

UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLÁS DE
HIDALGO

FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO

LOCALIZACIÓN DE MÚLTIPLES CORTES DE LÍNEAS DE
TRANSMISIÓN CON BASE EN MEDICIONES FASORIALES
SINCRONIZADAS

TESIS

Que para obtener el grado de:

MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERÍA ELÉCTRICA

Presenta:

Napoleón Costilla Enríquez

Director de Tesis:

Doctor en Ingeniería Eléctrica
Claudio Rubén Fuerte Esquivel



Morelia, Michoacán, México
Junio de 2017





Localización de múltiples cortes de líneas de transmisión con base en mediciones fasoriales sincronizadas

Los Miembros del Jurado de Examen de Grado aprueban la Tesis de Maestría en Ciencias en Ingeniería Eléctrica de *Napoleón Costilla Enríquez*

Dr. J. Jesús Rico Melgoza
Presidente del Jurado

J. Jesús Rico Melgoza

Dr. Claudio Rubén Fuerte Esquivel
Director de Tesis

[Handwritten signature]

Dra. Elisa Espinosa Juárez
Vocal

[Handwritten signature]

Dr. J. Aurelio Medina Ríos
Vocal

[Handwritten signature]

M.C. Elizabeth Godoy Alcantar
Revisor Externo (Comisión Federal de Electricidad)

Elizabeth Godoy

Dr. Félix Calderón Solorio
*Jefe de la División de Estudios de Posgrado
de la Facultad de Ingeniería Eléctrica. UMSNH
(Por reconocimiento de firmas)*

[Handwritten signature]

Agradecimientos

Agradezco a mi asesor el Dr. Claudio R. Fuerte Esquivel al que admiro y respeto mucho. Él es el epítome de investigador, ya que siempre cuestiona todo y no da nada por sentado; siempre trata de ver los problemas desde diferentes puntos de vista y así evitar falacias. Tiene una mente analítica y además abierta a nuevos puntos de vista.

Le doy gracias a mi familia, ya que sin ellos no hubiera sido posible llegar hasta este momento. Aprecio el apoyo incondicional de ellos; en especial de mi mamá, Pedro, mi hermana Ninel y mi hermano Jaime.

Agradezco a las escuelas que me formaron, las cuales son: el Instituto Tecnológico de Morelia y la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. Doy las gracias particularmente a los Profesores de ambas instituciones de los cuales he aprendido un sin fin de cosas.

Agradezco especialmente al Profesor Lino Coria Cisneros ya que él me ha brindado su amistad, apoyo y consejos que realmente aprecio. Sobre todo sus recomendaciones de libros y jazz.

No puedo dejar de agradecer a mis amigos de la FIE y del ITM, tengo suerte de haber conocido excelentes personas en ambas escuelas.

Doy las gracias al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por el apoyo económico sin el cual este trabajo no hubiera sido posible.

Resumen

En esta tesis se presentan tres diferentes metodologías diseñadas para la localización de cortes de líneas de transmisión mediante mediciones obtenidas a través de unidades de medición fasorial. Dos de estos tres métodos están reportados en la literatura, mientras que el tercero es una contribución original del presente trabajo. Dicha propuesta, es teóricamente capaz de identificar un número arbitrario de cortes simultáneos de líneas de transmisión. Los dos métodos referidos son descritos en detalle y su aplicación para la localización de líneas falladas es mostrada mediante ejemplos numéricos. Asimismo, una de estas metodologías es reformulada para reducir la complejidad del método.

En otro sentido, se presenta de manera detallada la formulación matemática e implementación computacional del algoritmo propuesto para identificar múltiples cortes simultáneos de líneas. Esta formulación está basada en la teoría de sensibilidades de corriente alterna utilizando toda la información proporcionada por las unidades de medición fasorial: fasores de voltaje nodal y corrientes de rama. También, se muestran dos ejemplos para ilustrar la aplicación de dicha metodología.

Por último, se reportan varios experimentos numéricos con la finalidad de evaluar y comparar la metodología propuesta con respecto a las otras reportadas en este trabajo. Estas simulaciones son llevadas a cabo bajo diferentes condiciones operativas del sistema y diferentes ubicaciones de PMUs en el sistema.

Palabras Clave: *Unidades de Medición Fasorial, Cortes de Línea, Sensibilidades*

Abstract

This thesis presents three different methodologies designed for the location of line outages through measurements obtained through phasor measurement units. Two of these three methods are reported in the literature, while the third is an original contribution of the present work. This proposal is theoretically capable of locating an arbitrary number of simultaneous line outages.

The two mentioned methods are described in detail and their application for the localization of line outages is shown by numerical examples. Furthermore, one of these methodologies is reformulated to reduce its numerical complexity.

On the other hand, the mathematical formulation and computational implementation of the proposed algorithm for Locating multiple line outages is described in detail. This formulation is based on the theory of alternating current sensitivities using all the information provided by phasor measurement units: phasors associated with nodal voltages and branch currents. Two numerical examples are also presented to illustrate the application of this methodology.

Finally, several numerical experiments are performed in order to evaluate and compare the proposed methodology with respect to the others reported in this thesis. These simulations are carried out under different operating conditions of the system and different locations of PMUs on the network.

Keywords: *Phasor Measurement Units, Line Outages, Sensitivities*

Contenido

| | |
|---|-------------|
| Agradecimientos | III |
| Resumen | v |
| Abstract | vii |
| Lista de Figuras | xiii |
| Lista de Tablas | xv |
| 1 Introducción | 1 |
| 1.1 Justificación y Motivación de la tesis | 1 |
| 1.2 Estado del Arte | 2 |
| 1.3 Hipótesis | 4 |
| 1.4 Objetivos | 5 |
| 1.4.1 Objetivos Particulares | 5 |
| 1.5 Metodología | 5 |
| 1.6 Descripción de Capítulos | 6 |
| 2 Localización de cortes de línea mediante una formulación de CD | 9 |
| 2.1 Introducción | 9 |
| 2.2 Formulación del problema | 10 |
| 2.3 Algoritmo de Tate & Overbye | 11 |
| 2.3.1 Ubicación de un corte de línea | 11 |
| 2.3.2 Ubicación de doble corte de líneas | 15 |
| 2.3.3 Ejemplo ilustrativo | 17 |
| 2.4 Conclusiones | 20 |
| 3 Localización de cortes de línea mediante análisis topológico | 21 |

| | | |
|----------|--|-----------|
| 3.1 | Introducción | 21 |
| 3.2 | Algoritmo LIS | 22 |
| 3.2.1 | Diseño del algoritmo LIS | 22 |
| 3.2.2 | Reformulación del problema utilizando grupos de Ambigüedad | 26 |
| 3.2.3 | Procedimiento del Algoritmo LIS | 27 |
| 3.2.4 | Ejemplo Ilustrativo | 31 |
| 3.3 | Conclusiones | 35 |
| 4 | Enfoque propuesto para la ubicación de múltiples cortes de líneas | 37 |
| 4.1 | Introducción | 37 |
| 4.2 | Formulación del Problema | 38 |
| 4.3 | Cálculo de $\Delta\theta_{obs}$ y $\Delta P_{\mathcal{L}}^{obs}$ | 39 |
| 4.4 | Cálculo de $\Delta\theta^{cal}$ y $\Delta P_{\mathcal{L}}^{cal}$ | 40 |
| 4.4.1 | Cálculo de $\Delta\theta^{cal}$ | 40 |
| 4.4.2 | Cálculo de $\Delta P_{\mathcal{L}}^{cal}$ | 44 |
| 4.4.3 | Cálculo de $\Delta\chi_{obs}^{cal}$ | 46 |
| 4.5 | Procedimiento del Algoritmo Propuesto | 48 |
| 4.5.1 | Un Corte de Línea Simple | 48 |
| 4.5.2 | Un Corte de Línea Doble | 49 |
| 4.5.3 | Un Corte de Línea Triple | 49 |
| 4.5.4 | Reducción en el espacio de búsqueda | 50 |
| 4.6 | Ejemplos Ilustrativos | 53 |
| 4.6.1 | Corte de Línea Simple para el sistema de 9 nodos | 53 |
| 4.6.2 | Corte de Línea Triple para el sistema de 14 nodos | 57 |
| 4.7 | Conclusiones | 63 |
| 5 | Casos de Estudio | 65 |
| 5.1 | Introducción | 65 |
| 5.2 | Comparación entre diferentes Algoritmos | 66 |
| 5.2.1 | Sistema de 57 nodos con 50 % de PMUs | 66 |
| 5.2.2 | Sistema de 118 nodos con 30 % de PMUs | 67 |
| 5.2.3 | Cortes de línea Simple para diferentes Sistemas | 68 |

| | | |
|----------|--|-----------|
| 5.3 | Estudio de Escalabilidad | 69 |
| 5.3.1 | Número de Cortes de Líneas contra Tiempo | 69 |
| 5.3.2 | Tamaño del Sistema vs Tiempo | 70 |
| 5.4 | Análisis de sensibilidad del algoritmo | 71 |
| 5.4.1 | Impacto de la Cobertura de PMUs en el Algoritmo | 71 |
| 5.4.2 | Múltiples Cortes de Líneas | 72 |
| 5.4.3 | Comparación de Algoritmos ante Errores en Mediciones de PMUs | 73 |
| 5.4.4 | Múltiples Cortes de Líneas con Errores en las Señales | 74 |
| 5.4.5 | Múltiples Cortes de Líneas usando mediciones de Corriente | 74 |
| 5.5 | Conclusiones | 75 |
| 6 | Conclusiones Generales y Trabajos Futuros | 77 |
| 6.1 | Conclusiones Generales | 77 |
| 6.2 | Trabajos Futuros | 79 |
| A | Tablas de Sensibilidades | 81 |
| A.1 | Sistema de 9 Nodos | 81 |
| A.2 | Sistema de 14 Nodos | 83 |
| | Referencias | 85 |

Lista de Figuras

| | | |
|-----|---|----|
| 2.1 | Determinación del evento más parecido a los cambios observados. | 11 |
| 2.2 | Métrica de la Distancia Angular Normalizada (NAD). | 15 |
| 2.3 | Diagrama de flujo del algoritmo de localización de cortes de línea simple o doble de [Tate y Overbye, 2008] y [Tate y Overbye, 2009]. | 18 |
| 2.4 | Sistema de potencia de 9 nodos de Matpower. | 19 |
| 3.1 | Dependencia de columnas de \mathbf{X}_{ML} con respecto a $\Delta\theta_{obs}$ | 28 |
| 3.2 | Diagrama de flujo del algoritmo de localización de múltiples cortes de línea [Wu <i>et al.</i> , 2015]. | 30 |
| 3.3 | Sistema de potencia de 9 nodos de Matpower. | 31 |
| 4.1 | Determinación del evento más parecido a los cambios observados usando el concepto de CSC | 39 |
| 4.2 | Ilustración de la búsqueda de un corte de línea múltiple por etapas. | 51 |
| 4.3 | Diagrama de flujo del algoritmo de localización de múltiples cortes de línea. | 53 |
| 4.4 | Sistema de 14 nodos. | 58 |
| 5.1 | # de Cortes de Líneas vs Tiempo para el sistema de 300 nodos. | 70 |
| 5.2 | Tamaño del Sistema vs Tiempo | 71 |
| 5.3 | Comparación del Algoritmo ante Diferentes Coberturas de PMUs instalados Caso I. | 72 |
| 5.4 | Comparación del Algoritmo ante Diferentes Coberturas de PMUs instalados Caso III. | 72 |

Lista de Tablas

| | | |
|-----|--|----|
| 2.1 | Líneas del sistema de 9 nodos. | 19 |
| 2.2 | <i>NADs</i> calculados para el sistema de 9 nodos. | 20 |
| 4.1 | Resultados para un corte de línea en el sistema de MATPOWER . . . | 56 |
| 4.2 | Resultados para un corte de dos líneas en el sistema de MATPOWER | 56 |
| 4.3 | Resultados para un corte de tres líneas en el sistema de MATPOWER | 57 |
| 4.4 | Líneas del sistema de 14 nodos. | 59 |
| 4.5 | Resultados para un corte de línea en el sistema IEEE-14 nodos | 62 |
| 4.6 | Resultados para dos cortes de línea en el sistema IEEE-14 nodos . . . | 63 |
| 4.7 | Resultados para tres cortes de línea en el sistema IEEE-14 nodos . . . | 63 |
| 5.1 | Comparación entre diferentes métodos para el sistema de 57 nodos. . | 67 |
| 5.2 | Comparación entre diferentes métodos para el sistema de 118 nodos. . | 68 |
| 5.3 | Comparación entre diferentes métodos | 69 |
| 5.4 | Comparación del Algoritmo ante Diferentes Coberturas de PMUs instalados | 71 |
| 5.5 | Comparación del Algoritmo ante Diferentes Coberturas de PMUs instalados | 72 |
| 5.6 | Múltiple Cortes de Líneas | 73 |
| 5.7 | Comparación de Algoritmos ante Errores en Mediciones de PMUs . . | 74 |
| 5.8 | Múltiples Cortes de Líneas con Errores en las Señales | 74 |
| 5.9 | Múltiples Cortes de Líneas usando mediciones de Corriente | 75 |
| A.1 | Sensibilidades del sistema de 9 nodos de ángulos de voltaje con respecto a las reactancias primitivas de líneas. | 81 |
| A.2 | Sensibilidades del sistema de 9 nodos de potencia activa en líneas de transmisión con respecto a las reactancias primitivas de líneas. | 82 |

| | | |
|-----|---|----|
| A.3 | Sensibilidades del sistema de 14 nodos de ángulos de voltaje con respecto a las reactancias primitivas de líneas. | 83 |
| A.4 | Sensibilidades del sistema de 14 nodos de potencia activa en líneas de transmisión con respecto a las reactancias primitivas de líneas. | 84 |

Capítulo 1

Introducción

1.1. Justificación y Motivación de la tesis

Uno de los principales retos en la seguridad de los sistemas eléctricos de potencia es la detección y localización de eventos de cortes de líneas de transmisión con la finalidad de realizar acciones de control preventivas o correctivas que impidan que el sistema eléctrico pase a un estado operativo de emergencia. Asimismo, la localización de cortes de líneas de un sistema eléctrico de potencia es una tarea crítica para varias acciones de supervisión del sistema tales como: estimación de estado, cálculo de flujos óptimos, análisis de contingencias en tiempo real, y evaluación de seguridad del sistema, entre otros. Los sistemas de monitoreo de área amplia (WAMS), que se basan en unidades de medición fasorial (PMUs) de alta precisión y enlaces de comunicación rápidos [Aminifar *et al.*, 2014], se consideran el principal sensor para la detección e identificación de fallas y cortes de líneas de transmisión [Tate y Overbye, 2008]. Los WAMS pueden ayudar a mejorar el conocimiento del estado operativo del sistema en tiempo real y prevenir un colapso de este. Nótese que una de las principales causas del apagón del 14 de Agosto del 2003 en el noreste de Estados Unidos y Canadá fue precisamente la falta de conocimiento del estado del sistema e información topológica actualizada de la red [Andersson *et al.*, 2005]. De tal manera, la identificación y localización de múltiples cortes de línea en una etapa temprana se requiere para decidir cómo responder a un posible colapso del sistema.

En el contexto de los sistemas eléctricos de potencia (SEPs) con diferentes operadores independientes, la problemática es la falta de conocimiento de estado global

del sistema debido a que existe un intercambio limitado de información en tiempo real con respecto al estado de operación de las diversas áreas de control que integran el sistema interconectado. Por otro lado, existe información de conectividad a través del Sistema de Intercambio de Datos (SDX), pero esta información es actualizada cada hora. En el contexto de redes eléctricas con un solo operador independiente, como el caso de México, la información completa de la red en estado de pre-falla es conocida, por lo cual es posible hacer uso de más información tal como aquella obtenida por el estimador de estado.

En este contexto, las mediciones proporcionadas por las unidades de medición fasorial (*phasor measurement units* (PMUs)) son de gran utilidad para detectar y localizar múltiples cortes de línea con el fin de confirmar y localizar cambios topológicos en la red de la manera más rápida posible.

Con base en lo anterior, es necesario localizar de manera precisa múltiples cortes de líneas de transmisión con el objetivo de mejorar el conocimiento del estado operativo del sistema en tiempo real, y con esto realizar las acciones de control adecuadas para mantener al sistema eléctrico en un estado normal de operación. Por último, la mayor contribución de esta tesis es el diseño conceptual, formulación matemática e implementación computacional de un algoritmo original que usa toda la información disponible de PMUs para la localización de múltiples cortes de línea.

1.2. Estado del Arte

Diferentes trabajos han propuesto metodologías para la localización de múltiples cortes simultáneos de líneas de transmisión mediante mediciones fasoriales obtenidas en tiempo real por medio de PMUs. Estas propuestas cuentan con diferentes métodos para la detección e identificación de posibles eventos, así como diferentes maneras de definir el conjunto de eventos en cuestión.

En [Tate y Overbye, 2008] se define un conjunto de posibles eventos de contingencias ξ en función de todos los cortes de una sola línea que no causen islas y los de cambios en ángulos de voltaje calculados $\Delta\chi_{cal}(E)$ para todos los nodos del sistema para un evento particular E . Estos cambios angulares son directamente obtenidos por simulaciones basadas en el modelo lineal de flujos de potencia de CD. En este contexto, el corte o desconexión de una línea es simulado mediante una inyección de potencia activa en cada una de sus terminales [Wood y Wollenberg, 2012]. El valor de esta inyección de potencia se calcula con base a la potencia activa de pre-falla y

el factor de distribución (*PTDF*) de la línea en cuestión. Los cambios en ángulos de voltaje calculados por esta vía son relacionados con los nodos que tienen PMUs (nodos observables) mediante una matriz de correlación, para posteriormente ser comparados con los cambios en ángulos de voltaje observados mediante PMUs. Esta comparación entre cambios angulares observados y calculados se realiza a través del concepto de distancia angular normalizada (*NAD*). Este proceso es repetido para cada posible evento $E \in \xi$. Finalmente, la contingencia más probable E^* es aquella que esté relacionada con el mínimo *NAD*. Esta metodología es extendida en [Tate y Overbye, 2009] para la localización de dos cortes simultáneos de líneas de transmisión. Una desventaja con esta propuesta es que el conjunto de posibles eventos ξ crece exponencialmente con respecto al número de cortes simultáneos de líneas de transmisión a evaluar.

En [Sehwail, 2012], [Sehwail y Dobson, 2012] se hace una extensión de la metodología reportada en [Tate y Overbye, 2008] para incluir la evaluación de eventos en una sola área de control del SEP, considerando mediciones internas y externas bajo el área de análisis. Esta propuesta simplifica el algoritmo reportado en [Tate y Overbye, 2008] al simular los posibles eventos sin incluir la información de potencia activa en estado de pre-falla ni los factores de distribución.

En [Wu *et al.*, 2015] se reporta un algoritmo para la localización de múltiples cortes simultáneos de línea, el cual está basado en el modelo de flujos de CD y la teoría de grupos de ambigüedad. Un grupo de ambigüedad es un conjunto de soluciones relacionadas con líneas falladas que producen cambios en ángulos de voltaje similares a los observados por medio de mediciones de PMUs. Una vez que este conjunto de ambigüedad es determinado, se emplea el concepto de parsimonia, el cual sostiene que la solución a un problema es aquella más simple. En el contexto de localización de cortes de líneas, esto implica que del conjunto de ambigüedad son seleccionadas las soluciones asociadas a los eventos con menor número de cortes de línea simultáneos. Finalmente, los eventos seleccionados son simulados, y la contingencia que produzca los cambios calculados en ángulos de voltaje más parecidos a los cambios observados es definida como el evento más probable de haber ocurrido. Un inconveniente con esta metodología, es que la dimensión del conjunto de ambigüedad crece cuando se cuenta con pocas mediciones de PMUs en el sistema.

La propuesta presentada en [Kim y Wright, 2016] usa más información de mediciones de PMUs con respecto a los algoritmos ya descritos. En este contexto, dicha metodología utiliza toda la información de mediciones de fasores de voltaje, es decir, hace uso de la magnitud y ángulo de voltaje. Además, aprovecha las mediciones de

fasores de corriente de PMUs. Esto significa que, esta metodología hace uso explícito de la información de líneas falladas, por lo cual el número de posibles contingencias es disminuido. La formulación matemática de este algoritmo consiste en hacer uso de la regresión logística multinomial, la cual es capaz de clasificar distintos tipos de problemas, con base a un conjunto de datos especificados. En el contexto de localización de cortes de líneas, esta técnica es utilizada para clasificar cada posible contingencia. El problema con esta metodología es que necesita datos de cada evento a clasificar, por lo cual la carga computacional para el proceso de la obtención de datos mediante simulaciones es muy grande. Es por esto, que este algoritmo es propuesto solamente para la localización de cortes de una sola línea de transmisión.

En [Zhu y Giannakis, 2012] se utiliza el modelo de flujos de potencia de CD del SEP para localizar múltiples cortes de línea basándose en un algoritmo de reconstrucción de una señal dispersa. En el contexto de localización de cortes de línea, se utiliza la técnica mencionada para inferir los vectores de la matriz de incidencia asociados a las líneas falladas. En otras palabras, esta metodología encuentra soluciones asociadas a cortes de líneas del modelo lineal de flujos de CD, que en este caso estará sub-determinado debido a la suposición que no todos los nodos contarán con PMUs. Después, se escoge la mejor solución con respecto a los cambios en ángulos de voltaje observados, y aquella más parecida es la asociada al evento más probable de haber ocurrido.

En [Li *et al.*, 2015] una metodología para la localización de múltiples cortes de líneas que se basa en el modelo de flujos de potencia de CD. La formulación matemática es similar a la descrita en [Zhu y Giannakis, 2012]; es decir, resuelven un sistema de ecuaciones lineal sub-determinado haciendo uso de un algoritmo de reconstrucción de una señal dispersa. Una característica atractiva de esta metodología es que, incluye el procesamiento de errores gruesos en las mediciones de PMUs; conceptualmente este tipo de error es diferente al tipo de error gaussiano que normalmente está asociado a cualquier medición.

1.3. Hipótesis

La identificación de múltiples cortes de líneas de transmisión puede realizarse al inferir el estado topológico de post-falla de un sistema eléctrico con base a un conjunto reducido de mediciones fasoriales asociadas a estados operativos de pre- y post-falla.

La correcta identificación de cortes simultáneos de líneas puede realizarse de forma precisa y sin ambigüedades utilizando los conceptos de sensibilidades de CA y de superposición. La aplicación de este último concepto reducirá considerablemente el espacio de búsqueda combinatorial, y por ende la carga computacional.

1.4. Objetivos

El objetivo principal del presente trabajo es proponer una nueva metodología para la localización de múltiples cortes simultáneos de líneas de transmisión en un sistema eléctrico de potencia. Para lograr este objetivo principal, se tienen los siguientes objetivos particulares.

1.4.1. Objetivos Particulares

- Describir detalladamente el algoritmo propuesto en [Tate y Overbye, 2008], [Tate y Overbye, 2009] y [Sehwail, 2012] para localizar un corte de línea simple o doble.
- Reformular la metodología reportada en [Wu *et al.*, 2015] para localizar múltiples cortes de líneas.
- Derivar matemáticamente las sensibilidades de ángulos de voltaje y potencia activa en líneas de transmisión con respecto a las reactancias primitivas serie de las líneas de transmisión del SEP.
- Describir matemáticamente el algoritmo original propuesto en este trabajo para la localización de múltiples cortes de líneas.
- Desarrollar de rutinas en MATLAB de los algoritmos reportados en este trabajo para la localización de cortes de líneas.

1.5. Metodología

Desde un punto de vista general, la localización de múltiples cortes simultáneos de líneas de transmisión corresponde a la determinación del conjunto de líneas fa-

lladas que produjeron los cambios en variables calculadas $\Delta\chi_{cal}$ similares a los obtenidos por medio de mediciones de PMUs $\Delta\chi_{obs}$.

Para las metodologías presentadas en este trabajo se hacen las siguientes suposiciones:

- Se ha detectado cambio abrupto en los valores de las variables fasoriales medidas por PMUs el cual está únicamente asociado a la desconexión de líneas de transmisión.
- La dinámica rápida del sistema está bien amortiguada, por lo que el sistema eléctrico alcanza un nuevo punto de operación estacionario después de un cambio topológico asociado a la desconexión de líneas de transmisión.
- La desconexión de líneas de transmisión no produce islas en la red de transmisión.
- Se conoce la estructura topológica y los parámetros de la red de transmisión en la condición operativa de pre-falla, y los valores de las variables medidas por los PMUs en condiciones de pre- y post-falla. Además, se conocen todos los estados del sistema en condición de pre-falla.

En este contexto, la localización de cortes de línea consiste en determinar que evento es el que mejor se ajustará al estado observado por PMUs después de una perturbación al sistema asociada a un cambio topológico. Este proceso se realiza basándose en las diferencias de variables observadas por unidades de medición fasorial entre la condición pre- y post-falla de la red. Por lo tanto, habrá un conjunto de eventos que se verificará para determinar qué tan probable es su ocurrencia. Dichos eventos, pueden ser cortes de línea simples o simultáneos, y el tamaño del conjunto de eventos estará en función del tipo de evento considerado.

1.6. Descripción de Capítulos

El resto de esta tesis se organiza de la siguiente manera.

Capítulo 2 reporta detalladamente el algoritmo de localización de fallas reportado en [Tate y Overbye, 2008], [Sehwail, 2012] y [Tate y Overbye, 2009] para cortes de línea simples y dobles.

Capítulo 3 reformula la metodología del algoritmo propuesto en [Wu *et al.*, 2015] para la localización de múltiples cortes de líneas simultáneos.

Capítulo 4 formula una metodología original para la localización de múltiples cortes de líneas simultáneos. Este algoritmo se basa en la teoría de sensibilidades, y consta de un procedimiento para reducir la carga computacional que inherentemente que está asociada con algoritmos de búsqueda combinatorial.

Capítulo 5 ilustra el rendimiento de las metodologías para la localización de cortes de líneas reportadas en este trabajo. En este sentido, se realizan varias simulaciones con diferentes sistemas eléctricos de potencia, y se comparan los resultados de los diferentes algoritmos.

Capítulo 6 da las conclusiones generales de la tesis y proporciona sugerencias para la investigaciones futuras.

Capítulo 2

Localización de cortes de línea mediante una formulación de CD

2.1. Introducción

Las metodología reportada en este capítulo corresponde a las propuestas de [Tate y Overbye, 2008], [Tate y Overbye, 2009] y [Sehwail y Dobson, 2012], las cuales tienen como objetivo localizar un corte de línea simple o un corte de línea doble. La primera suposición que se hace para llevar a cabo el proceso de identificación de cortes de líneas (los cuales provocan cambios topológicos en el sistema) es que la dinámica rápida del sistema está bien amortiguada, por lo que el sistema eléctrico alcanza un nuevo punto de operación en el estado estable después de un cambio topológico. La segunda suposición es que solo se conoce la estructura topológica de la red en condición de pre-falla, la matriz de susceptancia nodal de pre-falla y los ángulos de voltaje medidos por los PMUs en condiciones de pre- y post-falla. De tal manera que el algoritmo para la localización de un corte de línea solo depende de la topología y parámetros del sistema. Para un corte de línea doble el algoritmo dependerá, además de lo ya mencionado, del flujo de potencia activa de las líneas en condición pre-falla.

2.2. Formulación del problema

Al ocurrir una contingencia que ocasiona la desconexión de elementos de transmisión, se tiene un nuevo estado de operación estacionario definido por nuevos valores de magnitudes y ángulos de voltaje nodal. De tal manera, la diferencia existente entre los estados operativos de pre-falla y post-falla queda definida por las diferencias existentes en las magnitudes y ángulos de voltaje nodal. En este contexto, los PMUs conectados a la red permiten obtener los valores de estas variables en ambos estados operativos, por lo que la diferencia existente entre las variables de estado en los nodos observables, que son los que tienen conectados PMUs, se obtiene de manera directa. Con base a lo anterior, la localización de cortes de líneas se basa en la comparación de las variables de estado asociadas a los nodos observables con respecto a los cambios ocurridos en estos mismos nodos, pero que son calculados para diferentes configuraciones topológicas de la red eléctrica. Cada una de estas configuraciones estará asociada a un evento de contingencia o un conjunto de cortes de líneas. El problema se puede expresar en forma matemática como un problema de optimización de la siguiente manera [Tate y Overbye, 2008]:

$$E^* = \arg \min_{E \in \xi} \|\Delta \mathbf{x}_{obs} - \Delta \mathbf{x}_{obs}^{cal}(E)\| \quad (2.1)$$

donde

$\Delta \mathbf{x}_{obs}$ vector de cambios en variables observadas por unidades de PMUs.

$\Delta \mathbf{x}_{obs}^{cal}(E)$ vector de cambios calculados en variables observadas debido a la ocurrencia del evento E .

ξ conjunto de posibles eventos de contingencia que ocurrieron en el sistema.

E^* evento perteneciente a ξ , que es el más probable de haber ocurrido.

La Fig. 2.1 muestra una representación geométrica del concepto expresado matemáticamente por (2.1), donde $\Delta \mathbf{x}_{obs}$ es comparado con $\Delta \mathbf{x}_{obs}^{cal}(E)$ y el evento más parecido a los cambios observados ($\Delta \mathbf{x}_{obs}^{cal}(E^*)$) es el más probable de haber ocurrido.

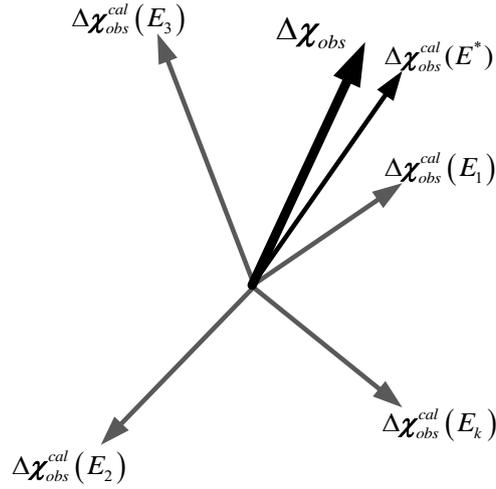


Figura 2.1: Determinación del evento más parecido a los cambios observados.

Las metodologías presentadas en este trabajo están basadas en el concepto de encontrar el evento simulado más parecido al evento que causa las mediciones observadas; sin embargo, existen diferentes maneras en como se simulan estos eventos. Las metodologías también pueden variar en como se determina el conjunto de posibles eventos que pudieron haber ocurrido (ξ), ya sea para un solo corte de línea o múltiples cortes de líneas. La manera en como los cambios $\Delta\chi_{obs}^{cal}(E)$ se calculan varía debido a que puede ser por medio de estudios de flujos de potencia empleando formulaciones de CA o CD. Asimismo, la comparación de variables observadas y calculadas puede incluir ángulos y/o magnitudes de voltaje, o inclusive más variables tales como corrientes de rama o potencia activa de ramas.

2.3. Algoritmo de Tate & Overbye

2.3.1. Ubicación de un corte de línea

Esta sección revisa los algoritmos de Tate & Overbye [Tate y Overbye, 2008] y Dobson [Sehwail, 2012]. Estas metodologías utilizan únicamente la estructura topológica y parámetros del SEP, así como los cambios en ángulos de voltajes en los nodos observables para estimar cual fue el corte de línea más probable que causó dicho cambio en los ángulos de voltajes observados. Estas formulaciones están basadas en el modelo de flujo de potencia de CD, dado por:

$$\mathbf{B}\Delta\boldsymbol{\theta} = \Delta\mathbf{P} \quad (2.2)$$

donde $\Delta\mathbf{P}$ es un vector de dimensión N que representa el cambio de inyecciones de potencia activa en cada nodo después de un corte de línea, \mathbf{B} es la matriz nodal de susceptancias asociada al estado de pre-falla, y $\Delta\boldsymbol{\theta}$ es un vector de dimensión N de cambios en ángulos de voltaje en cada nodo del sistema. En el modelo de flujos de potencia de CD una desconexión o corte de una línea es modelado como dos inyecciones de potencia activa en las terminales de la línea, donde estas inyecciones tienen un valor igual al flujo de potencia en condición de pre-falla y ambas fluyen desde sus respectivos nodos. De tal manera, la matriz de susceptancia nodal original permanece inalterada después de dicho corte de línea [Wood y Wollenberg, 2012]. Con base a estas inyecciones se calcula un vector de cambios de ángulos de voltaje y se compara con los correspondientes cambios en ángulos de voltaje observados en el sistema, y que son obtenidos en tiempo real a través de mediciones de PMUs. Este proceso se repite para cada posible contingencia o corte de línea. Puesto que las unidades de PMUs están monitoreando nodos específicos de la red, solamente los correspondientes cambios del ángulo de voltaje son conocidos. De tal manera, para realizar la comparación entre ángulos observados y calculados en los nodos observables primeramente se define un vector de ángulos de voltaje observados $\boldsymbol{\theta}_{obs}$ con dimensión M , donde M es el número de unidades de medición fasorial en el sistema, y un vector de ángulos de voltaje calculados $\boldsymbol{\theta}^{cal}$ con dimensión N . Hecho lo anterior, y con la finalidad de seleccionar el conjunto de $\boldsymbol{\theta}^{cal}$ asociado a los nodos observables y que puede ser directamente comparado con $\boldsymbol{\theta}_{obs}$, se define una matriz de correlación \mathbf{K}_θ de dimensión $[M] \times [N]$. Esta matriz binaria \mathbf{K}_θ esta llena de ceros, excepto aquellos elementos (m, n) que están relacionados con los nodos que poseen mediciones de ángulos de voltaje o unidades de PMUs. Con base a lo anterior, los cambios en ángulos de voltaje calculados en los nodos observables son agrupados en el siguiente vector de dimensión M :

$$\Delta\boldsymbol{\theta}_{obs}^{cal} = \mathbf{K}_\theta\boldsymbol{\theta}_{cal} \quad (2.3)$$

Dado que un corte de línea puede ser modelado por inyecciones de potencia iguales y opuestas en los nodos en cada extremo de la línea [Wood y Wollenberg, 2012], la diferencia calculada de potencia activa inyectada $\Delta\mathbf{P}_{calc, l_i}$ para el corte de la i -ésima línea l_i puede ser reescrita como:

$$\Delta \mathbf{P}_{cal,l_i} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \tilde{P}_{l_i} \\ \mathbf{0} \\ -\tilde{P}_{l_i} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{array}{l} \leftarrow \text{nodo de envío} \\ \\ \leftarrow \text{nodo de recepción} \end{array} \quad (2.4)$$

donde $\mathbf{0}$ es un vector columna de ceros con número de elementos elegidos para ajustarse al contexto.

La inyección de potencia activa \tilde{P}_{l_i} es calculada con base al flujo de potencia en condición de pre-falla P_{l_i} en la i -ésima línea l_i que está conectada entre los nodos k - m , es decir:

$$\tilde{P}_{l_i} = \frac{P_{l_i}}{1 - PTDF_{l_i}} \quad (2.5)$$

$$PTDF_{l_i} = \frac{1}{x_{l_i}} (\mathbf{F}_{k,k} - 2\mathbf{F}_{k,m} + \mathbf{F}_{m,m}) \quad (2.6)$$

donde $PTDF_{l_i}$ es el factor de distribución relacionado con la i -ésima línea como se indica en (2.6), x_{l_i} es la reactancia serie primitiva asociada a la línea, los elementos $\mathbf{F}_{k,k}$, $\mathbf{F}_{k,m}$ y $\mathbf{F}_{m,m}$ y $\mathbf{F}_{k,m}$ son entradas de la matriz \mathbf{F} que se define como: $\mathbf{F} = \mathbf{B}^{-1}$. Nótese que la matriz \mathbf{B} no tiene rango pleno debido a que las entradas del renglón y columna asociadas al nodo de referencia son igual a cero, por lo que \mathbf{B}^{-1} es en realidad una matriz pseudo inversa. La inyección de potencia \tilde{P}_{l_i} en terminales de la línea hace que el flujo de potencia activa a través de ella sea igual a cero, y por lo tanto esto tiene el mismo efecto que remover dicha línea. Nótese que, esta inyección de potencia no es relevante en el algoritmo de localización de un corte de línea propuesto en [Sehwail, 2012]. No obstante, esta inyección de potencia si será necesaria para la ubicación de dos cortes de líneas.

Con base a lo anterior y a (2.2), el cambio en ángulos de voltajes $\Delta \theta_{obs}^{calc,l_i}$ para el corte de la i -ésima línea es

$$\begin{aligned}
\Delta\boldsymbol{\theta}_{obs}^{cal,l_i} &= \mathbf{K}_\theta \mathbf{B}^{-1} \Delta\mathbf{P}_{cal,l_i} \\
&= \tilde{P}_{l_i} \mathbf{K}_\theta \mathbf{B}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \\
&= \tilde{P}_{l_i} \Delta\tilde{\boldsymbol{\theta}}_{obs}^{cal,l_i}
\end{aligned} \tag{2.7}$$

donde $\Delta\tilde{\boldsymbol{\theta}}_{obs}^{cal,l_i}$ es un vector que sólo depende de la estructura y parámetros del sistema y de la contingencia que se está verificando su posible ocurrencia.

El algoritmo de Tate & Overbye consiste en comparar cada $\Delta\boldsymbol{\theta}_{obs}^{calc,l_i}$ para $l_i \in \mathcal{L}$, donde $\mathcal{L} = \{l_1, l_2, \dots, l_L\}$ es el conjunto de líneas en el sistema, con respecto a $\Delta\boldsymbol{\theta}_{obs}$. De todo este conjunto de comparaciones, el corte de línea que es más probable que haya ocurrido en el sistema es determinado por la magnitud mínima del vector de comparación $\Delta\boldsymbol{\theta}_{obs} - \Delta\boldsymbol{\theta}_{obs}^{calc,l_i}$, es decir

$$(l_1^*) = \arg \min_{l_i \in \mathcal{L}} \left\| \Delta\boldsymbol{\theta}_{obs} - \Delta\boldsymbol{\theta}_{obs}^{calc,l_i} \right\| \tag{2.8}$$

donde (l_1^*) es la línea que probablemente falló.

El cálculo de la magnitud mínima de error entre los vectores de cambios de ángulo de voltaje observados y calculados se realiza utilizando el concepto de Distancia Angular Normalizada (NAD), que corresponde a la distancia mínima geométrica en el espacio vectorial de cambios de ángulos de voltaje. El NAD_{l_i} entre un vector de cambio de ángulos de voltajes observados $\Delta\boldsymbol{\theta}_{obs}$ y un vector de cambio de ángulos de voltajes calculado $\Delta\boldsymbol{\theta}_{obs}^{calc,l_i}$ es definido como se indica en (2.9) [Sehwail, 2012]. Se debe notar que el NAD_{l_i} será la resta de los vectores $\Delta\boldsymbol{\theta}_{obs}$ y $\Delta\boldsymbol{\theta}_{obs}^{calc,l_i}$ normalizados cuando su producto interno tenga un signo positivo debido a que esto indica que el ángulo entre dichos vectores es menor a 90° , y por ende la distancia más corta se obtiene restando dichos vectores. En cambio, el producto interno de dos vectores indica que el ángulo entre ellos es mayor a 90° , lo cual implica que la distancia más corta se obtiene sumando dichos vectores.

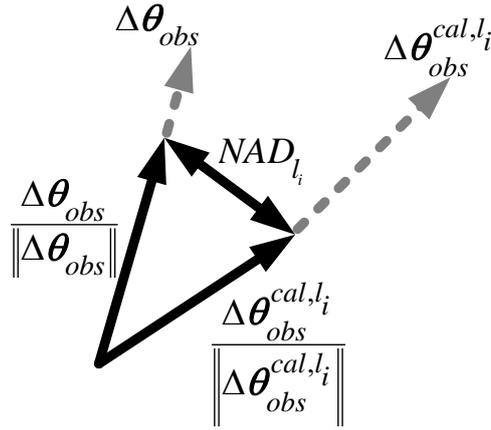


Figura 2.2: Métrica de la Distancia Angular Normalizada (NAD).

$$NAD_{l_i} = \begin{cases} \left\| \frac{\Delta\theta_{obs}}{\|\Delta\theta_{obs}\|} - \frac{\Delta\theta_{obs}^{cal,l_i}}{\|\Delta\theta_{obs}^{cal,l_i}\|} \right\|, & \Delta\theta_{obs} \cdot \Delta\theta_{obs}^{cal,l_i} \geq 0 \\ \left\| \frac{\Delta\theta_{obs}}{\|\Delta\theta_{obs}\|} + \frac{\Delta\theta_{obs}^{cal,l_i}}{\|\Delta\theta_{obs}^{cal,l_i}\|} \right\|, & \Delta\theta_{obs} \cdot \Delta\theta_{obs}^{cal,l_i} < 0 \end{cases} \quad (2.9)$$

La Fig. 2.2 muestra el concepto de distancia angular normalizada para la línea l_i (NAD_{l_i}) en una manera gráfica, donde se puede observar que los vectores involucrados en el cálculo son normalizados, para después obtener la distancia angular normalizada. Esto implica que \tilde{P}_{l_i} de (2.7) no necesita ser calculada debido a que solo es un elemento que escala el vector $\tilde{\Delta\theta}_{obs}^{cal,l_i}$, y cuando se normaliza el vector dicho factor es irrelevante. Una vez calculado el NAD_{l_i} para cada línea $l_i \in \mathcal{L}$, la línea con el menor NAD es la que mejor encaja con el evento observado y por lo tanto es la línea que más probable salió de operación (l_1^*). Idealmente, debería de existir una solución única; sin embargo, puede existir más de una solución lo que ocasionará un problema de ambigüedad. Esto quiere decir que el algoritmo será incapaz de distinguir el correcto corte de línea que causó las mediciones observadas entre un conjunto de líneas que producen la misma distancia angular normalizada.

2.3.2. Ubicación de doble corte de líneas

Esta sección presenta el algoritmo de Tate [Tate y Overbye, 2009] para la ubicación de un doble corte de líneas. La desconexión simultánea de dos líneas puede ser modelada por dos inyecciones de potencia activa iguales y opuestas en los buses en cada extremo de las líneas l_i y l_j , tal y como se muestra a continuación:

$$\begin{aligned}
\Delta\boldsymbol{\theta}_{obs}^{cal,dbl} &= \Delta\boldsymbol{\theta}_{obs}^{cal,l_i} + \Delta\boldsymbol{\theta}_{obs}^{cal,l_j} \\
&= \mathbf{K}_\theta \mathbf{B}^{-1} \Delta \mathbf{P}_{cal,l_i}^{obs} + \mathbf{K}_\theta \mathbf{B}^{-1} \Delta \mathbf{P}_{cal,l_j}^{obs} \\
&= \tilde{P}_{l_i} \mathbf{K}_\theta \mathbf{B}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 1 \\ \mathbf{0} \\ -1 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} + \tilde{P}_{l_j} \mathbf{K}_\theta \mathbf{B}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 1 \\ \mathbf{0} \\ -1 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \\
&= \tilde{P}_{l_i} \Delta \tilde{\boldsymbol{\theta}}_{obs}^{cal,l_i} + \tilde{P}_{l_j} \Delta \tilde{\boldsymbol{\theta}}_{obs}^{cal,l_j}
\end{aligned} \tag{2.10}$$

donde $\Delta \tilde{\boldsymbol{\theta}}_{obs}^{cal,l_i}$ y $\Delta \tilde{\boldsymbol{\theta}}_{obs}^{cal,l_j}$ son vectores que solamente dependen de la estructura y parámetros del sistema, así como de las contingencias a evaluar que pudieron haber ocurrido. En el caso de un solo corte de línea el termino de inyección de potencia \tilde{P}_{l_i} (en este caso \tilde{P}_{l_i} y \tilde{P}_{l_j}) no fue requerido, sin embargo, para el caso de doble corte de líneas estas inyecciones si son requeridas.

Estas inyecciones de potencia \tilde{P}_{l_i} y \tilde{P}_{l_j} pueden ser calculadas usando los flujos de potencia de la condición de pre-falla P_{l_i} y P_{l_j} de la i -ésima y j -ésima líneas, respectivamente. Sin embargo, los términos \tilde{P}_{l_i} y \tilde{P}_{l_j} dependen de factores de distribución compensados, es decir, están en función de la desconexión simultánea de dos líneas [Wood y Wollenberg, 2012], [Tate y Overbye, 2009]. La inyección de potencia \tilde{P}_{l_i} para la i -ésima línea se muestra en (2.11), donde $PTDF_{l_i}^{(l_j)}$ es el factor de distribución asociado con la línea l_i para una contingencia en la línea l_j . La ecuación de este factor de distribución se muestra en (2.12), donde $LODF_{l_j,l_i}$ es el factor de distribución de corte de línea asociado con la línea l_j para una contingencia en la línea l_i .

$$\tilde{P}_{l_i} = \frac{P_{l_i}}{1 - PTDF_{l_i}^{(l_j)}} \tag{2.11}$$

$$PTDF_{l_i}^{(l_j)} = PTDF_{l_i,l_j} + LODF_{l_j,l_i} PTDF_{l_i,l_i} \tag{2.12}$$

A igual que en el caso anterior, esta metodología [Tate y Overbye, 2009] consiste en comparar cada $\Delta \boldsymbol{\theta}_{obs}^{cal,dbl}$ con $\Delta \boldsymbol{\theta}_{obs}$ para $(l_i, l_j) \in \mathcal{L}_{dbl}$, donde $\mathcal{L}_{dbl} = \mathcal{L} \times \mathcal{L}$ es el conjunto de posibles cortes de líneas doble que pudieron haber ocurrido. Este

conjunto tiene dimensión $L_{dbl} = \binom{L}{2} = \frac{L^2-L}{2}$. Este problema puede ser escrito como un problema de optimización como se muestra a continuación:

$$(l_1^*, l_2^*) = \arg \min_{(l_i, l_j) \in \mathcal{L}_{dbl}} \left\| \Delta \boldsymbol{\theta}_{obs} - \Delta \boldsymbol{\theta}_{obs}^{cal,dbl} \right\| \quad (2.13)$$

El problema planteado en (2.13) busca el mínimo error de magnitud entre los vectores $\Delta \boldsymbol{\theta}_{obs} - \Delta \boldsymbol{\theta}_{obs}^{cal,dbl}$. Para lograr lo anterior, una vez más se utiliza el concepto de Distancia Angular Normalizada (NAD), pero definido de la siguiente manera:

$$NAD_{(l_1, l_2)} = \begin{cases} \left\| \frac{\Delta \boldsymbol{\theta}_{obs}}{\|\Delta \boldsymbol{\theta}_{obs}\|} - \frac{\Delta \boldsymbol{\theta}_{obs}^{cal,dbl}}{\|\Delta \boldsymbol{\theta}_{obs}^{cal,dbl}\|} \right\|, \Delta \boldsymbol{\theta}_{obs} \cdot \Delta \boldsymbol{\theta}_{obs}^{cal,dbl} \geq 0 \\ \left\| \frac{\Delta \boldsymbol{\theta}_{obs}}{\|\Delta \boldsymbol{\theta}_{obs}\|} + \frac{\Delta \boldsymbol{\theta}_{obs}^{cal,dbl}}{\|\Delta \boldsymbol{\theta}_{obs}^{cal,dbl}\|} \right\|, \Delta \boldsymbol{\theta}_{obs} \cdot \Delta \boldsymbol{\theta}_{obs}^{cal,dbl} < 0 \end{cases} \quad (2.14)$$

Debe notarse que la mayor diferencia de la aplicación de la metodología para la ubicación de un corte de línea doble con respecto a un corte de línea simple es el número de posibles líneas candidatas. Mientras que para un solo corte de línea se tienen que calcular L número de $NADs$, para un corte de línea doble se tienen que calcular $(L^2 - L)/2$; es decir, el costo computacional aumenta exponencialmente.

En la Fig. 2.3 se muestra un diagrama de flujo que describe el algoritmo para la localización de un corte de línea simple o doble.

2.3.3. Ejemplo ilustrativo

En esta sección se muestra la aplicación detallada de la metodología del algoritmo de Tate y Overbye en el sistema de 9 nodos de Matpower [Zimmerman *et al.*, 2011], mostrado en la Fig. 2.4. La asociación entre el número de líneas de transmisión y los nodos a los cuales está conectada cada una de estas líneas es mostrada en la Tabla 2.1. Los datos paramétricos del sistema son proporcionados en [Zimmerman *et al.*, 2011]. Asimismo, se considera que los nodos observables son 1, 2 y 3. Por último, corte de línea es simulado en la línea 9 que conecta a los nodos 4 y 9.

Paso 1.- Se obtienen los cambios observados en ángulos de voltaje $\Delta \boldsymbol{\theta}_{obs}$ dados en (2.15); la matriz de correlación \mathbf{K}_θ dada en (2.16), y la matriz inversa de sus-

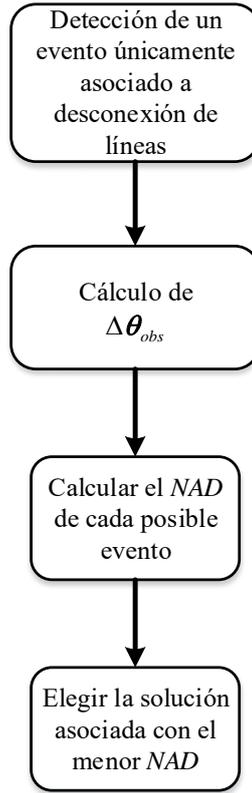


Figura 2.3: Diagrama de flujo del algoritmo de localización de cortes de línea simple o doble de [Tate y Overbye, 2008] y [Tate y Overbye, 2009].

ceptancias \mathbf{B}^{-1} dada por (2.17). El vector $\Delta\boldsymbol{\theta}_{obs}$ se obtiene mediante un estudio de flujos de potencia de CA para las condiciones operativas de pre- y post-falla, respectivamente. Debe observarse también que la fila y columna nula de \mathbf{B}^{-1} corresponden al nodo de referencia 1, tal que no hay cambios en el ángulo de voltaje en este nodo para las condiciones de pre- y post-falla.

$$\Delta\boldsymbol{\theta}_{obs} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.2052 \\ -0.1279 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

$$\mathbf{K}_{\theta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

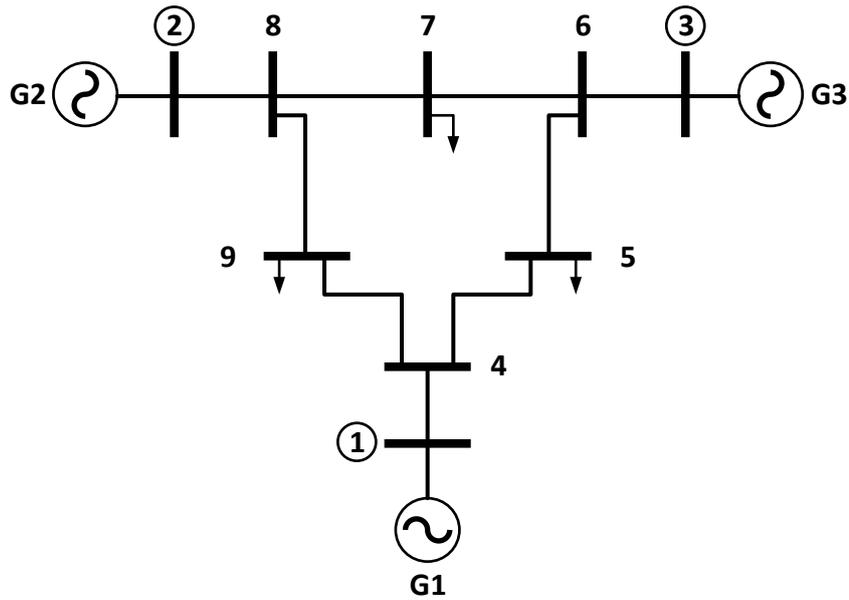


Figura 2.4: Sistema de potencia de 9 nodos de Matpower.

Tabla 2.1: Líneas del sistema de 9 nodos.

| Línea | Del Nodo | Al Nodo |
|-------|----------|---------|
| l_1 | 1 | 4 |
| l_2 | 4 | 5 |
| l_3 | 5 | 6 |
| l_4 | 3 | 6 |
| l_5 | 6 | 7 |
| l_6 | 7 | 8 |
| l_7 | 2 | 8 |
| l_8 | 8 | 9 |
| l_9 | 4 | 9 |

$$\mathbf{B}^{-1} = \begin{bmatrix}
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0.2772 & 0.1523 & 0.0576 & 0.0908 & 0.1523 & 0.1887 & 0.2147 & 0.1119 \\
 0 & 0.1523 & 0.2774 & 0.0576 & 0.1142 & 0.2188 & 0.18 & 0.1523 & 0.0903 \\
 0 & 0.0576 & 0.0576 & 0.0576 & 0.0576 & 0.0576 & 0.0576 & 0.0576 & 0.0576 \\
 0 & 0.0908 & 0.1142 & 0.0576 & 0.1372 & 0.1142 & 0.1006 & 0.0908 & 0.0691 \\
 0 & 0.1523 & 0.2188 & 0.0576 & 0.1142 & 0.2188 & 0.18 & 0.1523 & 0.0903 \\
 0 & 0.1887 & 0.18 & 0.0576 & 0.1006 & 0.18 & 0.2271 & 0.1887 & 0.1029 \\
 0 & 0.2147 & 0.1523 & 0.0576 & 0.0908 & 0.1523 & 0.1887 & 0.2147 & 0.1119 \\
 0 & 0.1119 & 0.0903 & 0.0576 & 0.0691 & 0.0903 & 0.1029 & 0.1119 & 0.132
 \end{bmatrix}$$

(2.17)

Paso 2.- Se calculan las distancias angulares normalizadas NAD_l para todas las líneas en el conjunto \mathcal{L} que no causen islas en el sistema: $\mathcal{L} = \{l_2, l_3, l_5, l_6, l_8, l_9\}$. Esto realiza se usando (2.7) y (2.9), y el resultado es mostrado en la Tabla 2.2. Nótese que para un corte de línea simple no se requiere calcular los factores de distribución $PTDF_{l_i}$, ni tampoco es necesario calcular las inyecciones de potencia activa para simular el corte de línea. De tal manera, solamente se necesitan la matriz de correlación \mathbf{K}_θ , la matriz inversa de susceptancias \mathbf{B}^{-1} y el vector $\Delta\boldsymbol{\theta}_{obs}$.

Tabla 2.2: NAD s calculados para el sistema de 9 nodos.

| Línea | Del Nodo | Al Nodo | NAD |
|-------|----------|---------|--------|
| l_2 | 4 | 5 | 0.4777 |
| l_3 | 5 | 6 | 0.4777 |
| l_5 | 6 | 7 | 1.2686 |
| l_6 | 7 | 8 | 1.2686 |
| l_8 | 8 | 9 | 0.015* |
| l_9 | 9 | 4 | 0.015* |

* Mínimos NAD s.

Paso 3.- Seleccionar la(s) línea(s) con la menor distancia angular normalizada NAD : En este caso existen dos líneas con las distancias angulares normalizadas mínimas; estas líneas son: 8-9 y 4-9 ($\{l_8, l_9\}$). Esto significa que el algoritmo es incapaz de distinguir que línea ha salido de operación, debido a que las distancias angulares normalizadas son iguales con valor de 0.015.

2.4. Conclusiones

Este capítulo reportó en detalle la metodología para la localización de cortes de línea simples y dobles mediante una formulación de flujos de potencia de CD. Una ventaja de la formulación para el caso de un corte de línea simple es que solamente es necesario conocer la topología y parámetros de la red en condición de pre-falla. Para el caso de un corte de línea doble se necesitan conocer los flujos de potencia activa en ramas en condición de pre-falla. Sin embargo, existen algunos inconvenientes con esta metodología. El primero es que ante pocas mediciones de PMUs se dan problemas de ambigüedades en el proceso de identificación de la línea fallada, tal y como ocurrió en el ejemplo. Además, para los cortes de línea doble el número de posibles eventos crece exponencialmente lo que aumenta el tiempo de computo.

Capítulo 3

Localización de cortes de línea mediante análisis topológico

3.1. Introducción

En este capítulo se presenta una metodología para localización de múltiples cortes de líneas que solamente requiere como datos la topología y parámetros del sistema en estado de pre-falla, así como las mediciones de ángulos de voltaje para los estados operativos de pre- y post-falla. Esta metodología se basa en la propuesta reportada en [Wu *et al.*, 2015] denominada esquema de identificación y localización ("*Location Identification Scheme*"); sin embargo, en este trabajo se reformula parte de este algoritmo para solucionar de una manera mucho más eficiente el problema de localización de líneas falladas. Una de las ventajas de la reformulación propuesta es que se evita recurrir a la descomposición QR y la inversión de matrices. En este contexto, se propone llegar al mismo resultado obteniendo la forma escalonada reducida de una matriz, lo que sin duda requiere menos operaciones numéricas.

3.2. Algoritmo LIS

3.2.1. Diseño del algoritmo LIS

Este algoritmo es propuesto en [Wu *et al.*, 2015] y se basa en la formulación de flujos de potencia de CD, que para condiciones de pre-falla es expresado como

$$\mathbf{P}_i^0 = \mathbf{B}^0 \boldsymbol{\theta}^0 \quad (3.1)$$

donde el superíndice 0 denota el caso base, que corresponde al estado de pre-falla del sistema.

La condición del flujo de potencia en post-falla se expresa como

$$\mathbf{P}'_i = \mathbf{B}' \boldsymbol{\theta}' \quad (3.2)$$

donde \mathbf{P}'_i , \mathbf{B}' y $\boldsymbol{\theta}'$ son las condiciones de post-falla asociadas con la inyección de flujos de potencia nodal, la matriz de susceptancias y los ángulos de voltaje, respectivamente.

En la condición de post-falla del sistema, la nueva matriz de susceptancia \mathbf{B}' puede expresarse como:

$$\mathbf{B}' = \mathbf{B}^0 + \Delta \mathbf{B} \quad (3.3)$$

donde $\Delta \mathbf{B}$ representa las variaciones de la matriz de susceptancia en la nueva configuración del sistema. Con la finalidad de calcular \mathbf{B}^0 en función de una matriz de incidencia, se define un vector \mathbf{q}_l asociado a la línea de transmisión l , con dimensión $[N \times 1]$, como se muestra a continuación

$$\mathbf{q}_l = \mathbf{e}_{l_{\text{envío}}} - \mathbf{e}_{l_{\text{recepción}}} \quad \forall l = \{1, 2, \dots, L\} \quad (3.4)$$

donde \mathbf{e}_l es un vector de dimensión $[N \times 1]$ con todos sus elementos nulos, excepto

en las localidades que están asociadas a los nodos a los cuales está conectada la l -ésima línea: los elementos $l_{\text{nodo-envío/recepción}}$ son igual a uno. Además L es el número de líneas de transmisión en el sistema.

Con base a lo anterior, la matriz de susceptancia \mathbf{B}^0 puede ser reescrita como

$$\mathbf{B}^0 = \mathbf{Q}_{NL} \mathbf{Z}^0 \mathbf{Q}_{NL}^T \quad (3.5)$$

donde \mathbf{Q}_{NL} es la matriz de incidencia del sistema, con dimensión $[N \times L]$, que está compuesta por N vectores \mathbf{q}_l ; \mathbf{Z}^0 es una matriz diagonal de dimensión $[L \times L]$ y con elementos iguales a las susceptancias serie primitivas del sistema.

Basandose en la técnica de grandes sensibilidades (“*large change sensitivity technique*”) [Wei *et al.*, 1996], [Starzyk *et al.*, 2000], el vector $\boldsymbol{\delta}_h$, $h \in \{1, 2, \dots, F\}$ representa las variaciones entre estados de pre- y post-falla para cada uno de los F eventos desconocidos de cortes simultáneos de líneas. En este contexto, la dimensión del h -ésimo vector $\boldsymbol{\delta}_h$ es $[L \times 1]$ y los valores de sus elementos son nulos, excepto para las localidades asociadas a las líneas falladas. En este caso, los valores de estos elementos corresponden a las susceptancias serie asociadas a las líneas falladas. Con base en lo anterior, la matriz $\Delta \mathbf{B}$ en (3.3) puede ser reescrita como se muestra a continuación:

$$\Delta \mathbf{B} = \sum_{h=1}^F \mathbf{q}_h \boldsymbol{\delta}_h \mathbf{q}_h^T = \mathbf{Q}_{NF} \mathbf{Z}_\delta \mathbf{Q}_{NF}^T \quad (3.6)$$

En este caso, \mathbf{Q}_{NF} es la matriz de incidencia que relaciona los nodos del sistema con las líneas falladas. \mathbf{Z}_δ es una matriz diagonal con valores de susceptancia serie de las líneas falladas: $\mathbf{Z}_\delta(i, i) = \delta_h(i)$. De acuerdo a lo descrito, la matriz actualizada de susceptancias \mathbf{B}^N es obtenida usando (3.3), (3.5) y (3.6) como sigue:

$$\begin{aligned} \mathbf{B} &= \mathbf{B}^0 + \Delta \mathbf{B} \\ &= \mathbf{B}^0 + \mathbf{Q}_{NF} \mathbf{Z}_\delta \mathbf{Q}_{NF}^T \end{aligned} \quad (3.7)$$

La inversa de la matriz de susceptancias actualizada del sistema se obtiene aplicando la fórmula de Woodbury [Householder, 2013]

$$[\mathbf{B}']^{-1} = [\mathbf{B}^0]^{-1} - [\mathbf{B}^0]^{-1} \mathbf{Q}_{NF} \left(\mathbf{Z}_\delta^{-1} + \mathbf{Q}_{NF}^T [\mathbf{B}^0]^{-1} \mathbf{Q}_{NF} \right)^{-1} \mathbf{Q}_{NF}^T [\mathbf{B}^0]^{-1} \quad (3.8)$$

En adición a lo anterior, el vector $\Delta\boldsymbol{\theta}$ representa las variaciones calculadas en los ángulos de voltaje entre los estados de pre- y post-falla, y es definido como sigue:

$$\Delta\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta}' - \boldsymbol{\theta}^0 \quad (3.9)$$

Si se considera que las inyecciones de potencia nodal en los estados operativos de pre- y post-falla son iguales, $\mathbf{P}'_i = \mathbf{P}^0_i$, el vector $\Delta\boldsymbol{\theta}$ puede ser reescrito como se indica en (3.10) utilizando las ecuaciones (3.1), (3.2), (3.8) y (3.9):

$$\Delta\boldsymbol{\theta} = -[\mathbf{B}^0]^{-1} \mathbf{Q}_{NF} \left(\mathbf{Z}_\delta^{-1} + \mathbf{Q}_{NF}^T [\mathbf{B}^0]^{-1} \mathbf{Q}_{NF} \right)^{-1} \mathbf{Q}_{NF}^T \boldsymbol{\theta}^0 \quad (3.10)$$

De igual manera, definiendo la matriz \mathbf{X}_{NF} como:

$$\mathbf{X}_{NF} = -[\mathbf{B}^0]^{-1} \mathbf{Q}_{NF} \quad (3.11)$$

y el vector $\boldsymbol{\beta}_F$ como

$$\boldsymbol{\beta}_F = \left(\mathbf{Z}_\delta^{-1} + \mathbf{Q}_{NF}^T [\mathbf{B}^0]^{-1} \mathbf{Q}_{NF} \right)^{-1} \mathbf{Q}_{NF}^T \boldsymbol{\theta}^0 \quad (3.12)$$

el vector $\Delta\boldsymbol{\theta}$ puede ser reescrito como :

$$\Delta\boldsymbol{\theta} = \mathbf{X}_{NF} \boldsymbol{\beta}_F \quad (3.13)$$

Aplicando una definición similar a (3.11), la matriz \mathbf{X}_{NL} es definida con respecto a todas las líneas de transmisión L como sigue:

$$\mathbf{X}_{NL} = -[\mathbf{B}^0]^{-1} \mathbf{Q}_{NL} \quad (3.14)$$

Debe notarse que a diferencia de \mathbf{X}_{NF} , la matriz \mathbf{X}_{NL} puede obtenerse directamente con base en los datos paramétricos y topológicos de la red, dados por \mathbf{B}^0 y \mathbf{Q}_{NL} respectivamente. Note que en el caso de \mathbf{X}_{NF} no se conoce la estructura topológica de \mathbf{Q}_{NF} debido al desconocimiento de cuales son las líneas falladas.

Multiplicando ambos lados de (3.13) por la matriz de correlación \mathbf{K}_θ (con dimensión $[M \times N]$) que relaciona los cambios calculados en ángulos de voltaje para todos los nodos con los cambios observados en los valores de ángulos por medio de los PMUs, se obtiene

$$\Delta\boldsymbol{\theta}_{obs} = \mathbf{X}_{MF}\boldsymbol{\beta}_F \quad (3.15)$$

donde $\mathbf{X}_{MF} = \mathbf{K}_\theta\mathbf{X}_{NF}$. Debe notarse que la igualdad (3.15) se cumple cuando se encuentra el conjunto de líneas falladas, lo cual implica que se ha logrado determinar de manera precisa \mathbf{Q}_{NF} y por ende \mathbf{X}_{NF} . En este caso, las columnas de \mathbf{X}_{MF} corresponderán a las ubicaciones de los cortes de líneas. Desde un contexto de identificación de líneas falladas, el término al lado derecho de la igualdad (3.15) corresponde a los cambios calculados de ángulos de voltaje en los nodos observables. Similarmente, multiplicando ambos lados de (3.14) por la matriz \mathbf{K}_θ , \mathbf{X}_{ML} se obtiene como sigue

$$\mathbf{X}_{ML} = \mathbf{K}_\theta\mathbf{X}_{NL} \quad (3.16)$$

Por último, la matriz de incidencia de líneas falladas \mathbf{Q}_{NF} cambia de acuerdo con los diferentes cortes de líneas que ocurren en el sistema, tal que \mathbf{Q}_{NF} es un subconjunto de \mathbf{Q}_{NL} formado solo por las columnas asociadas a las posibles líneas que han fallado en el sistema, y que se pretenden determinar con el fin de satisfacer (3.15). Entonces, el problema de localizar un (múltiples) corte(s) de línea(s) se reduce a encontrar la solución(es) de (3.15), como se define a continuación:

Solución: Dado un conjunto de mediciones de ángulos de voltaje obtenidos por unidades de medición fasorial, una solución (s) es el conjunto de columnas de la matriz \mathbf{Q}_{NF} , obtenidos directamente de \mathbf{Q}_{NL} , que permiten encontrar los valores de \mathbf{X}_{NF} y $\boldsymbol{\beta}_F$ que satisfacen (3.15). Este conjunto de columnas corresponderá a la ubicación de las líneas falladas.

3.2.2. Reformulación del problema utilizando grupos de Ambigüedad

Desde un punto de vista matemático, diferentes eventos de falla, asociados cada uno a diferentes cortes de líneas, pueden producir los mismos cambios calculados en ángulos de voltaje, los cuales a su vez son muy similares a los cambios angulares observados por los PMUs. Lo anterior creará ambigüedad en la determinación de cual es el conjunto verdadero de líneas falladas. Sin embargo, la aplicación de la teoría de grupos de ambigüedades [Wei *et al.*, 1996], [Starzyk *et al.*, 2000] permite resolver el problema mencionado al identificar la localización más probable de múltiples cortes de líneas. La aplicación anterior se realiza mediante el desarrollo de un esquema de identificación y localización de fallas denominado LIS, por su nombre en inglés "Location Identification Scheme". Además, basándose en el principio de parsimonia [Reiter, 1987], el conjunto más probable de cortes de líneas asociado a la solución buscada, es aquel que tiene la menor dimensión; es decir, aquel conjunto conformado por el menor número de líneas falladas.

El concepto de grupos de ambigüedad (A) para el algoritmo LIS es definido de la siguiente manera:

Grupo de Ambigüedad: es un conjunto de w soluciones $A = \{s_1, s_2, \dots, s_w\}$, que calculan cambios angulares muy similares a los observados por los PMUs. Esto implica que diferentes matrices \mathbf{Q}_{NF} permiten satisfacer (3.15). De tal manera, el problema se formula para determinar el número mínimo de columnas que conforman a \mathbf{Q}_{NF} .

El número de w soluciones que conforman A dependerá del número de PMUs instalados en el sistema, tal que a menor número de PMUs, habrá un mayor número de w soluciones. De tal manera, el problema del algoritmo LIS puede ser formulado como un problema de optimización para determinar la solución s del conjunto A asociada con el menor número de cortes de líneas:

$$\begin{aligned} \min \quad & F \\ \text{sujeto a} \quad & \Delta\boldsymbol{\theta}_{obs} = \mathbf{X}_{MF}\boldsymbol{\beta}_F \end{aligned} \tag{3.17}$$

donde $\min(F)$ corresponde al número de eventos que tienen el menor número de cortes simultáneos de líneas.

3.2.3. Procedimiento del Algoritmo LIS

La tarea crítica para encontrar la solución con el menor número de cortes de línea es primeramente determinar el grupo de soluciones w que conforman el conjunto de ambigüedad, y de este grupo de soluciones se escoge como la solución más probable a aquella que corresponda al menor corte de líneas. Si dos o más soluciones tienen el mismo número mínimo de cortes de línea, cualquiera de ellas puede ser la solución buscada.

Para encontrar el grupo de soluciones w se aplica el concepto de dependencia lineal a la matriz \mathbf{X}_{ML} , la cual depende directamente de las matrices conocidas \mathbf{B}^0 y \mathbf{Q}_{NL} . En el contexto de localización de fallas, lo que se pretende es que el vector de cambios angulares observados por los PMUs pueda ser expresado como la combinación lineal de cierto número de columnas de \mathbf{X}_{ML} , lo cual implica que estas columnas son linealmente dependientes con respecto al vector $\Delta\boldsymbol{\theta}_{obs}$. Desde un punto de vista geométrico, esto implica que el vector resultante de la suma de las columnas linealmente dependientes es colineal con el vector $\Delta\boldsymbol{\theta}_{obs}$, y por lo tanto, estas columnas representan la localización de las líneas falladas.

El enfoque para encontrar estas columnas dependientes de la matriz \mathbf{X}_{ML} es mediante la definición y análisis de una matriz que indique que columnas de \mathbf{X}_{ML} son linealmente dependientes con respecto a $\Delta\boldsymbol{\theta}_{obs}$. Esta matriz es llamada matriz de dependencia \mathbf{C} . El algoritmo para encontrar \mathbf{C} , y por lo tanto para obtener la ubicación de los cortes de líneas, consta de cuatro pasos descritos a continuación. Es importante mencionar que la solución de los pasos 1 y 2 es una propuesta original y muy diferente a la metodología descrita en [Wu *et al.*, 2015].

Paso 1 *Eliminar la dependencia de las columnas de la matriz \mathbf{X}_{ML} con respecto al vector $\Delta\boldsymbol{\theta}_{obs}$:* Esto se puede realizar mediante la eliminación de la proyección de la k -ésima columna $\mathbf{X}_{ML}^{l_k} \forall k = 1, \dots, L$ de la matriz \mathbf{X}_{ML} sobre el vector $\Delta\boldsymbol{\theta}_{obs}$ [Strang, 2011], como se indica en (3.18). El vector resultante $\hat{\mathbf{X}}_{ML}^{l_k}$ es ortogonal a $\Delta\boldsymbol{\theta}_{obs}$, tal y como se ilustra en la Fig. 3.1a. Una vez aplicado este proceso se obtiene la matriz \mathbf{H} cuyas columnas corresponden a los vectores ortogonales $\hat{\mathbf{X}}_{ML}^{l_k} \forall k = 1, \dots, L$, como se muestra en (3.19). Las columnas de esta matriz son independientes de $\Delta\boldsymbol{\theta}_{obs}$. El rango de la matriz \mathbf{H} es denotado como r .

$$\hat{\mathbf{X}}_{ML}^{l_k} = \mathbf{X}_{ML}^{l_k} - \frac{\Delta\boldsymbol{\theta}_{obs}^T \mathbf{X}_{ML}^{l_k}}{\Delta\boldsymbol{\theta}_{obs}^T \Delta\boldsymbol{\theta}_{obs}} \Delta\boldsymbol{\theta}_{obs} \quad (3.18)$$

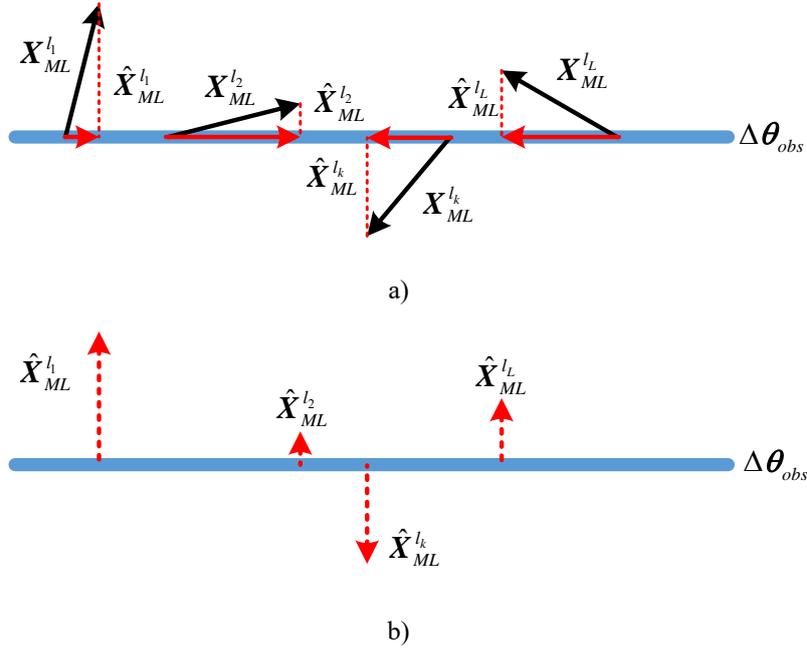


Figura 3.1: Dependencia de columnas de \mathbf{X}_{ML} con respecto a $\Delta\theta_{obs}$.

$$\mathbf{H} = \left[\hat{\mathbf{X}}_{ML}^{l_1} \quad \hat{\mathbf{X}}_{ML}^{l_2} \quad \cdots \quad \hat{\mathbf{X}}_{ML}^{l_L} \right] \quad (3.19)$$

Paso 2 *Encontrar la matriz de dependencia \mathbf{C}* : Una vez que se ha eliminado la dependencia lineal de \mathbf{X}_{ML} con respecto a $\Delta\theta_{obs}$ mediante la construcción de la matriz \mathbf{H} , es posible encontrar un conjunto de soluciones que satisfagan (3.15) al encontrar la combinación lineal de las L columnas de \mathbf{H} que produzcan un vector nulo, tal como se expresa en (3.20). La ecuación (3.20) está conformada por un conjunto de vectores base y un conjunto de vectores co-base. Para propósito del LIS, la base estará conformada por el conjunto de r vectores que tienen la mayor norma y son linealmente independientes [Quintana-Ortí *et al.*, 1998], [Demmel *et al.*, 2015], a los cuales se les denomina vectores más independientes. Cada uno del resto de los vectores $L - r$ de la matriz \mathbf{H} pueden ser expresados como una combinación lineal de esta base. Este conjunto de $L - r$ vectores son los que conforman la co-base.

El concepto del vector $\hat{\mathbf{X}}_{ML}^{l_k}$ más independiente, y su relación con el valor de la norma de $\hat{\mathbf{X}}_{ML}^{l_k}$, puede explicarse con base en la Fig. 3.1a y 3.1b. De esta figura se observa que $\hat{\mathbf{X}}_{ML}^{l_k}$ tendrá una norma grande si el vector $\mathbf{X}_{ML}^{l_k}$ al cual está asociado es casi ortogonal, más independiente, con respecto a $\Delta\theta_{obs}$. Por el contrario, si el vector $\mathbf{X}_{ML}^{l_k}$ al cual está asociado $\hat{\mathbf{X}}_{ML}^{l_k}$ es casi colineal a $\Delta\theta_{obs}$, $\hat{\mathbf{X}}_{ML}^{l_k}$ tendrá una

norma pequeña.

$$\hat{\mathbf{X}}_{ML}^{l_1} \cdot a_1 + \hat{\mathbf{X}}_{ML}^{l_2} \cdot a_2 + \cdots + \hat{\mathbf{X}}_{ML}^{l_L} \cdot a_L = \mathbf{0} \quad (3.20)$$

Con la finalidad de encontrar los coeficientes que relacionan cada vector de la co-base con la base, primeramente se ordenan las columnas de \mathbf{H} mediante una matriz de permutación \mathbf{P} , tal que las columnas de la matriz resultante del producto \mathbf{HP} , $\mathbf{H}_n = \mathbf{HP}$, están ordenadas de forma descendente de acuerdo a su norma: de mayor a menor norma. De tal manera, las primeras r columnas de \mathbf{H}_n corresponderán a la base y las siguientes $L - r$ columnas corresponderán a la co-base. Esta nueva matriz \mathbf{H}_n permite obtener la matriz de dependencia \mathbf{C} , la cual es dada por la matriz escalonada reducida por filas de \mathbf{H}_n como se muestra en (3.21). En este caso, rref indica la operación de llevar a la forma escalonada reducida por filas a la matriz \mathbf{H}_n , donde \mathbf{I} es una matriz identidad que representa a los elementos de la base y \mathbf{R} es una matriz que representa a los elementos de la co-base. Lo anterior implica que los vectores base corresponden a la base estándar de un espacio vectorial, mientras que los coeficientes de cada vector co-base están dados por los elementos de los correspondientes vectores de la matriz \mathbf{R} .

$$\mathbf{C} = \text{rref}(\mathbf{H}_n) = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{I}_{[(r) \times (r)]} & \mathbf{R}_{[(r) \times (L-r)]} \\ \mathbf{0}_{[(M-r) \times (r)]} & \mathbf{0}_{[(M-r) \times (L-r)]} \end{array} \right] \quad (3.21)$$

Paso 3 *Determinar las Posibles Soluciones de las ubicaciones de los Cortes de Líneas:* El conjunto de w soluciones que conforman el grupo de ambigüedad está formado por todas las posibles combinaciones lineales que puedan representar los elementos de la co-base en términos de la base. Entonces las posibles ubicaciones de cortes de líneas serán aquellas que estén asociadas a las entradas de la matriz \mathbf{R} con respecto a la matriz \mathbf{I} .

Paso 4 *Elegir la Mejor Solución:* De las posibles soluciones w que conforman el grupo de ambigüedad, la mejor solución, es decir la ubicación más probable de cortes de línea, será aquella que satisfaga (3.22). En este caso, para cada una de las soluciones w se calcula el cambio en ángulos de voltaje $\Delta\theta^{cal, s_i}$ mediante el algoritmo propuesto por Tate y Overbye, el cual se detalla en el Capítulo 2. De tal manera, cada una de las posibles configuraciones de cortes de líneas correspondientes a las soluciones w son simuladas al inyectar los flujos de potencia en los nodos correspondientes a las líneas falladas. Para propósito de esta tesis, solo se considero

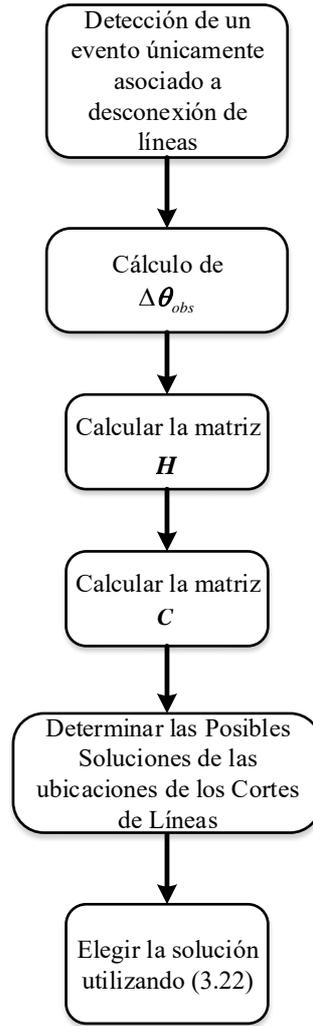


Figura 3.2: Diagrama de flujo del algoritmo de localización de múltiples cortes de línea [Wu *et al.*, 2015].

como máximo dos cortes simultáneos de línea de transmisión.

$$s^* = \arg \min_{i=1,2,\dots,w} \|(\Delta\theta^{cal,s_i} - \Delta\theta_{obs})\| \quad (3.22)$$

En la Fig. 3.2 se muestra un diagrama de flujo que describe el algoritmo para la localización de múltiples cortes de línea.

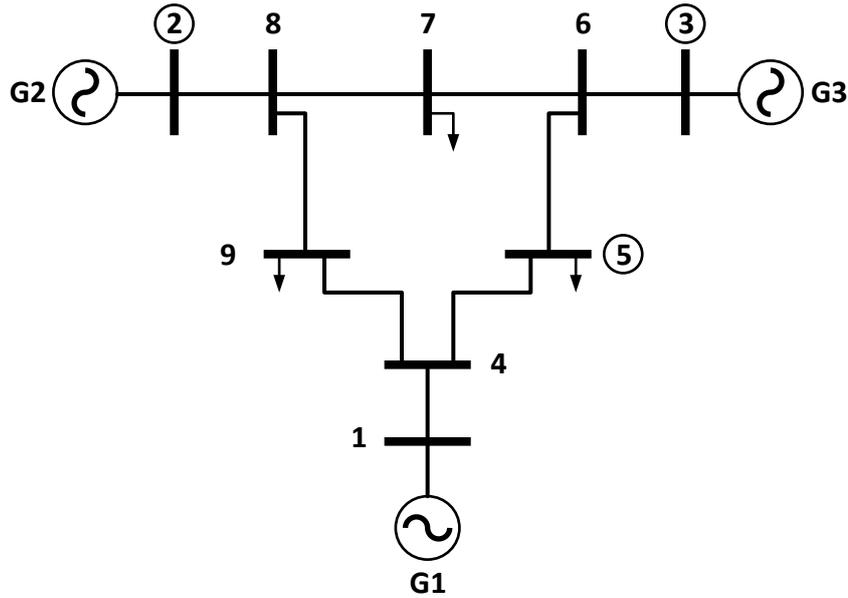


Figura 3.3: Sistema de potencia de 9 nodos de Matpower.

3.2.4. Ejemplo Ilustrativo

En esta sección se analiza un corte de línea en el sistema de 9 nodos de Matpower [Zimmerman *et al.*, 2011] con el fin de ejemplificar de manera detallada el uso de la metodología del algoritmo LIS. Este sistema se muestra en la Fig. 3.3 y se consideran unidades de PMUs instaladas en los nodos 2, 3 y 5. El número total de líneas de transmisión es $L = 9$. Un corte de línea es simulado desconectando la línea 7-8. El vector de cambios en mediciones de ángulos de voltajes $\Delta\theta_{obs}$ se muestra en (3.23), y fueron obtenidos mediante dos simulaciones de flujos de CA asociados a los estados de pre- y post-falla respectivamente. Las matrices \mathbf{B}^0 y \mathbf{Q}_{NL} son obtenidas con base a la topología y parámetros del sistema y se muestran en (3.24) y (3.25). Además, la matriz de correlación \mathbf{K}_θ se muestra en (3.26).

$$\Delta\theta_{obs} = \begin{bmatrix} 0.1994 \\ -0.2229 \\ -0.0838 \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

$$\mathbf{B}_{bus} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 16 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -16 & 0 \\ 0 & 0 & 17.06 & 0 & 0 & -17.06 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 40 & -10.87 & 0 & 0 & 0 & -11.76 \\ 0 & 0 & 0 & -10.87 & 16.75 & -5.88 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -17.06 & 0 & -5.88 & 32.87 & -9.92 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -9.92 & 23.81 & -13.89 & 0 \\ 0 & -16 & 0 & 0 & 0 & 0 & -13.89 & 36.1 & -6.21 \\ 0 & 0 & 0 & -11.76 & 0 & 0 & 0 & -6.21 & 17.98 \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

$$\mathbf{Q}_{NL} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

$$\mathbf{K}_{\theta} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

Paso 1.- Eliminar la dependencia de las columnas de la matriz \mathbf{X}_{ML} con respecto al vector $\Delta\boldsymbol{\theta}_{obs}$:

Primeramente se calcula la matriz \mathbf{X}_{ML} mediante la ecuaciones (3.14) y (3.16) haciendo uso de la información de (3.24), (3.25) y (3.23); el resultado se muestra en (3.27).

Después se elimina la dependencia de las columnas de la matriz \mathbf{X}_{ML} con respecto a $\Delta\boldsymbol{\theta}_{obs}$ (3.23) haciendo uso de (3.18). Como resultado se obtiene la matriz \mathbf{H} la cual se muestra en (3.28).

Paso 2.- Encontrar la matriz de dependencia \mathbf{C} : En esta etapa se debe de definir

$$\mathbf{X}_{ML} = \begin{bmatrix} 0.0576 & 0.0332 & 0.0614 & 0.0000 & 0.0364 & 0.0260 & 0.0625 & -0.1028 & -0.0543 \\ 0.0576 & 0.0566 & 0.1046 & -0.0586 & -0.0388 & -0.0277 & 0.0000 & -0.0620 & -0.0327 \\ 0.0576 & 0.0796 & -0.0230 & 0.0000 & -0.0136 & -0.0097 & 0.0000 & -0.0218 & -0.0115 \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0.0704 & 0.0594 & 0.0803 & -0.0270 & 0.0012 & 0.0008 & 0.0367 & -0.0928 & -0.0490 \\ 0.0433 & 0.0274 & 0.0835 & -0.0284 & 0.0006 & 0.0004 & 0.0288 & -0.0732 & -0.0387 \\ 0.0522 & 0.0686 & -0.0309 & 0.0113 & 0.0012 & 0.0008 & 0.0108 & -0.0260 & -0.0137 \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

los vectores base y co-base, para esto se obtienen las normas de cada columna de \mathbf{H} y se ordenan de mayor a menor: $\{l_8, l_3, l_1, l_2, l_9, l_7, l_4, l_5, l_6\}$, entonces con esta información se construye la matriz de permutación \mathbf{P} mostrada en (3.29).

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

Finalmente se obtiene la matriz de dependencia \mathbf{C} con la ecuación (3.21). Dicha matriz se muestra en (3.30).

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 8 & 3 & 1 & 2 & 9 & 7 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 0 & -1.28 & -1.48 & 0.52 & -0.40 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -0.60 & -0.97 & 0 & 0 & -0.35 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

Paso 3.- Determinar las Posibles Soluciones de las ubicaciones de los Cortes de Líneas:

El grupo de ambigüedad está formado por todas las posibles combinaciones lineales que puedan representar los elementos de la co-base en términos de la base. El conjunto total de posibles soluciones, basándose en la estructura de la matriz \mathbf{C} , está conformado por la manera en que cada vector co-base puede ser expresado en función de la base estándar. Las combinaciones posibles son dadas por el siguiente conjunto de ecuaciones: $\hat{\mathbf{X}}_{ML}^{l_1} = -1.28 \cdot \hat{\mathbf{X}}_{ML}^{l_8} - 0.6 \cdot \hat{\mathbf{X}}_{ML}^{l_3}$, $\hat{\mathbf{X}}_{ML}^{l_2} = -1.48 \cdot \hat{\mathbf{X}}_{ML}^{l_8} - 0.97 \cdot \hat{\mathbf{X}}_{ML}^{l_3}$, $\hat{\mathbf{X}}_{ML}^{l_9} = 0.52 \cdot \hat{\mathbf{X}}_{ML}^{l_8} + 0 \cdot \hat{\mathbf{X}}_{ML}^{l_3}$, $\hat{\mathbf{X}}_{ML}^{l_7} = -0.4 \cdot \hat{\mathbf{X}}_{ML}^{l_8} + 0 \cdot \hat{\mathbf{X}}_{ML}^{l_3}$, $\hat{\mathbf{X}}_{ML}^{l_4} = 0 \cdot \hat{\mathbf{X}}_{ML}^{l_8} - 0.35 \cdot \hat{\mathbf{X}}_{ML}^{l_3}$, $\hat{\mathbf{X}}_{ML}^{l_5} = 0 \cdot \hat{\mathbf{X}}_{ML}^{l_8} + 0 \cdot \hat{\mathbf{X}}_{ML}^{l_3}$ y $\hat{\mathbf{X}}_{ML}^{l_6} = 0 \cdot \hat{\mathbf{X}}_{ML}^{l_8} + 0 \cdot \hat{\mathbf{X}}_{ML}^{l_3}$.

Con base a lo anterior, el grupo de soluciones ambiguas asociadas a los posibles cortes de líneas está dado por: $\{l_8, l_3, l_1\}$, $\{l_8, l_3, l_2\}$, $\{l_8, l_9\}$, $\{l_8, l_7\}$, $\{l_3, l_4\}$, $\{l_5\}$, $\{l_6\}$.

Paso 4.- Elegir la mejor solución:

La ecuación (3.22) es usada para verificar las soluciones potenciales en orden descendente por el tamaño de la solución. Este proceso resulta en dos soluciones con tamaño mínimo ($\min F = 2$) que corresponden a los cortes de línea l_5 y l_6 , respectivamente. Después se prueba con el algoritmo de Tate y Overbye el corte de líneas l_5 y l_6 . El resultado es que ambas líneas tiene el mismo NAD y por lo tanto no es posible determinar cual de las dos líneas es la fallada. Esto significa que esas líneas tienen la misma probabilidad de haber salido de operación y haber causado las mediciones observadas.

3.3. Conclusiones

Este capítulo reportó en detalle la metodología para la localización de múltiples cortes de línea reformulando la metodología reportada en [Wu *et al.*, 2015]. Una de las ventajas que este algoritmo posee con respecto al de Tate y Overbye es que para el caso de un corte de línea doble no tiene que simular cada posible evento. Es decir, este algoritmo hace un análisis con base a la información de pre-falla del sistema y reduce el conjunto de posibles eventos para después simular solamente un número reducido de probables contingencias. Esto reduce considerablemente la carga computacional como se mostrará en el Capítulo 5. Sin embargo, esta metodología tiene algunos inconvenientes; por ejemplo, el algoritmo tiene problemas de ambigüedad ante un número reducido de PMUs instalados en la red, tal y como se mostró en el ejemplo.

Capítulo 4

Enfoque propuesto para la ubicación de múltiples cortes de líneas

4.1. Introducción

Este capítulo presenta de manera detallada la formulación matemática e implementación del algoritmo propuesto en esta tesis para la localización de múltiples cortes de líneas. Dicho algoritmo es desarrollado con base en la teoría de sensibilidades de CA utilizando toda la información proporcionada por las unidades de medición fasorial: fasores de voltaje nodal y de corrientes de rama. Aunado a lo anterior, también se describe una metodología para reducir la complejidad computacional que lleva consigo la localización de múltiples cortes de líneas.

En la parte final del capítulo se presentan dos ejemplos para ilustrar la aplicación del algoritmo propuesto. El primer ejemplo está asociado a la identificación de un corte de línea en el sistema de 9 nodos, mientras que el segundo ejemplo corresponde a la localización de tres cortes simultáneos de líneas de transmisión en el sistema de 14 nodos.

4.2. Formulación del Problema

Como se mencionó en el capítulo 2, la localización de cortes de línea se basa en la comparación de los cambios abruptos en variables observadas y calculadas ($\Delta\mathbf{x}_{obs}$ y $\Delta\mathbf{x}_{obs}^{cal}(E_i)$), que para propósitos de este trabajo se consideran ángulos de voltaje y potencias activas en líneas de transmisión. Matemáticamente este problema puede ser expresado como se muestra en (2.1), mientras que el concepto geométrico de esta idea se muestra en la Fig. 2.1. Los cambios en las variables observadas ($\Delta\mathbf{x}_{obs}$) se obtienen por la diferencia de los valores de pre- y post-falla asociados a estas variables, donde estos valores son obtenidos de las mediciones de PMUs. Por otro lado, en este trabajo se propone obtener los cambios calculados en las variables ($\Delta\mathbf{x}^{cal}(E)$) a partir de un análisis de sensibilidad de CA con respecto a los parámetros de la líneas de transmisión, en la vecindad del estado operativo de pre-falla.

En la metodología propuesta en [Tate y Overbye, 2008] se realiza la comparación de los vectores de variables observadas y calculadas mediante el concepto de distancia angular normalizada (NAD), tal que el problema consiste en encontrar la contingencia que produce el mínimo NAD de un conjunto de posibles eventos que pudieron ocurrir en el sistema. Contrario a esta propuesta, en este trabajo se propone hacer la comparación de los vectores de las variables observadas ($\Delta\mathbf{x}_{obs}$) y calculadas ($\Delta\mathbf{x}_{obs}^{cal}(E_i)$) utilizando el concepto de Coeficiente de Similitud de Coseno (CSC) entre los dos vectores involucrados, el cual se define en (4.1). Este coeficiente puede tomar valores $-1 \leq CSC \leq 1$, tal y como se muestra en la Fig. 4.1, donde el valor de CSC es uno o nulo si estos dos vectores son colineales u ortogonales, respectivamente. Si el ángulo entre los vectores es mayor que 90° este coeficiente tiene un valor negativo.

$$CSC(\Delta\mathbf{x}_{obs}, \Delta\mathbf{x}_{obs}^{cal}(E_i)) = \cos \theta_{\Delta\mathbf{x}_{obs}, \Delta\mathbf{x}_{obs}^{cal}(E_i)} = \frac{\Delta\mathbf{x}_{obs} \cdot \Delta\mathbf{x}_{obs}^{cal}(E_i)}{\|\Delta\mathbf{x}_{obs}\| \|\Delta\mathbf{x}_{obs}^{cal}(E_i)\|} \quad (4.1)$$

Con base a lo anterior, el evento de falla que más probablemente ocurrió en el sistema es aquel que provoque cambios de valores en cada una de las variables muy similares a los cambios observados en esas mismas variables mediante mediciones de PMUs. Esto implica que el evento estará asociado con el mayor CSC (con valor más cercano a 1), tal y como se muestra en la Fig. 4.1. De tal manera, el problema de la ubicación cortes de líneas se puede plantear como un problema de maximización del

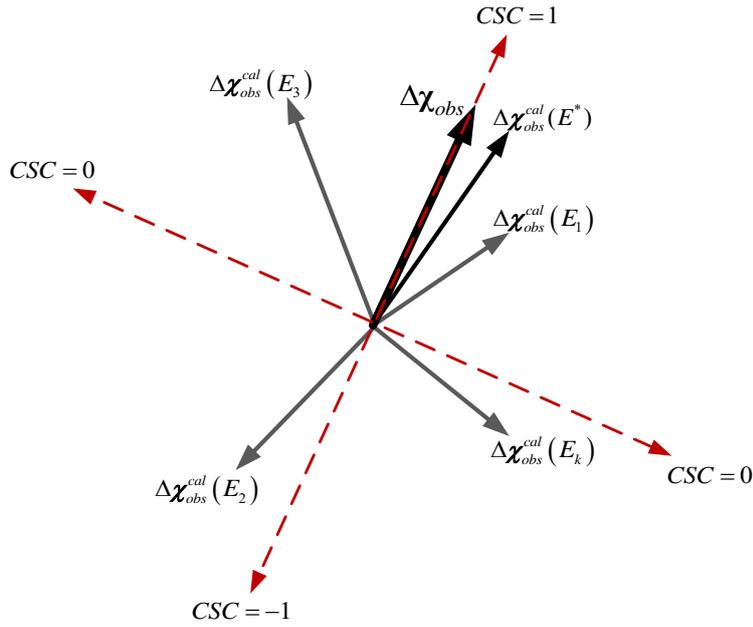


Figura 4.1: Determinación del evento más parecido a los cambios observados usando el concepto de CSC .

valor de CSC entre el vector de cambios en variables observadas $\Delta\chi_{obs}$ y un vector de cambios en variables calculadas debido a un evento $\Delta\chi_{obs}^{cal}(E_i)$. Matemáticamente esto es expresado en (4.2).

$$(E^*) = \arg \max_{E_i \in \xi} \{CSC(\Delta\chi_{obs}, \Delta\chi_{obs}^{cal}(E_i))\} \quad (4.2)$$

4.3. Cálculo de $\Delta\theta_{obs}$ y $\Delta P_{\mathcal{L}}^{obs}$

Los cambios abruptos en los ángulos de voltaje nodal se calculan directamente a partir de las mediciones de PMUs asociadas con los escenarios operativos de pre- y post-falla, como se muestra en (4.3). Por otra parte, los cambios en las potencias activas en líneas de transmisión observadas, $\mathcal{L}^{obs} = \{l_1^{obs}, \dots, l_{L^{obs}}^{obs}\}$, donde L^{obs} es el número de líneas observadas, están dados por (4.4). Puesto que estas potencias de ramas "observadas" no son directamente obtenidas por mediciones de PMUs, es necesario calcularlas a partir de las mediciones de fasores de voltaje y corriente proporcionadas por PMUs. En este caso, la potencia activa en la l -ésima línea conectada entre los nodos k y m , con un PMU instalado en el k -ésimo nodo, se calcula para la operación de pre- y post-falla con (4.5).

$$\Delta \boldsymbol{\theta}_{obs} = \boldsymbol{\theta}_{post}^{obs} - \boldsymbol{\theta}_{pre}^{obs} \quad (4.3)$$

$$\Delta \mathbf{P}_l^{obs} = \mathbf{P}_{l,post}^{obs} - \mathbf{P}_{l,pre}^{obs} \quad (4.4)$$

$$P_{l,i,pre}^{obs} = \text{Re} \left(\bar{V}_{k,pre}^{obs} (\bar{I}_{km,pre}^{obs})^* \right) \quad (4.5)$$

$$P_{l,i,post}^{obs} = \text{Re} \left(\bar{V}_{k,post}^{obs} (\bar{I}_{km,post}^{obs})^* \right) \quad \forall i = 1, \dots, L^{obs}$$

Por último, el vector $\Delta \boldsymbol{\chi}_{obs}$ queda definido por la concatenación de $\Delta \boldsymbol{\theta}_{obs}$ y $\Delta \mathbf{P}_l^{obs}$ como se indica en (4.6).

$$\Delta \boldsymbol{\chi}_{obs} = \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{\theta}_{obs} \\ \Delta \mathbf{P}_l^{obs} \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

4.4. Cálculo de $\Delta \boldsymbol{\theta}^{cal}$ y $\Delta \mathbf{P}_{\mathcal{L}}^{cal}$

Los cambios en los ángulos de voltaje nodal y las potencias activas de líneas de transmisión debido a la ocurrencia de la i -ésima contingencia asociada con un corte de línea se obtienen usando sensibilidades de CA de esas variables con respecto a la reactancia primitiva serie de la línea de transmisión bajo análisis. Este proceso se repite para todas las líneas de transmisión incorporadas en el sistema con la finalidad de localizar el evento que mejor encaje con los cambios en variables observadas.

4.4.1. Cálculo de $\Delta \boldsymbol{\theta}^{cal}$

Del concepto de derivada total [Simon y Blume, 1994], el cambio de ángulo en voltaje en el i -ésimo nodo $\Delta \theta_i^{cal}$ debido a las perturbaciones de todas las reactancias primitivas en serie está dado por (4.7), donde $\partial \theta_i(\cdot) / \partial \beta_j \quad \forall j = 1, \dots, L$ es la sensibilidad de θ_i con respecto a la j -ésima reactancia primitiva serie.

$$\Delta \theta_i^{cal} = \frac{\partial \theta_i(\cdot)}{\partial \beta_1} \Delta \beta_1 + \frac{\partial \theta_i(\cdot)}{\partial \beta_2} \Delta \beta_2 + \dots + \frac{\partial \theta_i(\cdot)}{\partial \beta_L} \Delta \beta_L \quad (4.7)$$

Los cambios en todos los ángulos de voltaje nodal pueden ser expresados en notación matricial como se muestra en (4.8), donde $\mathbf{S}_{\beta}^{\theta}$ es la matriz de sensibilidades de ángulos de voltaje nodal con respecto a todas las reactancias primitivas serie del sistema. Esta matriz tiene dimensión $[N \times L]$ y puede ser expresada como una suma de vectores, tal como se reporta en (4.9). En este caso, el i -ésimo vector de sensibilidades $\mathbf{S}_{\beta_i}^{\theta}$ representa el cambio en los valores de todos los ángulos de voltaje nodal debido a una perturbación en la reactancia primitiva serie de la i -ésima línea de transmisión del sistema.

$$\begin{bmatrix} \Delta\theta_1^{cal} \\ \Delta\theta_2^{cal} \\ \vdots \\ \Delta\theta_N^{cal} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial\theta_1(\cdot)}{\partial\beta_1} & \frac{\partial\theta_1(\cdot)}{\partial\beta_2} & \cdots & \frac{\partial\theta_1(\cdot)}{\partial\beta_L} \\ \frac{\partial\theta_2(\cdot)}{\partial\beta_1} & \frac{\partial\theta_2(\cdot)}{\partial\beta_2} & \cdots & \frac{\partial\theta_2(\cdot)}{\partial\beta_L} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial\theta_N(\cdot)}{\partial\beta_1} & \frac{\partial\theta_N(\cdot)}{\partial\beta_2} & \cdots & \frac{\partial\theta_N(\cdot)}{\partial\beta_L} \end{bmatrix}}_{\mathbf{S}_{\beta}^{\theta}} \begin{bmatrix} \Delta\beta_1 \\ \Delta\beta_2 \\ \vdots \\ \Delta\beta_L \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

$$\Delta\theta^{cal} = \mathbf{S}_{\beta_1}^{\theta} \cdot \Delta\beta_1 + \mathbf{S}_{\beta_2}^{\theta} \cdot \Delta\beta_2 + \cdots + \mathbf{S}_{\beta_L}^{\theta} \cdot \Delta\beta_L \quad (4.9)$$

La problemática de obtener las sensibilidades $\partial\theta_i(\cdot)/\partial\beta_j$ es que no existe una función explícita que relacione ángulos de voltaje nodal e impedancias primitivas serie. Estas sensibilidades, sin embargo, pueden derivarse de los cambios en las ecuaciones de balance de potencia nodal, $\Delta P_i(\boldsymbol{\theta}(\cdot), \mathbf{V}(\cdot), \boldsymbol{\beta}) = 0$ y $\Delta Q_i(\boldsymbol{\theta}(\cdot), \mathbf{V}(\cdot), \boldsymbol{\beta}) = 0 \forall i = 1, \dots, N$, con respecto a las reactancias primitivas serie del sistema. En este caso, $\boldsymbol{\theta}(\cdot) = [\theta_1(\cdot) \dots \theta_N(\cdot)]$, $\mathbf{V}(\cdot) = [V_1(\cdot) \dots V_N(\cdot)]$ y $\boldsymbol{\beta} = [\beta_1 \dots \beta_L]$. Basándose en el hecho de que los valores de voltajes nodales también dependen de los valores de los parámetros de línea: $\theta_i(\cdot) = \theta_i(\boldsymbol{\beta})$ y $V_i(\cdot) = V_i(\boldsymbol{\beta})$, la derivada total [Simon y Blume, 1994] para la ecuación de balance del flujo de potencia activa (resp. potencia reactiva) en el i -ésimo nodo $\Delta P_i(\boldsymbol{\theta}(\cdot), \mathbf{V}(\cdot), \boldsymbol{\beta}) = 0$ (resp. $\Delta Q_i(\boldsymbol{\theta}(\cdot), \mathbf{V}(\cdot), \boldsymbol{\beta}) = 0$) con respecto a $\boldsymbol{\beta}$ está dada por (4.10) (resp. (4.11)). Nótese que $\partial\Delta P_i(\cdot)/\partial\beta_j \forall j = 1, \dots, L$ (resp. $\partial\Delta Q_i(\cdot)/\partial\beta_j$) es la sensibilidad de $\Delta P_i(\cdot)$ (resp. $\Delta Q_i(\cdot)$) con respecto de la j -ésima reactancia primitiva serie. En notación matricial estas derivadas totales están dadas por (4.12), donde $\mathbf{S}_{\beta}^{\Delta F}$ es la matriz de sensibilidades.

$$d\Delta P_i = \frac{\partial\Delta P_i(\cdot)}{\partial\beta_1} \Delta\beta_1 + \frac{\partial\Delta P_i(\cdot)}{\partial\beta_2} \Delta\beta_2 + \cdots + \frac{\partial\Delta P_i(\cdot)}{\partial\beta_L} \Delta\beta_L = 0 \quad (4.10)$$

$$d\Delta Q_i = \frac{\partial \Delta Q_i(\cdot)}{\partial \beta_1} \Delta \beta_1 + \frac{\partial \Delta Q_i(\cdot)}{\partial \beta_2} \Delta \beta_2 + \dots + \frac{\partial \Delta Q_i(\cdot)}{\partial \beta_L} \Delta \beta_L = 0 \quad (4.11)$$

$$\begin{bmatrix} d\Delta P_1 \\ \vdots \\ d\Delta P_N \\ d\Delta Q_1 \\ \vdots \\ d\Delta Q_N \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta P_1(\cdot)}{\partial \beta_1} & \dots & \frac{\partial \Delta P_1(\cdot)}{\partial \beta_L} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \Delta P_N(\cdot)}{\partial \beta_1} & \dots & \frac{\partial \Delta P_N(\cdot)}{\partial \beta_L} \\ \frac{\partial \Delta Q_1(\cdot)}{\partial \beta_1} & \dots & \frac{\partial \Delta Q_1(\cdot)}{\partial \beta_L} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \Delta Q_N(\cdot)}{\partial \beta_1} & \dots & \frac{\partial \Delta Q_N(\cdot)}{\partial \beta_L} \end{bmatrix}}_{\mathbf{S}_{\beta}^{\Delta F}} \begin{bmatrix} \Delta \beta_1 \\ \vdots \\ \Delta \beta_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

La ecuación de balance de potencia activa en el i -ésimo nodo se define como $\Delta P_i(\boldsymbol{\theta}(\cdot), \mathbf{V}(\cdot), \boldsymbol{\beta}) = -P_{Gi} + P_{Di} + P_i^{cal} = 0$, donde P_{Gi} y P_{Di} son constantes. Por otra parte, $P_i^{cal} = \sum_{l \in \Omega_i} P_l^{im}(\boldsymbol{\theta}(\cdot), \mathbf{V}(\cdot), \boldsymbol{\beta})$, donde Ω_i es el conjunto de líneas conectadas al i -ésimo nodo, y $P_l^{im}(\cdot)$ es la potencia activa fluyendo del nodo i al nodo m de la l -ésima línea de transmisión [Acha *et al.*, 2004]. Con base a lo anterior, la sensibilidad $\partial \Delta P_i(\cdot)/\partial \beta_j$ es obtenida aplicando la regla de la cadena lo que resulta en (4.13). Nótese que el último termino de (4.13) es diferente de cero solo cuando $k = j$; por lo tanto, (4.13) puede ser reescrita como se muestra en (4.14). De manera similar, la sensibilidad $\partial \Delta Q_i(\cdot)/\partial \beta_j$ está dada por (4.15).

$$\frac{\partial \Delta P_i(\cdot)}{\partial \beta_j} = \sum_{k=1}^N \frac{\partial P_i^{cal}(\cdot)}{\partial \theta_k} \frac{\partial \theta_k}{\partial \beta_j} + \sum_{k=1}^N \frac{\partial P_i^{cal}(\cdot)}{\partial V_k} \frac{\partial V_k}{\partial \beta_j} + \sum_{k=1}^L \frac{\partial P_i^{cal}(\cdot)}{\partial \beta_k} \frac{\partial \beta_k}{\partial \beta_j} = 0 \quad (4.13)$$

$$\frac{\partial \Delta P_i(\cdot)}{\partial \beta_j} = \sum_{k=1}^N \frac{\partial P_i^{cal}(\cdot)}{\partial \theta_k} \frac{\partial \theta_k}{\partial \beta_j} + \sum_{k=1}^N \frac{\partial P_i^{cal}(\cdot)}{\partial V_k} \frac{\partial V_k}{\partial \beta_j} + \frac{\partial P_i^{cal}(\cdot)}{\partial \beta_j} = 0 \quad (4.14)$$

$$\frac{\partial \Delta Q_i(\cdot)}{\partial \beta_j} = \sum_{k=1}^N \frac{\partial Q_i^{cal}(\cdot)}{\partial \theta_k} \frac{\partial \theta_k}{\partial \beta_j} + \sum_{k=1}^N \frac{\partial Q_i^{cal}(\cdot)}{\partial V_k} \frac{\partial V_k}{\partial \beta_j} + \frac{\partial Q_i^{cal}(\cdot)}{\partial \beta_j} = 0 \quad (4.15)$$

La generalización de (4.14) y (4.15) $\forall i = 1, \dots, N$ y $\forall j = 1, \dots, L$ es expresada en notación matricial por (4.16), donde \mathbf{J} es la matriz de sensibilidades de inyecciones de potencia con respecto a todas las variables de estado (mejor conocida como matriz Jacobiana) y está dada por (4.17); $\mathbf{S}_{\beta}^{\theta, V}$ es la matriz de sensibilidades de variables de estado con respecto a todas las reactancias primitivas serie y está dada por (4.18); finalmente $\mathbf{S}_{\beta}^{P^{cal}, Q^{cal}}$ es la matriz de sensibilidades de inyecciones de potencia con respecto a todas las reactancias primitivas serie y está dada por (4.19).

$$\mathbf{J}\mathbf{S}_{\beta}^{\theta, V} + \mathbf{S}_{\beta}^{P^{cal}, Q^{cal}} = 0 \quad (4.16)$$

$$\mathbf{J} = \left[\begin{array}{ccc|ccc} \frac{\partial P_1^{cal}(\cdot)}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial P_1^{cal}(\cdot)}{\partial \theta_N} & \frac{\partial P_1^{cal}(\cdot)}{\partial V_1} & \dots & \frac{\partial P_1^{cal}(\cdot)}{\partial V_N} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial P_N^{cal}(\cdot)}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial P_N^{cal}(\cdot)}{\partial \theta_N} & \frac{\partial P_N^{cal}(\cdot)}{\partial V_1} & \dots & \frac{\partial P_N^{cal}(\cdot)}{\partial V_N} \\ \hline \frac{\partial Q_1^{cal}(\cdot)}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial Q_1^{cal}(\cdot)}{\partial \theta_N} & \frac{\partial Q_1^{cal}(\cdot)}{\partial V_1} & \dots & \frac{\partial Q_1^{cal}(\cdot)}{\partial V_N} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial Q_N^{cal}(\cdot)}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial Q_N^{cal}(\cdot)}{\partial \theta_N} & \frac{\partial Q_N^{cal}(\cdot)}{\partial V_1} & \dots & \frac{\partial Q_N^{cal}(\cdot)}{\partial V_N} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{H} & \mathbf{N} \\ \mathbf{L} & \mathbf{M} \end{array} \right] \quad (4.17)$$

$$\mathbf{S}_{\beta}^{\theta, V} = \left[\begin{array}{ccc} \frac{\partial \theta_1(\cdot)}{\partial \beta_1} & \dots & \frac{\partial \theta_1(\cdot)}{\partial \beta_L} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \theta_N(\cdot)}{\partial \beta_1} & \dots & \frac{\partial \theta_N(\cdot)}{\partial \beta_L} \\ \hline \frac{\partial V_1(\cdot)}{\partial \beta_1} & \dots & \frac{\partial V_1(\cdot)}{\partial \beta_L} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial V_N(\cdot)}{\partial \beta_1} & \dots & \frac{\partial V_N(\cdot)}{\partial \beta_L} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{ccc} \mathbf{S}_{\beta_1}^{\theta} & \dots & \mathbf{S}_{\beta_L}^{\theta} \\ \mathbf{S}_{\beta_1}^V & \dots & \mathbf{S}_{\beta_L}^V \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \mathbf{S}_{\beta}^{\theta} \\ \mathbf{S}_{\beta}^V \end{array} \right] \quad (4.18)$$

$$\mathbf{S}_{\beta}^{P^{cal}, Q^{cal}} = \left[\begin{array}{ccc} \frac{\partial P_1^{cal}(\cdot)}{\partial \beta_1} & \dots & \frac{\partial P_1^{cal}(\cdot)}{\partial \beta_L} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial P_N^{cal}(\cdot)}{\partial \beta_1} & \dots & \frac{\partial P_N^{cal}(\cdot)}{\partial \beta_L} \\ \hline \frac{\partial Q_1^{cal}(\cdot)}{\partial \beta_1} & \dots & \frac{\partial Q_1^{cal}(\cdot)}{\partial \beta_L} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial Q_N^{cal}(\cdot)}{\partial \beta_1} & \dots & \frac{\partial Q_N^{cal}(\cdot)}{\partial \beta_L} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \mathbf{S}_{\beta}^{P^{cal}} \\ \mathbf{S}_{\beta}^{Q^{cal}} \end{array} \right] \quad (4.19)$$

Basándose en (4.16), la matriz de sensibilidad de las variables de estado con respecto a las reactancias primitivas serie $\mathbf{S}_\beta^{\theta, \mathbf{V}}$ puede ser obtenida tal y como se muestra en (4.20). Ya que sólo \mathbf{S}_β^θ es de interés, esta matriz de sensibilidades puede ser directamente obtenida usando el concepto de matriz inversa por bloques [Strang, 2011], lo que resulta en (4.21).

$$\mathbf{S}_\beta^{\theta, \mathbf{V}} = -\mathbf{J}^{-1} \mathbf{S}_\beta^{\mathbf{P}^{cal}, \mathbf{Q}^{cal}} \quad (4.20)$$

$$\mathbf{S}_\beta^\theta = - \left\{ \begin{array}{l} [\mathbf{H} - \mathbf{N}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{L}]^{-1} \mathbf{S}_\beta^{\mathbf{P}^{cal}} \\ + [-\mathbf{H}^{-1}\mathbf{N}] \left[[\mathbf{M} - \mathbf{L}\mathbf{H}^{-1}\mathbf{N}]^{-1} \right] \mathbf{S}_\beta^{\mathbf{Q}^{cal}} \end{array} \right\} \quad (4.21)$$

4.4.2. Cálculo de $\Delta \mathbf{P}_\mathcal{L}^{cal}$

Los cambios abruptos en los flujos de potencia activa en ambos extremos de cada línea de transmisión en el sistema se denotan por $\Delta \mathbf{P}_\mathcal{L}^{cal}$, donde $\Delta \mathbf{P}_\mathcal{L}^{cal} = [\Delta \mathbf{P}_l^{sr} \ \Delta \mathbf{P}_l^{rs}]^T$. En este caso, $\Delta \mathbf{P}_l^{sr}$ (resp. $\Delta \mathbf{P}_l^{rs}$) es el vector de los cambios en las potencias activas de rama en los nodos de envío (resp. nodos de recepción) de las líneas de transmisión. Del concepto de derivada total [Simon y Blume, 1994], el cambio calculado de la potencia activa de rama que fluye desde el nodo de envío (s) al nodo de recepción (r) de la i -ésima línea, $P_{li}^{sr}(\cdot)$, con respecto a todas las reactancias primitivas serie está dado por (4.22). En este caso, $\partial P_{li}^{sr}(\cdot)/\partial \beta_j \ \forall j = 1, \dots, L$ es la sensibilidad de $P_{li}^{sr}(\cdot)$ con respecto a la j -ésima reactancia primitiva serie.

$$\Delta P_{li}^{sr} = \frac{\partial P_{li}^{sr}(\cdot)}{\partial \beta_1} \Delta \beta_1 + \frac{\partial P_{li}^{sr}(\cdot)}{\partial \beta_2} \Delta \beta_2 + \dots + \frac{\partial P_{li}^{sr}(\cdot)}{\partial \beta_L} \Delta \beta_L \quad (4.22)$$

Considerando $\Delta P_{li}^{sr} \ \forall i = 1, \dots, L$, los cambios de potencia activa en todas las líneas del sistema pueden ser expresados por (4.23), donde $\mathbf{S}_\beta^{\mathbf{P}^{sr}}$ es la matriz de sensibilidades de los cambios en potencia activa en los nodos de envío de todas las líneas de transmisión con respecto a todas las reactancias primitivas serie. Esta misma ecuación es escrita en notación vectorial en (4.24).

$$\begin{bmatrix} \Delta P_{l_1}^{sr,cal} \\ \Delta P_{l_2}^{sr,cal} \\ \vdots \\ \Delta P_{l_L}^{sr,cal} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial P_{l_1}^{sr}(\cdot)}{\partial \beta_1} & \frac{\partial P_{l_1}^{sr}(\cdot)}{\partial \beta_2} & \cdots & \frac{\partial P_{l_1}^{sr}(\cdot)}{\partial \beta_L} \\ \frac{\partial P_{l_2}^{sr}(\cdot)}{\partial \beta_1} & \frac{\partial P_{l_2}^{sr}(\cdot)}{\partial \beta_2} & \cdots & \frac{\partial P_{l_2}^{sr}(\cdot)}{\partial \beta_L} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial P_{l_L}^{sr}(\cdot)}{\partial \beta_1} & \frac{\partial P_{l_L}^{sr}(\cdot)}{\partial \beta_2} & \cdots & \frac{\partial P_{l_L}^{sr}(\cdot)}{\partial \beta_L} \end{bmatrix}}_{\mathbf{S}_{\beta}^{P_{l_i}^{sr}}} \begin{bmatrix} \Delta \beta_1 \\ \Delta \beta_2 \\ \vdots \\ \Delta \beta_L \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

$$\Delta \mathbf{P}_l^{sr} = \mathbf{S}_{\beta_1}^{P_{l_1}^{sr}} \cdot \Delta \beta_1 + \mathbf{S}_{\beta_2}^{P_{l_2}^{sr}} \cdot \Delta \beta_2 + \cdots + \mathbf{S}_{\beta_L}^{P_{l_L}^{sr}} \cdot \Delta \beta_L \quad (4.24)$$

Los elementos de la matriz $\mathbf{S}_{\beta}^{P_{l_i}^{sr}}$ son calculados considerando que $P_{l_i}^{sr}(\cdot)$ depende de los valores de voltajes nodales y parámetros de líneas:

$P_{l_i}^{sr}(\cdot) = P_{l_i}^{sr}(\boldsymbol{\theta}(\cdot), \mathbf{V}(\cdot), \boldsymbol{\beta})$. Por lo tanto la sensibilidad $S_{\beta_j}^{P_{l_i}^{sr}} = \partial P_{l_i}^{sr}(\cdot) / \partial \beta_j$ se obtiene aplicando la regla de la cadena, lo que resulta en (4.25), y corresponde al elemento (i, j) de la matriz de sensibilidad $\mathbf{S}_{\beta}^{P_{l_i}^{sr}}$. Nótese que el último término en el lado derecho de (4.25) es diferente de cero solo si $k = j$ y $j = l_i$, de tal manera que dicha ecuación puede reescribirse como se muestra en (4.26).

$$S_{\beta_j}^{P_{l_i}^{sr}} = \sum_{k=1}^N \frac{\partial P_{l_i}^{sr}(\cdot)}{\partial \theta_k} \frac{\partial \theta_k}{\partial \beta_j} + \sum_{k=1}^N \frac{\partial P_{l_i}^{sr}(\cdot)}{\partial V_k} \frac{\partial V_k}{\partial \beta_j} + \sum_{k=1}^L \frac{\partial P_{l_i}^{sr}(\cdot)}{\partial \beta_k} \frac{\partial \beta_k}{\partial \beta_j} \quad (4.25)$$

$$S_{\beta_j}^{P_{l_i}^{sr}} = \sum_{k=1}^N \frac{\partial P_{l_i}^{sr}(\cdot)}{\partial \theta_k} \frac{\partial \theta_k}{\partial \beta_j} + \sum_{k=1}^N \frac{\partial P_{l_i}^{sr}(\cdot)}{\partial V_k} \frac{\partial V_k}{\partial \beta_j} + \frac{\partial P_{l_i}^{sr}(\cdot)}{\partial \beta_j} \quad (4.26)$$

La generalización de (4.26) $\forall i = 1, \dots, L$ y $\forall j = 1, \dots, L$ es expresada en notación matricial por (4.27), donde $\mathbf{S}_{\beta}^{\theta}$ y \mathbf{S}_{β}^V son calculados como se reporta en la sección anterior; mientras que $\mathbf{S}_{\theta}^{P_{l_i}^{sr}}$, $\mathbf{S}_{V}^{P_{l_i}^{sr}}$ y $\text{diag}(\mathbf{S}_{\beta}^{P_{l_i}^{sr}})$ están dados por (4.28) y (4.29), respectivamente.

$$\mathbf{S}_{\beta}^{P_{l_i}^{sr}} = \mathbf{S}_{\theta}^{P_{l_i}^{sr}} \mathbf{S}_{\beta}^{\theta} + \mathbf{S}_{V}^{P_{l_i}^{sr}} \mathbf{S}_{\beta}^V + \text{diag}(\mathbf{S}_{\beta}^{P_{l_i}^{sr}}) \quad (4.27)$$

$$\mathbf{S}_\theta^{P_l^{sr}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{l_1}^{sr}(\cdot)}{\partial \theta_1} & \cdots & \frac{\partial P_{l_1}^{sr}(\cdot)}{\partial \theta_N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial P_{l_L}^{sr}(\cdot)}{\partial \theta_1} & \cdots & \frac{\partial P_{l_L}^{sr}(\cdot)}{\partial \theta_N} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S}_V^{P_l^{sr}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{l_1}^{sr}(\cdot)}{\partial V_1} & \cdots & \frac{\partial P_{l_1}^{sr}(\cdot)}{\partial V_N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial P_{l_L}^{sr}(\cdot)}{\partial V_1} & \cdots & \frac{\partial P_{l_L}^{sr}(\cdot)}{\partial V_N} \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

$$\text{diag}(\mathbf{S}_\beta^{P_l^{sr}}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{l_1}^{sr}(\cdot)}{\partial \beta_1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \frac{\partial P_{l_L}^{sr}(\cdot)}{\partial \beta_L} \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

Basándose en un análisis similar, la matriz de sensibilidad para la potencia activa de rama en los nodos de recepción de líneas de transmisión se obtiene intercambiando el superíndice sr por rs en (4.27), lo que resulta en (4.30).

$$\mathbf{S}_\beta^{P_l^{rs}} = \mathbf{S}_\theta^{P_l^{rs}} \mathbf{S}_\beta^\theta + \mathbf{S}_V^{P_l^{rs}} \mathbf{S}_\beta^V + \text{diag}(\mathbf{S}_\beta^{P_l^{rs}}) \quad (4.30)$$

4.4.3. Cálculo de $\Delta \chi_{obs}^{cal}$

El vector de cambios calculados en los valores de variables asociadas a los nodos observables del sistema, $\Delta \chi_{obs}^{cal}$, está conformado por los cambios en ángulos de voltaje nodal $\Delta \theta_{obs}^{cal}$ y en potencia activa en líneas de transmisión $\Delta \mathbf{P}_L^{cal,obs}$. Los cambios en ángulos de voltaje nodal $\Delta \theta_{obs}^{cal}$ se obtienen multiplicando ambos lados de (4.9) por la matriz de correlación \mathbf{K}_θ , tal como se muestra en (4.31). Nótese que \mathbf{K}_θ es una matriz binaria de dimensión $[M \times N]$ con valores unitarios sólo en aquellos elementos (m, n) asociados a los nodos que cuentan con PMUs.

De igual manera, $\Delta \mathbf{P}_L^{cal,obs}$ está conformado por los vectores $\Delta \mathbf{P}_l^{sr,obs}$ y $\Delta \mathbf{P}_l^{rs,obs}$. El primer vector se obtiene multiplicando ambos lados de (4.24) por \mathbf{K}_{P_l} , tal como se muestra en (4.32). En este caso, la matriz de correlación \mathbf{K}_{P_l} de dimensión $[L \times M]$ también está llena de ceros, excepto aquellas entradas (l, m) que están relacionadas con las terminales de las líneas que tienen mediciones de corriente por PMUs. Con un planteamiento similar, se obtiene el vector $\Delta \mathbf{P}_l^{rs,obs}$ al simplemente cambiar el superíndice sr por rs en (4.32).

$$\begin{aligned}\Delta\theta_{obs}^{cal} &= \mathbf{K}_{\theta} \cdot \Delta\theta^{cal} \\ &= \mathbf{K}_{\theta} \cdot \mathbf{S}_{\beta_1}^{\theta} \cdot \Delta\beta_1 + \mathbf{K}_{\theta} \cdot \mathbf{S}_{\beta_2}^{\theta} \cdot \Delta\beta_2 + \cdots + \mathbf{K}_{\theta} \cdot \mathbf{S}_{\beta_L}^{\theta} \cdot \Delta\beta_L\end{aligned}\quad (4.31)$$

$$\begin{aligned}\Delta P_l^{sr,obs} &= \mathbf{K}_{P_l} \cdot \Delta P_l^{sr} \\ &= \mathbf{K}_{P_l} \cdot \mathbf{S}_{\beta_1}^{P_l^{sr}} \cdot \Delta\beta_1 + \mathbf{K}_{P_l} \cdot \mathbf{S}_{\beta_2}^{P_l^{sr}} \cdot \Delta\beta_2 + \cdots + \mathbf{K}_{P_l} \cdot \mathbf{S}_{\beta_L}^{P_l^{sr}} \cdot \Delta\beta_L\end{aligned}\quad (4.32)$$

Finalmente, el vector $\Delta\chi_{obs}^{cal}$ es constituido por la concatenación de los elementos previamente calculados $\Delta\theta_{obs}^{cal}$ y $\Delta P_{\mathcal{L}}^{cal,obs}$, tal y como se muestra en (4.33).

$$\begin{aligned}\Delta\chi_{obs}^{cal} &= \begin{bmatrix} \Delta\theta_{obs}^{cal} \\ \Delta P_{\mathcal{L}}^{cal,obs} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{\theta} \cdot \mathbf{S}_{\beta_1}^{\theta} \\ \mathbf{K}_{P_l} \cdot \mathbf{S}_{\beta_1}^{P_l^{cal}} \end{bmatrix} \cdot \Delta\beta_1 + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{\theta} \cdot \mathbf{S}_{\beta_2}^{\theta} \\ \mathbf{K}_{P_l} \cdot \mathbf{S}_{\beta_2}^{P_l^{cal}} \end{bmatrix} \cdot \Delta\beta_2 \\ &\quad + \cdots + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{\theta} \cdot \mathbf{S}_{\beta_L}^{\theta} \\ \mathbf{K}_{P_l} \cdot \mathbf{S}_{\beta_L}^{P_l^{cal}} \end{bmatrix} \cdot \Delta\beta_L\end{aligned}\quad (4.33)$$

Puesto que la magnitud del vector $\Delta\chi_{obs}^{cal}$ para el cálculo del coeficiente *CSC* no es importante debido a que dicho vector se normaliza, la magnitud de los elementos $\Delta\beta_k$ puede considerarse como $\Delta\beta_k = \beta_k$. De tal manera, la ecuación (4.33) puede ser reescrita como se indica en (4.34). El razonamiento anterior también se explica en el contexto de que lo importante es encontrar el vector $\Delta\chi_{obs}^{cal}$ que sea más colineal a $\Delta\chi_{obs}$, tal que la magnitud normalizada del vector $\Delta\chi_{obs}^{cal}$ no es importante.

$$\Delta\chi_{obs}^{cal} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{\theta} \cdot \mathbf{S}_{\beta_1}^{\theta} \\ \mathbf{K}_{P_l} \cdot \mathbf{S}_{\beta_1}^{P_l^{cal}} \end{bmatrix} \cdot \beta_1 + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{\theta} \cdot \mathbf{S}_{\beta_2}^{\theta} \\ \mathbf{K}_{P_l} \cdot \mathbf{S}_{\beta_2}^{P_l^{cal}} \end{bmatrix} \cdot \beta_2 + \cdots + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{\theta} \cdot \mathbf{S}_{\beta_L}^{\theta} \\ \mathbf{K}_{P_l} \cdot \mathbf{S}_{\beta_L}^{P_l^{cal}} \end{bmatrix} \cdot \beta_L\quad (4.34)$$

4.5. Procedimiento del Algoritmo Propuesto

En esta sección se describe el algoritmo propuesto para evaluar la ubicación más probable de un corte de línea simple, doble o triple dado un conjunto de mediciones PMUs. La metodología se basa en la información de fasores de voltaje y corriente obtenidos a través de las unidades de medición fasorial. El hecho de utilizar fasores de corriente para la evaluación de cortes de líneas implica que se pueden determinar directamente posibles fallas que pudieron haber ocurrido en el sistema. Es decir, si ocurre un corte de línea en un elemento que está siendo directamente monitoreado por un PMU, la falla se detecta inmediatamente y problema se vuelve trivial. Es por esto que aparte del conjunto de líneas en el sistema $\mathcal{L} = \{l_1, l_2, \dots, l_L\}$ se definen subconjuntos de este. Primeramente se define el conjunto de líneas observables $\mathcal{L}^{obs} = \{l_1^{obs}, l_2^{obs}, \dots, l_{L^{obs}}^{obs}\}$ en el sistema por medio de mediciones de fasores de corriente, donde L^{obs} es el número de líneas que pertenecen a este conjunto. Asimismo, se define el conjunto de líneas no observables $\mathcal{L}^u = \{l_1^u, l_2^u, \dots, l_{L^u}^u\}$ por PMUs, donde L^u es el número de líneas que pertenecen a este conjunto.

4.5.1. Un Corte de Línea Simple

El problema en (4.2) cuando ξ corresponde a un corte de línea simple puede reescribirse como se muestra en (4.35), donde (l_1^*) es la línea más probable de haber salido de operación. En esta ecuación el espacio de búsqueda abarca el conjunto de todas las líneas del sistema \mathcal{L} ; sin embargo, se tiene el conjunto de líneas observadas \mathcal{L}^{obs} , por lo que el espacio de búsqueda se puede acotar a solo las líneas no observadas \mathcal{L}^u , tal y como se muestra en (4.36). Finalmente, el término $\Delta\chi_{obs}^{cal}(l_i)$ de esta ecuación se obtiene de (4.34) como se indica en (4.37).

$$(l_1^*) = \arg \max_{(l_i) \in \mathcal{L}} \{CSC(\Delta\chi_{obs}, \Delta\chi_{obs}^{cal}(l_i))\} \quad (4.35)$$

$$(l_1^*) = \arg \max_{(l_i) \in \mathcal{L}^u} \{CSC(\Delta\chi_{obs}, \Delta\chi_{obs}^{cal}(l_i))\} \quad (4.36)$$

$$\Delta\chi_{obs}^{cal}(l_i) = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_\theta \cdot \mathbf{S}_{\beta_i}^\theta \\ \mathbf{K}_{Pl} \cdot \mathbf{S}_{\beta_i}^{\mathbf{P}_{\mathcal{L}}^{cal}} \end{bmatrix} \cdot \beta_i \quad \forall l_i \in \mathcal{L}^u \quad (4.37)$$

4.5.2. Un Corte de Línea Doble

Cuando ξ corresponde a un corte de línea doble el problema en (4.2) puede reescribirse como se muestra en (4.38), donde (l_1^*, l_2^*) es el par líneas que más probablemente salieron de operación. En esta ecuación, el espacio de búsqueda abarca el conjunto de todas las combinaciones de líneas del sistema $\mathcal{L} \times \mathcal{L}$; sin embargo, al igual que en el caso anterior se tiene el conjunto de líneas observadas \mathcal{L}^{obs} , por lo que el espacio de búsqueda se puede acotar a solo la combinación de líneas no observadas $\mathcal{L}^u \times \mathcal{L}^u$, tal y como se define en (4.39). Finalmente, el término $\Delta\chi_{obs}^{cal}(l_i, l_j)$ se deriva directamente de (4.34) y es dado por (4.40).

$$(l_1^*, l_2^*) = \arg \max_{(l_i, l_j) \in \mathcal{L} \times \mathcal{L}} \left\{ CSC \left(\Delta\chi_{obs}, \Delta\chi_{obs}^{cal}(l_i, l_j) \right) \right\} \quad \forall l_i \neq l_j \quad (4.38)$$

$$(l_1^*, l_2^*) = \arg \max_{(l_i, l_j) \in \mathcal{L}^u \times \mathcal{L}^u} \left\{ CSC \left(\Delta\chi_{obs}, \Delta\chi_{obs}^{cal}(l_i, l_j) \right) \right\} \quad \forall l_i \neq l_j \quad (4.39)$$

$$\Delta\chi_{obs}^{cal}(l_i, l_j) = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_\theta \cdot \mathbf{S}_{\beta_i}^\theta \\ \mathbf{K}_{P_i} \cdot \mathbf{S}_{\beta_i}^{P^{cal}} \end{bmatrix} \cdot \beta_i + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_\theta \cdot \mathbf{S}_{\beta_j}^\theta \\ \mathbf{K}_{P_i} \cdot \mathbf{S}_{\beta_j}^{P^{cal}} \end{bmatrix} \cdot \beta_j, \quad \forall (l_i, l_j) \in \mathcal{L}^u \times \mathcal{L}^u \quad (4.40)$$

4.5.3. Un Corte de Línea Triple

El problema en (4.2) cuando ξ corresponde a un corte de línea triple puede reescribirse como se muestra en (4.41), donde (l_1^*, l_2^*, l_3^*) es la triada de líneas que más probablemente fueron desconectas del sistema. Al igual que en los casos anteriores, el espacio de búsqueda se puede acotar a solo la combinación de líneas no observadas $\mathcal{L}^u \times \mathcal{L}^u \times \mathcal{L}^u$ como se define en (4.42). Finalmente, el término $\Delta\chi_{obs}^{cal}(l_i, l_j, l_k)$ es dado por (4.43).

$$(l_1^*, l_2^*, l_3^*) = \arg \max_{(l_i, l_j, l_k) \in \mathcal{L} \times \mathcal{L} \times \mathcal{L}} \left\{ CSC \left(\Delta\chi_{obs}, \Delta\chi_{obs}^{cal}(l_i, l_j, l_k) \right) \right\} \quad \forall l_i \neq l_j \wedge l_i \neq l_k \wedge l_j \neq l_k \quad (4.41)$$

$$(l_1^*, l_2^*, l_3^*) = \arg \max_{(l_i, l_j, l_k) \in \mathcal{L}^u \times \mathcal{L}^u \times \mathcal{L}^u} \left\{ CSC \left(\Delta\chi_{obs}, \Delta\chi_{obs}^{cal}(l_i, l_j, l_k) \right) \right\} \quad \forall l_i \neq l_j \wedge l_i \neq l_k \wedge l_j \neq l_k \quad (4.42)$$

$$\begin{aligned} \Delta \mathcal{X}_{obs}^{cal}(l_i, l_j, l_k) = & \begin{bmatrix} \mathbf{K}_\theta \cdot \mathbf{S}_{\beta_i}^\theta \\ \mathbf{K}_{P_l} \cdot \mathbf{S}_{\beta_i}^{\mathcal{L}^{cal}} \end{bmatrix} \cdot \beta_i + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_\theta \cdot \mathbf{S}_{\beta_j}^\theta \\ \mathbf{K}_{P_l} \cdot \mathbf{S}_{\beta_j}^{\mathcal{L}^{cal}} \end{bmatrix} \cdot \beta_j \\ & + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_\theta \cdot \mathbf{S}_{\beta_k}^\theta \\ \mathbf{K}_{P_l} \cdot \mathbf{S}_{\beta_k}^{\mathcal{L}^{cal}} \end{bmatrix} \cdot \beta_k, \quad \forall (l_i, l_j, l_k) \in \mathcal{L}^u \times \mathcal{L}^u \times \mathcal{L}^u \end{aligned} \quad (4.43)$$

4.5.4. Reducción en el espacio de búsqueda

Utilizar el conjunto de líneas no observadas \mathcal{L}^u en lugar del conjunto de todas las líneas del sistema \mathcal{L} reduce el costo computacional para resolver (4.36), (4.39) y (4.42). Sin embargo, el número de posibles eventos que pudieron haber ocurrido para un corte de línea doble o triple es todavía muy grande en comparación con un corte de línea simple. Esto se debe a que el número de combinaciones de posibles eventos crece exponencialmente con respecto al número de n líneas falladas simultáneamente, tal y como lo describe la ecuación (4.44). De acuerdo con esta ecuación, el número de posibles eventos que deben revisarse para la falla simultánea de dos líneas es $\binom{L^u}{2} = \frac{(L^u)^2 - L^u}{2}$, mientras que para un corte de línea triple el número de posibles eventos es $\binom{L^u}{3} = \frac{(L^u)^3 - 3(L^u)^2 + 2L^u}{6}$.

$$\binom{L^u}{n} = \frac{L^u (L^u - 1) (L^u - 2) \dots (L^u - n + 1)}{n!} \quad (4.44)$$

Para resolver este problema se propone una evaluación de eventos por etapas, dicha propuesta se ilustra en la Fig. 4.2, la cual se explica a continuación. El enfoque es primero resolver el problema para un corte de línea simple (4.36), sin importar si el evento E^* que ha ocurrido es un corte de línea doble o triple (no se sabe que evento ha ocurrido), y como resultado se obtiene (l_1^*) . Después en lugar de resolver el problema de un corte de línea doble en (4.39), se propone resolver el problema en (4.45) con la información obtenida en el paso anterior, lo que dará como resultado (l_1^*, l_2^*) . Entonces, el número de eventos candidatos en la ecuación (4.45) será de $L^u - 1$ en lugar de $\binom{L^u}{2} = \frac{(L^u)^2 - L^u}{2}$. Finalmente, para un corte de línea triple se utiliza la información obtenida en el paso anterior en lugar de resolver (4.39); es decir, se propone solucionar la ecuación (4.46) para reducir el espacio de búsqueda

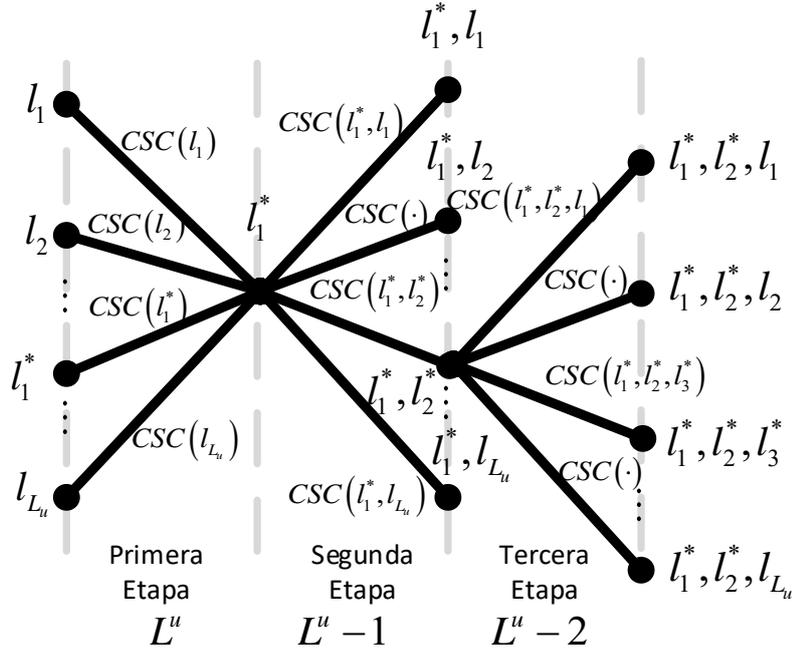


Figura 4.2: Ilustración de la búsqueda de un corte de línea múltiple por etapas.

de $\binom{L^u}{3} = \frac{(L^u)^3 - 3(L^u)^2 + 2L^u}{6}$ a $L^u - 2$, dando como resultado (l_1^*, l_2^*, l_3^*) . Por último, como no se sabe que tipo de evento a ocurrido en el sistema se elige como la solución más probable entre las soluciones $\{(l_1^*), (l_1^*, l_2^*), (l_1^*, l_2^*, l_3^*)\}$ a aquella que está asociada con el mayor coeficiente de similitud CSC .

$$(l_1^*, l_2^*) = \arg \max_{(l_1^*, l_j) \in l_1^* \times \mathcal{L}^u \setminus l_1^*} \{CSC(\Delta \chi_{obs}, \Delta \chi_{obs}^{cal}(l_1^*, l_j))\} \quad (4.45)$$

$$(l_1^*, l_2^*, l_3^*) = \arg \max_{(l_1^*, l_2^*, l_k) \in l_1^* \times l_2^* \times \mathcal{L}^u \setminus (l_1^*, l_2^*)} \{CSC(\Delta \chi_{obs}, \Delta \chi_{obs}^{cal}(l_1^*, l_2^*, l_k))\} \quad (4.46)$$

La siguiente tabla muestra el procedimiento general para la ubicación de un corte de línea múltiple de acuerdo con la metodología descrita en la presente sección.

En la Fig. 4.3 se muestra un diagrama de flujo que describe el algoritmo para la localización de múltiples cortes de línea.

Algoritmo para la ubicación de múltiples cortes simultáneos de líneas.

- 1: Comienza el Algoritmo.
 - 2: Usando las mediciones de fasores de voltaje en pre-falla \mathbf{V}_{obs}^{pre} y post-falla \mathbf{V}_{obs}^{post} junto con los fasores de corriente en las terminales de las líneas observadas en pre-falla $\mathbf{I}_{l,obs}^{pre}$ y post-falla $\mathbf{I}_{l,obs}^{post}$, se calculan las potencias activas en las terminales de cada línea observada usando (4.5). El resultado serán los vectores $\mathbf{P}_{l,pre}^{obs}$ y $\mathbf{P}_{l,post}^{obs}$.
 - 3: Con las mediciones \mathbf{V}_{obs}^{pre} y \mathbf{V}_{obs}^{post} calcular $\Delta\boldsymbol{\theta}^{obs}$ utilizando (4.3). Asimismo, con los vectores $\mathbf{P}_{l,pre}^{obs}$ y $\mathbf{P}_{l,post}^{obs}$ calcular $\Delta\mathbf{P}_l^{obs}$ con la ecuación (4.4).
 - 4: Obtener $\Delta\boldsymbol{\chi}_{obs}$ concatenando $\Delta\boldsymbol{\theta}_{obs}$ y $\Delta\mathbf{P}_l^{obs}$ como se muestra en (4.6).
 - 5: Para este paso existen tres posibilidades en función a los diferentes cortes de líneas que pudieron haber ocurrido dentro del conjunto las líneas observadas \mathcal{L}^{obs} o no observadas \mathcal{L}^u . Dichos casos se clasifican de la siguiente manera:

Caso I No se detectó ningún corte de línea en el conjunto \mathcal{L}^{obs} de líneas observadas directamente por PMUs. Continuar en el paso 5.a.

Caso II Se detectó un corte en la i -ésima línea en el conjunto de líneas observadas $l_i \in \mathcal{L}^{obs}$. Fijar $l_1^* = l_i$ y calcular el coeficiente de similaridad de $CSC(\Delta\boldsymbol{\chi}_{obs}, \Delta\boldsymbol{\chi}_{obs}^{cal}(l_1^*))$. Continuar en el paso 5.b.

Caso III Se detectaron dos cortes de líneas en la i -ésima y j -ésima líneas pertenecientes al conjunto de líneas observadas $(l_i, l_j) \in \mathcal{L}^{obs}$. La posibilidad de un corte de línea se descarta, por lo que $CSC(\Delta\boldsymbol{\chi}_{obs}, \Delta\boldsymbol{\chi}_{obs}^{cal}(l_1^*)) = 0$. Después, fijar $(l_1^*, l_2^*) = (l_i, l_j)$ y calcular el coeficiente de similaridad para este caso $CSC(\Delta\boldsymbol{\chi}_{obs}, \Delta\boldsymbol{\chi}_{obs}^{cal}(l_1^*, l_2^*))$. Continuar en el paso 5.c.

 - a Con las ecuaciones (4.1) y (4.37) calcular el coeficiente de similaridad $CSC(\Delta\boldsymbol{\chi}_{obs}, \Delta\boldsymbol{\chi}_{obs}^{cal}(l_i)) \forall l_i \in \mathcal{L}^u$. Después, seleccionar la línea (l_1^*) que está asociada al mayor coeficiente de similaridad, lo que resuelve (4.36).
 - b Con las ecuaciones (4.1) y (4.40) calcular el coeficiente de similaridad $CSC(\Delta\boldsymbol{\chi}_{obs}, \Delta\boldsymbol{\chi}_{obs}^{cal}(l_1^*, l_j)) \forall l_1^* \times \mathcal{L}^u \setminus l_1^*$. Después, seleccionar el par de líneas (l_1^*, l_2^*) asociadas con el mayor coeficiente de similaridad, lo que resuelve (4.45).
 - c Con las ecuaciones (4.1) y (4.43) calcular el coeficiente de similaridad $CSC(\Delta\boldsymbol{\chi}_{obs}, \Delta\boldsymbol{\chi}_{obs}^{cal}(l_1^*, l_2^*, l_k)) \forall l_1^* \times l_2^* \times \mathcal{L}^u \setminus (l_1^*, l_2^*)$. Después, seleccionar la triada de líneas (l_1^*, l_2^*, l_3^*) asociadas con el mayor coeficiente de similaridad, lo que resuelve (4.46).
 - 6: Determinar cuál fue el evento más probable de haber ocurrido escogiendo del conjunto de soluciones $\{(l_1^*), (l_1^*, l_2^*), (l_1^*, l_2^*, l_3^*)\}$ aquel que esté asociado con el mayor coeficiente de similaridad CSC .
 - 7: Termina el Algoritmo.
-

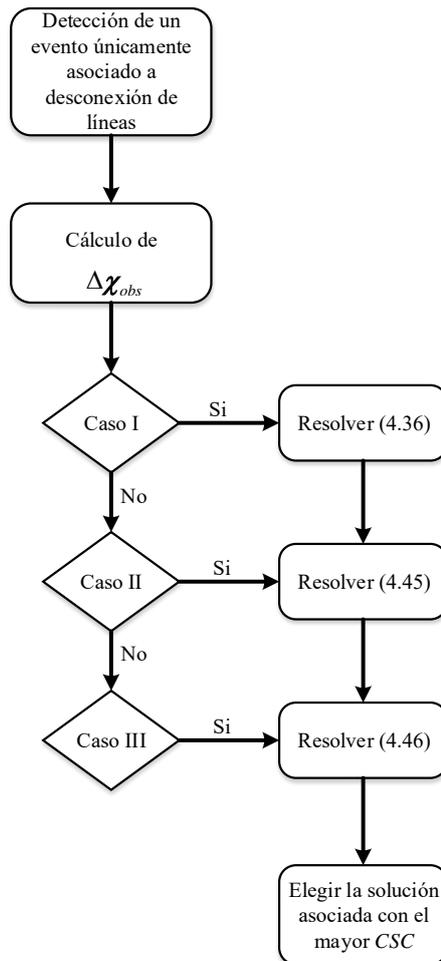


Figura 4.3: Diagrama de flujo del algoritmo de localización de múltiples cortes de línea.

4.6. Ejemplos Ilustrativos

4.6.1. Corte de Línea Simple para el sistema de 9 nodos

En este ejemplo se utiliza el sistema de 9 nodos de MATPOWER [Zimmerman *et al.*, 2011] que se muestra en la Fig. 2.4. Se suponen PMUs instalados en los nodos 1, 2 y 3 con mediciones de corrientes en las terminales de las líneas 1-4, 2-8 y 3-6. Entonces el conjunto de líneas observables es $\mathcal{L}^{obs} = \{l_1, l_4, l_6\}$, mientras que el conjunto de líneas no observadas es $\mathcal{L}^u = \{l_2, l_3, l_5, l_7, l_8, l_9\}$. Se simula un corte en la línea l_5 conectada en los nodos 6-7; mientras que las "mediciones" son obtenidas por medio de dos estudios de flujos de potencia de CA para los estados de pre- y post-contingencia. Las mediciones de fasores de voltaje se muestran en (4.47), mientras que las mediciones de fasores de corriente se muestran en (4.48). Además las matrices de correlación \mathbf{K}_θ y \mathbf{K}_{P_i} se muestran en (4.49) y (4.50) respectivamente.

Finalmente, se supone que se conocen las matrices de sensibilidades \mathbf{S}_β^θ y $\mathbf{S}_\beta^{P_i^{sr}}$ que se muestran en las Tablas (A.1) y (A.2) del Apéndice A. Nótese que solo se consideran las sensibilidades de potencia activa en las terminales de los nodos de envío $\mathbf{S}_\beta^{P_i^{rs}}$.

$$\mathbf{V}_{obs}^{pre} = \begin{bmatrix} 1/0^\circ \\ 1/9.6687^\circ \\ 1/4.7711^\circ \end{bmatrix} \quad (4.47)$$

$$\mathbf{V}_{obs}^{post} = \begin{bmatrix} 1/0^\circ \\ 1/-2.0883^\circ \\ 1/-2.5568^\circ \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{I}_{l,obs}^{pre} = \begin{bmatrix} 0.7587/-18.4952^\circ \\ 0.8508/7.2293^\circ \\ 1.6364/-175.4008^\circ \end{bmatrix} \quad (4.48)$$

$$\mathbf{I}_{l,obs}^{post} = \begin{bmatrix} 0.7772/-1.7977^\circ \\ 0.8572/-9.9641^\circ \\ 1.8111/152.0688^\circ \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_\theta = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.49)$$

$$\mathbf{K}_{P_i} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.50)$$

Paso 1.- Comienza el Algoritmo.

Paso 2.- Usando las mediciones de fasores de voltaje en pre-falla \mathbf{V}_{obs}^{pre} y post-falla \mathbf{V}_{obs}^{post} (4.47) junto con los fasores de corriente en las terminales de las líneas observadas en pre-falla $\mathbf{I}_{l,obs}^{pre}$ y post-falla $\mathbf{I}_{l,obs}^{post}$ (4.48), se calculan las potencias activas en las terminales de cada línea observada usando (4.5). El resultado son los vectores

$\mathbf{P}_{l,pre}^{obs}$ y $\mathbf{P}_{l,post}^{obs}$ dados por (4.51).

$$\mathbf{P}_{l,obs}^{pre} = \begin{bmatrix} 0.7195 \\ 0.8500 \\ -1.6300 \end{bmatrix} \quad (4.51)$$

$$\mathbf{P}_{l,obs}^{post} = \begin{bmatrix} 0.7768 \\ 0.8500 \\ -1.6300 \end{bmatrix}$$

Paso 3.- Con las mediciones \mathbf{V}_{obs}^{pre} y \mathbf{V}_{obs}^{post} se calcula $\Delta\boldsymbol{\theta}^{obs}$ por medio de (4.3), lo que resulta en (4.52). De manera similar, los vectores $\mathbf{P}_{l,pre}^{obs}$ y $\mathbf{P}_{l,post}^{obs}$ son utilizados para calcular $\Delta\mathbf{P}_l^{obs}$ con la ecuación (4.4), lo que da como resultado (4.53).

$$\Delta\boldsymbol{\theta}_{obs} = \begin{bmatrix} 0^\circ \\ -11.7571^\circ \\ -7.3279^\circ \end{bmatrix} \quad (4.52)$$

$$\Delta\mathbf{P}_l^{obs} = \begin{bmatrix} 0.0573 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.53)$$

Paso 4.- Se obtiene $\Delta\boldsymbol{\chi}_{obs}$ concatenando $\Delta\boldsymbol{\theta}^{obs}$ y $\Delta\mathbf{P}_l^{obs}$, tal como se muestra en (4.54). Nótese que las diferencias angulares se han convertido a radianes.

$$\Delta\boldsymbol{\chi}_{obs} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.2052 \\ -0.1279 \\ 0.0573 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.54)$$

Paso 5.- Para este paso existen tres posibilidades en función a los diferentes cortes de líneas que pudieron haber ocurrido dentro del conjunto las líneas observadas \mathcal{L}^{obs} o no observadas \mathcal{L}^u . En este caso no se detecto ningún corte de línea en el

conjunto de líneas observadas, por lo tanto se prosigue con el paso 5.a:

Paso 5.a.- Con las ecuaciones (4.1) y (4.37) se calculan los coeficientes de similitud $CSC(\Delta\mathbf{x}_{obs}, \Delta\mathbf{x}_{obs}^{cal}(l_i)) \forall l_i \in \mathcal{L}^u$, los cuales se muestran en la Tabla 4.1. Con base a lo anterior, se selecciona la línea que está asociada al mayor coeficiente de similitud, la cual corresponde a $(l_1^*) = l_5$. En esta misma tabla también se muestra el NAD obtenido mediante la aplicación del algoritmo propuesto en [Tate y Overbye, 2008]. Nótese que ese algoritmo da como resultado dos líneas con el mismo NAD , por lo tanto hay un problema de ambigüedad.

Tabla 4.1: Resultados para un corte de línea en el sistema de MATPOWER

| l_i | CSC | NAD Tate |
|---------|---------|----------|
| l_2 | -0.3616 | 0.4777 |
| l_3 | 0.2489 | 0.4777 |
| l_5^* | 0.9698 | 1.2686 |
| l_6 | -0.9367 | 1.2686 |
| l_8 | -0.1906 | 0.015 |
| l_9 | 0.1303 | 0.015 |

* Línea con el mayor CSC .

Paso 5.b.- Con las ecuaciones (4.1) y (4.40) se calcula el coeficiente de similitud $CSC(\Delta\mathbf{x}_{obs}, \Delta\mathbf{x}_{obs}^{cal}(l_1^*, l_j)) \forall l_1^* \times \mathcal{L}^u \setminus l_1^*$, el resultado se muestra en la Tabla 4.2. Con base a estos resultados se selecciona el par de líneas asociadas con el mayor coeficiente de similitud, lo que resuelve (4.45). En este caso $(l_1^*, l_2^*) = (l_9, l_8)$.

Tabla 4.2: Resultados para un corte de dos líneas en el sistema de MATPOWER

| l_1^* | l_j | CSC |
|---------|---------|---------|
| l_5 | l_2 | 0.2949 |
| l_5 | l_3 | 0.3513 |
| l_5 | l_6 | -0.8279 |
| l_5 | l_8 | -0.1042 |
| l_5 | l_9^* | 0.8589 |

* Líneas con el mayor CSC .

Paso 5.c.- Con las ecuaciones (4.1) y (4.43) calcular el coeficiente de similitud $CSC(\Delta\mathbf{x}_{obs}, \Delta\mathbf{x}_{obs}^{cal}(l_1^*, l_2^*, l_k)) \forall l_1^* \times l_2^* \times \mathcal{L}^u \setminus (l_1^*, l_2^*)$, el resultado se muestra en la Tabla 4.3. Después, seleccionar la triada de líneas asociadas con el mayor coeficiente de similitud, en este caso $(l_1^*, l_2^*, l_3^*) = (l_5, l_9, l_3)$.

Paso 6.- Para determinar cual fue el evento de falla ocurrido en el sistema se selecciona el mayor coeficiente de similitud CSC del conjunto de soluciones $\{(l_1^*), (l_1^*, l_2^*), (l_1^*, l_2^*, l_3^*)\}$. En este caso el evento con el mayor CSC es el asociado

Tabla 4.3: Resultados para un corte de tres líneas en el sistema de MATPOWER

| l_1^* | l_2^* | l_k | CSC |
|---------|---------|---------|---------|
| l_5 | l_9 | l_2 | 0.2320 |
| l_5 | l_9 | l_3^* | 0.4006 |
| l_5 | l_9 | l_6 | -0.9128 |
| l_5 | l_9 | l_8 | -0.1013 |

* Líneas con el mayor CSC.

con un corte de línea simple ($l_1^* = l_5$) con un valor de 0.9698, por lo tanto es el evento más probable de haber ocurrido, tal y como se esperaba.

Paso 7.- Termina el Algoritmo.

4.6.2. Corte de Línea Triple para el sistema de 14 nodos

En este ejemplo se utiliza el sistema IEEE de 14 nodos mostrado en la Fig. 4.4 y cuyos datos paramétricos son obtenidos de [Zimmerman *et al.*, 2011]. La asociación entre el número de líneas de transmisión y los nodos a los cuales está conectada cada una de estas líneas es mostrada en la Tabla 4.4. Se asume que se tienen PMUs instalados en los nodos 2, 6 y 9 con mediciones de fasores de corriente en las terminales de las líneas 3, 5, 10, 12, 15 y 17. Entonces el conjunto de líneas observables es $\mathcal{L}^{obs} = \{l_3, l_5, l_{10}, l_{12}, l_{15}, l_{17}\}$, mientras que el conjunto de líneas no observadas es $\mathcal{L}^u = \{l_1, l_2, l_4, l_6, l_7, l_8, l_9, l_{11}, l_{13}, l_{14}, l_{16}, l_{18}, l_{19}, l_{20}\}$. Se simula un corte de línea triple en l_2, l_9 y l_{11} . Con base a dos estudios de flujos de potencia de CA, correspondientes a los estados de pre- y post-contingencia, se obtienen las mediciones de fasores de voltaje y de corriente dados en (4.55) y (4.56). Asimismo, las matrices de correlación \mathbf{K}_θ y \mathbf{K}_{P_i} se muestran en (4.57) y (4.58), respectivamente. Finalmente se supone que se conocen las matrices de sensibilidades \mathbf{S}_β^θ y $\mathbf{S}_\beta^{P_i^{sr}}$ que se muestran en las Tablas (A.3) y (A.4) del Apéndice A. Nótese que solo se consideran las sensibilidades de potencia activa en las terminales de los nodos de envío $\mathbf{S}_\beta^{P_i^{rs}}$.

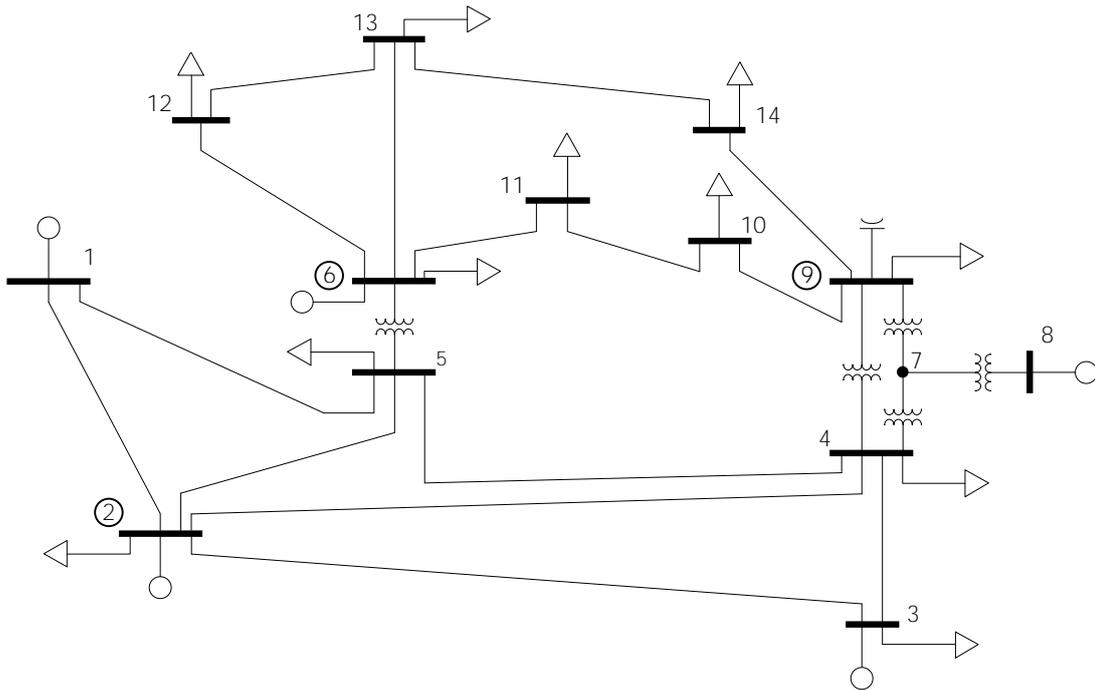


Figura 4.4: Sistema de 14 nodos.

$$\mathbf{V}_{obs}^{pre} = \begin{bmatrix} 1.0450 / -4.9826^\circ \\ 1.0700 / -14.2209^\circ \\ 1.0559 / -14.9385^\circ \end{bmatrix} \quad (4.55)$$

$$\mathbf{V}_{obs}^{post} = \begin{bmatrix} 1.0450 / -7.7260^\circ \\ 1.0700 / -20.3996^\circ \\ 1.0411 / -23.4341^\circ \end{bmatrix}$$

Tabla 4.4: Líneas del sistema de 14 nodos.

| Línea | Del Nodo | Al Nodo |
|-------|----------|---------|
| 1 | 1 | 2 |
| 2 | 1 | 5 |
| 3* | 2 | 3 |
| 4 | 2 | 4 |
| 5* | 2 | 5 |
| 6 | 3 | 4 |
| 7 | 4 | 5 |
| 8 | 4 | 7 |
| 9 | 4 | 9 |
| 10* | 5 | 6 |
| 11 | 6 | 11 |
| 12* | 6 | 12 |
| 13 | 6 | 13 |
| 14 | 7 | 8 |
| 15* | 7 | 9 |
| 16 | 9 | 10 |
| 17* | 9 | 14 |
| 18 | 10 | 11 |
| 19 | 12 | 13 |
| 20 | 13 | 14 |

* Líneas observables con mediciones de fasores de corriente.

$$\mathbf{I}_{l,obs}^{pre} = \begin{bmatrix} 0.6807/4.3697^\circ \\ 0.3893/11.0819^\circ \\ 0.4277/-11.9730^\circ \\ 0.0686/10.2535^\circ \\ 0.2836/-14.8009^\circ \\ 0.0872/8.7375^\circ \end{bmatrix} \quad (4.56)$$

$$\mathbf{I}_{l,obs}^{post} = \begin{bmatrix} 0.7968/1.2784^\circ \\ 0.7133/6.9686^\circ \\ 0.4186/-17.7258^\circ \\ 0.0802/4.4673^\circ \\ 0.4582/-22.3406^\circ \\ 0.0346/1.0979^\circ \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_\theta = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.57)$$

$$\mathbf{K}_{\mathbf{P}_l} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.58)$$

Paso 1.- Comienza el Algoritmo.

Paso 2.- Con base a los fasores \mathbf{V}_{obs}^{pre} , \mathbf{V}_{obs}^{post} , $\mathbf{I}_{l,obs}^{pre}$ y $\mathbf{I}_{l,obs}^{post}$, dados en (4.55) y (4.56) respectivamente, se obtienen los vectores $\mathbf{P}_{l,pre}^{obs}$ y $\mathbf{P}_{l,post}^{obs}$ mostrados en (4.59).

$$\mathbf{P}_{l,obs}^{pre} = \begin{bmatrix} 0.6716 \\ 0.3740 \\ 0.4272 \\ 0.0621 \\ 0.2836 \\ 0.0794 \end{bmatrix} \quad (4.59)$$

$$\mathbf{P}_{l,obs}^{post} = \begin{bmatrix} 0.7876 \\ 0.6910 \\ 0.4181 \\ 0.0727 \\ 0.4581 \\ 0.0314 \end{bmatrix}$$

Paso 3.- Con \mathbf{V}_{obs}^{pre} y \mathbf{V}_{obs}^{post} se calcula el vector $\Delta\theta^{obs}$ dado en (4.60). Adicionalmente, con $\mathbf{P}_{l,pre}^{obs}$ y $\mathbf{P}_{l,post}^{obs}$ se obtiene el vector $\Delta\mathbf{P}_l^{obs}$ mostrado en (4.61).

$$\Delta\boldsymbol{\theta}_{obs} = \begin{bmatrix} -2.4125^\circ \\ -5.6915^\circ \\ -8.0901^\circ \end{bmatrix} \quad (4.60)$$

$$\Delta\mathbf{P}_l^{obs} = \begin{bmatrix} 0.1197 \\ 0.3414 \\ -0.0091 \\ 0.0129 \\ 0.1746 \\ -0.0582 \end{bmatrix} \quad (4.61)$$

Paso 4.- Se obtiene el vector $\Delta\boldsymbol{\chi}_{obs}$ concatenando $\Delta\boldsymbol{\theta}_{obs}$ y $\Delta\mathbf{P}_l^{obs}$, lo que resulta en (4.62). Nótese que las diferencias angulares se han convertido a radianes.

$$\Delta\boldsymbol{\chi}_{obs} = \begin{bmatrix} -0.0421 \\ -0.0993 \\ -0.1412 \\ 0.1197 \\ 0.3414 \\ -0.0091 \\ 0.0129 \\ 0.1746 \\ -0.0582 \end{bmatrix} \quad (4.62)$$

Paso 5.- En este caso no se detectó ningún corte de línea en el conjunto de líneas observadas, por lo tanto se prosigue con el paso 5.a:

Paso 5.a.- Con las ecuaciones (4.1) y (4.37) se calculan los coeficientes de similitud $CSC(\Delta\boldsymbol{\chi}_{obs}, \Delta\boldsymbol{\chi}_{obs}^{cal}(l_i)) \forall l_i \in \mathcal{L}^u$ reportados en la Tabla 4.5. En este caso la línea con mayor coeficiente de similitud es $(l_1^*) = l_2$.

Paso 5.b.- Con las ecuaciones (4.1) y (4.40) se calculan los coeficientes de similitud $CSC(\Delta\boldsymbol{\chi}_{obs}, \Delta\boldsymbol{\chi}_{obs}^{cal}(l_1^*, l_j)) \forall l_1^* \times \mathcal{L}^u \setminus l_1^*$ mostrados en la Tabla 4.6. El par de líneas asociadas con el mayor coeficiente de similitud corresponden a la diada $(l_1^*, l_2^*) = (l_2, l_9)$.

Paso 5.c.- Por último, con las ecuaciones (4.1) y (4.43) se obtienen los

Tabla 4.5: Resultados para un corte de línea en el sistema IEEE-14 nodos

| l_i | CSC |
|----------|---------|
| l_1 | -0.3981 |
| l_2^* | 0.9236 |
| l_4 | 0.8441 |
| l_6 | 0.0008 |
| l_7 | -0.5232 |
| l_8 | -0.2113 |
| l_9 | 0.4477 |
| l_{11} | 0.2128 |
| l_{13} | 0.0176 |
| l_{16} | -0.21 |
| l_{18} | 0.2120 |
| l_{19} | -0.0272 |
| l_{20} | -0.0124 |

* Línea con el mayor *CSC*.

$CSC(\Delta\mathbf{x}_{obs}, \Delta\mathbf{x}_{obs}^{cal}(l_1^*, l_2^*, l_k)) \forall l_1^* \times l_2^* \times \mathcal{L}^u \setminus (l_1^*, l_2^*)$ dados en la Tabla 4.7. Para este caso la triada de líneas asociadas con el mayor coeficiente de similaridad corresponde a $(l_1^*, l_2^*, l_3^*) = (l_2, l_9, l_{11})$.

Paso 6.- Con base al proceso detallado en los pasos anteriores, el evento más probable de haber ocurrido es seleccionado del conjunto de soluciones $\{(l_1^*), (l_1^*, l_2^*), (l_1^*, l_2^*, l_3^*)\}$ aquel que tenga el mayor coeficiente de similaridad *CSC*. En este caso corresponde al corte de línea triple $(l_1^*, l_2^*, l_3^*) = (l_2, l_9, l_{11})$ con un valor de 0.9769, tal como se esperaba.

Paso 7.- Termina el Algoritmo.

Tabla 4.6: Resultados para dos cortes de línea en el sistema IEEE-14 nodos

| l_1^* | l_j | CSC |
|---------|----------|---------|
| l_2 | l_1 | -0.0091 |
| l_2 | l_4 | 0.8991 |
| l_2 | l_6 | 0.8360 |
| l_2 | l_7 | 0.1096 |
| l_2 | l_8 | 0.7377 |
| l_2 | l_9^* | 0.9647 |
| l_2 | l_{11} | 0.9382 |
| l_2 | l_{13} | 0.8926 |
| l_2 | l_{16} | 0.9084 |
| l_2 | l_{18} | 0.9319 |
| l_2 | l_{19} | 0.9225 |
| l_2 | l_{20} | 0.9198 |

* Líneas con el mayor CSC.

Tabla 4.7: Resultados para tres cortes de línea en el sistema IEEE-14 nodos

| l_1^* | l_2^* | l_k | CSC |
|---------|---------|------------|--------|
| l_2 | l_9 | l_1 | 0.0235 |
| l_2 | l_9 | l_4 | 0.9254 |
| l_2 | l_9 | l_6 | 0.8800 |
| l_2 | l_9 | l_7 | 0.1616 |
| l_2 | l_9 | l_8 | 0.8038 |
| l_2 | l_9 | l_{11}^* | 0.9769 |
| l_2 | l_9 | l_{13} | 0.9344 |
| l_2 | l_9 | l_{16} | 0.9514 |
| l_2 | l_9 | l_{18} | 0.9717 |
| l_2 | l_9 | l_{19} | 0.9637 |
| l_2 | l_9 | l_{20} | 0.9615 |

* Líneas con el mayor CSC.

4.7. Conclusiones

En este capítulo se presentó la formulación matemática para el algoritmo propuesto para localizar hasta tres cortes de línea simultáneos. Asimismo, se desarrolló una propuesta de reducción en el espacio de búsqueda, lo que reduce considerablemente la carga computacional requerida para la aplicación de la metodología propuesta. Debe notarse que esta metodología es general y puede aplicarse a cualquier número de cortes simultáneo de líneas de transmisión.

Con la finalidad de demostrar la aplicabilidad de la propuesta se presentaron dos ejemplos numéricos. En el primer caso se compararon los resultados obtenidos con

la propuesta descrita en este capítulo y la reportada en [Tate y Overbye, 2008]. Esta comparación mostró que con pocas mediciones de PMUs el algoritmo propuesto en [Tate y Overbye, 2008] tiene problemas de ambigüedad, mientras que el algoritmo propuesto no los tiene. Además, para los dos ejemplos se realizó la evaluación de fallas de múltiples líneas y se mostró baja complejidad computacional debido a que esta crece linealmente con respecto al número simultáneo de cortes de líneas, y no de manera exponencial como ocurre en [Tate y Overbye, 2008].

Capítulo 5

Casos de Estudio

5.1. Introducción

Este capítulo presenta varios experimentos numéricos con la finalidad de evaluar el algoritmo propuesto bajo diferentes condiciones de fallas en sistemas eléctricos. Además, dicha metodología se compara con las metodologías propuestas en [Tate y Overbye, 2008], [Tate y Overbye, 2009], [Sehwail, 2012] y [Wu *et al.*, 2015], esta última con las modificaciones propuestas en el Capítulo 3.

Estas comparaciones se realizan para los sistemas eléctricos de potencia del IEEE de 57 y 118 nodos considerando cortes de líneas específicos. Asimismo, se realiza una comparación más general entre estos algoritmos para cortes de línea simples bajo diferentes condiciones operativas: mediciones de PMUs sin y con ruido.

Además, se realiza un estudio de localización de cortes de líneas con diferentes ubicaciones de PMUs para evaluar cómo se comporta el algoritmo propuesto ante esta situación.

Por último, las simulaciones se realizaron mediante la aplicación de varios programas desarrollados en el lenguaje de programación MATLAB R2016a. El modelo de computadora donde se realizaron las simulaciones corresponde a una máquina HP Pavilion dv5 con las siguientes características: sistema operativo Windows 10 con un procesador Intel core 5 a 2.40GHz y una memoria RAM instalada de 4 GB.

5.2. Comparación entre diferentes Algoritmos

En esta sección se compara el rendimiento entre tres métodos diferentes para localizar cortes de líneas. Algoritmo I: es reportado en [Tate y Overbye, 2008], [Sehwail, 2012], [Tate y Overbye, 2009]. Algoritmo II: es la metodología LIS reportada en [Wu *et al.*, 2015]. Finalmente, se tiene el algoritmo propuesto en este trabajo; para el cual se analizarán tres casos diferentes que son descritos a continuación. Caso I: se tienen mediciones de fasores de corriente en todas las líneas que son incidentes a los nodos con unidades de PMUs instaladas. Caso II: el conjunto \mathcal{L}^{obs} está conformado solamente por el 50 % de las líneas que son incidentes a los nodos con unidades de PMUs. Caso III: no se tienen líneas observables, por lo que el conjunto \mathcal{L}^{obs} está vacío, por lo tanto $L^{obs} = 0$.

5.2.1. Sistema de 57 nodos con 50 % de PMUs

El sistema de 57 nodos es analizado para localizar el corte simultáneo de las líneas 7-8 y 25-30 considerando que el 50 % de nodos tienen instalados PMUs. Las unidades de medición fasorial están instaladas en los nodos [5, 6, 9, 10, 11, 12, 21, 22, 23, 24, 26, 27, 28, 29, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 50]. Los datos paramétricos y topológicos del sistema son reportados en [Zimmerman *et al.*, 2011].

Este sistema tiene un total de 80 líneas y la Tabla 5.1 muestra los resultados de la identificación del corte de línea simulado con los tres diferentes algoritmos. Todas las metodologías identifican correctamente los dos cortes de líneas; sin embargo, se deben de notar algunas diferencias entre los algoritmos. El algoritmo I es el más lento debido a que se debe obtener el NAD para cada posible evento de corte de línea doble, es decir, se simulan 3,160 cortes de línea dobles. El algoritmo II es alrededor de 1.5 veces más rápido que el algoritmo I debido a que solamente simula 173 eventos. Esto es porque esta metodología primero encuentra el grupo de ambigüedad de posibles eventos y después simula solamente los eventos asociados a este conjunto.

Para el algoritmo propuesto se consideran los siguientes tres escenarios, nótese que a diferencia de las otras propuestas se consideran mediciones fasoriales de corriente para los casos I y II. Primero, para el caso I el número de líneas directamente observadas por PMUs es $L^{obs} = 49$, y el número de líneas no observables es $L^u = 31$. Para el caso II el conjunto \mathcal{L}^{obs} está conformado solamente por el 50 %

Tabla 5.1: Comparación entre diferentes métodos para el sistema de 57 nodos.

| | Algoritmo I | Algoritmo II | Caso I | Caso II | Caso III |
|------------------------------|-------------|--------------|------------|------------|--------------|
| Cortes de Líneas | 7-8, 25-30 | 7-8, 25-30 | 7-8, 25-30 | 7-8, 25-30 | 25-30, 53-54 |
| # de posibles eventos | 3104 | 173 | 61 | 107 | 231 |
| Tiempo (s) | 0.48 | 0.33 | 0.046 | 0.049 | 0.058 |

de las líneas que son incidentes los nodos con unidades de PMUs; en este caso el número de líneas directamente observadas por PMUs es $L^{obs} = 25$, y el número de líneas no observables es $L^u = 55$.

Ambos escenarios identifican correctamente el corte de línea doble y son alrededor de 10 veces más rápidos que el algoritmo de I; sin embargo, existe una diferencia en el espacio de búsqueda. Para el caso I solamente existen 61 posibles eventos que pudieron haber ocurrido, mientras que para el caso II existen 107 posibles eventos. Esto es debido a que para el caso II hay menos líneas observadas y por ende el espacio de búsqueda se incrementa.

Por último, con la finalidad de hacer una comparación más justa se analiza el mismo sistema pero sin considerar líneas observables (Caso III). El resultado también se muestra en la Tabla 5.1, donde tuvieron que analizarse 231 posibles eventos y solamente una de dos líneas falladas es identificada correctamente. Esto implica que, el algoritmo propuesto se ve perjudicado ante la falta de mediciones de corriente.

5.2.2. Sistema de 118 nodos con 30% de PMUs

El sistema de 118 nodos es analizado para un escenario de 30% de PMUs instalados con respecto al número de nodos en el sistema; las unidades de PMU se sitúan en la ubicación óptima básica propuesta en [Roy *et al.*, 2012] y un corte de línea doble es simulado en las líneas 54-55 y 91-92. Esta ubicación óptima se basa en instalar los PMUs de tal manera que se maximice la observabilidad de nodos en el sistema; sin embargo, no todas las líneas son monitoreadas bajo este criterio. Los datos paramétricos y topológicos del sistema se reportan en [Zimmerman *et al.*, 2011].

Este sistema tiene un total de 186 líneas y la Tabla 5.2 muestra los resultados de la identificación del corte de línea simulado, donde todas las metodologías identifican correctamente los dos cortes de líneas. El espacio de búsqueda y el tiempo que tarda el algoritmo I para localizar las líneas en cuestión es muy grande; y por ende es el

Tabla 5.2: Comparación entre diferentes métodos para el sistema de 118 nodos.

| | Algoritmo I | Algoritmo II | Caso I | Caso II | Caso III |
|------------------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Cortes de Líneas | 54-55, 91-92 | 54-55, 91-92 | 54-55, 91-92 | 54-55, 91-92 | 46-49, 91-92 |
| # de posibles eventos | 14822 | 634 | 117 | 237 | 528 |
| Tiempo (s) | 3.79 | 0.329 | 0.059 | 0.073 | 0.105 |

algoritmo más lento debido a que se debe obtener el NAD para cada posible evento de corte de línea doble; es decir, se simulan 14, 822 cortes de línea dobles. El algoritmo II es alrededor de 12 veces más rápido que el algoritmo I debido a que solamente simulan 634 eventos. Esto sin duda es una ventaja, ya que esta metodología antes de simular algún evento primero reduce el número de posibles contingencias, tal y como se reportó en el Capítulo 3.

Para la aplicación del algoritmo propuesto se consideran los tres escenarios siguientes. Primero, para el caso I el número de líneas directamente observadas por PMUs es $L^{obs} = 127$, y el número de líneas no observables es $L^u = 59$. Para el caso II el número de líneas directamente observadas por PMUs es $L^{obs} = 64$, y el número de líneas no observables es $L^u = 122$. Por último, el conjunto de líneas observadas está vacío, lo cual implica que no hay mediciones fasoriales de corriente (Caso III).

Dos escenarios relacionados a los casos I y II identifican correctamente el corte de línea doble. Estos escenarios son alrededor de 64 y 53 veces más rápido que el algoritmo I, respectivamente. Para el caso I solamente existen 117 posibles eventos que pudieron haber ocurrido, mientras que para el caso II existen 237 posibles eventos. Para el caso III donde no existen líneas observadas, se analizaron 528 posibles eventos y el algoritmo fue 36 veces más rápido que el algoritmo I; sin embargo, de las dos líneas identificadas en este caso, solamente una línea fallada fue localizada correctamente. Nuevamente el algoritmo se vio comprometido a la falta de mediciones de corriente.

5.2.3. Cortes de línea Simple para diferentes Sistemas

En esta sección se hacen comparaciones para los algoritmos I y II con respecto al propuesto en este trabajo para los sistemas de 14, 30, 39, 57, 118 y 300 nodos considerando cortes de línea simples. En este caso se asume la falla simple de cada una de las líneas de transmisión que conforman el sistema, y que la línea fallada no crea islas en el sistema. Para los sistemas de 14, 30, 39, 57 y 118 nodos los PMUs se sitúan en la ubicación óptima básica propuesta en [Roy *et al.*, 2012], y para el sistema de 300 nodos se usa la ubicación reportada en [Paudel, 2015].

Tabla 5.3: Comparación entre diferentes métodos

| Sistema | %PMUs | Algoritmo I | | Algoritmo II | | Propuesta | |
|---------|-------|-------------|-------|--------------|-------|-------------|---------------|
| | | %TdA | %Ambi | %TdA | %Ambi | %TdA Caso I | %TdA Caso III |
| 14 | 21.43 | 26.32 | 68.42 | 26.32 | 68.32 | 100 | 71.42 |
| 30 | 36.67 | 28.95 | 55.26 | 26.32 | 57.89 | 100 | 54.28 |
| 39 | 35.90 | 51.43 | 48.57 | 51.43 | 45.71 | 100 | 78.12 |
| 57 | 29.82 | 34.18 | 59.49 | 34.18 | 59.49 | 92.59 | 73.33 |
| 118 | 27.97 | 36.72 | 55.37 | 36.72 | 55.37 | 98.31 | 60.34 |
| 300 | 29.00 | 56.23 | 32.59 | 56.23 | 32.59 | 95.37 | 75.65 |

Para cuantificar el impacto de estos estudios, se define la Tasa de Acierto (TdA) como se indica en (5.1), donde $N_{acierto}$ es el número de líneas falladas correctamente identificadas y N_{total} es el número total de cortes de línea simulados.

$$\%Tasa\ de\ Acierto = \frac{N_{acierto}}{N_{total}} 100\% \quad (5.1)$$

La Tabla 5.3 muestra los resultados para los diferentes métodos. El algoritmo I no es capaz de distinguir varios cortes de líneas por problemas de ambigüedad (%Ambi). El algoritmo II tiene el mismo problema y los índices de acierto son muy similares a los del algoritmo I. La metodología propuesta no tiene este problema debido a que se basa en una versión linealizada de flujos de potencia de CA para el punto de operación de estado pre-falla, lo que es más preciso que utilizar el modelo de flujos de potencia de CD. Sin embargo, hay todavía algunos malos resultados; esto es debido a que las sensibilidades no describen de manera precisa el comportamiento del sistema para el nuevo punto de operación para las contingencias asociadas. Para el caso III el %TdA es menor con respecto al caso I, sin embargo, es todavía mayor que el de los algoritmos I y II.

5.3. Estudio de Escalabilidad

5.3.1. Número de Cortes de Líneas contra Tiempo

En este experimento el sistema del IEEE de 300 nodos se prueba con la ubicación óptima de PMUs reportada en [Paudel, 2015], donde el 30% nodos del sistema tienen instalados PMUs. La información paramétrica y topológica del sistema se proporciona en [Zimmerman *et al.*, 2011]. Para el algoritmo propuesto se toma el tiempo que tarda la localización de un corte de línea simple, doble, triple y cuádruple

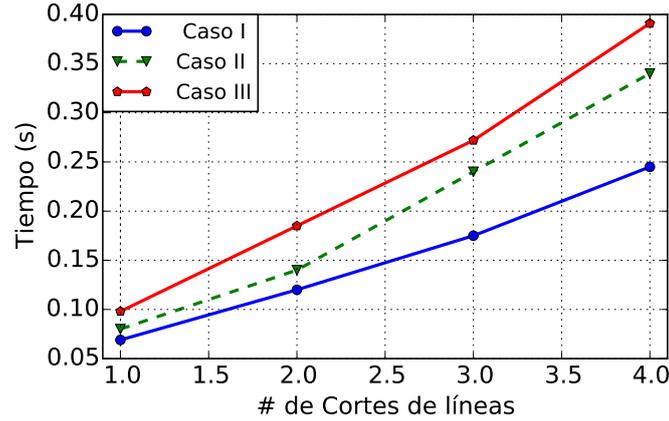


Figura 5.1: # de Cortes de Líneas vs Tiempo para el sistema de 300 nodos.

para tres escenarios. Caso I: el número de líneas directamente observadas por los PMUs es $L^{obs} = 299$, y el número de líneas no observables es $L^u = 112$. Caso II: el número de líneas directamente observadas por PMUs es $L^{obs} = 150$, y el número de líneas no observables es $L^u = 261$. Caso III: no se tienen líneas observables, por lo que el número de líneas no observables es $L^u = 411$. La Fig. 5.1 muestra los resultados, donde se puede ver que la diferencia de tiempo con respecto al número de cortes de líneas es aproximadamente lineal. Además, el tiempo de cómputo es mayor para el Caso II y III con respecto al Caso I debido a que hay más eventos candidatos que pudieron haber ocurrido.

5.3.2. Tamaño del Sistema vs Tiempo

En esta sección los sistemas de 14, 30, 39, 57, 118, 300 y 2383 nodos son analizados con la finalidad de evaluar el impacto del tamaño del sistema con respecto al tiempo de cómputo. Los datos paramétricos y topológicos de los sistemas se reportan en [Zimmerman *et al.*, 2011]. Los sistemas de 14, 30, 39, 57 y 118 nodos son analizados considerando la ubicación óptima de PMUs propuesta en [Roy *et al.*, 2012], mientras que para los sistemas de 300 y 2383 nodos se usa la ubicación reportada en [Paudel, 2015]. De igual manera, estas simulaciones se realizan para los tres casos ya mencionados. El estudio considera la búsqueda de un corte de línea triple aleatorio para cada sistema y el resultado se muestra en la Fig. 5.2, donde se observa que el tiempo de cómputo del algoritmo propuesto se incrementa con respecto al tamaño del sistema como es de esperarse.

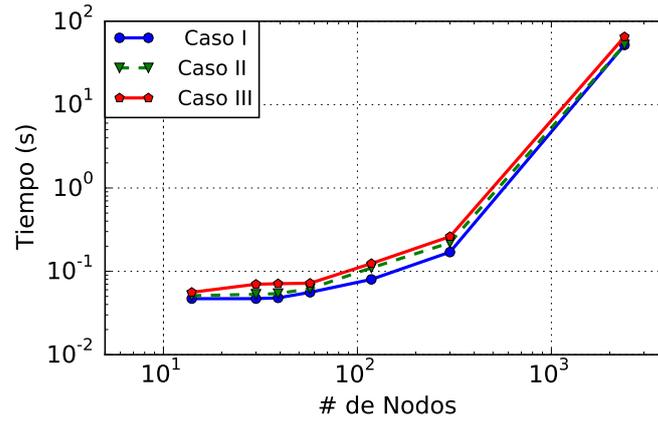


Figura 5.2: Tamaño del Sistema vs Tiempo

5.4. Análisis de sensibilidad del algoritmo

5.4.1. Impacto de la Cobertura de PMUs en el Algoritmo

Los sistemas de 14, 30, 39, 57, 118 y 300 nodos son analizados para cada corte de línea simple posible utilizando la metodología propuesta. Los datos paramétricos y topológicos de los sistemas se obtienen de [Zimmerman *et al.*, 2011]. Las ubicaciones de PMUs son escogidas aleatoriamente con diferentes niveles de cobertura que van desde 10 % hasta el 70 % de PMUs instalados con respecto al número total de nodos del sistema bajo análisis. Los resultados para el Caso I se muestran en la Tabla 5.4 y en la Fig. 5.3. Esta relación es aproximadamente lineal; sin embargo, estos resultados no son óptimos debido a que los PMUs son ubicados aleatoriamente. Por ejemplo en la Tabla 5.3 el $\%TdA$ es muy bueno con una cobertura de PMUs instalados de alrededor del 30 %. Además, los resultados del Caso III se muestran en la Tabla 5.5 y en la Fig. 5.4, donde se aprecia que la $\%TdA$ es menor debido a que no se utilizaron mediciones de corriente.

Tabla 5.4: Comparación del Algoritmo ante Diferentes Coberturas de PMUs instalados

| # Nodos | % TdA Caso I | | | | | | |
|---------|--------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 10 % | 20 % | 30 % | 40 % | 50 % | 60 % | 70 % |
| 14 | 63.15 | 79.53 | 81.06 | 85.17 | 90 | 100 | 100 |
| 30 | 55.64 | 64.3 | 70.11 | 79.3 | 85.54 | 88.09 | 100 |
| 39 | 56.34 | 67.1 | 72.02 | 79.41 | 89.84 | 95 | 100 |
| 57 | 58.71 | 63.06 | 67.45 | 72.85 | 77.19 | 81.26 | 90.50 |
| 118 | 37.96 | 53.33 | 59.84 | 68.23 | 74.34 | 82.48 | 87.92 |
| 300 | 53.16 | 69.70 | 77.10 | 79.87 | 85.65 | 92.33 | 95.14 |

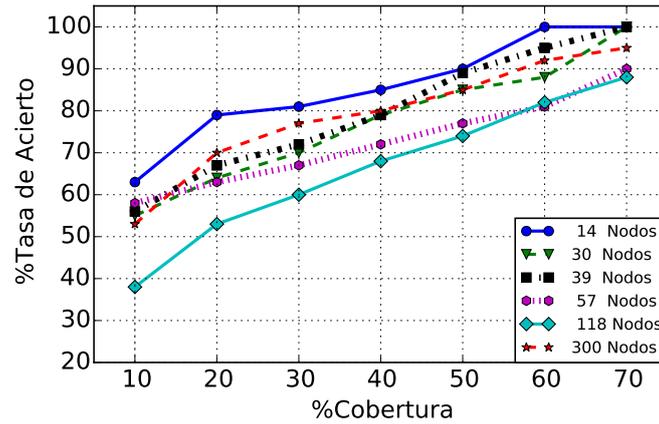


Figura 5.3: Comparación del Algoritmo ante Diferentes Coberturas de PMUs instalados Caso I.

Tabla 5.5: Comparación del Algoritmo ante Diferentes Coberturas de PMUs instalados

| | | % TdA Caso III | | | | | | |
|---------|--|----------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| # Nodos | | 10 % | 20 % | 30 % | 40 % | 50 % | 60 % | 70 % |
| 14 | | 46.15 | 51.36 | 66.66 | 71.42 | 81.25 | 93.7 | 100 |
| 30 | | 47.82 | 50 | 62.85 | 74.28 | 82.85 | 85.71 | 91.42 |
| 39 | | 52.38 | 60.6 | 68.75 | 71.87 | 78.12 | 78.12 | 87.5 |
| 57 | | 49.33 | 56.0 | 66.66 | 68.0 | 72.0 | 80.0 | 85.33 |
| 118 | | 24.57 | 39.30 | 41.95 | 48.85 | 60.69 | 61.49 | 66.66 |
| 300 | | 34.43 | 47.03 | 50.0 | 60.19 | 62.5 | 64.47 | 72.69 |

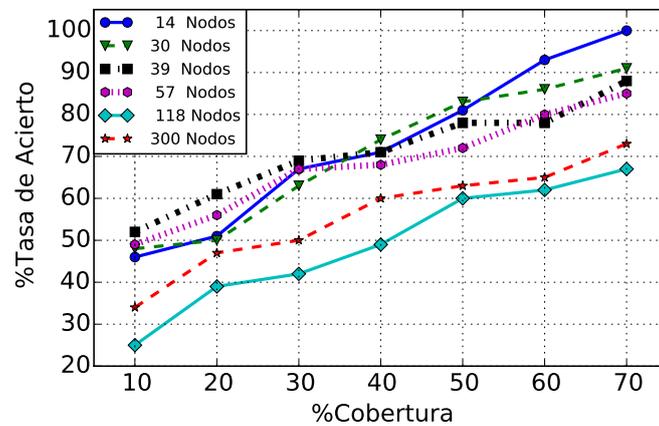


Figura 5.4: Comparación del Algoritmo ante Diferentes Coberturas de PMUs instalados Caso III.

5.4.2. Múltiples Cortes de Líneas

En esta sección los sistemas de 14, 30, 39, 57, 118, 300 y 2383 nodos son analizados con la finalidad de evaluar la tasa de acierto del algoritmo ante diferente número de cortes de línea y diferentes sistemas. Las ubicaciones de PMUs es tomada de igual manera que en la sección 5.3.2. Al igual que en experimentos anteriores

Tabla 5.6: Múltiple Cortes de Líneas

| Sistema | % Tasa de Acierto | | | | | | | | |
|-------------|-------------------|---------|----------|--------|---------|----------|--------|---------|----------|
| | Simple | | | Doble | | | Triple | | |
| | Caso I | Caso II | Caso III | Caso I | Caso II | Caso III | Caso I | Caso II | Caso III |
| 14 | 100 | 92.3 | 71.42 | 95.23 | 85.25 | 52.19 | 88.57 | 61.07 | 40.79 |
| 30 | 100 | 81.81 | 54.28 | 88.09 | 69.91 | 52.57 | 87.62 | 60.99 | 39.66 |
| 39 | 100 | 80.95 | 78.12 | 80.23 | 62.75 | 38.94 | 68.93 | 48.77 | 32 |
| 57 | 92.59 | 81.13 | 73.33 | 85.2 | 71.13 | 46.27 | 75.17 | 60.06 | 37.25 |
| 118 | 100 | 73.74 | 60.34 | 82.5 | 60.5 | 32.5 | 80.33 | 55.89 | 23.56 |
| 300 | 97.11 | 84.65 | 75.65 | 85.5 | 71 | 40.5 | 75.66 | 58.92 | 28.52 |
| 2383 | 97 | 80 | 50 | 81.5 | 69.5 | 25.5 | 73.33 | 57.66 | 22 |

se tienen tres casos para la evaluación del algoritmo. Para el caso de cortes de línea simple se simulan todas las posibles contingencias a excepción del caso del sistema de 2383 nodos; en este sistema se eligen 100 cortes de línea simples aleatoriamente. Para el caso de cortes de línea dobles y triples también se eligen únicamente 100 casos aleatorios debido a que no es práctico hacer la evaluación de todos los posibles eventos.

Los resultados se muestran en la Tabla 5.6, donde se observa que la tasa de acierto tiene buenos resultados para los tres casos. Sin embargo, la $\%TdA$ se deteriora para la localización de cortes de línea triples. Esto se debe a que se usa una linealización de flujos de potencia de CA por lo que al simular más contingencias simultáneas, más imprecisa es la linealización propuesta.

5.4.3. Comparación de Algoritmos ante Errores en Mediciones de PMUs

En esta sección los sistemas de 14, 30, 39, 57, 118 y 300 nodos son analizados con las tres metodologías descritas en este trabajo con la finalidad de evaluar su tasa de acierto para cortes simples de línea considerando errores de distribución normal del 5% en las mediciones de fasores de voltaje y corriente. Las ubicaciones de PMUs es tomada de igual manera que en la sección 5.3.2. Las simulaciones se realizan para los algoritmos I y II así como para el algoritmo propuesto se consideran los casos I y III. La Tabla 5.7 muestra los resultados, donde se puede observar que los algoritmos I y II son bastante sensibles a los errores introducidos en las señales, lo cual es debido a que estas metodologías se basan en flujos de potencia de CD. Por el contrario, el algoritmo propuesto para el caso I mantiene una buena tasa de acierto ya que se basa en una linealización de flujos de CA y usa más información de los PMUs, lo que resulta en una mayor precisión. No obstante, esta tasa de acierto se deteriora para el caso III, sin embargo, aún es mayor con respecto a los algoritmos I y II.

Tabla 5.7: Comparación de Algoritmos ante Errores en Mediciones de PMUs

| Sistema | %Pmus | % Tasa de Acierto | | | | | |
|---------|-------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------|----------|
| | | Algoritmo I | | Algoritmo II | | Propuesta | |
| | | %TdA | %Ambi | %TdA | %Ambi | Caso I | Caso III |
| 14 | 21.43 | 24.56 | 43.86 | 22.8 | 31.57 | 85.71 | 37.50 |
| 30 | 36.67 | 26.32 | 42.11 | 23.68 | 26.32 | 100 | 48.57 |
| 39 | 35.90 | 36.19 | 32.38 | 22.86 | 5.71 | 100 | 65.62 |
| 57 | 29.82 | 23.20 | 42.19 | 27.85 | 17.72 | 85.18 | 45.33 |
| 118 | 27.97 | 12.99 | 9.79 | 12.99 | 7.34 | 88.13 | 24.13 |
| 300 | 29.00 | 19.17 | 13.42 | 15.34 | 7.35 | 73.07 | 34.86 |

Tabla 5.8: Múltiples Cortes de Líneas con Errores en las Señales

| Sistema | % Tasa de Acierto | | | | | |
|---------|-------------------|---------|--------|---------|--------|---------|
| | Simple | | Doble | | Triple | |
| | Caso I | Caso II | Caso I | Caso II | Caso I | Caso II |
| 14 | 85.71 | 84.61 | 90.47 | 80.76 | 88.57 | 62.23 |
| 30 | 100 | 81.81 | 88.09 | 72.07 | 85.71 | 61.47 |
| 39 | 100 | 66.66 | 77.9 | 62 | 67.63 | 49.95 |
| 57 | 85.18 | 64.15 | 76.5 | 64.73 | 72.5 | 53.18 |
| 118 | 88.13 | 68.9 | 83 | 71.5 | 73.66 | 62.5 |
| 300 | 73.07 | 65.84 | 72 | 65.65 | 70.03 | 55.55 |

5.4.4. Múltiples Cortes de Líneas con Errores en las Señales

En esta sección los sistemas de 14, 30, 39, 57, 118 y 300 nodos son analizados con el algoritmo propuesto con la finalidad de evaluar la tasa de acierto del algoritmo con errores normales del 5% en las mediciones de fasores de voltaje y corriente de PMUs. Se llevan a cabo simulaciones para cortes de línea simples, dobles y triples de la misma manera que en la sección 5.4.2, los cuales son localizados utilizando los casos I y II del algoritmo propuesto en este trabajo. Los resultados se muestran en la Tabla 5.8, de los cuales se puede observar que la tasa de acierto es menor con respecto a los resultados en la sección 5.4.2 mostrados en la Tabla 5.6, sin embargo, la %Tda mantiene buenos resultados.

5.4.5. Múltiples Cortes de Líneas usando mediciones de Corriente

En esta sección los sistemas de 14, 30, 39, 57, 118 y 300 nodos son analizados con el algoritmo propuesto para los casos I y II con la finalidad de evaluar la tasa

Tabla 5.9: Múltiples Cortes de Líneas usando mediciones de Corriente

| Sistema | % Tasa de Acierto | | | | | |
|------------|-------------------|---------|--------|---------|--------|---------|
| | Simple | | Doble | | Triple | |
| | Caso I | Caso II | Caso I | Caso II | Caso I | Caso II |
| 14 | 100 | 84.61 | 90.47 | 87.17 | 90.47 | 68.29 |
| 30 | 100 | 81.81 | 88.09 | 70.12 | 86.66 | 60.51 |
| 39 | 100 | 80.95 | 76.74 | 62.25 | 64.4 | 48.2 |
| 57 | 96.29 | 77.35 | 84.18 | 63.13 | 73.4 | 51.13 |
| 118 | 98.3 | 66.38 | 79 | 54.54 | 70.33 | 44.89 |
| 300 | 94.23 | 79.2 | 83.5 | 62.5 | 72 | 50.5 |

de acierto del algoritmo para cortes de línea simples, dobles y triples tomando las mismas consideraciones que en la sección 5.4.2. Las simulaciones se realizan remplazando la información de las potencias activas por las componentes reales de las corrientes obtenidas mediante mediciones de PMUs. Este experimento se lleva a cabo bajo el supuesto de que la magnitud de la parte real de la corriente en una rama está relacionada con la magnitud del flujo de potencia de la línea para la misma rama. Además, si la medición de corriente se utiliza directamente, no hay necesidad de calcular las potencias activas y puede eliminarse un paso del algoritmo propuesto. Los resultados se muestran en la Tabla 5.9, donde se observa que la tasa de acierto del algoritmo no se ve tan afectada. La $\%TdA$ del algoritmo tiene excelentes resultados para el caso de los cortes de línea simples y dobles, sin embargo, estos se deterioran para cortes de línea triples.

5.5. Conclusiones

A lo largo de este capítulo se reportaron diversas simulaciones numéricas asociadas a la localización de líneas falladas bajo diferentes condiciones de operación. Los resultados de estas simulaciones demostraron que el algoritmo propuesto se comporta mejor que los algoritmos propuestos en [Tate y Overbye, 2008], [Tate y Overbye, 2009] y [Wu *et al.*, 2015]. En este contexto, el algoritmo propuesto es más rápido que dichas metodologías, tal y como se mostró en la sección 5.2; esto se debe a que el algoritmo I simula un gran número de eventos, lo significa que la carga computacional es grande. Por otro lado, el algoritmo II hace frente a este problema, y como resultado la carga computacional es menor.

Otro punto importante es que los algoritmos propuestos en [Tate y Overbye,

2008], [Tate y Overbye, 2009] y [Wu *et al.*, 2015] tienen problemas de ambigüedad, esto significa que con pocas mediciones PMU no son capaces de identificar correctamente las líneas que han salido de operación. Este problema se debe a la formulación de estos algoritmos; es decir, se basan en el modelo lineal de flujo de potencia de CD. Este problema es aún más notable cuando estos algoritmos se aplican en condiciones de operación en que las mediciones tienen ruido en las señales de fasores de voltajes. En este caso, cualquier dato imperfecto en este sistema lineal provoca un error mayor en el proceso de localización, como se muestra en la tabla 5.7. Por el contrario, con la metodología propuesta estos errores no son tan grandes, lo que significa que la Tasa de Acierto mantiene buenos resultados incluso con ruido en las mediciones.

Capítulo 6

Conclusiones Generales y Trabajos Futuros

6.1. Conclusiones Generales

Este trabajo presentó tres metodologías diferentes para la localización de cortes de líneas. Estos algoritmos tienen el mismo objetivo, pero diferentes maneras de llevar a cabo esta tarea. A continuación, se presentan las conclusiones generales de este trabajo.

- De los tres algoritmos descritos en este trabajo, el reportado en [Tate y Overbye, 2008], [Tate y Overbye, 2009] es el más simple, y además el de menor rendimiento. Esto es por dos razones:
 - En primer lugar, el número de escenarios a simular crece exponencialmente con respecto al número de cortes simultáneos de líneas de transmisión. De manera que el problema es intratable para más de dos cortes de líneas simultáneos, e incluso la carga computacional es bastante pesada para el caso de dos cortes simultáneos de líneas, como se mostró en el Capítulo 5.
 - En segundo lugar, este algoritmo tiene problemas de ambigüedad; esto significa que el algoritmo es incapaz de localizar de manera precisa la línea que ha salido de operación cuando hay pocos PMUs en el sistema, como se mostró en los Capítulos 2 y 5. Este problema se debe a la formulación

matemática del algoritmo, que se basa en el modelo lineal de flujos de potencia de CD.

- El algoritmo reportado en el Capítulo 3 [Wu *et al.*, 2015] tiene un mejor rendimiento general que la metodología del Capítulo 2. Esto es debido a que el número de eventos simulados en este algoritmo es menor debido a la formulación del problema presentada en dicho capítulo. Esto reduce la carga computacional y por lo tanto el tiempo de ejecución para encontrar cortes de líneas, tal y como se demostró en el capítulo 5. Sin embargo, este algoritmo también presenta problemas de ambigüedad debido a la manera en que se formula el esquema de identificación y localización de los posibles eventos, que también depende del modelo de flujo de potencia de CD.
- Finalmente, el algoritmo propuesto en esta tesis tiene el mejor rendimiento con respecto a las metodologías propuestas por [Tate y Overbye, 2008], [Tate y Overbye, 2009] y [Wu *et al.*, 2015]. Esto es por las siguientes razones:
 - En primer lugar, el algoritmo propuesto se basa en un estudio de flujos de potencia de CA, para ser más preciso, se basa en una linealización de este modelo. Esto es claramente una ventaja sobre las otras dos metodologías debido a que dicha linealización es más fiel a lo que realmente está ocurriendo en el sistema.
 - En segundo lugar, esta metodología aprovecha toda la información de las unidades de PMUs instaladas en la red: la información de fasores de voltaje y de corriente, mientras que las otras dos metodologías sólo utilizan ángulos de voltajes. Esto representa una gran ventaja porque de esta manera se utiliza información explícita de posibles cortes de líneas por medio de las mediciones de fasores de corrientes dadas por PMUs.
 - Finalmente, esta metodología reduce el número de posibles contingencias de exponencial a lineal con respecto al número de cortes de línea mediante una búsqueda de cortes de líneas por etapas, tal y como se demostró en la sección 5.3.1. Lo anterior evita problemas de ambigüedad. Por el contrario esta búsqueda por etapas no es posible implementarla en los algoritmos reportados en [Tate y Overbye, 2008], [Tate y Overbye, 2009] y [Wu *et al.*, 2015].

Además, algunas desventajas de este algoritmo deben ser señaladas:

- En primer lugar, el proceso para calcular las matrices de sensibilidad es un tanto pesado, pero se supone que este proceso es realizado fuera de línea antes de alguna contingencia.

- En segundo lugar, este algoritmo no tiene problemas de ambigüedad, pero el inconveniente es que a veces tiene respuestas totalmente erróneas, como se demostró en el capítulo 5. Esto se debe a que en ciertas contingencias las sensibilidades no predicen con precisión el nuevo punto de operación del sistema.
- Finalmente, la metodología propuesta depende de mediciones de corrientes obtenidas por PMUs. En caso de no contarse con estas, el rendimiento del algoritmo se ve perjudicado; sin embargo, la tasa de acierto es todavía mejor con respecto a las metodologías propuestas por [Tate y Overbye, 2008], [Tate y Overbye, 2009] y [Wu *et al.*, 2015], tal y como se demostró en la sección 5.2.3.

6.2. Trabajos Futuros

A continuación se presentan algunas recomendaciones que podrían dar lugar a trabajos futuros.

- Expandir la formulación del algoritmo para la localización de cortes de línea mediante análisis topológico reportado en el Capítulo 3, para incluir información de fasores de corriente obtenidas mediante PMUs.
- Utilizar sensibilidades con funciones de segundo orden en lugar de funciones lineales. Esto hará más preciso y fiable la localización de cortes de líneas.
- Integrar una metodología para detectar y diferenciar cortes de línea entre otros posibles eventos en el sistema como un cambio abrupto de carga, la conexión de bancos de capacitores, entre otros. Para este fin será necesario realizar una simulación dinámica.
- Profundizar en la ubicación de unidades de PMUs para mejorar el rendimiento en los algoritmos descritos en este trabajo.
- Evaluar estos algoritmos con simulaciones en tiempo real como OPAL-RT.
- Aplicar las metodologías reportadas en este trabajo a sistemas eléctricos de potencia reales.
- Incluir análisis de mediciones erróneas a las señales obtenidas de PMUs con la finalidad de hacer más robusto el algoritmo propuesto ante errores gruesos.

Apéndice A

Tablas de Sensibilidades

Esta sección presenta las sensibilidades que corresponden a los sistemas de 9 y 14 nodos para el caso base de Matpower [Zimmerman *et al.*, 2011].

A.1. Sistema de 9 Nodos

Tabla A.1: Sensibilidades del sistema de 9 nodos de ángulos de voltaje con respecto a las reactancias primitivas de líneas.

| | β_1 | β_2 | β_3 | β_4 | β_5 | β_6 | β_7 | β_8 | β_9 |
|------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| θ_1 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| θ_2 | -0.5092 | -0.0845 | 0.2721 | 0.1206 | -0.0520 | 0.4023 | 2.1808 | 0.6593 | -0.0869 |
| θ_3 | -0.5976 | -0.1716 | 0.4140 | 0.9473 | 0.0953 | -0.2222 | 0.3025 | 0.3996 | -0.0636 |
| θ_4 | -0.7473 | -0.0012 | -0.0025 | -0.0051 | -0.0008 | -0.0050 | -0.0199 | -0.0042 | -0.0061 |
| θ_5 | -0.7587 | -0.2786 | -0.0830 | -0.0015 | 0.0341 | -0.1076 | -0.0080 | 0.1187 | -0.0605 |
| θ_6 | -0.6465 | -0.1803 | 0.4048 | 0.0675 | 0.0972 | -0.2455 | 0.2163 | 0.3848 | -0.0942 |
| θ_7 | -0.6689 | -0.1387 | 0.3094 | 0.0497 | -0.1099 | -0.3674 | 0.1888 | 0.5113 | -0.1696 |
| θ_8 | -0.6132 | -0.0982 | 0.2537 | 0.0726 | -0.0713 | 0.3558 | 0.3134 | 0.6256 | -0.1702 |
| θ_9 | -0.7675 | -0.0412 | 0.0734 | -0.0053 | -0.0341 | 0.0915 | -0.0248 | -0.1171 | -0.4004 |

Tabla A.2: Sensibilidades del sistema de 9 nodos de potencia activa en líneas de transmisión con respecto a las reactancias primitivas de líneas.

| | β_1 | β_2 | β_3 | β_4 | β_5 | β_6 | β_7 | β_8 | β_9 |
|-------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| l_1 | 0.0501 | 0.0049 | 0.0137 | 0.0219 | 0.0031 | 0.0274 | 0.0929 | 0.0150 | 0.0416 |
| l_2 | 0.0264 | -0.4319 | 0.8521 | 0.0327 | -0.3770 | 1.0829 | 0.0263 | -1.2311 | 0.6349 |
| l_3 | 0.0230 | -0.4280 | 0.8422 | 0.0301 | -0.3729 | 1.0700 | 0.0192 | -1.2197 | 0.6258 |
| l_4 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| l_5 | 0.0114 | -0.4518 | 0.8809 | 0.0263 | -0.3913 | 1.1181 | 0.0024 | -1.2831 | 0.6509 |
| l_6 | 0.0099 | -0.4492 | 0.8761 | 0.0264 | -0.3887 | 1.1101 | -0.0039 | -1.2769 | 0.6447 |
| l_7 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| l_8 | 0.0047 | -0.4560 | 0.8867 | 0.0239 | -0.3951 | 1.1221 | -0.0138 | -1.2954 | 0.6496 |
| l_9 | -0.0164 | -0.4324 | 0.8341 | 0.0154 | -0.3752 | 1.0526 | -0.0437 | -1.2309 | 0.5927 |

A.2. Sistema de 14 Nodos

Tabla A.3: Sensibilidades del sistema de 14 nodos de ángulos de voltaje con respecto a las reactancias primitivas de líneas.

| | β_1 | β_2 | β_3 | β_4 | β_5 | β_6 | β_7 | β_8 | β_9 | β_{10} |
|---------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| θ_1 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| θ_2 | -1.1500 | -0.1102 | 0.0219 | 0.0333 | 0.0318 | -0.0051 | -0.0445 | 0.0010 | 0.0004 | -0.0014 |
| θ_3 | -0.9827 | -0.1801 | -0.3770 | -0.0682 | -0.0244 | -0.0992 | -0.1696 | 0.0030 | 0.0010 | -0.0068 |
| θ_4 | -0.8803 | -0.2347 | -0.1047 | -0.1609 | -0.0749 | 0.0353 | -0.2939 | 0.0055 | 0.0018 | -0.0111 |
| θ_5 | -0.8062 | -0.2731 | -0.0701 | -0.1079 | -0.1102 | 0.0241 | 0.1779 | -0.0028 | -0.0008 | 0.0073 |
| θ_6 | -0.8043 | -0.2671 | -0.0878 | -0.1258 | -0.1005 | 0.0262 | 0.0298 | -0.0373 | -0.0143 | -0.2420 |
| θ_7 | -0.8510 | -0.2455 | -0.1030 | -0.1525 | -0.0821 | 0.0325 | -0.2143 | -0.1569 | -0.0237 | -0.0613 |
| θ_8 | -0.8510 | -0.2455 | -0.1030 | -0.1525 | -0.0821 | 0.0325 | -0.2143 | -0.1569 | -0.0237 | -0.0613 |
| θ_9 | -0.8358 | -0.2511 | -0.1022 | -0.1483 | -0.0858 | 0.0310 | -0.1744 | -0.1096 | -0.0366 | -0.0856 |
| θ_{10} | -0.8288 | -0.2543 | -0.1000 | -0.1444 | -0.0885 | 0.0301 | -0.1389 | -0.0966 | -0.0326 | -0.1118 |
| θ_{11} | -0.8161 | -0.2608 | -0.0941 | -0.1353 | -0.0945 | 0.0282 | -0.0562 | -0.0676 | -0.0236 | -0.1749 |
| θ_{12} | -0.8023 | -0.2671 | -0.0899 | -0.1276 | -0.0998 | 0.0263 | 0.0153 | -0.0404 | -0.0155 | -0.2289 |
| θ_{13} | -0.8044 | -0.2660 | -0.0909 | -0.1292 | -0.0988 | 0.0266 | 0.0004 | -0.0462 | -0.0172 | -0.2168 |
| θ_{14} | -0.8168 | -0.2589 | -0.0987 | -0.1403 | -0.0918 | 0.0288 | -0.0991 | -0.0796 | -0.0278 | -0.1397 |
| | β_{11} | β_{12} | β_{13} | β_{14} | β_{15} | β_{16} | β_{17} | β_{18} | β_{19} | β_{20} |
| θ_1 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| θ_2 | -0.0001 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0002 | 0.0014 | 0.0001 | 0.0002 | -0.0001 | 0.0000 | -0.0001 |
| θ_3 | -0.0008 | -0.0001 | -0.0011 | -0.0001 | 0.0028 | 0.0005 | 0.0006 | -0.0004 | 0.0000 | -0.0004 |
| θ_4 | -0.0010 | -0.0001 | -0.0012 | 0.0003 | 0.0058 | 0.0008 | 0.0010 | -0.0006 | 0.0000 | -0.0005 |
| θ_5 | 0.0007 | 0.0002 | 0.0012 | 0.0003 | -0.0018 | -0.0004 | -0.0005 | 0.0004 | 0.0000 | 0.0004 |
| θ_6 | 0.0138 | 0.0019 | 0.0168 | -0.0005 | -0.0551 | -0.0106 | -0.0117 | 0.0072 | 0.0004 | 0.0068 |
| θ_7 | -0.0083 | -0.0012 | -0.0106 | 0.0000 | 0.0926 | 0.0061 | 0.0068 | -0.0043 | -0.0002 | -0.0041 |
| θ_8 | -0.0083 | -0.0012 | -0.0106 | 0.0000 | 0.0926 | 0.0061 | 0.0068 | -0.0043 | -0.0002 | -0.0041 |
| θ_9 | -0.0122 | -0.0018 | -0.0157 | -0.0002 | -0.1142 | 0.0090 | 0.0099 | -0.0063 | -0.0004 | -0.0060 |
| θ_{10} | -0.0192 | -0.0011 | -0.0101 | -0.0003 | -0.1039 | -0.0331 | 0.0060 | -0.0100 | -0.0002 | -0.0037 |
| θ_{11} | -0.0349 | 0.0004 | 0.0032 | -0.0004 | -0.0798 | -0.0218 | -0.0028 | 0.0158 | 0.0001 | 0.0015 |
| θ_{12} | 0.0120 | -0.0379 | -0.0415 | -0.0006 | -0.0601 | -0.0093 | -0.0166 | 0.0062 | 0.0067 | 0.0097 |
| θ_{13} | 0.0103 | -0.0111 | -0.0943 | -0.0005 | -0.0639 | -0.0081 | -0.0207 | 0.0053 | -0.0024 | 0.0123 |
| θ_{14} | -0.0025 | -0.0059 | -0.0509 | -0.0005 | -0.0936 | 0.0016 | -0.0520 | -0.0013 | -0.0012 | -0.0205 |

Tabla A.4: Sensibilidades del sistema de 14 nodos de potencia activa en líneas de transmisión con respecto a las reactancias primitivas de líneas.

| | β_1 | β_2 | β_3 | β_4 | β_5 | β_6 | β_7 | β_8 | β_9 | β_{10} |
|----------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| l_1 | -3.8487 | 2.0168 | -0.3002 | -0.5405 | -0.5413 | 0.0973 | 0.8055 | -0.0154 | -0.0046 | 0.0341 |
| l_2 | 3.7319 | -1.9706 | 0.3428 | 0.5100 | 0.5204 | -0.1105 | -0.8065 | 0.0124 | 0.0041 | -0.0312 |
| l_3 | -0.6080 | 0.3242 | -1.5157 | 0.5087 | 0.2880 | 0.4723 | 0.6171 | -0.0100 | -0.0034 | 0.0243 |
| l_4 | -1.2823 | 0.6759 | 0.7099 | -1.8081 | 0.6014 | -0.2193 | 1.3162 | -0.0222 | -0.0075 | 0.0511 |
| l_5 | -1.7329 | 0.9077 | 0.5244 | 0.7898 | -1.4004 | -0.1609 | -1.1716 | 0.0178 | 0.0066 | -0.0431 |
| l_6 | -0.5623 | 0.3026 | -1.4240 | 0.4766 | 0.2699 | 0.4432 | 0.5790 | -0.0095 | -0.0032 | 0.0227 |
| l_7 | -1.6689 | 0.8880 | -0.7551 | -1.1333 | 0.7919 | 0.2368 | 2.4737 | 0.1501 | 0.0546 | -0.3607 |
| l_8 | -0.0714 | 0.0376 | -0.0313 | -0.0475 | 0.0333 | 0.0100 | -0.4049 | -0.4230 | 0.1368 | 0.2747 |
| l_9 | -0.0404 | 0.0214 | -0.0181 | -0.0272 | 0.0190 | 0.0057 | -0.2319 | 0.2421 | -0.2018 | 0.1575 |
| l_{10} | 0.1116 | -0.0594 | 0.0505 | 0.0758 | -0.0530 | -0.0158 | 0.6452 | 0.1818 | 0.0657 | -0.4380 |
| l_{11} | 0.0692 | -0.0364 | 0.0306 | 0.0464 | -0.0324 | -0.0098 | 0.3970 | 0.1144 | 0.0407 | -0.2715 |
| l_{12} | 0.0079 | -0.0045 | 0.0040 | 0.0057 | -0.0040 | -0.0011 | 0.0464 | 0.0109 | 0.0045 | -0.0296 |
| l_{13} | 0.0346 | -0.0185 | 0.0159 | 0.0238 | -0.0166 | -0.0049 | 0.2018 | 0.0564 | 0.0205 | -0.1369 |
| l_{14} | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| l_{15} | -0.0714 | 0.0376 | -0.0313 | -0.0475 | 0.0333 | 0.0100 | -0.4049 | -0.4230 | 0.1368 | 0.2747 |
| l_{16} | -0.0686 | 0.0360 | -0.0301 | -0.0458 | 0.0319 | 0.0097 | -0.3922 | -0.1136 | -0.0403 | 0.2686 |
| l_{17} | -0.0432 | 0.0230 | -0.0193 | -0.0289 | 0.0204 | 0.0060 | -0.2446 | -0.0672 | -0.0247 | 0.1636 |
| l_{18} | -0.0684 | 0.0359 | -0.0300 | -0.0457 | 0.0319 | 0.0097 | -0.3915 | -0.1136 | -0.0402 | 0.2683 |
| l_{19} | 0.0080 | -0.0044 | 0.0039 | 0.0056 | -0.0040 | -0.0011 | 0.0458 | 0.0109 | 0.0044 | -0.0291 |
| l_{20} | 0.0426 | -0.0228 | 0.0193 | 0.0289 | -0.0203 | -0.0060 | 0.2440 | 0.0669 | 0.0247 | -0.1636 |
| | β_{11} | β_{12} | β_{13} | β_{14} | β_{15} | β_{16} | β_{17} | β_{18} | β_{19} | β_{20} |
| l_1 | 0.0035 | 0.0005 | 0.0057 | 0.0006 | -0.0113 | -0.0021 | -0.0023 | 0.0018 | 0.0001 | 0.0018 |
| l_2 | -0.0035 | -0.0008 | -0.0049 | -0.0004 | 0.0123 | 0.0023 | 0.0028 | -0.0018 | -0.0001 | -0.0018 |
| l_3 | 0.0031 | 0.0005 | 0.0044 | 0.0003 | -0.0106 | -0.0021 | -0.0023 | 0.0016 | 0.0001 | 0.0015 |
| l_4 | 0.0061 | 0.0009 | 0.0081 | 0.0001 | -0.0238 | -0.0042 | -0.0049 | 0.0031 | 0.0002 | 0.0031 |
| l_5 | -0.0058 | -0.0009 | -0.0070 | 0.0003 | 0.0242 | 0.0044 | 0.0051 | -0.0030 | -0.0002 | -0.0029 |
| l_6 | 0.0029 | 0.0005 | 0.0040 | 0.0002 | -0.0102 | -0.0020 | -0.0022 | 0.0015 | 0.0001 | 0.0014 |
| l_7 | -0.0493 | -0.0070 | -0.0617 | 0.0011 | 0.1971 | 0.0366 | 0.0414 | -0.0256 | -0.0015 | -0.0245 |
| l_8 | 0.0368 | 0.0053 | 0.0467 | -0.0007 | -0.4600 | -0.0271 | -0.0307 | 0.0191 | 0.0011 | 0.0183 |
| l_9 | 0.0211 | 0.0030 | 0.0267 | -0.0002 | 0.2298 | -0.0155 | -0.0176 | 0.0109 | 0.0006 | 0.0105 |
| l_{10} | -0.0588 | -0.0087 | -0.0739 | 0.0010 | 0.2343 | 0.0434 | 0.0494 | -0.0305 | -0.0018 | -0.0293 |
| l_{11} | -0.0974 | 0.0070 | 0.0710 | 0.0005 | 0.1418 | 0.0763 | -0.0474 | -0.0502 | 0.0017 | 0.0274 |
| l_{12} | 0.0077 | -0.1123 | 0.2320 | 0.0002 | 0.0189 | -0.0068 | 0.0196 | 0.0039 | -0.0256 | -0.0113 |
| l_{13} | 0.0309 | 0.0966 | -0.3769 | 0.0003 | 0.0736 | -0.0261 | 0.0773 | 0.0158 | 0.0221 | -0.0455 |
| l_{14} | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| l_{15} | 0.0368 | 0.0053 | 0.0467 | -0.0007 | -0.4600 | -0.0271 | -0.0307 | 0.0191 | 0.0011 | 0.0183 |
| l_{16} | 0.0959 | -0.0069 | -0.0700 | -0.0005 | -0.1396 | -0.0750 | 0.0468 | 0.0494 | -0.0017 | -0.0270 |
| l_{17} | -0.0380 | 0.0152 | 0.1433 | -0.0004 | -0.0906 | 0.0323 | -0.0951 | -0.0194 | 0.0034 | 0.0558 |
| l_{18} | 0.0956 | -0.0069 | -0.0698 | -0.0004 | -0.1392 | -0.0747 | 0.0467 | 0.0492 | -0.0017 | -0.0269 |
| l_{19} | 0.0076 | -0.1106 | 0.2284 | 0.0001 | 0.0185 | -0.0067 | 0.0193 | 0.0039 | -0.0252 | -0.0111 |
| l_{20} | 0.0379 | -0.0152 | -0.1426 | 0.0004 | 0.0904 | -0.0322 | 0.0948 | 0.0193 | -0.0034 | -0.0556 |

Referencias

- [Acha *et al.*, 2004] Acha, E., Fuerte-Esquivel, C. R., Ambriz-Perez, H., y Angeles-Camacho, C. (2004). *FACTS: modelling and simulation in power networks*. John Wiley & Sons.
- [Aminifar *et al.*, 2014] Aminifar, F., Fotuhi-Firuzabad, M., Safdarian, A., Davoudi, A., y Shahidehpour, M. (2014). Synchrophasor measurement technology in power systems: Panorama and state-of-the-art. *IEEE Access*, 2:1607–1628.
- [Andersson *et al.*, 2005] Andersson, G and Donalek, P and Farmer, R and Hatziargyriou, N and Kamwa, I and Kundur, P and Martins, N and Paserba, J and Pourbeik, P and Sanchez-Gasca, J and others (2005). Causes of the 2003 major grid blackouts in north america and europe, and recommended means to improve system dynamic performance. *IEEE Transactions on Power Systems*, 20(4):1922–1928.
- [Demmel *et al.*, 2015] Demmel, J. W., Grigori, L., Gu, M., y Xiang, H. (2015). Communication avoiding rank revealing qr factorization with column pivoting. *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*, 36(1):55–89.
- [Householder, 2013] Householder, A. S. (2013). *The theory of matrices in numerical analysis*. Courier Corporation.
- [Kim y Wright, 2016] Kim, T. y Wright, S. (2016). Pmu placement for line outage identification via multinomial logistic regression. *IEEE Transactions on Smart Grid*, PP(99):1 –1.
- [Li *et al.*, 2015] Li, W.-T., Wen, C.-K., Chen, J.-C., Wong, K.-K., Teng, J.-H., y Yuen, C. (2015). Location identification of power line outages using pmu measurements with bad data. *IEEE Transactions on Power Systems*, 31(5):3624 – 3635.

- [Paudel, 2015] Paudel, J. (2015). Phasor measurement unit deployment approach for maximum observability considering vulnerability analysis. Tesis de Maestría, Clemson University.
- [Quintana-Ortí *et al.*, 1998] Quintana-Ortí, G., Sun, X., y Bischof, C. H. (1998). A blas-3 version of the qr factorization with column pivoting. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 19(5):1486–1494.
- [Reiter, 1987] Reiter, R. (1987). A theory of diagnosis from first principles. *Artificial intelligence*, 32(1):57–95.
- [Roy *et al.*, 2012] Roy, B. S., Sinha, A., y Pradhan, A. (2012). An optimal pmu placement technique for power system observability. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 42(1):71–77.
- [Sehwail, 2012] Sehwail, H. (2012). Initial applications of synchrophasors using area angles. Tesis de Maestría, University of Wisconsin–Madison. Disponible en <http://digital.library.wisc.edu/1793/62363>.
- [Sehwail y Dobson, 2012] Sehwail, H. y Dobson, I. (2012). Locating line outages in a specific area of a power system with synchrophasors. En *North American Power Symposium (NAPS), 2012*, pp. 1–6. IEEE.
- [Simon y Blume, 1994] Simon, C. P. y Blume, L. (1994). *Mathematics for economists*, volumen 7. Norton New York.
- [Starzyk *et al.*, 2000] Starzyk, J. A., Pang, J., Manetti, S., Piccirilli, M. C., y Fedi, G. (2000). Finding ambiguity groups in low testability analog circuits. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, 47(8):1125–1137.
- [Strang, 2011] Strang, G. (2011). *Introduction to linear algebra*. Wellesley-Cambridge Press.
- [Tate y Overbye, 2008] Tate, J. E. y Overbye, T. J. (2008). Line outage detection using phasor angle measurements. *IEEE Transactions on Power Systems*, 23(4):1644–1652.
- [Tate y Overbye, 2009] Tate, J. E. y Overbye, T. J. (2009). Double line outage detection using phasor angle measurements. En *2009 IEEE Power & Energy Society General Meeting*, pp. 1–5. IEEE.
- [Wei *et al.*, 1996] Wei, T., Wong, M. W., y Lee, Y. (1996). Efficient multifrequency analysis of fault diagnosis in analog circuits based on large change sensitivity

- computation. En *Test Symposium, 1996., Proceedings of the Fifth Asian*, pp. 232–237. IEEE.
- [Wood y Wollenberg, 2012] Wood, A. J. y Wollenberg, B. F. (2012). *Power generation, operation, and control*. John Wiley & Sons.
- [Wu *et al.*, 2015] Wu, J., Xiong, J., y Shi, Y. (2015). Efficient location identification of multiple line outages with limited pmus in smart grids. *IEEE Transactions on Power Systems*, 30(4):1659–1668.
- [Zhu y Giannakis, 2012] Zhu, H. y Giannakis, G. B. (2012). Sparse overcomplete representations for efficient identification of power line outages. *IEEE Transactions on Power Systems*, 27(4):2215–2224.
- [Zimmerman *et al.*, 2011] Zimmerman, R. D., Murillo-Sánchez, C. E., y Thomas, R. J. (2011). Matpower: Steady-state operations, planning, and analysis tools for power systems research and education. *IEEE Transactions on power systems*, 26(1):12–19.