tercer orden. Se eligen los de tipo quasi continuo para tener una señal casi continua de la señal de control. Las derivadas temporales que se presenta en los HOSMC se miden por medio de un diferenciador robusto exacto, garantizando convergencia en tiempo finito de la superficie deslizante y sus derivadas a cero. Otra forma para eliminar el fenómeno de conmutación es diseñando una superficie deslizante que permita reducir el grado relativo a 1 al sistema ABS, en el cual es aplicando el controlador super-twisting por su eficiencia de reacción continua cuando el grado relativo sea 1. También se implementa un controlador PID por su gran eficacia que tiene con los sistemas bajo estas condiciones.

# Capítulo 4

## Resultados de simulación

En este capítulo se describen los controladores propuestos en el capítulo 3. La aplicación de estos controladores al sistema ABS genera los siguientes resultados: el deslizamiento de las ruedas realizaran seguimiento hacia una referencia constante, la velocidad de la rueda superior y la velocidad de la rueda inferior llegan a ser iguales indicando que el vehículo y la rueda están en reposo. Se aplica un algoritmo buscador de extremos para encontrar el valor máximo del coeficiente de adherencia y el valor máximo del deslizamiento de una función unimodal que describe a la superficie del suelo en estado húmedo. Por lo tanto, el deslizamiento de las ruedas realizaran seguimiento a la trayectoria que genera el algoritmo buscador de extremos hacia el valor máximo de deslizamiento y el coeficiente de adherencia del sistema ABS se maximiza al valor máximo del coeficiente de adherencia. Estos valores máximos se eligen de la función unimodal que describe a la superficie del suelo en estado húmedo. Los resultado de la simulaciones son llevadas a cabo utilizando el programa Matlab<sup>TM</sup> R2010a y Simulink.

### 4.1. SMC de segundo orden quasi continuo

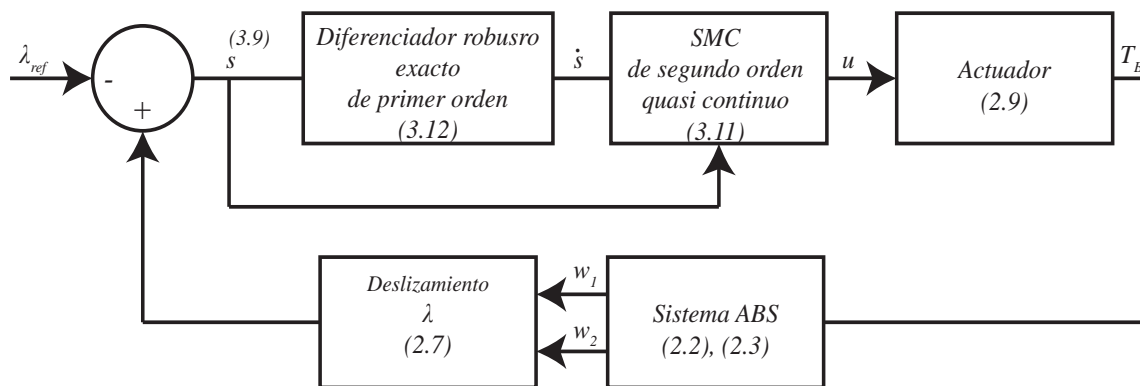


Figura 4.1: Diagrama a bloques del ABS aplicando el SMC de segundo orden quasi continuo.

Para implementar el SMC de segundo orden quasi continuo, se considero el siguiente diagrama a bloques en lazo cerrado que se presenta en la Figura 4.1, con la finalidad de controlar el sistema ABS.

La superficie deslizando  $s$  es definida como

$$s = \lambda - \lambda_{ref}$$

donde  $\lambda$  es el deslizamiento de las ruedas y  $\lambda_{ref} = 0.2$  siendo la referencia constante para el deslizamiento. El SMC de segundo orden quasi continuo en (3.11) está definido como

$$u = -\alpha \frac{\dot{s} + \beta_1 |s|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(s)}{|\dot{s}| + \beta_2 |s|^{\frac{1}{2}}}$$

donde el control  $u$  es considerado como el voltaje aplicado al actuador. Los coeficiente dados en (3.11) son elegido de manera que  $\alpha = 5.3$ ,  $\beta_1 = 1$  y  $\beta_2 = 1$  el cual se calcularon a prueba y error para dar una buena robustez al controlador. Para realizar la medición de la primera derivada presente en (3.11), se implementó un diferenciador robusto exacto de primer orden en (3.12) como

$$\dot{z}_0 = v_0$$

$$v_0 = -\phi_0 |z_0 - s|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(z_0 - s) + z_1$$

$$\dot{z}_1 = -\phi_1 \text{sign}(z_0 - s).$$

En el diferenciador robusto exacto de primer orden, los coeficientes se eligieron como  $\phi_0 = 125$  y  $\phi_1 = 250$  y fueron determinados a prueba y error con el fin de permitir la convergencia de  $s$  y  $\dot{s}$  a cero. En la Figura 4.2 se muestra la acción del SMC de segundo orden quasi continuo. Dada a la restricción que se presenta en (2.9), solo se consideran los valores positivos de voltaje de esta señal de control, accionando al actuador para generar un torque de frenado  $T_B$  como se muestra en la Figura 4.3.

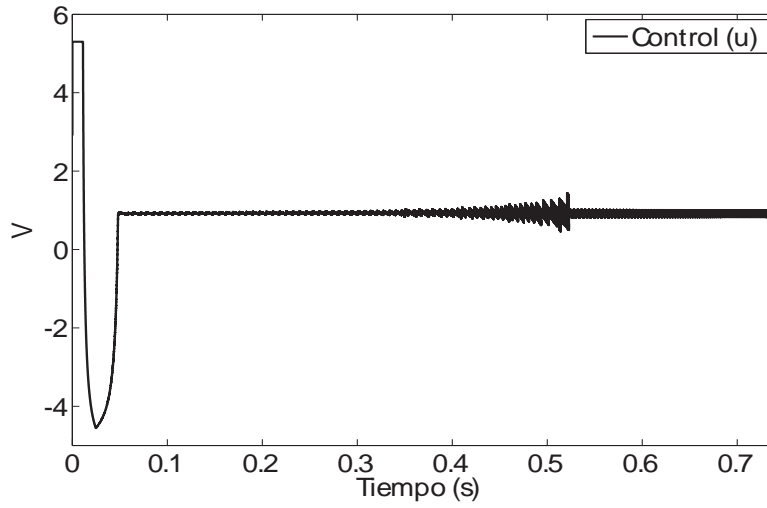


Figura 4.2: Acción del SMC de segundo orden quasi continuo.

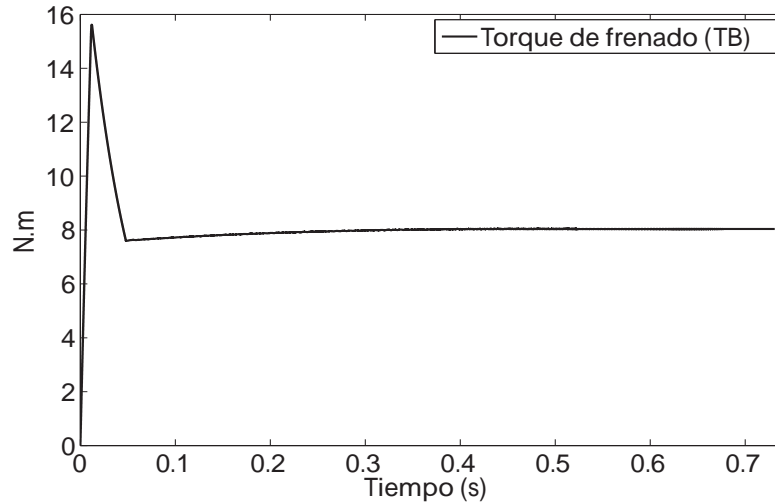


Figura 4.3: Torque de frenado aplicando el SMC de segundo orden quasi continuo.

Al aplicar el torque de frenado  $T_B$  al sistema ABS, la velocidad de la rueda superior  $w_1$  y la velocidad de la rueda inferior  $w_2$  comienzan a disminuir y llegan a ser iguales, hasta llegar a cero, indicando que el vehículo está en reposo como se muestra en la Figura 4.4.

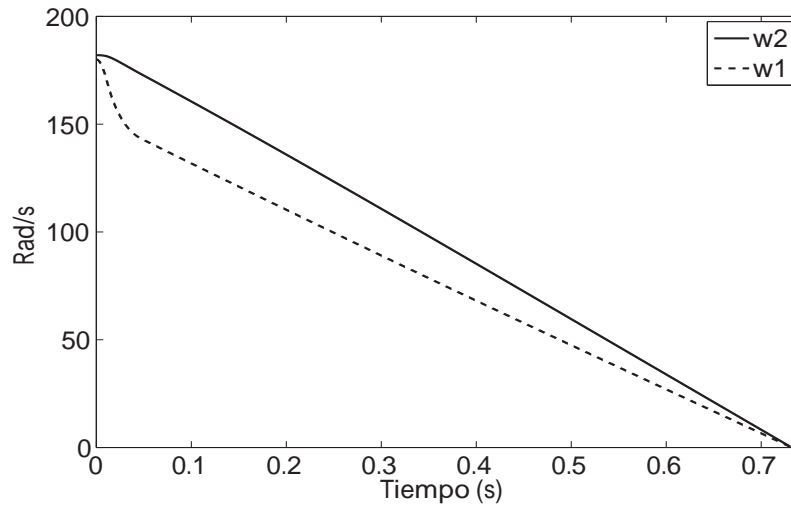


Figura 4.4: Velocidad de la rueda inferior  $w_2$  y superior  $w_1$  con el SMC de segundo orden quasi continuo.

En la figura 4.5 se muestra la respuesta del deslizamiento  $\lambda$ , en el cual es forzando a realizar el seguimiento hacia la referencia constante de deslizamiento  $\lambda_{ref}$ .

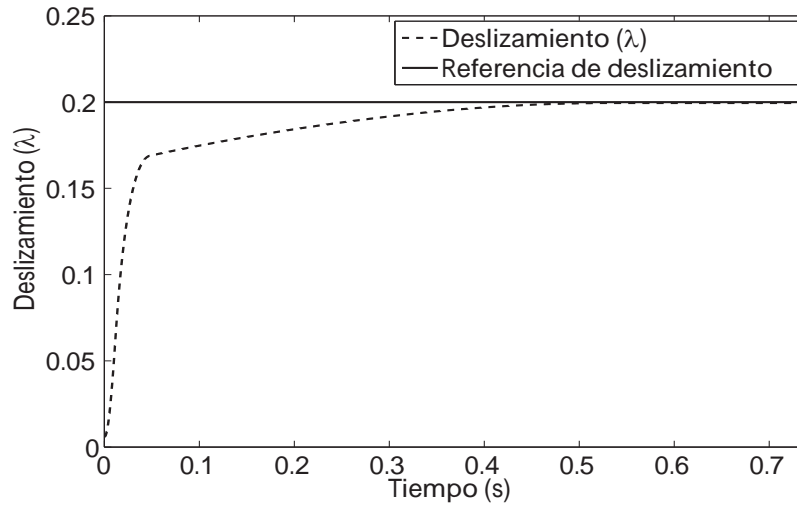


Figura 4.5: Deslizamiento de las ruedas  $\lambda$  con el SMC de segundo orden quasi continuo hacia la referencia constante de deslizamiento  $\lambda_{ref}$ .

En la Figura 4.6 se muestra como la superficie deslizante  $s$  y la primera derivada de la superficie deslizante  $\dot{s}$  cumplen con la restricción  $s = \dot{s} = 0$  convergiendo a cero y en la

Figura 4.7 se muestra el valor del coeficiente de adherencia  $\mu$  cuando la referencia constante de deslizamiento  $\lambda_{ref} = 0.2$ .

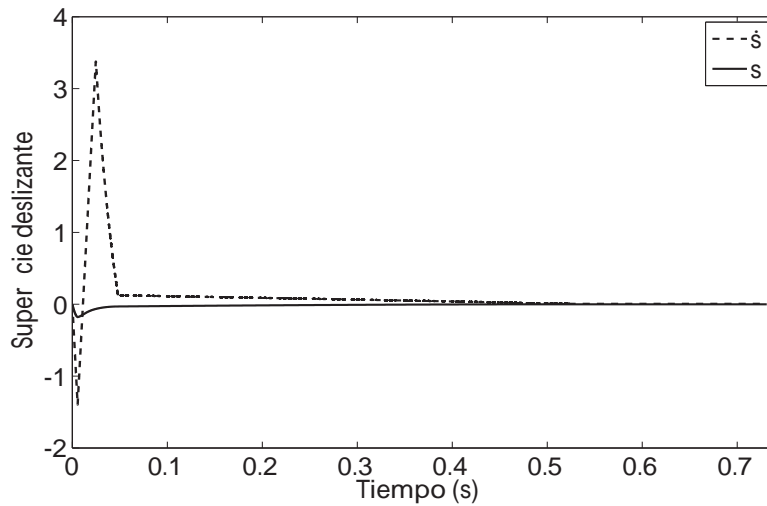


Figura 4.6: Condición de la restricción  $s = \dot{s} = 0$ .

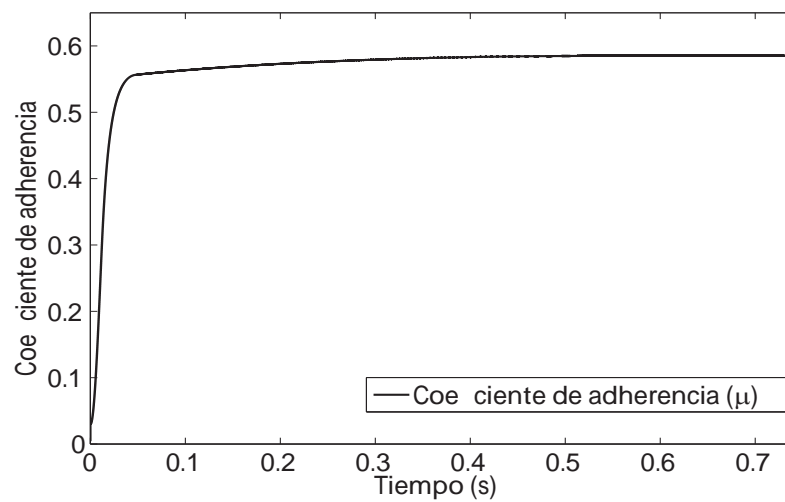


Figura 4.7: Coeficiente de adherencia  $\mu$  aplicando el SMC de segundo orden quasi continuo.

## 4.2. SMC de tercer orden quasi continuo

Para implementar el SMC de tercer orden quasi continuo al sistema ABS, se tomó como referencia el diagrama en lazo cerrado que se muestra en la Figura 4.8. Dicho controlador será capaz de controlar al sistema ABS.

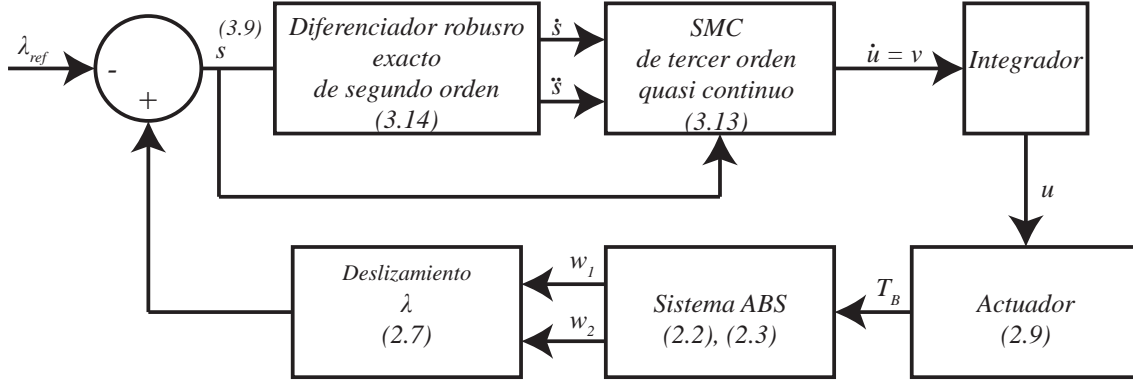


Figura 4.8: Diagrama a bloques del ABS aplicando el SMC de tercer orden quasi continuo.

La superficie deslizante  $s$  se define como

$$s = \lambda - \lambda_{ref}$$

donde  $\lambda$  es el deslizamiento de las ruedas y  $\lambda_{ref} = 0.2$  es la referencia constante para el deslizamiento.

El SMC de tercer orden quasi continuo en (3.13) está definido como

$$v = -\alpha \left[ \frac{\ddot{s} + \beta_1 \left( |\dot{s}| + |s|^{\frac{2}{3}} \right)^{-\frac{1}{2}} \left( \dot{s} + |s|^{\frac{2}{3}} \text{sign}(s) \right)}{|\ddot{s}| + \beta_2 \left( |\dot{s}| + |s|^{\frac{2}{3}} \right)^{\frac{1}{2}}} \right]$$

donde el control  $u$  es considerando como el voltaje aplicado al actuador. Los coeficientes dados en (3.13), son elegidos de tal manera que  $\alpha = 32$ ,  $\beta_1 = 105$  y  $\beta_2 = 50$ , se calcularon a prueba y error para garantizar la robustez al controlador. Para realizar la medición de la primera derivada de la superficie deslizante  $\dot{s}$  y de la segunda derivada de la superficie deslizante  $\ddot{s}$  en (3.13), se implementó un diferenciador robusto exacto de segundo orden en (3.14) como

$$\begin{aligned} \dot{z}_0 &= v_0 \\ v_0 &= -\phi_0 |z_0 - s|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(z_0 - s) + z_1 \\ \dot{z}_1 &= -\phi_1 \text{sign}(z_0 - s) \end{aligned}$$

$$\dot{z}_2 = v_1$$

$$v_1 = -\phi_2 |z_2 - v_0|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(z_2 - v_0) + z_3$$

$$\dot{z}_3 = -\phi_3 \text{sign}(z_2 - v_0).$$

Para el diferenciador robusto exacto de segundo orden, los coeficientes se determinaron a prueba y error elegidos como  $\phi_0 = 14$ ,  $\phi_1 = 30$ ,  $\phi_2 = 30$  y  $\phi_3 = 100$  para garantizar la convergencia de  $\dot{s}$  y  $\ddot{s}$  a cero.

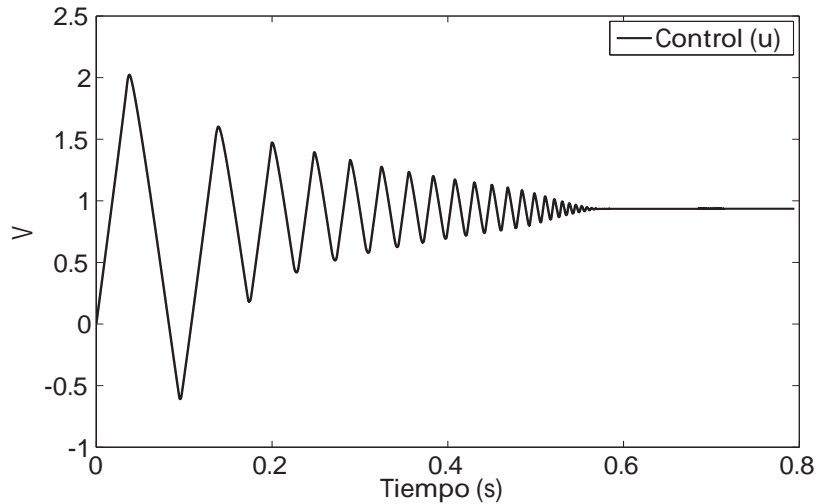


Figura 4.9: Acción del SMC de tercer orden quasi continuo.

En la Figura 4.9 se muestra la acción del SMC de tercer orden quasi continuo. Dada a la restricción que se presenta en (2.9), solo se consideran los valores positivos de voltaje de esta señal de control, accionando al actuador para generar un torque de frenado  $T_B$  como se muestra en la Figura 4.10.



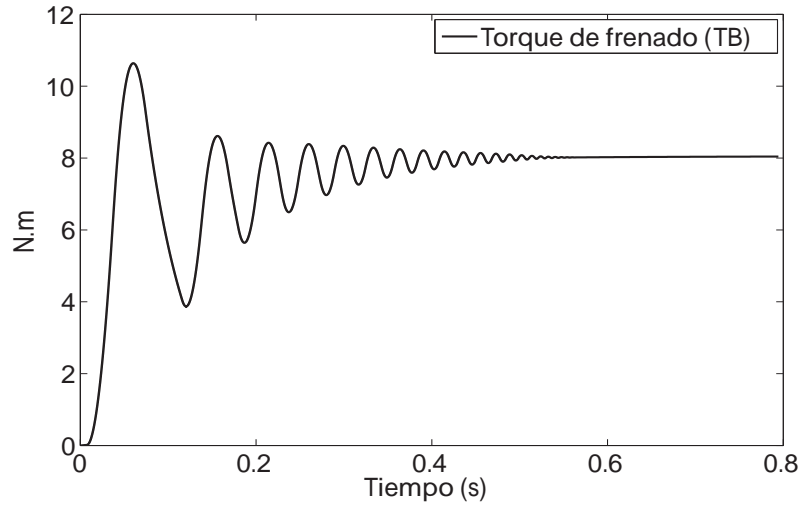


Figura 4.10: Torque de frenado aplicando el SMC de tercer orden quasi continuo.

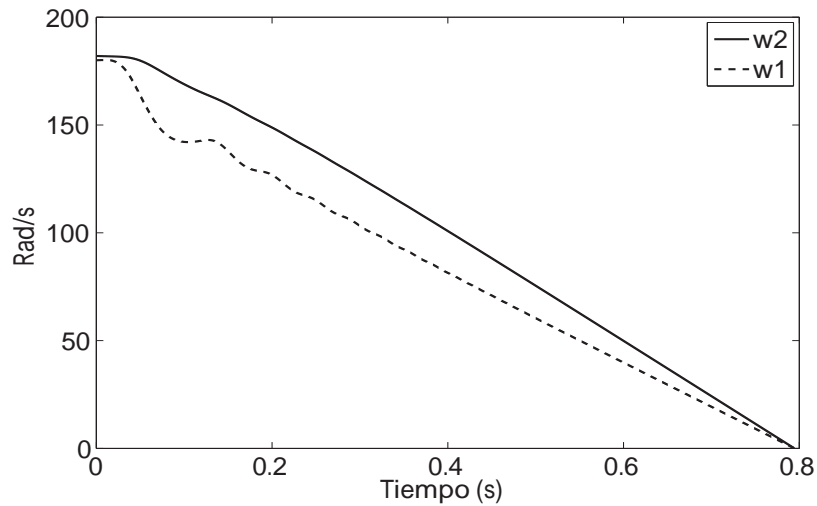


Figura 4.11: Velocidad de la rueda inferior  $w_2$  y superior  $w_1$  con el SMC de tercer orden quasi continuo.

En la Figura 4.11 se muestra la velocidad de la rueda superior  $w_1$  y la velocidad de la rueda inferior  $w_2$  que comienzan a disminuir hasta cero al aplicar el torque de frenado  $T_B$ , donde la posición del vehículo está en reposo y en la Figura 4.12 se observa la respuesta del deslizamiento  $\lambda$  haciendo seguimiento hacia la referencia constante de deslizamiento  $\lambda_{ref}$ .

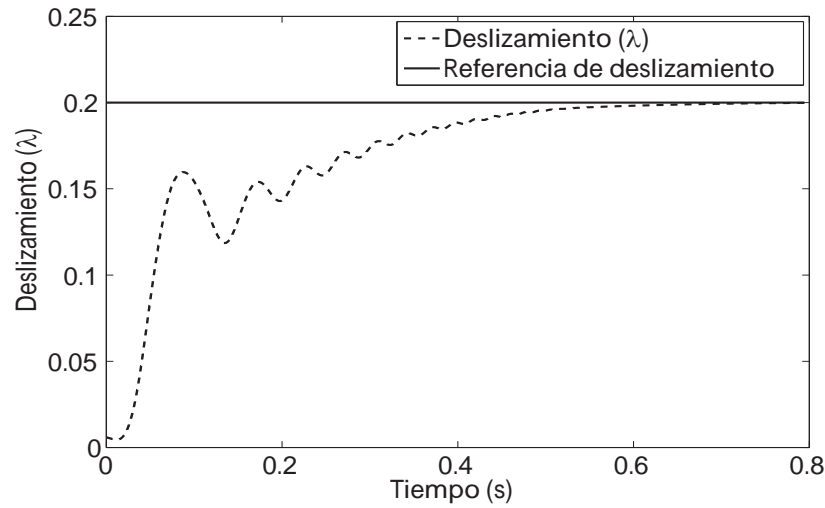


Figura 4.12: Deslizamiento de las ruedas  $\lambda$  con el SMC de tercer orden quasi continuo hacia la referencia constante de deslizamiento  $\lambda_{ref}$ .

En la Figura 4.13 se muestra como la restricción  $s = \dot{s} = \ddot{s} = 0$  se cumple, en el cual la superficie deslizante  $s$ , la primera derivada de la superficie deslizante  $\dot{s}$  y la segunda derivada de la superficie deslizante  $\ddot{s}$  convergen a cero y en la Figura 4.14 se muestra el valor del coeficiente de adherencia  $\mu$  cuando la referencia constante de deslizamiento  $\lambda_{ref} = 0.2$ .

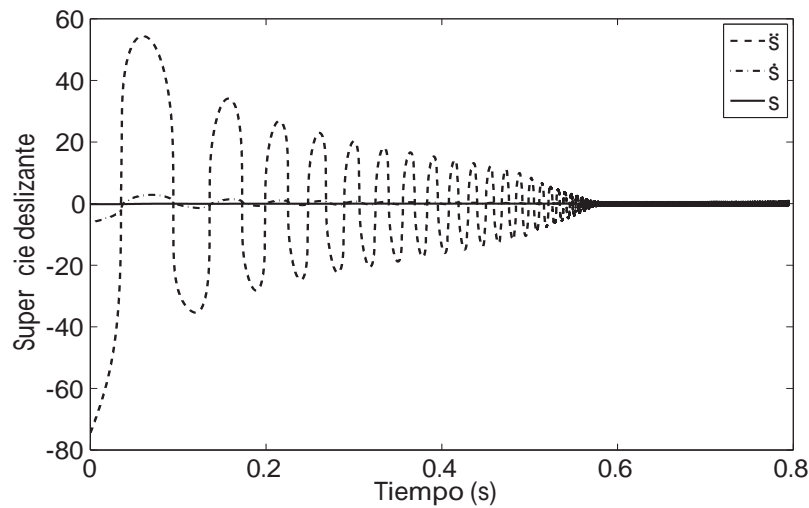


Figura 4.13: Condición de la restricción  $s = \dot{s} = \ddot{s} = 0$ .

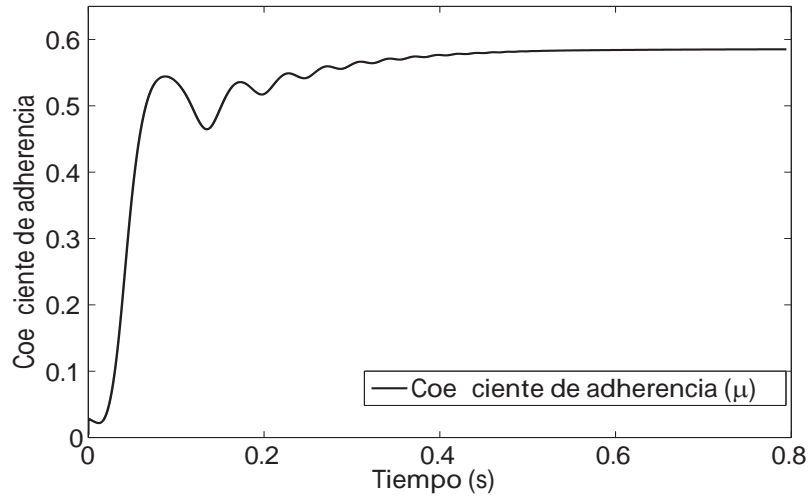


Figura 4.14: Coeficiente de adherencia  $\mu$  aplicando el SMC de tercer orden quasi continuo.

### 4.3. Controlador super-twisting

El diagrama a bloques en lazo cerrado que se presenta en la Figura 4.15, es implementado para controlar al sistema ABS, ahora con el controlador super-twisting.

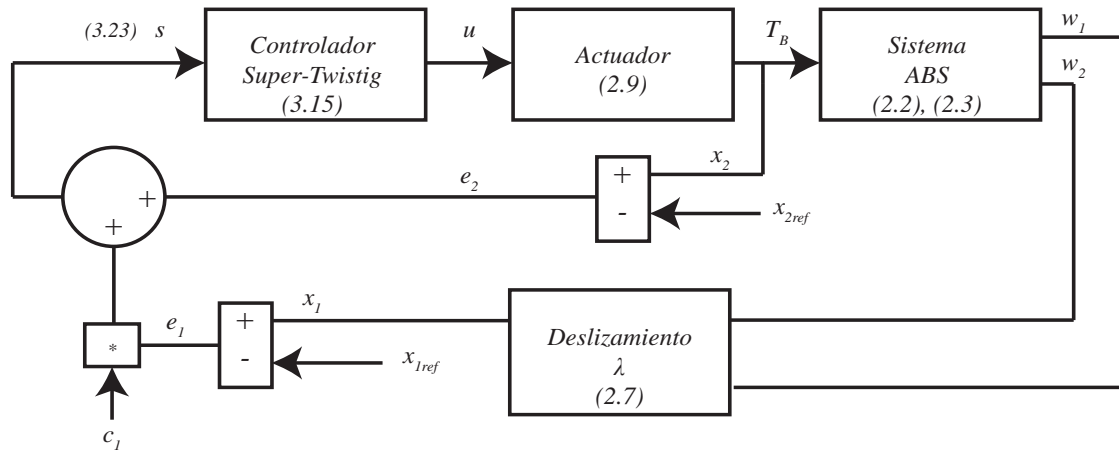


Figura 4.15: Diagrama a bloques del ABS aplicando el controlador ST.

La superficie deslizante  $s$  se define como

$$s = c_1 e_1 + e_2, \quad c_1 > 0.$$

El error  $e_1$  es considerado como

$$e_1 = x_1 - x_{1ref}$$

donde  $x_1$  es el deslizamiento de las ruedas y  $x_{1ref} = 0.2$  es la referencia constante para el deslizamiento y el error  $e_2$  es considerado como

$$e_2 = x_2 - x_{2ref}$$

donde  $x_2$  es el torque de frenado y  $x_{2ref}$  es el pseudocontrol para el torque de frenado. El controlador super-twisting esta definido en (3.15) como

$$u = -\psi |s|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(s) + w$$

$$\dot{w} = -\alpha \text{sign}(s)$$

donde el control  $u$  es considerado como el voltaje aplicado al actuador. Los coeficientes del controlador (3.15) se calcularon a prueba y error elegidos como  $c_1 = 50$ ,  $\psi = 1.5$  y  $\alpha = 5.5$ .

En la Figura 4.16 se muestra la acción del controlador ST, considerado con el voltaje que se le aplicara al actuador. Al accionar el actuador con los valores positivos de voltaje de la Figura 4.16 se genera un torque de frenado  $T_B$  como se muestra en la Figura 4.17.

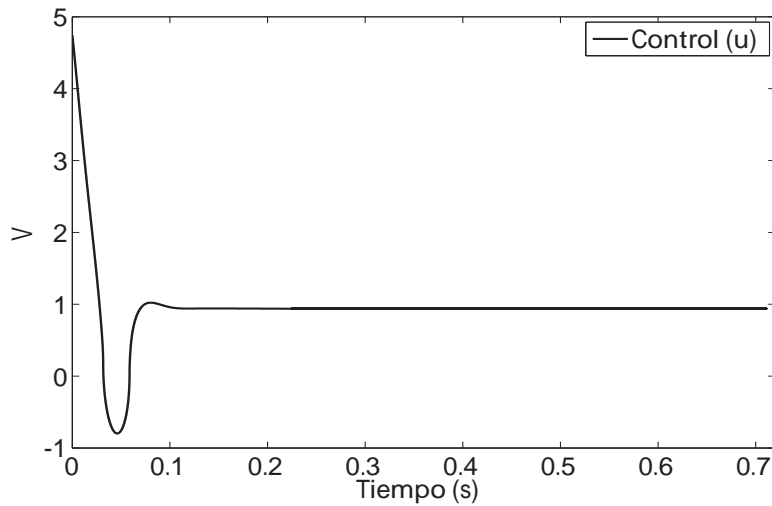


Figura 4.16: Acción del controlador ST.

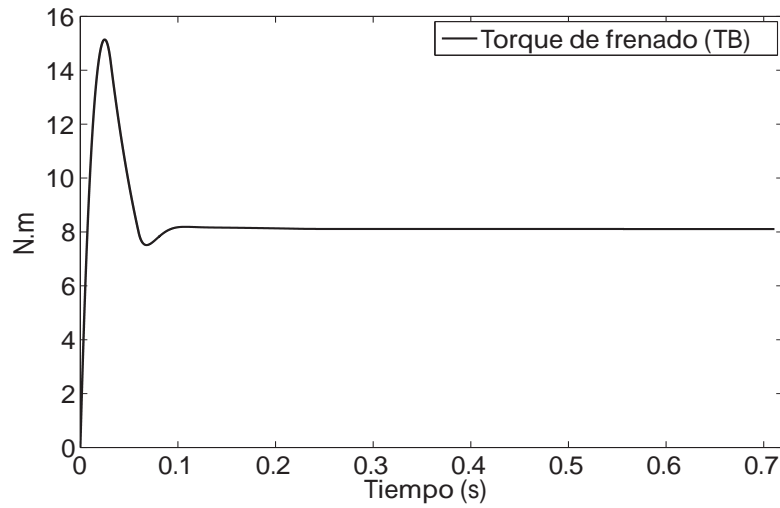


Figura 4.17: Torque de frenado aplicando el controlador ST.

Por lo tanto, con el torque de frenado  $T_B$  aplicado al sistema ABS, la velocidad de la rueda superior  $w_1$  y la velocidad de la rueda inferior  $w_2$  disminuyen hasta cero y llegando ser iguales, indicando que el vehículo está en reposo como se muestra en la Figura 4.18 y en la Figura 4.19 se muestra la respuesta del deslizamiento  $\lambda$  haciendo seguimiento hacia la referencia constante de deslizamiento  $\lambda_{ref}$ .

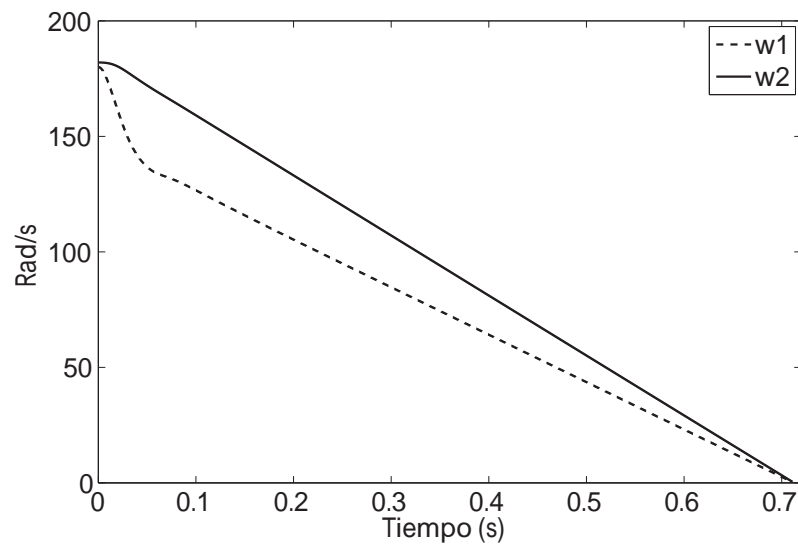


Figura 4.18: Velocidad de la rueda inferior  $w_2$  y superior  $w_1$  con el controlador ST.

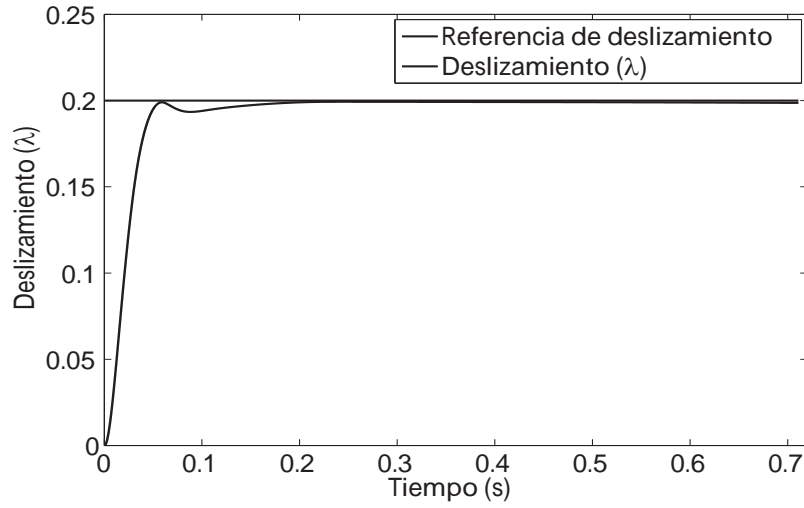


Figura 4.19: Deslizamiento de las ruedas  $\lambda$  con el controlador *ST* hacia la referencia constante de deslizamiento  $\lambda_{ref}$ .

En la Figura 4.20 se muestra como la restricción  $s = 0$  se cumple, cuando la superficie deslizante  $s$  converge a cero y en la Figura 4.21 se muestra el valor del coeficiente de adherencia  $\mu$  cuando la referencia constante de deslizamiento  $\lambda_{ref} = 0.2$ .

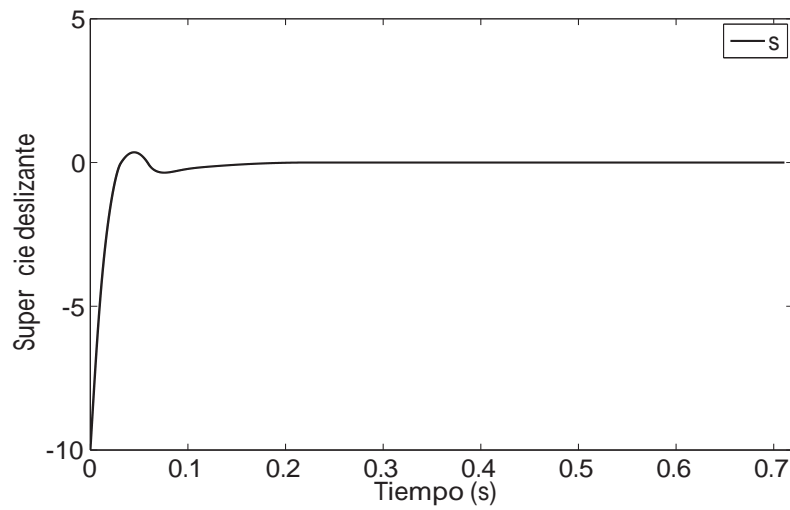


Figura 4.20: Condición de la restricción  $s = 0$ .

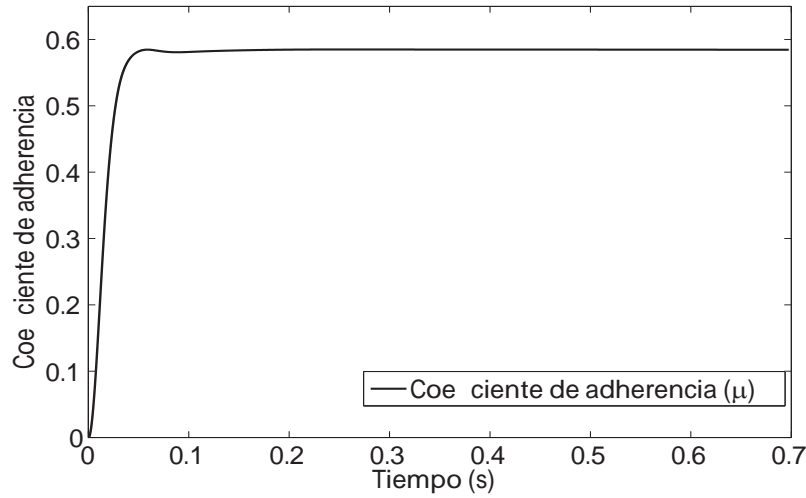


Figura 4.21: *Coeficiente de adherencia  $\mu$  aplicando el controlador ST.*

#### 4.4. Controlador Proporcional integral derivativo (PID)

El controlador PID se implementó al sistema ABS, a modo de comparación con respecto a los controladores (3.11), (3.13) y (3.15). En la Figura 4.22 se muestra el diagrama a bloques en lazo cerrado para controlar el sistema ABS.

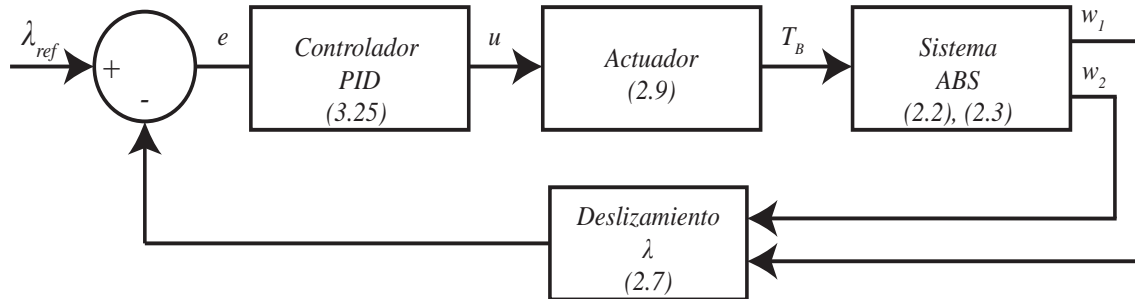


Figura 4.22: *Diagrama a bloques del ABS aplicando el controlador PID.*

La acción de control en lazo cerrado en el dominio del tiempo del controlador PID en (3.25) se define como

$$u(t) = \left( K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t) dt + K_d \dot{e}(t) \right),$$

con

$$e(t) = \lambda_{ref} - \lambda.$$

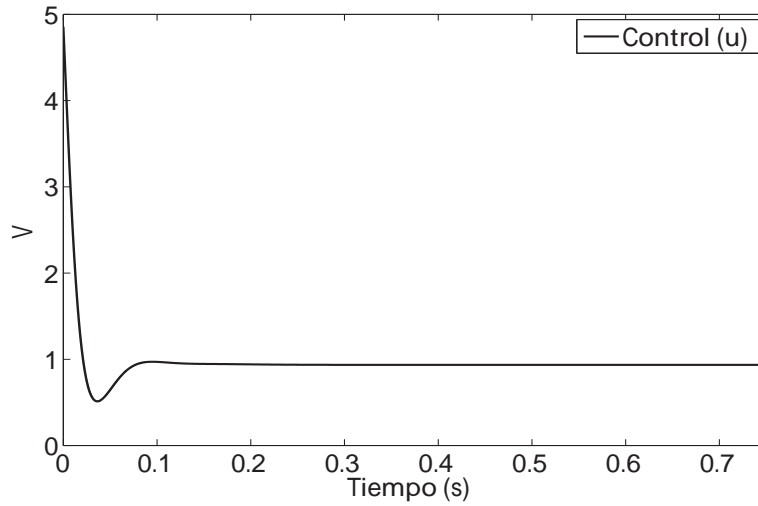


Figura 4.23: *Acción del controlador PID.*

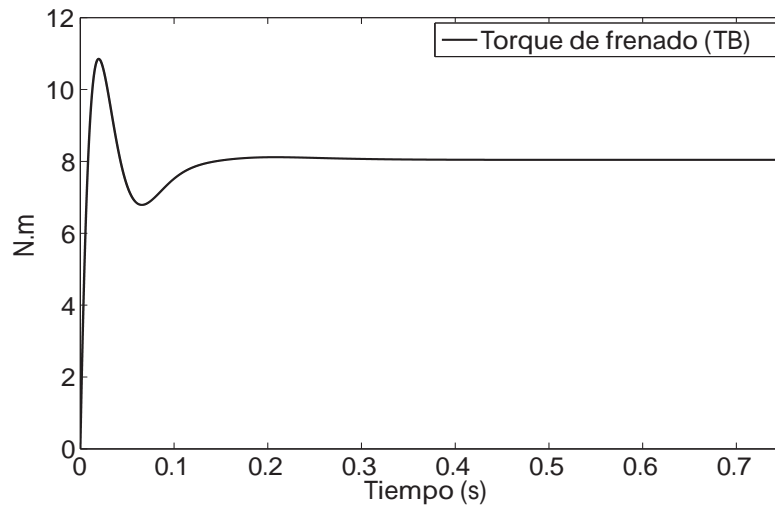


Figura 4.24: *Torque de frenado aplicando el controlador PID.*

El error  $e$  en (3.25) se describe como la diferencia entre la referencia constante del deslizamiento  $\lambda_{ref} = 0.2$  y el deslizamiento de las ruedas  $\lambda$ . La sintonización para el cálculo de los parámetros, se llevó a cabo mediante el método de Ziegler y Nichols, considerando al sistema ABS en lazo abierto y aplicando un escalón unitario. A nivel simulación se obtuvieron los valores que describen a la curva de respuesta con forma de  $S$  con  $L = 0.05$  y  $T = 0.34$ . De acuerdo a la Tabla 3.1 la ganancia proporcional  $K_p = 8.16$ , la constante del tiempo integral  $T_i = 0.1$  y la constante del tiempo derivativo  $T_d = 0.025$ , por lo tanto, las ganancias para el



controlador (3.25) son  $K_p = 8.16$ ,  $K_i = \frac{K_p}{T_i} = 81.6$  y  $K_d = K_p T_d = 0.204$ . En la Figura 4.23 se muestra la acción del controlador PID, en el cual es considerado como el voltaje que entra al actuador. En la Figura 4.24 se muestra la respuesta que presenta el torque de frenado  $T_B$  al voltaje aplicado.

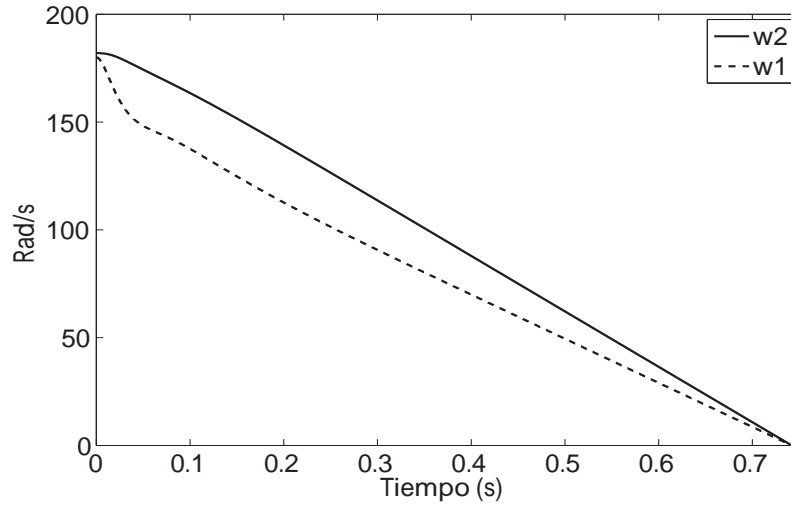


Figura 4.25: Velocidad de la rueda inferior  $w_2$  y superior  $w_1$  con el controlador PID.

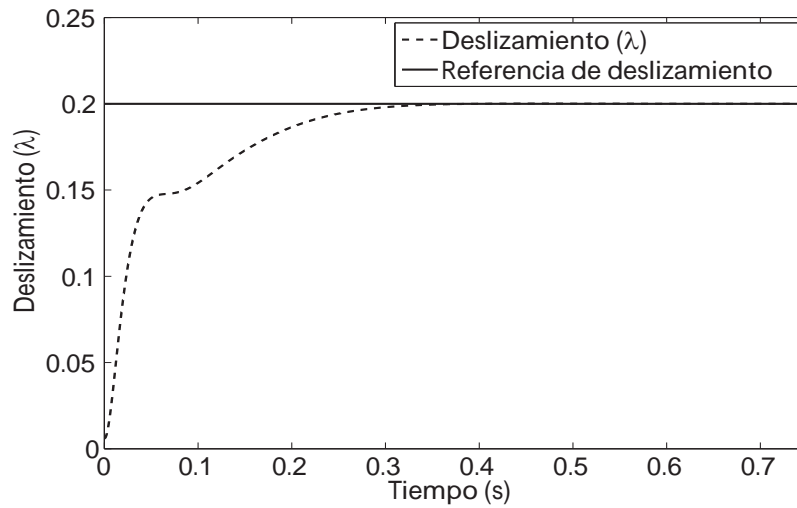


Figura 4.26: Deslizamiento de las ruedas  $\lambda$  con el controlador PID hacia la referencia constante de deslizamiento  $\lambda_{ref}$ .

En la Figura 4.25 la velocidad de las rueda superior  $w_1$  y la velocidad de la rueda inferior  $w_2$  disminuyen a cero llegando a ser iguales al aplicar el torque de frenado y quedando el

vehículo en reposo. En la Figura 4.26 se muestra la respuesta del deslizamiento  $\lambda$ , haciendo seguimiento hacia la referencia constante de deslizamiento  $\lambda_{ref}$ .

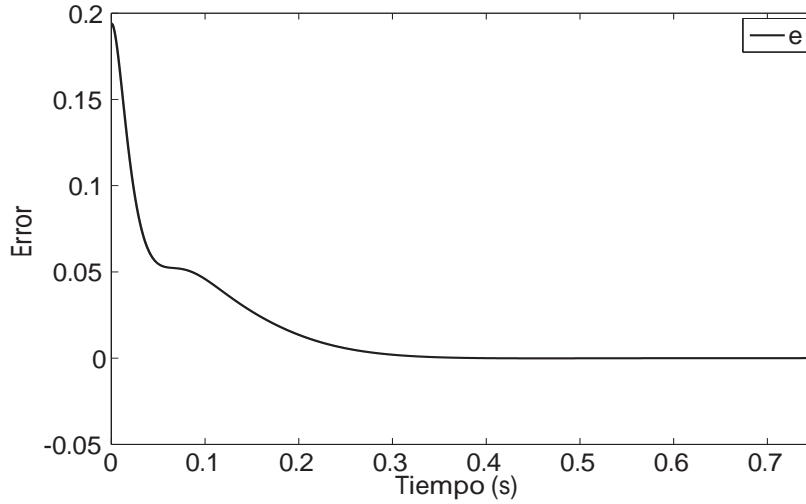


Figura 4.27: Error  $e$ .

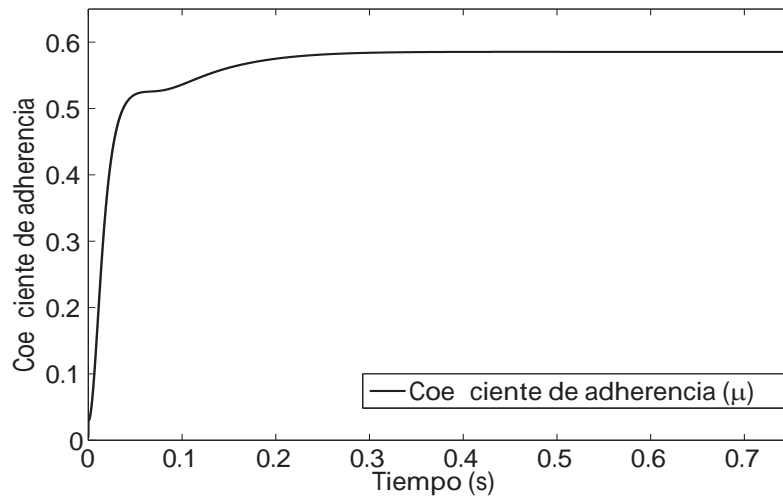


Figura 4.28: Coeficiente de adherencia  $\mu$  aplicando el controlador PID.

En la Figura 4.27 se muestra el error  $e$ , en cual tiende a cero y en la Figura 4.28 se muestra el valor del coeficiente de adherencia  $\mu$  cuando la referencia constante de deslizamiento  $\lambda_{ref} = 0.2$ .

En la Figura 4.29 se muestra la respuesta del deslizamiento  $\lambda$  hacia la referencia constante de deslizamiento  $\lambda_{ref}$  aplicando los 4 controladores mencionados anteriormente. El tiempo que le toma en llegar  $\lambda$  hacia  $\lambda_{ref}$  depende de la reacción que presenta cada controlador. Por ejemplo el controlador super-twisting (3.15) y el controlador PID (3.25), el voltaje no presenta tantas variaciones llegando a estabilizarse en un tiempo muy pequeño, permitiendo que  $\lambda$  alcance en el menor tiempo posible a  $\lambda_{ref}$ . Por otro lado, el SMC de segundo orden quasi continuo (3.11) y el SMC de tercer orden quasi continuo (3.13), el voltaje toma un tiempo considerable en estabilizarse, en el cual  $\lambda$  toma más tiempo en alcanzar a  $\lambda_{ref}$ .

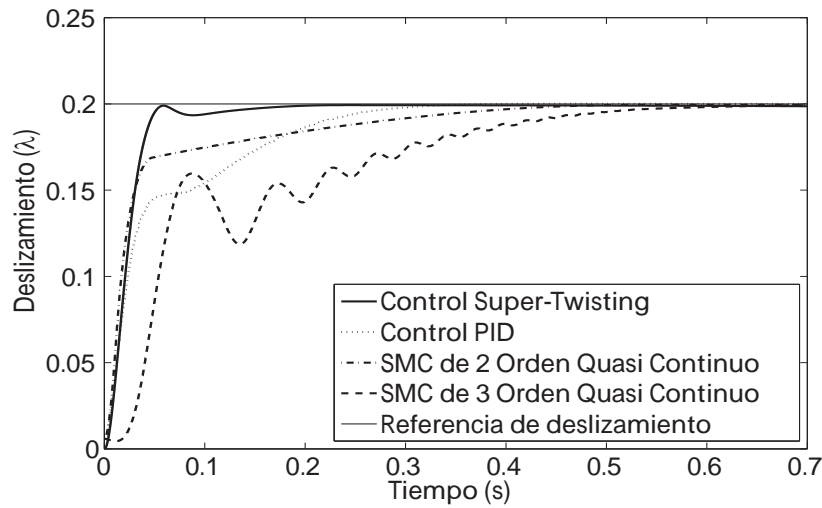


Figura 4.29: Deslizamiento de las ruedas  $\lambda$  hacia la referencia constante de deslizamiento  $\lambda_{ref}$  aplicando los 4 controladores.

## 4.5. Controladores HOSM y PID con buscador de extremos

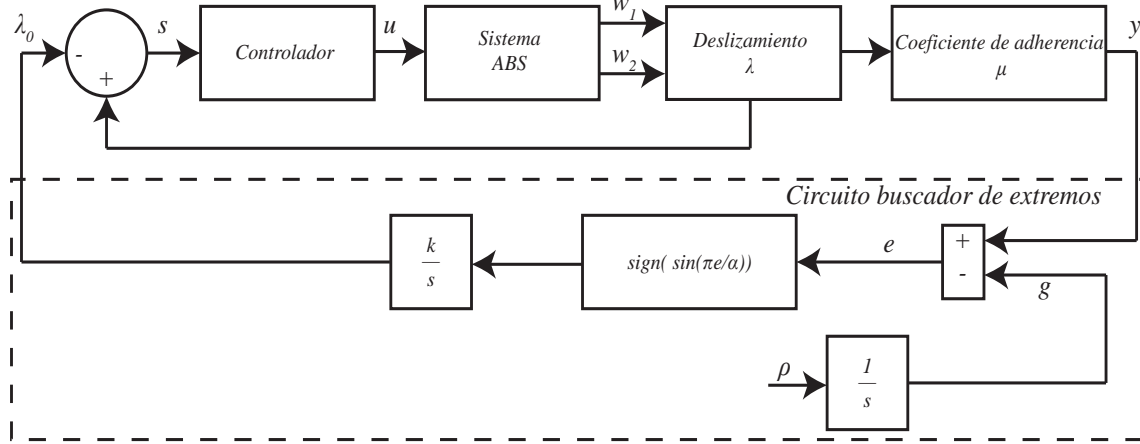


Figura 4.30: Diagrama a bloques del sistema ABS con el algoritmo buscador de extremos.

Debido a las condiciones de cambio que pueda presentar la superficie del suelo, el coeficiente de adherencia  $\mu(\lambda)$  cambia de valor en función de las características del suelo por donde se desplaza el vehículo. Dado a esto se propone el algoritmo buscador de extremos para encontrar el valor  $\lambda^*$  que produzca la máxima adherencia  $\mu^*$ . El propósito es generar una señal  $\lambda_0$  de tal manera que el coeficiente de adherencia  $\mu(\lambda)$  se maximiza independientemente de las condiciones de la superficie del suelo. Mediante el uso de estos controladores (3.11), (3.13), (3.15) y (3.25), aplicamos el algoritmo buscador de extremos presentado en la Figura 4.30.

Para llevar a cabo la simulación, se elige  $\lambda^* = 0.25$  y  $\mu^* = 0.6$  que corresponde a la superficie del suelo en estado húmedo. Los valores de los coeficientes para el algoritmo buscador de extremos se calcularon a prueba y error determinados como  $\alpha = 0.1$ ,  $\rho = 1.2$  y  $k = 0.7$ . Ahora el deslizamiento de referencia  $\lambda_{ref}$  para el deslizamiento de las ruedas  $\lambda$  es dado como

$$\lambda_{ref} = \lambda_0.$$

### 4.5.1. SMC de segundo orden quasi continuo

En el bloque del controlador de la Figura 4.30 se implementa SMC de segundo orden quasi continuo (3.11). En la Figura 4.31 se muestra la acción de este controlador siendo el voltaje que accionara el actuador. Dada a la restricción en (2.9) solo los valores positivos de esta señal de control, generara el torque de freno para el sistema ABS. Se observa que la señal de voltaje presenta conmutaciones, considerados como esfuerzos para mantener los estados

del sistema en la superficie deslizante y entra en saturación debido a que el vehículo está a punto de detenerse.

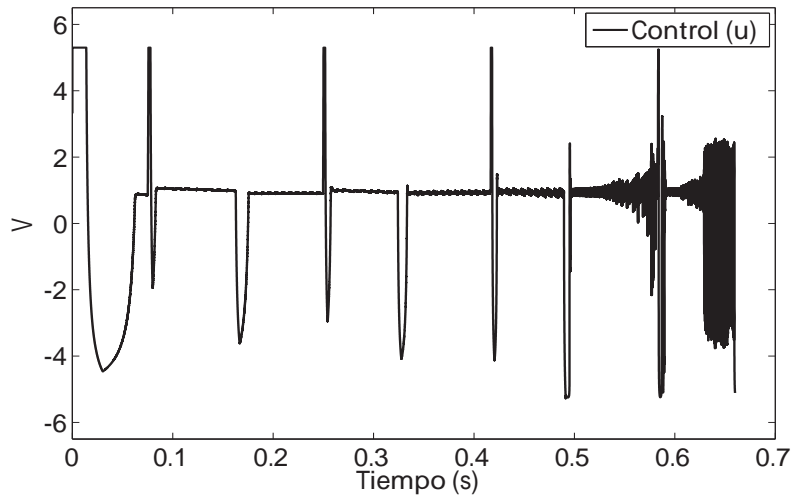


Figura 4.31: Acción del SMC de segundo orden quasi continuo con el algoritmo buscador de extremos.

En la Figura 4.32 se muestra el torque de frenado  $T_B$  con variaciones debido a la respuesta de voltaje del controlador.

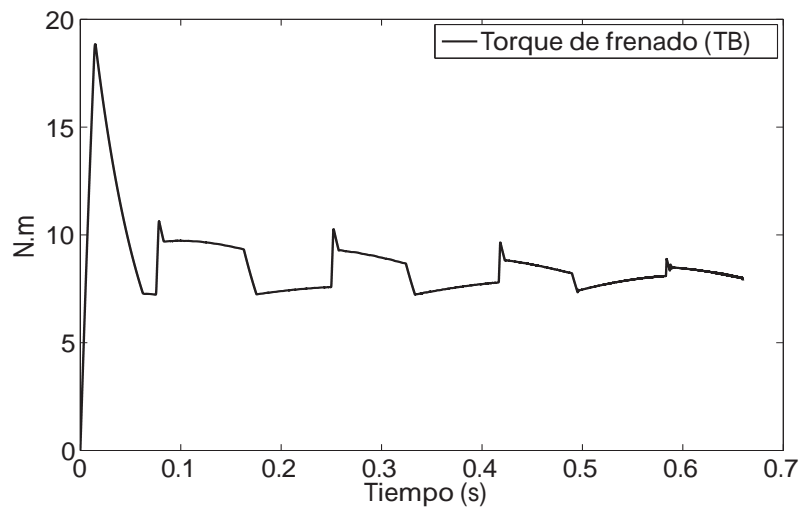


Figura 4.32: Torque de frenado aplicando el SMC de segundo orden quasi continuo con el algoritmo buscador de extremos.

En la Figura 4.33 se muestra como la velocidad de la rueda superior  $w_1$  y la velocidad de la rueda inferior  $w_2$  llegan a hacer cero, indicando que el vehículo está en reposo cuando el torque de frenado  $T_B$  es aplicado.

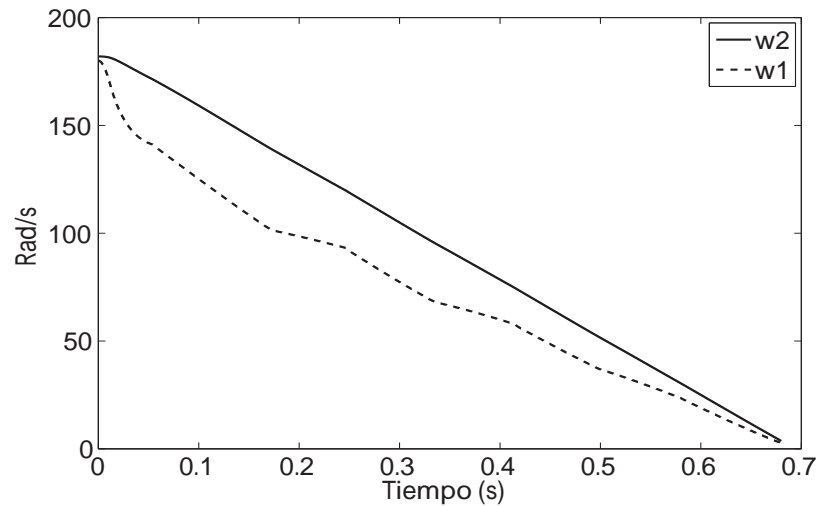


Figura 4.33: Velocidad de la rueda inferior  $w_2$  y superior  $w_1$  con el SMC de segundo orden quasi continuo aplicando el algoritmo buscador de extremos.

En la Figura 4.34 y la Figura 4.35 se muestra la respuesta del deslizamiento  $\lambda$  haciendo seguimiento hacia la referencia variable de deslizamiento  $\lambda_{ref}$  convergiendo al valor máximo de deslizamiento  $\lambda^*$ .

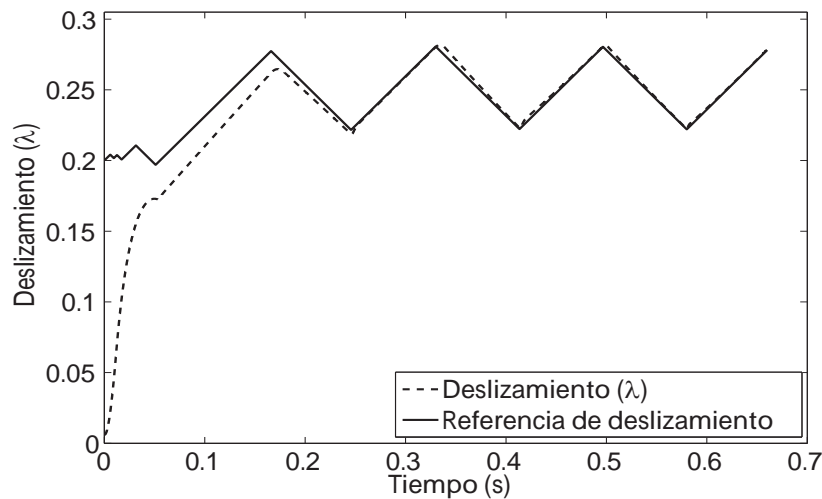


Figura 4.34: Seguimiento de  $\lambda$  hacia  $\lambda_{ref}$  al valor máximo  $\lambda^*$  con  $\lambda_0(t_0) = 0.2$ .

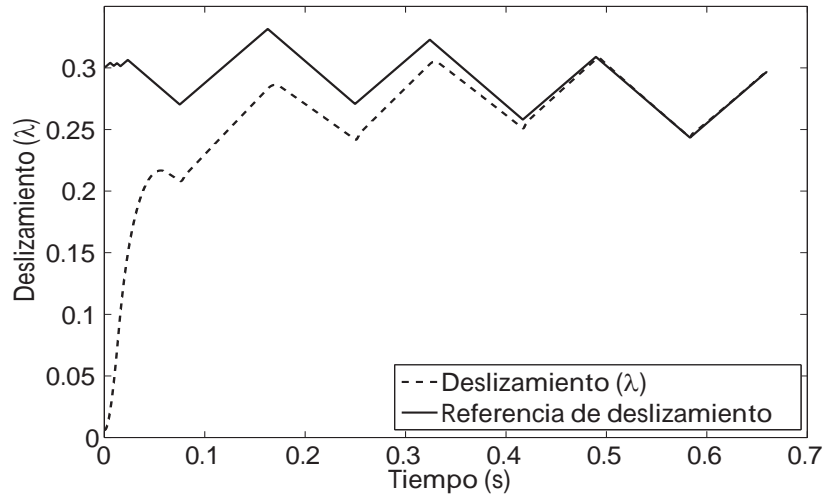


Figura 4.35: Seguimiento de  $\lambda$  hacia  $\lambda_{ref}$  al valor máximo  $\lambda^*$  con  $\lambda_0(t_0) = 0.3$ .

En la Figura 4.36 se muestra como el coeficiente de adherencia  $\mu = \mu^*$ .

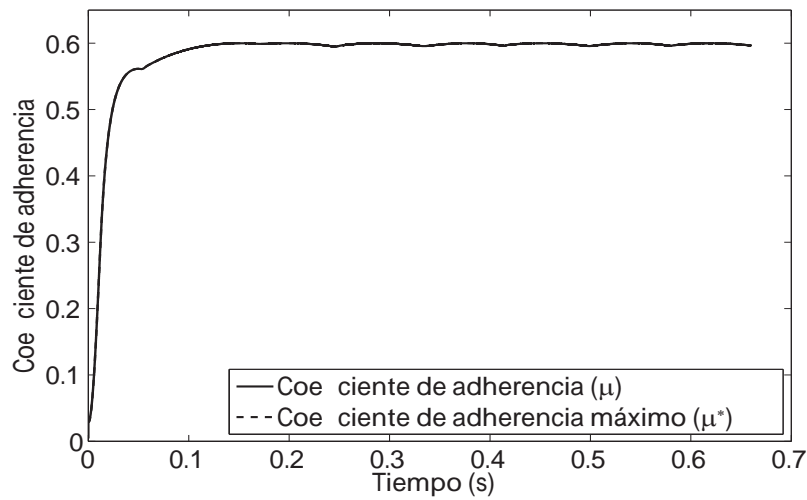


Figura 4.36: Coeficiente de adherencia  $\mu$  hacia el coeficiente de adherencia máximo  $\mu^*$ .

#### 4.5.2. SMC de tercer orden quasi continuo

Ahora en el bloque del controlador de la Figura 4.30 se implementa SMC de tercer orden quasi continuo (3.13). En la Figura 4.37 se muestra la acción de este controlador siendo el voltaje que accionara el actuador. Dada a la restricción en (2.9) solo los valores positivos

de esta señal de control, generara el torque de frenado para el sistema ABS. Se observa que la señal de voltaje presenta conmutaciones, considerados como esfuerzos para mantener los estados del sistema en la superficie deslizante.

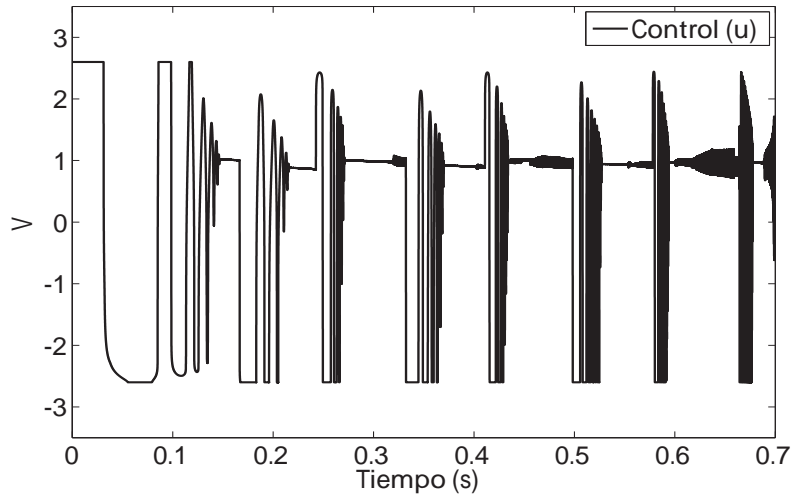


Figura 4.37: Acción del SMC de tercer orden quasi continuo con el algoritmo buscador de extremos.

En la Figura 4.38 se muestra el torque de frenado  $T_B$  con variaciones debido a la respuesta de voltaje del controlador.

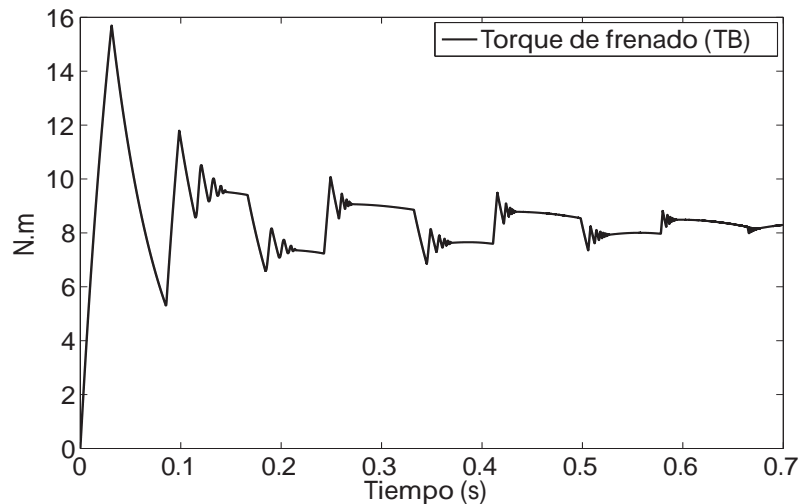


Figura 4.38: Torque de frenado aplicando el SMC de tercer orden quasi continuo con el algoritmo buscador de extremos.



En la Figura 4.39 se muestra como la velocidad de la rueda superior  $w_1$  y la velocidad de la rueda inferior  $w_2$  son las mismas, indicando que el vehículo está en reposo cuando el torque de frenado  $T_B$  es aplicado.

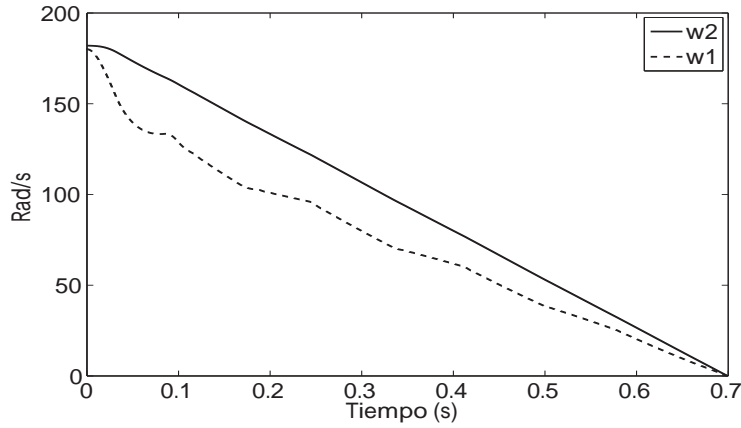


Figura 4.39: Velocidad de la rueda inferior  $w_2$  y superior  $w_1$  con el SMC de tercer orden quasi continuo aplicando el algoritmo buscador de extremos.

En la Figura 4.40 y la Figura 4.41 se muestra la respuesta del deslizamiento  $\lambda$  realizando seguimiento a la referencia variable de deslizamiento  $\lambda_{ref}$  convergiendo al valor máximo  $\lambda^*$ .

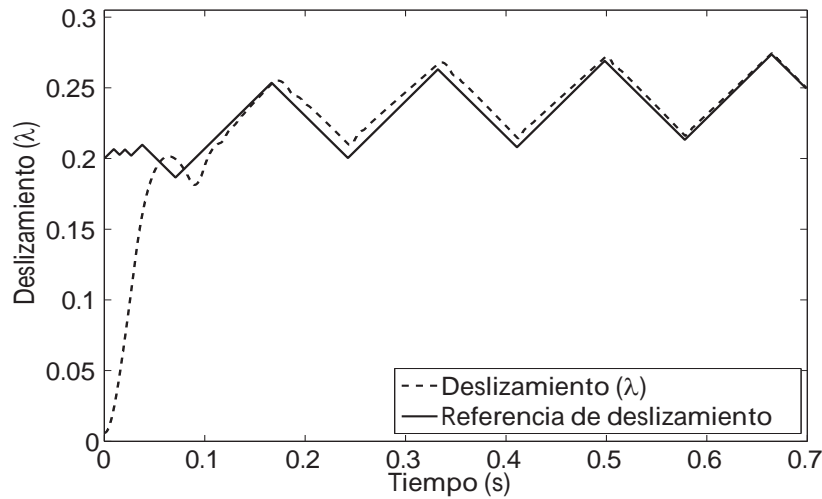


Figura 4.40: Seguimiento de  $\lambda$  hacia  $\lambda_{ref}$  al valor máximo  $\lambda^*$  con  $\lambda_0(t_0) = 0.2$ .

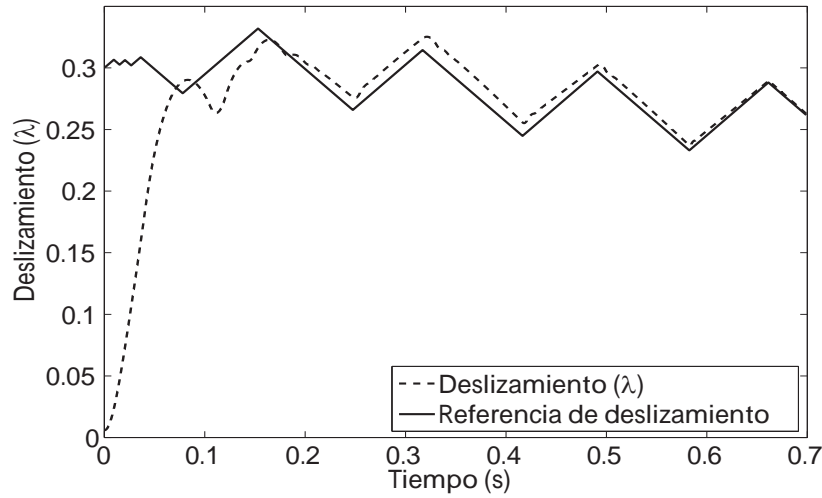


Figura 4.41: Seguimiento de  $\lambda$  hacia  $\lambda_{ref}$  al valor máximo  $\lambda^*$  con  $\lambda_0(t_0) = 0.3$ .

En la Figura 4.42 se muestra como el coeficiente de adherencia  $\mu = \mu^*$ .

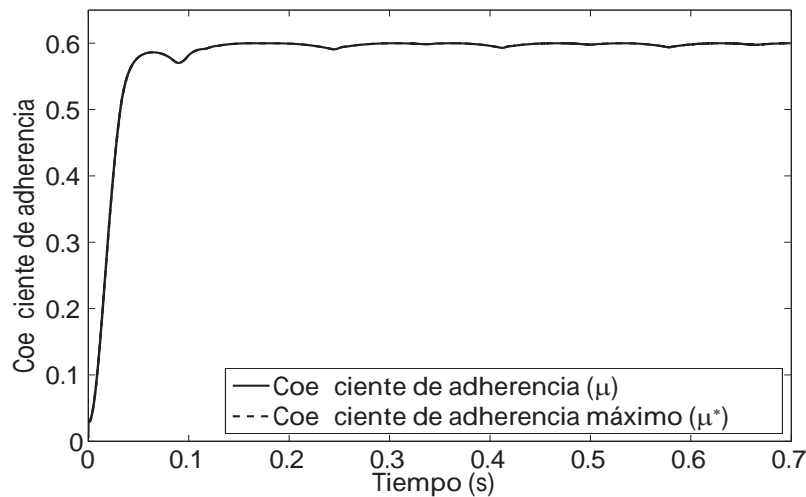


Figura 4.42: Coeficiente de adherencia  $\mu$  hacia el coeficiente de adherencia máximo  $\mu^*$ .

### 4.5.3. Controlador super-twisting

En controlador super-twisting (3.15) se sustituye en el bloque del controlador de la Figura (4.30) para llevar a cabo el control del sistema ABS. La acción del controlador super-twisting se muestra en la Figura 4.43. La señal de este controlador se considera como el voltaje que

permitira accionar el actuador. Debido a la restricción que se presenta en (2.9) los valores positivos de voltaje de esta señal de control accionara el actuador, generar un torque como se muestra en la Figura 4.44 para el sistema ABS.

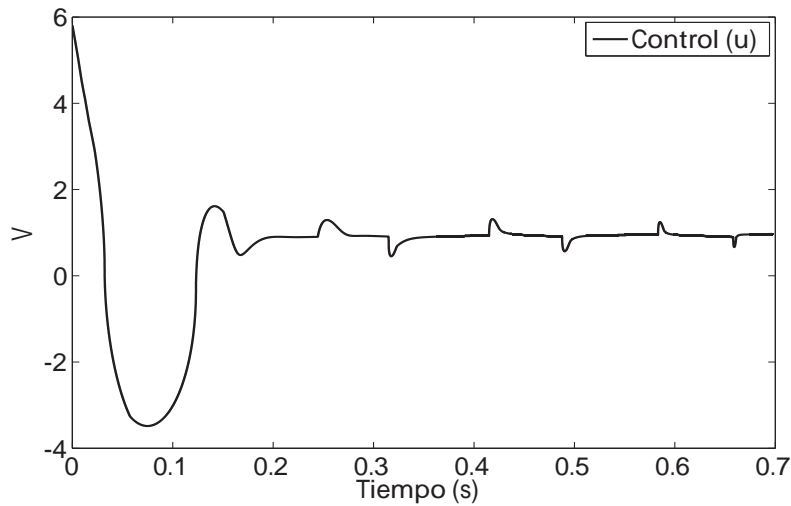


Figura 4.43: Acción del controlador  $ST$  con el algoritmo buscador de extremos.

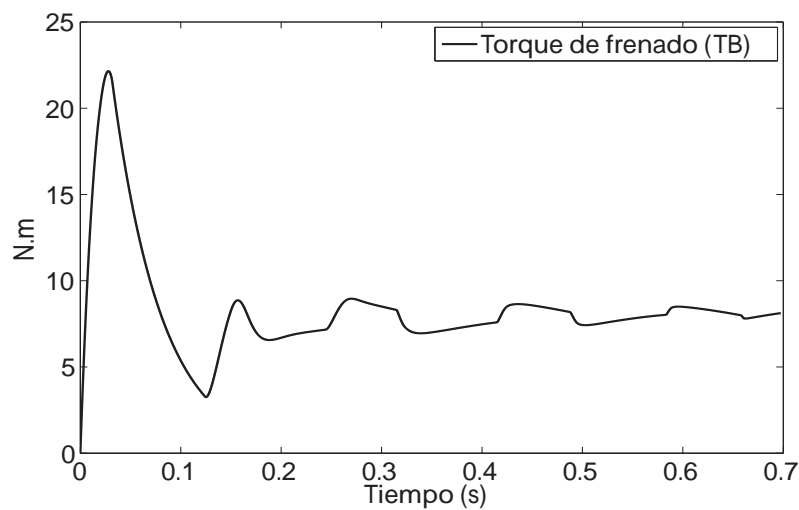


Figura 4.44: Torque de frenado con el controlador  $ST$  y el buscador de extremos.

En la Figura 4.45 con el torque de frenado  $T_B$  aplicado al sistema ABS, la velocidad de la rueda superior  $w_1$  y la velocidad de la rueda inferior  $w_2$  llegan hacer cero, indicando que el vehículo está en reposo.

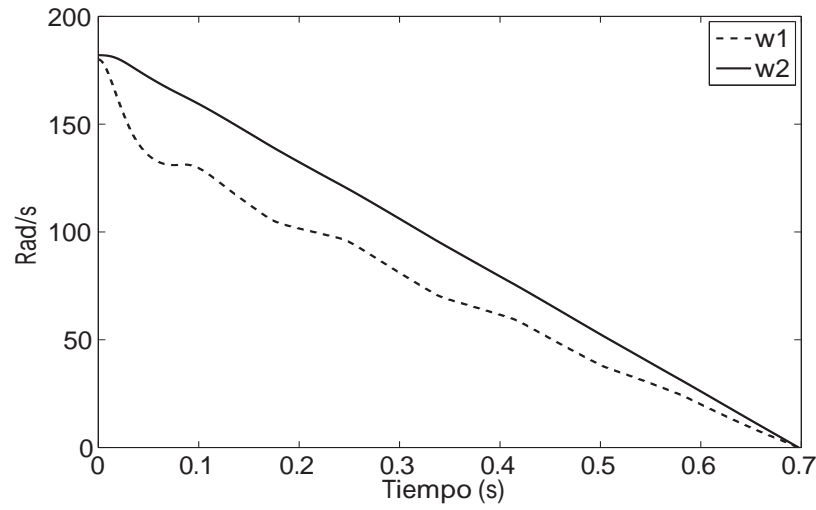


Figura 4.45: Velocidad de la rueda inferior y superior con el controlador ST aplicando el algoritmo buscador de extremos.

En la Figura 4.46 y en la Figura 4.47 se muestra como el deslizamiento  $\lambda$  realiza seguimiento hacia la referencia variable de deslizamiento  $\lambda_{ref}$  convergiendo al valor máximo  $\lambda^*$ .

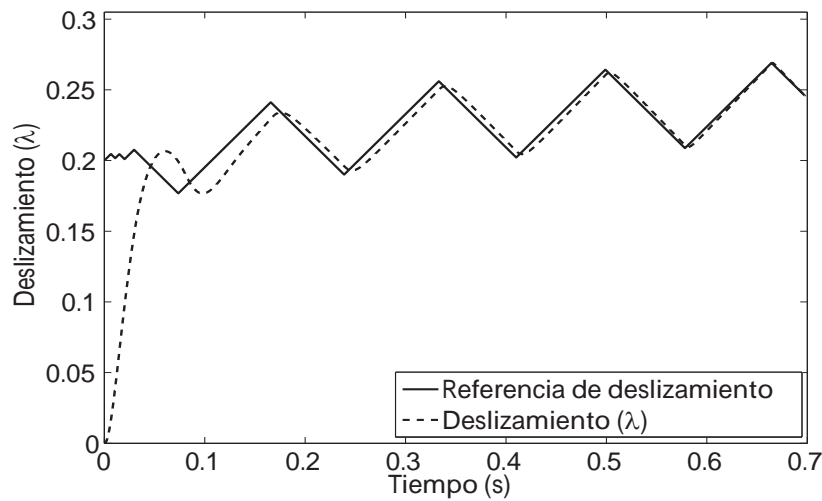


Figura 4.46: Seguimiento de  $\lambda$  hacia  $\lambda_{ref}$  al valor máximo  $\lambda^*$  con  $\lambda_0(t_0) = 0.2$ .

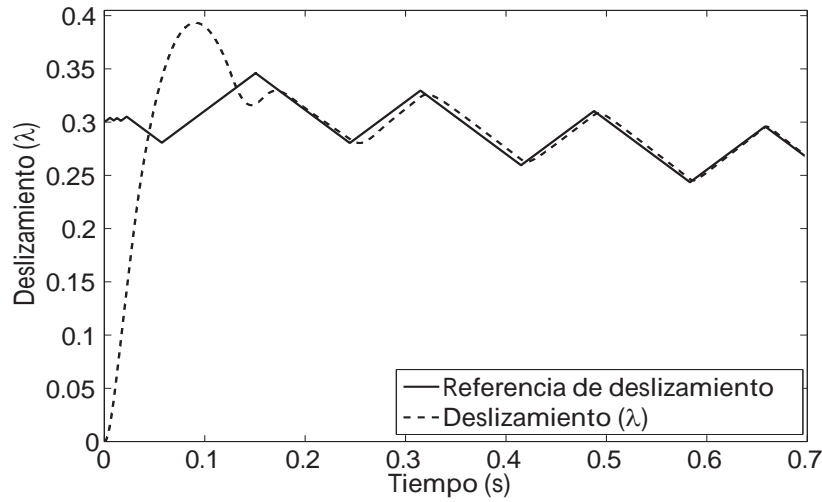


Figura 4.47: Seguimiento de  $\lambda$  hacia  $\lambda_{ref}$  al valor máximo  $\lambda^*$  con  $\lambda_0(t_0) = 0.3$ .

En la Figura 4.48 se muestra como el coeficiente de adherencia  $\mu = \mu^*$ .

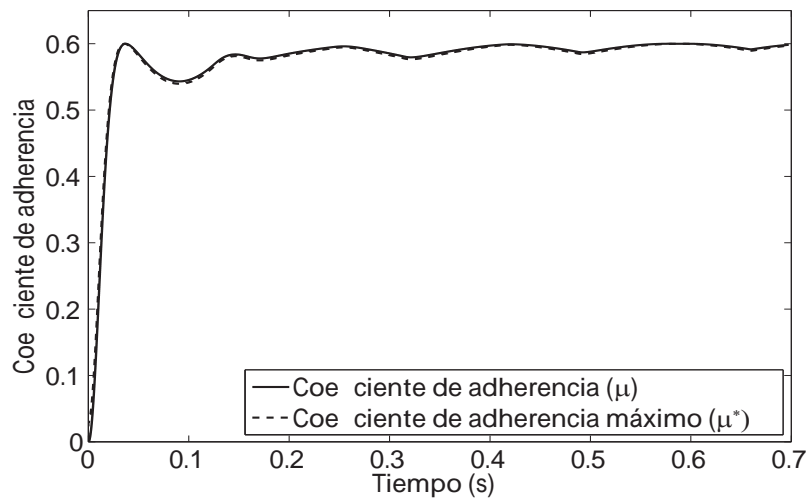


Figura 4.48: Coeficiente de adherencia  $\mu$  hacia el coeficiente de adherencia máximo  $\mu^*$ .

#### 4.5.4. Controlador proporcional integral derivativo (PID)

Ahora se considera el controlador PID (3.25) en el diagrama de bloques de la Figura 4.30.

En la Figura 4.49 se muestra la acción de control del PID, en cual presenta variaciones debido a que en la dinámica del error se encuentra variando en el punto de estabilidad, sin

llegar a estabilizarse la acción del controlador PID. En la Figura 4.49 se muestra el torque de frenado  $T_B$  con variaciones debido a la respuesta del voltaje del controlador.

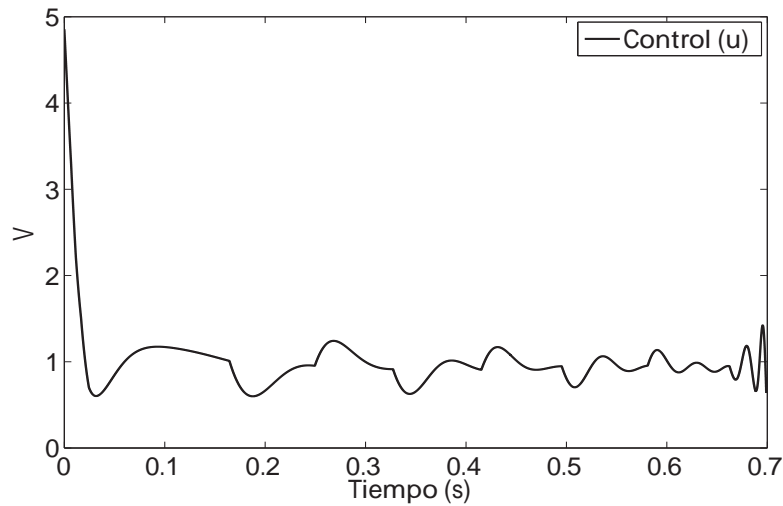


Figura 4.49: Acción del controlador PID con el algoritmo buscador de extremos.

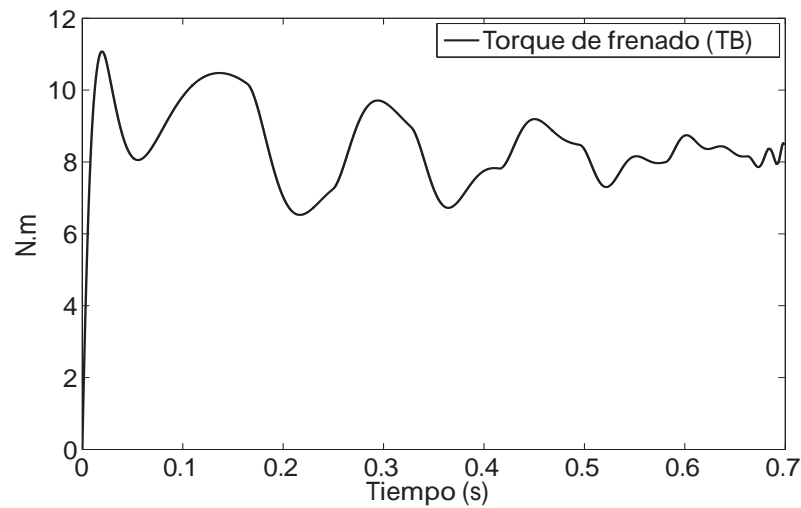


Figura 4.50: Torque de frenado aplicando el controlador PID con el buscador de extremos.

En la Figura 4.51 se muestra la velocidad de la rueda superior  $w_1$  y la velocidad de la rueda inferior  $w_2$  tienden a cero, al frenar el vehículo, indicando que el vehículo está en reposo.

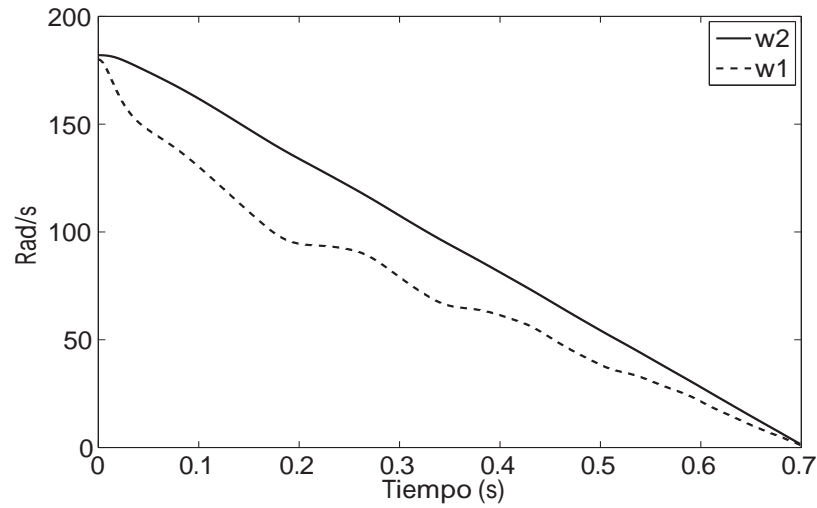


Figura 4.51: Velocidad de la rueda inferior y superior con el controlador PID aplicando el algoritmo buscador de extremos.

En la Figura 4.52 y la Figura 4.53 se muestra como el deslizamiento  $\lambda$  realiza seguimiento hacia la referencia variable de deslizamiento  $\lambda_{ref}$  convergiendo al valor máximo  $\lambda^*$ .

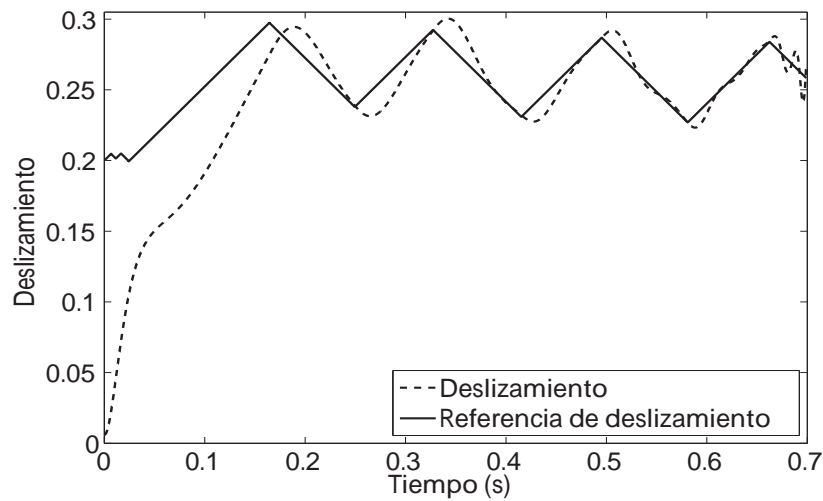


Figura 4.52: Seguimiento de  $\lambda$  hacia  $\lambda_{ref}$  al valor máximo  $\lambda^*$  con  $\lambda_0(t_0) = 0.2$ .

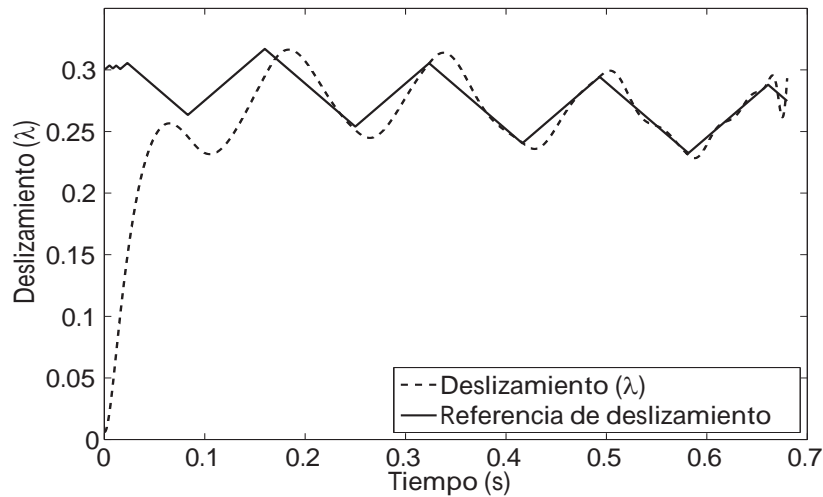


Figura 4.53: Seguimiento de  $\lambda$  hacia  $\lambda_{ref}$  al valor máximo  $\lambda^*$  con  $\lambda_0(t_0) = 0.3$ .

En la Figura 4.54 se muestra como el coeficiente de adherencia  $\mu = \mu^*$ .

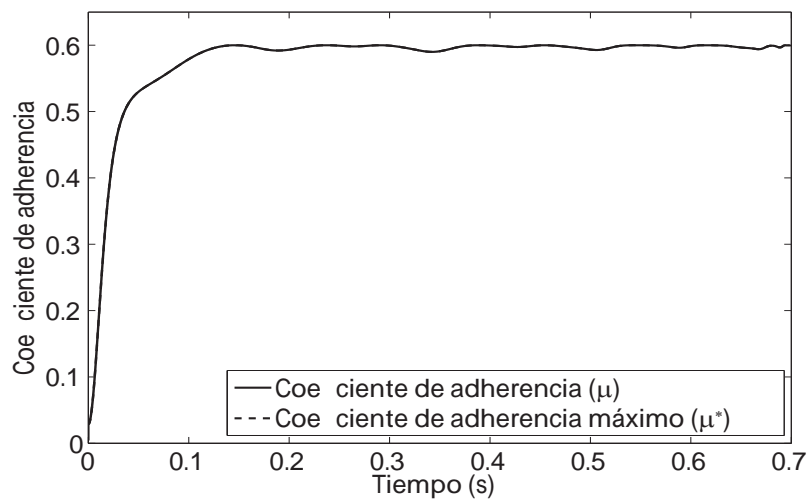


Figura 4.54: Coeficiente de adherencia  $\mu$  hacia el coeficiente de adherencia máximo  $\mu^*$ .

## Conclusión del capítulo

En este capítulo se presentaron los resultados obtenidos al aplicar los controladores al sistema ABS. El desempeño de cada controlador fue muy satisfactorio con relación al control del deslizamiento de las ruedas  $\lambda$  hacia la referencia constante de deslizamiento  $\lambda_{ref}$ , así como



también al disminuir la velocidad de la rueda inferior  $w_2$  y la velocidad de la rueda superior  $w_1$  hasta cero aplicando el torque de frenado, indicando que el vehículo está detenido, en un tiempo finito. En dicha comparación con relación al tiempo de reacción de los controladores, se observó que el controlador super-twisting y el controlador PID presentaron una respuesta más rápida para que el deslizamiento alcanzara a la referencia. Por otra parte se llevó el acoplo de un algoritmo buscador de extremos al control del sistema ABS. Estos resultados fueron satisfactorios para los HOSMC, ya que permitieron que el deslizamiento de las ruedas  $\lambda$  hiciera un buen seguimiento de la trayectoria dada por el algoritmo buscador de extremos hacia el valor máximo de deslizamiento  $\mu^*$ , maximizando el coeficiente de adherencia  $\mu$  al valor máximo del coeficiente de adherencia  $\mu^*$ . Cabe decir que el controlador PID no fue capaz de realizar un buen seguimiento a la referencia variable pero si logro alcanzar el valor máximo de deslizamiento  $\lambda^*$  para maximizar el coeficiente de adherencia  $\mu$  al valor máximo del coeficiente de adherencia  $\mu^*$ . El término de perturbación que acompañan a la dinámica de las ruedas no influyo en los resultados dados a la alta robustez de estos controladores.

# Capítulo 5

## Conclusiones y trabajo futuro

### 5.1. Conclusiones

En la presente tesis se realizó una investigación de acciones de control aplicadas al sistema de frenado ABS. Se probaron diferentes técnicas de control robusto para el ABS, el cual es un sistema incierto en sus parámetros y sujeto a perturbaciones.

En este estudio, los algoritmos de control por modos deslizantes de alto orden resultaron ser robustos, ya que sólo se necesita conocer la superficie deslizante. Adicionalmente son comparados con el control proporcional integral derivativo.

Para la aplicación de estos controladores robustos de orden superior, a partir del sistema ABS no lineal, se diseñaron dos superficies permitiendo mantener el grado relativo 2 que presenta el sistema ABS y un grado relativo 1 al reducir el sistema ABS.

La implementación de los 4 controladores arrojaron resultados satisfactorios ya que permitieron hacer que el deslizamiento  $\lambda$  realizara seguimiento al valor de referencia  $\lambda_{ref}$ . En la comparación, el controlador super-twisting es el que presenta una reacción más rápida para el seguimiento de  $\lambda$  hacia  $\lambda_{ref}$ , llegando en un tiempo finito menor a la superficie deslizante que los demás controladores propuestos. El cálculo de  $\dot{s}$  y  $\ddot{s}$  se realizó mediante un diferenciador robusto exacto, que ocasiona que el controlador por modos deslizantes de segundo orden quasi continuo y el controlador por modos deslizantes de tercer orden quasi continuo tengan una acción más lenta, haciendo seguimiento de  $\lambda$  a  $\lambda_{ref}$  en un tiempo finito más largo.

El controlador PID presenta un buen desempeño en el seguimiento de  $\lambda$  hacia  $\lambda_{ref}$ . La velocidad angular de la rueda superior y la velocidad angular de la rueda inferior llegan ser cero en un tiempo finito con la implementación de estos controladores. El algoritmo buscador de extremos forzó a estos controladores a realizar seguimiento de  $\lambda$  hacia  $\lambda_{ref}$  al valor óptimo  $\lambda^*$ , para producir el valor máximo  $\mu^*$ , donde el controlador super-twisting presentó la mejor acción de control y de seguimiento.

## 5.2. Trabajo futuro

- Implementar los controladores por modos deslizante de alto orden al sistema ABS en tiempo real.
- Considerar la dinámica de los movimientos laterales así como también la dinámica del amortiguador al sistema ABS.

# Bibliografía

- [1] I. Vázquez, C. Acosta, and J. Rubio, “Modelado matemático para el sistema suspensión-frenos de un autobús,” *6th international conference on electrical and electronics engineering research*, pp. 251–255, 2008.
- [2] D. Antic, V. Nikolic, and D. Mitic, “Sliding mode control of antilock braking system: an overview,” *Automatic control and robotics*, vol. 9, no. 1, pp. 41–58, 2010.
- [3] Y. Oniz, E. Kayacan, and O. Kaynak, “A dynamic method to forecast the wheel slip for antilock braking system and its experimental evaluation,” *IEEE transactions on systems, man and cybernetics*, vol. 39, no. 2, pp. 551–560, 2009.
- [4] M. Vinosha and A. Manivanna, “Design of sliding mode controller for antilock brake systems,” *International conference on computing and control engineering*, pp. 1–8, 2012.
- [5] V. I. Utkin, *Sliding Modes in Optimization and Control Problems*. New York: Springer Verlag, 1992.
- [6] L. Fridman, “An averaging approach to chattering,” *IEEE transactions automatic control*, vol. 46, no. 8, pp. 1260–1265, 2001.
- [7] L. Fridman and A. Levant, *Higher order sliding modes as the natural phenomena of control theory*. London: Springer Verlag, 1996.
- [8] X. Y. Lu and S. K. Spurgeon, “Output feedback stabilization of siso nonlinear systems via dynamic sliding modes,” *International Journal of Control*, vol. 70, no. 5, pp. 735–759, 1998.
- [9] A. Levant, “Robust exact differentiation via sliding mode technique,” *Automatica*, vol. 34, no. 3, pp. 379–384, 1998.
- [10] —, “Higher order sliding modes and arbitrary order exact robust differentiation,” *Proceedings of the european control conference*, pp. 996–1001, 2001.
- [11] G. Bartolini, A. Ferrara, and E. Usai, “Applications of a suboptimal discontinuous control algorithm for uncertain second order systems,” *International journal of robust and nonlinear control*, vol. 7, no. 4, pp. 299–310, 1997.

- [12] —, “Chattering avoidance by second order sliding mode control,” *IEEE transactions on automatic control*, vol. 43, no. 2, pp. 241–246, 1998.
- [13] L. V. Levantovsky, “Second order sliding algorithms: their realization,” *Dynamics of heterogeneous systems*, pp. 32–43, 1985.
- [14] L. V. Levantovsky and A. Levant, “Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control,” *International journal of control*, vol. 58, no. 6, pp. 1247–1263, 1993.
- [15] K. Ogata, *Ingenieria de control moderno*. Mexico: Prentice Hall, 1999.
- [16] H. Yu and U. Ozguner, “Smooth extremum-seeking control via second order sliding mode,” *Proceedings of the american control conference*, vol. 4, pp. 3248–3253, 2003.
- [17] L. Chih and H. Chun, “Neural network hybrid control for antilock braking systems,” *IEEE transactions on neural network*, vol. 14, no. 2, pp. 351–359, 2003.
- [18] L. Tsu and H. Chun, “Robust hybrid control for antilock braking systems,” *IEEE international conference on systems, man and cybernetics*, vol. 1, pp. 84–89, 2003.
- [19] L. Chih and L. Hsin, “Intelligent hybrid control system design for antilock braking systems using self organizing function link fuzzy cerebellar model articulation controller,” *IEEE transactions on fuzzy systems*, vol. 21, no. 6, pp. 1044–1055, 2013.
- [20] J. A. Cabrera, A. Ortiz, J. J. Castillo, and A. Simon, “A fuzzy logic control for antilock braking system integrated in the imma tire test bench,” *IEEE transactions on vehicular technology*, vol. 54, no. 6, pp. 1937–1949, 2005.
- [21] J. Houhua, L. Zhiyuan, and C. Hong, “A switched control strategy for antilock braking system with on/off valves,” *IEEE transactions on vehicular technology*, vol. 60, no. 4, pp. 1470–1484, 2011.
- [22] A. A. Aly, “Intelligent fuzzy control for antilock brake system with road surfaces identifier,” *International conference on mechatronics and automation*, pp. 699–705, 2010.
- [23] R. Precup, S. V. Spátaru, E. M. Petriu, S. Preitl, M. Radac, and C. Dragos, “Stable and optimal fuzzy control of a laboratory antilock braking system,” *IEEE/ASME international conference on advanced intelligent mechatronics*, pp. 593–598, 2010.
- [24] Inteco, *The Laboratory Antilock Braking System Controlled from PC*. User’s Manual, 2008.
- [25] Z. Jian, G. Litong, Z. Bing, and D. Wenjie, “Modeling and control of automotive antilock brake systems through pi and neural network arithmetic,” *International conference on electronic and mechanical engineering and information technology*, vol. 4, pp. 2155–2158, 2011.

- [26] K. Chun and M. Sunwoo, "Wheel slip control with moving sliding surface," *IEEE transaction on automotive technology*, vol. 5, no. 2, pp. 23–133, 2004.
- [27] K. B. Ariyur and M. Krstic, *Real time optimization by extremum seeking control*. Hoboken: Wiley Interscience, 2003.
- [28] M. Tanelli, A. Astolfi, and S. M. Savaresi, "Non local extremum seeking control for active braking control systems," *IEEE international conference on control applications*, pp. 891–896, 2006.
- [29] Z. Chunlei and R. Ordóñez, "No gradiente extremum buscando el control de feedback sistemas linealizables con aplicación al diseño abs," *IEEE conference on decision and control*, pp. 6666–6671, 2006.
- [30] —, "Numerical optimization based extremum seeking control with application to abs design," *IEEE transactions on automatic control*, vol. 52, no. 3, pp. 454–467, 2007.
- [31] A. G. Loukianov, "Nonlinear block control with sliding modes," *Automation and Remote Control*, vol. 57, no. 7, pp. 916–933, 1997.
- [32] M. Yan, Z. Yan, and G. M. Dimirovski, "An lmi approach to slip ratio control of vehicle antilock braking systems," *Conference control american*, pp. 3350–3354, 2009.
- [33] L. Chih and H. Chun, "Self learning fuzzy sliding mode control for antilock braking systems," *IEEE transactions on control systems technology*, vol. 11, no. 2, pp. 273–278, 2003.
- [34] X. Ping and Z. Yan, "Sliding mode control with improved exponential reaching law for antilock braking system," *Chinese conference decision and control*, pp. 2191–2194, 2012.
- [35] Y. Hai and U. Ozguner, "Extremum seeking control via sliding mode with periodic search signals," *IEEE conference on decision and control*, vol. 1, pp. 323–328, 2002.
- [36] —, "Extremum seeking control strategy for abs system with time delay," *Proceedings of the american control conference*, vol. 5, pp. 3753–3758, 2002.
- [37] D. Netic, "Extremum seeking control: convergence analysis," *International journal of control*, vol. 15, pp. 331–344, 2009.
- [38] K. J. Kim, J. B. Park, and Y. H. Choi, "Chattering free sliding mode control," *International joint conference (SICE-ICASE)*, pp. 732–735, 2006.
- [39] A. L. L. V. Levantovsky, "Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control," *International Journal of Control*, vol. 58, no. 6, pp. 1247–1263, 1993.

- [40] L. Dorel and A. Levant, “On chattering free sliding mode control,” *IEEE conference on decision and control*, pp. 2196–2201, 2008.
- [41] M. Djemai and J. P. Barbot, “Smooth manifolds and high order sliding mode control,” *IEEE conference on decision and control*, vol. 1, pp. 335–339, 2002.
- [42] I. A. Shkolnikov, Y. B. Shtessel, and M. D. Brown, “A second order smooth sliding mode control,” *IEEE conference on decision and control*, vol. 3, pp. 2803–2808, 2001.
- [43] L. Fridman, A. Levant, and J. Davila, “High order sliding mode observer for linear systems with unknown inputs,” *International Workshop on variable structure systems*, pp. 202–207, 2006.
- [44] J. Sanchez, A. Ferreira, M. I. Galicia, and A. G. Loukianov, “Abs design and active suspension control based on hosm,” *Conference control american*, pp. 6523–6528, 2013.
- [45] A. Levant, “Higher order sliding: differentiation and black box control,” *IEEE conference on decision and control*, vol. 2, pp. 1703–1708, 2000.
- [46] —, “Higher order sliding modes, differentiation and output feedback control,” *International journal of control*, vol. 76, no. 10, pp. 924–941, 2003.
- [47] Q. Fu, L. Zhao, and M. Cai, “Simulation research for quarter vehicle abs on complex surface based on pid control,” *International Conference on consumer electronics, communications and networks*, pp. 2072–2075, 2012.
- [48] González P. G., “Control de un sistema de frenado abs basado en modos deslizantes,” Master’s thesis, Facultad de ingeniería eléctrica división de estudio de posgrado, Morelia, México, Agosto 2013.
- [49] Y. Oniz, E. Kayacan, and O. Kaynak, “A dynamic method to forecast the wheel slip for antilock braking system and it is experimental evaluation,” *IEEE transactions on systems, man and cybernetics*, vol. 39, no. 2, pp. 551–560, 2009.
- [50] A. Harifi, A. Aghagolzadeh, G. Alizadeh, and M. Sadeghi, “Designing a sliding mode controller for antilock brake system,” *Proceedings international conference computation tool*, pp. 611–616, 2005.
- [51] A. Zanten, R. Erhardt, and A. Lutz, “Measurement and simulation of transients in longitudinal and lateral tire forces,” *SAE transactions*, vol. 99, no. 6, pp. 300–318, 1990.
- [52] Utkin V., Guldner J., and Shijun M., *Sliding mode control in electromechanical systems*. USA: Taylor and Francis, 1999.
- [53] Isidori A., *Nonlinear control systems*. New York: Springer Verlag, 1989.

- [54] A. Levant, “Quasi continuous high order sliding mode controllers,” *IEEE transactions on automatic control*, vol. 50, no. 11, pp. 1812–1816, 2005.
- [55] —, “Universal single input single output sliding mode controllers with finite time convergence,” *IEEE transactions on automatic control*, vol. 46, no. 9, pp. 1447–1451, 2001.
- [56] —, “Homogeneity approach to high order sliding mode design,” *Automatica*, vol. 41, no. 5, pp. 823–830, 2005.
- [57] C. Pukdeboon, A. Zinober, and M. Thein, “Quasi continuous higher order sliding mode controllers for spacecraft attitude tracking maneuvers,” *IEEE transactions on industrial electronics*, vol. 57, no. 4, pp. 1436–1444, 2010.
- [58] T. Sanchez and J. A. Moreno, “Construction of lyapunov functions for a class of higher order sliding modes algorithms,” *IEEE conference on decision and control*, pp. 6454–6459, 2012.