



UNIVERSIDAD MICHOACANA DE
SAN NICOLÁS DE HIDALGO



FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO

TESIS

RESPUESTA EÓLICA DE UN PUENTE EN CURVA
PARA OBTENER EL GRADO DE:
MAESTRO EN INGENIERÍA EN EL ÁREA DE ESTRUCTURAS

PRESENTA:

ARIAS ROJAS HERIBERTO

DIRECTOR DE TESIS:

DR. HUGO HERNÁNDEZ BARRIOS



MORELIA, MICHOACAN, AGOSTO DEL 2012.

ÍNDICE

Introducción	1
Objetivos	3
CAPITULO 1 Conceptos básicos de ingeniería eólica	4
1.1 Variación de la velocidad media con la altura	4
1.2 Perfil de velocidades logarítmico	6
1.3 Perfil de velocidades media, modelo exponencial	10
1.4 Varianza y desviación estándar	12
1.5 Variación de la RMS únicamente con la velocidad	12
1.6 Variación de la RMS con velocidad y la altura	14
1.7 Intensidad o índice de turbulencia	15
1.8 Tiempo de promediación de la velocidad media (relación entre velocidades medias)	18
1.9 Relación entre velocidades medias y de ráfagas	22
1.10 Integral de escala de turbulencia	23
1.11 Funciones de autocorrelación y autocovarianza	25
1.12 Puentes flexibles en México	27
CAPITULO 2 Periodo de vibrar de puentes rígidos	32
2.1 Introducción	32
2.2 Puentes tipo viaducto	32
2.2.1 Estimación del periodo en puentes simétricos tipo viaducto	32
2.2.1.1 Vibración no simétrica	33
2.2.1.2 Vibración simétrica	34
2.2.1.3 Ejemplo de aplicación 1	35
2.2.2 Estimación de periodos de vibrar en puentes irregulares tipo viaducto	36
2.2.2.1 Ejemplo de aplicación 2	38
2.2.3 Algunas otras propuestas	41
2.3 Estimación del periodo de vibrar, recomendación del Eurocódigo	44
2.3.1 Periodo en flexión	44

2.3.2 Periodo en torsión	47
2.3.3 Ejemplo de aplicación 3	48
2.3.4 Ejemplo de aplicación 4	50
2.4 Periodos en puentes tipo viga con resortes en los apoyos	51
2.4.1 Ejemplo de aplicación 5	53
2.4.2 Ejemplo de aplicación 6	54
2.5 Periodos para puentes con eje recto de un claro	56
2.5.1 Viga simplemente apoyada	57
2.5.2 Ejemplo de aplicación 7	58
2.6 Periodo en puentes sostenidos por una pila tomando en cuenta la interacción suelo-estructura	59
2.7 Puentes rígidos apoyados en una sola columna con disipadores de energía	63
2.8 Recopilación de puentes rígidos y algunas de sus características	63
2.9 Periodo de vibrar de puentes rígidos en curva	65
2.10 Conclusiones	66
 CAPITULO 3 Periodo de vibrar de puentes flexibles	 68
3.1 Introducción	68
3.2 Periodo en puentes flexibles con diversas características	68
3.3 Periodo de vibrar en puentes atirantados	70
3.3.1 Periodos en función de la geometría del puente	70
3.3.1.1 Ejemplo de la aplicación 1	71
3.3.2 Periodos deducidos por métodos energéticos	72
3.3.2.1 Periodo de vibrar en flexión vertical	74
3.3.2.2 Periodos de vibrar en torsión	76
3.3.3 Guía de diseño para puentes carreteros	78
3.3.4 Periodo de vibrar en puentes existentes	80
3.4 Periodo de vibrar de puentes colgantes	82
3.4.1 Periodo en flexión, expresiones simplificadas	82
3.4.2 Periodos en torsión	83

3.4.3 Ejemplo de aplicación 2	84
3.4.4 Guía de diseño para puentes carreteros	85
3.4.5 Periodos de vibrar en puentes colgantes existentes	86
3.5 Periodos de vibrar en puentes en curva	89
3.5.1 Ecuación simplificada para calcular el periodos de puentes en curva	99
3.6 Conclusiones	101
 CAPITULO 4 Simulación de ráfagas de viento y ecuaciones de movimiento del tablero de un puente	102
4.1 Variables aleatorias y procesos estocásticos	102
4.2 Simulación de ráfagas de viento	103
4.2.1 Correlación espacial de la turbulencia del viento	105
4.2.2 Densidades espectrales de potencia	106
4.2.2.1 Espectro de potencia en la dirección longitudinal a la dirección del viento	106
4.2.2.2 Espectro de potencia en la dirección horizontal transversal a la dirección del viento	111
4.2.2.3 Espectro de potencia en la dirección vertical	115
4.2.3 Simulación de series en el tiempo de la velocidad del viento	116
4.3 Ecuaciones de movimiento	118
4.3.1 El efecto del viento	118
4.4 Coeficientes aerodinámicos del tablero de un puente	124
4.5 Derivadas aerodinámicas	128
4.6 Solución de las ecuaciones de movimiento del tablero de un puente	130
 CAPITULO 5 Aplicación a un puente en curva	133
5.1 Aplicación a un puente en curva	133
5.2 Simulación de ráfagas de viento	135
5.3 Propiedades del puente San Cristóbal	142

5.4 Análisis de resultados	145
5.5 Conclusiones	174
 CAPITULO 6 Conclusiones	 175
Anexos	177
Bibliografía	196

INTRODUCCIÓN

La ingeniería eólica en México no avanza, muy pocos investigadores se interesan en esta área, algunas investigaciones en Guanajuato otras en el Distrito Federal y unas cuantas más en el resto del país. Mientras que en otros países el estudio de esta rama de la ingeniería crece con la finalidad de optimizar sistemas de generación de energía o desarrollar metodologías para construir estructuras cada vez más impresionantes.

Investigaciones como la de Shinozuka (1972), Deodatis (1996) y Li J. et al. (2011) han desarrollando las metodologías para simular las ráfagas de viento mediante procesos estocásticos, mientras que otros como Strommen et al. (2006), Aas-Jakobsen et al. (2001), Stoyanoff (2001), Cao et al. (2000) y Ge et al. (2007) han utilizado las simulaciones para investigar el comportamiento en puentes flexibles. Estos son solo algunos de los trabajos que se han desarrollado en todo el mundo y han llevado a países como China, Japón, Estados Unidos, entre otros a estar a la vanguardia en la construcción de puentes de gran magnitud y complejidad.

El presente trabajo pretende aplicar conceptos de ingeniería eólica y estudiar el comportamiento de un puente en curva sometido a cargas inducidas por viento. El trabajo se divide en tres partes: 1) En la primera se presentan los conceptos básicos de ingeniería eólica, ecuaciones para calcular la velocidad media para una altura determinada, el fundamento de las expresiones que tenemos en el reglamento entre otras cosas (capítulo 1). 2) La segunda parte muestra una clasificación entre puentes rígidos y flexibles, se tiene una recopilación de características de puentes de todo el mundo y de todo tipo, se presentan expresiones para calcular el periodo de vibrar en flexión y torsión de puentes, se proponen nuevas expresiones que simplifiquen el cálculo y se analizan casos particulares tales como interacción suelo-estructura (capítulos 3 y 4). 3) En esta última sección se realiza la simulación de ráfagas de viento basada en la metodología descrita por Strommen et al. (2006), se definen las ecuaciones de movimiento del tablero de un puente y todos los parámetros correspondientes y se propone como método de solución del sistema de ecuaciones de

movimiento Runge Kutta quinto orden (capítulo 4). En el capítulo 5 se aplica esta metodología para el puente San Cristóbal de Chiapas, que con su sección poco aerodinámica y el derrumbe que sufrió durante su construcción, será interesante conocer el efecto de las cargas del viento sobre el mismo.

OBJETIVOS

Objetivo general.

- Determinar las propiedades dinámicas de un puente en curva con sección cajón, que generan inestabilidad aerodinámica ante cargas de viento.

Objetivos particulares.

- Determinar las propiedades estáticas y dinámicas, que intervienen en la magnitud del periodo de vibrar para un puente simplemente apoyado y en cantiléver.
- Determinar las derivadas aerodinámicas de un puente en curva con sección transversal en cajón.
- Determinar la respuesta dinámica ante flujo turbulento de un puente en curva con sección cajón.
- Determinar el entorno de estabilidad de un puente en curva con sección cajón.
- Recopilar y clasificar puentes en función de su periodo
- Proponer nuevas expresiones para calcular el periodo y recopilar expresiones existentes compararlas.

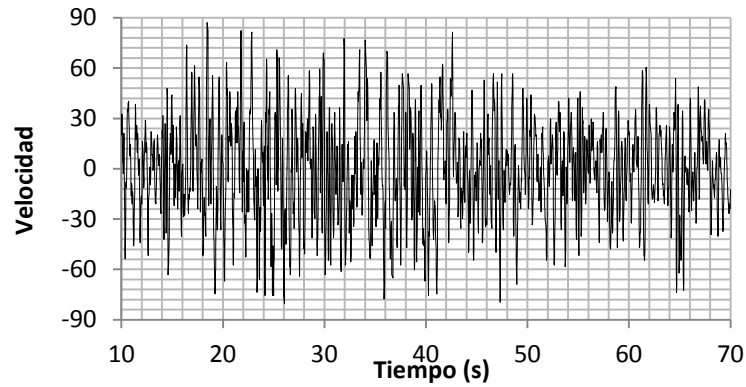
CAPITULO 1 CONCEPTOS BÁSICOS DE INGENIERÍA EÓLICA

1.1 Variación de la velocidad media con la altura

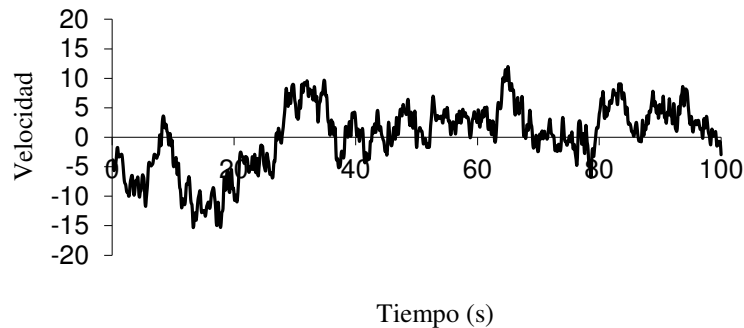
Se ha establecido que registros de velocidades del viento, en periodos de tiempo entre 10 minutos y 2 horas, proveen valores razonables de la componente media de la velocidad del viento, $V(z)$. Un periodo de una hora cae en el promedio de este intervalo y es el periodo de registro en muchos países (UK, USA, etc.) en donde estaciones meteorológicas ubicadas en diversas partes del país miden y resumen la velocidad máxima diaria del viento. La velocidad media horaria, $V_{1h}(z)$, es registrada a una altura de 10 m, pero la velocidad se incrementa conforme incrementa la altura sobre el terreno hasta que alcanza la velocidad gradiente, V_g , a una altura gradiente.

Si el flujo del viento fuera laminar la velocidad debiera ser la misma para todos los intervalos de medición, sin embargo, debido a las fluctuaciones de la turbulencia, las definiciones de la velocidad dependen del tiempo de promediación en los registros. En la Figura 1.1 se muestra un registro de viento característico y el concepto de velocidad media del viento.

La velocidad de ráfaga promediada cada 3 segundos, representa el promedio de una tormenta máxima en ese tiempo. La velocidad media horaria es la velocidad promedio medida en una tormenta durante una hora, y normalmente es la velocidad de referencia en las pruebas de túnel de viento. La velocidad media horaria es aproximadamente 1/1.53 veces la velocidad máxima promedio mediada en 3 segundos. La velocidad medida durante un huracán puede considerarse que permanece estacionaria durante un periodo de 20 minutos, por lo que normalmente se promedia en ese intervalo. Para registros de viento en tornados (thunderstorm) pueden considerarse estacionarios durante un intervalo de 4 minutos. Anteriormente, algunos códigos consideraban la velocidad del viento sostenida (ASCE 7, 1995) y la cuantificaban en la milla más rápida, que representaba la velocidad del viento máxima promediada en un tiempo requerido, para pasar de un punto a otro, un volumen de aire con una longitud horizontal de una milla.



(a) Registro típico de la velocidad del viento.



(b) Velocidad media del viento.

Figura 1.1 Registro del viento y velocidad media del mismo.

En la práctica de la ingeniería civil es común suponer que los registros de velocidad del viento son estadísticamente estacionarios en periodos de 10 minutos a una hora (Simui y Miyata, 2006). En México la velocidad media se reporta como medida en terreno plano a 10m de altura y promediada a 3 segundos (MDOC, 2009), para diferentes periodos de recurrencia. Se puede realizar la siguiente equivalencia para el cálculo de velocidades a diferentes tiempos de promediación, para velocidades medidas a 10m de altura sobre el terreno en terreno plano:

$$1.5\bar{U}_{1h} = 1.0\bar{U}_{10min} = 0.84\bar{U}_{1min(milla\ más\ rápida)} = 0.67\bar{U}_{3s} \quad (1.1)$$

Convencionalmente existen dos leyes matemáticas para expresar la variación de la velocidad media del viento con la altura: (1) la ley logarítmica y (2) la ley exponencial. Los parámetros que intervienen en el cálculo de ambos modelos de variación de velocidad dependen de las condiciones del terreno y del tiempo de promediación de la velocidad en los registros.

1.2 Perfil de velocidades logarítmico

La ley logarítmica provee la velocidad media $\bar{U}(z)$ a una altura z sobre la superficie del terreno con:

$$\bar{U}(z) = \frac{1}{K} u_* \ln \left(\frac{z}{z_0} \right) \quad (1.2)$$

Considerando la constante de Karman como $K = 0.40$,

$$\bar{U}(z) = 2.5 u_* \ln \left(\frac{z}{z_0} \right) \quad (1.3)$$

dónde:

$$u_* = \frac{\bar{U}(10)}{2.5 \ln \left(\frac{10}{z_0} \right)} \quad (1.4)$$

bien:

$$u_* = \sqrt{k} \bar{U}(10) \quad (1.5)$$

donde $u_*(m/s)$ es la velocidad de cortante o velocidad de fricción, z_0 es la longitud de rugosidad, k es el coeficiente de arrastre de la superficie y $\bar{U}(10)$ en (m/s) es la velocidad media a una altura de referencia de 10m sobre el nivel del terreno. Los valores de z_0 y k se obtienen de la Tabla 1.1 para diversos tipos de terrenos. Si se conoce el coeficiente de arrastre del terreno, k , entonces los correspondientes valores para z_0 se obtienen de la ecuación (1.2), así:

$$z_0 = z \exp \left(-\frac{\bar{U}(z)}{2.5 u_*} \right) \quad (1.6)$$

Tabla 1.1 Longitud de rugosidad y coeficientes de arrastre del terreno para diversos terrenos

Tipo de terreno	$z_0 (m)$	$k \times 10^3$
Arenoso	0.0001-0.001	1.2-1.9
Playa	0.005	0.7-2.6
Pastizales cortos	0.01-0.04	3.4-5.2
Pastizales altos	0.04-0.10	5.2-7.6
Bosques con pinos	0.90-1.00	28.0-30.0
Áreas suburbanas	0.20-0.40	10.5-15.4
Centros de ciudades	0.35-0.45	14.2-16.6
Centros de grandes ciudades	0.60-0.80	20.2-25.1

La longitud de rugosidad z_0 puede ser interpretada como el tamaño de un vórtice característico, el cual se forma como resultado de la fricción entre el aire y la rugosidad de la superficie (Figura 1.2), y es la altura arriba del nivel del terreno en la cual la velocidad media es cero.

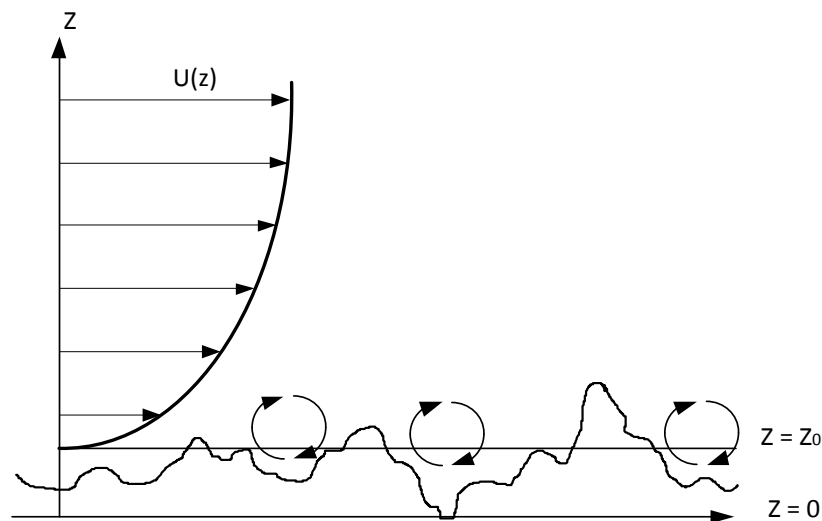


Figura 1.2 Ilustración de la longitud de rugosidad, z_0 . (Dybye y Hansen)

La ley logarítmica es aplicable a alturas que exceden a 10m, abajo de esta altura la velocidad se supone constante e igual a $U(10)$. En algunos códigos más actuales la ley logarítmica se ha modificado y la velocidad media con la altura z está dada por:

$$\bar{U}(z) = 2.5u_* \left[\ln\left(\frac{z}{z_0}\right) + 5.75\left(\frac{z}{\delta}\right) - 1.87\left(\frac{z}{\delta}\right)^2 - 1.33\left(\frac{z}{\delta}\right)^3 + 0.25\left(\frac{z}{\delta}\right)^4 \right] \quad (1.7)$$

donde δ es la altura gradiente, que puede determinarse de:

$$\delta = \frac{u_*}{2\beta\omega \text{sen}\phi} = \frac{u_*}{\beta f_c} \quad (1.8)$$

donde ω es la rotación angular de la tierra ($7.2722 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$), ϕ es el ángulo local de la latitud y β es una constante tomada igual a 6.0. Para alturas menores a 200m, los términos de orden superior pueden omitirse en la ecuación (1.7) de tal forma que,

$$\bar{U}(z) = 2.5u_* \left[\ln\left(\frac{z}{z_0}\right) + 5.75\left(\frac{z}{\delta}\right) \right] \quad (1.9)$$

$$\bar{U}(z) = 2.5u_* \ln\left(\frac{z}{z_0}\right) + 14.375u_* \left(\frac{z}{\delta}\right) \quad (1.10)$$

Sustituyendo,

$$\delta = \frac{u_*}{2(6.0)(7.2722 \times 10^{-5}) \text{sen}\phi} \quad (1.11)$$

Considerando $z = 10m$,

$$\bar{U}(10) = 2.5u_* \ln\left(\frac{10}{z_0}\right) + 14.375u_* \left(\frac{20(6.0)(7.2722 \times 10^{-5}) \text{sen}\phi}{u_*} \right) \quad (1.12)$$

De donde:

$$u_* = \frac{\bar{U}(10) - 0.12544545 \text{sen}\phi}{2.5 \ln\left(\frac{10}{z_0}\right)} \quad (1.13)$$

Como,

$$-1.0 < \sin\phi < 1.0 \quad (1.14)$$

La expresión (1.13) se puede simplificar a:

$$u_* = \frac{\bar{U}(10)}{2.5 \ln\left(\frac{10}{z_0}\right)} \quad (1.15)$$

La expresión (1.9) da valores de la velocidad media del orden de 6% mayores que la expresión (1.3) para alturas mayores a 200m, por lo que en estructuras como torres y edificios altos debe usarse la expresión (1.9) y para puentes y edificios altos de más de 200m de altura la ecuación (1.7). La figura 1.3 muestra una comparación entre estas tres ecuaciones con los siguientes parámetros: $\bar{U}(10) = 25 \text{ m/s}$, $Z_0 = 0.01$, $\phi = 53^\circ$. Se observa que al incrementar la altura, las ecuaciones 1.7 y 1.9 predicen una velocidad de hasta un 9% mayor a la de la ecuación 1.3 para alturas mayores a 200m y que los términos que se desprecian en la ecuación 1.7 para obtener la ecuación 1.9, no tienen gran influencia en la predicción de la velocidad.

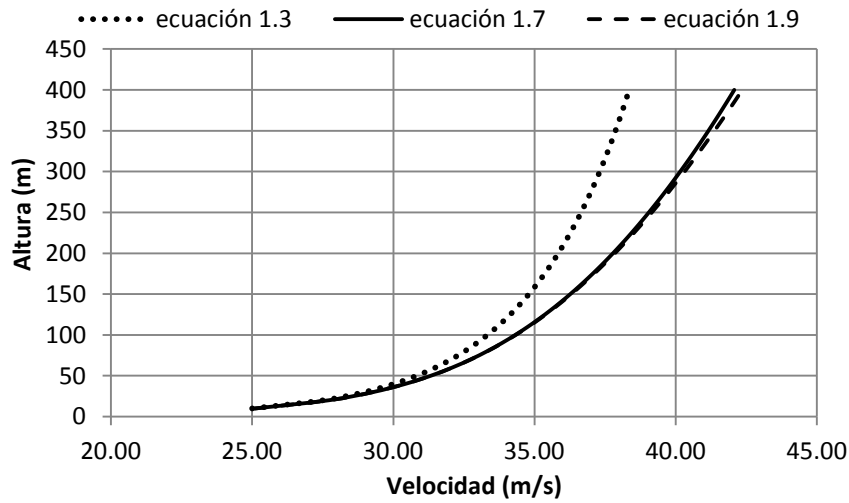


Figura 1.3 Comparación de las diferentes ecuaciones de perfil de velocidades logarítmico.

1.3 Perfil de velocidades media, modelo exponencial

A cierta altura llamada altura gradiente, δ_x , la influencia de la fricción del terreno es despreciable y el aire se mueve únicamente bajo la influencia de la presión gradiente, lo anterior es llamado viento gradiente y ocurre a una velocidad llamada velocidad gradiente, $\bar{V}_g$. La altura gradiente para diferentes rugosidades del terreno se muestra en la Tabla 1.2. Tomando en cuenta el efecto de la rugosidad, la velocidad promedio del viento varía con la altura de acuerdo a una ley exponencial y las categorías del terreno y parámetros del mismo son mostrados en la Tabla 1.3. En ingeniería civil la ley exponencial es más común. Para una rugosidad del terreno, la forma del perfil depende del tiempo de promediación de la velocidad y para un tiempo de promediación específico la forma del perfil depende de la rugosidad del terreno. El concepto del perfil de velocidad del viento del tipo exponencial con respecto a la velocidad gradiente fue sugerido por Davenport quién propuso la ecuación, válida para cualquier tipo de rugosidad:

$$\bar{V}_{horaria}(z) = \bar{V}_{horaria}(\delta_x) \left(\frac{z}{\delta_x} \right)^{\alpha_x} \quad (1.16)$$

Donde $\bar{V}_{horaria}(z)$ es la velocidad media horaria del viento a una altura z de un terreno cualquiera categoría x .

Tabla 1.2 Exponentes y altura gradiente para un modelo del viento exponencial (Davenport, 1975)

Categoría	Rugosidad del terreno	Canadá (1970) 1 hora		ANSI, USA (1972) milla más rápida (sostenida)	
		$\delta(m)$	α	$\delta(m)$	α
1	Terreno plano, abierto, costa	275	0.16	275	$1/7 \approx 0.14$
2	Área suburbana, pequeñas ciudades, áreas arboladas	395	0.28	365	$1/4.5 \approx 0.22$
3	Centros de grandes ciudades y terrenos muy rugosos	520	0.40	455	$1/3 \approx 0.33$

Tabla 1.3 categoría del terreno y parámetros del terreno

Categoría del terreno	$z_0 (m)$	k_r	$z_{mín} (m)$	$z_{máx} (m)$
Mar o área de costa expuesta a mar abierto.	0.003	0.16	1	200
I (A) Lagos o áreas horizontales planas con despreciable vegetación y sin obstáculos.	0.01	0.17	1	200
II (B) Área con poca vegetación tal y como pastizales y obstáculos aislados (árboles, edificios) con separación de al menos 20 veces la altura del obstáculo.	0.05	0.19	2	200
III (C) Área con cubierta regular de vegetación o edificios o con obstáculos aislados con separación máxima de 20 veces la altura de los obstáculos (tal como villas, terreno suburbano y campos permanentes).	0.30	0.22	5	200
IV (D) Área en la cual al menos 15% de la superficie está cubierta por edificios cuya altura promedio excede de 15m.	1.0	0.23	10	200

La Figura 1.4 muestra una comparación entre el perfil de velocidades logarítmico y exponencial para los mismos parámetros de la Figura 1.3 y $\alpha_x = 0.16$. Se observa que el perfil exponencial arroja valores mayores para cualquier altura.

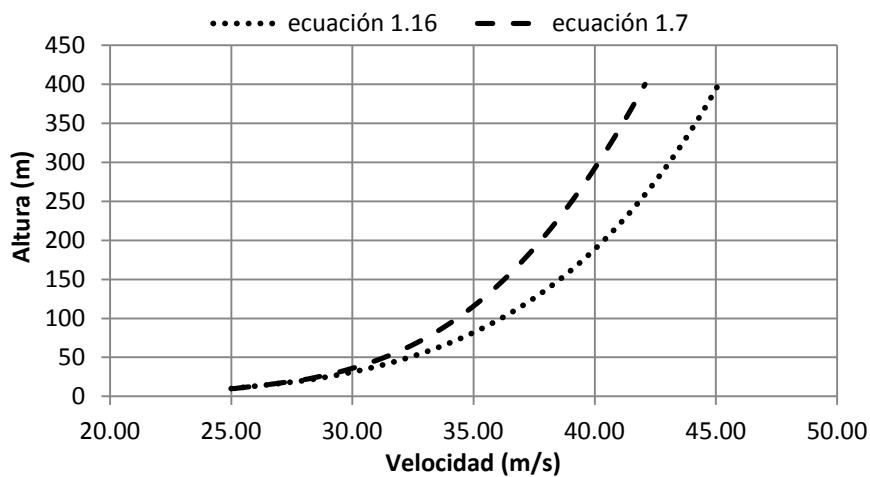


Figura 1.4 Comparación entre la ley exponencial y la logarítmica.

1.4 Varianza y desviación estándar

La varianza de las fluctuaciones o los componentes de la velocidad de ráfaga se define como:

$$\sigma^2(u) = \frac{1}{T} \int_0^T \hat{u}(t)^T \hat{u}(t) dt = \sigma_u^2 + \sigma_v^2 + \sigma_w^2 \quad (1.17)$$

dónde:

$$\hat{u}(t) = \begin{bmatrix} u_u(t) \\ u_v(t) \\ u_w(t) \end{bmatrix} \quad (1.18)$$

Las varianzas a lo largo de los ejes x, y y z (u, v y w) son por lo tanto iguales a la media cuadrática del valor de las fluctuaciones en esas direcciones. De los registros de datos se ha observado que la mayor parte de la varianza está asociada con las fluctuaciones de la velocidad en la dirección del flujo medio. Si la dirección a lo largo del flujo paralelo al terreno es la dirección x, la dirección perpendicular al flujo y paralelo al terreno es la dirección y, y la dirección perpendicular al flujo es la dirección z, entonces se puede establecer normalmente que:

$$\sigma_u^2 \approx 10\sigma_v^2 \quad (1.19)$$

$$\sigma_v^2 > \sigma_w^2 \quad (1.20)$$

En general se supone que,

$$\sigma_u^2 \approx \sigma^2(u_u) = \frac{1}{T} \int_0^T u_u^2(t) dt \quad (1.21)$$

1.5 Variación de la RMS únicamente con la velocidad

La varianza $\sigma^2(u)$ obviamente es función de la rugosidad del terreno y puede ser expresada en función de la velocidad de cortante o velocidad de fricción u_* como:

$$\sigma_u(u)^2 = \beta u_*^2 \quad (1.22)$$

$$\sigma_u(u)^2 = \bar{u}^2 = \beta u_*^2 \quad (1.23)$$

Previamente se supuso que $\sigma_u(u)$ es independiente de la altura, y que para propósitos ingenieriles la constante $\beta \approx 6.0$ cuando el tiempo de promediación es de una hora. Sin embargo en terrenos rugosos se ha reportado en la literatura que la constante puede tomar valores de $\beta \approx 4.0$. Normalmente se supone que β no varía con la altura. Los valores de β sugeridos para diseño estructural y obtenidos de una serie de observaciones se muestran en la Tabla 1.4.

Tabla 1.4 Valores de β correspondientes a diversas longitudes de rugosidad

$z_0(m)$	0.005	0.07	0.03	0.30	1.00
β	6.5	6.0	6.0	5.25	4.85
$\sqrt{\beta}$	2.55	2.45	2.45	2.30	2.20

El tiempo de promediación en las ecuaciones (1.3) y (1.22) debe ser igual a la duración de fuertes vientos durante una tormenta, normalmente se supone que esta duración es de 10 minutos a una hora. Los resultados experimentales (Aerodinámica Civil, cargas de viento en las edificaciones, Meseguer, Sanz, Perales y Pindado, 2001) muestran que las desviaciones estándar decrecen lentamente con la altura hasta la altura típica de estructuras ordinarias, admitiéndose que hasta alturas de entre 100 y 200m sobre terreno homogéneo, la desviación estándar de la componente transversal horizontal de la turbulencia es del orden del 75% de la desviación estándar de la componente longitudinal y del orden del 50% para el caso de la desviación estándar vertical,

$$\sigma_v \approx 0.75\sigma_u \quad (1.24)$$

$$\sigma_w \approx 0.50\sigma_u \quad (1.25)$$

donde,

$$\sigma_u(u) \approx Au_* \quad (1.26)$$

El parámetro de proporcionalidad A es decreciente con la longitud de la rugosidad del terreno, z_0 . Dybye y Hasen (1997) proponen:

$$A \approx 2.5 \text{ para } z_0 = 0.05m$$

$$A \approx 1.8 \text{ para } z_0 = 0.30m$$

Como se puede ver en este planteamiento se acepta que la desviación estándar de las fluctuaciones no depende de la altura, sino únicamente de la rugosidad del terreno, z_0

1.6 Variación de la RMS con velocidad y la altura

Actualmente es aceptado que la varianza varía con la altura y no sólo con la rugosidad del terreno y con la velocidad media del viento. Una expresión que toma en cuenta esta dependencia es:

$$\sigma_u(z) = 2.63\eta u_* \left[0.538 + \frac{z}{z_0} \right]^{\eta^{16}} \quad (1.27)$$

donde:

$$\eta = 1 - \frac{z}{\delta} \quad (1.28)$$

La altura gradiente, δ , está dada por la expresión (1.8). La desviación estándar de $\sigma_u(z)$ con la altura z provee una medida de la dispersión de la velocidad del viento alrededor del valor medio, $\bar{U}(z)$, y es usado como una medida de la intensidad de la turbulencia, $I(z)$ o índice de turbulencia.

$$I_u(z) = \frac{\sigma_u(z)}{\bar{U}(z)} \quad (1.29)$$

El índice de turbulencia, $I_u(z)$, disminuye con la altura debido fundamentalmente al incremento de la velocidad media con la altura.

1.7 Intensidad o índice de turbulencia

Otra característica importante del viento es la turbulencia. El viento en la capa límite atmosférica es turbulento, es decir, es caótico. Y para describirlo es necesario emplear métodos estadísticos. La velocidad del viento se describe descomponiendo esta velocidad en una velocidad media, $\bar{U}$, a la que se le superponen las componentes de la turbulencia correspondientes a cada dirección del sistema coordenado, u , v y w .

Cada componente de turbulencia se caracteriza mediante su:

1. Desviación estándar.
2. Escala de tiempo y Escala de longitud.
3. Funciones de densidad espectral, que definen la distribución de la energía turbulenta.
4. Coespectro normalizado que especifica la correlación espacial.

Al analizar los fenómenos turbulentos del viento se suele considerar que las componentes de la fluctuación turbulenta varían en forma aleatoria en el tiempo pero no en el espacio, admitiendo que la variación de la velocidad que produce la turbulencia aparece simultáneamente en zonas cercanas, existiendo una cierta coherencia espacial entre las variaciones de la velocidad. Si se considera un viento sobre un terreno homogéneo, el flujo de aire también será homogéneo horizontalmente, tal que sus características estadísticas no cambiarán en un plano horizontal.

1.7.1 Índice de turbulencia función de la velocidad

Sea $u(z)$ la velocidad de las fluctuaciones paralela a la dirección de la velocidad media en un flujo turbulento pasando de un punto con elevación, z , la intensidad de turbulencia longitudinal se define como:

$$I_u(u) = \frac{\sqrt{\bar{u}^2(z)}}{\bar{U}(z)} = \frac{\sigma_u(u)}{\bar{U}(z)} \quad (1.30)$$

Donde $\bar{U}(z)$ es la velocidad media del viento a una elevación z y $\sigma_u(u) = \sqrt{\bar{u}^2}$ es la media de la raíz cuadrada del valor de u , $\sigma_u(u)^2 = \bar{u}^2$. La intensidad de turbulencia vertical y lateral se define de la misma manera. Si se acepta que la desviación estándar de las fluctuaciones depende únicamente de la rugosidad del terreno y no de la altura, es decir β no cambia con la altura, lo cual implica que la RMS de las fluctuaciones de la turbulencia en todos los niveles en cada terreno es constante (Simiu y Scanlan, 1996), se puede sustituir la expresión (1.22) y (1.3) en la expresión (1.30):

$$I_u(u) \approx \frac{\sqrt{\beta} u_*}{2.5 u_* \ln\left(\frac{z}{z_0}\right)} \approx \frac{\sqrt{\beta}}{2.5 \ln\left(\frac{z}{z_0}\right)} \quad (1.31)$$

de la ecuación (1.30),

$$I_u(u) = \frac{\sqrt{\bar{u}^2(z)}}{\bar{U}(z)} = \frac{\sigma_u(u)}{\bar{U}(z)} \quad (1.32)$$

Considerando la velocidad media $\bar{U}(z)$ se tiene:

$$I_u(u) = \sqrt{\frac{\int_0^\infty S_u(n) dn}{\bar{U}(z)}} = 2.45 k^{1/2} \left(\frac{z}{10}\right)^{-\alpha} \quad (1.33)$$

donde $S_u(n)$ es el espectro de densidad de potencia de las ráfagas en la dirección longitudinal, α es el exponente de la ley de variación exponencial de la velocidad horaria del viento (debe notarse que el exponente debe corresponder a la ley de variación de la velocidad con la altura, esto es una conclusión (Zhou y Kareem, 2002) a una altura de 10m de referencia que depende de la rugosidad del terreno y k es el coeficiente de rugosidad.

Se puede observar que:

1. para una altura fija, el índice de turbulencia se incrementa al incrementarse la rugosidad del terreno, k .
2. para una misma rugosidad del terreno, k , la intensidad de turbulencia decrece al incrementarse la altura sobre el terreno debido a la variación de la velocidad con la altura (Figura 1.5).

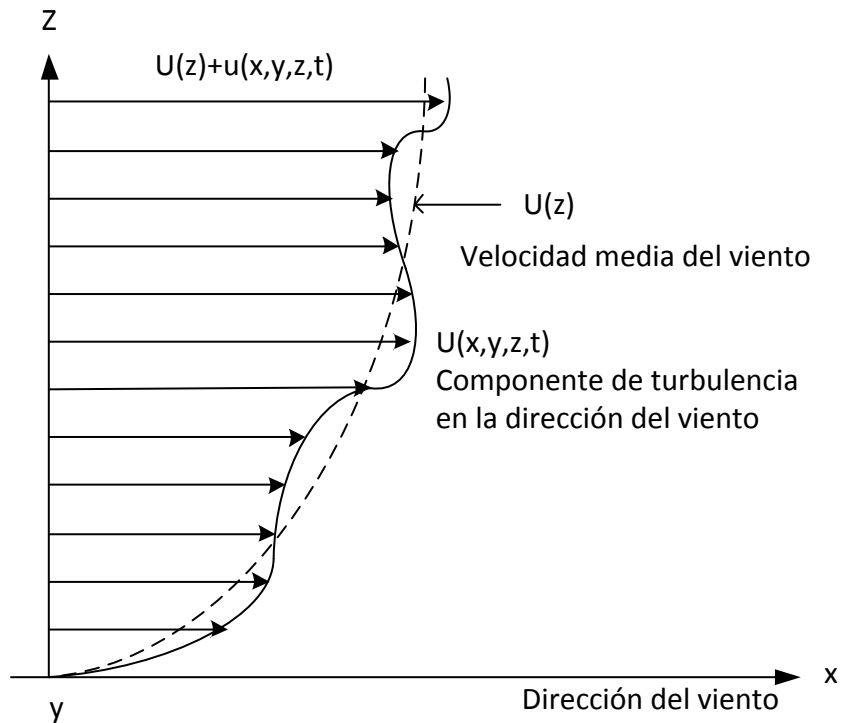


Figura 1.5 Perfil de velocidad media y de ráfaga con la altura

La expresión propuesta por Davenport fue modificada por Harris proponiendo:

$$I_u(u) = 2.58k^{1/2} \left(\frac{z}{10} \right)^{-\alpha} \quad (1.34)$$

Teniéndose que la σ_u no varía con la altura, por lo que la intensidad de la turbulencia disminuye con la altura principalmente debido a la velocidad media disminuye.

De la forma que tienen las ecuaciones (1.33) y (1.34), el perfil del índice de turbulencia se puede expresar como:

$$I_u(u) = c \left(\frac{z}{10} \right)^{-d} \quad (1.35)$$

donde c y d son constantes que dependen de las condiciones del terreno. La suposición de que la RMS de las fluctuaciones de la turbulencia en un punto con la altura z , sea constante, requiere que los coeficientes de d sean iguales a los α de la ley de variación con la altura de un perfil de velocidades de un modelo exponencial.

1.8 Tiempo de promediación de la velocidad media (relación entre velocidades medias)

La intensidad de la velocidad registrada es aleatoria en el tiempo, el intervalo de promediación tiene influencia en el valor obtenido. Por ejemplo, un registro de viento tomado en 17 horas registró una velocidad media de $10.3 m/s$; si el promedio se realiza en 30 min el resultado es de $20 m/s$; y si se promedia en menos tiempo el resultado es de $26 m/s$.

El análisis de la densidad espectral de potencia de las velocidades del viento provee los antecedentes de una selección adecuada del tiempo elegido de promediación (Chiocel, y otros, 1975). Para obtener el espectro de potencia, la señal de la presión del anemómetro es convertida en una señal eléctrica por medio de ciertas analogías; la señal eléctrica es introducida en filtros eléctricos que tienen ciertas características de frecuencia y la potencia de salida de cada filtro es medida por el voltímetro. Gráficamente el espectro es obtenido, dibujando la potencia, con el voltímetro en la ordenada y la frecuencia de la velocidad en las abscisas (en escala logarítmica). La composición del viento se obtiene bajo la forma de ondas de diferentes frecuencias y amplitudes.

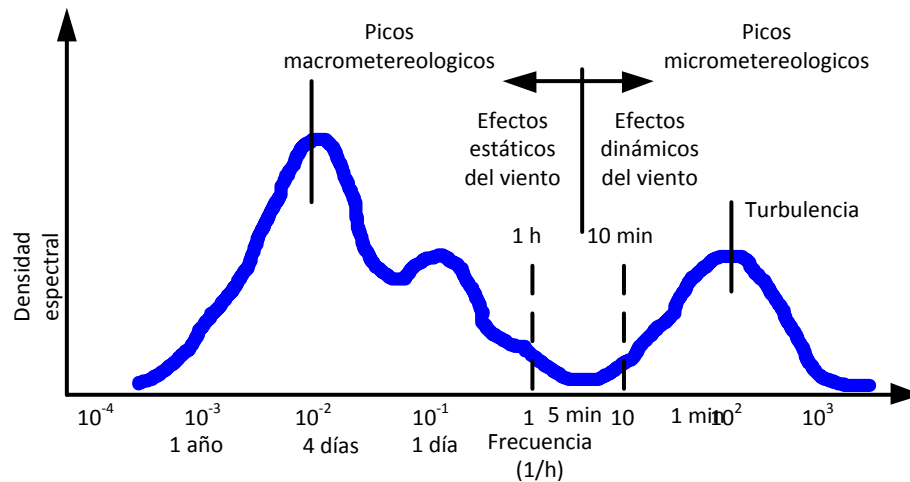


Figura 1.6 Espectro de potencia de la velocidad del viento cerca del terreno, por Van der Hoven.

Aunque el espectro de potencia se obtiene en un sitio en particular y a cierta altura sobre el terreno, sus propiedades permanecen iguales independientemente de la rugosidad del terreno y de la altura. El primero en obtener un espectro de viento fue Van der Hoven (Figura 1.6) y revela que el viento está formado por dos distintos tipos de flujo de aire: las fluctuaciones climáticas o macrometeorológicas y los micrometeorológicos o ráfagas. Esas fluctuaciones son separadas, por un intervalo estable estacionario cuya frecuencia es centrada aproximadamente en un intervalo de un ciclo por media hora a veinte minutos los cuales son óptimos por estabilidad. La mayoría de los códigos de diseño no está de acuerdo con lo anterior y sus tiempos de promediación son del 3s, 10min o 1h.

El problema está relacionado con el análisis dinámico de la respuesta de la estructura, en el cual el factor de ráfaga puede ser mayor cuando el intervalo de promediación de la velocidad es mayor (Figura 1.7).

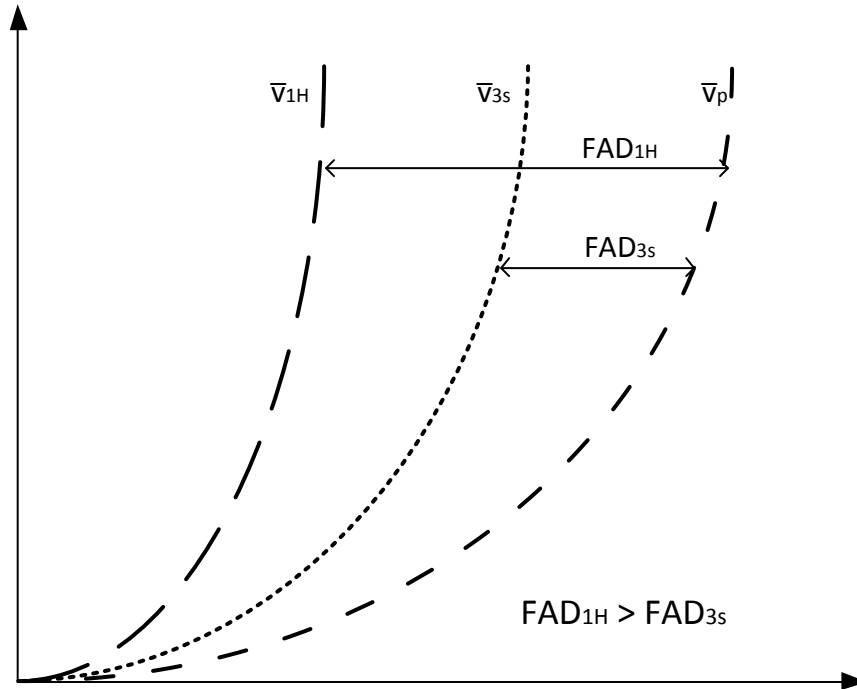


Figura 1.7 Factor de ráfaga para diferentes intervalos de promediación

En la Tabla 1.5 puede verse que el valor de la intensidad de turbulencia es constante, y la relación de velocidades depende del valor que ésta tome. Davenport (Harris, 1971) propone los valores indicados en la Tabla 1.6, en donde la velocidad en la altura gradiente es $\bar{V}_g$, y la velocidad media horaria a 10m de altura es $\bar{V}_{10m,1hora}$.

Tabla 1.5 Valores de conversión de velocidades según Mackey (a 10m de altura)

Intensidad de la turbulencia $I_u = \frac{\sigma_u}{\bar{V}}$	Intervalo de tiempo de promediación t en segundos								
	1	3	5	10	30	60	300	600	3600
Ciudad 0.26	1.922	1.977	1.738	1.662	1.538	1.461	1.279	1.202	1.00
Campo abierto 0.16	1.496	1.430	1.398	1.356	1.290	1.248	1.150	1.108	1.00
Costa 0.08	1.205	1.177	1.164	1.147	1.120	1.102	1.062	1.047	1.00

Simiu y Miyata (2006) muestra una tabla para la conversión de velocidades medias promediadas en un tiempo de t en segundos a velocidades medias horarias, la cual se puede considerar mediada 10m de altura en terreno abierto. Los resultados propuestos por Simiu se muestran en la Tabla 1.7. Se puede ver que la relación entre la velocidad en 3s y la media horaria es:

$$\bar{V}_{3s} = 1.53\bar{V}_{1h} \quad (1.36)$$

Tabla 1.6 Valores de la intensidad de turbulencia propuestos por Davenport

Tipo de terreno	$\frac{\sigma_u}{\bar{V}_g}$	$\frac{\sigma_u}{\bar{V}_{10m,1hora}}$
Centro de ciudad	0.115	0.58
Terreno arbolado	0.110	0.32
Campo abierto	0.106	0.18

Tabla 1.7 Factores de conversión de velocidades según Simiu

$t(s)$	3	5	10	30	60	100	200	500	1000	3600
$\frac{\bar{V}_t}{\bar{V}_{1h}}$	1.53	1.47	1.42	1.28	1.24	1.18	1.13	1.07	1.03	1.00

Simiu y Miyata (2006) dan una tabla para realizar la conversión de velocidades, define la relación media r que relaciona las velocidades promediadas en t segundos a velocidades medias horarias (3600s) a 10m de altura en terreno abierto. Los valores propuestos se muestran en la Tabla 1.8. Se puede ver que la relación entre la velocidad en 3s y la media horaria es:

$$\bar{V}_{3s} = 1.52\bar{V}_{1h}$$

La relación de $\bar{V}_{3s} = \bar{V}_{10min}$ es:

$$\bar{V}_{600s} = 1.10\bar{V}_{1h} = 1.10\left(\frac{\bar{V}_{3s}}{1.52}\right) = 0.724\bar{V}_{3s} \quad (1.37)$$

o bien:

$$\bar{V}_{3s} = 1.38\bar{V}_{600s} \quad (1.38)$$

Tabla 1.8 Relación entre velocidades promediadas en $t(s)$ a la velocidad media horaria

$t(s)$	3	5	40	60	600	3600
r	1.52	1.49	1.29	1.25	1.10	1.00

1.9 Relación entre velocidades medias y de ráfagas

Se ha notado que debido a la aleatoriedad de la naturaleza de las ráfagas del viento es posible considerar una ráfaga máxima probable, la cual nunca debe ser excedida. Si se considera una colección o ensamble de registros de fuertes vientos, cada uno de una hora de duración, y que tengan idéntica dirección y valores de velocidad media del viento. Cada uno de esos registros puede tener un valor máximo de velocidad y consecuentemente un incremento en la ráfaga sobre la velocidad media del viento. Esos valores pueden diferir de registro a registro, ya que el máximo valor por sí mismo es aleatorio. Una ráfaga máxima promedio, $\bar{V}$, medida a partir de la velocidad cero, y su correspondiente incremento de la ráfaga máxima, $\hat{v}$, pueden definirse como el valor promedio de esas cantidades evaluadas en la colección de registros. Esto implica que el valor de $\bar{V}$ o de $\hat{v}$ corresponden al valor de $\bar{V}$. La RMS de la ráfaga, $\sigma_u(u)$, es una medida del tamaño de las fluctuaciones de la velocidad del viento alrededor de la media y consecuentemente $\hat{v}$ debe ser una constante de $\sigma_u(u)$ y por tanto de la velocidad media horaria. Durst (Harris, 1976) estableció el siguiente procedimiento estadístico:

$$\hat{V}_t(z) = \bar{V}_{horaria}(z) + g(T)\sigma_u(u) \quad (1.39)$$

En donde T es el intervalo promedio de tiempo, que puede ser de 3 segundos, y $g(T)$ es el factor pico que es función de T , por lo cual el factor de ráfaga se puede escribir:

$$\hat{V}_t(z) = \bar{V}_{horaria}(z) + g(T)\sigma_u(u) = \bar{V}_{horaria}(z) \left[1 + g(T) \frac{\sigma_u(u)}{\bar{V}_{horaria}(z)} \right] \quad (1.40)$$

o bien:

$$\frac{\hat{V}_t(z)}{\bar{V}_{horaria}(z)} = 1 + g(T)I_u(u) \quad (1.41)$$

1.10 Integral de escala de turbulencia

Puede considerarse que las fluctuaciones de velocidad, de un flujo que pasa por un punto, son causadas por la superposición de remolinos conceptuales transportados por la velocidad media del viento. Cada remolino es visto como el causante de que en un punto la fluctuación sea periódica con frecuencia circular $\omega = 2\pi n$, donde n es la frecuencia. Por analogía con el viaje de una onda, definimos la longitud de onda del remolino como:

$$\lambda = \frac{U}{n} \quad (1.42)$$

donde U es la velocidad del viento, y el número de onda del remolino es,

$$K = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (1.43)$$

La longitud de onda es una medida del tamaño del remolino y la integral de escala de turbulencia es una medida del tamaño de la turbulencia de los remolinos en el flujo. Hay nueve integrales de escalas de turbulencia, correspondientes a las tres dimensiones de los remolinos asociadas con las componentes de las fluctuaciones de las velocidades longitudinal, u ,

transversal, v , y vertical w . Por ejemplo, L_u^x , L_u^y y L_u^z son una medida del promedio del tamaño de los remolinos asociados con la dirección longitudinal (x), transversal (y) y vertical (z), respectivamente. Matemáticamente, L_u^x , se define como:

$$L_u^x = \frac{1}{\bar{u}^2} \int_0^\infty R_{u_1 u_2}(x) dx \quad (1.44)$$

donde t es el tiempo, $\sqrt{\bar{u}^2}(z)$ es la raíz cuadrada de la media de los valores de u_1 (y de u_2).

Se debe notar que en un flujo horizontalmente homogéneo, L_u^x , es independiente de x_1 y de y_1 . Definiciones similares se aplica a las otras escalas de turbulencia. $R_{u_1 u_2}(x)$ es la función de covarianza cruzada de las componentes longitudinales de la velocidad $u_1 = u(x_1, y_1, z_1, t)$ y $u_2 = u(x_1 + x, y_1, z_1, t)$. Definida de manera análoga a una función de covarianza cruzada en análisis de señales aleatorias estacionarias $z_1(t)$ y $z_2(t)$.

$$R_{z_1 z_2}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} z_1(t) z_2(t + \tau) dt \quad (1.45)$$

De la definición matemática se sigue que la integral de escalas es pequeña si la función de covarianza, cruzada rápidamente disminuye con la distancia y viceversa. Las fluctuaciones de la velocidad separadas por una distancia considerablemente grande tal que la integral de escalas es no correlacionada, y podría actuar sobre un elemento estructural para propósitos cruzados.

Por ejemplo, valores de L_u^y y L_u^z que son pequeños comparados con las dimensiones de un panel normal a la media del viento, indican que el efecto de las fluctuaciones de la velocidad longitudinal sobre la carga de viento, es pequeña. Sin embargo, si L_u^y y L_u^z son grandes, los remolinos podrían envolver completamente el panel, y su efecto podría ser importante.

La ecuación (1.44) puede ser transformada si se supone que los disturbios del flujo viajan con velocidad $U(z)$ y, por lo tanto, que las fluctuaciones $u(x_1, \tau + t)$ pueden definirse como

$u\left(x_1 - \frac{x}{U}, \tau\right)$ donde t es el tiempo (hipótesis de Taylor). Entonces:

$$L_u^x = \frac{U}{\bar{u}^2} \int_0^\infty R_u(\tau) d\tau \quad (1.46)$$

1.11 Funciones de autocorrelación y autocovarianza

Dos importantes conceptos estadísticos son:

1. la función de autocorrelación, $R(\tau)$, donde:

$$R_u(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^\infty [U + u(t)][U + u(t + \tau)] d\tau \quad (1.47)$$

2. la función de autocovarianza, $C_u(\tau)$,

$$C_u(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^\infty [u(t)u(t + \tau)] d\tau \quad (1.48)$$

La función de autocovarianza, $C_u(\theta)$, provee una medida de la interdependencia de la componente de la velocidad de las fluctuaciones del viento, u , en los tiempos t y $t + \tau$.

Cuando $\tau = 0$,

$$C_u(0) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^\infty [u(t)u(t)] d\tau = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^\infty u(t)^2 d\tau \quad (1.49)$$

De la ecuación (1.21),

$$\sigma_u^2 \approx \sigma^2(u_x) = \frac{1}{T} \int_0^T u_x^2(t) dt \quad (1.21)$$

$$C_u(\tau) = C_u(0) = \sigma^2(u) \quad (1.50)$$

Debido a que las historias del viento son consideradas como procesos aleatorios estacionarios, con propiedades estadísticas independientes del tiempo, se tiene que:

$$R_U(\tau) = R_U(-\tau) \quad (1.51)$$

$$C_u(\theta) = C_u(0) \quad (1.52)$$

Se ha encontrado conveniente definir el coeficiente de autocovarianza como la relación entre $C(\tau)$ y $C(0)$,

$$c_u(\tau) = \frac{C_u(\tau)}{C_u(0)} = \frac{C_u(\tau)}{\sigma_u^2} \quad (1.53)$$

Así cuando $\tau = 0$,

$$c_u(\tau) = 1 \quad (1.54)$$

En el límite cuando $\tau \rightarrow \infty$,

$$c_u(\tau) \rightarrow 0 \quad (1.55)$$

Por lo tanto, el coeficiente de autocovarianza puede representar una medida de la extensión en la cual las fluctuaciones de la velocidad del viento en un tiempo t , es una función de las fluctuaciones en el tiempo, $t + \tau$. Si el valor de $c_u(\tau)$ es pequeño, entonces las dos cantidades son casi independientes, mientras que si $c_u(\tau) = 1$ son completamente dependientes una de otra.

Para el viento, el coeficiente de autocovarianza disminuye cuando incrementan los valores de τ , como se muestra en la Figura 1.8, donde $c_u(\tau)$ es graficado contra el intervalo de tiempo τ , para un registro en la dirección longitudinal y transversal a la trayectoria del viento.

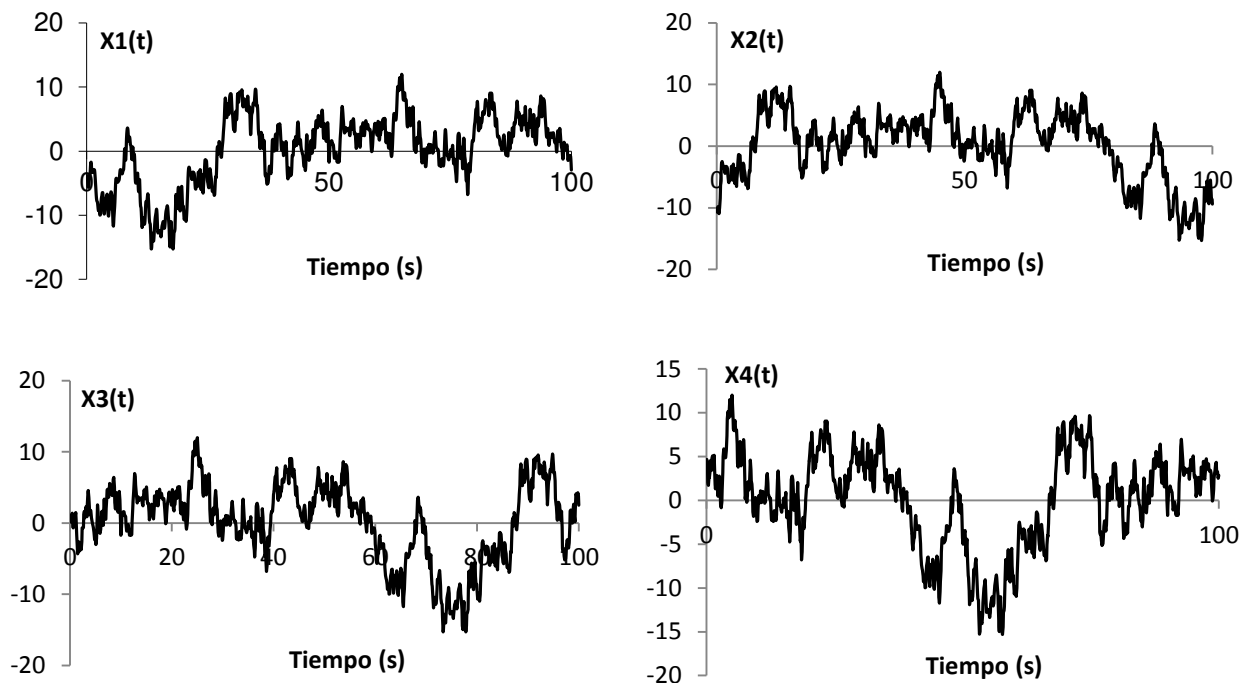


Figura 1.8 Funciones de autocorrelación.

1.12 Puentes flexibles en México

En México, la lista de puentes atirantados está formada por (Figura 1.8): (a) El Puente Mezcala, Guerrero, con un claro atirantado, CA, de 300 m y un claro total, CT, de 882 m; (i) El Puente Coatzacoalcos II, Veracruz, con un CA de 288 m y un CT de 1170 m; (j) El Puente Tampico, Tamaulipas, con un CA de 350 m; (c) El Puente Barranca del Zapote, Guerrero; (e) El Puente Barranca del Cañón, Guerrero; (f) El Puente Quetzalapa, Guerrero; (k) El Puente Grijalva, Tabasco; (d) El Puente Papaloapan, Tinaja-Coatzacoalcos; (h) El Puente Baluarte, Mazatlán-Durango, con CA de 520 m; (l) El Puente Viaducto de la Unidad, Monterrey N L, con un CA de 252 m; (g) Enlace Vial Toreo, Naucalpan, Edo. De México, (m) los cuatro puentes atirantados de la Avenida Zaragoza, DF. Y (n) el puente San Cristóbal, Chiapas, con un claro principal de 178 m y un CT de 340 m. En la Tabla 1.9 se muestra secciones usadas en puentes de algunas partes del mundo y sus propiedades, en donde P, V, F y A representan el uso del puente: Peatonal, Vehicular en carreteras y autopistas, uso en ferrocarriles, acueductos y canales, respectivamente.



a) Puente Mezcala



b) Puentes tipo de la avenida Zaragoza



c) Puente Barranca del Zapote



d) Puente Papaloapan



e) Puente Barranca del cañón



f) Puente Quetzalapa

Figura 1.8, parte 1. Puentes flexibles en México.



g) Coatzacoalcos II



h) Tampico



i) Grijalva



j) El Puente Viaducto de la Unidad



k) Enlace vía toreio.



l) Baluarte



m) puente San Cristóbal

Figura 1.8 Puentes flexibles en México (continuación).

Tabla 1.9 Secciones transversales de puentes en el mundo

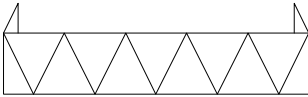
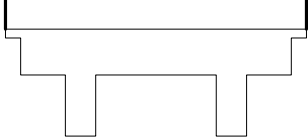
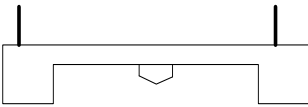
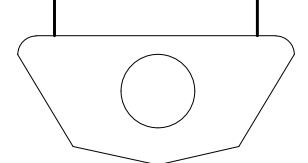
Nombre y país	Uso	Material de las pilas	Longitud del claro mayor	Altura de la sección transversal (m) y material	Ancho de la sección transversal	Sección transversal
Rio Ebro bridge, Spain	V	Concreto	146.30m	2.10 Concreto	28.9m	
Schillerstrasse in Stuttgart, Germany	P	Acero	32.40 m	0.50 Acero	5.5m	
Centre Canal at Obourg, Belgium	P	Concreto	67 m	0.60 Concreto	2.2m	
Pont de la Bourse Le Havre, France	P	Acero	108.50m	1.07 Acero	5.5m	
Footbridge Over the Bundesallee, Germany	P	Acero	44m	0.65 Acero	4m	
Footbridge at Villingen, Germany	P	Acero	66.50m	0.60 Acero	6.4m	
Footbridge Over Mount Street Perth, Australia	P	Concreto	35.50 m	0.60 Concreto	4.6m	
Wilmerdorf Stadium Footbridge, Germany	P	Acero	50 m	1.00 Acero	4.75m	
Canal bridge over the Neto, Italy	A	Concreto	81.60m	1.74 Concreto	3.7m	
Aqueduct and pedestrian walkway over the Rover Barwon, Australia	A	Concreto	82.30m 2.0-	2.3 Concreto	1.83m	
Pretoria Aqueduct, South Africa	A	Concreto	28.30m	0.90 Concreto	4.83m	
Lyne bridge over the M25 Motorway, England	F	Concreto	54.90m	2.80 Concreto	11.56m	

Tabla 1.9 Secciones transversales de puentes en el mundo

Nombre y país	Uso	Material de las pilas	Longitud del claro mayor	Altura de la sección transversal (m) y material	Ancho de la sección transversal	Sección transversal
Footbridge over the Neckar, Germany	P	Concreto	139.50m	0.60 Concreto	6.44m	
Kawasaki-Bashi Footbridge, Japón	P	Acero	87.50m	1.34 Acero	5.8m	
Footbridge at meylan, France	P	Concreto	79m	1.50 Concreto	6.7m	
Footbridge at Illhof, France	P	Concreto	79 m	1.50 Concreto	8m	
Footbridge over the Neckar near to Luwrgsburg, Germany	P	Acero	85m	0.75 Acero	3.3m	
Jülicherstrasse bridge, Germany	V	Acero	98.70m	1.25-1.65 Acero	26.4m	
Franklinstrasse bridge Düsseldorf, Germany	V	Acero	125.30m	0.8-1.7 Acero	23m	
Bridge over the Danube Canal, Austria	V	Concreto	119m	2.80 Concreto	15.8m	
Bridge over the Danube at metten, Germany	V	Concreto	145m	4.20 Concreto	30m	
Bridge over the river Tanaro, Italy	V	Acero	88m	1.77 Acero	21.4m	
Napoleon bridge, Switzerland	V	Concreto	99.20m	0.3-1.3 Acero	13.88m	
Bridge over the Rhone at Lavey, Switzerland	V	Concreto	62m	0.39 Concreto	13.7m	
Bridge over the Rhone at St-Maurice, Switzerland	V	Concreto	93 m	0.30 Concreto	11.71m	
Bridge over the Neckar, Germany	F	Concreto	77m	2.5-3.2 Concreto	6.1m	

CAPÍTULO 2 PERIODOS DE VIBRAR DE PUENTES RIGIDOS

2.1 Introducción

El periodo de vibrar de un puente es una característica que representa la flexibilidad del mismo y depende de las propiedades del material con el cual este elaborado y la geometría del puente, además determina el comportamiento y la respuesta que puede tener éste ante cargas sísmicas y eólicas. En el presente capítulo se muestran diferentes ecuaciones simplificadas para calcular el periodo de vibrar en flexión y torsión de puentes rígidos, definiendo a estos como puentes con un periodo de vibrar en flexión menor a un segundo. Las ecuaciones están en función de propiedades de la sección transversal como: la masa, el módulo de elasticidad, la inercia, la longitud, entre otras.

Se muestra una recopilación de puentes con diferentes características: 1) Puentes tipo viaducto (continuos); 2) Puentes simplemente apoyados con uno o más claros. Además, se propone una ecuación simplificada para obtener el periodo de vibrar en flexión vertical de puentes simplemente apoyados, basados en la longitud del claro principal.

2.2 Puentes tipo viaducto

2.2.1 Estimación del periodo en puentes simétricos tipo viaductos

Para el caso de un puente tipo viaducto (figura 2.1), se considera que la rigidez a flexión y la masa de las vigas está dada por EI_0 , m_0 y para las columnas EI , m . La frecuencia natural del viaducto en términos de los parámetros de las columnas es (Karnovsky et al. 2001):

$$\omega = \frac{\lambda^2}{h^2} \sqrt{\frac{EI}{m}} \quad (2.1)$$

donde el parámetro λ representa la raíz de la ecuación de frecuencia y h representa la altura del marco. Se pueden presentar dos tipos de vibración: 1) Vibración no simétrica y 2) vibración simétrica.

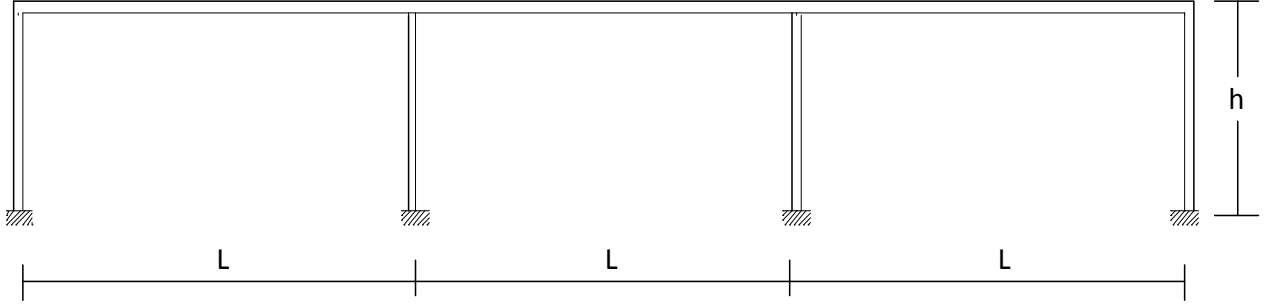


Figura 2.1 Marcos simétricos tipo viaducto.

2.1.1.1 Vibración no simétrica

Para vibración no simétrica la función de frecuencias queda representada por la ecuación (2.2) conocida como fórmula de Anan'ev (Karnovsky et al. 2001).

$$\lambda^4 - \frac{1}{\mu} \left\{ 2R(\lambda) - \frac{L^2(\lambda) [2F(\lambda) + k(3F(\lambda_0) - H(\lambda_0))] }{(2F(\lambda) + kF(\lambda_0)) [F(\lambda) + k(2F(\lambda_0) + H(\lambda_0))] - k^2 H^2(\lambda_0)} \right\} = 0 \quad (2.2)$$

Para este caso λ es el parámetro de frecuencia para las columnas y λ_0 es el parámetro de frecuencia para las vigas, el cual está dado por la ecuación (2.3),

$$\lambda_0 = \lambda \frac{l}{h} \sqrt{\frac{m_0 EI}{m EI_0}} \quad (2.3)$$

Otros parámetros adicionales son:

$$k = \frac{h EI_0}{l EI} \quad (2.4)$$

$$\mu = \frac{3 m_0 l}{2 h m} \quad (2.5)$$

y las funciones de frecuencia R , L , F , H incluidas en la ecuación (2.2) son las siguientes:

$$F(\lambda) = \frac{\sin \lambda \cosh \lambda - \cos \lambda \sinh \lambda}{1 - \cos \lambda \cosh \lambda} \lambda \quad (2.6)$$

$$H(\lambda) = \frac{\sinh \lambda - \sin \lambda}{1 - \cos \lambda \cosh \lambda} \lambda \quad (2.7)$$

$$L(\lambda) = \frac{\sin \lambda \sinh \lambda}{1 - \cos \lambda \cosh \lambda} \lambda^2 \quad (2.8)$$

$$R(\lambda) = \frac{\sin \lambda \cosh \lambda + \cos \lambda \sinh \lambda}{1 - \cos \lambda \cosh \lambda} \lambda^3 \quad (2.9)$$

Se puede presentar un caso especial cuando $k = 1$, $\lambda = \lambda_0$, con lo que la ecuación de Anan'ev se convierte en:

$$\lambda^4 - \frac{1}{\mu} \left\{ 2R(\lambda) - \frac{L^2(\lambda)[5F(\lambda) - H(\lambda)]}{2F(\lambda)[3F(\lambda) + H(\lambda)] - H^2(\lambda)} \right\} = 0 \quad (2.10)$$

en donde el valor mínimo de la raíz para esta ecuación es $\lambda = 1.70$.

2.1.1.2 Vibración simétrica

Cuando se presenta vibración simétrica, la ecuación de frecuencia queda representada por:

$$k[3F(\lambda_0) + H(\lambda_0)] + F(\lambda) - \frac{k^2 H^2(\lambda_0)}{F(\lambda) + kF(\lambda_0)} = 0 \quad (2.11)$$

Se puede presentar un caso especial cuando $k = 1$, $\lambda = \lambda_0$ y la ecuación de frecuencia se convierte en:

$$3F(\lambda) - H(\lambda_0) - \frac{H^2(\lambda)}{2F(\lambda)} = 0 \quad (2.12)$$

y el mínimo valor para la raíz es $\lambda = 3.4373$.

2.1.1.3 Ejemplo de aplicación 1

A continuación se analiza un puente simétrico tipo viaducto (figura 2.1) con las siguientes características: las columnas tienen un diámetro de 1.20m, y la sección transversal está formada por una trabe de sección transversal cuadrada con un área de 1 m², e inercia de la sección transversal igual a 0.0833 m⁴, el módulo de elasticidad es 2.17 x 10¹⁰ N/m². En Echeverría (2006) se calcula el periodo de forma analítica para un puente con las mismas característica, para el cual se obtuvo un periodo de 0.0924 s.

En el apéndice A, se muestra el manual del Programa1, el cual resuelve la ecuación (2.1) para obtener el valor de la frecuencia en rad/s y mediante la expresión (2.13) calcular el periodo de vibrar.

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (2.13)$$

Resolviendo el ejemplo se obtiene $\omega = 61.36 \text{ rad/s}$ y un periodo $T = 0.1024 \text{ s}$. Comparando el resultado analítico obtenido con el Programa1 y el obtenido en Echeverría (2006) se tiene una diferencia de 10%, lo cual nos indica que puede ser viable utilizar la ecuación (2.1) para calcular las frecuencias de puentes tipo viaducto (figura 2.1) de manera simplificada.

En la figura 2.2 se muestra la sensibilidad del periodo de los puentes simétricos tipo viaducto, al incrementar la altura en las columnas y la longitud de los claros. De acuerdo con los resultados obtenidos mediante el programa1, se observa que la variación del periodo se vuelve más sensible ante los cambios de longitud del tablero, lo cual nos da un parámetro a considerar, para anticipar el comportamiento de estos puentes.

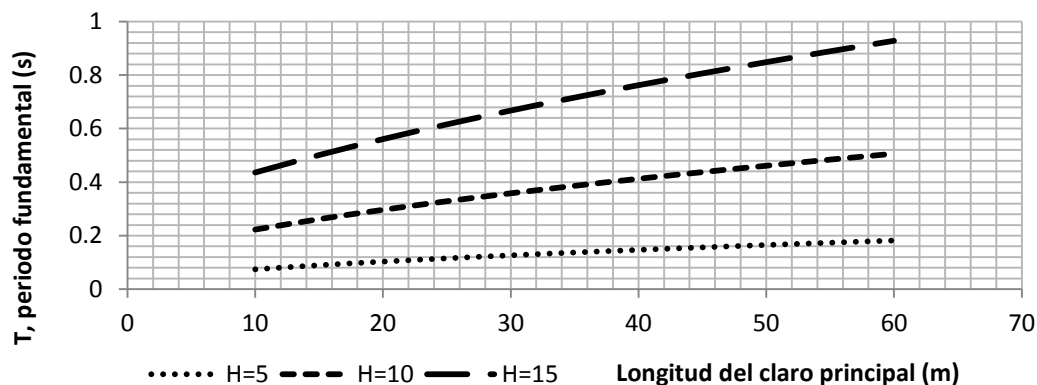


Figura 2.2 Efecto de la variación de la longitud de las vigas y columnas en el periodo de vibrar, puente simétrico.

2.2.2 Estimación de periodos de vibrar en puentes irregulares tipo viaducto

El concepto de puentes irregulares tipo viaducto (figura 2.3) se refiere a que las condiciones de los apoyos y las propiedades de los elementos no son las mismas. Para calcular la frecuencia natural de este tipo de puentes, se usaran las funciones de Bolotin para el método de la deflexión (Karnovsky, et al. 2001). El método consiste en designarle a uno de los elementos los parámetros i y k , definidos en las ecuaciones (2.14) y (2.15), las propiedades de este elemento serán consideradas como base uno y comparadas con las de los demás elementos. Este procedimiento se observa en la tabla 2.1, donde se consideran los elementos L1, L2 y L3 (figura 2.3) solo difieren en longitud por simplicidad.

$$i = EI/l \quad (2.14)$$

$$k = m\omega^2 l^3 \quad (2.15)$$

En donde E , I , l , m y ω representan: El módulo de elasticidad, la inercia de la sección transversal, la longitud del elemento, la masa por unidad de longitud y la frecuencia, respectivamente.

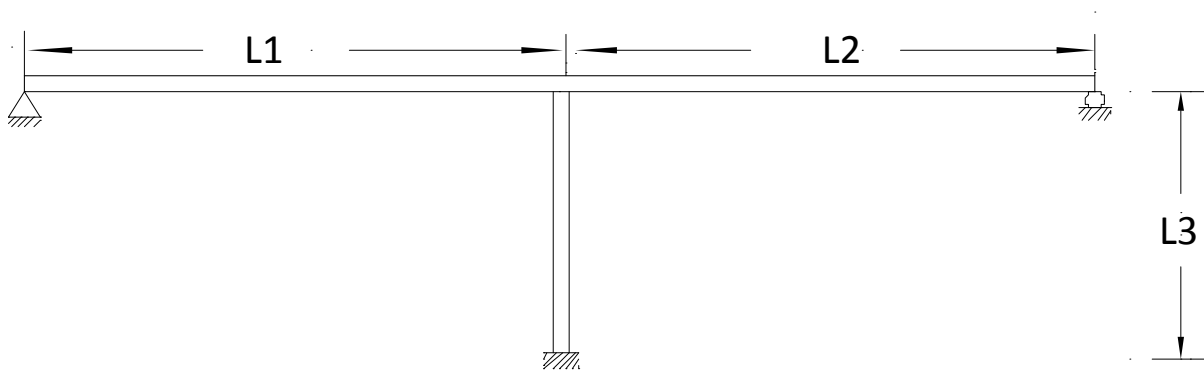


Figura 2.3 Puentes irregulares tipo viaducto.

El procedimiento consiste en lo siguiente: Primero se calcula el valor de i y k para el elemento L1 utilizando las ecuaciones 2.14 y 2.15 con los valores correspondientes de la tabla 2.1

$$i = 21000 * 160 / 20 = 168,000$$

$$k = 15 * 20^3 * \omega^2 = 120000\omega^2$$

Posteriormente se toman estos valores como la unidad y las propiedades de los elementos restantes quedan en función de los mismos.

Tabla 2.1 Cálculo de los coeficientes i y k , para un marco irregular (figura 2.3)

Elemento	E	I	m	l	i	k
L1	21000	160	15	20	168,000	$120,000\omega^2$
L2	21000	160	15	30	$0.666i$	$3.375k$
L3	21000	160	15	5	$4i$	$0.016k$

Para el análisis del viaducto se considera que existe un desplazamiento unitario en uno de los nodos y un giro unitario en un nodo ficticio que se encuentra a la mitad del elemento al lado contrario y se obtiene la ecuación en vibración libre:

$$\begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{bmatrix} = 0 \quad (2.16)$$

donde r_{11} es igual a la suma de los momentos producidos en el punto donde se aplicó el giro unitario; $r_{12} = r_{21}$ es el momento producido por la carga unitaria y r_{22} es la suma de reacciones producidas por el desplazamiento unitario.

Se produce un sistema de ecuaciones de 2x2 en donde Z_i es diferente de cero, por lo que:

$$\det[r] = 0 \quad (2.17)$$

si se agrega un parámetro μ definido por la ecuación (2.18) se obtiene un polinomio de segundo grado,

$$\mu = \frac{k}{i} = \frac{m\omega^2 l^4}{EI} \quad (2.18)$$

$$a\mu^2 + b\mu + c = 0 \quad (2.19)$$

Las constantes a , b y c representan valores arbitrarios que se obtienen al desarrollar el determinante. Al obtener las raíces de la ecuación (2.19) se sustituyen en (2.20) para obtener el valor de la frecuencia de vibrar y sustituyendo en (2.13) obtener el periodo de vibrar.

$$\omega^2 = \frac{\mu EI}{ml^4} \quad (2.20)$$

2.2.2.1 Ejemplo de aplicación 2

A continuación se analiza un puente irregular tipo viaducto (figura 2.3) con las siguientes características: Una columna con un diámetro de 1.60m, y la sección transversal está formada por 3 traveses tipo AASHTO (figura 2.4d) con un módulo de elasticidad de 2.17×10^{10} N/m². Se realizaron pruebas experimentales a un puente con características similares al de este ejemplo, (puente Maravatio km 239) y se obtuvieron los periodos analítico $T = 0.26$ y en vibración ambiental $T = 0.246$. En el apendice A se muestra el manual del programa2, con el cual se resuelve la ecuación (2.20) que al sustituirla en (2.13) se obtiene $T = 0.3018$ s, presentando un error de alrededor de 23%

con respecto al obtenido en Echeverría (2006). En la tabla 2.2 se presentan algunas propiedades geométricas de este y otros puentes de características similares, cuyas secciones transversales pueden observarse en la figura 2.4. En la tabla 2.3 se encuentran los periodos obtenidos en las pruebas experimentales, en las cuales se utilizarán 3, 4 y 5 sensores.

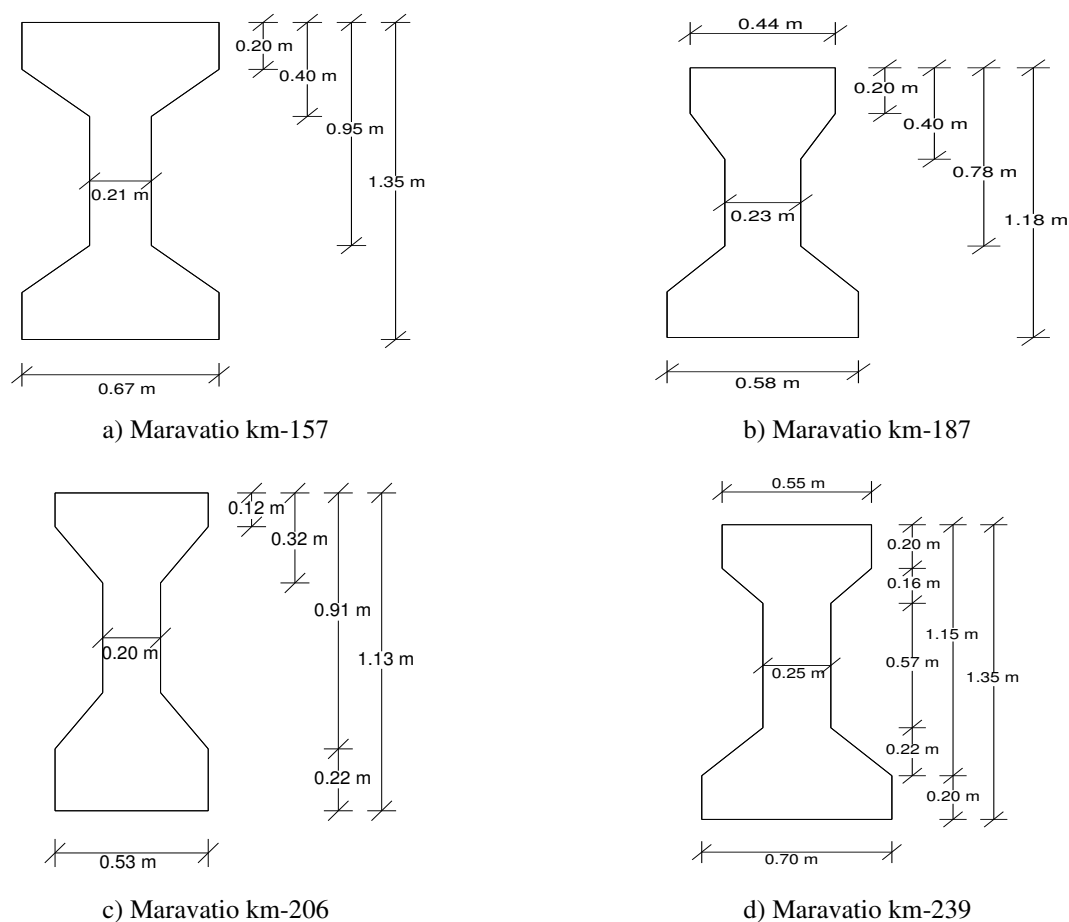


Figura 2.4 Secciones transversales de puentes tipo PIV.

Tabla 2.2 Propiedades de los puentes de la carretera Morelia-Maravatio

Nombre	No. de claros	Longitud de claros	Ancho de calzada	Área	I_{XC}	I_{YC}
Maravatio km-157	2	26.70 m	10 m	0.5595 m ²	0.1200 m ⁴	0.0141 m ⁴
Maravatio km-187	2	24.85 m	7.70 m	0.4394 m ²	0.0640 m ⁴	0.0070 m ⁴
Maravatio km-206	2	20.50 m	10 m	0.4042 m ²	0.0567 m ⁴	0.0064 m ⁴
Maravatio km-239	2	26.85 m	5.85 m	0.5610 m ²	0.1125 m ⁴	0.0126 m ⁴

Tabla 2.3 Resultados experimentales de los puentes carretera Morelia-Maravatio (Echeverría, 2006)

Puentes	Sensor				
	1	2	3	4	5
	Periodo (s)				
M157	0.244	0.270	0.233	0.350	-
M187	0.229	0.229	0.217	0.322	0.217
M206	0.196	0.193	0.196	0.193	0.19
M239	0.244	0.224	0.25	-	-

En la figura 2.5 se grafican los resultados obtenidos en forma analítica, en vibración ambiental y con la ecuación (2.20) para los 4 puentes mencionados anteriormente, en donde se observa que para algunos casos los resultados son muy aproximados con errores de entre 10 y 20%, alcanzando hasta un 40% para el puente Maravatio km-187, estos valores se presentan en la tabla 2.4 y el error se atribuye a que la aplicación de las ecuaciones de frecuencias para marcos sólo aplica a puentes continuos o, a que se asume como resultado final de las pruebas experimentales el promedio de las mismas, aunque se observa que las predicciones de la ecuación 2.20 se aproximan a los máximos reportados en la tabla 2.3.

Tabla 2.4 Comparación de los periodos obtenidos

Puentes	Periodo (s)			Error ecuación 2.19
	experimental	analítico	ecuación 2.19	
Maravatio km 206	0.193	0.187	0.2172	12.54%
Maravatio km 187	0.243	0.267	0.3412	40.41%
Maravatio km 157	0.274	0.27	0.3048	11.24%
Maravatio km 239	0.246	0.26	0.3018	22.68%

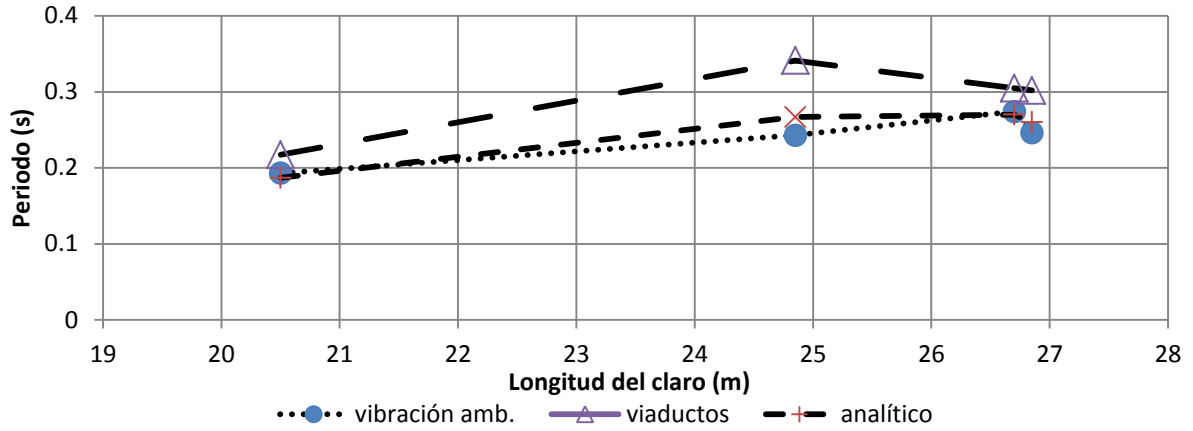


Figura 2.5 Comparación del periodo de puentes ubicados en la carretera Morelia-Maravatio.

2.2.3 Algunas otras propuestas

Las siguientes ecuaciones representan un procedimiento simplificado para obtener la solución del problema dinámico modal de un oscilador tipo péndulo invertido apoyado sobre terreno firme, en el que la masa rotacional del sistema no puede ser despreciada. En donde $n = 1$ representa movimiento de traslación y $n = 2$ cabeceo.

$$T_n = T\Omega_n \quad (2.21)$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}} \quad (2.22)$$

$$K = \frac{3E_c I_c}{L^3} \quad (2.23)$$

$$(\Omega^2)_n = \frac{1}{2} \left[F_1 \pm \sqrt{F_1^2 - F_2} \right] \quad (2.24)$$

$$r_1 = \frac{X_c}{L} \quad (2.25)$$

$$r_2 = \frac{r}{L} \quad (2.26)$$

$$F_2 = 3r_2 \quad (2.27)$$

$$F_1 = 1 + 3r_1 + 3r_1^2 + F_2 \quad (2.28)$$

$$(K_e)_n = \frac{K}{(\Omega^2)_n} \quad (2.29)$$

$$T_n = 2\pi \sqrt{\frac{m}{(K_e)_n}} \quad (2.30)$$

donde r , I_c , E_c , X_c , son: El radio de giro de la masa medido con respecto al centro de masa, la inercia de la columna, el modulo de elasticidad de la columna y la posición del centro de masas con respecto al punto de unión entre la columna y la masa (Hernández, et al. 2011).

Se pueden presentar los siguientes casos:

- 1) Se desprecia el efecto de la masa rotacional, $r = 0$

$$F_1 = 1 + 3r_1 + 3r_1^2 \quad (2.31)$$

$$(\Omega^2)_1 = F_1 \quad (2.32)$$

$$(\Omega^2)_2 = 0 \quad (2.33)$$

- 2) La masa se encuentra concentrada en la parte superior de la columna, $r = 0$ y el centro de masas coincide con el punto de unión entre la columna y la base de la masa, $X_c = 0$, entonces:

$$T_1 = T \quad (2.34)$$

$$T_2 = 0 \quad (2.35)$$

Otra opción para calcular el periodo es la presentada por Rivera (2007) en donde intervienen factores como la configuración de las columnas y la cuantía de acero entre otros factores (ecuación 2.36).

$$T_{cr} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K_{cr}}} \quad (2.36)$$

Para sistema de columnas aisladas la rigidez se calcula con:

$$K_{cr} = \frac{3EI_{cr}}{H^3} \quad (2.37)$$

donde E , H , I_{cr} son: El módulo de elasticidad, la altura de las columnas y la inercia (ecuación 2.42 y 2.43), respectivamente. Para un sistema de varias columnas en el cual se considera curvatura simple K_{cr} y m se obtienen con las ecuaciones (2.38) y (2.40). Para sistema con curvatura doble se emplean las ecuaciones (2.39) y (2.41) respectivamente, en donde n , A_g , f'_c , W_{col} , g , son: El número de columnas, el área del acero de refuerzo, la resistencia del concreto, el peso de la columna y la aceleración de la gravedad, respectivamente.

$$K_{cr} = \frac{3nEI_{cr}}{H^3} \quad (2.38)$$

$$K_{cr} = \frac{12nEI_{cr}}{H^3} \quad (2.39)$$

$$m = \frac{1}{g} \left(0.15A_g f'_c + \frac{1}{3} W_{col} \right) \quad (2.40)$$

$$m = \frac{n}{g} \left(0.1 A_g f'_c + \frac{1}{3} W_{col} \right) \quad (2.41)$$

El factor I_{cr} (ecuación 2.42 para columnas rectangulares y ecuación 2.43 para columnas circulares) está en función de la carga aplicada sobre la columna (P), la cuantía de acero longitudinal (r_l), y el momento de inercia de la sección (I_g).

$$\frac{I_{cr}}{I_g} = 0.19 + 11.6 r_l + 0.012 \frac{P}{A_g f'_c} - 0.17 r_l \frac{P}{A_g f'_c} \quad (2.42)$$

$$\frac{I_{cr}}{I_g} = 0.22 + 13.44 r_l + 0.011 \frac{P}{A_g f'_c} - 0.16 r_l \frac{P}{A_g f'_c} \quad (2.43)$$

2.3 Estimación del periodo de vibrar, recomendación del Eurocódigo

2.3.1 Periodo en flexión

Las siguiente expresión es sugerida por el Eurocódigo (2005) para calcular el periodo en flexión de un puente modelado como viga (Eurocodigo1, 2005). La ecuación (2.44) es una expresión aproximada para el cálculo del periodo fundamental en flexión vertical $T_{1,B}$ de puentes con sección placa o cajón,

$$T_{1,B} = \frac{2\pi L^2}{K^2} \sqrt{\frac{m}{EI_b}} \quad (2.44)$$

donde L , E , I_b , m , K son, longitud del claro principal (m), el módulo de elasticidad en (N/m^2), el momento de inercia de la sección transversal en el centro del claro en (m^4), la masa por unidad de longitud (kg/m), el factor adimensional que depende de la configuración del puente, respectivamente. K puede tomar los siguientes valores de acuerdo con el tipo de puente (tabla 2.5):

a) Puente de un claro

$K = \pi$, si es simplemente apoyado

$K = 3.9$, si está en cantiliver

$K = 4.7$, si esta empotrado

b) Puente continuo de dos claros

K se obtiene a partir de la figura 2.6, usando la curva correspondiente a puentes de dos claros, donde L_1 es la Longitud del claro, tal que, $L > L_1$.

c) Puente continuo de tres claros

K es obtenido de la figura 2.6, usando la curva correspondiente a puentes de tres claros, donde L , L_1 , L_2 son: La longitud del claro principal, la longitud del claro mayor adyacente al principal y longitud del claro restante respectivamente, tal que, $L > L_1 > L_2$. Esto también aplica para puentes de tres claros con un claro en cantiléver o suspendido. Si $L_1 > L$, K puede ser obtenida con la curva para puentes de dos claros, despreciando el claro más pequeño y tomando el lado más grande como el claro principal de un puente equivalente de dos claros.

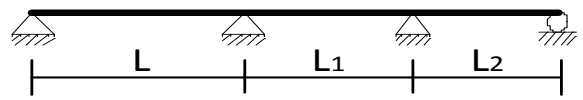
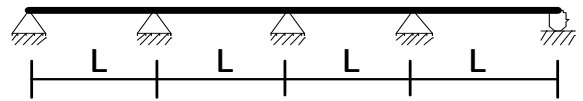
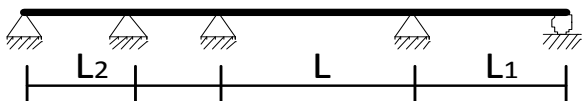
d) Puentes simétricos continuos de cuatro claros

K se puede obtener a partir de la curva para puentes de dos claros en la figura 2.6, tomando cada mitad del puente como un puente equivalente de dos claros.

e) Puentes continuos de 4 claros no simétricos y puentes con más de 4 claros

K se obtiene a partir de la figura 2.6, usando la curva para puentes con tres claros, escogiendo como claro principal el de mayor longitud.

Tabla 2.5 Configuración de puentes considerados en el EUROCODIGO 1, 2005

Factor adimensional (K)	Configuración del puente
π	
3.9	
4.7	
Figura 2.6 $L > L_1$	
Figura 2.6 $L > L_1 > L_2$	
Figura 2.6	
Figura 2.6	

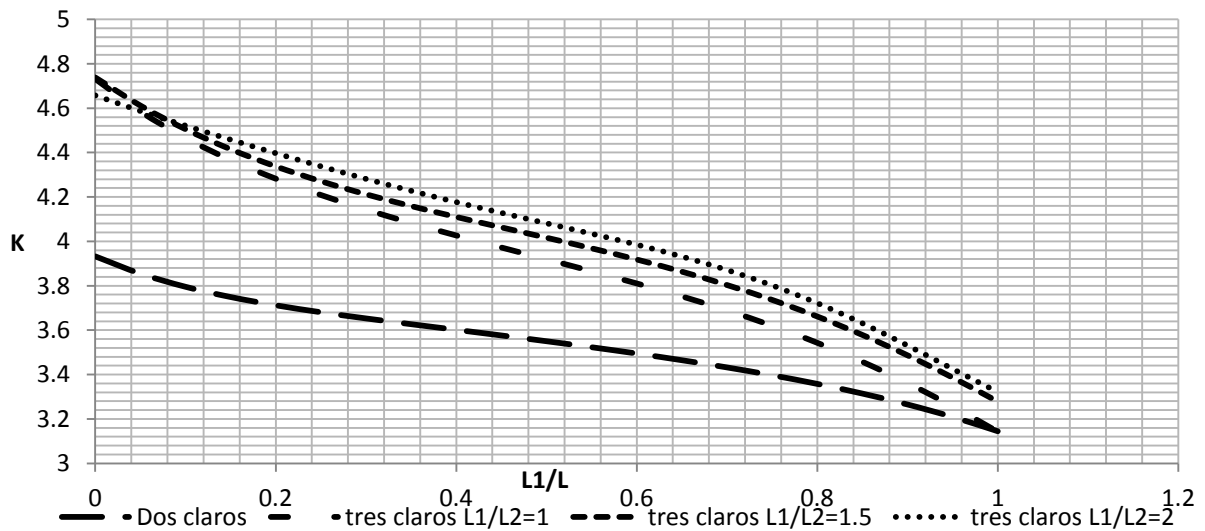


Figura 2.6 Factor K , Eurocódigo.

2.3.2 Periodo en torsión

El periodo fundamental en torsión de un puente con sección cajón se estima con base en el periodo a flexión y puede ser calculada de manera aproximada (Eurocodigo1, 2005) mediante:

$$T_{1,T} = \frac{T_{1,B}}{\sqrt{P_1(P_2 + P_3)}} \quad (2.45)$$

donde se considera:

$$P_1 = \frac{mb^2}{I_p} \quad (2.46)$$

$$P_2 = \frac{\sum r_j^2 I_j}{b^2 I_p} \quad (2.47)$$

$$P_3 = \frac{L^2 \sum J_j}{2K_2 b^2 I_p (1 + \nu)} \quad (2.48)$$

dónde $T_{1,B}$, b , m , ν , r_j , I_j , I_p son: El periodo fundamental en flexión, el ancho de la sección transversal del puente, la masa por unidad de longitud, la relación de Poisson, el brazo de palanca que va de una de las líneas de contorno al centro del puente, el segundo momento de masa por unidad de longitud de un cajón individual a la mitad del claro (incluyendo un ancho efectivo de la cubierta) y el segundo momento de masas por unidad de longitud de la sección transversal a mitad del claro, respectivamente. I_p se calcula con la expresión (2.49).

$$I_p = \frac{m_d b^2}{12} + \sum (I_{pj} + m_j + r_j^2) \quad (2.49)$$

donde m_d , I_{pj} , m_j , J_j son: la masa por unidad de longitud de la cubierta en el claro principal, el momento másico de inercia de un cajón individual en el claro principal, la masa por unidad de longitud del cajón en el claro principal sin considerar la cubierta y la constante de torsión de un cajón individual a mitad del claro principal que se calcula con,

$$J_j = \frac{4A_j^2}{\oint \frac{ds}{t}} \quad (2.50)$$

en donde A_j es el área encerrada de la celda en el claro principal y $\oint \frac{ds}{t}$ es la Integral de contorno.

2.3.3 Ejemplo de aplicación 3

Se analiza un puente con sección transversal con losa plana como la mostrada en la figura 2.7a, con un claro de 8m, un área de 3.1067m^2 , $E = 2.17 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$, $I_b = 0.0531\text{m}^4$ y un peso volumétrico de 2400 kg/m^3 (Merino, 2008). Si se considera que es un puente de un claro simplemente apoyado $K = \pi$, aplicando la ecuación (2.44) se tiene:

$$T_{1,B} = \frac{2\pi L^2}{K^2} \sqrt{\frac{m}{EI_b}}$$

$$T_{1,B} = \frac{2\pi(8)^2}{(\pi)^2} \sqrt{\frac{7456.08}{(2.17 \times 10^{10})(0.0531)}}$$

$$T_{1,B} = 0.1036 \text{ s}$$

Las tablas 2.6 a 2.9 muestran las propiedades para puentes de un claro con diferente longitud y sección transversal representadas en la figura 2.7. En el apéndice A, se muestra el manual del programa3 el cual resuelve las ecuaciones (2.44) y (2.45) para obtener los periodos en flexión y torsión. En la figura 2.8 se muestra una comparación de los periodos a flexión obtenidos en (Merino, 2008) con un software (SAP 2000, ver 11) y los resultados obtenidos con el programa3, para cada una de las secciones mencionadas.

Tabla 2.6 Propiedades de las secciones de puentes de un claro.
Losa plana.

Longitud	Carga móvil	Área	I_{xc}	I_{yc}
8	HS-15	3.1067 m^2	0.0531 m^4	12.4024 m^4
10	HS-15	3.5003 m^2	0.0909 m^4	12.8655 m^4
12	HS-15	3.9007 m^2	0.1454 m^4	13.4004 m^4
14	HS-15	4.3007 m^2	0.2187 m^4	13.9337 m^4

Tabla 2.7 Propiedades de las secciones de puentes de un claro.

Losa plana aligerada.

Longitud	Carga móvil	Área	I_{xc}	I_{yc}
14	HS-15	3.5485 m ²	0.2781 m ⁴	13.2020 m ⁴
15	HS-15	4.5026 m ²	0.4676 m ⁴	26.5704 m ⁴
16	HS-15	3.1603 m ²	0.2529 m ⁴	12.7434 m ⁴
18	HS-15	3.9855 m ²	0.5091 m ⁴	14.0061 m ⁴

Tabla 2.8 Propiedades de las secciones de puentes de un claro.

Losa con nervaduras.

Longitud	Carga móvil	Área	I_{xc}	I_{yc}
16	HS-15	3.7406 m ²	0.6770 m ⁴	17.8447 m ⁴
18	HS-15	3.7350 m ²	0.6739 m ⁴	17.8281 m ⁴
20	HS-15	4.4425 m ²	1.6220 m ⁴	20.4998 m ⁴

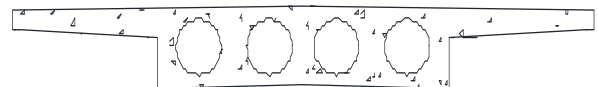
Tabla 2.9 Propiedades de las secciones de puentes de un claro.

Losa con 2 nervaduras.

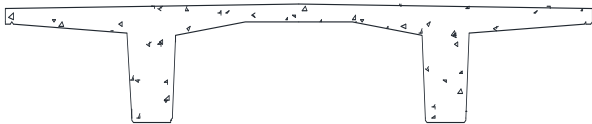
Longitud	Carga móvil	Área	I_{xc}	I_{yc}
15	HS-15	3.7607 m ²	0.6778 m ⁴	17.8538 m ⁴
22	HS-15	4.4493 m ²	1.6228 m ⁴	20.5076 m ⁴
24	HS-15	4.4493 m ²	1.6228 m ⁴	20.5076 m ⁴
25	HS-15	4.7757 m ²	2.7401 m ⁴	21.7374 m ⁴
26	HS-15	4.7757 m ²	2.7401 m ⁴	21.7374 m ⁴
28	HS-15	4.7757 m ²	2.7401 m ⁴	21.7374 m ⁴



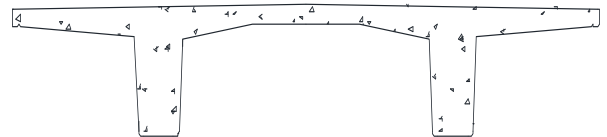
a) Losa plana.



b) Losa plana aligerada.



c) Losa con nervaduras.



d) Losa con 2 nervaduras.

Figura 2.7 Secciones de puentes con un claro.

En la figura 2.8 se observa que la predicción del periodo para puentes de un claro con sección transversal con losa plana y losa plana aligerada, es prácticamente exacta para los casos presentados. Se muestra un error menor al 1% y para losas con nervaduras se presenta un error máximo de 7%, por lo que se puede considerar que las predicciones para estos casos son acertadas.

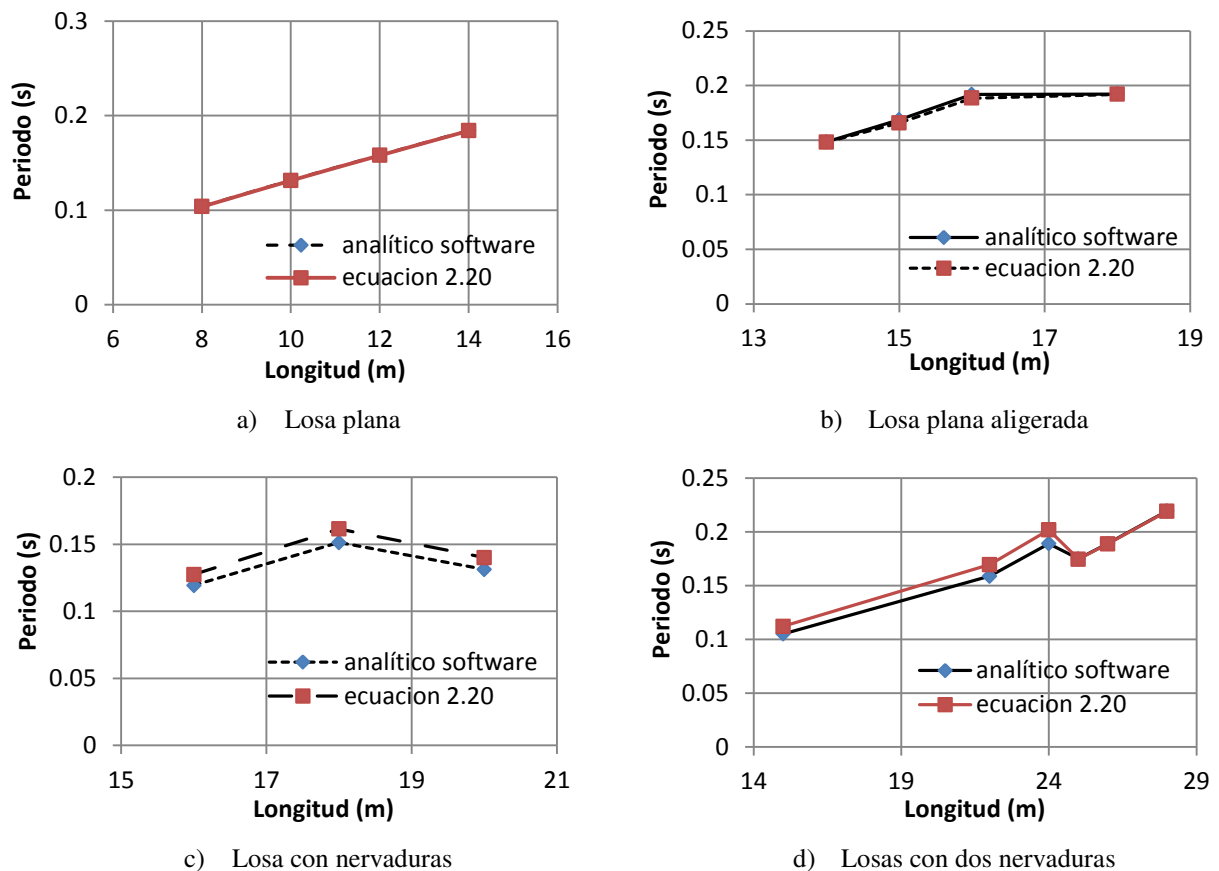


Figura 2.8 Comparación de periodos para diferente tipo de secciones de puentes con un claro.

2.3.4 Ejemplo de aplicación 4

Si aplicamos las expresiones del Eurocódigo para un caso real como el mostrado en el ejemplo 2.2, se obtiene, $T = 0.3401$ s. Este resultado comparado con 0.246 s obtenido en vibración ambiental y reportado anteriormente, presenta un error del 40%. En la figura 2.9 se muestran los resultados de los puentes de la Tabla 2.2, se observa que las predicciones del Eurocódigo para puentes con vigas AASHTO no son aceptables, por lo que sólo debe ser aplicada a secciones como las de la figura 2.7 o secciones cajón según lo indica el Eurocódigo.

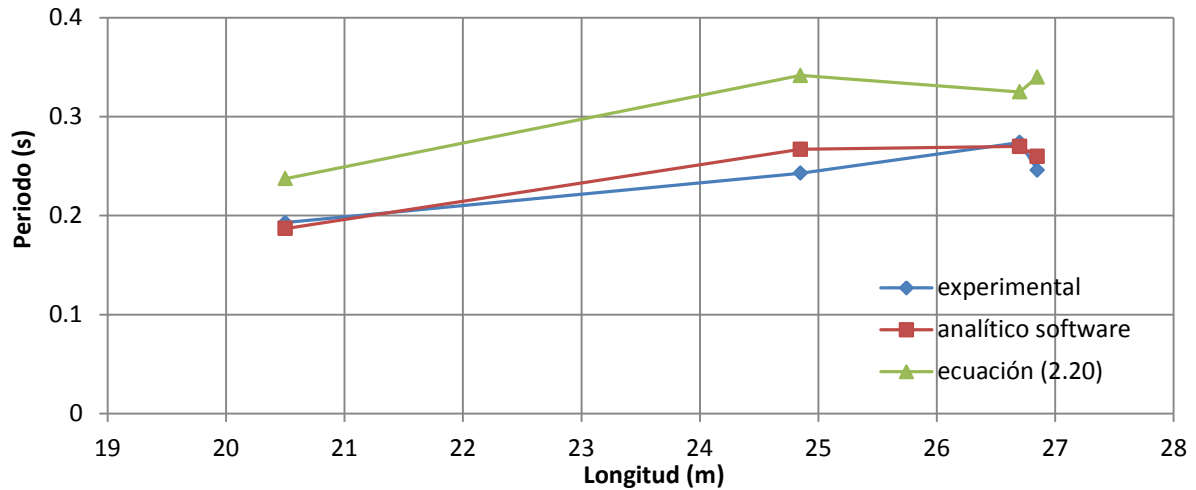


Figura 2.9 Comparación del periodo de puentes ubicados en la carretera Morelia-Maravatio; SAP, Eurocódigo y pruebas de vibración ambiental.

2.4 Periodos en puentes tipo viga con resortes en los apoyos

Si se considera una viga, con masa uniforme $m = M/L$ (donde M es la masa total del elemento y L su longitud) con una rigidez uniforme EI . La viga es sostenida por un resorte en cada extremo con rigidez K_e actuando en la dirección vertical, mientras que los extremos de la viga permanecen libres de rotar, pero con movimiento restringido en la dirección longitudinal como se muestra en la figura 2.10.

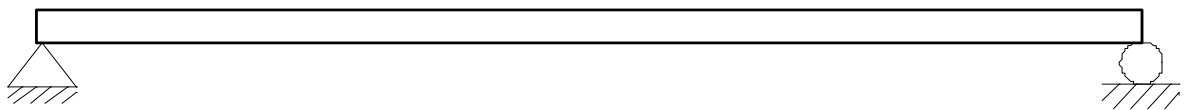


Figura 2.10 Viga simplemente apoyada.

Se considera un parámetro B , llamado índice de rigidez, que relaciona la rigidez de la viga con la rigidez del resorte y que está definido por la ecuación (2.51)

$$B = \frac{EI}{K_e L^3} \quad (2.51)$$

donde E , I y L son: El modulo de elasticidad, el momento de inercia y la longitud del tablero, respectivamente y K_e es la rigidez del apoyo. Las ecuaciones (2.52) y (2.53) representan la solución exacta para este caso en particular y están en función del índice de rigidez y la longitud del elemento. El subíndice s indica que la solución de la ecuación (2.52) para $\beta_s L$ da como resultado un parámetro para obtener el periodo fundamental en el modo simétrico y de manera similar la solución ecuación (2.53) para $\beta_a L$ da el parámetro para obtener el periodo fundamental del modo asimétrico, utilizando la ecuación (2.54).

$$B(\beta_s L)^3 (\cot 0.5\beta_s L + \coth 0.5\beta_s L) - 2 \cot 0.5\beta_s L \coth 0.5\beta_s L = 0 \quad (2.52)$$

$$B(\beta_a L)^3 (\tan 0.5\beta_a L - \tanh 0.5\beta_a L) - 2 \tan 0.5\beta_a L \tanh 0.5\beta_a L = 0 \quad (2.53)$$

El periodo fundamental de vibrar es:

$$T_n = \frac{2\pi}{(\beta_n L)^2} \sqrt{\frac{ML^3}{EI}} \quad (2.54)$$

Existen otras soluciones como la basada en la serie de Maclaurin, que proporcionan una buena aproximación a la solución exacta. Las ecuaciones (2.55) y (2.56) representan la solución considerando 3 y 2 términos de la serie de Maclaurin respectivamente.

$$T_1 = 2\pi / \sqrt{\frac{1260EI}{(315B + 2)ML^3} (45B + 1 - \sqrt{2025B^2 + 45B + 5/7})} \quad (2.55)$$

$$T_1 = 2\pi / \sqrt{\frac{90EI}{(45B + 1)ML^3}} \quad (2.56)$$

Existen otro tipo de funciones aproximadas como la adoptada por la AASHTO, basada en considerar una carga uniforme en el elemento y en función del índice de rigidez, la frecuencia que da representada por la ecuación (2.57). Asumiendo que la distribución de la carga es de la forma de media onda senoidal se obtiene la ecuación (2.58) para determinar el periodo del sistema.

$$T_1 = 2\pi / \sqrt{\frac{K_e B(60B + 1)}{(30B^2 + B + 31/3024)M}} \quad (2.57)$$

$$T_1 = 2\pi / \sqrt{\frac{K_e B \pi^4 (4\pi^2 B + 1)}{(1 + 8\pi^2 B + 2\pi^6 B^2)M}} \quad (2.58)$$

Si se supone que la viga es infinitamente rígida, se obtiene el periodo a partir de la ecuación (2.59) y al considerar apoyos infinitamente rígidos, se obtiene a partir de la ecuación (2.60)

$$T_1 = 2\pi / \sqrt{\frac{2K_e}{M}} \quad (2.59)$$

$$T_1 = 2\pi / \sqrt{\frac{EI\pi^4}{ML^3}} \quad (2.60)$$

2.4.1 Ejemplo de aplicación 5

En la tabla 2.10 se muestran las propiedades de 3 puentes (Alfawakhiri, 2000) necesarias para resolver las ecuaciones (2.51) a (2.60), la solución de dichas ecuaciones se llevó a cabo con el programa4 cuyo manual se presenta en el anexo A. La tabla 2.11 indica los resultados obtenidos y el error que se presenta. Se observa que a excepción de los métodos de viga infinitamente rígida y viga empotrada, los resultados muestran errores menores a 5% que concuerdan con lo presentado por (Alfawakhiri,2000).

Tabla 2.10 Propiedades de puentes (Alfawakhiri, y 2000)

ejemplo	L (m)	M (ton)	EI (N mm ²)	Ke (N/mm)	B
Puente 1	40	286	3.72 e 17	147680	0.03936
Puente 2	70	588	5.02 e 17	84410	0.01734
Puente 3	70	588	5.02 e 17	292710	0.005

Tabla 2.11 Resultados obtenidos con el programa4

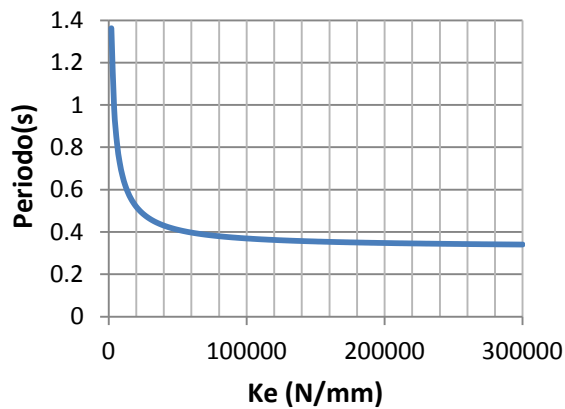
Método	Puente 1		Puente 2		Puente 3	
	T (s)	Error	T (s)	Error	T (s)	Error
Solución exacta	0.23576	-	0.53434	-	0.44301	-
Maclaurin (3 términos)	0.23557	0.08%	0.53354	0.15%	0.44228	0.16%
Maclaurin (2 términos)	0.24456	-3.73%	0.56013	-4.83%	0.46463	-4.88%
Carga uniforme	0.23564	0.05%	0.53346	0.16%	0.44185	0.26%
Carga media onda senoidal	0.23523	0.22%	0.53372	0.12%	0.44295	0.01%
Viga infinitamente rígida	0.19552	17.07%	0.37081	30.60%	0.19913	55.05%
Apoyos empotrados	0.14122	40.10%	0.40352	24.48%	0.40352	8.91%

2.4.2 Ejemplo de aplicación 6

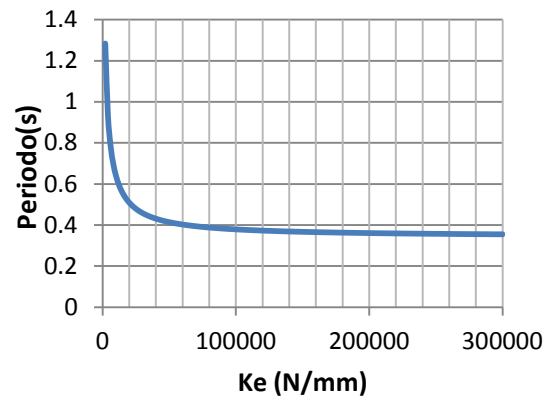
En la tabla 2.12 se muestran las propiedades de 4 puentes (Echeverría, 2006) necesarias para resolver las ecuaciones (2.51) a (2.60), la solución de dichas ecuaciones se llevó a cabo con el programa4 cuyo manual se presenta en el anexo A. La tabla 2.13 compara los resultados obtenidos al considerar una rigidez axial de las columnas (tabla 2.12) y una rigidez infinita. Se puede observar que los resultados para ambos casos son prácticamente iguales, por lo que la consideración de apoyos infinitamente rígidos es totalmente válida. Los resultados obtenidos se aproximan a los máximos reportados en la tabla 2.3 (pruebas de vibración ambiental). La figura 2.11 muestra la influencia de la rigidez al calcular el periodo y se observa que para un cierto valor de rigidez, dicha influencia desaparece y el periodo tiende a ser constante, si se observa, la rigidez axial de las columnas de puentes tiende a ser muy grande, por lo que siempre se tendrá un valor similar al obtenido al considerar apoyos infinitamente rígidos.

Tabla 2.12 Propiedades de puentes (Echeverría, 2006)

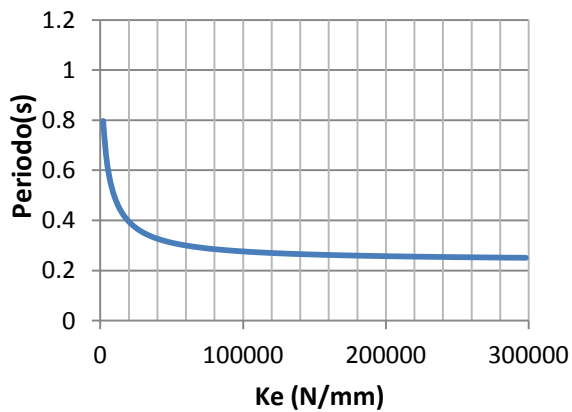
ejemplo	L (m)	M (ton)	EI (N mm ²)	Ke (N/mm)	B
Maravatio km-157	26.7	179.26	1.30E+16	7057505.0	9.699E-05
Maravatio km-187	24.85	157.23	8.34E+15	3295775.3	1.649E-04
Maravatio km-206	20.5	119.31	7.39E+15	3431442.9	2.499E-04
Maravatio km-239	26.85	108.45	7.33E+15	3306663.2	1.145E-04



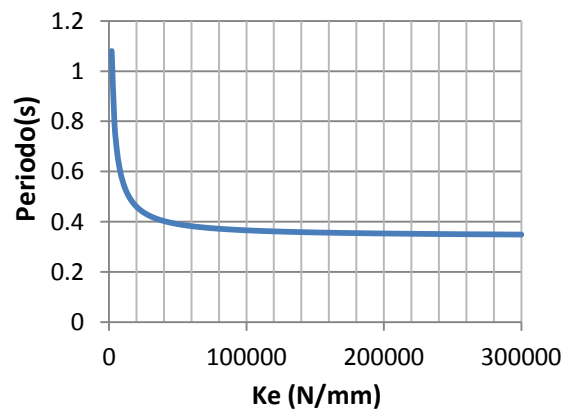
Puente Maravatio km-157



Puente Maravatio km-187



Puente Maravatio km-206



Puente Maravatio km-239

Figura 2.11 Variación del periodo al incrementar la rigidez, ecuación 2.52.

Tabla 2.13 Resultados de los puentes de la tabla 2.12

Ejemplo	Periodo ecuación 2.52 K_e tabla 2.12	Periodo ecuación 2.52 K_e infinito
Maravatio km-157	0.328	0.328
Maravatio km-187	0.344	0.344
Maravatio km-206	0.241	0.24
Maravatio km-239	0.342	0.342

2.5.- Periodos para puentes con eje recto de un claro

Para puentes de un claro en línea recta se propone la ecuación (2.61) con base en la longitud del mismo, para un intervalo de aplicación de $30\text{m} < L < 60\text{m}$, determinada a partir de pruebas experimentales (Nakai, et al. 1988). Las secciones válidas para la aplicación de dicha ecuación se muestran en la figura 2.12 y la figura 2.13 muestra el comportamiento de la ecuación 2.61.

$$T_B = \frac{L}{80} - 0.15 \quad (2.61)$$

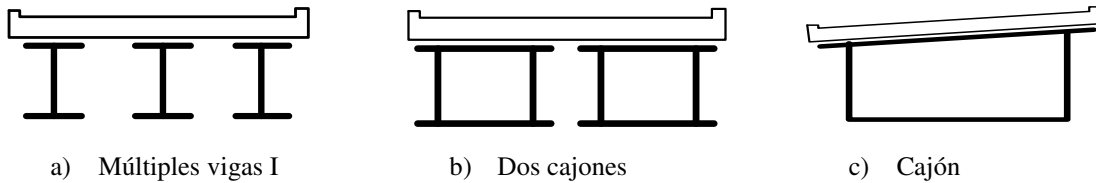


Figura 2.12 Secciones de puentes para la aplicación de la ecuación 2.61.

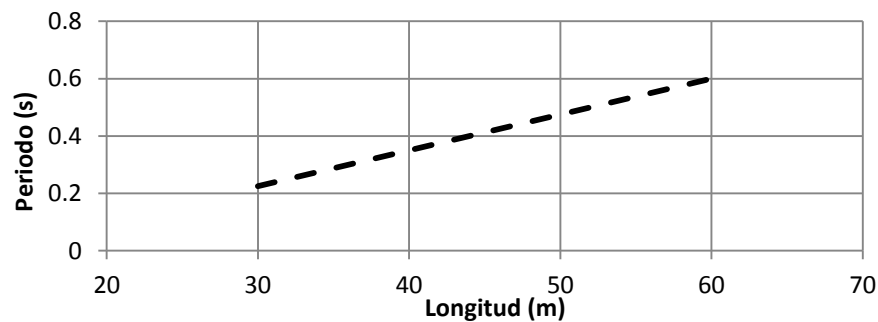


Figura 2.13 Variación de los periodos en función de la longitud, ecuación 2.61.

2.5.1 Viga simplemente apoyada

La ecuación diferencial que define a un puente representado como una viga simplemente apoyada (figura 2.13) está representada por la ecuación 2.62, al resolver la ecuación diferencial se tiene (ecuación 2.63)

$$\alpha^2 \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad (2.62)$$

$$y(x, t) = A \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \cos(\rho t) \quad (2.63)$$

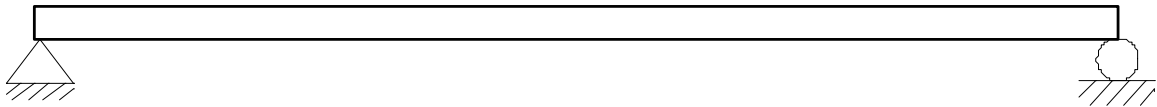


Figura 2.13 Viga simplemente apoyada

Si se resuelve la ecuación 2.63 para obtener el periodo, se encuentra una solución que depende de las propiedades de la sección transversal del puente y del modo de interés n . En donde E , I , m , L , son: El módulo de elasticidad, la inercia, la masa por unidad de longitud y la longitud, respectivamente.

$$T_n = \frac{2L^2}{n^2\pi} \sqrt{\frac{m}{EI}} \quad (2.64)$$

En (Aref, et al. 2008) y (Aguilar, 2009) se reportan las ecuaciones (2.65) y (2.66) respectivamente, en las cuales se observa que simplemente representan la solución de la ecuación de movimiento, la primera expresada para calcular la frecuencia en Hz ($1/T_n$) y la segunda para calcular la frecuencia en rad/s ($2\pi/T_n$), si comparamos con la solución presentada en la ecuación (2.64) los términos son semejantes pero con diferente nomenclatura.

$$f_n = \frac{n^2\pi}{2L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (2.65)$$

$$W_v = \frac{i^2 \pi^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{\bar{m}}} \quad (2.66)$$

2.5.2 Ejemplo de aplicación 7

Vamos a analizar el Puente Norte 1 el cual tiene dos claros simplemente apoyados con las siguientes propiedades: $EI = 9286249 \text{ Tm}^2$, $m = 0.5087 \frac{\text{T s}^2}{\text{m}^2}$, $L = 54\text{m}$, (Aguilar, 2009). Si aplicamos la ecuación 2.64

$$T_n = \frac{2(54)^2}{(1)^2 \pi} \sqrt{\frac{0.5087}{9286249}} = 0.4345\text{s}$$

Para la ecuación (2.65)

$$f_n = \frac{(1)^2 \pi}{2(54)^2} \sqrt{\frac{9286249}{0.5087}} = 2.3016/\text{s}$$

$$T_n = \frac{1}{f_n} = \frac{1}{2.3016/\text{s}} = 0.4345\text{s}$$

Para la ecuación (2.66)

$$W_v = \frac{(1)^2 \pi^2}{(54)^2} \sqrt{\frac{9286249}{0.5087}} = 14.4611 \text{ rad/s}$$

$$T_n = \frac{2\pi}{W_v} = \frac{2\pi}{14.4611 \text{ rad/s}} = 0.4345\text{s}$$

El resultado es el mismo para todos los casos dado que son ecuaciones equivalentes, ahora vamos a aplicar la ecuación 2.61 la cual solo depende de la longitud, para observar que tan aproximada es con respecto a las ecuaciones (2.64) a (2.66).

$$T_B = \frac{54}{80} - 0.15 = 0.525\text{s}$$

Se observa una diferencia de alrededor del 20% comparado con el resultado obtenido con la ecuación (2.64)

2.6 Periodo en puentes sostenidos por una pila tomando en cuenta la interacción suelo-estructura

Cuando se tienen puentes soportados por columnas, independientemente del número de pilas con el que este cuente, el tipo de suelo o el tipo de cimentación, se asume por simplicidad que el terreno es infinitamente rígido y se considera que la estructura se encuentra empotrada en su base. En esta sección se analiza que efecto tiene la flexibilidad del suelo en la magnitud del periodo. La figura 2.14 muestra los modelos considerados para la obtención de las ecuaciones propuestas. Para esta ilustración, el periodo está dado por la ecuación (2.67), en donde M_{deck} , M_{pier} , I_{deck} , K_{pier} son, masa del tablero, masa de la pila, inercia del tablero y rigidez de la columna, respectivamente. Esta última representada por la ecuación (2.68). Los parámetros ϕ_M (factor de participación de masas) y ϕ_D (factor de participación de la inercia rotacional) están definidos por las ecuaciones (2.69) y (2.70) respectivamente (Mylonakis, et al. 2005).

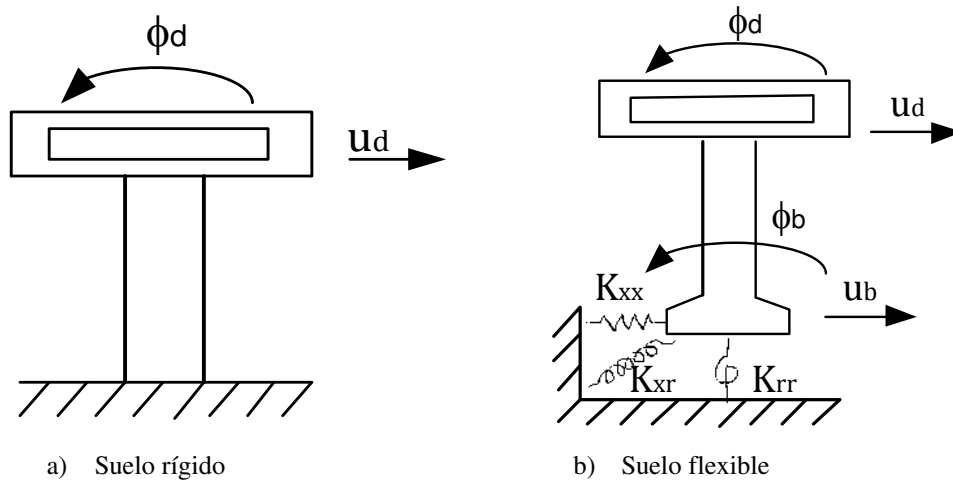


Figura 2.14 Modelos de pilas usados.

$$T_{fixed} = 2\pi \sqrt{\frac{M_{deck} + \phi_M M_{pier} + \phi_D^2 I_{deck}}{K_{pier}}} \quad (2.67)$$

$$K_{pier} = 3EI/L^3 \quad (2.68)$$

$$\phi_M = \frac{1}{L} \int_0^L \psi^2 dx \quad (2.69)$$

$$\phi_D = \frac{d\psi}{dx} \Big|_{x=L} \quad (2.70)$$

En donde $\psi(x)$ representa la función de la deformada de un sistema con un grado de libertad y está representada por la ecuación (2.71).

$$\psi(x) = 1 - \cos\left(\frac{\pi x}{2L}\right) \quad (2.71)$$

Resolviendo las ecuaciones (2.69) y (2.70) se tiene:

$$\phi_M = \frac{3}{2} - \frac{4}{\pi} = 0.2268 \quad (2.72)$$

$$\phi_D = \frac{\pi}{2L} = \frac{1.5708}{L} \quad (2.73)$$

A partir de la figura 2.14b considerando suelo flexible, usaremos la ecuación (2.74) para calcular el periodo, en donde M_{cap} , I_{cap} son la masa y la inercia de la cimentación K_{xx} , K_{rr} , K_{xr} son las rigideces estáticas de los resortes que remplazan al suelo.

$$T_{SSI} = 2\pi \sqrt{\frac{M_{deck} + \phi_M M_{pier} + U_2^2 M_{cap} + U_3^2 I_{deck} + U_4^2 I_{cap}}{\phi_K K_{pier} + U_2^2 K_{xx} + U_4^2 K_{rr} + 2U_2 U_4 K_{xr}}} \quad (2.74)$$

Los parámetros U_2 , U_3 y U_4 , están definidos por las ecuaciones (2.75), (2.76) y (2.77), en donde el parámetro λ esta definido por la ecuación (2.78), para la cual L representa la longitud del claro. Los parámetros ϕ_M y ϕ_K se obtienen mediante las ecuaciones (2.79) y (2.80), para la cual $\psi_{SSI}(x)$ es una modificación de la ecuación (2.71) y queda representada por la ecuación (2.81).

$$U_2 = K_{pier}(K_{rr} + K_{xr}L)/\lambda \quad (2.75)$$

$$U_3 = \left[(1 - U_2) \frac{\pi}{2L} + \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right) U_4 \right] \quad (2.76)$$

$$U_4 = -K_{pier}(K_{xr} + K_{xx}L)/\lambda \quad (2.77)$$

$$\lambda = -K_{xr}^2 + K_{rr}K_{xx} + K_{pier}[K_{rr} + 2K_{xr}L + K_{xx}L^2] \quad (2.78)$$

$$\phi_M = \frac{1}{L} \int_0^L [\psi_{SSI}(x)]^2 dx \quad (2.79)$$

$$\phi_K = \frac{L^3}{3} \int_0^L \left(\frac{d^2 \psi_{SSI}}{dx^2} \right)^2 dx \quad (2.80)$$

$$\psi_{SSI}(x) = 1 + (L - x)U_4 - C \cos\left(\frac{\pi x}{2L}\right) \quad (2.81)$$

Para calcular los parámetros ϕ_M y ϕ_K calculamos las constantes C_n a partir de las ecuaciones (2.82) a (2.85)

$$C = 1 + LU_4 - U_2 \quad (2.82)$$

$$C_1 = 1 + 2LU_4 + L^2U_4^2 \quad (2.83)$$

$$C_2 = U_4 + 2LU_4^2 \quad (2.84)$$

$$C_3 = 2LCU_4 + 2C \quad (2.85)$$

Por ultimo las ecuaciones para encontrar los parámetros ϕ_{SSI} y ϕ_K son:

$$\phi_{SSI} = C_1 - \frac{1}{2}C_2L + \frac{1}{3}U_4^2L^2 - \frac{2C_3}{\pi} + \frac{C^2}{2} + \frac{4CU_4L}{\pi} - \frac{8CU_4L}{\pi^2} \quad (2.86)$$

$$\phi_K = \frac{\pi^4 C^2}{96} \quad (2.87)$$

La tabla 2.14 muestra las propiedades de 5 puentes y los resultados obtenidos con las ecuaciones anteriores, también se muestran los resultados reportados (Mylonakis, et al. 2005), se observa que al aplicar las ecuaciones presentadas en la bibliografía, los resultados no coinciden con lo esperado (Tssi obtenidos), por lo que alguna de las ecuaciones presentadas no es correcta.

Tabla 2.14 Propiedades y resultados obtenidos

Puente	1	2	3	4	5
kcol(t/m)	88000	109000	219000	109000	109000
kxx(t/m)	310000				
kxr(t)	1090000				
krr(t-m)	48300000				
ideck(t-m ²)	32300	32300	32300	0	0
icap(t-m ²)	9000	9000	9000	0	0
mdeck(t)	1000	1000	1000	1000	1000
mcap(t)	750	750	750	750	0
mpier(t)	226	226	226	226	226
L(m)	12				
Tfix(s)	0.85	0.76	0.54	0.62	0.62
Tssi(s)	1.03	0.97	0.83	0.88	0.86
Periodos reportados					
Tfix(s)	0.84	0.75	0.53	0.62	0.62
Tssi(s)	1.04	0.98	0.84	0.89	0.87
Tssi(s)obtenidos	0.67	0.60	0.43	0.52	0.51
Diferencia Tfix	-1.01%	-1.65%	-1.48%	0.48%	0.48%
Diferencia Tssi	0.57%	0.98%	1.58%	1.49%	1.39%

2.7 Puentes rígidos apoyados en una sola columna con disipadores de energía

La ecuación (2.88) se emplea para calcular el periodo de vibrar en flexión de puentes rígidos con amortiguadores apoyados en una columna (Ou, et al. 2008) y se basa en combinar las rigideces del amortiguador y la columna.

$$T_e = 2\pi \sqrt{\frac{W}{g \sum K_e}} \quad (2.88)$$

$$K_e = \frac{NK_{eff}K_p}{NK_{eff} + K_p} \quad (2.89)$$

$$K_{eff} = \frac{Q_d + K_r d}{d} \quad (2.90)$$

donde K_p , K_e , K_{eff} , N , W , son: La rigidez de las columnas, la rigidez efectiva combinada de los disipadores y las columnas, la rigidez efectiva de cada disipador, el número de disipadores por apoyo y el peso sísmico soportado por cada columna, respectivamente. Q_d , K_r , d , son: El esfuerzo característico del disipador, la máxima respuesta de los disipadores bajo un sismo y la rigidez pos-elástica.

2.8 Recopilación de puentes rígidos y algunas de sus características

La tabla 2.15 muestra una recopilación de puentes rígidos simplemente apoyados y algunas de sus características entre las que destaca el periodo de vibrar el cual reportan haber sido obtenido de manera experimental para todos los casos y del mismo modo la tabla 2.16 muestra puentes rígidos continuos con su periodo correspondiente. Con base en la longitud del claro y los periodos reportados en la tabla 2.15, se realizó un análisis de regresión lineal con la finalidad de determinar una ecuación para obtener el periodo fundamental en flexión de puentes simplemente apoyados de claros múltiples y se obtuvo la ecuación (2.91).

Tabla 2.15 Puentes rígidos simplemente apoyados y algunas características

Nombre	Claro principal (m)	Longitud total (m)	Numero de claros	Periodo (s)	Referencia
Puente Coahuayana	30.64	397.68	13	0.248	(Rojas Rojas, y otros, 2008)
Puente Armería	30.75	392.6	13	0.382	
Puente el despeñadero	26.1	77.56	3	0.4	(Sandoval Hernández, y otros, 2010)
Puente La cañada	30.9	432.6	14	0.31	
Puente 463-464km Carretera federal 15D	29.4	87.9	3	0.29	
Puente Rio Grande Santiago	54	270	5	0.353	(Rojas Rojas, y otros, 2011)
Puente Barranca del Muerto	57.46	146.93	3	0.509	
Marga-Marga	50	383	8	0.953	(Romo Villena, 1999)
Ballard country	36.88	110.64	3	0.292	
Nexpa	35	209.5	6	0.33	(Román Salgado, y otros, 2000)
Puente 5 de mayo	40	136	5	0.5929	(Mota Arteaga, 1993)
Jamboree road over crossing	46.33	111.56	3	0.346	(Feng, y otros, 2001)
west street on-ramp Hz	60.05	151.19	3	0.51	
Maravatio km-157	26.7	53.4	2	0.274	(Echeverría Toriz, 2006)
Maravatio km-187	24.85	49.7	2	0.243	
Maravatio km-206	20.5	41	2	0.193	
Maravatio km-239	26.85	53.7	2	0.246	

Tabla 2.16 Puentes rígidos continuos y algunas características

Nombre	Claro principal (m)	Longitud total (m)	Numero de claros	Periodo (s)	Referencia
Proyecto del camino del norte, California	30.9	61.42	2	0.19	(Erduran, y otros, 2006)
Puente peatonal Calzada Zaragoza	33.3	100	3	0.47	(Rojas Rojas, y otros, 2005)
Puente La chuta	35	233.6	7	0.365	(Rojas Rojas, y otros, 2008)
Puente Motin de Oro	29.8	109.85	4	0.319	

$$T_v = 0.0529 + 0.0075L_p \quad (2.91)$$

Donde L_p representa la longitud del claro principal.

Si tomamos el ejemplo 7 en el cual $L = 54m$, $T_n = 0.4345s$ y aplicamos la ecuación (2.91)

$$T_v = 0.0529 + 0.0075(54) = 0.4579s$$

El resultado obtenido solo difiere de un 5% con respecto a la ecuación de una viga simplemente apoyada. La figura 2.15 es una comparación entre la ecuación 2.91 y la ecuación 2.61 (Nakai, et al. 1988). se observa que en la ecuacion 2.61 la pendiente es mayor que la de la ecuación (2.91) y no se ajusta a los datos recopilados en la tabla 2.15.

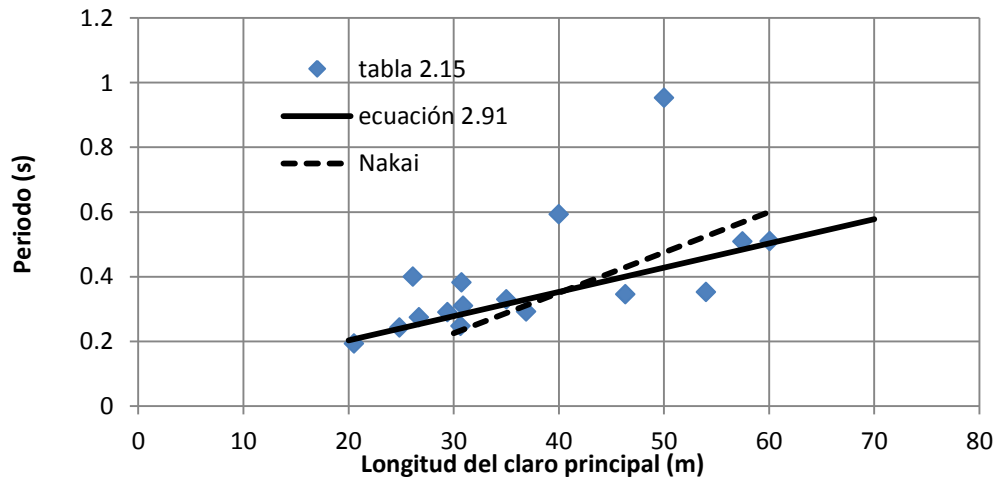


Figura 2.15 Comparación entre la ecuación de Nakai y la ecuación 2.91

2.9 Periodo de vibrar de puentes rígidos en curva

La ecuación (3.92) es una simplificación basada en resultados experimentales en 21 puentes en curva de un claro, en donde L representa la longitud del puente, para un rango de $20m < L < 50m$ (Nakai, et al.1988).

$$T_B = \frac{L}{70} - 0.1 \quad (2.92)$$

La figura 2.16 muestra la gráfica de la ecuación 3.92 en donde se observa una dependencia lineal entre la longitud y el periodo para puentes en curva con un periodo ente 0.186s y 0.614s.

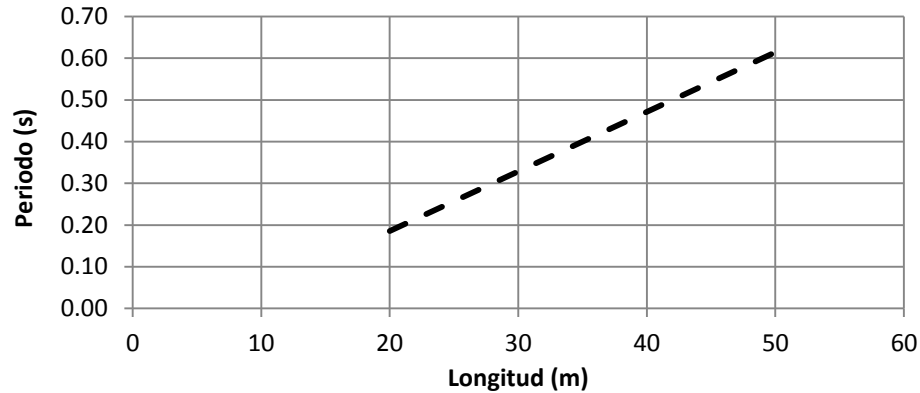


Figura 2.16 Variación del periodo con respecto a la longitud para un puente en curva.

2.10 Conclusiones

En puentes simétricos tipo viaducto, al incrementar la altura de las pilas, el periodo aumenta en mayor medida ante cambios de longitud.

Los resultados obtenidos con las ecuaciones para calcular el periodo en puentes tipo viaducto, pueden ser aplicados en algunos casos para puentes simplemente apoyados obteniendo buenos resultados pero es necesario realizar más pruebas para determinar su confiabilidad.

Las expresiones del Eurocodigo para calcular el periodo de vibrar de puentes de un claro con sección tipo losa son muy precisas, pero para puentes tipo PIV, los resultados obtenidos no son exactos para todo los casos.

Al considerar un puente como una viga con resortes en los apoyos se observa que la rigidez equivalente de los resortes deja de influir a partir de un cierto valor y el periodo tiende a ser el mismo que al considerar rigidez infinita.

Los periodos calculados para puentes tipo PIV mediante las expresiones de puentes tipo viaducto, el Eurocodigo y la solución exacta que considera viga con resortes en los apoyos son muy similares, pero estos difieren en algunos casos de los periodos reportados de vibración ambiental y se acercan más al valor máximo reportado en las pruebas. Se pueden considerar posibles alternativas que justifiquen estos resultados:

1. Las 3 metodologías utilizadas para calcular el periodo de vibrar no son aplicables para estos casos.
2. Los resultados obtenidos con los métodos coinciden porque estos están basados en un mismo fundamento o por casualidad.
3. Todos los métodos fueron mal utilizados.
4. El periodo reportado como fundamental no es el correcto.

La interacción suelo-estructura es importante al calcular el periodo de vibrar en puentes, se pueden obtener resultados con 50% de diferencia para suelo rígido y suelo flexible.

CAPITULO 3 PERIODOS DE VIBRAR DE PUENTES FLEXIBLES

3.1 Introducción

El periodo de vibrar de un puente es una característica que representa la flexibilidad del mismo y depende de las propiedades del material con el cual este elaborado y la geometría del puente, además determina el comportamiento y la respuesta que puede tener éste ante cargas sísmicas y eólicas. En el presente capítulo se muestran diferentes ecuaciones simplificadas para calcular el periodo de vibrar en flexión y torsión de puentes flexibles, definiendo a estos como puentes con un periodo de vibrar cercano o mayor a 1 segundo. Las ecuaciones están en función de propiedades de la sección transversal como: la masa, el módulo de elasticidad, la inercia, la longitud, entre otras.

Se muestra una recopilación de puentes con diferentes características: 1) Puentes continuos; 2) Puentes atirantados; 3) Puentes colgantes; entre otros. Además, se propone una ecuación simplificada para obtener el periodo de vibrar en flexión vertical de los mismos basada en la longitud del claro principal.

3.2 Periodo en puentes flexibles con diversas características

La tabla 3.1 muestra una recopilación de puentes cuya característica principal es que están soportados por pilas y armaduras. Los periodos reportados son a flexión y el número de claros es variable. Se observa que existe una gran dependencia de la magnitud del periodo con la longitud del claro principal, por lo que se propone la ecuación (3.1) para calcular el periodo en flexión, en base a un ajuste de regresión lineal.

$$T_v = -0.8386 + 0.016L_p \quad (3.1)$$

El intervalo de la longitud para la aplicación de la ecuación (3.1) es:

$$100 \leq L_p \leq 170$$

Tabla 3.1 Propiedades de puentes con armaduras

Nombre	Claro principal (m)	Longitud total (m)	Numero de claros	Periodo (s)	Referencia
Pinzandaran Bridge	114.23	317	6	0.959	(Hernández Barrios, y otros, 2006)
Tennessi River Bridge	163	643	9	1.77	(Zatar, y otros, 2008)
puente infernillo II	106	525	5	0.879	(Hernández Barrios, y otros, 2005)
The Milford-Montague	91.44	350.52	4	0.86	(Murphy, y otros, 2006)

La figura 3.1 muestra la tendencia de la ecuación (3.1) contra los periodos reportados en la tabla (3.1), donde se observa que solo un punto se sale de una clara tendencia y esto se debe a que la longitud del claro principal del puente The Milford-Montague es menor a la del rango de aplicación indicado.

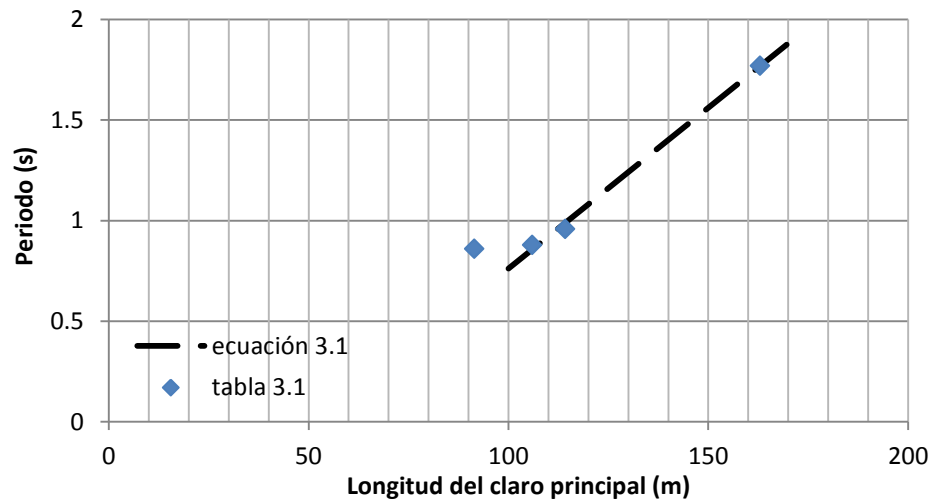


Figura 3.1 Periodos de vibrar de los puentes de la tabla 3.1 y la ecuación 3.1

La tabla 3.2 muestra algunas características de diversa clase de puentes, los cuales no corresponden a ninguna clasificación realizada en este trabajo debido a que tienen configuraciones o características diferentes.

Tabla 3.2 Propiedades de puentes diversos

Nombre	Claro principal (m)	Longitud total (m)	Numero de claros	Periodo (s)	Configuración	Referencia
The Cumberland River Bridge	169.67	509.001	3	1.143	arco	(Zatar, et al. 2008)
Puente ATC h-alta(8)	41.07	114.6	3	1.616	continuo	(Mota, 1993)
Marga-Marga	50	383	8	0.953	continuo	(Romo, 1999)
The MT. Diablo Blvd. Bridge	-	365	11	0.87	curva	(Gilani, et al. 1996)
Puente San Cristóbal	177.94	324	3	-	curva	(Bennetts, 2008)
	Vibración ambiental			1.205		
	Prueba dinámica 1			1.462		
	Prueba dinámica 2			1.366		

3.3 Periodo de vibrar en puentes atirantados

Teóricamente, los puentes atirantados pueden ser considerados como un sistema de masas distribuidas con un infinito número de frecuencias libres (Gimsimg, 1997). Debe notarse que la instalación de cables transforma el sistema estático de una viga rígida continua a un sistema más complejo con redundancia.

3.3.1 Periodos en función de la geometría del puente

Para el cálculo de las frecuencias en flexión y torsión de un puente atirantado, se incluirá un nuevo parámetro que representa la fuerza lateral que resisten los cables en un puente simétrico, suponiendo un apoyo continuo elástico caracterizado por la constante de resorte C , definida por:

$$C = g/h \quad (3.2)$$

donde g y h son la aceleración de la gravedad y la altura del sistema de cables, respectivamente. Una vez obtenido el valor de C se puede obtener el periodo natural en flexión (Hz) con la ecuación (3.3) (Gimsimg, 1997).

$$T_v = \sqrt{\frac{G}{2Cg_a}} \quad (3.3)$$

donde g_a y G son la carga muerta por unidad de longitud del claro principal y la masa del sistema por unidad de longitud, respectivamente. La ecuación para calcular el periodo de vibrar en torsión queda definida de la siguiente manera:

$$T_t = \sqrt{\frac{I_m}{C_t}} \quad (3.4)$$

en la cual, el parámetro C_t queda definido por la ecuación (3.5) en donde b e I_m son el ancho de la sección transversal y el momento másico de inercia, respectivamente. Para este último se tienen dos casos particulares: 1) masa concentradas en el plano de los cables y 2) masa distribuida en un ancho b , definidos por las ecuaciones (3.6) y (3.7), respectivamente.

$$C_t = \frac{1}{2} C b \quad (3.5)$$

$$I_m = \frac{G b^2}{4 g_a} \quad (3.6)$$

$$I_m = \frac{G b^2}{12 g_a} \quad (3.7)$$

3.3.1.1 Ejemplo de la aplicación 1

Se considera un puente atirantado como el que se muestra en la figura 3.2, con una carga muerta por unidad de longitud $g_a = 12.1132 \text{ t/m}$, un peso $G = 32.07 \text{ t/m}$ y un ancho $b = 14 \text{ m}$.

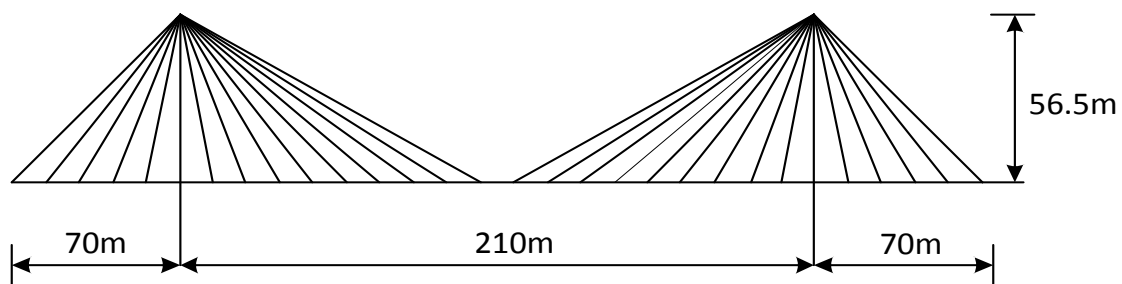


Figura 3.2 Modelo de un puente atirantado.

Aplicando la ecuación (3.2) se tiene:

$$C = \frac{9.81}{56.5} = 0.17363$$

Ahora se resuelve para (3.3),

$$T_v = \sqrt{\frac{(32.07)}{2(0.17363)(12.1132)}} = 2.76s$$

Si se considera que la carga está distribuida en todo el ancho del puente, se puede aplicar la ecuación (3.7)

$$I_m = \frac{(32.07)(14)^2}{12(12.1132)} = 43.243$$

Resolviendo la ecuación (3.5) para calcular el periodo en torsión con (3.4) se tiene:

$$C_t = \frac{1}{2}(0.17363)(14)^2 = 17.016$$

$$T_t = \sqrt{\frac{43.243}{17.016}} = 1.59s$$

Estos resultados pueden ser comparados con los obtenidos al elaborar el modelo del ejemplo en forma analítica con SAP 2000, en donde los periodos obtenidos fueron 3.31s para flexión y 1.92 en torsión, se observa que para ambos casos existe una diferencia de alrededor del 20% en los periodos obtenidos.

3.3.2 Periodos deducidos por métodos energéticos

La vibración de un cuerpo elástico está en función de su rigidez y de su masa, cuando la rigidez se incrementa la amplitud de sus vibraciones disminuirá mientras que la frecuencia de las vibraciones se incrementará. En el caso de vibración libre debida a las fuerzas de inercia, las únicas fuerzas que actúan son aquellas ocasionadas por la distribución de las masas.

Si una fuerza externa como el viento es aplicada a la estructura, ésta vibrará a la frecuencia de dicha fuerza. Si la frecuencia de la fuerza aplicada coincidiera con alguna

de las frecuencias de la estructura, se puede entrar en un estado de resonancia en el cual la amplitud de las vibraciones tiende a ser infinita con el tiempo.

Para determinar las frecuencias naturales se usará el método de la energía y el análisis se llevará a cabo mediante el método de Ritz, considerando que la carga muerta W y el momento de inercia I de la rigidez de la viga, tiene el mismo valor en los tramos principales y secundarios. Se supone que a cada cable se le da una tensión inicial para resistir fuerzas de compresión

Aplicando el principio de conservación de la energía, se sabe que la suma de la energía cinética y potencial es igual a la energía total, que para un cable será siempre constante,

$$W + U = E \quad (3.8)$$

dónde W , U , E son la energía cinética, la energía potencial y la energía total, respectivamente.

Cuando se tiene con un sistema en vibración libre sin amortiguamiento, la máxima energía cinética es desarrollada cuando la energía potencial es cero, y del mismo modo la máxima energía potencial se presenta cuando la energía cinética es cero, y por lo tanto, de acuerdo con el principio de Rayleigh, el máximo valor de ambas formas de energía es igual a,

$$W_{max} = U_{max} = E \quad (3.9)$$

El análisis se basa en el método de Ritz aplicado a vibración de puentes atirantados. El punto más importante de este método es la determinación de la ecuación característica que depende de la energía cinética y potencial.

$$\Phi = U_{max} - \omega^2 W_{max} \quad (3.10)$$

Derivando la ecuación (3.10) con respecto ω para obtener el valor mínimo se tiene:

$$d\Phi = d(U_{max} - \omega^2 W_{max}) = 0 \quad (3.11)$$

donde ω es la frecuencia circular de vibración.

3.3.2.1 Periodo de vibrar en flexión vertical

La energía cinética de los cables se incluye considerando el proceso de vibración como una oscilación armónica, la deflexión η puede ser determinada como una función de la amplitud máxima $\eta(x)$ en x , la frecuencia circular vertical ω_v , y el periodo T ,

$$\eta = \eta(x) \sin \omega_v T \quad (3.12)$$

La energía cinética del puente es determinada mediante integración en toda la longitud de la viga y sumando los términos correspondientes al número de pares de cables unidos a la viga, se obtiene la ecuación (3.13).

$$\begin{aligned} W &= \frac{\omega_v^2}{2} \left(\int_L \frac{p}{g} \eta^2(x) dx + \sum_{c=1}^m \frac{p_c}{g} \frac{\eta_c^2}{s_c^2} \int_0^{s_c} s^2 ds \right) = \\ &\frac{\omega_v^2}{2} \left(\int_L \frac{p}{g} \eta^2(x) dx + \frac{1}{3} \sum_{c=1}^m \frac{p_c}{g} \eta_c^2 s_c \right) = \omega_v^2 \bar{W} \end{aligned} \quad (3.13)$$

donde p_c , p , g , s_c y η_c son el peso del cable por unidad de longitud, la fuerza por unidad de longitud, en aceleración de la gravedad, en longitud del cable y máxima deflexión de la viga acoplada al cable, respectivamente. Esto es igual a la energía de deformación o al trabajo interno durante la deformación de la estructura y se puede expresar como:

$$U = V = V_1 + V_2 + V_3 \quad (3.14)$$

donde V_1 , V_2 y V_3 son la energía de deformación de la viga, la energía de deformación de los cables y el trabajo interno de las fuerzas en los cables debidas a deformaciones de segundo orden, respectivamente.

El trabajo interno hecho individualmente por los componentes del puente, puede ser expresado como función de la amplitud de vibración $\eta(x)$ de la viga. La ecuación para la energía de deformación por flexión de la viga se puede expresar como:

$$V_1 = \frac{1}{2} \int_L \frac{M^2 dx}{EI} = \frac{1}{2} \int_L EI \left[\frac{d^2 \eta(x)}{dx^2} \right]^2 dx \quad (3.15)$$

donde EI es la rigidez a flexión de la viga y M es el momento aplicado sobre la misma.

Los cables siguen las vibraciones verticales de la viga, lo cual produce un acortamiento y alargamiento periódico el cual ocasiona que las fuerzas en los cables también disminuyan y se incrementan periódicamente. La porción adicional de la fuerza en el cable alcanza su máximo valor X_c a la amplitud $\eta(x)$, y el trabajo interno hecho por estas fuerzas adicionales será:

$$V_2 = \frac{1}{2} \sum_{c=1}^m \frac{X_c^2 S_c}{E_c A_c} \quad (3.16)$$

En esta expresión E_c es el módulo de elasticidad del cable, y A_c es el área de su sección transversal.

El trabajo de las fuerzas internas en los cables queda expresado como:

$$V_2 = \frac{1}{2} \sum_{c=1}^m \frac{E_c A_c \eta_c^2 \sin^2 \alpha_c}{s_c} \quad (3.17)$$

donde α_c denota el ángulo de intersección del cable y la viga.

Debido a la vibración del sistema estructural, ocurren deformaciones de segundo orden que ocasionan que las fuerzas de los cables cambien en magnitud. El trabajo hecho por las fuerzas internas en el cable debidas a las deformaciones de segundo orden está dado por la expresión:

$$V_3 = \frac{1}{2} \sum_{c=1}^m X_c \frac{\cos^2 \alpha_c}{s_c} \eta_c^2 \quad (3.18)$$

dónde X_c es la fuerza en el cable debida a la carga muerta o a una combinación de carga muerta y carga viva. Igualando la suma de la energía cinética total de acuerdo con la ecuaciones (3.8), (3.9) y (3.14) se obtiene:

$$\frac{\omega_v^2}{2} \left[\int_L \frac{p}{g} \eta^2(x) dx + \frac{1}{3} \sum_{c=1}^m \frac{p_c}{g} \eta_c^2 s_c \right] = \frac{1}{2} \left[\int EI \left(\frac{d^2 \eta(x)}{dx^2} \right)^2 dx + \sum_{c=1}^m \frac{E_c A_c \eta_c^2 \sin^2 \alpha_c}{s_c} + \sum_{c=1}^m X_c \frac{\cos^2 \alpha_c \eta_c^2}{s_c} \right] \quad (3.19)$$

Igualando los máximos valores de la energía de acuerdo con la ecuación (3.12), se puede determinar las frecuencias naturales de las oscilaciones (Troitsky, 1977).

$$\omega_v^2 = U/W \quad (3.20)$$

El periodo en flexión vertical es:

$$T_{v0} = 2\pi/\omega_v \quad (3.21)$$

3.3.2.2 Periodos de vibrar en torsión

Entre las deformaciones de torsión y flexión existe la siguiente relación propuesta por Goschy (Troitsky, 1977).

$$\eta(x) = b\psi(x) \quad (3.22)$$

donde $2b$ es el ancho de la sección transversal y $\psi(x)$ es la rotación angular periódica máxima de la sección transversal del puente.

Si las vigas son capaces de someterse a vibración libre, el giro o la rotación angular por unidad de longitud son:

$$\frac{d\psi(x)}{dx} = \frac{M_T}{GJ_T} \quad (3.23)$$

La energía cinética de las vibraciones de torsión se obtiene sustituyendo la ecuación (3.22) en ecuación (3.19) para obtener la ecuación (3.24),

$$W_T = \frac{\omega_T^2}{2} \left(\frac{p}{g} \int_L \frac{J_T}{A_G} \psi^2(x) dx + \frac{b^2}{3} \sum_{c=1}^m \frac{p_c}{g} \psi_c^2 s_c \right) = \omega_T^2 \bar{W}_T \quad (3.24)$$

La ecuación (3.24) debe igualarse con la energía cinética de la sección transversal, la cual varía dependiendo del tipo de sección. Para una sección abierta se tiene:

$$V_T = \frac{1}{2} \int_L G J_G \left(\frac{\partial \psi(x)}{\partial x} \right)^2 dx + \frac{b^2}{2} \sum_{c=1}^m E_c A_G \psi_c^2 \frac{\sin^2 \alpha_c}{s_c} + \frac{b^2}{2} \sum_{c=1}^m \frac{X_c \cos^2 \alpha_c \psi_c^2}{s_c} \quad (3.25)$$

donde ω_T , J_G , A_G y ψ_c son la frecuencia circular de la vibración por torsión, el momento polar de inercia de la sección transversa con respecto al centro gravedad, el área de la sección transversal, en rotación angular de la sección transversal del puente en el punto de anclaje del cable respectivamente. G , $G J_G$, β y ν son el módulo de cortante, la rigidez a torsión de la sección transversal, el factor de forma de la sección transversal y relación de Poisson, respectivamente.

La energía potencial para una sección hueca está dada por:

$$V_T = \frac{G J_G}{2} \int_L \left(\frac{\partial \psi(x)}{\partial x} \right)^2 dx - \frac{E C_T}{2} \int_L \frac{\partial^3 \psi(x)}{\partial x^3} \frac{\partial \psi(x)}{\partial x} dx \quad (3.26)$$

Para una viga o sección transversal cerrada, la energía potencial se puede calcular con la siguiente ecuación:

$$V_c = \frac{1}{2} G \frac{4 A_G^2}{\oint (1/\nu) du} \int_L \left(\frac{\partial \psi(x)}{\partial x} \right)^2 dx - \frac{E C_T}{2} \int_L \frac{\partial^3 \psi(x)}{\partial x^3} \frac{\partial \psi(x)}{\partial x} dx \quad (3.27)$$

dónde A_G , $\oint (1/\nu) du$, C_T , $G J_G$ son el área de la sección transversal, la integral del contorno de la sección transversal con espesor ν ecuación (3.29), la resistencia a la torsión de la sección hueca y rigidez a la torsión de la sección hueca definida por ecuación (3.28),

$$GJ_G = G \frac{4A_G^2}{\oint (1/v) du} \quad (3.28)$$

La integral de contorno se puede expresar como:

$$\oint \frac{du}{v} = \frac{4a}{v_2} + \frac{2b}{v_1} + \frac{2b}{v_3} \quad (3.29)$$

El periodo en torsión es:

$$T_T = \frac{2\pi}{\omega_T} \quad (3.37)$$

3.3.3 Guía de diseño para puentes carreteros

Para calcular la periodo en flexión vertical de puentes atirantados, se empleará la ecuación (3.38) siempre y cuando estas estructuras cuenten con pilas simétricas, para el caso en donde se tengan pilas auxiliares en los claros adyacentes, se utiliza la ecuación (3.39) para el cálculo de la frecuencia. Ambas fórmulas fueron obtenidas de manera empírica con base en un análisis estadístico, en donde L_c es la longitud del claro principal (Xiang, et al. 1998), el comportamiento de ambas ecuaciones se puede observar en la figura 3.2.

$$T_{b1} = \frac{L_c}{110} \quad (3.38)$$

$$T_{b1} = \frac{L_c}{150} \quad (3.39)$$

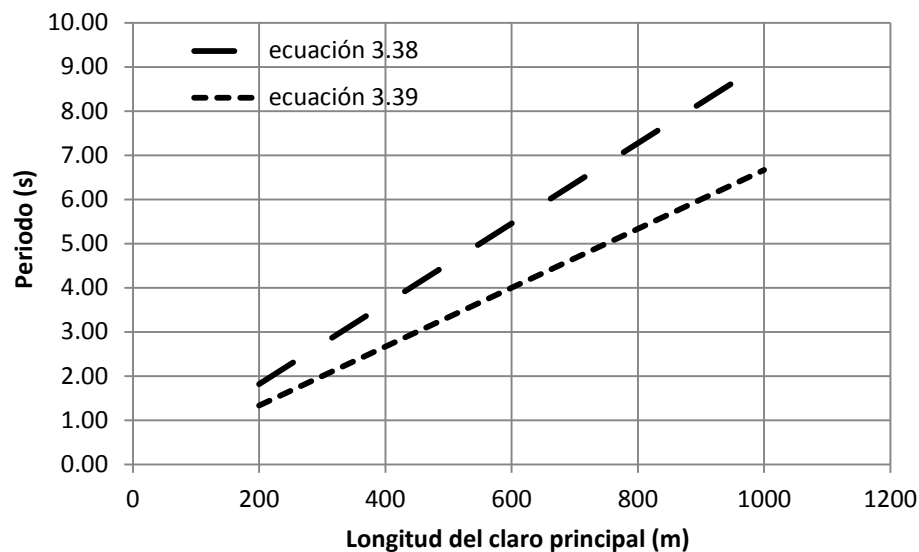


Figura 3.2 Ecuaciones simplificadas para calcular el periodo a flexión de puentes atirantados.

El primer modo en torsión depende de la configuración de la sección transversal, del tipo de material del puente, de forma del plano de los cables y de longitud del claro principal. Todos estos parámetros se engloban en la constante C , cuyos valores se presentan en la tabla 3.3. Una vez obtenido el valor de C se puede calcular el periodo en torsión con la ecuación (3.40).

Tabla 3.3 Valores de C para la estimación de la frecuencia a torsión

Plano de los cables	Sección transversal	Puente de acero	Puente de concreto
Paralelo	Abierta	10	8
	Cajones separados	11-13	12
	Cajón	17	14
Inclinado	Abierta	12	11
	Cajones separados	13-16	12
	Cajón	20-22	17

$$T_{t1} = \frac{\sqrt{L_c}}{C} \quad (3.40)$$

3.3.4 Periodo de vibrar en puentes existentes

La tabla 3.4 muestra una recopilación de datos geométricos y periodos de vibrar de puentes atirantados, en donde se observa la longitud y los periodos en segundos, del primer y segundo modo en flexión y torsión. La figura 3.2 muestra una comparación entre la aplicación de la ecuación 3.1 y los datos de la tabla 3.2, en donde se observa que la pendiente de la línea no es la que mejor se ajusta a los datos. Con base en la información mostrada en dicha tabla se realizó un ajuste de mínimos cuadrados para determinar una ecuación empírica que prediga el periodo en flexión (ecuación 3.41) y el periodo en torsión (ecuación 3.42) de manera simplificada con base en la longitud total del puente. La figura 3.3 muestra una gráfica de dispersión de los valores de la frecuencia a flexión y la línea que intersecta los puntos es la representación de la ecuación (3.41), del mismo modo la figura 3.4 representa las frecuencias en torsión.

$$T_v = 0.8531 + 0.0029L \quad (3.41)$$

$$T_t = 0.8531 + 0.0029T_v \quad (3.42)$$

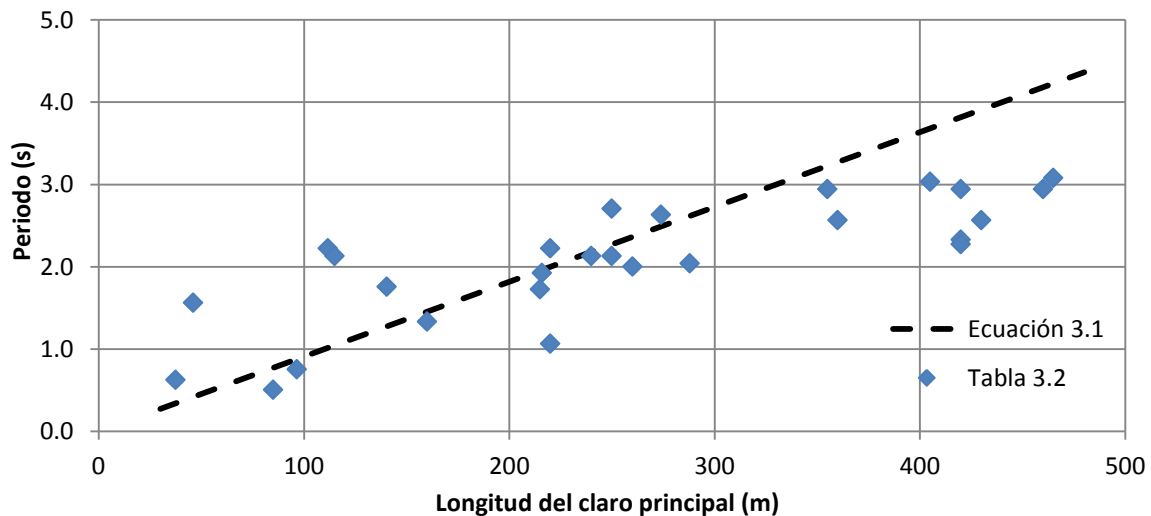


Figura 3.2 Comparación ecuación 3.38 vs tabla 3.4

Tabla 3.4 Puentes atirantados y algunas propiedades

Nombre del puente	Claros(m)			LT(m)	Periodos(s)		Referencia
	Lado	Centro	Lado		V	T	
Onomichi Ohashi	85	215	85	385	1.72	0.60	(Mendoza, 2004)
Toyosato Ohashi	80.5	216	80.5	377	1.92	0.70	
Arakawa Ohashi	60.3	160	60.3	280.6	1.33	0.69	
Kamone Ohashi	100	240	100	440	2.13	-	
Suehiro Ohashi	110	250	110	470	2.13	0.69	
Suigo Ohashi	178.85	111.6	-	290.45	2.22	0.61	
Gasshou Ohashi	144	46	144	334	1.56	0.59	
Yamatogawa Kyouryou	149	355	149	653	2.94	1.15	
Meiko Nishi Ohashi	175	405	175	755	3.03	0.76	
Iwaguro Jima-Hitsuichi Jima Hashi	185	420	185	790	2.33	0.94	
Bannaguro Ohashi	87.8	140.4	-	228.2	1.75	0.76	
Aratsu Ohashi	184.2	115	44.4	343.6	2.13	0.72	
Rokko Ohashi	89.35	220	89.35	398.7	1.06	0.49	
Yokohama Bay Hashi	200	460	200	860	2.94	1.14	
Matugayama Hashi	-	96.6	-	-	0.75	0.32	
Omotogawa Hashi	45.65	85	45.65	176.3	0.50	-	
Bungo Hashi	37.45	37.45		74.9	0.63	0.34	
Yobuko Ohashi	121	250	121	492	2.70	0.58	
Vasco da Gamma	62	420	62	544	2.94	2.13	
Hong Kong	80	430	80	590	2.56	1.20	
Quincy Bayview	134	274	134	542	2.63	1.82	
Tampico	72	360	66	498	2.56	1.02	
Coatzacoalcos II	112.35	288	112.35	512.7	2.04	0.70	
Alex Fraser	-	465	-	930	3.08	2.11	(Álvarez, 1992)
Katsushika	-	220	-	445	2.22	0.76	
Hitsuishis	185	420	185	790	2.27	0.95	
Ewijk	-	260	-	-	2.00	0.86	
Mezcala	-	311.44	299.46	881.91	3.30	-	(Mota, 1993)
The Guozigou Bridge	170	360	170	700	3.06	-	(Wang, et al. 2008)
Antonio Dovali Jaime	-	288	-	1170	2.15		(Ortiz, et al. 2010)

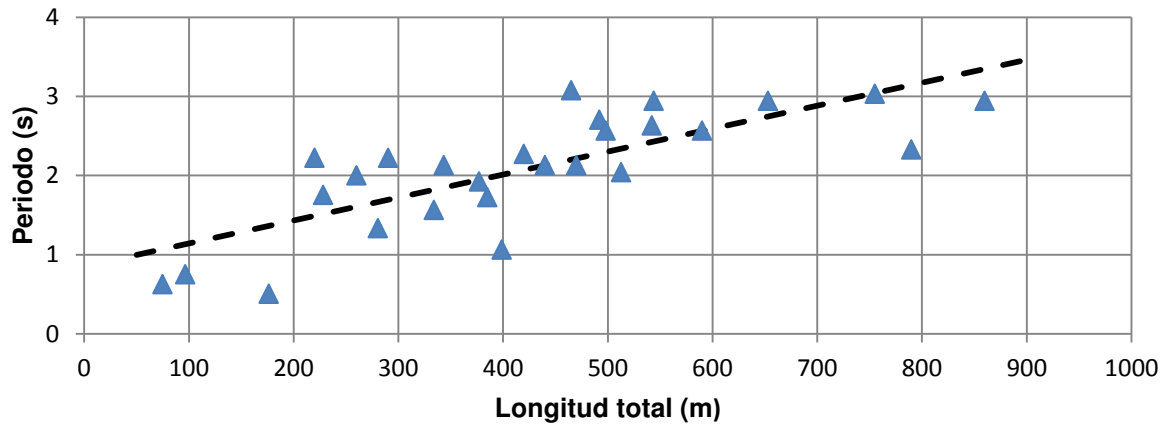


Figura 3.3 Predicción del periodo de vibrar en flexión ecuación 3.41.

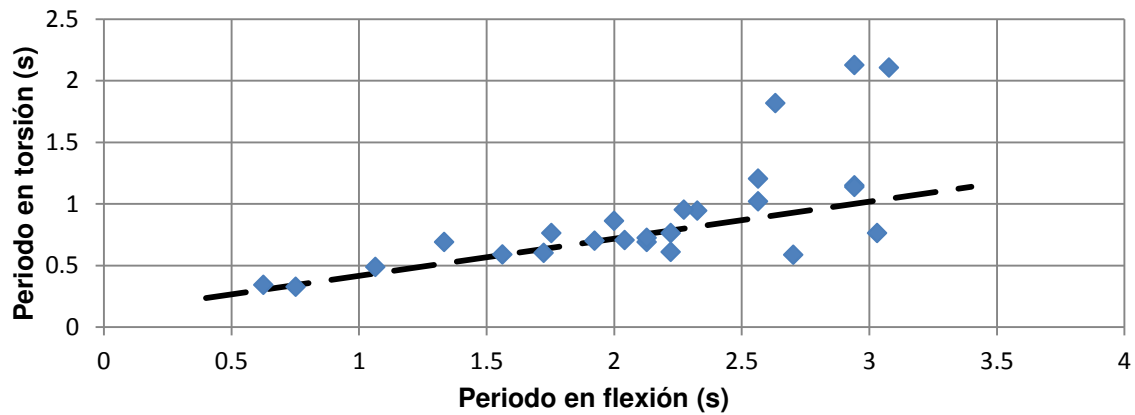


Figura 3.4 Predicción del periodo de vibrar en torsión ecuación 3.42.

3.4 Periodo de vibrar de puentes colgantes

3.4.1. Periodo en flexión, expresiones simplificadas

De acuerdo con Walther et al. (2003) la ecuación que define la frecuencia con base en la deformación estática máxima v_{Max} es:

$$\omega^2 = g/v_{max} \quad (3.43)$$

en donde g representa la aceleración de la gravedad.

Dividiendo 2π entre la ecuación (3.43) se obtiene la ecuación para determinar el periodo.

$$T_B = 2\pi \left(\frac{v_{max}}{g} \right)^{1/2} \quad (3.44)$$

Con base en un gran número de revisiones en puentes atirantados, se ha demostrado que la relación anterior permite obtener una estimación del periodo con un error del orden del 10% por encima del periodo real del puente (Walther, et al. 2003). Una mejor aproximación tomando en cuenta la distribución de las masas a lo largo de la cubierta, el estado y la forma del modo fundamental está dada por:

$$T_B = \frac{2\pi}{1.1} \left(\frac{v_{max}}{g} \right)^{1/2} \quad (3.45)$$

dónde v_{Max} representa la deformación estática máxima del sistema bajo su propio peso actuando en la dirección del modo de vibrar examinado. Para simplificar la ecuación (3.45) se sustituye en ella, la ecuación (3.46) basada en la catenaria máxima del puente f para obtener la ecuación (3.47).

$$v_{max} = \frac{2f}{\pi^2} \quad (3.46)$$

$$T_B = \frac{\sqrt{f}}{1.11} \quad (3.47)$$

3.4.2 Periodos en torsión

En el caso de un puente con cubierta flexible, la frecuencia natural por torsión es similar a la de flexión con la introducción de una constante geométrica, las frecuencias son obtenidas a partir de la geometría de la cubierta y la naturaleza de los apoyos. El periodo en torsión queda definido por:

$$T_T = \frac{2r}{\bar{b}} T_B \quad (3.48)$$

en donde r representa el radio de giro y $\bar{b}$ es la distancia transversal entre los cables. Para puentes con cubierta rígida, el periodo en torsión puede ser directamente deducida de la rigidez a la torsión GJ_t de la sección transversal por:

$$T_T = 2L \left(\frac{J_p}{GJ_t} \right)^{1/2} \quad (3.49)$$

donde J_p es el momento polar de inercia por unidad de longitud de la cubierta, J_t es la constante de torsión, L la longitud del claro principal y G el módulo de rigidez al cortante.

3.4.3 Ejemplo de aplicación 2

Como ejemplo se toma el puente colgante Golden Gate, el cual tiene las siguientes características: $f = 143.93 \text{ m}$, $\bar{b} = 15.24 \text{ m}$, $r = 3.81 \text{ m}$. Aplicando la ecuación (3.44) Baron et al. (1976).

$$T_B = \frac{\sqrt{143.93}}{1.11} = 10.81 \text{ s}$$

De acuerdo con lo reportado por Baron et al. (1976) el periodo del puente Golden Gate es de 10.71s (tabla 3.6), que comparado con el valor obtenido a partir de la ecuación (3.47) presenta una diferencia menor al 1% para este caso en particular. Si se aplica la ecuación (3.48) para calcular el periodo en torsión se tiene:

$$T_T = \frac{2(3.81)}{15.24} (10.81) = 5.41 \text{ s}$$

Si se compara este resultado con 5.45s con lo reportado en la tabla 3.6 la exactitud sigue siendo de alrededor de 99%, sin embargo no podemos generalizar tal precisión considerando sólo este caso en particular.

3.4.4 Guía de diseño para puentes carreteros

En el caso de puentes colgantes se presentan fórmulas (Xiang, et. al. 1998) para calcular el periodo en el primer modo simétrico y asimétrico, en torsión y flexión vertical. Para estimar el primer modo simétrico se presentan las ecuaciones (3.50), (3.51) y (3.52) correspondientes al periodo en la dirección longitudinal, flexión vertical y torsión, respectivamente.

$$T_L^s = \frac{L_c^2}{1.95} \sqrt{\frac{m_d + 2m_c}{EI_H}} \quad (3.50)$$

$$T_b^s = \frac{L_c}{0.3} \sqrt{\frac{(m_d + 2m_c)g}{E_c A_c}} \quad (3.51)$$

$$T_t^s = 2L_c \sqrt{\frac{m_d r^2 + m_c B_c^2 / 2}{GJ_d + 0.05256 E_c A_c (B_c / 2)^2}} \quad (3.52)$$

Para calcular el periodo del primer modo asimétrico se presentan las ecuaciones (3.53) y (3.54) correspondientes a flexión vertical y torsión, respectivamente.

$$T_b^a = \frac{\sqrt{f}}{1.11} \quad (3.53)$$

$$T_t^a = L_c \sqrt{\frac{m_d r^2 + m_c B_c^2 / 2}{GJ_d + 2H_g (B_c / 2)^2}} \quad (3.54)$$

en donde para todas las ecuaciones E_c , A_c , m_c , B_c , f , H_g son el módulo de elasticidad, el área de la sección transversal, la masa por unidad de longitud de uno de los cables principales, la distancia entre dos cables, la catenaria del cable principal y la fuerza en un cable debida a cargas muertas, respectivamente. GJ_d , EI_H , m_d , r , g son la rigidez a

la torsión, la rigidez lateral a flexión, la masa por unidad de longitud de la sección transversal, el radio de giro y la gravedad, respectivamente.

3.4.5 Periodos de vibrar en puentes colgantes existentes

En la tabla 3.4 se muestra una recopilación de las propiedades de puentes colgantes entre las cuales se muestra, la longitud del claro central, ancho de la sección, catenaria y frecuencias de flexión y torsión (Baron, et.al. 1976). Con base en los datos de la tabla 3.5, en la cual se muestran los periodos de vibrar en flexión y torsión de los puentes de la tabla 3.4, se llevó a cabo un análisis estadístico y mediante un ajuste de regresión lineal se proponen las expresiones (3.55) y (3.56) para calcular el periodo en flexión, basados en la catenaria del puente para la primera ecuación y en la longitud del claro principal (L_p) para la segunda.

$$T_v = \frac{f}{0.0362f + 7.677} \quad (3.55)$$

$$T_v = \frac{0.044L_p + 75.56}{L_p} \quad (3.56)$$

Tabla 3.5 Propiedades geométricas de puentes colgantes existentes (Baron, et. al. 1976)

Nombre del puente	Longitud del claro central (m)	Longitud del claro adyacente1 (m)	Longitud del claro adyacente2 (m)	Ancho de la sección (m)	Altura de la torre (m)	Sag (m)
Verrazano Narrows	1298.45	370.33	370.33	45.11	210.31	117.35
Golden Gate (1954)	1280.16	342.90	342.90	18.29	227.38	143.87
Mackinac	1158.24	548.64	548.64	14.02	168.25	106.68
Bosporus	1074.12	231.04	255.12	21.00	164.90	92.96
George Washington (original)	1066.80	185.93	198.12	27.43	181.36	96.32
George Washington (1962)	1066.80	185.93	198.12	49.38	181.36	99.06
Tagus/Salazar	1012.85	483.41	99.67	15.24	190.50	106.68
Forth Road	1005.84	408.43	408.43	14.63	156.06	91.44
Severn	987.55	304.80	304.80	19.81	143.26	82.30
Tacoma Narrows (original)	853.44	335.28	335.28	7.92	132.28	70.71
Tacoma Narrows (2)	853.44	335.28	335.28	14.23	152.40	85.34
San Francisco Oakland	704.09	353.57	353.57	27.13	136.25	70.41
Bronx-Whitestone	701.04	224.03	224.03	16.76	114.91	60.96
Delaware Memorial	655.32	228.60	228.60	14.63	134.11	65.53
Walt Whitman	609.60	234.70	234.70	24.08	115.21	59.44
Tancarville	608.08	175.87	175.87	12.50	123.14	67.67
Chesapeake Bay	487.68	201.17	201.17	106.68	8.53	45.11
Triborough	420.62	214.88	214.88	26.52	-	42.06
Mount Hope	365.76	153.62	153.62	86.56	9.75	36.58

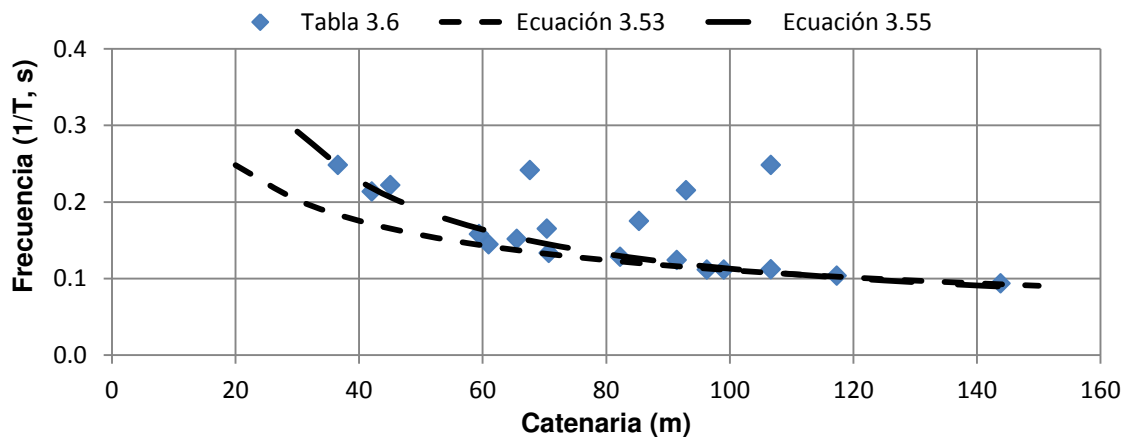


Figura 3.5 Predicción del periodo de vibrar en ecuación 3.55

Tabla 3.6 Periodo de vibrar de puentes colgantes existentes (Baron, et al. 1976)

Nombre del puente	Periodo en modo simétrico (s)		Periodo en modo antisimétrico (s)	
	Flexión	Torsión	Flexión	Torsión
Verrazano Narrows	-	-	9.68	5.04
Golden Gate (1954)	8.20	-	10.71	5.45
Mackinac	10.77	3.59	8.93	2.21
Bosporus	-	-	4.65	2.09
George Washington (original)	6.44	5.52	8.96	7.32
George Washington (1962)	-	-	8.96	4.55
Tagus/Salazar	-	-	4.03	-
Forth Road	10.31	15.38	8.06	5.98
Severn	-	-	7.79	1.96
Tacoma Narrows (original)	8.21	6.27	7.50	6.00
Tacoma Narrows (2)	7.20	-	5.71	-
San Francisco Oakland	8.05	-	6.06	-
Bronx-Whitestone	6.22	4.68	6.92	5.18
Delaware Memorial	6.09	-	6.59	-
Walt Whitman	6.38	-	6.34	-
Tancarville	4.00	0.97	4.14	0.86
Chesapeake Bay	5.42	4.49	4.51	3.73
Triborough	6.13	-	4.69	-
Mount Hope	4.58	-	4.03	-

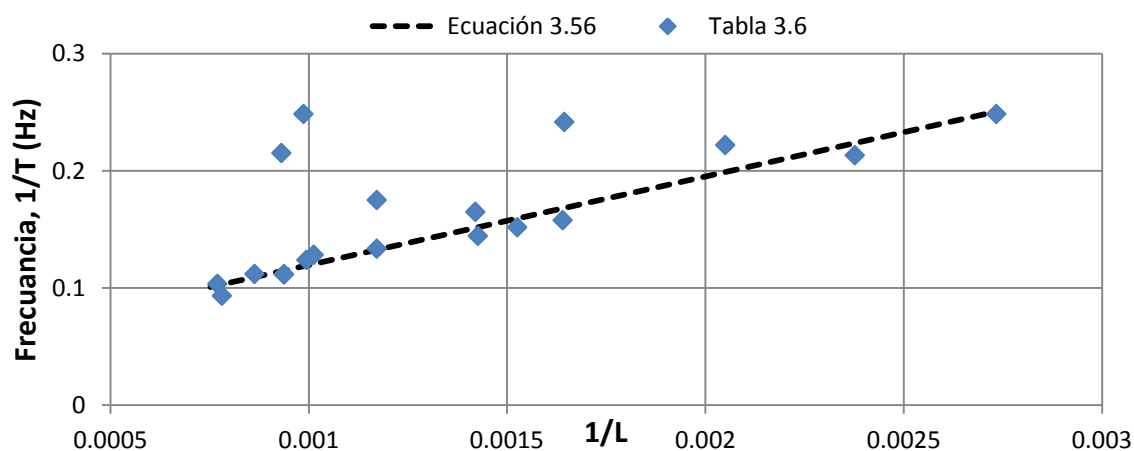


Figura 3.6 Predicción del periodo de vibrar en ecuación 3.56

3.5 Periodos de vibrar en puentes en curva

Para obtener la ecuación que gobierna el movimiento de una viga curva se han hecho las siguientes suposiciones:

- Se considera que la viga se encuentra simplemente apoyada (2 apoyos).
- La sección transversal puede ser asimétrica pero debe mantenerse constante a lo largo de la viga.
- La sección transversal puede ser abierta (con una o más celdas) o sólida.
- La sección transversal es no-deformable en su plano, pero flexible fuera del mismo.
- El material del que está hecho el elemento es elástico y homogéneo.
- Se desprecia el amortiguamiento, ya que su efecto sobre la frecuencia natural y las formas modales es pequeño.

La ecuación que gobierna el movimiento de una viga curva es:

$$\begin{aligned}
 & \left(\frac{\omega_i}{\omega_{vi}} \right)^6 + \left[\gamma \delta_y \left(\frac{I_o}{I_p} - \frac{AR^2}{I_p} \delta_y^2 \right) + \frac{AR^2}{I_p} \delta_x \delta_y \gamma \left(1 + \frac{1}{R^2 \theta_i^2} \right) \right] \left(\frac{\omega_{ui}}{\omega_{vi}} \right)^2 \left(\frac{\omega_i}{\omega_{vi}} \right)^4 - \\
 & \frac{AR^2}{I_p} \delta_x \delta_y \left(\delta_y - \frac{\rho_y}{R^2 \theta_i^2} \right) \left(\frac{\omega_{ui}}{\omega_{vi}} \right)^2 \left(\frac{\omega_i}{\omega_{vi}} \right)^4 + \\
 & \left[\frac{A\gamma}{I_p \theta_i^2} \delta_y - \frac{A}{I_p \theta_i^2} \delta_y (\delta_y - \rho_y) - \eta \left(\frac{I_o}{I_p} - \frac{AR^2}{I_p} \delta_x^2 \right) \right] \left(\frac{\omega_{ui}}{\omega_{vi}} \right)^2 \left(\frac{\omega_i}{\omega_{vi}} \right)^4 - \\
 & \frac{I_o}{I_p} \left[1 + 2\delta_x + \frac{I_o}{AR^2} - \delta_y^2 \right] \left(\frac{\omega_{\phi i}}{\omega_{vi}} \right)^2 \left(\frac{\omega_i}{\omega_{vi}} \right)^4 + \\
 & \left\{ \frac{AR^2}{I_p} \beta \delta_x \delta_y - \left(\frac{I_o}{I_p} - \frac{AR^2}{I_p} \delta_y^2 \right) - \frac{A}{I_p \theta_i^2} \left[-\beta \delta_y + 2\delta_x + \frac{1}{R^2 \theta_i^2} + \rho_x \left(\delta_x + \frac{1}{R^2 \theta_i^2} \right) \right] \right\} \left(\frac{\omega_i}{\omega_{vi}} \right)^4 \\
 & \left[\frac{I_o}{I_p} \eta \psi + \frac{2A}{I_p \theta_i^2} (\delta_x \eta \psi + \delta_y \gamma) + \frac{A}{I_p \theta_i^2} \gamma \eta \rho_x \delta_y - \frac{A}{I_p \theta_i^2} \beta \eta \rho_y \left(\delta_x + \frac{1}{R^2 \theta_i^2} \right) \right] \left(\frac{\omega_{ui}}{\omega_{vi}} \right)^2 \left(\frac{\omega_i}{\omega_{vi}} \right)^2 +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left[-\frac{A}{I_p \theta_i^2} \delta_y^2 \left(1 + \eta \psi + \frac{\psi}{R^2 \theta_i^2} \gamma \beta \right) + \frac{A}{I_p \theta_i^2} \rho_y \delta_y \left(1 + \frac{1}{R^2 \theta_i^2} \right) + \frac{A}{I_p R^2 \theta_i^4} \eta \psi \right] \left(\frac{\omega_{ui}}{\omega_{vi}} \right)^2 \left(\frac{\omega_i}{\omega_{vi}} \right)^2 \\
& + \left[\frac{A}{I_p \theta_i^2} \rho_x \eta \left(\delta_x + \frac{1}{R^2 \theta_i^2} \right) \right] \left(\frac{\omega_{ui}}{\omega_{vi}} \right)^2 \left(\frac{\omega_i}{\omega_{vi}} \right)^2 \\
& + \left[\frac{I_o}{I_p} \eta (1 + \beta \delta_y) - \frac{I_o}{I_p} \frac{\eta}{R^2 \theta_i^2} (\rho_x - \beta \delta_y) \right] \left(\frac{\omega_{\phi i}}{\omega_{vi}} \right)^2 \left(\frac{\omega_i}{\omega_{vi}} \right)^2 \\
& + \frac{I_o}{I_p} \eta \left[(2\delta_x - \delta_y^2) + \left(\frac{I_o}{AR^2} + 1 \right) \right] \left(\frac{\omega_{ui}}{\omega_{vi}} \right)^2 \left(\frac{\omega_{\phi i}}{\omega_{vi}} \right)^2 \left(\frac{\omega_i}{\omega_{vi}} \right)^2 \\
& + \frac{I_o}{I_p} \eta^2 \left[\frac{\rho_x}{R^2 \theta_i^2} - \frac{\beta \rho_y}{R^2 \theta_i^2} - \eta \psi \right] \left(\frac{\omega_{ui}}{\omega_{vi}} \right)^2 \left(\frac{\omega_{\phi i}}{\omega_{vi}} \right)^2 = 0
\end{aligned} \tag{3.57}$$

en donde los parámetros están definidos por las ecuaciones 3.58 a 3.72.

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \tag{3.58}$$

$$\rho_x = r_x / R \tag{3.59}$$

$$\rho_y = r_y / R \tag{3.60}$$

$$l = \frac{\alpha_1 \pi R}{180} \tag{3.61}$$

$$\delta_x = x_0 / R \tag{3.62}$$

$$\delta_y = y_0 / R \tag{3.63}$$

$$\theta_i = \frac{\pi}{l} i \tag{3.64}$$

$$I_0 = I_p + A(x_0^2 + y_0^2) \quad (3.65)$$

$$\beta = I_{xy}/I_x \quad (3.66)$$

$$\gamma = I_{xy}/I_y \quad (3.67)$$

$$\eta = 1 - \frac{1}{R^2 \theta_i^2} \quad (3.68)$$

$$\mu = 1 - K_t/I_p \quad (3.69)$$

$$\psi = 1 - \beta\gamma \quad (3.70)$$

$$r_x = \frac{1}{I_x} \int y^2 x dA \quad (3.71)$$

$$r_y = \frac{1}{I_y} \int x^2 y dA \quad (3.72)$$

en donde E , ρ , ν , R , α_1 , A y I_x , son el módulo de elasticidad, la densidad másica, el módulo de Poisson, el radio de curvatura, el ángulo central en grados, el área de la sección transversal y el momento de inercia en el eje X respectivamente, e I_y , I_{xy} , $x_0 y_0$, I_w , K_t e I_p son el momento de inercia en el eje Y, momento de inercia XY, las coordenadas del centro de cortante, el constante de alabeo, en constante de St Venant y momento polar de inercia, respectivamente.

Al obtener las raíces de la ecuación (3.57) se encuentran los valores de 3 frecuencias: Flexión en dos direcciones y torsión. Para corroborar los resultados se presenta dos

modelos de vigas en curva, las propiedades de dichos modelos se describen en la tabla 3.7, la principal diferencia entre ambos modelos es la doble asimetría del modelo B contra la asimetría en X que presenta el modelo A. De acuerdo con los resultados obtenidos en pruebas de laboratorio (Myassar, 1972), en la tabla 3.8 presenta una comparación entre los resultados obtenidos en dichas pruebas contra los de la programación de la ecuación (3.57), se observa que para los primeros 4 modos, se presentan errores menores al 9% (tabla 3.8) y su comportamiento se representa en la figura 3.7, donde se observa que los valores y la distribución de las frecuencias es similar.

Tabla 3.7 Propiedades geométricas de vigas curvas

PROPIEDAD	MODELO A	MODELO B	PROPIEDAD	MODELO A	MODELO B
A	0.00517 m ²	0.00556 m ²	Y ₀	-0.01252 m	-0.006106 in
I _x	0.0000051 m ⁴	0.0000053 m ⁴	I _w	0.000000018 m ⁶	0.0000000163 m ⁶
I _y	0.0000786 m ⁴	0.0000794 m ⁴	K _t	0.00001319 m ⁴	0.0000132 m ⁴
I _{xy}	0	0.005897 m	R	1.2954 m	1.2719 m
r _x	0	0.000995 m	α _l	90°	90°
r _y	0.01222 m	0.010177 m	ρ	124.21 kg.sec ² /m ⁴	124.21 kg.sec ² /m ⁴
I _p	0.0000837 m ⁴	0.0000847 m ⁴	E	303664207.3 kg/m ²	303664207.3 kg/m ²
X ₀	0	0.000639 m	ν	0.18	0.18

Tabla 3.8 Comparación entre resultados experimentales y programa de vigas curvas

MODELO A			MODELO B		
EXPERIMENTAL	TEÓRICO	ERROR	EXPERIMENTAL	TEÓRICO	ERROR
12.7	12.354	-2.72%	12.5	12.029	-3.77%
59.7	64.475	8.00%	58.65	62.312	6.24%
63	67.137	6.57%	60.5	65.536	8.32%
114	106.518	-6.56%	115	106.131	-7.71%

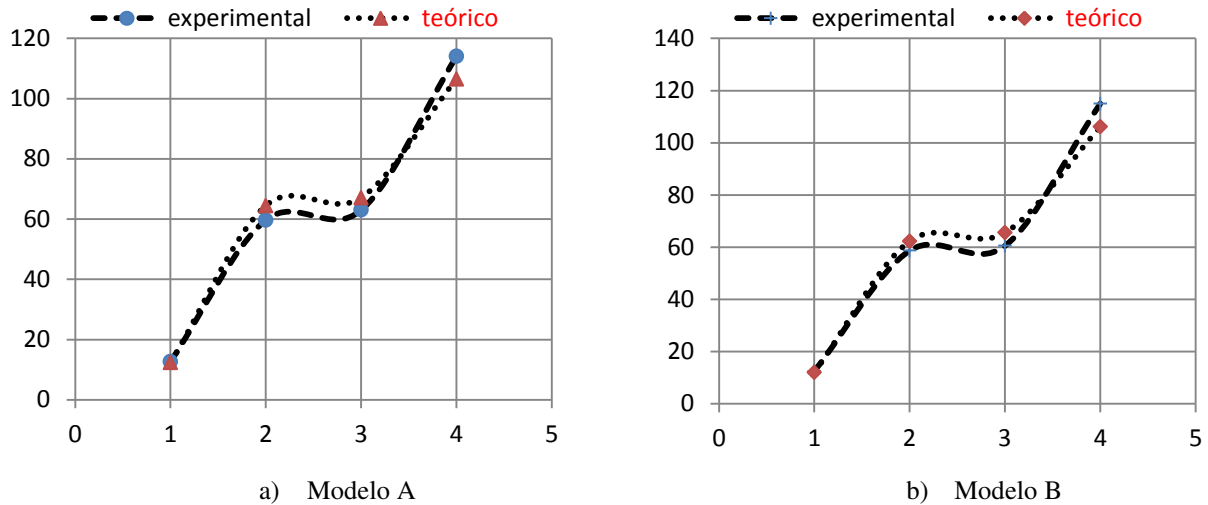
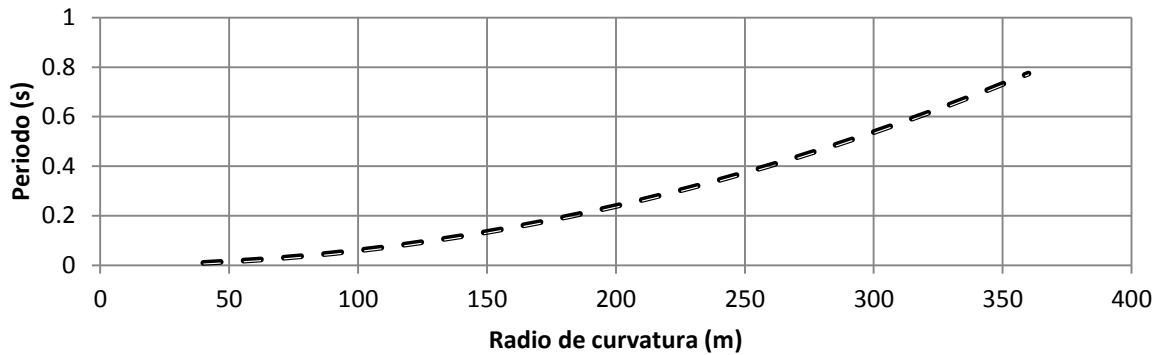


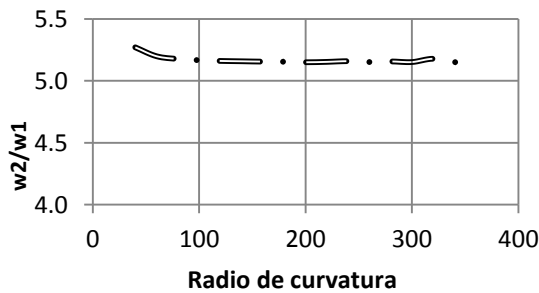
Figura 3.7 Resultados experimentales vs ecuación (2.60)

La longitud y curvatura del puente depende principalmente de dos parámetros: El radio de curvatura y el ángulo central. En la figura 3.8 se presenta el efecto que tiene el radio de curvatura sobre los primeros tres modos para el modelo A, en donde como era de esperarse al incrementar el radio de curvatura, R , se incrementa la longitud y por consiguiente el periodo, manteniendo una dependencia del tipo exponencial (figura 3.8a). Se puede observar que el incremento de R no tiene ningún efecto en la relación de frecuencias entre el modo 1 y 2 (flexión vertical y flexión horizontal), más sin embargo incrementa la relación entre el modo 1 y 3 (flexión vertical y torsión) de forma lineal. Este comportamiento se puede adjudicar al hecho de que al incrementar R la forma del puente tiende a una viga recta y la torsión a perder importancia en el comportamiento de la misma.

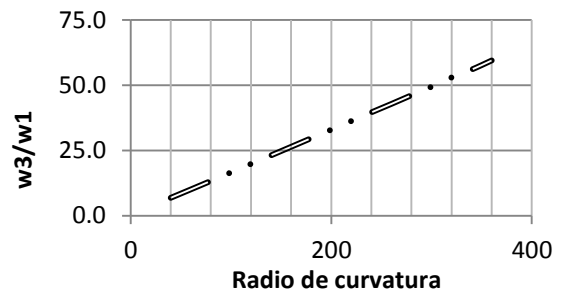
La variación del ángulo central genera en el periodo una tendencia similar a la del radio de curvatura, con lo cual se puede argumentar que el periodo está estrechamente ligado con la longitud del puente y no tanto con el radio de curvatura ni el ángulo central. Se observa que existe una mayor dependencia a la variación del ángulo central, de la relación entre las frecuencias, con una tendencia a un triple acoplamiento para ángulos menores a 20° , en donde pequeñas variaciones incrementan la relación entre frecuencia a flexión vertical y horizontal y parecen mantener constante la relación entre flexión vertical y torsión, y para ángulos mayores a 20° el efecto tiende a invertirse.



a) Variación del periodo del primer modo con respecto al radio de curvatura.



b) Relación del primer y segundo modo al variar el radio de curvatura.



c) Relación del primer y tercer modo al variar el radio de curvatura.

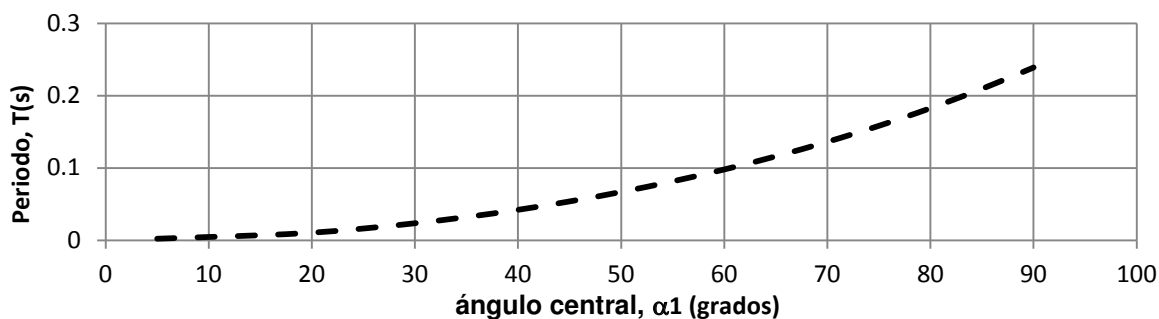
Figura 3.8 Comportamiento del modelo A en sus primeros 3 modos al variar el radio de curvatura $\alpha_1=90^\circ$.

La tabla 3.9 presenta las propiedades de un puente en curva (Kou, 1989) y se analiza con la finalidad de observar si el comportamiento de los modelos A y B se asemeja a los de un puente a escala real.

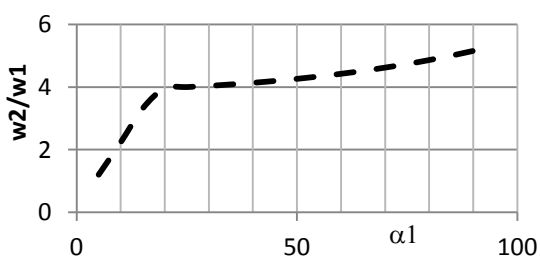
En la figura 3.9 a 3.11 se presentan los resultados obtenidos para el modelo A y C. Se observa que el comportamiento en cuanto a los modos de flexión vertical (modo 1), flexión horizontal (modo 2) y torsión (modo 3), es muy similar al del modelo A, con una clara dependencia del periodo al radio de curvatura y al ángulo central y con relaciones de frecuencias más susceptibles a los cambios del ángulo central. Estos resultados llevan a esperar un comportamiento similar en los puentes en curva sin importar sus dimensiones o propiedades geométricas de la sección transversal.

Tabla 3.9 Propiedades de un puente en curva

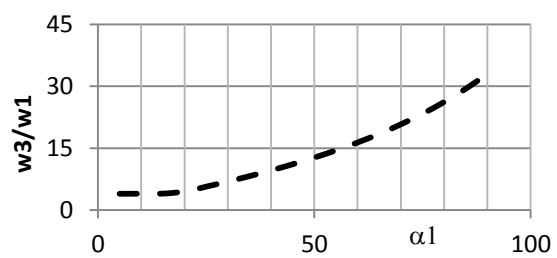
PROPIEDAD	MODELO C	PROPIEDAD	MODELO C
A	5.684 m ²	Y ₀	0
I _x	3.676 m ⁴	I _w	0
I _y	48.99 m ⁴	K _t	7.915 m ⁴
I _{xy}	0	R	182.88 ft
r _x	0	α ₁	28.65°
r _y	0	ρ	0.24475 kg.sec ² /m ⁴
I _p	13.81 m ⁴	E	2108779.22 kg/m ²
X ₀	0	ν	0.18



a) Variación del periodo del primer modo con respecto al ángulo central.

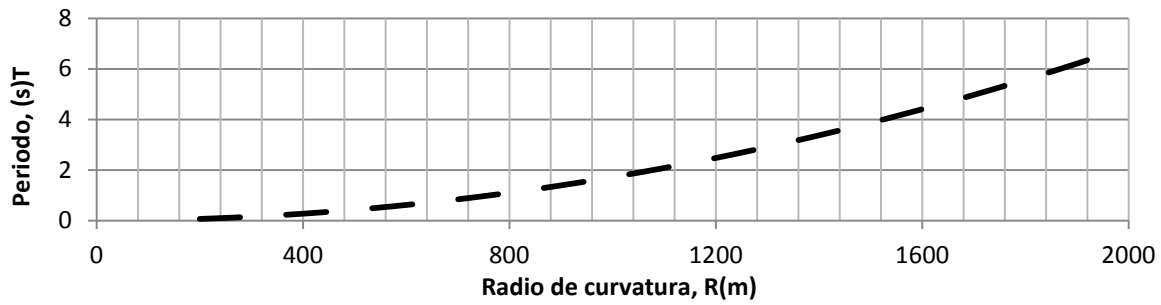


b) Relación del primer y segundo modo al variar el ángulo central.

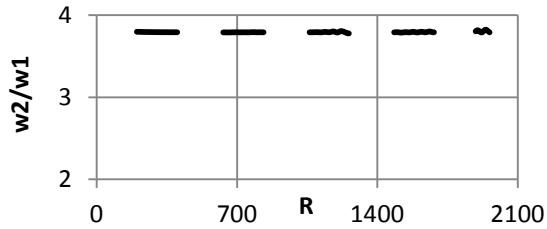


c) Relación del primer y tercer modo al variar el ángulo central.

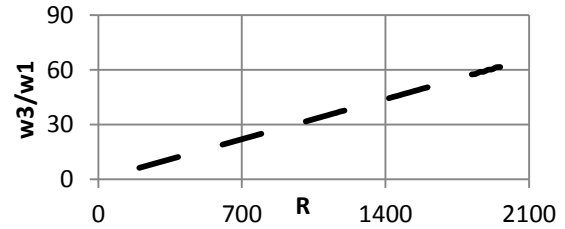
Figura 3.9 Comportamiento del modelo A en sus primeros 3 modos al variar el ángulo central (α₁), R=200.



a) Variación del periodo del primer modo con respecto al radio de curvatura.

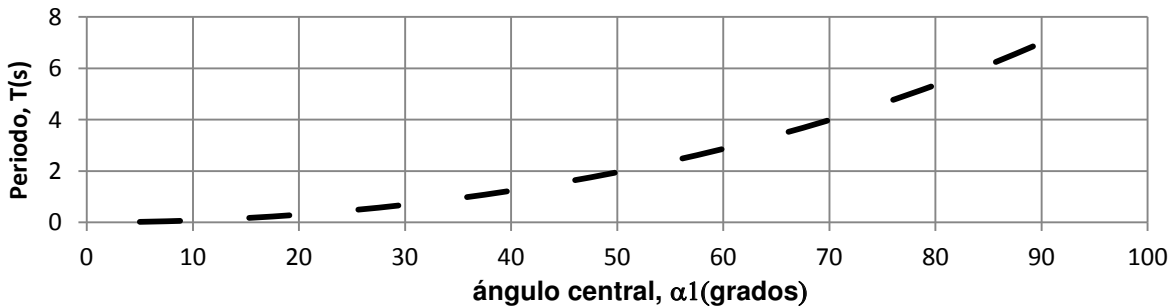


b) Relación del primer y segundo modo al variar el radio de curvatura.

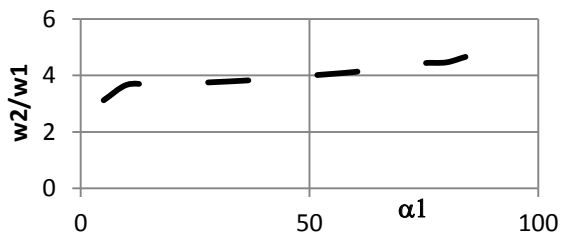


c) Relación del primer y tercer modo al variar el radio de curvatura.

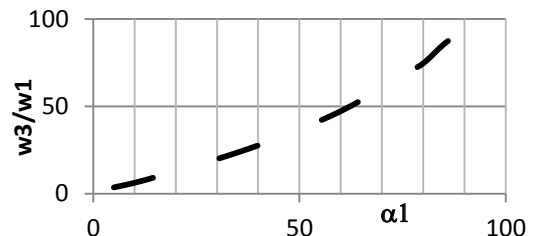
Figura 3.10 Comportamiento del modelo C en sus primeros 3 modos al variar el radio de curvatura $\alpha_1=28.65^\circ$.



a) Variación del periodo del primer modo con respecto al ángulo central.



a) Relación del primer y segundo modo al variar el ángulo central.



b) Relación del primer y tercer modo al variar el ángulo central.

Figura 3.11 Comportamiento del modelo A en sus primeros 3 modos al variar el ángulo central (α_1), $R=600$.

En algunas ocasiones suele hacerse la simplificación de un puente en curva, representándolo a través de un conjunto de líneas rectas, a lo cual se le llama viga recta equivalente (VRE), cuyas frecuencias en flexión horizontal, flexión vertical y torsión están representadas por las ecuaciones (2.73), (2.74) y (2.75), respectivamente (Myassar et. al., 1972).

$$\bar{\omega}_{ui}^2 = \frac{EI_y}{\rho A} \theta_i^4 \quad (3.73)$$

$$\bar{\omega}_{vi}^2 = \frac{EI_x}{\rho A} \theta_i^4 \quad (3.74)$$

$$\bar{\omega}_{\phi i}^2 = \frac{EI_w \theta_i^4 + \mu G K_t \theta_i^2}{\mu \rho I_0} \quad (3.75)$$

En la tabla 3.10 se presenta la comparación de las frecuencias para los primeros 4 modos, se observa que se pueden presentar errores de alrededor del 50%, en donde al aumentar el modo disminuye el error. La figura 3.12 muestra que la tendencia de los valores de frecuencia obtenidos con una viga recta equivalente y los de una viga curva es la misma, presentando errores menores al 15% en la frecuencia a torsión y flexión horizontal y alcanzando un 50% para flexión vertical. De acuerdo con los resultados del modelo A y B se observó que existe una ligera dependencia del error con las propiedades geométricas de la sección. En la tabla 3.11 se presenta una comparación entre los resultados de frecuencias de los primeros 4 modos, obtenidos para una viga curva contra los de una viga recta equivalente para el modelo C y suponiendo simetría en el modelo A.

Tabla 3.10 Comparación de los resultados experimentales con los de una viga recta equivalente para los modelos A y B.

MODELO A			MODELO B		
EXPERIMENTAL	VRE	ERROR	EXPERIMENTAL	VRE	ERROR
12.7	18.86	48.50%	12.5	18.442	47.54%
59.7	73.81	23.64%	58.65	71.334	21.63%
63	75.45	19.76%	60.5	73.766	21.93%
114	93.69	-17.82%	115	92.996	-19.13%

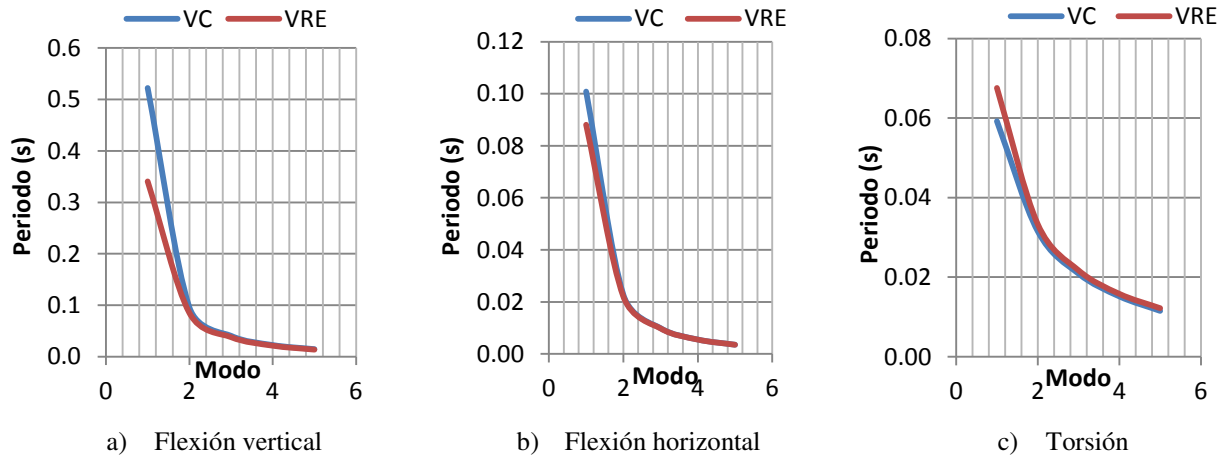


Figura 3.12 Comparación de las frecuencias para una viga curva vs viga recta equivalente.

De acuerdo con la tabla 3.11 el modelo C presenta errores menores al 5%, más sin embargo el modelo A mantiene un error de 50% en el primer modo, de lo cual se concluye que el error no depende de la simetría de la sección si no de las propiedades generales de la misma, por lo que no se puede determinar con anticipación si una viga recta equivalente dará una aproximación satisfactoria, por lo cual es recomendable considerar el puente en curva como tal.

Tabla 3.11 Comparación de los periodos de una viga curva con los de una viga recta equivalente para los modelos C y A simétrico

MODELO C			MODELO A, SIMÉTRICO		
VC	VRE	ERROR	VC	VRE	ERROR
14.749	14.17	4.09%	0.509	0.333	52.86%
3.893	3.855	1.17%	0.097	0.085	14.29%
3.578	3.55	1.00%	0.094	0.083	12.62%
1.582	1.575	0.47%	0.059	0.067	-11.88%

3.5.1 Ecuación simplificada para calcular el periodos de un puentes en curva

Se considera que las secciones para puentes en curva, que validan las ecuaciones posteriores son las mostradas en la figura 2.12. La ecuación (3.76) calcula la longitud efectiva del puente.

$$L = R\Phi \quad (3.76)$$

Los parámetros $P_{I,II}$ representan la frecuencia circular del puente en rad/s y está dada por la ecuación (3.77) en donde $P_I < P_{II}$.

$$P_{I,II} = \sqrt{b \mp \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{2a}}} \quad (3.77)$$

En donde los parámetros a , b , c están descritos por las ecuaciones (3.78), (3.79) y (3.80).

$$a = A_y I_s \quad (3.78)$$

$$b = A_y I_s (P_{\omega\omega}^2 + P_{\beta\beta}^2) - S_y S_y' (P_{\beta\omega}^2 + P_{\omega\beta}^2) \quad (3.79)$$

$$c = A_y I_s P_{\omega\omega}^2 P_{\beta\beta}^2 - S_y S_y' P_{\omega\beta}^2 \quad (3.80)$$

Los parámetros que describen las ecuaciones (3.78) a (3.80) están definidos en función de las propiedades estáticas de la sección transversal del puente y se calculan con las ecuaciones (3.81) a (3.85).

$$P_{\omega\omega}^2 = E_s I_x' \frac{\pi^2 (\pi^2 - \Phi^2)}{m A_y L^4} \quad (3.81)$$

$$P_{\beta\omega}^2 = E_s I'_x \frac{\Phi(\pi^2 - \Phi^2)}{m S'_y L^3} \quad (3.82)$$

$$P_{\omega\beta}^2 = E_s I'_x \frac{\Phi\pi^2(\gamma + 1)}{m S_y L^3} \quad (3.83)$$

$$P_{\beta\beta}^2 = E_s I'_x \frac{\gamma\pi^2 + \Phi^2}{m I_s L^2} \quad (3.84)$$

$$\gamma = \frac{G_s K + E_s I_\omega (\pi/L)^2}{E_s I'_x} \quad (3.85)$$

Al resolver la ecuación (3.77) para p_I se puede estimar el periodo a partir de la ecuación (3.86).

$$T_B = \frac{2\pi}{p_I} \quad (3.86)$$

donde $L, R, \Phi, B, m, A_y, E_s$, son la longitud del puente, el radio de curvatura, el ángulo central, el ancho de la sección transversal, la masa, el área de la sección transversal y el módulo de elasticidad, respectivamente. $S'_y, S_y, I'_x, I_s, K, G_s, I_\omega$, son: momento estático, coordenada Y del centro de cortante, momento de inercia, momento polar de inercia, constante de torsión, módulo de rigidez al cortante, constante de alabeo (Nakai, et. al. 1988).

3.6 Conclusiones

De acuerdo con los resultados obtenidos al aplicar algunas de las ecuaciones recopiladas para calcular el periodo, se concluye que es posible obtener una buena aproximación del periodo de vibrar de los diferentes tipos de puentes, usando propiedades generales como la longitud, la masa, etc. Sin la necesidad de crear modelos complejos, siempre y cuando se tenga la certeza de que la formula a utilizar tenga una buena exactitud para el tipo de puente correspondiente.

La ecuación 3.41 propuesta para calcular el periodo de vibrar (flexión) en puentes atirantados tiene una mayor exactitud para la muestra dada, que algunas otras ecuaciones sugeridas, pero debe tomarse en cuenta que para algunos puentes atirantados con características especial o fuera de la muestra, las predicciones de la misma podrían no ser adecuadas.

El periodo de vibrar en torsión para puentes atirantados es dependiente del periodo en flexión, por lo que al calcular éste último es posible dar una estimación aceptable del mismo.

Para puentes colgantes ambas ecuaciones propuestas para calcular el periodo de vibrar en flexión tienen una buena aproximación, pero es más fácil conocer la longitud del claro principal que la catenaria del puente.

El periodo de vibrar de un puente en curva se puede obtener en base a sus propiedades físicas y geométricas, con una exactitud mayor a 90%.

El periodo de vibrar en flexión de un puente en curva depende del radio de curvatura y el ángulo central, conforme mayor sean estos, mayor será el periodo de vibrar en flexión.

Para calcular el periodo de vibrar de un puente en curva, no es válido representar al mismo como viga recta equivalente. Los resultados pueden variar desde un valor cercano al real hasta un error del 50%.

CAPITULO 4 SIMULACIÓN DE RAFAGAS DE VIENTO Y ECUACIONES DE MOVIMIENTO DEL TABLERO DE UN PUENTE

4.1 Variables aleatorias y procesos estocásticos

Un proceso físico se llama proceso estocástico si sus resultados numéricos en cualquier momento o posición en el espacio son al azar y solo se puede predecir con una cierta probabilidad. Un dato que forma parte de las observaciones de un proceso estocástico, solo puede ser considerado como una parte particular de las realizaciones del proceso, ninguno de los cuales puede ser repetido con certeza incluso en condiciones aparentemente iguales. El resultado de un proceso es determinista en la medida en que representa una simulación matemática cuyos parámetros de entrada han sido predeterminados y se mantienen sin cambios.

Las características físicas de un proceso estocástico son descritas por sus propiedades estadísticas y si es la causa de otro proceso este también será un proceso estocástico. Si un evento físico puede ser descrito matemáticamente por ciertas leyes de la naturaleza, una entrada estocástica proporcionará una salida estocástica. Por lo tanto la estadística constituye una descripción matemática que proporciona los parámetros necesarios para predicciones numéricas de las variables aleatorias que son la causa y efecto de los eventos físicos.

La presión instantánea de la velocidad del viento en un momento dado y su ubicación es un proceso estocástico, esto implica que si queremos predecir su valor y posición en un tiempo determinado solo se puede llevar a cabo de manera estadística, ya que una observación en un conjunto de las mismas no puede representarse con precisión, pero seguirá un cierto patrón que solo puede ser representado matemáticamente por la estadística.

Dado que el viento se encuentra en todas partes y permanece en contacto con las estructuras, es necesario distinguir entre la estadística de corto y largo plazo, donde los

resultados aleatorios a corto plazo son representativos en el dominio del tiempo para las condiciones de un cierto clima, por ejemplo: el periodo de un paso de alta o baja presión, mientras que las condiciones a largo plazo son un conjunto representativo de una gran parte de condiciones individuales a corto plazo.

Para uso de la ingeniería estructural se considera que el viento es homogéneo y se fija un lapso de tiempo lo suficientemente corto como para representar las propiedades estadísticas como constantes, los periodos de tiempo varían de acuerdo a la reglamentación de cada país, es común usarse periodos de 3s, 10min o 1 hora.

En la ingeniería eólica se puede representar al viento en dos partes: 1) Las fluctuaciones de la velocidad del viento en la dirección del flujo principal, 2) La parte que no varía con el tiempo ecuación (4.1). Esta última también conocida como velocidad media del viento, propuesta para una determinada altura de referencia (por lo general 10m) y aumenta con el incremento de altura. La parte fluctuante u' representa la componente de la turbulencia en la dirección del viento. La velocidad media del viento es una variable estocástica para la cual es aplicable la estadística a largo plazo, mientras que el componente de la turbulencia es una variable estocástica cuyas propiedades estadísticas solo nos interesan en un corto plazo en el dominio del tiempo. De igual manera, la respuesta de la estructura, como los desplazamientos y esfuerzos resultantes en la sección transversal pueden considerarse como procesos estocásticos.

$$U\{x, y, z, t\} = \begin{Bmatrix} \bar{U} + u' \\ v' \\ w' \end{Bmatrix} \quad (4.1)$$

El cálculo de la respuesta estructural, dinámico o no, se realizan en un lapso de tiempo donde los efectos de la carga son constantes y la carga dinámica se representa mediante una densidad de probabilidad Gaussiana con desviación estándar constante.

4.2 Simulación de ráfagas de viento

La simulación de un proceso estocástico X en el dominio del tiempo y del espacio, implica la extracción de uno o más puntos para los cuales se conoce el dominio de la frecuencia. El proceso puede contener o no, propiedades de coherencia en tiempo y espacio. Para procesos no coherentes no hay una conexión estadística entre una serie

de simulaciones de varios puntos en el espacio, y así, la simulación puede ser tratada como una representación de una serie de puntos independientes. Para un proceso coherente existe una conexión estadística entre cada uno de los m puntos de la serie M . Si la serie representa una distribución del viento en tiempo y espacio, existirá una cierta conexión estadística entre los valores instantáneos $X_m(t), m = 1, 2, \dots, M$ que relacionan las propiedades espaciales en el campo del viento. Con el propósito de describir matemáticamente la turbulencia del viento se implanta la función de densidad espectral.

La densidad espectral describe la distribución en función de la frecuencia o de la variación de magnitud de la velocidad del viento con el tiempo. Considerando un plano cartesiano en donde x es paralelo a la dirección del viento y z es vertical, $\bar{U}$ representa la velocidad media y u', v', w' son las componentes de turbulencia o fluctuaciones en las direcciones x, y, z respectivamente, tal que el vector de la velocidad del viento queda definido por la ecuación (4.1).

Se pueden definir las propiedades del campo del viento, a través de la velocidad media del viento y una matriz de 3x3 que contiene los principales espectros de correlación de las componentes de turbulencia.

$$S\{x, y, z, n\} = \begin{bmatrix} S_{uu} & S_{uv} & S_{uw} \\ S_{vu} & S_{vv} & S_{vw} \\ S_{wu} & S_{wv} & S_{ww} \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

La variación en el espacio de los espectros de correlación puede ser expresada por la separación $s = |s_i - s_j|$ entre dos puntos arbitrarios s_i y s_j . De acuerdo con lo anterior el espectro de correlación $S_{ij}\{s, n\}$ podrá ser expresado por el espectro de un solo punto s_i y s_j y el correspondiente co-espectro normalizado.

$$S_{ij}\{s, n\} = \sqrt{S_i\{n\}S_j\{n\}} \sqrt{coh_{ij}\{s, n\}} \quad (4.3)$$

donde el último término de la ecuación es la raíz de la función de coherencia.

4.2.1 Correlación espacial de la turbulencia del viento

La variación espacial entre las fluctuaciones de la velocidad del viento a dos alturas diferentes z_1 y z_2 para las fluctuaciones longitudinales para una promediación T ecuación (4.4).

$$\overline{u'(z_1)u'(z_2)} = \frac{1}{T} \int_0^T u'(z_1, t)u'(z_2, t)dt \quad (4.4)$$

De estadística, el coeficiente de correlación espacial para fluctuaciones longitudinales puede ser escrito como:

$$\rho_{uu} = \frac{\overline{u'(z_1)u'(z_2)}}{\sigma_u(z_1)\sigma_u(z_2)} \quad (4.5)$$

Con lo que la función exponencial para las fluctuaciones longitudinales es:

$$\rho_{uu} = \exp[-C_{uu}|z_1 - z_2|] \quad (4.6)$$

La raíz de la función de coherencia es la componente necesaria en la generación de la simulación de la velocidad del viento en el tiempo para aplicar un modelo de campo aleatorio y es representada por una función exponencial ecuación (4.7).

$$\sqrt{\text{coh}(s, n)} = e^{-\phi} \quad (4.7)$$

para la cual:

$$\phi = \frac{2n \sqrt{[C_x^2(x_i - x_j)^2 + C_y^2(y_i - y_j)^2 + C_z^2(z_i - z_j)^2]}}{U(z_i) + U(z_j)} \quad (4.8)$$

donde n es la frecuencia (Hz), C_y y C_z , son coeficientes que pueden variar con la altura o la rugosidad del terreno, pero que podemos considerar como constantes ($C_y = 16$ y $C_z = 10$) y C_x es ignorado debido a que solo se consideraran análisis en las direcciones perpendiculares al flujo del viento (eje Y y Z) (Strommen, 2006). x_i , x_j , y_i , y_j , z_i , z_j , representan coordenadas de los puntos i , j y $U(z_i)$, $U(z_j)$, las velocidades de los puntos a su altura correspondiente. Se pueden hacer simplificaciones para la ecuación (4.8), si el análisis se realiza en una sola dirección, con lo cual se obtiene la ecuación (4.9) en la dirección horizontal Y y ecuación (4.10) en la dirección vertical Z .

$$\phi = \frac{2nC_z(z_i - z_j)}{U(z_i) + U(z_j)} \quad (4.9)$$

$$\phi = \frac{2nC_y(y_i - y_j)}{2U(z)} \quad (4.10)$$

De acuerdo con Aas-Jokobsen (2001) la función de coherencia anterior solo aplica en las direcciones que no son paralelas al flujo del viento y para la dirección del flujo del viento se tiene la siguiente función de coherencia:

$$\sqrt{COH_{uu}\{s, f\}} = \left(1 - \frac{1}{2}0.7k_us\right) \exp(-0.7k_us) \quad (4.11)$$

donde s , representa la diferencia de coordenadas entre dos puntos ecuación (4.12)

$$s = |s_1 - s_2| \quad (4.12)$$

$$k_u = \sqrt{\left(\frac{2\pi f}{U}\right)^2 + \left(\frac{1}{\ell_u}\right)^2} \quad (4.13)$$

Para la cual f , U , son: La frecuencia en Hertz y la velocidad a la altura donde se ubican los puntos. ℓ_u representada por la ecuación (4.14) está en función de la longitud de escala de turbulencia L_u , definida en la siguiente sección.

$$\ell_u = 1.34L_u \quad (4.14)$$

4.2.2 Densidades espectrales de potencia

4.2.2.1 Espectro de potencia en la dirección longitudinal a la dirección del viento

Las densidades espectrales describen la turbulencia del viento, existe un gran número de densidades espectrales, pero pondremos un mayor interés en la propuesta por Solari y la de Von Karman, tomando en cuenta algunas de sus modificaciones. La longitud de escala de turbulencia juega un papel importante en la caracterización de la turbulencia del viento y representa una medida comparativa del tamaño promedio de

una ráfaga en una dirección apropiada y es un factor de escala importante para determinar qué tan rápido varia en el espacio las propiedades de ráfaga.

La ecuación (4.15) muestra el espectro de potencia de la velocidad de ráfaga del viento propuesto por Solari y la ecuación (4.18) corresponde a la propuesta original de Von Karman, con sus respectivas escalas de longitud (L_u), representadas por las ecuaciones (4.17) y (4.20) respectivamente.

$$\frac{nG_u(n)}{\sigma_u^2} = \frac{6.868x}{(1 + 10.32x)^{\frac{5}{3}}} \quad (4.15)$$

donde

$$x = \frac{L_u^c n}{V(z)} \quad (4.16)$$

$$L_u^c = 300 \left(\frac{z}{300} \right)^{0.46+0.74 \ln z_0} \quad (4.17)$$

el espectro de Von Karman es

$$\frac{nG_u(n)}{\sigma_u^2} = \frac{4x}{(1 + 70.8x^2)^{\frac{5}{6}}} \quad (4.18)$$

donde

$$x = \frac{L_u^c n}{V(z)} \quad (4.19)$$

$$L_u^{old_ESDU} = 25Z^{0.35}Z_0^{-0.63} \quad (4.20)$$

Para ambos casos Z , n , Z_0 , $V(z)$, son la altura, la frecuencia, la rugosidad del terreno y la velocidad correspondiente a la altura Z , respectivamente.

La ecuación anterior de Von Karman ha sido generalmente aceptada como una muy buena representación analítica de la turbulencia de la turbulencia isotrópica sobre el

intervalo completo de frecuencias. El efecto de la isotropía de la turbulencia inicial próxima al suelo se puede representar con una adecuada variación de la varianza σ_u^2 con la altura de la rugosidad del terreno, y el parámetro de la longitud de escala, ya que ellos tipifican la intensidad y el tamaño de flujos constituyentes de la turbulencia. Sin embargo algunas medidas han mostrado que la ecuación espectral de Von Karman da valores subestimados de la densidad espectral para la región de altas frecuencias. Una versión modificada del espectro de Von Karman puede corregir esta subestimación con la ecuación (4.21).

$$\frac{nG_u(n)}{\sigma_u^2} = Ax^{-2/3} \quad (4.21)$$

El parámetro A , la escala de longitud L_u y la velocidad promedio $V(z)$ están dadas por las siguientes ecuaciones:

$$A = 0.115 \left[1 + 0.3151 \left(1 - \frac{z}{h} \right)^6 \right]^{2/3} \quad (4.22)$$

$$L_u = \frac{A^{2/3} \left(\frac{\sigma_u}{u^*} \right)^3 z}{\left[2.5K_z^{3/2} \left(1 - \frac{z}{h} \right)^2 \left(1 + 5.75 \frac{z}{h} \right) \right]} \quad (4.23)$$

$$V(z) = 2.5u^* \left[\ln\left(\frac{z}{z_0}\right) + \frac{5.75z}{h} - 1.875\left(\frac{z}{h}\right)^2 - 1.333\left(\frac{z}{h}\right)^3 + 0.25\left(\frac{z}{h}\right)^4 \right] \quad (4.24)$$

En estas fórmulas se tienen los siguientes parámetros: Rotación angular de la tierra ($\Omega, rad/s$), latitud ($\Phi, grados$), latitud (ϕ, rad), parámetro de coriolis ($f, rad/s$), velocidad de fricción ($u^*, m/s$), desviación estándar de la componente u a la altura z , altura de frontera superior (h) y parámetro de Kolmogorov (k_z). Todos ellos definidos por las ecuaciones (4.25) a (4.35).

$$\Omega = 72.9E - 6 \quad (4.25)$$

$$\phi = \frac{2\pi\Phi}{360} \quad (4.26)$$

$$k_{\infty} = 0.188 \quad (4.27)$$

$$f = 2\Omega \text{sen}(\phi) \quad (4.28)$$

$$u^* = \frac{V_{10}}{2.5 \ln(10/Z_0)} \quad (4.29)$$

$$\eta = 1 - 6 \frac{fz}{u^*} \quad (4.30)$$

$$p = \eta^{16} \quad (4.31)$$

$$\sigma_u = \frac{u^* 7.5 \eta (0.538 + 0.09 \ln(z/z_0))^p}{1 + 0.156 \ln\left(\frac{u^*}{(fz_0)}\right)} \quad (4.32)$$

$$h = \frac{u^*}{6f} \quad (4.33)$$

$$z_c = 0.39h \left(\frac{u^* z_0}{f} \right)^{-1/8} \quad (4.34)$$

$$k_z = \sqrt{k_{\infty} \left[1 - \left(1 - \frac{z}{z_c} \right)^2 \right]} \quad (4.35)$$

Existe otra versión del espectro de Von Karman para un intervalo completo de frecuencias, definido por la ecuación (4.36) (ESDU documento 85020).

$$\frac{nG_u(n)}{\sigma_u^2} = \beta_1 \frac{2.987 n_u/\alpha}{\left[1 + \left(\frac{2\pi n_u}{\alpha}\right)^2\right]^{5/6}} + \beta_2 \frac{1.294 n_u/\alpha}{\left[1 + \left(\frac{2\pi n_u}{\alpha}\right)^2\right]^{5/6}} F_1 \quad (4.36)$$

En donde:

$$F_1 = 1 + 0.455 \exp \left[-0.76 \left(\frac{n_u}{\alpha} \right)^{-0.8} \right] \quad (4.37)$$

$$\alpha = 0.535 + 2.76(0.138 - A)^{0.68} \quad (4.38)$$

$$\beta_1 = 2.357\alpha - 0.761 \quad (4.39)$$

$$\beta_2 = 1 - \beta_1 \quad (4.40)$$

$$n_u = \frac{nL_u}{V(z)} \quad (4.41)$$

La figura 4.1 muestra una comparación grafica entre el espectro de Solari y los espectros de Von Karman (ecuaciones 4.18 y 4.36).

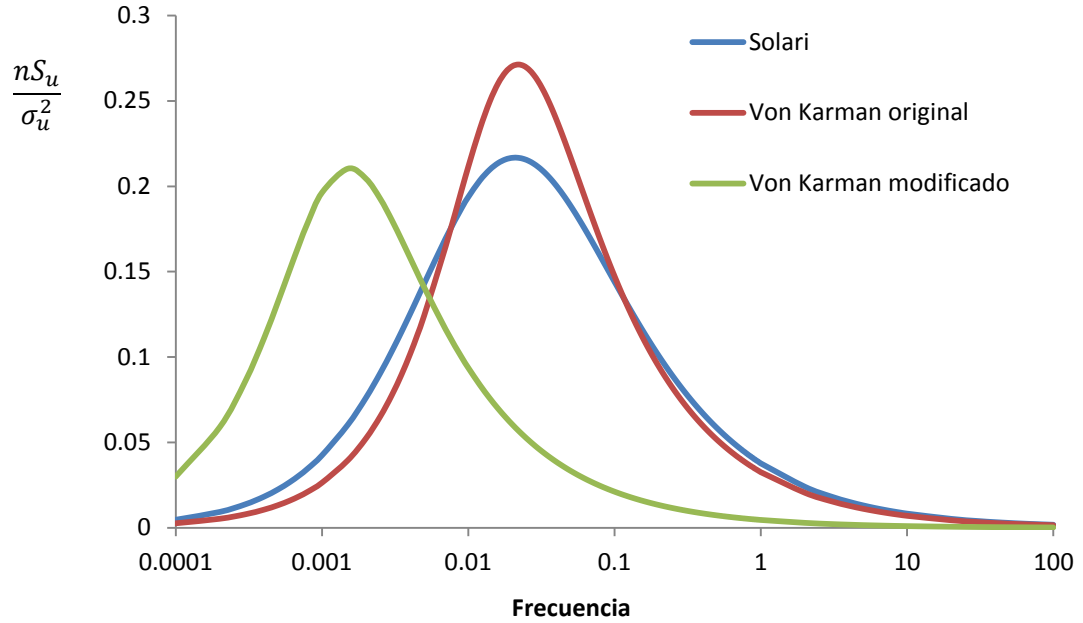


Figura 4.1 Comparación entre los espectros que actúan en la dirección del flujo

4.2.2.2 Espectro de potencia en la dirección horizontal transversal a la dirección del viento

El espectro de potencia de la turbulencia del viento en la dirección horizontal transversal a la dirección del flujo del viento, varían de acuerdo a la forma de la estructura de análisis. La ecuación (4.42) muestra un espectro de potencia para estructuras cilíndricas como chimeneas, columnas de puentes entre otras (Goode, 2007).

$$\frac{nS_{vv}(z, n)}{(u^*)^2} = \frac{15f}{(1 + 9.5f)^{5/3}} \quad (4.42)$$

donde

$$f = \frac{nz}{\bar{U}(z)} \quad (4.43)$$

$$\bar{U}(z) = 2.5u^* \ln\left(\frac{z}{z_0}\right) \quad (4.44)$$

donde z , z_0 , son: la altura y la rugosidad, respectivamente y u^* es representada por la ecuación (4.29).

Cuando se tienen estructuras con formas prismáticas la formación de los vórtices cambia y el espectro depende de la geometría de la sección (ancho, largo y alto) y está dado por:

$$\frac{nS(n)}{\sigma^2} = A \frac{H(C_1)\bar{n}^2}{(1 - \bar{n}^2)^2 + C_1\bar{n}^2} + (1 - A) \frac{C_2^{0.5}\bar{n}^3}{1.56[(1 - \bar{n}^2)^2 + C_2\bar{n}^2]} \quad (4.45)$$

Para $\frac{1}{4} \leq D/B < 3$

$$\frac{nS(n)}{\sigma^2} = A \frac{1.275\bar{n}^2}{(1 - \bar{n}^2)^2 + C_1\bar{n}^2} + (1 - A) \frac{C_2^{0.5}(\bar{n}/K)^3}{1.56[(1 - (\bar{n}/K)^2)^2 + C_2(\bar{n}/K)^2]} \quad (4.46)$$

Para $3 \leq D/B \leq 4$

Donde D es el ancho de la sección en la dirección horizontal perpendicular al flujo del viento y B es el ancho de la sección en la dirección del flujo.

Algunos otros parámetros:

$$A = (H/\sqrt{S})[-0.6(D/B)^2 + 0.29(D/B) - 0.06] + [9.84(D/B)^2 - 5.86(D/B) + 1.25] \quad (4.47)$$

Para $\frac{1}{4} \leq D/B < \frac{1}{2}$

$$A = (H/\sqrt{S})[-0.118(D/B)^2 + 0.358(D/B) - 0.214] + [0.066(D/B)^2 - 0.26(D/B) + 0.894] \quad (4.48)$$

Para $\frac{1}{2} \leq D/B < 3$

$$A = aI_u^b \quad (4.49)$$

Para $3 \leq D/B \leq 4$

donde

$$I_u^b = \frac{\sigma_u}{V(z)} \quad (4.50)$$

$$a = 0.17(H/\sqrt{S}) + 3.32 \quad (4.51)$$

$$b = 0.18(D/B) + 0.26 \quad (4.52)$$

El parámetro S representa el área exterior de la sección transversal de la estructura ecuación (4.53)

$$S = BD \quad (4.53)$$

La constante H es la altura de la estructura y $H(C_1)$ esta dada por la ecuación (4.54)

$$H(C_1) = 0.179C_1 + 0.65\sqrt{C_1} \quad (4.54)$$

Las variables C_1 y C_2 aplicadas en las ecuaciones (4.45), (4.46) y (4.54) dependen de la relación D/B y se definen en las ecuaciones (4.55) a (4.58)

$$C_1 = \frac{[0.47(D/B)^{2.8} - 0.52(D/B)^{1.4} + 0.24]}{H/\sqrt{S}} \quad (4.55)$$

$$C_2 = 2 \quad (4.56)$$

Para

$$\frac{1}{4} \leq D/B < 3$$

$$C_1 = 2 \quad (4.57)$$

$$C_2 = \frac{2}{K} \quad (4.58)$$

Para

$$3 \leq D/B \leq 4$$

$$K = -0.175(H/\sqrt{S}) + 4.7 \quad (4.59)$$

Algunos otros parámetros son:

$$\sigma = \frac{1}{2} \rho U(z)^2 \bar{C}_L B \quad (4.60)$$

Donde

$$\bar{C}_L = 0.045(D/B)^3 - 0.335(D/B)^2 + 0.868(D/B) - 0.174 \quad (4.61)$$

$$\rho = 0.04897 \frac{P_{bar}}{T + 273} \quad (4.62)$$

en donde P_{bar} , T , son la presión barométrica en milímetros de Mercurio y la temperatura en grados Celsius.

$$\bar{n} = \frac{n}{n_s} \quad (4.63)$$

n , es la frecuencia y n_s es está definida en la ecuación (4.63)

$$n_s = \frac{S_t U(z)}{B} \quad (4.64)$$

Para la cual

$$S_t = \begin{cases} 0.094 & 1/4 \leq D/B \leq 1/2 \\ 0.002(D/B)^2 - 0.023\left(\frac{D}{B}\right) + 0.105 & 1/2 < D/B \leq 4 \end{cases} \quad (4.65)$$

La figura 4.2 muestra una comparación entre el espectro para secciones circulares (ecuación 4.42) y el espectro para secciones prismáticas para una relación de aspecto $D/B = 2$ (ecuación 4.45).

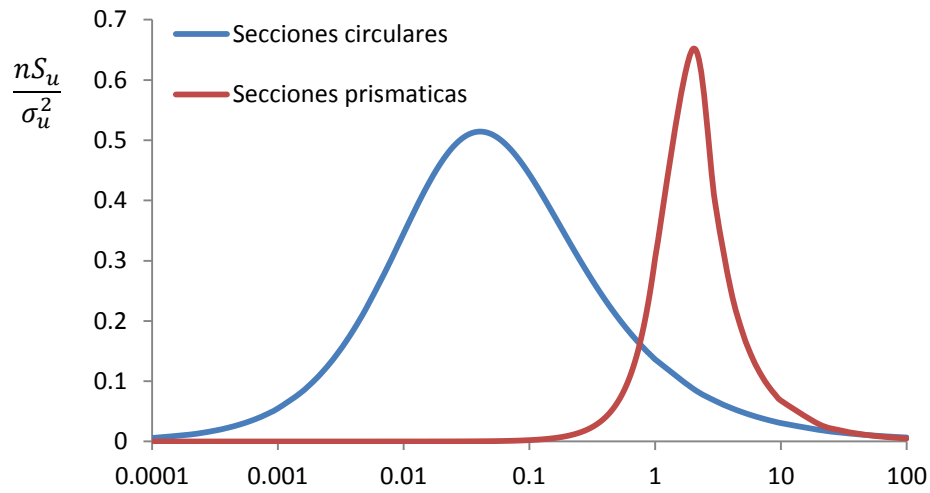


Figura 4.2 Comparación entre los espectros en la dirección transversal para secciones circulares y prismáticas

4.2.2.3 Espectro de potencia en la dirección vertical

La ecuación (2.66) define el espectro de potencia de las ráfagas del viento en la dirección vertical (Figura 4.3), los parámetros en esta ecuación han sido definidos en la sección anterior, ecuaciones (4.43) y (4.44) (Goode, 2007).

$$\frac{nS_{ww}(z, n)}{(u^*)^2} = \frac{3.36f}{1 + 10f^{5/3}} \quad (4.66)$$

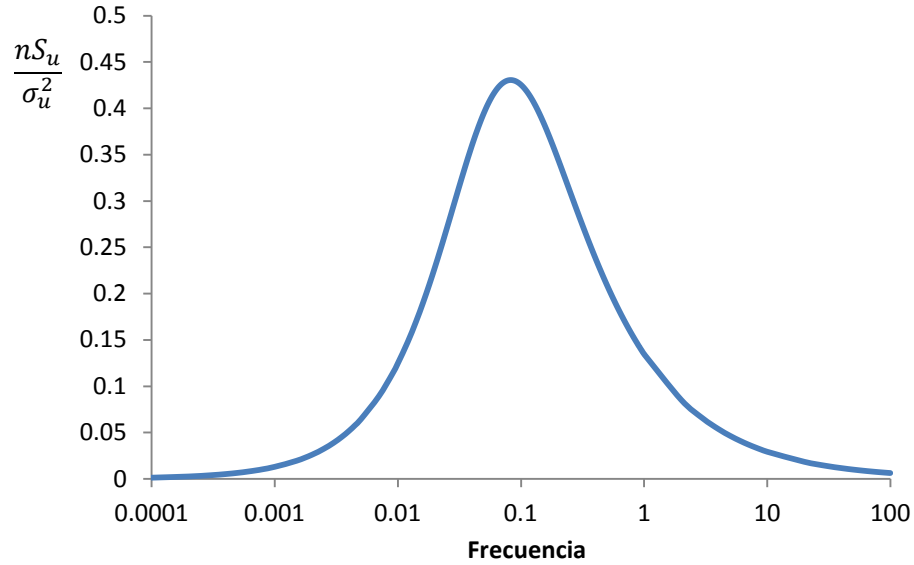


Figura 4.3 Espectro en la dirección vertical

4.2.3 Simulación de series en el tiempo de la velocidad del viento

Se puede reducir la matriz de espectros de correlación (ecuación 4.2) despreciando los términos fuera de la diagonal principal, debido a que el valor de los mismos es muy pequeño en comparación con los términos de la diagonal principal.

De la ecuación (4.2) $S\{s, n\}$ despreciando los términos de correlación cruzada se tienen:

$$S\{s, n\} = \begin{bmatrix} S_{uu} & 0 & 0 \\ 0 & S_{vv} & 0 \\ 0 & 0 & S_{ww} \end{bmatrix} \quad (4.67)$$

En cuyo caso la simulación de $u'(t)$, $v'(t)$ y $w'(t)$ pueden ser desarrolladas de manera independiente una de otra. Si se asume que el flujo de aire es unidireccional en relación con la velocidad media del flujo, lo cual implica que dicha velocidad actúa en la dirección del viento ecuación (4.1).

La velocidad media es modelada usando la ley logarítmica y se supone que el viento se comporta como un proceso aleatorio estacionario con densidad de probabilidad Gaussiana.

Esto implica que sobre el periodo para el cual la simulación es considerada, la variación estadística del viento no cambia. Además se considera que el viento es homogéneo y que en toda la región en el espacio existen propiedades estadísticamente similares.

El espectro de correlación en cada dirección se obtiene en función de la matriz de coherencia ecuación (4.68)

$$\hat{S}_{XX}(\omega_j, \Delta S) = \begin{bmatrix} COH(\omega_j, \Delta S_1) & COH(\omega_j, \Delta S_2) & COH(\omega_j, \Delta S_i) \\ COH(\omega_j, \Delta S_2) & COH(\omega_j, \Delta S_1) & COH(\omega_j, \Delta S_2) \\ COH(\omega_j, \Delta S_i) & COH(\omega_j, \Delta S_2) & COH(\omega_j, \Delta S_1) \end{bmatrix} \quad (4.68)$$

La ecuación que define la simulación de la ráfaga de viento es:

$$X_k(t) = \sum_{n=1}^k \sum_{j=1}^m |\hat{G}_{kn}(\omega_j)| a_j \cos(\omega_j t + \psi_{nn}) \quad (4.69)$$

En donde ω_j , t , ψ_{nn} , son: La frecuencia en rad/s , el tiempo, y el ángulo de fase con valores entre 0 y 2π , respectivamente. $\hat{G}_{kn}(\omega_j)$ se obtiene al realizar la transformación de sholesky de la ecuación (4.68) que consiste en convertir la matriz en dos matrices triangulares, una inferior y otra superior, de tal forma que al multiplicarlas se obtenga la matriz original. Al utilizar las ecuaciones (4.70) y (4.71) obtenemos la matriz triangular inferior ecuación (4.72) necesaria para la simulación.

$$\hat{G}_{kk} = \sqrt{\hat{S}_{kk} - \sum_{j=1}^{k-1} \hat{G}_{kj}^2} \quad (4.70)$$

$$\hat{G}_{kj} = \frac{\hat{S}_{kj} - \sum_{i=1}^{j-1} \hat{G}_{ki} \hat{G}_{ij}}{\hat{G}_{ii}} \quad (4.71)$$

$$\hat{G}_{XX}(\omega_j) = \begin{bmatrix} \hat{G}_{11} & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & 0 \\ \hat{G}_{n1} & \cdots & \hat{G}_{nm} \end{bmatrix} \quad (4.72)$$

Y el vector a_j es definido por la ecuación (4.73)

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{2S_x(\omega_1)\Delta\omega} \\ \sqrt{2S_x(\omega_2)\Delta\omega} \\ \sqrt{2S_x(\omega_3)\Delta\omega} \end{bmatrix} \quad (4.73)$$

En donde $\Delta\omega$ es definida por la ecuación (4.74) (Deodatis, et. al. 1996)

$$\Delta\omega = \omega_c/N \quad (4.74)$$

Para la cual ω_c es la frecuencia de corte y N es igual a el numero 2 elevado a cualquier exponente y representa el número de segmentos en los que se divide el intervalo de frecuencia.

El tiempo mínimo recomendado para la simulación definido por la ecuación (4.75) está en función del intervalo de frecuencia. Otro parámetro importante es la definición del intervalo de tiempo, el cual depende de la magnitud de la frecuencia de corte ecuación (4.76) (Deodatis, et. al. 1996).

$$T_0 = 3 \frac{2\pi}{\Delta\omega} \quad (4.75)$$

$$\Delta t \leq \frac{1}{2} \frac{2\pi}{\omega_c} \quad (4.76)$$

4.3 Ecuaciones de movimiento

4.3.1 El efecto del viento

Cuando consideramos los efectos del viento en un puente atirantado, existen 3 diferentes mecanismos aerodinámicos que pueden ocasionar un significativo comportamiento oscilatorio:

- 1) Ráfaga o turbulencia natural del viento

La ráfagas son el efecto más obvio debido a la acción del viento, el efecto de la componentes de las ráfagas afecta la periodicidad de los desprendimientos de vórtices haciéndolos menos regulares, lo cual produce una débil excitación para un gran intervalo de velocidades.

2) Acción de los vórtices

Los vórtices se forman en el punto donde el flujo de aire se separa de la estructura y pueden formarse a intervalos regulares de tiempo causando vibraciones periódicas en la estructura. La excitación debida a la formación periódica de vórtices en el flujo de aire depende de la forma de la estructura. Cuando la estructura es rígida y el flujo estático, los efectos del viento no son de importancia, la formación de los vórtices seria periódica a una frecuencia proporcional a la velocidad del viento.

Para una estructura flexible, hay una excitación de resonancia para una velocidad del viento crítica, y el efecto del movimiento de la estructura es modificado por la frecuencia de los vórtices para un intervalo de velocidades del viento.

3) Cambios en el patrón del flujo

Estos cambios son producidos por el movimiento de la estructura, lo que ocasiona incrementos en las fuerzas y a su vez incrementa el movimiento de la misma.

Los mecanismos mencionados anteriormente ocasionan los siguientes tipos de oscilaciones en puentes bajo cargas laterales:

- a) Oscilación vertical o flexión
- b) Oscilación en torsión
- c) Oscilación acoplada torsión-flexión

Las oscilaciones por viento normalmente ocasionan algunos de los siguientes desplazamientos:

- a) Flexión vertical de la estructura suspendida que consiste en movimientos arriba y abajo y ambos cables se desplazan la misma cantidad en la misma dirección.

- b) Torsión de la estructura suspendida, la cual produce un giro en la sección transversal alrededor de un eje, ambos cables se desplazan la misma cantidad pero en diferente dirección.
- c) Movimiento acoplado, flexión vertical y torsión de la estructura suspendida.

El sistema de ecuaciones de movimiento del tablero de un puente se puede representar mediante las ecuaciones acopladas (4.77) y (4.78).

$$m \left[\ddot{h} + 2\xi_h \omega_h \dot{h} + \omega_h^2 h \right] = L_{ae}(x, t) + L_b(x, t) \quad (4.77)$$

$$I \left[\ddot{\alpha} + 2\xi_\alpha \omega_\alpha \dot{\alpha} + \omega_\alpha^2 \alpha \right] = M_{ae}(x, t) + M_b(x, t) \quad (4.78)$$

donde ξ_α , ξ_h , representan el amortiguamiento aerodinámico. ω_α , ω_h , son las frecuencias en los modos correspondientes. m , I , corresponden a la masa y la inercia del tablero. Las funciones al lado derecho de ambas ecuaciones se presentan en (4.79) a (4.82)

$$L_{ae} = \frac{1}{2} \rho U^2 B \left[2kH_1^* \frac{\dot{h}}{U} + kH_2^* \frac{B}{U} \dot{\alpha} + k^2 H_3^* \alpha + k^2 H_4^* \frac{h}{B} \right] \quad (4.79)$$

$$M_{ae} = \frac{1}{2} \rho U^2 B^2 \left[kA_1^* \frac{\dot{h}}{U} + kA_2^* \frac{B}{U} \dot{\alpha} + k^2 A_3^* \alpha + k^2 A_4^* \frac{h}{B} \right] \quad (4.80)$$

$$L_b = \frac{1}{2} \rho U^2 B \left[2C_L \frac{u(x, t)}{U} + \left(\frac{dC_L}{d\alpha} + C_D \right) \frac{v(x, t)}{U} \right] \quad (4.81)$$

$$M_b = \frac{1}{2} \rho U^2 B^2 \left[2C_M \frac{u(x,t)}{U} + \frac{dC_M}{d\alpha} \frac{v(x,t)}{U} \right] \quad (4.82)$$

En donde

$$k = \frac{B\omega}{U} = \frac{B(2\pi n)}{U} \quad (4.83)$$

B , n , U , son el ancho de la sección transversal del tablero, la frecuencia (Hz) y la velocidad media del viento.

Las ecuaciones (4.77) y (4.78) pueden ser representadas como:

$$m(\ddot{h} + 2\xi_h \omega_h \dot{h} + \omega_h^2 h) = L = F_{se}(t) + F_b(t) \quad (4.84)$$

$$I(\ddot{\alpha} + 2\xi_\alpha \omega_\alpha \dot{\alpha} + \omega_\alpha^2 \alpha) = M = Q_{se}(t) + Q_b(t) \quad (4.85)$$

en donde:

$$F_{se}(t) = H_1^* \dot{h}(t) + H_2^* \dot{\alpha}(t) + H_3^* h(t) + H_4^* \alpha(t) \quad (4.86)$$

$$F_b(t) = B_1^* u(t) + B_2^* v(t) \quad (4.87)$$

$$Q_{se}(t) = A_1^* \dot{h}(t) + A_2^* \dot{\alpha}(t) + A_3^* h(t) + A_4^* \alpha(t) \quad (4.88)$$

$$Q_b(t) = B_3^* u(t) + B_4^* v(t) \quad (4.89)$$

Para las cuales:

$$H_1 = \frac{\frac{1}{2}\rho U^2 B}{U} \left[2kH_1^* \right] \quad (4.90)$$

$$H_2 = \frac{\frac{1}{2}\rho U^2 B^2}{U} \left[kH_2^* \right] \quad (4.91)$$

$$H_3 = \frac{\frac{1}{2}\rho U^2 B}{B} \left[k^2 H_4^* \right] \quad (4.92)$$

$$H_4 = \frac{1}{2}\rho U^2 B \left[k^2 H_3^* \right] \quad (4.93)$$

$$A_1 = \frac{\frac{1}{2}\rho U^2 B^2}{U} \left[kA_1^* \right] \quad (4.94)$$

$$A_2 = \frac{1}{2}\rho U^2 B^2 \left[\frac{B}{U} \right] \left[kA_2^* \right] \quad (4.95)$$

$$A_3 = \frac{\frac{1}{2}\rho U^2 B^2}{B} \left[k^2 A_4^* \right] \quad (4.96)$$

$$A_4 = \frac{1}{2}\rho U^2 B^2 \left[k^2 A_3^* \right] \quad (4.97)$$

$$B_1 = \frac{\frac{1}{2}\rho U^2 B}{U} [2C_L] \quad (4.98)$$

$$B_2 = \frac{\frac{1}{2}\rho U^2 B}{U} \left[\frac{dC_L}{d\alpha} + C_D \right] \quad (4.99)$$

$$B_3 = \frac{\frac{1}{2}\rho U^2 B^2}{U} [2C_M] \quad (4.100)$$

$$B_4 = \frac{\frac{1}{2}\rho U^2 B^2}{U} \left[\frac{dC_M}{d\alpha} \right] \quad (4.101)$$

Para cada ecuación ρ es la densidad del aire y C_M , C_D , C_L , son los coeficientes aerodinámicos de cabeceo, arrastre y levante respectivamente. Estos coeficientes son determinados a partir de pruebas experimentales (Figuras 4.1 a 4.6).

Las ecuaciones (4.84) y (4.85) se convierten en:

$$m \left[\ddot{h} + 2\xi_h \omega_h \dot{h} + \omega_h^2 h \right] = H_1 \dot{h} + H_2 \dot{\alpha} + H_3 h + H_4 \alpha + B_1 u(t) + B_2 v(t) \quad (4.102)$$

$$I \left[\ddot{\alpha} + 2\xi_\alpha \omega_\alpha \dot{\alpha} + \omega_\alpha^2 \alpha \right] = A_1 \dot{h} + A_2 \dot{\alpha} + A_3 h + A_4 \alpha + B_3 u(t) + B_4 v(t) \quad (4.103)$$

Agrupando los términos y sacando como factor común las variables de desplazamiento, velocidad y aceleración se tiene:

$$\ddot{h} + \dot{h} \left[2\xi_h \omega_h - \frac{H_1}{m} \right] - \dot{\alpha} \left[\frac{H_2}{m} \right] + h \left[\omega_h^2 - \frac{H_3}{m} \right] - \alpha \left[\frac{H_4}{m} \right] = \frac{B_1}{m} u(t) + \frac{B_2}{m} v(t) \quad (4.104)$$

$$\ddot{\alpha} - \dot{h} \left[\frac{A_1}{I} \right] + \dot{\alpha} \left[2\xi_\alpha \omega_\alpha - \frac{A_2}{I} \right] - h \left[\frac{A_3}{I} \right] + \alpha \left[\omega_\alpha^2 - \frac{A_4}{I} \right] = \frac{B_3}{I} u(t) + \frac{B_4}{I} v(t) \quad (4.105)$$

Expresando en forma matricial se obtiene:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{h} \\ \ddot{\alpha} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2\xi_h \omega_h - \frac{H_1}{m} & -\frac{H_2}{m} \\ -\frac{A_1}{I} & 2\xi_\alpha \omega_\alpha - \frac{A_2}{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{h} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_h^2 - \frac{H_3}{m} & -\frac{H_4}{m} \\ -\frac{A_3}{I} & \omega_\alpha^2 - \frac{A_4}{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h \\ \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{B_1}{m} & \frac{B_2}{m} \\ \frac{B_3}{I} & \frac{B_4}{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(t) \\ v(t) \end{bmatrix} \quad (4.106)$$

4.4 Coeficientes aerodinámicos del tablero de un puente

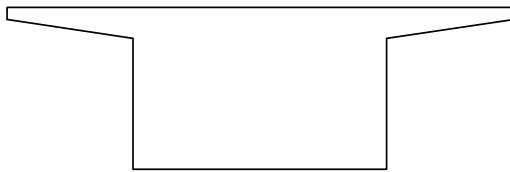
Para obtener los coeficientes aerodinámicos es necesario realizar un modelo de un puente, el cual se soporta por cuatro cables, dos se colocan en el sotavento y dos en barlovento que se unen a una barra rígida paralela al modelo, de igual longitud, apoyada en vigas cantiliver en cada extremo. Se previene el movimiento en la dirección del viento con dos cables de arrastre que se unen en un marco en forma de (U). que se coloca en la parte superior de la sección de prueba. Se aplica un flujo laminar uniforme con distintos ángulos de inclinación con respecto a la cubierta. Se monitorea el movimiento de la viga y la barra de manera que cualquier error debido a la rotación longitudinal del modelo se elimina. Los coeficientes de levantamiento (C_L), torsión (C_M) y arrastre (C_D) se obtienen correlacionando las fuerzas que se inducen en los modelos y los desplazamientos procesados. Se toman muestras digitalizadas en un minuto de prueba, las cuales se promedian y se reducen para obtener coeficientes adimensionales. Las Figuras (4.4) a (4.9) muestran como el valor de los coeficientes aerodinámicos cambia dependiendo de la forma del tablero y el ángulo de incidencia del

viento. Las derivadas de los coeficientes aerodinámicos pueden ser aproximadas por las ecuaciones lineales (4.107) y (4.108), las cuales dependen del valor de los coeficientes aerodinámicos (C_L , C_M) y el ángulo de incidencia correspondiente (α).

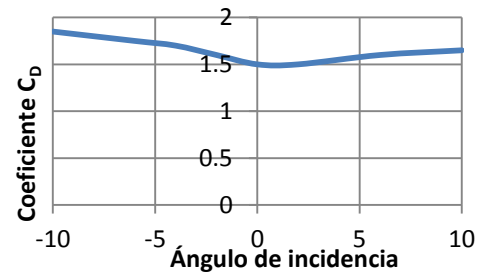
$$C_L = \frac{dC_L}{d\alpha} \alpha \quad (4.107)$$

$$C_M = \frac{dC_M}{d\alpha} \alpha + C_{M_0} \quad (4.108)$$

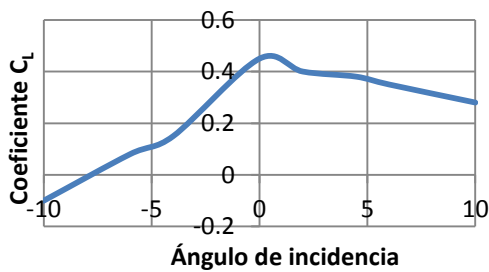
donde C_{M_0} corresponde al valor del coeficiente para un ángulo de incidencia $\alpha = 0$.



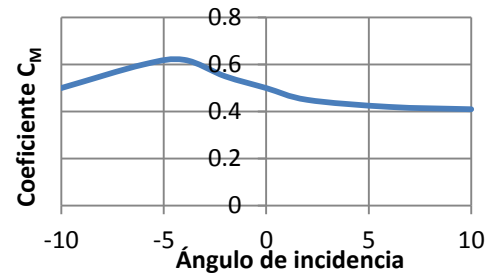
a) Sección transversal del puente



b) Coeficiente de arrastre

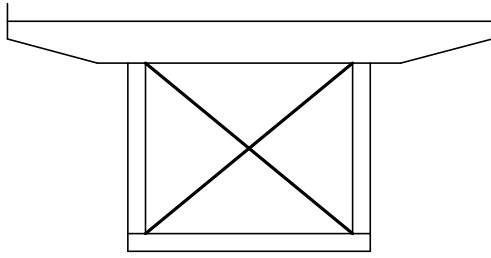


c) Coeficiente de levante

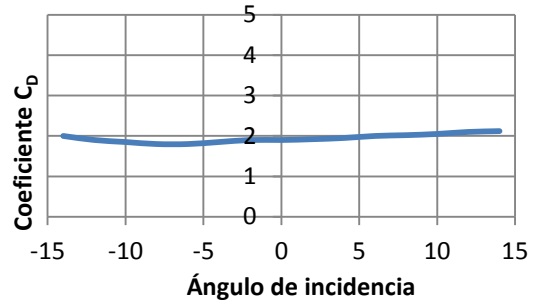


d) Coeficiente de cabeceo

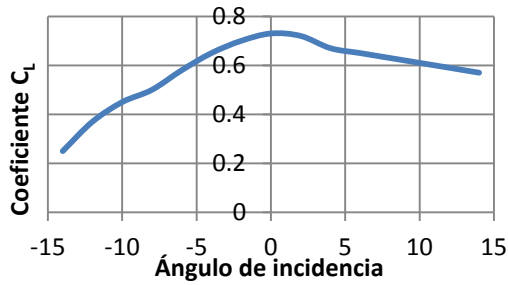
Figura 4.4 Coeficientes aerodinámicos



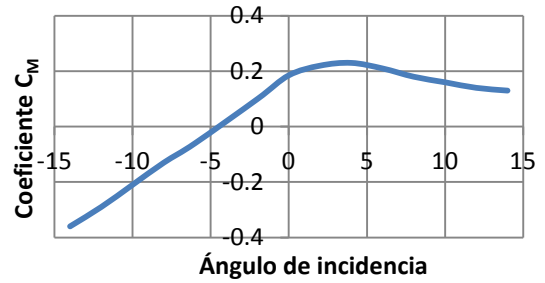
a) Sección transversal del puente



b) Coeficiente de arrastre

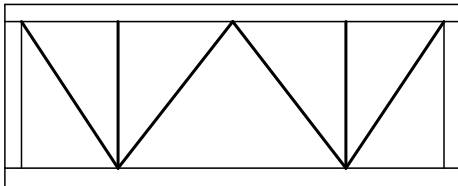


c) Coeficiente de levante

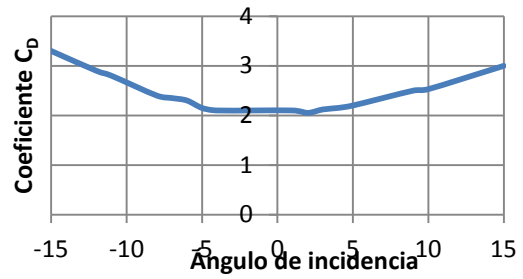


d) Coeficiente de cabeceo

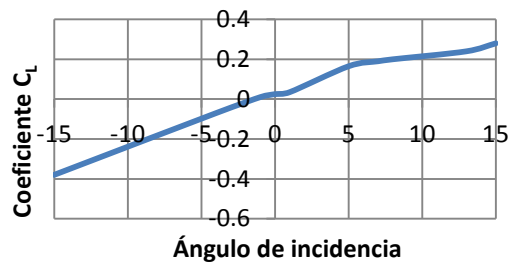
Figura 4.5 Coeficientes aerodinámicos



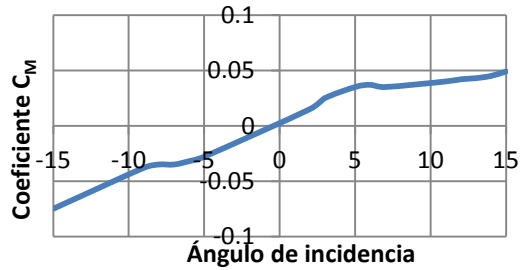
a) Sección transversal del puente



b) Coeficiente de arrastre

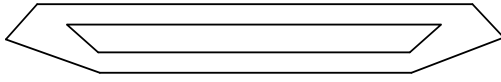


c) Coeficiente de levante

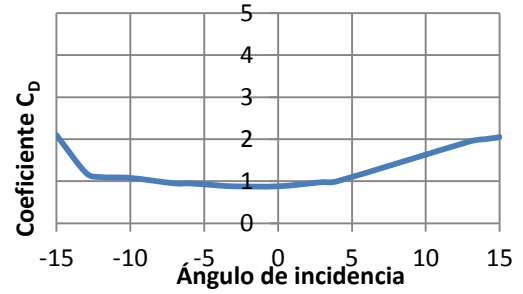


d) Coeficiente de cabeceo

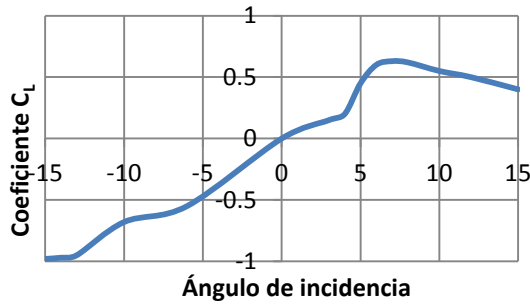
Figura 4.6 Coeficientes aerodinámicos



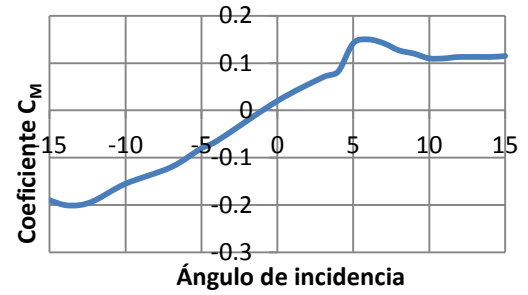
a) Sección transversal del puente



b) Coeficiente de arrastre

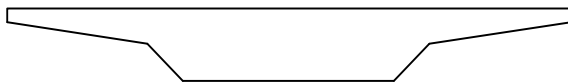


c) Coeficiente de levante

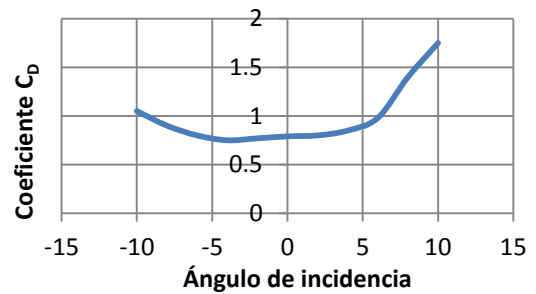


d) Coeficiente de cabeceo

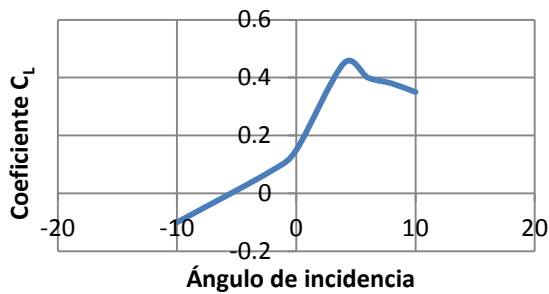
Figura 4.7 Coeficientes aerodinámicos



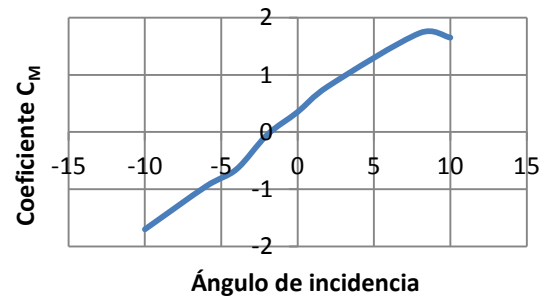
a) Sección transversal del puente



b) Coeficiente de arrastre

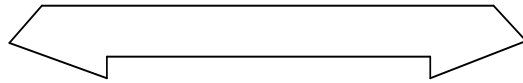


c) Coeficiente de levante

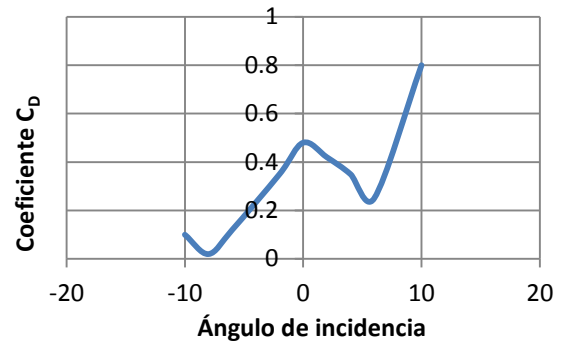


d) Coeficiente de cabeceo

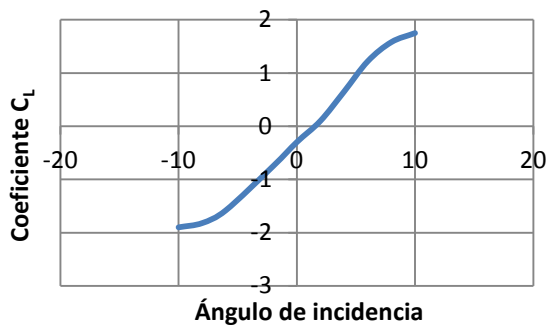
Figura 4.8 Coeficientes aerodinámicos



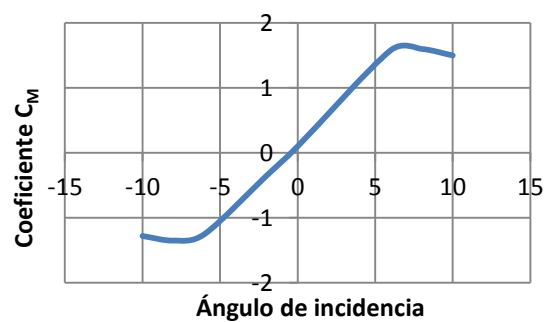
a) Sección transversal del puente



b) Coeficiente de arrastre



c) Coeficiente de levante



d) Coeficiente de cabeceo

Figura 4.9 Coeficientes aerodinámicos

4.5 Derivadas aerodinámicas

Las derivadas aerodinámicas ($A_1^*, A_2^*, A_3^*, A_4^*, H_1^*, H_2^*, H_3^*, H_4^*$) se obtienen de manera experimental a través de pruebas en túnel de viento, el procedimiento consiste en construir un modelo a escala soportado en sus 4 esquinas por resortes, se utiliza un procedimiento de identificación de sistemas en vibración libre en flexión y torsión, registradas simultáneamente para una velocidad del viento, con el objetivo de perturbar el modelo para producir movimientos significativos en flexión y torsión. Mediante el sistema de identificación, es posible obtener los coeficientes aerodinámicos una vez que se obtienen los movimientos registrados de flexión y torsión en un minuto de observación. A través de un procedimiento de ajuste por mínimos cuadrados en el dominio del tiempo, se identifican los coeficientes desconocidos y los valores de estos dependen de la forma del tablero así como de la velocidad del viento. La figura (4.10)

muestra la sección transversal de un puente y las figuras (4.11) y (4.12) los coeficientes aerodinámicos de la sección transversal, los cuales se representan en función de la relación U/nB , en donde U , n y B representan la velocidad media del viento, la frecuencia de las oscilaciones (Hz) y el ancho del tablero.



Figura 4.10 Sección transversal de un puente

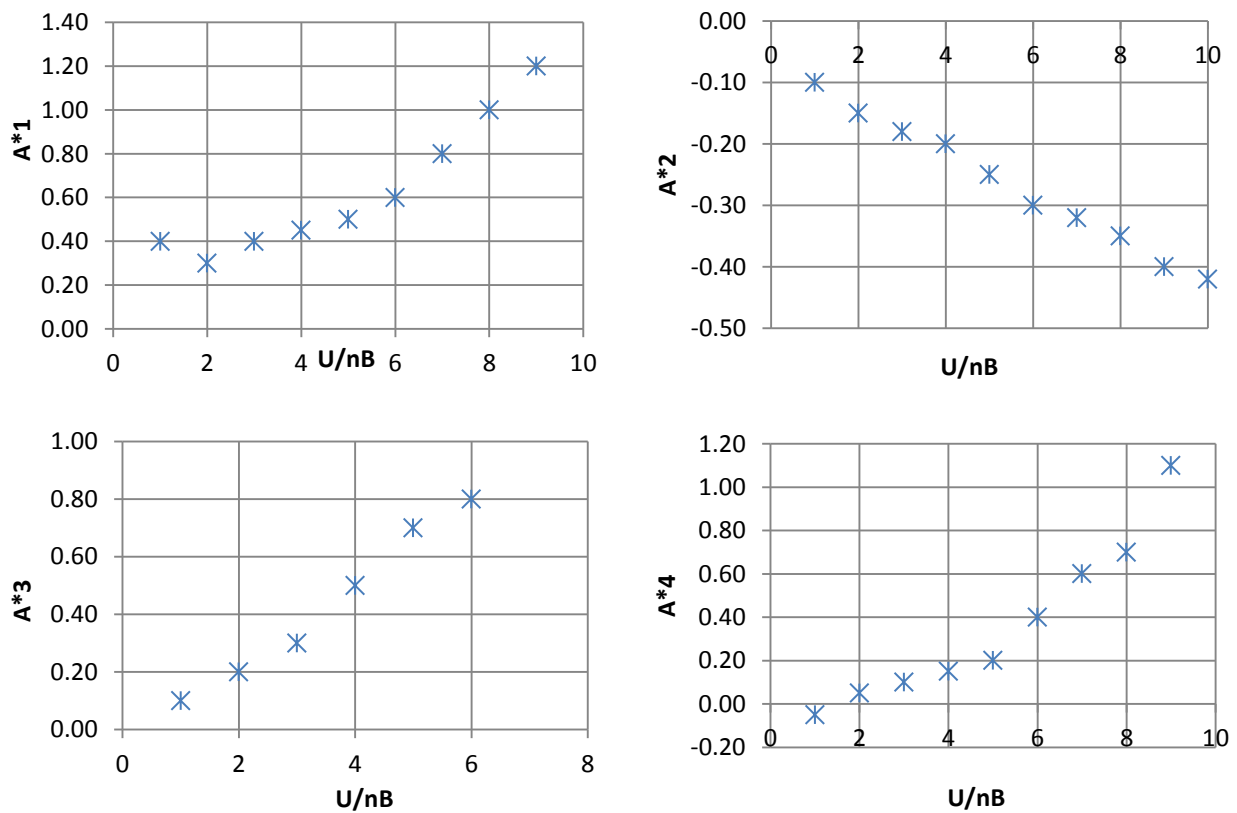


Figura 4.11 Derivadas aerodinámicas A_i^*

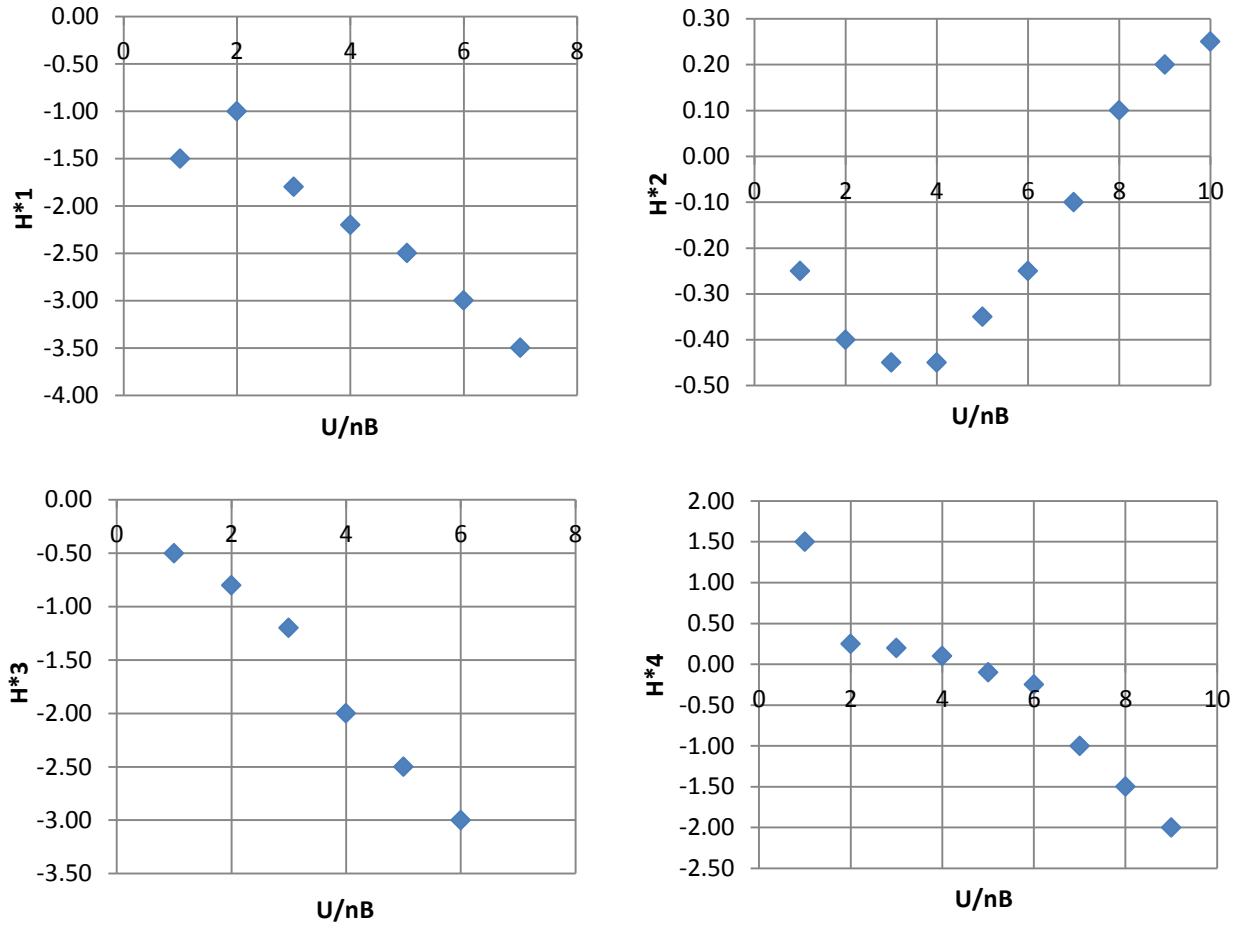


Figura 4.12 Derivadas aerodinámicas H_i^*

4.6 Solución de las ecuaciones de movimiento del tablero de un puente

Para resolver el sistema de ecuaciones diferenciales del tablero de un puente se utiliza el método Runge Kata de quinto orden, descrito por las ecuaciones 4.109 a 4.115 (Chapra, et al., 2003)

$$y_{n+1} = y_i + \frac{h}{90} (7k_1 + 32k_3 + 12k_4 + 32k_5 + 7k_6) \quad (4.109)$$

$$k_1 = f(x_i, y_i) \quad (4.110)$$

$$k_2 = f\left(x_i + \frac{1}{4}h, y_i + \frac{1}{4}k_1h\right) \quad (4.111)$$

$$k_3 = f\left(x_i + \frac{1}{4}h, y_i + \frac{1}{8}k_1h + \frac{1}{8}k_2h\right) \quad (4.112)$$

$$k_4 = f\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i - \frac{1}{2}k_2h + k_3h\right) \quad (4.113)$$

$$k_5 = f\left(x_i + \frac{3}{4}h, y_i + \frac{3}{16}k_1h + \frac{9}{16}k_4h\right) \quad (4.114)$$

$$k_6 = f\left(x_i + h, y_i - \frac{3}{7}k_1h + \frac{2}{7}k_2h + \frac{12}{7}k_3h - \frac{12}{7}k_4h + \frac{8}{7}k_5h\right) \quad (4.115)$$

Donde h representa el intervalo para la solución de la ecuación diferencial, y_i, y_{n+1} , son: la solución en el intervalo actual y posterior respectivamente.

Para resolver el sistema de dos ecuaciones acopladas de segundo grado (4.105) es necesario transformarlo en un sistema de 4 ecuaciones de primer grado:

$$\dot{h}_1 = \dot{h} \quad (4.116)$$

$$\dot{h}_2 = -\left(2\xi_\alpha\omega_\alpha - \frac{A_2}{I}\right)\dot{\alpha} + \frac{A_1}{I}\dot{h} - \left(\omega_\alpha^2 - \frac{A_4}{I}\right)\alpha + \frac{A_3}{I}h + \frac{B_3}{I}u(t) + \frac{B_4}{I}v(t) \quad (4.117)$$

$$\dot{\alpha}_1 = \dot{\alpha} \quad (4.118)$$

$$\dot{\alpha}_2 = -\left(2\xi_h\omega_h - \frac{H_1}{m}\right)\dot{h} + \frac{H_2}{m}\dot{\alpha} - \left(\omega_h^2 - \frac{H_3}{m}\right)h + \frac{H_4}{m}\alpha + \frac{B_1}{m}u(t) + \frac{B_2}{m}v(t) \quad (4.119)$$

Para disminuir el error del método, se utiliza un corrector de medio paso, el cual consiste en calcular la solución a la mitad del intervalo ($h/2$) y repetir el proceso para obtener la solución y_2 , de la misma manera se calcula la solución y_1 utilizando un tamaño de paso completo, el error se determina con la ecuación (4.120).

$$\Delta = \frac{y_2 - y_1}{15} \quad (4.120)$$

donde la solución se representa por:

$$y_{n+1} = y_2 + \Delta \quad (4.121)$$

CAPITULO 5 APLICACIÓN A UN PUENTE EN CURVA

5.1 Aplicación a un puente en curva

El puente San Cristóbal fue construido por la Secretaría de Comunicaciones y Transporte (SCT) y se ubica en la carretera que comunica la ciudad de Tuxtla Gutiérrez, Chiapas con San Cristóbal de las Casas, en el Estado de Chiapas. Durante su construcción la superestructura sufrió un colapso parcial (lado de Tuxtla Gutiérrez) el 24 de octubre del 2004. Su reconstrucción fue monitoreada por la Universidad Autónoma de México, hasta el día de su inauguración el 15 de mayo del 2006. (Toledo et al., 2008).

El puente San Cristóbal se ubica en la carretera de cuota Tuxtla Gutiérrez-San Cristóbal en el Estado de Chiapas en el kilómetro 24+921, con origen de cadenamiento en el entronque Chiapas de Corzo comunicando a las ciudades de Tuxtla Gutiérrez y San Cristóbal de las Casas (figura 5.1).



Figura 5.1 Ubicación del puente San Cristóbal

El puente San Cristóbal tiene una longitud total de 324m dividido en 3 claros y 200m de alto (figura 5.2). Fue construido mediante un método de empuje de ambos lados, generando 2 vigas en voladizo (una con pendiente hacia arriba y la otra con pendiente hacia abajo). Está construido por 29 dovelas de acero de diferentes espesores para las distintas piezas (almas, patines, atiesadores y elementos complementarios), 14 dovelas ubicadas del derecho, 14 al lado izquierdo y una más en el centro llamada de cierre, el peso aproximado de toda la superestructura es de 1720 t (16.873 MN). Las diez dovelas centrales y la de cierre son de acero rigidizado en la parte interior y las dovelas restantes son de concreto reforzado, pos-tensada y atiesada longitudinalmente con cables de preesfuerzo (figura 5.3). Cada dovela cuenta con aproximadamente 19 piezas que se encargan de proporcionar rigidez a la estructura y están hechas de acero ASTM A-709 grado 36, en la figura 5.4 se observan los diferentes elementos que componen una dovela (Bennetts, 2008).

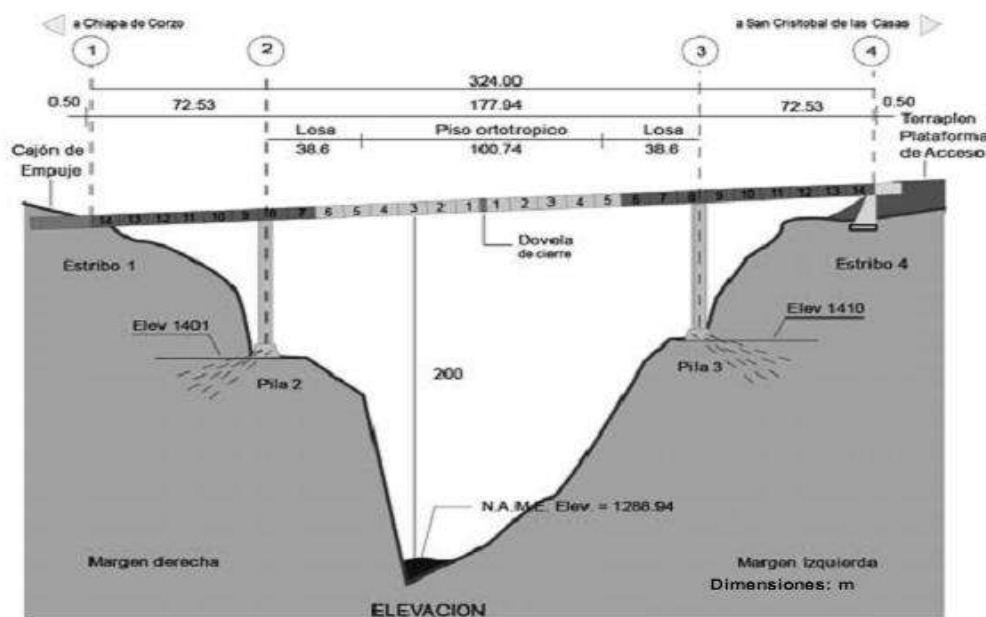


Figura 5.2 Vista de elevación del puente San Cristóbal

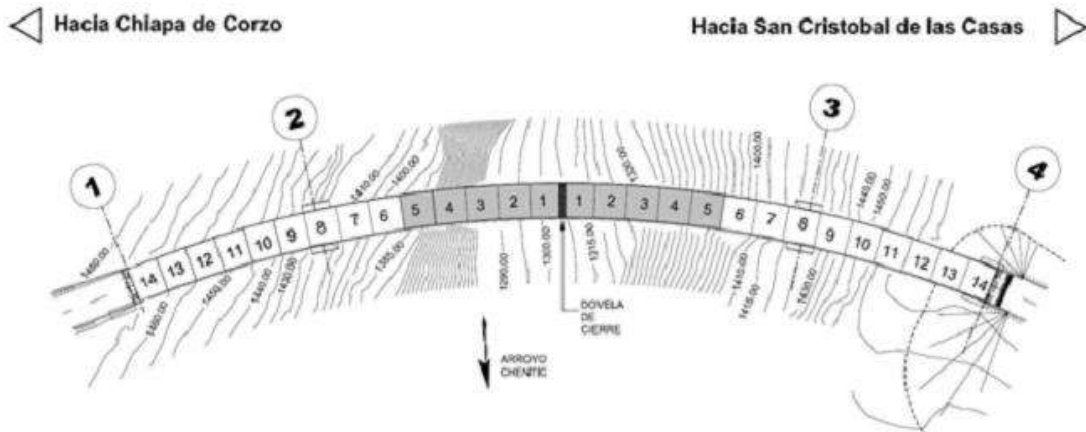


Figura 5.3 Vista en plata del Puente San Cristóbal

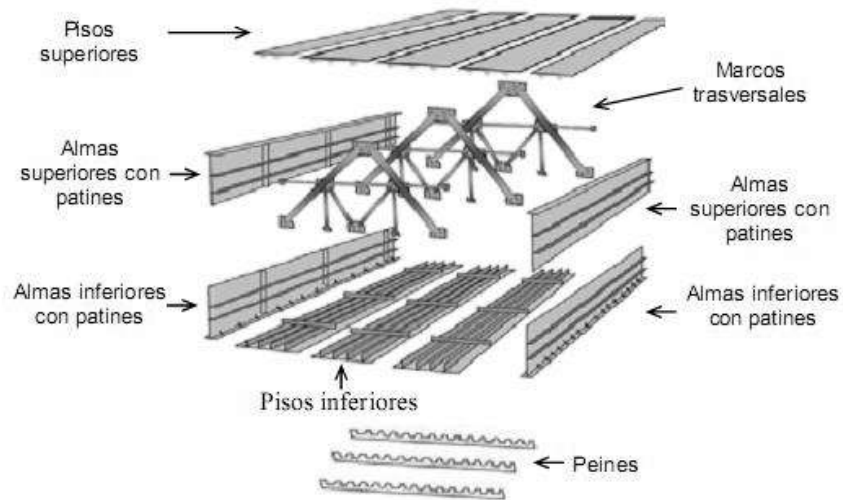


Figura 5.4 Componentes de la dovela

5.2 Simulación de ráfagas de viento

Para llevar a cabo la simulación de ráfagas de viento, se distribuye 32 puntos a lo largo del tablero, el primero y último a una distancia de 7 m del extremo del puente y los siguientes a 10 m uno del otro y se encuentran a una altura $H = 200\text{ m}$, como lo muestra la figura 5.5.

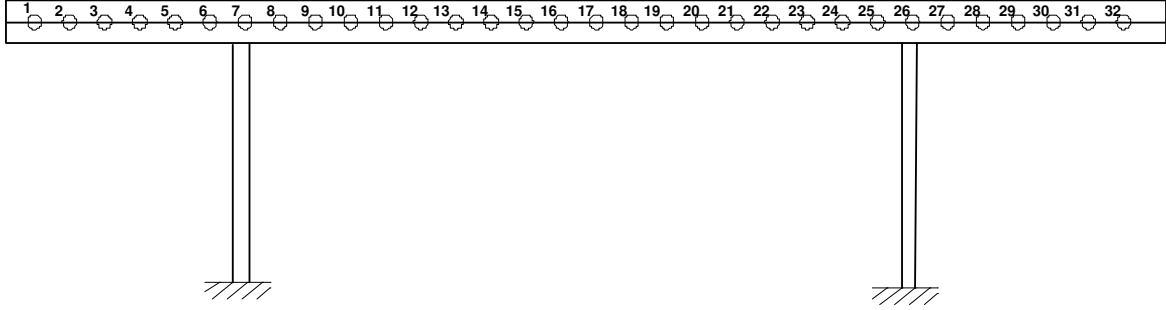


Figura 5.5 Vista lateral del puente San Cristóbal y ubicación de los puntos para la simulación

El espectro de potencia de la velocidad del viento que se utilizará es el de Von Karman para el rango completo de frecuencias. El intervalo de frecuencias de 0.05 a 2.0 Hz, el cual corresponde a periodos entre 0.5 y 20 s. El número de intervalos entre las frecuencias es $N = 1024$ y con frecuencia de corte de $\omega_c = 4\pi$, con lo que el valor del incremento de la frecuencia es (ecuación 4.74):

$$\Delta\omega = \frac{\omega_c}{N} = 0.012271846$$

El intervalo máximo para el incremento en el tiempo de la simulación que se puede utilizar es (ecuación 4.76):

$$\Delta t \leq \frac{1}{2} \frac{2\pi}{\omega_c} = 0.25 \text{ s}$$

Para obtener una mayor precisión en la solución del sistema de ecuaciones de movimiento (capítulo 4) se propone un intervalo de tiempo de 0.05 s. Al utilizar el método de solución de las ecuaciones de movimiento propuesto en la sección 4.5 considera un intervalo de tiempo de 0.025 s. lo cual incrementa la precisión.

El tiempo mínimo para la simulación está en función del intervalo de frecuencias $\Delta\omega$ y es (ecuación 4.75):

$$T_0 = 3 \frac{2\pi}{\Delta\omega} = 1536 \text{ s}$$

El terreno sobre el cual está ubicado el puente San Cristóbal se puede considerar como terreno tipo III, que por definición corresponde a: áreas urbanas, suburbanas y de bosque, o cualquier terreno con numerosas obstrucciones estrechamente espaciadas con una rugosidad de $z_0 = 0.3 \text{ m}$.

El puente San Cristóbal se encuentra ubicado a una latitud de 16.7° . La velocidad a 10 m de altura para un periodo de retorno de 10 años es:

$$V_{10a} = 27.78 \text{ m/s}$$

Para un periodo de retorno de 200 años (MDOC, 2008)

$$V_{200a} = 33.33 \text{ m/s}$$

En la figura 5.6 muestra un acercamiento de la figura 5.7 que a su vez muestra los primeros 300s de 1536s de la simulación de la ráfaga en la dirección transversal el eje del tablero, para una velocidad de retorno de 10 años y las condiciones antes mencionadas. Para 200m de altura, en la simulación de los registros eólicos se obtuvo una velocidad media de $U_{10a} = 51.51 \text{ m/s}$.

La figura 5.8 muestra los resultados de la simulación de los registros eólicos en la dirección vertical; para ambos casos la simulación se realizó en los puntos 11, 16 y 21 de acuerdo con la figura 5.5.

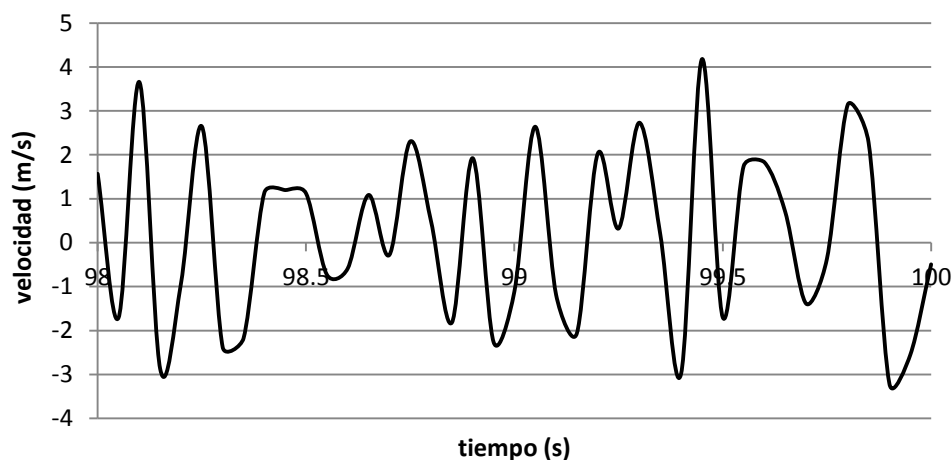
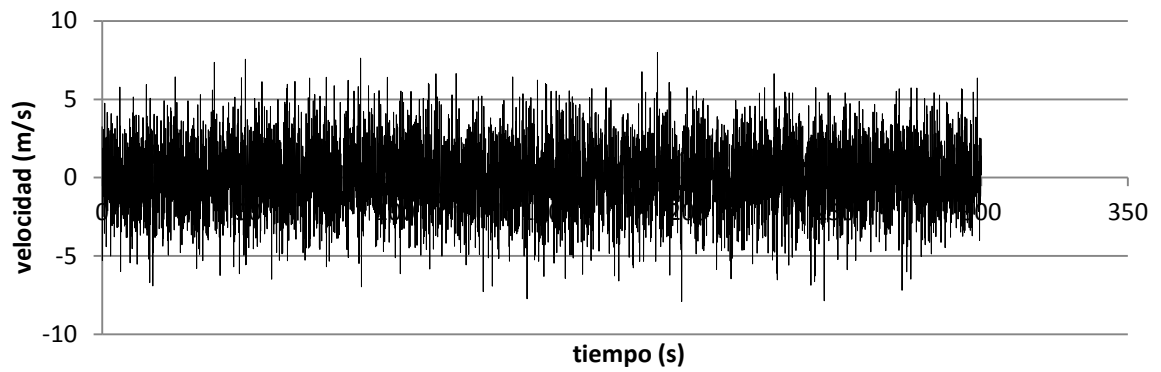
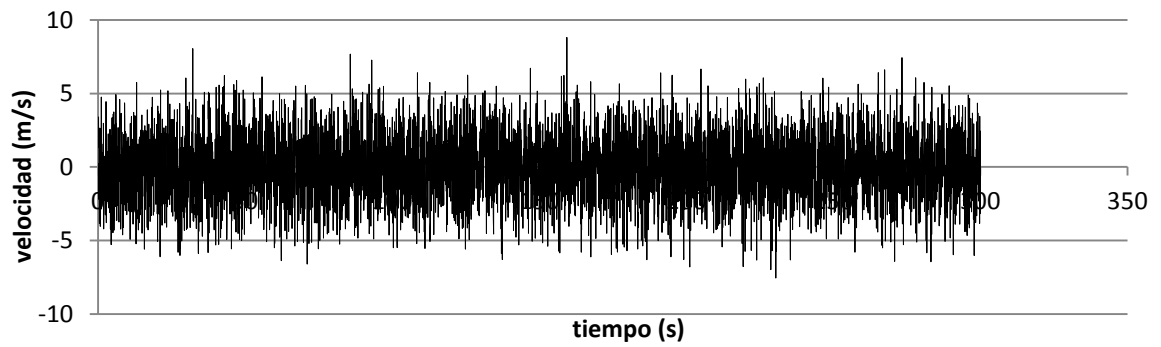


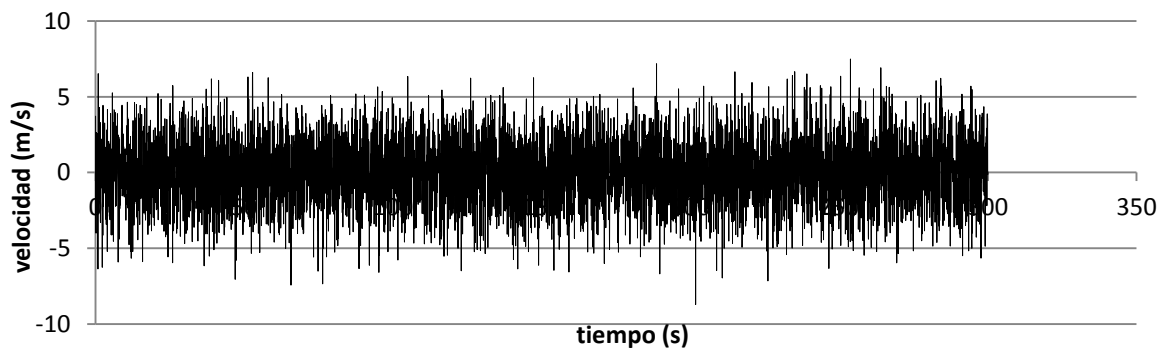
Figura 5.6 Acercamiento de la figura 5.7



a) Simulación para el punto 11

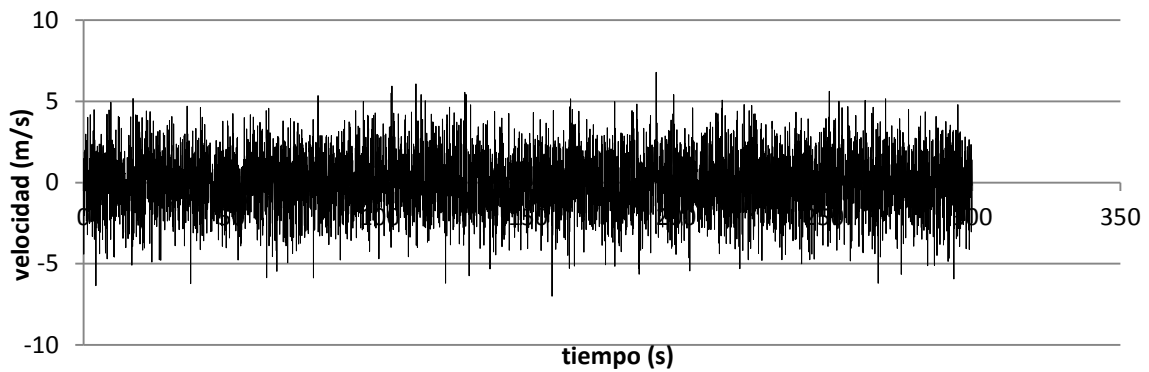


b) Simulación para el punto 16

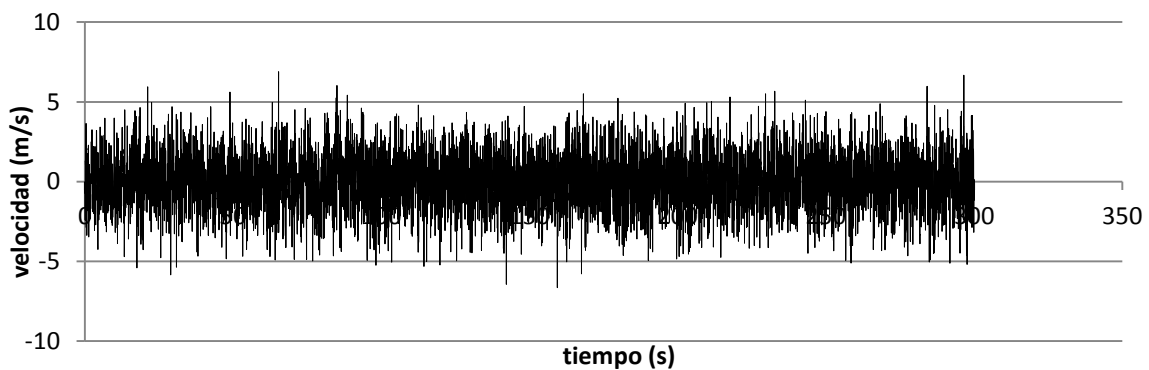


c) Simulación para el punto 21

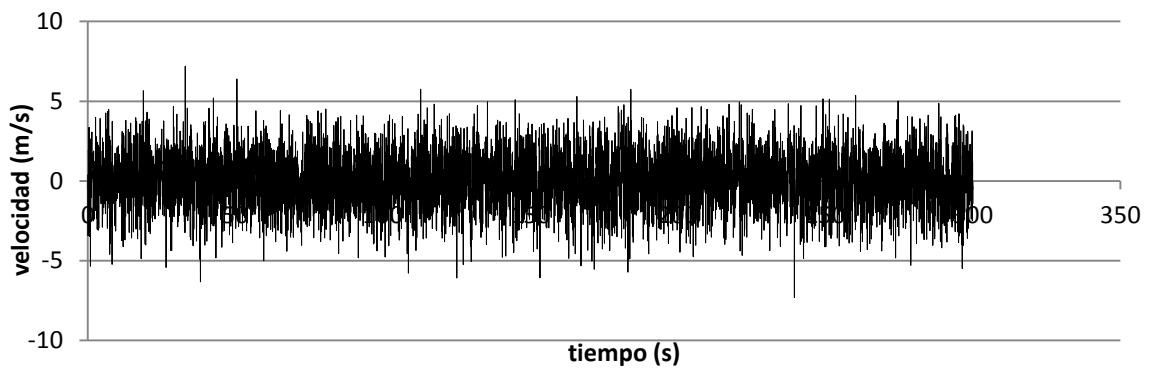
Figura 5.7 Simulación de ráfagas de viento en la dirección del flujo para un periodo de retorno de 10 años



a) Simulación para el punto 11



b) Simulación para el punto 16

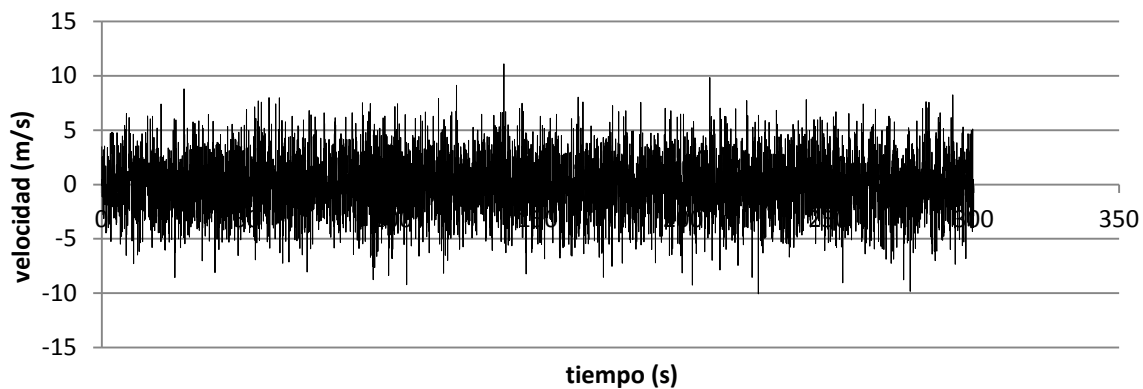


c) Simulación para el punto 21

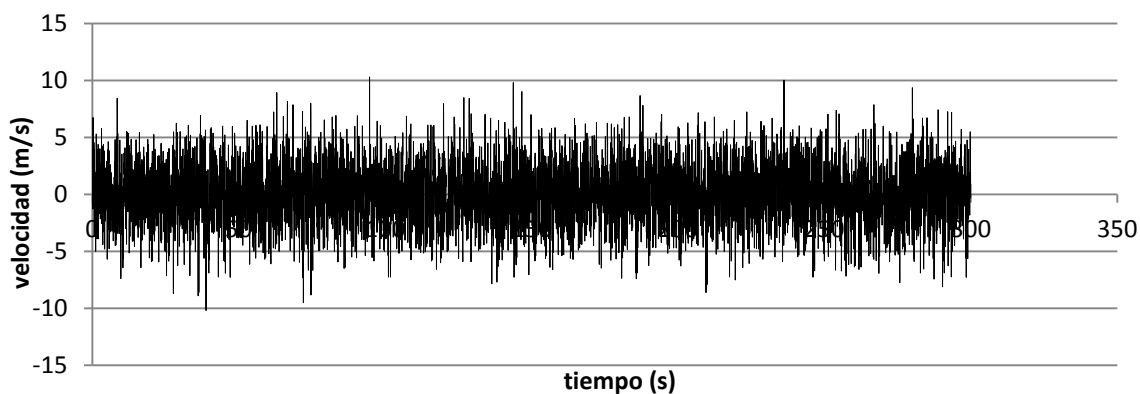
Figura 5.8 Simulación de ráfagas de viento en la dirección vertical para un periodo de retorno de 10 años

En la figura 5.9 se muestra los primeros 300s de 1536s de la simulación de la ráfaga en la dirección transversal el eje del tablero, para una velocidad de retorno de 200 años y las condiciones antes mencionadas. Para 200m de altura, en la simulación de los registros eólicos se obtuvo una velocidad media de $U_{200a} = 61.8 \text{ m/s}$.

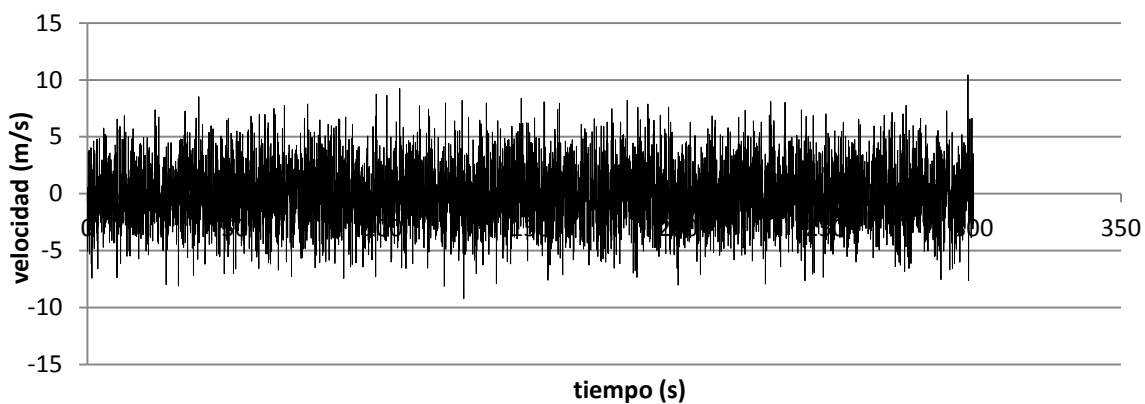
La figura 5.10 muestra los resultados de la simulación de los registros eólicos en la dirección vertical; para ambos casos la simulación se realizó en los puntos 11, 16 y 21 de acuerdo con la figura 5.5.



a) Simulación para el punto 11

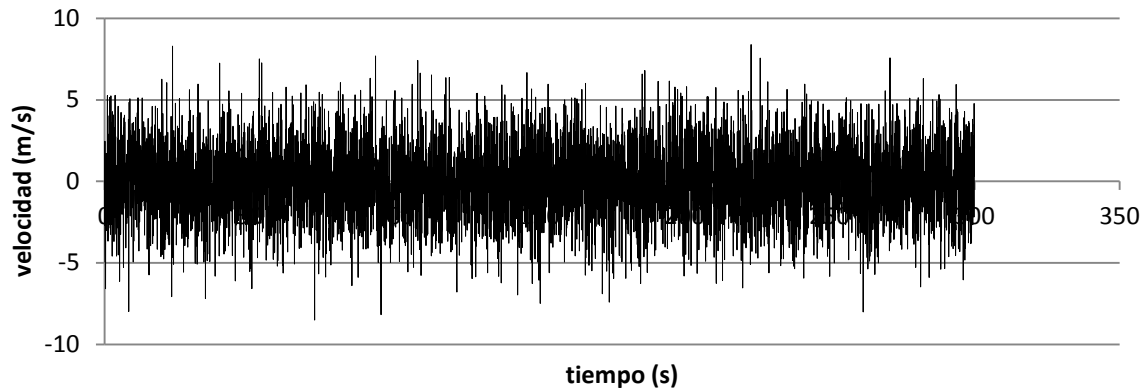


b) Simulación para el punto 16

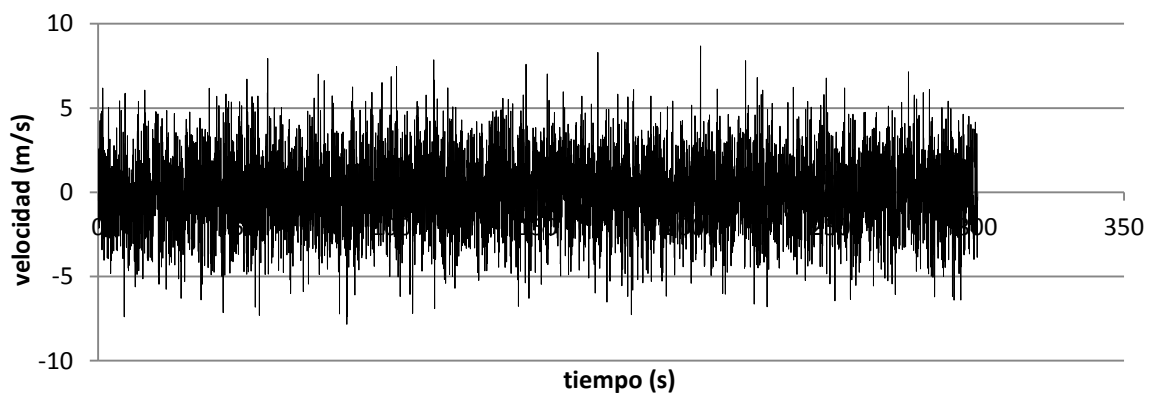


c) Simulación para el punto 21

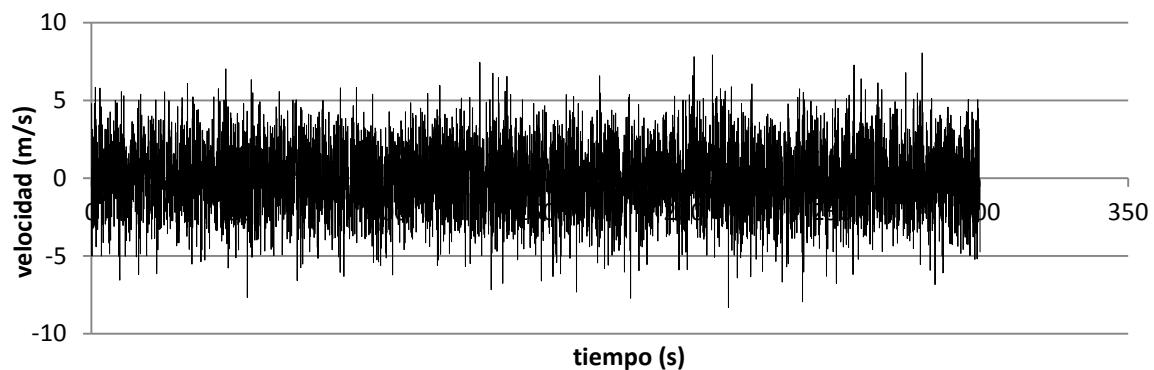
Figura 5.9 Simulación de ráfagas de viento en la dirección del flujo para un periodo de retorno de 200 años



a) Simulación para el punto 11



b) Simulación para el punto 16



c) Simulación para el punto 21

Figura 5.10 Simulación de ráfagas de viento en la dirección vertical para un periodo de retorno de 200 años

La simulación de los registros eólicos se realizaron con los programas: programa7 y programa8, en la dirección (transversal al eje del tablero) y vertical, respectivamente. El manual del usuario de ambos programas se encuentra en el apéndice A de este trabajo.

5.3 Propiedades del puente San Cristóbal

La masa por unidad de longitud del tablero del puente San Cristóbal es:

$$m = \frac{1720000 \text{ kg}}{324 \text{ m}} = 5308.64 \text{ kg/m}$$

El momento másico de inercia está definido por la ecuación 5.1 (Simui, et al., 2006), al dividirla entre la longitud tributaria del tablero se obtiene el momento másico de inercia en función de la misma, ecuación 5.2.

$$I_m = mB^2 L/2 \quad (5.1)$$

$$I_m = m B^2/2 \quad (5.2)$$

Donde m es la masa, L es la longitud de la sección del tablero analizada y B es el ancho del tablero. Para este caso $B = 13.64 \text{ m}$, por lo que el momento de inercia resulta:

$$I_m = (541.15) (13.64)^2/2 = 50\,340.37 \text{ kg s}^2\text{m/m}$$

Las frecuencias circulares de vibrar del puente San Cristóbal para los modos vertical (W_h), transversal (W_T) y de torsión (W_α) son (Simui, et al., 2006)

$$W_h = 4.33 \text{ rad/s}$$

$$W_T = 11.66 \text{ rad/s}$$

$$W_\alpha = 23.62 \text{ rad/s}$$

Al no contar con los coeficientes aerodinámicos correspondientes a la sección del puente San Cristóbal, se utilizarán los coeficientes de la figura 4.2, que es la más aproximada. Se usarán 4 ángulos de ataque propuestos arbitrariamente para: 6° , 10° , -6° y -10° , para los cuales se tienen los siguientes coeficientes:

Para $\alpha = 6^\circ$

$$C_L = 0.65$$

$$\frac{dC_L}{d\alpha} = 6.207$$

$$C_M = 0.21$$

$$\frac{dC_M}{d\alpha} = 0.2387$$

$$C_D = 2$$

Para $\alpha = 10^\circ$

$$C_L = 0.61$$

$$\frac{dC_L}{d\alpha} = 3.495$$

$$C_M = 0.16$$

$$\frac{dC_M}{d\alpha} = -0.1432$$

$$C_D = 2.05$$

Para $\alpha = -6^\circ$

$$C_L = 0.58$$

$$\frac{dC_L}{d\alpha} = 5.539$$

$$C_M = -0.06$$

$$\frac{dC_M}{d\alpha} = -2.34$$

$$C_D = 1.8$$

Para $\alpha = -10^\circ$

$$C_L = 0.45$$

$$\frac{dC_L}{d\alpha} = 2.578$$

$$C_M = -0.21$$

$$\frac{dC_M}{d\alpha} = -2.263$$

$$C_D = 1.85$$

Como no se cuenta con valores para las derivadas aerodinámicas de la sección del puente San Cristóbal, estas se tomarán de la figura 4.5, tomando en el eje de las ordenadas el parámetro descrito por la ecuación 5.3

$$\frac{U}{nB} \quad (5.3)$$

en donde U y n , son: la velocidad media a la altura de interés y la frecuencia de las oscilaciones en la dirección del viento.

Se considerarán velocidades con periodo de retorno de 10 (U_{10a}) y 200 (U_{200a}) años, obtenidas de la simulación, al aplicar la ley logarítmica para una altura de 200m:

$$U_{10a} = 51.51 \text{ m/s}$$

$$U_{200a} = 61.8 \text{ m/s}$$

Para las cuales se obtienen los siguientes valores de las derivadas aerodinámicas, para la relación:

$$\frac{U_{10a}}{nB} = 2.05$$

$$H_1^* = -1.00 \quad H_2^* = -0.40 \quad H_3^* = -0.80 \quad H_4^* = 0.25$$

$$A_1^* = 0.30 \quad A_2^* = -0.15 \quad A_3^* = 0.20 \quad A_4^* = 0.05$$

Y para,

$$\frac{U_{200a}}{nB} = 2.46$$

Se tiene,

$$H_1^* = -1.40 \quad H_2^* = -0.42 \quad H_3^* = -1.00 \quad H_4^* = 0.23$$

$$A_1^* = 0.35 \quad A_2^* = -0.16 \quad A_3^* = 0.25 \quad A_4^* = 0.07$$

El valor de la densidad del aire es:

$$\rho = 1.25 \text{ kg/m}^3$$

y se considerará para el amortiguamiento aerodinámico en cada dirección,

$$\varepsilon_h = 0.03$$

$$\varepsilon_\alpha = 0.03$$

Con las siguientes condiciones iniciales:

$$h = 0$$

$$\dot{h} = 0$$

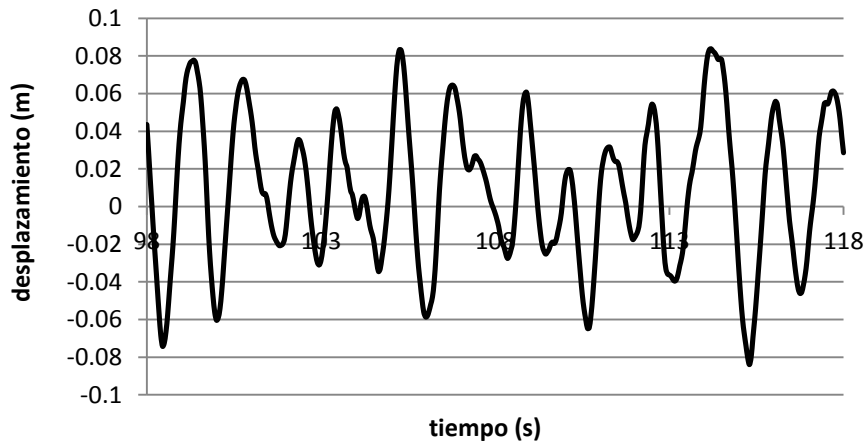
$$\alpha = 0$$

$$\dot{\alpha} = 0$$

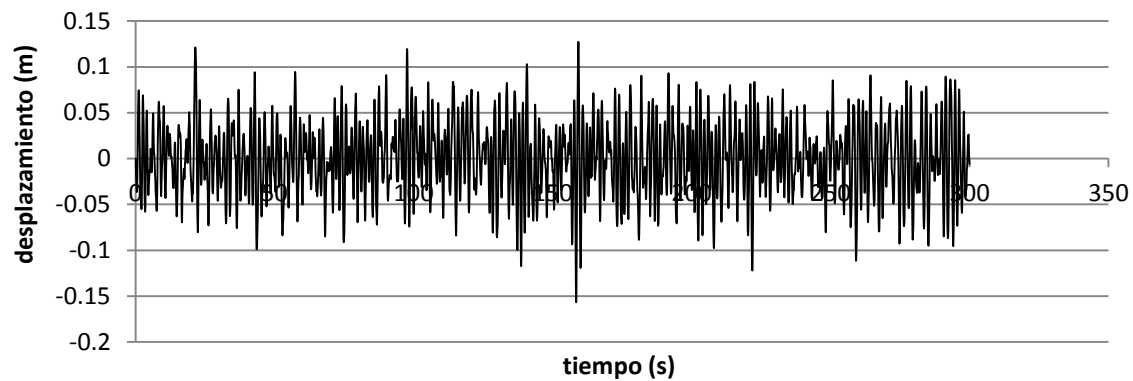
Las cuales representan que el puente se encuentra en reposo sin deformación alguna.

5.4 Análisis de resultados

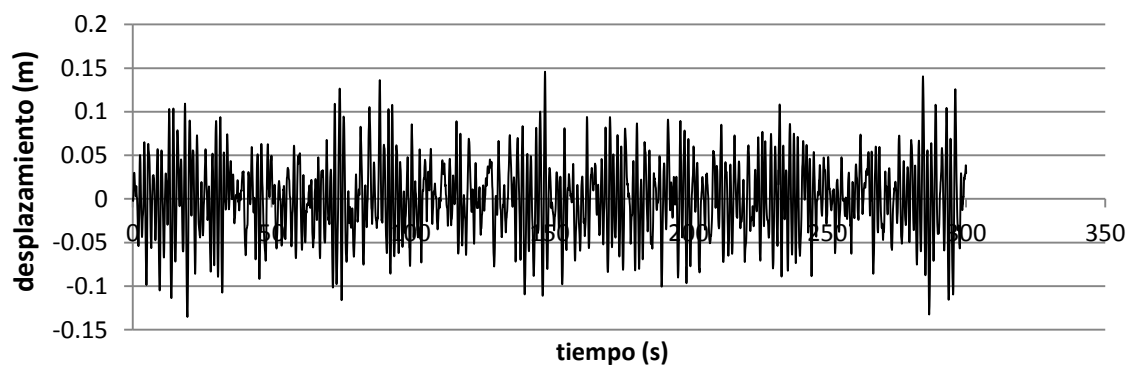
Las figuras 5.11 muestra un acercamiento de la figura 5.12, la cual en conjunto con la figura 5.13 muestran la historia en el tiempo de desplazamiento vertical y rotación para los puntos 11, 16 y 21, donde se considera una velocidad de retorno de 10 años y un ángulo de ataque de 6° . En dichos resultados se tiene un desplazamiento vertical máximo absoluto de 0.15 m y rotación de 0.0003 rad.



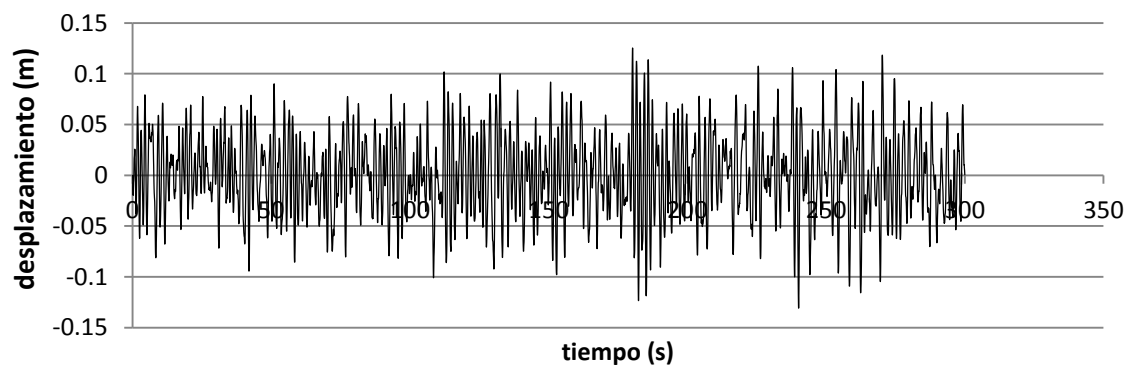
Figuras 5.11 Acercamiento de la figura 5.12



a) Desplazamientos para el punto 11

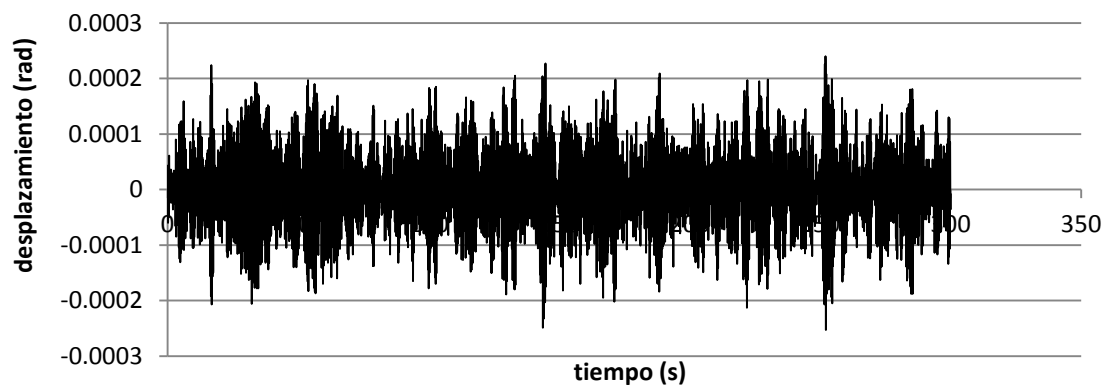


b) Desplazamientos para el punto 16

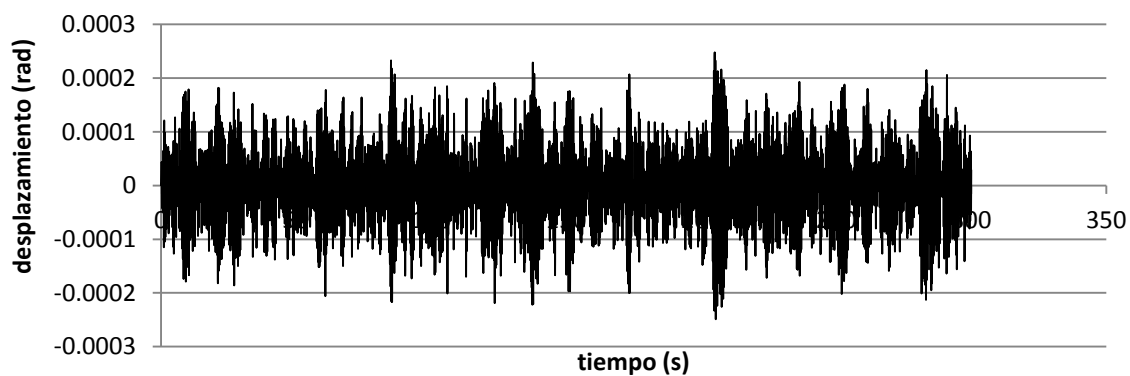


c) Desplazamientos para el punto 21

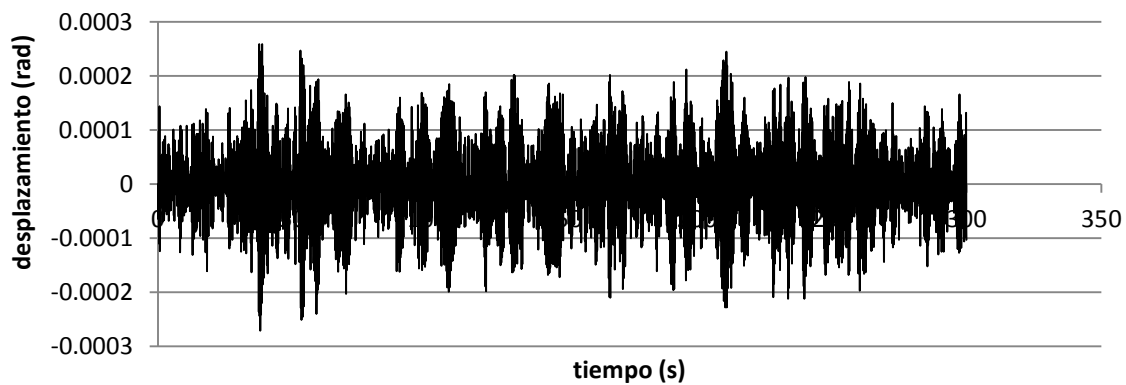
Figura 5.12 Desplazamientos para un ángulo de incidencia de 6° y velocidad de retorno de 10 años



a) Rotación para el punto 11



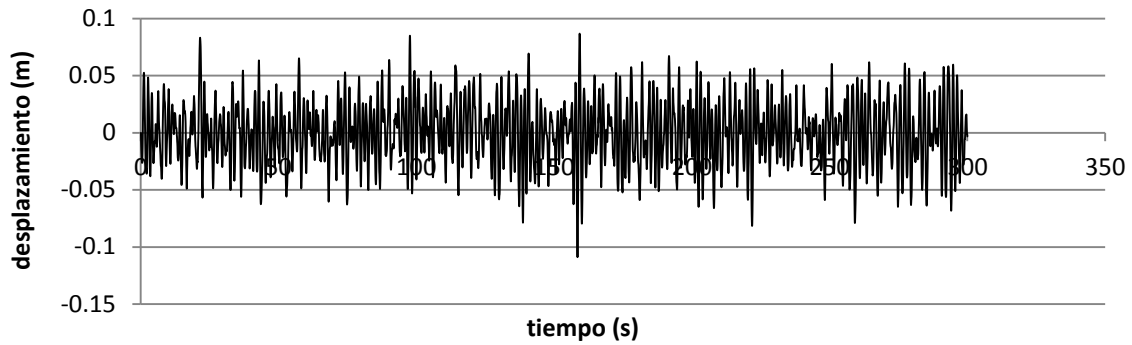
b) Rotación para el punto 16



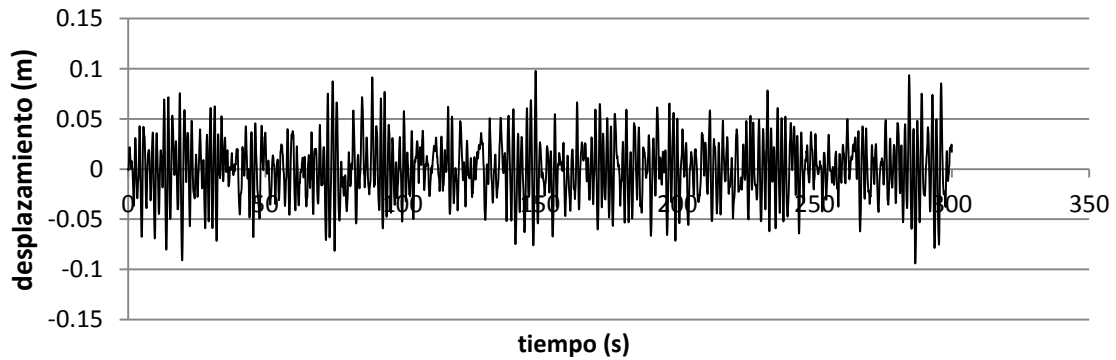
c) Rotación para el punto 21

Figura 5.13 Desplazamientos para un ángulo de incidencia de 6° y velocidad de retorno de 10 años

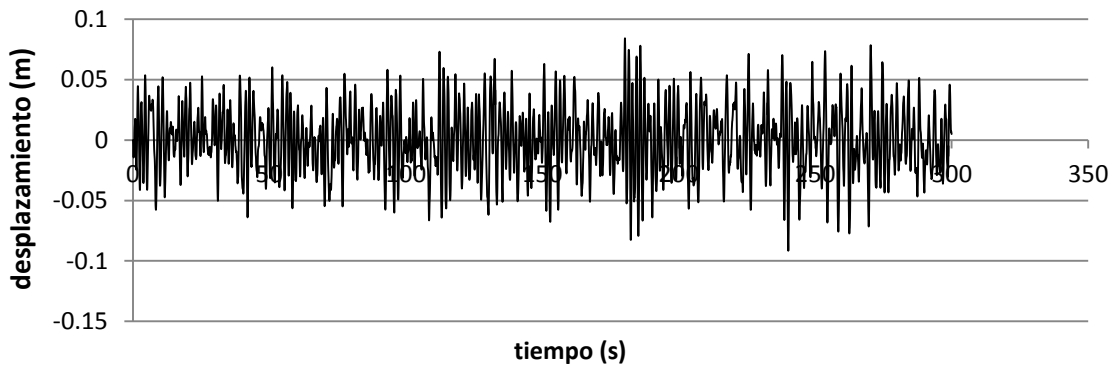
Al cambiar el ángulo de ataque a 10° la respuesta disminuye a un desplazamiento máximo absoluto de 0.11 m y giros cercanos a 0.0002 rad, lo cual se observa en las figuras 5.14 y 5.15.



a) Desplazamientos para el punto 11

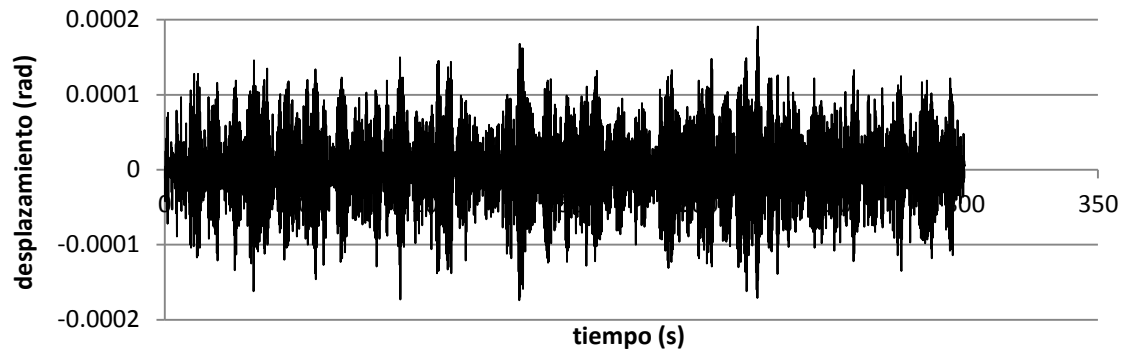


b) Desplazamientos para el punto 16

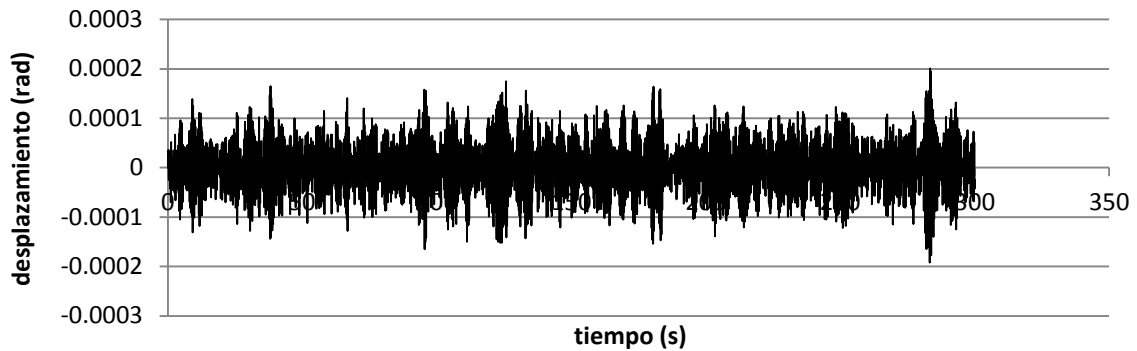


c) Desplazamientos para el punto 21

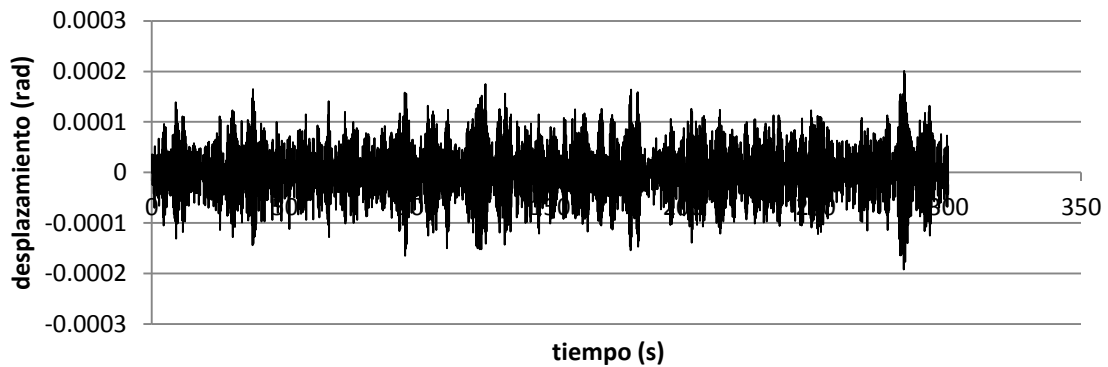
Figura 5.14 Desplazamientos para un ángulo de incidencia de 6° y velocidad de retorno de 10 años



a) Rotación para el punto 11



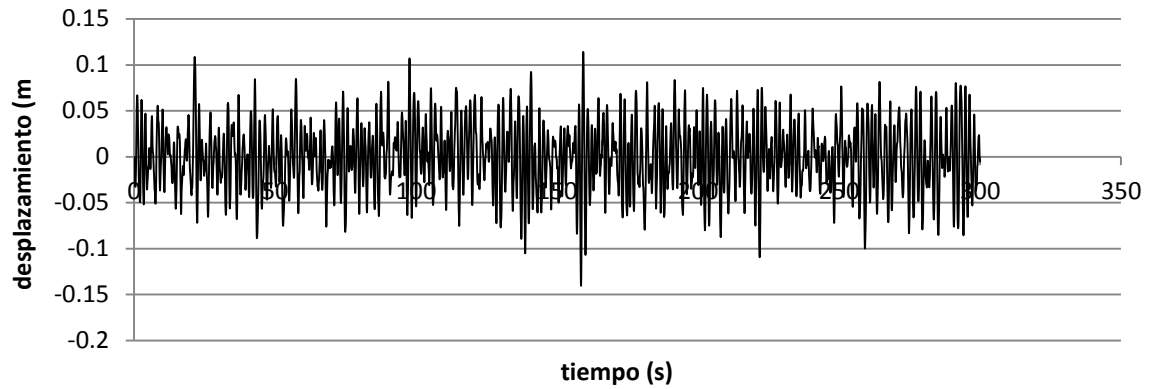
b) Rotación para el punto 16



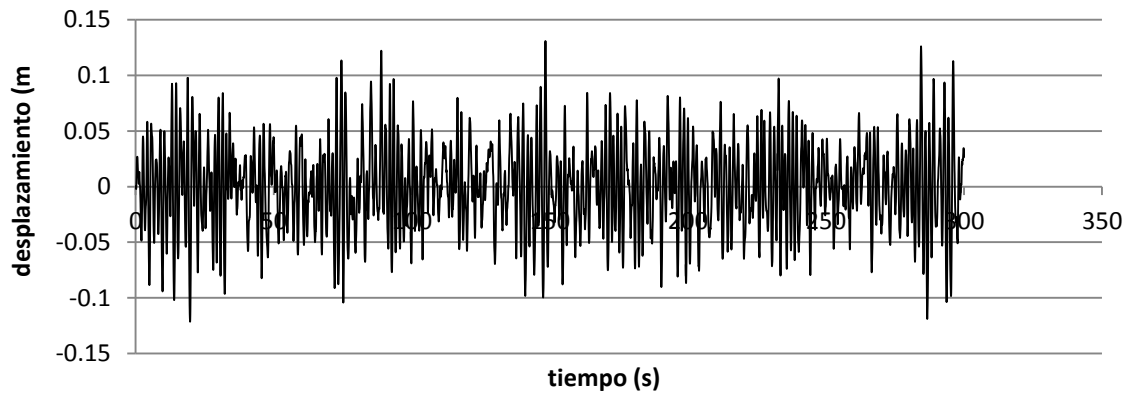
c) Rotación para el punto 21

Figura 5.15 Desplazamientos para un ángulo de incidencia de 10° y velocidad de retorno de 10 años

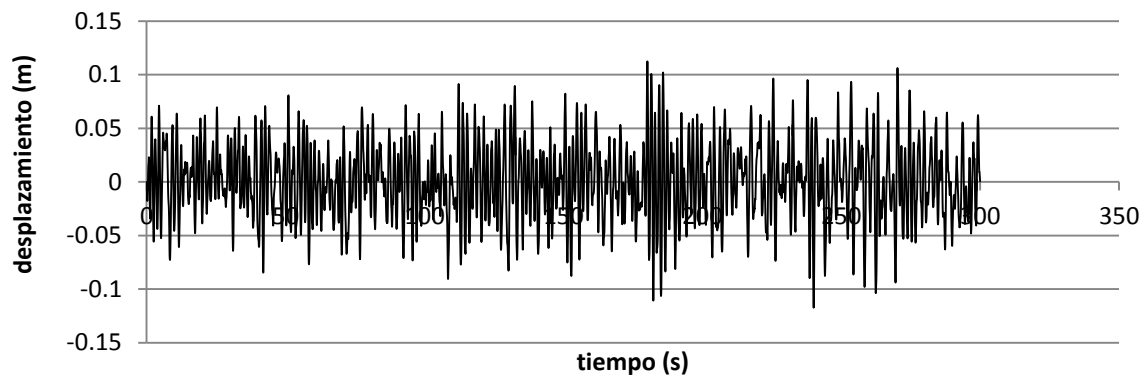
Si se cambia el ángulo de ataque a -6° la respuesta de los desplazamientos vuelve a incrementarse, pero los máximos absolutos permanecen por debajo de los máximos registrados para un ángulo de ataque de 6° , a diferencia de los giros que son más afectados por la influencia de un ángulo de ataque negativo alcanzando máximos de hasta 0.0015 rad (figuras 5.16 y 5.17).



a) Desplazamiento para el punto 11

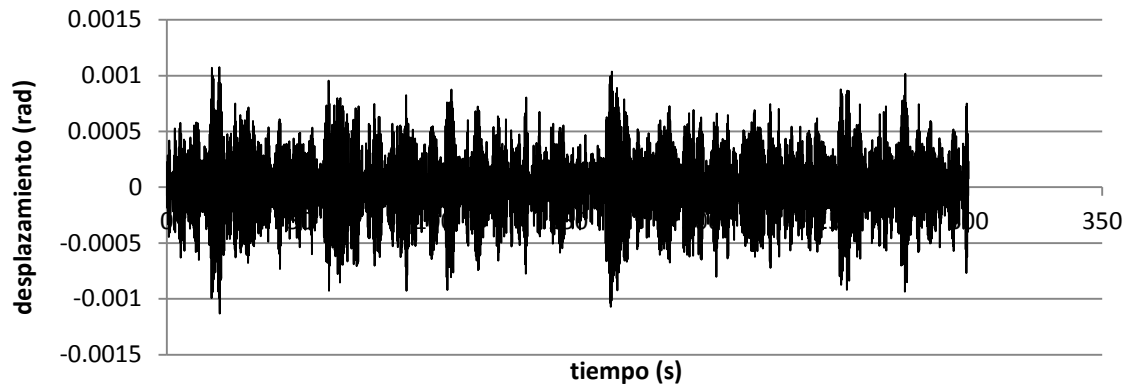


b) Desplazamiento para el punto 16

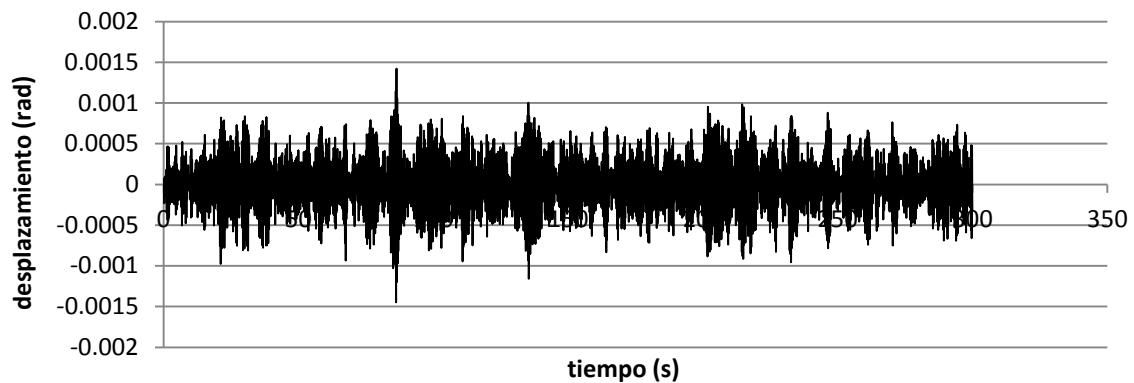


c) Desplazamiento para el punto 21

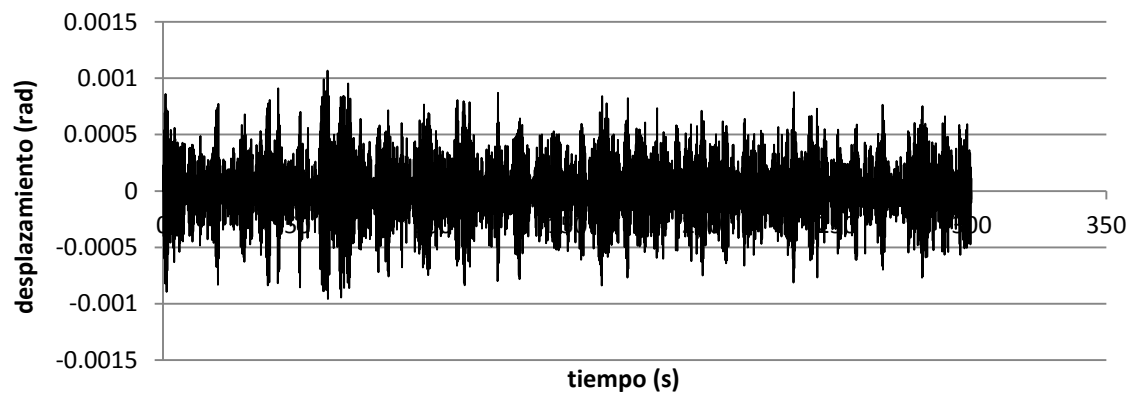
Figura 5.16 Desplazamientos para un ángulo de incidencia de -6° y velocidad de retorno de 10 años



a) Rotación para el punto 11



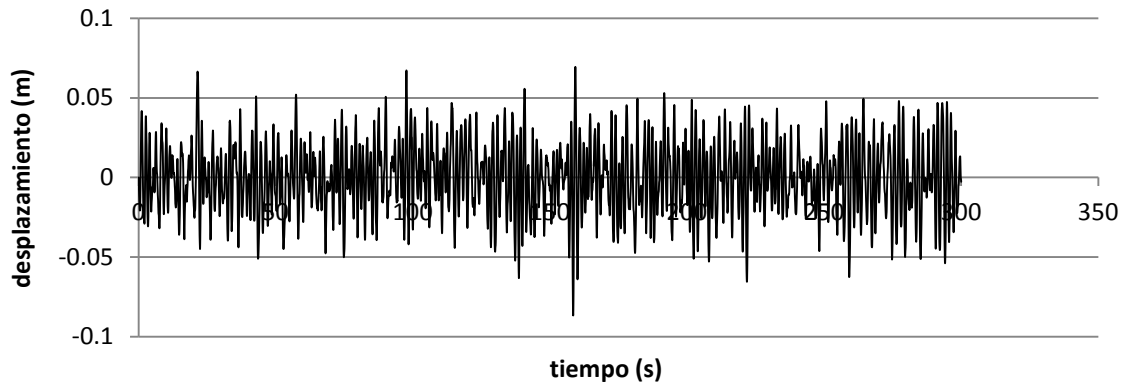
b) Rotación para el punto 16



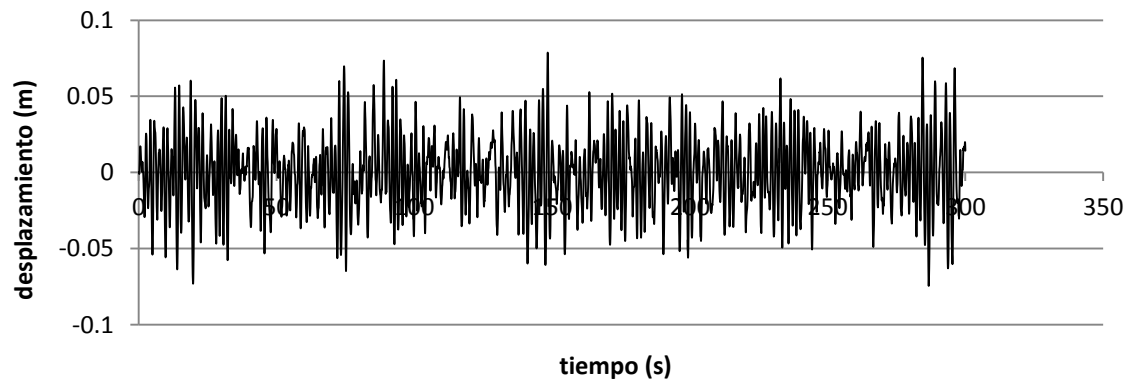
c) Rotación para el punto 21

Figura 5.17 Desplazamientos para un ángulo de incidencia de -6° y velocidad de retorno de 10 años

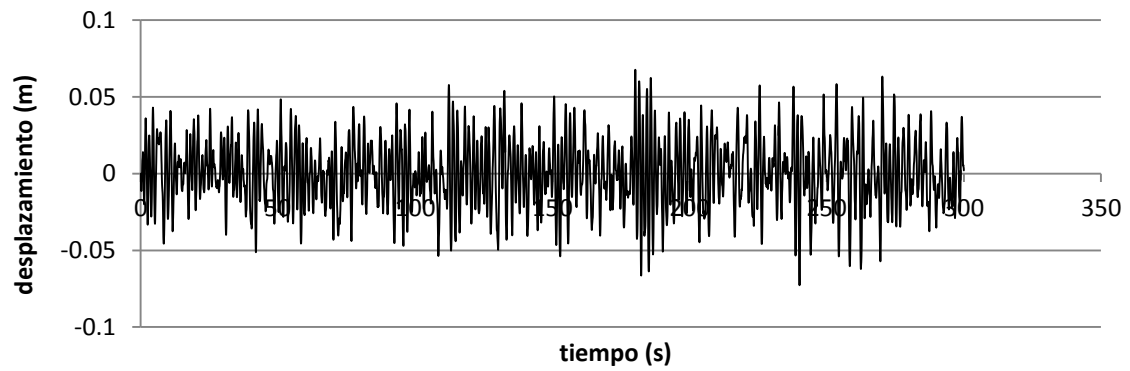
Para un ángulo de ataque de -10° la respuesta vuelve a disminuir (figuras 5.18 y 5.19), haciendo evidente que para ángulos de ataque cercanos a cero la respuesta de desplazamientos se incrementa.



a) Desplazamientos para el punto 11

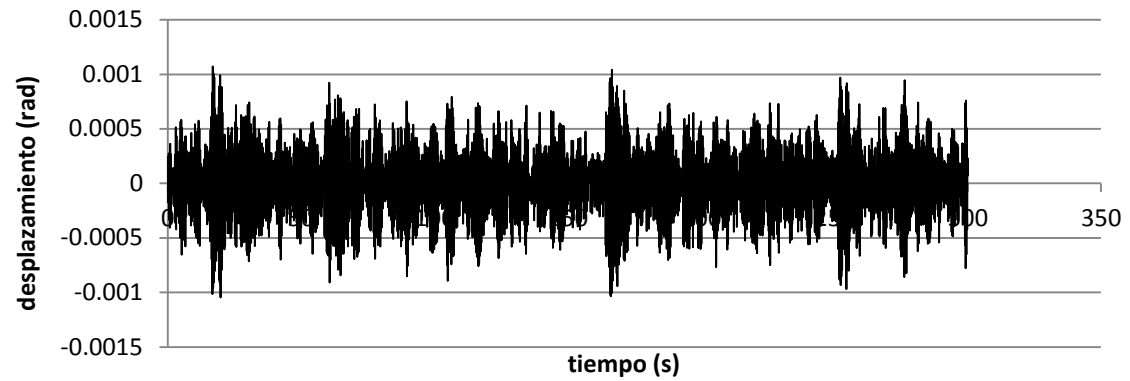


b) Desplazamientos para el punto 16

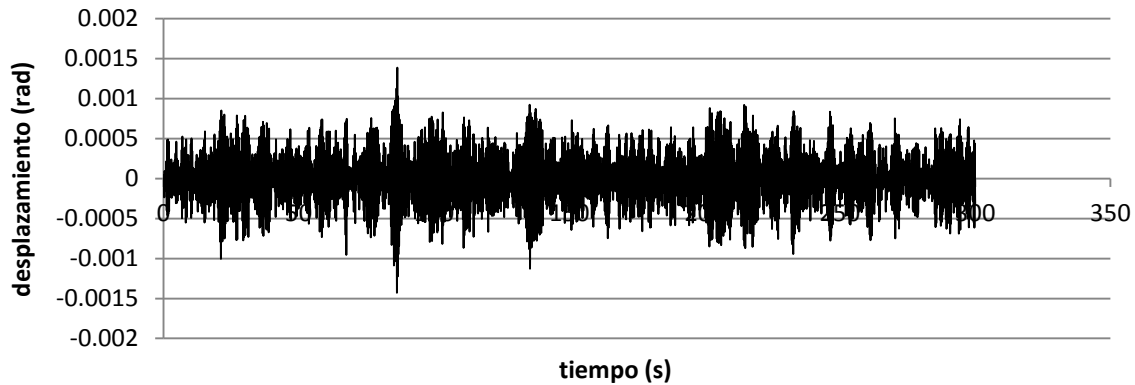


c) Desplazamientos para el punto 21

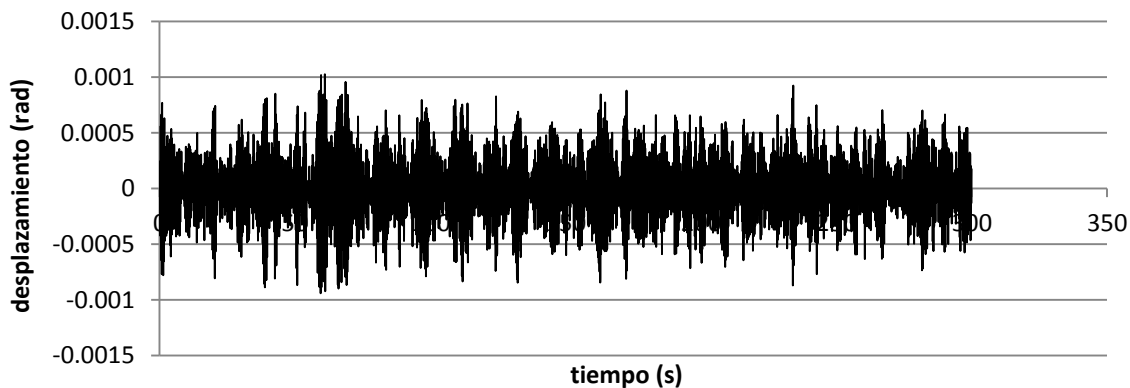
Figura 5.18 Desplazamientos para un ángulo de incidencia de -10° y velocidad de retorno de 10 años



a) Rotación para el punto 11



b) Rotación para el punto 16

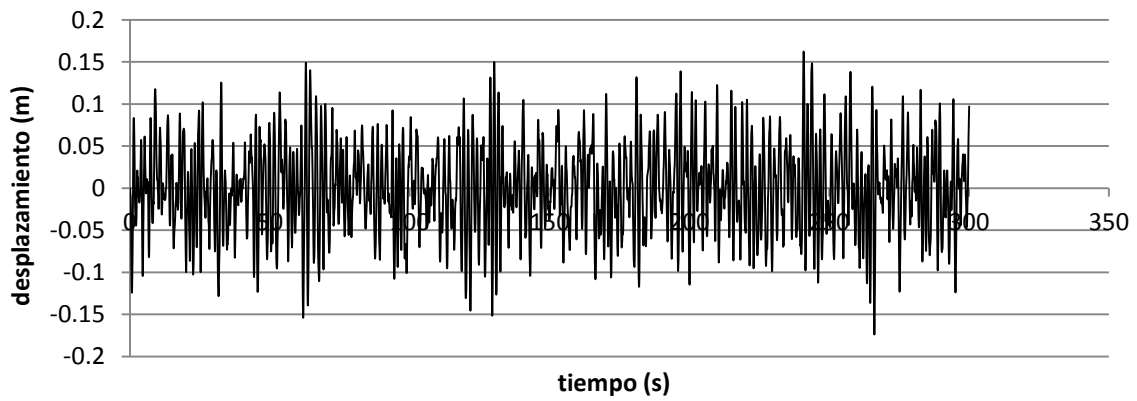


c) Rotación para el punto 21

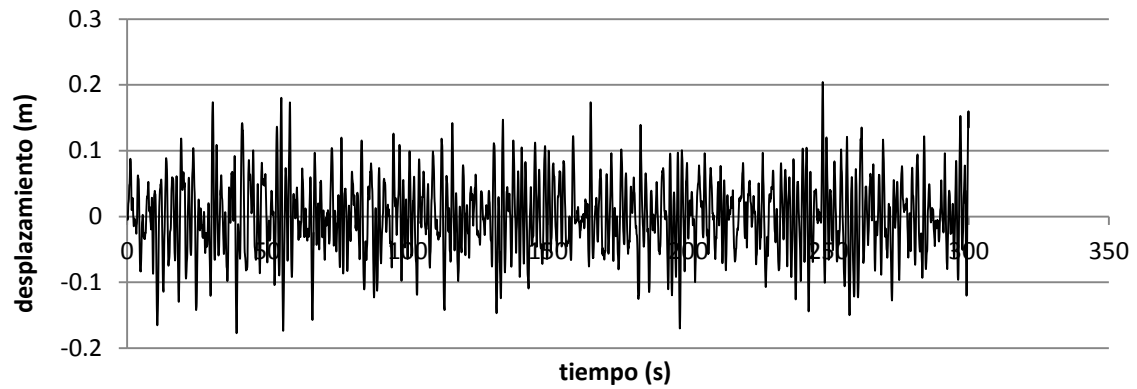
Figura 5.19 Desplazamientos para un ángulo de incidencia de -10° y velocidad de retorno de 10 años

Si se mantienen las condiciones anteriores y nada más se cambia la velocidad para un periodo de retorno de 200 años, se observa que el comportamiento es similar a los casos presentados anteriormente, incrementando o disminuyendo los máximos en función del ángulo de ataque, obteniendo desplazamientos mayores a los registrados para una velocidad de retorno de años. El máximo desplazamiento vertical que se

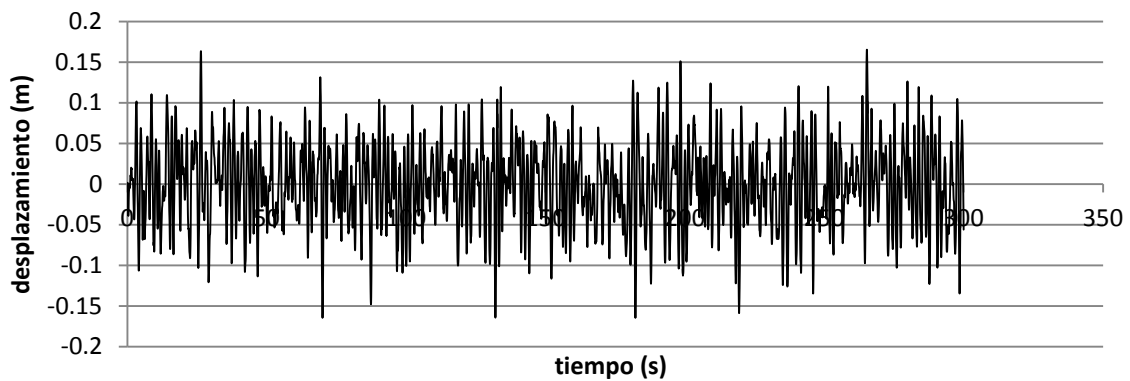
presenta es de 0.20 m y el máximo valor del giro es de 0.0018 rad. Los resultados para este último caso se muestran en las figuras 5.20 a 5.27.



a) Desplazamientos para el punto 11

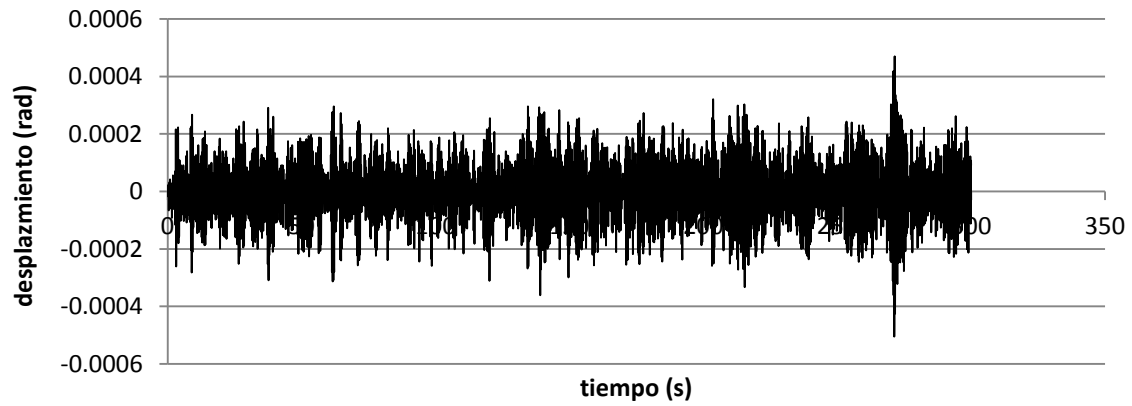


b) Desplazamientos para el punto 16

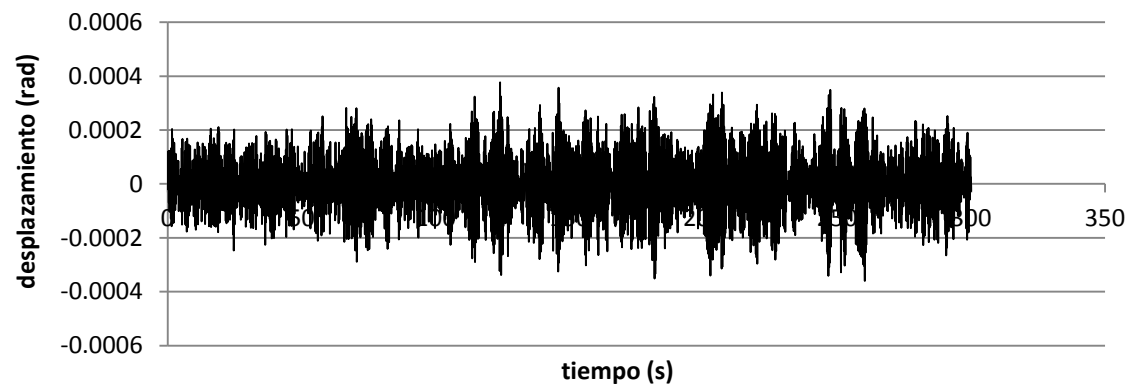


c) Desplazamientos para el punto 21

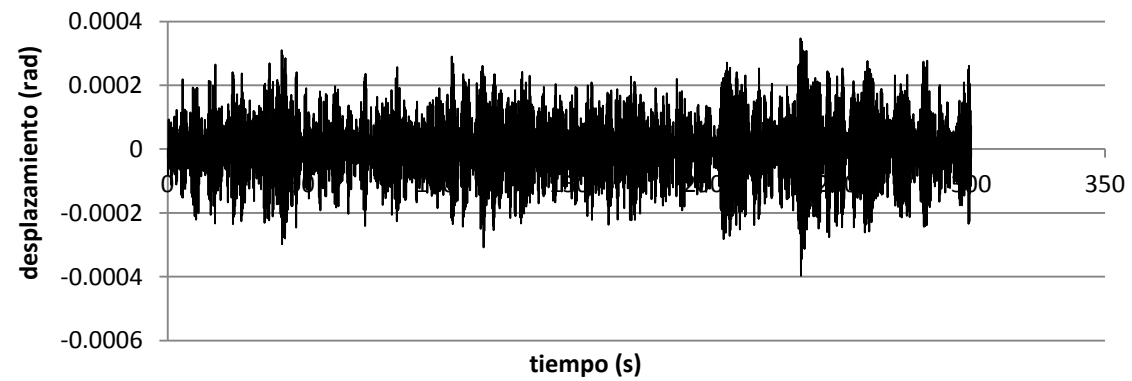
Figura 5.20 Desplazamientos para un ángulo de incidencia de 6° y velocidad de retorno de 200 años



a) Rotación para el punto 11

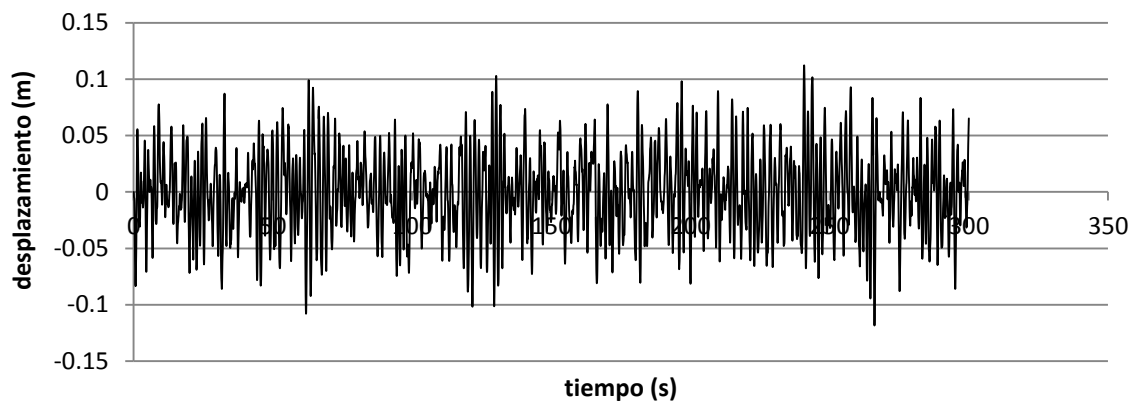


b) Rotación para el punto 16

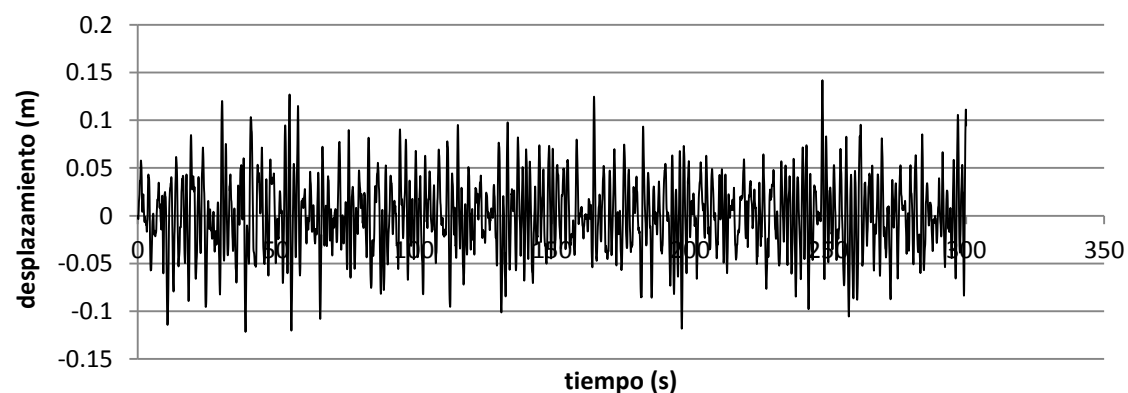


c) Rotación para el punto 21

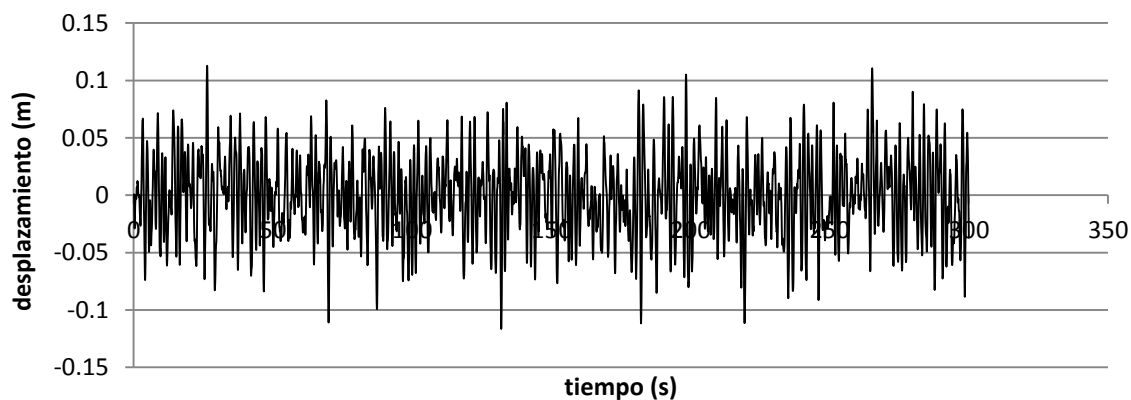
Figura 5.21 Desplazamientos para un ángulo de incidencia de 6° y velocidad de retorno de 200 años



a) Desplazamientos para el punto 11

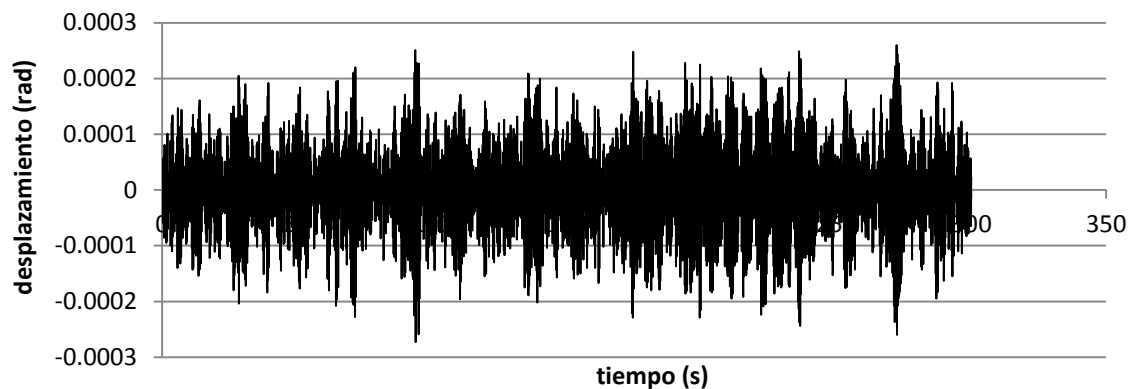


b) Desplazamientos para el punto 16

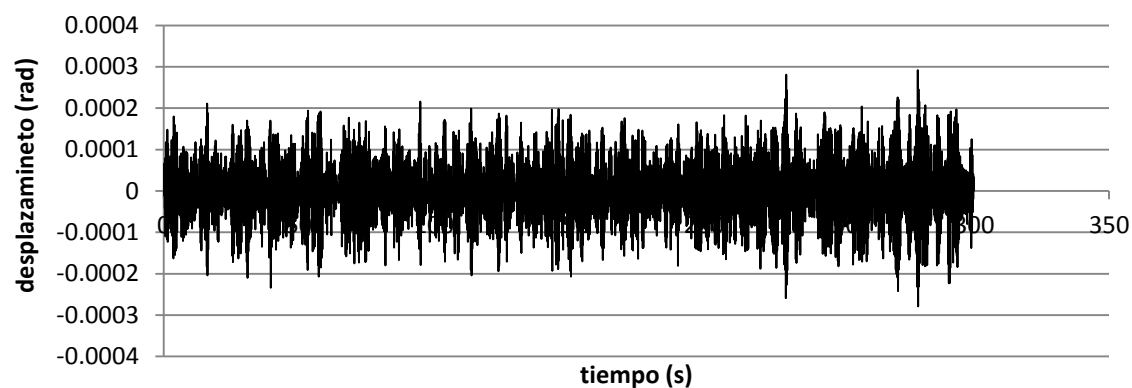


c) Desplazamientos para el punto 21

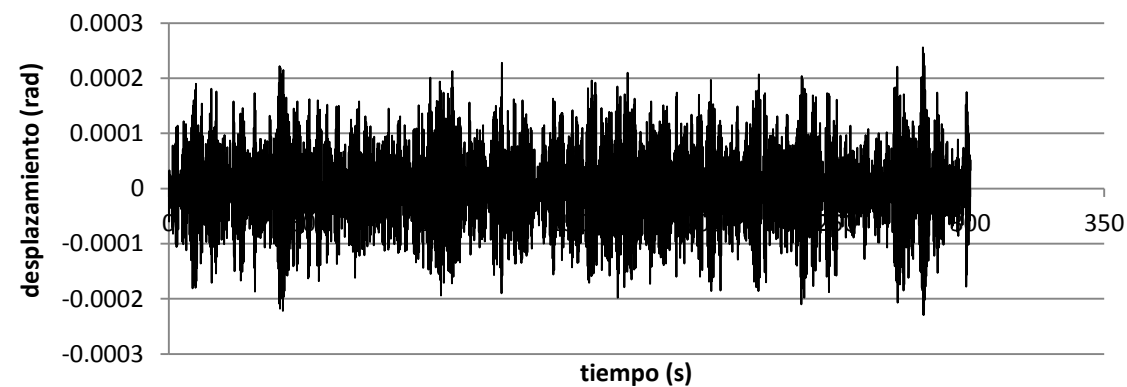
Figura 5.22 Desplazamientos para un ángulo de incidencia de 10° y velocidad de retorno de 200 años



a) Rotación para el punto 11

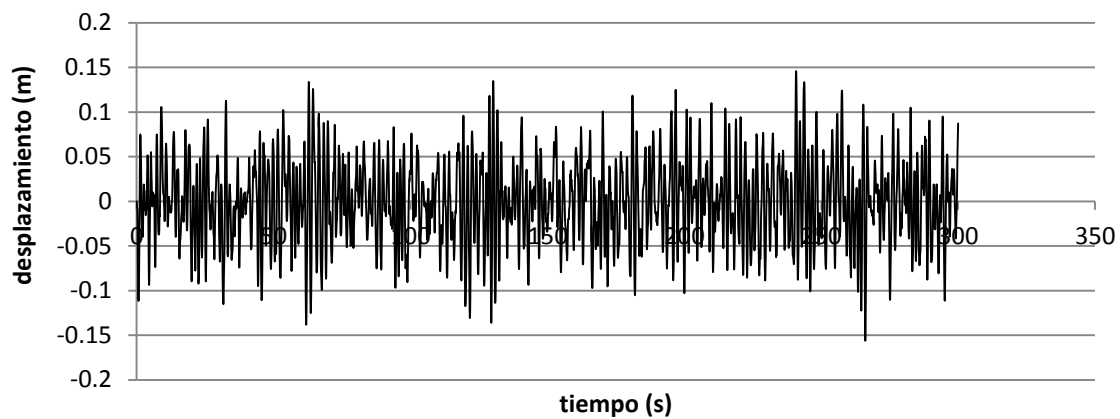


b) Rotación para el punto 16

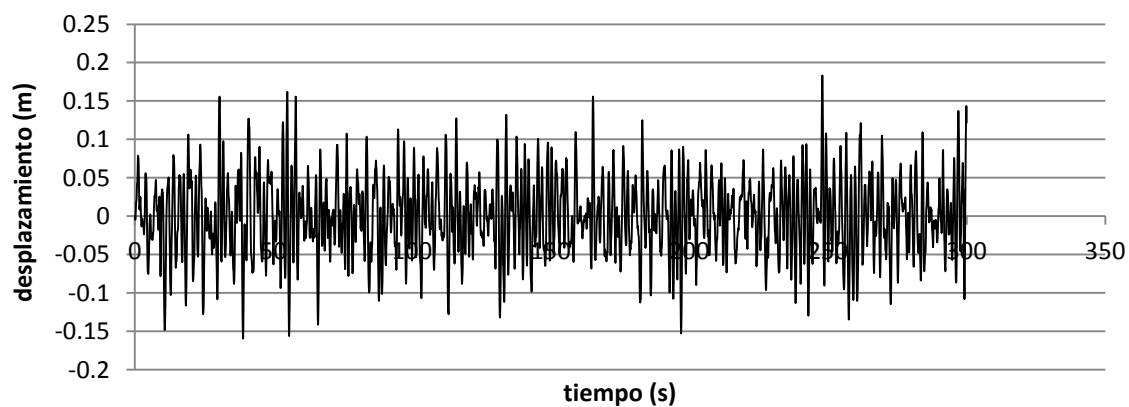


c) Rotación para el punto 21

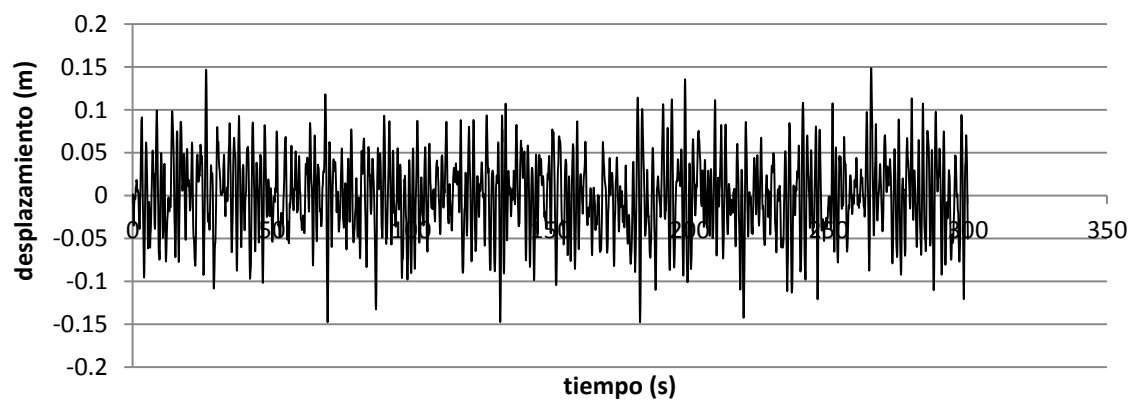
Figura 5.23 Desplazamientos para un ángulo de incidencia de 10° y velocidad de retorno de 200 años



a) Desplazamientos para el punto 11

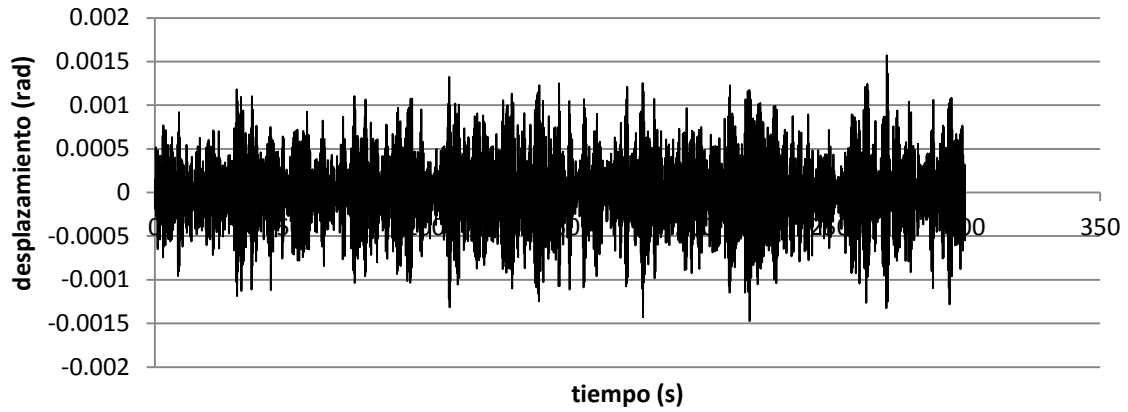


b) Desplazamientos para el punto 16

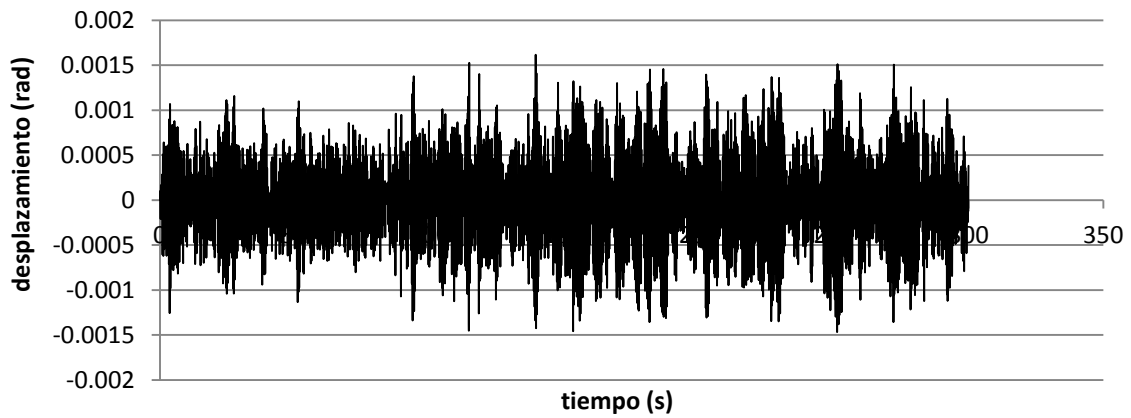


c) Desplazamientos para el punto 21

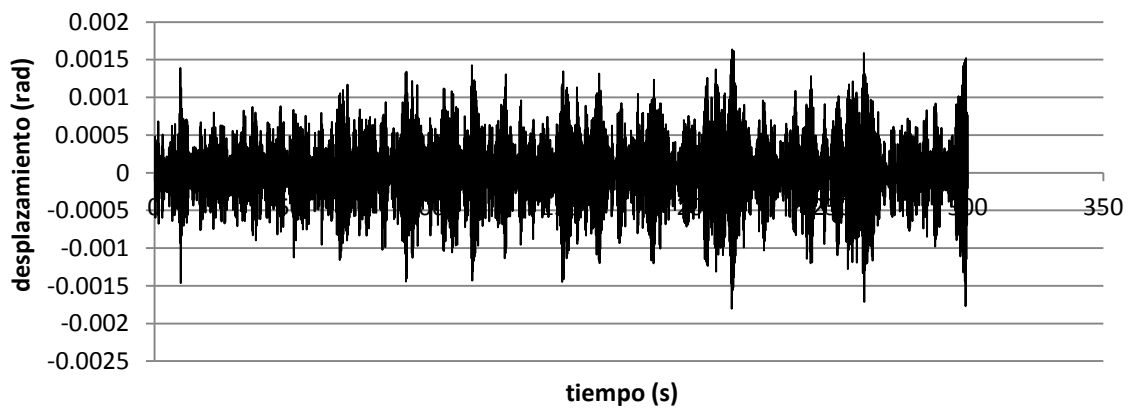
Figura 5.24 Desplazamientos para un ángulo de incidencia de -6° y velocidad de retorno de 200 años



a) Rotación para el punto 11

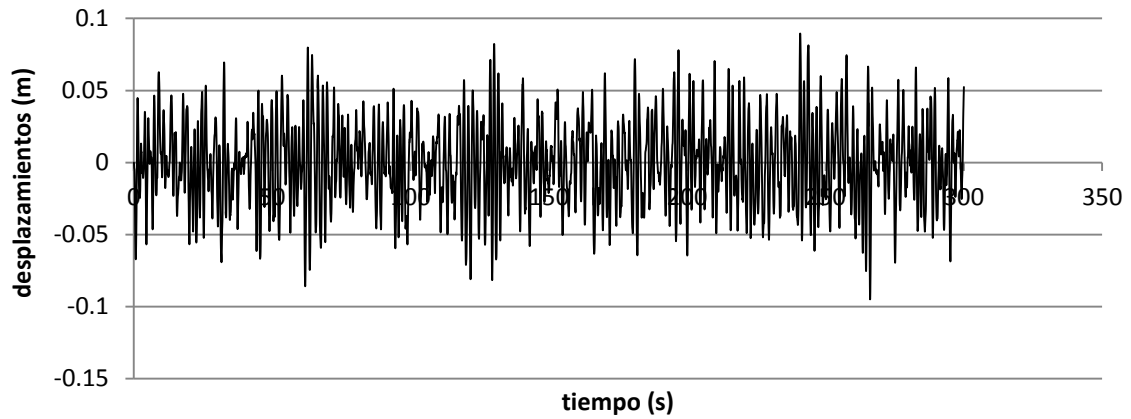


b) Rotación para el punto 16

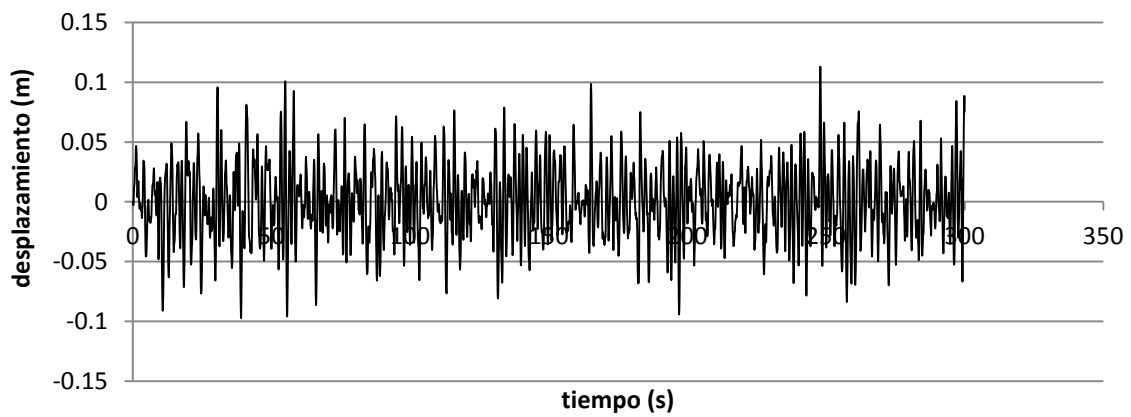


c) Rotación para el punto 21

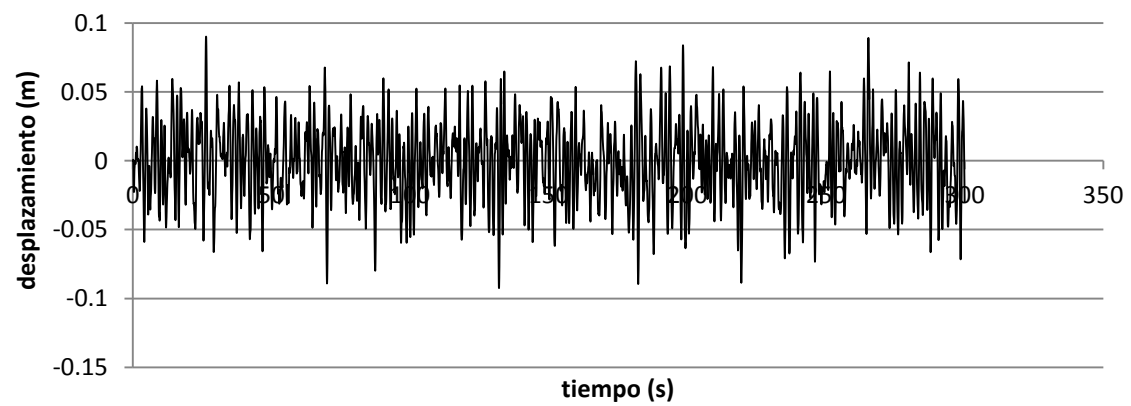
Figura 5.25 Desplazamientos para un ángulo de incidencia de -6° y velocidad de retorno de 200 años



a) Desplazamientos para el punto 11

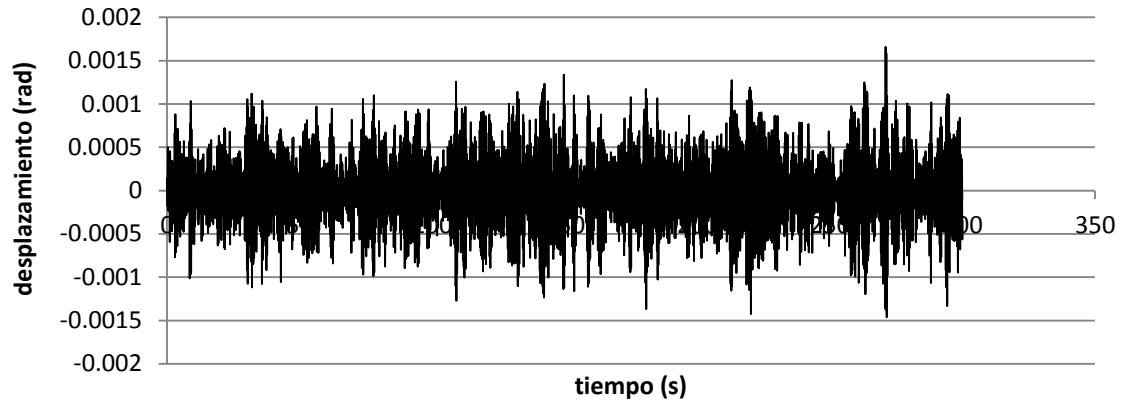


b) Desplazamientos para el punto 16

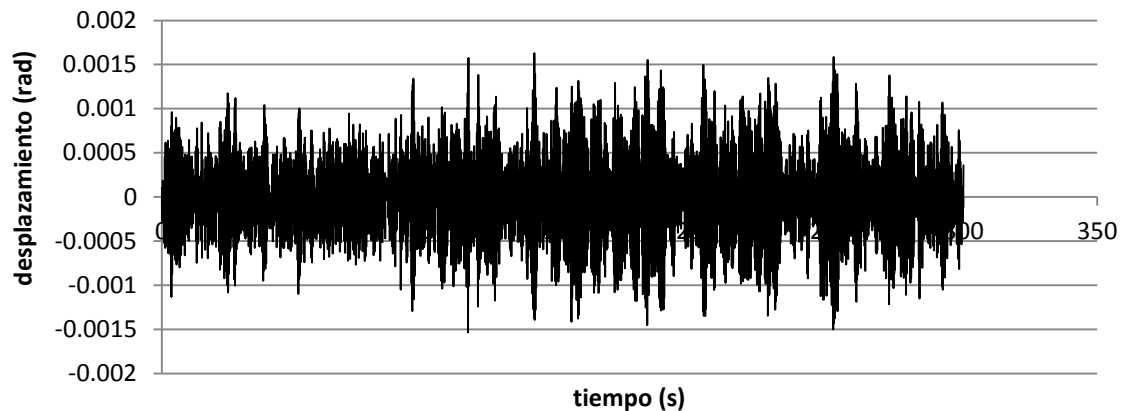


c) Desplazamientos para el punto 21

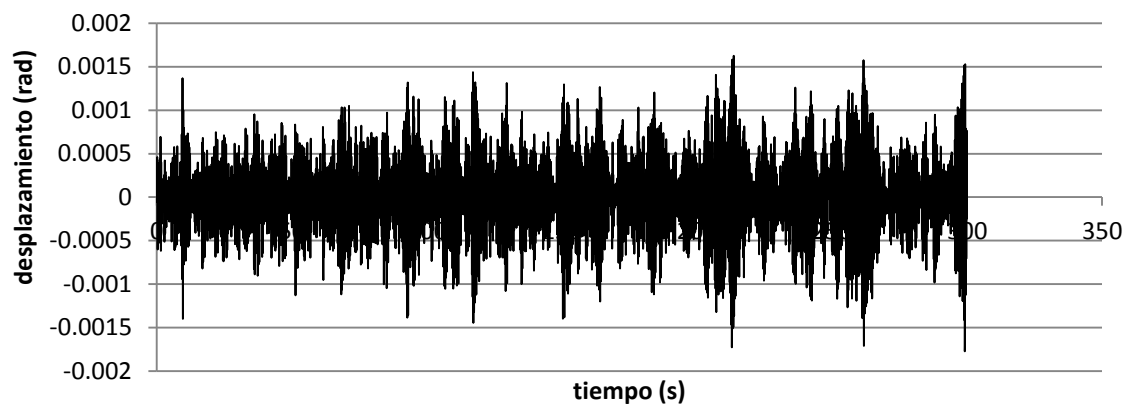
Figura 5.26 Desplazamientos para un ángulo de incidencia de -10° y velocidad de retorno de 200 años



a) Rotación para el punto 11



b) Rotación para el punto 16

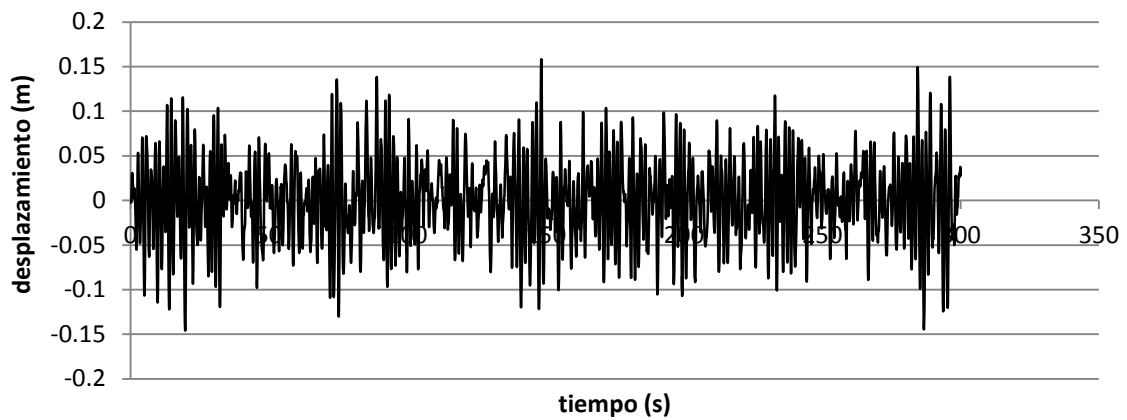


c) Rotación para el punto 21

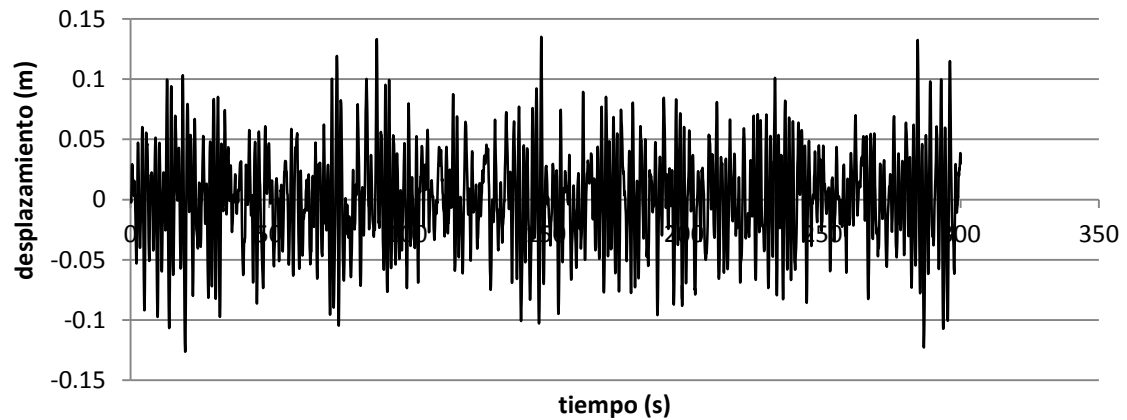
Figura 5.27 Desplazamientos para un ángulo de incidencia de -10° y velocidad de retorno de 200 años

Para observar el efecto del amortiguamiento aerodinámico se analizará el punto 16, con una velocidad obtenida con un periodo de retorno de 10 años y un ángulo de ataque de 6° , variando el amortiguamiento desde 1% hasta 10%. La figura 5.28 muestra que conforme se incrementa el amortiguamiento aerodinámico de levante (ε_h) la respuesta

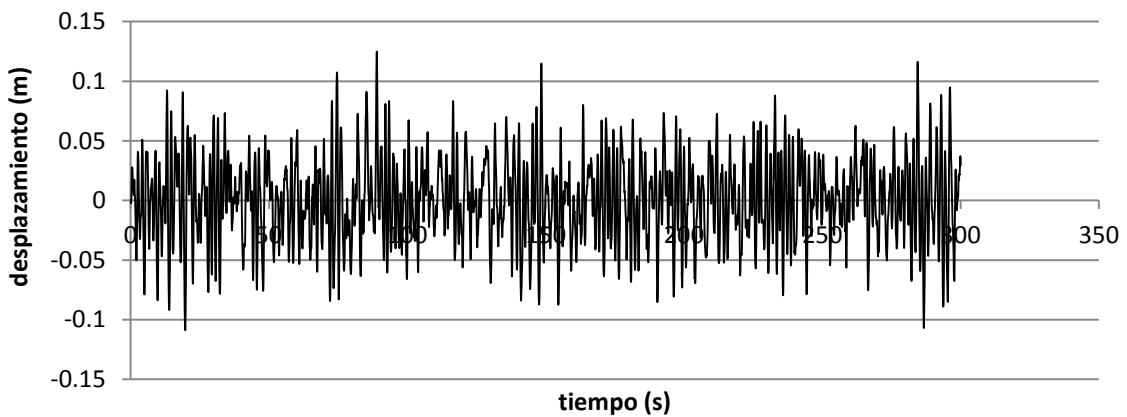
disminuye y el mismo efecto ocurre para el amortiguamiento aerodinámico de torsión (ε_α) figura 5.29.



a) Respuesta para el 1% de amortiguamiento

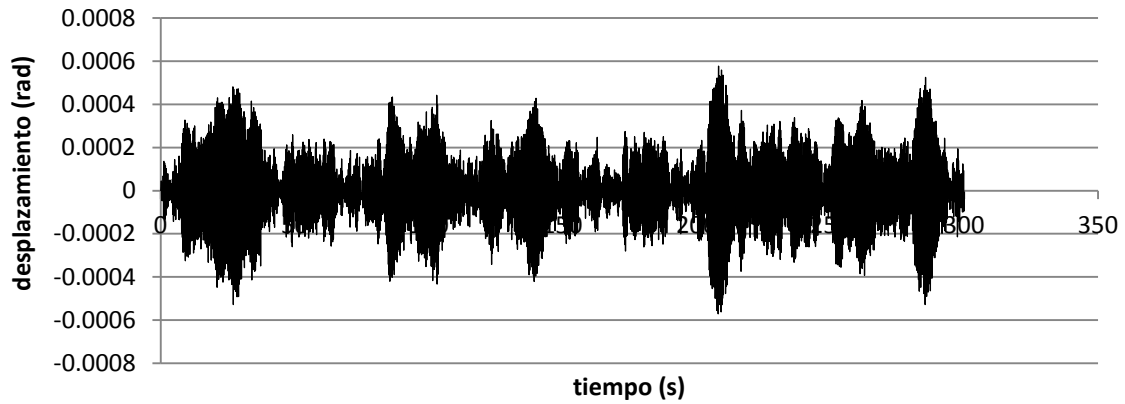


b) Respuesta para el 5% de amortiguamiento

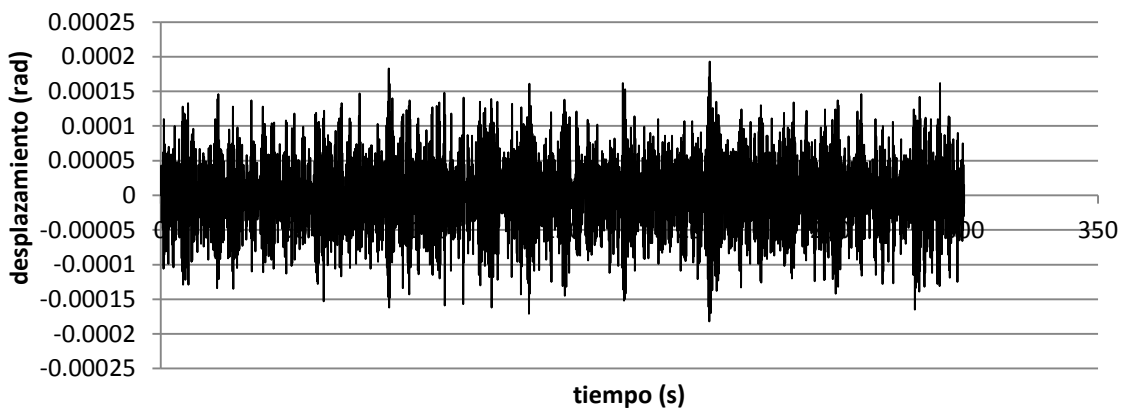


c) Respuesta para el 10% de amortiguamiento

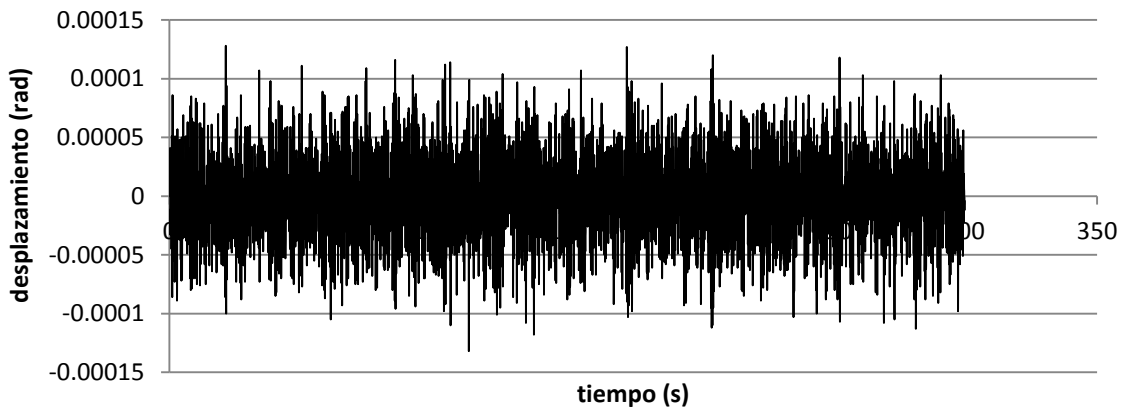
Figura 5.28 Efecto del amortiguamiento en la respuesta del tablero



a) Respuesta para el 1% de amortiguamiento



b) Respuesta para el 5% de amortiguamiento



c) Respuesta para el 10% de amortiguamiento

Figura 5.29 Efecto del amortiguamiento en la respuesta del tablero

Para observar el efecto del amortiguamiento con mayor claridad, en la figuras 5.30 y 5.31 muestran el desplazamiento máximo absoluto obtenido en la dirección vertical y giros respectivamente, se observa que para ambos casos, el desplazamiento máximo absoluto disminuye a medida que se incrementa el amortiguamiento, manteniendo un cambio casi constante para el desplazamiento vertical (figura 5.30) y un cambio del tipo exponencial para el giro (figura 5.31).

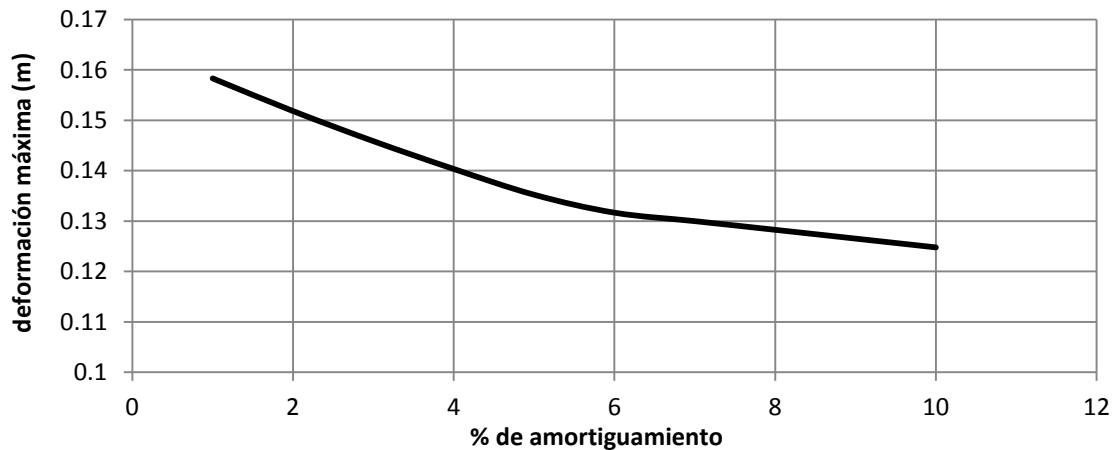


Figura 5.30 Máximos desplazamientos verticales absolutos al variar el amortiguamiento

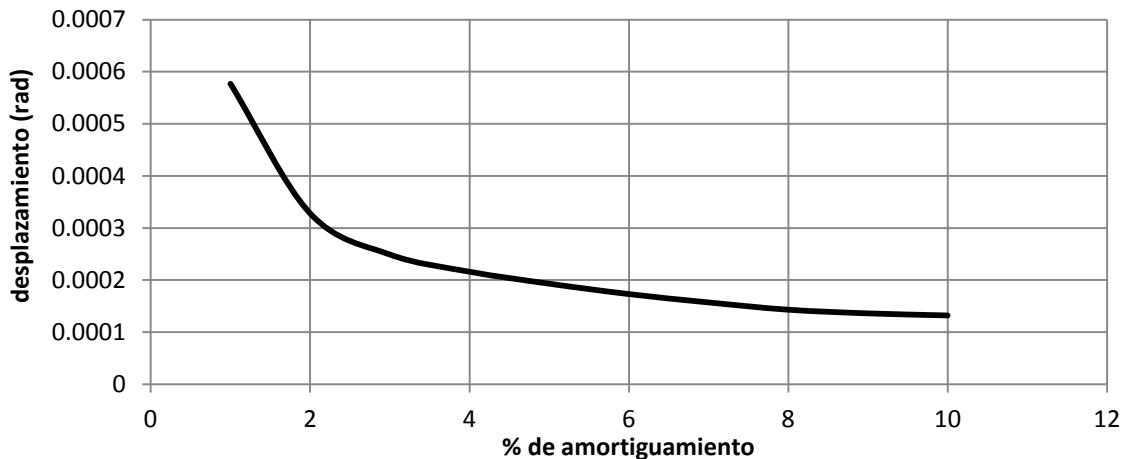
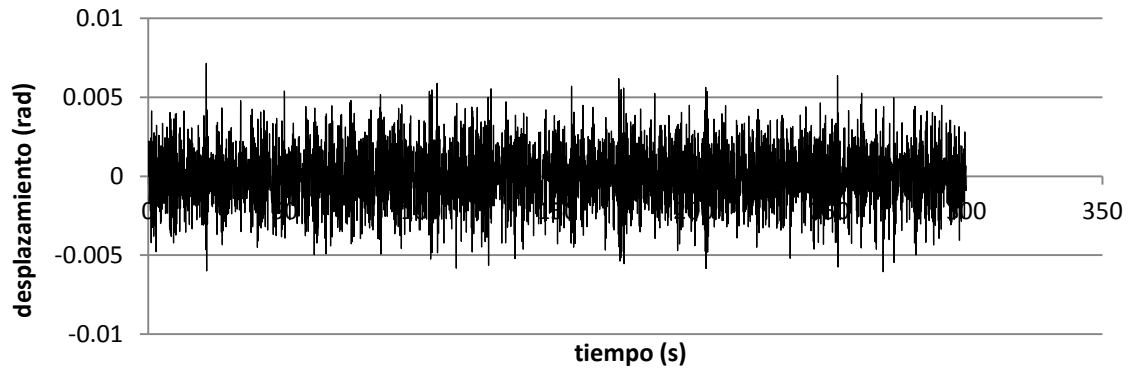


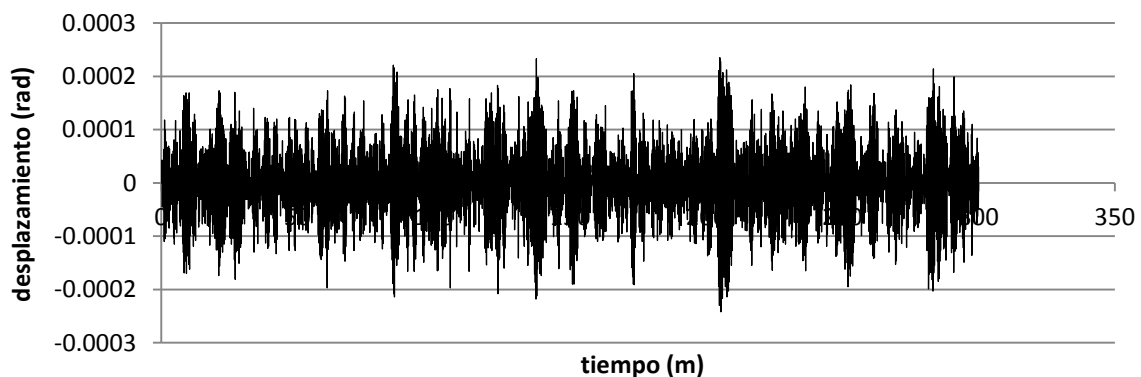
Figura 5.31 Máximos giros absolutos al variar el amortiguamiento

Manteniendo constantes las condiciones anteriores (ángulo de ataque de 6° , amortiguamiento del 3%, velocidad para un periodo de retorno de 10 años y la masa original del tablero) y variamos el momento másico de inercia de $10000 \text{ kg m}^2/\text{m}$ hasta un

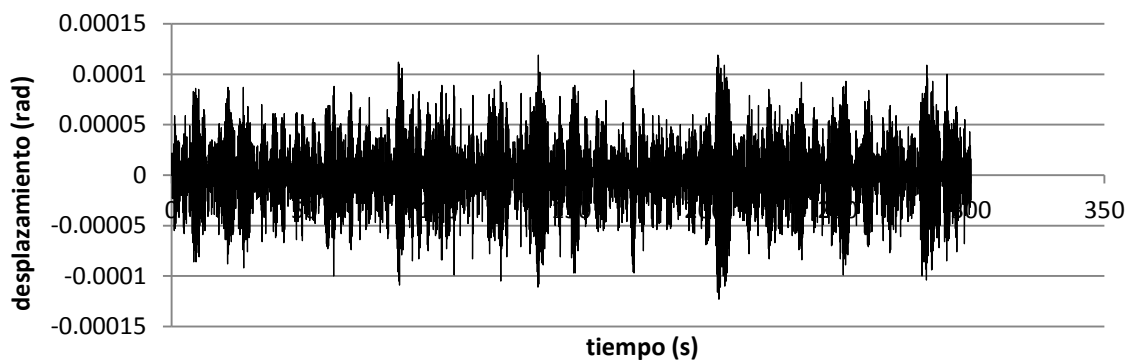
valor de $1000000 \text{ kg m}^2/\text{m}$ se observa el efecto del mismo, con respecto a la respuesta de giro del tablero. La figura 5.32 muestra que a pesar de que haya grandes cambios en el momento másico de inercia los desplazamientos no se incrementan en gran medida. La figura 5.33 muestra la tendencia del desplazamiento máximo al incrementar el momento másico de inercia y se observa que a partir de un cierto valor del momento másico el máximo no cambian radicalmente.



a) Respuesta para un momento de inercia de $10000 \text{ kg m}^2/\text{m}$



b) Respuesta para un momento de inercia de $500000 \text{ kg m}^2/\text{m}$



c) Respuesta para un momento de inercia de $1000000 \text{ kg m}^2/\text{m}$

Figura 5.32 Efecto del momento másico de inercia en la respuesta del tablero

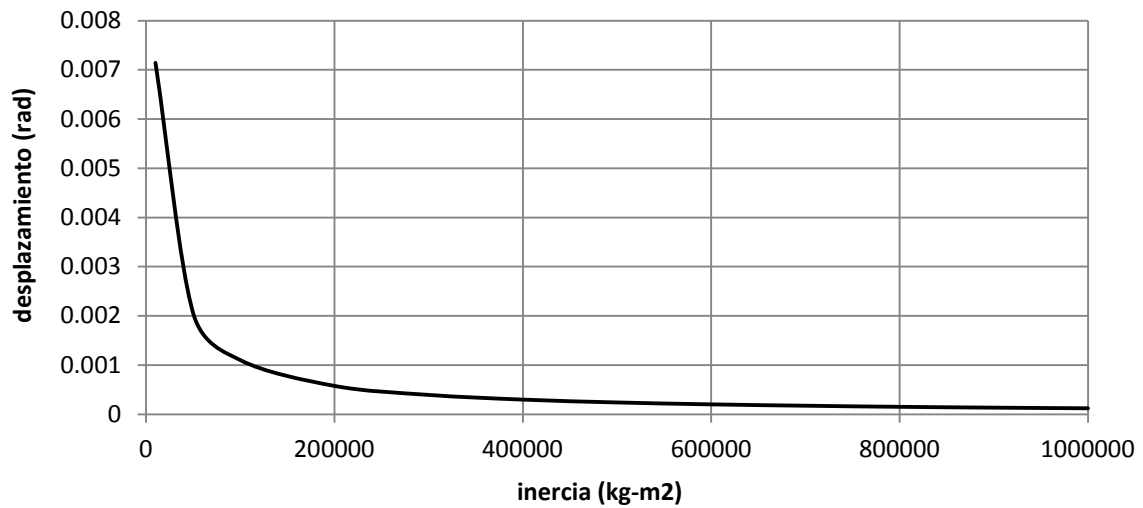


Figura 5.33 Efecto del amortiguamiento en el máximo absoluto de la respuesta

El efecto del momento de inercia sobre el giro del tablero es similar al efecto que produce la masa sobre los desplazamientos verticales del mismo. Al observar la figura 5.34 se hace evidente una mayor sensibilidad de los movimientos del tablero ante un cambio en la masa del mismo, pero al analizar la figura 5.35 en donde se presentan los máximos absolutos para diferentes valores de la masa del tablero, la tendencia observada es la misma que la del momento de inercia.

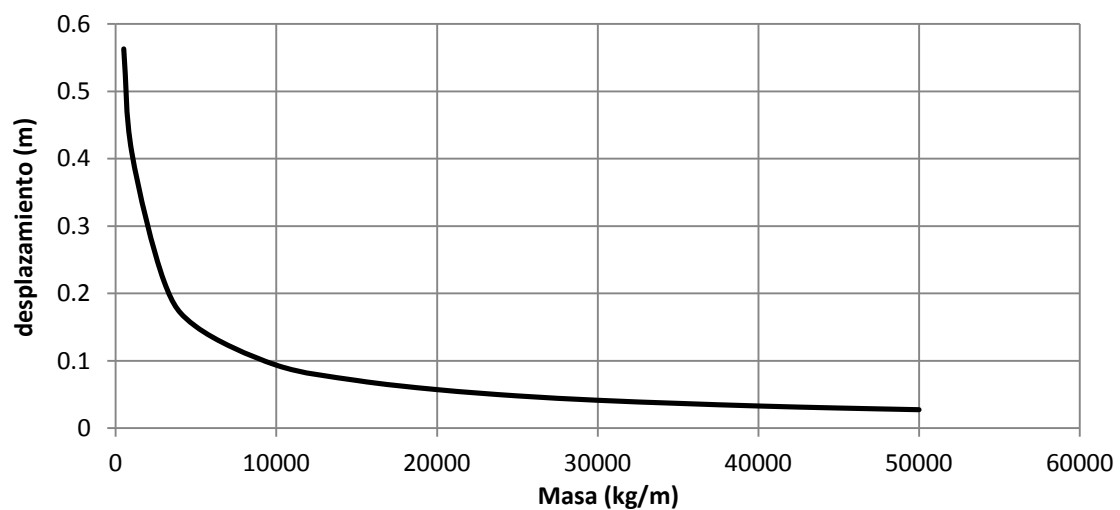
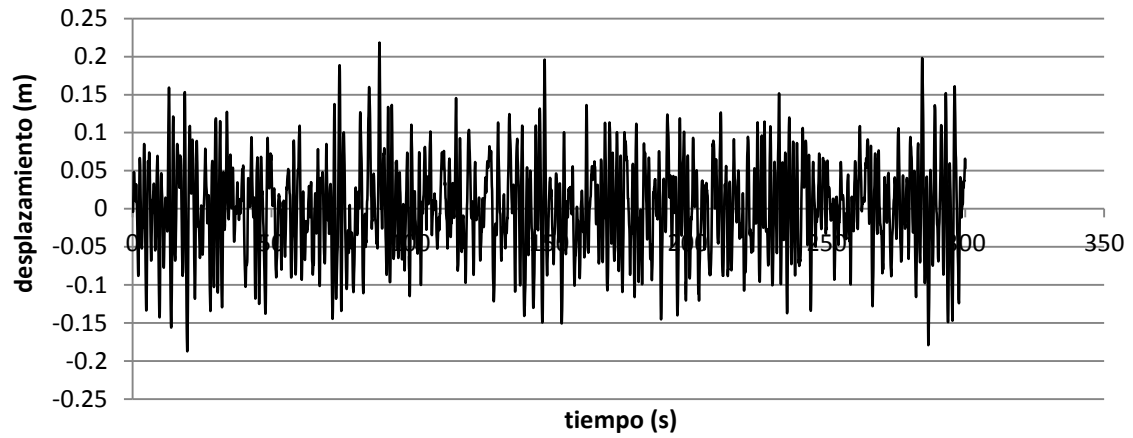
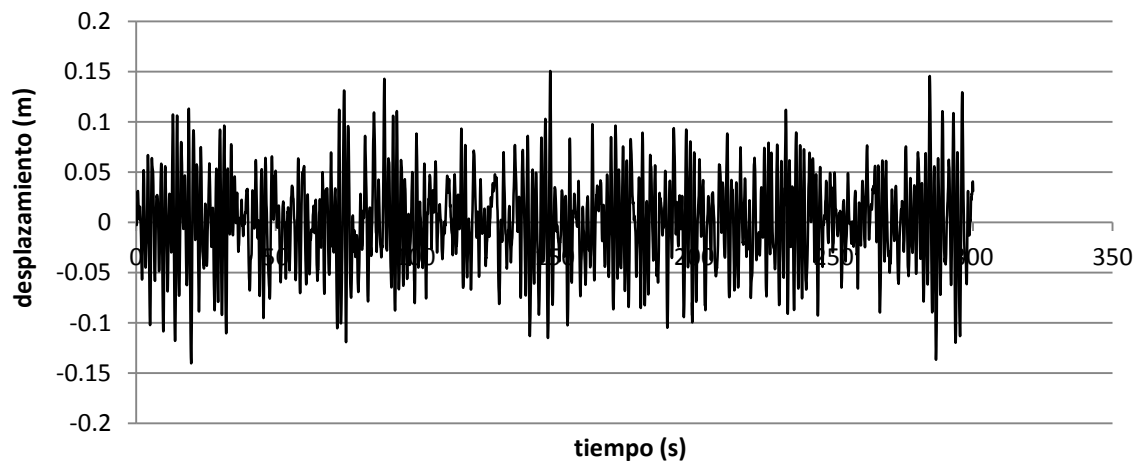


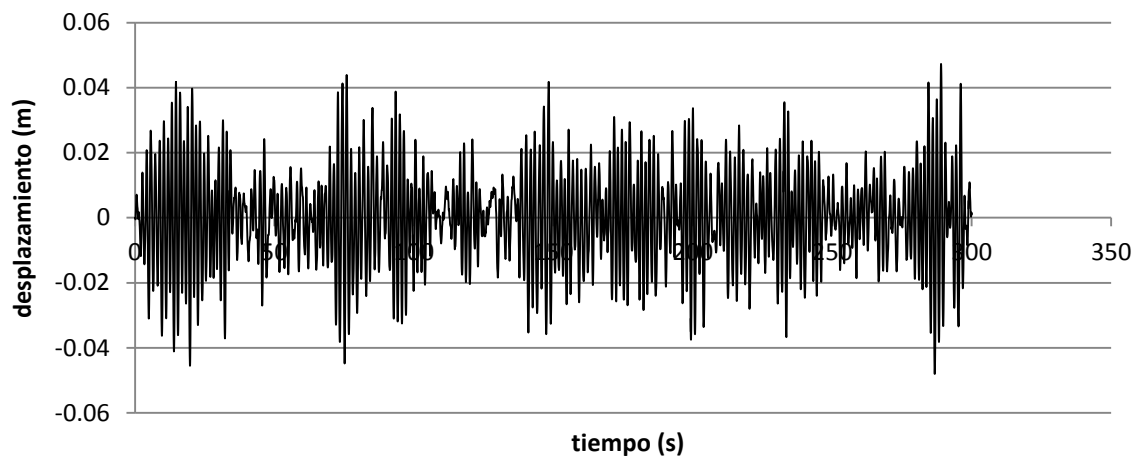
Figura 5.33 Efecto de la masa en el máximo absoluto de la respuesta



a) Respuesta para una masa de 3000 kg/m



b) Respuesta para una masa de 5000 kg/m

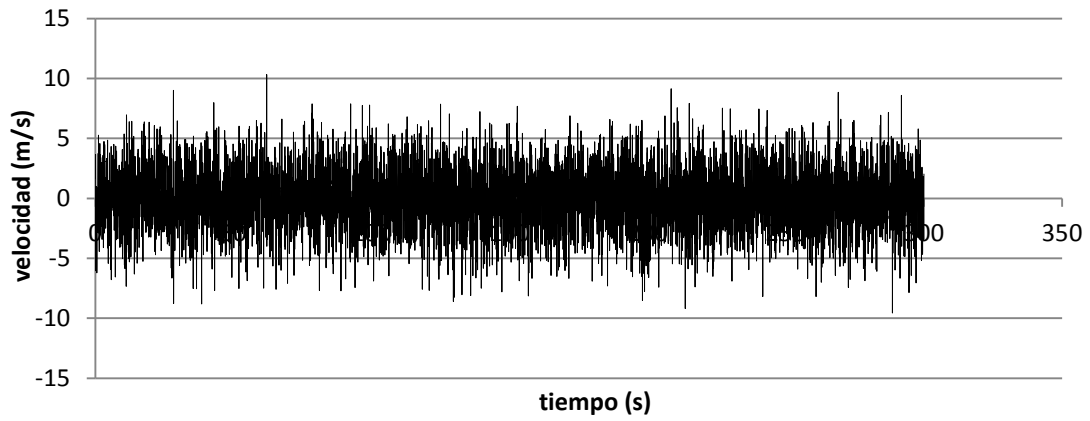


c) Respuesta para una masa de 25000 kg/m

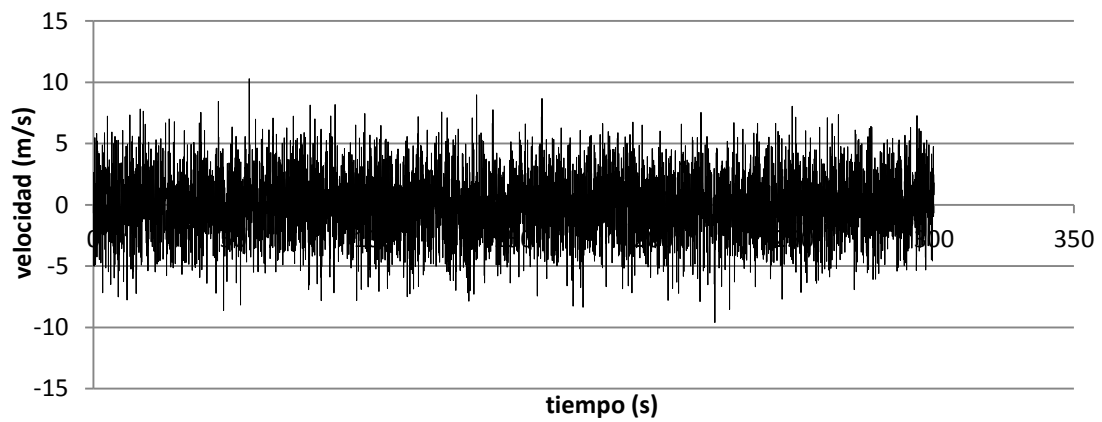
Figura 5.34 Efecto de la masa en la respuesta del tablero

El intervalo de frecuencias de la simulación tiene altera los resultados de la misma y por consiguiente las deformaciones máximas del tablero del puente, la ubicación y las condiciones que afectan al espectro de potencia, desplazan al mismo de izquierda a derecha o viceversa, por lo que incrementar o disminuir el intervalo incrementa o disminuye la respuesta en diferente medida. Algunos autores manejan intervalo de frecuencias de 0-3.0 Hz (Aas-Jakobsen, et al., 2000) para observar el efecto que el intervalo de frecuencia tiene sobre la respuesta del tablero se usará un intervalo de 0 a 3 Hz. La figura 5.35 se muestra los primeros 300s de 1536s de la simulación de la ráfaga en la dirección transversal el eje del tablero, para una velocidad de retorno de 10 años y las condiciones antes mencionadas. Para 200m de altura, en la simulación de los registros eólicos se obtuvo una velocidad media de $U_{10a} = 51.51 \text{ m/s}$ que es la misma del intervalo anterior y esto se debe a que el intervalo no influye en el cálculo de la velocidad.

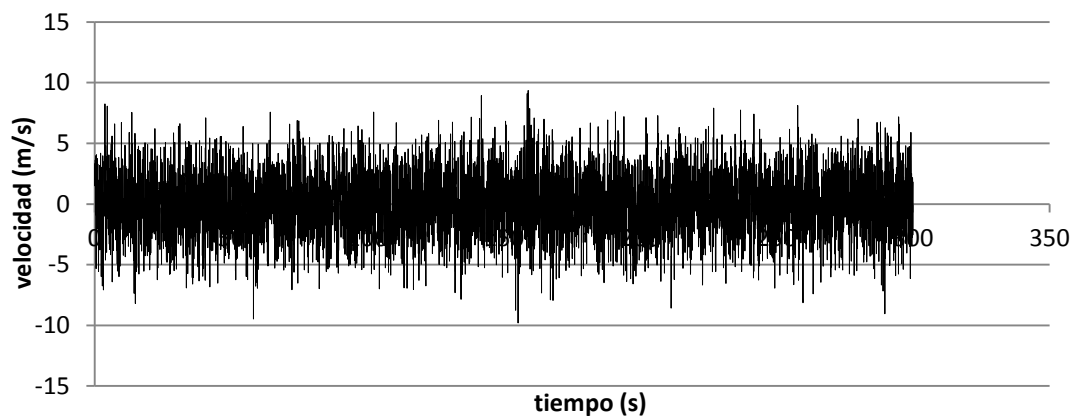
La figura 5.36 muestra los resultados de la simulación de los registros eólicos en la dirección vertical; para ambos casos la simulación se realizó en los puntos 11, 16 y 21 de acuerdo con la figura 5.5.



a) Simulación para el punto 11

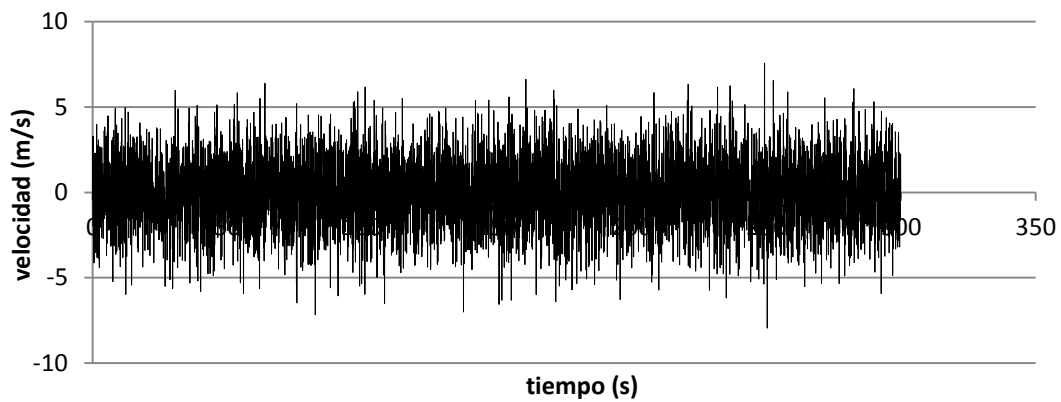


b) Simulación para el punto 16

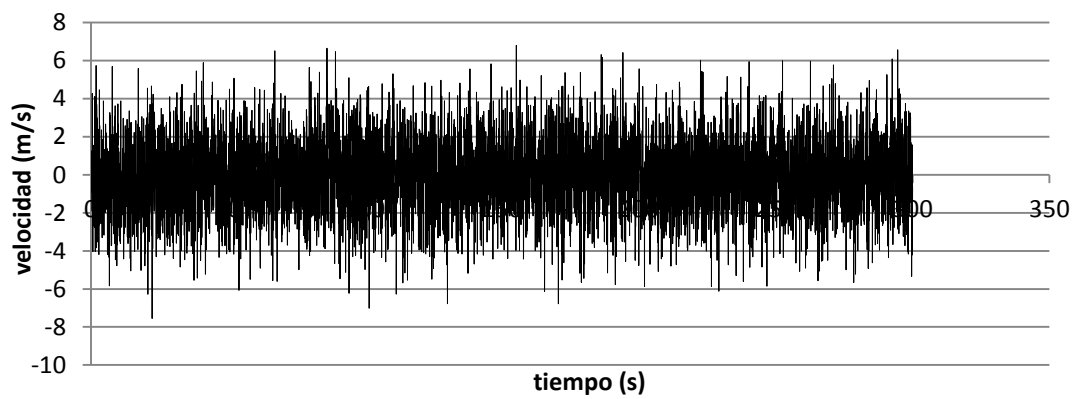


c) Simulación para el punto 21

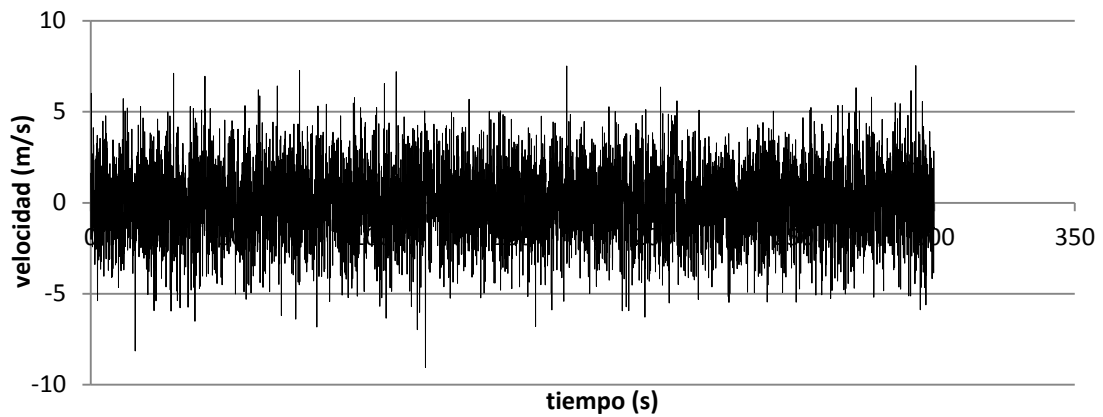
Figura 5.35 Simulación de ráfagas de viento en la dirección del flujo para un periodo de retorno de 10 años



a) Simulación para el punto 11



b) Simulación para el punto 16

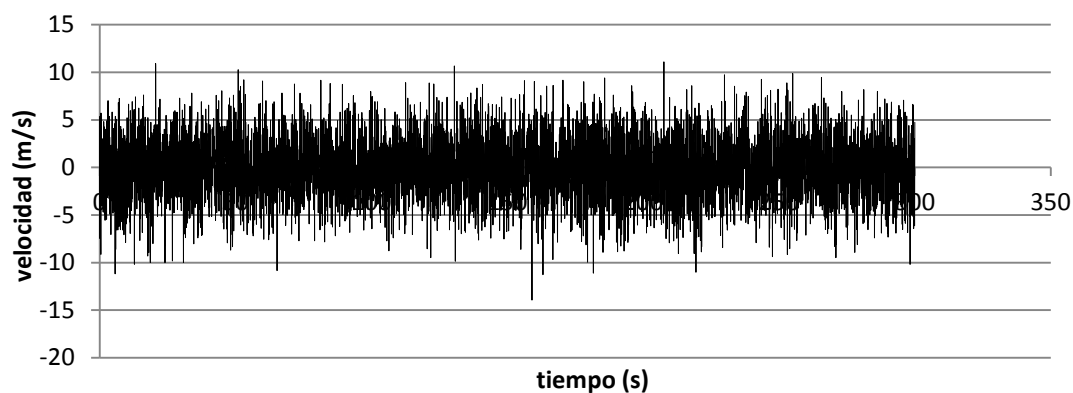


c) Simulación para el punto 21

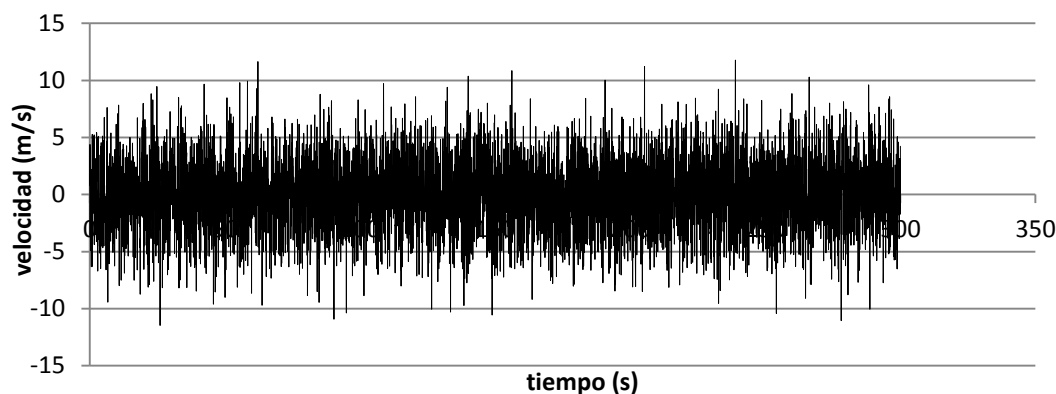
Figura 5.36 Simulación de ráfagas de viento en la dirección vertical para un periodo de retorno de 10 años

En la figura 5.37 se muestra los primeros 300s de 1536s de la simulación de la ráfaga en la dirección transversal el eje del tablero, para una velocidad de retorno de 200 años

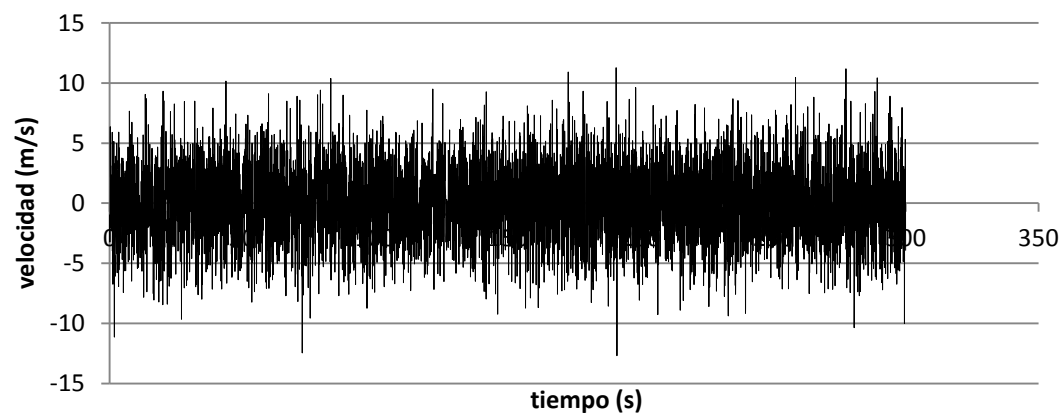
y las condiciones antes mencionadas. Para 200m de altura, en la simulación de los registros eólicos se obtuvo una velocidad media de $U_{200a} = 61.8 \text{ m/s}$.



a) Simulación para el punto 11



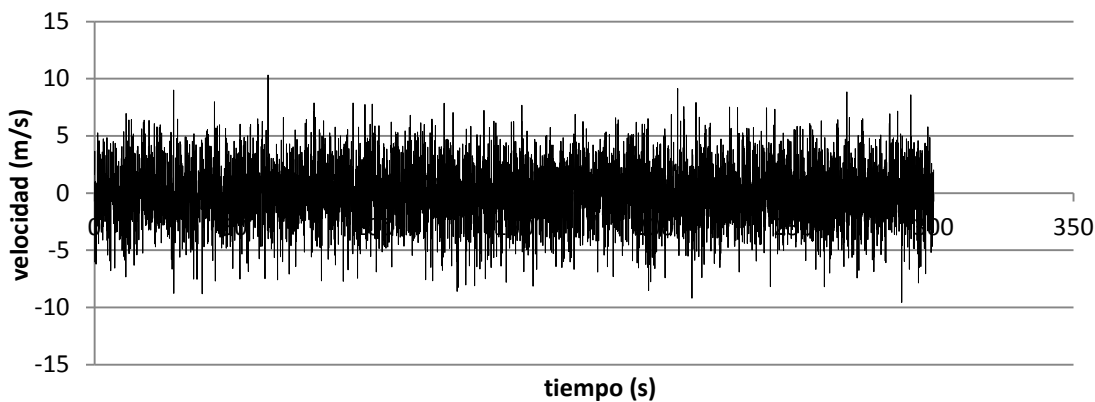
b) Simulación para el punto 16



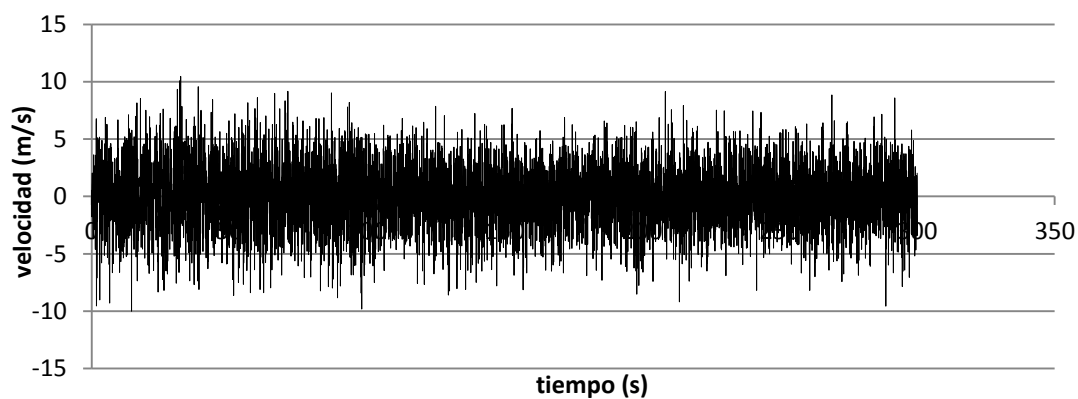
c) Simulación para el punto 21

Figura 5.37 Simulación de ráfagas de viento en la dirección del flujo para un periodo de retorno de 200 años

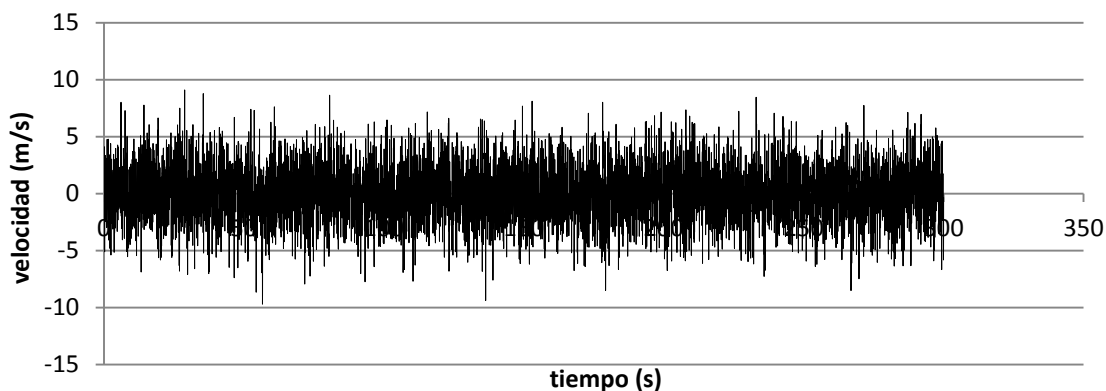
La figura 5.38 muestra los resultados de la simulación de los registros eólicos en la dirección vertical; para ambos casos la simulación se realizó en los puntos 11, 16 y 21 de acuerdo con la figura 5.5.



a) Simulación para el punto 11



b) Simulación para el punto 16



c) Simulación para el punto 21

Figura 5.38 Simulación de ráfagas de viento en la dirección vertical para un periodo de retorno de 200 años

La simulación de los registros eólicos se realizaron con los programas: programa7 y programa8, en la dirección (transversal al eje del tablero) y vertical, respectivamente. El manual del usuario de ambos programas se encuentra en el anexo A de este trabajo.

Las tablas 5.1 a 5.4 compara los resultados entre el intervalo de frecuencias de 0.05-2.0 Hz (caso 1) y 0-3.0 Hz (caso 2) y reporta el incremento o disminución porcentual del desplazamiento máximo, para los puntos de análisis 11, 16 y 21 (figura 5.5), diferentes ángulos de ataque y periodo de retorno de 10 años. Se observa que el desplazamiento vertical máximo (L) se incrementa en todos los casos entre 10 y 35%. Los giros máximos se incrementan para ángulos de ataque positivos entre 10 y 30% y para ángulos de ataque negativos no existe una tendencia clara.

Tabla 5.1 Comparación entre la respuesta máxima del tablero para los diferentes intervalos de frecuencia (ángulo 6°)

PUNTO	11		16		21	
	L	M	L	M	L	M
CASO 1	0.156699	0.000253	0.145864	0.000249	0.130817	0.000271
CASO 2	0.184714	0.000284	0.164518	0.000317	0.173509	0.000344
DIFERENCIA	17.88%	12.25%	12.79%	27.31%	32.63%	26.94%

Tabla 5.2 Comparación entre la respuesta máxima del tablero para los diferentes intervalos de frecuencia (ángulo 10°)

PUNTO	11		16		21	
	L	M	L	M	L	M
CASO 1	0.108925	0.000191	0.097928	0.000201	0.091556	0.000201
CASO 2	0.125629	0.000237	0.111584	0.000249	0.122745	0.000232
DIFERENCIA	15.34%	24.08%	13.94%	23.88%	34.07%	15.42%

Tabla 5.3 Comparación entre la respuesta máxima del tablero para los diferentes intervalos de frecuencia (ángulo -6°)

PUNTO	11		16		21	
	L	M	L	M	L	M
CASO 1	0.140555	0.001132	0.130896	0.001448	0.117309	0.001068
CASO 2	0.165654	0.001112	0.147538	0.001064	0.155592	0.001233
DIFERENCIA	17.86%	-1.77%	12.71%	-26.52%	32.63%	15.45%

Tabla 5.4 Comparación entre la respuesta máxima del tablero para los diferentes intervalos de frecuencia (ángulo -10°)

PUNTO	11		16		21	
	L	M	L	M	L	M
CASO 1	0.086729	0.001073	0.078731	0.001429	0.072741	0.001027
CASO 2	0.100559	0.001093	0.089384	0.001093	0.097269	0.001239
DIFERENCIA	15.95%	1.86%	13.53%	-23.51%	33.72%	20.64%

De acuerdo con los resultados obtenidos el máximo desplazamiento que se puede presentar en el puente San Cristóbal ante cargas de viento, para un velocidad media de 51.51 m/s con periodo de retorno de 10 es .185m (tabla 5.1, caso 2) y un giro de 0.00145 rad (tabla 5.3, caso 1). Los desplazamientos máximos son para un amortiguamiento aerodinámico de 3%, de acuerdo con las figuras 5.30 y 5.31 si este amortiguamiento disminuye los desplazamientos máximos se incrementarán.

5.5 Conclusiones

El ángulo de ataque influye en la respuesta del tablero, conforme más cercano a cero sea, esté tiende a incrementar la respuesta.

El amortiguamiento influye en la respuesta del tablero del puente, conforme mayor sea el valor del mismo, menor será la respuesta del tablero y a medida que disminuye se incrementa la respuesta de manera exponencial.

El momento de másico de inercia disminuye el desplazamiento de rotación del tablero. Para valores pequeños del momento de inercia, se incrementa en mayor medida la respuesta del tablero.

La masa disminuye el desplazamiento vertical del tablero y a medida que la masa disminuye se incrementa la respuesta de manera exponencial.

De acuerdo con los resultados obtenidos es evidente que una reducción en el intervalo de frecuencias en la simulación influye en gran medida en la respuesta del tablero subestimando la misma.

CAPÍTULO VI CONCLUSIONES

Los periodos calculados para puentes tipo PIV mediante las expresiones de puentes tipo viaducto, el Eurocódigo y la solución exacta que considera viga con resortes en los apoyos son muy similares, pero estos difieren en algunos casos de los periodos reportados de vibración ambiental y se acercan más al valor máximo reportado en las pruebas. Se pueden considerar posibles alternativas que justifiquen estos resultados:

1. Las 3 metodologías utilizadas para calcular el periodo de vibrar no son aplicables para estos casos.
2. Los resultados obtenidos con los métodos coinciden porque estos están basados en un mismo fundamento o por casualidad.
3. Todos los métodos fueron mal utilizados.
4. El periodo reportado como fundamental no es el correcto.

La interacción suelo-estructura es importante al calcular el periodo de vibrar en puentes, se pueden obtener resultados con 50% de diferencia para suelo rígido y suelo flexible.

De acuerdo con los resultados obtenidos al aplicar algunas de las ecuaciones recopiladas para calcular el periodo, se concluye que es posible obtener una buena aproximación del periodo de vibrar de los diferentes tipos de puentes, usando propiedades generales como la longitud, la masa, etc. Sin la necesidad de crear modelos complejos, siempre y cuando se tenga la certeza de que la formula a utilizar tenga una buena exactitud para el tipo de puente correspondiente.

Las ecuaciones que se proponen para calcular el periodo de vibrar en flexión y torsión para puentes atirantados y colgantes, obtienen valores muy cercanos en la mayoría de los casos a los reportados por diferentes autores en todo el mundo y las expresiones para puentes rígidos también pueden ser utilizadas, pero entendiendo que la muestra usada para obtener dicha expresión es menor que la del caso anterior.

Para calcular el periodo de vibrar de un puente en curva, no es válido representar al mismo como viga recta equivalente. Los resultados pueden variar desde un valor cercano al real hasta un error del 50%.

El ángulo de ataque influye en la respuesta del tablero, conforme más cercano a cero sea, éste tiende a incrementar la respuesta.

De acuerdo con los resultados obtenidos es evidente que una reducción en el intervalo de frecuencias en la simulación influye en gran medida en la respuesta del tablero subestimando la misma.

De acuerdo con los desplazamientos máximos obtenidos las cargas eólicas no deben representar ningún problema para el correcto funcionamiento del puente San Cristobal, bajo las condiciones aquí supuestas y las propiedades físicas y geométricas reportadas.

El método utilizado para la simulación no es el más utilizado pero la única diferencia es la optimización de tiempo computacional.

El método de solución de las ecuaciones de movimiento acopladas no es el mejor pero de acuerdo con algunos autores pero sin embargo converge sin ningún problema.

Adicional a los programas reportados se elaboró el programa para simulación de ráfagas en la dirección horizontal transversal al flujo del viento.

ANEXO A

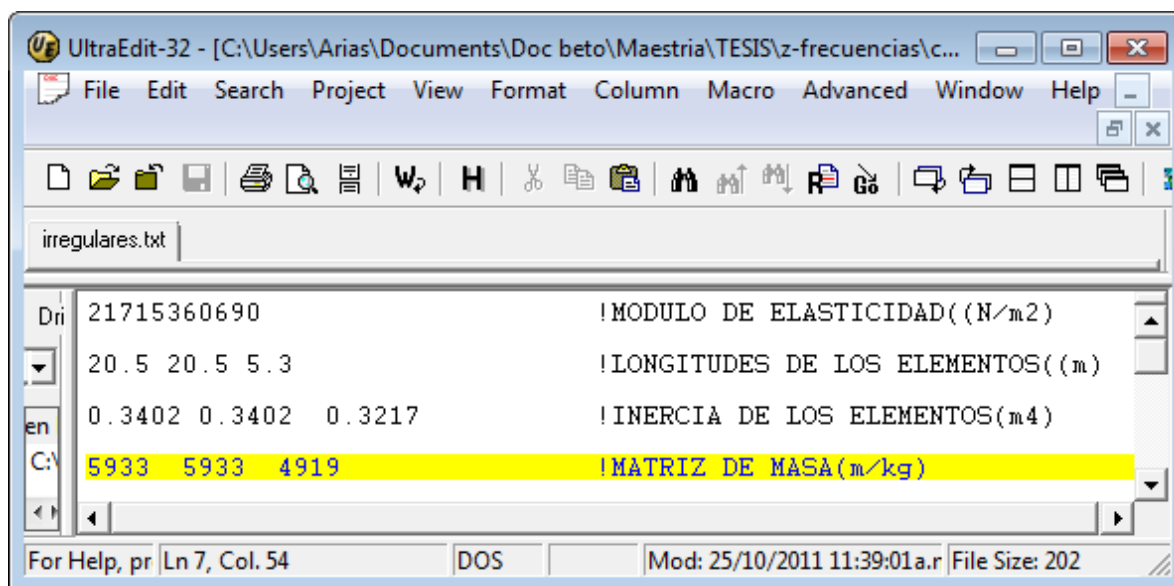
MANUAL PROGRAMA 1

Programa para calcular frecuencias en puentes tipo viaductos irregulares.

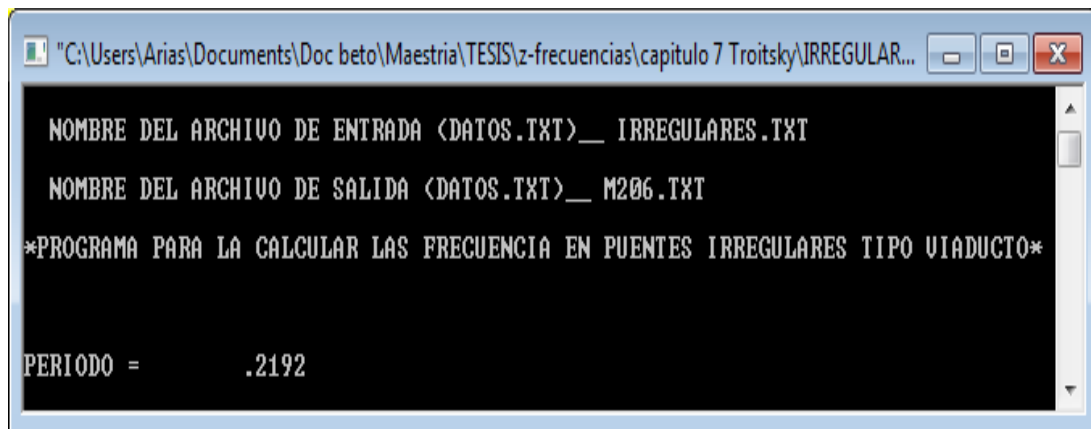
El presente programa sirve para calcular frecuencias de puentes tipo viaductos irregulares.

El programa lee la información de un archivo existente, el cual está armado de la siguiente manera:

- 1) En la primera fila se encuentra el módulo de elasticidad del material.
- 2) Longitud de cada elemento, empezando por las barras de izquierda a derecha y por último la columna.
- 3) Inercia de cada elemento siguiendo la misma secuencia que sus longitudes.
- 4) Masa de cada elemento.



Las unidades son las que se indican en la figura. El programa arroja los resultados en pantalla (Periodo) como se muestra a continuación, además de crear un archivo con el nombre deseado.

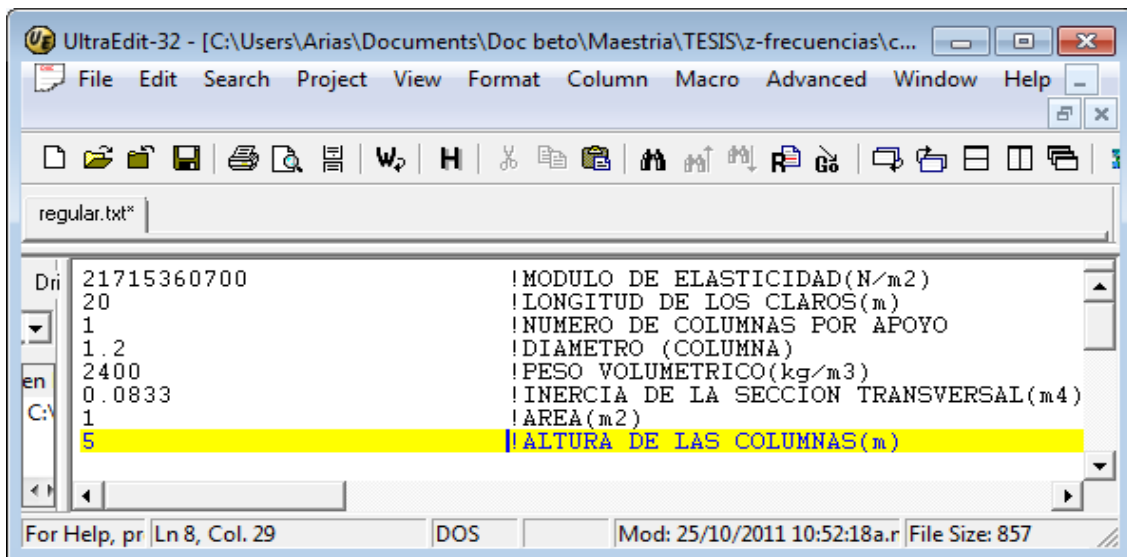


```
"C:\Users\Arias\Documents\Doc beto\Maestria\TESIS\z-frecuencias\capitulo 7 Troitsky\IRREGULAR...  
NOMBRE DEL ARCHIVO DE ENTRADA <DATOS.TXT>__ IRREGULARES.TXT  
NOMBRE DEL ARCHIVO DE SALIDA <DATOS.TXT>__ M206.TXT  
*PROGRAMA PARA LA CALCULAR LAS FRECUENCIA EN PUENTES IRREGULARES TIPO VIADUCTO*  
PERIODO = .2192
```

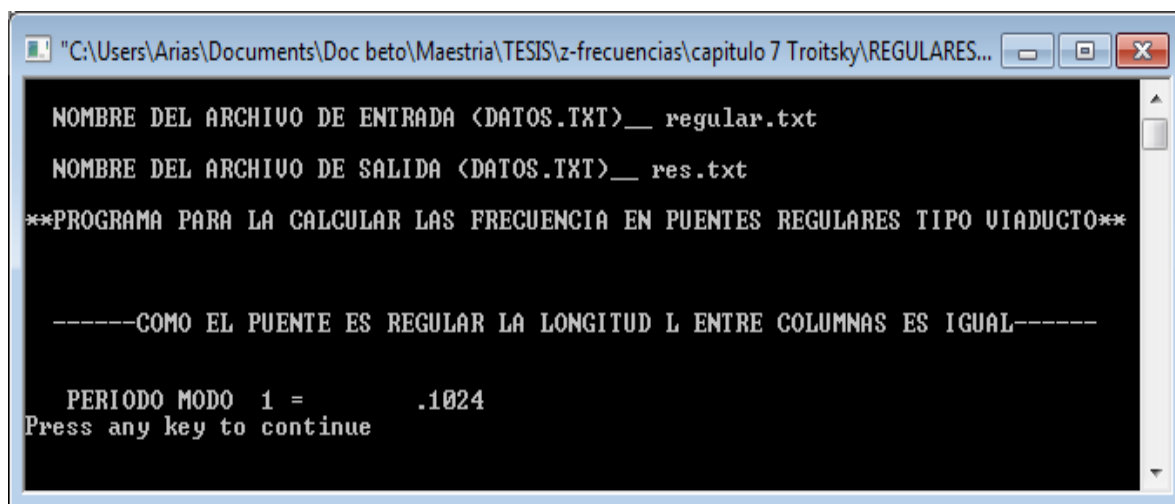
MANUAL PROGRAMA 2

Programa para calcular frecuencias fundamentales en puentes simétricos tipo viaductos

El programa funciona a partir de un archivo de datos (.txt) creado previamente, en el programa se indicará el nombre del archivo de salida. El archivo de entrada tiene el formato mostrado en la siguiente figura, en la cual se indican las unidades y lo que representa cada renglón.



El programa arrojará los resultados en pantalla y creará un archivo de resultados con el nombre indicado.

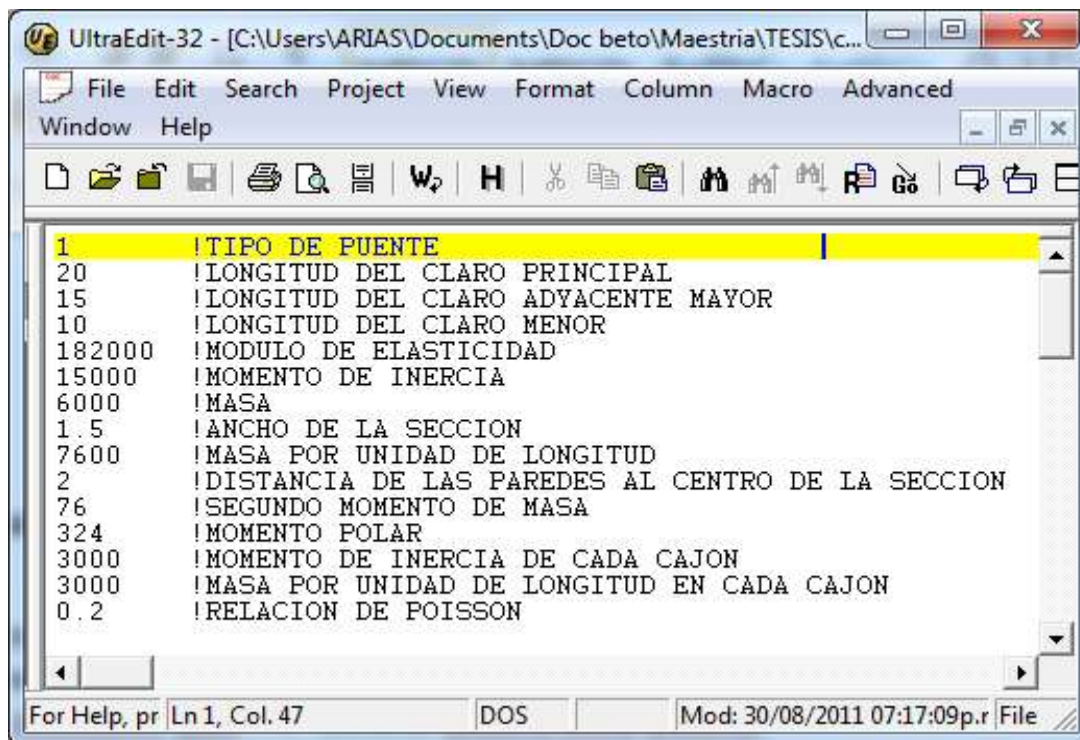


MANUAL PROGRAMA 3

Programa para calcular frecuencia de torsión y flexión de puentes flexibles con 1 o más claros

El objetivo del programa es calcular las frecuencias fundamentales en torsión y flexión de puentes flexibles de uno o más claros, basado en las expresiones del Eurocode 1: Actos on structures (part 1-4: General actions-wind actions).

El programa toma los datos a partir de un archivo creado previamente con el nombre deseado, el cual tiene la siguiente configuración.



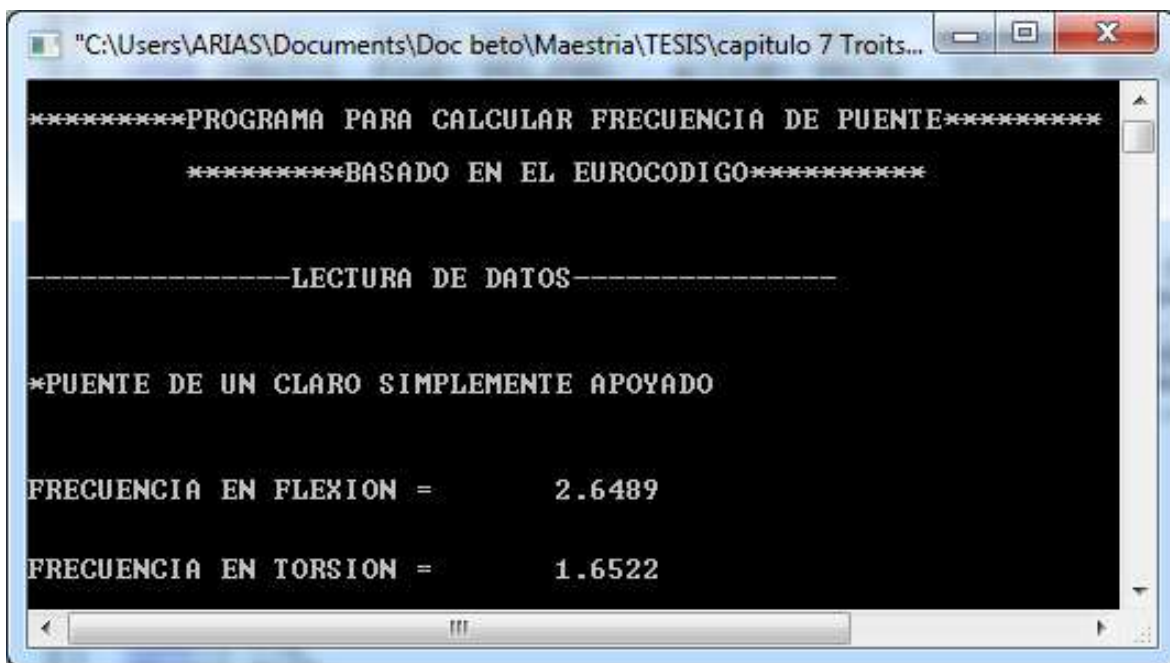
En la primera línea se designa el tipo de puente de acuerdo a lo siguiente:

- 1) Puente de un claro simplemente apoyado
- 2) Puente de un claro en cantiliver
- 3) Puente de un claro empotrado
- 4) Puente de dos claros
- 5) Puente de tres claros

- 6) Puente simétrico de cuatro claros (El puente se divide en dos partes, por lo que solo toma las longitudes en los primeros 2 claros)
- 7) Puentes de 4 claros o más , no simétricos (En este caso se consideran los tres claros de mayor longitud, eligiendo el más largo como claro principal)

Para el caso de puentes con 1 o 2 claros, el espacio de las longitudes sobrantes que pide el archivo, debe ser llenado con cualquier numero diferente de cero. El resto del archivo debe corresponder al archivo de la imagen anterior.

El programa mostrara los resultados en pantalla y se creará un archivo de resultados con el nombre que indique en pantalla.



```
*****PROGRAMA PARA CALCULAR FRECUENCIA DE PUENTE*****
*****BASADO EN EL EUROCODIGO*****

-----LECTURA DE DATOS-----

*PUENTE DE UN CLARO SIMPLEMENTE APOYADO

FRECUENCIA EN FLEXION =      2.6489
FRECUENCIA EN TORSION  =      1.6522
```

MANUAL PROGRAMA 4

Programa para calcular frecuencia de torsión y flexión de puentes atirantados y colgantes, basado en la guía de diseño china

El objetivo del programa es calcular las frecuencias fundamentales en torsión y flexión de puentes flexibles de uno o más claros, basado en las expresiones de la guía de diseño China.

El programa toma los datos a partir de un archivo creado previamente con el nombre deseado.

El primer parámetro es el tipo de puente y se indica con el numero correspondiente:

1. Puente atirantado sin pilas auxiliares
2. Puente atirantado con pilas auxiliares
3. Puente colgante

La segunda línea en el archivo de datos corresponde al material con el que esta hecha la sección transversal:

1. Acero
2. Concreto

Tipo de sección:

1. Abierta
2. Dos cajones
3. Un cajón

Plano de los cables:

1. Paralelo
2. Inclinado

Algunos otros parámetros: Longitud del claro principal, rigidez lateral, masa por unidad de longitud de la sección transversal, masa por unidad de longitud de un cable, modulo

de elasticidad, área de la sección transversal, rigidez a la torsión, distancia transversal entre cables, radio de giro, fuerza que soporta un cable debido a carga muerta y la catenaria (puente colgante) siguiendo la forma de la figura 1.

UltraEdit-32 - [C:\Users\Arias\Documents\Doc beto\Maestria\TESIS\CHINA\E1.txt]

File Edit Search Project View Format Column Macro Advanced Window Help

TIPO DE PUENTE(1. ATIRANTADO,2. ATIRANTADO CON PILAS AUXILIARES,3.COLGANTE)
 MATERIAL(1. ACERO, 2. CONCRETO)
 SECCION(1. ABIERTA, 2. CAJONES SEPARADOS,3.CAJON
 PLANO DE LOS CABLES(1.PARALELO, 2. INCLINADO)
 LONGITUD DEL CLARO PRINCIPAL
 RIGIDEZ LATERA
 MASA POR UNIDAD DE LONGITUD DE LA SECCION TRANSVERSAL
 MASA POR UNIDAD DE LONGITUD DE UN CABLE
 MODULO DE ELASTICIDAD
 AREA DE LA SECCION
 RIGIDEZ A LA TORSION
 DISTANCIA TRANSVERSAL ENTRE CABLES
 RADIO DE GIRO
 FUERZA EN UN CABLE DEBIDA A LAS CARGAS MUERTAS
 SAG OF THE CABLE

For Help, pr Ln 16, Col. 1 DOS Mod: 11/07/2012 07:46:55p.r File Size: 602

Figura 1 formato del archivo de entrada

La figura 2 muestra los resultados que se imprimen en pantalla al hacer una corrida para un puente colgante. Los resultados se imprimen en el archivo que se indique al iniciar el programa (RE1.TXT para la figura 2).

```

C:\Users\Arias\Documents\Doc beto\Maestria\TESIS\CHINA\CHINA.exe
NOMBRE DEL ARCHIVO DE ENTRADA <DATOS.TXT>__ E1.TXT
NOMBRE DEL ARCHIVO DE SALIDA <DATOS.TXT>__ RE1.TXT

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!PROGRAMA PARA CALCULAR PERIODOS DE PUENTES CON CABLES!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

XXXXXXXX PUENTES COLGANTES XXXXXXXX

MATERIAL: CONCRETO

PERIODO EN FLEXION      5.4427
PERIODO LONGITUDINAL    3.1751
PERIODO EN TORSION      4.2133

PERIODO EN FLEXION ASIMETRICO  4.9344
PERIODO EN TORSION ASIMETRICO  8.0044

```

Figura 2 Pantalla de impresión del programa

MANUAL PROGRAMA 5

Programa para calcular el periodo de puentes, considerando la interacción suelo-estructura.

El objetivo del programa es calcular el periodo de puentes rigidos a partir de propiedades físicas y geométricas. El programa necesita un archivo de entrada creado previamente y que contenga la siguiente información ordenada de la manera en que se enlista.

1. Longitud del puente
2. Rigidez de la pila
3. Rigidez lateral de la cimentación
4. Rigidez vertical de la cimentación
5. Rigidez a torsión de la cimentación
6. Masa de la cimentación
7. Masa de la sección transversal
8. Masa de la pila
9. Inercia de la cimentación
10. Inercia de la sección transversal

Al ejecutar el programa la ventana pide el nombre del archivo que contiene los datos y el nombre del archivo en el cual imprimirá el resultado (Figura 1). En pantalla aparecen los periodos para suelo rigido y flexible, mismos que aparecerán en el archivo de resultados.

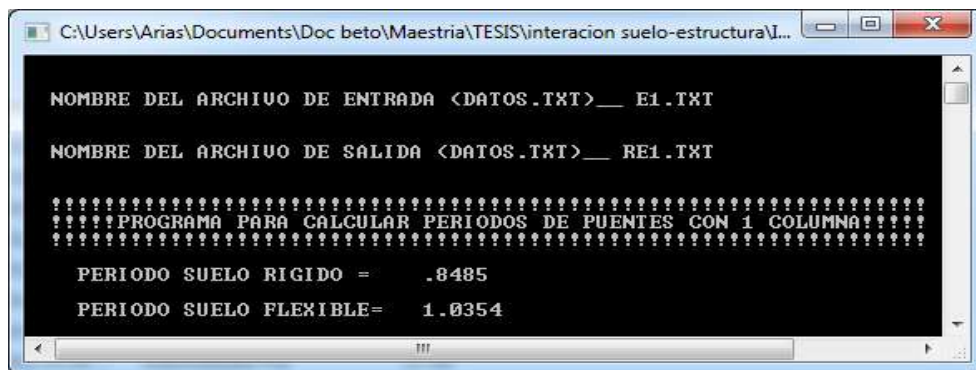


Figura 1 Pantalla del programa

MANUAL PROGRAMA 6

Programa para calcular periodo en puentes tipo viga con resortes en los apoyos.

EL objetivo del programa es calcular los periodos de puentes tipo viga con apoyos flexibles, el programa utiliza diferentes métodos para obtener el periodo. El programa funciona a partir de un archivo de datos creado previamente el cual debe contener la siguiente información:

1. Longitud
2. Modulo de elasticidad de la sección transversal
3. Momento de inercia de la sección transversal
4. Masa de la sección
5. Rigidez del apoyo

Los métodos de solución utilizados son:

1. Solución exacta
2. Maclaurin con 3 terminos
3. Maclaurin con 2 terminos
4. Carga uniforme
5. Carga de media onda senoidal
6. Viga infinitamente rigida
7. Apoyos empotrados

Al ejecutar el programa es necesario indicar el nombre del archivo que contiene los datos de entrada y salida. En pantalla se imprimen los resultados como lo muestra la figura 1 y al terminar el programa, los resultados se guardan en el archivo indicado.

```
C:\Users\Arias\Documents\Doc beto\Maestria\TESIS\Viga resorte\VIGARESORTE.exe

NOMBRE DEL ARCHIVO DE ENTRADA <DATOS.TXT>__ E1.TXT
NOMBRE DEL ARCHIVO DE SALIDA <DATOS.TXT>__ RE1.TXT

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!PROGRAMA PARA CALCULAR PERIODOS DE PUENTES DE 1 CLARO!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

-----SOLUCION EXACTA-----
PERIODO MODO SIMETRICO = .3258
PERIODO MODO ASIMETRICO = .0815

-----SOLUCION CON SERIES DE MACLAURIN-----
PERIODO USANDO 3 TERMINOS = .3255
PERIODO USANDO 2 TERMINOS = .3389

-----ALGUNA OTRAS SOLUCIONES-----
PERIODO CONSIDERANDO CARGA UNIFORME = .3256
PERIODO CONSIDERANDO CARGA COMO MEDIA ONDA SENOIDAL = .3258
PERIODO CONSIDERANDO VIGA INFINITAMENTE RIGIDA = .0001
PERIODO CONSIDERANDO DESPLAZAMIENTOS LATERALES RESTRIGIDOS = .3258
```

Figura 1 ejecucion del programa

MANUAL PROGRAMA 7

Programa para calcular frecuencia de torsión y flexión de puentes en curva

El objetivo del programa es calcular las frecuencias en flexión vertical, flexión lateral y torsión de puentes en curva. El programa toma los datos a partir de un archivo creado previamente con el nombre deseado, el cual tiene la forma que se observa en la Figura 1.

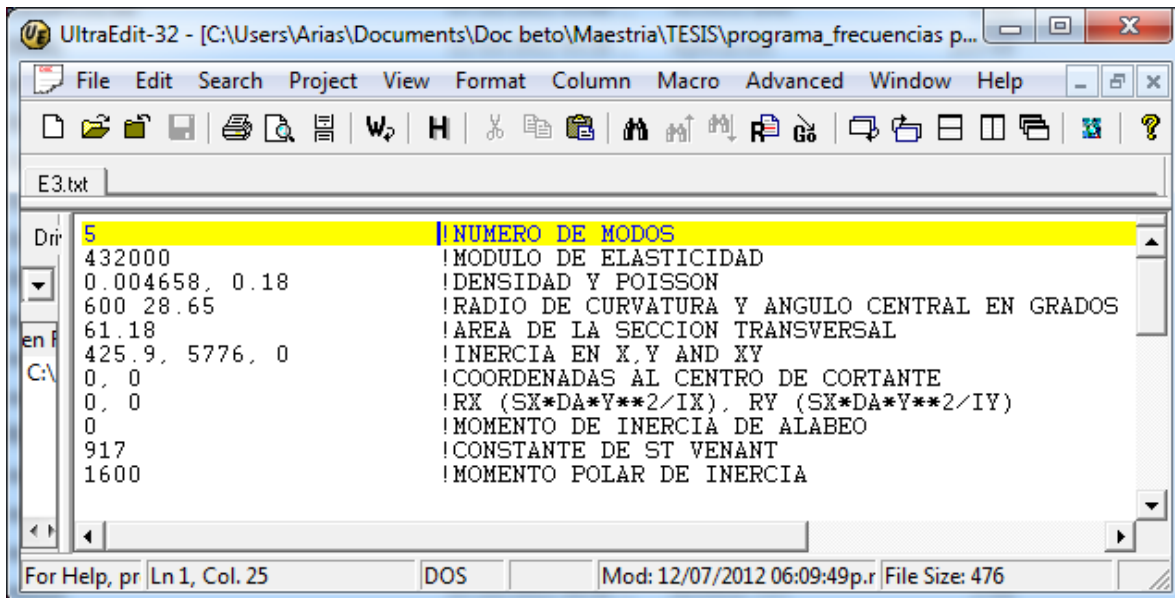


Figura 1 formato del archivo de entrada

Al iniciar el programa se indica el nombre y extensión del archivo de entrada y el correspondiente archivo de salida, los resultados obtenidos aparecerán en pantalla y en el archivo indicado.

MANUAL PROGRAMA 8

El programa SIMH (simulación horizontal) representa la variación de las ráfagas del viento durante un periodo de tiempo determinado, para las condiciones dadas.

Al iniciar el programa se le pide el nombre del archivo de entrada, donde se encuentra la información requerida y el nombre del archivo de salida que guarda los resultados de las simulaciones (el archivo de entrada debe tener extensión .txt).

Contenido del archivo de datos (formato libre):

- a) Número de puntos (np).
- b) Rango de las frecuencias; mínima (mayor que cero) y máxima.
- c) Espectro a considerar.
 - 1. Solari
 - 2. ESDU con longitud de escala de Counihan
 - 3. Viejo ESDU
 - 4. ESDU altas frecuencias
 - 5. Nuevo Von Karman, rango completo de frecuencias
- d) Periodo de tiempo para la simulación.
- e) Intervalo de tiempo.
- f) Frecuencia del segundo modo de la estructura de interés (Sirve para definir el tiempo mínimo necesario para la simulación. Si no se tiene una estructura definida tome un valor de 100).
- g) Factor de rugosidad.
- h) Velocidad promedio a 10m.
- i) Dirección de las coordenadas, 1 coordenadas en dirección horizontal; 2 coordenadas en la dirección vertical.
- j) Altura a la cual se encuentran los puntos de interés (solo para dirección 1).
- k) Matriz de coordenadas horizontales o verticales según sea el caso (np).
- l) Latitud de la zona de interés (en grados).

La latitud solo es necesaria para los espectros 4 y 5. La figura 1 muestra el formato de un archivo de datos y la figura 2 la ventana del programa.

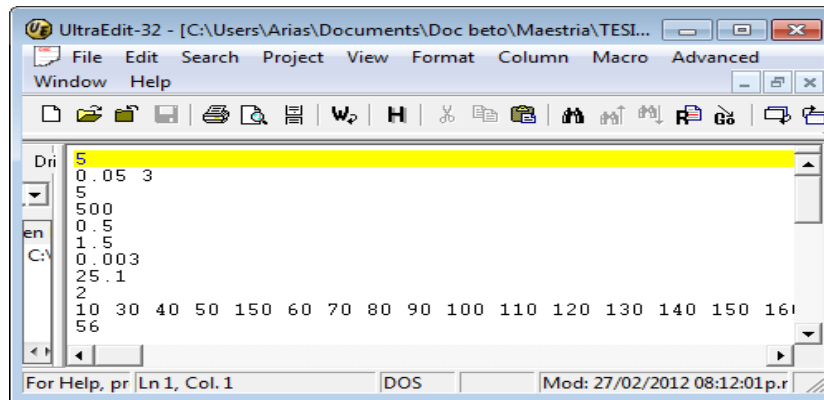


Figura 1 Archivo de datos.

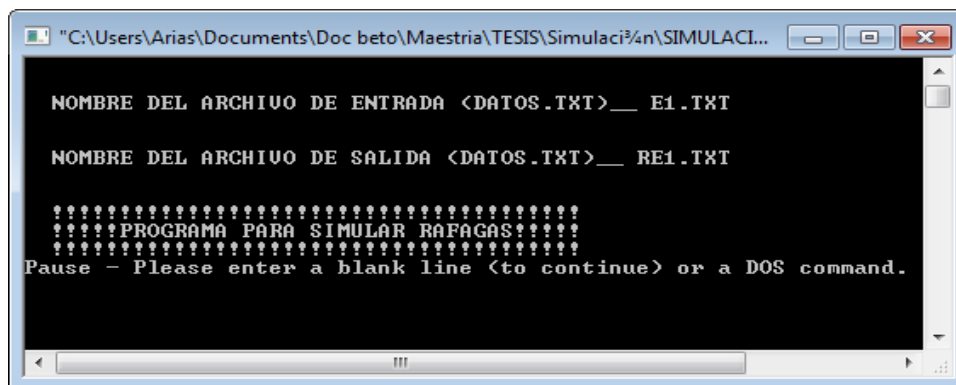


Figura 2 Programa ejecutado.

El archivo de salida muestra el valor simulado de las ráfagas en cada intervalo de tiempo para cada punto de la matriz de coordenadas figura 3.

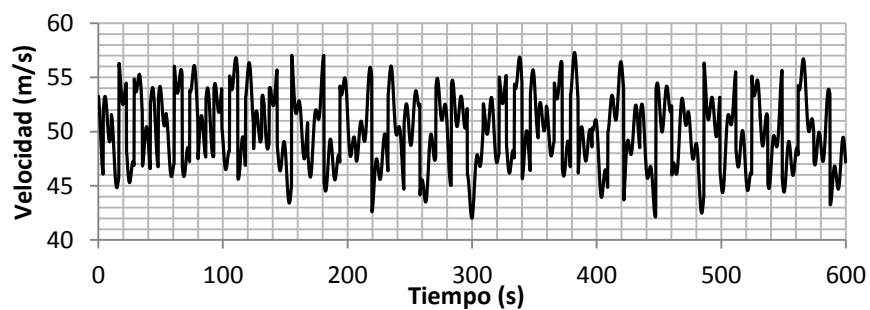


Figura 3 Simulación.

MANUAL PROGRAMA 9

El programa SIMH (simulación vertical) representa la variación de las ráfagas del viento durante un periodo de tiempo determinado, para las condiciones dadas.

Al iniciar el programa se le pide el nombre del archivo de entrada, donde se encuentra la información requerida y el nombre del archivo de salida que guarda los resultados de las simulaciones (el archivo de entrada debe tener extensión .txt).

Contenido del archivo de datos (formato libre):

- a) Número de puntos (np).
- b) Periodo de tiempo para la simulación.
- c) Intervalo de tiempo.
- d) Rango de las frecuencias; mínima (mayor que cero) y máxima.
- e) Frecuencia del segundo modo de la estructura de interés (Sirve para definir el tiempo mínimo necesario para la simulación. Si no se tiene una estructura definida tome un valor de 100).
- f) Factor de rugosidad.
- g) Velocidad promedio a 10m.
- h) Dirección de las coordenadas, 1 coordenadas en dirección horizontal; 2 coordenadas en la dirección vertical.
- i) Altura a la cual se encuentran los puntos de interés (solo para dirección 1).
- j) Matriz de coordenadas horizontales o verticales según sea el caso (1,np).

La figura 1 muestra el formato de un archivo de datos y la figura 2 la ventana del programa.

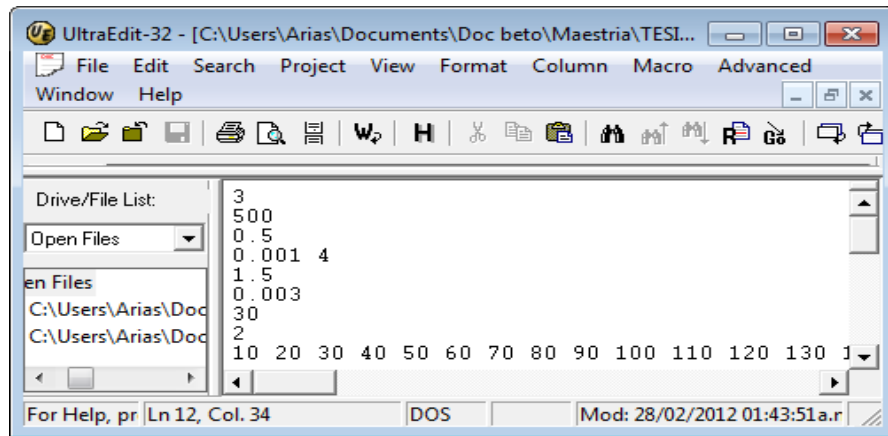


Figura 1 Archivo de datos.

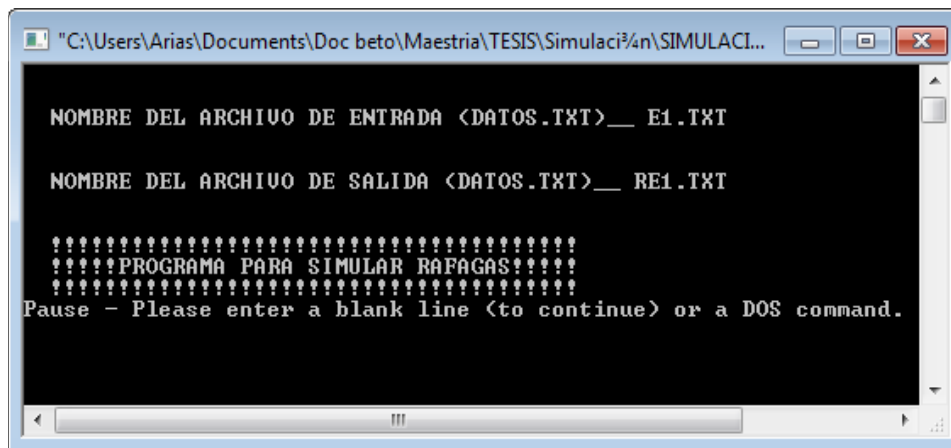


Figura 2 Programa ejecutado.

El archivo de salida muestra el valor simulado de las ráfagas en cada intervalo de tiempo para cada punto de la matriz de coordenadas figura 3.

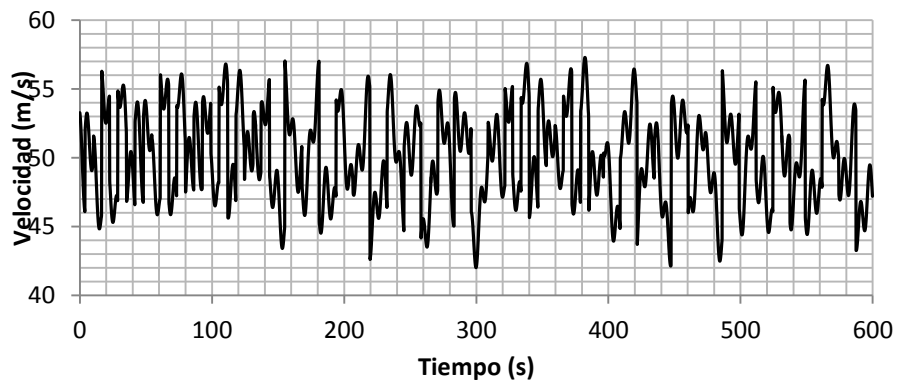


Figura 3 Simulación.

MANUAL PROGRAMA 10

El programa SIMT (simulación transversal) representa la variación de las ráfagas del viento durante un periodo de tiempo determinado, para las condiciones dadas.

Al iniciar el programa se le pide el nombre del archivo de entrada, donde se encuentra la información requerida y el nombre del archivo de salida que guarda los resultados de las simulaciones (el archivo de entrada debe tener extensión .txt).

Contenido del archivo de datos (formato libre):

- a) Número de puntos.
- b) Periodo de tiempo para la simulación.
- c) Intervalo de tiempo.
- d) Rango de frecuencias; Mínima (mayor que cero) y máxima.
- e) Frecuencia del segundo modo de la estructura de interés (Sirve para definir el tiempo mínimo necesario para la simulación. Si no se tiene una estructura definida tome un valor de 100).
- f) Dimensiones de la sección, cara frontal al viento, longitudinal y altura.
- g) Factor de rugosidad.
- h) Velocidad promedio a 10m.
- i) Dirección de las coordenadas, 1 coordenadas en dirección horizontal; 2 coordenadas en la dirección vertical.
- j) Altura a la cual se encuentran los puntos de interés (solo para dirección 1).
- k) Matriz de coordenadas horizontales o verticales según sea el caso (1,3).
- l) Presión barométrica (mm de Hg) y temperatura (°C).
- m) Latitud de la zona de interés en grados.

La figura 1 muestra el formato de un archivo de datos y la figura 2 la ventana del programa.

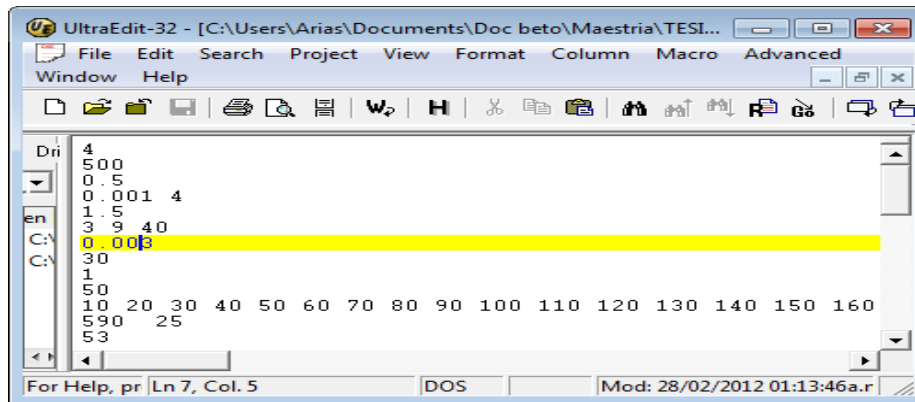


Figura 1 Archivo de datos.

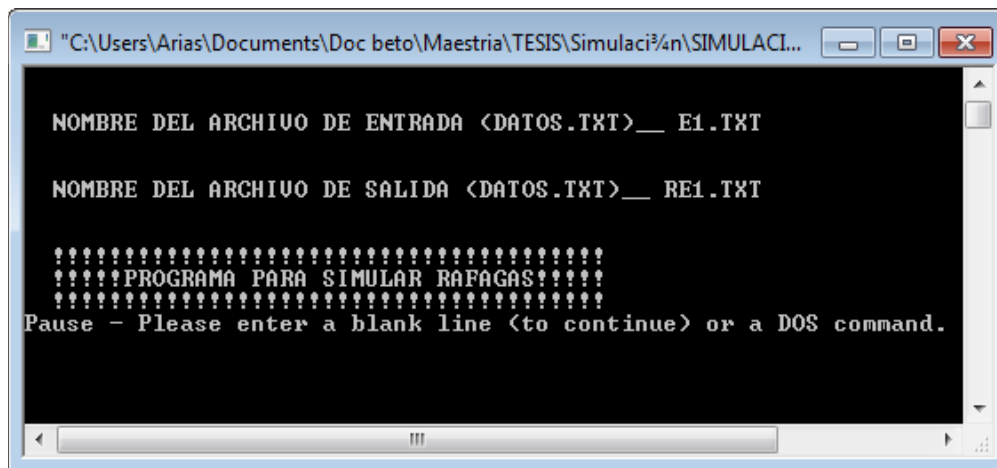


Figura 2 Programa ejecutado.

El archivo de salida muestra el valor simulado de las ráfagas en cada intervalo de tiempo para cada punto de la matriz de coordenadas figura 3.

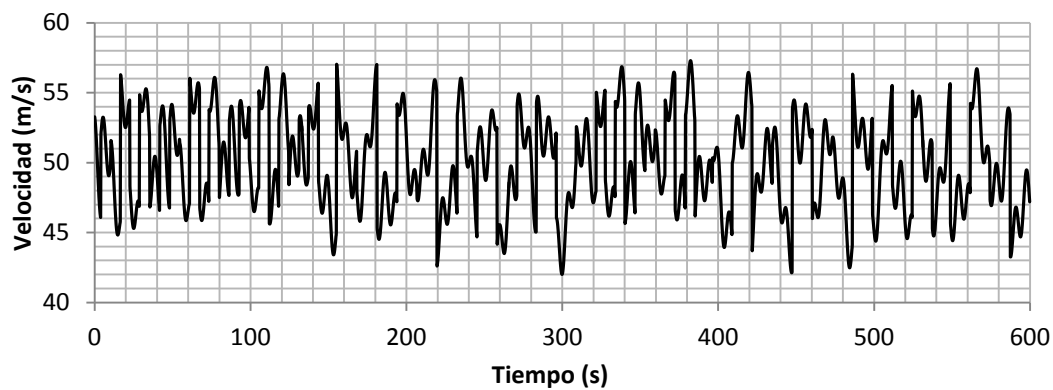


Figura 3 Simulación.

Manual RTP

Programa para calcular la respuesta de tablero de un puente

El objetivo del programa es calcular la respuesta del tablero de un puente: 1) desplazamientos verticales, 2) rotaciones. Adicionalmente el programa calcula las velocidades en ambas direcciones. El programa toma los datos a partir de dos archivos creados previamente, el nombre de ambos archivos se indica en pantalla. Adicionalmente se indican el nombre de los archivos para la respuesta vertical y de rotación como se observa en la Figura 1.

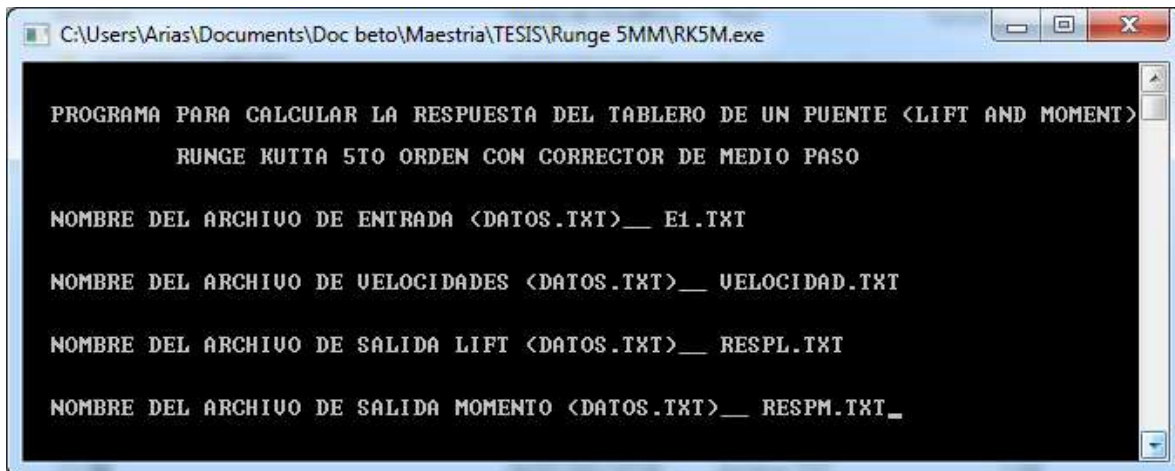


Figura 1 Interface inicial del programa RTP

El archivo de entrada contiene la siguiente información:

- Intervalo de tiempo
- Condiciones iniciales de desplazamiento y velocidad vertical
- Condiciones iniciales de desplazamiento y velocidad angular
- Amortiguamiento aerodinámico (vertical y giro)
- Frecuencias circulares (flexión vertical, torsión y en la dirección del flujo)
- Derivadas aerodinámicas ($H^*1, \dots, H^*4$)
- Derivadas aerodinámicas ($A^*1, \dots, A^*1$)
- Coeficientes aerodinámicos (CL, dCL, CM, dCM, CD)

- Masa, momento másico y ancho de la sección
- Densidad del aire

El archivo de velocidades contiene la siguiente información:

- Número de datos del archivo de velocidades en una dirección
- Velocidad a la altura que se encuentra el punto de análisis
- Simulación en la dirección del flujo
- Simulación en la dirección vertical

Al finalizar, el programa imprime los resultados en los correspondientes archivos.

BIBLIOGRAFÍA

Aas-Jakobsen, K. y Strommen, E. 2000. *Time domain buffeting response calculations of slender structures*. Sandvika, Norway : ELSEVIER, 2000.

Aguilar Falconí, Roberto. 2009. *Análisis sísmico de puente con FPS construido en el ecuador ante 2 sismos, uno de alta frecuencia y otro de tipo impulsivo*. Puebla, Puebla : XVII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, 2009.

Alfawakhiri, Farid y Bruneau, Michel. 2000. *Flexibility of superstructures and supporta in the seismic analysis of simple bridges*. Ottawa, Canada : John Wiley & Sons, Ltd, 2000. 29:711-729.

Álvarez Solís, Hugo Alberto. 1992. *Efecto del viento en puentes atirantados*. Distrito Federal : UNAM, 1992.

Aref, Amjad J., y otros. 2008. *Pre-fabricated bridge superstructures*. Charleston, South Carolina : The sixth National Seismic Conference on Bridges & Highways, 2008. 1A1-2.

Baron, Frank, Arikan, Metin y Hamati, Raymond E. 1976. *The effects of seismic disturbances on the Golden Gate Bridge*. Berkeley, California : University of California, 1976. EERC 76-31.

Bennetts Toledo, Felipe. 2008. *Seguimiento de las principales propiedades estructurales de la superestructura del puente San Cristóbal*. Distrito Federal : Instituto de ingeniería, UNAM, 2008.

Chapra, Steven C. y Canale, Raymond P. 2003. *Métodos numéricos para ingenieros*. cuarta. Mexico, D.F. : Mc Graw Hill, 2003.

Chiocel y Lungu. 1975. *Wind, Snow and Temperatura effects*. 1975.

Cortez Martínez, Oscar. 2008. *Estudio comparativo de tres etapas de pruebas de vibración ambiental en un puente en curva*. Distrito Federal : Facultad de ingeniería, UNAM, 2008.

Deodatis, George, Associate Members y ASCE. 1996. *Simulation of Ergodic Multivariate Stochastic Processes*. Princeton, NJ : Journal of Engineering Mechanics, 1996. 8943.

Dyrbye, Claës y Hansen, Svend O. 1999. *Wind Loads on Structures*. Chichester : Wiley, 1999.

Echeverría Toriz, María Belem Teresa. 2006. *Obtención de las propiedades dinámicas de 4 puentes tipo PIV*. Morelia, Michoacán : Universidad Michoacana de San Nicolas de Hidalgo, 2006. Tesis.

Erduran, Emrah, Yilmaz, Zeynep y Kunnath, Sashi. 2006. *Effects of near-fault vertical ground motions on seismic response of highway bridges*. San Francisco, CA : Fifth National Seismic Conference on Bridges & Highways, 2006. B12.

Eurocodigo1. 2005. *Actions on structures*. s.l. : British Standards, 2005. Part 1-4: General actions-wind actions. BS EN .

Feng, Maria Q. y Kim, Doo-Kie. 2001. *Long-term structural performance monitoring of two Highway Bridges. Phase I: Instrumentation.* Irvine, California : Department of civil and environmental engineering University of California, 2001. RTA-59A0155.

García Pérez, Daniel. 2007. *Reconstrucción del puente San Cristóbal en el Estado de Chiapas.* Distrito Federal : Facultad de Ingeniería, UNAM, 2007.

Ge, Y. J. y Xiang, H. F. 2007. *Recent development of bridge aerodynamics in China.* Shanghai, China : ELSEVIER, 2007.

Gilani, Amir S., Chavez, Juan W. y Fenves, Gregory L. 1996. *Field testing of bridge desing and retrofit concepts. Part 2 of 2: Experimental and Analytical stadies of The MT: Diablo Blbd. Bridge.* Berkeley, California : Earthquake Engineering Research Center, 1996.

Gimsing, Niels J. 1997. *Cable Supported Bridges Concept and Design.* Chichester, England : Wiley, 1997. págs. 332-344.

Goode, Jonathan S. 2007. *Correlated Wind Turbulence and Aeroelastic Instability Modeling for 3-D Time Domain Analysis of Slender Structural Systems.* Fort Collins, Colorado : Colorado State University, 2007.

Hernández Barrios, Hugo, Alcocer M., Sergio y Rivera V., Darío. 2011. *Comportamiento sísmico de puentes tipo viaducto ubicados en la zona del valle de México.* Aguascalientes, Aguascalientes : XVIII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, 2011.

Hernández Barrios, Hugo, Alvarez Sereno, J. y Jara Díaz, M. 2006. *Seismic Behavior of the pinzandaran bridge.* San Francisco : Fifth National Seismic Conference on Bridges & Highways, 2006. P03.

Hernández Barrios, Hugo, Alvarez Sereno, José de Jesus y Jara Díaz, Manuel. 2005. *Inestabilidad aerodinámica de puentes flexibles.* Morelia, Michoacán : Facultad de ingeniería civil, DES ingenierías y arquitecturas, 2005.

Hernández Barrios, Hugo, y otros. 2005. *Vibración ambiental del puente infiernillo II.* México : XV Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, 2005. XI-02.

Holmes, John D. 2004. *Wind Loading of Structures.* New York : SPON PRESS, 2004.

Karnovsky, Igor A. y Lebed, I. Olga. 2001. *Formulas for Structural Dynamics: Tables, Graphs and Solutions.* New York : Mc Graw Hill, 2001. págs. 486-490.

Kou, Chang-Huan. 1989. *Static and Dynamic Analysis of Curved Continuos Box Girder Bridges.* Provo, Utah : Brigham Young University, 1989. Tesis.

León Alonso, Alberto. 2008. *Análisis aeroelástico de puentes soportados por cables en el dominio del tiempo y la frecuencia.* La Coruña : Universidade da Coruña, 2008.

López López, Alberto, Muñoz Black, Celso Joaquín y Pérez Rocha, Luis Eduardo. 2008. *Manual de diseño de obras civiles, diseño por viento.* México, D.F. : Comisión Federal de electricidad, 2008.

Mendoza Carvajal, Roberto Carlos. 2004. *Propiedades dinámicas del puente Coatzacoalcos II.* Distrito Federal : UNAM, 2004.

Mendoza, Roberto Carlos. 2004. *Propiedades dinámicas del puente Coatzacoalcos II.* Distrito Federal : UNAM, 2004.

Merino Arteaga, Ileri Patricia. 2008. *Características dinámicas de puentes tipo.* Morelia, Michoacán : Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, 2008. Tesis.

Mota Arteaga, Alejandro. 1993. *Alejandro.* Coyoacán, D.F. : UNAM, 1993.

Murphy, Thomas p. y Irwin, Michael C. 2006. *Retrofitting the Milford-Montague truss: Challenges and solutions.* San Francisco : Fifth National Seismic Conference on Bridges & Highways, 2006. A10.

Myassar Tabbá, Mohammad. 1972. *Free Vibrations of Curved Box Girders.* Montreal, Canada : McGill University, 1972. Tesis.

Mylonakis, George, y otros. 2005. *The role of soil in the collapse of 18 piers of Hanshin Expressway in the Kobe earthquake.* Patras, Greece : John Wiley & Sons, Ltd, 2005. 35:547-575.

Nakai, Hiroshi y Hong Yoo, Chai. 1988. *Analysis and design of curved steel bridge .* United States of America : McGraw Hill, 1988.

Ortiz, O., y otros. 2010. *Evaluación de la capacidad de carga del puente Antonio Dovalí Jaime, mediante el uso de pruebas de carga estáticas y dinámicas.* México D.F. : IMCYC, 2010.

Ou, Yu-Chen, y otros. 2008. *Experimental investigations of precast segmental bridge columns seismically isolated with lead-rubber bearings.* Charleston, South Carolina : The Sixth National Seismic Conference on Bridges & Highways, 2008. 3A1-4.

Rojas Rojas, Rafael y Jara Guerrero, José M. 2011. *Caracterización dinámica experimental de puentes carreteros de mediana longitud.* Aguascalientes, Aguascalientes : XVIII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, 2011.

Rojas Rojas, Rafael, Jara Guerrero, José M. y Jara Díaz, Manuel. 2008. *Capacidad sísmica de puentes típicos para estimar su vulnerabilidad.* Veracruz, Veracruz : XVI Congreso Nacional de Ingeniería Estructural, 2008.

Rojas Rojas, Rafael, Jara Guerrero, José M. y Hernández Barrios, Hugo. 2005. *Vibración ambiental de un puente peatonal de la ciudad de México.* México : XV Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, 2005.

Román Salgado, Víctor Manuel y Téllez García, Carlos. 2000. *Evaluación del diseño sísmico de elementos constrictores de movimiento lateral en puentes carreteros, topes laterales y pilas.* Distrito Federal : UNAM, 2000.

Romo Villena, David Rodrigo. 1999. *Análisis de registros sísmicos y microambientales en el puente Marga-Marga.* Santiago de Chile : Universidad de Chile, 1999.

Sandoval Hernández, Manuel E. Ruíz, y otros. 2010. *Caracterización Dinámica de puentes carreteros*. León, Guanajuato : XVII Congreso Nacional de Ingeniería Estructural, 2010.

Simui y Miyata. 2006. *Disign of Buildings and Bridges for Wind*. New Jersey : Wiley, 2006.

Strommen, Einar N. 2006. *Theory of Bridge Aerodynamics*. Berlin : Springer, 2006.

Troitsky, M. S. 1977. *Cable-stayed Bridges, Theory and Design*. Great Britain : William Clowes & Sons, 1977.

walther, R., y otros. 2003. *Cable Stayed Bridge*. 2da. London : Thomas Telford, 2003.

Wang, Kehal, Yen, W. Phillip y Li, Qian. 2008. *Passive control system of a cable-stayes bridge*. Charleston, South Carolina : The Sixth National Seismic Conference on Bridge & Highways, 2008. P37.

Xiang, H. F., Chen, A. R. y Lin, Z. X. 1998. *An introduction to the Chinese wind-resistant design guideline for highway bridges*. Shanghai : ELSEVIER, 1998.

Zatar, Wael, y otros. 2008. *Seismic risk assessment of priority*. Charleston, South Carolina : The Sixth National Seismic Conference on Bridge & Highways, 2008. 2B3-4.