



**UNIVERSIDAD MICHOCANA DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO**  
**POSGRADO DE INGENIERÍA CIVIL**  
**MAESTRÍA EN ESTRUCTURAS**

**DETERMINACIÓN DE LAS PROPIEDADES DINÁMICAS DE  
LOS SUELOS USANDO EL PÉNDULO DE TORSIÓN LIBRE  
DE ZEEVAERT**

**TESIS PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN INGENIERÍA**

**PRESENTA:**

**SIMÓN RIOS DIONICIO**

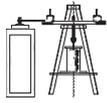
**ASESOR:**

**DR. CARLOS CHÁVEZ NEGRETE**

**CO-ASESOR:**

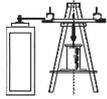
**DR. HUGO HERNÁNDEZ BARRIOS**

**MORELIA MICHOCÁN, FEBRERO 2008.**



# ÍNDICE

INTRODUCCIÓN.....	1
Objetivos.....	7
CAPITULO 1 .....	8
METODOS PARA OBTENER LAS PROPIEDEADES DINÁMICAS DE LOS SUELOS .....	8
1.1    Generalidades .....	8
1.2    Métodos de campo.....	11
1.2.1    Ensaye de ondas de superficie .....	11
1.2.2    Ensaye de refracción sísmica.....	12
1.2.3    Ensaye de resonancia vertical.....	15
1.2.4    Ensaye de resonancia horizontal.....	16
1.2.5    Ensayes Up-hole y Down-hole .....	16
1.2.6    Ensaye Cross-hole .....	18
1.3    Métodos de laboratorio.....	19
1.3.1    Ensaye de pulsos ultrasónicos .....	19
1.3.2    Ensaye de columna resonante.....	20
1.3.3    Ensaye triaxial cíclico.....	21
1.3.4    Ensaye de corte simple cíclico.....	23
1.3.5    Péndulo de torsión libre (PTL) .....	24
CAPÍTULO 2 .....	25
PENDULO DE TORSIÓN LIBRE DE ZEEVAERT .....	25
2.1    Generalidades .....	25
2.2    Descripción General del PTL de la UMSNH .....	25
2.3    Descripción de los componentes del PTL .....	26
CAPÍTULO 3 .....	31
ECUACIONES GENERALES DEL MOVIMIENTO .....	31
3.1    Movimiento armónico simple sin amortiguamiento.....	31
3.2    Movimiento armónico simple con amortiguamiento .....	33
3.3    El oscilador Torsional.....	37
CAPÍTULO 4 .....	43
TEORIA DEL PÉNDULO DE TORSIÓN LIBRE DE ZEEVAERT.....	43
4.1    Bases teóricas para la determinación del módulo de corte dinámico (G) con el PTL.....	43
4.2    Bases teóricas para la determinación del porcentaje de amortiguamiento del suelo ( $\zeta_p$ ) con el PTL.....	48
4.3    Bases teóricas para la determinación de la deformación angular ( $\gamma_p$ ) con el PTL. ....	50
4.4    Interpretación de registros obtenidos con el Péndulo de Torsión Libre.....	52
CAPÍTULO 5.....	56
CALIBRACIÓN Y USO DEL PÉNDULO DE TORSIÓN LIBRE DE ZEEVAERT .....	56
5.1    Detección de los mecanismos que originan fricción y que influyen en el valor del amortiguamiento del instrumento .....	59



5.2 Pruebas realizadas en el Péndulo de Torsión..... 66

5.2.1 Esfuerzo máximo aplicable al espécimen de suelo. .... 67

5.2.2 Fuerza torsionante máxima aplicable al brazo excitador del PTL..... 67

5.2.3 Desplazamientos máximos en la mesa de registro ..... 68

5.2.4 Protocolo general de prueba ..... 70

5.2.5 Realización de los ensayos ..... 73

5.2.6 Resultados obtenidos de los ensayos ..... 81

CAPÍTULO 6..... 83

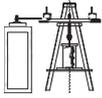
CONCLUSIONES..... 83

REFERENCIAS ..... 85

ANEXO A ..... 88



## INTRODUCCIÓN

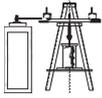
La predicción de la respuesta dinámica de una estructura en general, ya sea de un depósito de suelo o de una cimentación, por mencionar algunos, requiere del conocimiento de las propiedades dinámicas del suelo. Los parámetros que intervienen en cada caso dependerán de la sollicitación que se estudie y la forma en que se idealice o modele el problema.

El suelo es un medio continuo deformable en volumen y forma, cuyo comportamiento ha sido simulado utilizando modelos elásticos (Richard, 1963), modelos visco-elásticos (Avilés, 1991) y modelos no lineales (Pérez Rocha, 1990) y Wolf (1993). Las ecuaciones constitutivas que representan estos modelos son más complejas a medida que se hacen intervenir más variables para conocer su comportamiento.

La cimentación es el elemento estructural encargado de transmitir las fuerzas sísmicas a la superestructura, por tanto será la responsable del comportamiento del edificio o estructura. La respuesta sísmica de una cimentación (Zeevaert, 1980) es función de varios factores:

- a. Características del sismo.
- b. Características estratigráficas e hidráulicas y de resistencia del subsuelo.
- c. Propiedades y comportamiento dinámico del subsuelo.
- d. Posición del centro de masa del edificio.
- e. Interacción entre el suelo y la estructura de cimentación.
- f. Magnitud de los esfuerzos de contacto.

En la práctica profesional el subsuelo no se puede considerar homogéneo e isótropo. Por lo general está constituido por una serie de depósitos de sedimentos con propiedades dinámicas variables que definen las propiedades de diferentes estratos. Sin embargo, desde el punto de vista práctico, se podrá considerar que cada estrato del subsuelo puede ser representado por sus características geotécnicas medidas, esto es: su geometría, propiedades dinámicas, de resistencia y de esfuerzo-deformación.



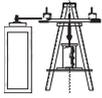
El estudio del comportamiento de las estructuras sometidas a sismos demuestra que los fenómenos de interacción suelo-estructura y fluido-estructura tienen una gran influencia en la respuesta estructural, razón por la cual debe considerarse en un análisis sísmico. El estudio numérico de dichos fenómenos implica la solución de problemas en los cuales el acoplamiento entre dos sólidos o entre un sólido y un fluido ocurre únicamente en las superficies de contacto entre ambos.

Para que dichos fenómenos de interacción ocurran es preciso que se den algunas condiciones. Por ejemplo, la interacción suelo-estructura no se manifiesta en el caso de una estructura desplantada en roca rígida y por tanto en apoyos no deformables. En tal caso, el movimiento inducido por un sismo en el contacto suelo-estructura es el mismo que el producido por un sismo en condiciones de ausencia de la estructura. Además, las frecuencias naturales de la estructura analizada son en este caso las mismas que las que corresponderían al sistema completo suelo-estructura. Inversamente, en el caso de que el suelo de cimentación sea deformable, las ondas sísmicas sufren importantes modificaciones debido a la presencia de la estructura; al mismo tiempo, las frecuencias naturales del sistema completo suelo-estructura cambian respecto a las de la estructura cimentada en terreno rígido. Por ello, en el caso de suelos deformables es preciso incluir el efecto de la interacción suelo-estructura en el análisis sísmico que se realice a la estructura.

Durante el diseño estructural es preciso identificar los efectos que tienen influencia determinante en el diseño, tales como:

- La modificación, ampliación o reducción, de las fuerzas sísmicas que se producen en la estructura.
- Reducción en la capacidad resistente del terreno de cimentación debido a la vibración del sistema completo suelo-estructura o suelo-estructura-fluido.

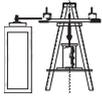
Una vez identificados estos efectos es importante señalar que existen otros efectos que condicionan el conocimiento completo del sistema, que pueden resumirse en los siguientes incisos:



- a) Las características de propagación de las ondas en campo libre, que están influenciadas por las condiciones locales del suelo.
- b) Las capas de suelo en las cuales la estructura está cimentada, así como la masa del fluido que interacciona con la estructura, modifican el valor de las frecuencias del sistema global. Esta modificación de frecuencias debida a la interacción es la causa principal de los cambios que se presentan durante la ocurrencia de fuerzas sísmicas.
- c) La radiación de las ondas sísmicas disipa parte de la energía inducida por los sismos en la estructura, especialmente en el caso de estratos de suelo de gran espesor o cuando existen grandes volúmenes de fluido en contacto con la estructura, como es el caso de las presas.

La información disponible acerca de un movimiento sísmico del terreno consiste, generalmente, en registros obtenidos mediante instrumentos situados en la superficie terrestre o a pequeña profundidad. Sin embargo, la mayor parte de los procedimientos utilizados para resolver el problema de interacción sísmica requieren que se disponga de un registro de movimiento sísmico en la superficie que separa la zona del suelo considerada en el análisis de la zona del suelo no incluida. Esta superficie de separación define un contorno teórico, denominado roca de base. El suelo debajo de dicho contorno puede suponerse infinitamente rígido o dotado de una cierta flexibilidad. Para obtener el movimiento de la roca de base, esto es, un acelerograma al nivel de la roca de base, debe realizarse una deconvolución del movimiento sísmico disponible en la superficie del suelo. El proceso de deconvolución puede realizarse mediante procedimientos simplificados, analizando la propagación vertical de las ondas de cortante a través de una columna de suelo discretizada con elementos finitos, tal y como lo discretiza el programa SHAKE (Shnabel et al., 1972, 1990).

Una característica de mucho interés a determinar del suelo es su *módulo de rigidez dinámico* ( $G$ ), el cual se define como la relación que existe entre el esfuerzo cortante dinámico ( $\tau$ ) y la distorsión angular elástica del suelo ( $\gamma$ ) ante la aplicación de esfuerzos tangenciales generados por trenes de ondas sísmicas de cortante que viajan a través de un depósito (ecuación 1).



$$G = \frac{\tau}{\gamma} \quad (1)$$

La velocidad con que éstas viajan en el medio y la frecuencia con que éste es excitado influye en la forma de vibrar de estructuras cimentadas en él.

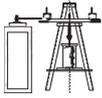
Conocer la respuesta dinámica de una estructura de suelo sobre la cual actúan las fuerzas producidas por la cimentación de una estructura, o las inducidas por el movimiento que un sismo produce, son de gran importancia para la ingeniería; por tanto este trabajo se enfoca a las propiedades dinámicas de los suelos, pues estas son las que rigen en gran forma dicha respuesta.

La respuesta dinámica de una estructura durante un sismo, dependerá principalmente de la relación entre el periodo de vibración de la estructura y el periodo fundamental de vibrar del suelo que soporta la cimentación. El periodo de vibrar del suelo esta en función de la velocidad de onda de cortante, la cual a la vez es función del módulo de rigidez dinámico.

En el caso particular de maquinarias, las vibraciones inducidas a la cimentación, es muy importante en el comportamiento dinámico del sistema. La probabilidad de que se presente el fenómeno de resonancia debe evitarse para obtener un comportamiento adecuado de la maquinaria, y las amplitudes deberán reducirse a un límite establecido para el funcionamiento adecuado de la misma.

En general, los esfuerzos dinámicos en el suelo deberán estimarse y reducirse, si es necesario, a valores admisibles. Debido a que todos estos problemas se encuentran relacionados con el módulo de rigidez dinámico ( $G$ ), una tarea importante es determinar con precisión razonable esta propiedad dinámica del suelo.

Por otro lado, los parámetros dinámicos de un suelo no son valores constantes ya que dependen precisamente de la forma en que éste es solicitado.

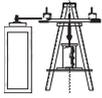


Para la correcta valoración del módulo de rigidez dinámico debe considerarse tanto el nivel de esfuerzo y deformaciones que impondrá la solicitación, así como las condiciones que el suelo tendrá en el sitio de estudio.

La forma de obtener las propiedades dinámicas de los suelos es mediante pruebas de campo y de laboratorio, encontrándose técnicas, en ocasiones, bastante complicadas y costosas.

Es frecuente, recurrir a pruebas de vibración ambiental para la determinación del periodo fundamental de una estructura (edificio, puentes, torres, etc.), sin embargo, durante un sismo éste periodo puede ser mucho mayor que el obtenido mediante ésta técnica. Diversos investigadores han trabajado en este campo y algunos de sus resultados se describen a continuación (Espinoza, 1999):

- Muriá-vila et al (1989), estudiaron dos edificios de 3 niveles uno de concreto armado y otro a base de marcos de acero ahogados en concreto. En el primero encontraron que los valores de la frecuencia natural obtenidos de las pruebas de vibración ambiental difieren alrededor del 3% del valor medio de aquellos obtenido por registros sísmicos mientras que en el otro edificio fue difícil detectar las frecuencias naturales de vibración.
- Celebi y Safak (1992) también encontraron diferencias significativas en el periodo fundamental de un edificio de 30 niveles localizado en San Francisco, California, al comparar los periodos fundamentales obtenidos con el sismo de Loma Prieta (2.63 s) y pruebas de vibración ambiental forzada (1.70 s). La diferencia del 55% se atribuyó a diferentes fenómenos tales como la interacción suelo-estructura, un comportamiento no lineal del suelo, de la pilas de cimentación, y de la cimentación sobre las pilas, y a un microfracturamiento del concreto. En trabajos anteriores (Celebi y Safak, 1991) estudiaron otro edificio de forma piramidal de 60 niveles y encontraron que el periodo era 20% mayor al usar el sismo de Loma Prieta en comparación con pruebas de vibración ambiental.
- Miranda y Bertéro (1993) estudiaron un edificio de 30 niveles y encontraron que los periodos de vibración obtenidos con acelerogramas del sismo de Loma Prieta exceden en más del 50% a los medidos con vibración de pequeña amplitud (forzada y ambiental).
- Según Midorikawa (1990), el aumento del periodo sugiere que la rigidez de los elemento no estructurales contribuyen a la rigidez total de la estructura (edificio) a un nivel de amplitud de



vibración ambiental, mientras que dichos elementos no intervienen en la rigidez de la estructura a niveles de amplitudes mayores (sismo).

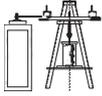
Con base en lo anterior surge la necesidad de investigar los parámetros dinámicos de los suelos a niveles de deformación propios de un sismo, para con ellos poder evaluar de una forma más precisa los diferentes parámetros utilizados en un análisis dinámico real.

Por las razones anteriores, nos interesamos en estudiar e investigar el módulo de rigidez dinámico.

De interés particular es el utilizar los esfuerzos confinantes al que las muestras están sometidas en el lugar de origen, así como someterlas a un intervalo de distorsiones compatibles con el que éstas presentarían bajo una sollicitación sísmica importante.

La única forma de estudiar la relación entre el módulo de corte dinámico y la correspondiente distorsión, bajo condiciones conocidas es en el laboratorio y mejor aun si el equipo es sencillo de operar reproduciendo de la manera más fiel posible a las sollicitaciones que se esperan en el sitio.

La forma más sencilla de inducir únicamente esfuerzo cortante es la torsión. La excitación dinámica más simple es la vibración libre. Por tanto, para estudiar la mencionada propiedad bastará un equipo que permita confinar una muestra de suelo a un estado de esfuerzos efectivos deseado, que permita la aplicación de un par torsionante y que registre la respuesta del material al vibrar libremente. Un instrumento con éstas características es el Péndulo de Torsión Libre (PTL) que diseñó el Dr. Leonardo Zeevaert Wiechers en 1962.

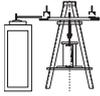


## Objetivos

El objetivo general de este trabajo es obtener los parámetros dinámicos del suelo de cimentación de una estructura por medio de la prueba del Péndulo de Torsión Libre propiedad de la Facultad de Ingeniería Civil de la UMSNH, para aplicarlos a la práctica profesional y en trabajos de investigación, referentes a la interacción suelo-estructura, interacción suelo-estructura-fluido, en la propagación de ondas sísmicas y para la obtención de registros sísmicos en estratos de roca base, utilizando parámetros reales del suelo y no los propuestos en la literatura.

Particularmente se tienen tres objetivos:

1. Reparación, acondicionamiento y calibración del Péndulo de Torsión Libre de la UMSNH. Actualmente este equipo no se encuentra en condiciones adecuadas para poder realizar pruebas de torsión.
2. Comprender las ecuaciones básicas del movimiento que rigen la naturaleza del Péndulo de Torsión Libre.
3. Obtener propiedades dinámicas de muestras de suelo alteradas, extraídas del campo de Ciudad Universitaria en la UMSNH.



## CAPÍTULO 1

# MÉTODOS PARA OBTENER LAS PROPIEDADES DINÁMICAS DE LOS SUELOS

### 1.1 Generalidades

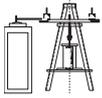
En las últimas décadas, se han realizado grandes avances en el desarrollo de los procedimientos analíticos, para calcular la respuesta del terreno sujeto a la acción de cargas dinámicas. Sin embargo, el uso de tales procedimientos requiere del conocimiento de las propiedades dinámicas del suelo para llegar a soluciones satisfactorias.

El ensaye de los suelos tiene dos objetivos:

1. Proporcionar información básica para el análisis y diseño.
2. Obtener la base experimental que permita el desarrollo de ecuaciones constitutivas.

Las principales propiedades dinámicas de los suelos que se requieren en la práctica profesional (Díaz, 2005) son:

- Módulo dinámico equivalente de Young, E.
- Módulo dinámico al esfuerzo cortante, G.
- Módulo dinámico de deformación volumétrica, K.
- Relación de Poisson,  $\nu$ .
- Amortiguamiento,  $\zeta$ .
- Propiedades esfuerzo-deformación.
- Parámetros de licuación.
- Resistencia al esfuerzo cortante en función de la velocidad de aplicación de la carga.



De acuerdo con la literatura existente sobre las curvas de *módulo de corte-deformación angular*, se tiene que la variación de estos parámetros tiene un comportamiento no lineal.

Las figuras 1-1 y 1-2 revelan la variación del módulo de corte y la relación de amortiguamiento con respecto a la distorsión angular, teniéndose que a mayor distorsión menor módulo de corte y en el caso del amortiguamiento, éste aumenta para distorsiones angulares grandes.

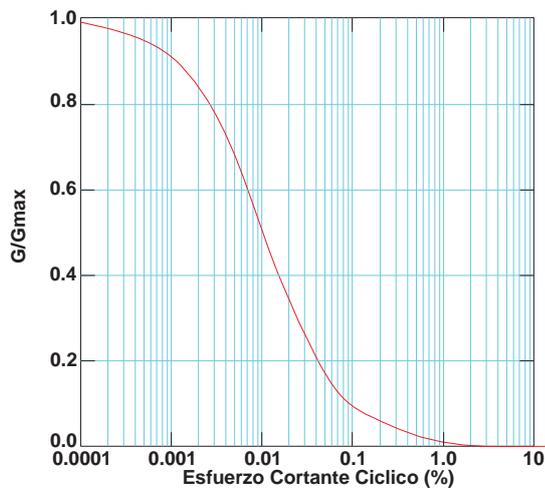


Figura 1-1 No linealidad del módulo de corte.

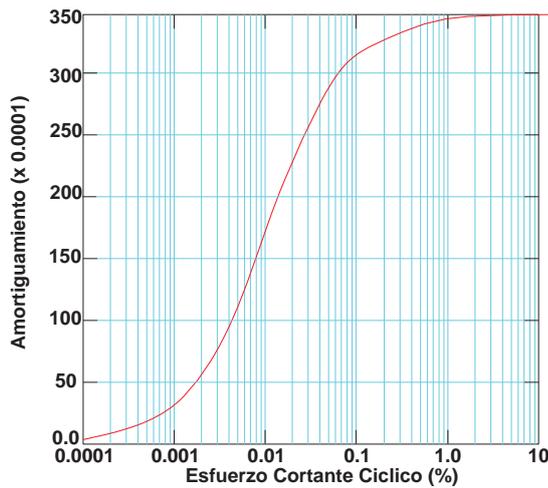
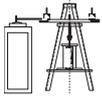


Figura 1-2 No linealidad del amortiguamiento.



Debe tenerse en cuenta que no existe un ensaye único que cubra todo el intervalo de deformaciones requerido para obtener los parámetros dinámicos de los suelos. En la figura 1-3 se muestran los intervalos de validez para los distintos métodos existentes.

Como puede observarse en los esquemas, la mayoría de los métodos de campo son para muy bajas deformaciones angulares ( $\gamma$ ), por lo que es importante resaltar que es necesario recurrir a los métodos de laboratorio.

Con los métodos de laboratorio se obtienen deformaciones angulares, para el intervalo de los terremotos, las cuales son de mucha importancia en la práctica ingenieríl.

Para el caso que nos ocupa, la determinación de propiedades dinámicas de los suelos, se observa claramente que el PTL de Zeevaert es un equipo ideal ya que está dentro del intervalo de interés de las deformaciones ocasionadas por los sismos.

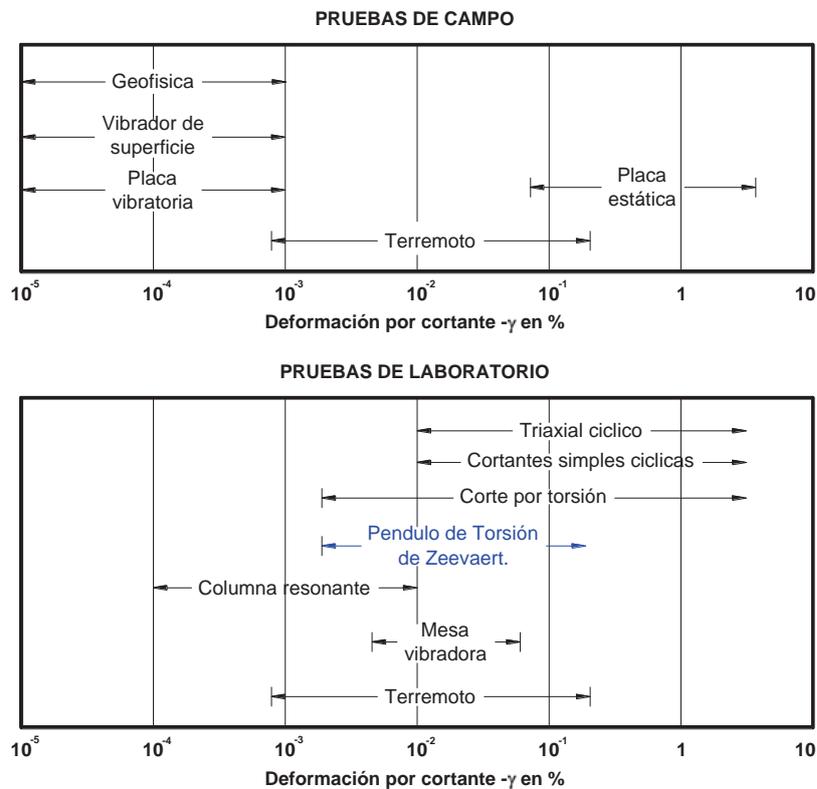
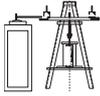


Figura 1-3 Intervalo de validez de los distintos métodos para obtener las propiedades dinámicas de los suelos.



De acuerdo con lo anterior concluimos que no basta con realizar pruebas de campo en la obtención de las propiedades dinámicas dentro del intervalo de los sismos, sino que es recomendable realizar ensayos de laboratorio, pues con ello se asegura la obtención de dichos parámetros con una mayor aproximación en el intervalo de interés.

En los párrafos subsecuentes se hace una breve descripción de algunas técnicas de ensaye de campo y de laboratorio más comunes en la obtención de las propiedades dinámicas de los suelos.

## **1.2 Métodos de campo**

Las ventajas de los métodos de campo radican en el ensaye de un mayor volumen de suelo y que en algunos casos la alteración del suelo puede ser minimizada. La desventaja principal consiste en poder controlar las condiciones de frontera y los bajos niveles de deformación que se pueden alcanzar.

A continuación se describen brevemente los principales métodos de campo para la obtención de las propiedades dinámicas de los suelos en campo.

### **1.2.1 Ensaye de ondas de superficie**

Consiste en generar un estado establecido de ondas Rayleigh de una frecuencia conocida, y medir la longitud de las ondas generadas.

Con la fuente vibradora se produce un estado establecido de ondas Rayleigh de una frecuencia,  $f$ , conocida y mediante la colocación de geófonos en la superficie del terreno, se mide la longitud de onda,  $Lr$ , de la vibración provocada. Para la medición de la longitud de ondas se utilizan por lo menos dos geófonos (figura 1-4).

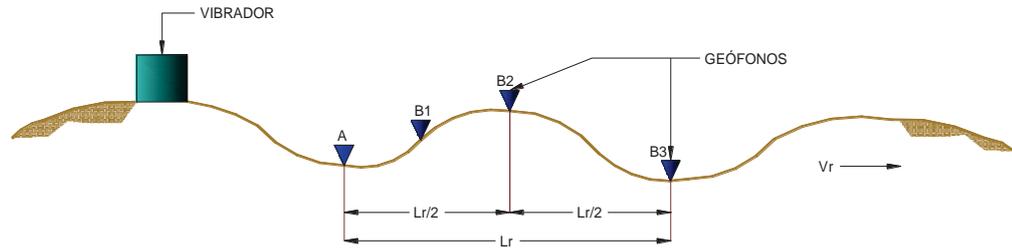
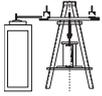


Figura 1-4 Esquema para el ensayo de campo con ondas de superficie.

La velocidad de onda Rayleigh,  $V_r$ , se puede calcular mediante la siguiente expresión:

$$V_r = L_r \cdot f \quad (1.1)$$

La velocidad de la onda Rayleigh es aproximadamente igual a la velocidad de la onda de esfuerzo cortante,  $V_s$ , por tanto:

$$V_s \cong V_r \cong \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (1.2)$$

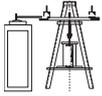
De la ecuación (1.2) se obtiene el valor del módulo de rigidez,  $G$ .

La profundidad efectiva de la onda Rayleigh se ha estimado empíricamente por Ballard (1964) y resulta ser de  $1/2$  de  $L_r$ . Esta profundidad constituye la principal desventaja del uso de este método, además, se pueden presentar errores provocados por refracciones si se trata de un depósito estratificado.

### 1.2.2 Ensayo de refracción sísmica

Este ensayo consiste en la medición de la velocidad de propagación de las ondas elásticas generadas por un impacto o explosión en la superficie del terreno.

La perturbación se puede provocar mediante explosivos o mediante golpes con un martillo sobre una placa de acero que se coloca sobre la superficie del terreno.



La metodología sugiere colocar en la superficie del terreno una línea de geófonos, separados entre si por una longitud media de 1 a 18 m. El punto de la perturbación se sitúa a una distancia igual a la escogida como la separación entre geófonos del primero de ellos (figura 1-5).

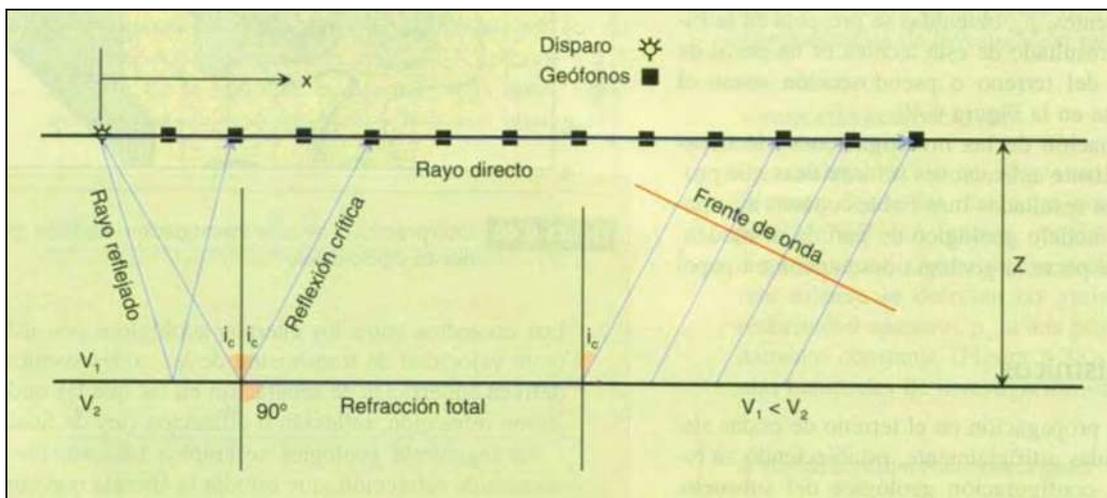


Figura 1-5 Esquema de explicación del método de refracción sísmica.

El impacto genera ondas que se propagan en el terreno, el tiempo de llegada de estas ondas a los distintos geófonos se amplifica y se registra en un oscilógrafo (figura 1-6). El registro obtenido consiste en varias líneas o trazos, una por cada geófono. El instante de impacto se registra mediante una marca en el canal del oscilógrafo, y el instante de llegada a cada uno de los geófonos queda igualmente registrado. Algunas ondas se propagan próximas a la superficie del terreno a una velocidad  $V_1$ ; otras cruzan la capa superior tanto hacia abajo como hacia arriba, bajo cierto ángulo crítico denominado ángulo de refracción.

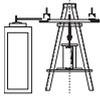


Figura 1-6 Equipo de medición para refracción sísmica.

Para la obtención de la curva *distancia-tiempo de llegada*, se dibujan en el eje de las abscisas las distancias entre los geófonos (figura 1-7); sobre ellas se dibuja verticalmente, como ordenadas, el tiempo transcurrido entre el instante del impacto y el instante de llegada al geófono correspondiente. Al unir los puntos se obtendrá un conjunto de líneas rectas que se cortan. Los puntos de intersección indican diferencia de velocidad de propagación de ondas elásticas, cuya magnitud se obtiene de la pendiente del tramo recto correspondiente. Las abscisas de los puntos de intersección están relacionadas directamente con el espesor de las distintas capas de suelo.

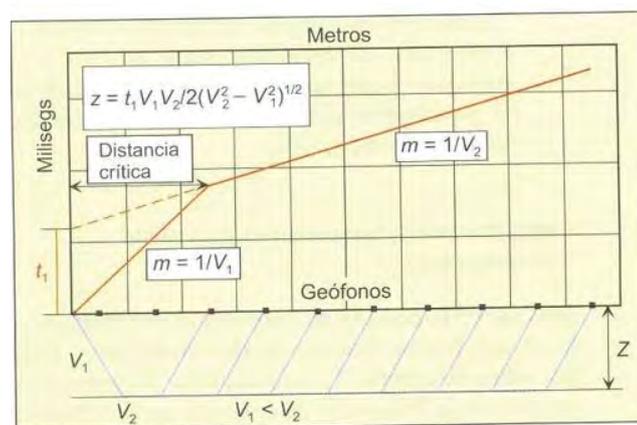
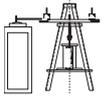


Figura 1-7 Curva Distancia-tiempo de llegada, para el ensayo de refracción sísmica.

La profundidad de exploración con este método es aproximadamente 10 veces la longitud del tendido total de geófonos (Díaz, 2005).



### 1.2.3 Ensayo de resonancia vertical

El fundamento teórico de este tipo de ensayo está ubicado en el campo de la interacción suelo-estructura. Consiste en colocar, a una profundidad,  $z$ , sobre una base de concreto con dimensiones en planta de 4.50 m por 2.75 m (Díaz, 2005), un vibrador mecánico o electromagnético y realizar un barrido de frecuencias para obtener la curva de *frecuencias-amplitud del movimiento*, con objeto de determinar la frecuencia de resonancia,  $f_R$ , vertical, del sistema vibrador-cimentación-suelo (figura 1-8).

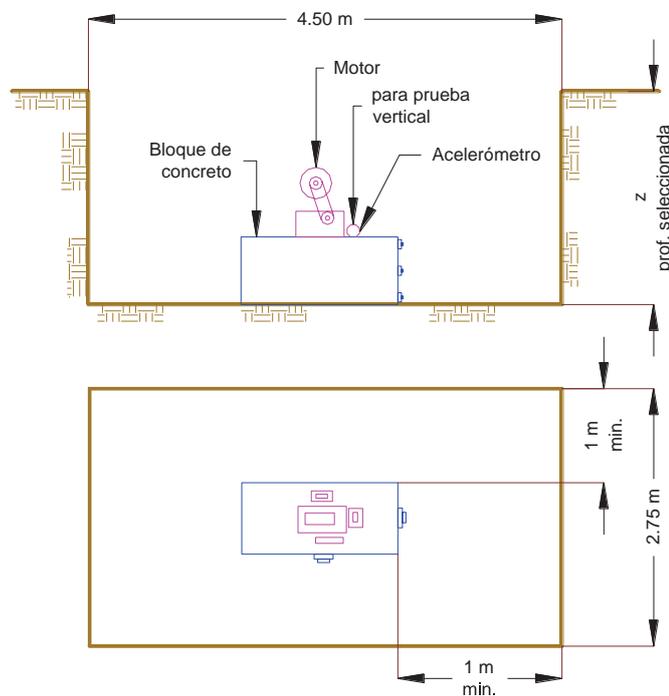
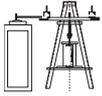


Figura 1-8 Esquema para el ensayo de resonancia.

La base de concreto se instrumenta con acelerómetros que permitan medir la aceleración vertical producida por un estado estacionario de vibración.

El amortiguamiento efectivo se puede determinar de la forma de la curva de *frecuencia - amplitud del movimiento* (figura 1-9).  $\Delta f$  define el ancho de la curva de respuesta para una amplitud igual a

$A_{\max} / \sqrt{2}$ . La fracción del amortiguamiento queda expresada por:



$$\zeta = \frac{\Delta f}{2f_R} \quad (1.3)$$

La mayor desventaja del ensaye de resonancia es la zona reducida de suelo participante.

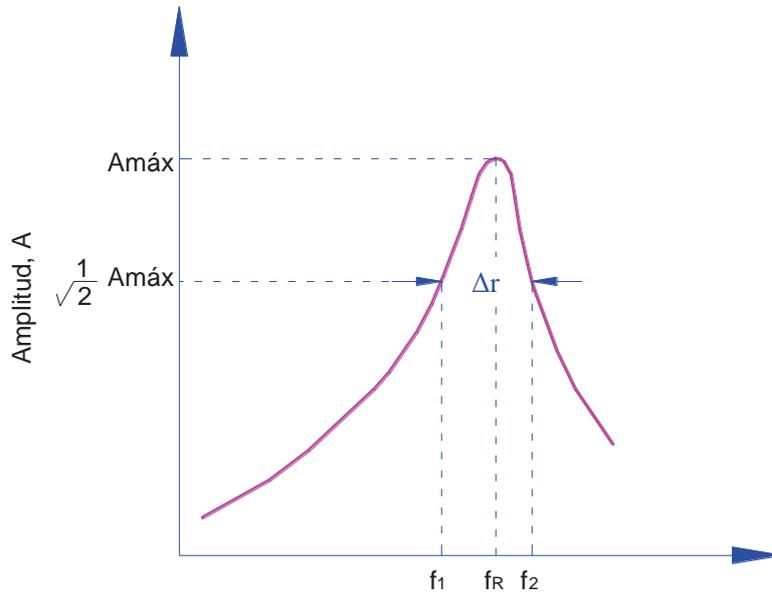


Figura 1-9 Curva de respuesta a la frecuencia.

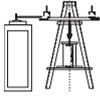
### 1.2.4 Ensayo de resonancia horizontal

Se utiliza el mismo equipo y procedimiento que el ensaye anterior, sólo que, los ejes de la base de concreto instrumentada con acelerómetros son orientados en dirección horizontal, que producen un estado establecido de vibración en ese plano.

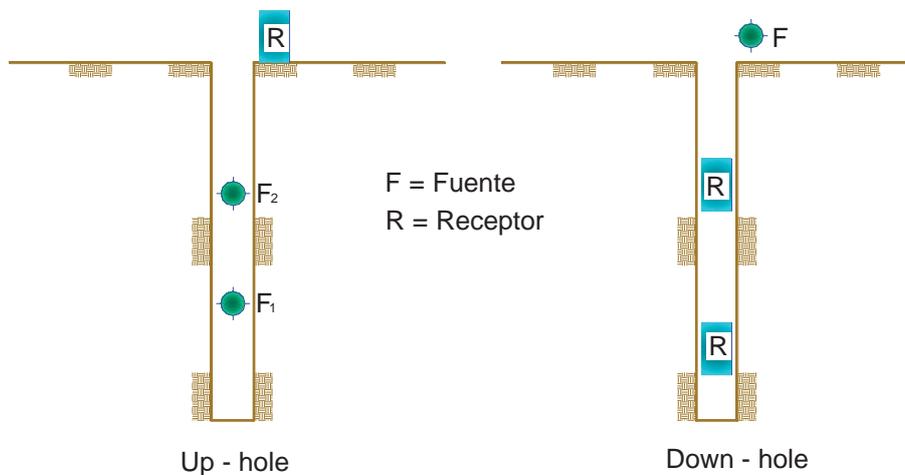
Con este tipo de ensaye y a partir del coeficiente de cortante elástico,  $C\tau$ , se puede obtener el módulo de rigidez al esfuerzo cortante,  $G$ . Asimismo, el amortiguamiento efectivo se determina a partir de la curva de respuesta a la frecuencia, del método anterior.

### 1.2.5 Ensayes Up-hole y Down-hole

Estos ensayos están basados en la medición de la propagación de ondas sísmicas en los suelos, provocados por una fuente de perturbación y registradas en un punto denominado receptor.



Para realizar este tipo de ensayos es necesario realizar un sondeo. Si la fuente excitadora se coloca en la superficie del sondeo y el receptor en el interior, a una profundidad de interés, las ondas generadas viajarán hacia abajo y el ensayo recibe el nombre de Down-hole. En caso contrario, es decir, si la fuente se coloca en el interior del sondeo y el receptor en la superficie del terreno, el ensayo se denomina Up-hole (figura 1-10).



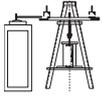
**Figura 1-10** Ensayes Down-hole y Up-hole.

Con la producción de la excitación dinámica a diferentes profundidades y si se conoce el tiempo requerido para que la onda viaje desde la fuente al receptor y la distancia entre ambos, es posible determinar la velocidad de propagación de las ondas de compresión o de las ondas de cortante.

Debe tomarse en cuenta que el ensayo mide la velocidad de propagación promedio.

El intervalo de deformaciones de este tipo de ensayos está comprendido entre  $10^{-1}\%$  y  $10^{-3}\%$  (Díaz, 2005).

La desventaja principal de estos ensayos es la rápida atenuación de la energía con la profundidad.



### 1.2.6 Ensaye Cross-hole

Este método consiste en generar en las paredes o en el fondo de un sondeo una excitación dinámica. Para llevar a cabo el ensaye es necesario realizar por lo menos dos sondeos, uno de los cuales se utiliza como sondeo fuente y otro como receptor.

En el sondeo receptor se mide el tiempo en que la perturbación requiere para llegar a él. Conocido el tiempo y la distancia entre ambos sondeos e identificando el tipo de onda generado, es posible determinar la velocidad de propagación de onda correspondiente. Se utilizan para determinar los módulos dinámicos  $E$  y  $G$ . con este método es posible obtener la velocidad de propagación de ondas de cuerpo  $P$  y  $S$  para puntos colocados a la misma profundidad (figura 1-11).

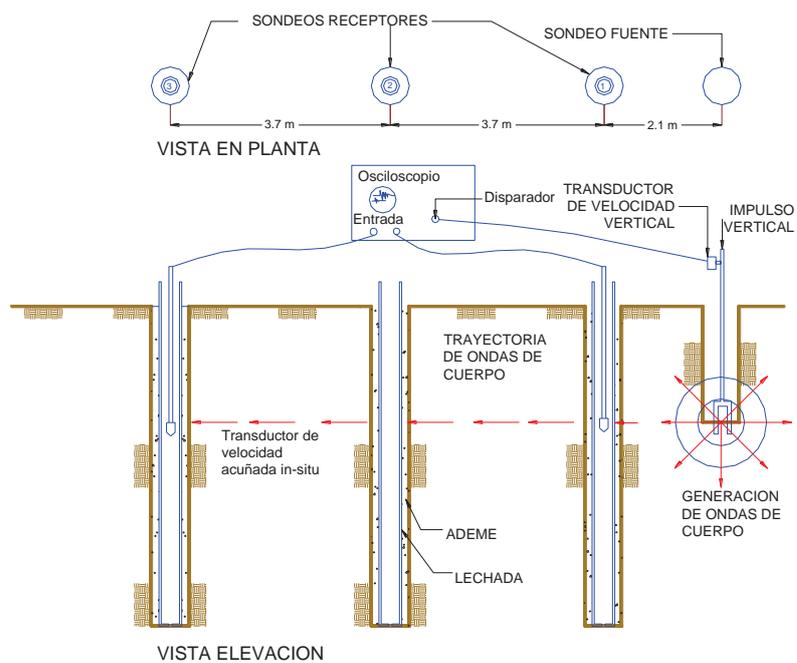
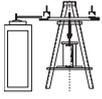


Figura 1-11 Esquema de explicación del método Cross-hole.



### 1.3 Métodos de laboratorio

Para determinar las propiedades dinámicas de los suelos, se han desarrollado una gran variedad de técnicas de laboratorio e instrumentos que inducen diversas magnitudes a las probetas de suelo, por lo que es común complementar unos ensayos con otros a fin de conocer la variación de los parámetros dinámicos.

A continuación se describen brevemente los principales métodos y equipos de laboratorio para la obtención de las propiedades dinámicas de los suelos.

#### 1.3.1 Ensaye de pulsos ultrasónicos

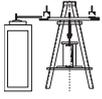
Este ensaye consiste en generar ondas ultrasónicas mediante cristales piezoeléctricos ya sean longitudinales o de torsión y medir el tiempo,  $t$ , necesario para la propagación del pulso eléctrico generado, a través del espécimen de suelo de longitud,  $L$ , (figura 1-12).

Lo anterior permite conocer la velocidad de propagación del pulso generado en el espécimen en estudio.

El ensaye de pulsos se considera no destructivo ya que impone deformaciones unitarias del orden de  $10^{-4}\%$  a  $10^{-3}\%$  (Díaz, 2005).

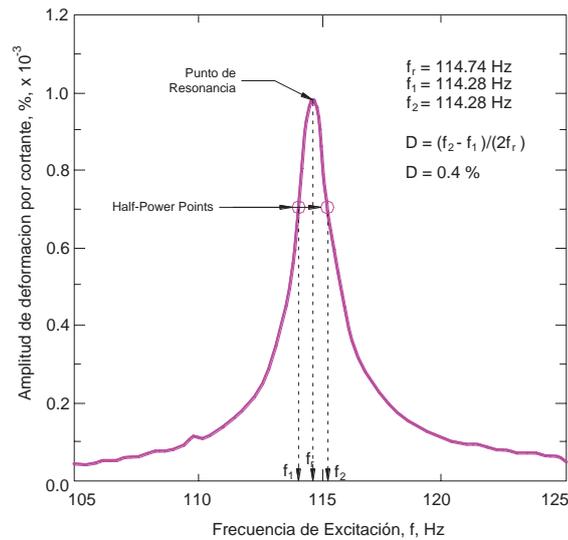


Figura 1-12. Equipo para el ensayo de pulsos ultrasónicos.



### 1.3.2 Ensaye de columna resonante

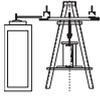
Este método consiste en someter a una muestra cilíndrica de suelo sólida o hueca a una vibración forzada ya sea longitudinal o torsional, variando la frecuencia de excitación hasta lograr la resonancia de la muestra para el primer modo de vibración (figura 1-13).



**Figura 1-13** Curva Frecuencia- Amplitud de deformación. Se observa el punto de resonancia.



**Figura 1-14** Equipo para el ensayo de columna resonante.



Las frecuencias dependen tanto de las características geométricas del espécimen como del equipo.

El módulo de corte,  $G$ , el módulo de Young,  $E$  y la relación de amortiguamiento respecto del crítico puede ser obtenida con este equipo (figura 1-14).

Los principales factores que pueden afectar los resultados de la prueba son: la amplitud de deformación angular, la presión de confinamiento y la relación de vacíos.

Con este equipo es posible determinar el módulo de rigidez para deformaciones angulares del orden de  $10^{-4}$  % a  $10^{-2}$  % (Gallegos, 2005).

### 1.3.3 Ensaye triaxial cíclico

Este ensaye tiene como finalidad conocer el comportamiento de la curva esfuerzo-deformación y la resistencia al esfuerzo cortante de una muestra de suelo cilíndrica, sometidas a carga axial cíclica. La prueba se realiza con equipos como el mostrado en la figura 1-15.

La metodología empleada consiste en someter a una muestra de suelo a una esfuerzo de confinamiento, hasta lograr su consolidación y posteriormente aplicarle una carga axial cíclica de magnitud conocida y a una frecuencia previamente establecida.

La relación esfuerzo-deformación es de tipo histerético. En la figura 1-16, se muestra un lazo de histéresis típico de un ensaye de este tipo; en la figura se presenta el estado inicial de consolidación de la muestra, la variación del esfuerzo axial cíclico,  $qc$ , y la variación de la deformación axial,  $\varepsilon_c$ .

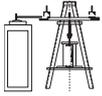


Figura 1-15 Equipo para realizar el ensaye triaxial cíclico.

El módulo equivalente de Young,  $E_{eq}$ , es la pendiente de la línea que une los puntos extremos del lazo de histéresis. El amortiguamiento equivalente,  $\lambda$ , se determina con:

$$\lambda = \frac{1}{4\pi} (\text{Área del lazo de histéresis}) / (\text{Área del triangulo BCD}).$$

El intervalo de deformación angular que es posible determinar es de  $10^{-2}\%$  a  $5\%$  (Gallegos, 2005) aproximadamente.

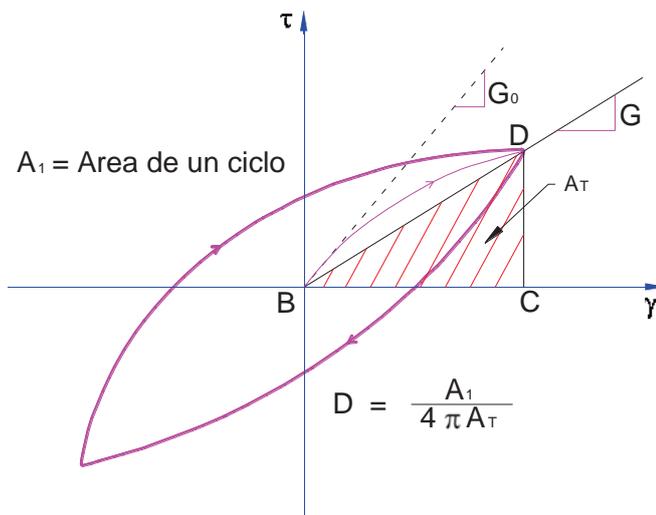
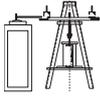


Figura 1-16. Lazo de histéresis típico para el ensaye triaxial cíclico.



### 1.3.4 Ensaye de corte simple cíclico

Este tipo de ensaye tiene como objetivo principal investigar el comportamiento esfuerzo-deformación y la resistencia al esfuerzo cortante de un espécimen de suelo sometido a una condición de esfuerzos de corte simple.

Esta técnica se desarrollo con la finalidad de reproducir con mayor aproximación las condiciones del suelo con que se encuentra en estado natural, al ser sometido a la propagación vertical de ondas de cortante.

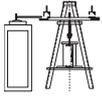
Las condiciones de corte simple teóricas que debe cumplir un espécimen de suelo en un equipo de corte simple son (Díaz, 2005):

- a) Estático: simular el estado inicial de esfuerzos.
- b) Cíclico: imponer condiciones de corte cíclico.

Actualmente se pueden encontrar dos tipos de aparatos de corte simple. El primero consiste en una caja de paredes rígidas la cual permite el desplazamiento lateral relativo entre el fondo de la caja y la tapa, provocando deformación por corte simple, a la muestra de suelo contenida dentro de la caja. En el segundo tipo la muestra de suelo es de forma cilíndrica y se confina mediante una membrana reforzada con alambre de acero en espiral. La muestra de suelo se consolida de forma anisotrópica al impedir la deformación lateral en la etapa de consolidación.

El módulo de rigidez al cortante,  $G$ , se determina relacionando el esfuerzo de corte aplicado con la deformación angular y al igual que en la cámara triaxial se pueden obtener los lazos de histéresis y estimar el amortiguamiento.

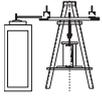
El intervalo de deformación angular que es posible determinar con este instrumento es de  $10^{-2}$  % a 5% (Gallegos, 2005) aproximadamente.



### 1.3.5 Péndulo de torsión libre (PTL)

Para la determinación de los parámetros de  $G$  y  $\zeta$  existe un equipo que permite obtenerlos, llamado “*Péndulo de Torsión Libre*”, cuyo funcionamiento consiste básicamente en someter un espécimen cilíndrico de suelo a un impulso que le provoque una vibración torsional libre.

Dado que éste es el instrumento utilizado en el presente trabajo, se describe todo lo referente a él, en el capítulo siguiente.



## CAPÍTULO 2

# PÉNDULO DE TORSIÓN LIBRE DE ZEEVAERT

### 2.1 Generalidades

La determinación de propiedades dinámicas de los suelos en un laboratorio es, sin lugar a dudas, un aspecto muy importante cuando se requiere diseñar una cimentación sometida a cargas dinámicas.

Como ya se vio, en la actualidad existen diversos equipos para la determinación de las propiedades dinámicas de los suelos. La mayoría implica un costo elevado, por lo que difícilmente pueden ser adquiridos en los laboratorios dedicados a la práctica profesional.

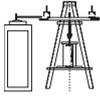
Afortunadamente, gracias a las investigaciones del Dr. Leonardo Zeevaert, contamos con un equipo llamado *Péndulo de Torsión Libre*, que nos permite determinar estas propiedades de forma sencilla.

### 2.2 Descripción General del PTL de la UMSNH

En la actualidad son muy pocos los laboratorios que cuentan con el péndulo de torsión. En la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo (UMSNH) se cuenta con un equipo, en el laboratorio de materiales de la Facultad de Ingeniería Civil.

La Facultad de Ingeniería de la UNAM, recientemente ha realizado estudios de mecánica de suelos en la ciudad de México, obteniendo parámetros dinámicos, utilizando el PTL (Gallegos, 2005).

El Péndulo de Torsión Libre con que cuenta la Facultad de Ingeniería Civil (FIC), de la UMSNH, desafortunadamente no se ha utilizado durante un tiempo de 18 años aproximadamente, por lo que se ha estado desaprovechando este equipo. De aquí la importancia de poder estudiar las diferentes



partes que lo componen y su manejo, incluyendo su calibración, como primer paso, para posteriormente realizar pruebas a suelos obteniendo de ellos sus propiedades dinámicas.

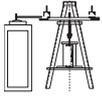
### 2.3 Descripción de los componentes del PTL

A continuación se hace una breve descripción de los componentes principales que integran el Péndulo de Torsión Libre de Zeevaert mostrado en la figura 2-1.



**Figura 2-1** Vista general del Péndulo de Torsión Libre de Zeevaert, instalado en el laboratorio de la FIC.

Cada uno de los componentes también puede verse en la figura 2-2 y se describen detalladamente a continuación:



a) *Base Principal*

La base principal es el lugar donde se apoya directamente el marco de acero rígido y ésta debe garantizar la correcta fijación del marco, al grado de no poder permitir desplazamientos laterales o verticales al momento de realizar la prueba.

b) *Marco Rígido*

Compuesto de perfiles de acero provistos de tal manera que proporcionen una rigidez global suficiente del sistema.

c) *Placa base y Sistema de sujeción*

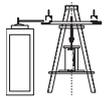
Es la parte donde se asienta directamente la cámara triaxial, por lo que debe garantizar una correcta sujeción entre ella y el marco rígido, no permitiendo desplazamientos horizontales o verticales.

d) *Cámara Triaxial*

Parte fundamental del PTL, ya que es donde se introduce la probeta de suelo al cual se somete a un proceso de consolidación, a una determinada presión de confinamiento de acuerdo a la profundidad que se haya realizado el sondeo o en su caso a una presión tal que sea de nuestro interés conocer las propiedades dinámicas del mismo. El espécimen de suelo debe estar debidamente sujeto en ambos extremos de la cámara triaxial, mediante unos cabezales.

e) *Cabezales*

Están provistos de 6 cuchillas cada uno, colocadas radialmente. La función principal es dar sujeción al espécimen de suelo. El cabezal inferior provee sujeción entre la cámara triaxial y el espécimen y el superior entre el espécimen y el vástago principal, mediante el vástago inferior.



*f) Vástago Superior*

Este componente está conectado directamente al brazo excitador y al vástago inferior. Su función es transmitir la fuerza aplicada en el brazo excitador hacia la probeta de suelo o cilindro de acero de tal forma que únicamente reciba cortante puro.

*g) Vástago Inferior*

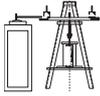
Componente encargado de conectar el vástago superior con el cabezal superior a través de un broquero.

*h) Brazo excitador*

Este componente es fundamental para la realización de una prueba, ya que es el encargado de transmitir los esfuerzos de torsión hacia el espécimen de suelo. Lo anterior se logra aplicando una fuerza en forma repentina en un extremo y en dirección perpendicular al brazo excitador, provocando con esto que el sistema vibre libremente. Sobre los extremos del brazo excitador y equidistante del centro suelen colocarse unas masas con la finalidad de aumentar el periodo y la rigidez global del equipo. Este componente está suspendido por un cable de acero dispuesto por un sistema de poleas y contrapesos.

*i) Sistema de masas*

Su importancia puede ser en mayor o menor grado ya que su uso depende básicamente del tipo de suelo que se vaya a estudiar o ensayar, es decir, la función que desempeña se ve reflejada en el incremento del periodo y rigidez del equipo. La idea es que exista una diferencia de rigidez considerable entre suelo y equipo. Por ejemplo si se tiene un suelo suave y se ensaya con cero masas, como fue nuestro caso, la diferencia en rigidez de equipo y suelo es aceptable. Pero si en el laboratorio decidimos darle mayor rigidez al suelo y ensayarlo sin incrementar las masas, lo que estaríamos ocasionando es que el suelo tienda a acercarse a la rigidez del equipo.



*j) Sistema de Poleas y Contrapesos*

Como se dijo anteriormente este sistema sirve para soportar el peso del brazo excitador y en su caso a las masas; esto se logra mediante un sistema de poleas y un cable de acero. La función principal es el de no permitir que la probeta de suelo reciba carga axial y únicamente esté expuesta a esfuerzos de cortante puro. Para lograr lo anterior todos los pesos de las partes móviles del equipo deben ser igual al contrapeso.

*k) Cilindro de acero (calibración)*

Este dispositivo con dimensiones iguales a la probeta de ensaye, nos sirve para realizar la calibración del equipo.

*l) Mesa de registro*

Ubicada en un extremo del brazo excitador, esta debe estar debidamente nivelada y alineada con el equipo. Cuenta con un sistema de rodillos que a una determinada velocidad. En ellos se coloca el papel encargado de registrar las respuestas generadas en el PTL, ya sea en la etapa de calibración ó ensaye de probetas de suelo.

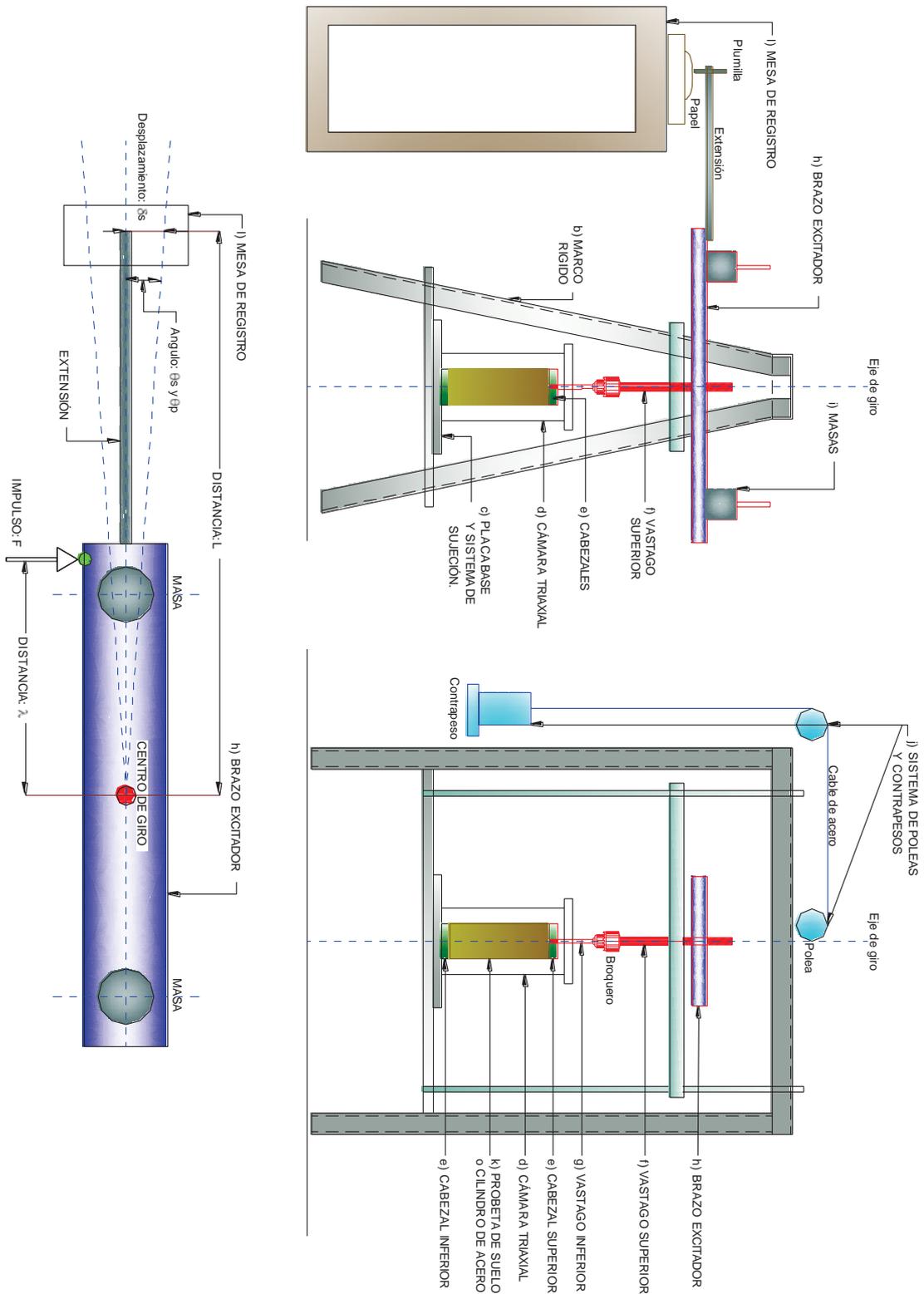
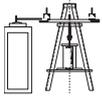
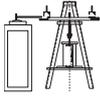


Figura 2-2 Vista general del Péndulo de Torsión Libre de Zeevaert.



## CAPÍTULO 3

### ECUACIONES GENERALES DEL MOVIMIENTO

#### 3.1 Movimiento armónico simple sin amortiguamiento

El Movimiento Armónico Simple (MAS) parte de la segunda ley de Newton, cuyo enunciado es: *La fuerza es igual al producto de su masa por su aceleración.*

El enunciado anterior queda representado por la fórmula siguiente:

$$F = m \cdot a \quad (3.1)$$

Donde:

$F$  Fuerza

$m$  Masa

$a$  Aceleración

Para entender mejor la naturaleza del movimiento que representa la fórmula anterior, nos apoyaremos en la figura 3-1. En estado inicial (a), se muestra un sistema de un grado de libertad (S1GDL), con una masa acumulada en un extremo sujeta mediante un resorte de rigidez  $k$ , que a su vez está empotrado en su extremo izquierdo. En la segunda parte (b) se provoca un desplazamiento horizontal ( $u$ ) y se suelta quedando el sistema oscilando en vibración libre. Finalmente se representa el diagrama de cuerpo libre con las fuerzas actuantes (c).

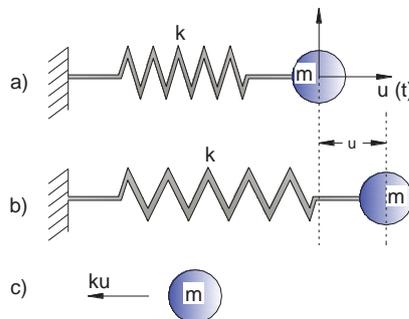
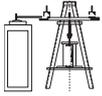


Figura 3-1 Esquema representativo de un S1GDL sin amortiguamiento.



Si realizamos suma de fuerzas tomando en cuenta el diagrama de cuerpo libre de la Figura 3-1c, y utilizando la fórmula 3.1 se tiene:

$$\sum F = m \cdot a$$
$$-k \cdot u = m \cdot \ddot{u} \quad (3.2)$$

Reordenando términos resulta:

$$m \cdot \ddot{u} + k \cdot u = 0 \quad (3.3)$$

Si dividimos la ecuación (3.3) por la masa  $m$ , obtenemos la ecuación diferencial de segundo orden, siguiente:

$$\ddot{u} + \frac{k}{m} \cdot u = 0$$
$$\ddot{u} + \omega^2 \cdot u = 0 \quad (3.4)$$

Escrita de otra forma:

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + \omega^2 u = 0 \quad (3.5)$$

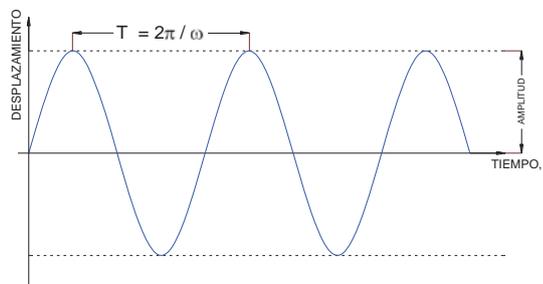
Denominando

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \quad (3.6)$$

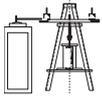
Donde  $\omega$  es la frecuencia natural circular y se expresa en rad/seg.

A la ecuación (3.5) se le conoce con el nombre de *ecuación de movimiento armónico simple de un sistema de un grado de libertad sin amortiguamiento en vibración libre*.

El comportamiento que trae consigo el movimiento anterior se muestra en la figura 3-2



**Figura 3-2** Comportamiento de un MAS sin amortiguamiento.



### 3.2 Movimiento armónico simple con amortiguamiento

De igual forma para un sistema de un grado de libertad (figura 3-3), si la masa ( $m$ ) se desplaza una cantidad ( $u$ ) y se libera súbitamente, el sistema vibrará libremente. Pero a diferencia del caso anterior, el nuevo sistema, cuenta además con un nuevo parámetro denominado amortiguador o amortiguamiento ( $c$ ), cuya función principal es el disipar la energía producida por el desplazamiento ( $u$ ).

La disipación de la energía puede efectuarse mediante distintos mecanismos dependiendo de el tipo de amortiguamiento (fricción, histerético, viscoso, etc.). El tipo de amortiguamiento más comúnmente usado es de tipo viscoso.

El diagrama de cuerpo libre (figura 3-3c) indica las fuerzas actuantes sobre  $m$ , al momento de liberar la masa y permitir la vibración del sistema.

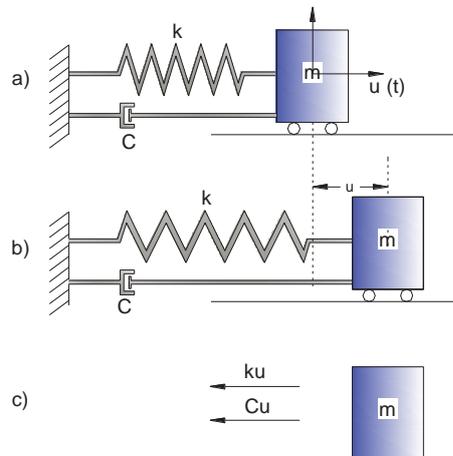


Figura 3-3 Sistema elemental de 1GDL amortiguado (vibración libre amortiguada)

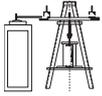
Aplicando nuevamente la segunda ley de Newton y haciendo suma de fuerzas nos resulta:

$$\sum F = m \cdot a$$

$$-k \cdot u - c \cdot \dot{u} = m \cdot \ddot{u}$$

Reordenando términos resulta

$$m \cdot \ddot{u} + c \cdot \dot{u} + k \cdot u = 0 \tag{3.7}$$



Si dividimos la ecuación (3.7) por la masa  $m$ , obtenemos la ecuación diferencial de segundo orden, es decir:

$$\ddot{u} + \frac{c}{m} \cdot \dot{u} + \frac{k}{m} \cdot u = 0 \quad (3.8)$$

Denominando

$$2b = \frac{c}{m} \quad (3.9)$$

El valor de la ecuación (3.9) se propone únicamente por facilidad de cálculo.

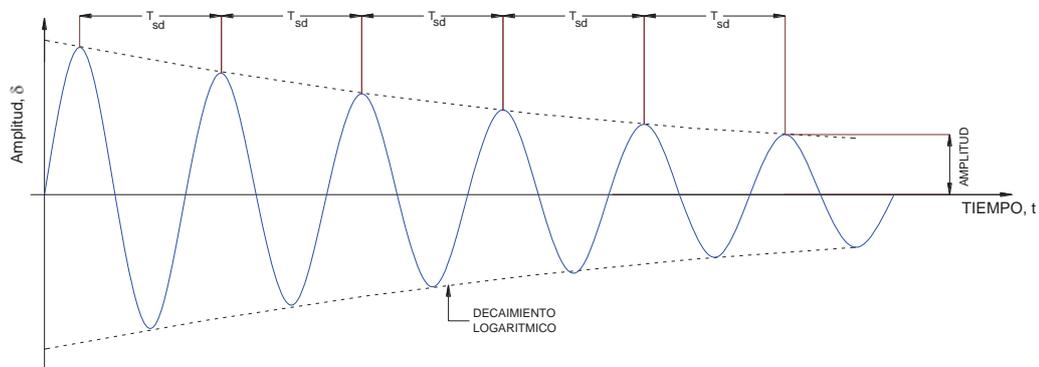
Sustituyendo las ecuaciones (3.6) y (3.9) en (3.8) nos resulta:

$$\ddot{u} + 2b \cdot \dot{u} + \omega^2 \cdot u = 0 \quad (3.10)$$

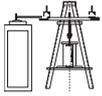
A la ecuación (3.10) se le conoce con el nombre de *ecuación de movimiento armónico simple de un sistema de un grado de libertad amortiguado en vibración libre*.

La mayoría de los movimientos que se presentan en la naturaleza tienen un comportamiento como el ilustrado en la figura 3-4 es decir, a medida que transcurre cierto tiempo tienden a tener una pérdida en el valor de la amplitud.

La disminución de la amplitud tiene que ver con las propiedades del material que integran el modelo en estudio, es decir, su rigidez ( $k$ ), amortiguamiento ( $c$ ), y todas las fuerzas que se oponen al movimiento.



**Figura 3-4. Registro de una vibración libre con amortiguamiento.**



Del esquema anterior

$\delta$  Amplitud del movimiento.

$T_{sd}$  Periodo amortiguado del sistema.

La ecuación (3.10) es una ecuación diferencial, ordinaria, lineal, de segundo orden, de coeficientes constantes y homogénea. Su solución tiene la forma:

$$u_h = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} \quad (3.11)$$

cuya ecuación característica es

$$\lambda^2 + 2b\lambda + \omega^2 = 0 \quad (3.12)$$

y las raíces correspondientes son

$$\lambda_1 = -b + \sqrt{b^2 - \omega^2}$$

$$\lambda_2 = -b - \sqrt{b^2 - \omega^2}$$

Las raíces pueden ser reales o complejas dependiendo del valor de  $(b^2 - \omega^2)$ , por lo que es posible distinguir tres casos posibles:

**CASO I:**  $(b^2 - \omega^2) > 0$

Aquí se dice que el sistema está **sobreamortiguado**, ya que el coeficiente de amortiguamiento ( $c$ ), es grande comparado con la constante de rigidez ( $k$ ) del resorte.

**CASO II:**  $(b^2 - \omega^2) = 0$

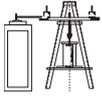
Se dice que el sistema se encuentra **críticamente amortiguado** ya que cualquier disminución de la fuerza de amortiguamiento daría como resultado un movimiento oscilatorio.

**CASO III:**  $(b^2 - \omega^2) < 0$

Se dice que el sistema se encuentra **subamortiguado** porque su coeficiente de amortiguamiento es pequeño comparado con la rigidez del resorte. Para este caso las raíces son complejas:

$$\lambda_1 = -b + \sqrt{\omega^2 - b^2} i$$

$$\lambda_2 = -b - \sqrt{\omega^2 - b^2} i$$



Entonces, la solución general de la ecuación (3.12) esta dada por la siguiente ecuación

$$u(t) = e^{-bt}(c_1 \cos(\sqrt{(\omega^2 - b^2)} \cdot t) + c_2 \text{sen}(\sqrt{(\omega^2 - b^2)} \cdot t)) \quad (3.13)$$

En la figura 3-5 se muestran de forma esquemática los diferentes casos antes mencionados.

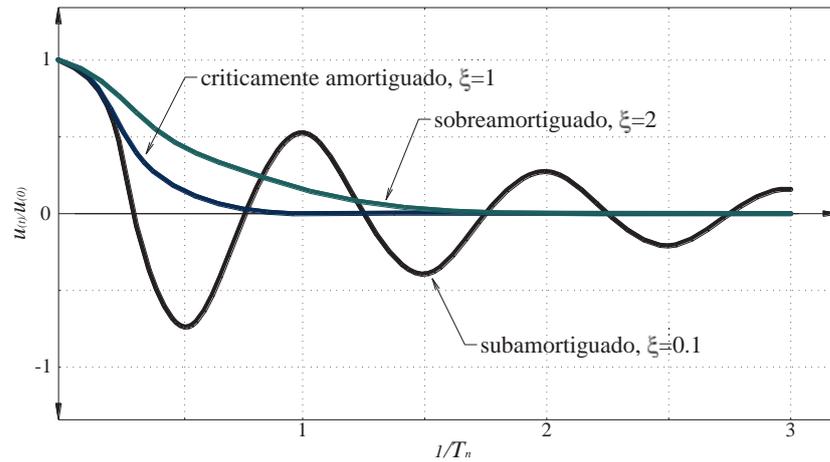
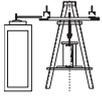


Figura 3-5. Esquema de diferentes tipos de amortiguamiento.

De la figura 3-5 puede decirse que para los dos primeros casos el movimiento no es oscilatorio, en cambio para el caso III (*subamortiguado*), el movimiento que describe es oscilatorio, pero las amplitudes de vibración tienden a cero cuando el tiempo tiende al infinito ( $t \rightarrow \infty$ ).

De la misma manera que para una vibración de un sistema, originada por un desplazamiento horizontal, es posible determinar las características del movimiento cuando el sistema en estudio esté sujeto a una torsión inicial.

Una explicación más detallada se hace en el siguiente tema.



### 3.3 El oscilador Torsional.

Consideremos ahora el sistema mostrado en la Figura 3- 6, el cual consta de un disco suspendido de un alambre conectado a su centro de masa. El alambre se encuentra empotrado en un punto de soporte y al disco. Con el disco en la posición de equilibrio se traza una línea que parte del origen  $O$  al punto  $P$ . si al disco le inducimos un cierto giro  $\theta_s$ , de manera que la línea de referencia  $OP$  se dirija al la línea  $OR$ . Entonces el alambre ejercerá un giro sobre el disco. Si consideramos primero que el sistema no disipa energía, tendremos un MAS angular sin amortiguamiento y al no existir fuerzas que se opongan al movimiento, el sistema oscilará indefinidamente (figura 3-2), con una amplitud igual a  $2\theta_s$ .

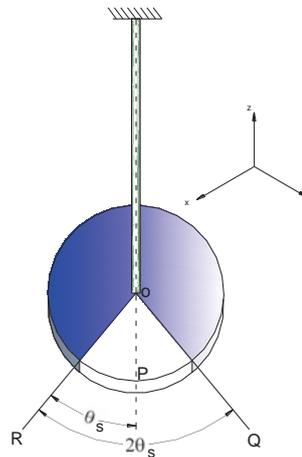


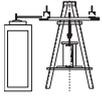
Figura 3- 6. Modelo de un oscilador de un grado de libertad.

De igual forma si aplicamos la segunda ley de Newton y realizamos la suma de fuerzas que intervienen en el equilibrio dinámico para este tipo de vibración, sin amortiguar, obtenemos:

$$J_s \ddot{\theta} + k_s \theta = 0 \tag{3.14}$$

Si dividimos la ecuación (3.14) por la masa rotacional  $J_s$  obtenemos la ecuación diferencial de segundo orden, es decir:

$$\ddot{\theta} + \frac{k_s}{J_s} \cdot \theta = 0 \tag{3.15}$$



$$\ddot{\theta} + \omega_s^2 \cdot \theta = 0 \quad (3.16)$$

Donde:

$$\omega_s^2 = \frac{k_s}{J_s} \quad (3.17)$$

$\theta$  Desplazamiento angular.

$\ddot{\theta}$  Aceleración angular

$J_s$  Momento polar de inercia de la masa del sistema.

$k_s$  Rigidez rotacional del alambre de acero.

$\omega_s$  Frecuencia angular del sistema:  $\omega_s = 2\pi/T_s$  (3.18)

$T_s$  Periodo natural del sistema.

Para un movimiento armónico simple angular, la ecuación que representa la solución esta dada por la ecuación (3.19):

$$\theta = \theta_s \text{sen} \omega_s t \quad (3.19)$$

Donde:

$\theta_s$  Amplitud máxima del movimiento.

t duración de la vibración.

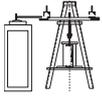
Con ayuda de la figura 3-4, podemos apreciar claramente el comportamiento del movimiento.

De la ecuación (3.17) es posible determinar la frecuencia angular libre del sistema.

$$\omega_s = \sqrt{k_s / J_s} \quad (3.20)$$

y por tanto el periodo natural del sistema  $T_s$  se obtiene a partir de (3.18)

$$T_s = \frac{2\pi}{\omega_s} \quad (3.18 a)$$



Hasta este momento hemos estudiado también el caso de un oscilador torsional, el cual se le induce un giro inicial  $\theta_s$  y se deja en vibración libre sin amortiguamiento, es decir, el sistema vibra indefinidamente.

Para el caso de nuestro estudio nos interesa determinar las propiedades del movimiento cuando éste pierde energía en un tiempo determinado, es decir, el comportamiento correspondiente al caso III.

Introduciendo entonces la fuerza encargada de disipar esta energía de entrada en la ecuación de equilibrio dinámico de la vibración libre no amortiguada (3.14), nos queda en la forma siguiente:

$$J_s \ddot{\theta} + c \dot{\theta} + k_s \theta = 0 \quad (3.21)$$

Si dividimos la ecuación (3.21) por  $J_s$  se obtiene

$$\ddot{\theta} + \frac{c}{J_s} \dot{\theta} + \frac{k_s}{J_s} \theta = 0 \quad (3.21a)$$

De igual forma denominamos

$$2b = \frac{c}{j_s} \quad (3.22)$$

La solución de esta ecuación diferencial (como se vio antes), está en función de la constante  $c$ , cuyo valor depende de que sea mayor o menor que el amortiguamiento crítico,  $c_c$ .

Del caso II ( $(b^2 - \omega_s^2) = 0$ ) se tiene que

$$b = \omega_s \quad (3.23)$$

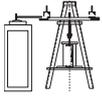
sustituyendo este valor en (3.22)

$$2\omega_s = \frac{c}{j_s} \quad (3.24)$$

pero de (3.20) se sabe que

$$\omega_s = \sqrt{\frac{k_s}{j_s}}$$

sustituyendo ésta última ecuación en (3.24) y simplificando obtenemos el factor de amortiguamiento crítico  $c_c$ .



$$c_c = 2\sqrt{k_s J_s} \quad \text{ó} \quad c_c = 2J_s \omega_s \quad (3.25)$$

Un parámetro de interés en este estudio es la denominada relación de amortiguamiento crítico y esta definido como

$$\zeta = \frac{c}{c_c} \quad (3.26)$$

La relación anterior nos ayuda a clasificar el tipo de amortiguamiento como ya se mencionó antes tal y como se muestra en la figura 3-5.

Para el caso estudiado aquí, nos enfocaremos al caso *subamortiguado*, es decir, obtendremos las ecuaciones necesarias para describir el movimiento de ésta índole (figura 3-4).

Lo anterior con el propósito de darles la aplicación práctica, en el uso del péndulo de torsión libre. Entonces continuando con nuestro desarrollo tenemos que la ecuación (3.21) se satisface con:

$$\theta = Ae^{-\zeta_s \omega_s t} (\cos \omega_{sd} t) \quad (3.27)$$

$\zeta_s$  Fracción de amortiguamiento respecto al crítico.

$\omega_{sd}$  Frecuencia angular amortiguada.

Es decir, el decaimiento de la amplitud del movimiento es de tipo logarítmico.

y la frecuencia circular amortiguada del sistema vale

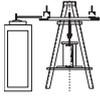
$$\omega_{sd}^2 = \omega_s^2 (1 - \zeta_s^2) \quad (3.28)$$

Se puede reconocer de la ecuación (3.27) que la amplitud máxima del movimiento es:

$$\theta_s = Ae^{-\zeta_s \omega_s (nT_{sd})} \quad (3.29)$$

Es decir la máxima amplitud se obtiene cuando el coseno alcanza un valor de cero.

De donde el parámetro ( $n T_{sd}$ ) es el tiempo correspondiente a la *n*-ésima cresta del movimiento. Si consideramos dos movimientos sucesivos (figura 3-7), obtenemos:



$$\frac{\theta_n}{\theta_{n+1}} = \frac{e^{-\zeta_s \omega_s (n) T_{sd}}}{e^{-\zeta_s \omega_s (n+1) T_{sd}}} = e^{\zeta_s \omega_s (n) T_{sd}} \quad (3.29 a)$$

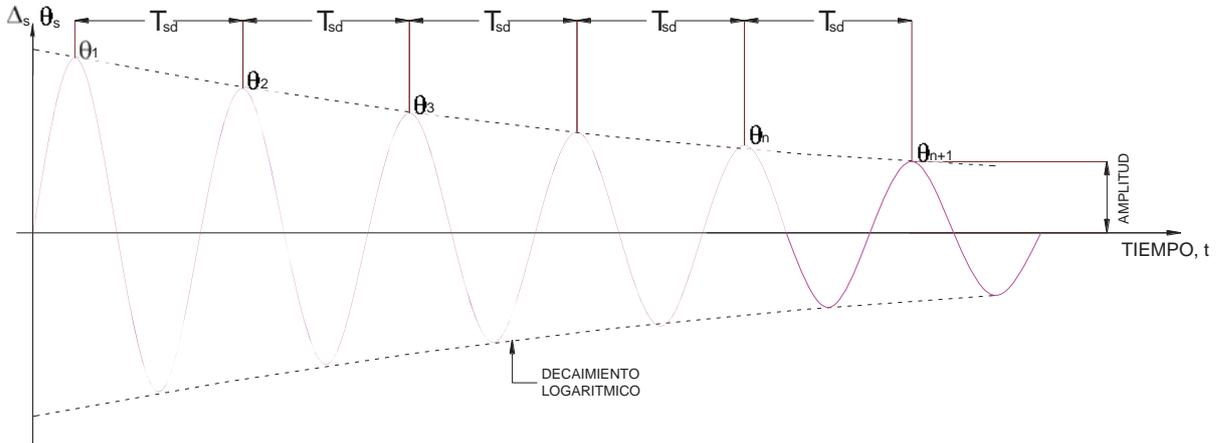


Figura 3-7. Comportamiento del movimiento de un sistema de un grado de libertad que disipa energía.

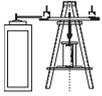
Si expresamos la ecuación (3.28) en términos del periodo ( $T_{sd}$ ), después sustituimos en (3.29a), se obtiene la expresión (3.30):

$$\frac{T_{sd}}{T_s} = \frac{1}{\sqrt{1-\zeta_s^2}}$$

$$\frac{\theta_n}{\theta_{n+1}} = e^{\frac{2\pi\zeta_s}{\sqrt{1-\zeta_s^2}}} \quad (3.30)$$

De la ecuación (3.30), aplicando logaritmo natural en ambos lados de la igualdad obtenemos:

$$\ln\left(\frac{\theta_n}{\theta_{n+1}}\right) = \frac{2\pi\zeta_s}{\sqrt{1-\zeta_s^2}} = \Delta \quad (3.31)$$



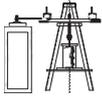
El valor de  $\Delta$  es conocido como el decremento logarítmico y puede ser determinado de amplitudes sucesivas de la vibración amortiguada (figura 3-7).

Una vez obtenido el parámetro anterior es fácil determinar la relación de amortiguamiento del sistema con la siguiente expresión:

$$\zeta_s^2 = \frac{\Delta^2}{(2\pi)^2 + \Delta^2} \quad (3.32)$$

La fracción de amortiguamiento crítico del instrumento  $\zeta_a$  puede calcularse con el método del decremento logarítmico obtenido de las pruebas de calibración y en el caso del sistema acoplado  $\zeta_s$  del decremento logarítmico medido en las pruebas normales.

Las ecuaciones anteriores nos ayudan a entender, el comportamiento del movimiento con disipación de energía o sin ella a medida que transcurre el tiempo.



## CAPÍTULO 4

### TEORÍA DEL PÉNDULO DE TORSIÓN LIBRE DE ZEEVAERT.

#### 4.1 Bases teóricas para la determinación del módulo de corte dinámico ( $G$ ) con el PTL.

El *módulo de rigidez dinámico* ( $G$ ), se define como la relación que existe entre el esfuerzo cortante dinámico ( $\tau$ ) y la distorsión angular elástica del suelo ( $\gamma$ ) ante la aplicación de esfuerzos tangenciales generados por trenes de ondas sísmicas de cortante que viajan a través de un depósito (ecuación 4.1).

$$G = \frac{\tau}{\gamma} \quad (4.1)$$

La velocidad con que éstas viajan en el medio y la frecuencia con que éste es excitado influye en la forma de vibrar de estructuras cimentadas en él.

Para la determinación del módulo de corte en el laboratorio con ayuda del PTL es necesario tomar en cuenta las variables que intervienen en él.

En principio diremos que la teoría del PTL se basa principalmente en la respuesta de un sistema vibrante formado por el conjunto probeta de suelo-instrumento (figura 4-1).

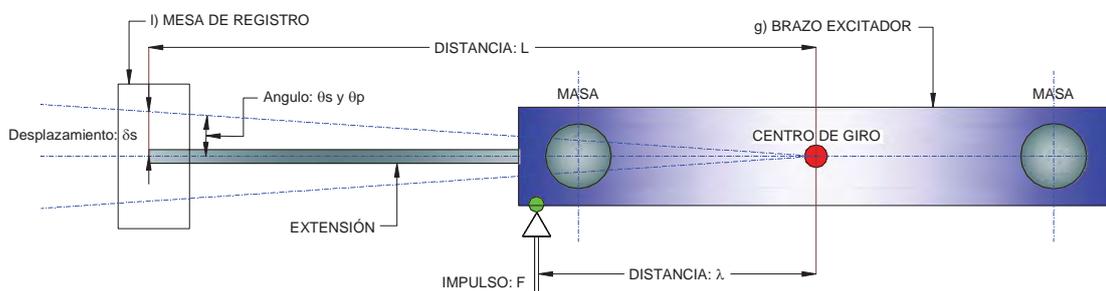
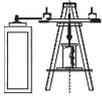


Figura 4-1 Vista en planta del sistema vibrante del PTL.



Si llamamos  $K_p$  y  $K_a$ , a las rigideces torsionales dinámicas de la probeta e instrumento respectivamente y  $K_s$  la del sistema. Entonces el impulso inicial dado en el brazo excitador origina un momento ( $M_s$ ) del sistema (figura 4-1):

$$M_s = F \cdot \lambda = K_s \theta_s \tag{4.2}$$

De aquí

$M_s$  Momento del sistema provocado por un impulso de fuerza  $F$ .

$F$  Fuerza aplicada en el extremo del brazo excitador.

$\lambda$  distancia entre el centro de giro del brazo excitador y el punto de aplicación del impulso  $F$ .

Cuando el sistema probeta-instrumento se encuentra acoplado y le inducimos un impulso  $F$ , tanto la probeta de suelo como el propio instrumento resistirán en conjunto, el momento  $M_s$ , provocado por dicha fuerza, es decir

$$F \cdot \lambda = K_p \theta_p \quad \text{y} \quad F \cdot \lambda = K_a \theta_a \tag{4.3 y 4.4}$$

Por otra parte la amplitud total de la rotación del brazo registrador o del sistema ( $\theta_s$ ) provocado por ( $M_s$ ), será igual a la suma de las amplitudes que se origina en la cabeza de la probeta ( $\theta_p$ ) más la amplitud originada en el instrumento ( $\theta_a$ ), es decir (Figura 4-1 y Figura 4-2):

$$\theta_s = \theta_p + \theta_a \tag{4.5}$$

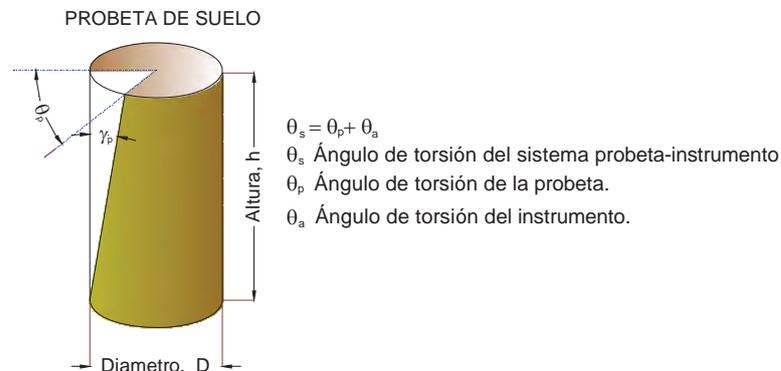
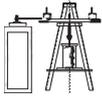


Figura 4-2 Elementos a considerar de la probeta de ensaye.



Si de las ecuaciones (4.3 y 4.4) despejamos  $\theta_p$  y  $\theta_a$ , podemos sustituir sus valores en (4.5) obteniendo la siguiente relación:

$$\theta_s = \frac{K_p + K_a}{K_p \cdot K_a} \cdot F \cdot \lambda \quad (4.6)$$

Sustituyendo la ecuación (4.6) en la ecuación (4.2) y resolviendo para  $K_s$  obtenemos:

$$K_s = \frac{K_p \cdot K_a}{K_p + K_a} \quad (4.7)$$

Por otro lado la aceleración angular del sistema está dada por:

$$\ddot{\theta} = \theta_s \omega_s^2 \quad (4.8)$$

En donde:

$\omega_s$  Frecuencia angular del sistema acoplado probeta-instrumento.

Correspondientemente, el momento dinámico máximo del sistema puede ser expresado como:

$$M_s = \theta_s \omega_s^2 \sum mr^2 \quad (4.9)$$

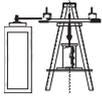
$\sum mr^2 = J_s$ : Representa el momento polar de inercia de todas las masas oscilantes o partes móviles del instrumento (obtenidas en la calibración) y la probeta respectivamente.

De lo anterior tenemos que para la obtención de la frecuencia angular del sistema acoplado puede calcularse con la ecuación (3.17).

$$\omega_s^2 = \frac{K_s}{J_s}$$

El valor de la frecuencia angular del sistema probeta-instrumento,  $\omega_s$ , puede determinarse en la prueba.

Por otro lado, el módulo de elasticidad al esfuerzo cortante o rigidez del suelo puede obtenerse de la teoría de la elasticidad, con la siguiente expresión:



$$G = \frac{M_s \cdot h}{\theta_p \cdot I_p} \tag{4.10}$$

En donde:

$I_p = \frac{\pi D^4}{32}$  es el momento de inercia polar de la probeta de suelo.

$h$  es la altura de la probeta de suelo.

$D$  es el diámetro de la probeta.

De la ecuación (4.2) y (4.10) se tiene que la constante de rigidez de torsión de la muestra es como sigue:

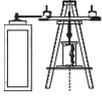
$$K_p = \frac{M_s}{\theta_p} = \frac{I_p}{h} \cdot G \tag{4.11}$$

Llamemos  $I_p/h = C_p$ , un parámetro que depende únicamente de la geometría de la probeta de suelo. De la calibración del equipo, es posible obtener los valores de la frecuencia angular del instrumento  $\omega_a$  y el momento de inercia del equipo  $J_a$ .

Por tanto las constantes de resorte las rigideces torsionales e individuales a considerar son:

Probeta	$K_p = C_p \cdot G$ (4.12)
Instrumento	$K_a = J_a \omega_a^2$ (4.13)
Probeta-instrumento	$K_s = J_s \omega_s^2$ (4.14)

De las tres ecuaciones anteriores podemos decir que la rigidez torsional de la probeta de suelo depende únicamente de su geometría y del módulo de corte. Por otro lado la rigidez del equipo y del sistema acoplado depende del momento polar de inercia y de las frecuencias.



Si sustituimos estos valores en la ecuación (4.7) y resolvemos para el módulo de corte dinámico del suelo  $G$ , obtenemos:

$$G = \frac{\omega_s^2 \cdot \omega_a^2}{\omega_a^2 \cdot J_a - \omega_s^2 J_s} \cdot \frac{J_a \cdot J_s}{C_p} \quad (4.15)$$

El momento polar de inercia de las masas de la probeta es muy pequeño comparado con las del equipo, a partir de esta simplificación podemos decir que:  $J_a = J_s$  y la ecuación (4.15) podemos escribirla como sigue:

$$G = \frac{\omega_s^2}{1 - \frac{\omega_s^2}{\omega_a^2}} \cdot \frac{J_a}{C_p} \quad (4.16)$$

Y si además llamamos a  $\frac{J_a}{C_p} = \mu$ .

Donde  $\mu$  es una constante que depende únicamente de las propiedades físicas del instrumento.

Además de los registros de una prueba de un suelo es posible calcular la frecuencia amortiguada del sistema acoplado probeta-instrumento ( $\omega_{sd}$ ) y de pruebas de calibración es posible obtener la frecuencia angular amortiguada del instrumento ( $\omega_{ad}$ ).

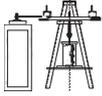
Las frecuencias amortiguadas con sus frecuencias no amortiguadas son como sigue:

$$\omega_{sd}^2 = \omega_s^2 (1 - \zeta_s^2) \quad (4.17)$$

$$\omega_{ad}^2 = \omega_a^2 (1 - \zeta_a^2) \quad (4.18)$$

Y los periodos de vibración amortiguada son:

$$T_{sd} = \frac{2\pi}{\omega_{sd}} \quad \text{y} \quad T_{ad} = \frac{2\pi}{\omega_{ad}} \quad (4.19 \text{ y } 4.20)$$



Donde,  $\zeta_s$  y  $\zeta_a$  son la fracción de amortiguamiento crítico del sistema acoplado e instrumento respectivamente.

Si sustituimos los valores dados en la ecuación (4.17 y 4.18) en la expresión (4.16) y simplificando obtenemos:

$$G = \frac{\omega_{sd}^2 \cdot \mu}{(1 - \zeta_s^2) - (1 - \zeta_a^2) \left( \frac{\omega_{sd}^2}{\omega_{ad}^2} \right)^2}$$

$$G = \frac{(2\pi)^2 \cdot \mu}{(1 - \zeta_s^2) T_{sd}^2 - (1 - \zeta_a^2) T_{ad}^2} \tag{4.21}$$

Con la ecuación anterior es posible calcular el módulo de corte dinámico de un suelo mediante registros obtenidos con el Péndulo de Torsión Libre.

#### 4.2 Bases teóricas para la determinación del porcentaje de amortiguamiento del suelo ( $\zeta_p$ ) con el PTL.

Otra propiedad importante, necesaria para el cálculo en problemas de dinámica de suelos, es la relación de amortiguamiento del suelo  $\zeta_p$ . Esta propiedad se obtiene al realizar un ensaye a una probeta de suelo en el péndulo de torsión libre.

Examinando nuevamente la vibración acoplada del sistema, obtenemos el momento máximo ( $M_s$ ).

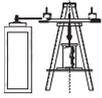
$$M_s = (\theta_a + \theta_p) \omega_s^2 \cdot J_s \tag{4.22}$$

pero se sabe que:

$$M_s = K_s \theta_s$$

al sustituir esta ecuación en (4.22), obtenemos:

$$K_s \theta_s = (\theta_a + \theta_p) \omega_s^2 \cdot J_s \tag{4.23}$$



luego entonces, de la ecuación (4.23) podemos reescribir como:

$$\frac{1}{\omega_s^2} = \frac{\theta_a J_s}{\theta_s K_s} + \frac{\theta_p J_s}{\theta_s K_s} \tag{4.24}$$

y tomando en cuenta la consideración de que  $J_s = J_a$ , y además considerando que el momento  $M_s$  para el sistema acoplado es:

$$K_s \theta_s = K_a \theta_a = K_p \theta_p$$

Sustituyendo las consideraciones anteriores en (4.24) se tiene:

$$\frac{1}{\omega_s^2} = \frac{J_a}{K_a} + \frac{J_a}{K_p} \tag{4.25}$$

La fórmula (4.35) es muy interesante si consideramos que la relación  $(k_a/J_a)$  es la frecuencia circular de vibración al cuadrado del instrumento, cuando no existe interacción con la probeta de suelo. La cual es posible medir en las pruebas de calibración del equipo y si además se acepta  $(k_p/J_a)$  es también la frecuencia al cuadrado del sistema vibratorio donde participan la constante de resorte angular de la probeta con la inercia del equipo.

De lo anterior podemos reescribir la ecuación (4.25) en función de las frecuencias

$$\frac{1}{\omega_p^2} = \frac{1}{\omega_s^2} - \frac{1}{\omega_a^2} \tag{4.26}$$

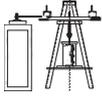
En donde:

$$\omega_s = \sqrt{\frac{K_s}{J_s}} \text{ Frecuencia angular del sistema acoplado.}$$

$$\omega_a = \sqrt{\frac{K_a}{J_a}} \text{ Frecuencia angular del instrumento como si } K_p \rightarrow \infty .$$

$$\omega_p = \sqrt{\frac{K_p}{J_a}} \text{ Frecuencia angular de la probeta como si } K_a \rightarrow \infty .$$

Entonces, también las frecuencias amortiguadas se pueden relacionar de la forma siguiente:



$$\frac{1}{\omega_{pd}^2} \approx \frac{1}{\omega_{sd}^2} - \frac{1}{\omega_{ad}^2} \tag{4.27}$$

Si combinamos las ecuaciones encontradas (4.26) y (4.27) y resolvemos para la fracción de amortiguamiento crítico del suelo o probeta,  $\zeta_p$ , obtenemos:

$$\zeta_p^2 = \frac{\zeta_s^2 - \zeta_a^2 (\omega_{sd} / \omega_{ad})^2}{1 - (\omega_{sd} / \omega_{ad})^2} \tag{4.28}$$

En término de periodos la ecuación (4.27) resulta

$$\zeta_p = \sqrt{\frac{\zeta_s^2 - \zeta_a^2 (T_{ad} / T_{sd})^2}{1 - (T_{ad} / T_{sd})^2}} \tag{4.29}$$

Si el equipo tiene una frecuencia angular demasiada alta entonces podemos decir que:  $\zeta_p \rightarrow \zeta_s$ .

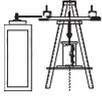
La ecuación anterior nos sirve para evaluar el porcentaje de amortiguamiento respecto al crítico de una muestra de suelo, cuyos parámetros que en ella intervienen se obtienen de registro del PTL.

### 4.3 Bases teóricas para la determinación de la deformación angular ( $\gamma_p$ ) con el PTL.

Se sabe que para cierta distorsión angular inducida a la probeta de suelo  $\gamma_p$ , se obtiene un valor de  $G$  y  $\zeta_p$ , para cada esfuerzo de confinamiento  $\sigma_c$ :

El esfuerzo cortante máximo  $\tau$ , provocado en la probeta de radio  $D/2$  (Figura 4-1 y Figura 4-2) es:

$$\tau = \frac{(M_s) D}{I_p 2} \tag{4.30}$$



La deformación angular inducida a la probeta se calcula con ayuda de la ecuación (4.1)

$$\gamma_p = \frac{\tau}{G}$$

Sustituyendo (4.30) en la ecuación de arriba

$$\gamma_p = \frac{D}{2I_p \cdot G} (F \cdot \lambda) \tag{4.31}$$

Como se dijo antes que:  $M_s = (F \cdot \lambda) = \theta_s \cdot K_s$ , pero  $K_s = \omega_s^2 J_a$  y  $\theta_s = \delta_s / L$  (figura 4-1), por tanto si sustituimos estos valores en la ecuación (4.31) obtenemos:

$$\gamma_p = \frac{D J_a}{2 I_p \cdot G} \frac{\omega_s^2 \delta_s}{L} \tag{4.32}$$

Pero se sabe que

$$I_p = \frac{\pi D^4}{32}$$

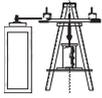
y considerando la siguiente relación ya calculada anteriormente:  $\omega_s^2 = \frac{\omega_{sd}^2}{(1 - \zeta_s^2)}$

Sustituyendo valores en (4.32) y simplificando, finalmente se obtiene:

$$\gamma_p = \frac{16 J_a}{\pi D^3 L} \frac{\omega_{sd}^2}{(1 - \zeta_s^2)} \frac{\delta_s}{G}$$

$$\gamma_p = \frac{64 J_a}{L D^3} \frac{\pi}{(1 - \zeta_s^2) T_{sd}^2} \frac{\delta_s}{G} \tag{4.33}$$

Donde



- $L$  Longitud del centro de giro del instrumento a la plumilla encargada de plasmar el registro de la respuesta oscilatoria (figura 4-1).
- $\delta_s$  Amplitud. Es recomendable medirla para la primera ordenada de la respuesta después de aplicar el primer impulso de momento ( $F \cdot \lambda$ ), esto con la finalidad de omitir cualquier distorsión plástica que se presente en el impulso registrado en la ordenada inicial  $\delta_0$ .

La ecuación anterior nos permite calcular la distorsión angular en una probeta de suelo bajo presiones de confinamiento deseado. Los valores de  $\omega_{sd}$ ,  $G$ ,  $\delta_s$ , se obtienen de la prueba.

#### 4.4 Interpretación de registros obtenidos con el Péndulo de Torsión Libre

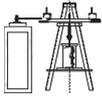
En este apartado toca el turno de conocer la forma en la cual debemos aprovechar los registros obtenidos con el PTL, qué partes lo conforman y sobre todo de qué forma obtener los diferentes parámetros utilizados para el cálculo de las propiedades dinámicas de los suelos.

Los resultados de los ensayos se registran en una tira de papel que se coloca en dos rodillos. Ambos rodillos giran libremente, pero uno de ellos se ancla a un motor, logrando con ello que el papel gire a una cierta velocidad controlada.

Para lograr registrar la vibración provocada por el impulso  $F$  en la tira de papel, es necesario colocar una plumilla en el extremo del brazo excitador.

Además, un marcador de tiempo que origina pulsaciones mecánicas a cada segundo aproximadamente se registra en la tira de papel colocada en los rodillos.

En un registro de vibración torsional, el eje de las ordenadas representa el desplazamiento angular del sistema,  $\theta_s$ , por otro lado el eje de las abscisas representa el tiempo,  $t$ .



En la figura 4-3 se muestra un registro típico obtenido en el PTL con los parámetros más importantes.

Para nuestro caso será necesario hacer una transformación de desplazamientos angulares,  $\theta$ , por desplazamientos lineales en la mesa de registro,  $\delta$ , y en el otro eje de distancias,  $d$ , por tiempos,  $t$ .

Con ayuda de la figura 4-1 se tiene que para ángulos de pequeña amplitud se puede suponer la siguiente igualdad:

$$\tan \theta = \theta = \frac{\delta_s}{L} \quad \text{De aquí que: } \theta = \frac{\delta_s}{L} \quad (4.34)$$

El tiempo transcurrido está dado en la escala del registro del tiempo. El tiempo por pulsación o factor de pulsación, es una constante del instrumento y vale:

$$t_{ap} = t_r / t_p \quad (4.35)$$

Donde:

$t_{ap}$  = factor de pulsación.

$t_r$  = tiempo, en segundos, transcurrido en las  $n$  pulsaciones.

$t_p$  = numero de pulsaciones obtenidos en un tiempo  $t$ .

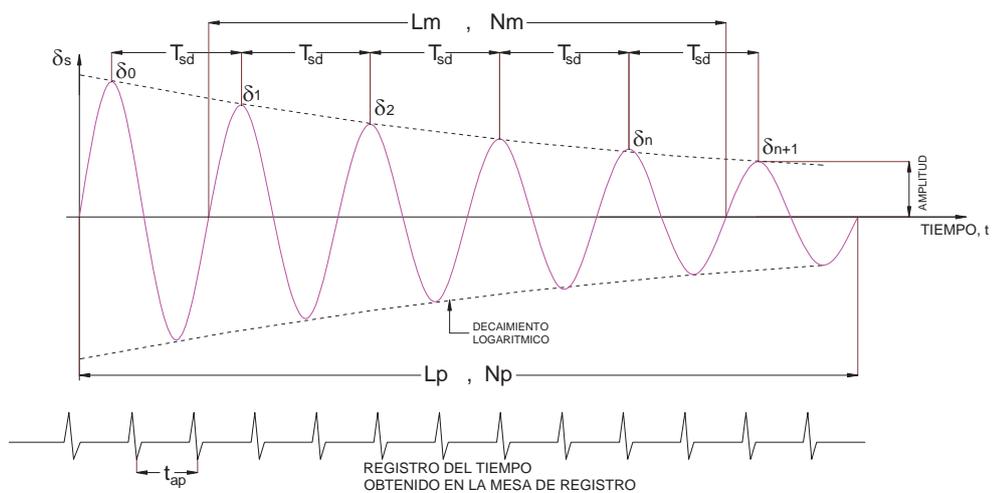
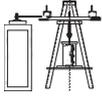


Figura 4-3 Parámetros de un registro típico de un ensaye en el PTL



Del esquema anterior:

$L_p$  Longitud de los pulsos.

$N_p$  Numero de pulsos.

$t_{ap}$  Tiempo por pulso.

$L_p/N_p$  Longitud de un pulso.

$L_m$  Longitud de  $N_m$  ondas.

$N_m$  Número de ondas.

Con los parámetros anteriores es fácil determinar la velocidad promedio del papel registrador en el tramo  $L_p$ .

$$V_p = \frac{L_p / N_p}{t_{ap}} = \frac{L_p}{N_p \cdot t_{ap}} \quad (4.36)$$

Donde:

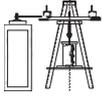
$V_p$  velocidad del papel registrador

El periodo amortiguado promedio de la vibración será entonces:

$$T_{sd} = \frac{\text{Distancia promedio recorrido por ciclo de vibración.}}{\text{Velocidad del papel registrador.}}$$

Por tanto:

$$T_{sd} = \frac{\frac{L_m}{N_m}}{\frac{L_p}{N_p} \cdot t_{ap}} = \frac{L_m}{N_m} \cdot \frac{N_p}{L_p} \cdot t_{ap} \quad (4.37)$$



El decremento logarítmico entre dos deflexiones subsecuentes (figura 4-3), según la ecuación (3.31) es:

$$\Delta = \ln\left(\frac{\delta_n}{\delta_{(n+1)}}\right)$$

Para el primer ciclo:

$$\Delta_1 = \ln\left(\frac{\delta_1}{\delta_2}\right)$$

Para el segundo ciclo:

$$\Delta_2 = \ln\left(\frac{\delta_2}{\delta_3}\right)$$

Para el enésimo ciclo tenemos:

$$\Delta_n = \ln\left(\frac{\delta_{n-1}}{\delta_n}\right)$$

Y para (n-1) ciclos:

$$\Delta = \frac{1}{(n-1)} \ln\left(\frac{\delta_1 \cdot \delta_2 \dots \delta_{n-1}}{\delta_2 \cdot \delta_3 \dots \delta_{n-i} \delta_n}\right)$$

De lo anterior finalmente nos queda:

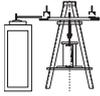
$$\Delta = \frac{1}{(n-1)} \ln\left(\frac{\delta_1}{\delta_n}\right) \quad (4.38)$$

$\Delta$  Decremento logarítmico.

$n$  Numero de amplitudes ocasionados por un impulso  $F$ .

$\delta_1$  Primera amplitud del movimiento registrada, considerada en la distancia  $L_m$ .

$\delta_n$  n-ésima amplitud considerada en la distancia  $L_m$ .



## CAPÍTULO 5

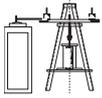
### CALIBRACIÓN Y USO DEL PÉNDULO DE TORSIÓN LIBRE DE ZEEVAERT

Para poder interpretar los resultados de un ensaye en el PTL es necesario conocer el comportamiento del instrumento cuando no está acoplado con el espécimen de suelo, es decir, conocer las propiedades del instrumento únicamente. Lo anterior se logra haciendo uso de un procedimiento de calibración, cuyo objetivo es definir la precisión del instrumento y determinar las propiedades tales como el amortiguamiento del instrumento,  $\zeta_a$  y su frecuencia amortiguada,  $\omega_{ad}$ , entre otros.

De acuerdo con lo anterior y tomando en cuenta el estado actual del PTL de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, nos dispusimos como primer tarea a resolver el problema de equipar y revisar el instrumento, ya que como se sabe el PTL de la UMSNH no ha sido utilizado en un periodo de 18 años aproximadamente. En la figura 5-1 se aprecia el estado inicial del PTL de la UMSNH.



Figura 5-1 Vista general del PTL de la UMSNH en estado inicial.



Fue necesario realizar una revisión general al equipo con la finalidad de asegurar que no faltase alguna pieza o fugas de agua en mangueras y conexiones.

Al no contar con algunas piezas tales como cabezales y vástago inferior, fue necesario construir esas piezas. En cuanto a las mangueras y conexiones, éstas se encontraban en buen estado.

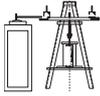
Una vez que se revisaron las conexiones y que no faltara alguna pieza al instrumento, se procedió a realizar una prueba para así saber en que estado se encontraba el equipo inicialmente.

Para obtener los parámetros de un registro con el PTL, se procede primero a colocar un cilindro de acero con dimensiones aproximadas a la probeta de suelo dentro de la cámara triaxial. El cilindro debe estar provisto de un vástago para poder sujetarse al broquero, asegurándose de que la conexión sea firme y fija. Al momento de hacer vibrar el brazo excitador del instrumento, la respuesta se deberá únicamente a las propiedades elásticas del instrumento. También debe verificarse que el sistema quede completamente colineal, con la finalidad de que únicamente se induzca torsión al cilindro de acero.

Con la calibración podemos calcular la frecuencia amortiguada ( $\omega_{ad}$ ) y la fracción de amortiguamiento crítico ( $\zeta_a$ ) para diversos valores del momento polar de inercia del instrumento ( $J_a$ ). El momento polar de inercia del instrumento puede modificarse colocando masas equidistantes al centro de giro en el brazo vibrante (figura 4-1).

En nuestro caso las pruebas se hicieron con cero masas por lo que calculamos el momento polar de inercia de todas las partes móviles del instrumento obteniendo los siguientes resultados:

CONSTANTES DE CALIBRACION DEL APARATO					
$\lambda = 42.50 \text{ cm}$			$L = 88.01 \text{ cm}$		
No. masas	$J_a$ Kg*cm*seg <sup>2</sup>	$T_{ad}$ seg	$\zeta_a$ %	$\omega_{ad}$	$K_a$
0	7.483	0.309	1.390	20.338	0.828



- $\lambda$  Distancia del centro de giro del brazo al punto de aplicación del impulso.
- $L$  Distancia del centro de giro del brazo al la plumilla.
- $J_a$  Momento polar de inercia de las partes móviles del instrumento.
- $T_{ad}$  Periodo amortiguado del instrumento.
- $\zeta_a$  Amortiguamiento respecto al critico del instrumento.
- $\omega_{ad}$  Frecuencia angular amortiguada del instrumento.

Una vez montado el cilindro de acero dentro de la cámara triaxial y colocada ésta en la base del marco rígido del PTL es posible hacer la prueba de calibración.

Para obtener el registro primero se acciona el motor que hace girar los rodillos (también el papel), así como el pulsímetro o marcador de tiempo para obtener  $t_p$ . Con la ayuda de una pluma se marca el inicio y final del registro, al mismo tiempo con ayuda de un cronómetro en ceros se mide el tiempo ( $t_r$ ) hasta el final del registro. Con los parámetros anteriores podemos calcular  $t_{ap}$  usando la ecuación (4.35).

En la figura 5-2 se muestra parte de un registro dado por el PTL en su estado inicial. Como siguiente paso se elige un valor de  $N_p$ , tal que, dentro de ese intervalo queden amplitudes del registro completas y bien definidas. Posteriormente se mide la distancia  $L_p$ . De amplitudes bien definidas se obtienen  $N_m$ ,  $L_m$  y los valores de  $\delta$ . Con los valores anteriores es posible calcular el periodo,  $T_{ad}$  (ec. 4.37), el decaimiento logarítmico,  $\Delta$  (ec. 4.38) y el amortiguamiento del instrumento  $\zeta_a$  (ec. 3.32), obteniendo valores de 0.335 s, 0.603147 y 10.96% respectivamente.

Como se trata del amortiguamiento del equipo (instrumento de acero), el valor de éste debe de ser cuando mucho del 2% (Colindres, 1993). Con un amortiguamiento del 2% se asegura que el instrumento puede ser usado para la obtención de las propiedades dinámicas de los suelos.

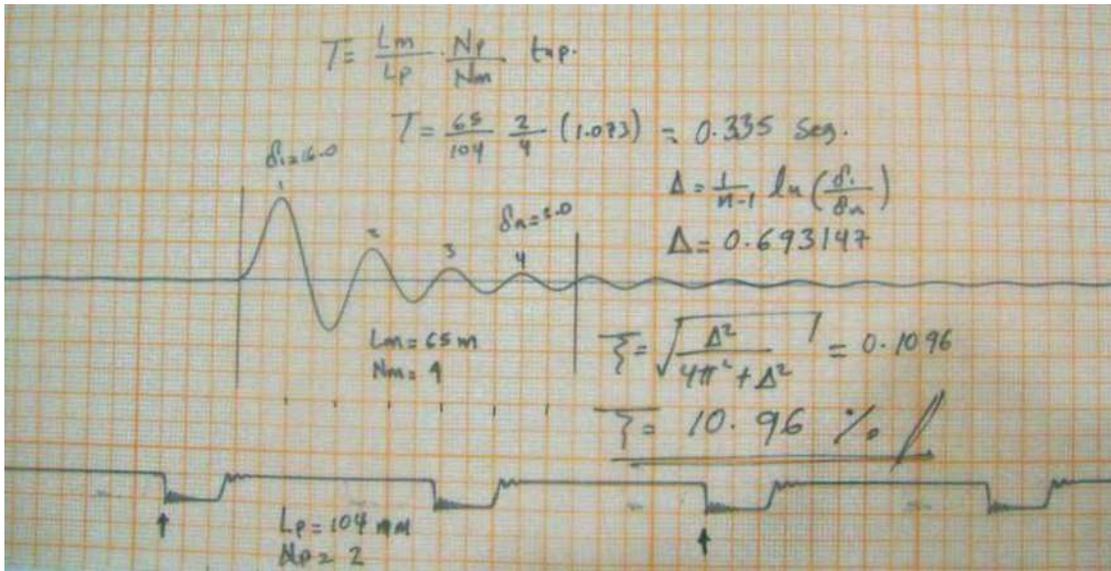
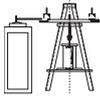


Figura 5-2 Esquema de un registro dado por el PTL en su estado inicial.

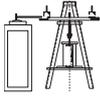
Como puede verse el amortiguamiento obtenido es 6 veces mayor que el mínimo requerido, por lo que concluimos que habría que detectar todos los posibles mecanismos que generaran fricción (amortiguamiento) al momento de realizar la prueba de calibración.

### 5.1 Detección de los mecanismos que originan fricción y que influyen en el valor del amortiguamiento del instrumento

A continuación se hace una breve descripción de los principales mecanismos encontrados que originan fricción y que de alguna manera influyen en el comportamiento global del equipo.

#### a. Alineamiento del marco con la mesa de registro.

Al realizar una inspección visual después del primer ensayo de calibración, nos dimos cuenta de que el marco principal del PTL no estaba correctamente alineado con la mesa de registro, por lo que procedimos a realizar el alineamiento correspondiente.



El procedimiento consiste básicamente en poner el marco rígido de tal manera que el brazo oscilante quede perpendicular a la mesa de registro, tal y como se muestra en la figura 5-3.

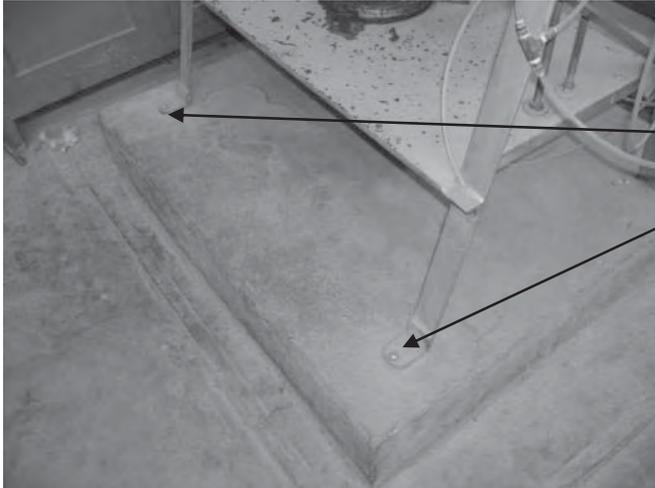
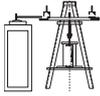
Una vez hecho lo anterior se realizó nuevamente un ensayo de calibración y de acuerdo al registro obtenido y una vez calculado el amortiguamiento nos dimos cuenta que la condición de alineamiento si afectaba en el valor del amortiguamiento, pero de forma no muy considerable.



Figura 5-3 Alineamiento del marco principal con la mesa de registro.

#### **b. Empotramiento del marco en su base.**

El procedimiento consiste en darle al marco una sujeción adecuada, como se muestra en figura 5-4, de tal manera que al momento de realizar la prueba de calibración y al aplicarle la fuerza lateral al brazo, el marco no sea desplazado originando una disipación de energía mediante fricción entre las patas del marco y la base de concreto.



Empotramiento del marco en sus cuatro patas mediante unos tornillos en su base.

**Figura 5-4** Empotramiento del marco en su base de concreto.

### **c. Nivelado de la mesa de registro.**

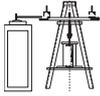
Este procedimiento consiste en nivelar correctamente la mesa de registro tal y como se muestra en la figura 5-5, lo anterior con la finalidad de que al momento de colocar la plumilla encargada de plasmar los registros en un papel tenga un contacto uniforme entre el papel y la punta de la plumilla y así asegurar que la disipación de energía sea dada únicamente por el instrumento.



**Figura 5-5** Nivelado de la mesa de registro.

### **d. Sujeción de la placa base.**

Inicialmente la placa base se sujetaba mediante tres ángulos (topes), colocados radialmente, que a su vez estaban provistos por unos tornillos que la sujetaban de tal manera que no sufriera



desplazamientos horizontales al momento de ocasionarle la fuerza horizontal al brazo. La solución anterior se cambió, ya que al realizar las pruebas de calibración se observó que la placa sufría desplazamientos. Optando la solución observada en la figura 5-6, cuyo procedimiento consistió en perforar la placa principal del marco y colocarle tres tornillos en la parte inferior sujetando así la placa base con la placa principal del marco.



**Figura 5- 6 Sujeción de la placa base con la placa principal del marco (Derecha). Vista de la parte inferior de la placa principal que muestra la disposición de los tornillos (Izquierda).**

Es importante mencionar que antes de colocar la placa base se tiene que realizar un correcto centrado y nivelado de la misma de tal manera que el sistema final de montaje quede colineal. Para ello fue necesario el empleo de una plomada tal y como se muestra en la figura 5-7, donde se aprecia claramente el procedimiento de centrado de la placa base junto con la tapa inferior de la cámara triaxial. Una vez que la base ha sido nivelada y centrada, se procede a fijarla con los tornillos colocados en la parte inferior.

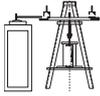


Figura 5-7 Centrado y nivelado de la placa base.

**e. Contacto entre la superficie del papel y la punta de la plumilla.**

Otro mecanismo importante que nos genera pérdida de energía por fricción es el rozamiento que existe entre el papel y la punta de la plumilla. Para eliminar esta fuente de amortiguamiento o por lo menos reducirlo a un mínimo, es necesario tener mucho cuidado al momento de colocar la plumilla a la extensión del brazo excitador de tal manera que la punta toque a un mínimo el papel, lo suficiente para que se plasme correctamente el registro de la respuesta (figura 5-8).

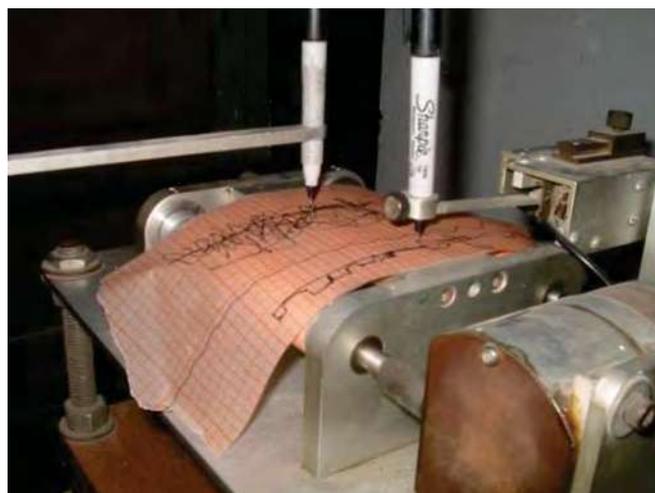
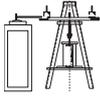


Figura 5-8 Colocación de la plumilla de tal manera haya un rozamiento mínimo entre la punta y el papel.



#### f. Contacto entre placa base y tapa inferior de la cámara triaxial.

Para montar la tapa inferior de la cámara triaxial sobre la placa base se hacen coincidir los tres tornillos inferiores de la tapa con los tres agujeros tal y como se muestra en la figura 5-9. Al momento de realizar una prueba de calibración se observó que la placa de la derecha sufría desplazamientos con respecto a la placa base, lo anterior se producía porque los agujeros eran de un diámetro mucho mayor que lo tornillos. El problema se resolvió haciendo una reducción en los diámetros de los agujeros.

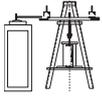


Figura 5-9 Reducción del diámetro de agujeros de tal manera que no exista rozamiento con los tornillos de la tapa inferior de la cámara triaxial.

#### g. Contacto entre el vástago y la tapa superior de la cámara triaxial.

Este mecanismo de disipación de energía (fricción) es uno de los más importantes que se encontraron en esta investigación. La idea principal es que al momento de someter al brazo excitador a una fuerza horizontal, ésta sea disipada completamente por el cilindro de acero (en la etapa de calibración) o por el espécimen de suelo al momento de los ensayos.

Para lograr lo anterior es muy importante verificar que no exista ningún rozamiento entre el vástago inferior y la tapa superior de la cámara triaxial. El procedimiento empleado para solucionar este problema fue el que se muestra en la figura 5-10 (izquierda), es decir, mediante la



ayuda de una plomada colocada en el broquero se hace el alineamiento de tal manera que se elimine completamente el rozamiento y el sistema quede completamente colineal.

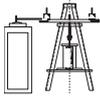
Como segunda opción se puede emplear la solución mostrada en la figura 5-10 (derecha), es decir, sujetando directamente el vástago inferior del cilindro de acero con el broquero y haciendo movimientos de arriba hacia abajo hasta lograr que haya el mínimo roce entre el vástago y la tapa de la cámara triaxial.



**Figura 5-10** Alineamiento de la cámara con ayuda de una plomada (Izquierda). Alineamiento de la cámara sujetándola con el vástago (derecha).

Todos los mecanismos anteriores fueron encontrados mediante varias pruebas en el péndulo de torsión libre, algunos con mayor o menor influencia en la disipación de energía, siendo este último el que más influye, por lo que se recomienda tener especial cuidado en este mecanismo al momento de realizar la calibración del instrumento.

Después de encontrar y eliminar los diferentes mecanismos que influyen en el nivel de amortiguamiento del instrumento se obtuvo el registro mostrado en la figura 5-11.



En el registro se ve claramente que el tiempo requerido para disipar la energía es mucho mayor que el tiempo del registro mostrado en la figura 5-2, lo que nos da como resultado un amortiguamiento del orden de 1.39%.

Como el amortiguamiento máximo necesario para poder utilizar el instrumento es de 2%, vemos que con el amortiguamiento obtenido ya estamos en condiciones para poder realizar ensayos a muestras de suelo y obtener sus propiedades dinámicas.

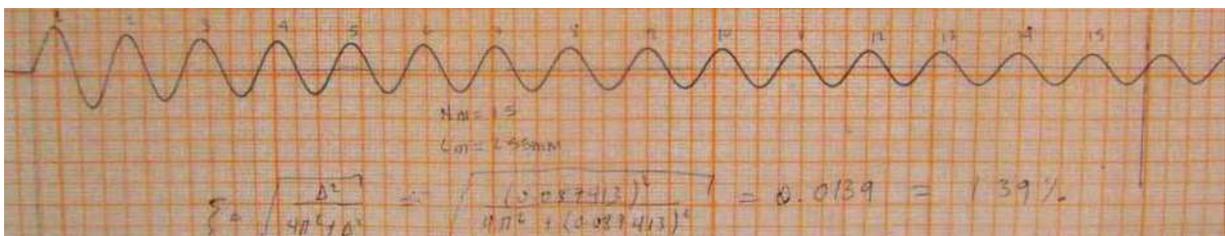
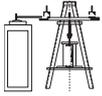


Figura 5- 11 Registro de calibración del PTL después de eliminar los mecanismos que originan fricción, obteniendo el 1.39% de amortiguamiento. Calibración realizada con cero masas.

## 5.2 Pruebas realizadas en el Péndulo de Torsión.

El propósito de este tema es dar a conocer el procedimiento empleado para conocer la fuerza que deberá aplicarse al brazo excitador que está en función de las propiedades de resistencia del espécimen de suelo a emplear; así como los efectos de deformación que puede tener el instrumento. Con el conocimiento de estos parámetros es posible realizar la prueba asegurando con ello no fracturar el espécimen de suelo.

Cuando efectuamos una prueba se debe estimar la magnitud de las deflexiones que deberán darse en la mesa registradora. La idea es de esforzar la probeta de suelo durante el impulso en el intervalo *cuasi-elástico*.



### 5.2.1 Esfuerzo máximo aplicable al espécimen de suelo

Para garantizar que las deformaciones plásticas producidas durante la torsión en el PTL sean despreciables, el espécimen de suelo no debe rebasar 1/2 de la resistencia última al esfuerzo cortante (Montoya, 1991). Si suponemos que se efectúa una prueba en una probeta de arcilla (como fue nuestro caso), con una resistencia a la compresión simple  $q_u$ . Consecuentemente el esfuerzo cortante como se dijo antes deberá ser:

$$\tau_{\max} = \frac{1}{2}S = \frac{1}{4}q_u \quad (5.1)$$

Donde:

$S$  = Resistencia última al corte del suelo.

$q_u$  = Resistencia a la compresión sin confinar.

### 5.2.2 Fuerza torsionante máxima aplicable al brazo excitador del PTL.

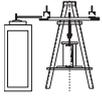
En la ecuación (4.30) se obtuvo que:

$$\tau = \frac{(F \cdot \lambda) D}{I_p} \frac{D}{2} \quad \text{Igualando esta ecuación con la ecuación (5.1) obtenemos:}$$

$$\tau = \frac{1}{4}q_u = \frac{(F \cdot \lambda) D}{I_p} \frac{D}{2} \quad \text{y sustituyendo el valor encontrado de } I_p, \text{ y simplificando resulta:}$$

$$\frac{1}{4}q_u = \frac{16}{\pi D^3}(F \cdot \lambda) \quad \text{Finalmente despejando el valor de la fuerza } F \text{ obtenemos:}$$

$$F = \frac{\pi D^3}{64\lambda} \cdot q_u \quad (5.2)$$



Donde:

$F$  = Fuerza máxima aplicada en el brazo.

$D$  = Diámetro de la probeta.

$\lambda$  = Distancia del punto B (donde se aplica la fuerza  $F$ ) al centro del sistema de rotación.

### 5.2.3 Desplazamientos máximos en la mesa de registro.

El desplazamiento registrado ( $\delta_s$ ) es la suma de los correspondientes al instrumento ( $\delta_a$ ) y a la probeta de suelo ( $\delta_p$ ).

$$\delta_s = \delta_a + \delta_p \quad (5.3)$$

Los desplazamientos máximos producidos por deformación del equipo en términos de la constante de resorte del aparato son:

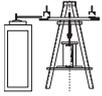
$$\delta_a = \frac{1}{K_a} \cdot F \quad (5.4)$$

Como el desplazamiento máximo se asocia a una fuerza máxima, podemos sustituir la ecuación (5.2) en la ec. (5.4).

$$\delta_a = \frac{1}{K_a} \left[ \frac{\pi D^3}{64 \lambda} \right] \cdot q_u \quad (5.5)$$

Ahora para los desplazamientos producidos por deformación del espécimen se tiene que la distorsión angular máxima (figura 4-2), está dada por:

$$\gamma_p = \frac{D}{2h} \theta_p \quad (5.6)$$



La ecuación (5.6) es equivalente a la (5.5) para cuantificar la deformación angular a la que es sometida la probeta de suelo en un ensaye con el PTL, dicha ecuación toma en cuenta las características geométricas de la probeta.

Donde  $\theta_p$  es el desplazamiento angular máximo en la cabeza superior de la probeta (figura 4-2). Pero a nosotros nos interesa convertir el giro  $\theta_p$  a un desplazamiento  $\delta_p$ , ya que para el uso del PTL al momento de obtener los registros se trata con desplazamientos lineales.

Entonces de la figura 4-1 podemos decir que:

$$\theta_p = \frac{\delta_p}{L} \quad (5.7)$$

Por lo tanto:

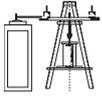
$$\gamma = \frac{D}{2hL} \delta_p \quad \text{y} \quad \delta_p = \gamma \left( \frac{2hL}{D} \right) \quad (5.8)$$

L Longitud del centro de giro del equipo a la plumilla que registra la respuesta oscilatoria.

$\delta_p$  Amplitud máxima registrada en la mesa registradora. Se recomienda sea la primer ordenada máxima después de aplicar el impulso, con la finalidad de eliminar cualquier distorsión plástica que pudiera presentarse en la ordenada máxima inicial.

o bien

$$\delta_p = \frac{\gamma}{\mu} \left( \frac{2hL}{D} \right) = \frac{q_u}{2\mu} \left( \frac{hL}{D} \right) \quad (5.9)$$



### 5.2.4 Protocolo general de prueba.

El procedimiento de prueba que se llevó a cabo en el laboratorio, para obtener el módulo de rigidez,  $G$ , puede resumirse en los pasos siguientes:

1. Caracterización del suelo.
2. Estimar  $q_u$  con un penetrómetro de bolsillo.
3. De experiencia previa sobre  $G$  vs  $q_u$  estimar el valor de  $q_u/G$ , para arcillas  $q_u/G = 0.020$  (Montoya, 1991).
4. Calcular aproximadamente el intervalo de las deflexiones que deban darse en la mesa registradora:

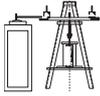
$\delta_s < \delta_a + \delta_p$ , calculando  $F$ ,  $\delta_a$  y  $\delta_p$  con las ecuaciones. (5.2), (5.4) y (5.5) respectivamente.

5. Determinar el esfuerzo de confinamiento medio en el suelo a la profundidad de donde fue obtenida la muestra de suelo inalterada. Dicho confinamiento ( $\sigma_{co}$ ) puede calcularse conociendo el esfuerzo vertical efectivo que la muestra tiene en el campo ( $\sigma_o$ ) y el coeficiente de empuje de tierra en reposo ( $K_o$ ):

$$\sigma_{co} = \frac{\sigma_o + 2\sigma_{ho}}{3} = \frac{1}{3} (\sigma_o + 2K_o \sigma_o) \quad (5.10)$$

Siendo  $\sigma_{ho}$  el esfuerzo horizontal efectivo.

Para una arcilla normalmente consolidada pueden tomarse los valores siguientes (Montoya, 1991):



$$K_0 = 0.75 \text{ de donde: } \sigma_{co} = 0.83 \sigma_0$$

Se recomienda usar presiones confinantes iguales o menores que el valor arriba indicado. Usar cuando menos cuatro presiones de confinamiento diferentes.

6. Para obtener un registro de valores se desplaza el extremo del brazo del aparato, permitiéndose que el sistema suelo-aparato vibre libremente. Terminada la vibración se le induce un nuevo desplazamiento mayor que el anterior produciendo un nuevo tren de ondas.

Para cada presión de confinamiento efectuar cuando menos cuatro “corridas” con diferentes deflexiones máximas,  $\delta_s$  sobre la mesa registradora.

7. De la calibración del instrumento se obtiene:

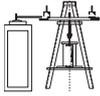
$J_a$ ,  $\omega_{ad}$ ,  $\zeta_a$  y  $K_a$ , cuyos valores dependen según sea el número de masas empleadas y  $t_{ap}$ , el cual es el periodo del reloj marcador.

La prueba puede realizarse con  $N$  masas colocadas en el brazo vibrante del aparato, que son aquellas con las cuales se obtiene la mínima relación de amortiguamiento del aparato.

**En nuestro caso las pruebas siempre se realizaron con cero masas.**

8. De esta prueba se obtienen los registros de vibración para cada tren de ondas (figura 5-2) de los cuales se obtiene la información siguiente:

$N_m$	Número de ciclos de vibración.
$L_m$	Longitud requerida por los $N_m$ ciclos de la vibración.
$N_p$	Numero de pulsos del marcador de tiempo.
$L_p$	Longitud ocupada por los $N_p$ pulsos.
$\delta_1$	Desplazamiento máximo en la mesa de registro tal que los ciclos subsecuentes proporcionen respuesta elástica en la probeta.



- $\delta_n$  Desplazamiento n-ésimo en la mesa.  
(n-1) Numero de desplazamientos comprendidos entre  $\delta_1$  y  $\delta_n$ .

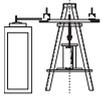
9. Con los datos anteriores se determinan los siguientes parámetros:

- $T_{sd}$  Periodo amortiguado de vibración del sistema aparato-suelo (ec. 5.4)  
 $\zeta_s$  Relación de amortiguamiento respecto al critico (ec. 3.32)  
 $\Delta$  Decremento logarítmico (ec. 5.5)

10. Después de realizar la prueba se determina la consistencia natural de la probeta ( $qu$ ), el contenido de agua ( $w$ ), y el grado de saturación ( $G_w$ ). Para este propósito se corta la probeta al ras de las cabezas del instrumento arriba y abajo.

11. De los datos obtenidos en los pasos anteriores es posible determinar los siguientes parámetros.

- La rigidez dinámica del suelo ( $G$ ) para cada esfuerzo confinante ( $\sigma_c$ ) y distorsión unitaria ( $\gamma_p$ ), con la ecuación (4.21).
- La distorsión unitaria máxima por cortante para cada esfuerzo confinante ( $\sigma_c$ ) con la ecuación (4.33).
- El porcentaje de amortiguamiento respecto al crítico  $\zeta_p$  del suelo con la ecuación (4.29).



## 5.2.5 Realización de los ensayos.

La prueba de torsión libre no implica más cuidado que el que se necesita para realizar un ensayo triaxial.

Para los ensayos en el PTL se recomienda obtener especímenes de muestras inalteradas, mediante el procedimiento ya conocido de pozos a cielo abierto (PCA), el cual es empleado para suelos donde el nivel de aguas freáticas es bajo o no existe.

En caso contrario o a profundidades mayores, es necesario tomar las muestras con un muestreador de pared delgada tipo Shelby. Como es ya sabido, las muestras de este tipo para su obtención requieren de un procedimiento relativamente sencillo, pero a la vez realizado con mucho cuidado para no modificar la estructura del suelo.

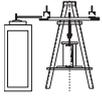
### 5.2.5.1 Características generales del material de ensaye.

Para las pruebas realizadas en este trabajo se hicieron especímenes de muestras alteradas, es decir, se elaboraron probetas de suelo provenientes del campo de Ciudad Universitaria de la UMSNH; obteniéndose los siguientes límites de consistencia:

LÍMITES DE CONSISTENCIA	
Humedad natural (W)	7.71%
Límite líquido (LL)	62.2%
Límite plástico (LP)	21.23%
Índice plástico (IP)	40.97%

Clasificación SUCS: CH Arcilla inorgánica de alta plasticidad.

Para la elaboración de las probetas se utilizó material que pasa la malla número 40.



Las probetas se elaboraron de tal manera que se obtuviera un suelo de consistencia suave, con la finalidad de obtener parámetros representativos de suelos de este tipo.

En la figura 5-12 se muestra la gráfica: *Contenido de agua (%)*-*peso específico seco máximo* ( $t/m^3$ ).

En esta gráfica se refleja el contenido de agua óptimo para obtener el peso volumétrico seco máximo de este suelo.

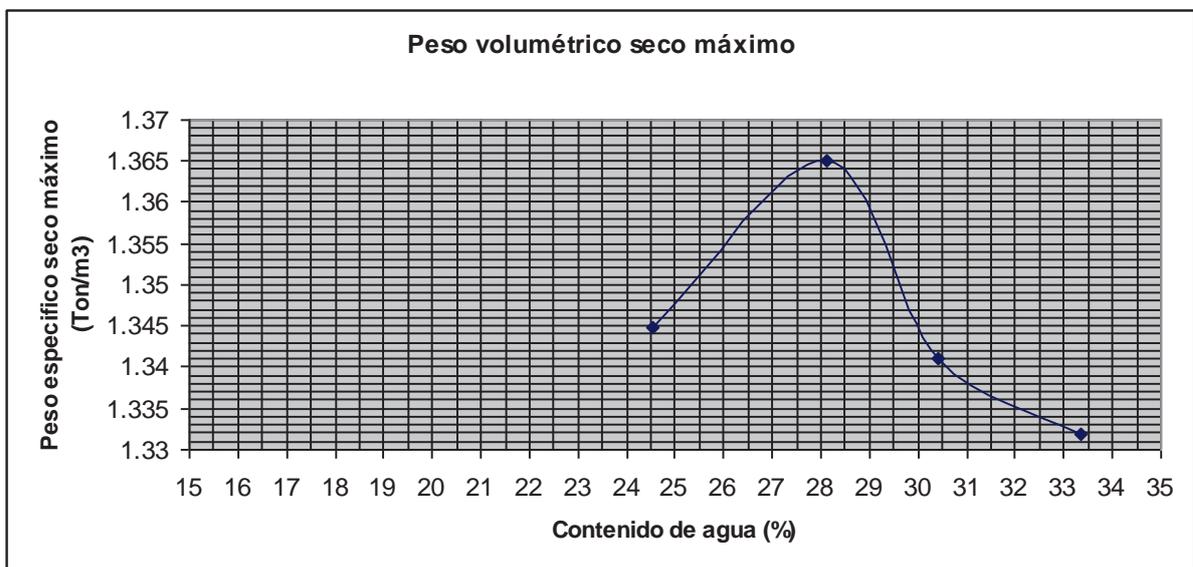
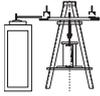


Figura 5- 12. Peso Volumétrico seco máximo del suelo en estudio y humedad optima.

Con ayuda de la grafica anterior fue posible determinar el peso específico y el porcentaje de agua requerido para la elaboración de una probeta de suelo en el laboratorio. Se eligió un porcentaje de agua mayor al óptimo para facilitar la prueba, particularmente al momento de colocar la probeta en los cabezales.

Se propuso realizar la probeta con el 31% de contenido de agua en el suelo. En la Tabla 1 pueden verse las cantidades de suelo y agua requeridos para la elaboración de una probeta con este porcentaje de agua.



Datos para el remoldeo			
PVSM	1,338	Suelo Húmedo (gr)	400,28
Humedad Optima	31	Suelo Seco (gr)	377,1
% Remoldeo	90	Peso cápsula (gr)	146,02
	1,2042	Peso agua (gr)	23,18
No. molde	ÚNICO	Peso Suelo Seco (gr)	231,08
Vol. molde (cm <sup>3</sup> )	3217,44	Contenido de Humedad (ml)	10,031

Material requerido(gr)	5075,52
Agua requerida (ml)	952,87

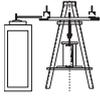
**Tabla 1. Cantidades de material requerido para la elaboración de una probeta con 31% de agua.**

Una vez obtenido las cantidades de material requerido se hizo la elaboración de la probeta.

Para la elaboración de la probeta fue necesaria la utilización de un molde de acero de dimensiones mayores a la probeta final de ensaye (figura 5-13).

Las dimensiones de la probeta deben tener por lo menos una relación de altura-diámetro que varíen entre los valores de 2.0 y 2.5, con un diámetro mínimo de 7 cm; para estas relaciones de altura-diámetro es posible medir el módulo de rigidez para deformaciones angulares mínimas del orden de  $10^{-1}$  % al 1% dependiendo de la rigidez de la probeta (Gallegos, 2005).

Cuando ya se tiene lista la masa de suelo con la cantidad de agua requerida, se pesa y se coloca en el molde en tres capas, dándole a cada una de ellas 25 golpes con una varilla con punta de bala.



Después de colocar las tres capas de suelo, se le induce una carga de compresión en el marco de carga con una duración de un minuto, posteriormente la probeta de suelo se desmonta para labrarla y obtener las dimensiones necesarias para su ensaye. En la figura 5-13 se muestran el cilindro de acero, el marco de carga y la muestra de suelo al momento de desmontarla.

En este caso, antes de labrar la muestra con las dimensiones finales de ensaye se determinó la consistencia natural,  $qu$ , con ayuda de un penetrómetro de bolsillo (figura 5-14). El valor obtenido para este suelo fue  $qu = 2.5 \text{ kg/cm}^2$ .

Para labrar la probeta es recomendable realizarlo en el cuarto húmedo, con la finalidad de que no haya pérdidas de humedad en la masa de suelo.



**Figura 5-13. Marco de carga, cilindro de acero y probeta de suelo al momento de desmontarla.**

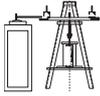


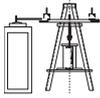
Figura 5-14. Determinación de  $q_u$ , del suelo remoldeado.

El proceso de labrado se hizo con la ayuda de un torno y un molde de acero, con dimensiones iguales a las de la probeta de ensaye (figura 5-15).



Figura 5-15. Esquema de procedimiento del labrado de la probeta de ensaye.

En la figura 5-16 se muestra también el terminado final de la probeta de suelo de ensaye.



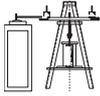
**Figura 5-16. Vista general de la probeta de ensaye labrada.**

En las pruebas realizadas se debe garantizar que exista un correcto paralelismo entre base y cabeza de la probeta de ensaye a fin de obtener un sistema completamente colineal al momento de colocar la probeta de ensaye a la cámara triaxial y ésta a su vez en la base del PTL (figura 5-17).

Cuando se asegura que el sistema queda completamente colineal es posible obtener parámetros dinámicos adecuados, evitando en lo posible generar fricción entre el vástago y la tapa de la cámara triaxial, que como se vio antes, es uno de los principales mecanismos que intervienen en la pérdida de energía por fricción durante una prueba de esta naturaleza.

En cuanto a la base y cabezal con cuchillas, presentan un diámetro ligeramente mayor al de la probeta de ensaye, con el propósito de alojar el volumen de suelo desplazado por las navajas al momento de colocar la probeta.

Para el montaje de la probeta de suelo a la cámara triaxial primeramente se introduce en el cabezal inferior, verificando en todo momento la verticalidad y horizontalidad del espécimen. Una vez hecho lo anterior se procede a colocar el cabezal superior, el cual ya debe estar provisto de la membrana de látex, con la finalidad de evitar en lo posible la manipulación constante de la muestra y de la misma manera se debe ejercer una presión uniforme para que las cuchillas se introduzcan uniformemente y tomando las precauciones necesarias para no romper la probeta.



Se recomienda que cuando se introduzca a la probeta al cabezal inferior, ésta no se introduzca completamente, es decir, se debe dejar una pequeña holgura para que al momento de introducirla en el cabezal superior sea menos susceptible a romperse.

En la figura 5-17 se muestra el procedimiento antes descrito. En la figura 5-18a y 5-18b se tiene una vista de la probeta montada en la cámara triaxial.

Después de haber calibrado el instrumento, se coloca la cámara triaxial en la placa base del marco y mediante el vástago inferior y el broquero, la probeta de suelo se acopla al sistema (figura 5-18b/Figura 5-19).

El siguiente paso es ahora conectar las mangueras a la cámara triaxial para introducirle agua y las presiones de confinamiento requeridas.



**Figura 5-17. Procedimiento en el montaje de la probeta de ensaye a la cámara triaxial.**

En la figura 5-19 se muestra una vista del péndulo de torsión libre con una probeta de suelo montada en la cámara triaxial lista para ser ensayada.

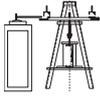


Figura 5-18. a) vista de la probeta de suelo montada en la base de la cámara triaxial. b) vista general de la probeta montada en la cámara triaxial.



Figura 5-19. Vista general del PTL con la probeta de ensaye montada en la cámara triaxial y acoplada al sistema.



Después de colocar y acoplar la probeta de suelo al sistema se procede a realizar el ensaye correspondiente, siguiendo el procedimiento descrito en la sección 5.3.4, a partir del punto 6 en adelante. Es importante aclarar que para la obtención de registros y cálculo de los parámetros obtenidos en él, se aplica el mismo procedimiento empleado en la etapa de calibración.

### 5.2.6 Resultados obtenidos de los ensayos.

Se realizaron 4 ensayos con presiones de confinamiento de 0.5, 1.0, 1.5 y 2.0 kg/cm<sup>2</sup> con la finalidad de conocer la variación del módulo de corte dinámico  $G$ , amortiguamiento del suelo  $\zeta_p$  para cada distorsión angular  $\gamma$ , con la presión de confinamiento, obteniéndose los siguientes resultados:

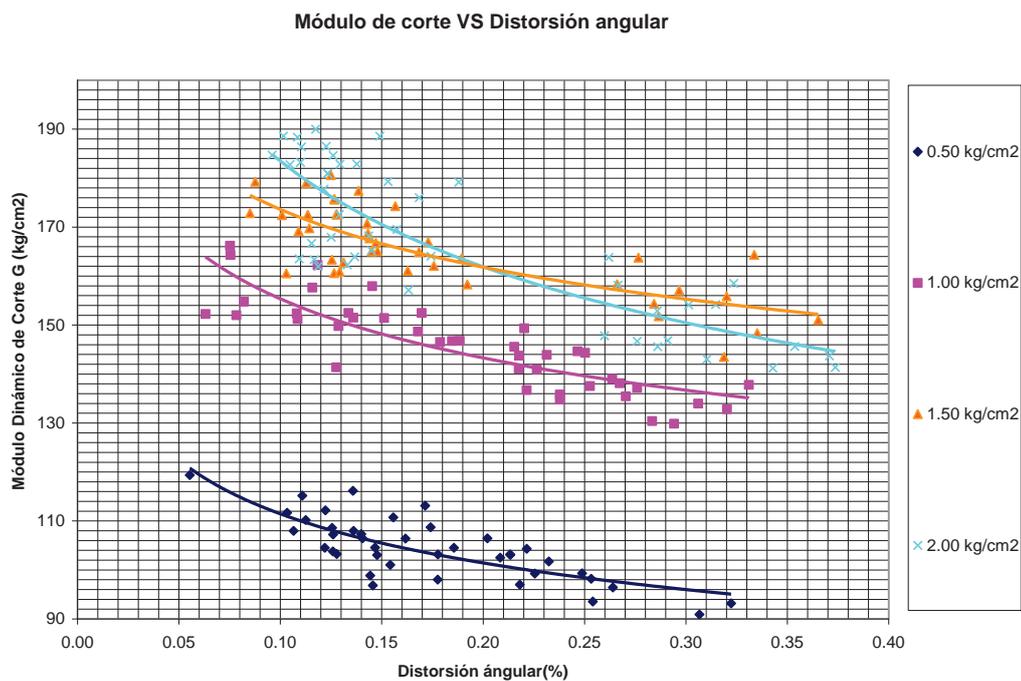
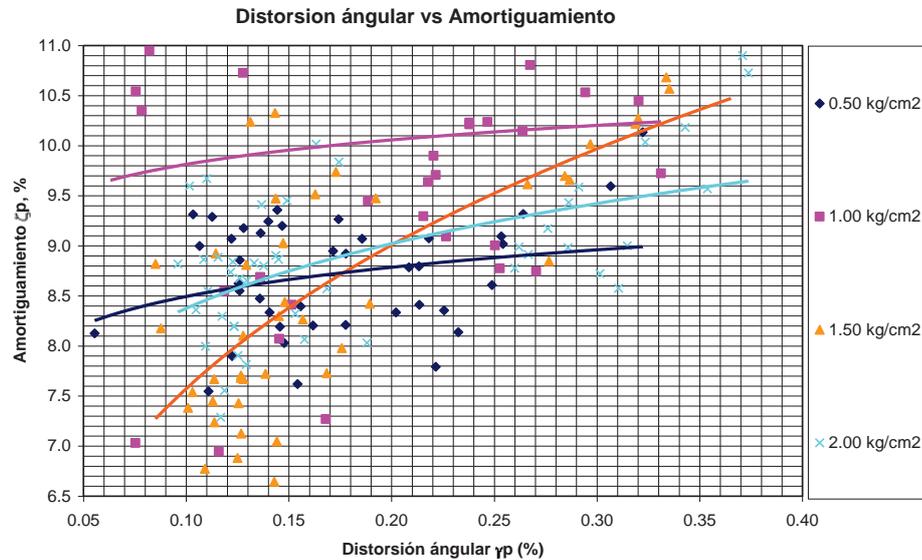
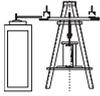


Figura 5- 20. Resultados obtenidos de ensayos en muestras de suelos de CU de la UMSNH.



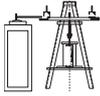
**Figura 5- 21. Resultados obtenidos de ensayos en muestras de suelos de CU de la UMSNH.**

Para el caso de la figura 5-20 se observa lo siguiente:

- Cuando se tiene mayor profundidad o presión de confinamiento el valor del módulo de corte  $G$  tiende a incrementarse.
- Para distorsiones angulares mayores, el módulo de corte disminuye y viceversa.
- Se aprecia con claridad el comportamiento no lineal del módulo de corte  $G$ .
- Para las presiones de confinamiento presentadas el módulo  $G$  varía de 90 a 190 kg/cm<sup>2</sup>.
- Para las presiones de confinamiento presentadas la distorsión angular  $\gamma$  varía de 0.05 a 0.38%

Para el caso de la figura 5-21 se observa lo siguiente:

- Existe una mayor dispersión en los datos en comparación con la figura 5-20.
- No se puede asegurar con precisión el comportamiento del amortiguamiento del suelo con la profundidad o presión de confinamiento
- Para distorsiones angulares mayores el amortiguamiento aumenta y disminuye para distorsiones menores.
- Se aprecia con claridad el comportamiento no lineal del amortiguamiento.
- Para las presiones de confinamiento presentadas la distorsión angular  $\gamma$  varía de 0.05 a 0.38%.

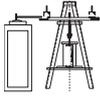


## CAPÍTULO 6

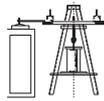
### CONCLUSIONES

En el presente trabajo se establece la importancia que se tiene en la determinación los parámetros dinámicos reales del suelo en el laboratorio, así como su implementación en casos prácticos de dinámica estructural. En el caso concreto del uso del péndulo de torsión libre de Zeevaert para la determinación de éstas propiedades, a los objetivos inicialmente planteados y con base a los capítulos antes desarrollados obtuvimos las conclusiones siguientes:

1. Para la determinación de las propiedades dinámicas reales de los suelos es necesario realizar pruebas de laboratorio.
2. Actualmente existen diversas técnicas y equipos para la determinación de éstas propiedades. la mayoría de los equipos de laboratorio no abarcan intervalos de deformaciones propios de un evento sísmico (figura 1-3)
3. Con la interpretación correcta de las ecuaciones de movimiento aplicadas al péndulo de torsión libre fue posible determinar las propiedades dinámicas del instrumento en la etapa de calibración y las propiedades dinámicas en probetas de suelo.
4. La calibración del instrumento fue una de las tareas más complicadas de realizar. En la etapa inicial el equipo tenía un porcentaje de amortiguamiento bastante elevado ( $\zeta_a = 10.96\%$ ). La literatura recomienda un amortiguamiento máximo del instrumento del 2%. Después de calibrar, se logró obtener un amortiguamiento,  $\zeta_a$ , del 1.39%.
5. En el proceso de calibración, particularmente en la detección de los mecanismos que originan fricción en el instrumento, se encontró que el mecanismo de mayor impacto fue el contacto que existe entre el vástago del cilindro de acero y la tapa de la cámara triaxial.

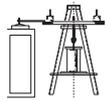


6. En el caso de la realización de los ensayos la etapa más complicada fue la colocación de la probeta (montaje) en los cabezales con cuchillas. En todo momento debe cuidarse que la muestra no se fracture o que su manipulación sea mínima.
7. Al momento de realizar los ensayos debemos verificar que los desplazamientos máximos dados en la mesa de registro estén dentro del intervalo elástico del suelo. Llevar a una probeta de suelo a deformaciones mas allá del intervalo elástico carecería de sentido la obtención de sus propiedades dinámicas.
8. De los resultados obtenidos vimos que efectivamente tanto el módulo de corte dinámico ( $G$ ) y el amortiguamiento del suelo ( $\zeta_p$ ) tienen una variación no lineal. A medida que la distorsión angular ( $\gamma_p$ ) aumenta el módulo de corte disminuye, caso contrario sucede con el amortiguamiento, es decir, cuando la distorsión angular ( $\gamma_p$ ) aumenta, el amortiguamiento del suelo también se incrementa.
9. Para las presiones de confinamiento presentadas, la distorsión angular ( $\gamma_p$ ) varía de 0.05 a 0.38%. Lo anterior nos indica que el péndulo de torsión es un instrumento ideal para la obtención de propiedades dinámicas de los suelos para distorsiones propias de un sismo (figura 1-3).
10. La variación del módulo de corte dinámico con la profundidad, se pudo ver claramente que éste aumenta a medida que se tienen presiones de confinamiento mayores. En cuanto a la gráfica 5-21 (del amortiguamiento del suelo) los resultados tienen mucha dispersión.
11. El péndulo de torsión libre de la UMSNH, es un instrumento que debe aprovecharse para fines de investigación de parámetros dinámicos reales de los suelos, cuyos resultados puedan ser usados en la práctica ingenieril en el campo de la dinámica.



## REFERENCIAS

- Avilés J. & Pérez-Rocha L. (2004), “Bases Para las Nuevas Disposiciones Reglamentarias sobre Interacción Suelo-estructura”, Revista de Ingeniería Sísmica No. 71 1-36 (2004).
- Braja M. D. (1993), “Principles of Soil Dynamics”, PWS-KENT Publishing Company, Boston.
- Cesin, J. (1990), “Modelo Simplificado de Análisis, Considerando la Interacción Suelo-estructura”, Tesis para obtener el grado de Maestro en Ingeniería por la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM).
- Chopra Anil K. (2001), “Dynamics of Structures, Theory and Applications to Earthquake Engineering”, Second Edition, Editorial Prentice Hall.
- Colindres S. R. (1993), “Dinámica de Suelos y Estructuras”, Segunda Edición, Editorial Limusa.
- Díaz R. A. (2005), “Dinámica de Suelos”, Editorial Limusa.
- Equihua C. R. (1994), “Correlación entre el Módulo de Rigidez Dinámica y la Prueba Estática de Compresión Simple”, Tesis de Licenciatura, Facultad de Ingeniería Civil, UMSNH.
- Espinoza B. F. (1999), “Determinación de Características Dinámicas de Estructuras”, Tesis para obtener el grado de Doctor, Universidad Politécnica de Cataluña (UPC), Barcelona.
- Gallegos B. J. (2005), “Automatización del Péndulo de Torsión de Zeevaert”, Tesis para obtener el grado de Maestro en Ingeniería, Universidad nacional Autónoma de México (UNAM).
- Kramer Steven L. (1996), “Geotechnical Earthquake Engineering”, Editorial Prentice Hall.
- Martínez L. R. (1989), “Respuesta Teórica y Experimental de un Edificio de 17 Niveles sobre Suelo Blando”, Tesis de Licenciatura, Facultad de Ingeniería, UNAM.



Montoya R. R. (1991), “El Módulo de Rigidez Dinámica y su determinación en el Laboratorio para algunos Suelos en el Estado de Michoacán”, Tesis de Licenciatura, Facultad de Ingeniería Civil, UMSNH.

Ortiz B. L. (1998), “Elasticidad”, Tercera Edición, Editorial Mc Graw Hill.

Paz M. (2002), “Dinámica Estructural, Teoría y Cálculo”, Editorial Reverté, S.A., 1992.

Prato A. & Flores G. (2007), “Acciones Sísmicas para Diseño Estructural”, Cátedra de Análisis Estructural, Carrera de Ingeniería Civil.

Resnick, Halliday, Krane (2004), “Física”, Volumen 1, Editorial CECSA, Quinta Edición.

Rodríguez J.A. (2005), “Comportamiento Dinámico de Suelos Blandos en Bogotá”, Departamento de Ingeniería Civil, Pontificia Universidad Javeriana, Bogotá, Colombia.

Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos, A.C., Facultad de Ingeniería de La UNAM (2006), “Curso-Taller Laboratorio de Mecánica II” .

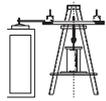
Tafolla R. H. (1993), “Zonificación Sísmica de la Ciudad de Morelia”, Tesis de Licenciatura, Facultad de Ingeniería Civil, UMSNH.

Thomson, T. W. (1982), “Teoría de Vibraciones (aplicaciones)”, Editorial Prentice Hall Hispanoamericana, S.A.

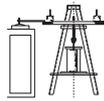
Zeevaert L. (1973), “Foundation Engineering For Difficult Subsoil Conditions”, Van Nostrand Reinhold Company.

Zeevaert L. (1980), “Interacción Suelo-Estructura, Estática y Sísmica de Cimentaciones Monolíticas Superficiales”, VI Seminario de Mecánica de Suelos Interacción Suelo-Estructura, Carácas, Venezuela, septiembre 1980.

Zeevaert L. (1991), “Interacción Suelo-Estructura de Cimentación”, Editorial Limusa.



Zill G. (1997), “Ecuaciones Diferenciales con Aplicaciones de Modelado”, Sexta Edición, Editorial Thomson.



## ANEXO A

# CÁLCULO DE PROPIEDADES DINÁMICAS DE LOS SUELOS.

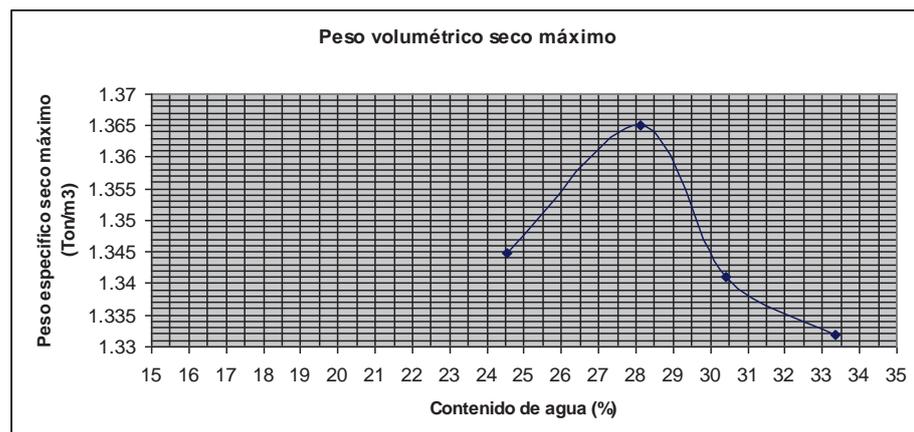
Siguiendo el protocolo general de prueba vista en la sección 5.2.4 calcularemos, para una probeta de suelo, sus propiedades dinámicas.

### 1. Caracterización del suelo.

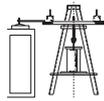
El suelo fue extraído del campo de ciudad universitaria de la UMSNH. Las características obtenidas son.

LIMITES DE CONSISTENCIA	
Humedad natural (W)	7.71%
Limite liquido (LL)	62.2%
Limite plástico (LP)	21.23%
Índice plástico (IP)	40.97%

Clasificación SUCS: CH Arcilla inorgánica de alta plasticidad.



Se propuso realizar las probetas de suelo se con 31% de contenido de agua.



2. Estimar  $q_u$  con un penetrómetro de bolsillo.

El valor obtenido para este suelo fue  $q_u = 2.5 \text{ kg/cm}^2$ .

3. De experiencia previa sobre  $G$  vs  $q_u$  estimar el valor de  $q_u/G$ .

Para arcillas  $q_u/G = 0.020$

4. Calcular aproximadamente el intervalo de las deflexiones que deban darse en la mesa registradora:

$\delta_s < \delta_a + \delta_p$ , calculando  $F$ ,  $\delta_a$  y  $\delta_p$  con las ecuaciones. (5.2), (5.4) y (5.5) respectivamente.

Fuerza máxima aplicada:

$$F = \frac{\pi D^3}{64\lambda} \cdot q_u$$

$$D = 7.16 \text{ cm}$$

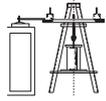
$$\lambda = 42.50 \text{ cm}$$

$$F = \frac{\pi D^3}{64\lambda} \cdot q_u$$

$$F = \frac{\pi(7.16)^3}{64(42.50)} \cdot (2.50) = 1.06 \text{ kg}$$

Desplazamientos máximos en la mesa de registro:

$$\delta_a = \frac{1}{K_a} \left[ \frac{\pi D^3}{64\lambda} \right] \cdot q_u$$



De la calibración del instrumento se obtuvo:

CONSTANTES DE CALIBRACION DEL APARATO					
$\lambda = 42.50 \text{ cm}$		$L = 88.01 \text{ cm}$			
No. masas	$J_a$ Kg*cm*seg <sup>2</sup>	$T_{ad}$ seg	$\zeta_a$ %	$\omega_{ad}$	$K_a$
0	7.483	0.309	1.290%	20.338	0.828

$$\delta_a = \frac{1}{0.828} \frac{\pi(7.16)^3}{64(42.50)} \cdot (2.50) = 1.282 \text{ cm}$$

$$\delta_p = \frac{q_u}{2\mu} \left( \frac{hL}{D} \right)$$

$$\delta_p = \frac{1}{2} (0.020) \left( \frac{14.157 * 88.01}{7.16} \right) = 2.00 \text{ cm}$$

$$\delta_s = \delta_a + \delta_p$$

$$\delta_s = 1.282 + 2.00 = 3.282 \text{ cm}$$

El desplazamiento máximo dado en la mesa de registro resultó ser de 3.28 cm, con este desplazamiento aseguramos que el material, en la prueba, trabaje dentro del intervalo elástico. Se realizaron cinco “corridas” para cada presión de confinamiento. El desplazamiento máximo para cada corrida fue:

$$\delta_{s1} = 0.50 \text{ cm}$$

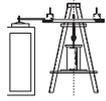
$$\delta_{s2} = 1.00 \text{ cm}$$

$$\delta_{s3} = 1.50 \text{ cm}$$

$$\delta_{s4} = 2.00 \text{ cm}$$

$$\delta_{s5} = 2.50 \text{ cm}$$

- Determinar el esfuerzo de confinamiento medio en el suelo a la profundidad de donde fue obtenida la muestra de suelo inalterada.



El suelo fue ensayado a cuatro presiones de confinamiento:

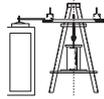
$$P_1 = 0.50 \text{ kg/cm}^2$$

$$P_2 = 1.00 \text{ kg/cm}^2$$

$$P_3 = 1.50 \text{ kg/cm}^2$$

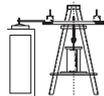
$$P_4 = 2.00 \text{ kg/cm}^2$$

Con los valores calculados en los pasos del 1 al 5 es posible realizar las “corridas” en el péndulo de torsión. En las siguientes tablas se muestran los resultados calculados, a partir de los pasos 6 al 11:



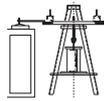
Presión de confinamiento: 0.50 kg/cm<sup>2</sup>

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Lm (cm)	Nm -	Lp (cm)	Np -	δ1 (cm)	δn (cm)	Tsd (seg)	Δ (cm)	ζs (%)	μ (Kg*seg <sup>2</sup> /cm <sup>2</sup> )	G (Kg/cm <sup>2</sup> )	γp (-)	ζp (%)
10.600	4	16.000	3	0.780	0.200	0.497	0.454	7.200%	0.411	107.97941	0.13620	9.126
8.200	3	10.900	2	0.690	0.280	0.502	0.451	7.200%	0.411	104.52297	0.12200	9.071
8.300	3	11.200	2	0.650	0.260	0.494	0.458	7.300%	0.411	110.17384	0.11259	9.290
8.400	3	16.900	3	0.610	0.250	0.497	0.446	7.100%	0.411	107.95404	0.10654	8.998
11.450	4	17.100	3	0.830	0.210	0.502	0.458	7.300%	0.411	104.54758	0.14672	9.199
11.600	4	17.250	3	0.720	0.180	0.504	0.462	7.300%	0.411	103.21661	0.1279	9.177
9.000	3	17.520	3	0.800	0.350	0.514	0.413	6.600%	0.411	96.82168	0.14566	8.193
8.700	3	11.900	2	0.650	0.310	0.487	0.370	5.900%	0.411	115.17270	0.11083	7.548
7.550	3	15.650	3	0.330	0.150	0.482	0.394	6.300%	0.411	119.35933	0.05542	8.126
10.500	4	15.800	3	0.720	0.190	0.498	0.444	7.000%	0.411	107.22285	0.1261	8.858
10.500	4	16.050	3	0.710	0.220	0.491	0.391	6.200%	0.411	112.13930	0.12231	7.898
8.320	3	16.400	3	0.860	0.400	0.507	0.383	6.100%	0.411	101.01247	0.15426	7.620
8.400	3	16.450	3	0.800	0.310	0.511	0.474	7.500%	0.411	98.82249	0.14439	9.357
11.100	4	16.700	3	0.800	0.230	0.499	0.416	6.600%	0.411	106.42981	0.14059	8.334
11.050	4	16.800	3	0.900	0.260	0.493	0.414	6.600%	0.411	110.73419	0.15574	8.396
11.500	4	17.100	3	1.000	0.260	0.504	0.449	7.100%	0.411	103.16860	0.17772	8.922
11.500	4	17.320	3	0.800	0.200	0.498	0.462	7.300%	0.411	107.29829	0.14001	9.243
11.500	4	17.400	3	0.720	0.200	0.496	0.427	6.800%	0.411	108.59375	0.12552	8.622
11.700	4	17.600	3	0.920	0.270	0.499	0.409	6.500%	0.411	106.40705	0.16172	8.205
9.000	3	17.900	3	0.710	0.300	0.503	0.431	6.800%	0.411	103.76000	0.12596	8.550
12.100	4	18.000	3	0.830	0.250	0.504	0.400	6.400%	0.411	103.01137	0.14773	8.029
11.800	4	18.200	3	0.800	0.230	0.486	0.416	6.600%	0.411	116.14243	0.13582	8.474
9.900	4	15.100	3	0.600	0.150	0.492	0.462	7.300%	0.411	111.66102	0.10338	9.314
12.600	5	15.430	3	1.000	0.170	0.490	0.443	7.000%	0.411	113.10136	0.17150	8.948
12.900	5	20.800	4	1.000	0.160	0.496	0.458	7.300%	0.411	108.71995	0.17413	9.266
10.550	4	15.750	3	1.050	0.270	0.502	0.453	7.200%	0.411	104.52297	0.18565	9.071
10.750	4	16.000	3	1.200	0.320	0.504	0.441	7.000%	0.411	103.14511	0.21331	8.795
13.400	5	15.750	3	1.380	0.245	0.510	0.432	6.900%	0.411	99.30060	0.24884	8.608
13.700	5	21.700	4	1.170	0.200	0.505	0.442	7.000%	0.411	102.49094	0.20847	8.785
14.100	5	22.100	4	1.250	0.230	0.510	0.423	6.700%	0.411	99.25762	0.2255	8.355
11.500	4	16.790	3	1.200	0.300	0.514	0.462	7.300%	0.411	96.97043	0.21815	9.075
14.450	5	22.600	4	1.400	0.220	0.512	0.463	7.300%	0.411	98.16789	0.25337	9.095
14.900	5	22.700	4	1.650	0.230	0.525	0.493	7.800%	0.411	90.90725	0.30669	9.595
11.750	4	17.200	3	0.980	0.280	0.512	0.418	6.600%	0.411	98.01664	0.17763	8.210
13.250	5	21.100	4	1.250	0.260	0.502	0.393	6.200%	0.411	104.29609	0.2215	7.792
13.600	5	16.200	3	1.200	0.220	0.504	0.424	6.700%	0.411	103.07670	0.21345	8.412
13.700	5	21.950	4	1.150	0.220	0.499	0.413	6.600%	0.411	106.42981	0.20210	8.334
14.000	5	16.600	3	1.300	0.250	0.506	0.412	6.500%	0.411	101.73338	0.23244	8.138
14.500	5	16.900	3	1.450	0.220	0.515	0.471	7.500%	0.411	96.42584	0.26406	9.317
14.850	5	17.100	3	1.750	0.220	0.521	0.518	8.200%	0.411	93.16867	0.32228	10.133
12.200	4	17.600	3	1.380	0.350	0.520	0.457	7.300%	0.411	93.52137	0.25415	9.018



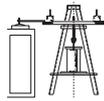
Presión de confinamiento: 1.00 kg/cm<sup>2</sup>

Lm (cm)	Nm -	Lp (cm)	Np -	δ1 (cm)	δn (cm)	Tsd (seg)	Δ (cm)	ζs (%)	μ (Kg*seg <sup>2</sup> /cm <sup>2</sup> )	G (Kg/cm <sup>2</sup> )	γp (-)	ζp (%)
4.650	2	10.300	2	0.420	0.250	0.451	0.519	8.200%	0.411	152.25214	0.06316	11.181
7.000	3	10.350	2	0.520	0.200	0.451	0.478	7.600%	0.411	151.97716	0.07834	10.351
7.100	3	10.550	2	0.550	0.200	0.449	0.506	8.000%	0.411	154.75353	0.08210	10.947
7.100	3	10.700	2	0.520	0.200	0.442	0.478	7.600%	0.411	164.27187	0.07546	10.542
7.300	3	10.800	2	0.890	0.300	0.451	0.544	8.600%	0.411	152.44767	0.13368	11.734
7.300	3	10.800	2	0.720	0.250	0.451	0.529	8.400%	0.411	152.34868	0.10821	11.458
7.500	3	16.300	3	0.820	0.300	0.460	0.503	8.000%	0.411	141.35891	0.12768	10.726
7.500	3	16.600	3	0.720	0.240	0.452	0.549	8.700%	0.411	151.22437	0.10853	11.849
8.800	4	15.000	3	0.520	0.200	0.440	0.319	5.100%	0.411	166.18849	0.07527	7.031
11.450	5	15.400	3	0.980	0.220	0.446	0.373	5.900%	0.411	157.89673	0.14532	8.072
9.500	4	16.100	3	0.810	0.250	0.443	0.392	6.200%	0.411	162.20428	0.11851	8.546
9.900	4	16.200	3	1.500	0.295	0.458	0.542	8.600%	0.411	143.90798	0.23142	11.582
7.750	3	11.400	2	0.850	0.300	0.453	0.521	8.300%	0.411	149.77583	0.1288	11.276
10.400	4	17.300	3	1.130	0.220	0.451	0.545	8.600%	0.411	152.44767	0.16972	11.734
10.700	4	17.600	3	1.210	0.200	0.456	0.600	9.500%	0.411	146.70972	0.18473	12.854
8.200	3	12.000	2	1.170	0.370	0.456	0.576	9.100%	0.411	146.50479	0.17887	12.308
9.000	4	10.100	2	0.780	0.300	0.446	0.319	5.100%	0.411	157.62823	0.11586	6.945
9.200	4	15.300	3	0.900	0.270	0.451	0.401	6.400%	0.411	151.49229	0.13603	8.688
9.500	4	15.550	3	1.410	0.300	0.458	0.516	8.200%	0.411	143.72829	0.21781	11.036
9.800	4	15.800	3	1.500	0.350	0.465	0.485	7.700%	0.411	135.80154	0.23791	10.230
9.750	4	15.900	3	1.395	0.360	0.460	0.452	7.200%	0.411	141.04274	0.21769	9.637
9.800	4	16.150	3	1.230	0.330	0.455	0.439	7.000%	0.411	146.77449	0.18852	9.449
12.600	5	16.300	3	1.750	0.210	0.464	0.530	8.400%	0.411	137.14003	0.27604	11.192
10.200	4	16.500	3	1.400	0.350	0.464	0.462	7.300%	0.411	136.71040	0.22153	9.707
10.100	4	16.800	3	1.000	0.310	0.451	0.390	6.200%	0.411	151.41982	0.15122	8.411
13.000	5	22.600	4	1.450	0.260	0.460	0.430	6.800%	0.411	140.89761	0.22651	9.092
10.800	4	17.200	3	1.760	0.300	0.471	0.590	9.300%	0.411	130.36849	0.28342	12.263
13.300	5	23.000	4	1.600	0.300	0.463	0.418	6.600%	0.411	137.53721	0.25274	8.775
13.500	5	17.550	3	1.680	0.250	0.462	0.476	7.600%	0.411	138.97923	0.26376	10.146
11.050	4	17.800	3	1.495	0.350	0.466	0.484	7.700%	0.411	134.75773	0.23793	10.213
11.500	5	20.300	4	1.100	0.280	0.453	0.342	5.400%	0.411	148.65706	0.16794	7.270
11.800	5	20.700	4	1.400	0.245	0.456	0.436	6.900%	0.411	145.54293	0.21545	9.295
11.900	5	21.000	4	1.450	0.230	0.453	0.460	7.300%	0.411	149.33454	0.22037	9.898
9.850	4	15.950	3	1.700	0.370	0.463	0.508	8.100%	0.411	138.09050	0.26746	10.805
9.800	4	16.100	3	1.600	0.380	0.457	0.479	7.600%	0.411	144.63906	0.24668	10.236
10.300	4	16.400	3	1.820	0.400	0.471	0.505	8.000%	0.411	129.84797	0.29426	10.531
12.800	5	16.600	3	2.100	0.330	0.463	0.463	7.300%	0.411	137.78081	0.33113	9.723
12.800	5	16.800	3	1.620	0.300	0.457	0.422	6.700%	0.411	144.29333	0.25036	9.004
13.400	5	22.900	4	2.000	0.270	0.468	0.501	7.900%	0.411	132.78525	0.32027	10.448
10.950	4	17.600	3	1.920	0.400	0.467	0.523	8.300%	0.411	133.95880	0.30608	11.002
13.750	5	17.750	3	1.700	0.320	0.465	0.418	6.600%	0.411	135.41606	0.2704	8.745



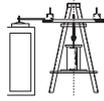
Presión de confinamiento: 1.50 kg/cm<sup>2</sup>

Lm (cm)	Nm -	Lp (cm)	Np -	δ1 (cm)	δn (cm)	Tsd (seg)	Δ (cm)	ζs (%)	μ (Kg*seg <sup>2</sup> /cm <sup>2</sup> )	G (Kg/cm <sup>2</sup> )	γp (-)	ζp (%)
6.600	3	15.150	3	0.600	0.270	0.436	0.399	6.300%	0.411	172.83564	0.08505	8.820
6.800	3	10.200	2	0.700	0.350	0.444	0.347	5.500%	0.411	160.52724	0.10302	7.540
9.100	4	10.400	2	0.760	0.300	0.438	0.310	4.900%	0.411	169.15648	0.10907	6.774
11.750	5	16.000	3	1.000	0.220	0.441	0.379	6.000%	0.411	165.03161	0.14511	8.298
9.300	4	16.000	3	0.710	0.260	0.436	0.335	5.300%	0.411	172.43062	0.10088	7.382
9.600	4	10.800	2	0.860	0.300	0.444	0.351	5.600%	0.411	160.56200	0.12654	7.681
9.600	4	11.100	2	0.810	0.300	0.432	0.331	5.300%	0.411	179.01729	0.11292	7.449
9.900	4	11.200	2	0.860	0.310	0.442	0.340	5.400%	0.411	163.34784	0.12551	7.429
9.800	4	17.000	3	0.630	0.210	0.432	0.366	5.800%	0.411	179.22210	0.08772	8.177
11.000	5	15.300	3	0.900	0.260	0.431	0.310	4.900%	0.411	180.58085	0.12495	6.882
11.200	5	15.500	3	0.900	0.250	0.434	0.320	5.100%	0.411	175.59534	0.12673	7.125
9.300	4	15.700	3	0.880	0.265	0.444	0.400	6.400%	0.411	160.86325	0.12924	8.810
9.250	4	15.900	3	0.800	0.300	0.436	0.327	5.200%	0.411	172.39405	0.11369	7.237
11.900	5	16.100	3	1.200	0.280	0.443	0.364	5.800%	0.411	162.05168	0.17573	7.980
11.900	5	16.400	3	1.110	0.250	0.435	0.373	5.900%	0.411	174.27471	0.15676	8.264
12.000	5	22.150	4	0.990	0.250	0.433	0.344	5.500%	0.411	177.40821	0.13862	7.722
12.250	5	16.850	3	0.900	0.210	0.436	0.364	5.800%	0.411	172.62416	0.12773	8.102
12.600	5	17.200	3	1.020	0.200	0.44	0.407	6.500%	0.411	166.72539	0.14717	9.027
12.600	5	17.300	3	1.000	0.300	0.437	0.301	4.800%	0.411	170.67671	0.14289	6.644
10.350	4	17.700	3	1.000	0.380	0.439	0.323	5.100%	0.411	167.69432	0.14411	7.046
13.200	5	17.900	3	1.300	0.280	0.442	0.384	6.100%	0.411	163.60687	0.18942	8.422
11.150	5	15.350	3	1.000	0.250	0.436	0.347	5.500%	0.411	172.50589	0.12782	7.670
11.200	5	20.650	4	1.000	0.250	0.434	0.347	5.500%	0.411	175.74723	0.12662	7.705
11.600	5	15.900	3	1.250	0.250	0.438	0.402	6.400%	0.411	169.73187	0.11442	8.924
11.800	5	16.100	3	1.210	0.210	0.440	0.438	7.000%	0.411	166.94957	0.17291	9.737
9.600	4	16.200	3	1.300	0.350	0.444	0.437	6.900%	0.411	161.07260	0.16281	9.514
12.400	5	16.800	3	1.600	0.250	0.443	0.464	7.400%	0.411	162.72529	0.13125	10.238
12.400	5	22.500	4	1.170	0.250	0.441	0.386	6.100%	0.411	165.07112	0.14797	8.440
12.500	5	17.100	3	1.400	0.250	0.439	0.431	6.800%	0.411	168.37276	0.14353	9.473
12.800	5	17.500	3	1.360	0.210	0.439	0.467	7.400%	0.411	168.66014	0.14328	10.326
13.000	5	17.500	3	1.700	0.300	0.446	0.434	6.900%	0.411	158.28893	0.19229	9.475
10.900	5	15.000	3	0.800	0.200	0.436	0.347	5.500%	0.411	172.50589	0.11362	7.670
9.000	4	15.300	3	1.160	0.400	0.441	0.355	5.600%	0.411	164.88027	0.16848	7.729
9.450	4	15.600	3	2.200	0.500	0.454	0.494	7.800%	0.411	148.31548	0.33517	10.568
11.700	5	15.900	3	1.900	0.380	0.442	0.402	6.400%	0.411	163.72782	0.27664	8.847
12.200	5	16.200	3	2.420	0.300	0.452	0.522	8.300%	0.411	151.02882	0.36527	11.298
14.450	6	16.350	3	2.300	0.200	0.442	0.488	7.700%	0.411	164.32160	0.33367	10.683
14.800	6	16.500	3	2.150	0.200	0.448	0.475	7.500%	0.411	155.84710	0.32012	10.273
14.900	6	22.250	4	1.800	0.200	0.446	0.439	7.000%	0.411	158.33164	0.26618	9.615
15.100	6	16.900	3	2.000	0.200	0.447	0.461	7.300%	0.411	157.10077	0.29674	10.015
15.300	6	22.700	4	1.900	0.200	0.449	0.450	7.100%	0.411	154.35021	0.28437	9.697
13.200	5	17.300	3	2.060	0.300	0.458	0.482	7.600%	0.411	143.47556	0.31878	10.218
15.700	6	23.200	4	1.900	0.200	0.451	0.450	7.100%	0.411	151.76465	0.28666	9.659



Presión de confinamiento: 2.00 kg/cm<sup>2</sup>

Lm (cm)	Nm -	Lp (cm)	Np -	δ1 (cm)	δn (cm)	Tsd (seg)	Δ (cm)	ζs (%)	μ (Kg*seg <sup>2</sup> /cm <sup>2</sup> )	G (Kg/cm <sup>2</sup> )	γp (-)	ζp (%)
10.900	5	15.200	3	1.000	0.210	0.430	0.390	6.200%	0.411	182.87202	0.13774	8.799
11.000	5	15.400	3	0.920	0.200	0.429	0.382	6.100%	0.411	184.60529	0.12611	8.674
8.900	4	15.600	3	0.900	0.280	0.428	0.389	6.200%	0.411	186.46444	0.12271	8.842
6.750	3	10.500	2	0.700	0.320	0.429	0.391	6.200%	0.411	184.65285	0.09593	8.820
9.300	4	16.200	3	0.890	0.300	0.431	0.362	5.800%	0.411	180.94109	0.12332	8.196
9.300	4	10.800	2	0.890	0.300	0.431	0.362	5.800%	0.411	180.94109	0.12332	8.196
7.100	3	11.000	2	0.760	0.360	0.43	0.374	5.900%	0.411	182.73379	0.10476	8.362
9.400	4	11.000	2	0.750	0.210	0.427	0.424	6.700%	0.411	188.56493	0.10160	9.598
9.500	4	16.650	3	0.810	0.260	0.428	0.379	6.000%	0.411	186.36871	0.11050	8.549
9.600	4	16.900	3	0.870	0.290	0.426	0.366	5.800%	0.411	189.98907	0.11752	8.297
7.400	3	11.400	2	0.870	0.400	0.433	0.389	6.200%	0.411	177.70657	0.12161	8.736
9.900	4	11.500	2	0.800	0.220	0.43	0.430	6.800%	0.411	183.16976	0.11001	9.672
9.850	4	17.300	3	0.800	0.250	0.427	0.388	6.200%	0.411	188.30756	0.10852	8.864
10.900	5	15.300	3	1.100	0.210	0.427	0.414	6.600%	0.411	188.51180	0.14905	9.451
11.100	5	15.400	3	1.100	0.250	0.432	0.370	5.900%	0.411	179.26533	0.15313	8.322
11.200	5	15.500	3	1.200	0.260	0.434	0.382	6.100%	0.411	175.99714	0.16859	8.572
9.200	4	15.650	3	1.000	0.300	0.441	0.401	6.400%	0.411	165.19368	0.14497	8.866
11.400	5	15.900	3	0.940	0.200	0.43	0.387	6.100%	0.411	182.82516	0.12951	8.653
7.000	3	10.700	2	0.910	0.450	0.436	0.352	5.600%	0.411	172.54460	0.12921	7.814
9.600	4	16.300	3	0.900	0.300	0.442	0.366	5.800%	0.411	163.49190	0.10936	7.997
9.750	4	16.500	3	1.300	0.460	0.443	0.346	5.500%	0.411	161.94408	0.11870	7.555
12.500	5	17.100	3	1.210	0.290	0.439	0.357	5.700%	0.411	167.91104	0.12521	7.905
12.700	5	17.300	3	1.090	0.220	0.440	0.400	6.400%	0.411	166.68262	0.11546	8.885
8.900	4	15.100	3	1.270	0.470	0.442	0.331	5.300%	0.411	163.31347	0.11678	7.287
11.100	5	15.200	3	1.260	0.290	0.438	0.367	5.800%	0.411	169.48290	0.15756	8.066
9.200	4	10.300	2	1.950	0.490	0.447	0.460	7.300%	0.411	157.10077	0.16321	10.015
11.500	5	15.600	3	1.800	0.300	0.442	0.448	7.100%	0.411	164.03340	0.17440	9.836
11.500	5	15.700	3	1.400	0.280	0.439	0.402	6.400%	0.411	168.19516	0.14368	8.904
11.700	5	15.900	3	1.650	0.300	0.442	0.426	6.800%	0.411	163.89842	0.13672	9.413
11.800	5	16.000	3	1.500	0.300	0.443	0.402	6.400%	0.411	162.28451	0.13307	8.828
9.900	4	10.900	2	1.700	0.500	0.454	0.408	6.500%	0.411	147.79782	0.25990	8.778
10.000	4	11.000	2	1.900	0.500	0.455	0.445	7.100%	0.411	146.81325	0.29114	9.587
10.100	4	11.100	2	1.800	0.500	0.455	0.427	6.800%	0.411	146.69866	0.27603	9.174
10.300	4	16.800	3	2.200	0.520	0.46	0.481	7.600%	0.411	141.19649	0.34294	10.182
10.400	4	17.100	3	1.860	0.500	0.456	0.438	7.000%	0.411	145.58067	0.28616	9.432
12.700	5	17.100	3	1.800	0.350	0.446	0.409	6.500%	0.411	158.12446	0.26653	8.914
10.600	4	17.350	3	2.000	0.600	0.458	0.401	6.400%	0.411	143.02986	0.31046	8.577
11.100	5	15.400	3	1.350	0.320	0.432	0.360	5.700%	0.411	179.17962	0.18802	8.031
11.500	5	15.600	3	1.800	0.350	0.442	0.409	6.500%	0.411	163.76947	0.26202	8.988
11.750	5	15.800	3	2.190	0.350	0.446	0.458	7.300%	0.411	158.46359	0.32358	10.035
9.850	4	10.700	2	2.400	0.530	0.460	0.503	8.000%	0.411	141.35891	0.37369	10.726
9.900	4	16.300	3	2.300	0.600	0.456	0.448	7.100%	0.411	145.61898	0.35376	9.569
12.500	5	16.700	3	2.010	0.400	0.449	0.404	6.400%	0.411	154.07098	0.30138	8.722
12.600	5	16.800	3	1.900	0.360	0.450	0.416	6.600%	0.411	152.84796	0.28589	8.983



12.800	5	17.100	3	2.100	0.400	0.449	0.415	6.600%	0.411	154.14770	0.31472	9.001
13.200	5	17.300	3	2.400	0.310	0.458	0.512	8.100%	0.411	143.68477	0.37085	10.900

Los valores de las columnas 1 al 6 se obtienen directamente de los registros de repuesta dados por el PTL, tal como se explicó en el capítulo 5.

La columna 7 se calcula con la ecuación (5.4)

$$T_{sd} = \frac{\frac{L_m}{N_m}}{\frac{L_p}{N_p} \cdot t_{ap}} = \frac{L_m}{N_m} \cdot \frac{N_p}{L_p} \cdot t_{ap}$$

La columna 8 se calcula con la ecuación (5.5)

$$\Delta = \frac{1}{(n-1)} \ln\left(\frac{\delta_1}{\delta_n}\right)$$

La columna 9 se calcula con la ecuación (3.32)

$$\zeta_s^2 = \frac{\Delta^2}{(2\pi)^2 + \Delta}$$

La columna 10 se calcula con la ecuación siguiente:

$$\mu = \frac{J_a}{C_p} \quad C_p = I_p/h, \quad I_p = \frac{\pi D^4}{32}$$

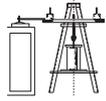
h      Altura promedio de la probeta

La columna 11 se calcula con la ecuación (4.21)

$$G = \frac{(2\pi)^2 \cdot \mu}{(1 - \zeta_s^2) T_{sd}^2 - (1 - \zeta_a^2) T_{ad}^2}$$

La columna 12 se calcula con la ecuación (4.33)

$$\gamma_p = \frac{64 J_a}{L D^3} \frac{\pi}{(1 - \zeta_s^2) T_{sd}^2} \frac{\delta_s}{G}$$



La columna 13 se calcula con la ecuación (4.29)

$$\zeta_p = \sqrt{\frac{\zeta_s^2 - \zeta_a^2 (T_{ad} / T_{sd})^2}{1 - (T_{ad} / T_{sd})^2}}$$

En las figuras I al XIV, se muestra la respuesta para un solo registro. Cada figura representa el momento de cada impulso dado en el brazo excitador. Para cada impulso se debe esperar a que la respuesta termine para posteriormente inducirle un nuevo impulso, de preferencia con una amplitud inicial mayor que la anterior, pero, sin rebasar la amplitud máxima calculada en la mesa de registro.

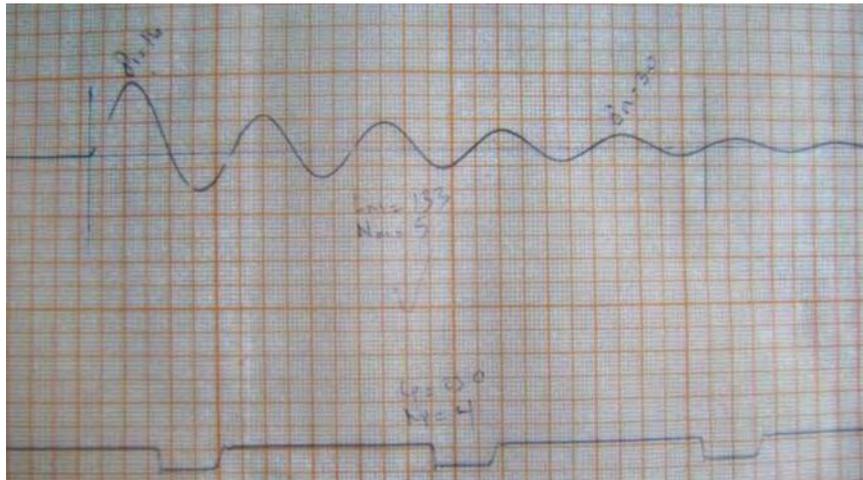
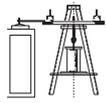


Figura I. Impulso 1, en el brazo excitador.

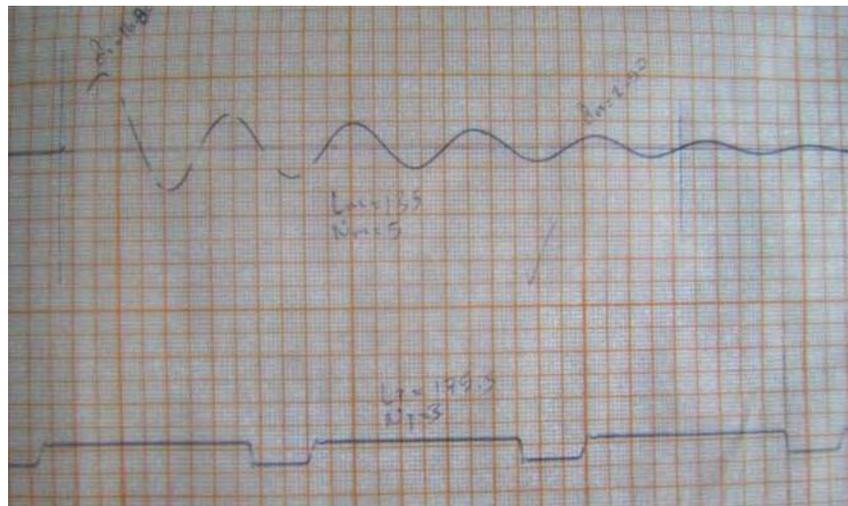


Figura II. Impulso 2, en el brazo excitador.

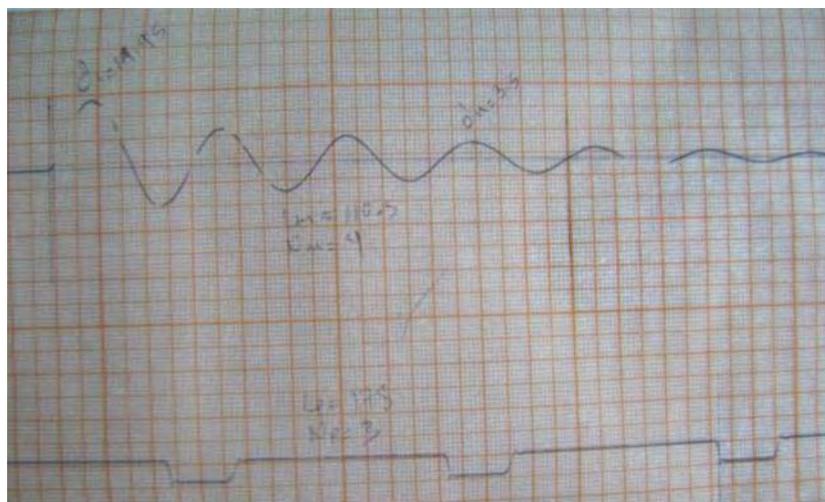


Figura III. Impulso 3, en el brazo excitador.

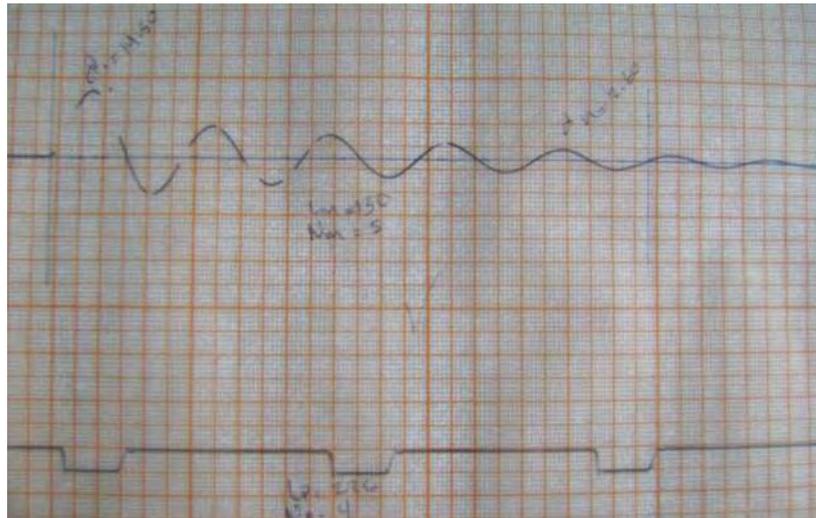
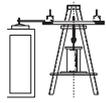


Figura IV. Impulso 4, en el brazo excitador.

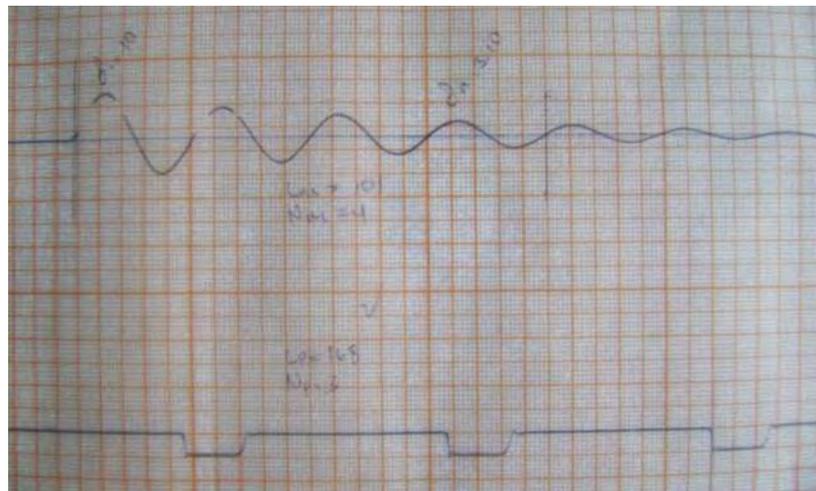


Figura V. Impulso 5, en el brazo excitador.

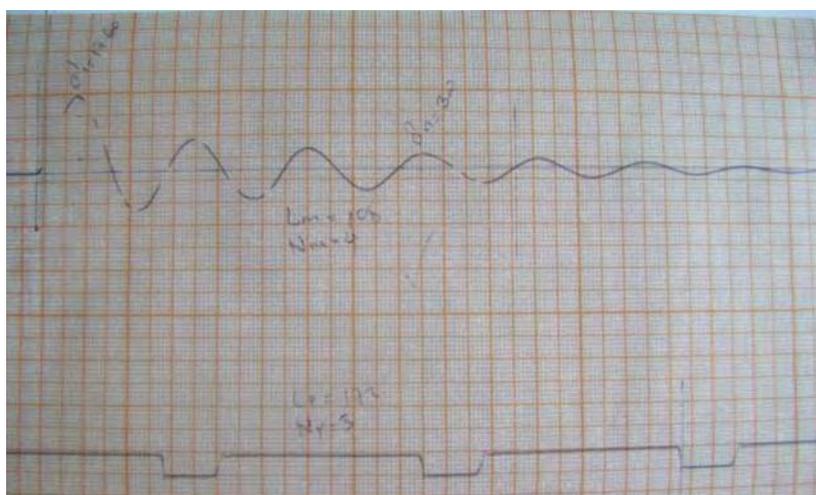


Figura VI. Impulso 6, en el brazo excitador.

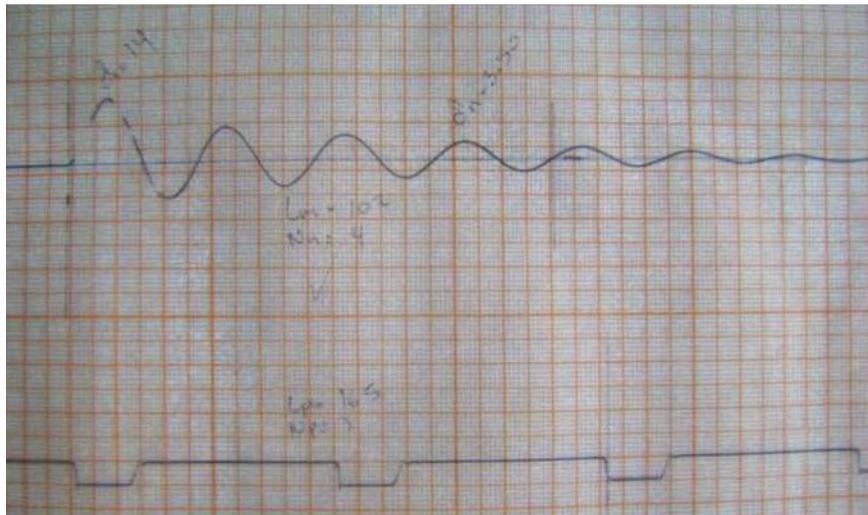
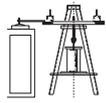


Figura VII. Impulso 7, en el brazo excitador.

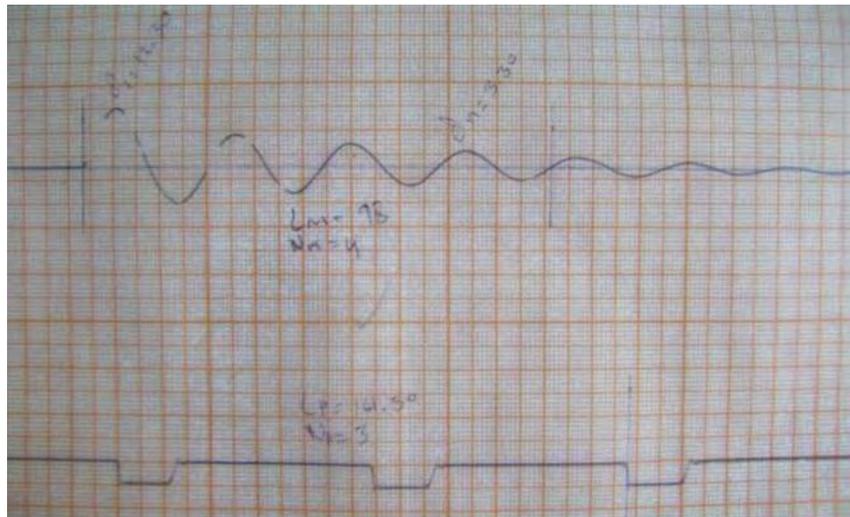
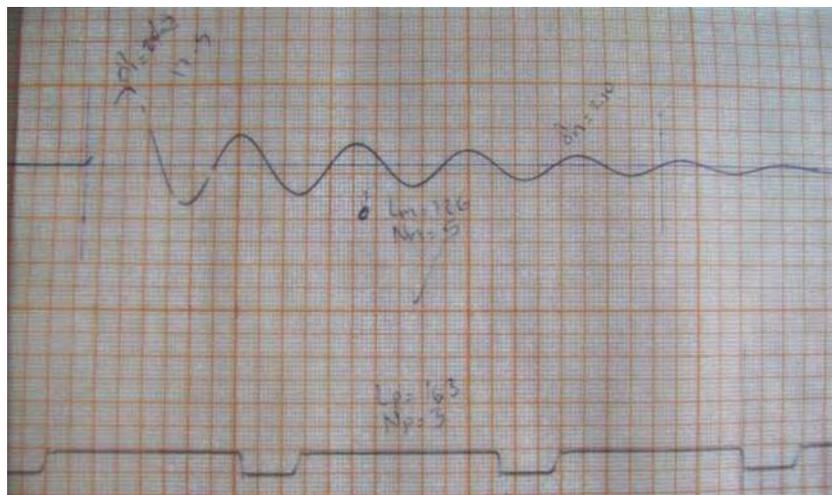


Figura VIII. Impulso 8, en el brazo excitador.



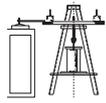


Figura IX. Impulso 9, en el brazo excitador.

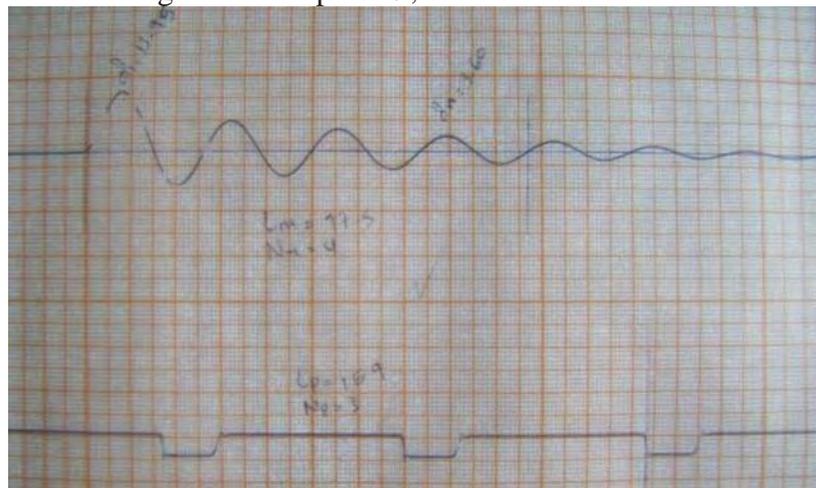


Figura X. Impulso 10, en el brazo excitador.

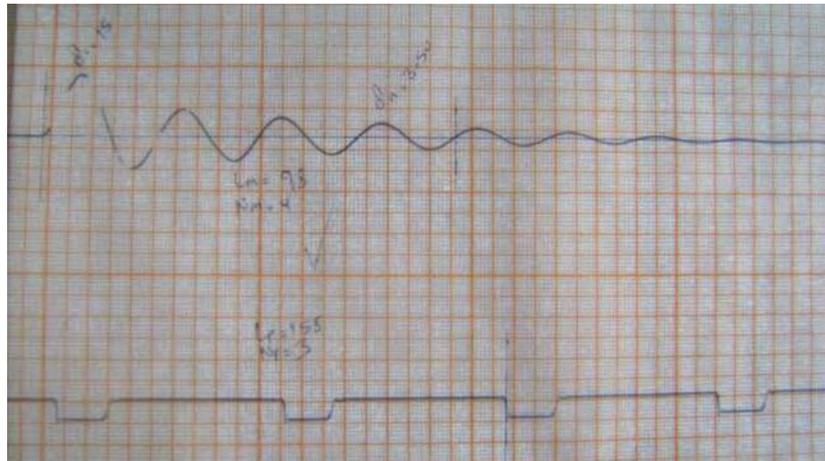


Figura XI. Impulso 11, en el brazo excitador.

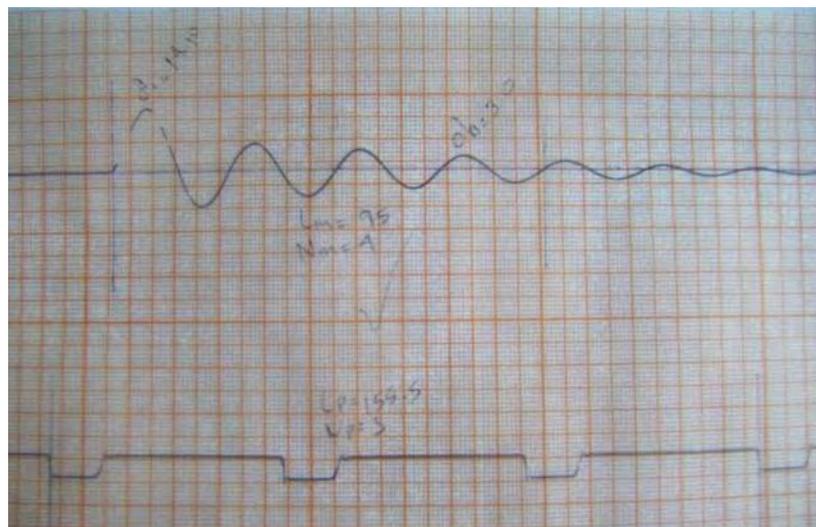


Figura XII. Impulso 12, en el brazo excitador.

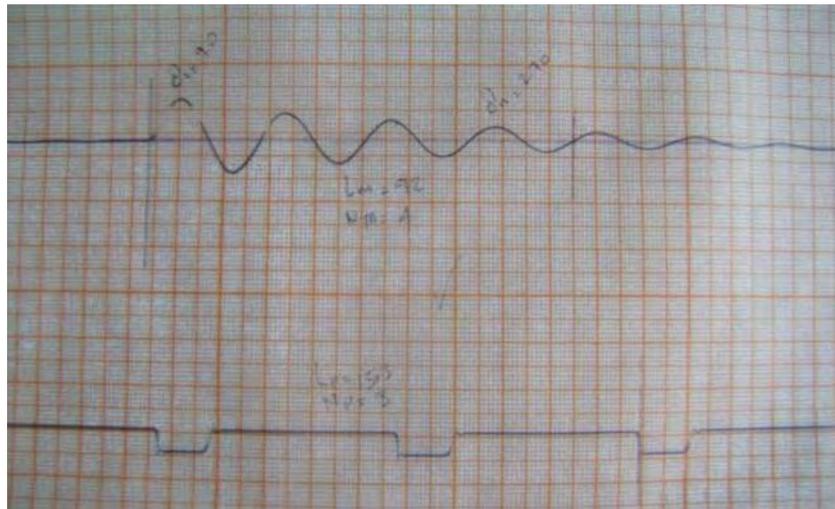
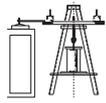


Figura XIII. Impulso 13, en el brazo excitador.

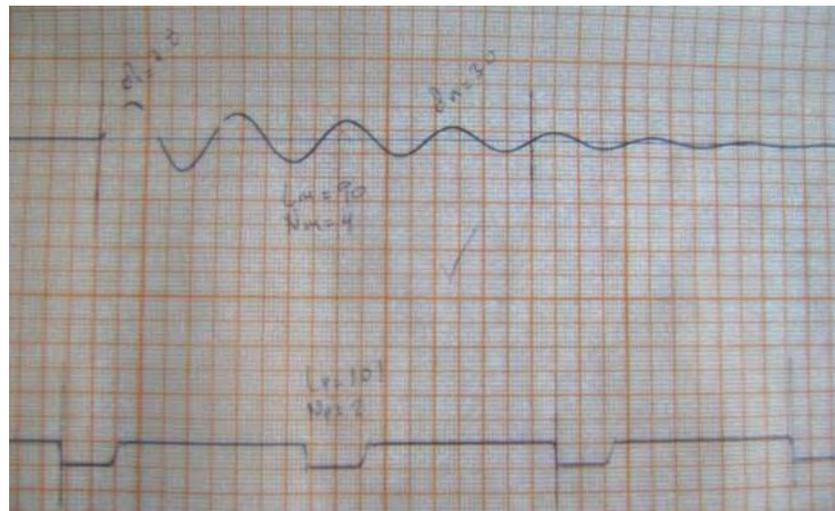


Figura X. Impulso 14, en el brazo excitador.