



# UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO

FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

TESIS:

## DIAGNÓSTICO DE FALLAS EN SENSORES PARA EL MODELO DIFUSO TAKAGI-SUGENO DE UN SISTEMA DE NIVEL DE LÍQUIDO USANDO OBSERVADORES DE ENTRADAS DESCONOCIDAS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

*Maestro en Ciencias en Ingeniería Eléctrica*

PRESENTA:

*Ing. Juan Manuel De la Torre Calderas*

ASESOR:

*Doctor en Ciencias en Ingeniería Eléctrica*

*Juan Anzures Marín*

Morelia, Michoacán Marzo de 2021

**DIAGNÓSTICO DE FALLAS EN SENSORES PARA EL MODELO  
DIFUSO TAKAGI-SUGENO DE UN SISTEMA DE NIVEL DE  
LÍQUIDO USANDO OBSERVADORES DE ENTRADAS  
DESCONOCIDAS**

Los Miembros del Jurado de Examen de Grado aprueban la **Tesis de Maestría en Ciencias en Ingeniería Eléctrica de Juan Manuel De la Torre Calderas**

Dr. Fernando Ornelas Téllez  
*Presidente del Jurado*



Dr. Juan Anzures Marín  
*Director de Tesis*



Dr. Antonio Ramos Paz  
*Vocal*



Dr. Roberto Tapia Sánchez  
*Vocal*



Dra. Adriana del Carmen Téllez Anguiano  
*Revisor Externo (ITM)*



Dr. Roberto Tapia Sánchez  
*Jefe de la División de Estudios de Posgrado  
de la Facultad de Ingeniería Eléctrica. UMSNH  
(Por reconocimiento de firmas)*





A mis padres



---

# Agradecimientos

Primeramente, deseo expresar mi total agradecimiento al director de esta tesis, Dr. Juan Anzures Marín, por la dedicación y apoyo que ha brindado a este trabajo, por el respeto a mis sugerencias e ideas. Gracias por la confianza ofrecida en estos años de trabajo en conjunto, así como el darme oportunidad de desarrollarme como docente en la facultad.

Agradezco al Consejo Nacional de Investigación de Ciencia y Tecnología (CONACyT), México, por el otorgamiento de beca para realizar los respectivos estudios de maestría y al departamento de estudios de posgrado de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo por ser mi segunda casa en este par de años de investigación.

A los integrantes de mi mesa sinodal, Dr. Fernando Ornelas Téllez, Dr. Juan Anzures Marín, Dr. Antonio Ramos Paz, Dr. Roberto Tapia Sánchez y Dra. Adriana del Carmen Téllez Anguiano, que con sus atinadas sugerencias hicieron posible que esta de tesis fuera terminada de la mejor manera.

A mis amigos de posgrado Carlos, María Luisa, Yeraldine, Jorge y Cyndi, quienes me alentaron y me sacaron una sonrisa cuando me sentía decaído.

Un trabajo de investigación es también fruto del reconocimiento y del apoyo vital que nos ofrecen las personas que nos quieren, sin el cual no tendríamos la fuerza y energía que nos anima a crecer como personas y como profesionales, por eso quiero agradecer también a mí novia Monse, quien me impulsó a ser cada día mejor, quien me comprendió en todo momento y a quien le robé mucho tiempo de compañía.

Pero, sobre todo, gracias a mi familia, a mis hermanos, por soportar mi mal humor en los momentos de más estrés de este trabajo, y a mis padres, por siempre creer en mí y en mis capacidades, por haber hecho de mí el hombre que soy ahora y lo cual me lleva a ser un excelente profesionista, esto es por ellos y para ellos.



---

# Resumen

El proceso de detección y aislamiento de fallas nos permite conocer si en alguna parte de la planta o sistema existe una anomalía o mal funcionamiento, lo cual también es conocido como diagnósticos de fallas; puesto que además de identificar la presencia de una falla es importante identificar exactamente que elemento o componente del sistema ha originado el problema en el sistema.

El presente trabajo de tesis tiene como principal objetivo diseñar dos esquemas difusos de detección y aislamiento de fallas para un sistema no lineal, así como comprobar y comparar ambos esquemas mediante una implementación física en el laboratorio. Para ello, se aborda el problema del diagnóstico de fallas específicamente en sensores de nivel para un sistema no lineal de nivel de líquido de dos tanques interconectados ubicado en las instalaciones de la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería Eléctrica de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. El diagnóstico de fallas es realizado mediante Observadores de Entradas Desconocidas (UIO's) para los dos esquemas más conocidos: Esquema Generalizado (GS, por sus siglas en inglés) y Esquema Dedicado (DS, por sus siglas en inglés).

Los UIO's son diseñados para estimar los niveles de agua reales de los tanques del sistema. Entonces, a partir de una comparación entre los valores reales y los estimados se genera una señal conocida como residuos, los cuales son evaluados mediante un umbral fijo, de tal manera que son un indicativo de presencia o no de una falla en el sistema, esta técnica mediante UIO's se considera una técnica robusta para el Diagnóstico de fallas.

En el documento se muestra la descripción en espacio de estado del sistema linealizado y se desarrolla el Modelo Difuso Takagi–Sugeno (MDTS), usando cuatro puntos de operación para generar subsistemas lineales, los cuales se determinan basados en la experiencia del funcionamiento del sistema. Basados en el MDTS desarrollado se diseña el UIO Difuso Generalizado y el UIO Difuso Dedicado, los cuales usan las mismas reglas que el MDTS

de la planta. Se presenta un análisis de estabilidad basado en desigualdades lineales matriciales (LMIs) que al mismo tiempo generan las ganancias de los observadores difusos. La convergencia de los UIO's en los dos esquemas es comprobada en simulación e implementación en tiempo real para el sistema de nivel de líquido. El diagnóstico de fallas se realiza inyectando diferentes tipos de fallas al sistema real de nivel de líquidos y analizando la convergencia del UIO difuso. Si el residuo generado permanece en cero o cercano a cero se considera al sistema libre de falla, pero si el residuo es distinto a cero es indicativo de que hay una anomalía.

Los resultados de la comparación de ambos esquemas se muestran tanto en simulación como en tiempo real, entendiéndose ésta como la implementación física del experimento en el laboratorio, lo cual nos permite concluir sobre el mejor desempeño de ambos esquemas GS y DS para el diagnóstico de fallas en sensores para sistemas no lineales usando multimodelos Takagi-Sugeno y observadores de entradas desconocidas. Así mismo nos abren un panorama de aplicación para extender el estudio hacia el diagnóstico de fallas en actuadores como futura investigación.

**Palabras clave:** multimodelos, LMI, observador robusto, detección de fallas, aislamiento de fallas.

---

# Abstract

The fault detection and isolation process allows us to know if there is an anomaly or malfunction in any part of the plant or system, which is also known as fault diagnosis; since in addition to identifying the presence of a fault, it is important to identify exactly which element or component of the system has caused the problem in the system.

The main objective of this thesis work is to design two fuzzy fault detection and isolation schemes for a non-linear system, as well as to check and compare both schemes through a physical implementation in the laboratory. For this, the problem of fault diagnosis is addressed specifically in level sensors for a non-linear liquid level system of two interconnected tanks located in the facilities of the Division of Postgraduate Studies of the Faculty of Electrical Engineering of the Universidad Michoacana de San Nicolas de Hidalgo. Fault diagnosis is performed by Unknown Input Observers (UIO's) for the two most known schemes: Generalized Scheme (GS) and Dedicated Scheme (DS).

The UIO's are designed to estimate the actual water levels in the tanks of the system. Then, from a comparison between the real and the estimated values, a signal known as residuals is generated, which are evaluated by means of a fixed threshold, in such a way that they are an indication of the presence or not of a fault in the system, this technique using UIO's is considered a robust technique for fault Diagnosis.

The document shows the description in state space of the linearized system and develops the Fuzzy Takagi – Sugeno Model (MDTS), using four operating points to generate linear subsystems, which are determined based on the experience of the system operation. Based on the developed MDTS, the generalized fuzzy UIO and dedicated fuzzy UIO are designed, which use the same rules as the plant's MDTS. A stability analysis is presented based on linear matrix inequalities (LMIs) that at the same time generate the gains of fuzzy observers. The convergence of the UIOs in the two schemes is verified in simulation and implementation in real time for the liquid level system. Fault diagnosis is performed

by injecting different types of faults into the real liquid level system and analyzing the convergence of the fuzzy UIO. If the residual generated remains at zero or close to zero, the system is considered to be free of fault, but if the residual is different from zero, it is indicative that there is an anomaly.

The results of the comparison of both schemes are shown both in simulation and in real-time implementation, understanding this as the physical implementation of the experiment in the laboratory, which allows us to conclude on the best performance of both GS and DS schemes for fault diagnosis in sensors for non-linear systems using T-S multimodels and Unknown Input Observers. Likewise, they open up an application panorama to extend the study towards the diagnosis of actuator fault as future research.

---

# Simbología

$x$	Vector de estados	$n$	Orden del sistema
$\dot{x}$	Vector de cambios en los estados	$m$	Número de salidas
$z$	Vector de estados del observador	$\mu$	Número de entradas
$\dot{z}$	Vector de cambios en los estados del observador	$r$	Residuo
$\hat{x}$	Vector de estados estimados	$f_s$	Falla en sensor
$y$	Vector de salidas		
$u$	Vector de entradas conocidas		
$A$	Matriz de estados		
$B$	Matriz de entradas		
$C$	Matriz de salida		
$A_i$	Matriz de estados de subsistema		
$B_i$	Matriz de entradas de subsistema		
$C_i$	Matriz de salida de subsistema		
$E$	Matriz de distribución de entradas desconocidas		
$q$	Número de entradas desconocidas		
$d$	Vector de entrada desconocida		
$e$	Vector de error de estimación de estado		
$\dot{e}$	Dinámica del vector de error de estimación de estado		
$R$	Conjunto de los números reales		
$V(e)$	Función candidata de Lyapunov		
$\dot{V}(e)$	Derivada de la función candidata de Lyapunov		
$h_i$	Peso para cada regla		
$M_{ij}$	Conjuntos difusos		
$\eta$	Número de reglas del modelo		
$\varphi$	Variables premisa medibles		
$j$	Número de observador dedicado		



---

# Acrónimos

<i>FDI</i>	<i>Fault Detection and Isolation</i> (Detección y aislamiento de fallas)
<i>UI</i>	<i>Unknown Input</i> (Entrada desconocida)
<i>UIO</i>	<i>Unknown Input Observer</i> (Observador de entradas desconocidas)
<i>T – S</i>	Takagi - Sugeno
<i>GS</i>	<i>Generalized Scheme</i> (Esquema Generalizado)
<i>DS</i>	<i>Dedicated Scheme</i> (Esquema Dedicado)
<i>SFD</i>	<i>Sensor fault detection</i> (Detección de falla en sensor)
<i>LMI</i>	<i>Linear Matrix Inequalities</i> (Desigualdades matriciales lineales)
<i>PVC</i>	Policloruro de vinilo
<i>MDTS</i>	Modelo Difuso Takagi–Sugeno

---

# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>9</b>
1.1. Estado del arte . . . . .	9
1.1.1. Observadores de entradas desconocidas (UIO) . . . . .	10
1.1.2. Conjuntos difusos y modelo Takagi-Sugeno . . . . .	10
1.1.3. Diagnóstico de fallas mediante modelos T-S y observadores . . . . .	11
1.2. Hipótesis . . . . .	14
1.3. Motivación . . . . .	14
1.4. Objetivos de la tesis . . . . .	15
1.4.1. Objetivo general . . . . .	15
1.4.2. Objetivos particulares . . . . .	15
1.5. Aportes . . . . .	16
1.6. Distribución del documento de tesis . . . . .	16
1.7. Lista de publicaciones . . . . .	16
<b>2. Antecedentes</b>	<b>19</b>
2.1. Introducción. . . . .	19
2.2. Diagnóstico de fallas. . . . .	19
2.2.1. Terminología de diagnóstico de fallas. . . . .	19
2.2.2. Diagnóstico de fallas basado en modelos matemáticos. . . . .	21
2.3. Generación residual robusta usando UIO. . . . .	24
2.3.1. Teoría de GS UIO. . . . .	24
2.3.2. Diseño de un esquema robusto de detección de fallas para sistemas lineales basada en UIO. . . . .	26
2.3.3. Teoría de DS UIO. . . . .	28
2.4. Modelo Takagi-Sugeno. . . . .	31
2.5. Planteamiento del problema. . . . .	32

2.6. Conclusiones. . . . .	34
<b>3. Diagnóstico de fallas basado en UIO difuso Takagi – Sugeno</b>	<b>35</b>
3.1. Introducción . . . . .	35
3.2. Modelado difuso Takagi – Sugeno de la planta. . . . .	35
3.3. Diseño de un GS UIO difuso T–S . . . . .	36
3.4. Diseño de un DS UIO difuso T–S . . . . .	40
3.4.1. Esquema de diagnóstico de fallas para sensores. . . . .	40
3.5. Ejemplo de aplicación: Diagnóstico de fallas en un sistema de nivel de líquido de dos tanques interconectados . . . . .	42
3.5.1. Descripción y modelo matemático del sistema de nivel de líquido. . . . .	42
3.5.2. Diseño del GS UIO difuso para un sistema de nivel de líquido. . . . .	44
3.5.3. Diseño del DS UIO difuso para un sistema de nivel de líquido. . . . .	52
3.6. Conclusiones. . . . .	60
<b>4. Resultados de simulación y tiempo real</b>	<b>63</b>
4.1. Introducción . . . . .	63
4.2. Resultados y comparación del GS y DS en simulación . . . . .	63
4.2.1. Respuesta del GS UIO y DS UIO . . . . .	64
4.2.2. Respuesta del UIO en presencia de una entrada desconocida . . . . .	69
4.2.3. Falla tipo pulso para GS y DS . . . . .	73
4.2.4. Falla tipo senoidal para GS y DS . . . . .	84
4.3. Resultados y comparación del GS y DS en tiempo real . . . . .	95
4.3.1. Respuesta del UIO en presencia de una entrada desconocida . . . . .	95
4.3.2. Falla tipo pulso para GS y DS . . . . .	100
4.4. Conclusiones . . . . .	109
<b>5. Conclusiones y trabajos futuros</b>	<b>111</b>
5.1. Conclusiones . . . . .	111
5.2. Trabajos Futuros . . . . .	112
<b>Bibliografía</b>	<b>113</b>
<b>Apéndice A. Descripción de sensores.</b>	<b>119</b>
<b>Apéndice B. Descripción NI USB-6008 DAQ.</b>	<b>121</b>

---

# Índice de figuras

2.1. Esquema de diagnóstico de fallas. . . . .	20
2.2. Técnicas de diagnóstico de fallas. . . . .	21
2.3. Redundancia de hardware. . . . .	22
2.4. Redundancia analítica. . . . .	22
2.5. Sistema de diagnóstico de fallas basado en modelos. . . . .	23
2.6. Diagrama esquemático del UIO de orden completo. . . . .	25
2.7. GS UIO para detección de falla en sensores. . . . .	29
2.8. Esquema detallado de detección de falla en sensores con UIO's dedicados [14].	30
2.9. Gráfica de sistema no lineal y subsistemas lineales. . . . .	31
2.10. Diagrama general de la propuesta de trabajo de tesis. . . . .	33
3.1. Esquema ilustrativo del sistema difuso T-S. . . . .	36
3.2. Esquema ilustrativo del sistema difuso y su respectivo UIO difuso para el sistema de la Ecuación 2.1 . . . . .	39
3.3. Sistema de nivel de líquido de dos tanques interconectados. . . . .	43
3.4. Dimensiones del tanque. . . . .	43
3.5. Funciones de membresía del tanque 1. . . . .	45
4.1. Nivel real y estimado tanque 1 sin $d$ ni $f_s$ GS. . . . .	64
4.2. Nivel real y estimado tanque 1 sin $d$ ni $f_s$ DS. . . . .	64
4.3. Nivel real y estimado tanque 2 sin $d$ ni $f_s$ GS. . . . .	65
4.4. Nivel real y estimado tanque 2 sin $d$ ni $f_s$ DS. . . . .	65
4.5. Residuos sin $d$ ni $f_s$ GS. . . . .	66
4.6. Residuos sin $d$ ni $f_s$ DS . . . . .	66
4.7. Acercamiento convergencia nivel estimado y real tanque 1 sin $d$ ni $f_s$ GS. .	67
4.8. Acercamiento convergencia nivel estimado y real tanque 1 sin $d$ ni $f_s$ DS. .	67
4.9. Acercamiento convergencia nivel estimado y real tanque 2 sin $d$ ni $f_s$ GS. .	68

4.10. Acercamiento convergencia nivel estimado y real tanque 2 sin $d$ ni $f_s$ DS. . . . .	68
4.11. Nivel real y estimado tanque 1 con entrada desconocida GS. . . . .	69
4.12. Nivel real y estimado tanque 1 con entrada desconocida DS. . . . .	69
4.13. Nivel real y estimado tanque 2 con entrada desconocida GS. . . . .	70
4.14. Nivel real y estimado tanque 2 con entrada desconocida DS. . . . .	70
4.15. Acercamiento convergencia tanque 1 GS. . . . .	71
4.16. Acercamiento convergencia tanque 1 DS. . . . .	71
4.17. Residuos con entrada desconocida GS. . . . .	72
4.18. Residuos con entrada desconocida DS. . . . .	72
4.19. Nivel real y estimado tanque 1 con falla tipo pulso en sensor 1 GS. . . . .	73
4.20. Nivel real y estimado tanque 1 con falla tipo pulso en sensor 1 DS. . . . .	73
4.21. Nivel real y estimado tanque 2 con falla tipo pulso en sensor 1 GS. . . . .	74
4.22. Nivel real y estimado tanque 2 con falla tipo pulso en sensor 1 DS. . . . .	74
4.23. Acercamiento tanque 1 con falla tipo pulso en sensor 1 GS. . . . .	75
4.24. Acercamiento tanque 1 con falla tipo pulso en sensor 1 DS. . . . .	75
4.25. Residuos con falla tipo pulso en sensor 1 GS. . . . .	76
4.26. Residuos con falla tipo pulso en sensor 1 DS. . . . .	76
4.27. Nivel real y estimado tanque 1 con falla tipo pulso en sensor 2 GS. . . . .	77
4.28. Nivel real y estimado tanque 1 con falla tipo pulso en sensor 2 DS. . . . .	77
4.29. Nivel real y estimado tanque 2 con falla tipo pulso en sensor 2 GS. . . . .	78
4.30. Nivel real y estimado tanque 2 con falla tipo pulso en sensor 2 DS. . . . .	78
4.31. Acercamiento tanque 2 con falla tipo pulso en sensor 2 GS. . . . .	79
4.32. Acercamiento tanque 2 con falla tipo pulso en sensor 2 DS. . . . .	79
4.33. Residuos con falla tipo pulso en sensor 2 GS. . . . .	80
4.34. Residuos con falla tipo pulso en sensor 2 DS. . . . .	80
4.35. Nivel real y estimado tanque 1 con falla tipo pulso en ambos sensores GS. . . . .	81
4.36. Nivel real y estimado tanque 1 con falla tipo pulso en ambos sensores DS. . . . .	81
4.37. Nivel real y estimado tanque 2 con falla tipo pulso en ambos sensores GS. . . . .	82
4.38. Nivel real y estimado tanque 2 con falla tipo pulso en ambos sensores DS. . . . .	82
4.39. Residuos con falla tipo pulso en ambos sensores GS. . . . .	83
4.40. Residuos con falla tipo pulso en ambos sensores DS. . . . .	83
4.41. Nivel real y estimado tanque 1 con falla tipo senoidal en sensor 1 GS. . . . .	84
4.42. Nivel real y estimado tanque 1 con falla tipo senoidal en sensor 1 DS. . . . .	84
4.43. Acercamiento tanque 1 con falla tipo senoidal en sensor 1 GS. . . . .	85
4.44. Acercamiento tanque 1 con falla tipo senoidal en sensor 1 DS. . . . .	85

---

4.45. Nivel real y estimado tanque 2 con falla tipo senoidal en sensor 1 GS. . . .	86
4.46. Nivel real y estimado tanque 2 con falla tipo senoidal en sensor 1 DS. . . .	86
4.47. Residuos con falla tipo senoidal en sensor 1 GS. . . . .	87
4.48. Residuos con falla tipo senoidal en sensor 1 DS. . . . .	87
4.49. Nivel real y estimado tanque 1 con falla tipo senoidal en sensor 2 GS. . . .	88
4.50. Nivel real y estimado tanque 1 con falla tipo senoidal en sensor 2 DS. . . .	88
4.51. Nivel real y estimado tanque 2 con falla tipo senoidal en sensor 2 GS. . . .	89
4.52. Nivel real y estimado tanque 2 con falla tipo senoidal en sensor 2 DS. . . .	89
4.53. Acercamiento tanque 2 con falla tipo senoidal en sensor 2 GS. . . . .	90
4.54. Acercamiento tanque 2 con falla tipo senoidal en sensor 2 DS. . . . .	90
4.55. Residuos con falla tipo senoidal en sensor 2 GS. . . . .	91
4.56. Residuos con falla tipo senoidal en sensor 2 DS. . . . .	91
4.57. Nivel real y estimado tanque 1 con falla tipo senoidal ambos sensores GS. .	92
4.58. Nivel real y estimado tanque 1 con falla tipo senoidal ambos sensores DS. .	92
4.59. Nivel real y estimado tanque 2 con falla tipo senoidal ambos sensores GS. .	93
4.60. Nivel real y estimado tanque 2 con falla tipo senoidal ambos sensores DS. .	93
4.61. Residuos con falla tipo senoidal en ambos sensores GS. . . . .	94
4.62. Residuos con falla tipo senoidal en ambos sensores DS. . . . .	94
4.63. Nivel real y estimado tanque 1 con entrada desconocida GS. . . . .	95
4.64. Nivel real y estimado tanque 1 con entrada desconocida DS. . . . .	95
4.65. Nivel real y estimado tanque 2 con entrada desconocida GS. . . . .	96
4.66. Nivel real y estimado tanque 2 con entrada desconocida DS. . . . .	96
4.67. Acercamiento tanque 1 con entrada desconocida GS. . . . .	97
4.68. Acercamiento tanque 1 con entrada desconocida DS. . . . .	97
4.69. Acercamiento tanque 2 con entrada desconocida GS. . . . .	98
4.70. Acercamiento tanque 2 con entrada desconocida DS. . . . .	98
4.71. Residuos con entrada desconocida GS. . . . .	99
4.72. Residuos con entrada desconocida DS . . . . .	99
4.73. Nivel real y estimado tanque 1 con falla tipo pulso en sensor 1 GS. . . . .	100
4.74. Nivel real y estimado tanque 1 con falla tipo pulso en sensor 1 DS. . . . .	100
4.75. Nivel real y estimado tanque 2 con falla tipo pulso en sensor 1 GS. . . . .	101
4.76. Nivel real y estimado tanque 2 con falla tipo pulso en sensor 1 DS. . . . .	101
4.77. Residuos con falla tipo pulso en sensor 1 GS. . . . .	102
4.78. Residuos con falla tipo pulso en sensor 1 DS. . . . .	102
4.79. Nivel real y estimado tanque 1 con falla tipo pulso en sensor 2 GS. . . . .	103

---

4.80. Nivel real y estimado tanque 1 con falla tipo pulso en sensor 2 DS. . . . .	103
4.81. Nivel real y estimado tanque 2 con falla tipo pulso en sensor 2 GS. . . . .	104
4.82. Nivel real y estimado tanque 2 con falla tipo pulso en sensor 2 DS. . . . .	104
4.83. Residuos con falla tipo pulso en sensor 2 GS. . . . .	105
4.84. Residuos con falla tipo pulso en sensor 2 DS. . . . .	105
4.85. Nivel real y estimado tanque 1 con falla tipo pulso en sensor 1 y tipo escalón en sensor 2 GS. . . . .	106
4.86. Nivel real y estimado tanque 1 con falla tipo pulso en sensor 1 y tipo escalón en sensor 2 DS. . . . .	106
4.87. Nivel real y estimado tanque 2 con falla tipo pulso en sensor 1 y tipo escalón en sensor 2 GS. . . . .	107
4.88. Nivel real y estimado tanque 2 con falla tipo pulso en sensor 1 y tipo escalón en sensor 2 DS. . . . .	107
4.89. Residuos con falla tipo pulso en sensor 1 y tipo escalón en sensor 2 GS. . .	108
4.90. Residuos con falla tipo pulso en sensor 1 y tipo escalón en sensor 2 DS. . .	108
A.1. Sensor Ultrasónico Analógico. . . . .	119
B.1. NI USB-6008 DAQ. . . . .	121
B.2. Estructura NI USB-6008 DAQ. . . . .	122
B.3. Borneras NI USB-6008 DAQ. . . . .	122

---

# Índice de tablas

3.1. Punto de operación del Subsistema 1 (bajo - bajo). . . . .	46
3.2. Punto de operación del Subsistema 2 (bajo - alto). . . . .	47
3.3. Punto de operación del Subsistema 3 (alto - bajo). . . . .	47
3.4. Punto de operación del Subsistema 4 (alto - alto). . . . .	47



---

# Capítulo 1

## Introducción

En este primer capítulo se muestra la revisión de lo hecho a través de los años sobre el tema de diagnóstico de fallas basado en observadores y también acerca del modelo difuso T-S. Se muestra la hipótesis, motivación y objetivos de la tesis.

### 1.1. Estado del arte

La investigación en el diagnóstico de fallas ha ido ganando terreno desde la década de los 70's, a nivel mundial tanto en teoría como en aplicación. Este desarrollo es estimulado principalmente por la tendencia de la automatización hacia una mayor complejidad y la creciente demanda de mayor disponibilidad y seguridad de los sistemas de control. Sin embargo, un fuerte impulso también viene del lado de la teoría de control moderna que ha generado poderosas técnicas de modelado matemático, estimación de estado e identificación de parámetros. El proceso de diagnóstico de fallas es una etapa primordial para reducir la probabilidad de deterioro de la planta (incluso pérdida humana) en caso de un mal funcionamiento. Este esquema, debe poder alertar a tiempo y de manera precisa si existe una falla y en qué lugar de la planta se encuentra, ya sea en los actuadores o sensores. Situaciones como las antes mencionadas motivan a una estrategia conocida en la literatura como detección y aislamiento de fallas (FDI por sus siglas en inglés), la cual en los últimos años se ha investigado y han desarrollado estrategias desde diferentes enfoques, como se comentará a continuación.

### 1.1.1. Observadores de entradas desconocidas (UIO)

El principio del observador de entrada desconocida (UIO) es hacer que el error de estimación de estado se desacople de las entradas desconocidas (perturbaciones). De esta manera, el residual también se puede desacoplar de cada perturbación, ya que el residual se define como un error de estimación de salida ponderado.

Este enfoque fue propuesto en [43], donde se considera la detección robusta de fallas del sensor y el problema de aislamiento para el sistema con incertidumbre de modelado. Más tarde en [48] se generaliza este enfoque para detectar y aislar las fallas tanto del sensor como del actuador al considerar el caso en que también aparecen entradas desconocidas en la ecuación de salida. Paralelamente a este desarrollo, en [15] se propone un esquema robusto para diagnosticar fallas del actuador a través de UIO. Una contribución muy importante de este trabajo fue demostrar el enfoque robusto de la FDI a través de un ejemplo realista de sistema de proceso químico. Hay que tener en cuenta que en [36] también se estudia la detección de fallas del actuador y el problema de aislamiento a través de UIO, sin embargo, no consideraron los problemas de robustez.

### 1.1.2. Conjuntos difusos y modelo Takagi-Sugeno

En [1] Lofti Asker Zadeh profesor de la Universidad de Berkeley introduce la idea de “Conjuntos Difusos”. En este trabajo describe a un conjunto difuso como una clase de objetos con un continuo grado de membresía. Tal conjunto se caracteriza por una función de pertenencia (característica) que asigna a cada objeto un grado de pertenencia que varía entre cero y uno. Se amplían las nociones de inclusión, unión, intersección, complemento, relación, convexidad, etc. a tales conjuntos. En particular, se prueba un teorema de separación para conjuntos difusos convexos sin requerir que los conjuntos difusos sean disjuntos.

Los modelos difusos desarrollados por Takagi y Sugeno (T-S) en [38] modelan un sistema no lineal mediante un conjunto de modelos locales lineales definidos por un conjunto de reglas difusas de la forma SI-ENTONCES, donde cada regla expresa un comportamiento significativo del sistema expresado como un modelo lineal. En este artículo se presenta una herramienta matemática para construir un modelo difuso de un sistema donde se utilizan implicaciones difusas y razonamiento. En este mismo trabajo se muestra el método de identificación de un sistema utilizando sus datos de entrada-salida. También se discuten dos aplicaciones del método a procesos industriales: un proceso de limpieza de agua y un convertidor en un proceso de fabricación de acero.

### 1.1.3. Diagnóstico de fallas mediante modelos T-S y observadores

El interés por los esquemas de FDI para sistemas no lineales a crecido significativamente en años recientes, lo cual ha motivado la investigación desde diferentes enfoques, siendo uno de ellos el basado en observadores.

En [5] se aborda el problema de la detección de fallas en sensores (SFD) para sistemas no lineales utilizando un enfoque de observadores dedicados modificado, originalmente propuesto por Clark [34]. Este nuevo enfoque utiliza observadores difusos dedicados con modos deslizantes para el modelo difuso Takagi-Sugeno del sistema dinámico no lineal para generar los residuos de señal que indican una condición de falla en el sistema. Este enfoque proporciona robustez a las variaciones paramétricas en la planta.

En [31] se presenta un método para la estimación del estado de los sistemas descriptores Takagi-Sugeno afectados por entradas desconocidas (UI). Para facilitar la implementación, la propuesta implica observadores que no están en forma descriptor, sino en forma habitual. Las condiciones de existencia suficientes son establecidas por el proceso de diseño del UIO y del cual se derivan las desigualdades lineales matriciales (LMI por sus siglas en inglés) que se deben resolver para determinar las ganancias del UIO.

En 2009 [22] se propone un nuevo método para diseñar un observador para sistemas no lineales descrito por el modelo T-S, con variables de gran valor. La idea de la propuesta es reescribir del modelo T-S con una variable premisa de gran valor en un modelo T-S incierto introduciendo el estado estimado en el modelo. La convergencia del error de estimación de estado se analiza utilizando la teoría de Lyapunov y las condiciones de estabilidad se dan en términos de LMI. Se brinda un ejemplo para ilustrar el enfoque propuesto, con una aplicación para la detección y aislamiento de fallas en sensores utilizando un banco de observadores.

En [6] se muestra una metodología de diseño de observadores con entradas desconocidas para la solución del problema de Detección de Fallas. La técnica propuesta se basa principalmente en la observación de señales de error (conocidas como residuos), las cuales se obtienen mediante la diferencia entre la salida actual del sistema y la salida estimada. Un observador con entradas desconocidas tiene la particularidad de que su vector de error de estimación tiende a cero asintóticamente, sin considerar la presencia de las entradas desconocidas o perturbaciones en el sistema. El algoritmo de detección se aplica satisfactoriamente en un sistema hidráulico de nivel de líquido tanto en simulación como en tiempo real.

En el año 2010 [50], se propone un nuevo esquema robusto de detección de fallas para sistemas no lineales basado en un observador de entrada desconocida. El principio básico de los observadores de entrada desconocidas es desacoplar las perturbaciones del error de estimación de estado. En el método propuesto, el algoritmo de diseño lineal UIO se extiende a sistemas no lineales y posteriormente se obtiene la ganancia del observador usando un filtro Kalman. Con el fin de ilustrar la eficiencia del método propuesto, se usa para detectar fallas en sensores de un sistema dinámico altamente no lineal un sólo observador de orden completo en presencia de entradas desconocidas (perturbaciones). Los resultados de la simulación muestran que las perturbaciones y, por lo tanto, un cierto grado de incertidumbre del modelo se pueden distinguir de una respuesta a una falla del sensor.

En el mismo año 2010 [24] se estudia el problema de la detección y la identificación de fallas en los sistemas descritos por los sistemas difusos T-S. Se concibe un observador integral proporcional para reconstruir el estado y las fallas que pueden afectar el sistema. Para estimar las fallas del actuador y del sensor, se realiza una transformación matemática para concebir un sistema aumentado, en el cual la falla inicial del sensor aparece como una falla del actuador considerando a ésta como una entrada desconocida. El efecto de ruido en el estado y la estimación de fallas también se minimiza.

En [32] se propone un esquema de diagnóstico de fallas basado en un modelo que utiliza un observador Utkin. Siendo la tarea principal la generación de señales conocidas como residuos. Estos se derivan de la comparación de la señal real y la señal estimada. El dispositivo principal utilizado como generador residual es el observador Utkin, que se basa en modos deslizantes, donde el error de estado estimado se aproxima a cero, independientemente de la perturbación en el sistema. En este artículo se analiza el problema de diagnóstico de fallas en sensores de posición de un cuarto de suspensión estándar de autobús.

En [21] se aborda el diagnóstico robusto de fallas del actuador mediante el uso de un (UIO). El diseño UIO propuesto garantiza una generación residual robusta al desacoplar los efectos de las perturbaciones de las fallas. Un esquema de observador generalizado basado en un banco de observadores de entrada desconocida es abordado para el aislamiento de fallas. La estimación de la falla es, entonces, permitida por una transformación algebraica.

En 2013 en [19] se propone un nuevo enfoque de diagnóstico de fallas en el sensor denominado Esquema de Observación de Reconstrucción (ROS), el cual no requiere de un banco de observadores, sólo se utiliza un observador. El método propuesto basado en la reconstrucción de variables se utiliza para generar un residual estructurado para

el aislamiento de fallas. Tras la detección de fallas, se realiza la reconstrucción de todas las variables. La reconstrucción de una variable consiste en la sustitución de ésta en la entrada del observador por su estimación. Esta operación elimina el efecto de falla cuando se reconstruye una variable defectuosa.

En 2014 [39] se propone el desarrollo de un método robusto de detección de fallas basado en observadores de modo deslizante difuso para una clase de sistemas no lineales con retardo. El modelo difuso T-S con retardo se adopta para el modelado difuso del sistema no lineal y reducir el error de modelado, se introduce un método de síntesis del diseño de observadores con modos deslizantes para generar el error de estado estimado y residuos, así, se elimina el efecto de las incertidumbres desconocidas del sistema para evitar falsas alarmas, el método de síntesis de los observadores se presenta a través de la resolución de LMI. Finalmente, se da un ejemplo de simulación para mostrar el procedimiento de diseño e ilustrar la efectividad del método propuesto.

En [2] se discute el diseño del observador difuso T-S para el rechazo de perturbaciones basado en el índice de optimización  $H_\infty$ . El observador de rechazo de perturbaciones para el sistema difuso T-S está diseñado con una función de peso que depende de variables premisa y el residuo generado es robusto para las perturbaciones. También se establecen las LMI que minimizarán el índice de optimización.

En 2015 [37], se enfocan en el problema del diagnóstico robusto de fallas del sistema hidráulico de cuatro tanques en presencia de perturbaciones de entrada desconocidas y ruido del sensor. La detección de fallas se propone usando el diseño de observadores de entrada desconocida (UIO).

En [26] se propone el modelo de procesos y la detección de fallas utilizando un nuevo método difuso T-S que se obtiene descomponiendo la minimización del riesgo estructural. El método propuesto hace uso de algunas ideas sobre regresión de vector de soporte de mínimos cuadrados (LSSVR). En primer lugar, se construye una nueva función de costo y se utiliza para resolver los parámetros posteriores del modelo difuso T-S basado en datos de proceso. Luego, el modelo original correspondiente sin falla se usa para obtener modelos no lineales para el proceso que se ejecuta en operación normal. Cuando ocurre una falla, la detección se realiza utilizando los residuos. Finalmente, se considera varios tipos de fallas en los datos de referencia del caso de estudio que abordan los autores. La efectividad de los resultados de simulación obtenidos indica que el método desarrollado es capaz de detectar correctamente varias fallas mediante simulaciones.

En 2017 [51] se presenta un método de detección y aislamiento de fallas (FDI) basado en un UIO para el vehículo de lanzamiento reutilizable (RLV), para satisfacer las crecientes demandas de seguridad, confiabilidad y capacidad de mantenimiento, la falla del sensor se analiza principalmente. Sobre la base del estudio de teoría preliminar de UIO, se propone un método mejorado de detección y aislamiento de fallas basado en UIO de orden completo para facilitar el diagnóstico de fallas del sensor. Al introducir el enfoque inverso generalizado al sistema de FDI, el efecto de las entradas desconocidas se puede desacoplar de las señales residuales, lo que hace que el sistema sea sensible a las fallas e insensible a las perturbaciones desconocidas al mismo tiempo. Los resultados de la simulación de RLV demuestran que el método de FDI propuesto es efectivo y satisfactorio.

En [11] se presenta un enfoque general para la estabilización del diseño y la detección de fallas con generadores residuales para sistemas no lineales descritos por un modelo T-S. Éste, consiste en minimizar simultáneamente el efecto de perturbación y maximizar el efecto de falla en el vector residual usando una simple minimización mediante la norma L2, la generación residual se hace con observadores de Luenberger.

En [40] se diseña para el modelo difuso T-S un conjunto de observadores dedicados con entradas desconocidas de orden reducido robustos que facilitan la generación de residuos aún en presencia de entradas desconocidas, puesto que se genera una firma de fallas que permite identificar al sensor que presenta la falla en el sistema. Los autores utilizan como caso de estudio un modelo hipotético.

## 1.2. Hipótesis

Es posible, a partir del modelo Takagi-Sugeno de sistemas no lineales diseñar un observador difuso de entradas desconocidas para el diagnóstico de fallas en sensores, que permita detectar las fallas existentes en la planta e identificarlas (aislar).

## 1.3. Motivación

En las últimas décadas, los sistemas de control han evolucionado, así mismo los algoritmos son más y más sofisticados. En consecuencia, algunas características toman suma importancia, como lo son: la disponibilidad, la eficiencia, la fiabilidad, la seguridad y la protección del medio ambiente.

La motivación de este trabajo radica precisamente en lo antes mencionado, la detección y aislamiento de fallas es muy importante no sólo para sistemas de seguridad crítica como

plantas nucleares, plantas químicas y aviones, los cuales en caso de alguna falla podría repercutir en la seguridad de las personas involucradas; sino también para sistemas que no son de seguridad crítica, ya que en éstos, la detección y aislamiento de fallas se utiliza para mejorar la eficiencia de la planta, disponibilidad y fiabilidad.

Por otra parte, pero no menos valioso, el contar con diferentes técnicas para la detección y aislamiento de fallas es conveniente para poder tratar cada sistema según sus características.

## **1.4. Objetivos de la tesis**

### **1.4.1. Objetivo general**

Diseñar un esquema de detección y aislamiento de fallas en tiempo real en sensores, para sistemas no lineales tipo Takagi-Sugeno, usando un observador de entradas desconocidas aplicado a un sistema de nivel de líquido de dos tanques interconectados.

### **1.4.2. Objetivos particulares**

- **Objetivo particular 1**  
Diseñar un observador de entradas desconocidas esquema generalizado y dedicado para sistemas lineales.
- **Objetivo particular 2**  
Diseñar un generador de residuos basados en un observador difuso de entradas desconocidas esquema generalizado y dedicado.
- **Objetivo particular 3**  
Diseñar un esquema de detección y aislamiento de fallas en sensores a partir de un generador de residuos basado en un observador difuso de entradas desconocidas esquema generalizado y dedicado.
- **Objetivo particular 4**  
Validar en tiempo real sobre un modelo de laboratorio de un sistema de nivel de líquido de dos tanques interconectados los esquemas de diagnóstico propuestos.
- **Objetivo particular 5**  
Comparar el esquema generalizado y dedicado para el diagnóstico de fallas en sensores del sistema de nivel de líquidos.

## 1.5. Aportes

- Comparación de los esquemas generalizado y dedicado del observador difuso de entradas desconocidas para el diagnóstico de fallas de un sistema no lineal de nivel de líquido de dos tanques interconectados modelado tipo Takagi - Sugeno.
- La implementación en tiempo real del esquema de diagnóstico de fallas generalizado y dedicado mediante observadores de entradas desconocidas para el sistema bajo estudio.

## 1.6. Distribución del documento de tesis

Este trabajo de tesis se encuentra organizado de la siguiente manera:

- En el Capítulo 2 se presentan los antecedentes sobre el diagnóstico de fallas, diseño de UIO's y el modelo T-S, estos antecedentes ayudarán a tener claros los conceptos base para el desarrollo del tema de tesis. También en este capítulo se expone el planteamiento del problema, que contiene los principales puntos a tratar durante el diseño de los esquemas propuestos, los aportes también son mostrados en esta sección.
- En el Capítulo 3 se presenta el diseño y desarrollo de los esquemas propuestos. Se muestra el diseño del esquema generalizado de UIO difuso aplicado al modelo Takagi - Sugeno de un sistema hidráulico no lineal de dos tanques interconectados y el esquema dedicado de UIO's difusos aplicado al modelo Takagi - Sugeno para el mismo sistema no lineal. En este capítulo se presenta el modelo matemático del sistema hidráulico, la metodología y cálculo de las ganancias mediante LMI's para cada uno de los UIO's.
- En el Capítulo 4 se muestran los resultados en simulación y tiempo real, en los cuales se observan las principales diferencias entre los dos esquemas diseñados.
- En el Capítulo 5 se presentan las conclusiones generales y los trabajos futuros a los cuales la presente tesis pudiera conducir.

## 1.7. Lista de publicaciones

1. Ángel Garibo, Marco A. Rodriguez, Juan M. De la Torre, Marisela Y. Hernandez, Juan Anzurez Marin, Salvador Raírez Zavala, "Takagi-Sugeno Fuzzy Sliding Mode

Compensator Desing For a Two-Tank Liquid Level System In Real Time”, Academia Journal, Vol 11, 2019, No.9, ISSN 1946-5351 online, EBSCO.

2. Juan Anzurez Marin, Juan Manuel De la Torre Calderas, “Design of a sensor fault diagnosis scheme for non-linear systems using dedicated Takagi-Sugeno fuzzy unknown input observers”, Academia Journals, Vol. 12, 2020, No.8, ISSN 1946-5351 online, EBSCO.



---

# Capítulo 2

## Antecedentes

### 2.1. Introducción.

Este capítulo se dedica a una breve introducción a los conceptos básicos del diagnóstico de fallas, así como de los observadores de entradas desconocidas y el modelo difuso Takagi-Sugeno; esto con el objetivo de que el lector se familiarice con los temas desarrollados y presentados durante todo este trabajo de tesis.

### 2.2. Diagnóstico de fallas.

El concepto de seguridad está estrechamente relacionado con el tema de diagnóstico de fallas. El diagnóstico de fallas es una herramienta que nos permite tener sistemas más confiables, autónomos e inteligentes, capaces de poder decidir si existe un comportamiento inusual en el sistema o si sus componentes presentan una falla que puede llevarlo al mal funcionamiento.

#### 2.2.1. Terminología de diagnóstico de fallas.

El Comité Técnico de la IFAC : SAFEPROCESS (Detección de fallas, supervisión y seguridad para procesos técnicos) tuvo una iniciativa para definir una terminología común.

**Definición 1.** *El término **falla (fault)** debe de entenderse como un cambio inesperado que dificulta o altera el funcionamiento normal de un sistema. Puede entenderse como un mal funcionamiento del sistema que puede ser tolerable.[14]*

**Definición 2.** *El término **falla abrupta (failure)** sugiere una descomposición o ruptura total de un componente del sistema o del funcionamiento de éste [14]*

En la Figura 2.1 se muestra un esquema general del diagnóstico de fallas en el cual se tienen 3 etapas:

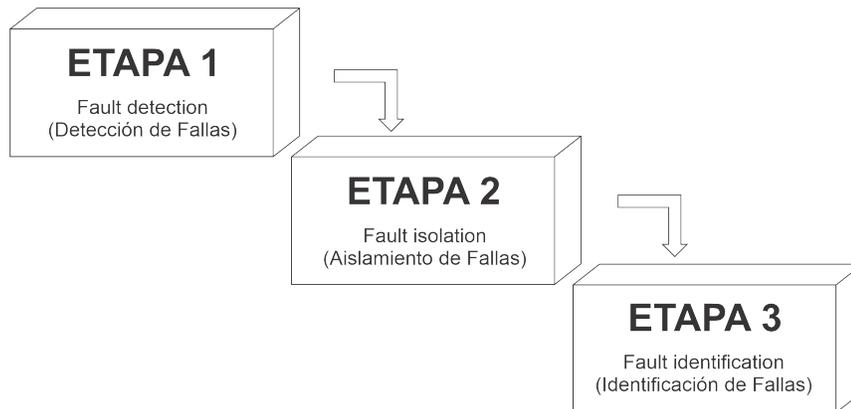


Figura 2.1: Esquema de diagnóstico de fallas.

**ETAPA 1. Fault Detection (Detección de fallas)**, en esta etapa se toma una decisión binaria, ya sea que algo haya salido mal o que todo esté bien.[14]

**ETAPA 2. Fault isolation (Aislamiento de fallas)**, determinar la ubicación de la falla, por ejemplo, qué sensor o actuador ha fallado.[14]

**ETAPA 3. Fault identification (Identificación de fallas)**, esta es la última etapa del diagnóstico de fallas que estima el tamaño, tipo o naturaleza de la falla.[14]

Las dos primeras etapas son de suma importancia en el proceso de diagnóstico. La detección de fallas es donde se decide o se detecta si existe una falla; el aislamiento ayuda a localizar el comportamiento erróneo, sin embargo, la identificación puede no ser esencial si no se requiere ninguna acción de reconfiguración. Por consecuencia, a menudo en la literatura se considera sólo como detección y aislamiento de fallas, o abreviado FDI (fault detection and isolation).

Existen diversas técnicas para el diagnóstico de fallas, estas se dividen en dos grupos, técnicas basadas en el modelo del sistema, por ejemplo: observadores de estado, Takagi-Sugeno, espacios de paridad, etc. y técnicas no basadas en el modelo, por ejemplo: redes neuronales, lógica difusa, neuro-difusas, etc. Como se muestra en la Figura 2.2

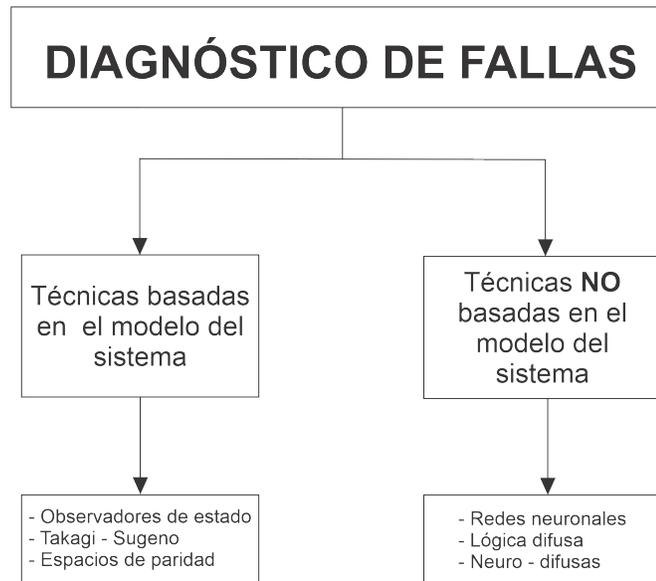


Figura 2.2: Técnicas de diagnóstico de fallas.

### 2.2.2. Diagnóstico de fallas basado en modelos matemáticos.

Uno de los métodos más usados en la práctica real del diagnóstico de fallas es el monitoreo de la tendencia de una variable o señal en particular, y tomar como una falla si esta señal rebasa un umbral predeterminado. Aunque este método de verificación de límites [14] es el más simple y usado, tiene algunas desventajas:

**Desventaja 1.-** Falsas alarmas en presencia de ruido, variaciones en la entrada o el cambio de punto de operación.

**Desventaja 2.-** Una falla causada por las situaciones antes mencionadas puede hacer que muchas señales del sistema excedan sus límites y se generen múltiples fallas, por lo que el aislamiento se vuelve una tarea más difícil.

Por esto es necesario contar con un modelo matemático que pueda proporcionar información entre las diferentes variables de la planta.

Un enfoque común para el diagnóstico de fallas desde un punto de vista de la aplicación en forma física se basa en los métodos de **redundancia de hardware** (Figura 2.3), que utilizan diversas líneas de sensores, actuadores, computadoras o software para medir y/o controlar una variable del sistema en particular; a pesar de ser un enfoque muy confiable y fácil de llevar a la práctica, debe tenerse en cuenta que no siempre es posible hacerlo por cuestiones de costo, peso de los dispositivos, espacio, etc.

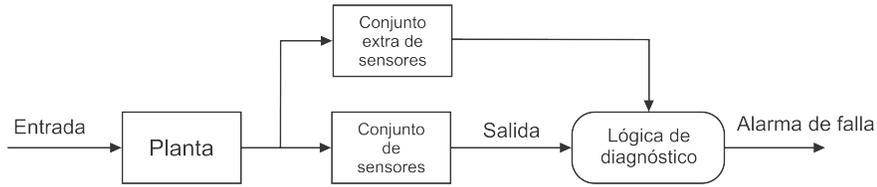


Figura 2.3: Redundancia de hardware.

Otro concepto que se utiliza en el tema de diagnóstico de fallas es **redundancia analítica** (Figura 2.4), esta utiliza relaciones entre varias medidas del proceso monitoreado, es decir, está basada en el conocimiento del **modelo matemático** del sistema, así como de las señales de entrada y salida.

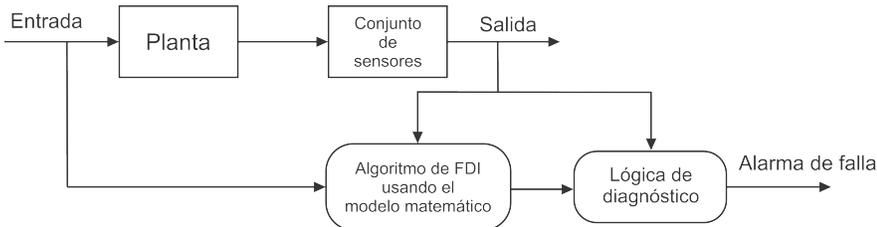


Figura 2.4: Redundancia analítica.

En el esquema de redundancia analítica, la diferencia resultante generada a partir de la verificación de consistencia de diferentes variables se conoce como **señal residual o residuo** ( $r$ ). Este residuo deberá tener un valor cero cuando el sistema está libre de falla y debe de ser diferente de cero cuando en el sistema se ha producido una falla.

$$r = 0 \quad \text{Libre de falla.}$$

$$r \neq 0 \quad \text{Presencia de falla.}$$

La verificación de la consistencia en la redundancia analítica se logra normalmente a través de una comparación entre una señal medida y su estimación. La estimación es generada por el modelo matemático del sistema considerado. Se puede diseñar una cantidad de residuos, cada uno de los cuales tiene una sensibilidad especial a las fallas individuales que ocurren en diferentes ubicaciones del sistema. El análisis posterior de cada residuo, una vez que se supera un umbral, conduce al aislamiento de fallas.

En la Figura 2.5 se ilustra la estructura general y conceptual de un sistema de diagnósti-

co de fallas basado en modelos, adoptada por la comunidad científica del área que comprende dos etapas principales, la generación de residuos y la toma de decisiones.[45]

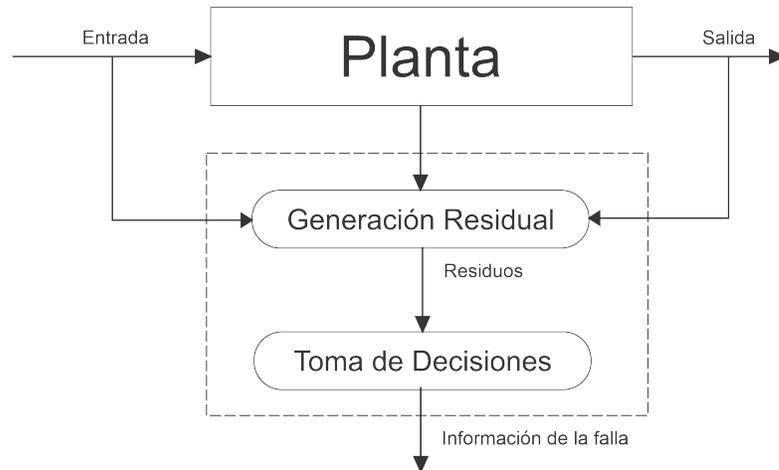


Figura 2.5: Sistema de diagnóstico de fallas basado en modelos.

La **generación residual**, tiene como propósito generar una señal indicadora de falla utilizando la información de entrada y salida disponibles del sistema. Por lo general, el residuo debe ser cero o cercano a cero cuando no hay una falla presente y es diferente de cero cuando ocurre una falla. El algoritmo utilizado para generar residuos se denomina generador residual.

En la **toma de decisiones**, los residuos se examinan para determinar la probabilidad de fallas, y luego se aplica una regla de decisión para determinar si se han producido fallas. Un proceso de decisión puede consistir en una prueba de umbral simple en los valores instantáneos o promedios de los residuos, o puede consistir en métodos de la teoría de decisión estadística, por ejemplo, prueba de relación de probabilidad generalizada (GLR) o prueba de relación de probabilidad secuencial (SPRT) [46],[8],[41],[44],[9]. La mayor parte del trabajo en el campo del diagnóstico de fallas basado en modelos se centra en el problema de la generación de residuos, porque la toma de decisiones basada en residuos bien diseñados es relativamente fácil.

Por lo tanto, el diagnóstico de fallas basado en modelos se puede definir como:

**Definición 3.** *Diagnóstico de fallas basado en modelos es la determinación de la presencia de fallas en una planta, proceso o sistema mediante el cotejo de mediciones disponibles con información obtenida del modelo matemático del mismo, a partir del análisis de los residuos generados.*

### 2.3. Generación residual robusta usando UIO.

La labor crucial en las diferentes técnicas de diagnóstico de fallas basadas en modelos, es la generación de residuos. El principio de un UIO es hacer que el error de estimación de estado se desacople de las entradas desconocidas o perturbaciones. De esta manera, el residuo también puede desacoplarse de cada perturbación.

El primer paso para generar residuos es diseñar un UIO, en este trabajo se aborda del diseño del observador para una clase específica de sistemas, en el cual la incertidumbre del sistema se puede resumir como un término de perturbación desconocido aditivo en la ecuación dinámica que a continuación se describe:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + Ed(t) \\ y(t) &= Cx(t) + f_s(t)\end{aligned}\tag{2.1}$$

donde  $x(t) \in \mathbb{R}^n$  es el vector de estado,  $y(t) \in \mathbb{R}^m$  es el vector de salida,  $u(t) \in \mathbb{R}^\mu$  es el vector conocido de entrada,  $d(t) \in \mathbb{R}^q$  es el vector de entrada desconocida,  $f_s$  es la falla en sensores,  $A, B, C$  y  $E$  son matrices conocidas.

**Definición 4. Observador de entrada desconocida.** *Un observador es definido de entrada desconocida para el sistema descrito en la Ecuación 2.1, si el vector de error de estimación de estado  $e(t)$  se aproxima a cero asintóticamente, independientemente de la presencia de la entrada desconocida (perturbación) en el sistema.[14]*

#### 2.3.1. Teoría de GS UIO.

La estructura de un UIO de orden completo se describe en la Ecuación 2.2 y se ilustra en la Figura 2.6. [14]

$$\begin{aligned}\dot{z}(t) &= Fz(t) + TBu(t) + Ky(t) \\ \hat{x}(t) &= z(t) + Hy(t)\end{aligned}\tag{2.2}$$

donde  $\hat{x}(t) \in \mathbb{R}^n$  es el vector de estado estimado y  $z \in \mathbb{R}^n$  es el estado del observador de orden completo, y  $F, T, K, H$  son matrices diseñadas para lograr un desacoplamiento de entrada desconocida.

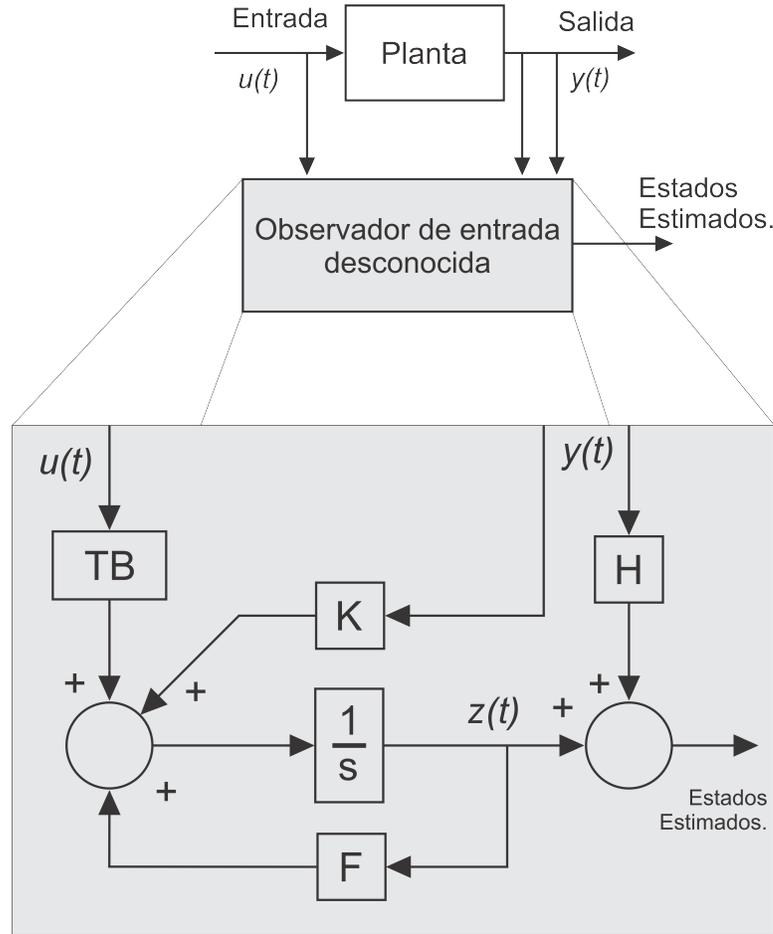


Figura 2.6: Diagrama esquemático del UIO de orden completo.

Este UIO está diseñado para ser un observador robusto, es decir puede mitigar las entradas y ruidos externos al sistema.

La dinámica del error  $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$  cuando el observador (2.2) se le aplica al sistema (2.1) se describe en la Ecuación 2.3

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) = & (A - HCA - K_1C - F)x(t) + (B - HCB - TB)u(t) \\ & + (E - HCE)d(t) + Fe(t) - Kf_s(t) - H\dot{f}_s(t) \end{aligned} \quad (2.3)$$

donde

$$K_1 = K_2 - K \quad (2.4)$$

Si las siguientes relaciones son verdaderas:

$$(I - HC)E = 0 \quad (2.5)$$

$$T = I - HC \quad (2.6)$$

$$F = A - HCA - K_1C \quad (2.7)$$

$$K_2 = FH \quad (2.8)$$

el error de estimación de estado será entonces:

$$\dot{e}(t) = Fe(t) - Kf_s(t) - H\dot{f}_s(t) \quad (2.9)$$

si se considera  $f_s = 0$  (planta sin falla) el error de estimación de estado es entonces:

$$\dot{e}(t) = Fe(t) \quad (2.10)$$

sí  $F$  es Hurwitz entonces  $e(t)$  tenderá a cero asintóticamente. Se considera a la planta libre de falla para hacer que  $e(t) = 0$  y como se observa en la Ecuación (2.9) cuando una falla se presenta  $e(t) \neq 0$ , o sea, el observador no converge a los estados reales provocando esto una generación de residuos.

### 2.3.2. Diseño de un esquema robusto de detección de fallas para sistemas lineales basada en UIO.

El diseño de cualquier observador siempre será uno de los procesos más importantes, ya sea, con el fin de controlar un sistema o simplemente observar y monitorear aquellas variables a las cuales no se tiene fácil acceso. El proceso de diseño del observador de entradas desconocidas se puede llevar a cabo por dos métodos; el primero de ellos se centra en el cálculo de las ganancias antes mencionadas mediante la ubicación de polos de la planta.

El segundo método, el cual fue empleado en este trabajo, consiste en hacer la formulación en el sentido de Lyapunov. Para poder observar de manera más clara y sencilla este proceso de diseño se propone el siguiente algoritmo:

1. Calcular las ganancias  $T$  y  $H$  a partir de la Ecuación 2.6, las cuales vienen dadas por:

$$T = I - HC$$

$$T + HC = I$$

$$\begin{aligned}
[T \quad H] \begin{bmatrix} I \\ C \end{bmatrix} &= I & (2.11) \\
[T \quad H] &= \begin{bmatrix} I \\ C \end{bmatrix}^+ \\
[T \quad H] &= \left( \begin{bmatrix} I \\ C \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} I \\ C \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} I \\ C \end{bmatrix}^T
\end{aligned}$$

2. Resolver LMI para encontrar de la ecuación de Lyapunov  $P$  y  $K_1$  (2.4)

En este punto, es donde toma importancia el criterio de estabilidad de Lyapunov.

Considerando una función cuadrática de Lyapunov del error:

$$V(e) = e^T P e > 0 \quad (2.12)$$

con  $P = P^T > 0$  y cuya derivada se expresa como:

$$\dot{V}(e) = \dot{e}^T P e + e^T P \dot{e} < 0 \quad (2.13)$$

partiendo de la dinámica del error mostrada en la Ecuación (2.10) se tiene:

$$\dot{V}(e) = e^T F^T P e + e^T P F e < 0 \quad (2.14)$$

factorizando por la izquierda  $e^T$  y a la derecha por  $e$ , se tiene:

$$e^T (F^T P + P F) e < 0 \quad (2.15)$$

sustituyendo la Ecuación 2.7 :

$$e^T [(A - HCA - K_1 C)^T P + P(A - HCA - K_1 C)] e < 0 \quad (2.16)$$

para que se cumpla la condición basta con comprobar la desigualdad

$$(A - HCA - K_1 C)^T P + P(A - HCA - K_1 C) < 0 \quad (2.17)$$

desarrollando:

$$A^T P - A^T C^T H^T P - C^T K_1^T P + PA - PHCA - PK_1 C < 0 \quad (2.18)$$

haciendo un cambio de variable  $S = PK_1$ , ya que existen dos variables desconocidas en el mismo termino, se tiene:

$$A^T P - A^T C^T H^T P + C^T S^T + PA - PHCA + SC < 0 \quad (2.19)$$

la ganancia  $K_1$  se calcula posteriormente como  $K_1 = P^{-1}S$ . En resumen, si podemos encontrar una matriz  $P$  simétrica y definida positiva que haga que la función de Lyapunov del error sea definida positiva y su derivada definida negativa, entonces garantizamos que el error de estimación del observador es cero y los estados estimados convergen a los reales.

### 3. Calcular $F$ y $K$ .

Una vez calculada la ganancia  $K_1$  se puede calcular la ganancia  $F$  a partir de la ecuación 2.7 y  $K$  con la Ecuación 2.4.

Siguiendo la metodología anterior se obtienen las ganancias necesarias para el observador de entradas desconocidas de la Ecuación 2.2.

Finalmente, una vez que se tiene diseñado el UIO para el sistema, se procede a tener un esquema el cual permita detectar si existe falla en la planta, esto es, generar un residuo. Para generar un residuo robusto es requerido un UIO descrito por la Ecuación 2.2. Cuando los estados estimados están disponibles este residuo puede ser generado por:

$$r(t) = y(t) - C\hat{x}(t) = (I - CH)y(t) - Cz(t) \quad (2.20)$$

### 2.3.3. Teoría de DS UIO.

El DS está basado en el diseño de un banco de observadores, el cual estará formado por  $m$  observadores de estados, diseñados de tal forma que cada observador  $m$  sea sensible solamente a la falla  $m$ , a estos observadores se les conoce como *observadores dedicados*. [16], [18], [35].

### Detección de fallas en sensores mediante UIO's dedicados

Para la detección de fallas en sensores, el esquema de observadores dedicados propone utilizar un observador por cada salida del sistema o planta. Cada uno de estos observadores se basa en el diseño de un UIO para cada salida [14]. En la Figura 2.7 se muestra un esquema de UIO dedicado.

Estos UIO's dedicados generan un vector de estados estimados, el cual puede ser utilizado para detectar fallas en la planta a través de la comparación con las salidas reales (señales de los sensores) de forma que una falla en el  $m$ -ésimo sensor provoca que el estado del  $m$ -ésimo UIO difiera del estado estimado de los otros  $m-1$  UIO's, lo cual permite la detección y aislamiento de la falla. [14], [18]. Por lo que las fallas están desacopladas, es decir que cada falla está asociada con una salida de la planta, tal como se muestra en la Figura 2.7.

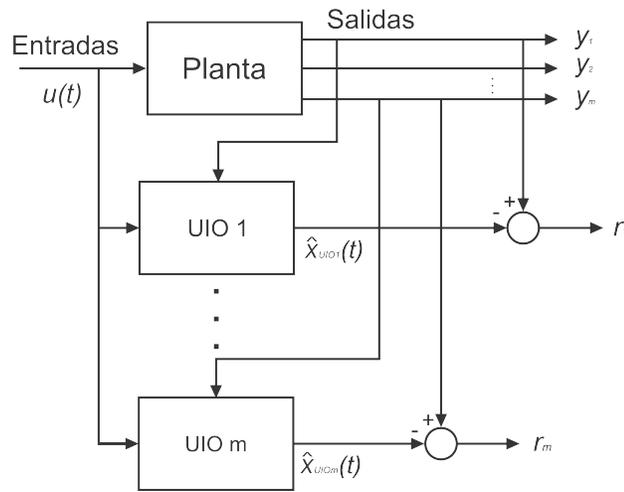


Figura 2.7: GS UIO para detección de falla en sensores.

El modelo para este esquema descrito en variables de estado es representado de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + Ed(t) \\
 y^1(t) &= C^1x(t) + fs^1(t) \\
 &\vdots \\
 y^m(t) &= C^m x(t) + fs^m(t)
 \end{aligned} \tag{2.21}$$

donde  $x(t) \in R^n$  es el vector de estado,  $y(t) = [y^1(t), \dots, y^m]^T$  es el vector de salida medible,  $C = [C^1 \dots C^m]^T$  y  $f s^m(t)$  representa la falla en el elemento  $m$  de la salida.

Considerando la descripción anterior, el  $m$ -ésimo UIO se construye como:

$$\begin{aligned} \dot{z}^j(t) &= F^j(t)z^j(t) + T^j B u(t) + K^j y^j(t) \\ \hat{x}^j(t) &= z^j(t) + H^j y^j(t) \end{aligned} \quad (2.22)$$

el  $m$ -ésimo generador de residuos basado en UIO puede ser descrito:

$$r^j(t) = (I - C^j H^j) y^j(t) - C^j z^j(t) \quad (2.23)$$

donde las matrices de parámetros deben satisfacer las siguientes ecuaciones:

$$(I - H^j C^j) E = 0 \quad (2.24)$$

$$T^j = I - H^j C^j \quad (2.25)$$

$$F^j = A - H^j C^j A - K_1^j C^j \quad (2.26)$$

$$K_2^j = F^j H^j \quad (2.27)$$

$$K^j = K_2^j - K_1^j \quad (2.28)$$

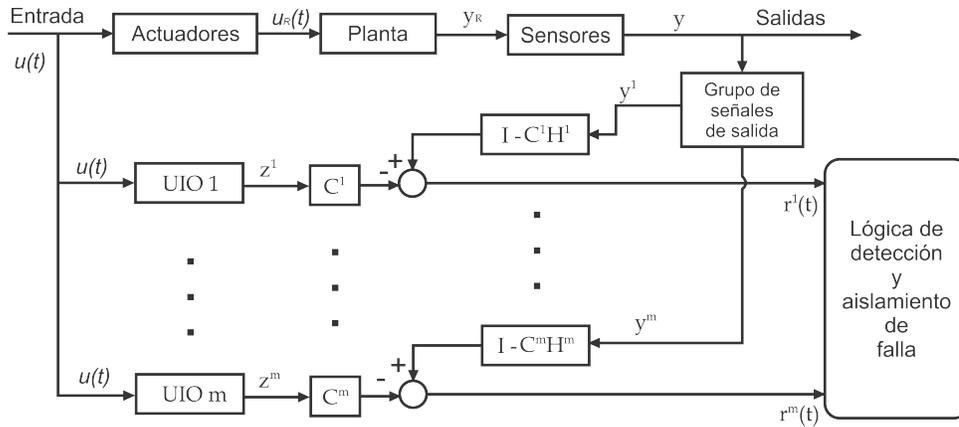


Figura 2.8: Esquema detallado de detección de falla en sensores con UIO's dedicados [14].

En la Figura 2.8 se muestra un diagrama más detallado del esquema de detección de fallas en sensores a partir de UIO's dedicados. [14]

En la etapa de lógica de detección y aislamiento de falla se selecciona la manera en que se llevará a cabo dicha detección, ya sea que se lleve por medio de umbrales fijos o dinámicos, por análisis gráfico o algún método estadístico. El procedimiento de diseño es similar al explicado en la Sección 2.2.2. con la única diferencia que la matriz  $C$  se cambia por la matriz  $C^j$ , esta última es la fila  $j$ -ésima de  $C$ , donde  $j = 1, 2, 3, \dots, m$ .

## 2.4. Modelo Takagi-Sugeno.

El modelo T-S tiene como objetivo describir el comportamiento no lineal de un sistema en un número finito de subsistemas locales lineales en distintas regiones de operación del mismo, tal como se muestra en la Figura 2.9. Este modelo propuesto por Tomohiro Takagi y Michio Sugeno [38] es descrito mediante un conjunto difuso de reglas de la forma SÍ-ENTONCES, que representan relaciones lineales de entrada-salida de un sistema no lineal. La cualidad principal de un modelo difuso de T-S es la capacidad de expresar la dinámica local de cada implicación difusa (regla) por medio de un subsistema lineal. El modelo completo difuso del sistema se obtiene de la combinación difusa de los modelos lineales.

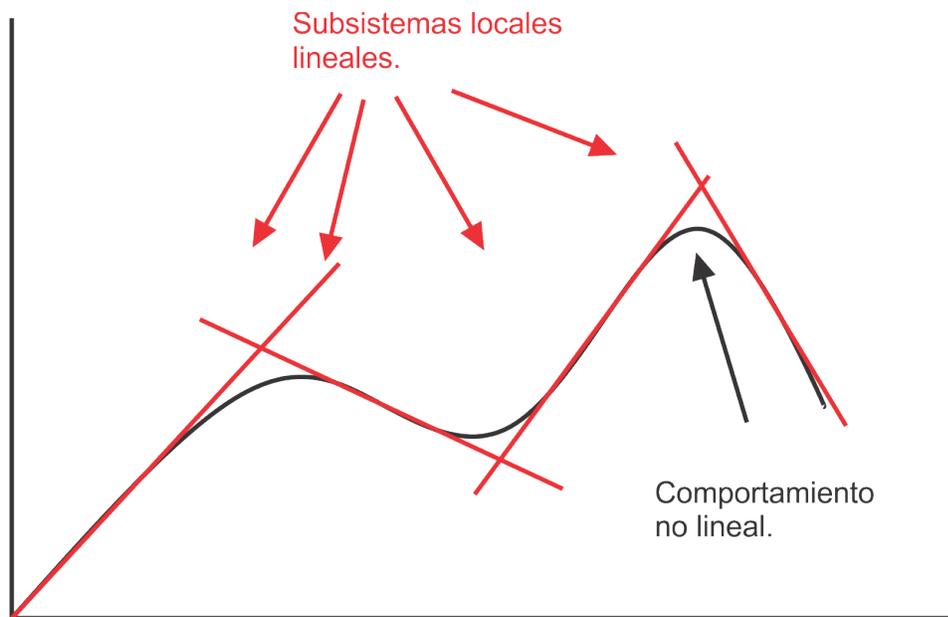


Figura 2.9: Gráfica de sistema no lineal y subsistemas lineales.

La  $i$ -ésima regla del modelo para un sistema continuo está dada como:

$$\text{SÍ } \varphi_1(t) \text{ es } M_{n1} \text{ y } \dots \text{ y } \varphi_p(t) \text{ es } M_{np}$$

$$\text{ENTONCES } \begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) \\ y(t) = C_i x(t) \end{cases} \quad i = 1, 2, 3, \dots, \eta \quad (2.29)$$

donde  $M_{ij}$  es un conjunto difuso y  $\eta$  es el número de reglas;  $x(t) \in R^n$  es el vector de estado,  $A_i \in R^{n \times n}$ ,  $B_i \in R^{n \times \mu}$  y  $C_i \in R^{m \times n}$  son matrices conocidas;  $\varphi_1(t), \dots, \varphi_p(t)$  son variables premisa medibles que pueden ser funciones de variables de estado o tiempo.

Cada ecuación lineal representada por  $A_i x(t) + B_i u(t)$  es llamada subsistema. Las salidas finales del sistema difuso se expresan como:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^r h_i(\varphi) (A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) &= \sum_{i=1}^r h_i(\varphi) C_i x(t) \end{aligned} \quad (2.30)$$

donde

$$\varphi = [\varphi_1 \quad \varphi_2 \quad \dots \quad \varphi_p], \quad h_i(\varphi) = \frac{w_i(\varphi)}{\sum_{i=1}^r w_i(\varphi)}, \quad w_i(\varphi) = \prod_{j=1}^p M_{ij}(\varphi_j)$$

en donde la sumatoria de todos los pesos ( $h$ ) es igual a 1:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^r h_i(\varphi_i(t)) = 1 \\ h_i(\varphi_i(t)) \geq 0 \end{cases} \quad i = 1, 2, 3, \dots, \eta \quad (2.31)$$

## 2.5. Planteamiento del problema.

En este trabajo de tesis se hará uso de las técnicas y esquemas que se revisaron en las secciones anteriores, esto es, combinando los GS y DS UIO's para sistemas lineales y el modelo T-S, se diseñará un esquema que permita hacer detección de fallas mediante UIO para sistemas no lineales, esto gracias al trato de subsistemas lineales en el modelo difuso.

Entonces los principales puntos a tratar son:

- Extensión del UIO para sistemas no lineales.
- Modelado de un UIO difuso.
- Generación de residuos a partir de UIO 's difusos.
- Implementación en la planta no lineal real.

La Figura 2.10 muestra el diagrama general del trabajo de tesis, se puede observar que; a partir del modelo linealizado de la planta se realiza su representación mediante el modelo difuso T-S, el cual en una región de operación es una representación exacta del modelo no lineal de la planta. A continuación, se desarrollan dos esquemas de UIO, GS y DS mediante los cuales se generan los residuos que a través de su evaluación nos permite realizar el diagnóstico de fallas en sensores. Con el propósito de evaluar el desempeño de la metodología desarrollada se simula e implementa un experimento de laboratorio en el sistema bajo prueba para ambos esquemas, GS y DS, lo cual nos permite llegar a una conclusión sobre que esquema tiene un mejor desempeño para realizar la detección y aislamiento de fallas en sensores.

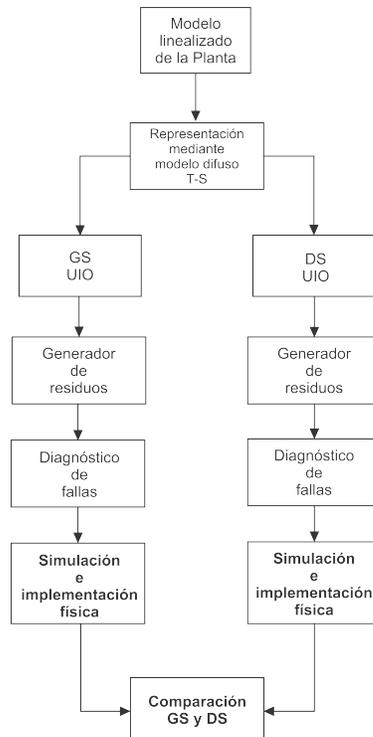


Figura 2.10: Diagrama general de la propuesta de trabajo de tesis.

## 2.6. Conclusiones.

En este capítulo se mostró la formulación matemática de GS y DS. La principal diferencia entre ambos esquemas recae en las entradas necesarias para cada uno de los UIO's. El GS solamente requiere de un UIO el cual es función de todas las entradas y salidas de la planta; mientras que el DS considera tantos UIO's como salidas tenga la planta, es decir, son función de todas las entradas y una salida de la planta. Así mismo se mostró la definición del modelo difuso T-S el cual se usará para extender la teoría del UIO para sistemas no lineales de GS y DS.

---

## Capítulo 3

# Diagnóstico de fallas basado en UIO difuso Takagi – Sugeno

### 3.1. Introducción

Este capítulo se dedicará al diseño de GS y DS de un UIO difuso modelado tipo T-S, con el objetivo de usar estos esquemas en el caso de estudio de esta tesis. Se describe el sistema de nivel de líquido de dos tanques interconectados y su modelo, así mismo se muestran los puntos de operación utilizados para los subsistemas o multimodelos difusos. Se diseñan los UIO's mediante técnicas LMI's para garantizar su estabilidad.

### 3.2. Modelado difuso Takagi – Sugeno de la planta.

La Ecuación 2.1 describe a un sistema descrito en espacio de estados en el cual la incertidumbre se resume como un término aditivo de perturbación desconocida en la Ecuación dinámica, sin embargo, está dado para un sólo sistema es decir para un sistema lineal, este estudio se enfocará en diseñarlo para un conjunto de subsistemas lineales que al aplicar en ellos el modelo T-S representarán la dinámica aproximada de un sistema no lineal.

Entonces, la  $n$ -ésima regla del modelo para un sistema continuo expuesto en la Ecuación 2.1 está dada como:

$$\text{SÍ } \varphi_1(t) \text{ es } M_{n1} \text{ y } \dots \text{ y } \varphi_p(t) \text{ es } M_{np}$$

$$\text{ENTONCES} \begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) + Ed(t) \\ y(t) = C_i x(t) + f_{si}(t) \end{cases} \quad i = 1, 2, 3, \dots, \eta \quad (3.1)$$

Cada ecuación lineal representada por  $A_i x(t) + B_i u(t) + Ed(t)$  es llamada subsistema. Las salidas finales del sistema difuso se expresan como:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^r h_i(\varphi) (A_i x(t) + B_i u(t) + Ed(t)) \\ y(t) &= \sum_{i=1}^r h_i(\varphi) (C_i x(t) + f_{si}(t)) \end{aligned} \quad (3.2)$$

De forma compacta, la representación de la Ecuación 3.2 se ilustra en la Figura 3.1:

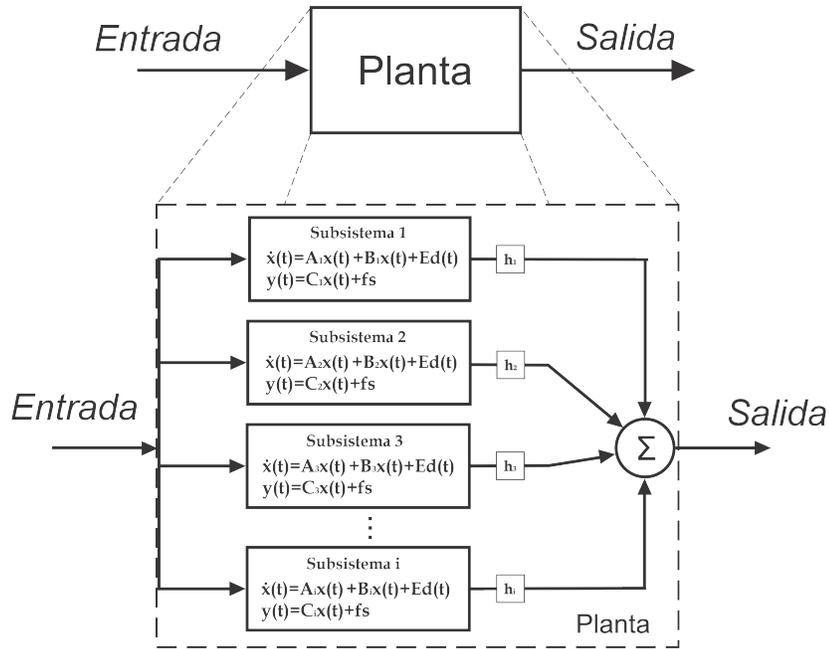


Figura 3.1: Esquema ilustrativo del sistema difuso T-S.

### 3.3. Diseño de un GS UIO difuso T–S

La forma difusa del GS UIO lineal está dada por la  $n$ -ésima regla del modelo para un sistema continuo expuesto en la Ecuación 2.2 y se expresa de la siguiente manera:

SÍ  $\varphi_1(t)$  es  $M_{n1}$  y  $\dots$  y  $\varphi_p(t)$  es  $M_{np}$

$$\text{ENTONCES} \begin{cases} \dot{z}(t) = F_i z(t) + T_i B_i u(t) + K_i y(t) \\ \hat{x}(t) = z(t) + H_i y(t) \end{cases} \quad i = 1, 2, 3, \dots, \eta \quad (3.3)$$

Cada ecuación lineal representada por  $(F_i z(t) + T_i B_i u(t) + K_i y(t))$  es llamada UIO de cada subsistema. Las salidas finales del sistema difuso se expresan como:

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= \sum_{i=1}^r h_i(\varphi) (F_i z(t) + T_i B_i u(t) + K_i y(t)) \\ \hat{x}(t) &= \sum_{i=1}^r h_i(\varphi) (z(t) + H_i y(t)) \end{aligned} \quad (3.4)$$

Entonces la dinámica del error  $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$  para cada regla difusa:

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= (A_i - H_i C_i A_i - K_{1i} C_i - F_i) x(t) + (B_i - H_i C_i B_i - T_i B_i) u(t) \\ &+ (E - H_i C_i E) d(t) + F_i e \end{aligned} \quad (3.5)$$

con

$$i = 1, 2, 3, \dots, \tau$$

donde

$$K_{1i} = K_{2i} - K_i \quad (3.6)$$

Si las siguientes relaciones para cada regla difusa son verdaderas:

$$(I - H_i C_i) E = 0 \quad (3.7)$$

$$T_i = I - H_i C_i \quad (3.8)$$

$$F_i = A_i - H_i C_i A_i - K_{1i} C_i \quad (3.9)$$

$$K_{2i} = F_i H_i \quad (3.10)$$

El error de estimación de estado será entonces:

$$\dot{e}(t) = F_i e(t) \quad (3.11)$$

El proceso de diseño del esquema robusto de detección de fallas basada en un UIO difuso es el mismo explicado en la Subsección 2.2.2, con la única diferencia que se tiene que buscar una matriz  $P$  definida positiva y simétrica que satisfaga a todas las LMI, así como tomar en cuenta no sólo las LMI propias de cada subsistema, sino también las mutuas o intersecciones.

Entonces partiendo del procedimiento de la Subsección 2.2.2, el cálculo de las ganancias para el observador difuso queda dado como:

- Cálculo de  $T$  y  $H$

$$[T_i \quad H_i] = \left( \begin{bmatrix} I \\ C_i \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} I \\ C_i \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} I \\ C_i \end{bmatrix}^T \quad (3.12)$$

- Diseño de LMIs.

Tomando la LMI de 2.19 se construyen las LMIs propias de cada subsistema, como se muestra:

$$A_i^T P - A_i^T C_i^T H_i^T P + C_i^T S_i^T + P A_i - P H_i C_i A_i + S_i C_i < 0 \quad (3.13)$$

Y las mutuas entre subsistemas:

$$\begin{aligned} & A_i^T P + A_j^T P + P A_i + P A_j + C_i^T S_j^T + C_j^T S_i^T + S_i C_j + S_j C_i - A_i^T C_i^T H_j^T P \\ & - A_i^T C_j^T H_i^T P - A_i^T C_j^T H_j^T P - A_j^T C_i^T H_j^T P - A_j^T C_i^T H_i^T P - A_j^T C_j^T H_i^T P \\ & - P H_i C_i A_j - P H_i C_j A_i - P H_i C_j A_j - P H_j C_i A_j - P H_j C_i A_i - P H_j C_j A_i < 0 \end{aligned} \quad (3.14)$$

con  $i = 1, 2, 3, \dots, \eta$  y  $i < j \leq \eta$ ,

donde  $S_i = P K_{1i}$  (para eliminar bilinealidades) y la ganancia  $K_{1i}$  se calcula posteriormente como  $K_{1i} = P^{-1} S$ . De esta manera se asegura una  $P$  definida positiva y simétrica, que satisfaga todas las LMIs, tanto las propias como las mutuas.

- Finalmente se calculan las ganancias  $F_i$  y  $K_i$  como:

$$F_i = A_i - H_i C_i A_i - K_{1i} C_i$$

$$K_i = K_{2i} - K_{1i}$$

$$= F_i H_i - K_{1i}$$

al obtener las ganancias anteriores, se puede implementar el observador difuso de entradas desconocidas descrito en el sistema de Ecuaciones 3.4.

Para generar un residuo robusto es requerido un UIO difuso descrito por la Ecuación 3.4. Cuando los estados estimados están disponibles este residuo puede ser generado como:

$$r(t) = y(t) - C_i \hat{x}(t) = (I - C_i H_i) y(t) - C_i z(t) \quad (3.15)$$

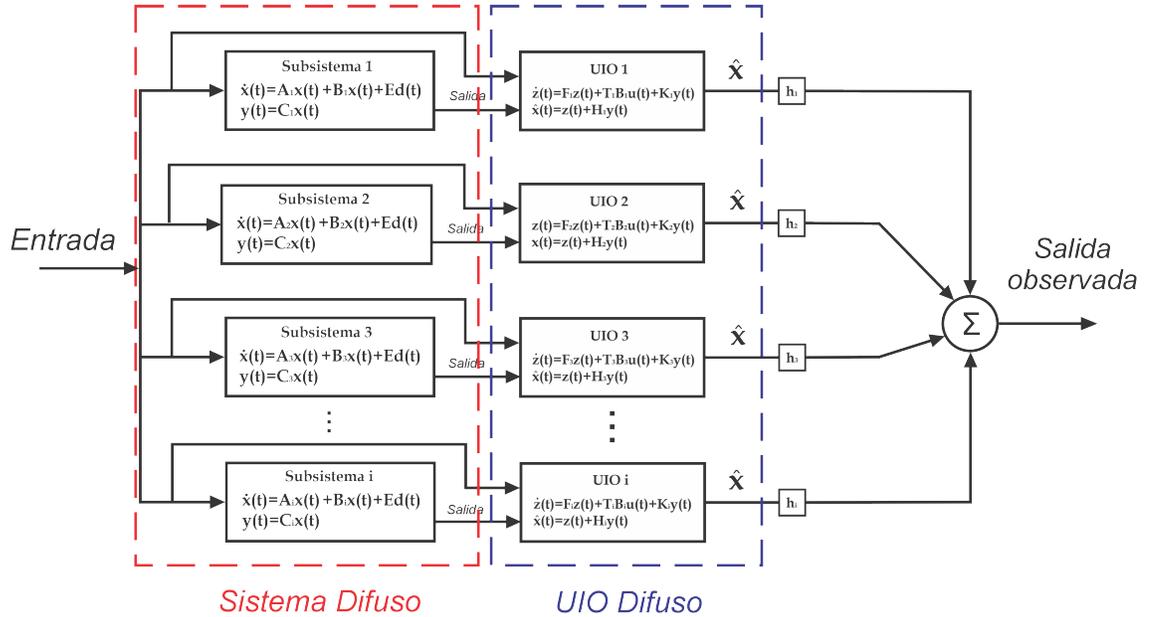


Figura 3.2: Esquema ilustrativo del sistema difuso y su respectivo UIO difuso para el sistema de la Ecuación 2.1

En la Figura 3.2 se muestra de una manera muy general el esquema diseñado de un observador difuso de entradas desconocidas para un sistema no lineal representado mediante un conjunto de subsistemas lineales, cabe aclarar que no se muestra falla alguna, esto para poder comprender el diseño propuesto.

### 3.4. Diseño de un DS UIO difuso T–S

#### 3.4.1. Esquema de diagnóstico de fallas para sensores.

El modelo T-S aplicado al sistema de la Ecuación 2.18 está representado por la  $n$ -ésima regla del modelo para un sistema continuo como:

$$SÍ \quad \varphi_1(t) \text{ es } M_{n1} \text{ y } \dots \text{ y } \varphi_p(t) \text{ es } M_{np}$$

$$ENTONCES \begin{cases} \dot{x}(t) &= A_i x(t) + B_i u(t) + Ed(t) \\ y^j(t) &= C_i^j x(t) + fs^j(t) \end{cases} \quad (3.16)$$

donde  $x(t) \in R^n$  es el vector de estado,  $y(t) = [y^1(t), \dots, y^m]^T$  es el vector de salida medible,  $C = [C^1 \dots C^m]^T$  y  $fs^m(t)$  representa la falla en el elemento  $m$  de la salida.

Entonces el sistema difuso final se expresa como:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^r h_i(\varphi) (A_i x(t) + B_i u(t) + Ed(t)) \\ y^m(t) &= \sum_{i=1}^r h_i(\varphi) (C_i^j x(t) + fs^m(t)) \end{aligned} \quad (3.17)$$

El modelo T-S aplicado al UIO dado por la Ecuación 2.18 está representado entonces por la  $n$ -ésima regla del modelo para un sistema continuo como:

$$SÍ \quad \varphi_1(t) \text{ es } M_{n1} \text{ y } \dots \text{ y } \varphi_p(t) \text{ es } M_{np}$$

$$ENTONCES \begin{cases} \dot{z}^j(t) &= F_i^j z^j(t) + T_i^j B_i u(t) + K_i^j y^j(t) \\ \hat{x}^j(t) &= z^j(t) + H_i^j y^j(t) \end{cases} \quad (3.18)$$

con

$$i = 1, 2, 3, \dots, \eta \quad \text{y} \quad j = 1, 2, 3, \dots, m$$

donde  $M_{ij}$  es un conjunto difuso y  $r$  es el número de reglas;  $z^j(t)$  es el vector de estado,  $\hat{x}^j(t)$  es el estado estimado de la planta,  $F_i^j$ ,  $T_i^j$ ,  $H_i^j$  y  $K_i^j$  con matrices calculadas para cada UIO dedicado,  $B_i$  es una matriz conocida del modelo matemático del sistema;  $\varphi_1(t), \dots, \varphi_p(t)$  son variables locales conocidas que pueden ser funciones de variables de estado, disturbios o tiempo.

Así el UIO difuso dedicado para detección de fallas en sensores se representa por:

$$\begin{aligned}\dot{z}^j(t) &= \sum_{i=1}^r h_i(\varphi) (F_i^j z^j(t) + T_i^j B_i u(t) + K_i^j y^j(t)) \\ \hat{x}^j(t) &= \sum_{i=1}^r h_i(\varphi) (z^j(t) + H_i^j y^j(t))\end{aligned}\tag{3.19}$$

Entonces la dinámica del error  $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$  para cada regla difusa:

$$\begin{aligned}\dot{e}(t) &= (A_i - H_i^j C_i^j A_i - K_{1i}^j C_i^j - F_i^j) x(t) + (B_i - H_i^j C_i^j B_i - T_i^j B_i) u(t) \\ &+ (E - H_i^j C_i^j E) d(t) + F_i^j e\end{aligned}\tag{3.20}$$

donde

$$K_{1i}^j = K_{2i}^j - K_i^j\tag{3.21}$$

Si las siguientes relaciones para cada regla difusa son verdaderas:

$$(I - H_i^j C_i^j) E = 0\tag{3.22}$$

$$T_i^j = I - H_i^j C_i^j\tag{3.23}$$

$$F_i^j = A_i - H_i^j C_i^j A_i - K_{1i}^j C_i^j\tag{3.24}$$

$$K_{2i}^j = F_i^j H_i^j\tag{3.25}$$

El error de estimación de estado será entonces:

$$\dot{e}(t) = F_i^j e(t)\tag{3.26}$$

Partiendo para lo anterior, se puede diseñar el UIO difuso dedicado para fallas en sensores siguiendo la misma metodología expuesta en la Sección 3.3.

### 3.5. Ejemplo de aplicación: Diagnóstico de fallas en un sistema de nivel de líquido de dos tanques interconectados

El esquema robusto de detección de fallas diseñado, se implementó en un prototipo de laboratorio de un sistema de nivel de líquido de dos tanques interconectados que se encuentra en el laboratorio de modelado en el edificio de posgrado de la Facultad de Ingeniería Eléctrica, Omega 2.

Como se mencionó en el capítulo anterior, el diseño del esquema de detección de fallas se realiza a partir de conocer el modelo matemático del sistema, por ello, primeramente, se aborda el sistema de nivel de líquido, su modelo matemático y sus características.

#### 3.5.1. Descripción y modelo matemático del sistema de nivel de líquido.

El sistema de nivel de líquido para el cual se implementó el algoritmo diseñado se presenta en la Figura 3.3. El sistema de nivel de líquido representa a un sistema de nivel de líquido en la industria, por ejemplo, la industria petroquímica, fabricación de papel y las de tratamiento de agua. En estos procesos industriales en ocasiones el líquido es procesado por tratamientos químicos en los tanques, pero siempre el nivel de los tanques debe ser controlado y el flujo entre ellos regulado.

Este sistema de nivel de líquido es alimentado mediante una bomba periférica desde un contenedor de agua, el líquido es llevado desde este contenedor mediante tubería de PVC hasta el primer tanque (tanque superior), de este tanque, el líquido pasa a través de la primera electroválvula hasta depositarse en el segundo tanque (tanque inferior), de ahí, pasa a través de una segunda electroválvula para depositarse en el contenedor y así cerrar el ciclo.

Los tanques tienen dimensiones de 0.4 m de ancho, 0.4 m de fondo y 0.5 m de alto, como se muestran en la Figura 3.4. El sistema cuenta con dos sensores y dos actuadores, uno en cada tanque como se muestra en la Figura 3.3.

Los sensores usados en la planta son sensores ultrasónicos analógicos diseñados para la detección sin contacto ni desgaste, de gran variedad de objetos mediante ondas en frecuencia. No es de importancia si el objeto es transparente o de color, metálico o no metálico, rígido, líquido o pulverizado. Las condiciones de ambiente tales como aerosoles, polvo o lluvia apenas afectan su función. Las características más específicas de los sensores se enlistan en el Apéndice A.

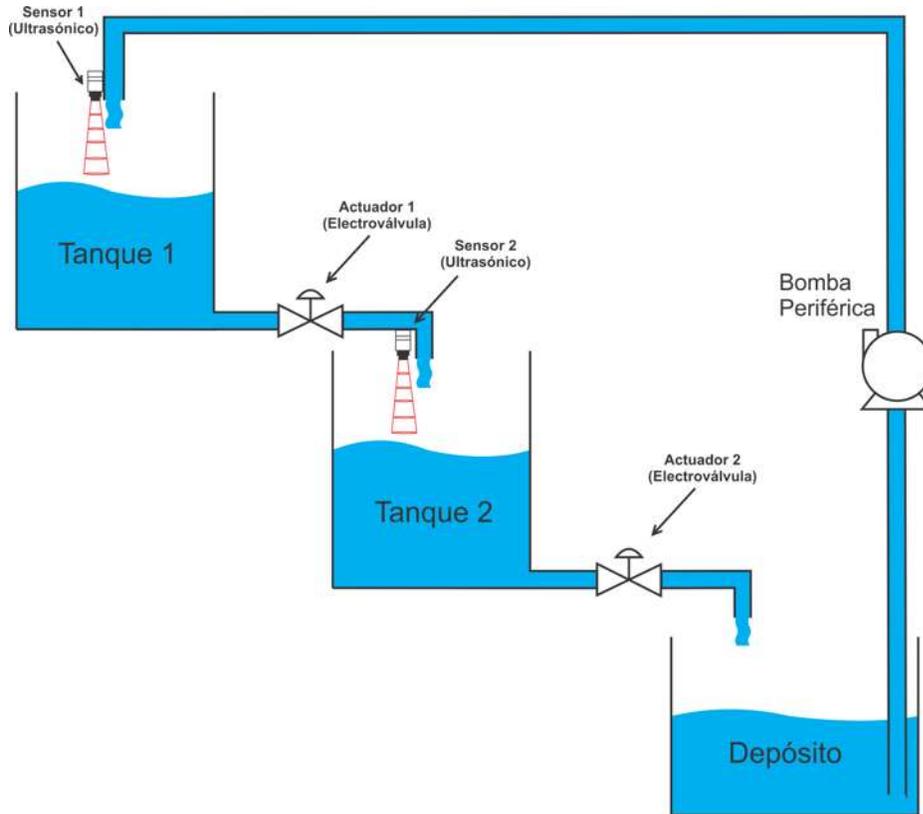


Figura 3.3: Sistema de nivel de líquido de dos tanques interconectados.

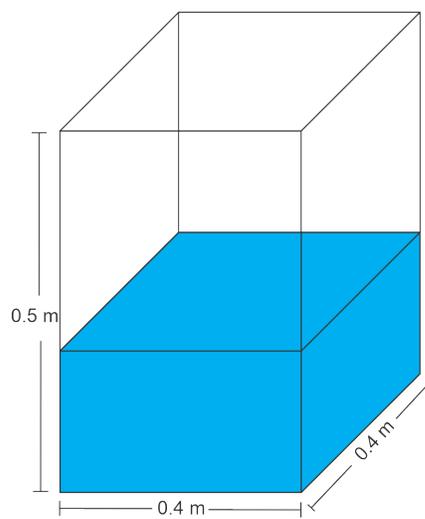


Figura 3.4: Dimensiones del tanque.

La dinámica del sistema se puede describir en su modelo matemático linealizado representado en espacio de estados como [28]:

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{R_1}{2C_t\sqrt{h_1}} & -\frac{\sqrt{h_1}}{C_t} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_1} & 0 & 0 \\ \frac{R_1}{2C_t\sqrt{h_1}} & \frac{\sqrt{h_1}}{C_t} & -\frac{R_2}{2C_t\sqrt{h_2}} & -\frac{\sqrt{h_2}}{C_t} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_2} \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{le_1}{T_1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{le_2}{T_1} \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

donde:

$R_1$  y  $R_2$  son los factores de apertura de las electroválvulas.

$h_1$  y  $h_2$  son las alturas del líquido deseadas en los tanques.

$T_1$  y  $T_2$  son las constantes de tiempo de apertura de las electroválvulas.

$le_1$  y  $le_2$  son las constantes de proporcionalidad de las electroválvulas.

$C_t$  es el área transversal de cada tanque (ambos tienen la misma área transversal).

### 3.5.2. Diseño del GS UIO difuso para un sistema de nivel de líquido.

A partir de la representación T-S (3.2) donde  $A_i$ ,  $B_i$  y  $C_i$  se definen por (3.27) mediante cuatro puntos de operación que representan los subsistemas lineales que modelan al sistema no lineal en esa región de operación[7].

- Punto de operación 1: nivel tanque 1 bajo, nivel tanque 2 bajo.
- Punto de operación 2: nivel tanque 1 bajo, nivel tanque 2 alto.
- Punto de operación 3: nivel tanque 1 alto, nivel tanque 2 bajo.
- Punto de operación 4: nivel tanque 1 alto, nivel tanque 2 alto.

Considerando un nivel bajo en el tanque de 0 m a 0.25 m y un nivel alto de 0.25 m a 0.5 m.

Las funciones de membresía elegidas para este caso son las siguientes [7]:

$$M_1(x_1) = \left[1 - \frac{1}{1 + e^{-35(x_1 - \frac{\pi}{12.5})}}\right] \left[\frac{1}{1 + e^{-35(x_1 + \frac{\pi}{12.5})}}\right] \quad (3.28)$$

$$M_2(x_1) = 1 - M_1(x_1) \quad (3.29)$$

$$N_1(x_3) = \left[1 - \frac{1}{1 + e^{-35(x_3 - \frac{\pi}{12.5})}}\right] \left[\frac{1}{1 + e^{-35(x_3 + \frac{\pi}{12.5})}}\right] \quad (3.30)$$

$$N_2(x_3) = 1 - N_1(x_3) \quad (3.31)$$

donde  $x_1$  y  $x_3$  son estados del sistema, respectivamente altura tanque 1 y altura tanque 2. Las funciones de membresía anteriores corresponden a funciones tipo sigmoide, las cuales se comportan semejante a procesos naturales reales que muestran una progresión pequeña al principio, la que se incrementa y se aproxima a un máximo con el paso del tiempo. Este tipo de función es usada cuando un modelo matemático podría tener cierta incertidumbre del modelado. La función se muestra en la Figura 3.5 y se utiliza para ambos tanques.

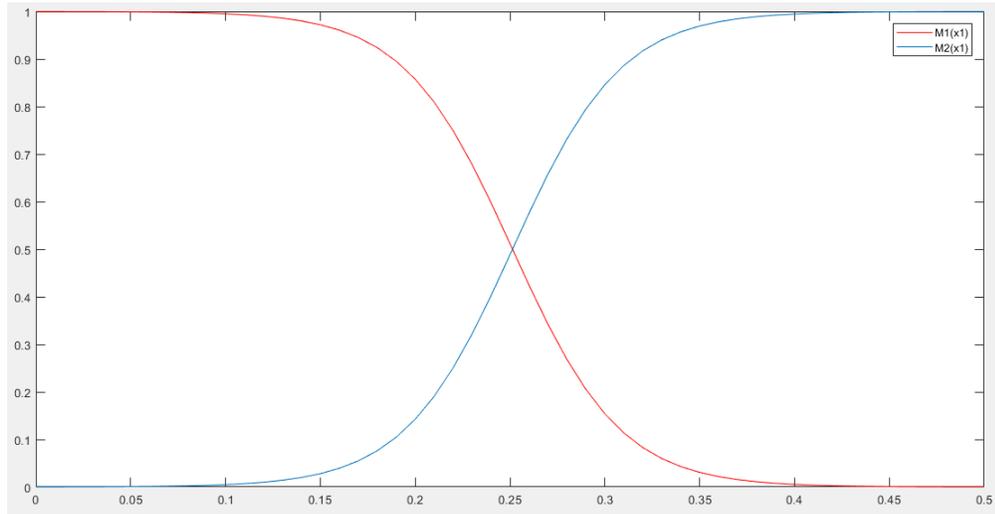


Figura 3.5: Funciones de membresía del tanque 1.

El modelo difuso Takagi-Sugeno del sistema se puede describir cómo sigue [7]:

Regla para modelo 1:

$$SI \quad x_1 \text{ es } M_1 \text{ y } x_3 \text{ es } M_3$$

$$ENTONCES \begin{cases} \dot{x}(t) = A_1x(t) + B_1u(t) + Ed(t) \\ y(t) = C_1x(t) + f_s(t) \end{cases} \quad (3.32)$$

Regla para modelo 2:

$$\begin{array}{l}
 \text{SI } x_1 \text{ es } M_1 \text{ y } x_3 \text{ es } M_4 \\
 \text{ENTONCES } \begin{cases} \dot{x}(t) = A_2x(t) + B_2u(t) + Ed(t) \\ y(t) = C_2x(t) + f_s(t) \end{cases}
 \end{array} \quad (3.33)$$

Regla para modelo 3:

$$\begin{array}{l}
 \text{SI } x_1 \text{ es } M_2 \text{ y } x_3 \text{ es } M_3 \\
 \text{ENTONCES } \begin{cases} \dot{x}(t) = A_3x(t) + B_3u(t) + Ed(t) \\ y(t) = C_3x(t) + f_s(t) \end{cases}
 \end{array} \quad (3.34)$$

Regla para modelo 4:

$$\begin{array}{l}
 \text{SI } x_1 \text{ es } M_2 \text{ y } x_3 \text{ es } M_4 \\
 \text{ENTONCES } \begin{cases} \dot{x}(t) = A_4x(t) + B_4u(t) + Ed(t) \\ y(t) = C_4x(t) + f_s(t) \end{cases}
 \end{array} \quad (3.35)$$

donde  $A_i$ ,  $B_i$  y  $C_i$  son los modelos lineales del sistema en un punto de operación y  $E$  está definida como:

$$E = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

En las Tablas 3.1 a 3.4, se muestran los valores de las constantes respectivas de cada subsistema, obtenidos con base en la experimentación con el sistema de nivel de líquido.

Tabla 3.1: Punto de operación del Subsistema 1 (bajo - bajo).

$C_t = 0.16 \text{ m}^2$	
$h_1 = 0.06 \text{ m}$	$h_2 = 0.12 \text{ m}$
$T_1 = 8.41 \text{ s}$	$T_2 = 12.2 \text{ s}$
$R_1 = 0.01643$	$R_2 = 0.02213$
$l_{e1} = -0.0022$	$l_{e2} = -0.0022$

Tabla 3.2: Punto de operación del Subsistema 2 (bajo - alto).

$C_t = 0.16 \text{ m}^2$	
$h_1 = 0.13 \text{ m}$	$h_2 = 0.25 \text{ m}$
$T_1 = 8.41 \text{ s}$	$T_2 = 8.99 \text{ s}$
$R_1 = 0.01643$	$R_2 = 0.01643$
$l_{e1} = -0.0021$	$l_{e2} = -0.0021$

Tabla 3.3: Punto de operación del Subsistema 3 (alto - bajo).

$C_t = 0.16 \text{ m}^2$	
$h_1 = 0.47 \text{ m}$	$h_2 = 0.13 \text{ m}$
$T_1 = 7.54 \text{ s}$	$T_2 = 12.2 \text{ s}$
$R_1 = 0.01472$	$R_2 = 0.02213$
$l_{e1} = -0.0021$	$l_{e2} = -0.0023$

Tabla 3.4: Punto de operación del Subsistema 4 (alto - alto).

$C_t = 0.16 \text{ m}^2$	
$h_1 = 0.39 \text{ m}$	$h_2 = 0.37 \text{ m}$
$T_1 = 7.25 \text{ s}$	$T_2 = 8.68 \text{ s}$
$R_1 = 0.01415$	$R_2 = 0.01586$
$l_{e1} = -0.0021$	$l_{e2} = -0.0021$

Con estos valores, se podrá tener los subsistemas lineales a utilizar durante el diseño del UIO y sustituyendo los valores se obtienen los modelos 3.37 - 3.40

$$A_1 = \begin{bmatrix} -0.2263 & -1.6528 & 0 & 0 \\ 0 & -0.1189 & 0 & 0 \\ 0.2263 & 1.6528 & -0.2155 & -2.3375 \\ 0 & 0 & 0 & -0.0820 \end{bmatrix}; \quad B_1 = 1x10^{-3} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -0.2616 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -0.2616 \end{bmatrix}$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -0.1537 & -2.4329 & 0 & 0 \\ 0 & -0.1189 & 0 & 0 \\ 0.1537 & 2.4329 & -0.1109 & -3.3738 \\ 0 & 0 & 0 & -0.1112 \end{bmatrix}; \quad B_2 = 1x10^{-3} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -0.2497 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -0.2497 \end{bmatrix}$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} -0.0724 & -4.6259 & 0 & 0 \\ 0 & -0.1326 & 0 & 0 \\ 0.0724 & 4.6259 & -0.2071 & -2.4329 \\ 0 & 0 & 0 & -0.0820 \end{bmatrix}; \quad B_3 = 1x10^{-3} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -0.2785 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -0.2785 \end{bmatrix}$$

$$C_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

$$A_4 = \begin{bmatrix} -0.0764 & -4.2139 & 0 & 0 \\ 0 & -0.1379 & 0 & 0 \\ 0.0764 & 4.2139 & -0.0880 & -4.1044 \\ 0 & 0 & 0 & -0.1152 \end{bmatrix}; \quad B_4 = 1x10^{-3} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -0.2897 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -0.2897 \end{bmatrix}$$

$$C_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

De acuerdo al algoritmo propuesto primero se obtienen las ganancias  $T_i$  y  $H_i$

$$[T_i \ H_i] = \left( \begin{bmatrix} I \\ C_i \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} I \\ C_i \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} I \\ C_i \end{bmatrix}^T$$

entonces

$$T_1 = \begin{bmatrix} 0.5000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0000 \end{bmatrix}; \quad T_2 = \begin{bmatrix} 0.5000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0000 \end{bmatrix};$$

$$T_3 = \begin{bmatrix} 0.5000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0000 \end{bmatrix}; \quad T_4 = \begin{bmatrix} 0.5000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0000 \end{bmatrix};$$

$$H_1 = \begin{bmatrix} 0.5000 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0.5000 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad H_2 = \begin{bmatrix} 0.5000 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0.5000 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad H_3 = \begin{bmatrix} 0.5000 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0.5000 \\ 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$H_4 = \begin{bmatrix} 0.5000 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0.5000 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

A continuación, a partir de las LMIs (2.19) y (3.14) se obtienen (3.41) (3.42) y (3.43)

$$P > 0 \tag{3.41}$$

$$\begin{aligned}
A_1^T P - A_1^T C_1^T H_1^T P + C_1^T S_1^T + P A_1 - P H_1 C_1 A_1 + S_1 C_1 &< 0 \\
A_2^T P - A_2^T C_2^T H_2^T P + C_2^T S_2^T + P A_2 - P H_2 C_2 A_2 + S_2 C_2 &< 0 \\
A_3^T P - A_3^T C_3^T H_3^T P + C_3^T S_3^T + P A_3 - P H_3 C_3 A_3 + S_3 C_3 &< 0 \\
A_4^T P - A_4^T C_4^T H_4^T P + C_4^T S_4^T + P A_4 - P H_4 C_4 A_4 + S_4 C_4 &< 0
\end{aligned} \tag{3.42}$$

$$\begin{aligned}
&A_1^T P + A_2^T P + P A_1 + P A_2 + C_1^T S_2^T + C_2^T S_1^T + S_1 C_2 + S_2 C_1 - A_1^T C_1^T H_2^T P \\
&- A_1^T C_2^T H_1^T P - A_1^T C_2^T H_2^T P - A_2^T C_1^T H_2^T P - A_2^T C_1^T H_1^T P - A_2^T C_2^T H_1^T P \\
&- P H_1 C_1 A_2 - P H_1 C_2 A_1 - P H_1 C_2 A_2 - P H_2 C_1 A_2 - P H_2 C_1 A_1 - P H_2 C_2 A_1 < 0 \\
&A_1^T P + A_3^T P + P A_1 + P A_3 + C_1^T S_3^T + C_3^T S_1^T + S_1 C_3 + S_3 C_1 - A_1^T C_1^T H_3^T P \\
&- A_1^T C_3^T H_1^T P - A_1^T C_3^T H_3^T P - A_3^T C_1^T H_3^T P - A_3^T C_1^T H_1^T P - A_3^T C_3^T H_1^T P \\
&- P H_1 C_1 A_3 - P H_1 C_3 A_1 - P H_1 C_3 A_3 - P H_3 C_1 A_3 - P H_3 C_1 A_1 - P H_3 C_3 A_1 < 0 \\
&A_1^T P + A_4^T P + P A_1 + P A_4 + C_1^T S_4^T + C_4^T S_1^T + S_1 C_4 + S_4 C_1 - A_1^T C_1^T H_4^T P \\
&- A_1^T C_4^T H_1^T P - A_1^T C_4^T H_4^T P - A_4^T C_1^T H_4^T P - A_4^T C_1^T H_1^T P - A_4^T C_4^T H_1^T P \\
&- P H_1 C_1 A_4 - P H_1 C_4 A_1 - P H_1 C_4 A_4 - P H_4 C_1 A_4 - P H_4 C_1 A_1 - P H_4 C_4 A_1 < 0 \\
&A_2^T P + A_3^T P + P A_2 + P A_3 + C_2^T S_3^T + C_3^T S_2^T + S_2 C_3 + S_3 C_2 - A_2^T C_2^T H_3^T P \\
&- A_2^T C_3^T H_2^T P - A_2^T C_3^T H_3^T P - A_3^T C_2^T H_3^T P - A_3^T C_2^T H_2^T P - A_3^T C_3^T H_2^T P \\
&- P H_2 C_2 A_3 - P H_2 C_3 A_2 - P H_2 C_3 A_3 - P H_3 C_2 A_3 - P H_3 C_2 A_2 - P H_3 C_3 A_2 < 0 \\
&A_2^T P + A_4^T P + P A_2 + P A_4 + C_2^T S_4^T + C_4^T S_2^T + S_2 C_4 + S_4 C_2 - A_2^T C_2^T H_4^T P \\
&- A_2^T C_4^T H_2^T P - A_2^T C_4^T H_4^T P - A_4^T C_2^T H_4^T P - A_4^T C_2^T H_2^T P - A_4^T C_4^T H_2^T P \\
&- P H_2 C_2 A_4 - P H_2 C_4 A_2 - P H_2 C_4 A_4 - P H_4 C_2 A_4 - P H_4 C_2 A_2 - P H_4 C_4 A_2 < 0 \\
&A_3^T P + A_4^T P + P A_3 + P A_4 + C_3^T S_4^T + C_4^T S_3^T + S_3 C_4 + S_4 C_3 - A_3^T C_3^T H_4^T P \\
&- A_3^T C_4^T H_3^T P - A_3^T C_4^T H_4^T P - A_4^T C_3^T H_4^T P - A_4^T C_3^T H_3^T P - A_4^T C_4^T H_3^T P \\
&- P H_3 C_3 A_4 - P H_3 C_4 A_3 - P H_3 C_4 A_4 - P H_4 C_3 A_4 - P H_4 C_3 A_3 - P H_4 C_4 A_3 < 0 \tag{3.43}
\end{aligned}$$

donde  $S_i = P K_{1i}$ .

Al resolver las LMIs se obtiene una matriz  $P$  definida positiva y simétrica que garantiza que la dinámica del error es cero haciendo que el observador converja, la matriz  $P$  resultante es:

$$P = \begin{bmatrix} 0.0421 & 0.0474 & 0.0207 & 0.0371 \\ 0.0474 & 2.3655 & 0.0031 & 0.0023 \\ 0.0207 & 0.0031 & 0.0227 & 0.0401 \\ 0.0371 & 0.0023 & 0.0401 & 2.8642 \end{bmatrix}$$

la ganancia  $K_{1i}$  se calcula entonces como  $K_{1i} = P^{-1}S$ , entonces:

$$K_{11} = \begin{bmatrix} -78.7357 & -59.3273 \\ 1.3823 & 1.1362 \\ 144.2687 & 40.1026 \\ -1.0088 & 0.1994 \end{bmatrix}; \quad K_{12} = \begin{bmatrix} 45.2891 & 77.1663 \\ -0.7716 & -1.4344 \\ -106.9251 & -83.9699 \\ 0.9095 & 0.1750 \end{bmatrix}$$

$$K_{13} = \begin{bmatrix} -35.4001 & -11.5629 \\ 0.6287 & 0.2368 \\ 56.4418 & -3.3086 \\ -0.3376 & 0.1908 \end{bmatrix}; \quad K_{14} = \begin{bmatrix} -126.0272 & -111.2963 \\ 2.2028 & 2.1152 \\ 239.9509 & 87.2862 \\ -1.7391 & 0.2092 \end{bmatrix}$$

Por último, se obtienen las ganancias  $F_i$  y  $K_i$  y son:

$$F_1 = \begin{bmatrix} -78.8488 & -0.8264 & -59.3273 & 0 \\ 1.3823 & -0.1189 & 1.1362 & 0 \\ 144.3819 & 0.8264 & 39.9949 & -1.1687 \\ -1.0088 & 0 & 0.1994 & -0.0820 \end{bmatrix}; \quad K_1 = \begin{bmatrix} 39.3113 & 29.6636 \\ -0.6912 & -0.5681 \\ -72.0778 & -20.1052 \\ 0.5044 & -0.0997 \end{bmatrix};$$

$$F_2 = \begin{bmatrix} 45.2122 & -1.2164 & 77.1663 & 0 \\ -0.7716 & -0.1189 & -1.4344 & 0 \\ -106.8483 & 1.2164 & -84.0253 & -1.6869 \\ 0.9095 & 0 & 0.1750 & -0.1112 \end{bmatrix}; \quad K_2 = \begin{bmatrix} -22.6830 & -38.5832 \\ 0.3858 & 0.7172 \\ 53.5010 & 41.9572 \\ -0.4548 & -0.0875 \end{bmatrix};$$

$$F_3 = \begin{bmatrix} -35.4364 & -2.3130 & -11.5629 & 0 \\ 0.6287 & -0.1326 & 0.2368 & 0 \\ 56.4780 & 2.3130 & -3.4121 & -1.2164 \\ -0.3376 & 0 & 0.1908 & -0.0820 \end{bmatrix}; \quad K_3 = \begin{bmatrix} 17.6820 & 5.7814 \\ -0.3144 & -0.1184 \\ -28.2028 & 1.6025 \\ 0.1688 & -0.0954 \end{bmatrix};$$

$$F_4 = \begin{bmatrix} -126.0655 & -2.1069 & -111.2963 & 0 \\ 2.2028 & -0.1379 & 2.1152 & 0 \\ 239.9892 & 2.1069 & 87.2422 & -2.0522 \\ -1.7391 & 0 & 0.2092 & -0.1152 \end{bmatrix}; \quad K_4 = \begin{bmatrix} 62.9945 & 55.6481 \\ -1.1014 & -1.0576 \\ -119.9564 & -43.6651 \\ 0.8696 & -0.1046 \end{bmatrix};$$

Así, usando la representación T-S (3.2), la planta se representa como:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= h_1(x) [A_1x(t) + B_1u(t) + Ed(t)] + h_2(x) [A_2x(t) + B_2u(t) + Ed(t)] \\ &\quad + h_3(x) [A_3x(t) + B_3u(t) + Ed(t)] + h_4(x) [A_4x(t) + B_4u(t) + Ed(t)] \\ y &= h_1(x) [C_1x(t)] + h_2(x) [C_2x(t)] + h_3(x) [C_3x(t)] + h_4(x) [C_4x(t)]\end{aligned}\quad (3.44)$$

a partir de la estructura general del observador (3.4) el UIO difuso se describe como:

$$\begin{aligned}\dot{z}(t) &= h_1(x) [F_1z(t) + T_1B_1u(t) + K_1y(t)] + h_2(x) [F_2z(t) + T_2B_2u(t) + K_2y(t)] \\ &\quad + h_3(x) [F_3z(t) + T_3B_3u(t) + K_3y(t)] + h_4(x) [F_4z(t) + T_4B_4u(t) + K_4y(t)] \\ \hat{x}(t) &= h_1(x) [z(t) + H_1y(t)] + h_2(x) [z(t) + H_2y(t)] + h_3(x) [z(t) + H_3y(t)] \\ &\quad + h_4(x) [z(t) + H_4y(t)]\end{aligned}\quad (3.45)$$

y finalmente el generador de residuos se muestra a continuación:

$$\begin{aligned}r(t) &= h_1(x) [(I - C_1H_1)y(t) - C_1z(t)] + h_2(x) [(I - C_2H_2)y(t) - C_2z(t)] \\ &\quad + h_3(x) [(I - C_3H_3)y(t) - C_3z(t)] + h_4(x) [(I - C_4H_4)y(t) - C_4z(t)]\end{aligned}\quad (3.46)$$

cómo se puede observar las matrices  $C_1, C_2, C_3$  y  $C_4$  son iguales y las matrices  $H_1, H_2, H_3$  y  $H_4$  también son iguales, entonces el residuo se considera como:

$$r(t) = (I - CH)y(t) - Cz(t)\quad (3.47)$$

De esta manera el proceso de diseño concluye teniendo como resultado final los sistemas de ecuaciones (3.44), (3.45) y (3.47)

### 3.5.3. Diseño del DS UIO difuso para un sistema de nivel de líquido.

Para comenzar con el diseño del DS UIO difuso, se partirá del mismo modelado del sistema de nivel de líquidos en su forma difusa mostrada en la Sección 3.5.2.

Con ayuda de las Ecuaciones (3.16 a 3.26), se calculan las ganancias para cada uno de los UIO 's difusos dedicados las cuales se muestran a continuación:

#### Diseño de UIO difuso dedicado para sensor 1 (salida 1)

Se obtienen las ganancias  $T_i^1$  y  $H_i^1$  con:

$$[T_i^1 \quad H_i^1] = \left( \begin{bmatrix} I \\ C_i^1 \end{bmatrix} \right)^T \left( \begin{bmatrix} I \\ C_i^1 \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} I \\ C_i^1 \end{bmatrix}^T$$

que son:

$$T_1^1 = \begin{bmatrix} 0.5000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0000 \end{bmatrix}; \quad T_2^1 = \begin{bmatrix} 0.5000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0000 \end{bmatrix};$$

$$T_3^1 = \begin{bmatrix} 0.5000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0000 \end{bmatrix}; \quad T_4^1 = \begin{bmatrix} 0.5000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0000 \end{bmatrix};$$

$$H_1^1 = \begin{bmatrix} 0.5000 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad H_2^1 = \begin{bmatrix} 0.5000 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad H_3^1 = \begin{bmatrix} 0.5000 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad H_4^1 = \begin{bmatrix} 0.5000 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Las LMIs a resolver para este UIO difuso son mostradas en (3.48), (3.49) y (3.50):

$$P_1 > 0 \quad (3.48)$$

$$\begin{aligned} A_1^T P_1 - A_1^T C_1^{1T} H_1^{1T} P_1 + C_1^{1T} S_1^T + P_1 A_1 - P_1 H_1^1 C_1^1 A_1 + S_1 C_1^1 &< 0 \\ A_2^T P_1 - A_2^T C_2^{1T} H_2^{1T} P_1 + C_2^{1T} S_2^T + P_1 A_2 - P_1 H_2^1 C_2^1 A_2 + S_2 C_2^1 &< 0 \\ A_3^T P_1 - A_3^T C_3^{1T} H_3^{1T} P_1 + C_3^{1T} S_3^T + P_1 A_3 - P_1 H_3^1 C_3^1 A_3 + S_3 C_3^1 &< 0 \\ A_4^T P_1 - A_4^T C_4^{1T} H_4^{1T} P_1 + C_4^{1T} S_4^T + P_1 A_4 - P_1 H_4^1 C_4^1 A_4 + S_4 C_4^1 &< 0 \end{aligned} \quad (3.49)$$

$$\begin{aligned} A_1^T P_1 + A_2^T P_1 + P_1 A_1 + P_1 A_2 + C_1^{1T} S_2^T + C_2^{1T} S_1^T + S_1 C_2^1 + S_2 C_1^1 - A_1^T C_1^{1T} H_2^{1T} P_1 \\ - A_1^T C_2^{1T} H_1^{1T} P_1 - A_1^T C_2^{1T} H_2^{1T} P_1 - A_2^T C_1^{1T} H_2^{1T} P_1 - A_2^T C_1^{1T} H_1^{1T} P_1 - A_2^T C_2^{1T} H_1^{1T} P_1 \\ - P_1 H_1^1 C_1^1 A_2 - P_1 H_1^1 C_2^1 A_1 - P_1 H_1^1 C_2^1 A_2 - P_1 H_2^1 C_1^1 A_2 - P_1 H_2^1 C_1^1 A_1 - P_1 H_2^1 C_2^1 A_1 < 0 \\ A_1^T P_1 + A_3^T P_1 + P_1 A_1 + P_1 A_3 + C_1^{1T} S_3^T + C_3^{1T} S_1^T + S_1 C_3^1 + S_3 C_1^1 - A_1^T C_1^{1T} H_3^{1T} P_1 \\ - A_1^T C_3^{1T} H_1^{1T} P_1 - A_1^T C_3^{1T} H_3^{1T} P_1 - A_3^T C_1^{1T} H_3^{1T} P_1 - A_3^T C_1^{1T} H_1^{1T} P_1 - A_3^T C_3^{1T} H_1^{1T} P_1 \\ - P_1 H_1^1 C_1^1 A_3 - P_1 H_1^1 C_3^1 A_1 - P_1 H_1^1 C_3^1 A_3 - P_1 H_3^1 C_1^1 A_3 - P_1 H_3^1 C_1^1 A_1 - P_1 H_3^1 C_3^1 A_1 < 0 \\ A_1^T P_1 + A_4^T P_1 + P_1 A_1 + P_1 A_4 + C_1^{1T} S_4^T + C_4^{1T} S_1^T + S_1 C_4^1 + S_4 C_1^1 - A_1^T C_1^{1T} H_4^{1T} P_1 \\ - A_1^T C_4^{1T} H_1^{1T} P_1 - A_1^T C_4^{1T} H_4^{1T} P_1 - A_4^T C_1^{1T} H_4^{1T} P_1 - A_4^T C_1^{1T} H_1^{1T} P_1 - A_4^T C_4^{1T} H_1^{1T} P_1 \\ - P_1 H_1^1 C_1^1 A_4 - P_1 H_1^1 C_4^1 A_1 - P_1 H_1^1 C_4^1 A_4 - P_1 H_4^1 C_1^1 A_4 - P_1 H_4^1 C_1^1 A_1 - P_1 H_4^1 C_4^1 A_1 < 0 \\ A_2^T P_1 + A_3^T P_1 + P_1 A_2 + P_1 A_3 + C_2^{1T} S_3^T + C_3^{1T} S_2^T + S_2 C_3^1 + S_3 C_2^1 - A_2^T C_2^{1T} H_3^{1T} P_1 \\ - A_2^T C_3^{1T} H_2^{1T} P_1 - A_2^T C_3^{1T} H_3^{1T} P_1 - A_3^T C_2^{1T} H_3^{1T} P_1 - A_3^T C_2^{1T} H_2^{1T} P_1 - A_3^T C_3^{1T} H_2^{1T} P_1 \\ - P_1 H_2^1 C_2^1 A_3 - P_1 H_2^1 C_3^1 A_2 - P_1 H_2^1 C_3^1 A_3 - P_1 H_3^1 C_2^1 A_3 - P_1 H_3^1 C_2^1 A_2 - P_1 H_3^1 C_3^1 A_2 < 0 \\ A_2^T P_1 + A_4^T P_1 + P_1 A_2 + P_1 A_4 + C_2^{1T} S_4^T + C_4^{1T} S_2^T + S_2 C_4^1 + S_4 C_2^1 - A_2^T C_2^{1T} H_4^{1T} P_1 \\ - A_2^T C_4^{1T} H_2^{1T} P_1 - A_2^T C_4^{1T} H_4^{1T} P_1 - A_4^T C_2^{1T} H_4^{1T} P_1 - A_4^T C_2^{1T} H_2^{1T} P_1 - A_4^T C_4^{1T} H_2^{1T} P_1 \\ - P_1 H_2^1 C_2^1 A_4 - P_1 H_2^1 C_4^1 A_2 - P_1 H_2^1 C_4^1 A_4 - P_1 H_4^1 C_2^1 A_4 - P_1 H_4^1 C_2^1 A_2 - P_1 H_4^1 C_4^1 A_2 < 0 \\ A_3^T P_1 + A_4^T P_1 + P_1 A_3 + P_1 A_4 + C_3^{1T} S_4^T + C_4^{1T} S_3^T + S_3 C_4^1 + S_4 C_3^1 - A_3^T C_3^{1T} H_4^{1T} P_1 \\ - A_3^T C_4^{1T} H_3^{1T} P_1 - A_3^T C_4^{1T} H_4^{1T} P_1 - A_4^T C_3^{1T} H_4^{1T} P_1 - A_4^T C_3^{1T} H_3^{1T} P_1 - A_4^T C_4^{1T} H_3^{1T} P_1 \\ - P_1 H_3^1 C_3^1 A_4 - P_1 H_3^1 C_4^1 A_3 - P_1 H_3^1 C_4^1 A_4 - P_1 H_4^1 C_3^1 A_4 - P_1 H_4^1 C_3^1 A_3 - P_1 H_4^1 C_4^1 A_3 < 0 \end{aligned} \quad (3.50)$$

donde  $S_i = P_1 K_{1i}^1$ . Al resolver las LMIs se obtiene una matriz  $P_1$  definida positiva y simétrica que garantiza que la dinámica del error es cero con lo cual el observador converge, la matriz  $P_1$  resultante es:

$$P_1 = 1 \times 10^4 \begin{bmatrix} 0.0175 & 0.0120 & -0.0001 & -0.0056 \\ 0.0120 & 1.2140 & 0.0222 & -0.7095 \\ -0.0001 & 0.0222 & 0.0023 & -0.0219 \\ -0.0056 & -0.7095 & -0.0219 & 1.3467 \end{bmatrix}$$

la ganancia  $K_{1i}^1$  se calcula entonces como  $K_{1i}^1 = P_1^{-1} S_i$ , entonces:

$$K_{11}^1 = \begin{bmatrix} -3.8199 \\ 0.0391 \\ -0.9406 \\ -0.0057 \end{bmatrix}; \quad K_{12}^1 = \begin{bmatrix} -3.8947 \\ 0.0380 \\ -0.8384 \\ -0.0065 \end{bmatrix}; \quad K_{13}^1 = \begin{bmatrix} -4.2695 \\ 0.0416 \\ -0.7492 \\ -0.0035 \end{bmatrix}; \quad K_{14}^1 = \begin{bmatrix} -4.1755 \\ 0.0243 \\ -0.0903 \\ -0.0067 \end{bmatrix}$$

Se obtienen las ganancias  $F_i^1$  y  $K_i^1$  y son:

$$F_1^1 = \begin{bmatrix} -3.9330 & -0.8264 & 0 & 0 \\ 0.0391 & -0.1189 & 0 & 0 \\ -0.7143 & 1.6528 & -0.2155 & -2.3375 \\ -0.0057 & 0 & 0 & -0.0820 \end{bmatrix}; \quad K_1^1 = \begin{bmatrix} 1.8534 \\ -0.0196 \\ 0.5834 \\ 0.0028 \end{bmatrix};$$

$$F_2^1 = \begin{bmatrix} -3.9716 & -1.2164 & 0 & 0 \\ 0.0380 & -0.1189 & 0 & 0 \\ -0.6847 & 2.4329 & -0.1109 & -3.3738 \\ -0.0065 & 0 & 0 & -0.1112 \end{bmatrix}; \quad K_2^1 = \begin{bmatrix} 1.9089 \\ -0.0190 \\ 0.4961 \\ 0.0032 \end{bmatrix};$$

$$F_3^1 = \begin{bmatrix} -4.3057 & -2.3130 & 0 & 0 \\ 0.0416 & -0.1326 & 0 & 0 \\ -0.6768 & 4.6259 & -0.2071 & -2.4329 \\ -0.0035 & 0 & 0 & -0.0820 \end{bmatrix}; \quad K_3^1 = \begin{bmatrix} 2.1166 \\ -0.0208 \\ 0.4108 \\ 0.0017 \end{bmatrix};$$

$$F_4^1 = \begin{bmatrix} -4.2138 & -2.1069 & 0 & 0 \\ 0.0243 & -0.1379 & 0 & 0 \\ -0.0138 & 4.2139 & -0.0880 & -4.1044 \\ -0.0067 & 0 & 0 & -0.1152 \end{bmatrix}; \quad K_4^1 = \begin{bmatrix} 2.0687 \\ -0.0122 \\ 0.0834 \\ 0.0034 \end{bmatrix};$$

Usando la representación T-S (3.17), la planta se representa como:

$$\begin{aligned}
\dot{x} &= h_1(x) [A_1x(t) + B_1u(t) + Ed(t)] + h_2(x) [A_2x(t) + B_2u(t) + Ed(t)] \\
&\quad + h_3(x) [A_3x(t) + B_3u(t) + Ed(t)] + h_4(x) [A_4x(t) + B_4u(t) + Ed(t)] \\
y^1 &= h_1(x) [C_1^1x(t) + f_{s1}] + h_2(x) [C_2^1x(t) + f_{s1}] + h_3(x) [C_3^1x(t) + f_{s1}] \\
&\quad + h_4(x) [C_4^1x(t) + f_{s1}]
\end{aligned} \tag{3.51}$$

a partir de la estructura del observador (3.19) el UIO difuso se describe como:

$$\begin{aligned}
\dot{z}^1(t) &= h_1(x) [F_1^1z^1(t) + T_1^1B_1u(t) + K_1^1y^1(t)] + h_2(x) [F_2^1z^1(t) + T_2^1B_2u(t) + K_2^1y^1(t)] \\
&\quad + h_3(x) [F_3^1z^1(t) + T_3^1B_3u(t) + K_3^1y^1(t)] + h_4(x) [F_4^1z^1(t) + T_4^1B_4u(t) + K_4^1y^1(t)] \\
\hat{x}^1(t) &= h_1(x) [z^1(t) + H_1^1y^1(t)] + h_2(x) [z^1(t) + H_2^1y^1(t)] + h_3(x) [z^1(t) + H_3^1y^1(t)] \\
&\quad + h_4(x) [z^1(t) + H_4^1y^1(t)]
\end{aligned} \tag{3.52}$$

finalmente, el generador de residuos se muestra a continuación:

$$\begin{aligned}
r^1(t) &= h_1(x) [(I - C_1^1H_1^1)y^1(t) - C_1^1z^1(t)] + h_2(x) [(I - C_2^1H_2^1)y^1(t) - C_2^1z^1(t)] \\
&\quad + h_3(x) [(I - C_3^1H_3^1)y^1(t) - C_3^1z^1(t)] + h_4(x) [(I - C_4^1H_4^1)y^1(t) - C_4^1z^1(t)]
\end{aligned} \tag{3.53}$$

se observa que las matrices  $C_1^1, C_2^1, C_3^1$  y  $C_4^1$  son iguales y las matrices  $H_1^1, H_2^1, H_3^1$  y  $H_4^1$  también son iguales entre si, entonces el residuo se considera como:

$$r^1(t) = (I - C^1H^1)y^1(t) - C^1z^1(t) \tag{3.54}$$

**Diseño de UIO difuso dedicado para sensor 2 (salida 2)**

Se obtienen las ganancias  $T_i^2$  y  $H_i^2$  con:

$$[T_i^2 \quad H_i^2] = \left( \begin{bmatrix} I \\ C_i^2 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} I \\ C_i^2 \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} I \\ C_i^2 \end{bmatrix}^T$$

que son:

$$T_1^2 = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0000 \end{bmatrix}; \quad T_2^2 = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0000 \end{bmatrix};$$

$$T_3^2 = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0000 \end{bmatrix}; \quad T_4^2 = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0000 \end{bmatrix};$$

$$H_1^2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.5000 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad H_2^2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.5000 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad H_3^2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.5000 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad H_4^2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.5000 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Las LMIs a resolver para este UIO difuso son mostradas en (3.55), (3.56) y (3.57):

$$P_2 > 0 \tag{3.55}$$

$$\begin{aligned} A_1^T P_2 - A_1^T C_1^{2T} H_1^{2T} P_2 + C_1^{2T} S_1^T + P_2 A_1 - P_2 H_1^2 C_1^2 A_1 + S_1 C_1^2 &< 0 \\ A_2^T P_2 - A_2^T C_2^{2T} H_2^{2T} P_2 + C_2^{2T} S_2^T + P_2 A_2 - P_2 H_2^2 C_2^2 A_2 + S_2 C_2^2 &< 0 \\ A_3^T P_2 - A_3^T C_3^{2T} H_3^{2T} P_2 + C_3^{2T} S_3^T + P_2 A_3 - P_2 H_3^2 C_3^2 A_3 + S_3 C_3^2 &< 0 \\ A_4^T P_2 - A_4^T C_4^{2T} H_4^{2T} P_2 + C_4^{2T} S_4^T + P_2 A_4 - P_2 H_4^2 C_4^2 A_4 + S_4 C_4^2 &< 0 \end{aligned} \tag{3.56}$$

$$\begin{aligned}
& A_1^T P_2 + A_2^T P_2 + P_2 A_1 + P_2 A_2 + C_1^{2T} S_2^T + C_2^{2T} S_1^T + S_1 C_2^2 + S_2 C_1^2 - A_1^T C_1^{2T} H_2^{2T} P_2 \\
& - A_1^T C_2^{2T} H_1^{2T} P_2 - A_1^T C_2^{2T} H_2^{2T} P_2 - A_2^T C_1^{2T} H_2^{2T} P_2 - A_2^T C_1^{2T} H_1^{2T} P_2 - A_2^T C_2^{2T} H_1^{2T} P_2 \\
& - P_2 H_1^2 C_1^2 A_2 - P_2 H_1^2 C_2^2 A_1 - P_2 H_1^2 C_2^2 A_2 - P_2 H_2^2 C_1^2 A_2 - P_2 H_2^2 C_1^2 A_1 - P_2 H_2^2 C_2^2 A_1 < 0 \\
& A_1^T P_2 + A_3^T P_2 + P_2 A_1 + P_2 A_3 + C_1^{2T} S_3^T + C_3^{2T} S_1^T + S_1 C_3^2 + S_3 C_1^2 - A_1^T C_1^{2T} H_3^{2T} P_2 \\
& - A_1^T C_3^{2T} H_1^{2T} P_2 - A_1^T C_3^{2T} H_3^{2T} P_2 - A_3^T C_1^{2T} H_3^{2T} P_2 - A_3^T C_1^{2T} H_1^{2T} P_2 - A_3^T C_3^{2T} H_1^{2T} P_2 \\
& - P_2 H_1^2 C_1^2 A_3 - P_2 H_1^2 C_3^2 A_1 - P_2 H_1^2 C_3^2 A_3 - P_2 H_3^2 C_1^2 A_3 - P_2 H_3^2 C_1^2 A_1 - P_2 H_3^2 C_3^2 A_1 < 0 \\
& A_1^T P_2 + A_4^T P_2 + P_2 A_1 + P_2 A_4 + C_1^{2T} S_4^T + C_4^{2T} S_1^T + S_1 C_4^2 + S_4 C_1^2 - A_1^T C_1^{2T} H_4^{2T} P_2 \\
& - A_1^T C_4^{2T} H_1^{2T} P_2 - A_1^T C_4^{2T} H_4^{2T} P_2 - A_4^T C_1^{2T} H_4^{2T} P_2 - A_4^T C_1^{2T} H_1^{2T} P_2 - A_4^T C_4^{2T} H_1^{2T} P_2 \\
& - P_2 H_1^2 C_1^2 A_4 - P_2 H_1^2 C_4^2 A_1 - P_2 H_1^2 C_4^2 A_4 - P_2 H_4^2 C_1^2 A_4 - P_2 H_4^2 C_1^2 A_1 - P_2 H_4^2 C_4^2 A_1 < 0 \\
& A_2^T P_2 + A_3^T P_2 + P_2 A_2 + P_2 A_3 + C_2^{2T} S_3^T + C_3^{2T} S_2^T + S_2 C_3^2 + S_3 C_2^2 - A_2^T C_2^{2T} H_3^{2T} P_2 \\
& - A_2^T C_3^{2T} H_2^{2T} P_2 - A_2^T C_3^{2T} H_3^{2T} P_2 - A_3^T C_2^{2T} H_3^{2T} P_2 - A_3^T C_2^{2T} H_2^{2T} P_2 - A_3^T C_3^{2T} H_2^{2T} P_2 \\
& - P_2 H_2^2 C_2^2 A_3 - P_2 H_2^2 C_3^2 A_2 - P_2 H_2^2 C_3^2 A_3 - P_2 H_3^2 C_2^2 A_3 - P_2 H_3^2 C_2^2 A_2 - P_2 H_3^2 C_3^2 A_2 < 0 \\
& A_2^T P_2 + A_4^T P_2 + P_2 A_2 + P_2 A_4 + C_2^{2T} S_4^T + C_4^{2T} S_2^T + S_2 C_4^2 + S_4 C_2^2 - A_2^T C_2^{2T} H_4^{2T} P_2 \\
& - A_2^T C_4^{2T} H_2^{2T} P_2 - A_2^T C_4^{2T} H_4^{2T} P_2 - A_4^T C_2^{2T} H_4^{2T} P_2 - A_4^T C_2^{2T} H_2^{2T} P_2 - A_4^T C_4^{2T} H_2^{2T} P_2 \\
& - P_2 H_2^2 C_2^2 A_4 - P_2 H_2^2 C_4^2 A_2 - P_2 H_2^2 C_4^2 A_4 - P_2 H_4^2 C_2^2 A_4 - P_2 H_4^2 C_2^2 A_2 - P_2 H_4^2 C_4^2 A_2 < 0 \\
& A_3^T P_2 + A_4^T P_2 + P_2 A_3 + P_2 A_4 + C_3^{2T} S_4^T + C_4^{2T} S_3^T + S_3 C_4^2 + S_4 C_3^2 - A_3^T C_3^{2T} H_4^{2T} P_2 \\
& - A_3^T C_4^{2T} H_3^{2T} P_2 - A_3^T C_4^{2T} H_4^{2T} P_2 - A_4^T C_3^{2T} H_4^{2T} P_2 - A_4^T C_3^{2T} H_3^{2T} P_2 - A_4^T C_4^{2T} H_3^{2T} P_2 \\
& - P_2 H_3^2 C_3^2 A_4 - P_2 H_3^2 C_4^2 A_3 - P_2 H_3^2 C_4^2 A_4 - P_2 H_4^2 C_3^2 A_4 - P_2 H_4^2 C_3^2 A_3 - P_2 H_4^2 C_4^2 A_3 < 0
\end{aligned} \tag{3.57}$$

donde  $S_i = P_2 K_{1i}^2$ .

Al resolver las LMIs se obtiene una matriz  $P_2$  definida positiva y simétrica que garantiza que la dinámica del error es cero con lo cual el observador converge, la matriz  $P_2$  resultante es:

$$P_2 = \begin{bmatrix} 0.0317 & -0.3277 & 0.0006 & -0.0052 \\ -0.3277 & 16.4892 & -0.0865 & -0.4124 \\ 0.0006 & -0.0865 & 0.1503 & 0.0436 \\ -0.0052 & -0.4124 & 0.0436 & 7.1814 \end{bmatrix}$$

la ganancia  $K_{1i}^2$  se calcula entonces como  $K_{1i}^2 = P_2^{-1}S_i$ , entonces:

$$K_{11}^2 = \begin{bmatrix} -0.0815 \\ -0.0239 \\ -5.4393 \\ 0.0225 \end{bmatrix}; \quad K_{12}^2 = \begin{bmatrix} -0.0978 \\ -0.0246 \\ -5.4831 \\ 0.0208 \end{bmatrix}; \quad K_{13}^2 = \begin{bmatrix} 0.0855 \\ -0.0230 \\ -5.6717 \\ 0.0179 \end{bmatrix}; \quad K_{14}^2 = \begin{bmatrix} -0.0565 \\ -0.0196 \\ -5.7720 \\ 0.0176 \end{bmatrix}$$

Se obtienen las ganancias  $F_i^2$  y  $K_i^2$  y son:

$$F_1^2 = \begin{bmatrix} -0.2263 & -1.6528 & -0.0815 & 0 \\ 0 & -0.1189 & -0.0239 & 0 \\ 0.1131 & 0.8264 & -5.5471 & -1.1687 \\ 0 & 0 & 0.0225 & -0.0820 \end{bmatrix}; \quad K_1^2 = \begin{bmatrix} 0.0408 \\ 0.0120 \\ 2.6658 \\ -0.0113 \end{bmatrix};$$

$$F_2^2 = \begin{bmatrix} -0.1537 & -2.4329 & -0.0978 & 0 \\ 0 & -0.1189 & -0.0246 & 0 \\ 0.0769 & 1.2164 & -5.5386 & -1.6869 \\ 0 & 0 & 0.0208 & -0.1112 \end{bmatrix}; \quad K_2^2 = \begin{bmatrix} 0.0489 \\ 0.0123 \\ 2.7138 \\ -0.0104 \end{bmatrix};$$

$$F_3^2 = \begin{bmatrix} -0.0724 & -4.6259 & 0.0855 & 0 \\ 0 & -0.1326 & -0.0230 & 0 \\ 0.0362 & 2.3130 & -5.7753 & -1.2164 \\ 0 & 0 & 0.0179 & -0.0820 \end{bmatrix}; \quad K_3^2 = \begin{bmatrix} -0.0428 \\ 0.0115 \\ 2.7841 \\ -0.0089 \end{bmatrix};$$

$$F_4^2 = \begin{bmatrix} -0.0764 & -4.2139 & -0.0565 & 0 \\ 0 & -0.1379 & -0.0196 & 0 \\ 0.0382 & 2.1069 & -5.8160 & -2.0522 \\ 0 & 0 & 0.0176 & -0.1152 \end{bmatrix}; \quad K_4^2 = \begin{bmatrix} 0.0282 \\ 0.0098 \\ 2.8640 \\ -0.0088 \end{bmatrix};$$

Usando la representación T-S (3.17), la planta se representa como:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= h_1(x) [A_1x(t) + B_1u(t) + Ed(t)] + h_2(x) [A_2x(t) + B_2u(t) + Ed(t)] \\ &\quad + h_3(x) [A_3x(t) + B_3u(t) + Ed(t)] + h_4(x) [A_4x(t) + B_4u(t) + Ed(t)] \\ y^2 &= h_1(x) [C_1^2x(t) + f_{s2}] + h_2(x) [C_2^2x(t) + f_{s2}] + h_3(x) [C_3^2x(t) + f_{s2}] \\ &\quad + h_4(x) [C_4^2x(t) + f_{s2}] \end{aligned} \quad (3.58)$$

a partir de la estructura del observador 3.19 el UIO difuso se describe como:

$$\begin{aligned}
\dot{z}^2(t) &= h_1(x) [F_1^2 z^2(t) + T_1^2 B_1 u(t) + K_1^2 y^2(t)] + h_2(x) [F_2^2 z^2(t) + T_2^2 B_2 u(t) + K_2^2 y^2(t)] \\
&\quad + h_3(x) [F_3^2 z^2(t) + T_3^2 B_3 u(t) + K_3^2 y^2(t)] + h_4(x) [F_4^2 z^2(t) + T_4^2 B_4 u(t) + K_4^2 y^2(t)] \\
\hat{x}^2(t) &= h_1(x) [z^2(t) + H_1^2 y^2(t)] + h_2(x) [z^2(t) + H_2^2 y^2(t)] + h_3(x) [z^2(t) + H_3^2 y^2(t)] \\
&\quad + h_4(x) [z^2(t) + H_4^2 y^2(t)]
\end{aligned} \tag{3.59}$$

finalmente, el generador de residuos se muestra a continuación:

$$\begin{aligned}
r^2(t) &= h_1(x) [(I - C_1^2 H_1^2) y^2(t) - C_1^2 z^2(t)] + h_2(x) [(I - C_2^2 H_2^2) y^2(t) - C_2^2 z^2(t)] \\
&\quad + h_3(x) [(I - C_3^2 H_3^2) y^2(t) - C_3^2 z^2(t)] + h_4(x) [(I - C_4^2 H_4^2) y^2(t) - C_4^2 z^2(t)]
\end{aligned} \tag{3.60}$$

se observa que las matrices  $C_1^2, C_2^2, C_3^2$  y  $C_4^2$  son iguales y las matrices  $H_1^2, H_2^2, H_3^2$  y  $H_4^2$  también son iguales entre sí, entonces el residuo se considera como:

$$r^2(t) = (I - C^2 H^2) y^2(t) - C^2 z^2(t) \tag{3.61}$$

Como se puede observar, el diseño de los UIO 's difusos dedicados aplicado el diagnóstico de fallas en sensores para sistemas no lineales es muy sencillo e intuitivo, todo parte del correcto modelado y el cumplimiento del mismo con las condiciones puestas por el modelo de observador.

### 3.6. Conclusiones.

En este capítulo se presentó el modelado difuso T-S de la planta, éste se define por las variables premisas, estas variables premisas son las alturas reales del líquido medidas por los sensores en los tanques. En el modelado difuso se consideraron 4 reglas difusas que sirven para determinar las funciones de membresía del sistema difuso. El modelo difuso se obtiene a partir del modelo lineal de la planta en distintos puntos de operación, en este caso 4 puntos. Aunque el modelado difuso se toma de un trabajo anterior (previamente citado) y no es el objetivo principal de esta tesis es importante mencionar el cómo se realiza y sobre todo el comprobar que este modelo sea válido. Para la validación del modelo se simuló en Simulink de Matlab corroborando una correcta representación del sistema no lineal.

También se mostró el diseño del GS UIO difuso que se basa en un UIO para sistemas lineales, uno de los principales aportes de esta tesis es el diseño de un UIO aplicado al modelo difuso T-S en tiempo real, es decir, para cada uno de los puntos de equilibrio lineales le corresponde un UIO. Este observador se alimenta con todas las entradas y salidas de la planta de ahí el nombre de generalizado, la combinación final se da con la suma pesada de cada uno de los UIO's haciendo así un esquema generalizado de un UIO difuso. El diseño del DS UIO difuso se basa en un UIO dedicado para sistemas lineales, en éste, para cada uno de los puntos de equilibrio lineales le corresponde  $n$  número de UIO's dedicados. Un observador dedicado se alimenta con todas las entradas y sólo una salida de la planta de ahí el nombre de dedicado, entonces para el  $n$ -ésimo UIO difuso dedicado le corresponden todas las entradas y la  $n$ -ésima salida de cada subsistema de la planta. La diferencia del esquema dedicado al generalizado está en que cuando se diseña el  $n$ -ésimo UIO se elige la  $n$ -ésima fila de la matriz de salidas  $C$  eliminando las filas restantes, con esto, se desacoplan las salidas del sistema.

Las ganancias de los UIO's difusos se diseñó a partir de la teoría de estabilidad de Lyapunov con la incorporación de la estimación del error de estado del sistema con el error de estado del UIO, lo anterior conlleva a una solución por medio de LMI's. El toolbox YALMIP de Matlab hace que las LMI's sean fáciles de resolver al proporcionarnos una programación intuitiva y sencilla.



---

## Capítulo 4

# Resultados de simulación y tiempo real

### 4.1. Introducción

En este capítulo se muestran los resultados obtenidos al aplicar el esquema de diagnóstico de fallas en sensores con los GS UIO y DS UIO difusos para sistemas no lineales que fueron propuestos y diseñados en el capítulo tres. Se muestra la comparación tanto en simulación como en tiempo real de los dos esquemas antes mencionados.

El diagrama y código de programación con los cuales se obtuvieron los resultados en simulación se realizaron con ayuda del software Simulink® de Matlab®, así mismo, estos resultados se muestran en diferentes tipos de pruebas que se describen a continuación. Los resultados en tiempo real fueron obtenidos usando el mismo software estableciendo comunicación con el sistema de nivel de líquido mediante la tarjeta de adquisición de datos USB-6008 DAQ de National Instruments (Apéndice B), mediante la cual se recibieron los datos necesarios para el esquema propuesto así como el envío de datos para el control del sistema, cabe mencionar que esta parte no es el objetivo de proyecto, sin embargo era necesario hacerlo para mantener el sistema en una referencia deseada.

### 4.2. Resultados y comparación del GS y DS en simulación

En esta sección se muestran los resultados de simulación del diagnóstico de fallas con GS y DS, también se hace una comparación entre ambos.

### 4.2.1. Respuesta del GS UIO y DS UIO

Primero, se comprueba la convergencia del GS UIO y DS UIO con la planta, por lo que para esta primera prueba se considera la planta libre de falla y entrada desconocida.

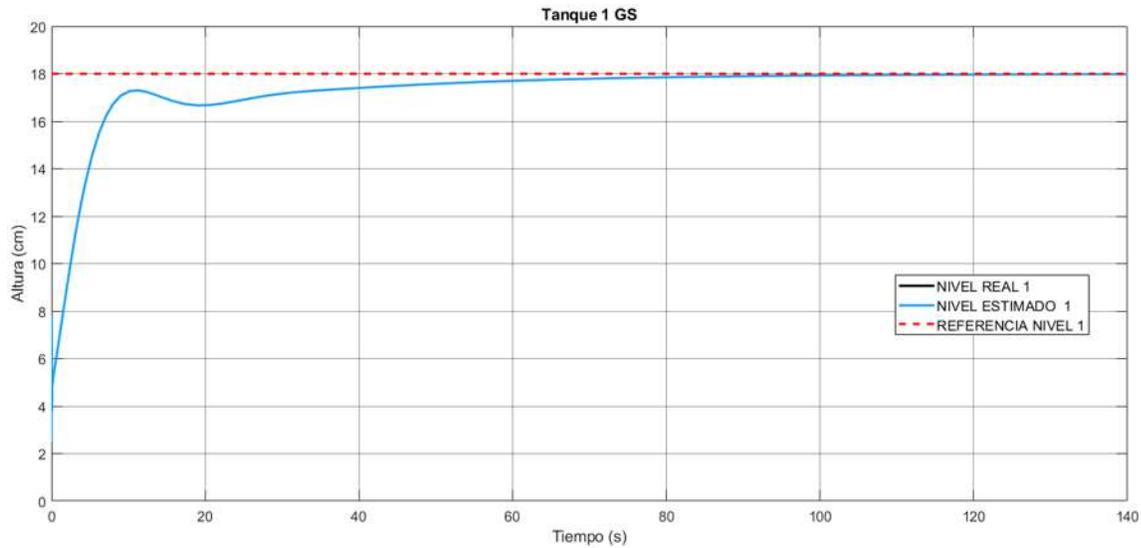


Figura 4.1: Nivel real y estimado tanque 1 sin  $d$  ni  $f_s$  GS.

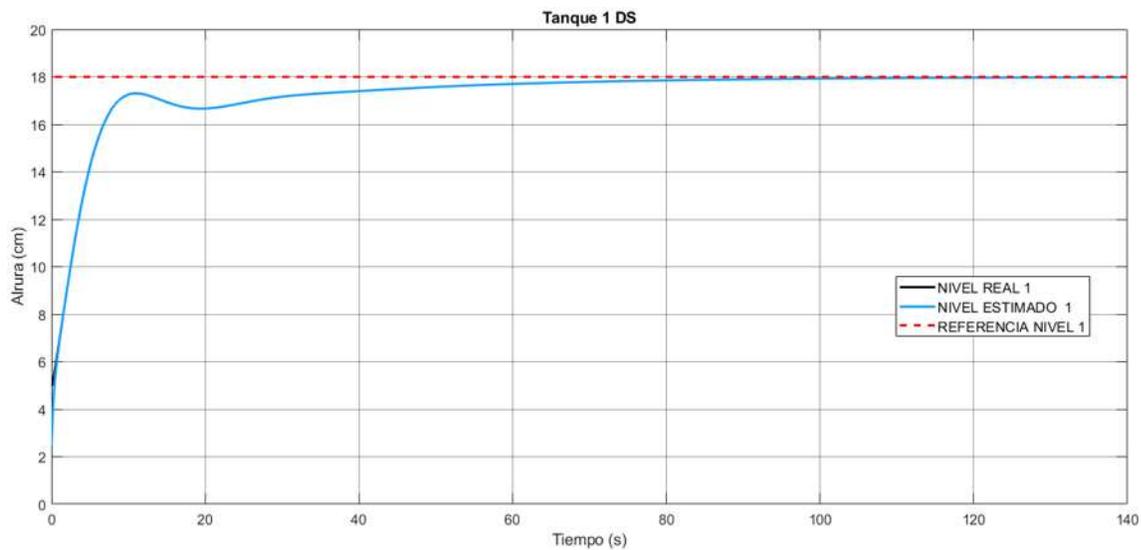


Figura 4.2: Nivel real y estimado tanque 1 sin  $d$  ni  $f_s$  DS.

En las Figuras 4.1 y 4.2 se muestra las alturas reales y las estimadas del tanque uno,

en ambos esquemas el UIO converge al estado real de la planta.

Lo mismo pasa para las alturas reales y estimadas del tanque dos mostradas en las Figuras 4.3 y 4.4, se observa la convergencia de UIO al estado real.

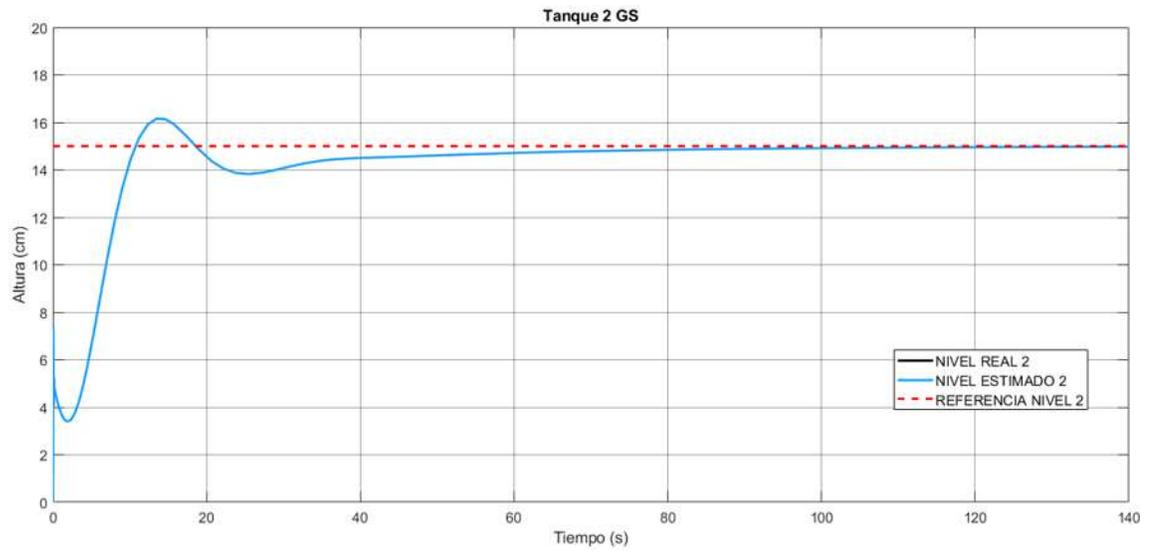


Figura 4.3: Nivel real y estimado tanque 2 sin  $d$  ni  $f_s$  GS.

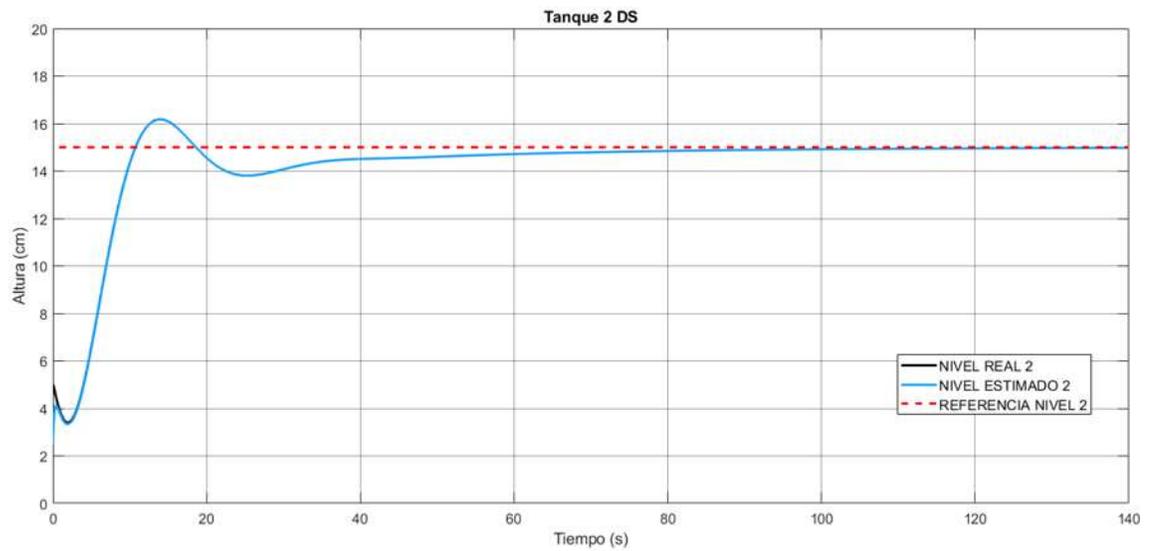


Figura 4.4: Nivel real y estimado tanque 2 sin  $d$  ni  $f_s$  DS.

En las Figuras 4.5 y 4.6 son mostrados los residuos de cada uno de los esquemas, estos permanecen en cero, lo cual indica que el error de convergencia del UIO con los estados reales es cero. En este caso permanecen en cero ya que no existe falla en ninguno de los sensores.

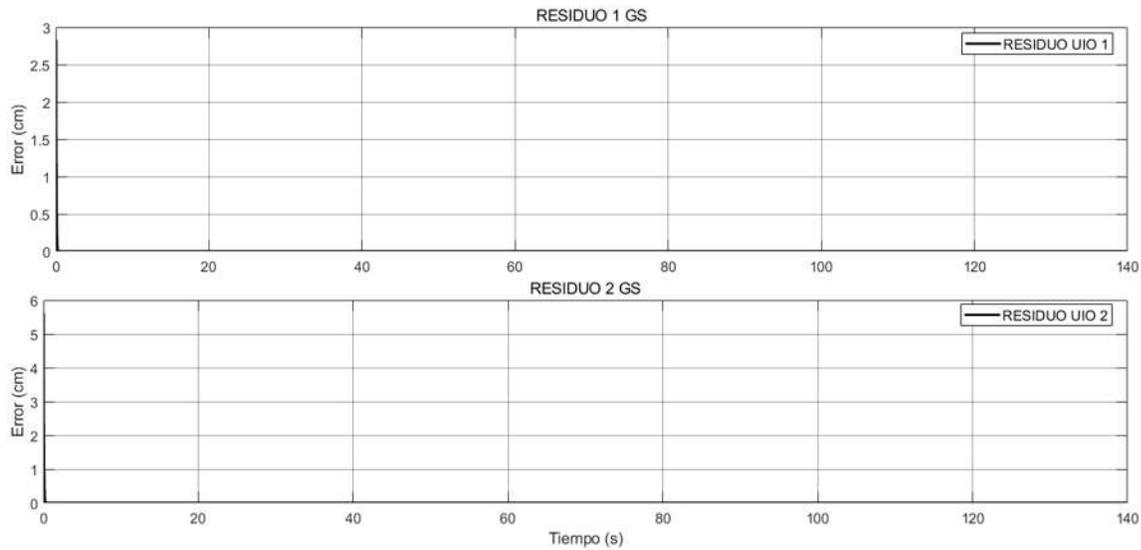


Figura 4.5: Residuos sin  $d$  ni  $f_s$  GS.

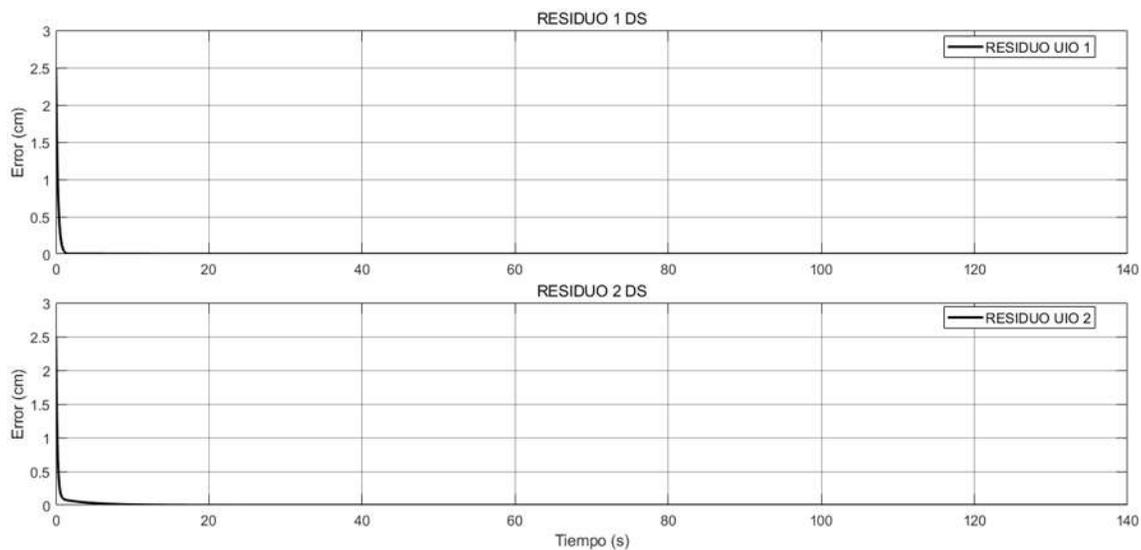


Figura 4.6: Residuos sin  $d$  ni  $f_s$  DS

En las Figuras 4.7 y 4.8 se muestra un acercamiento de las alturas reales y estimadas del tanque uno con la finalidad de observar el tiempo de convergencia en de ambos esquemas.

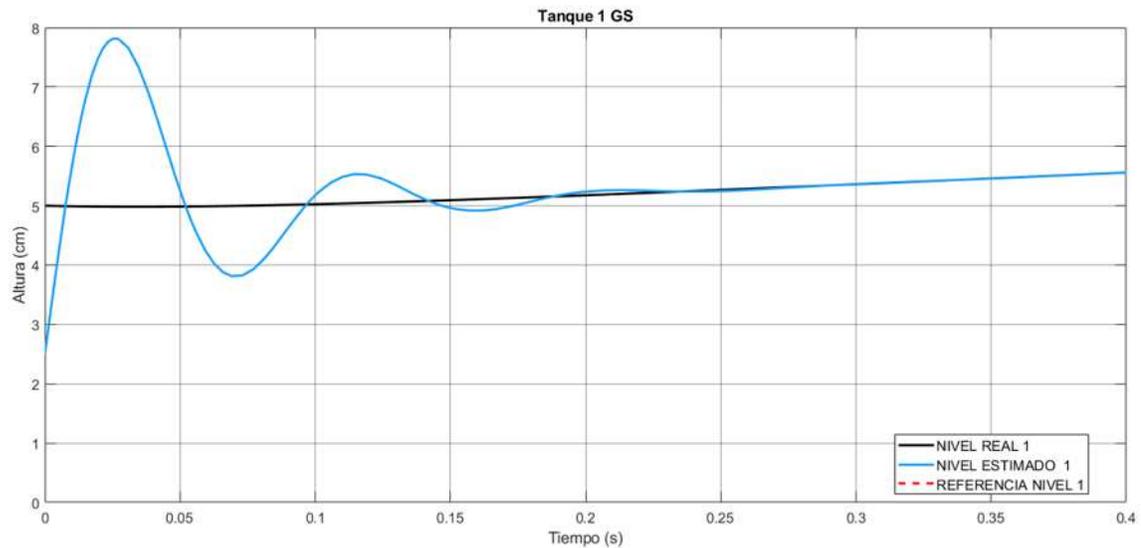


Figura 4.7: Acercamiento convergencia nivel estimado y real tanque 1 sin  $d$  ni  $f_s$  GS.

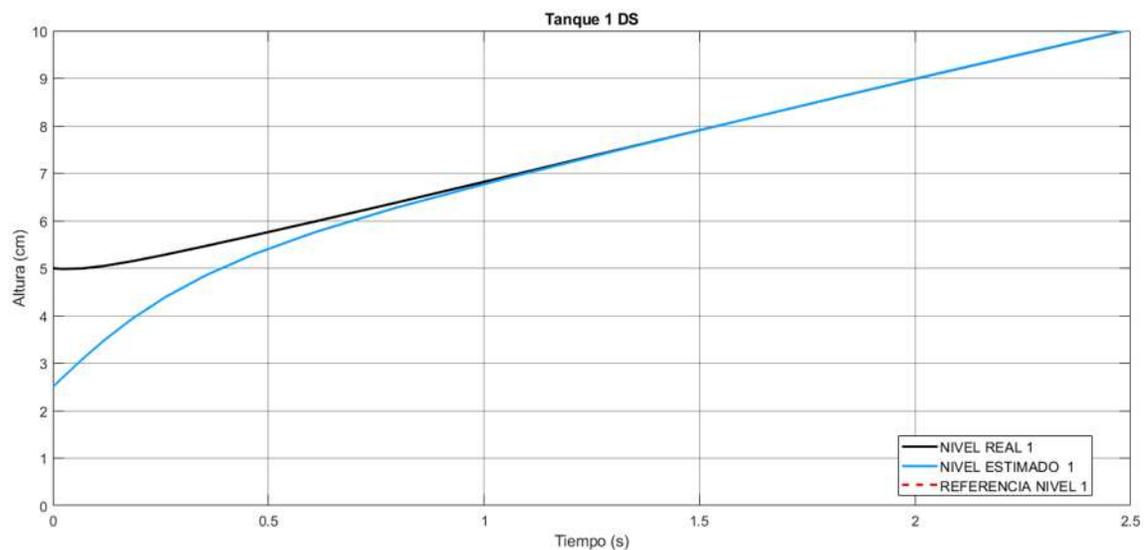


Figura 4.8: Acercamiento convergencia nivel estimado y real tanque 1 sin  $d$  ni  $f_s$  DS.

En la Figura 4.7 observa que en GS el UIO converge en un tiempo de 0.3 s con un sobre impulso de 7.8 cm con respecto a la altura real mientras que en la Figura 4.8 con DS el UIO converge en un tiempo de 1.5 segundos sin tener sobre impulso.

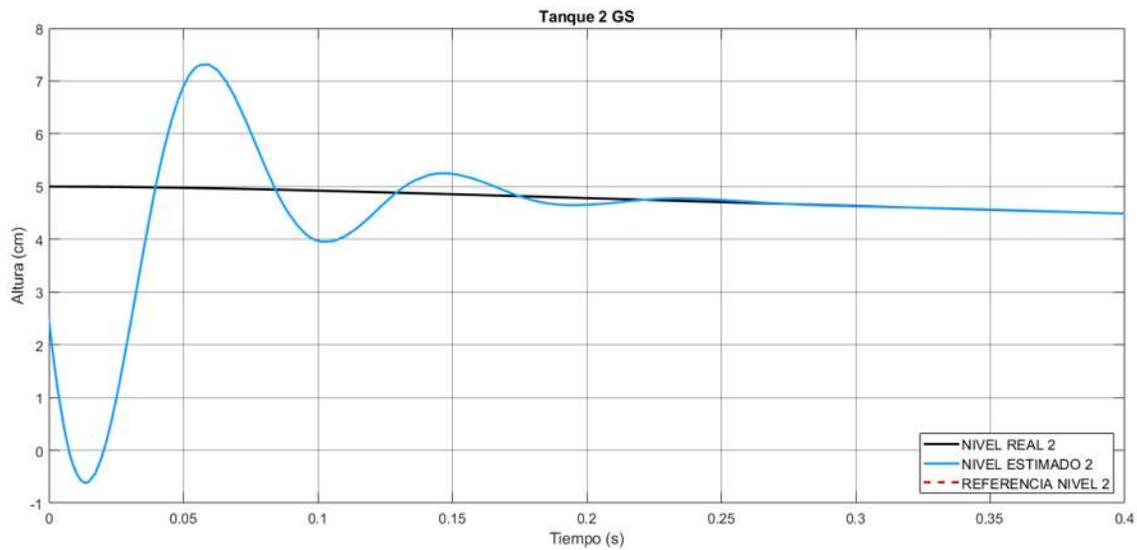


Figura 4.9: Acercamiento convergencia nivel estimado y real tanque 2 sin  $d$  ni  $f_s$  GS.

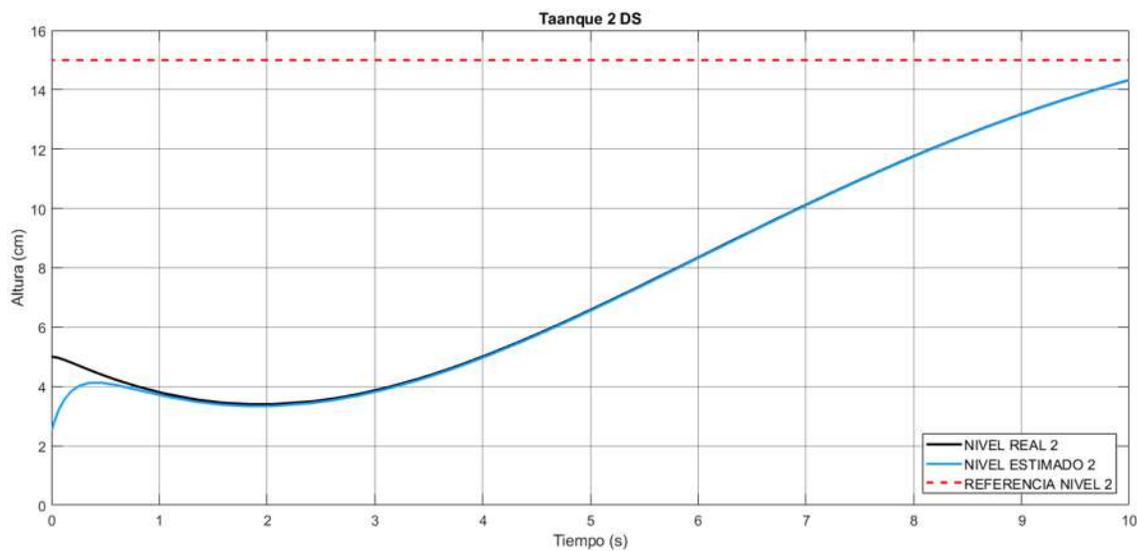


Figura 4.10: Acercamiento convergencia nivel estimado y real tanque 2 sin  $d$  ni  $f_s$  DS.

En las Figuras 4.9 y 4.10 se observa un acercamiento de la convergencia del UIO para el tanque dos, en la Figura 4.9 se observa que el DS UIO converge en un tiempo de 0.3 s con un sobre impulso de 7.3 cm y en la Figura 4.10 se muestra que el UIO converge en un tiempo igual a 6 s sin tener sobre impulso. Ambos esquemas de UIO convergen en un 100% a los estados reales.

### 4.2.2. Respuesta del UIO en presencia de una entrada desconocida

De acuerdo a la Definición 3 los estados estimados por un UIO convergen a los estados reales aún en presencia de entradas desconocidas. En esta sección se exhibe la convergencia del UIO a la planta induciendo una entrada desconocida (ruido gaussiano) que simula el ruido en la medición por el movimiento del líquido en el tanque.

En las Figuras 4.11 a 4.14 se observa que tanto el GS y DS UIO converge a las alturas reales de los tanques a pesar de la presencia del ruido en las mediciones.

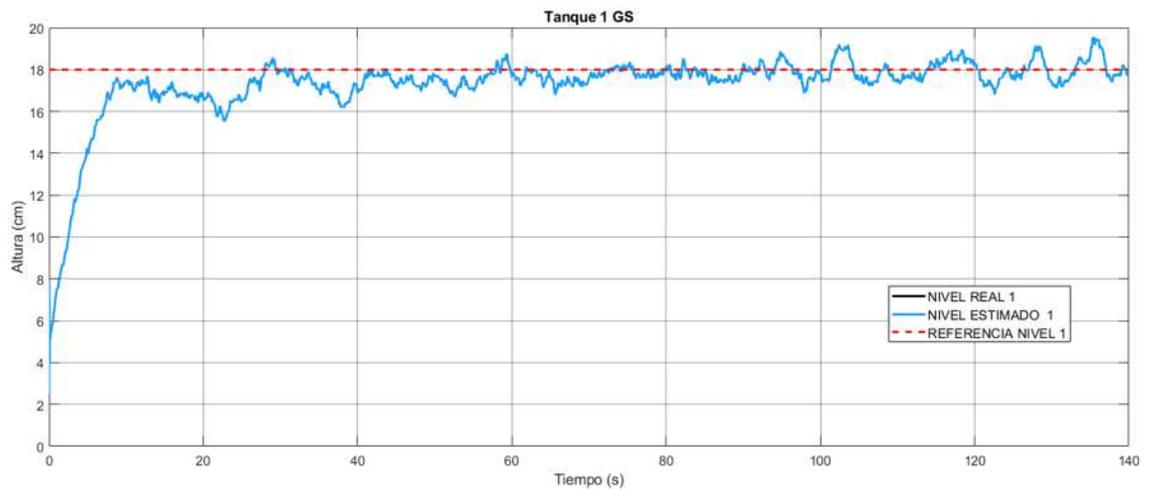


Figura 4.11: Nivel real y estimado tanque 1 con entrada desconocida GS.

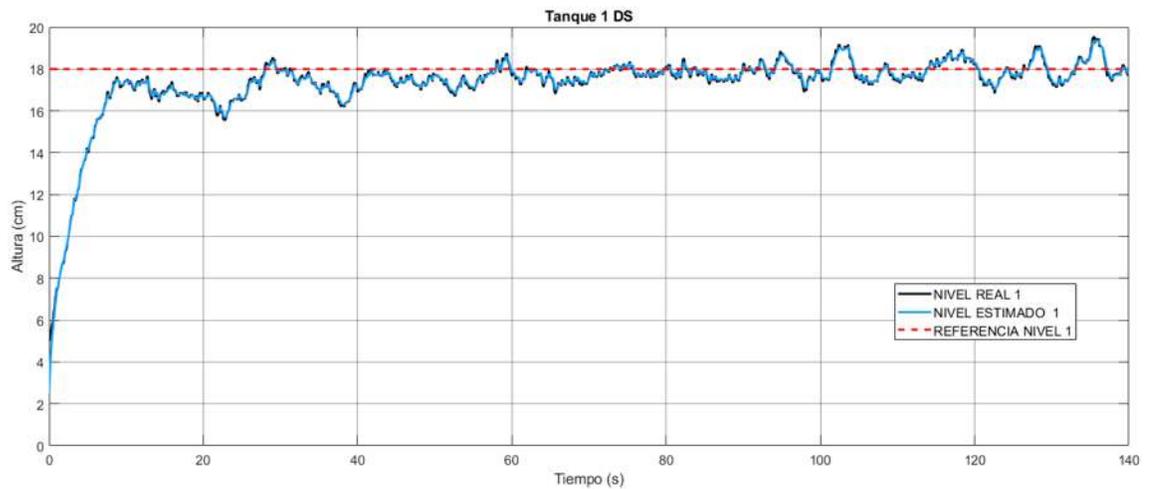


Figura 4.12: Nivel real y estimado tanque 1 con entrada desconocida DS.

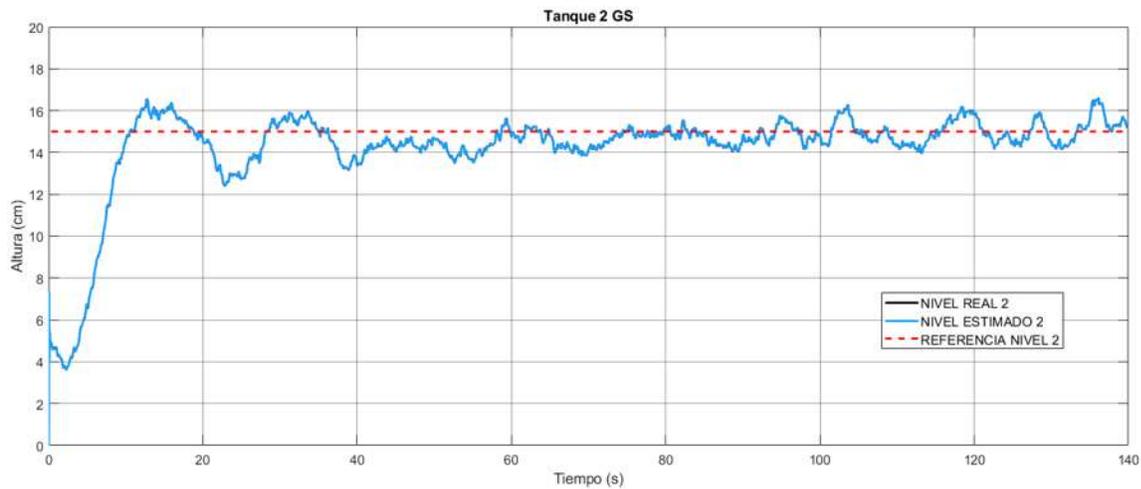


Figura 4.13: Nivel real y estimado tanque 2 con entrada desconocida GS.

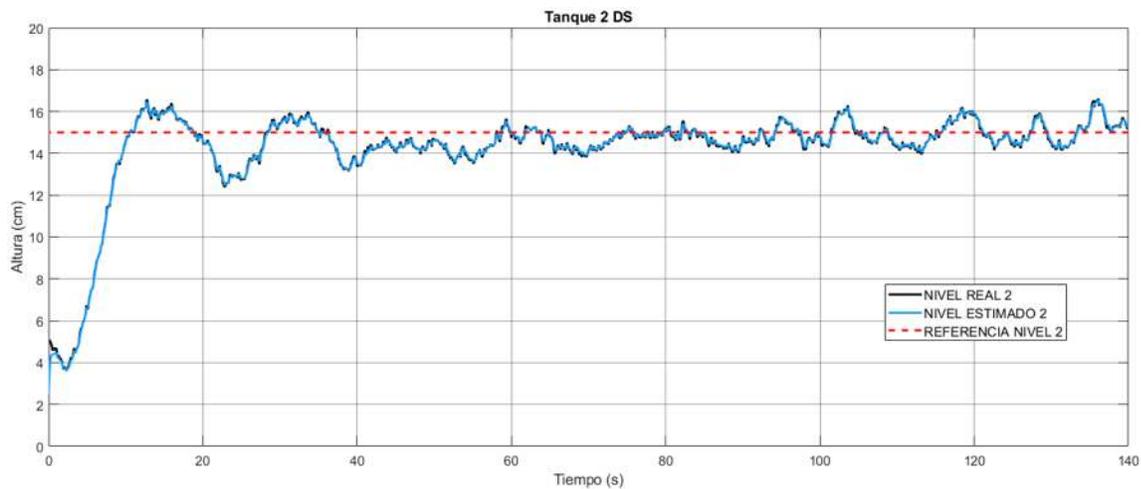


Figura 4.14: Nivel real y estimado tanque 2 con entrada desconocida DS.

Sin embargo, el GS UIO converge de manera distinta al DS UIO, de aquí la necesidad de hacer la comparación, para tener datos más exactos y poder analizarlos.

En la Figuras 4.15 y 4.16 se muestra un acercamiento en las alturas reales y estimadas para observar el error de convergencia que hay entre cada medición de los GS y DS.

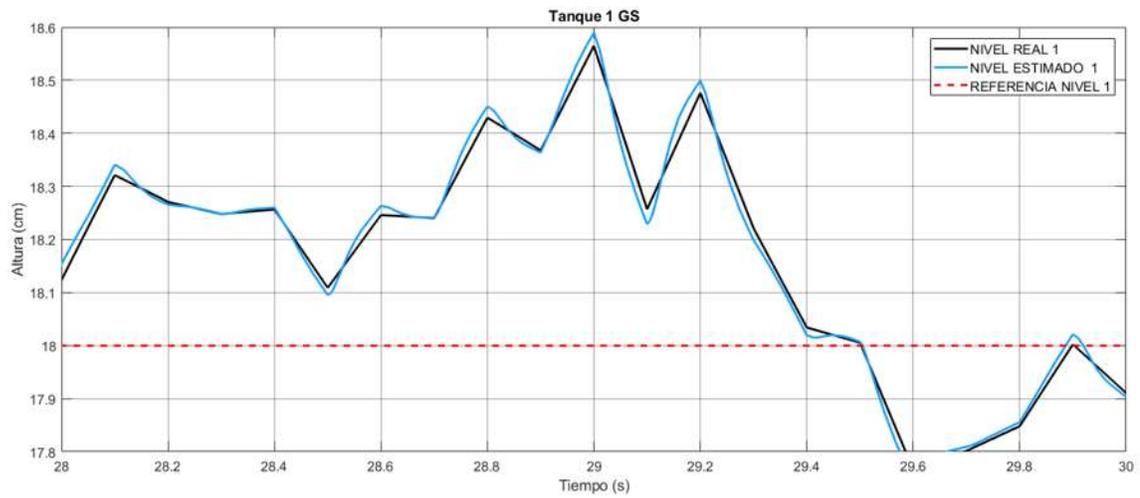


Figura 4.15: Acercamiento convergencia tanque 1 GS.

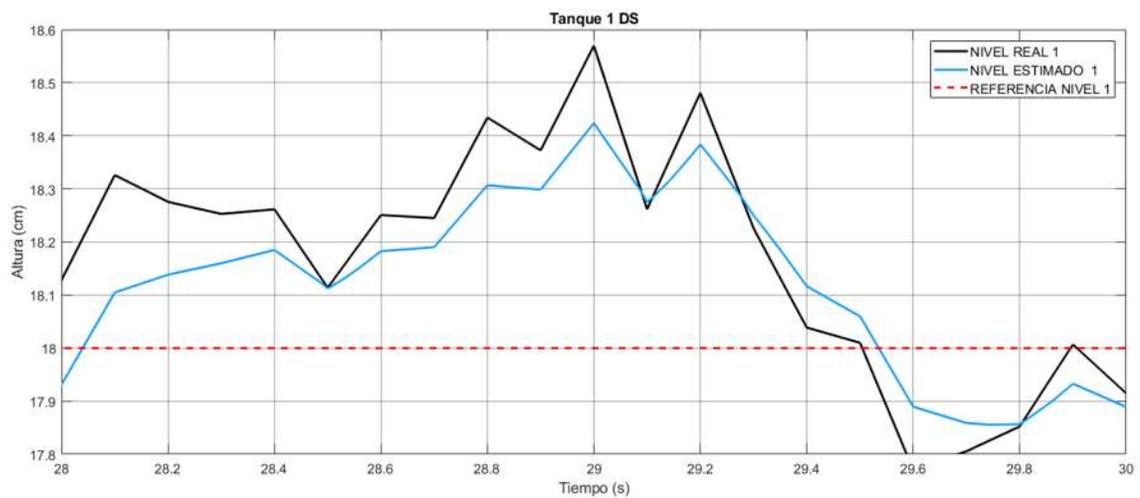


Figura 4.16: Acercamiento convergencia tanque 1 DS.

Al hacer estos acercamientos es más fácil ver una de las diferencias entre estas esquemas, el porcentaje de convergencia. En la Figura 4.15 se muestra un error de convergencia de  $\pm 0.1\%$ , mientras que en la Figura 4.16 se tiene un error de convergencia de  $\pm 1.14\%$ . Lo anterior se traduce en un error de convergencia  $\pm 0.02\text{cm}$  para GS y de  $\pm 0.21\text{cm}$  para DS.

En las Figuras 4.17 y 4.18 se muestran los residuos generados por la diferencia en las alturas reales y estimadas de ambos tanques. En la Figura 4.17 se muestra que los residuos de GS permanecen cercanos de cero con el error de convergencia de  $0.02\text{cm}$  y en la Figura 4.18 permanecen cercanos a cero con un error de  $0.21\text{cm}$  para DS.

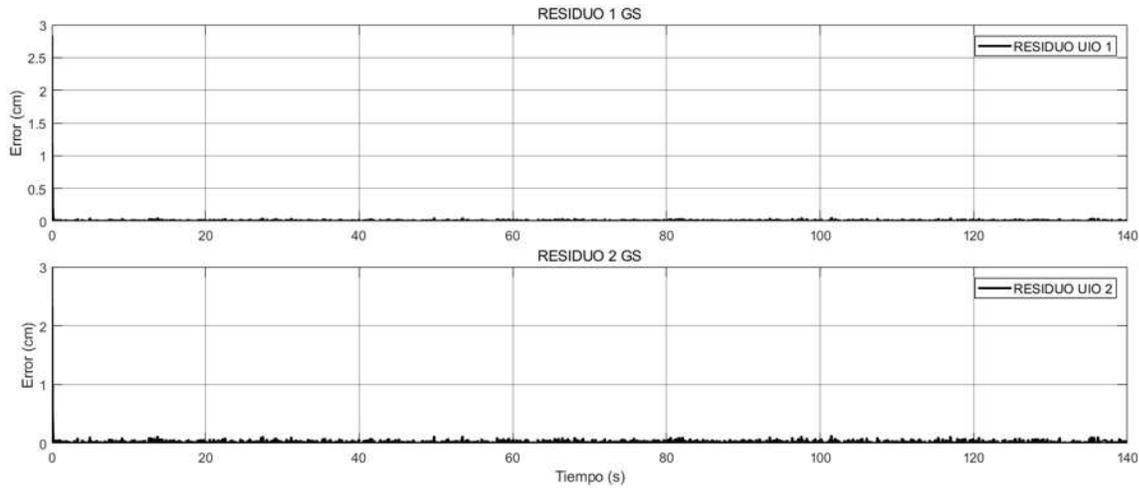


Figura 4.17: Residuos con entrada desconocida GS.

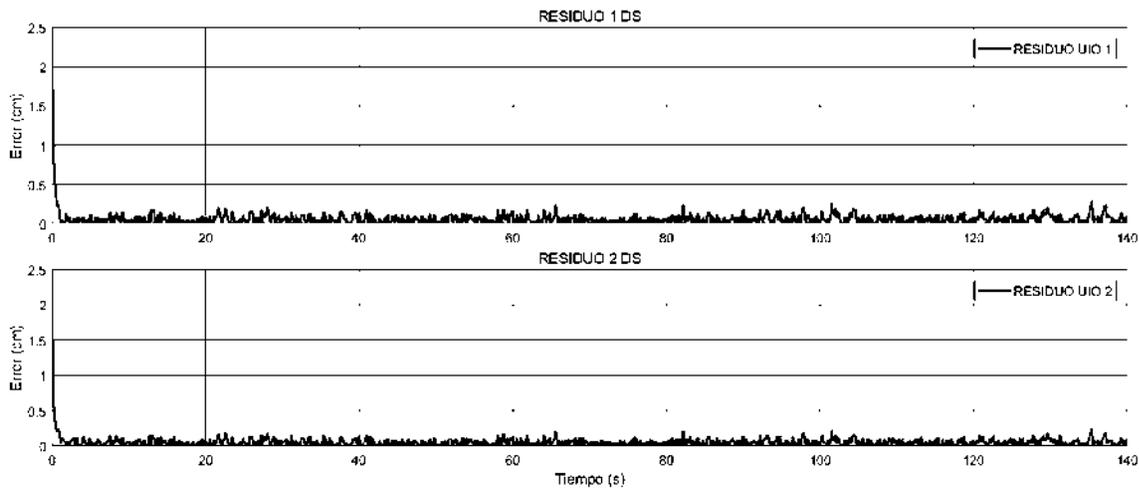


Figura 4.18: Residuos con entrada desconocida DS.

Cabe mencionar que la magnitud de estos residuos es dada por el error de convergencia entre el UIO y la planta mas no por la existencia de una falla en alguno de los sensores. Hasta el momento no se ha inyectado falla en ninguno de los sensores, las fallas son inyectadas en las siguientes secciones.

### 4.2.3. Falla tipo pulso para GS y DS

Esta sección muestra resultados y comparación de los esquemas de UIO. Una falla tipo pulso es inyectada al sistema afectando a los sensores como se muestra a continuación.

#### Falla tipo pulso en sensor 1

La primera prueba consiste en inyectar una falla tipo pulso, la cual representa que por un lapso de tiempo el sensor mide una altura mayor a la real. La falla es inyectada al sensor uno en un tiempo igual a 80s desapareciendo a los 20s de ser iniciada, provocando que el sensor mida 10cm más que la altura real del líquido en el tanque.

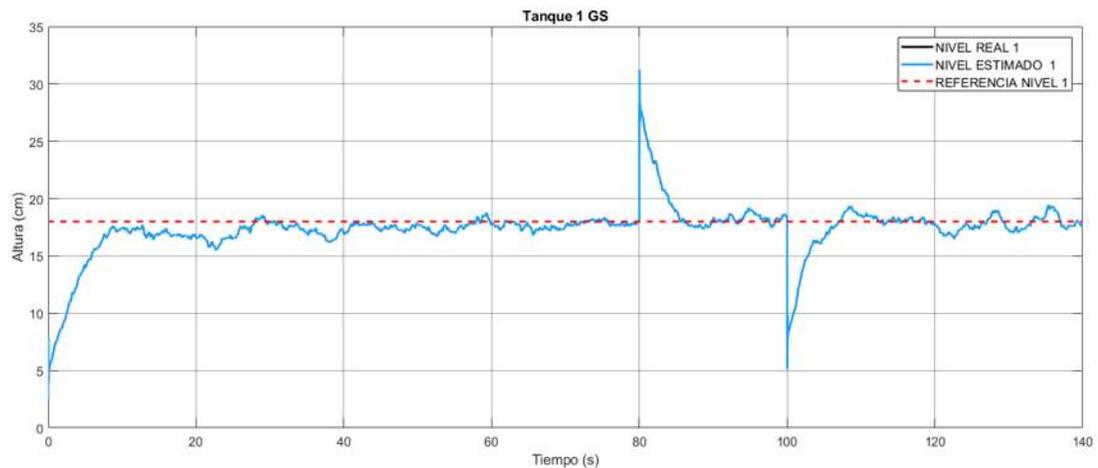


Figura 4.19: Nivel real y estimado tanque 1 con falla tipo pulso en sensor 1 GS.

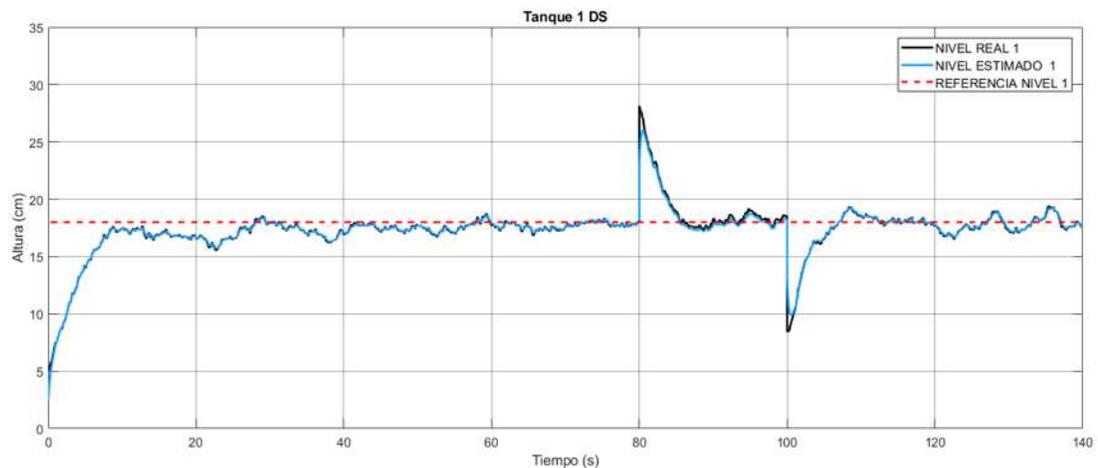


Figura 4.20: Nivel real y estimado tanque 1 con falla tipo pulso en sensor 1 DS.

En las Figuras 4.19 y 4.20 se muestra las alturas en el tanque uno de ambos esquemas en la presencia de una falla, se observa el cambio de la medición al momento de ser iniciada la falla.

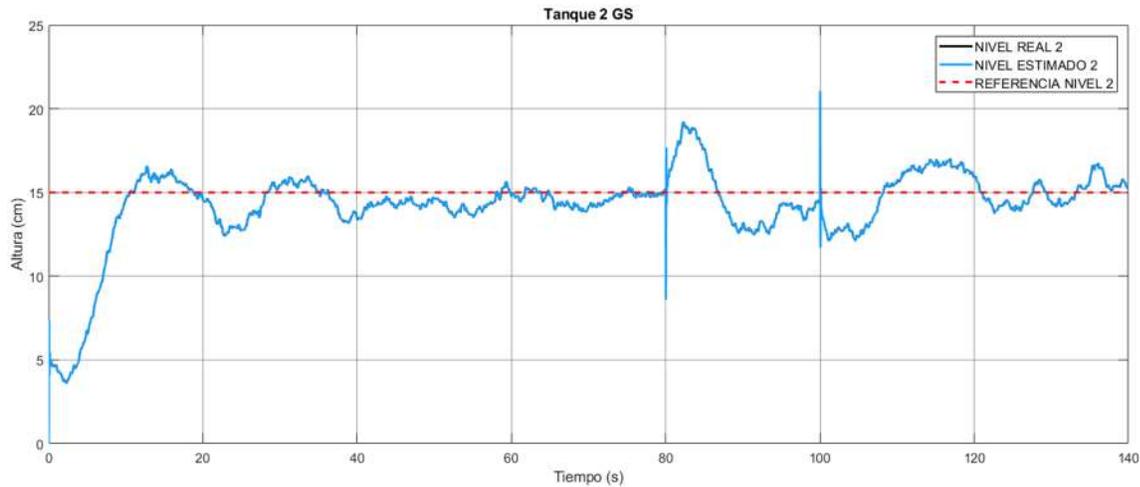


Figura 4.21: Nivel real y estimado tanque 2 con falla tipo pulso en sensor 1 GS.

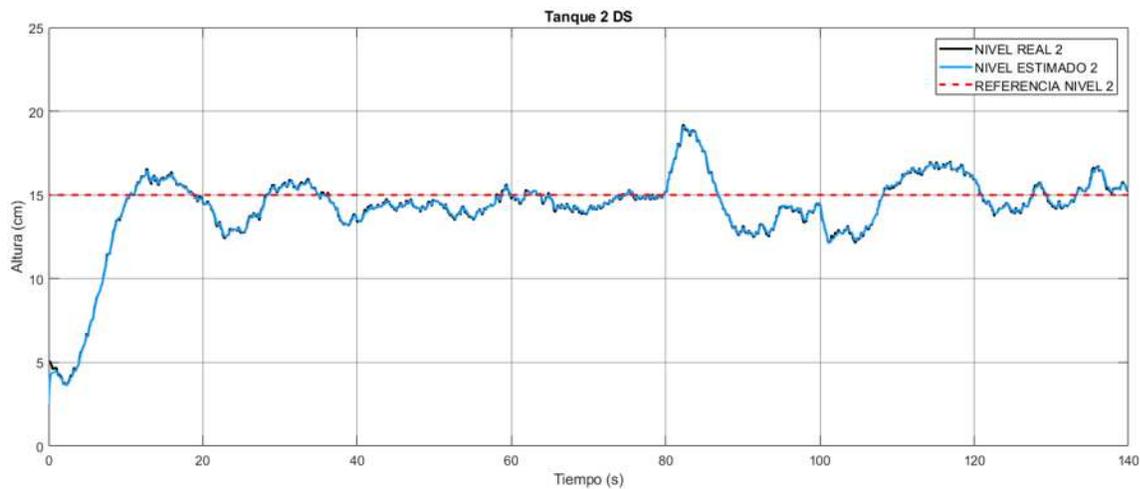


Figura 4.22: Nivel real y estimado tanque 2 con falla tipo pulso en sensor 1 DS.

En las Figuras 4.21 y 4.22 se muestra el comportamiento de las alturas del tanque 2, donde se observa que en el GS solo se muestra un ligero cambio al tiempo de la falla, sin tener mayor repercusión.

En las Figuras 4.23 y 4.24 se hace un acercamiento a las alturas del tanque uno en ambos esquemas al momento en que la falla inicia para analizar que sucede en este instante con el UIO.

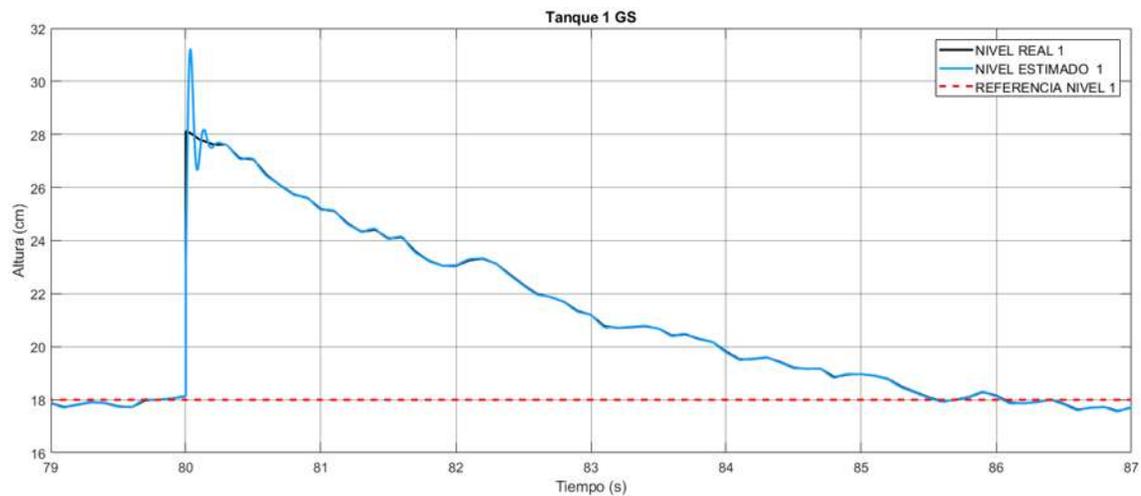


Figura 4.23: Acercamiento tanque 1 con falla tipo pulso en sensor 1 GS.

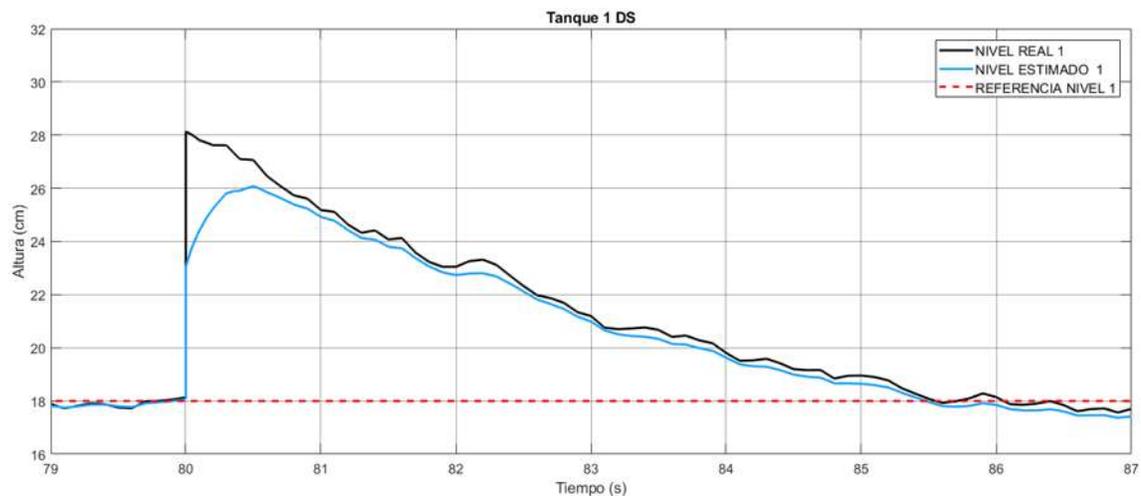


Figura 4.24: Acercamiento tanque 1 con falla tipo pulso en sensor 1 DS.

En la Figura 4.23 se muestra que en el GS al momento de la falla el UIO diverge de la altura registrada por el sensor uno con falla. Sin embargo, después de 0.3s vuelve a converger teniendo el mismo error de antes de que ocurriera la falla, o sea  $\pm 0.1\%$ . En la Figura 4.24 se observa que en el DS después de la falla el UIO no converge de la misma

manera que antes lo hacía, antes de la falla mostraba un error del  $\pm 1.14\%$  y ahora, después de la falla muestra un error de convergencia del  $\pm 2.56\%$ .

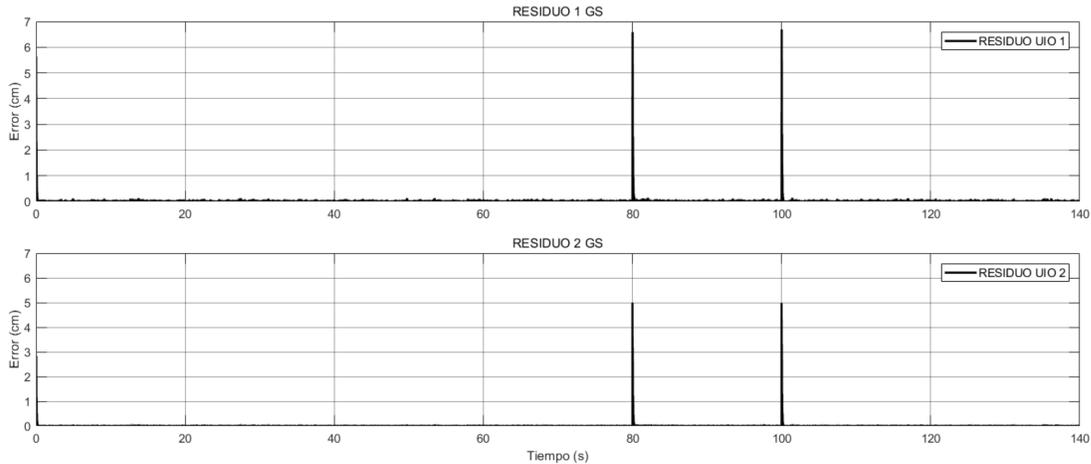


Figura 4.25: Residuos con falla tipo pulso en sensor 1 GS.

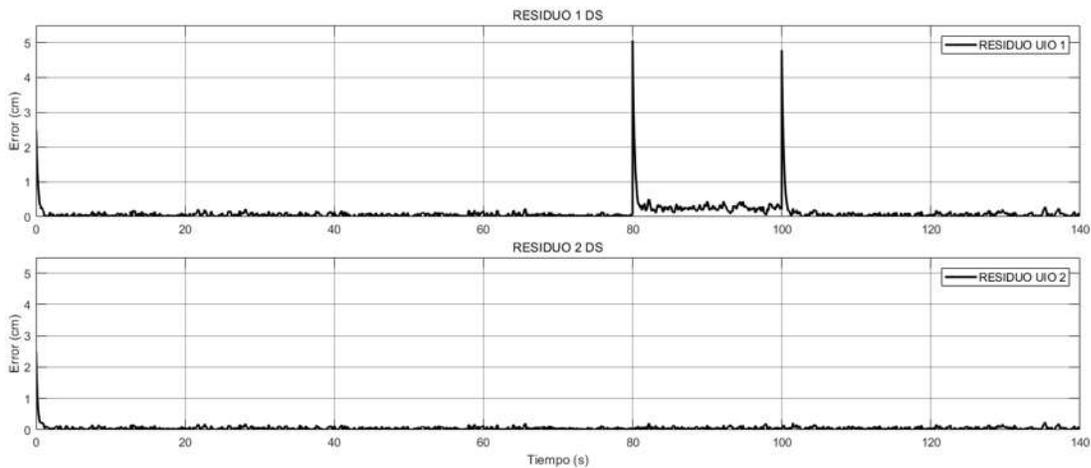


Figura 4.26: Residuos con falla tipo pulso en sensor 1 DS.

Se puede observar en la Figura 4.25 que cuando ocurre una falla en el sensor uno, ambos residuos registran un valor, siendo mayor el residuo uno lo cual se puede tomar como un criterio para detectar en que sensor ocurre la falla, sin embargo los residuos vuelven a su valor inicial ( $0.02\text{cm}$ ) durante la falla. En la Figura 4.26 se observa que únicamente tiene cambios el residuo uno, el cual durante la falla tiene un error en centímetros de  $0.6\text{cm}$  a diferencia de los  $0.21\text{cm}$  que registraba antes de la falla.

### Falla tipo pulso en sensor 2

La segunda prueba se refiere a inyectar una falla tipo pulso al sensor dos, es inducida en un tiempo igual a 80s y desaparece en 100s. Al igual que en la prueba anterior el sensor mide una altura errónea, entregando una lectura de 10cm más que la altura real del líquido en el tanque dos.

En las Figuras 4.27 y 4.28 se observa que cuando se inyecta una falla en el sensor dos, las alturas en el tanque uno tienen un comportamiento normal.

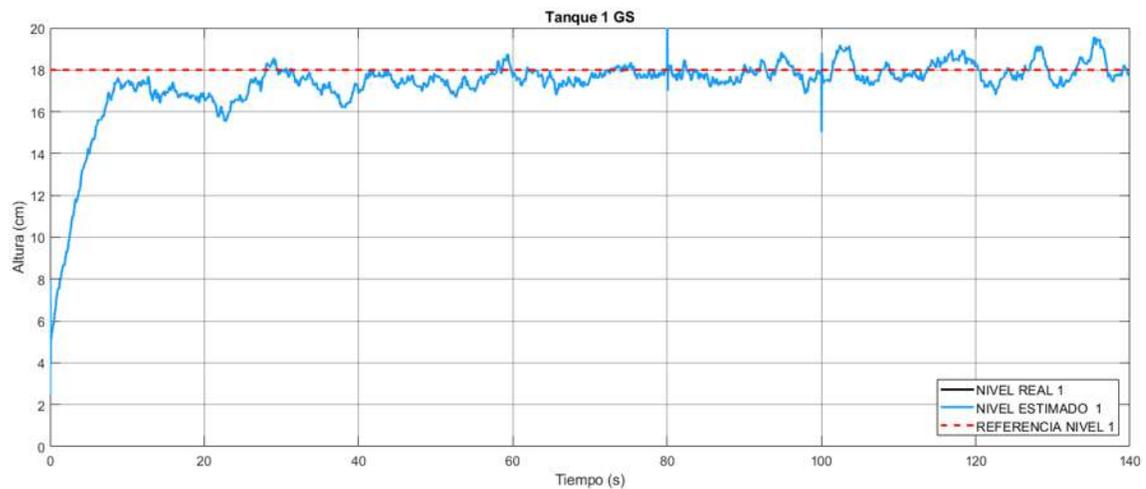


Figura 4.27: Nivel real y estimado tanque 1 con falla tipo pulso en sensor 2 GS.

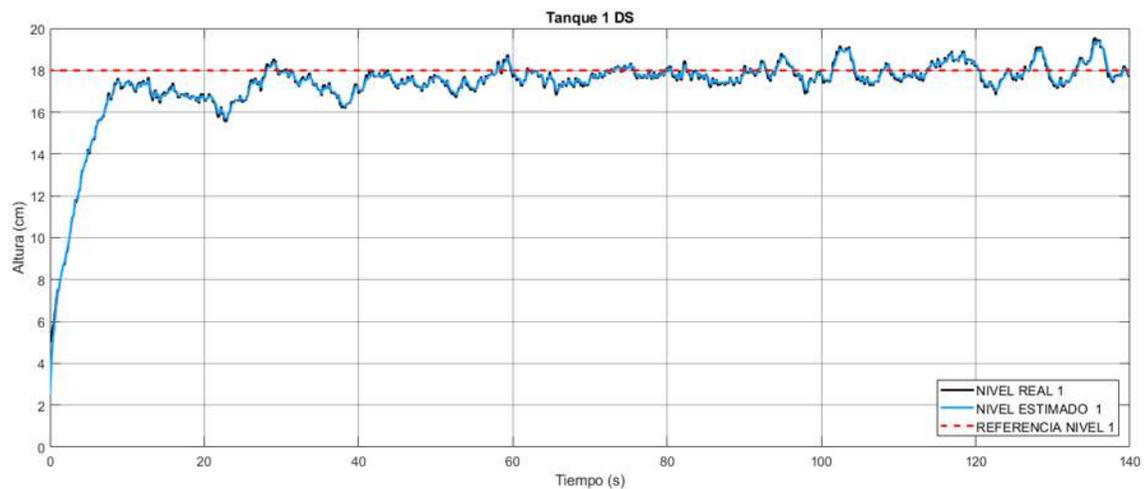


Figura 4.28: Nivel real y estimado tanque 1 con falla tipo pulso en sensor 2 DS.

En las Figuras 4.29 y 4.30 se muestra el nivel de líquido del tanque dos, y puede observarse como la falla repercute en la medición obtenida por el sensor 2.

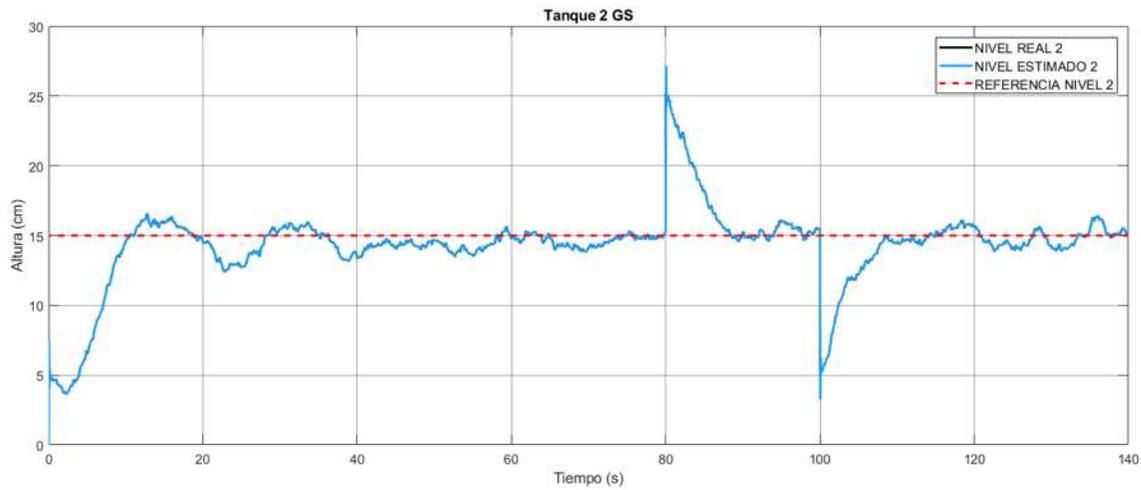


Figura 4.29: Nivel real y estimado tanque 2 con falla tipo pulso en sensor 2 GS.

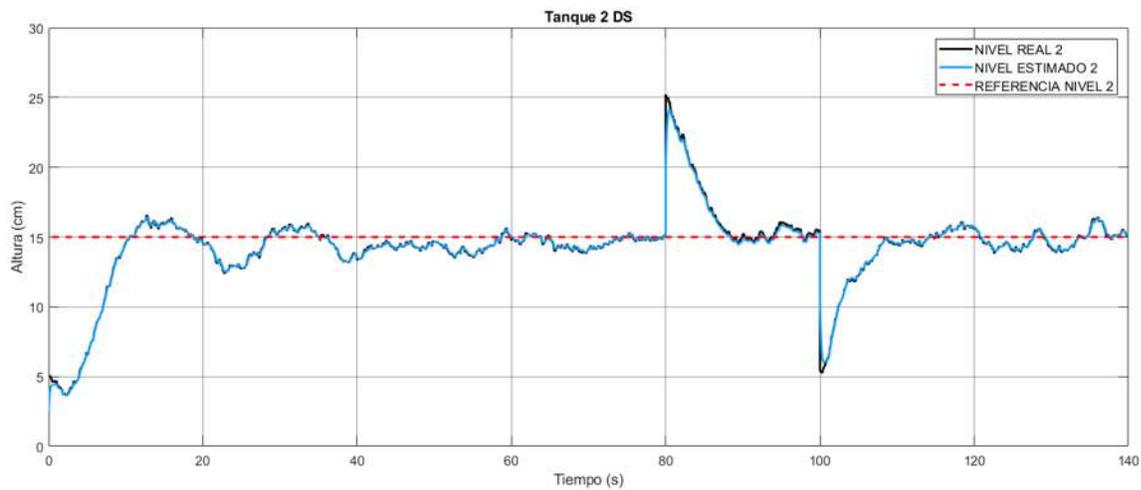


Figura 4.30: Nivel real y estimado tanque 2 con falla tipo pulso en sensor 2 DS.

Para realizar un análisis de la falla y como afecta al UIO en los dos esquemas es necesario hacer un acercamiento al momento en que se activa la falla.

En las Figuras 4.31 y 4.32 se muestra la falla en el sensor dos y que es lo que sucede con las alturas estimadas y cómo se comportan durante la falla.

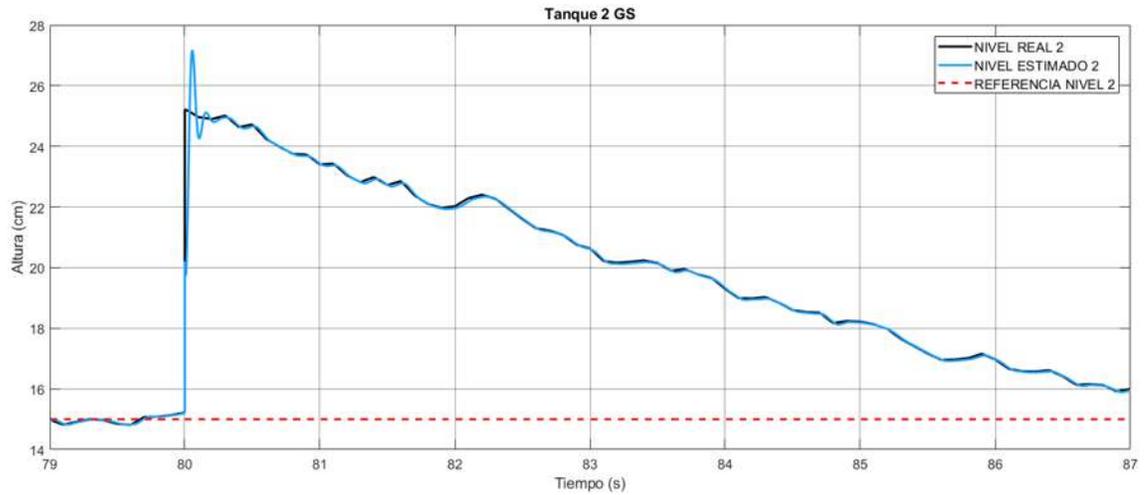


Figura 4.31: Acercamiento tanque 2 con falla tipo pulso en sensor 2 GS.

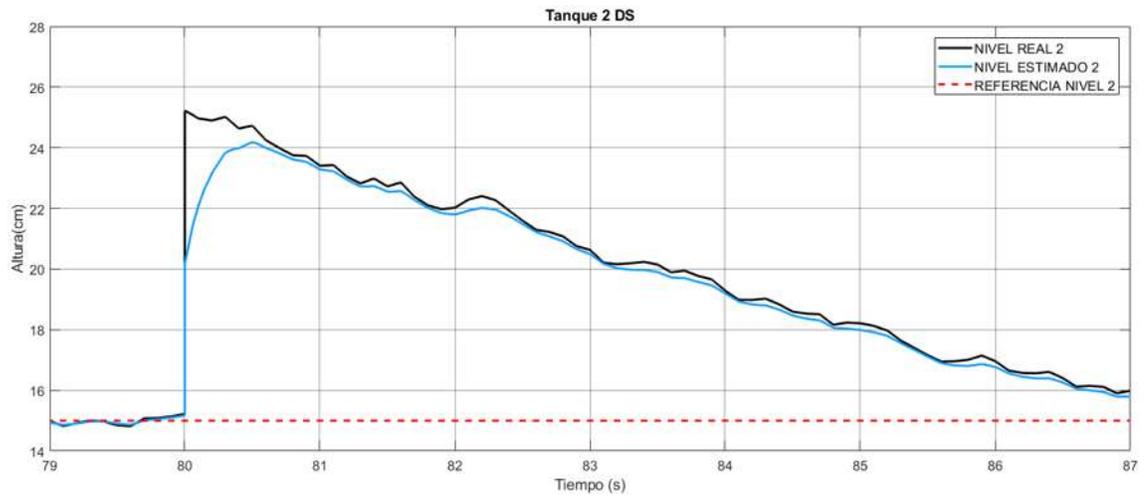


Figura 4.32: Acercamiento tanque 2 con falla tipo pulso en sensor 2 DS.

En la Figura 4.31 se muestra que al momento en que se activa la falla hay una diferencia en la convergencia del UIO, la cual después de 0.3s vuelve a converger con el mismo error de convergencia que tenía antes de la falla ( $\pm 0.1\%$ ). En la Figura 4.32 se observa que después

de iniciada la falla el UIO diverge de la altura registrada por el sensor dos, después de 0.3s vuelve a converger, pero ahora ya no con un error de  $\pm 1.14\%$  sino ahora con un error de  $\pm 1.78\%$ .

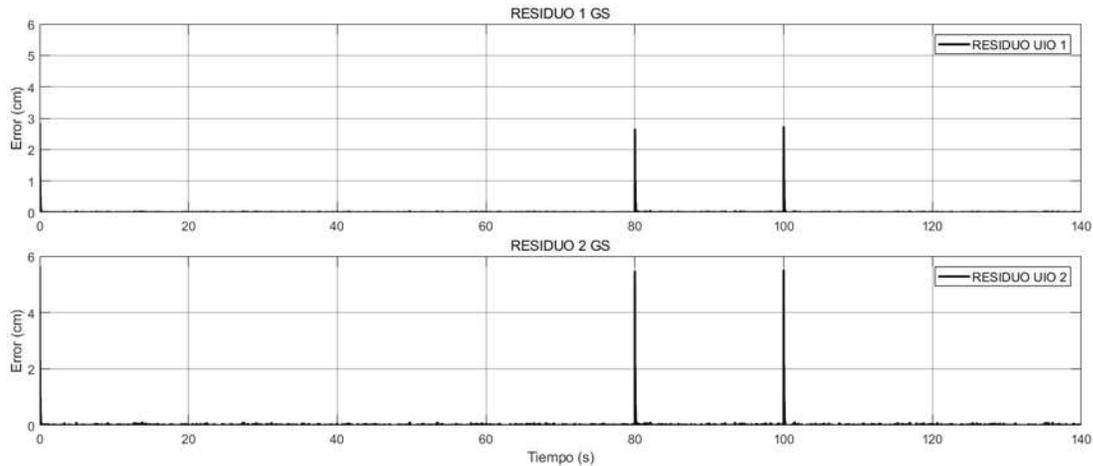


Figura 4.33: Residuos con falla tipo pulso en sensor 2 GS.

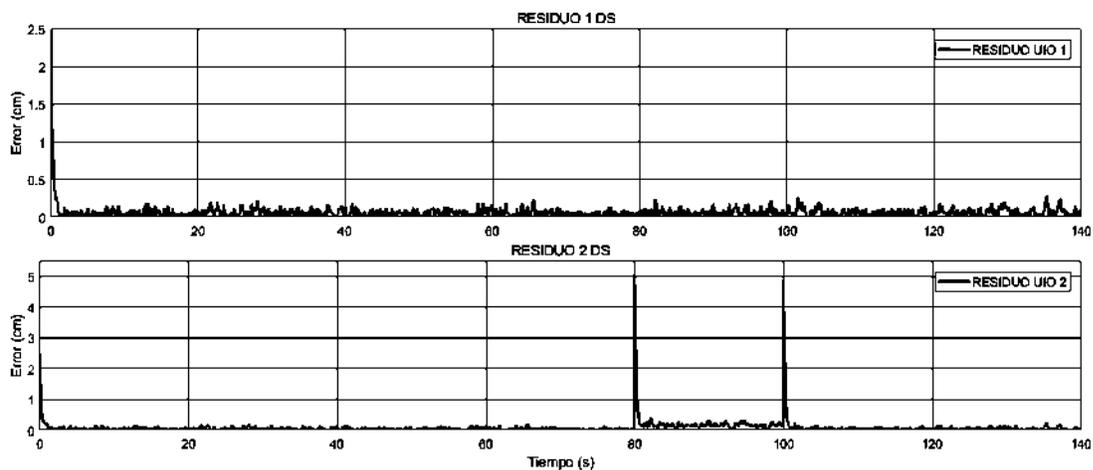


Figura 4.34: Residuos con falla tipo pulso en sensor 2 DS.

En la Figura 4.33 se muestran los residuos para GS, los cuales se activan únicamente cuando inicia y termina la falla, manteniendo la misma magnitud de error antes de la falla durante ella, el residuo dos muestra una magnitud de error al inicio de falla mayor al residuo uno, lo cual es indicativo del sensor que tiene la falla. En la Figura 4.34 se observan los residuos para DS, se muestra que el residuo uno se comporta de manera normal solo mostrando el error de convergencia del UIO sin tener una presencia de falla, mientras que

el residuo dos se activa en el momento de la falla y ya no regresa al error de antes de la falla que era  $0.21\text{cm}$ , sino que ahora tiene una magnitud de  $0.4\text{cm}$ .

### Falla tipo pulso en ambos sensores

En la tercera prueba es inyectada a ambos sensores la falla tipo pulso, comenzando en un tiempo igual a  $80\text{s}$  desapareciendo en  $100\text{s}$  para los dos sensores. La falla hará que los sensores midan  $10\text{cm}$  más que el valor real del líquido en los tanques.

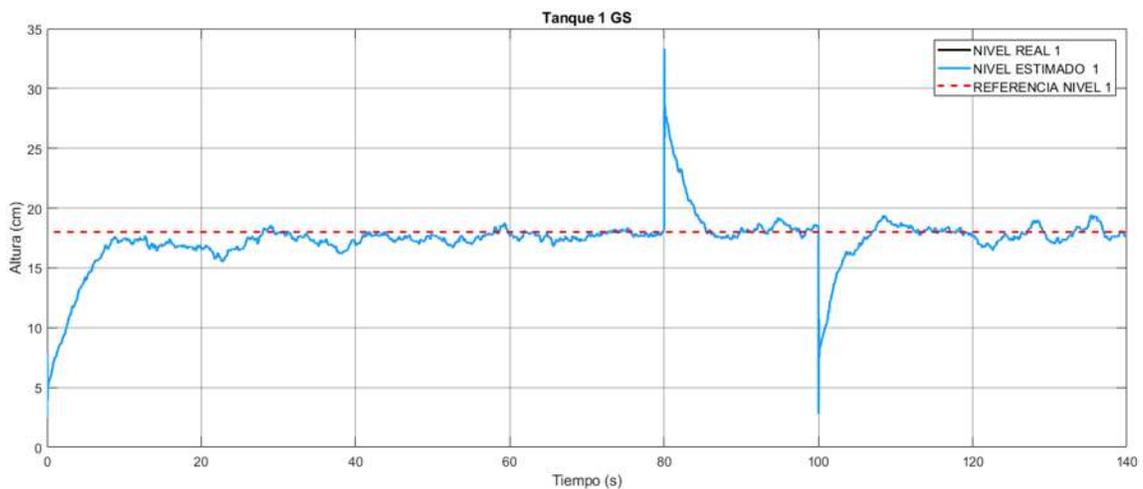


Figura 4.35: Nivel real y estimado tanque 1 con falla tipo pulso en ambos sensores GS.

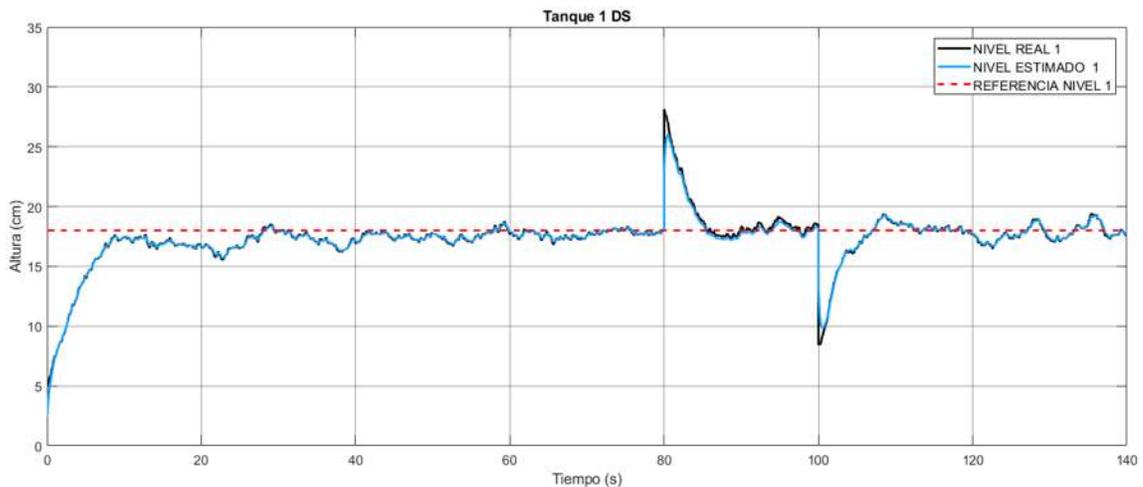


Figura 4.36: Nivel real y estimado tanque 1 con falla tipo pulso en ambos sensores DS.

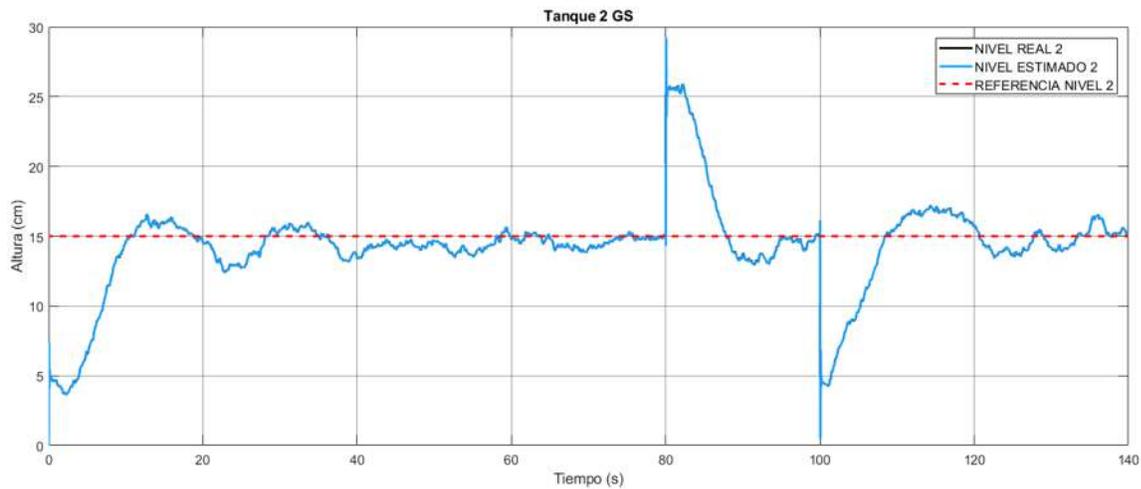


Figura 4.37: Nivel real y estimado tanque 2 con falla tipo pulso en ambos sensores GS.

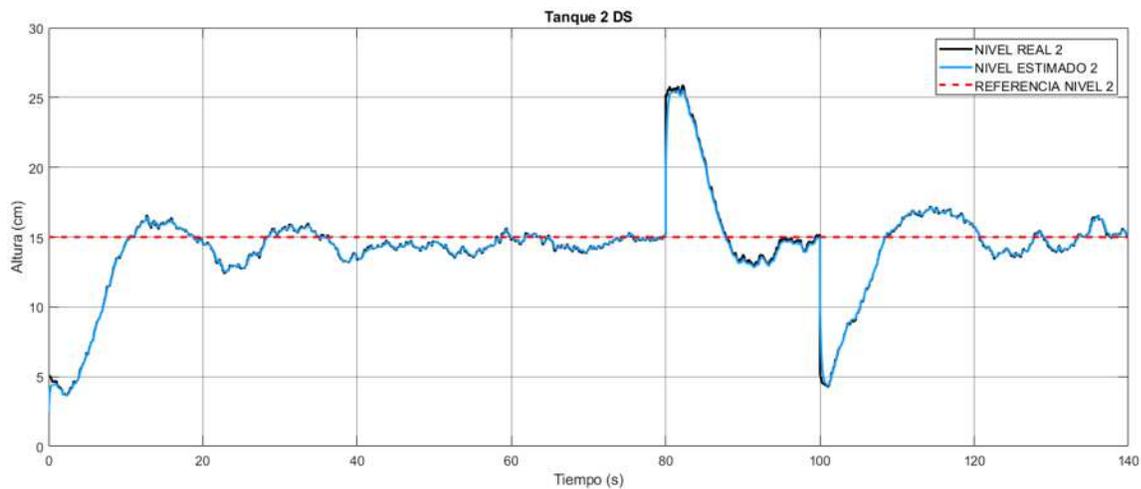


Figura 4.38: Nivel real y estimado tanque 2 con falla tipo pulso en ambos sensores DS.

En las Figuras 4.35 a 4.38 se muestra el comportamiento del nivel de líquido en los tanques en los dos esquemas y se observa que es el mismo que cuando la falla se inyectaba a cada uno de los sensores. Ahora lo importante es analizar qué es lo que pasa con los residuos al existir una falla simultánea en los dos sensores.

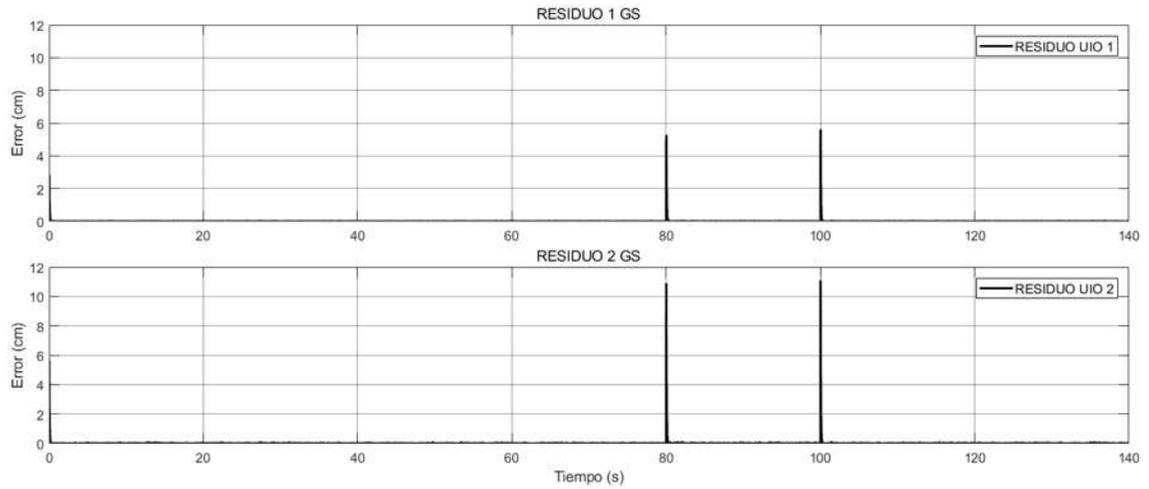


Figura 4.39: Residuos con falla tipo pulso en ambos sensores GS.

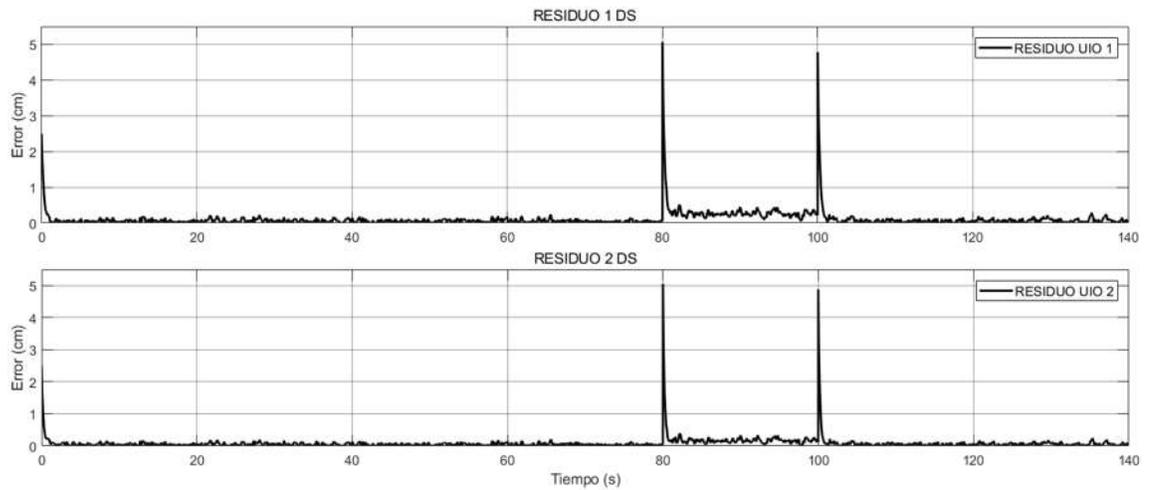


Figura 4.40: Residuos con falla tipo pulso en ambos sensores DS.

En la Figura 4.39 se muestra como en GS se activan ambos residuos al igual que cuando se presenta una falla solo en uno de los sensores, manteniendo el mismo  $\pm 0.1\%$  de error antes, durante y después de la falla. El aislamiento de la falla es complicado y confuso cuando se presenta una en el sensor dos o en los dos sensores ya que en ambos casos el residuo dos adquiere una magnitud mayor que el residuo uno al momento de que la falla aparece. En la Figura 4.40 se muestra como ambos residuos se habilitan teniendo un error durante la falla de  $0.6\text{cm}$  para el primero y de  $0.4\text{cm}$  para el segundo, es decir diferente al de antes de la falla.

#### 4.2.4. Falla tipo senoidal para GS y DS

Esta sección muestra resultados y comparación de los esquemas de UIO.

##### Falla tipo senoidal en sensor 1

La primera prueba consiste en inyectar una falla tipo senoidal, la cual representa que el sensor mide una altura que oscila en una amplitud de  $10\text{cm}$  de la altura real del líquido en el tanque. La falla es inyectada al sensor uno en un tiempo igual a  $100\text{s}$  manteniéndose activa a través del tiempo.

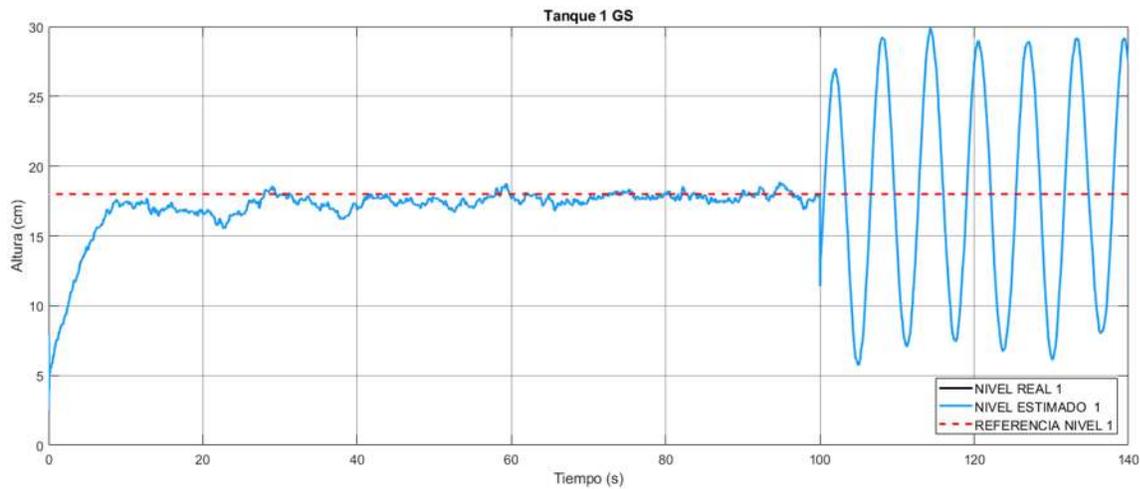


Figura 4.41: Nivel real y estimado tanque 1 con falla tipo senoidal en sensor 1 GS.

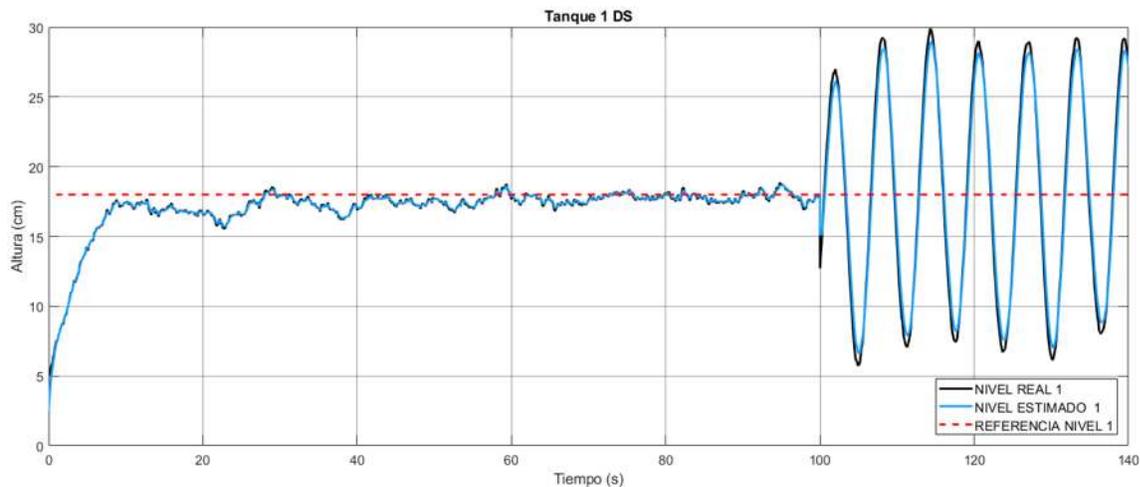


Figura 4.42: Nivel real y estimado tanque 1 con falla tipo senoidal en sensor 1 DS.

Para analizar estos resultados es necesario ver lo que pasa cuando entra la falla y durante ella.

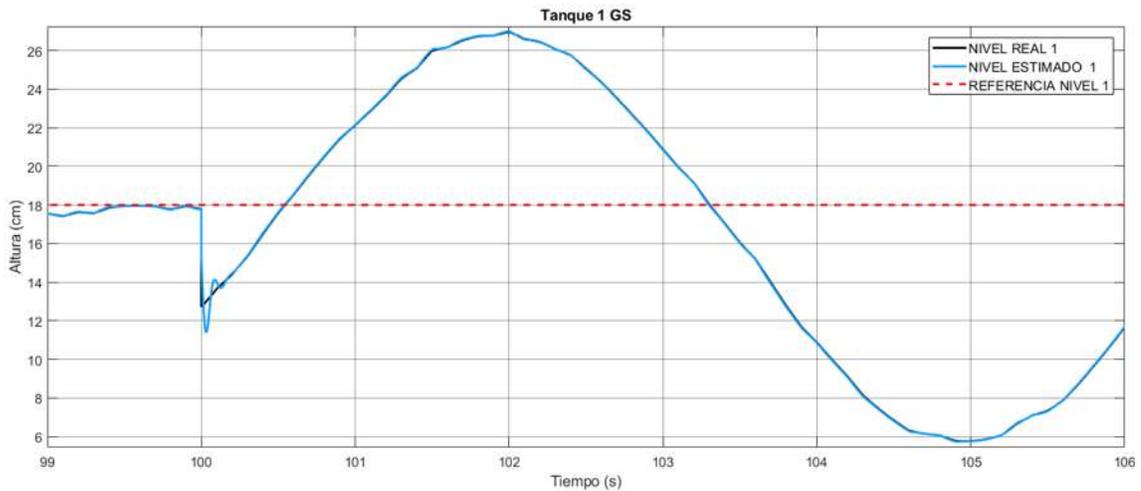


Figura 4.43: Acercamiento tanque 1 con falla tipo senooidal en sensor 1 GS.

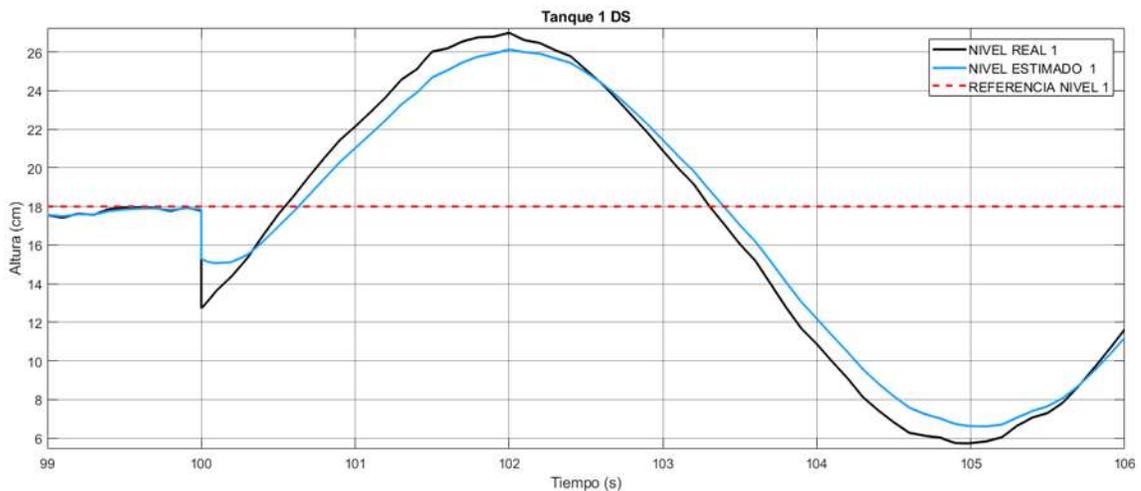


Figura 4.44: Acercamiento tanque 1 con falla tipo senooidal en sensor 1 DS.

En la Figura 4.43 se observa que al momento en que la falla aparece el UIO diverge de la altura medida por el sensor con falla, pero después de 0.2s vuelve a converger, pero ahora con un valor de error de  $\pm 0.3\%$  a diferencia del  $\pm 0.1\%$  que existía antes de la falla. En la Figura 4.44 se muestra que después de la falla el UIO ya no converge con el mismo error con el que convergía antes de la falla, ahora converge con un error de  $\pm 18.42\%$  lo cual corresponde a un error de  $\pm 1.4\text{cm}$ .

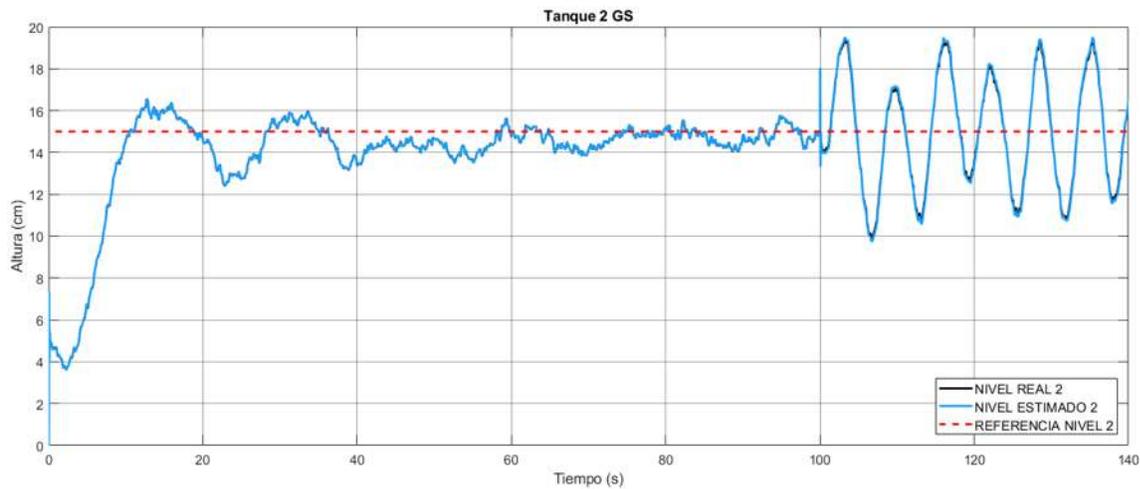


Figura 4.45: Nivel real y estimado tanque 2 con falla tipo senoidal en sensor 1 GS.

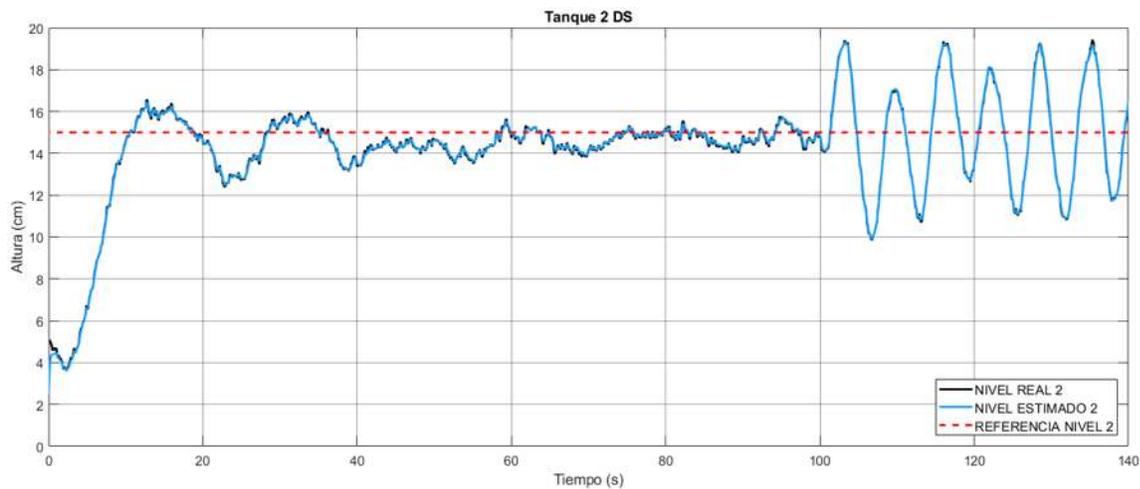


Figura 4.46: Nivel real y estimado tanque 2 con falla tipo senoidal en sensor 1 DS.

En las Figuras 4.45 y 4.45 se muestra el comportamiento de las alturas en el tanque dos con ambos esquemas y se observa que la falla también las afecta, esto es por la dependencia con el tanque uno, sin embargo, el UIO converge manteniendo los errores de convergencia que tenían antes de la falla.

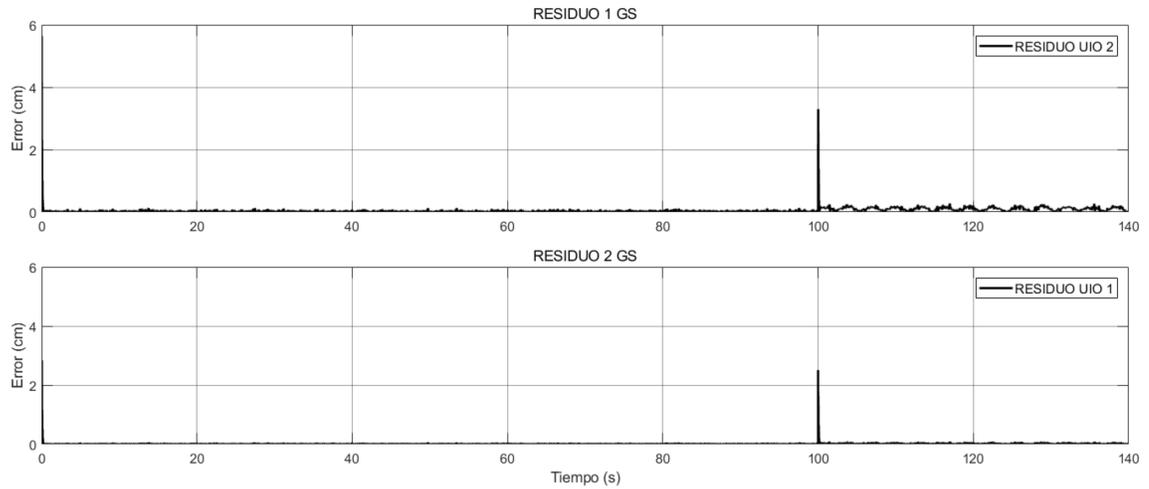


Figura 4.47: Residuos con falla tipo senoidal en sensor 1 GS.

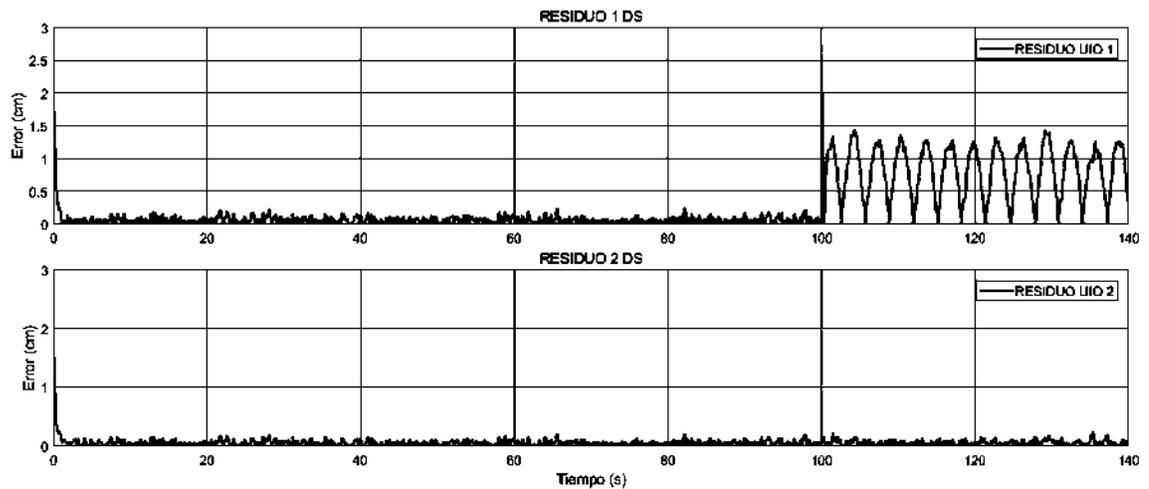


Figura 4.48: Residuos con falla tipo senoidal en sensor 1 DS.

En la Figura 4.47 el residuo uno se activa con una magnitud mayor al residuo dos, en este tipo de fallas se registra un aumento del  $\pm 0.2\%$  de error por lo cual en el residuo uno se puede aislar la falla. En la Figura 4.48 se observa que el residuo uno detecta la falla inyectada al sensor uno, después de la falla el error ya no regresa al anterior, sino que muestra un error de  $1.4\text{cm}$  siendo evidente la anomalía. El residuo dos no se ve afectado por la falla manteniendo el error de convergencia constante.

### Falla tipo senoidal en sensor 2

La segunda prueba consiste en inyectar una falla tipo senoidal al sensor dos, la cual representa que el sensor mide una altura que oscila en una amplitud de  $10\text{cm}$  de la altura real del líquido en el tanque. La falla es inyectada en un tiempo igual a  $100\text{s}$  manteniéndose activa por el resto del tiempo.

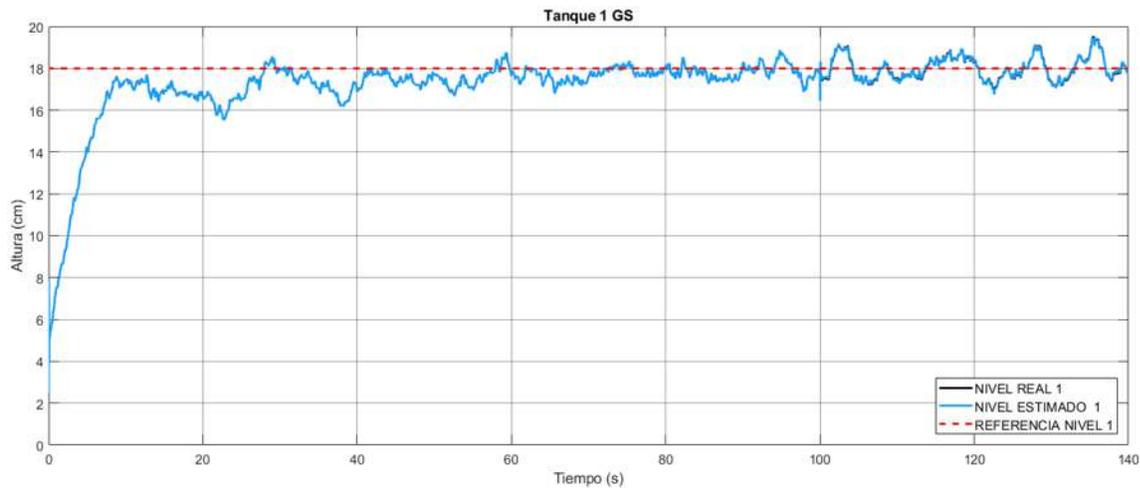


Figura 4.49: Nivel real y estimado tanque 1 con falla tipo senoidal en sensor 2 GS.

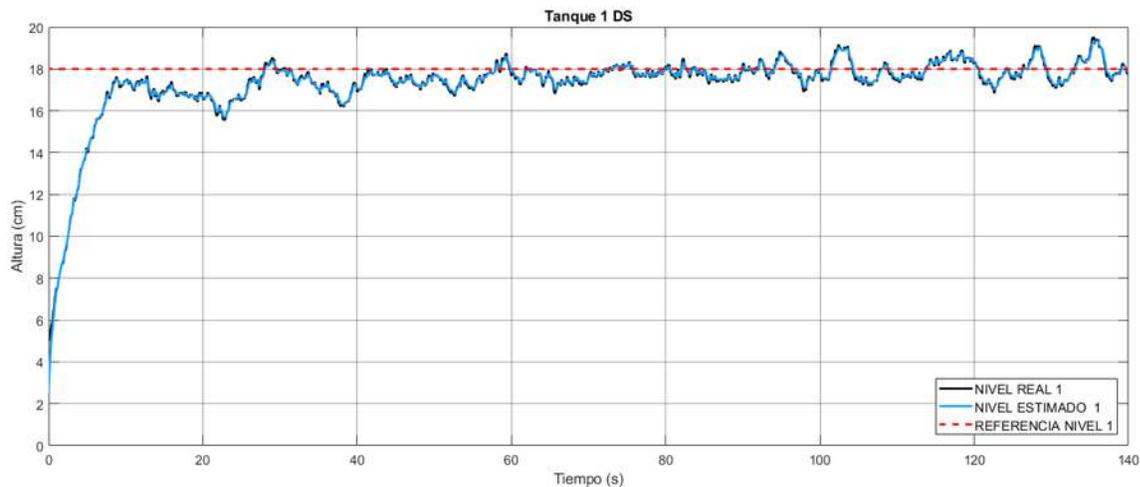


Figura 4.50: Nivel real y estimado tanque 1 con falla tipo senoidal en sensor 2 DS.

En las Figuras 4.49 y 4.50 se muestra el comportamiento de las alturas del tanque uno en ambos esquemas, y se aprecia que se comportan de manera habitual sin reportar alguna anomalía de la falla en el sensor dos.

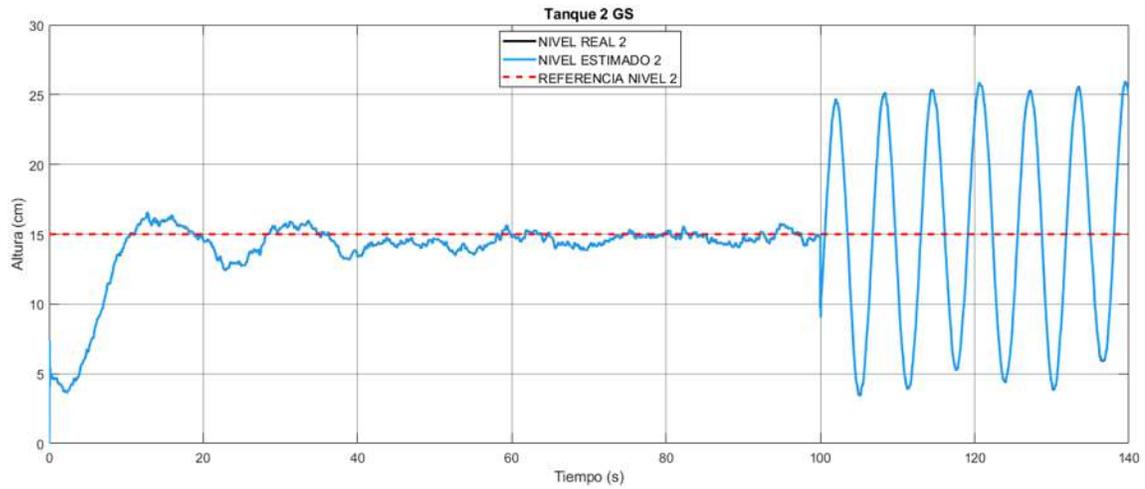


Figura 4.51: Nivel real y estimado tanque 2 con falla tipo senoidal en sensor 2 GS.

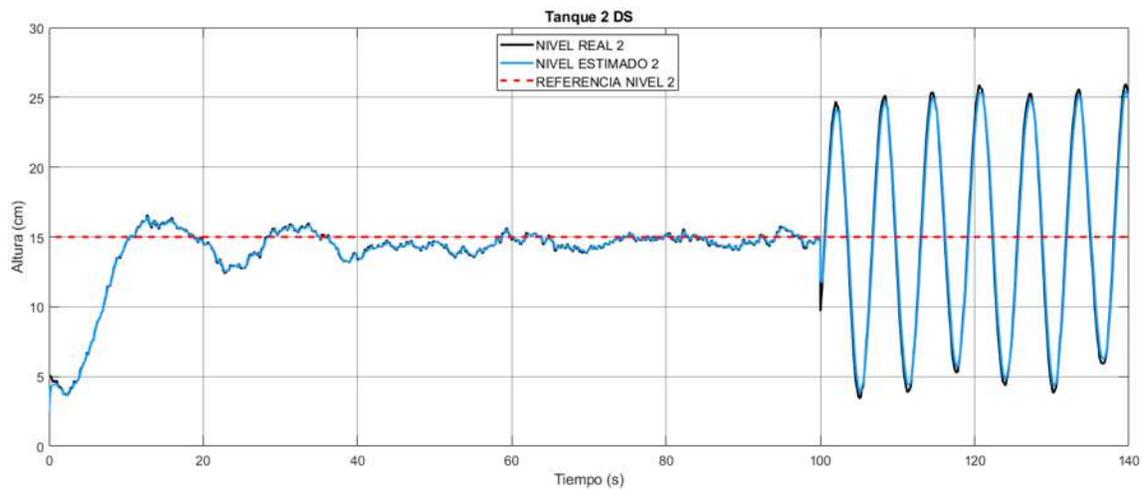


Figura 4.52: Nivel real y estimado tanque 2 con falla tipo senoidal en sensor 2 DS.

En las Figuras 4.51 y 4.52 se muestran las alturas en el tanque dos y se observa que la falla las afecta, aunque no de la misma manera ni con el mismo error. En los acercamientos siguientes se analiza estas diferencias.

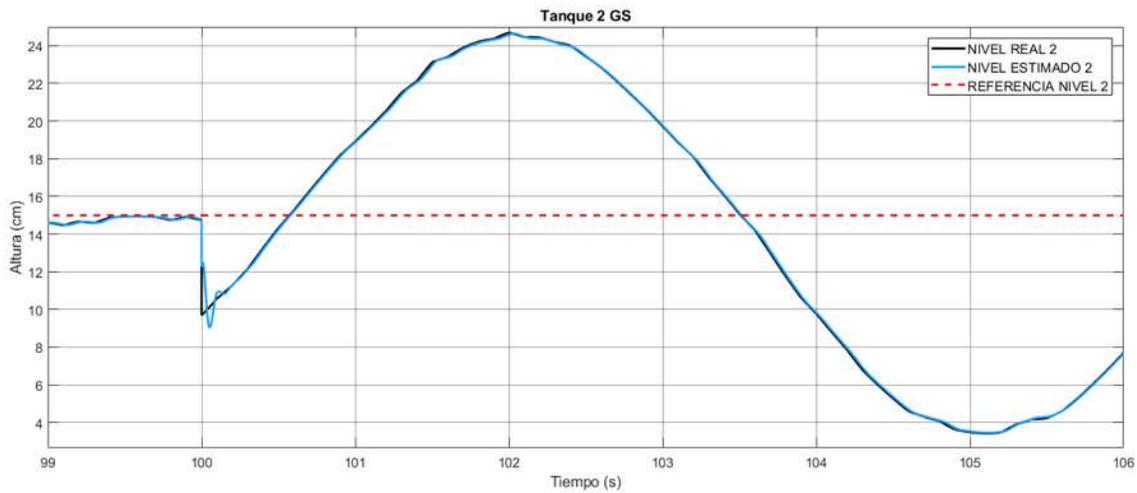


Figura 4.53: Acercamiento tanque 2 con falla tipo senoidal en sensor 2 GS.

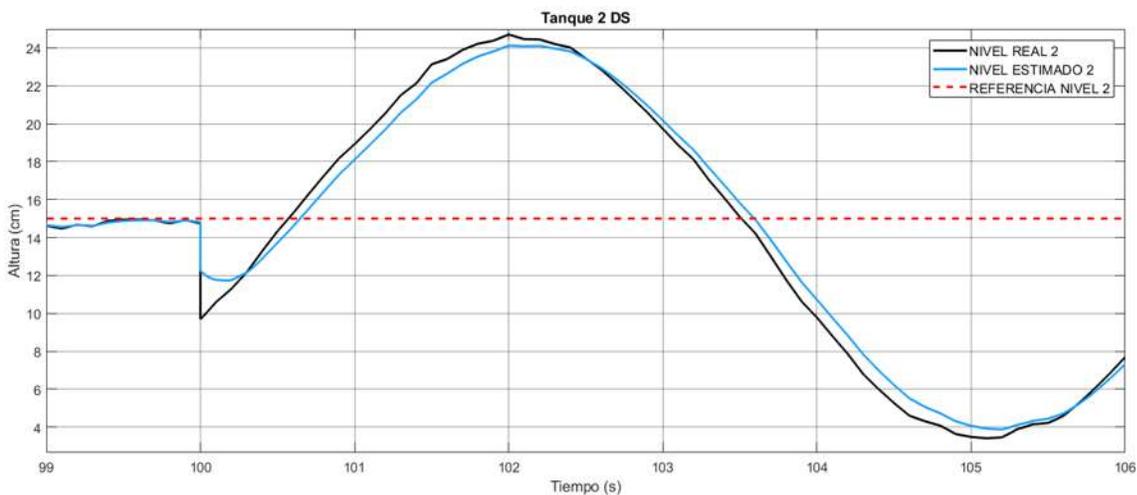


Figura 4.54: Acercamiento tanque 2 con falla tipo senoidal en sensor 2 DS.

En la Figura 4.53 se muestra que en el instante de la falla el UIO diverge de la altura medida por el sensor con falla, sin embargo  $0.2s$  después regresa a converger con el mismo error que tenía antes de la falla. Mientras que en la Figura 4.54 después de la falla el UIO converge, pero con un error diferente al  $\pm 1.14\%$ , ahora lo hace con uno de  $\pm 4.3\%$  generando así un residuo fácil de aislar.

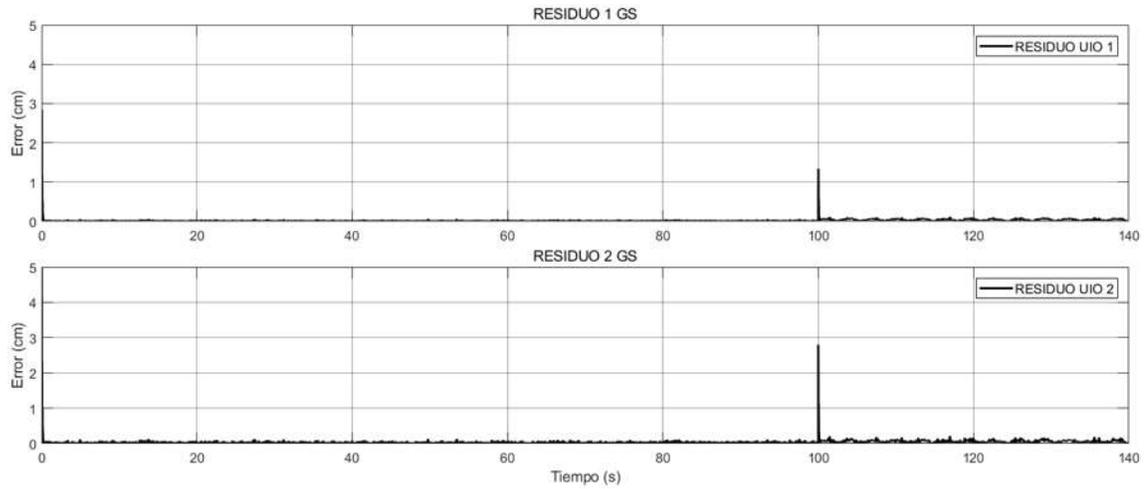


Figura 4.55: Residuos con falla tipo senoidal en sensor 2 GS.

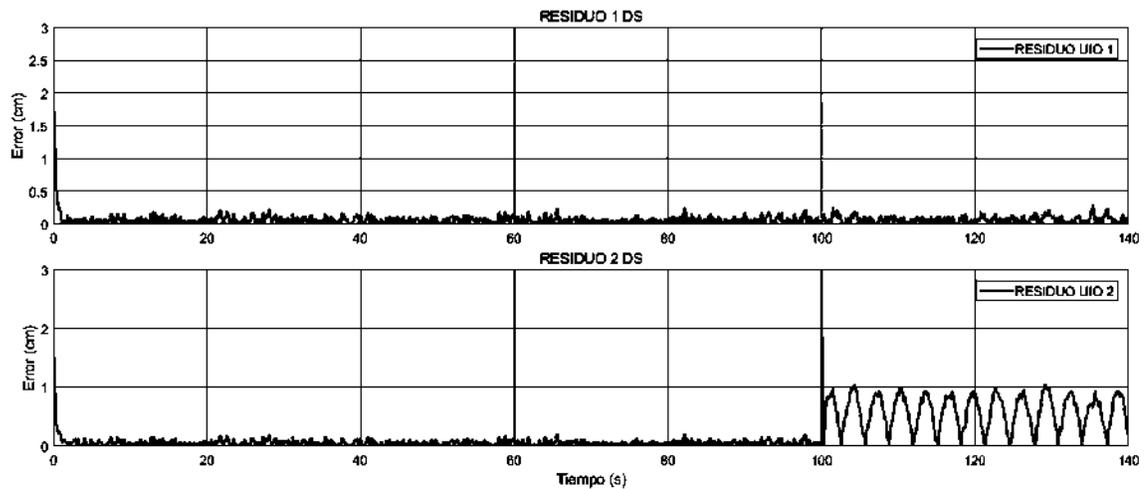


Figura 4.56: Residuos con falla tipo senoidal en sensor 2 DS.

Los residuos de la Figura 4.55 siguen teniendo el mismo comportamiento que todas las pruebas anteriores, ambos de activan teniendo el pulso de mayor magnitud el residuo donde la falla fue inducida. La Figura 4.56 muestra al residuo uno sin ningún cambio en su comportamiento habitual, sin embargo, el residuo dos muestra el error de convergencia del UIO después de la falla, que corresponde a  $1\text{cm}$ .

### Falla tipo senoidal en ambos sensores

Para la tercera prueba se induce una falla senoidal a ambos sensores en un tiempo igual a 100s y permanece así por el resto del tiempo.

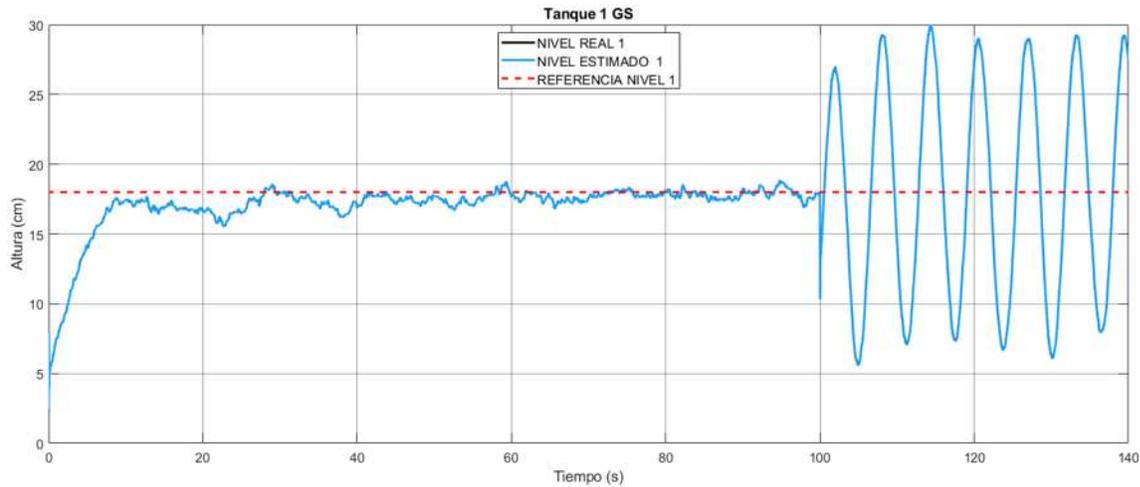


Figura 4.57: Nivel real y estimado tanque 1 con falla tipo senoidal ambos sensores GS.

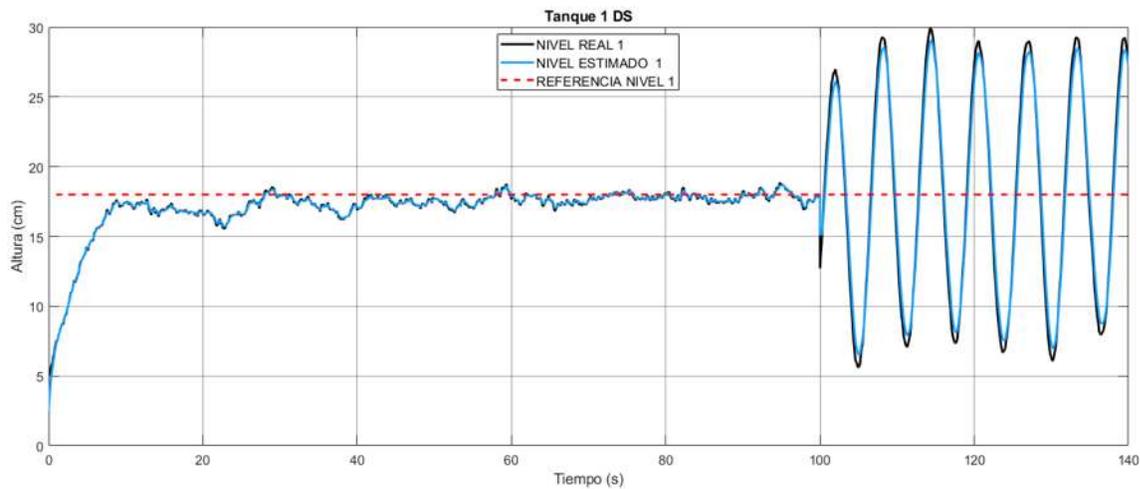


Figura 4.58: Nivel real y estimado tanque 1 con falla tipo senoidal ambos sensores DS.

El comportamiento de los tanques visto en ambos esquemas mostrados en las Figuras 4.57 y 4.58 es igual a cuando se presenta fallas en los sensores individualmente.

En este caso los niveles son afectados por la falla registrando solo un error de convergencia durante la falla en el DS.

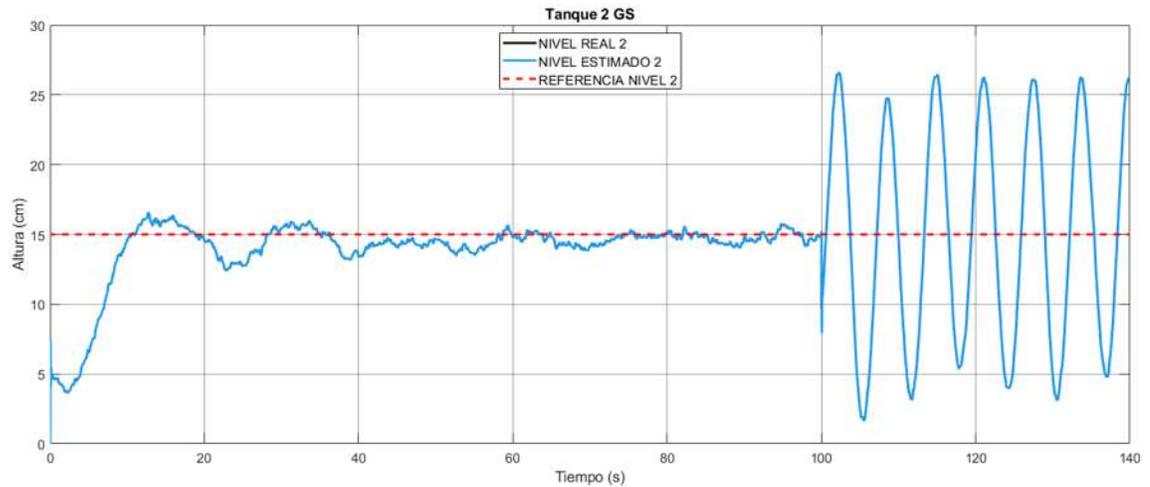


Figura 4.59: Nivel real y estimado tanque 2 con falla tipo senoidal ambos sensores GS.

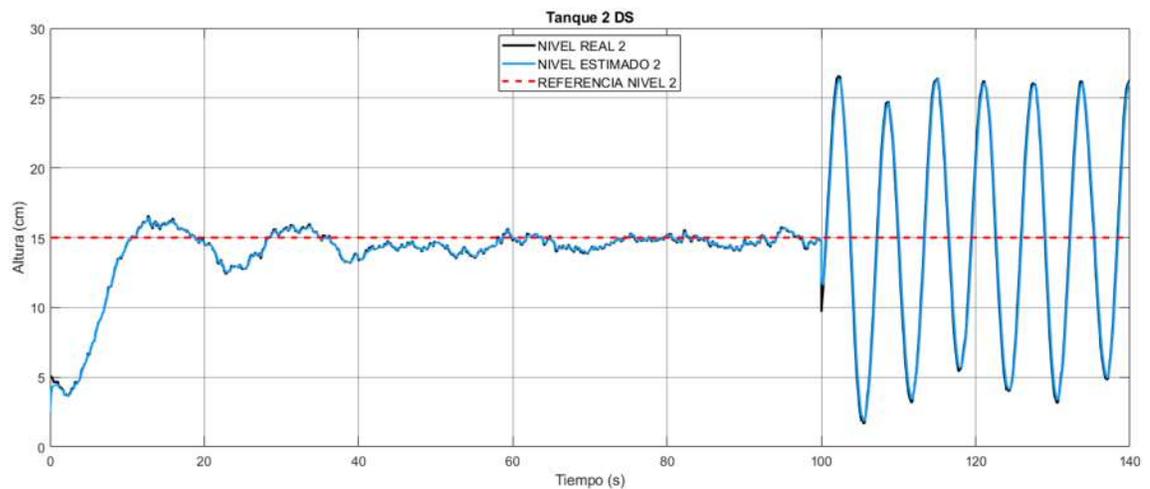


Figura 4.60: Nivel real y estimado tanque 2 con falla tipo senoidal ambos sensores DS.

Al igual que el tanque uno, los niveles en el tanque dos mostrados en las Figuras 4.59 y 4.60 se comportan igual a cuando existe una falla individual en cada sensor, y solo se registra error en la convergencia durante la falla en el DS.

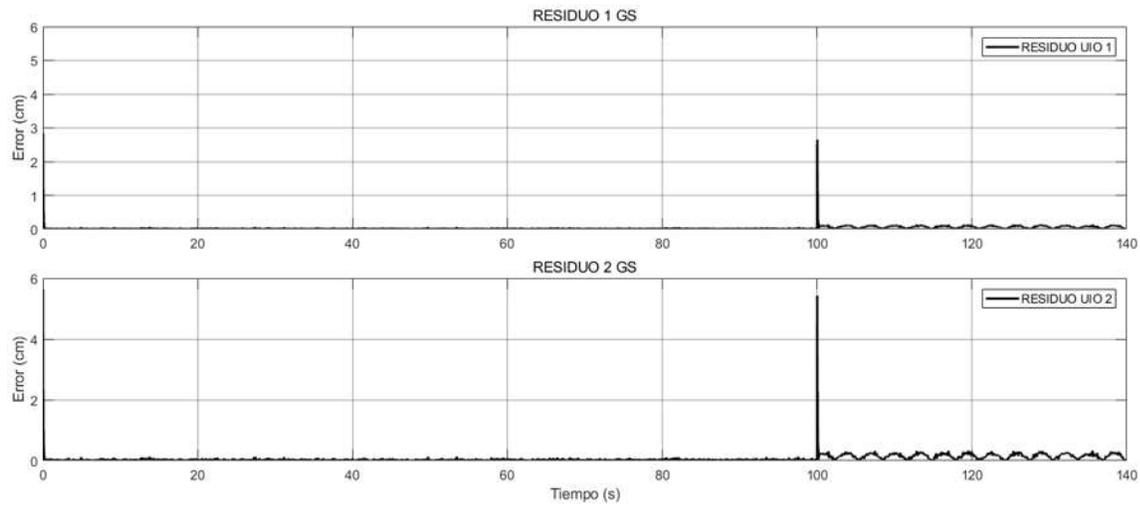


Figura 4.61: Residuos con falla tipo senoidal en ambos sensores GS.

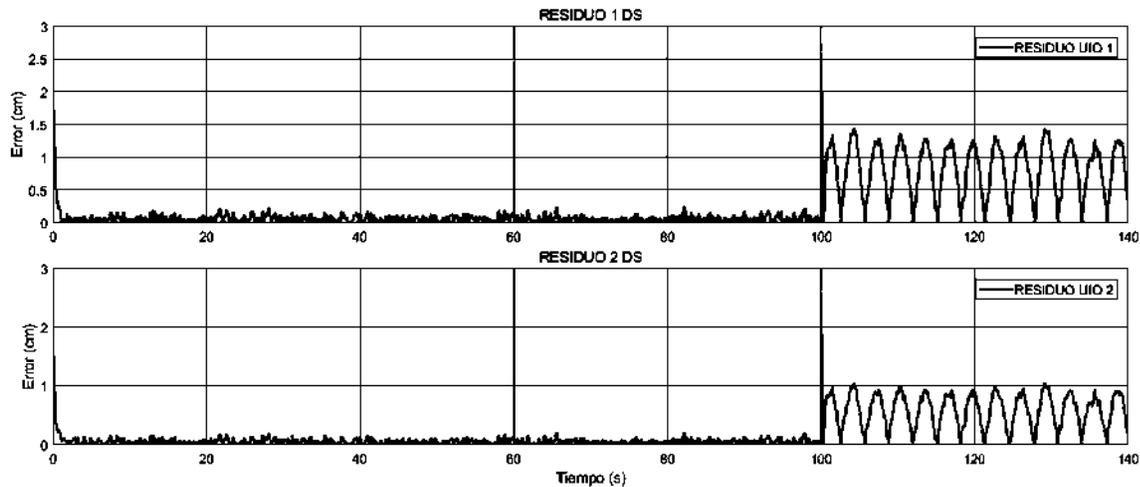


Figura 4.62: Residuos con falla tipo senoidal en ambos sensores DS.

Como se muestra durante las fallas tipo senoidal los residuos con GS muestran una mejor divergencia después de la falla, sin embargo, en cualquier tipo de escenario de falla ambos residuos se activan, esto se muestra en la Figura 4.61. En la Figura 4.62 se muestra que ambos residuos se activan, en el DS si se puede aislar de una mejor manera las fallas ocurridas, en este caso de falla simultanea los errores de los residuos son de  $1.4\text{cm}$  para el residuo uno y de  $1\text{cm}$  para el residuo dos.

### 4.3. Resultados y comparación del GS y DS en tiempo real

Esta sección muestra los resultados de la implementación en tiempo real del diagnóstico de fallas visto desde GS y DS, haciendo también una comparación entre ambos.

#### 4.3.1. Respuesta del UIO en presencia de una entrada desconocida

Primero, se comprueba la convergencia del GS y DS UIO con la planta, ésta prueba considera la planta libre de falla. La entrada desconocida se considera como el ruido de medición existente por el movimiento del líquido en los tanques.

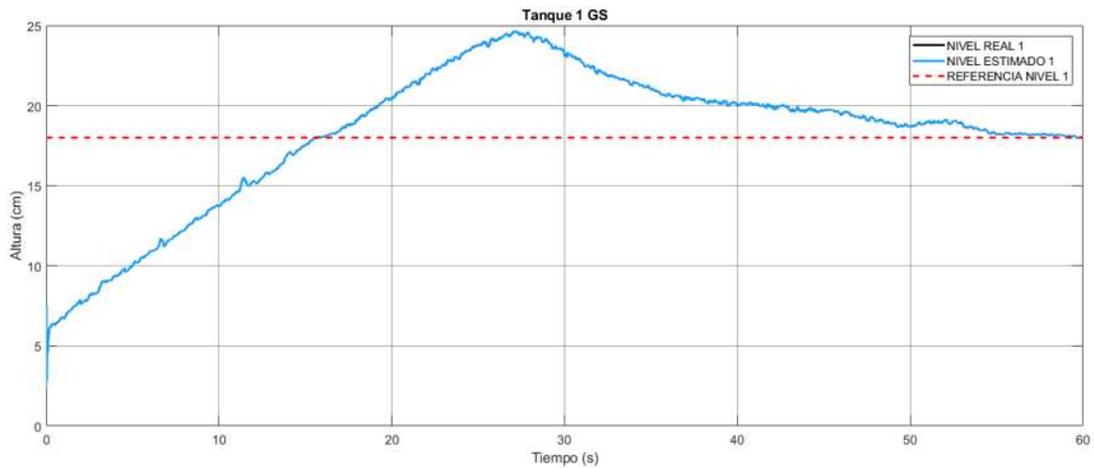


Figura 4.63: Nivel real y estimado tanque 1 con entrada desconocida GS.

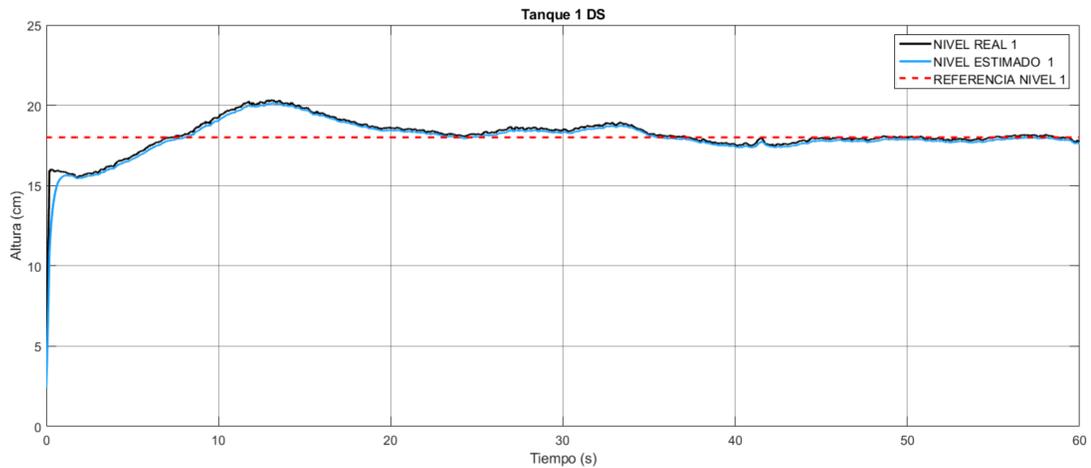


Figura 4.64: Nivel real y estimado tanque 1 con entrada desconocida DS.

En la Figura 4.63 se observa que el GS UIO converge a las alturas reales entregadas por el sensor, lo mismo pasa en la Figura 4.64 aunque es notorio que existe cierto error de convergencia del DS UIO que se verá al hacer un acercamiento.

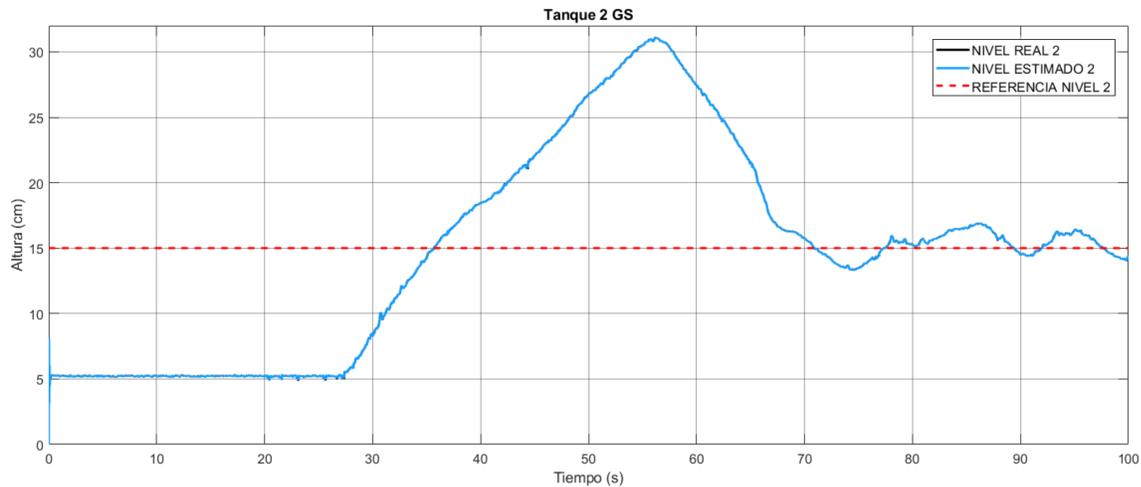


Figura 4.65: Nivel real y estimado tanque 2 con entrada desconocida GS.

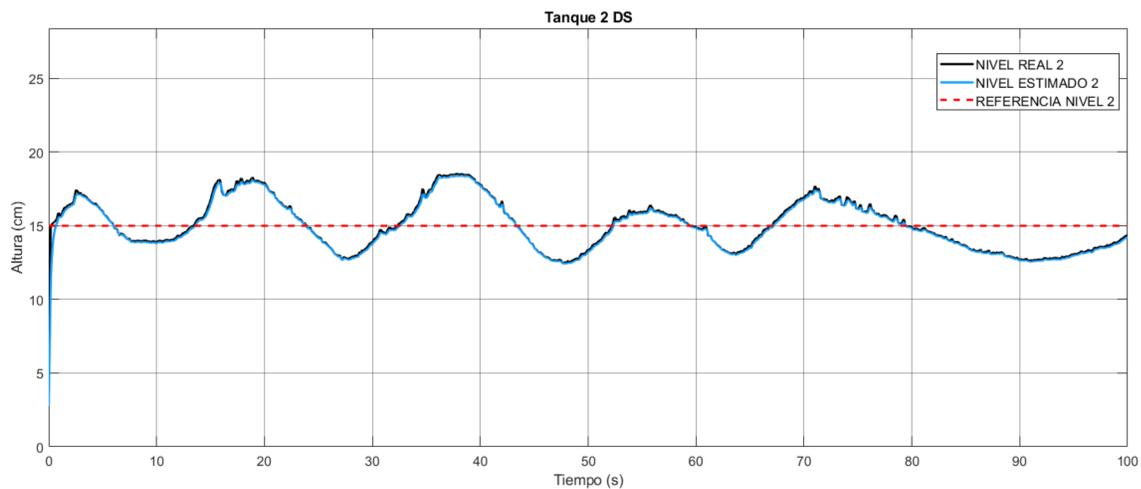


Figura 4.66: Nivel real y estimado tanque 2 con entrada desconocida DS.

En la Figura 4.65 sucede lo mismo que en las alturas del tanque uno, se observa que el GS UIO converge a las alturas entregadas por el sensor, en la Figura 4.66 también se muestra la convergencia aunque con cierto error.

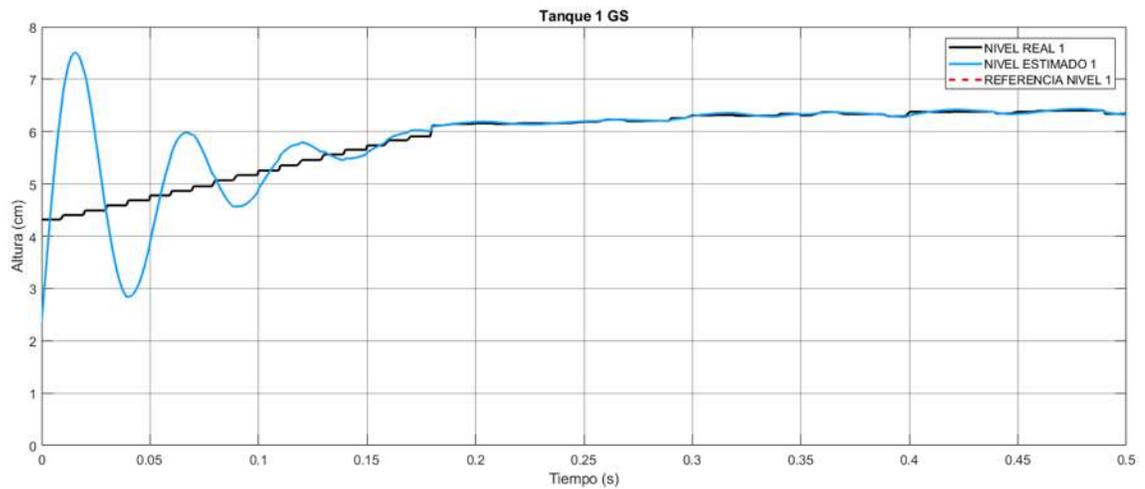


Figura 4.67: Acercamiento tanque 1 con entrada desconocida GS.

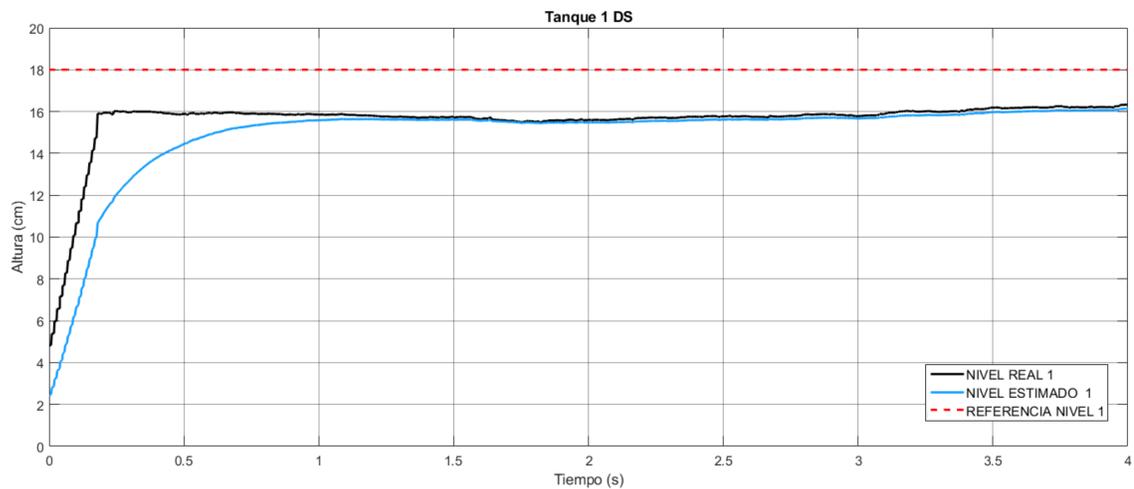


Figura 4.68: Acercamiento tanque 1 con entrada desconocida DS.

En la Figura 4.67 se muestra la convergencia del GS UIO en el tanque uno y se observa que converge a los 0.2s con un error de  $\pm 0.27\%$  respecto a la medición de altura del sensor. La Figura 4.68 muestra que en 1.3s el DS UIO converge a la altura real del sensor teniendo un error de convergencia de  $\pm 1.1\%$ .

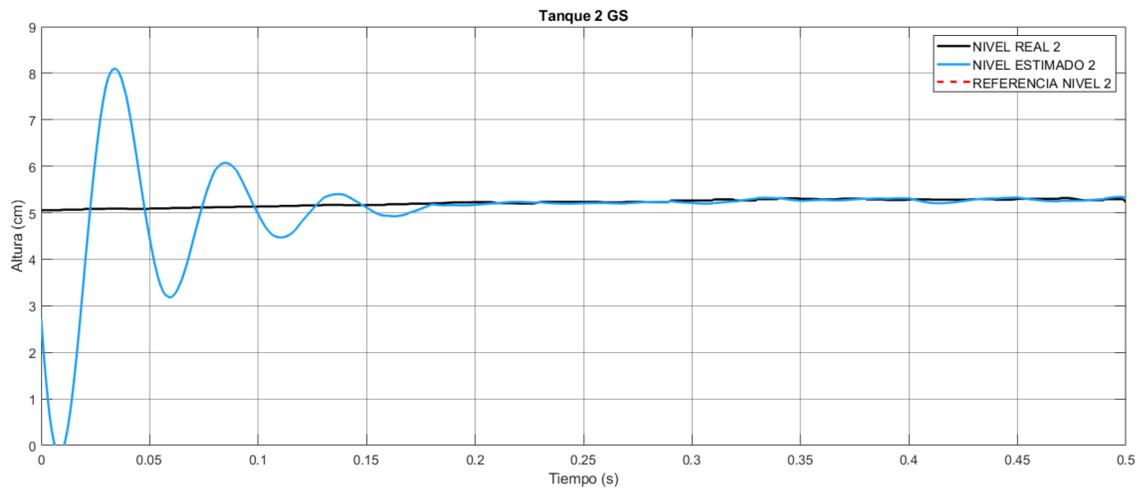


Figura 4.69: Acercamiento tanque 2 con entrada desconocida GS.

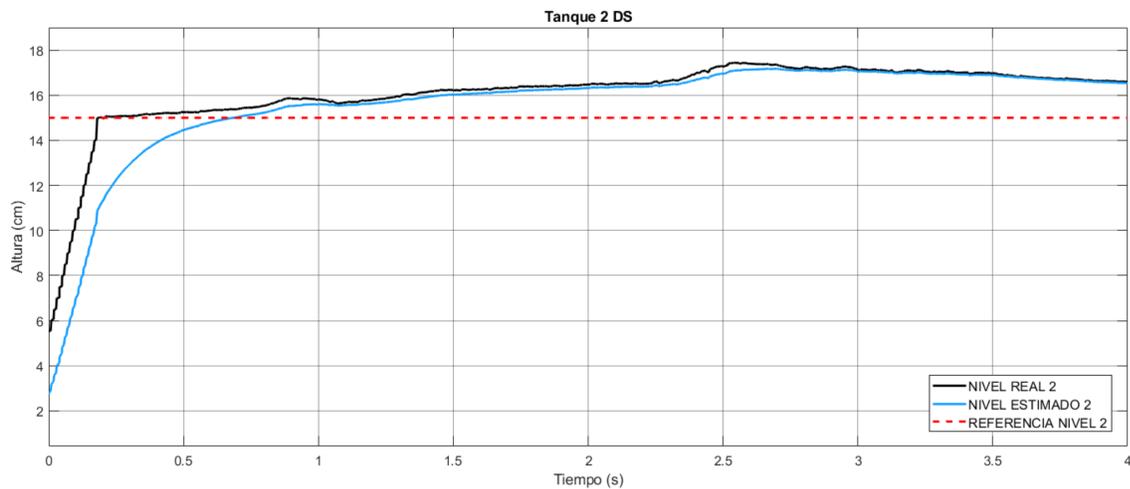


Figura 4.70: Acercamiento tanque 2 con entrada desconocida DS.

En la Figura 4.69 se muestra que el GS UIO converge también en 0.2s a la altura registrada por el sensor dos con un error de  $\pm 0.36\%$ . En la Figura 4.70 se observa que el DS UIO converge en un tiempo de 1.3s con un error de  $\pm 1.6\%$ . Los errores de convergencia mostrados en las imágenes antes descritas se reflejan en el comportamiento de los residuos.

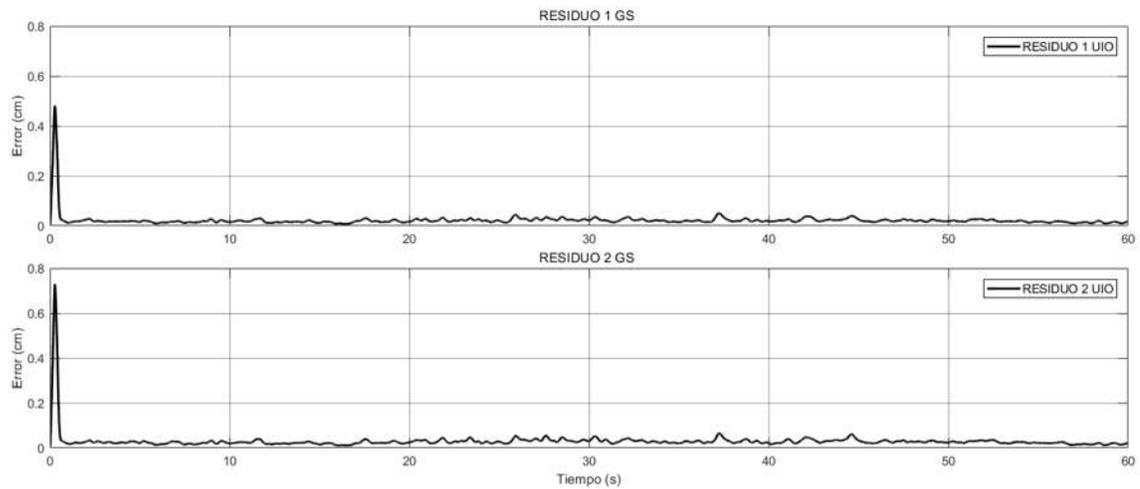


Figura 4.71: Residuos con entrada desconocida GS.

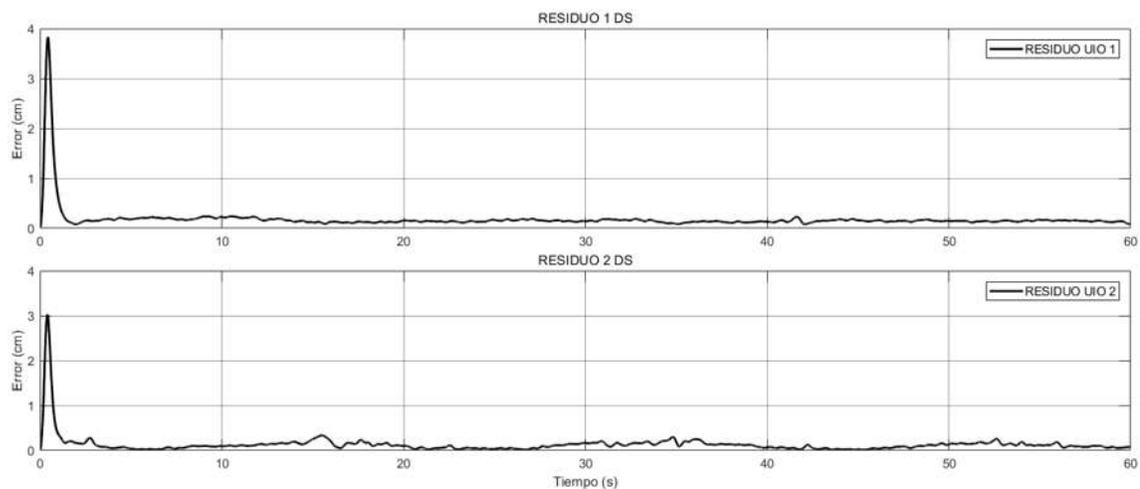


Figura 4.72: Residuos con entrada desconocida DS

En la Figura 4.71 se observan los errores de convergencia de GS dados en centímetros, es decir para el tanque uno un error de  $0.05\text{cm}$  y para el tanque dos de  $0.065\text{cm}$ . Para el DS mostrado en la Figura 4.72 el error es mayor teniendo para el tanque uno un error de  $0.25\text{cm}$  y para el tanque dos un error de  $0.35\text{cm}$ . En ninguna de las Figuras se muestra la presencia de falla.

### 4.3.2. Falla tipo pulso para GS y DS

Esta sección muestra resultados y comparación de los esquemas de UIO ante la presencia de falla.

#### Falla tipo pulso en sensor 1

En esta prueba se inyecta una falla tipo pulso para el sensor uno, lo cual implica que el sensor mida 10cm más de la altura real del líquido.

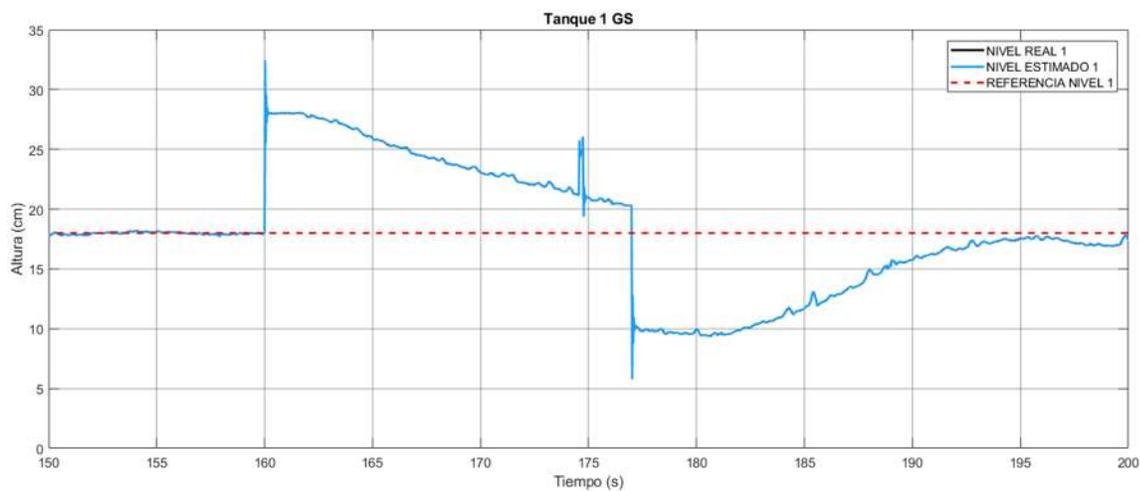


Figura 4.73: Nivel real y estimado tanque 1 con falla tipo pulso en sensor 1 GS.

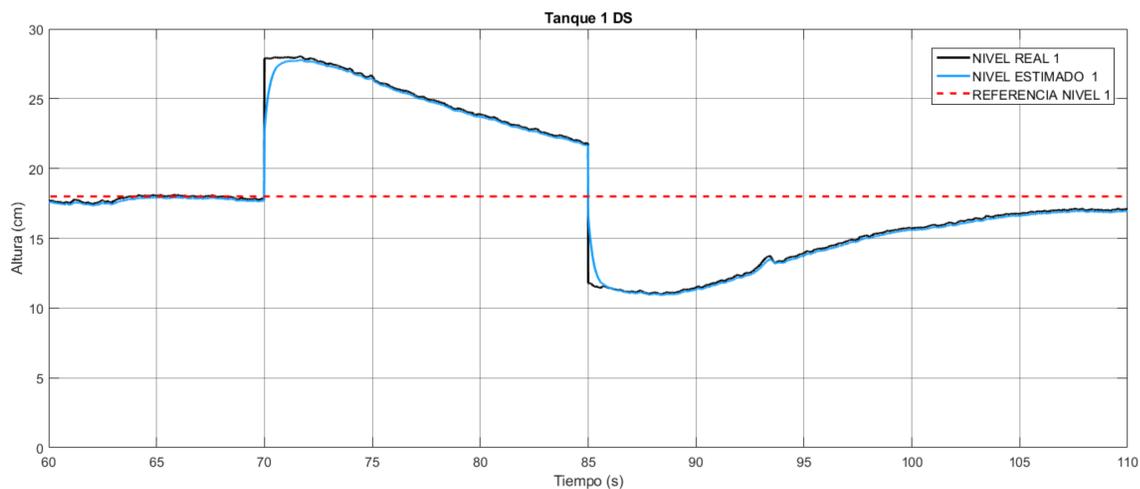


Figura 4.74: Nivel real y estimado tanque 1 con falla tipo pulso en sensor 1 DS.

En las Figuras 4.73 y 4.73 se muestra la respuesta de las alturas estimadas y las entregadas por el sensor, se observa que ambos esquemas convergen, pero teniendo valores de error distintos durante la falla. En GS el error de convergencia sigue siendo el mismo durante la falla mientras que en DS durante la falla el error de convergencia es diferente al existente antes de la falla.

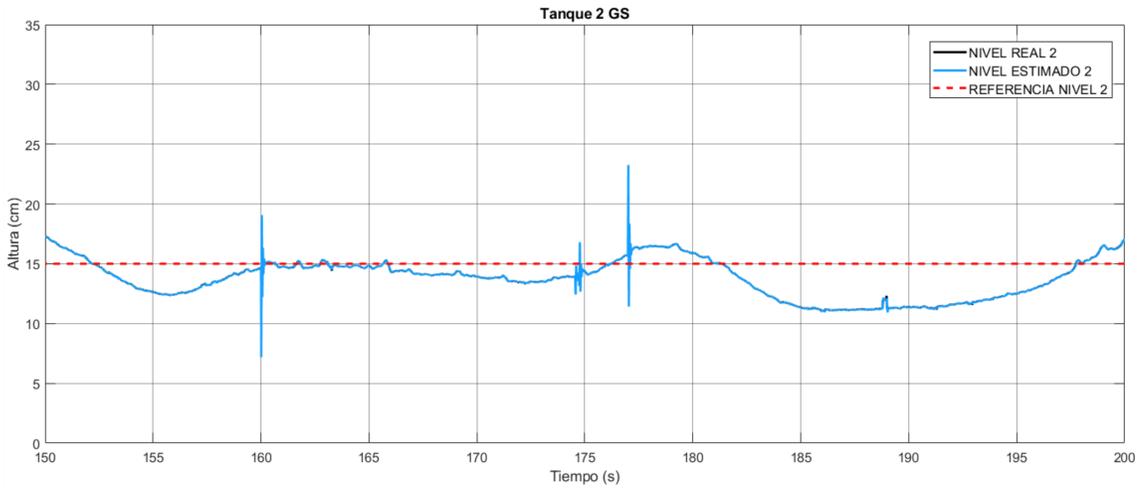


Figura 4.75: Nivel real y estimado tanque 2 con falla tipo pulso en sensor 1 GS.

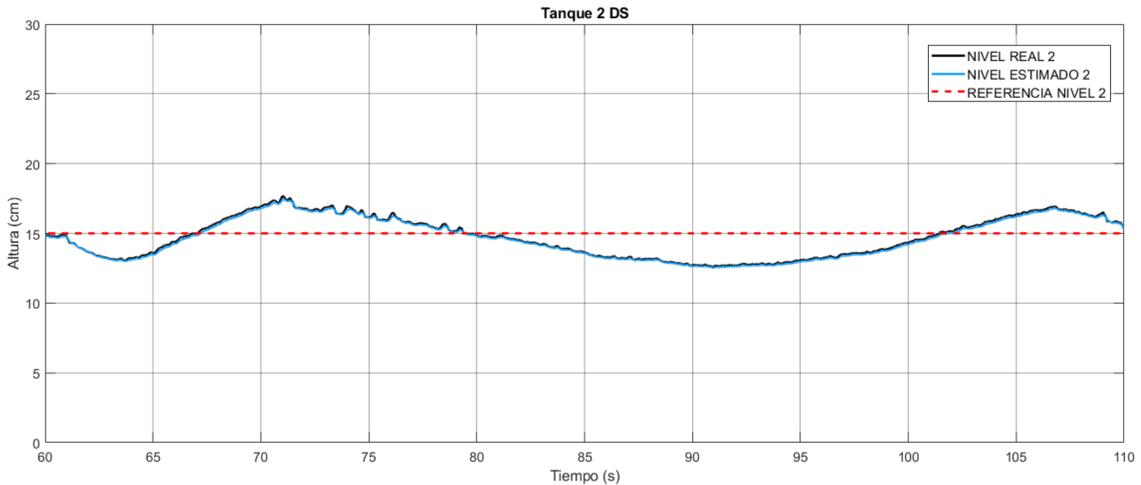


Figura 4.76: Nivel real y estimado tanque 2 con falla tipo pulso en sensor 1 DS.

En la Figura 4.75 se muestra un pulso generado por la falla en el sensor uno ya que el tanque dos depende del tanque uno, sin embargo, el error de convergencia durante el tiempo de falla es el mismo que antes de la falla. En la Figura 4.76 si bien debería verse el

efecto de la falla en el sensor uno no se alcanza a registrar por el estado de altura en que se encontraba el tanque dos.

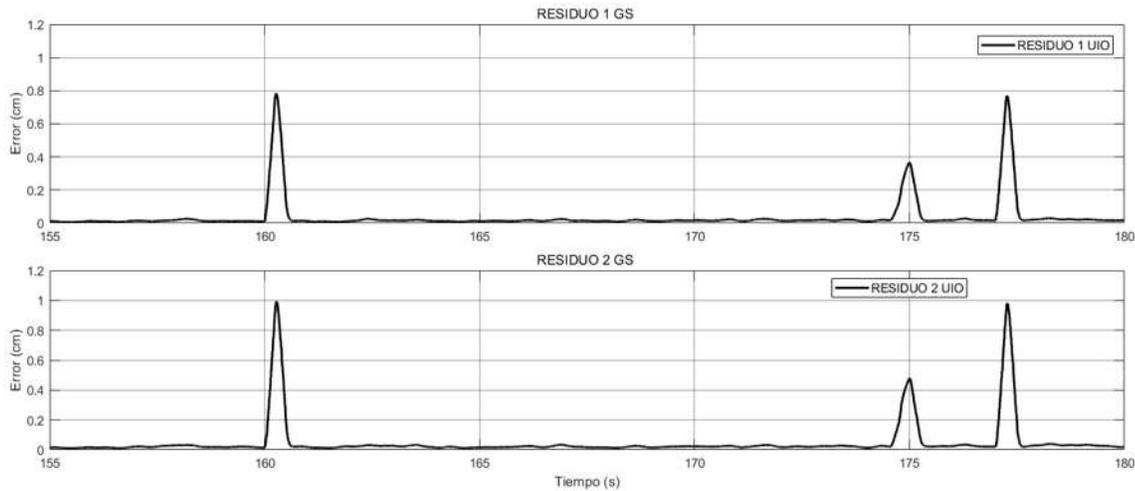


Figura 4.77: Residuos con falla tipo pulso en sensor 1 GS.

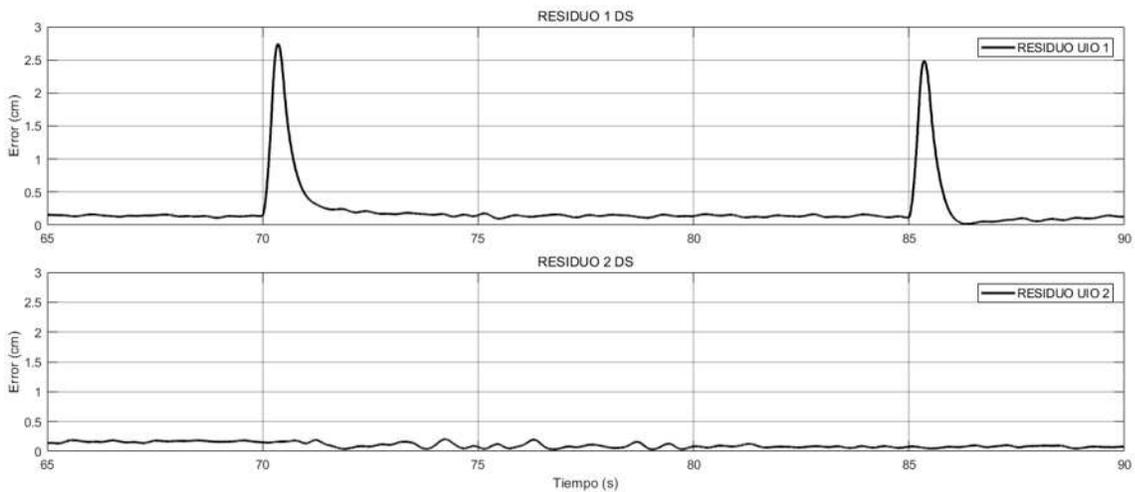


Figura 4.78: Residuos con falla tipo pulso en sensor 1 DS.

En los residuos de GS de la Figura 4.77 se observa que ambos residuos se habilitan al momento de la falla, pero durante ella regresan al mismo error de convergencia que tenían antes y la magnitud del residuo dos es mayor a pesar de que la falla es en el sensor uno. En el DS de la Figura 4.78 se muestra que solo se habilita el residuo uno correspondiente a la falla en el sensor uno, sin embargo, durante la falla regresa al mismo error de convergencia

que tenía antes de la falla.

### Falla tipo pulso en sensor 2

En la segunda prueba se inyecta una falla tipo pulso para el sensor dos, provocando también que el sensor mida 10cm más de la altura real del líquido.

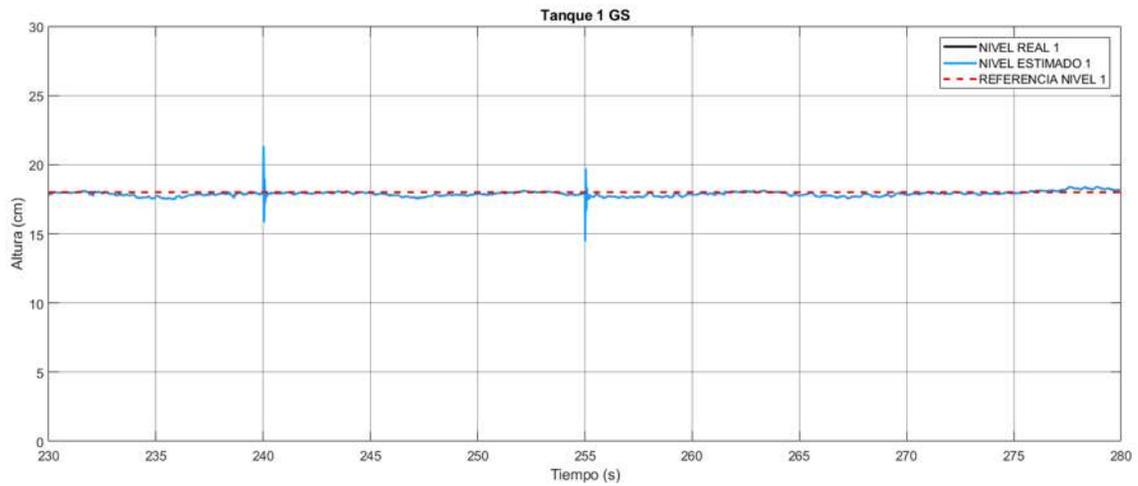


Figura 4.79: Nivel real y estimado tanque 1 con falla tipo pulso en sensor 2 GS.

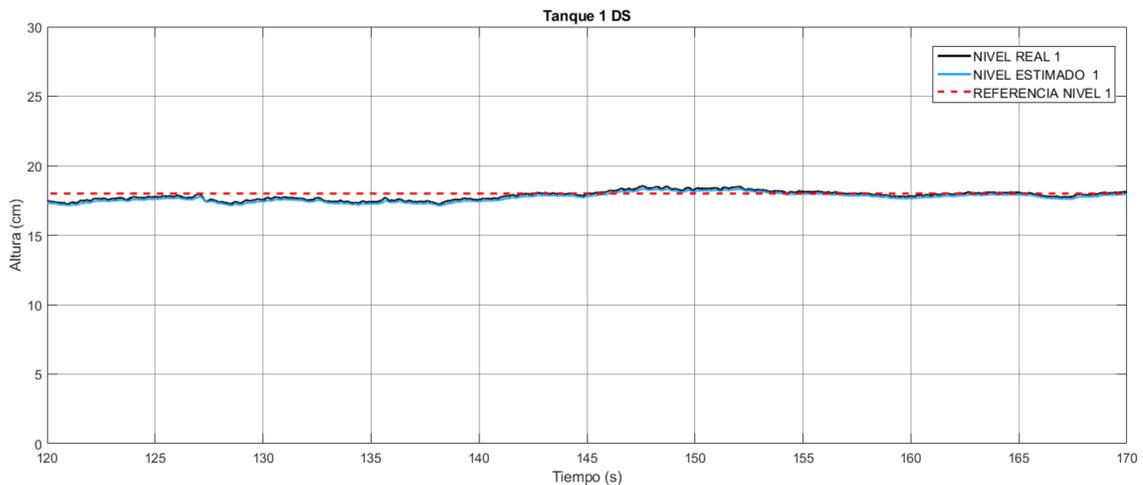


Figura 4.80: Nivel real y estimado tanque 1 con falla tipo pulso en sensor 2 DS.

En las Figuras 4.79 y 4.80 se muestra las alturas en el tanque uno y el DS no registra comportamiento inusual provocado por la falla en el sensor dos. En Figura 4.79 se observan en GS los pulsos al momento en que la falla aparece y desaparece, esto es porque las salidas

no están desacopladas como en DS

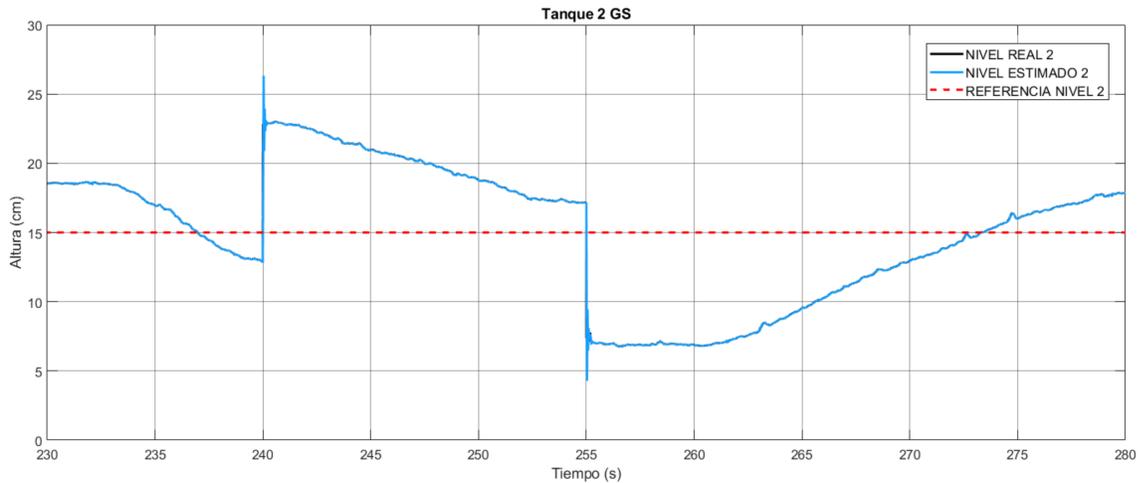


Figura 4.81: Nivel real y estimado tanque 2 con falla tipo pulso en sensor 2 GS.

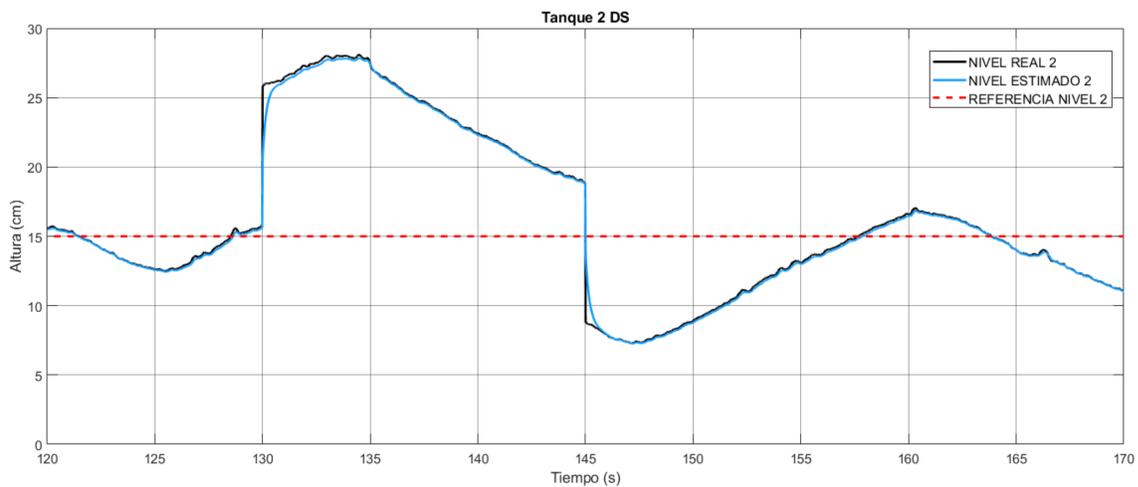


Figura 4.82: Nivel real y estimado tanque 2 con falla tipo pulso en sensor 2 DS.

En la Figura 4.81 se muestra que durante la falla el error de convergencia es el mismo al que tenía antes de la falla, en la Figura 4.82 pasa lo mismo, al momento de la falla hay una divergencia pero después de iniciada la falla regresa al mismo error de convergencia que tenía antes de la falla.

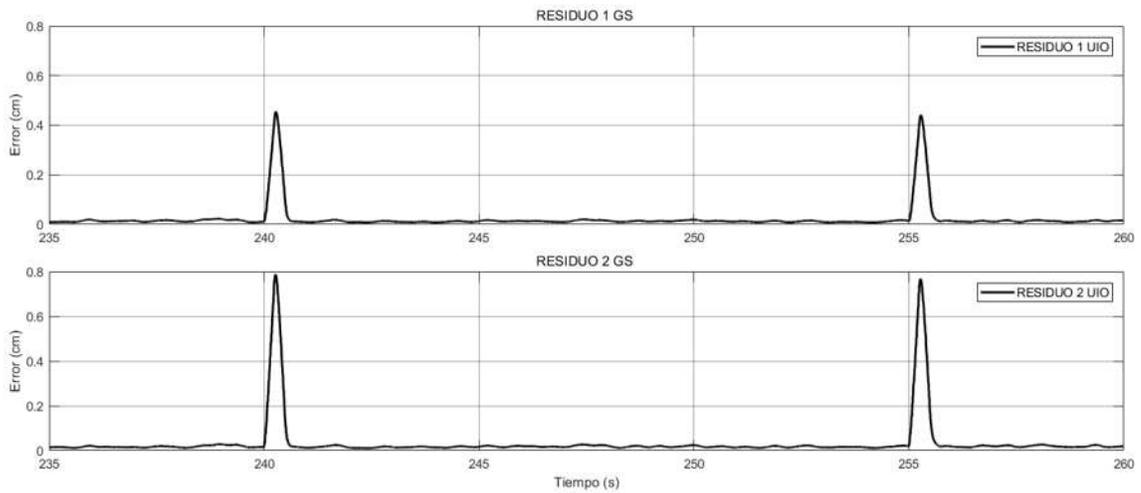


Figura 4.83: Residuos con falla tipo pulso en sensor 2 GS.

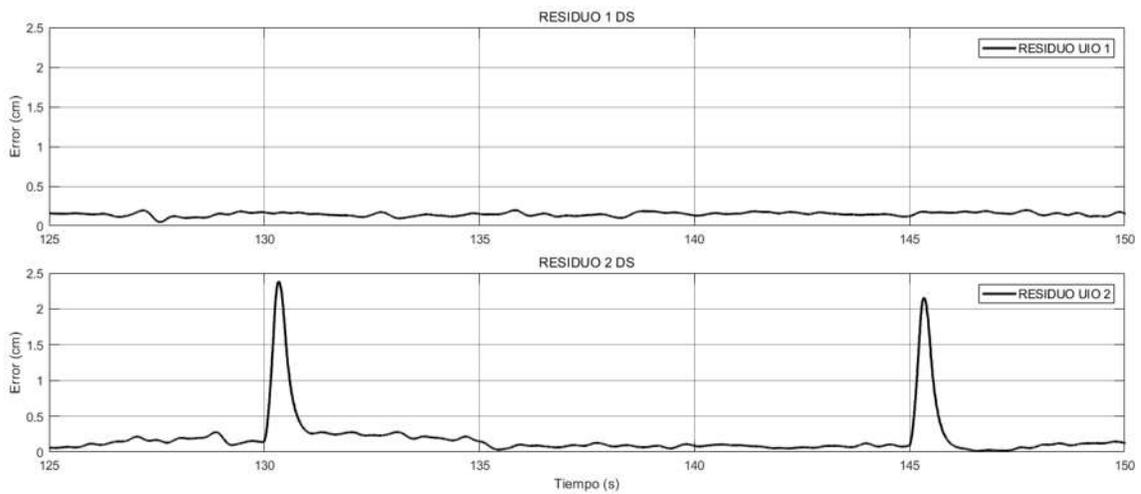


Figura 4.84: Residuos con falla tipo pulso en sensor 2 DS.

Los residuos de la Figura 4.83 se observa que se activan durante el inicio y fin de la falla, pero durante ella el error de convergencia es el mismo al de antes de la falla. En la Figura 4.84 muestra los residuos de DS, en el residuo dos se muestra la falla en el sensor 2, se habilita al principio de la falla, pero después de una tercera parte del tiempo en que dura la falla el error regresa al valor anterior a la falla.

#### **Falla tipo pulso en sensor 1 y tipo escalón en sensor 2.**

Para la última prueba, se inyecta una falla tipo pulso al sensor uno midiendo por un lapso

de tiempo  $10\text{cm}$  más de la altura real y para el sensor dos, una falla tipo escalón lo cual provoca una medición mayor de  $10\text{cm}$  que permanece constante el resto del tiempo.

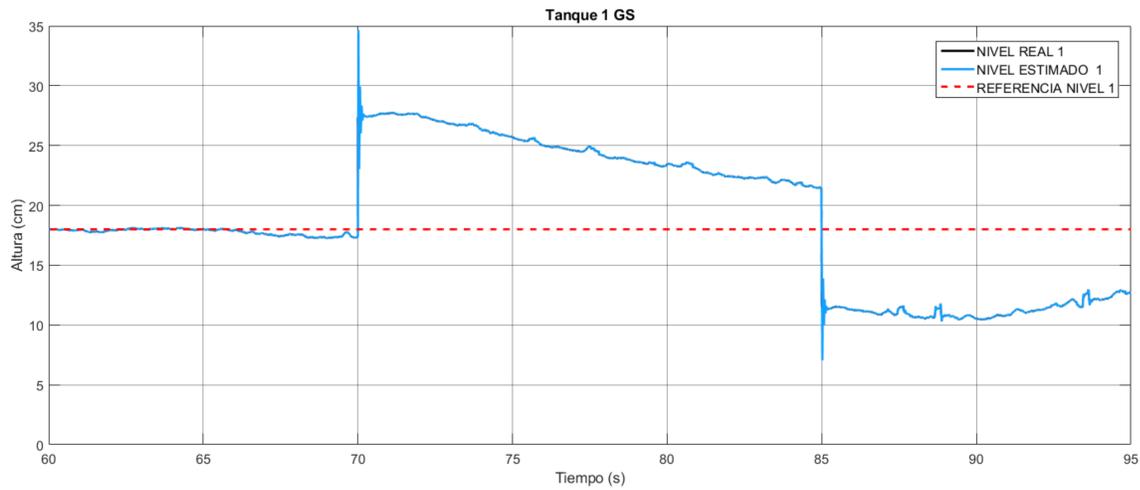


Figura 4.85: Nivel real y estimado tanque 1 con falla tipo pulso en sensor 1 y tipo escalón en sensor 2 GS.

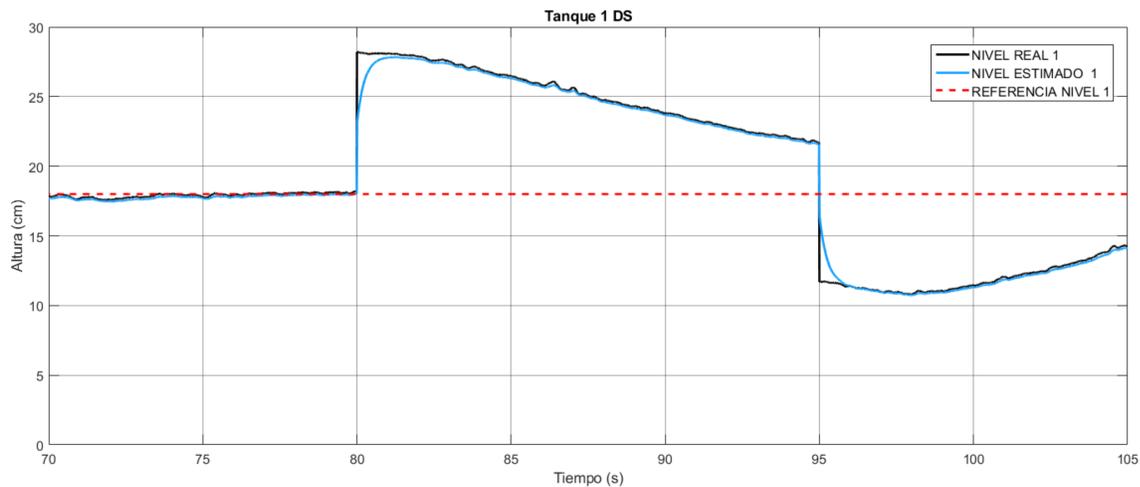


Figura 4.86: Nivel real y estimado tanque 1 con falla tipo pulso en sensor 1 y tipo escalón en sensor 2 DS.

El comportamiento de las alturas en el tanque uno de las Figuras 4.85 y 4.86 es el mismo de cuando había solo una falla en el sensor uno, después de la falla el UIO converge.

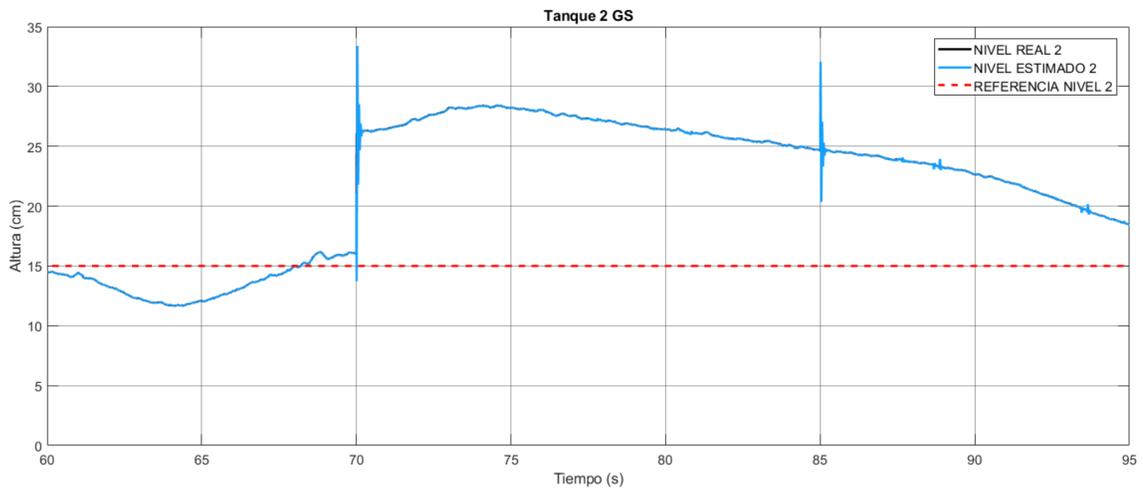


Figura 4.87: Nivel real y estimado tanque 2 con falla tipo pulso en sensor 1 y tipo escalón en sensor 2 GS.

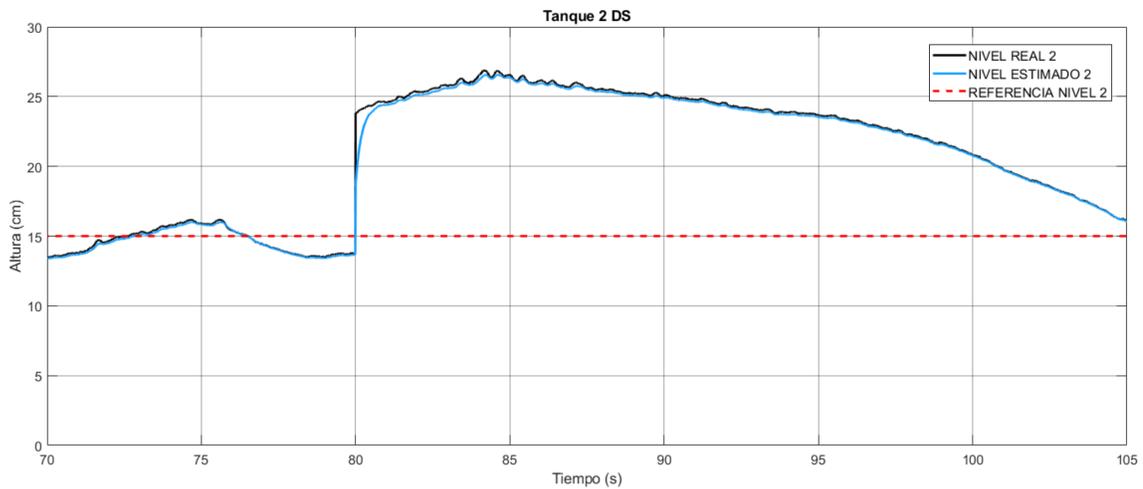


Figura 4.88: Nivel real y estimado tanque 2 con falla tipo pulso en sensor 1 y tipo escalón en sensor 2 DS.

El comportamiento de las alturas en el tanque dos con la falla pulso en el sensor dos es el mismo que cuando se inyecta una tipo pulso, al principio diverge pero vuelve a converger luego de segundos, la única diferencia es que la falla no desaparece haciendo que la altura del líquido vaya en decadencia.

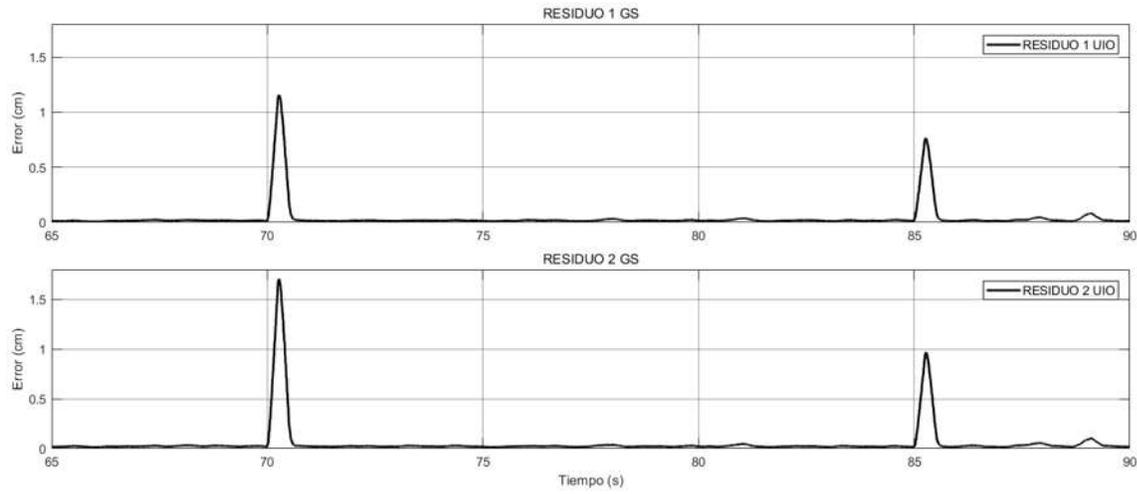


Figura 4.89: Residuos con falla tipo pulso en sensor 1 y tipo escalón en sensor 2 GS.

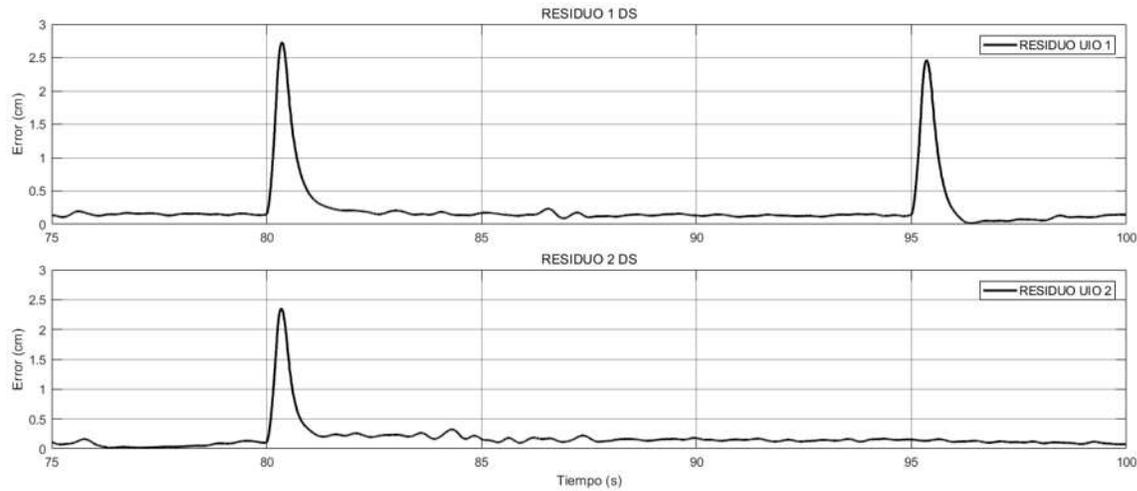


Figura 4.90: Residuos con falla tipo pulso en sensor 1 y tipo escalón en sensor 2 DS.

Los residuos de la Figura 4.89 se habilitan al inicio y fin de la falla a pesar de que en el sensor dos la falla no desaparece, durante las fallas el error de convergencia es el mismo al que existía antes de la falla. Los residuos de la Figura 4.90 también se habilitan al inicio de la falla, el residuo uno se habilita al inicio y fin de la falla lo cual corresponde a la falla tipo pulso y el residuo dos de habilita cuando la falla escalón inicia, ambos residuos durante la falla vuelven a converger al error que tenían antes de la falla.

## 4.4. Conclusiones

Observando los resultados en simulación de GS UIO y DS UIO expuestos en el Capítulo 4, se observa la principal diferencia entre ambos.

El GS UIO converge a los estados reales de la planta, lo cual indica que el observador funciona como estimador; también se observa que cuando se induce una falla a uno de los sensores ambos residuos se habilitan mostrando que existe una falla en el sistema; sin embargo, no es posible hacer un buen aislamiento de la falla, de manera sencilla, se tiene que hacer un análisis más detallado de los residuos. Un criterio para intentar aislar la falla es poner con base en la magnitud de los impulsos en el inicio de la falla, sin embargo, sólo se podría detectar cuando falla un sensor y no una falla simultánea. Este comportamiento se da con la falla tipo pulso y senoidal.

El DS UIO converge de una manera menos exacta que el esquema generalizado, para ser exacto con una diferencia de  $\pm 1.04\%$ ; sin embargo, converge dentro del  $5\%$  que se considera aceptable. A comparación del GS UIO, al inyectar una falla a uno de los sensores los residuos se activan, pero esta vez lo hacen de manera independiente, es decir que cuando hay una falla en el sensor 1 solamente se activa el residuo 1 y cuando hay una falla en el sensor 2 únicamente el residuo 2 se activa, en el caso de una falla en ambos sensores ambos residuos se activan, además de que el error de convergencia antes y después de la falla es diferente, pudiendo así establecer un umbral fijo en los residuos que al sobrepasarlo se considere como una falla. Para el sistema de nivel de líquido del caso de estudio se pueden establecer los siguientes umbrales:

Para la falla tipo pulso se establece un umbral de  $0.3cm$  para ambos residuos. Para la falla senoidal se establece un umbral de  $0.5cm$  al ser el error de convergencia más evidente. Al pasar estos umbrales se considera una falla.

Con los resultados en tiempo real es más difícil de analizar y poder tener al cien por ciento un diagnóstico de fallas en los sensores, ya que en los residuos de ambos esquemas los errores de convergencia del UIO son los mismos antes, durante y después de las fallas, haciendo que no se pueda hacer una detección mediante esos criterios, sin embargo en el DS UIO se puede realizar un aislamiento de la falla al comprobar la activación de los residuos individualmente. Es decir que cuando el residuo uno se habilita se considera como una falla en el sensor uno, cuando el residuo dos se habilita existe una falla en el sensor dos y cuando ambos sensores se activan se registra una falla en ambos sensores.



---

## Capítulo 5

# Conclusiones y trabajos futuros

### 5.1. Conclusiones

Una de las principales características de DS UIO es que después de ocurrir una falla y activarse el residuo, este mismo ya no regresa a su valor anterior sino rebasa el valor con el cual aparecía antes de la falla, este comportamiento se puede observar en los resultados en simulación del DS, aunque en los resultados en tiempo real no es posible observar este comportamiento los errores de medición, se puede desacoplar los residuos y saber en qué sensor ocurrió la falla.

Con el GS UIO se tiene asegurada la convergencia de los estados estimados a los estados reales de la planta a pesar de la existencia de una falla, pero es difícil hacer un aislamiento de falla ya que ambos residuos se activan independientemente de donde se presente la falla.

Entonces, el GS funciona bien como un estimador de estados y para hacer detección de fallas, pero no para hacer un buen aislamiento de las mismas. Por otro lado el DS, funciona para hacer detección de fallas pero también para hacer el aislamiento de la misma al tenerse los residuos independientes para cada falla; entonces el mejor esquema para hacer *diagnóstico de fallas en sensores de sistemas no lineales es el DS UIO*, aun a pesar de que en tiempo real no se lograron obtener los mismos resultados en simulación.

Aunque se obtuvieron resultados interesantes al poder tener otra herramienta para el diagnóstico de fallas en sistemas no lineales es importante el perfeccionamiento de la técnica, ya que no sólo depende del buen diseño de los observadores o modelado difuso, sino también de las condiciones y redundancia de hardware de los sistemas a los cuales se quiera aplicar este diagnóstico de fallas.

Dicho lo anterior y después de realizar este trabajo de tesis, queda claro que la línea de investigación del diagnóstico de fallas sigue completamente abierta y hasta el momento aún no existen técnicas 100 % efectivas. Esto motiva para seguir explorando e investigando sobre el tema y poder tener sistemas efectivos que puedan garantizar la seguridad de las personas que trabajan con ellos, así como de los componentes de la misma planta al poder hacer una pronta detección de fallas.

## 5.2. Trabajos Futuros

Derivado de los resultados obtenidos de este trabajo existen diferentes puntos que pueden seguirse investigando. Enseguida algunos trabajos futuros son enlistados:

- Probar los esquemas en un sistema con dinámicas más rápidas y con mayor redundancia de hardware para verificar si es factor para hacer un buen diagnóstico de fallas.
- Siguiendo los mismos esquemas de diagnóstico de fallas, extenderlos para realizar diagnóstico de fallas en actuadores.
- Después de tener un buen esquema de diagnóstico de fallas implementar un algoritmo para hacer control tolerante a fallas en sistemas no lineales.

---

# Bibliografía

- [1] A, Z. L. (1965). Fuzzy, sets. *Information and control*, 8(3):338–353.
- [2] Abid, M., Hussain, T., and Khan, A. Q. (2014). Ts fuzzy approach for fault detection in nonlinear systems with immeasurable state variables. *The 26th Chinese Control and Decision Conference (2014 CCDC)*, pages 199–203.
- [3] Ahmadizadeh, S., Karimi, H. R., and Zarei, J. (2014). Robust fault detection design for unknown inputs takagi-sugeno models with parametric uncertainties and time-varying delays. *2014 European Control Conference (ECC)*, pages 756–761.
- [4] Alcorta García, E. (2001). Detectando fallas mediante redundancia analítica. *Ingenierías*, 4(11):43–48.
- [5] Anzurez-Marin, J. and Castillo-Toledo, B. (2006). The fault diagnosis problem: Sliding mode fuzzy dedicated observers approach. *2006 IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, pages 1322–1328.
- [6] Anzurez Marin, J. and Pitalua Diaz, N. (2009). Robust fault detection and isolation using unknown inputs observers. *DYNA*, 76(158):209–217.
- [7] Anzurez Marín, R.-C. and F-Orozco, R.-Z. (2016). Diseño de un compensador difuso takagi-sugeno para un sistema de nivel de líquido de segundo orden. *Vigesima Novena Reunión Internacional de Verano de Potencia, Aplicaciones Industriales y Exposición Industrial (RVP-AI)*.
- [8] Basseville, M. (1988). Detecting changes in signals and systems—a survey. *Automatica*, 24(3):309–326.
- [9] Basseville, M., Nikiforov, I. V., et al. (1993). *Detection of abrupt changes: theory and application*, volume 104. Prentice Hall Englewood Cliffs.

- 
- [10] Blanke, M., Kinnaert, M., Lunze, J., Staroswiecki, M., and Schröder, J. (2006). *Diagnosis and fault-tolerant control*, volume 2. Springer.
- [11] Bouakou, M. and Channa, R. (2018). Stabilization and fault detection for takagi-sugeno system application to a bioreactor. *2018 7th International Conference on Systems and Control (ICSC)*, pages 59–64.
- [12] Bougatef, Z., Abdelkrim, N., Aitouche, A., and Abdelkrim, M. N. (2018). Uio design and sensor fault diagnosis of lpv systems with time delay using descriptor approach. *2018 15th International Multi-Conference on Systems, Signals & Devices (SSD)*, pages 146–150.
- [13] Chaves, E. R., Maitelli, A. L., and Lopes, K. R. (2018). Unknown input observer-based robust sensor fault estimation in discrete-time takagi-sugeno systems. *IECON 2018-44th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, pages 2475–2480.
- [14] Chen, J. and Patton, R. J. (2012). *Robust model-based fault diagnosis for dynamic systems*, volume 3. Springer Science & Business Media.
- [15] CHEN, J. and ZHANG, H. (1991). Robust detection of faulty actuators via unknown input observers. *International Journal of Systems Science*, 22(10):1829–1839.
- [16] Clark, R. N. (1979). The dedicated observer approach to instrument failure detection. volume 2, pages 237–241. IEEE.
- [17] Darouach, M. (2009). Complements to full order observer design for linear systems with unknown inputs. *Applied Mathematics Letters*, 22(7):1107–1111.
- [18] Ding, S. X. (2008). *Model-based fault diagnosis techniques: design schemes, algorithms, and tools*. Springer Science & Business Media.
- [19] Djeddi, A. and Harkat, M. F. (2013). Residual structuration based on a new observer scheme for sensor fault detection and isolation. *3rd International Conference on Systems and Control*, pages 50–54.
- [20] Elleuch, I., Khedher, A., and Othmen, K. B. (2017). State and unknown input estimation using proportional multiple integral observer for uncertain takagi-sugeno fuzzy systems. *2017 International Conference on Control, Automation and Diagnosis (ICCAD)*, pages 048–053.

- [21] Hamdaoui, R., Guesmi, S., and El Harabi, R. (2013). Uio based robust fault detection and estimation. *2013 International Conference on Control, Decision and Information Technologies (CoDIT)*, pages 076–081.
- [22] Ichalal, D., Marx, B., Ragot, J., and Maquin, D. (2009). An approach for the state estimation of takagi-sugeno models and application to sensor fault diagnosis. *Proceedings of the 48th IEEE Conference on Decision and Control (CDC) held jointly with 2009 28th Chinese Control Conference*, pages 7789–7794.
- [23] Isermann, R. (2011). *Fault-diagnosis applications: model-based condition monitoring: actuators, drives, machinery, plants, sensors, and fault-tolerant systems*. Springer Science & Business Media.
- [24] Khedher, A., Benothman, K., Maquin, D., and Benrejeb, M. (2010). An approach of faults estimation in takagi-sugeno fuzzy systems. *ACS/IEEE International Conference on Computer Systems and Applications-AICCSA 2010*, pages 1–4.
- [25] Li, J., Wang, Z., Shen, Y., and Wang, Y. (2019). Interval observer design for discrete-time uncertain takagi-sugeno fuzzy systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 27(4):816–823.
- [26] Liu, X., Xiong, Z., Chen, L., and Zhu, Z. (2016). A new takagi-sugeno fuzzy approach of process modeling and fault detection. *2016 35th Chinese Control Conference (CCC)*, pages 7126–7130.
- [27] López-Estrada, F. R., Theilliol, D., Astorga-Zaragoza, C.-M., Ponsart, J. C., Valencia-Palomo, G., and Camas-Anzueto, J. (2019). Fault diagnosis observer for descriptor takagi-sugeno systems. *Neurocomputing*, 331:10–17.
- [28] Maldonado, M. (1999). Teoría del regulador lineal. Master’s thesis, Tesis de maestría Cinvestav unidad Guadalajara.
- [29] Mallavalli, S. and Fekih, A. (2017). A fault tolerant control approach for a quadrotor uav subject to time varying disturbances and actuator faults. pages 596–601. IEEE.
- [30] Martínez-García, C., Osorio-Gordillo, G.-L., Astorga-Zaragoza, C.-M., and Puig, V. (2016). Fault detection on bearings coupled to permanent magnet dc motors by using a generalized takagi-sugeno pi observer. *2016 3rd Conference on Control and Fault-Tolerant Systems (SysTol)*, pages 579–584.

- [31] Marx, B., Koenig, D., and Ragot, J. (2007). Design of observers for takagi–sugeno descriptor systems with unknown inputs and application to fault diagnosis. *IET Control Theory & Applications*, 1(5):1487–1495.
- [32] Moncada, H. B. and Marin, J. A. (2011). Fault detection for a bus suspension model using an utkin observer. *2011 IEEE Electronics, Robotics and Automotive Mechanics Conference*, pages 246–251.
- [33] Noura, H., Theilliol, D., Ponsart, J.-C., and Chamseddine, A. (2009). *Fault-tolerant control systems: Design and practical applications*. Springer Science & Business Media.
- [34] Patton, R. J., Frank, P. M., and Clark, R. N. (1989). *Fault diagnosis in dynamic systems: theory and application*. Prentice-Hall, Inc.
- [35] Patton, R. J., Frank, P. M., and Clark, R. N. (2013). *Issues of fault diagnosis for dynamic systems*. Springer Science & Business Media.
- [36] Phatak, M. S. and Viswanadham, N. (1988). Actuator fault detection and isolation in linear systems.
- [37] Tahraoui, S., Meghabbar, A., Bellaouar, A., and Boubekeur, D. (2015). Actuators fault detection using unknown input observer in hydraulic system. *2015 3rd International Conference on Control, Engineering & Information Technology (CEIT)*, pages 1–6.
- [38] Takagi, T. and Sugeno, M. (1985). Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. *IEEE transactions on systems, man, and cybernetics*, (1):116–132.
- [39] Tao, H., Zhang, H., and Hu, S. (2014). Robust fault detection for nonlinear time-delay systems based on fuzzy observer. *Proceedings of the 33rd Chinese Control Conference*, pages 3224–3228.
- [40] Tellez Izquierdo, V. H. (2019). Tesis de maestría: El problema de diagnóstico de fallas: diseño de observadores difusos robustos de entradas desconocidas para fallas en sensores aplicados a modelos takagi-sugeno. *Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo - Dep-Fie*.
- [41] Tzafestas, S. and Watanabe, K. (1990). Modern approaches to system. *Journal A*, 31(4):42–57.

- 
- [42] Valencia-Palomo, G., López-Estrada, F.-R., and Rotondo, D. (2020). *Optimization for Control, Observation and Safety*. MDPI.
- [43] Watanabe, K. and Himmelblau, D. (1982). Instrument fault detection in systems with uncertainties. *International Journal of Systems Science*, 13(2):137–158.
- [44] Watanabe, K. and Tzafestas, S. G. (1990). Learning algorithms for neural networks with the kalman filters. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, 3(4):305–319.
- [45] Willsky, A., Chow, E., Gershwin, S., Greene, C., Houpt, P., and Kurkjian, A. (1980). Dynamic model-based techniques for the detection of incidents on freeways. *IEEE Transactions on automatic control*, 25(3):347–360.
- [46] Willsky, A. S. (1976). A survey of design methods for failure detection in dynamic systems. *Automatica*, 12(6):601–611.
- [47] Witczak, M. (2014). Fault diagnosis and fault-tolerant control strategies for non-linear systems. *Lecture Notes in Electrical Engineering*, 266:375–392.
- [48] Wünnenberg, J. and Frank, P. (1987). Sensor fault detection via robust observers. pages 147–160. Springer.
- [49] Yu, D. and Shields, D. N. (1996). A bilinear fault detection observer. *Automatica*, 32(11):1597–1602.
- [50] Zarei, J., Poshtan, J., and Poshtan, M. (2010). Robust fault detection of non-linear systems with unknown disturbances. *2010 IEEE International Conference on Control Applications*, pages 725–730.
- [51] Zhang, X., Mu, R., Chen, J., and Deng, Y. (2017). Reusable launch vehicle fault detection and isolation based on uio. *2017 9th International Conference on Modelling, Identification and Control (ICMIC)*, pages 435–440.



---

## Apéndice A

# Descripción de sensores.

Los sensores [5] utilizados son sensores ultrasónicos analógicos de la marca Banner® Serie Q45U, Modelo Q45ULIU64BCRQ6, el modelo se muestra en la Figura A.1



Figura A.1: Sensor Ultrasónico Analógico.

Los sensores ultrasónicos están diseñados para la detección sin contacto ni desgaste, de gran variedad de objetos mediante ondas en frecuencia. No es de importancia si el objeto es transparente o de color, metálico o no metálico, rígido, líquido o pulverizado. Las condiciones de ambiente tales como aerosoles, polvo o lluvia apenas afectan su función. Sus principales características se enlistan a continuación:

---

Designación de tipo	Q45ULIU64BCRQ6
No. de identificación	3047558

---

---

Función	Sensor ultrasónico modo difuso
Alcance	250...3000 mm
Alcance	250cm
Frecuencia de ultrasonido	128 kHz
Precisión de repetición	$< \pm 1$ mm

---

Tensión de servicio	12...24 VCC
Resistencia de carga	$\leq 500 \Omega$
Tiempo de respuesta típica	80 ms
Salida de corriente	4...20 mA
Salida de voltaje	0...10V
Protección cortocircuito	Sí/ cíclica
Protección contra polaridad inversa	Completa

---

Diseño	Rectangular, Q45
Dirección del haz	Recto
Medidas	79.4 x 44.5 x 102.6 mm
Material de la cubierta	Plástico, PBT
Material del transductor sónico	Plástico, resina epoxi y espuma de PU
Conexión eléctrica	Conectores, M12 $\times$ 1
Grado de protección	IP67
Temperatura ambiente	-25...+70 °C
MTTF	50 Años
Indicación MTTF	Según SN 29500 (ed. 99) 40 °C
Aprobaciones	CE
Detección de objeto	Luz LED, amarillo

---

---

## Apéndice B

# Descripción NI USB-6008 DAQ.

El NI USB-6008 DAQ mostrada a continuación, proporciona funcionalidad básica para aplicaciones como registro de datos simple, medidas portátiles y experimentos académicos de laboratorio. Es accesible para los estudiantes y suficientemente potente como para aplicaciones de medición más sofisticados.



Figura B.1: NI USB-6008 DAQ.

La tarjeta está compuesto de tres elementos, el elemento principal de la DAQ (de aquí en adelante la DAQ se refiere a la tarjeta NI USB-6009) y dos grupos de borneras, tal como se observa a continuación:

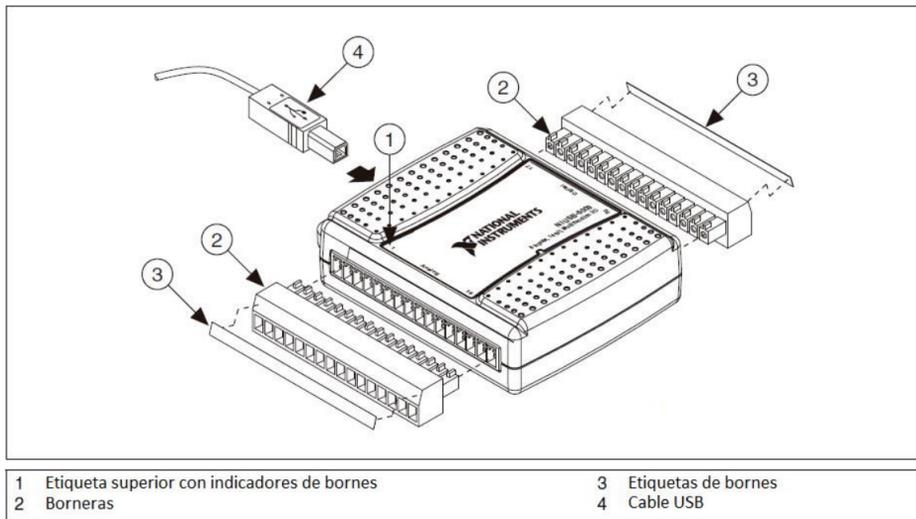


Figura B.2: Estructura NI USB-6008 DAQ.

Un grupo de borneras corresponden a las entradas y salidas analógicas y el grupo opuesto corresponden a las entradas y salidas digitales, entrada de trigger o contador, +5 V y tierra, como se indica a continuación:

Entradas/salidas analógicas del borne 1 al 16															
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
GND	+AI0	-	GND	+AI1	-	GND	+AI2	-	GND	+AI3	-	GND	AO0	AO1	GND
GND	AI0	AI4	GND	AI1	AI5	GND	AI2	AI6	GND	AI3	AI7	GND	AO0	AO1	GND

Entradas/salidas digitales, +5 V y tierra del borne 17 al 32															
32	31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17
GND	+5V	+2.5V	PF10	P1.3	P1.2	P1.1	P1.0	P0.7	P0.6	P0.5	P0.4	P0.3	P0.2	P0.1	P0.0

Figura B.3: Borneras NI USB-6008 DAQ.

### Analog Input

Converter type	Successive approximation
Analog inputs	8 single-sided, 4 differential, software selectable
Input resolution	12 bits differential, 11 bits single-ended
Max sampling rate (aggregate)	10kS/s
Timing resolution	41.67 ns (24 MHz timebase)
Timing accuracy	100 ppm of actual sample rate

---

Input range	Sing-ended $\pm 10$ V/Diff $\pm 20, \pm 10, \pm 5, \pm 4, \pm 2.5, \pm 2, \pm 1.25, \pm 1$ V
Working voltage	$\pm 10$ V
Input impedance	144 k $\Omega$
Overvoltage protection	$\pm 35$
Trigger source	Software or external digital trigger

---

### Analog Output

---

Analog outputs	2
Output resolution	12 bits
Maximum update rate	150 Hz, software-timed
Output range	0 to +5 V
Output impedance	50 $\Omega$
Output current drive	5 mA
Power-on state	0 V
Slew rate	1 V/ $\mu$ s
Short circuit current	50 mA
Absolute accuracy (no load)	7 mV typical, 36.4 mV maximum at full scale

---

### Digital I/O

---

Digital I/O	P0. $\dot{i}0..7\dot{i}$ – 8 lines / P1. $\dot{i}0..3\dot{i}$ – 4 lines
Direction control	Each channel individually programmable as input or output
Output driver type	Open collector (open-drain)
Compatibility	TTL, LVTTL, CMOS
Absolute maximum voltage range	-0.5 to 5.8 V with respect to GND
Pull-up resistor	4.7 k $\Omega$ to 5 V
Power-on state	Input

---