



---

**UNIVERSIDAD MICHOACANA DE  
SAN NICOLÁS DE HIDALGO**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA**  
**DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO**

**TESIS**

**“EL PROBLEMA DE DIAGNÓSTICO DE FALLAS  
EN SENSORES: DISEÑO DE OBSERVADORES  
DIFUSOS ROBUSTOS DE ENTRADAS  
DESCONOCIDAS”**

Que para obtener el grado de:

**MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERÍA  
ELÉCTRICA**

Presenta:

**Victor Hugo Tellez Izquierdo**

Director de Tesis:

**Dr. Juan Anzures Marín**



Morelia, Michoacán, Agosto 2019







## EL PROBLEMA DE DIAGNÓSTICO DE FALLAS EN SENSORES: DISEÑO DE OBSERVADORES DIFUSOS ROBUSTOS DE ENTRADAS DESCONOCIDAS

Los Miembros del Jurado de Examen de Grado aprueban la **Tesis de Maestría en Ciencias en Ingeniería Eléctrica** de *Víctor Hugo Téllez Izquierdo*

Dr. Fernando Ornelas Téllez  
*Presidente del Jurado*

Dr. Juan Anzures Marín  
*Director de Tesis*

Dr. Antonio Ramos Paz  
*Vocal*

Antonio Ramos Paz

Dr. Roberto Tapia Sánchez  
*Vocal*

Dra. Adriana del Carmen Téllez Anguiano  
*Revisor Externo (ITM)*

Dr. Roberto Tapia Sánchez  
*Jefe de la División de Estudios de Posgrado  
de la Facultad de Ingeniería Eléctrica. UMSNH.  
(Por reconocimiento de firmas)*



## RESUMEN

---

El presente trabajo presenta la problemática de diagnóstico de fallas en sensores para sistemas no lineales por medio de observadores robustos de entradas desconocidas aplicados a modelos difusos Takagi-Sugeno. Se presenta tanto la metodología así como los tópicos involucrados en el planteamiento del problema. También se presentan dos casos de estudios donde se se aplica el esquema propuesto con la finalidad de generar residuos para cada sensor en el sistema, que ayudan a la interpretación de datos para atacar la problemática del diagnóstico de fallas en sensores para sistemas no lineales.

A partir del modelo no lineal de un sistema se desarrolla un modelo difuso Takagi-Sugeno, derivando en un conjunto de subsistemas lineales en una región de operación del sistema no lineal. Para el modelo difuso Takagi Sugeno se diseñan un conjunto de observadores con entradas desconocidas de orden reducido robustos, cuyo comportamiento global es obtenido mediante la suma ponderada de cada uno de los observadores. Se realiza un análisis de estabilidad mediante la solución de desigualdades lineales matriciales (LMI) que en paralelo permite el diseño de los observadores.

Los observadores con entradas desconocidas entregan generación residual aún en presencia de entradas desconocidas, el diseño de observadores con entradas desconocidas de orden reducido facilita el aislamiento de fallas en sensores, puesto que se genera una firma de fallas que permite identificar al sensor que presenta la falla en el sistema.

La metodología de diseño presentada en este trabajo de tesis introduce a la solución de la problemática de fallas en sensores, basado en observadores difusos robustos para modelos Takagi-Sugeno.

**Palabras clave:** Modelo Difusos, Takagi-Sugeno, Linealización, Sistemas de Control, Observadores de Estado.



## ABSTRACT

---

This thesis presents the diagnosing faults sensors problem for non-linear systems through robust unknown inputs observers applied to Takagi-Sugeno fuzzy models. The methodology and the topics involved in the problem statement are presented. There are also two cases of studies where the proposed scheme is applied in order to generate waste for each sensor in the system, which help the interpretation of data to attack the problem of diagnosis of sensor failures for non-linear systems.

From the nonlinear model of a system, a fuzzy Takagi-Sugeno model is developed, resulting in a set of linear subsystems in a nonlinear system operating region. For the t-S diffuse model, a set of observers with robust unknown inputs of reduced order is designed, the overall behavior of which is obtained by the heavy sum of each of the observers. A stability analysis is performed by solving linear matrix inequalities (LMI) that in parallel allows the design of observers.

Unknown input observers facilitate the generation of waste even in the presence of unknown inputs, the design of observers with unknown inputs of reduced order facilitates the isolation of faults in sensors, since a fault signature that allows to identify the sensor that presents the failure in the system.

The design methodology presented in this thesis paper introduces the solution of fault sensor problems, based on robust fuzzy observers for Takagi-Sugeno models.





## PUBLICACIONES

---

Derivado de algunos de los resultados obtenidos en esta investigación se presentó en 2018 un trabajo en la *5th Annual Conference on Computational Science Computational Intelligence (CSCI'18) en las Vegas, Nevada, USA*, los días 13-15 de Diciembre, con el título:

**“LMI Approach: Design of Unknown Inputs Observers to Takagi-Sugeno Fuzzy Model”**



# ÍNDICE GENERAL

---

Índice de figuras	ix
Simbología	xi
Acrónimos	xii
1 INTRODUCCIÓN	1
1.1 Sistemas de control	1
1.2 Tipos de fallas en sistemas dinámicos	1
1.3 Sistemas FDI (Fault Detection and Isolation)	3
1.3.1 Diagnóstico de fallas basado en modelos	4
1.4 Observadores con entradas desconocidas	5
1.5 Modelado Takagi-Sugeno	6
1.6 Estado del arte	8
1.6.1 FDI basado en modelos	10
1.6.2 FDI para sistemas dinámicos no lineales	11
1.6.3 Observadores con entradas desconocidas	11
1.6.4 Observadores de entradas desconocidas robustos	12
1.7 Objetivos	13
1.7.1 Objetivo general	13
1.7.2 Objetivos particulares	13
1.8 Hipótesis	14
1.9 Justificación	14
1.10 Aportación	15
1.11 Contenido de la tesis	15
2 DISEÑO DE OBSERVADORES ROBUSTOS CON ENTRADAS DESCONOCIDAS	17
2.1 Introducción	17
2.2 Modelos difusos Takagi-Sugeno	17
2.2.1 Compensador Distribuido en Paralelo	18
2.2.2 Estabilidad basada en LMI	19
2.3 Desigualdades lineales matriciales	20
2.4 Observadores con entradas desconocidas	21
2.4.1 Procedimiento de diseño para un observador con entradas desconocidas (UIO)	23
2.5 Esquema robusto de aislamiento de fallas en sensores	25
2.6 OUI de orden completo difuso Takagi-Sugeno	26
2.7 Esquema robusto de aislamiento de fallas en sensores; caso difuso	29

2.8	Esquema diagnóstico de fallas propuesto . . . . .	31
2.9	Conclusiones . . . . .	32
3	PRUEBAS Y RESULTADOS . . . . .	35
3.1	Caso de estudio 1: Sistema numérico . . . . .	35
3.1.1	Controlador difuso Takagi-Sugeno. . . . .	43
3.1.2	Detección y aislamiento de fallas . . . . .	45
3.1.3	Prueba de robustez . . . . .	54
3.2	Caso de estudio 2: Sistema masa-resorte-amortiguador . . . . .	54
3.2.1	Sistema Masa-Resorte-Amortiguador . . . . .	54
3.2.2	Prueba de robustez . . . . .	68
3.3	Conclusiones . . . . .	68
4	CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO . . . . .	71
4.1	Conclusiones . . . . .	71
4.2	Trabajo futuro . . . . .	73
A	ANEXOS . . . . .	75
A.1	Observador con estradas desconocidas, estabilidad para sistemas lineales . . . . .	75
	REFERENCIAS . . . . .	77

## ÍNDICE DE FIGURAS

---

Figura 1.1	Clasificación de tipos de fallas: (a) abrupta, (b)incipiente, (c) intermitente. . . . .	2
Figura 1.2	Diagrama del proceso de diagnóstico de fallas. . . . .	4
Figura 1.3	Estructura conceptual del diagnóstico de fallas basado en modelos. . . . .	5
Figura 1.4	Diagrama de un sistema con un observador con entradas desconocidas. . . . .	6
Figura 1.5	Descripción de un sector local no lineal, aproximaciones a modelos locales y funciones de membresía. . . . .	8
Figura 2.1	Estructura de un observador con entradas desconocidas de orden completo. . . . .	22
Figura 2.2	Esquema robusto de aislamiento de fallas del sensor. . . . .	26
Figura 2.3	Estructura del observador de orden completo para un sistema difuso determinado por la sumatoria de pesada de cada subsistema. . . . .	27
Figura 2.4	Esquema de observador difuso robusto de entradas desconocidas para fallas en sensores aplicados a modelos Takagi-Sugeno. . . . .	30
Figura 2.5	Esquema general propuesto, dividido por etapas. . . . .	31
Figura 3.1	Funciones de membresía $h_1(z)$ y $h_2(z)$ . . . . .	36
Figura 3.2	Estados $x(t)$ , $\hat{x}(t)$ y el error, con $d = 0$ . . . . .	39
Figura 3.3	Estrada desconocida $d(t)$ . . . . .	40
Figura 3.4	Estados $x(t)$ , $\hat{x}(t)$ y el error, con $d = 1$ . . . . .	40
Figura 3.5	Función $d(t)$ , generada por aleatoriamente. . . . .	41
Figura 3.6	Estados $x(t)$ , $\hat{x}(t)$ y el error, con $d(t)$ variable. . . . .	42
Figura 3.7	Controlador difuso T-S, mediante la técnica del compensador distribuido en paralelo. . . . .	44
Figura 3.8	Esquema que describe la implementación de un sistema robusto de fallas en sensores con linealización difusa Takagi-Sugeno, usando la sumatoria de pesos. . . . .	45
Figura 3.9	Gráfica de residuos cuando ocurre una falla en $f_1$ . . . . .	49
Figura 3.10	Gráfica de residuos cuando ocurre una falla en $f_2$ . . . . .	50
Figura 3.11	Gráfica de residuos cuando ocurre una falla en $f_3$ . . . . .	51

Figura 3.12	Prueba de robustez en el sistema, cuando las matrices $A_1$ y $A_2$ son multiplicadas por un factor $\Delta = 0.5$ , salida de los residuos. . . . .	53
Figura 3.13	Sistema mecánico de masa-resorte-amortiguador. . . . .	55
Figura 3.14	Términos no lineales y sus sectores. . . . .	57
Figura 3.15	Conjuntos difusos. . . . .	58
Figura 3.16	Estado $x(t)$ , $\hat{x}(t)$ y el error, con $d(t) = 0$ aplicando control mediante PDC. . . . .	61
Figura 3.17	Entrada desconocida $d(t)$ con valores aleatorios. . . . .	62
Figura 3.18	Estado $x(t)$ , $\hat{x}(t)$ y el error, con señal $d(t)$ aleatoria, aplicando control mediante PDC. . . . .	63
Figura 3.19	Gráfica de residuos cuando el vector de fallas es $F_a = [1 \ 0]$ . . . . .	67
Figura 3.20	Gráfica de residuos cuando el vector de fallas es $F_a = [0 \ 1]$ . . . . .	67
Figura 3.21	Prueba de robustez en el sistema, cuando las matrices $A_1$ hasta $A_4$ son multiplicadas por un factor $\Delta = 0.2$ , salida de los residuos. . . . .	69

## SIMBOLOGÍA

---

$A$	Matriz de dimensiones apropiadas.
$B$	Matriz de entradas.
$C$	Matriz de salidas.
$c$	Coefficientes de roce viscoso.
$d(t)$	Entrada desconocida o disturbio.
$e(t)$	Error de un sistema.
$F$	Matriz de dimensiones apropiadas.
$Fa$	Vector de fallas.
$F_i$	Ganancias locales de retroalimentación.
$f_i$	Falla.
$g(x)$	Término no lineal.
$H$	Matriz de dimensiones apropiadas.
$h_i(\theta)$	Peso normalizado de reglas difusas.
$I$	Matriz identidad.
$j$	Grado del sistema.
$K$	Matriz de ganancias de observador.
$M$	Masa
$M_{ji}$	Conjuntos difusos.
$P$	Matriz definida positiva.
$\mathbb{R}^n$	Espacio $n$ de números reales.
$r$	Número de reglas de un sistema difuso.
$r_i(t)$	Residuos de un observador.
$s$	Transformada de Laplace.
$T$	Matriz de dimensiones apropiadas.
$T_{th}$	Umbral.
$t$	Tiempo
$\tanh$	Tangente hiperbólica.

$U$	Matriz de solución de LMI.
$u(t)$	Vector de entrada de un sistema.
$V$	Matriz de solución de LMI.
$W_0$	Matriz de observabilidad.
$x(t)$	Vector de estados de un sistema.
$\dot{x}(t)$	Vector de estados derivados de un sistema.
$y(t)$	Vector de salida de un sistema.
$z_i(t)$	Variables premisa de sistemas difusos.
$\dot{z}(t)$	Vector de estados derivados de un observador.
$\Delta$	Coefficiente de robustez.
$\phi(x)$	Término no lineal respecto a la entrada.
$\Sigma$	Sumatoria.



## ACRÓNIMOS

---

**CVX** Disciplined Convex Programming.

**FDI** Fault detection and isolation. (Detección y aislamiento de fallas).

**LMI** Linear Matrix Inequalities (Desigualdades matriciales lineales).

**PDC** Parallel distributed compensation, Compensar distribuido en paralelo

**T-S** Takagi-Sugeno.

**UIO** Unknown Input Observer (Observador con entradas desconocidas.)



## INTRODUCCIÓN

---

### 1.1 SISTEMAS DE CONTROL

Los sistemas de control tienen una intervención cada vez más importante en el día a día de la comunidad global [1, 2, 3], desde los simples controles que hacen funcionar la temperatura de un cautín hasta complejos sistemas de control necesarios en vehículos espaciales, guía de proyectiles, sistemas de pilotajes de aviones, etc. Además en procesos modernos de manufactura e industrias el control automático se ha convertido en parte importante y necesaria [4]. Por mencionar algunos ejemplos como el control de presión, temperatura, humedad, viscosidad y flujo en procesos industriales, maquinado, manejo y armado de piezas mecánicas en las industrias de fabricación, entre muchas otras.

En la actualidad cada día es más necesario contar con de sistemas de control, que permitan mejorar y optimizar una gran cantidad de procesos en fabricas o instalaciones industriales, como la aviación, industria espacial, textil, petroquímica entre otras, donde son necesarios los sistemas de control, cuya complejidad ha traído como consecuencia el desarrollo de técnicas dirigidas a su proyecto y construcción [4, 5].

El control automático ha jugado un papel importante en el avance de la ingeniería y la ciencia [6]. Los avances en la teoría y práctica del control brindan los medios para lograr el funcionamiento óptimo de sistemas dinámicos, mejorar la calidad y bajar los costos de producción [7], además de disminuir la complejidad de muchas rutinas, sin embargo, los sistemas reales son susceptibles a presentar anomalías o fallas en su comportamiento, lo que da paso al estudio, análisis del comportamiento y diagnóstico de fallas. [8, 9, 10, 11]

### 1.2 TIPOS DE FALLAS EN SISTEMAS DINÁMICOS

En un contexto industrial, la seguridad se encuentra asociada a un conjunto de lineamientos y especificaciones que deben satisfacer las instalaciones físicas para reducir el riesgo de accidentes. En este sentido es indispensable que los sistemas ejecuten las funciones asignadas correctamente y además tengan la

capacidad de alarmar oportunamente cuando dichas funciones no puedan realizarse. Lo anterior dio lugar al concepto de *monitoreo de procesos* [11].

El monitoreo de procesos puede llevarse a cabo mediante un conjunto de tareas destinadas a identificar de manera sistemática la calidad del desempeño de un sistema basadas en reglas de operación. Dando lugar a la definición de *falla* conocida como la desviación indebida de una variable característica en un sistema que puede causar el mal funcionamiento o avería del sistema [12, 9].

destinado a identificar de manera sistemática la calidad del desempeño de un sistema,

En general, puede definirse a una falla como cualquier tipo de mal funcionamiento en un sistema dinámico real, que conduce hacia una anomalía inaceptable en el comportamiento total del sistema [13]. Dichas anomalías pueden ocurrir en diferentes elementos del sistema, como sensores, actuadores o componentes [14].

Las diferentes tipos de fallas se puede clasificar de la siguiente forma y se muestra en la [Figura 1.1](#).

- **FALLA ABRUPTA.** Se manifiesta con un cambio repentino y pueden modelarse con una entrada tipo escalón, donde se desconoce el tiempo de ocurrencia.

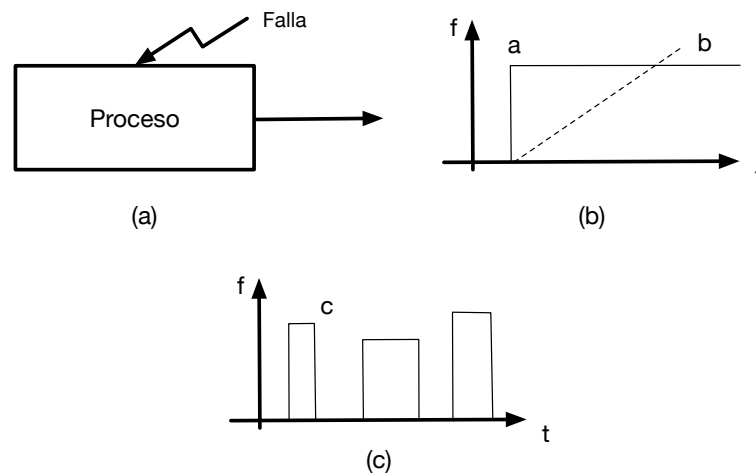


Figura 1.1: Clasificación de tipos de fallas: (a) abrupta, (b)incipiente, (c) intermitente.

- FALLA INCIPIENTE. Es un cambio en magnitud en las variables del sistema que aumenta paulatinamente con respecto al tiempo y puede modelarse mediante una función tipo rampa.
- FALLA INTERMITENTE. Esta falla no tiene una evolución determinada en el tiempo y frecuentemente se presenta en ciclos de trabajo de manera aleatoria y desaparece de la misma forma.

En este sentido, el objetivo es que el monitoreo de un proceso sirva para determinar el estado actual de los sistemas; además de indicar los estados no deseados o no permitidos para tomar las acciones adecuadas para prevenir accidentes o daños en el equipo. Entonces la desviación del comportamiento normal de los procesos es resultado de las fallas y errores de funcionamiento, los cuales se atribuyen a causas muy variadas [11, 12]. Por lo tanto es importante contar con un análisis y diagnóstico de fallas en los procesos.

Un sistema de monitoreo, el cual es usado para detectar y diagnosticar la localización y el significado de una falla de un sistema es llamado sistema de diagnóstico de fallas [9].

### 1.3 SISTEMAS FDI (FAULT DETECTION AND ISOLATION)

El objetivo de la detección y aislamiento de fallas es determinar que ha ocurrido un problema en el sistema e identificar el componente que ocasionó dicho problema. [15, 16, 17]. El diagnóstico de fallas se compone de distintas tareas que son realizadas en etapas: detección, aislamiento e identificación de la falla.

La primera tarea en el sistema de diagnóstico de fallas es la detección de fallas. La detección de fallas se realiza con la ayuda de señales denominados indicadores de falla o también llamados residuos [9, 18]. Los residuos se generan mediante la comparación de señales reales y señales estimadas generadas por observadores de estado, creando así las relaciones de redundancia analítica. Los indicadores son de esta manera tomados como síntomas, los cuales son analizados posteriormente. Estas partes corresponden a la detección, que en la manera más sencilla se puede realizar verificando los valores de los residuos con respecto a un umbral. De esta manera si el residuo no supera los umbrales entonces no se determinan los síntomas de falla.

La segunda tarea es aislar la falla, la cual indica específicamente la localización de la misma en el sistema. Finalmente la identificación de la falla en el cual se indica la magnitud y naturaleza de ésta. El diagrama para el proceso del

diagnóstico de fallas se describe en la Figura 1.2

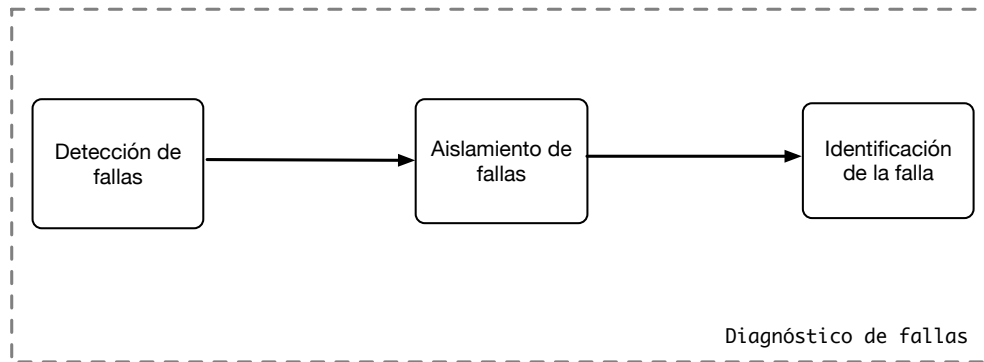


Figura 1.2: Diagrama del proceso de diagnóstico de fallas.

### 1.3.1 Diagnóstico de fallas basado en modelos

A menudo los métodos de diagnóstico de fallas se basan en encontrar una señal en particular y tomar decisiones cuando dicha señal alcanza un umbral determinado, siendo un método simple de implementar pero conlleva ciertas desventajas como las falsas alarmas por ruido o que una sola falla puede causar que muchas otras señales del sistema excedan sus límites y aparezcan como fallas múltiples [19, 18]. Conocer el sistema y su dinámica así como un modelo matemático que proporcione relaciones funcionales entre las diferentes señales del sistema puede mejorar la capacidad de detección y aislamiento o diagnóstico de fallas de un sistema automatizado.

El diagnóstico de fallas basado en modelos se puede definir como la detección, aislamiento y caracterización de fallas en componentes de un sistema a partir de la comparación de las mediciones disponibles del sistema, con información a priori representada por el modelo matemático del sistema [20, 21].

Las fallas se detectan estableciendo un umbral (fijo o variable) en una cantidad residual generada por la diferencia entre las mediciones reales y las estimaciones de estas mediciones utilizando el modelo matemático. Se puede diseñar una cantidad de residuos, cada uno de los cuales tiene una sensibilidad especial a las fallas individuales que ocurren en diferentes ubicaciones del sistema. El análisis posterior de cada residuo, una vez que se supera un umbral, conduce

al aislamiento de fallas.

En la [Figura 1.3](#) se muestra la estructura conceptual para un sistema de diagnóstico de fallas basado en modelos donde se presenta la etapa de generación residual como la toma de decisiones [9].

La generación residual: tiene como propósito generar una señal indicadora de falla, a través de la entrada y salida del sistema [9, 11]. Entonces, el residuo debe ser cero o cerca de cero cuando no hay una falla presente, mientras que es diferente de cero cuando ocurre una falla, por lo tanto la señal residual representa el síntoma de falla.

Mientras que en la toma de decisiones los residuos se analizan para determinar la probabilidad de fallas, para posteriormente aplicar un decisión para determinar si se han producido fallas.

#### 1.4 OBSERVADORES CON ENTRADAS DESCONOCIDAS

La generación de residuos juega un papel muy importante en las técnicas de diagnóstico basadas en el modelo [22]. Un método para la obtención de señales residuales es mediante el diseño de observadores, los cuales hacen una compa-

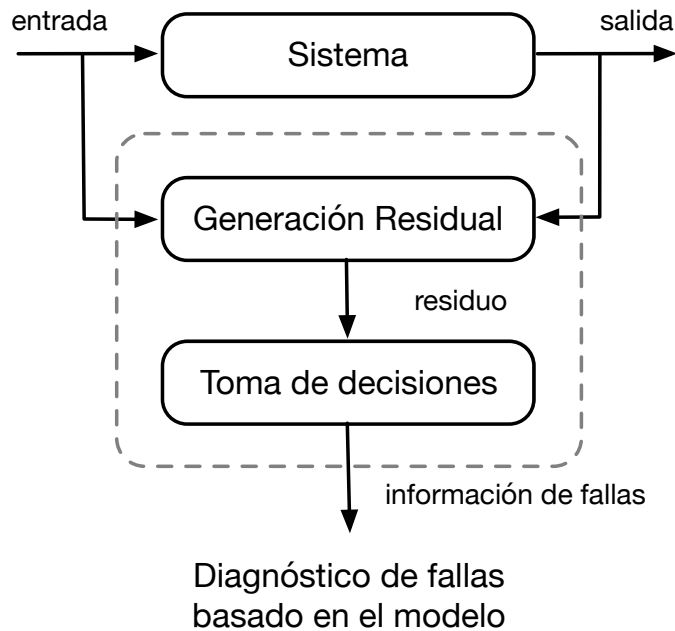


Figura 1.3: Estructura conceptual del diagnóstico de fallas basado en modelos.

ración de la salida actual del sistema con la calculada por un observador, esto implica conocer el modelo del sistema, así como los estados que involucran la salida de interés sean detectable [23, 24]. Este esquema se puede observar en la Figura 1.4.

El principio del observador con entradas desconocidas (UIO) es hacer que el error de estimación de estado se desacople de las entradas desconocidas o perturbaciones. De esta manera, el residuo también puede desacoplarse de cada perturbación, con la posibilidad de detección y aislamiento robusto de fallas en sensores y actuadores siempre y cuando las las entradas desconocidas aparecen en la ecuación de salida [9, 25]. Además de que una de las aplicaciones importantes de los observadores con entradas desconocidas es en la detección robusta de fallas.

### 1.5 MODELADO TAKAGI-SUGENO

La mayoría de los modelos matemáticos usados tradicionalmente para la teoría y práctica del control son lineales. De hecho, los modelos lineales son mucho más manejables que los no lineales, y pueden representar en forma precisa el comportamiento de sistemas reales en muchos casos útiles. Sin embargo, la gran mayoría de sistemas físicos, problemas y aplicaciones caen en la no linealidad en esencia. Por ejemplo, fenómenos no lineales tales como equilibrios múlti-

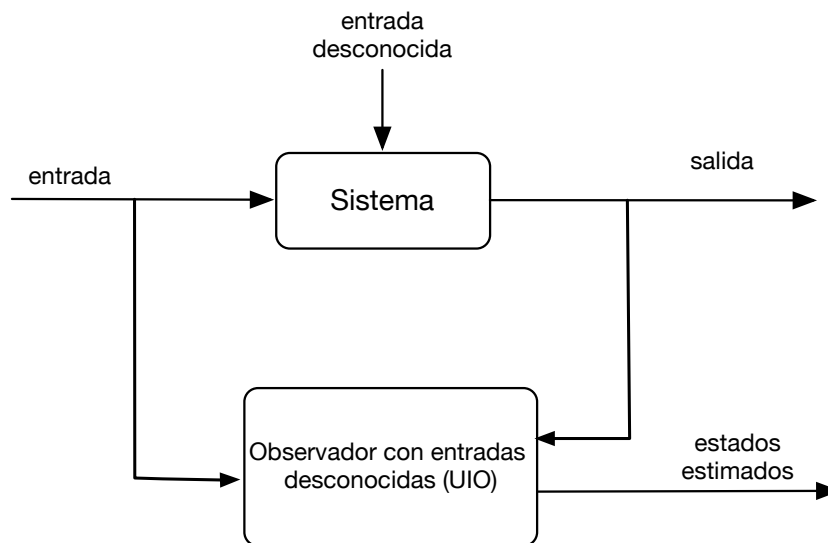


Figura 1.4: Diagrama de un sistema con un observador con entradas desconocidas.



ples [26], ciclos límite [27], bifurcaciones [28], corrimiento de frecuencias y caos, se observan comúnmente en aplicaciones modernas importantes en ingeniería, tales como sistemas de comando de vuelo, manipuladores robot, sistemas de autopistas automatizadas, estructuras de ala de avión, y sistemas de inyección de combustible de alto rendimiento.

Tales fenómenos no lineales no se pueden describir mediante dinámica de modelos lineales, pero es posible realizar linealización en la vecindad local en un punto de operación o mejor aún, crear una combinación difusa pesada de sistemas lineales para describir el comportamiento del sistema no lineal [29], dicho proceso se conoce como modelado difuso Takagi-Sugeno (T-S).

A mediados de los años setentas Lofti Zadeh, concibe el concepto de conjuntos difusos (*fuzzy sets*) [30], usados para cuantificar el grado de pertenencia, en una clase de objetos caracterizada por una función de pertenencia, sentando las bases de la lógica difusa [29]. Por otro lado, la idea principal del control difuso es formular algoritmos para leyes de control utilizando reglas lógicas, llamando a la metodología; control con lógica difusa [31]. Además de que través del control con lógica difusa se pueden administrar problemas complejos de control a través de modelos heurísticos y matemáticos [32].

El modelo difuso propuesto por Takagi y Sugeno [29] se describe mediante reglas difusas del tipo "SI-ENTONCES" (*IF-THEN*) que representan relaciones de entrada-salida lineales basado en el análisis de sistemas y modelos no lineales, proporcionando una linealización local, logrando así un modelo general completo en una región de operación mediante la combinación difusa de los modelos lineales [33, 34]. En [29] se demuestra que modelos difusos Takagi-Sugeno se puede considerar como aproximadores universales.

Hoy en día, los sistemas difusos Takagi-Sugeno se tienen en cuenta como un método popular para modelar los sistemas no lineales. Al emplear el enfoque de linealidad y no linealidad del sector local, los sistemas no lineales se describen mediante los sistemas difusos T-S que consisten en un conjunto de subsistemas lineales y funciones de membresía difusa, como se puede observar en la Figura 1.5. El modelo difuso T-S obtenido al emplear el método de no linealidad del sector puede representar exactamente los sistemas no lineales, mientras que el enfoque de linealización simplemente permite que el sistema difuso T-S se aproxime a los sistemas no lineales originales.

## 1.6 ESTADO DEL ARTE

En la ingeniería de procesos, el área de diagnóstico de fallas tiene una gran relevancia desde el punto de vista de seguridad así como para el mantenimiento de la productividad y la calidad en los procesos [35].

Desde principios de la década de 1970, la investigación en el diagnóstico de fallas se ha ido ganando una importante consideración tanto en teoría como en aplicación [36, 9]. Estimulado principalmente por las tendencias de automatización compleja y la creciente demanda en seguridad y supervisión en los sistemas de control. Además de los grandes avances en la teoría de control moderno, las poderosas técnicas de modelado matemático, la estimación de estados e identificación de parámetros que se han dado lugar gracias a los avances en la tecnología informática.

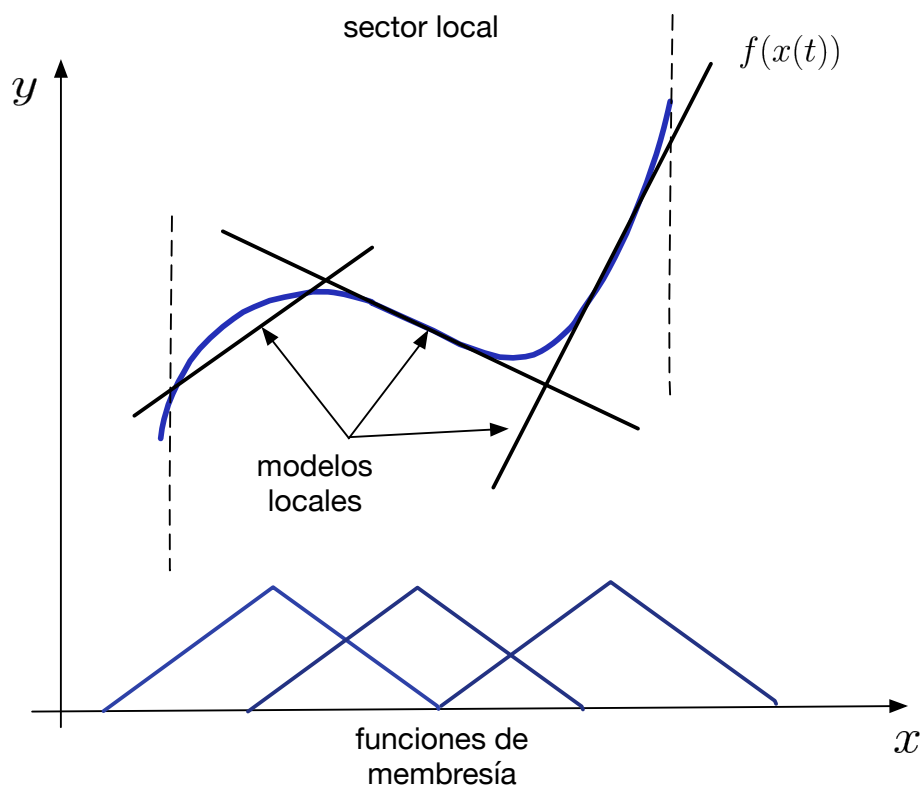


Figura 1.5: Descripción de un sector local no lineal, aproximaciones a modelos locales y funciones de membresía.

El diagnóstico de fallas tiene sus bases desde la década de 1930 donde surge de manera empírica [11], debido a la demanda en la ingeniería de procesos, principalmente en petroquímicas y refinerías. Apoyados en redundancias físicas y dispositivos específicos así como registros en papel y osciloscopios como elementos de monitoreo.

Más adelante en los años sesenta gracias a la implementación en el área de ingeniería y procesos aeroespacial por la implementación de algoritmos de control usando computadoras hizo posible la implementación de sistemas de detección simple. En donde Willsky y Jones [37] tuvieron las primeras contribuciones sobre métodos de detección basados en modelos como principal aplicación en la industria aeroespacial.

A principios de los ochenta surgen los primeros libros que abordaron el tema de monitoreo y supervisión surgen debido a la problemática en la industria química y nuclear [38], donde los procesos estaban basados en el análisis de datos históricos, filtrado de señales y métodos cualitativos por la experiencia de los operadores.

Posteriormente una gran cantidad de investigadores se dedicaron a explotar la cantidad de datos históricos en procesos para generar métodos generales de diagnóstico. Algunos trabajos fueron basados en funciones correlación entre variables y pruebas de hipótesis, redes neurales, y sistemas expertos, usando el filtro de Kalman, así como la detección de cambio con señales [39].

En los años noventa surgieron soluciones a los problemas de diagnóstico de fallas gracias a la rama de la inteligencia artificial [40], donde se propusieron atacar los temas desde el enfoque de razonamiento clasificando eventos de fallas, atacando los problemas usando modelos cualitativos y cuantitativos con aplicaciones relevantes en el sector de la salud, telecomunicaciones y la electrónica.

Posterior y recientemente se han ido ampliando los métodos y tecnologías para solucionar la problemática del diagnóstico de fallas, donde los enfoques y documentos de la mayoría de los autores basan los desarrollos en el diagnóstico de fallas basados en los modelos. Algunos de las temas más importantes a resaltar son los sistemas estocásticos FDI, enfoques FDI basados en observadores, relación de paridad para FDI, estimación de parámetros para FDI, estructuras basadas en modelos de dos etapas. Atacando también el problema de robustez en FDI, aplicando también relaciones de paridad óptimas para una FDI robusta,

agregando una valuación residual robusta y umbral adaptativo, modelados inciertos para FDI robustos, hasta llegar a los sistemas FDI dinámicos no lineales [41].

La mayoría de los artículos de revisión bibliográfica se centran en técnicas de diagnóstico basadas en el modelo, donde la tarea consiste en un proceso técnico que incluye actuadores, componentes y sensores con base en la medición de las variables de entrada y salida disponibles. Tomando estos conceptos como parte fundamental de este trabajo se abordarán con mayor detalle trabajos realizados anteriormente, así como la generación de residuos, uso de observadores con entradas desconocidas y modelos difusos Takagi-Sugeno.

#### 1.6.1 FDI basado en modelos

El caso especial de diagnóstico de fallas basado en modelos se llevo a cabo por la idea de remplazar la redundancia de hardware por redundancia analítica [42], donde se desarrollaron filtros de detección de fallas para la generación de residuos direccionales para el FDI. Más adelante Jones y Massoumnia (citados anteriormente) asignaron el enfoque en una interpretación geométrica. Lo que dio lugar al llamado filtro de detección de fallas de Beard-Jones (*Beard-Jones Fault Detection Filter or Beard Fault Detection Filter*) ?? y años más tarde el problema de diseño fue resuelto y recientemente revisado.

A lo largo de la década de los setenta surgieron una gran cantidad de enfoques y desarrollos que nutrieron el diagnóstico de fallas basados en el modelo. Algunos trabajos discutieron diversos aspectos del problema desde diferentes perspectivas [41].

Las técnicas de FDI basadas en modelos se han aplicado a diversos problemas de diagnóstico en sistemas reales o a nivel simulación. En [43] se enuncian una cantidad importante de aplicaciones y métodos de diagnóstico utilizados entre los setentas y ochentas, mientras que en [44] es posible encontrar métodos utilizados en la primera mitad de la década de los noventas. En esa misma década Frank en [45], presentó los principios básicos de las técnicas de FDI, mientras que Chen y Patton [46] analizaron problemas de robustez y se enfatizaron en aplicaciones aeroespaciales.

### 1.6.2 FDI para sistemas dinámicos no lineales

El problema del FDI para sistemas dinámicos no lineales se ha abordado recientemente, tomando en consideración que el modelo se linealiza en un punto de operación específico, para posteriormente aplicar técnicas para la generación de los residuos. Cabe mencionar que estas técnicas se llevan a cabo cuando la linealización no causa una gran discrepancia entre los modelos lineales y no lineales y el sistema funciona cerca del punto de operación [47].

Algunas clases de sistemas no lineales como los sistemas bilineales y las redes neuronales, se ha estudiado y aplicado con éxito a diversos problemas de FDI [48]. Además de la capacidad de modelado no lineal de las redes neuronales, la capacidad de aprendizaje también se ha utilizado para el FDI robusto no lineal. Recientemente, la capacidad de la lógica difusa para manejar problemas no lineales se ha aplicado a FDI basada en modelos [49].

### 1.6.3 Observadores con entradas desconocidas

El principio del observador de entradas desconocidas (UIO) es hacer que el error de estimación de estado se desacople de las entradas desconocidas (perturbaciones), de tal manera que el residuo también puede desacoplarse de cada perturbación, ya que el residuo se define como un error de estimación de salida ponderada.

El primer paso para generar residuos robustos (en el sentido de desacoplamiento de perturbación) es diseñar un UIO. Chen y Patton presentan una estructura de UIO de orden completo basada en el modelo descrito en [22].

Los observadores de sistemas dinámicos, sujetos a entradas desconocidas, son esenciales en el control de estado y la detección de fallas basada en modelos. Se han considerado enfoques pseudoinversa modernos para un diseño de observador de entradas desconocidas, en [50], que proporciona un conjunto de fórmulas de diseño en forma inversa generalizada. La estructura típica del filtro de detección de fallas basada en observadores de entrada desconocidos se puede encontrar en [51].

Recientemente, muchos investigadores aplican este principio en las estructuras de control tolerantes a fallas, para obtener el desacoplamiento potencial de las perturbaciones desconocidas y las señales que definen los síntomas de fallas

en la detección de fallas [52].

En cuanto a trabajos recientes sobre la implementación de observadores con entradas desconocidas en modelos difusos Takagi-Sugeno se pueden encontrar en [53] donde proponen un diseño de un UIO para una clase de sistemas descritos por el modelo difuso T-S sujeto a entradas desconocidas que influyen en los estados y salidas simultáneamente. Mientras que en [54] utilizan un enfoque del descriptor para obtener las condiciones de diseño del UIO para los modelos difusos T-S con matrices estables ( $A_i$ ).

Por otro lado en [55] se presenta un UIO para sistemas difusos T-S con múltiples matrices de salida y variables premisa no cuantificables. Y para condiciones relajadas en LMI en [56] se describe un observador para sistemas difusos.

#### 1.6.4 *Observadores de entradas desconocidas robustos, mediante modelos difusos*

El modelado difusos Takagi-Sugeno es una técnica popular para modelar sistemas no lineales utilizando el método de condición de sector no lineal. En [57] se estudió un nuevo método de transformación aproximado para convertir los sistemas no lineales en los sistemas difusos T-S en [58], en el que el número de las reglas difusas se optimizan con un error de transformación aceptable.

Mediante la ayuda de las técnicas de punto interior para la solución de desigualdades lineales matriciales (LMI), [59], los sistemas difusos T-S, hoy en día, desempeña cada vez más un papel crucial en la resolución de los problemas de diseño de observadores y controladores de los sistemas no lineales.

Por esta razón en las últimas décadas, una gran cantidad de documentos se centran en el diseño del observador, del controlador y el análisis de estabilidad para los sistemas difusos. Por ejemplo en [60], se estudió un enfoque para analizar la estabilidad de sistemas difusos T-S en tiempo discreto con tiempo de retraso donde la tendencia conservativa se redujo significativamente con respecto a otros métodos.

Además, se sintetizó un controlador basado en el observador para el sistema difuso T-S con incertidumbres en las que las ganancias del observador y el controlador se obtuvieron resolviendo las LMI en una sola etapa [61]. Por otro lado, en [62] se tuvo en cuenta un nuevo enfoque para el análisis de estabilidad basado en la función difusa de Lyapunov y el controlador PI-difuso fue diseñado para garantizar la estabilidad robusta del sistema con perturbación de entrada

[63].

Recientemente, el enfoque basado en el método de entradas desconocidas se investigó en muchos documentos para diseñar el observador para el sistema difuso T-S. El método de entradas desconocidas en estos documentos no sólo puede eliminar por completo los impactos de las entradas desconocidas, sino también estimar los estados no disponibles asintóticamente. Por ejemplo, se investigó un observador para estimar los estados desconocidos y detectar fallas para los sistemas difusos T-S donde las variables de premisa dependían de estados no disponibles [64]. El diseño de un observador robusto para sistemas difusos T-S continuo/discreto con entradas desconocidas se estudió en [65].

Tomando algunos trabajos en el diseño de observadores con entradas desconocidas para modelos T-S se encuentra [66] basado en la interpolación convexa de observadores clásicos de Luenberger que involucra términos aditivos utilizados para superar las incertidumbres y por medio la función cuadrática de Lyapunov, se dan condiciones suficientes de estabilidad asintótica en la formulación de LMI. Además en [67] se propone un controlador observador difuso capaz de estimar la entrada de desconocida. Tomando en consideración esta metodología para llevar a cabo la propuesta de LMI, dado que en este trabajo no se agrega robustez al observador y que la nomenclatura del observador no permite tener subsistemas  $B_i$  diferentes, ya que esa matriz debe ser la misma para todo el sistema.

## 1.7 OBJETIVOS

La problemática del diagnóstico de fallas, los modelos T-S y los observadores con entradas desconocidas, se plantea para el presente trabajo de investigación lo siguiente; objetivo general y objetivos particulares.

### 1.7.1 *Objetivo general*

Proponer un esquema de diagnóstico de fallas para sistemas no lineales basados en modelos difusos Takagi-Sugeno y observadores robustos con entradas desconocidas.

### 1.7.2 *Objetivos particulares*

- Diseñar observadores difusos robustos con entradas desconocidas.

- Diseñar un esquema para la generación de residuos basado en observadores de entradas desconocidas.
- Analizar la estabilidad de los observadores basado en desigualdades lineales matriciales (LMI).
- Realizar un análisis de los residuos generados por el observador robusto al agregar un tipo de falla en los sensores.

## 1.8 HIPÓTESIS

Mediante observadores de entradas desconocidas es posible diseñar un esquema robusto de generación de residuos para desacoplar las perturbaciones en los sensores, aplicado en la problemática de diagnóstico de fallas. Usando técnicas de punto interior para la solución de ecuaciones lineales matriciales (LMI) capaces de garantizar la estabilidad de los observadores difusos para el modelo difuso Takagi-Sugeno.

## 1.9 JUSTIFICACIÓN

Debido al estudio y los avances en las técnicas del diagnóstico de fallas en sistemas basadas en el modelo, es posible generar señales residuales con y sin robustez para los sistemas de incertidumbre mediante el diseño de observadores con entradas desconocidas, todo esto para sistemas lineales. Agregando un grado de complejidad es posible realizar dichos observadores para sistemas no lineales, mediante una combinación de modelos lineales en un punto de operación local, lo cual representa la utilización de modelos difusos Takagi-Sugeno.

Mediante los diferentes análisis de estabilidad de sistemas lineales combinados con los sistemas difusos Takagi-Sugeno e implementando el diagnóstico de fallas mediante observadores con entradas desconocidas se pretende obtener un esquema de control y diagnóstico de fallas agregando robustez para que el aislamiento de fallas de cada residuo sea sensible a fallas para cualquier sistema no lineal.

Todo lo anterior, añadiendo aun más la utilización de UIO robusto capaz de desacoplar las perturbaciones del sistema pueden representar un gran aporte en la rama del diagnóstico de fallas en sistemas no lineales, un tema que si bien se ha estudiado desde décadas atrás aún se considera un problema abierto.



---

## 1.10 APORTACIÓN

Con base en la literatura revisada es muy importante para el desarrollo del diagnóstico de fallas contar un esquema de control capaz de realizar las tareas de detección, aislamiento y toma de decisiones en un sistema. Dadas la naturaleza de los sistemas físicos, que en su mayoría se encuentran descritos matemáticamente por ecuaciones de orden no lineal. Por lo tanto es de vital importancia usar metodologías basadas en los modelos para desarrollar e implementar técnicas que atiendan el problema de robustez como la correcta linealización de los sistemas.

Para reconocer el comportamiento anormal de componentes o procesos a través de fallas basadas en señales medidas, es sumamente importante la generación de residuos mediante la implementación de observadores que describan el comportamiento de los estados del sistema y obtener el desacoplamiento potencial de las perturbaciones desconocidas, esta es una base esencial para el FDI.

Los algoritmos para el diagnóstico de fallas tienen como objetivo reconocer el comportamiento anormal de componentes o procesos a través de fallas inherentes basadas en señales medidas.

En este trabajo se pretende implementar un sistema de diagnóstico de fallas para sistemas no lineales usando modelos difusos Takagi-Sugeno y observadores robustos con entradas desconocidas agregando robustez en esquemas de aislamiento sujeto a fallas en sensores y perturbaciones desconocidas. Con lo cual se pretende contribuir en este campo teniendo en cuenta las propiedades de una clase de sistemas no lineales, representados adecuadamente por los modelos difusos de Takagi-Sugeno. Además que el observador robusto permita estimar tanto estados como fallas simultáneamente, para obtener robustez a las perturbaciones y mayor mejor sensibilidad las fallas. Todo esto con el fin de aportar este campo para futuros estudios.

## 1.11 CONTENIDO DE LA TESIS

El presente trabajo de tesis se divide en cuatro capítulos. En el Capítulo 1 se realiza una recopilación de antecedentes relacionados con el diagnóstico de fallas, sistemas FDI y observadores robustos, se enuncian trabajos realizados anteriormente así como una breve descripción de los resultados obtenidos.

Explicito en el Capítulo 2 de describe la problemática de diseño de los observadores con entradas desconocidas robusto para los modelos difusos Takagi-Sugeno, y se desglosa la teoría que existe para llevar sistemas dinámicos no lineales a una aproximación universal, además se plantea la metodología para llevar dichos sistemas a un esquema robusto de aislamiento de fallas en sensores con ayuda de observadores con entradas desconocidas.

En el Capítulo 3 se muestra el esquema planteado e implementado donde se describen resultados a nivel simulación de dos sistemas no lineales. Posteriormente en el Capítulo 4 se presentan las conclusiones obtenidas a partir del sistema propuesto, así como trabajo futuro que se puede desarrollar basado en la información aquí proporcionada.

Para finalizar en la última parte se presenta una sección de anexos donde se incluye información adicional que puede ser de ayuda al lector para comprender aún más a fondo este trabajo.

## DISEÑO DE OBSERVADORES ROBUSTOS CON ENTRADAS DESCONOCIDAS PARA MODELOS DIFUSOS TAKAGI-SUGENO

---

### 2.1 INTRODUCCIÓN

Es importante describir a detalle los temas o tópicos involucrados para la total comprensión del planteamiento del problema, desde el modelado Takagi-Sugeno, el concepto de observadores con entradas desconocidas y su teoría de estabilidad, así como la robustez de fallas en sensores. Además en este capítulo se plantea la unión de estos tres conceptos para lograr la implementación conjunta de un sistema de detección y aislamiento de fallas para sistemas no lineales mediante modelos difusos T-S.

### 2.2 MODELOS DIFUSOS TAKAGI-SUGENO

Mediante el modelo difuso Takagi-Sugeno es posible describir localmente el comportamiento entrada-salida del sistema, por medio de un modelo dinámico difuso T-S descrito por las siguientes reglas "SI-ENTONCES".

$$\begin{array}{l}
 \textit{i-esima regla de la planta} \\
 \textit{SI } z_1(t) \textit{ es } M_{1i} \textit{ y } z_p(t) \textit{ es } M_{pi} \\
 \textit{ENTONCES } \left\{ \begin{array}{l} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) \\ y(t) = C_i x(t) \end{array} \right. \quad (2.1)
 \end{array}$$

donde  $i = 1, 2, \dots, r$  y  $r$  es el número de reglas;  $z_1(t), \dots, z_p(t)$  son las variables premisa medibles del sistema;  $M_{ji}$  son los conjuntos difusos;  $x(t) \in \mathbb{R}^n$  es el vector de estado;  $u(t) \in \mathbb{R}^m$  es el vector de entradas y  $y(t) \in \mathbb{R}^q$  es el vector de salidas.

Dado el par  $u(t)$  y  $x(t)$  las salidas finales de los sistemas difusos resulta de la siguiente manera:

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\theta(t))(A_i x(t) + B_i u(t)) \quad (2.2)$$

$$y(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\theta(t)) C_i x(t) \quad (2.3)$$

donde

$$\begin{aligned} \theta(t) &= [\theta_1(t) \theta_2(t) \dots \theta_p(t)] \\ w_i(\theta(t)) &= \prod_{j=1}^p (M_{ij})(\theta_j(t)), \\ h_i(\theta(t)) &= \frac{w_i(\theta(t))}{\sum_{i=1}^r w_i(\theta(t))} \end{aligned} \quad (2.4)$$

para todo  $t$ . Los términos  $M_{ij}(z_j(t))$  es el grado de pertenencia de  $z_j(t)$  en  $M_{ij}$ , mientras que  $h_i(\theta)$  es el peso normalizado de las reglas difusas.

### 2.2.1 Compensador Distribuido en Paralelo

El compensador distribuido en paralelo (PDC) ofrece un procedimiento para diseñar un controlador difuso a partir de un modelo T-S [29] [33]. Para realizar el PDC, un sistema no lineal es representado primero por un modelo T-S, donde el diseño de un controlador difuso comparte los mismos conjuntos difusos con el modelo difuso en la parte premisa. Para los modelos difusos se construye un controlador difuso a través de PDC, de la siguiente forma,

$$\text{SI} \quad z_1(t) \text{ es } M_{i1} \text{ y } \dots \text{ y } z_p(t) \text{ es } M_{ip}, \quad (2.5)$$

$$\text{ENTONCES} \quad u(t) = -F_i x(t), i = 1, 2, \dots, r.$$

Y la representación general de un control difuso esta dado como:

$$u(t) = -\frac{\sum_{i=1}^r w_i(z(t)) F_i x(t)}{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))} = -\sum_{i=1}^r h_i(z(t)) F_i x(t) \quad (2.6)$$

Donde  $F_i$  son las ganancias locales de retroalimentación,  $h_i$  es el peso normalizado para cada regla y es definido en la ecuación (2.4).

### 2.2.2 Estabilidad basada en LMI

El diseño del control difuso se basa en determinar una ganancia de retroalimentación  $F_i$  en las partes consecuentes se puede hacer uso del siguiente Teorema.

#### Teorema 1

El punto de equilibrio de un sistema difuso es globalmente asintóticamente estable si existe una matriz común  $P$  definida positiva tal que

$$A_i^T P + P A_i < 0, \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (2.7)$$

donde las matrices  $A_i \in R^n$  son proporcionadas, mientras  $P = P^T$  es la variable y existe para todos los subsistemas y es común [29].

De (2.7) se reduce al teorema de estabilidad de Lyapunov para sistemas lineales de tiempo continuo cuando  $i = 1$ , donde la condición de estabilidad se cumple usando una función cuadrática

$$v(x(t)) = x(t)^T P x(t) \quad (2.8)$$

Entonces para corroborar la estabilidad de sistemas difusos es necesario resolver la desigualdad matricial para encontrar una matriz  $P$  definida positiva, esto se puede resolver eficientemente a través de técnicas de optimización convexa para LMI. Cabe mencionar que la estabilidad del sistema difuso (2.2) no está definida si todos los subsistemas  $A_i$  son estables.

Considerando la estabilidad de un sistema de lazo cerrado. Se sustituye (2.6) en (2.2), para obtener

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(z(t)) h_j(z(t)) \{A_i - B_i F_j\} x(t) \quad (2.9)$$

definiendo  $G_{ij} = A_i - B_i F_j$ , entonces

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) h_i(z(t)) G_{ii} x(t) + 2 \sum_{i=1}^r \sum_{i < j} h_i(z(t)) h_j(z(t)) \left\{ \frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right\} x(t) \quad (2.10)$$

Entonces el equilibrio del sistema de control difuso continuo descrito en (2.9) es globalmente asintóticamente estable si existe una matriz definida positiva  $P$  común tal que

$$\begin{aligned} G_{ij}^T P G_{ij} - P &< 0, \\ \left( \frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right)^T P \left( \frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right) - P &\leq 0 \end{aligned} \quad (2.11)$$

$$i < j, \quad h_i \cap h_j \neq \phi$$

Donde la condición debe mantenerse para todos  $i < j$  exceptuando  $h_i \cap h_j = \phi$ , por ejemplo,  $[h_i(z(t)) \times h_j(z(t)) = 0$  para todo  $z(t)$ ] donde  $h_i(z(t))$  denota el peso de la  $i$ -ésima regla calculada a partir de las funciones de membresía en la premisa y  $r$  el número de reglas IF-THEN. Además  $h_i \cap h_j = \phi$  si y sólo si la  $i$ -ésima y la  $j$ -ésima regla no se superponen.

En el caso de que exista una matriz  $B$  común, es decir,  $B_1 = B_2 = \dots = B_r$ , entonces la estabilidad  $G_{ii}^T P + P G_{ii} < 0$  implica que

$$\left( \frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right)^T P + P \left( \frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right) \leq 0, \quad (2.12)$$

Para verificar las condiciones de estabilidad de (2.11), es necesario encontrar una matriz  $P$  que satisfaga las siguientes desigualdades matriciales lineales.

$$\begin{aligned} P &> 0 \\ G_{ii}^T P + P G_{ii} &< 0 \\ \left( \frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right)^T P + P \left( \frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right) &\leq 0 \end{aligned} \quad (2.13)$$

$$i < j, \text{ s.t. } h_i \cap h_j \neq \phi$$

o determinar que no existe tal matriz  $P$ . Por lo tanto se convierte es un problema de *viabilidad convexo* que puede resolverse numéricamente mediante desigualdades lineales matriciales.

### 2.3 DESIGUALDADES LINEALES MATRICIALES (LINEAR MATRIX INEQUALITIES, LMI)

Para los sistemas de control, la importancia de la optimización de LMI radica en el hecho de que una amplia variedad de problemas de sistema de control se

pueden considerar como problemas de LMI.

Una desigualdad matricial lineal tiene la forma

$$F(x) = F_0 + \sum_{i=1}^m x_i F_i > 0 \quad (2.14)$$

donde la variable es  $x \in \mathbb{R}^m$ , las matrices simétricas  $F_i = F_i^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $i = 0, \dots, m$  están dadas. La LMI (2.14) es equivalente a un conjunto de  $n$  desigualdades polinomiales en  $x$ , es decir, los menores principales de  $F(x)$  deben ser positivos. Las LMI estrictas tienen la forma

$$F(x) \geq 0 \quad (2.15)$$

La LMI (2.14) es una restricción convexa en  $x$ , es decir, que el conjunto  $\{x | F(x) > 0\}$  es convexo<sup>1</sup> y puede representar una amplia variedad de restricciones convexas en  $x$ .

Los problemas de optimización en la teoría de los sistemas de control que rodean a LMI se pueden reducir a pocos problemas de optimización convexos o cuasi-convexos. Estos problemas se pueden resolver numéricamente y de manera muy eficiente en los métodos del punto interior, por lo tanto, en base al enfoque convencional, se busca una solución analítica o el dominio de la frecuencia para las desigualdades matriciales [68]. Hoy en día existen poderosos programas computacionales capaces de resolver estos problemas en poco tiempo.

## 2.4 OBSERVADORES CON ENTRADAS DESCONOCIDAS

Propuesto por Chen y Patton en [9] el diseño del observador para una clase de sistemas, en el que la incertidumbre del sistema se puede resumir como un término de perturbación desconocido en la ecuación dinámica que se describe como:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + Ed(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (2.16)$$

donde  $x(t) \in \mathbb{R}^n$  es el vector de estado,  $y(t) \in \mathbb{R}^m$  es el vector de salida,  $u(t) \in \mathbb{R}^r$  es el vector de entrada conocido y  $d(t) \in \mathbb{R}^q$  es el vector de entrada (o

<sup>1</sup> conjunto en el cual se puede ir de un punto a otro punto en línea recta sin salir de dicho conjunto.

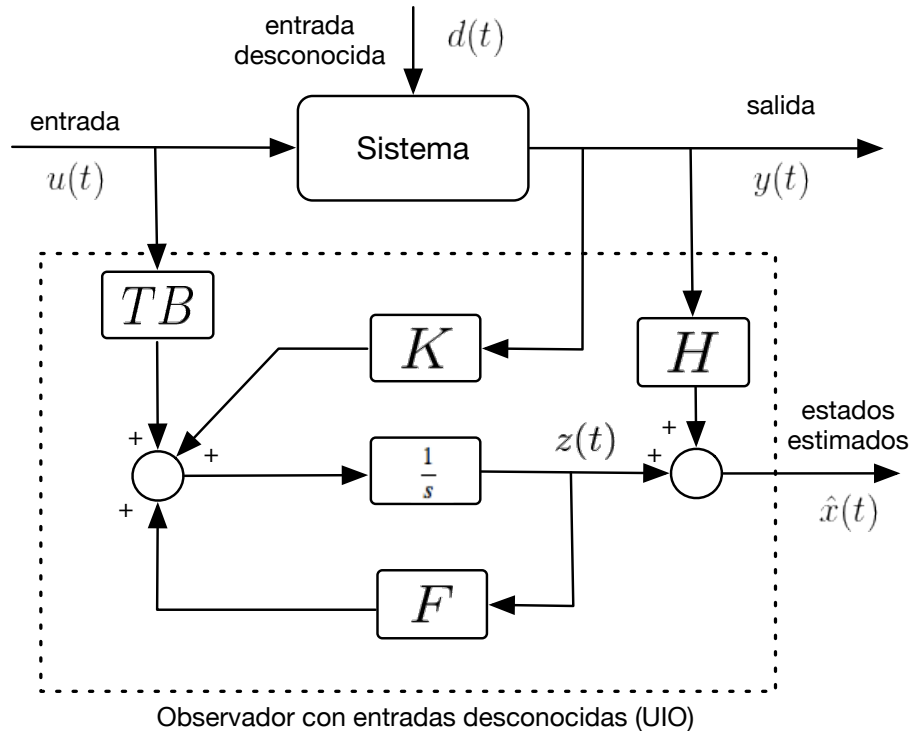


Figura 2.1: Estructura de un observador con entradas desconocidas de orden completo.

perturbación) desconocida.  $A$ ,  $B$ ,  $C$  y  $E$  son matrices conocidas con dimensiones apropiadas.

Entonces un observador con entrada desconocidas se define para el sistema descrito por la ecuación (2.16), si su vector de error de estimación de estado  $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$  se aproxima a cero asintóticamente, independientemente de la presencia de la entrada desconocida o perturbación en el sistema.

El término  $Ed(t)$  puede usarse para describir una perturbación aditiva, así como una serie de otros tipos diferentes de incertidumbres de modelado. Algunos ejemplos son: ruido, términos de interconexión en sistemas a gran escala, términos no lineales en dinámica de sistemas, términos que surgen de dinámicas de sistemas que varían en el tiempo, errores de linealización y reducción de modelos, variaciones de parámetros.

Chen y Patton en [8] definen un observador de orden completo como, donde definen un vector  $z(t)$  como el estado del observador y el vector  $\hat{x}$  como los estados etimados:



$$\begin{cases} \dot{z}(t) = Fz(t) + TBu(t) + Ky(t) \\ \hat{x}(t) = z(t) + Hy(t) \end{cases} \quad (2.17)$$

donde  $\hat{x}(t) \in \mathbb{R}^n$  es el vector de estado estimado y  $z(t) \in \mathbb{R}^n$  es el estado de orden completo del observador, y  $F, T, K, H$  son matrices que deben diseñarse para lograr un desacoplamiento de entradas desconocidas y otros requisitos de diseño. El observador descrito por la ecuación (2.17) se muestra en la [Figura 2.1](#).

Cuando el observador (2.17) es aplicado al sistema (2.16), el error de estimación ( $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ ) es gobernado por la ecuación (ver Apéndice A.1)

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) = & (A - HCA - K_1C)e(t) \\ & + (F - (A - HCA - K_1C))z(t) \\ & + (K_2 - (A - HCA - K_1C)H)y(t) \\ & + (T - (I - HC)Bu(t)) + (HC - I)Ed \end{aligned} \quad (2.18)$$

donde la matriz  $K$  de (2.17)  $K = K_1 + K_2$ .

Y las siguientes relaciones se mantienen

$$(HC - I)E = 0 \quad (2.19)$$

$$T = I - HC \quad (2.20)$$

$$F = A - HCA - K_1C \quad (2.21)$$

$$K_2 = FH \quad (2.22)$$

Entonces el error de estimación será

$$\dot{e}(t) = Fe(t) \quad (2.23)$$

Como  $e$  multiplica a la matriz  $F$ , es necesario que los valores propios de  $F$  sean estables, para que  $e(t)$  se aproxime a cero asintóticamente, entonces  $\hat{x} \rightarrow x$ . Esto significa que el observador (2.16) es un observador de entradas desconocidas, el cual trabaja correctamente.

#### 2.4.1 Procedimiento de diseño para un observador con entradas desconocidas (UIO)

El diseño del UIO consiste en resolver las ecuaciones (2.19) - (2.22) y hacer que todos los valores propios de la matriz  $F$  del sistema sean estables.

El valor de la matriz  $K_1$  es una matriz libre de parámetros, con la única restricción de estabilizar la dinámica del sistema.

Uno de los pasos más importantes en el diseño de un UIO es estabilizar  $F = A_1 - K_1C$  eligiendo la matriz  $K_1$ , cuando el par  $(C, A_1)$  es detectable. Si  $(C, A_1)$  es observable, se puede lograr fácilmente mediante colocación de polos.

El procedimiento paso a paso para de diseño de un UIO se da de la siguiente manera.

### Procedimiento 1.

1. Verificar la condición de rango para  $E$  y  $CE$ : si el **rango**  $(CE) \neq$  **rango** $(E)$ . un UIO no existe, ir al paso 10.
2. Calcular  $H, T$  y  $A_1$
3. Verificar la observabilidad, si  $(C, A_1)$  es observable, existe un UIO y  $K_1$  se pueden calcular utilizando la ubicación de polos, ir al paso 9.
4. Construir una matriz de transformación  $P$  para la descomposición canónica observable. Para seleccionar  $n_l =$  **rango** $(W_0)$  ( $W_0$  es la matriz de observabilidad de  $(C, A_1)$  )

$$P = [p_1, \dots, p_{n_0} ; p_{n_0+1}, \dots, p_n]^T$$

5. Realizar una descomposición canónica observable en  $(C, A_1)$

$$PA_1P^{-1} = \begin{bmatrix} A_{11} & 0 \\ A_{12} & A_{22} \end{bmatrix} \quad CP^{-1} = \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix}$$

6. Verificar la detectabilidad de  $(C, A_1)$  si alguno de los valores propios de  $A_{22}$  es inestable, no existe un UIO, ir al paso 10.—.
7. Seleccionar  $n_l$  eigenvalores deseables y asignarlos a  $A_{11} - K_p^1 C^*$  utilizando la ubicación del polos.
8. Calcular  $K_1 = P^{-1}K_p = P^{-1}[(K_p^1)^T \ (K_p^2)^T]^T$ , donde  $K_p^2$  puede ser cualquier matriz  $(n - n_1) \times m$ .
9. Calcular  $F$  y  $K$ .  $F = A_1 - K_1C$ ,  $K = K_1 + K_2 = K_1 + FH$ .
10. PARAR.

## 2.5 ESQUEMA ROBUSTO DE AISLAMIENTO DE FALLAS EN SENSORES; CASO LINEAL

La tarea principal de la detección robusta de fallas es generar una señal residual que sea robusta para la incertidumbre del sistema. Para detectar una falla en particular, el residual debe ser sensible a esta falla, es decir, el residuo debe activarse mediante un umbral establecido.

Para diseñar un esquema robusto de aislamiento de fallas en sensores [8], se supone que todos los actuadores están libres de fallas y las ecuaciones del sistema se pueden expresar como

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Ed(t) \\ y^j(t) = C^j x(t) + f_s^j(t) \\ y^j(t) = c_j x(t) + f_{sj}(t) \end{cases} \quad \text{para } j = 1, 2, \dots, m \quad (2.24)$$

donde  $c_j \in R^{1 \times n}$  es la  $j$ -ésimo renglón de la matriz  $C$ ,  $C^j \in R^{(m-1) \times n}$  y es obtenido de la matriz  $C$  eliminando la  $j$ -ésima fila de  $c_j$ ,  $y_j$  es el  $j$ -ésimo componente de  $y$  y  $y^j \in R^{m-1}$  se obtiene del vector  $y$  eliminando el  $j$ -ésimo componente  $y_j$ . Entonces un generador residual susceptible a fallas en sensores basado en  $m$  UIO, puede plantearse como

$$\begin{cases} \dot{z}^j(t) = T^j z^j(t) + T^j Bu(t) + K^j y^j(t) \\ r^j(t) = (I - C^j H^j) y^j(t) + C^j z^j(t) \end{cases} \quad \text{para } j = 1, 2, \dots, m \quad (2.25)$$

donde las matrices de parámetros deben satisfacer las siguientes ecuaciones

$$\left. \begin{aligned} H^j C^j E &= E \\ T^j &= I - H^j C^j \\ F^j &= T^j A K_1^j C^j \\ K_2^j &= F^j H^j \\ K^j &= K_1^j + K_2^j \end{aligned} \right\} \quad \text{para } j = 1, 2, \dots, m \quad (2.26)$$

El observador es susceptible a fallas en sensores dado que la salida impacta en la generación de residuos. El diseño del generador residual está controlado por todas las entradas y todas las salidas, excepto una. Cuando todos los actuadores están libres de fallas y ocurre una falla en el  $j$ -ésimo sensor, el residual satisface la siguiente lógica de aislamiento

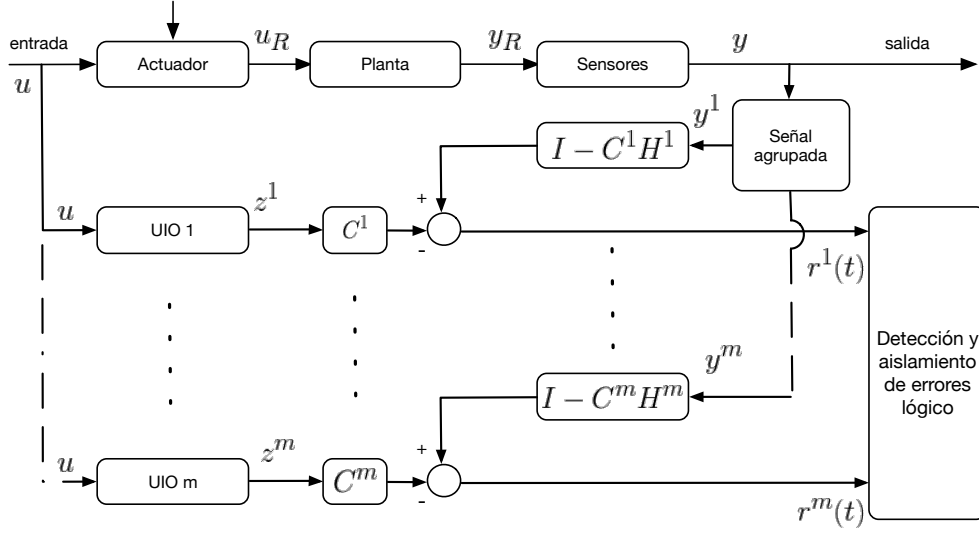


Figura 2.2: Esquema robusto de aislamiento de fallas del sensor.

$$\begin{cases} \|r^j(t)\| \leq T_{SFI}^j \\ \|r^k(t)\| \leq T_{SFI}^k \end{cases} \quad \text{para } k = 1, \dots, j-1, j+1, \dots, m \quad (2.27)$$

donde  $T_{SFI}^j$  ( $j = 1, \dots, m$ ) son umbrales de aislamiento. En la [Figura 2.2](#) se muestra un esquema de aislamiento de fallas de sensor robusto y basado en UIO.

## 2.6 OUI DE ORDEN COMPLETO DIFUSO TAKAGI-SUGENO

Para el modelo difuso Takagi-Sugeno de una clase de sistemas no lineales, en el que la incertidumbre del sistema se puede presentar como un término aditivo de perturbación desconocido es representado como

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=0}^r h_i(\theta(t)) [A_i x(t) + B_i u(t) + E_i d(t)] \\ y(t) = Cx(t) \quad i = 1, 2, \dots, r \end{cases} \quad (2.28)$$

donde  $r$  es el número de reglas del modelo difuso T-S,  $x(t) \in \mathbb{R}^n$  es el vector de estados,  $y(t) \in \mathbb{R}^m$  es el vector de salida,  $u(t) \in \mathbb{R}^p$  es la entrada conocida y  $d(t) \in \mathbb{R}^q$  es vector de entrada desconocida (o perturbación).  $A$ ,  $B$ ,  $C$  y  $E$  son matrices conocidas con dimensiones apropiadas. La estructura de un observador difuso de orden completo se puede representar como

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = \sum_{i=0}^r h_i(\theta(t)) [F_i z(t) + TB_i u(t) + K_i y(t)] \\ \hat{x}(t) = z(t) + Hy(t) \quad i = 1, 2, \dots, r \end{cases} \quad (2.29)$$

donde  $\hat{x}(t) \in \mathbb{R}^n$  es el vector de estado estimado y  $z(t) \in \mathbb{R}^n$  es el estado de orden completo del observador, y  $F$ ,  $T$ ,  $K$ ,  $H$  son matrices que deben diseñarse para lograr un desacoplamiento de entradas desconocidas. El observador descrito por la ecuación (2.29) se muestra en la [Figura 2.3](#).

Considerando el sistema difuso (2.1) con el observador (2.29), los estados y el disturbio pueden ser estimados asintóticamente si existen matrices  $F_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $T \in \mathbb{R}^{n \times m}$ ,  $K_i \in \mathbb{R}^{n \times p}$  y  $H \in \mathbb{R}^{n \times p}$  y una matriz simétrica  $P > 0$  tal que las siguientes condiciones se satisfagan

$$(I - HC)E = 0 \quad (2.30)$$

$$T = I - HC \quad (2.31)$$

$$K_{1i}(I - CH) + TA_i H - K_i = 0 \quad (2.32)$$

$$TA_i - K_{1i}C - F_i = 0 \quad (2.33)$$

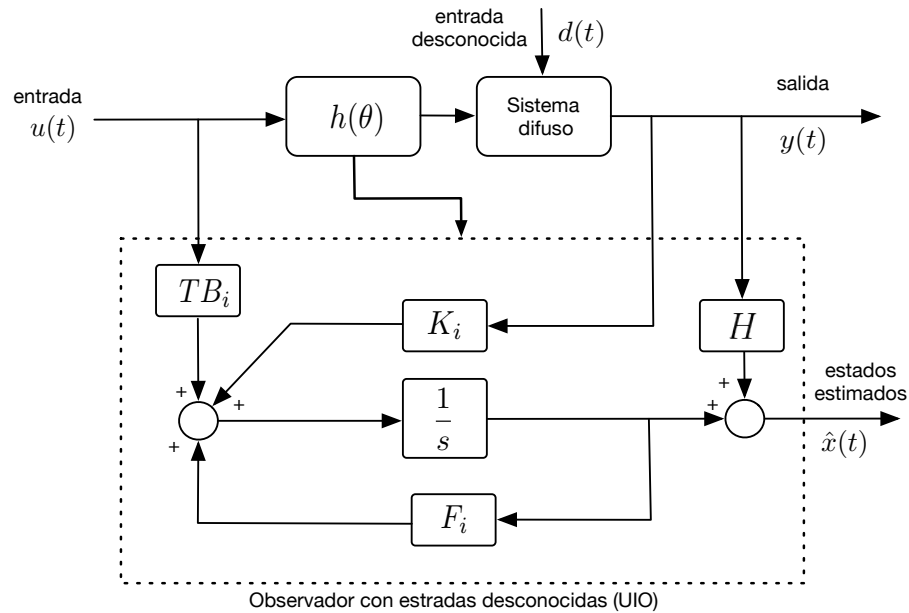


Figura 2.3: Estructura del observador de orden completo para un sistema difuso determinado por la sumatoria de pesada de cada subsistema.

$$F_i^T P + P F_i < 0 \quad (2.34)$$

Si definimos el error de estimación

$$e(t) = x - \hat{x} \quad (2.35)$$

entonces

$$e(t) = x(t) - z(t) \quad (2.36)$$

de (2.36), derivando ambas partes, la dinámica del error se convierte

$$\dot{e}(t) = \dot{x}(t) - \dot{z}(t) \quad (2.37)$$

Sustituyendo (2.28) y (2.29) en (2.37), tenemos

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\theta(t)) & [(A_i - HCA_i - K_{1i}C)e + \\ & (F_i - (A_i - HCA_i - K_{1i}C))z + \\ & (K_{2i} - (A_i - HC - K_{1i}C)H)y + \\ & (T - (I - HC)Bu) + (HC - I)Ed] \end{aligned} \quad (2.38)$$

Si la condición (2.30) - (2.34) se mantiene, (2.38) es reescrita como

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^r [F_i e(t)] \quad (2.39)$$

El error estimado (2.39) converge globalmente asintóticamente a cero, si existen las matrices  $F_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $T \in \mathbb{R}^{n \times m}$ ,  $K_i \in \mathbb{R}^{n \times p}$  y  $H \in \mathbb{R}^{n \times p}$  y una matriz simétrica  $P > 0$  tal que las siguientes condiciones se mantengan

$$\begin{aligned} ((I - UC)A_i)^T P + P((I - UC)A_i) - C^T \bar{H}_i^T - \\ \bar{H}_i C + (VCA_i)^T Q^T + Q(VCA_i) < 0 \end{aligned} \quad (2.40)$$

si  $(CE)^+$  es la pseudoinversa de  $(CE)$  y

$$(CE)^+ = [(CE)^T (CE)]^{-1} (CE)^T \quad (2.41)$$

$$U = E(CE)^+ \quad (2.42)$$

$$V = I - (CE)(CE)^+ \quad (2.43)$$

$$Q = PY \quad (2.44)$$

$$\bar{H}_i = PH_i \quad (2.45)$$

Las ganancias del observador son calculadas como

$$H = U + YV \quad (2.46)$$

$$T = I - HC \quad (2.47)$$

$$F_i = TA_i - K_{1i}C \quad (2.48)$$

$$K_i = K_{1i}(I - CH) + TA_iH \quad (2.49)$$

Finalmente (2.40) es una LMI que se puede calcular por medio de un software matemático, introduciendo los valores correctos del sistema, el número de desigualdad de matriz lineal será igual al número de subsistemas.

Los pasos para el diseño del observador difuso de entradas desconocidas se presenta en el siguiente procedimiento.

### Procedimiento 2.

1. La matriz  $C$  es de rango completo y rango de la matriz la  $E$  también lo es. Además, el rango de  $CE$  es igual al rango de  $E$ .
2. Mediante el uso de (2.42) y (2.43) obtener las matrices  $U$  y  $V$ .
3. Resolver condiciones (2.40) para obtener las matrices  $P$ ,  $\bar{H}$ , y  $Q$ ; y resolviendo (2.44) y (2.45) para obtener las matrices  $Y$  y  $H_i$ , respectivamente.
4. Las ganancias del observador se obtienen de (2.46) - (2.49).

## 2.7 ESQUEMA ROBUSTO DE AISLAMIENTO DE FALLAS EN SENSORES; CASO DIFUSO

La estructura propuesta se basa en el caso lineal donde se tiene el sistema difuso con observadores de entradas desconocidas descrito en (2.29), se le aplica a cada subsistema difuso el esquema robusto de aislamiento de fallas en sensores descrito en la Figura 2.2, entonces obtenemos la conjunción de todas las partes para obtener el sistema descrito en la Figura 2.4.

El sistema en conjunto se expresa como [8]

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax_i(t) + B_iu(t) + Ed(t) \\ y^j(t) = C^jx(t) + f_s^j(t) \\ y_j(t) = c_jx(t) + f_{sj}(t) \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{para } j = 1, 2, \dots, m \\ \text{para } i = 1, 2, \dots, r \end{array} \quad (2.50)$$

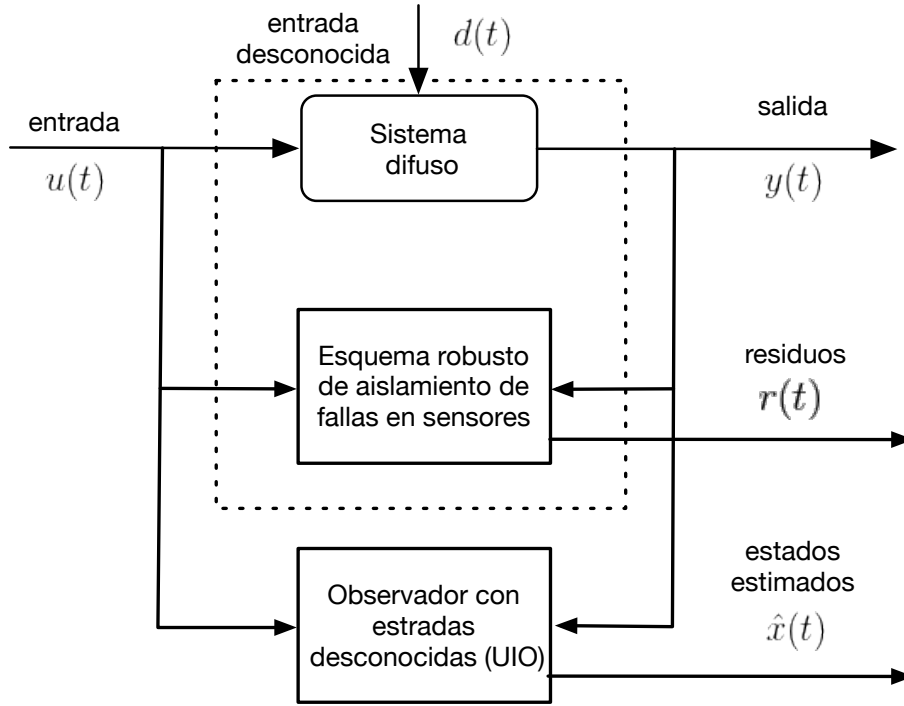


Figura 2.4: Esquema de observador difuso robusto de entradas desconocidas para fallas en sensores aplicados a modelos Takagi-Sugeno.

donde  $i$  es el subsistema difuso,  $c_{ji} \in R^{1 \times n}$  es la  $j$ -ésimo renglón de la matriz  $C$ ,  $C^j \in R^{(m-1) \times n}$  y es obtenido de la matriz  $C$  eliminando la  $j$ -ésima fila de  $c_{ji}$ ,  $y_{ji}$  es el  $j$ -ésimo componente de  $y$  y  $y^{ji} \in R^{m-1}$  se obtiene del vector  $y$  eliminando el  $j$ -ésimo componente  $y_{ji}$ . Entonces un generador residual basado en UIO  $m$ , se plantea como

$$\begin{cases} \dot{z}^j(t) = T^j z^j(t) + T^j B u(t) + K^j y^{ji}(t) \\ r^{ji}(t) = \sum_{i=1}^r h_i [(I - C^j H^j) y^{ji}(t) + C^j z^j(t)] & \text{para } j = 1, 2, \dots, m \\ & \text{para } i = 1, 2, \dots, r \end{cases} \quad (2.51)$$

donde las matrices de parámetros deben satisfacer las siguientes ecuaciones

$$\left. \begin{aligned} H^j C^j E &= E \\ T^j &= I - H^j C^j \\ F^j &= T^j A K_1^j C^j \\ K_2^j &= F^j H^j \\ K^j &= K_1^j + K_2^j \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\text{para } j = 1, 2, \dots, m \\ &\text{para } i = 1, 2, \dots, r \end{aligned} \quad (2.52)$$



## 2.8 ESQUEMA DIAGNÓSTICO DE FALLAS PROPUESTO

En base a la información descrita y proporciona en los capítulos anteriores, se pretende proponer un esquema de diagnóstico de fallas robusto para sistemas no lineales basado en modelos Takagi-Sugeno, por medio de observadores con entradas desconocidas, para la generación de residuos.

A continuación se describen las diferentes etapas del esquema de control y diagnóstico de fallas propuesto.

### Procedimiento 3.

1. Contar con un sistema difuso Takagi-Sugeno.
2. Realizar un acoplamiento a las ecuaciones generales para el diseño de un UIO de orden completo, para obtener un esquema en el que se puede trabajar con el modelado difuso T-S.
3. Busca encontrar una o varias ecuaciones matriciales lineales (LMI), por medio del análisis de estabilidad de Lyapunov, partiendo como parámetros y base el UIO propuesto por Chen y Patton, siguiendo la misma nomenclatura.
4. Obtenidas las LMI es posible encontrar los valores de las matrices necesarias para cumplir con la estabilidad del sistema difuso a lazo abierto

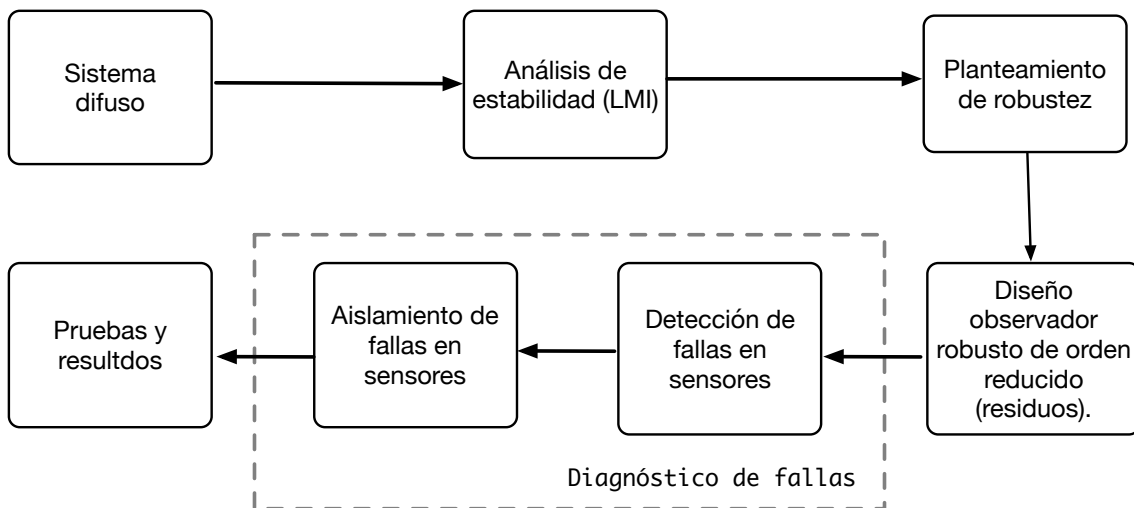


Figura 2.5: Esquema general propuesto, dividido por etapas.

acoplando al UIO. Por medio de software matemáticos se puede obtener a solución de los problemas convexos de LMI.

5. Mediante la compensación distribuida en paralelo se agrega el controlador que hace al sistema asintóticamente estable.
6. Agregar robustez al observador. Por medio del esquema robusto de detección y aislamiento de fallas en sensores, aplicado al sistema difuso obtenido en la primer etapa. Agregando un desacoplamiento de fallas en sensores para cada subsistema Takagi-Sugeno.
7. Por medio de la generación de residuos, establecer una matriz de firma de fallas para proporcionar información sobre las fallas en el sistema para la toma de decisiones atacando el problema del diagnóstico de fallas.

Como la planta se pretende tomar un sistema dinámico no lineal es necesario linealizar el sistema en diferentes puntos de operación y tratar de obtener un sistema difuso T-S con un número razonable de subsistemas. Para finalmente realizar pruebas a nivel simulación aplicando la metodología descrita. El esquema propuesto se muestra en la Figura 2.5.

## 2.9 CONCLUSIONES

En este Capítulo se describe a detalle los temas involucrados para el planteamiento del problema del diagnóstico de fallas en sensores para sistemas no lineales mediante modelos difusos por a través de la generación de residuos en observadores robustos de entradas desconocidas. Primeramente se describe la nomenclatura para obtener los modelos difusos Takagi-Sugeno, a través de la obtención de submodelos lineales descritos localmente por el comportamiento de las entradas y salidas del sistema. Se describe el compensador distribuido en paralelo para encontrar una matriz definida positiva que satisfaga a todos los modelos difusos mediante la estabilidad de Lyapunov.

Se abordan la descripción de desigualdades lineales matriciales, ya que son una parte fundamental en lo que respecta a la solución de modelos difusos. La solución de LMI involucran además los problemas de optimización convexa en la teoría de sistemas de control, donde hoy en día resulta una tarea un tanto simple gracias a los poderosos software matemáticos que utilizan el enfoque de punto interior para encontrar soluciones a los planteamientos de LMI.

---

El planteamiento de observadores con entradas desconocidas se encuentra estudiado en la literatura donde se han desarrollado diseños para sistemas lineales, mencionando en este Capítulo los UIO descritos por Chen y Paton, los cuales se toman como base para obtener los observadores para modelos difusos. Es importante mencionar que en su libro los autores describen a detalle el procedimiento así como las pruebas de rango y observabilidad para obtener las matrices necesarias para la implantación del observador.

Realizando un análisis de estabilidad, estimación del error así como involucrando la dinámica del error es posible obtener una serie de LMI fácil de resolver que involucran la pseudoinversa de las matrices de salidas y de entradas desconocidas del sistema.

Finalmente se plantea el esquema robusto de aislamiento de fallas en sensores, capaz de generar residuos susceptibles a dichas fallas mediante la implementación de umbrales de aislamiento que activan dichos residuos, para así llegar a la etapa de toma de decisiones de la problemática del diagnóstico de fallas.



## PRUEBAS Y RESULTADOS

---

A continuación se describe la obtención de resultados del diagnóstico de fallas para sensores aplicado a sistemas difusos, por medio de observadores de entradas desconocidas, mediante la generación de residuos que se activan a través de un umbral.

Se presentan dos casos de estudio, en los cuales se realizan los cálculos necesarios para la obtención de matrices que lleven al sistema a un estado de estabilidad propio de los modelos difusos mediante la solución de LMI para la implementación de observadores con entradas desconocidas. Posteriormente se agrega el bloque de control que realiza una retroalimentación de estados para llevar a todos los estados a una estabilidad. Para finalmente agregar la etapa de robustez en falla de sensores.

El primer ejemplo muestra un sistema numérico formada por dos subsistemas que comprende dos reglas para la planta, mientras que en el segundo ejemplo se muestra un sistema masa-resorte-amortiguador que comprende una linealización difusa de cuatro reglas de la planta.

### 3.1 CASO DE ESTUDIO 1: SISTEMA NUMÉRICO

Para mostrar la validez de los resultados propuestos, consideremos un ejemplo numérico de dos submodelos y espacios de estado en  $\mathbb{R}^3$ , entonces

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^2 h(z(t)) (A_i x(t) + B_i u(t) + E_i d(t)) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (3.1)$$

Considerando el modelo T-S descrito en (2.1), se tienen dos subsistemas difusos, por lo tanto  $r = 2$ , entonces los valores del sistema son dados arbitrariamente tomando en cuenta que los submodelos sean linealmente estables, la

matriz  $E$  esta dada de forma que la perturbación este presente en los tres estados del sistema y la matriz de salidas  $C$  debe presentarse de dimensiones  $\mathbb{R}^{3 \times 3}$  para satisfacer las dimensiones de diseño de observadores difusos. Entonces las matrices del sistemas son las siguientes:

$$A_1 = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 0 \\ 2 & 1 & -6 \end{bmatrix} \quad A_2 = \begin{bmatrix} -3 & 2 & 2 \\ 5 & -8 & 0 \\ 0.5 & 0.5 & -4 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -0.5 \\ -0.5 \end{bmatrix} \quad B_2 = \begin{bmatrix} -0.5 \\ 1 \\ -0.25 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Se utiliza la siguiente función de membresía dado que el resultado entrega dos funciones suaves en base a la salida  $y_1$  y tomando como límites los valores entre 3 y  $-3$ . La función de peso se muestra en la Figura 3.1.

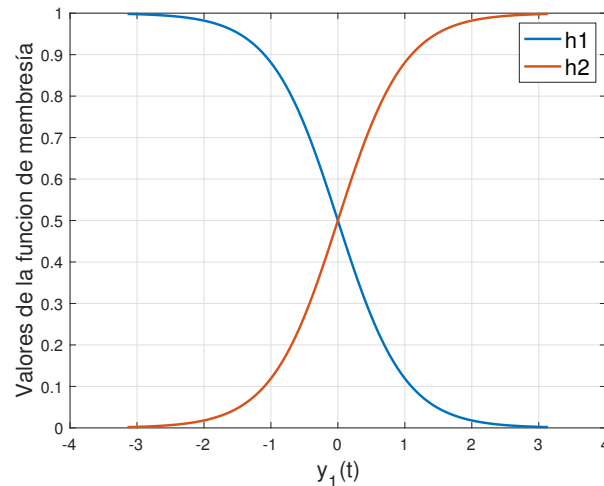


Figura 3.1: Funciones de membresía  $h_1(z)$  y  $h_2(z)$ .

$$\begin{cases} h(t) = y_1(t) \\ h_1(z(t)) = \frac{1}{2}(1 - \tanh(h(t))) \\ h_2(z(t)) = 1 - h_1(z(t)) \end{cases} \quad (3.2)$$

Basado en el proceso de diseño para el observador con entradas desconocidas para sistemas difusos, primero se obtiene la prueba de rangos. Dado que el sistema cuenta con rango completo, se obtiene las desigualdades matriciales lineales descritas en (2.40). Calculando la pseudoinversa en (2.41), para posteriormente obtener las matrices  $U$  y  $V$  de (2.42) y (2.43), entonces el resultado es el siguiente:

$$CE^+ = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad U = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad V = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Analizando las LMI de (2.40), mencionado anteriormente el sistema cuenta con dos submodelos por lo tanto  $r = 2$  entonces existen dos desigualdades matriciales lineales que cuenta con características numéricamente manejables, es decir se encuentran dentro del alcance de los algoritmos de optimización convexos eficientes. Resolviendo la LMI por medio de la herramienta CVX de Matlab, dicha herramienta convierte el sistema de desigualdades en un lenguaje manejable para la optimización convexa de LMI. Además es posible especificar restricciones e igualdades mediante la sintaxis de expresión estándar de Matlab, por lo tanto es posible obtener las siguientes resultados:

$$P = \begin{bmatrix} 6.905 & 0 & 0 \\ 0 & 3.045 & 0.197 \\ 0 & 0.197 & 2.190 \end{bmatrix} \quad \bar{H}_1 = \begin{bmatrix} 10.428 & 0 & 0 \\ -2.256 & 0 & 0 \\ 8.563 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} 24.911 & 0 & 0 \\ 0 & 24.911 & 0 \\ 0 & 0 & 24.911 \end{bmatrix} \quad \bar{H}_2 = \begin{bmatrix} 11.955 & 0 & 0 \\ 6.782 & 0 & 0 \\ 8.060 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Las ganancias del observador se obtiene mediante (2.46)-(2.49)

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 8.2277 & -0.7414 \\ 1 & -0.7414 & 11.4406 \end{bmatrix} \quad T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$F_1 = \begin{bmatrix} -1.5103 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & -7 \end{bmatrix} \quad F_2 = \begin{bmatrix} -1.7315 & 0 & 0 \\ 0 & -6 & 2 \\ 0 & -1.5 & -6 \end{bmatrix}$$

$$K_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1.5103 & 1.5103 \\ 2 & -18.1968 & 11.9235 \\ -3 & 9.1900 & -76.0842 \end{bmatrix}$$

$$K_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1.7315 & 1.7315 \\ 10 & -48.8490 & 29.3298 \\ -1 & -4.3930 & -64.0315 \end{bmatrix}$$

Una vez que se tienen todos los valores necesarios para la implementación del observador de entradas desconocidas es necesario realizar una serie de pruebas para comprobar el funcionamiento del observador, donde una de sus funciones además de generar residuos, es estimar los estados del sistema aún en presencia de entradas desconocidas o perturbaciones.

Como primera prueba se toma la perturbación  $d(t) = 0$ , es decir, no se cuenta con dicha entrada. La función de entrada es escalón unitario, entonces  $u(t) = 1$ . Los valores iniciales del vector  $x(t)$  están dados por los siguientes estados  $x(0) = [-1 \ -0.5 \ 0]^T$ , para el vector  $z(t)$  correspondiente al UIO se establecen los siguientes valores iniciales  $z(0) = [1 \ 1 \ 1]^T$  y un tiempo de simulación de  $t = 10$ , se muestran los resultados en la Figura 3.2. Las tres gráficas muestran los resultados del observador para cada estado del sistema a lazo abierto. Con los valores iniciales de los vectores  $x(t)$  y  $z(t)$  distintos, es posible apreciar la dinámica de cada estado  $x$  y estado estimado  $x_e$ , cada uno converge al mismo valor de estado estable del sistema. Además los errores tienden a cero asintóticamente. Por lo tanto las ganancias del observador obtenidas a través de la LMI funcionan adecuadamente sin presencia de una entrada desconocida.



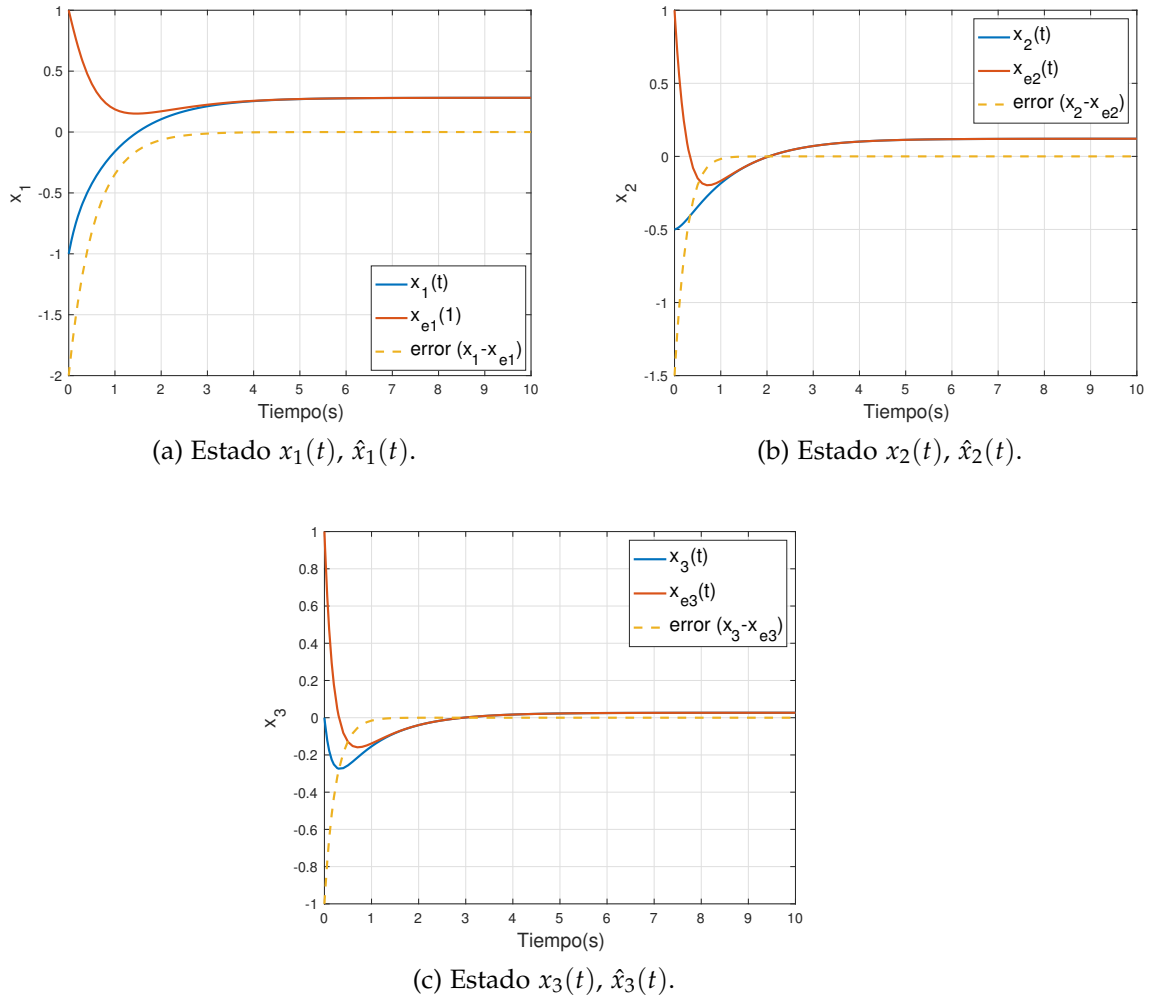


Figura 3.2: Estados  $x(t)$ ,  $\hat{x}(t)$  y el error, con  $d = 0$ .

Como segunda prueba la perturbación  $d(t)$  es una señal con valores intermitentes en el tiempo, como se muestra en la Figura 3.3 y sus valores de describen a continuación:

$$d(t) = \begin{cases} 0 & \text{cuando } 0 < t < 2 \\ 1 & \text{cuando } 2 < t < 3 \\ 0 & \text{cuando } 3 < t < 7 \\ 1 & \text{cuando } t < 7 \end{cases}$$

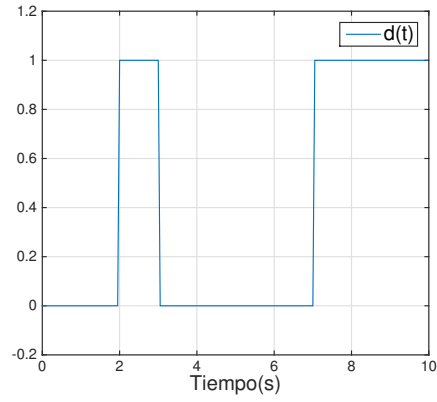
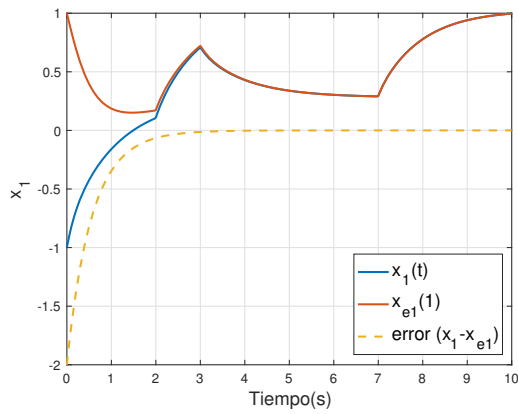
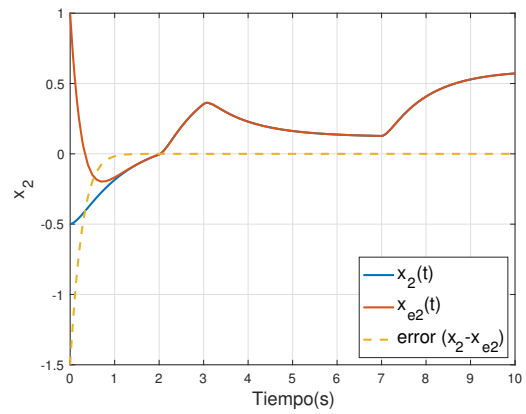


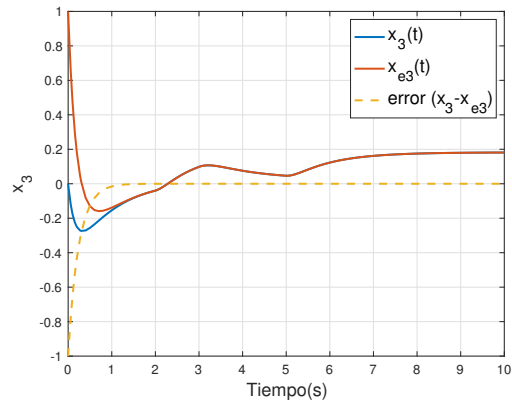
Figura 3.3: Estrada desconocida  $d(t)$ .



(a) Estado  $x_1(t)$ ,  $\hat{x}_1(t)$ .



(b) Estado  $x_2(t)$ ,  $\hat{x}_2(t)$ .



(c) Estado  $x_3(t)$ ,  $\hat{x}_3(t)$ .

Figura 3.4: Estados  $x(t)$ ,  $\hat{x}(t)$  y el error, con  $d = 1$ .

Para facilidad de la prueba los valores iniciales  $x(0)$  son los mismos que el ejemplo anterior, entrada  $u(t)$  se mantiene y los valores de  $z(0)$  también. La Figura 3.4 muestran los resultados de la simulación. El observador funciona adecuadamente con la presencia de una entrada desconocida. Cabe mencionar que el error  $e(t)$  presenta ligeros sobresaltos cuando la entrada desconocida se hace presente en el sistema de de manera abrupta, es decir cuando la función  $d(t) = 1$ . Sin embargo rápidamente el error converge a cero y los estados estimados siguen a los estados del sistema. Por lo tanto el la funcionalidad del UIO se encuentra presente añadiendo dicha entrada desconocida.

Como tercera prueba del estimador de estados se plantea una perturbación  $d(t)$  como una señal aleatoria distribuida uniformemente entre los valores de  $[-0.7 \ 1]$  como se muestra en la Figura 3.5. Dando así lugar a una entrada desconocida más común en la problemática de sistemas dinámicos reales, ya que no se tienen valores estables en cuanto al tiempo ni tampoco la dimensión de su amplitud.

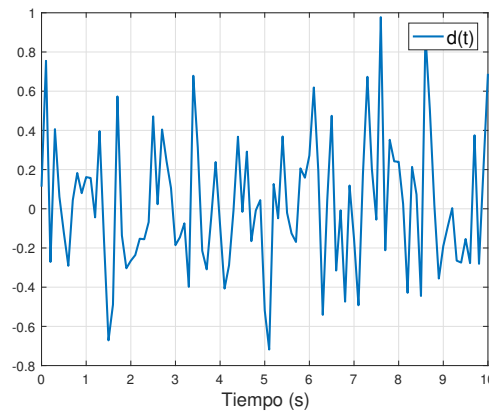
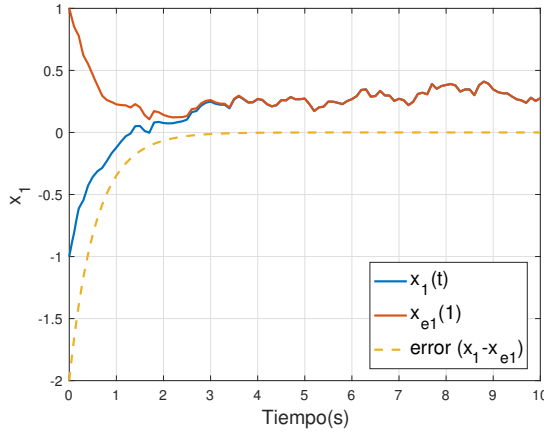


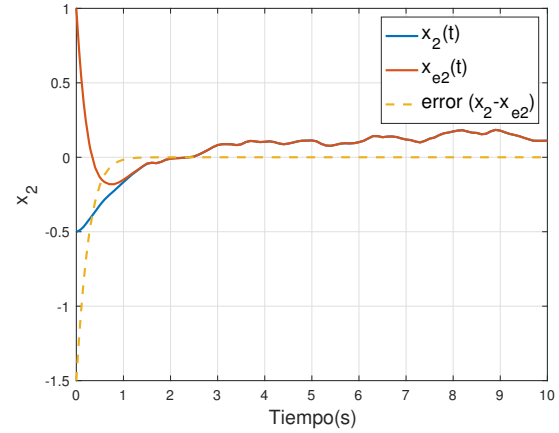
Figura 3.5: Función  $d(t)$ , generada por aleatoriamente.

El resultado de agregar una entrada desconocida más compleja muestra a los estados del sistema y la estimación de ellos en la Figura 3.6, donde es posible observar aún un buen desempeño del observador en presencia de una entrada desconocida perturbada ya que el error tiende a cero, ocurriendo una pequeña elevación del error cuando al sistema se le agrega la perturbación, pero rápidamente el error vuelve a establecerse en cero. Es normal observar que todos los estados del sistema están afectados por la señal  $d(t)$ , recordando los valores de la matriz  $E$ , donde el estado  $x_1$  se aprecia más afectado a la entrada desconocida a comparación de  $x_3$ , esto viene dado por la simple naturaleza del sistema

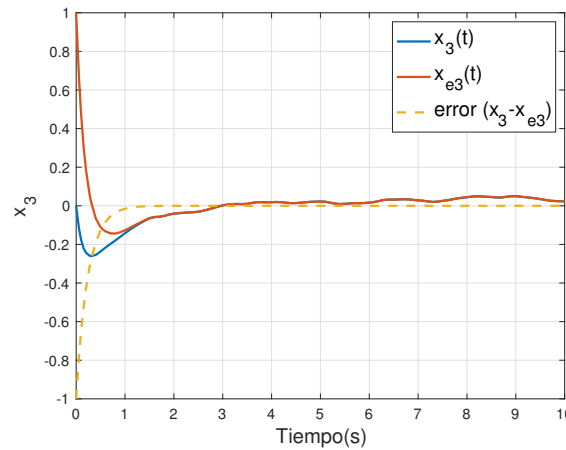
difuso.



(a) Estado  $x_1(t)$ ,  $\hat{x}_1(t)$ .



(b) Estado  $x_2(t)$ ,  $\hat{x}_2(t)$ .



(c) Estado  $x_3(t)$ ,  $\hat{x}_3(t)$ .

Figura 3.6: Estados  $x(t)$ ,  $\hat{x}(t)$  y el error, con  $d(t)$  variable.

Como resumen, los resultados de las simulaciones anteriores muestran los estados  $x_1$ ,  $x_2$  y  $x_3$  del sistema así como los estados estimados  $\hat{x}_1$ ,  $\hat{x}_2$  y  $\hat{x}_3$  con diferentes entradas desconocidas, en donde se observa un buen comportamiento del observador difuso de entradas desconocidas.

Además cabe mencionar que el cálculo de las matrices  $U$  y  $V$  y la solución de LMI que satisfacen el esquema propuesto para diseño de observadores difusos, ya que las ganancias de la matrices producen que los estados estimados del sistema sigan a los estados del sistema y los errores de estimación  $e_1$ ,  $e_2$  y  $e_3$

convengan a cero.

Por otro lado estas pruebas son solamente la primer parte del sistema, ya que para aplicar la detección y el aislamiento de fallas en el sistema, se integra el aislamiento robusto de fallas en sensores. Esta teoría se menciona en el Capítulo 2 y forma parte de la robustez del sistema.

### 3.1.1 Controlador difuso Takagi-Sugeno

Antes de pasar a la detección y aislamiento de fallas es importante contar con un control del sistema que lleve a los estados al estado estable es decir que todos los estados convengan a 0, y que garanticen la estabilidad del sistema. Ya que las primeras pruebas se llevan a cabo a lazo abierto.

Aplicando la teoría de control para sistemas difusos hay que tomar en cuenta el número de subsistemas  $r = 2$  en base al compensador distribuido en paralelo (PDC), es posible encontrar matrices  $F_i$  para cerrar el lazo, y que se agreguen a la entrada del sistema para llevar a los estados a la estabilidad.

Proponiendo los polos del sistema en  $[-3 \quad -3 \quad -3]$  las ganancias de retroalimentación son las siguientes:

$$F_1 = \begin{bmatrix} -0.3333 & 0.0000 & 3.3333 \end{bmatrix}$$

$$F_2 = \begin{bmatrix} -2.9703 & 4.6689 & 1.3905 \end{bmatrix}$$

Y la señal de control está dada por

$$u = -h_1(t)F_1x(t) - h_2(t)F_2x(t) \quad (3.3)$$

donde

$$G = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 (A_i - B_i F_i) = \begin{bmatrix} 1.6667 & 1.0000 & -2.3333 \\ 0.8333 & -3.0000 & 1.6667 \\ 1.8333 & 1.0000 & -4.33337 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

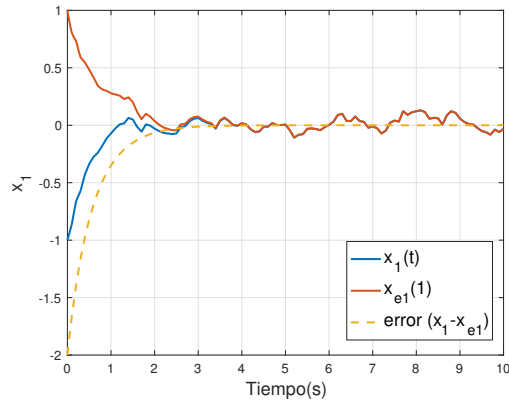
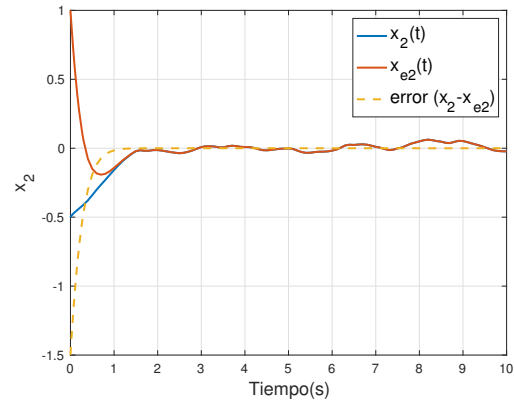
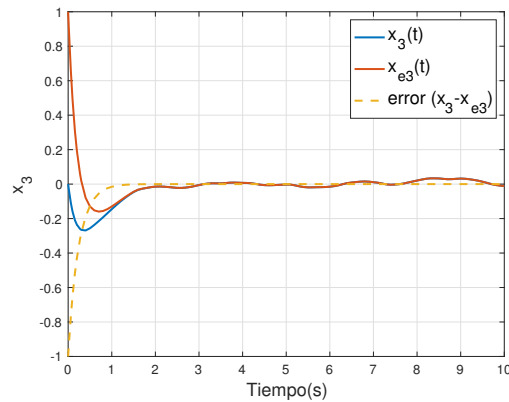
(a) Estado  $x_1$  con control.(b) Estado  $x_2$  con control.(c) Estado  $x_3$  con control.

Figura 3.7: Controlador difuso T-S, mediante la técnica del compensador distribuido en paralelo.

Entonces aplicando el control y manteniendo  $d(t)$  como una señal aleatoria perturbada, el sistema se muestra en la Figura 3.7. Las gráficas muestran una estabilidad para todos los estados, recordando que el sistema se encuentra en presencia de una entrada desconocida perturbada ninguno de los estados incluyendo los estados estimados convergen asintóticamente pero es posible determinar que el sistema se encuentra controlado.

Con el control aplicado y el observador con entradas desconocidas también, se tiene un sistema estable, y es posible aplicar la tercera etapa, la detección y aislamiento de fallas.

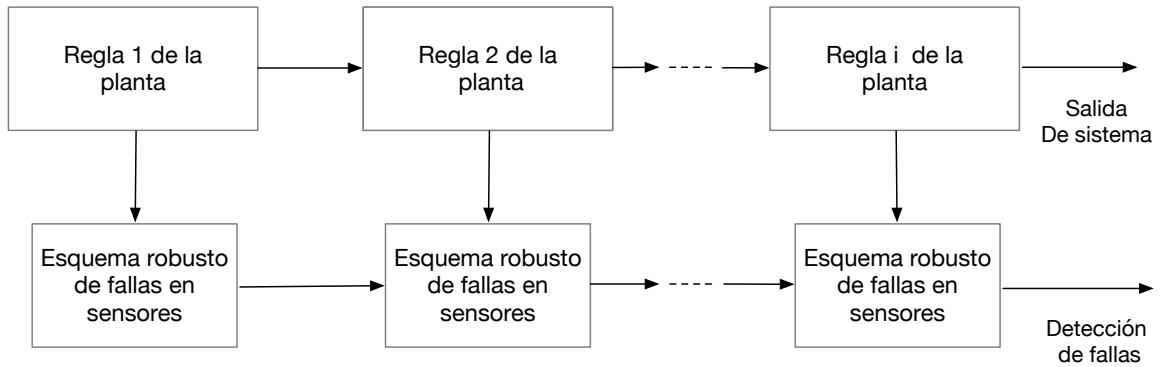


Figura 3.8: Esquema que describe la implementación de un sistema robusto de fallas en sensores con linealización difusa Takagi-Sugeno, usando la sumatoria de pesos.

### 3.1.2 Detección y aislamiento de fallas

Recordando que la tarea principal de la detección de fallas robusta es la generación de residuos que sean robustos ante la incertidumbre del sistema y capaces de detectar una falla en particular por lo tanto el residuo debe ser sensible a dicha falla.

Para agregar fallas en sensores es necesario realizar un análisis de cada subsistema Takagi-Sugeno, ya que cada conjunto forma parte de una linealización. La Figura 3.8 muestra el esquema implementado para llegar a realizar la detección y aislamiento de fallas en sensores para sistemas no lineales mediante sistemas difusos Takagi-Sugeno. Donde básicamente es agregar un esquema de aislamiento de fallas por cada subsistema Takagi-Sugeno (Figura 2.2), utilizando de igual manera los pesos entregados por las funciones de membresía  $h(t)$ .

Ahora para obtener los parámetros de las matrices que satisfagan a cada subsistema se tiene que tomar en cuenta tanto el orden del sistema como el número de reglas difusas.

Para cada regla de la planta se tiene que tomar en cuenta orden del sistema es  $j = 3$  además del orden de los subsistemas T-S es  $r = 2$ , entonces se tiene  $n = jr$  matrices que calcular. Ahora comenzando para  $r = 1$ , o la primer regla de la planta, entonces las matrices son las siguientes

$$C_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$y_{11} = C_{11}x + f_1$$

$$F_{a11} = \begin{bmatrix} f_2 & f_3 \end{bmatrix}$$

$$F_{11} = \begin{bmatrix} -2.5000 & -11.7023 & -12.0047 \\ 1.5000 & -9.7018 & -5.3551 \\ 1.5000 & -4.9834 & -11.2982 \end{bmatrix} \quad T_{11} = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0.5000 & -0.5000 \\ 0 & 0.5000 & 0.5000 \\ 0 & 0.5000 & 0.5000 \end{bmatrix}$$

$$H_{11} = \begin{bmatrix} -0.5000 & 0.5000 \\ 0.5000 & -0.5000 \\ -0.5000 & 0.5000 \end{bmatrix} \quad K_{11} = \begin{bmatrix} 12.1035 & 14.6035 \\ 5.7784 & 5.2784 \\ 6.3908 & 5.8908 \end{bmatrix}$$

De igual manera para  $r = 1$  y  $j = 2$ ,

$$C_{12} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$y_{12} = C_{12}x + f_2$$

$$F_{a12} = \begin{bmatrix} f_1 & f_3 \end{bmatrix}$$

$$T_{12} = \begin{bmatrix} 0.5000 & 0 & -0.5000 \\ 0.5000 & 1.0000 & 0.5000 \\ -0.5000 & 0 & 0.5000 \end{bmatrix} \quad F_{12} = \begin{bmatrix} -11.9765 & 0 & -0.5217 \\ -17.3640 & -2.0000 & -20.1361 \\ -2.9783 & 0 & -9.5235 \end{bmatrix}$$

$$H_{12} = \begin{bmatrix} -0.5000 & 0.5000 \\ 0.5000 & -0.5000 \\ -0.5000 & 0.5000 \end{bmatrix} \quad K_{12} = \begin{bmatrix} 3.7274 & -2.2274 \\ 0.6140 & -0.1140 \\ -1.2726 & -0.2274 \end{bmatrix}$$

Para  $r = 1$  y  $j = 3$ ,



$$C_{13} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$y_{13} = C_{13}x + f_3$$

$$F_{a13} = \begin{bmatrix} f_1 & f_2 \end{bmatrix}$$

$$T_{13} = \begin{bmatrix} 0.5000 & 0 & -0.5000 \\ 0.5000 & 1.0000 & 0.5000 \\ -0.5000 & 0 & 0.5000 \end{bmatrix} \quad F_{13} = \begin{bmatrix} -9.5000 & -2.0000 & 0.5000 \\ -1.5000 & -8.0000 & 0.5000 \\ -4.5000 & -2.0000 & -6.5000 \end{bmatrix}$$

$$H_{13} = \begin{bmatrix} -0.5000 & 0.5000 \\ 0.5000 & -0.5000 \\ -0.5000 & 0.5000 \end{bmatrix} \quad K_{13} = \begin{bmatrix} 5.5000 & 4.5000 \\ 4.5000 & 3.5000 \\ 3.5000 & 5.5000 \end{bmatrix}$$

Ahora los cálculos para el segundo subsistema T-S, cuando  $r = 2$  y  $j = 1$

$$C_{21} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$y_{21} = C_{21}x + f_1$$

$$F_{a21} = \begin{bmatrix} f_2 & f_3 \end{bmatrix}$$

$$F_{21} = \begin{bmatrix} -0.7500 & -9.6036 & 1.5382 \\ 2.7500 & -10.7102 & -2.4133 \\ 2.7500 & -4.7248 & -8.0398 \end{bmatrix} \quad T_{21} = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0.5000 & -0.5000 \\ 0 & 0.5000 & 0.5000 \\ 0 & 0.5000 & 0.5000 \end{bmatrix}$$

$$H_{21} = \begin{bmatrix} -0.5000 & 0.5000 \\ 0.5000 & -0.5000 \\ -0.5000 & 0.5000 \end{bmatrix} \quad K_{21} = \begin{bmatrix} 2.1577 & 7.6577 \\ 1.4369 & 5.9369 \\ 1.2573 & 5.7573 \end{bmatrix}$$

Para  $r = 2$  y  $j = 2$

$$C_{22} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$y_{22} = C_{22}x + f_2$$

$$F_{a22} = \begin{bmatrix} f_1 & f_3 \end{bmatrix}$$

$$F_{22} = \begin{bmatrix} -8.7842 & 0.7500 & 1.0620 \\ -1.2968 & -6.7500 & -0.8617 \\ 1.0734 & -0.7500 & -7.9658 \end{bmatrix} \quad T_{22} = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0.5000 & -0.5000 \\ 0 & 0.5000 & 0.5000 \\ 0 & 0.5000 & 0.5000 \end{bmatrix}$$

$$H_{22} = \begin{bmatrix} -0.5000 & 0.5000 \\ 0.5000 & -0.5000 \\ -0.5000 & 0.5000 \end{bmatrix} \quad K_{22} = \begin{bmatrix} 2.7981 & -2.2981 \\ 7.3425 & 2.1575 \\ -2.3946 & 1.8946 \end{bmatrix}$$

Y finalmente cuando  $r = 2$  y  $j = 3$

$$C_{23} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$y_{223} = C_{23}x + f_3$$

$$F_{a23} = \begin{bmatrix} f_1 & f_2 \end{bmatrix}$$

$$F_{23} = \begin{bmatrix} -9.0000 & -5.0000 & 1.0000 \\ -4.0000 & -5.0000 & 1.0000 \\ -6.0000 & -5.0000 & -5.0000 \end{bmatrix} \quad T_{23} = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0.5000 & -0.5000 \\ 0 & 0.5000 & 0.5000 \\ 0 & 0.5000 & 0.5000 \end{bmatrix}$$

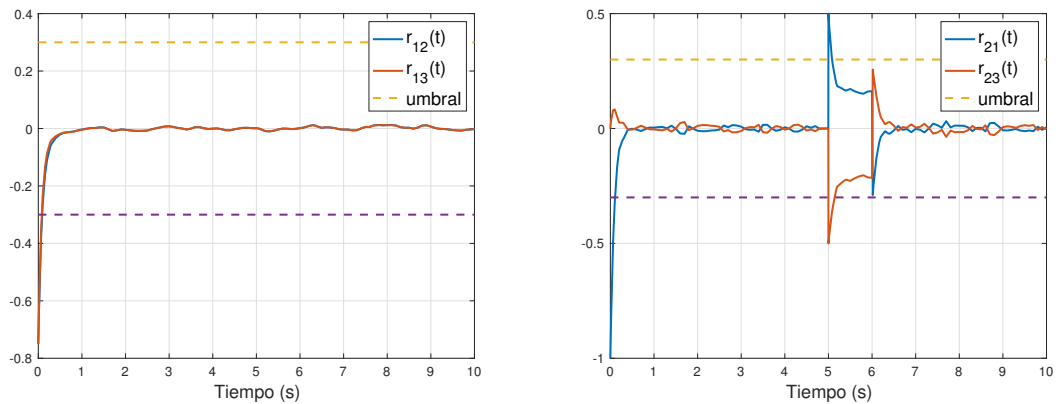
$$H_{23} = \begin{bmatrix} -0.5000 & 0.5000 \\ 0.5000 & -0.5000 \\ -0.5000 & 0.5000 \end{bmatrix} \quad K_{23} = \begin{bmatrix} 8.5000 & 3.5000 \\ 6.0000 & 1.0000 \\ 7.5000 & 3.5000 \end{bmatrix}$$

Una vez realizado el cálculo de todas las matrices que intervienen en el sistema, se realizan pruebas con diferentes fallas en el sistema, como es posible tener 3 fallas, una por cada sensor, se realiza la serie de combinaciones posibles con las que puede ocurrir la falla.

Es importante mencionar que cada residuo generado por el subsistema  $j$ , es multiplicado por el peso del sistema  $h(t)$  y sumado por las  $r$  reglas de la planta, como se describe en la siguiente ecuación

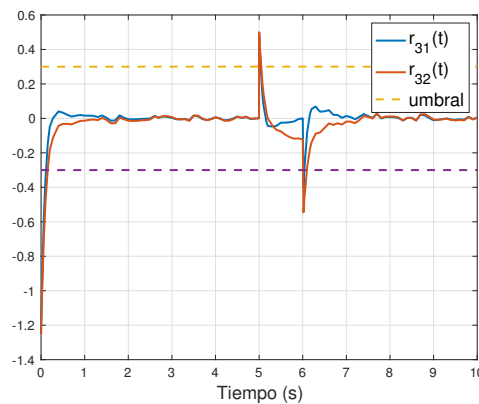
$$res_j = \sum_{i=1}^r h_i(\theta(t))[(I - C_{ij}H_{ij})y_{ij} - C_{ij}Z_{ij}] \quad (3.5)$$

Tomando en cuenta la tercer prueba, donde la entrada desconocida  $d(t)$  es una señal aleatoria perturbada, se realiza una serie de pruebas introduciendo fallas en los sensores que afectan directamente a la salida de los estados, mencionado anteriormente se debe tener el cuenta que los actuadores se encuentran libres de fallas.



(a) Residuo  $r_1$  con falla  $f_1$ .

(b) Residuo  $r_2$  con falla  $f_1$ .



(c) Residuo  $r_3$  con falla  $f_1$ .

Figura 3.9: Gráfica de residuos cuando ocurre una falla en  $f_1$ .

Al vector de fallas  $F_a = [f_1 \ f_2 \ f_3]^T$ , se le asigna un valor de  $f_j = 1$ , cuando  $5 < t < 6$ , esto quiere decir que en el sensor número 1 esta en presencia de algún tipo de falla, como en este caso de estudio no se describe un modelo físico real, se puede expresar que la falla esta dada por cortocircuitos internos, roturas en los cables, cortocircuitos en los cables, daños mecánicos, fijación errónea, lecturas erróneas etc. por mencionar algunas de las posibles fallas.

Entonces cuando una falla ocurre en  $F_a = [1 \ 0 \ 0]^T$  los residuos entregados por el observador robusto de entradas desconocidas se muestran en la Figura 3.9. Se observa en las tres gráficas la función del UIO de orden reducido ya que para cada uno de los residuos se desacopla uno un residuos dado por el diseño al eliminar el  $j$ -ésimo componente en cada UIO. Además se puede observar el umbral establecido para cada residuo, en este caso se eligió el valor de

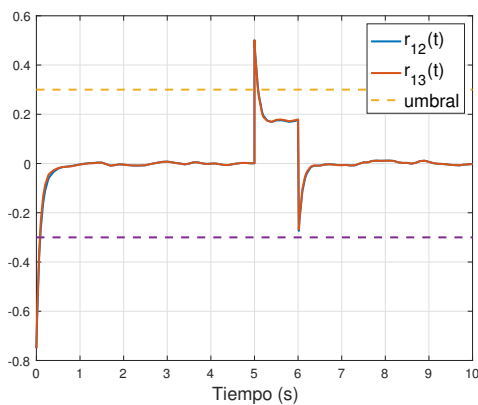
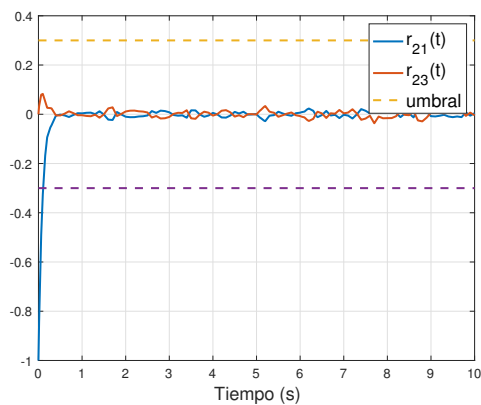
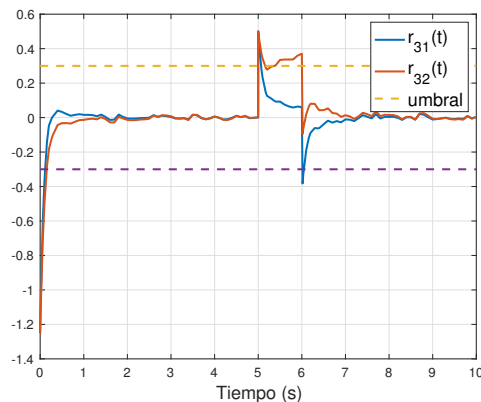
(a) Residuo  $r_1$  con falla  $f_2$ .(b) Residuo  $r_2$  con falla  $f_2$ .(c) Residuo  $r_3$  con falla  $f_2$ .

Figura 3.10: Gráfica de residuos cuando ocurre una falla en  $f_2$ .

$t_{hr} = \pm 0.3$ , dado que los residuos rebasan dicho valor cuando se encuentran en presencia de una falla.

Además se aprecia que el observador robusto desacopla la falla del residuo cuando se presenta la falla en en la mismo posición del sensor, eso quiere decir que los residuos  $r_2$  y  $r_3$  sean susceptibles a dicha falla  $f_1$  produciendo un incremento en su valor que es capaz de sobrepasar el umbral  $t_{hr}$ , mientras que el residuo  $r_1$  se mantiene sin alteraciones al momento de presentarse la falla.

Así mismo, cuando la falla ocurre en  $F_a = [0 \ 1 \ 0]^T$  entre el tiempo  $6 < t < 7$ , el resultado de los residuos se observan en la Figura 3.10, en ellos se observan las tres gráficas de los 3 residuos, observando que  $r_1$  y  $r_3$  sufren una alteración entre el tiempo que la falla ocurre, mientras que el residuo  $r_2$  se mantiene en

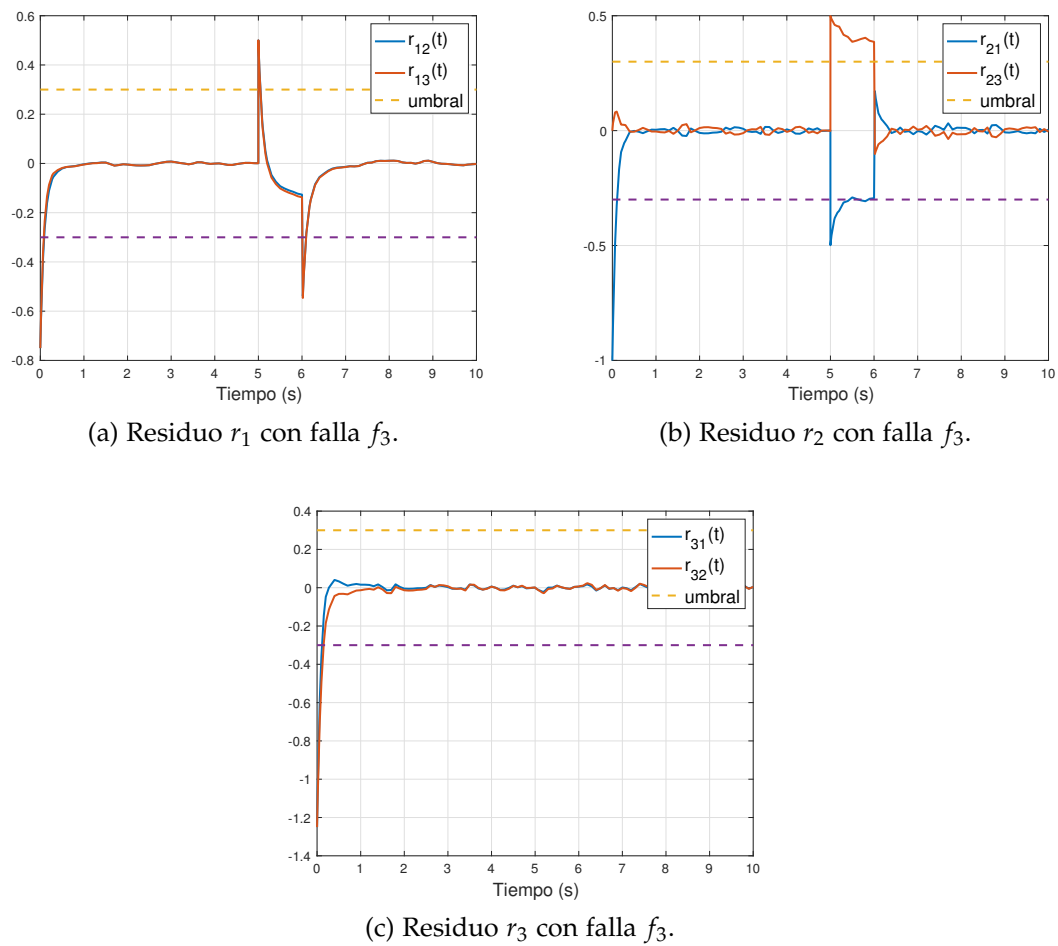


Figura 3.11: Gráfica de residuos cuando ocurre una falla en  $f_3$ .

valor de 0, esto mientras el error del observador también llega a tener un valor de 0.

También en la Figura 3.11 se muestra los resultados de los residuos de cada estado cuando la falla  $F_a = [0 \ 0 \ 1]^T$  ocurre. En donde se observa que en el residuo  $r_3$  la falla no se hace presente, mientras que los residuos  $r_1$  y  $r_2$  presentan una alteración al momento de hacerse presente la falla. Cabe resaltar que para cada una de las combinaciones anteriores ocurre el mismo resultado, esto para cada residuo  $r_i$  en presencia de la misma posición de la falla  $f_i$ .

Realizando todas las combinaciones de fallas en el vector  $F_a$ , entonces podemos establecer la matriz de firma de fallas del sistema, como se describe en la Tabla 1. La tabla muestra el resultado de las primeras tres combinaciones de residuos y fallas en el sistema, es interesante observar que las fallas ocurridas en un solo sensor están desacopladas en la misma posición que su residuo, mientras que si la falla ocurre en dos o más sensores, todos los residuos son activados.

Tabla 1: MATRIZ DE FIRMA DE FALLAS DEL SISTEMA, BASADA EN LOS RESIDUOS DEL SISTEMA.

	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_1f_2$	$f_1f_3$	$f_2f_3$	$f_1f_2f_3$
$r_1$	0	1	1	1	1	1	1
$r_2$	1	0	1	1	1	1	1
$r_3$	1	1	0	1	1	1	1

Una vez obtenida la información de la matriz de firma de fallas es posible establecer y realizar un análisis cuando el sistema presenta fallas en sensores. Cada sensor representa un estado del sistema por lo tanto podemos establecer el  $sensor_m = x_m$ . Se concluye que cuando la falla ocurre en cualquiera de los tres sensores los residuos entregados por los UIO dedicado presentan la activación del umbral en dos de los tres residuos. Más específico, cuando la falla ocurre en el sensor  $j$ , los residuos  $r_j \neq j$  sobrepasan los umbrales activando dichos residuos, permitiendo así establecer una acción para la detección y aislamiento

de la falla ocurrida en tal sensor.

Si la falla se representa en dos o más sensores a la misma vez encontraremos que todos los residuos se activan, por lo tanto es un tanto confuso establecer a que sensor se atribuye la falla, pero se puede concluir que la falla se presenta en más de un sensor o bien en todos los sensores disponibles.

Además a través de la información obtenida por la generación de residuos del observador difuso de entradas desconocidas, es posible establecer la detección de fallas en los sensores cuando ocurren fallas en más de un sensor. Dado que

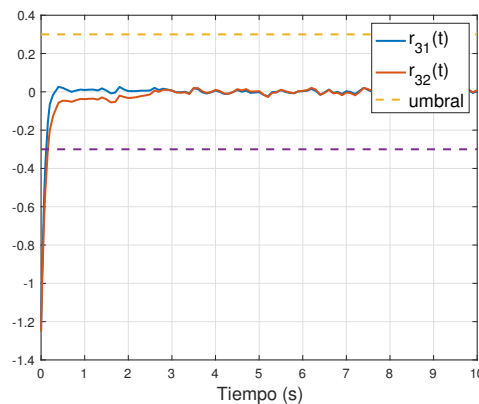
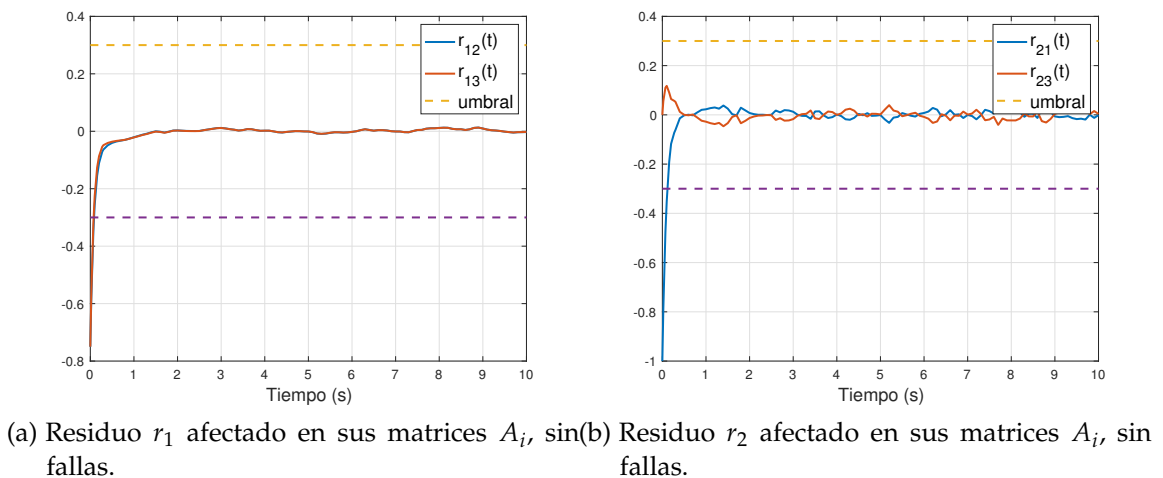


Figura 3.12: Prueba de robustez en el sistema, cuando las matrices  $A_1$  y  $A_2$  son multiplicadas por un factor  $\Delta = 0.5$ , salida de los residuos.

el observador de orden completo también activa un residuo en el momento en que se detectan fallas en los sensores.

### 3.1.3 Prueba de robustez

Como parte de la parte de la robustez en el sistema es necesario que el modelo difuso continúe entregando residuos sin activar el umbral ante cambios o perturbaciones que puedan presentarse en el proceso, en ellos puede ocurrir diferencias en las matrices  $A_1$ , como se muestra en la Figura 3.12, donde dichas matrices tiene un factor que multiplica las matrices por 0.5 ( $\Delta A_i = 0.5 * A_i$ ). En la prueba no se presentan fallas en el sistema pero se puede observar que los residuos entregados por el observador robusto no se activan, es decir no sobrepasan el umbral establecido anteriormente. Por lo tanto se puede determinar que el sistema es robusto ante perturbaciones externas en el proceso.

## 3.2 CASO DE ESTUDIO 2: SISTEMA MASA-RESORTE-AMORTIGUADOR

Como segunda prueba, se presenta un sistema común para la realización de ejemplos, un sistema masa-resorte-amortiguador, que cuenta con cuatro submodelos difusos y con un espacio de estados de  $\mathbb{R}^2$ .

### 3.2.1 Sistema Masa-Resorte-Amortiguador

Para un sistema mecánico no lineal simple de masa, resorte y amortiguador, se aplica el modelo propuesto para obtener su sistema difuso Takagi-Sugeno, para posteriormente incluir el modelo de diagnóstico robusto de fallas en sensores.

Las aplicaciones prácticas de un sistema de masa-resorte-amortiguador se pueden encontrar en un modelo de suspensión automotriz de un automóvil en el que la masa  $M$  es el peso del automóvil. Se sabe que  $x$  y  $\dot{x}$  son difíciles de medir mientras el automóvil está en funcionamiento.

El sistema de suspensión de un vehículo proporcionan características de buen desempeño y confort en conducción. Se debe controlar el movimiento vertical excesivo de la rueda para eliminar las fallas de contacto entre el neumático y la carretera, mantener buenas características de conducción, y evitar daños a la suspensión o al camino.



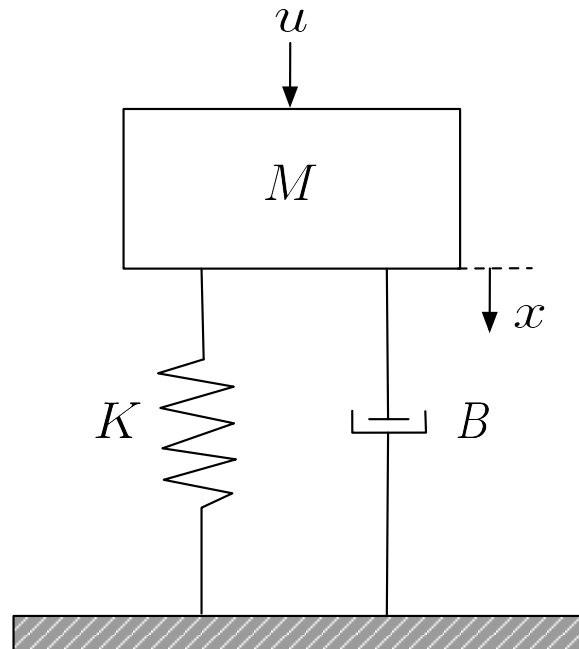


Figura 3.13: Sistema mecánico de masa-resorte-amortiguador.

Los sistemas de suspensión utilizan sensores y actuadores para adaptarse a las características del terreno y del conductor. Para el caso de estudio de este ejemplo se utilizarán fallas en el sensor tanto en el desplazamiento como en la velocidad del automóvil, además se definen como entradas desconocidas las irregularidades del camino, así como aceleraciones producidas durante la conducción, por hacer mención de algunos ejemplos.

Por lo tanto el sistema descrito en la Figura 3.13 representa un modelo físico de un sistema de suspensión de un cuarto de vehículo, el coeficiente de rigidez del resorte, el coeficiente de amortiguación del amortiguador y el término de entrada son no lineales y tienen incertidumbre.

$$M\ddot{x} + g(x, \dot{x}) + f(x) = \phi(\dot{x})u \quad (3.6)$$

donde  $M$  es la masa y  $u$  es la fuerza,  $f(x)$  es el término no lineal o incierto con respecto al resorte,  $g(x, \dot{x})$  es el término no lineal o incierto con respecto al amortiguador.  $\phi(\dot{x})$  es el término no lineal con respecto al término de entrada.

Además  $x_1 = x$  es el desplazamiento y  $x_2 = \dot{x}$  es la velocidad del objeto  $M$ ,  $K$  es la fuerza que produce la deformación de la masa entre la elongación que sufre el mismo por la actuación de esta fuerza,  $B$  es el coeficiente de amortiguamiento, las variables  $c_i$  son los coeficientes de roce viscoso del amortiguador. El modelo en espacio de estados se encuentra definido como [69]

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{c_3}{M} - \frac{c_4}{M}x_1^2 & -\frac{Bc_1x_1}{Mx_2} - \frac{Bc_2x_2^2}{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} + \frac{c_5}{M}x_1^2 \end{bmatrix} u \quad (3.7)$$

Si el término  $g(x, \ddot{x}) = B(c_1x + c_2\dot{x}^3)$ ,  $f(x) = c_3x + c_4x^3$  y  $\phi(\dot{x}) = 1 + c_5\dot{x}^3$ . Y si establecemos límites a los términos  $x$  y  $\dot{x}$ , entonces:

$$x \in [-a \ a] \quad \dot{x} \in [-b \ b] \quad a, b > 0$$

Estableciendo los parámetros con los siguientes valores, entonces

$$\begin{aligned} M &= 1Kg & B &= 1 \\ c_1 &= 0.001 & c_2 &= 0.1 & c_3 &= 0.01 & c_4 &= 0.67 & c_5 &= 0 \\ a &= 1.5m & b &= 1.5m/s \end{aligned}$$

Entonces (3.6), en base a (3.7) se reescribe como

$$\ddot{x} = -0.1\dot{x}^3 - 0.02x - 0.67x^3 + u \quad (3.8)$$

Los términos no lineales son  $-0.1\dot{x}^3$  y  $-0.67x^3$ . Entonces se debe establecer condiciones para que satisfaga las condiciones para  $x \in [-a \ a]$  y  $\dot{x} \in [-b \ b]$ , como se muestra en las Figura 3.14, y se establece lo siguiente

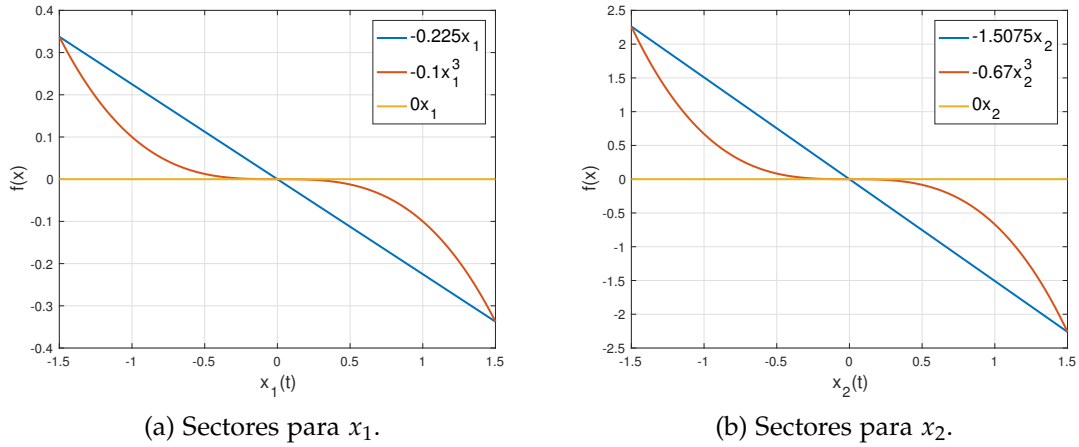


Figura 3.14: Términos no lineales y sus sectores.

$$\begin{cases} -1.5075x \leq -0.67x^3 \leq x & x \geq 0 \\ x \leq -0.67x^3 \leq -1.5075x & x < 0 \end{cases} \quad (3.9)$$

$$\begin{cases} -0.225\dot{x} \leq -0.1\dot{x}^3 \leq \dot{x} & \dot{x} \geq 0 \\ \dot{x} \leq -0.1\dot{x}^3 \leq -0.225\dot{x} & \dot{x} < 0 \end{cases}$$

Los términos no lineales se pueden representar mediante el límite superior y el límite inferior

$$\begin{aligned} -0.67x^3 &= M_{11} - (1 - M_{11}) * 1.5075x, \\ -0.1\dot{x}^3 &= M_{21} - (1 - M_{21}) * 0.225 \end{aligned} \quad (3.10)$$

donde los términos de  $M_{11}$  y  $M_{21}$  contienen los valor de peso de las funciones de membresia y tiene un valor entre 0 y 1

$$M_{11} \in [0 \ 1] \quad M_{21} \in [0 \ 1]$$

Resolviendo las ecuaciones para  $M_{11}$  y  $M_{21}$ , entonces

$$\begin{aligned} M_{11}(x(t)) &= 1 - \frac{x^2(t)}{2.25} \\ M_{12}(x(t)) &= 1 - M_{11}(x(t)) = \frac{x^2(t)}{2.25} \\ M_{21}(\dot{x}(t)) &= 1 - \frac{\dot{x}^2(t)}{2.25} \\ M_{22}(\dot{x}(t)) &= 1 - M_{11}(x(t)) = \frac{\dot{x}^2(t)}{2.25} \end{aligned} \quad (3.11)$$

La Figura 3.15 muestra los valores de los conjuntos difusos, donde se observa la dinámica para los valores de  $x$  y  $\dot{x}$ . Y se establecen los modelos Takagi-Sugeno en cuatro reglas ( $r = 4$ ) para representar al sistema, como se describe a continuación.

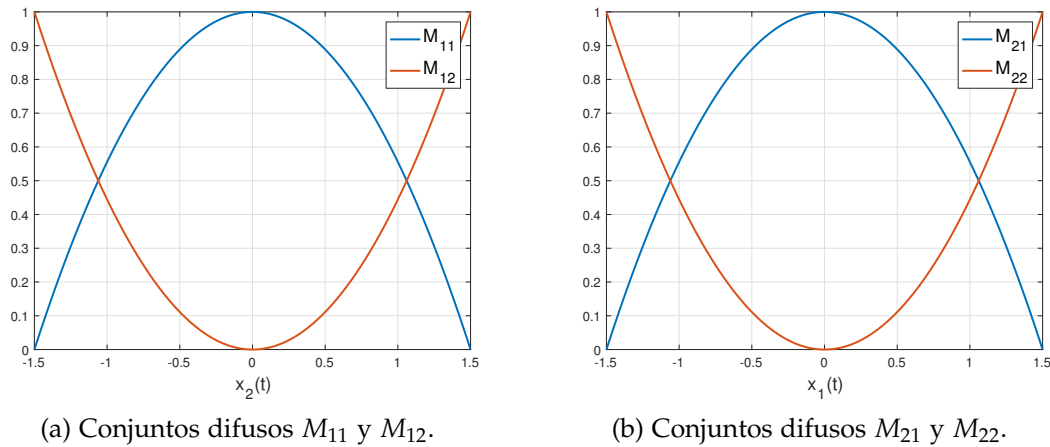


Figura 3.15: Conjuntos difusos.

**Regla 1 de la planta:**

$$\begin{array}{l} \text{SI } x(t) \text{ es } M_{11} \text{ y } \dot{x}(t) \text{ es } M_{21} \\ \text{ENTONCES } \begin{cases} \dot{x}(t) = A_1x(t) + B_1u(t) \\ y(t) = C_1x(t) \end{cases} \end{array}$$

**Regla 2 de la planta:**

$$\begin{array}{l} \text{SI } x(t) \text{ es } M_{11} \text{ y } \dot{x}(t) \text{ es } M_{22} \\ \text{ENTONCES } \begin{cases} \dot{x}(t) = A_2x(t) + B_2u(t) \\ y(t) = C_2x(t) \end{cases} \end{array}$$

**Regla 3 de la planta:**

$$\begin{array}{l} \text{SI } x(t) \text{ es } M_{12} \text{ y } \dot{x}(t) \text{ es } M_{21} \\ \text{ENTONCES } \begin{cases} \dot{x}(t) = A_3x(t) + B_3u(t) \\ y(t) = C_3x(t) \end{cases} \end{array}$$

**Regla 4 de la planta:**

$$\begin{array}{l} \text{SI } x(t) \text{ es } M_{12} \text{ y } \dot{x}(t) \text{ es } M_{22} \\ \text{ENTONCES } \begin{cases} \dot{x}(t) = A_4x(t) + B_4u(t) \\ y(t) = C_4x(t) \end{cases} \end{array}$$

Donde las matrices son

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ x(t) \end{bmatrix}$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & -0.02 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -0.225 & -0.02 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 0 & -1.5275 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$A_4 = \begin{bmatrix} -0.225 & -1.5275 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Para comenzar el diseño de UIO, se establece el rango de las matrices  $C$ ,  $E$  y  $CE$ , después se obtienen las matrices  $(CE)^+$ ,  $U$  y  $V$  por (2.41), (2.42) y (2.43)

$$(CE)^+ = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \quad U = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \quad V = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Las LMI a resolver son las siguientes,

$$\begin{aligned} ((I - UC)A_1)^{-1}P + P((I - UC)A_1) - C^{-1}\bar{H}_1^1 - \bar{H}_1C + (VCA_1)^{-1}Q^{-1} + Q(VCA_1) &\leq 0 \\ ((I - UC)A_2)^{-1}P + P((I - UC)A_2) - C^{-1}\bar{H}_2^1 - \bar{H}_2C + (VCA_2)^{-1}Q^{-1} + Q(VCA_2) &\leq 0 \\ ((I - UC)A_3)^{-1}P + P((I - UC)A_3) - C^{-1}\bar{H}_3^1 - \bar{H}_3C + (VCA_3)^{-1}Q^{-1} + Q(VCA_3) &\leq 0 \\ ((I - UC)A_4)^{-1}P + P((I - UC)A_4) - C^{-1}\bar{H}_4^1 - \bar{H}_4C + (VCA_4)^{-1}Q^{-1} + Q(VCA_4) &\leq 0 \end{aligned}$$

Mediante la herramienta CVX de Matlab es posible llegar a la solución, gracias a su solución mediante la optimización convexa y su fácil implementación y uso en el script de Matlab. El Código 1 se muestran su entorno, la declaración de variables así como la descripción de LMI.

Código 1: Entorno de CVX en el script de Matlab.

```

265
266 cvx_begin sdp
267     variable P(2,2) symmetric;
268     variable Q(2,2) symmetric;
269     variable Hx1(2,2);
270     variable Hx2(2,2);
271     variable Hx3(2,2);
272     variable Hx4(2,2);
273
274     P >= eye(2);
275     Q >= eye(2);
276
277     ((eye(2) - U*C)*A1)'*P + P*((eye(2) - U*C)*A1) - C'*Hx1' - Hx1*C + (V*C*A1)'*Q' + Q*(V*C*A1) <= 0;
278     ((eye(2) - U*C)*A2)'*P + P*((eye(2) - U*C)*A2) - C'*Hx2' - Hx2*C + (V*C*A2)'*Q' + Q*(V*C*A2) <= 0;
279
280     ((eye(2) - U*C)*A3)'*P + P*((eye(2) - U*C)*A3) - C'*Hx3' - Hx3*C + (V*C*A3)'*Q' + Q*(V*C*A3) <= 0;
281     ((eye(2) - U*C)*A4)'*P + P*((eye(2) - U*C)*A4) - C'*Hx4' - Hx4*C + (V*C*A4)'*Q' + Q*(V*C*A4) <= 0;
282 cvx_end

```

Como resultado se obtienen las matrices

$$\begin{aligned}
 P &= \begin{bmatrix} 3.3363 & 0 \\ 0 & 1.4291 \end{bmatrix} & \bar{H}_1 &= \begin{bmatrix} 1.1682 & 0 \\ 1.4291 & 0 \end{bmatrix} \\
 Q &= \begin{bmatrix} 3.3363 & 0 \\ 0 & 3.3363 \end{bmatrix} & \bar{H}_2 &= \begin{bmatrix} 1.1682 & 0 \\ 1.1075 & 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{3.13}$$

A partir de la solución de las LMI se puede calcular los términos de las matrices  $H$ ,  $T$ ,  $F_i$  y  $K_i$ ,

$$\begin{aligned}
 H &= \begin{bmatrix} 1.0000 & 0 \\ -1.0000 & 2.3346 \end{bmatrix} & T &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \\
 F_1 &= \begin{bmatrix} -0.3501 & 0 \\ 0.0000 & -0.0200 \end{bmatrix} & F_2 &= \begin{bmatrix} -0.3501 & 0 \\ 0 & -0.0200 \end{bmatrix} \\
 F_3 &= \begin{bmatrix} -0.3501 & 0 \\ 0.0000 & -1.5275 \end{bmatrix} & F_4 &= \begin{bmatrix} -0.3501 & 0 \\ 0 & -1.5275 \end{bmatrix} \\
 K_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 0.3501 \\ 1.0200 & 0.9533 \end{bmatrix} & K_2 &= \begin{bmatrix} 0 & 0.3501 \\ 0.7950 & 0.7283 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

$$K_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0.3501 \\ 2.5275 & -2.5661 \end{bmatrix} \quad K_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0.3501 \\ 2.3025 & -2.7911 \end{bmatrix}$$

Por medio del compensador distribuido en paralelo se agrega estabilidad al sistema por retroalimentación de estados, se asignan polos de  $[-3 \quad -3]$  y se obtienen las siguientes ganancias.

$$F_1 = \begin{bmatrix} 6.0000 & 8.9800 \end{bmatrix} \quad F_2 = \begin{bmatrix} 5.7750 & 8.9800 \end{bmatrix}$$

$$F_3 = \begin{bmatrix} 6.0000 & 7.4725 \end{bmatrix} \quad F_4 = \begin{bmatrix} 5.7750 & 7.4725 \end{bmatrix}$$

donde

$$G = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^2 (A_i - B_i F_i) = \begin{bmatrix} -6 & -9 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

La señal de control está dada por

$$u = -h_1(t)F_1x(t) - h_2(t)F_2x(t) - h_3(t)F_3x(t) - h_4(t)F_4x(t) \quad (3.15)$$

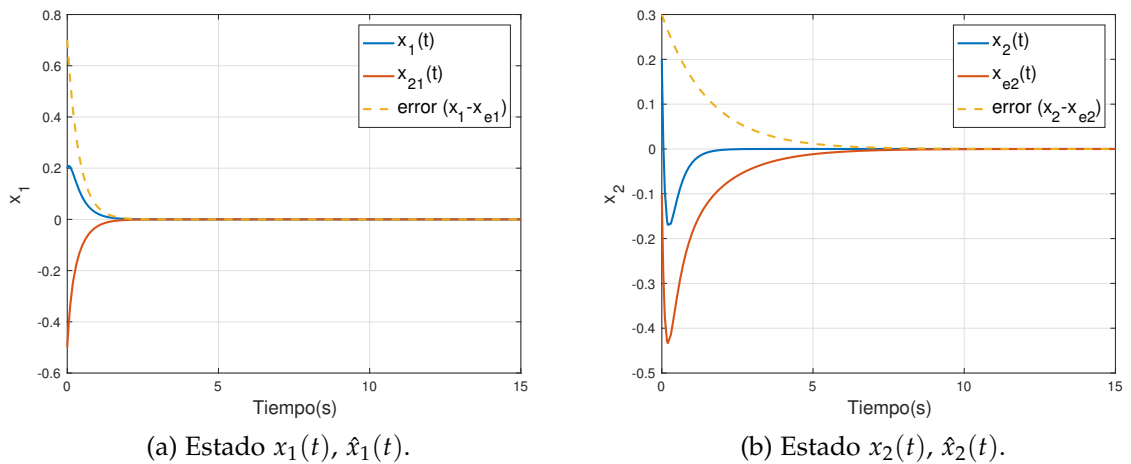


Figura 3.16: Estado  $x(t)$ ,  $\hat{x}(t)$  y el error, con  $d(t) = 0$  aplicando control mediante PDC.

Aplicando el UIO con una entrada desconocida  $d(t) = 0$  y cerrando el lazo de control se establecen valores iniciales  $x(0) = [0.2 \quad 0.2]$  y para el observador  $z(0) = [-0.3 \quad -0.3]$ , los resultados se describe en la Figura 3.16. Las gráficas

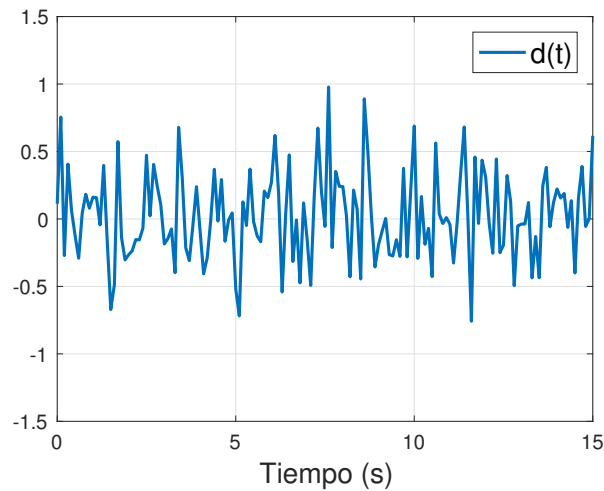


Figura 3.17: Entrada desconocida  $d(t)$  con valores aleatorios.

muestran una estabilidad para ambos estados, como el sistema se encuentra libre de perturbaciones es fácil apreciar que tanto los estados estimados  $x_e$ , los estados del sistema  $x$  y el error  $e(t)$  convergen asintóticamente a cero entonces es posible determinar que el sistema se encuentra controlado.

Como segunda prueba se agrega al sistema una entrada desconocida aleatoria perturbada  $d(t)$  que cuenta con valores oscilantes entre  $-1$  y  $1$  como se describe en la Figura 3.17 que representa una interpretación física como lo son las irregularidades del camino o aceleraciones producidas durante la conducción. Los valores iniciales de  $x(0)$  y  $z(0)$  para simplicidad de la prueba se establecen los mismo valores que la prueba anterior. Los resultados para  $x(t)$  y  $\dot{x}(t)$  se muestran en las Figuras 3.18. Las gráficas muestran ambos estados alterados por la entrada desconocida, produciendo oscilaciones muy marcadas. Esto se debe a la naturaleza del sistema, ya que es fácil establecer que a pesar de que el modelo del sistema a simple vista se considera sencillo, se presentan términos no lineales que producen grandes cambios en la dinámica del sistema. Por otro lado a pesar de que la presencia de la entrada desconocida, se puede considerar que el sistema se mantiene en un estable (cerca a cero), aun cuando existan oscilaciones de este tipo.

Como en el caso de estudio anterior al agregar robustez al sistema es necesaria la generación de residuos que sean robustos ante la incertidumbre del sistema y capaces de detectar una falla en particular por lo tanto el residuo debe ser sensible a dicha falla. Ahora el sistema difuso cuenta con un número de 4 reglas para la planta, entonces  $r = 4$  y el sistema se encuentra en espacio de



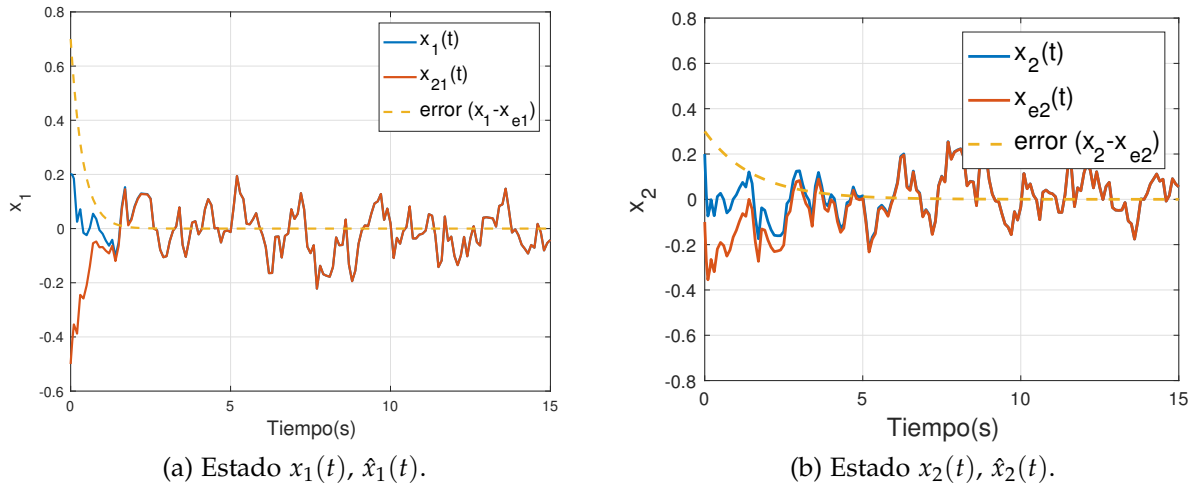


Figura 3.18: Estado  $x(t)$ ,  $\hat{x}(t)$  y el error, con señal  $d(t)$  aleatoria, aplicando control mediante PDC.

estados  $R^2$ , por lo tanto  $j = 2$ , entonces

Para  $r = 1$  y  $j = 1$

$$C_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$y_{11} = C_{11}x + f_1 \quad F_{a11} = \begin{bmatrix} f_2 \end{bmatrix}$$

$$T_{11} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad F_{11} = \begin{bmatrix} 1 & -120 \\ 0 & -22 \end{bmatrix}$$

$$H_{11} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad K_{11} = \begin{bmatrix} -1.02 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Para  $r = 1$  y  $j = 2$

$$C_{12} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$y_{11} = C_{12}x + f_2 \quad F_{a11} = \begin{bmatrix} f_1 \end{bmatrix}$$

$$T_{12} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad F_{12} = \begin{bmatrix} -22 & 0 \\ 6000 & 0 \end{bmatrix}$$

$$H_{12} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad K_{12} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1.02 \end{bmatrix}$$

Para  $r = 2$  y  $j = 1$

$$C_{21} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$y_{21} = C_{21}x + f_1 \quad F_{a21} = \begin{bmatrix} f_2 \end{bmatrix}$$

$$T_{21} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad F_{21} = \begin{bmatrix} 0.7750 & -115.1006 \\ 0 & -21.7750 \end{bmatrix}$$

$$H_{21} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad K_{21} = \begin{bmatrix} -0.7950 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Y finalmente cuando  $r = 2$  y  $j = 2$

$$C_{22} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$y_{22} = C_{22}x + f_2 \quad F_{a22} = \begin{bmatrix} f_1 \end{bmatrix}$$

$$T_{22} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad F_{22} = \begin{bmatrix} -21.8 & 0 \\ 5999.8 & 0 \end{bmatrix}$$

$$H_{22} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad K_{12} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.7950 \end{bmatrix}$$

Para  $j = 1$  y  $r = 3$

$$C_{31} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$y_{31} = C_{31}x + f_1 \quad F_{a31} = \begin{bmatrix} f_2 \end{bmatrix}$$

$$T_{31} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad F_{31} = \begin{bmatrix} 1 & -120 \\ 0 & -22 \end{bmatrix}$$

$$H_{31} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad K_{31} = \begin{bmatrix} -2.5275 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Para  $j = 2$  y  $r = 3$

$$C_{32} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$y_{32} = C_{32}x + f_2 \quad F_{a32} = \begin{bmatrix} f_1 \end{bmatrix}$$

$$T_{32} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad F_{32} = \begin{bmatrix} -22 & 0 \\ 78.5597 & -1.5275 \end{bmatrix}$$

$$H_{32} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad K_{32} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2.5275 \end{bmatrix}$$

Para  $j = 1$  y  $r = 4$

$$C_{41} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$y_{41} = C_{41}x + f_1 \quad F_{a41} = \begin{bmatrix} f_2 \end{bmatrix}$$

$$T_{41} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad F_{41} = \begin{bmatrix} 0.7750 & -115.1006 \\ 0 & -21.7750 \end{bmatrix}$$

$$H_{41} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad K_{41} = \begin{bmatrix} -2.3025 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Para  $j = 2$  y  $r = 4$ ,

$$C_{42} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$y_{42} = C_{42}x + f_2 \quad F_{a42} = \begin{bmatrix} f_1 \end{bmatrix}$$

$$T_{42} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad F_{42} = \begin{bmatrix} -21.7750 & 0 \\ 78.3347 & -1.5275 \end{bmatrix}$$

$$H_{42} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad K_{42} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2.3025 \end{bmatrix}$$

Una vez que todas las matrices son obtenidas y el observador robusto es implementado para cada subsistema difuso se realiza una serie de pruebas introduciendo fallas en los sensores que afectan directamente a la salida de los estados, mencionado anteriormente se debe tener en cuenta que los actuadores se encuentran libres de fallas.

Al vector de fallas  $F_a = [f_1 \quad f_2]^T$ , se le asigna un valor de  $f_j = 1$ , cuando  $10 < t < 11$ , esto quiere decir que en el sensor número 1 esta en presencia de algún tipo de falla, como  $x_1$  es el desplazamiento del vehículo la falla en el sensor puede estar representada por fallas internas en el sensor de movimiento o por lecturas erróneas. Entonces si el vector de fallas es  $F_a = [1 \quad 0]^T$  los residuos entregados por el observador robusto de entradas desconocidas se muestran en la Figura 3.19. En las gráficas se muestra que el que el observador robusto desacopla un falla, es decir desacopla un residuo por lo tanto en cada una de ellas solo se muestra una señal residual para cada residuo, además del umbral  $T_{hr}$ . Como se observo en el caso de estudio anterior el umbral se establece en un valor para el cual los residuos deben sobrepasar dicho nivel cuando se encuentren en presencia de una falla, en base a lo anterior el umbral tiene un valor de  $t_{hr} = \pm 0.2$ .

Entonces se interpreta que los residuos generados por el observador robusto desacopla la falla  $f_1$  en el residuo  $r_1$ , mientras que el residuo  $r_2$  es activado cuando la falla se hace presente.

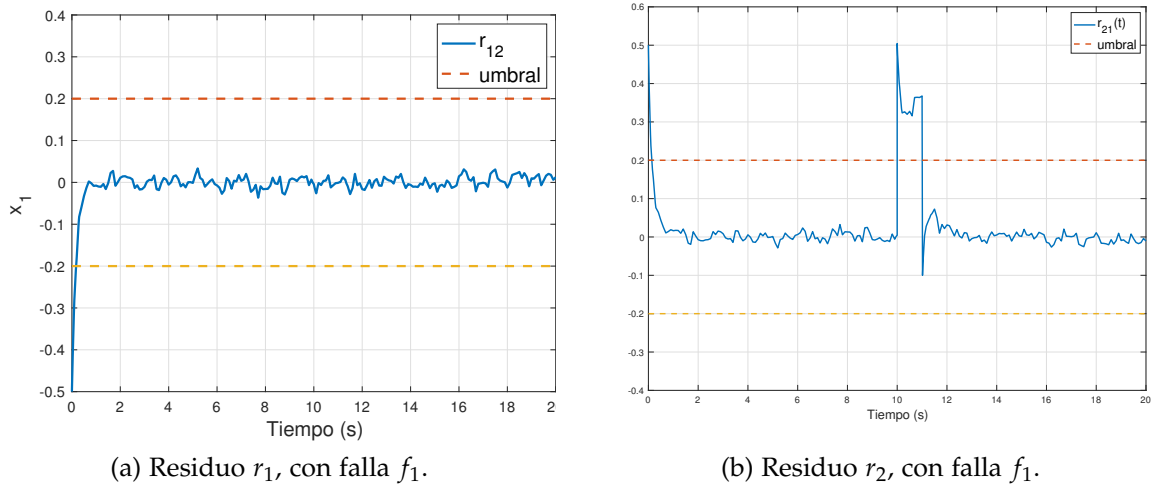


Figura 3.19: Gráfica de residuos cuando el vector de fallas es  $F_a = [1 \ 0]$ .

La Figura 3.20 muestra el vector de fallas cuando  $F_a = [0 \ 1]^T$ , donde ocurre algo similar en cuanto a los residuos, la falla  $f_2$  se desacopla del residuo  $r_2$ , por lo tanto el residuo no es activado, mientras que el residuo  $r_1$  sobrepasa el umbral  $T_{hr}$ .

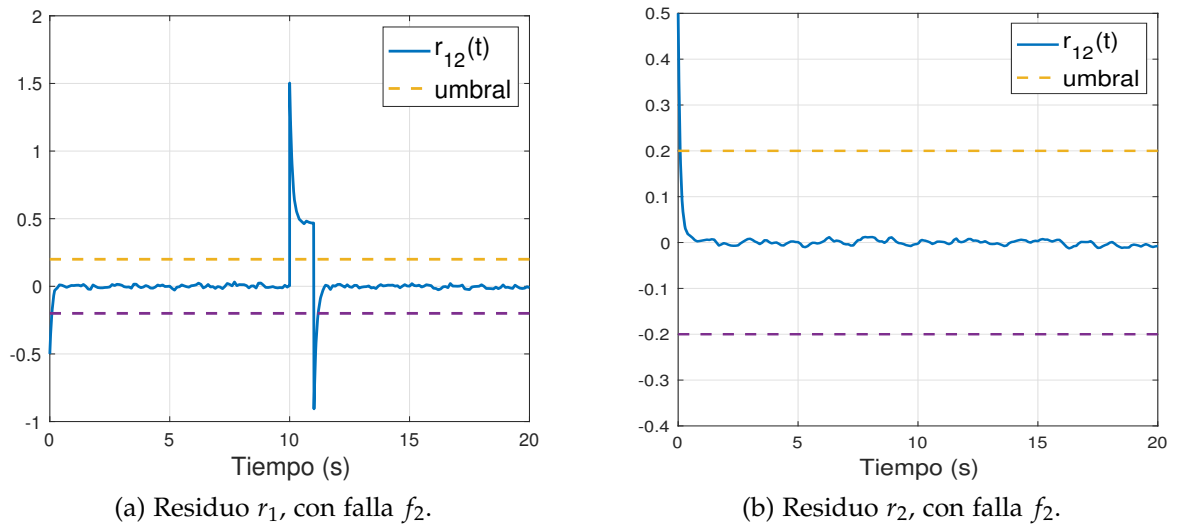


Figura 3.20: Gráfica de residuos cuando el vector de fallas es  $F_a = [0 \ 1]$ .

Realizando la última combinación posible, donde la falla se presenta en ambos sensores, el vector de fallas es  $F_a = [1 \ 1]$ . Los residuos  $r_1$  y  $r_2$  se activan, por

lo tanto se establece que ambos sensores presentan algún tipo de falla. Además se obtiene la matriz de firma de fallas del sistema mediante el umbral  $T_{hr}$ . La información se muestra en la Tabla 2.

Tabla 2: MATRIZ DE FIRMA DE FALLAS DEL SISTEMA MASA-RESORTE-AMORTIGUADOR, BASADA EN LOS RESIDUOS DEL SISTEMA.

	$f_1$	$f_2$	$f_1f_2$
$r_1$	0	1	1
$r_2$	1	0	1

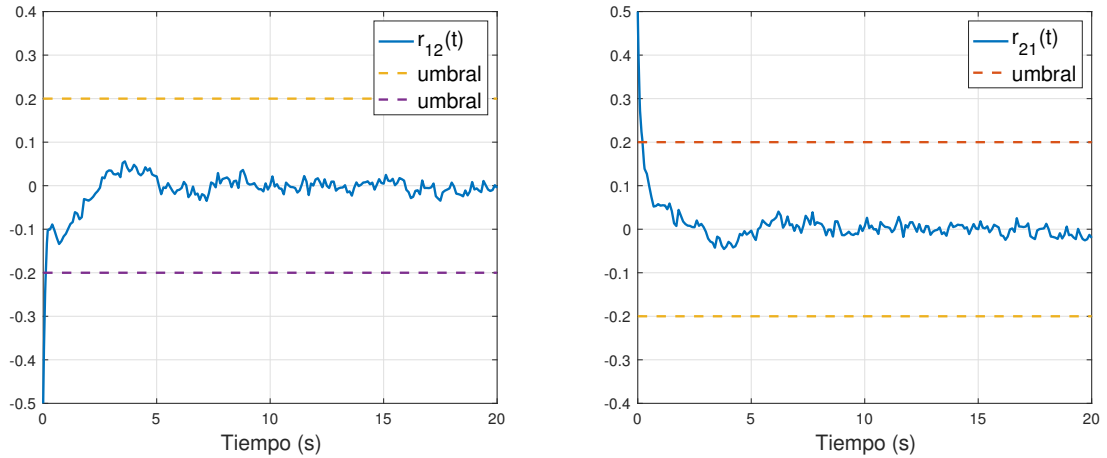
Descrito anteriormente en el caso de estudio número 1 la información proporcionada por la matriz de firma de fallas es posible realizar un análisis y conclusión cuando el sistema presenta fallas en cualquiera de los 2 sensores. Por lo tanto cuando el residuo  $r_2$  es activado el  $sensor_1$  presenta una falla, así mismo cuando la falla se encuentra en el  $sensor_2$  el residuo  $r_1$  activa el umbral. Cuando la falla se presenta en ambos sensores, tanto el residuo  $r_1$  y  $r_2$  son activados.

### 3.2.2 Prueba de robustez

Como parte de la prueba de robustez en el sistema es necesario que el modelo difuso continúe entregando residuos sin activar el umbral ante cambios o perturbaciones que puedan presentarse en el proceso, en ellos puede ocurrir diferencias en las matrices  $A_1$ , como se muestra en la Figura 3.21, donde dichas matrices tiene un factor que multiplica las matrices por 0.5 ( $\Delta A_i = 0.2 * A_i$ ). En la prueba no se presentan fallas en sistema pero se puede observar que los residuos entregados por el observador robusto no se activan, es decir no sobrepasan el umbral establecido anteriormente. Por lo tanto se puede determinar que el sistema es robusto ante perturbaciones externas en el proceso.

## 3.3 CONCLUSIONES

En este Capítulo se describen los resultados obtenidos para la problemática del diagnóstico de fallas en sensores, mediante el esquema planteado en el Capítulo 2, involucrando el diseño de observadores robustos de entradas desconocidas.



(a) Residuo  $r_1$  afectado en su matrices  $A_i$ , sin fa-llas. (b) Residuo  $r_2$  afectado en su matrices  $A_i$ , sin fa-llas.

Figura 3.21: Prueba de robustez en el sistema, cuando las matrices  $A_1$  hasta  $A_4$  son multiplicadas por un factor  $\Delta = 0.2$ , salida de los residuos.

De los dos casos de estudio mostrados podemos resaltar los resultados obtenidos en la generación de residuos tanto para el sistema numérico de dos submodelos y tres estados, así como el sistema mecánico masa-resorte amortiguador que representa un sistema de suspensión cuarto de un cuarto de vehículo.

Los resultados en el sistema numérico se pueden interpretar como una buena implementación primeramente en el planteamiento de LMI que ayuden a estabilizar y trabajar en conjunto todos modelos difusos del sistema. Dando como resultado un la obtención de matrices con dimensiones apropiadas para el observador de entradas desconocidas. Donde se realizan pruebas con diferentes entradas de perturbación  $d(t)$ . En las tres pruebas, primero se incorpora una entrada desconocida nula, es decir  $d(t) = 0$ , el observador cumple su cometido; estimar los estados del sistema y llevar el error a cero. Aún incorporando perturbación ruidosa y aleatoria el observador estima el estado en presencia de dicha entrada desconocida y el error se mantiene el cero, con la excepción de pequeñas oscilaciones cuando la perturbación entra bruscamente en el sistema, como se observo en los resultados cuando  $d(t) = 1$  en el tiempo  $2 < t < 3$ .

Al implementar el observador robusto para la generación residual, los resultados obtenidos se pueden interpretar gracias a la activación de los residuos a través de un umbral establecido para cada residual. Es importante mencionar que las fallas descritas representan un mal funcionamiento en los sensores, o en

este caso estados del sistema.

Gracias a las pruebas realizadas para todas las combinaciones posibles en la matriz de fallas, fue posible realizar una matriz de firma de fallas, con valores binarios, donde se interpreta que un 1 representa la presencia de una falla en ese residuo, caso contrario cuando aparece un 0, es decir el residuo esta libre de fallas. Para la prueba de robustez se puede concluir que el sistema es robusto en el sentido, que el sistema sigue entregando residuos sin activar su umbral en presencia de perturbaciones que afecten al proceso.

Por otro lado el segundo caso de estudios, presenta resultados similares al sistema numérico, por lo tanto se puede concluir que el diseño de observadores difusos de entradas desconocidas para el diagnóstico de fallas en sensores puede implementarse en otro tipo de sistemas más complejos, dado que el sistema si bien se encuentra en un espacio de estados  $R^2$  cuenta con un modelado difuso Takagi-Sugeno de cuatro reglas o bien cuatro submodelos. Lo que quiere decir que para el diseño de las matrices que requiere el observador robusto crece, el sistema sigue funcionando de forma adecuado. Cabe mencionar que entre menos salidas o sensores tenga el sistema, el aislamiento de fallas en dichos sensores es mucho mas sencillo de observar e interpretar.



## CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

---

### 4.1 CONCLUSIONES

En el campo del diagnóstico de fallas es importante tener en cuenta que cualquier sistema esta propenso a sufrir fallas de cualquier tipo, siendo las fallas en los sensores una de las más comunes en sistemas dinámicos. Todo esto da lugar al trabajo y desarrollo de metodologías que ataquen dicha problemática.

En base al desarrollo de esta investigación, podemos observar que el problema del diagnóstico de fallas aún está abierto, la técnica o herramienta a utilizar para la solución depende de la naturaleza del sistema, por ejemplo, si no es posible obtener el modelo del sistema no es posible utilizar técnicas basadas en el modelo como el caso de observadores con entradas desconocidas.

Como primera parte del trabajo se planteó contar con un sistema no lineal en su descripción y modelado difuso Takagi-Sugeno. Para posteriormente implementar observadores con entradas desconocidas capaces de generar residuos aún con la presencia de ruidos o entradas no deseadas al sistema, como se menciona en este trabajo dichos observadores son de gran ayuda en el diagnóstico de fallas.

Atacando esta primera parte es importante mencionar que dichos observadores se encuentran planteados para sistemas lineales, los cuales ya cuentan con un esquema capaz de obtener las matrices necesarias para la implementación del sistema.

Al trabajar con sistemas difusos, es de vital importancia que todos los subsistemas trabajen en conjunto por medio de los pesos de cada uno de ellos dado por el punto de operación en el cual se esta trabajando. Esto involucra el trabajo con LMI que garanticen la estabilidad del sistema interno dejando a un lado la estabilidad del sistema en el sentido de control.

La implementación de observadores con entradas desconocidas da lugar a un análisis en la estabilidad del sistema difuso, en el cual el error del estado estimado con respecto al estado real debe tender o acercarse a cero. Dando lugar a las desigualdades lineales matriciales

En el análisis descrito se obtuvieron una serie de LMI sencillas y fáciles de resolver para cualquier software, donde primeramente se establece el valor para las matrices  $U$  y  $V$ , dadas por la pseudo-inversa de las matrices  $C * E$ , para posteriormente obtener a solución de las LMI y obteniendo los valores de  $P$  y  $\bar{H}$  para garantizar la estabilidad del observador. Donde es importante mencionar que para cada subsistema del sistema difuso se obtiene diferentes valores de matrices  $H$ ,  $T$ ,  $F_i$ , y  $K_i$ .

También se debe mencionar que para poder realizar el análisis descrito, es necesario contar con la matriz  $C$  que multiplica a la salida, debe contar con las mismas dimensiones, es decir debe ser cuadrada, esto para cumplir con las condiciones de dimensiones para la solución de LMI.

Como conclusión de la primer etapa, se establece que el observador con entradas desconocidas difuso funciona adecuadamente, en donde cada error de los estados estimados tiende a cero, aun realizando diferentes pruebas para la entrada  $d$ , donde se toma una señal aleatoria y este mantiene el error en cero.

En cuanto al control del sistema, se aplicó el compensador distribuido en paralelo para obtener las ganancias del controlador, que retroalimentan a la entrada para llevar al vector de estados a un estado a la convergencia a cero, haciendo los estados asintóticamente estables.

Para la segunda etapa se aplico el diseño de esquema robusto de detección y aislamiento de fallas en sensores, el cual consiste en UIO dedicados para generar residuales en cada sensor, todo esto suponiendo que no existen fallas en los actuadores. Donde el diseño se basa en eliminar una entrada y una salida al sistema para cada sensor, así el generador residual es accionado por todas las entradas y todas las salidas exceptuando el sensor en esa posición o el  $j$ -ésimo sensor. Entonces como resultado obtenemos que cuando todos los actuadores se encuentran libres de fallas y ocurre una falla en el  $j$ -ésimo sensor el residual sobrepasa el umbral establecido. Y dada la información residual es posible generar una matriz de firma de fallas para establecer la detección y el aislamiento de fallas.

Además es importante hacer mención que las salidas residuales de cada subsistema están determinadas por el peso de cada conjunto difuso, lo que da lugar a un acoplamiento y una funcionalidad específica para cada parte que conforma el esquema difuso descrito.

Como conclusión general se puede decir que tanto el observador de entradas desconocidas de orden completo, así como el esquema robusto para detección y aislamiento de fallas pueden aplicarse a sistemas difusos Takagi-Sugeno con la particularidad de trabajar con sistemas no lineales. El esquema propuesto es capaz de trabajar en cualquier punto de operación del sistema no lineal y entregar resultados residuales para cada sensor del sistema, con el fin de detectar y aislar una falla en presencia de un sensor, suponiendo que todos los actuadores se encuentren libres de fallas. Además de entregar información que se pueda interpretar para tomar una decisión el diagnóstico de fallas.

#### 4.2 TRABAJO FUTURO

El trabajo presentado tiene la capacidad de generar residuos para el diagnóstico de fallas en sensores, además de la implementación de observadores con entradas desconocidas, atacando la problemática en el diagnóstico de fallas.

Debido a las investigaciones y trabajos en cuando a la problemática del diagnóstico de fallas, que no solo envuelve las fallas en sensores, sino el diagnóstico de fallas en actuadores, el aislamiento de fallas, y aun más el control tolerante a fallas. Por eso es importante hacer mención de que el proyecto es el comienzo de una nueva metodología que puede ser parte de una investigación aún mas profunda agregando todos los factores y el amplio concepto que engloba el diagnóstico de fallas.

Como trabajo a futuro y seguir con la misma línea de investigación, es importante la implementación de la metodología descrita en un sistema real, para corroborar y presentar similitudes en la parte experimental, la cual siempre entrega una ventaja más amplia para la discusión de resultados.

En el mismo sentido también se puede seguir trabajando en el campo del diagnóstico de fallas en actuadores que como se mencionó anteriormente da pie a un trabajo más completo en la rama del diagnóstico de fallas. Y más aun agregar un control tolerante a fallas en el cual el sistema tenga la capacidad de elegir una medida de control para seguir trabajando aún con la existencia de

fallas.

## ANEXOS

En esta parte se describen detalladamente los pasos por los cuales se llegan a las ecuaciones planteadas.

### A.1 OBSERVADOR CON ESTRADAS DESCONOCIDAS, ESTABILIDAD PARA SISTEMAS LINEALES

En análisis del error para llegar a las LMI de un UIO de orden completo lineal se describe como

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu + Ed \\ y &= Cx\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{z} &= Fz + TBu + Ky \\ \hat{x} &= z + Hy\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}e &= x - \hat{x} \\ \dot{e} &= \dot{x} - \dot{\hat{x}} \\ K &= k_1 + k_2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{e} &= Ax + Bu + Ed - [\dot{z} + H\dot{y}] \\ \dot{e} &= Ax + Bu + Ed - [Fz + TBu + Ky + H\dot{y}] \\ \dot{e} &= Ax + Bu + Ed - [Fz + TBu + (k_1 + k_2)y + H(C\dot{x})] \\ \dot{e} &= Ax + Bu + Ed - [Fz + TBu + k_1y + k_2y + HCAx + HCBu + HCEd] \\ \dot{e} &= [A - HCA - k_1C]x + [I - T - HC]Bu + [I - T]Ed - Fz - k_2y\end{aligned}$$

$$\text{si } x = e + \hat{x}$$

$$\begin{aligned}\dot{e} &= [A - HCA - k_1C](e + \hat{x}) + [I - T - HC]Bu + [I - T]Ed - Fz - k_2y \\ \dot{e} &= [A - HCA - k_1C](e + (z + Hy)) + [I - T - HC]Bu + [I - T]Ed - Fz - k_2y \\ \dot{e} &= [A - HCA - k_1C]e + [A - HCA - F - k_1C]z +\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & [(A - Hc - Ck_1)H - k_2]y + [T - (I - HC)]Bu + [I - HC]Ed \\ \dot{e} = & [A - HCA - k_1C]e + [F - (A - HCA - Ck_i)]z + \\ & [k_2 - (A - Hc - k_1C)H]y + [T - (I - HC)]Bu + [HC - I]Ed \end{aligned}$$

## REFERENCIAS

---

- [1] L. L. Grigsby, *Power system stability and control*. CRC press, 2016.
- [2] R. C. Dorf and R. H. Bishop, *Modern control systems*. Pearson, 2011.
- [3] C. L. Phillips and H. T. Nagle, *Digital control system analysis and design*. Prentice Hall Press, 2007.
- [4] A. T. Azar and S. Vaidyanathan, *Chaos modeling and control systems design*, vol. 581. Springer, 2015.
- [5] C. T. Kilian, *Modern control technology: components and systems*. Delmar/Thomson Learning, 2006.
- [6] F. Golnaraghi and B. Kuo, "Automatic control systems," *Complex Variables*, vol. 2, pp. 1–1, 2010.
- [7] A. G. Higuera, *El control automático en la industria*, vol. 48. Univ de Castilla La Mancha, 2005.
- [8] W. Chen and M. Saif, "Fault detection and isolation based on novel unknown input observer design," in *American Control Conference, 2006*, pp. 6–pp, IEEE, 2006.
- [9] J. Chen and R. J. Patton, *Robust model-based fault diagnosis for dynamic systems*, vol. 3. Springer Science & Business Media, 2012.
- [10] M. Castelli, M. Andrade, *et al.*, "Metodología de monitoreo, detección y diagnóstico de fallos en motores asíncronos de inducción," *Memorias URU-MAN, Uruguay*, no. 6, pp. 1–20, 2008.
- [11] C. Verde, S. Gentil, and R. Morales-Menéndez, *Monitoreo y diagnóstico automático de fallas en sistemas dinámicos*. Editorial Trillas, 2013.
- [12] R. Isermann, *Fault-diagnosis systems: an introduction from fault detection to fault tolerance*. Springer Science & Business Media, 2006.
- [13] L. H. Chiang, E. L. Russell, and R. D. Braatz, *Fault detection and diagnosis in industrial systems*. Springer Science & Business Media, 2000.
- [14] R. Isermann, "Model-based fault-detection and diagnosis—status and applications," *Annual Reviews in control*, vol. 29, no. 1, pp. 71–85, 2005.

- [15] L. A. Torres, J. Anzures, and I. I. Lázaro, "Diagnóstico de fallas con observadores de entradas desconocidas para un sistema hidráulico de dos tanques," in *Encuentro de investigación en ingeniería eléctrica*, Universidad Autónoma de Zacatecas, 2010.
- [16] J. A. MARÍN and N. P. DÍAZ, "Detección y aislamiento robusto de fallas mediante observadores con entradas desconocidas," *Dyna*, vol. 76, no. 158, pp. 209–217, 2009.
- [17] J. Anzures-Marin, N. Pitalua-Diaz, O. Cuevas-Silva, and J. Villar-García, "Unknown inputs observers design for fault detection in a two-tank hydraulic system," in *2008 Electronics, Robotics and Automotive Mechanics Conference (CERMA'08)*, pp. 373–378, IEEE, 2008.
- [18] R. Isermann, "Process fault diagnosis with," in *Digital Computer Applications to Process Control: Proceedings of the 7th IFAC/IFIP/IMACS Conference, Vienna, Austria, 17-20 September 1985*, p. 51, Elsevier, 2016.
- [19] S. Simani, C. Fantuzzi, and R. J. Patton, *Model-based fault diagnosis in dynamic systems using identification techniques*. Springer Science & Business Media, 2013.
- [20] S. X. Ding, *Model-based fault diagnosis techniques: design schemes, algorithms, and tools*. Springer Science & Business Media, 2008.
- [21] Z. Gao, C. Cecati, and S. X. Ding, "A survey of fault diagnosis and fault-tolerant techniques—part i: Fault diagnosis with model-based and signal-based approaches," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 62, no. 6, pp. 3757–3767, 2015.
- [22] J. Chen, R. J. Patton, and H.-Y. Zhang, "Design of unknown input observers and robust fault detection filters," *International Journal of control*, vol. 63, no. 1, pp. 85–105, 1996.
- [23] T.-G. Park and D. Kim, "Design of unknown input observers for linear systems with unmatched unknown inputs," *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, vol. 36, no. 3, pp. 399–410, 2014.
- [24] S. Hui and S. Žak, "Observer design for systems with unknown inputs," *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, vol. 15, pp. 431–446, 2005.
- [25] C. Edwards, S. K. Spurgeon, and R. J. Patton, "Sliding mode observers for fault detection and isolation," *Automatica*, vol. 36, no. 4, pp. 541–553, 2000.



- 
- [26] M. Vidyasagar, *Nonlinear systems analysis*, vol. 42. Siam, 2002.
- [27] H. K. Khalil and J. Grizzle, *Nonlinear systems*, vol. 3. Prentice hall Upper Saddle River, NJ, 2002.
- [28] S. Sastry, *Nonlinear systems: analysis, stability, and control*, vol. 10. Springer Science & Business Media, 2013.
- [29] K. Tanaka and H. O. Wang, *Fuzzy control systems design and analysis: a linear matrix inequality approach*. John Wiley & Sons, 2004.
- [30] R. R. Yager and L. A. Zadeh, *An introduction to fuzzy logic applications in intelligent systems*, vol. 165. Springer Science & Business Media, 2012.
- [31] H. T. Nguyen and E. A. Walker, *A first course in fuzzy logic*. CRC press, 2005.
- [32] H. T. Nguyen, N. R. Prasad, C. L. Walker, and E. A. Walker, *A first course in fuzzy and neural control*. CRC press, 2002.
- [33] J. A. Marín, "Estrategias de control no convencionales," tech. rep., Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, 2017.
- [34] B. Castillo-Toledo and J. Anzures-Marin, "Model-based fault diagnosis using sliding mode observers to takagi-sugeno fuzzy model," in *Intelligent Control, 2005. Proceedings of the 2005 IEEE International Symposium on, Mediterrean Conference on Control and Automation*, pp. 652–657, IEEE, 2005.
- [35] S. Dash and V. Venkatasubramanian, "Challenges in the industrial applications of fault diagnostic systems," *Computers & chemical engineering*, vol. 24, no. 2-7, pp. 785–791, 2000.
- [36] P. M. Frank and X. Ding, "Survey of robust residual generation and evaluation methods in observer-based fault detection systems," *Journal of process control*, vol. 7, no. 6, pp. 403–424, 1997.
- [37] A. Willsky and H. Jones, "A generalized likelihood ratio approach to the detection and estimation of jumps in linear systems," *IEEE Transactions on Automatic control*, vol. 21, no. 1, pp. 108–112, 1976.
- [38] L.-F. Pau, *Failure diagnosis and performance monitoring*. Marcel Dekker, Inc., 1975.
- [39] K. Worden and J. M. Dulieu-Barton, "An overview of intelligent fault detection in systems and structures," *Structural Health Monitoring*, vol. 3, no. 1, pp. 85–98, 2004.

- [40] R. Reiter, "A theory of diagnosis from first principles," *Artificial intelligence*, vol. 32, no. 1, pp. 57–95, 1987.
- [41] X. Xu and B. Karney, "An overview of transient fault detection techniques," in *Modeling and Monitoring of Pipelines and Networks*, pp. 13–37, Springer, 2017.
- [42] M. Fravolini, S. Gururajan, G. De Angelis, A. Moschitta, H. Chao, and M. Napolitano, "Uav analytical redundancy based fault detection of the airspeed sensor via generalized likelihood ratio test," in *AIAA Guidance, Navigation, and Control (GNC) Conference*, p. 4617, 2013.
- [43] P. M. Frank, "Fault diagnosis in dynamic systems using analytical and knowledge-based redundancy: A survey and some new results," *automatica*, vol. 26, no. 3, pp. 459–474, 1990.
- [44] R. Isermann and P. Balle, "Trends in the application of model-based fault detection and diagnosis of technical processes," *Control engineering practice*, vol. 5, no. 5, pp. 709–719, 1997.
- [45] P. M. Frank, "Principles of model-based fault detection," *IFAC Proceedings Volumes*, vol. 25, no. 10, pp. 213–220, 1992.
- [46] R. J. Patton and J. Chen, "Robust fault detection of jet engine sensor systems using eigenstructure assignment," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 15, no. 6, pp. 1491–1497, 1992.
- [47] E. A. Garda and P. Frank, "Deterministic nonlinear observer-based approaches to fault diagnoses: A survey," *Control Engineering Practice*, vol. 5, no. 5, pp. 663–760, 1997.
- [48] A. Hakem, K. M. Pekpe, and V. Cocquempot, "Sensor fault diagnosis for bilinear systems using data-based residuals," in *2011 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference*, pp. 1576–1582, IEEE, 2011.
- [49] R. Petrone, Z. Zheng, D. Hissel, M.-C. Péra, C. Pianese, M. Sorrentino, M. Becherif, and N. Yousfi-Steiner, "A review on model-based diagnosis methodologies for pemfcs," *International Journal of Hydrogen Energy*, vol. 38, no. 17, pp. 7077–7091, 2013.
- [50] W. Chen and M. Saif, "Fuzzy nonlinear unknown input observer design with fault diagnosis applications," *Journal of Vibration and Control*, vol. 16, no. 3, pp. 377–401, 2010.

- 
- [51] D. Tan, R. J. Patton, and X. Wang, "A relaxed solution to unknown input observers for state and fault estimation," *IFAC-PapersOnLine*, vol. 48, no. 21, pp. 1048–1053, 2015.
- [52] E. Kamal, A. Aitouche, R. Ghorbani, and M. Bayart, "Unknown input observer with fuzzy fault tolerant control for wind energy system," *IFAC Proceedings Volumes*, vol. 45, no. 20, pp. 946–951, 2012.
- [53] M. Chadli, "An lmi approach to design observer for unknown inputs takagi-sugeno fuzzy models," *Asian Journal of Control*, vol. 12, no. 4, pp. 524–530, 2010.
- [54] M. Bouattour, M. Chadli, M. Chaabane, and A. El Hajjaji, "Design of robust fault detection observer for takagi-sugeno models using the descriptor approach," *International Journal of Control, Automation and Systems*, vol. 9, no. 5, p. 973, 2011.
- [55] V.-P. Vu, W.-J. Wang, and P.-J. Lee, "Observer design for uncertain ts fuzzy system with multiple output matrices and unmeasurable premise variables," in *Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE), 2016 IEEE International Conference on*, pp. 1910–1917, IEEE, 2016.
- [56] D. Krokavec and A. Filasová, "Relaxed design conditions for takagi-sugeno unknown input observers," in *Applied Machine Intelligence and Informatics (SAMi), 2017 IEEE 15th International Symposium on*, pp. 000061–000066, IEEE, 2017.
- [57] P. Baranyi, Y. Yam, and P. Várlaki, *Tensor product model transformation in polytopic model-based control*. CRC press, 2013.
- [58] P. Baranyi, "The generalized tp model transformation for t-s fuzzy model manipulation and generalized stability verification," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 22, no. 4, pp. 934–948, 2013.
- [59] S. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron, and V. Balakrishnan, *Linear matrix inequalities in system and control theory*. SIAM, 1994.
- [60] L. Wu, X. Su, P. Shi, and J. Qiu, "A new approach to stability analysis and stabilization of discrete-time ts fuzzy time-varying delay systems," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*, vol. 41, no. 1, pp. 273–286, 2010.
- [61] W.-J. Wang, V.-P. Vu, W. Chang, C.-H. Sun, and S.-J. Yeh, "A synthesis of observer-based controller for stabilizing uncertain ts fuzzy systems," *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, vol. 30, no. 6, pp. 3451–3463, 2016.

- [62] D. H. Lee, Y. H. Joo, and M. H. Tak, "Local stability analysis of continuous-time takagi–sugeno fuzzy systems: A fuzzy lyapunov function approach," *Information Sciences*, vol. 257, pp. 163–175, 2014.
- [63] R.-E. Precup and S. Preitl, "Pi-fuzzy controllers for integral plants to ensure robust stability," *Information Sciences*, vol. 177, no. 20, pp. 4410–4429, 2007.
- [64] H. Hassani, J. Zarei, M. Chadli, and J. Qiu, "Unknown input observer design for interval type-2 t–s fuzzy systems with immeasurable premise variables," *IEEE transactions on cybernetics*, vol. 47, no. 9, pp. 2639–2650, 2016.
- [65] M. Chadli and H. R. Karimi, "Robust observer design for unknown inputs takagi–sugeno models," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 21, no. 1, pp. 158–164, 2013.
- [66] A. Akhenak, M. Chadli, J. Ragot, and D. Maquin, "Design of robust observer for uncertain takagi-sugeno models," in *IEEE International Conference on Fuzzy Systems, FUZZ-IEEE 2004*, p. CDROM, IEEE, 2004.
- [67] V.-P. Vu and W.-J. Wang, "State/disturbance observer and controller synthesis for the ts fuzzy system with an enlarged class of disturbances," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2018.
- [68] C. Scherer and S. Weiland, "Linear Matrix Inequalities in control," *Lecture Notes, Dutch Institute for Systems and Control, Delft, The Netherlands*, vol. 3, p. 2, 2000.
- [69] W. R. Abdul-Adheem and I. K. Ibraheem, "From pid to nonlinear state error feedback controller," *Int. J. Adv. Comput. Sci. Appl*, vol. 8, no. 1, 2017.