



**UNIVERSIDAD MICHOACANA DE
SAN NICOLÁS DE HIDALGO**



**DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO DE
LA FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL**

MAESTRÍA EN INGENIERÍA EN EL ÁREA DE ESTRUCTURAS

**LEYES DE ATENUACIÓN DE
DESPLAZAMIENTOS PARA SISMOS
ASOCIADOS AL PROCESO DE SUBDUCCIÓN**

TESIS

PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN INGENIERÍA EN EL ÁREA DE ESTRUCTURAS

PRESENTA:

ING. FRANCISCO FERNANDO GUTIÉRREZ BAÑOS

DIRECTOR DE TESIS:

DR. MANUEL JARA DÍAZ

MORELIA, MICHOACÁN, MÉXICO

AGOSTO 2013

**LEYES DE ATENUACIÓN DE
DESPLAZAMIENTOS PARA
SISMOS ASOCIADOS AL
PROCESO DE SUBDUCCIÓN**



**UNIVERSIDAD MICHOACANA DE
SAN NICOLÁS DE HIDALGO**



**DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO DE
LA FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL**

MAESTRÍA EN INGENIERÍA EN EL ÁREA DE ESTRUCTURAS

**LEYES DE ATENUACIÓN DE
DESPLAZAMIENTOS PARA SISMOS
ASOCIADOS AL PROCESO DE SUBDUCCIÓN**

TESIS

PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN INGENIERÍA EN EL ÁREA DE ESTRUCTURAS

PRESENTA:

ING. FRANCISCO FERNANDO GUTIÉRREZ BAÑOS

DIRECTOR DE TESIS:

DR. MANUEL JARA DÍAZ

MORELIA, MICHOACÁN, MÉXICO

AGOSTO 2013

Leyes de atenuación de desplazamientos para sismos asociados al proceso de subducción

Francisco Fernando Gutiérrez Baños.

© Francisco Fernando Gutiérrez Baños.

© Manuel Jara Díaz.

© Facultad de Ingeniería Civil, UMSNH.

© CONACYT

Impreso en México, 2013.

No olvide citar esta tesis.

AGRADECIMIENTOS

Este apartado de la tesis es uno de los apartados más humanos del trabajo, aunque en realidad cuesta mucho trabajo detectar la humanidad detrás de cada dato y grafica que aquí se presenta. Es por ello que debo agradecer a todos aquellos que fueron mi soporte durante esta investigación.

Les agradezco a mis padres Glafira y Manuel por apoyarme en todo momento, por los valores que me han inculcado, y por haberme dado la oportunidad de tener una excelente educación en el transcurso de mi vida. Les agradezco sobre todo por ser un excelente ejemplo de vida a seguir; por brindarme una vida llena de aprendizajes, experiencias y sobre todo felicidad.

A mis hermanos Gafita y Manuel por ser una parte importante de mi vida. Les agradezco por ser mi fortaleza. Gracias Manuel por ser un ejemplo de desarrollo profesional a seguir y por llenar mi vida de alegrías. Gracias Gafita por iluminarme cuando escaseaban las ideas, por acompañarme en mis largas noches de trabajo y por estar siempre conmigo.

A Paty, por ser una parte importante de mi vida, por haberme apoyado en las buenas y en las malas, sobre todo por su paciencia y amor.

Le agradezco la confianza, apoyo y dedicación de tiempo a mis profesores; en especial a Manuel Jara Díaz, José Manuel Jara Guerrero, Rafael Rojas Rojas y Guillermo Martínez Ruíz. Por haber compartido conmigo sus conocimientos y sobre todo su amistad.

Mi tutor, Dr. Manuel Jara Díaz, mi mayor agradecimiento por su gran calidad humana, por su buen humor, su apoyo y confianza sin límites y sobre todo por su gran paciencia antes mis dudas de todo tipo.

Mis compañeros, Miriam, Saraí, Marco, Iván, Gerardo y Arturo. Por su gran apoyo tanto moral como intelectual. Gracias por haber hecho amenos esos días de presión, gracias por compartir tan buenos momentos.

Morelia, Mich. Agosto de 2013.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	17
--------------------	----

CAPÍTULO 1

PRINCIPALES PARÁMETROS QUE DESCRIBEN A LOS EVENTOS SÍSMICOS	21
1.1. ESTRUCTURA INTERNA DE LA TIERRA	21
1.2. PLACAS TECTÓNICAS	21
1.3. DERIVA CONTINENTAL	23
1.4. FOCO (HIPOCENTRO) Y EPICENTRO.....	25
1.5. TIPOS DE FALLAS	26
1.6. ÁREA DE FALLA.....	26
1.7. PREEVENTOS Y RÉPLICAS	27
1.8. ENJAMBRES.....	28
1.9. ONDAS SÍSMICAS.....	28
1.10. APARATOS DE MEDICIÓN.....	30
1.11. LOCALIZACIÓN DE UN TEMBLOR.....	32
1.12. ESCALAS DE MEDICIÓN	33

CAPÍTULO 2

LEYES DE ATENUACIÓN DE INTENSIDADES SÍSMICAS.....	37
2.1. EXPANSIÓN GEOMÉTRICA.....	38
2.2. ABSORCIÓN ANELÁSTICA O ATENUACIÓN INTRÍNSECA	40
2.2.1. PARAMETRIZACIÓN DE LA ABSORCIÓN ANELÁSTICA	42
2.3. ESPARCIMIENTO O SCATTERING	46
2.4. DETERMINACION DE LA ATENUACIÓN SÍSMICA	50

CAPÍTULO 3

SELECCIÓN DE CATÁLOGOS Y REGISTROS DE TEMBLORES.....	57
--	----

CAPÍTULO 4

MÉTODOS DE REGRESIÓN	65
4.1. REGRESIÓN LINEAL.....	65

4.1.1.	REGRESIÓN LINEAL SIMPLE CON VARIANZA CONSTANTE	66
4.1.2.	REGRESIÓN DE VARIABLES ALEATORIAS NORMALES	69
4.1.3.	REGRESIÓN CON VARIANZA NO CONSTANTE.....	69
4.2.	REGRESIÓN LINEAL MULTIPLE.....	71
4.2.1.	REGRESIÓN CON VARIANZA CONSTANTE.....	71
4.3.	REGRESIÓN NO LINEAL.....	73
4.4.	PRINCIPIOS GENERALES QUE SE APLICAN A LAS LEYES DE ATENUACIÓN (CASO SÍSMICO)	74
4.5.	MODELOS ESPECÍFICOS DE REGRESIÓN	74
4.5.1.	MÉTODO DE MÍNIMOS CUADRADOS PONDERADOS (CAMPBELL, 1981)	75
4.5.2.	MODELO DE EFECTOS ALEATORIOS (BRILLINGER Y PREISLER, 1984)	76
4.5.3.	MÉTODO DE DOS PASOS (JOYNER Y BOORE, 1981)	78
4.5.4.	MODELO LINEAL DE EFECTOS MIXTOS	81
4.5.5.	MÉTODOS BAYESIANOS.....	82
4.5.6.	MÉTODOS NO PARAMÉTRICOS	82

CAPÍTULO 5

PROPUESTA DE LEYES DE ATENUACIÓN DE DESPLAZAMIENTOS	85
5.1. METODOLOGÍA	86
5.1.1. PRIMER PASO	87
5.1.2. SEGUNDO PASO.....	90
5.1.3. TERCER PASO.....	90
5.1.4. CUARTO PASO	91
5.2 REGRESIÓN EN CUATRO PASOS Y REGRESIÓN LINEAL	96
5.3 ANÁLISIS COMPARATIVO CON RESULTADOS DE OTRAS REGIONES.....	98
5.4 LEYES DE ATENUACIÓN ESPECTRALES.....	99
5.5 REDUCCIÓN DEL NÚMERO DE LEYES ESPECTRALES	105
5.6 INCORPORACIÓN DEL PERIODO ESTRUCTURAL EN LAS LEYES DE ATENUACIÓN	107

CAPÍTULO 6

CONCLUSIONES.....	117
REFERENCIAS	121

RELACIÓN DE TABLAS

CAPÍTULO 1

Tabla 1.1 Escala de Intensidades de Mercalli Modificada.....	34
---	----

CAPÍTULO 5

Tabla V.1. Valores de mínimos cuadrados calculados en regresiones.....	89
---	----

Tabla V.2. Valores de los coeficientes obtenidos en las regresiones.....	93
---	----

Tabla V.3. Leyes espectrales para sismos de subducción.....	101
--	-----

Tabla V.4. Leyes espectrales para sismos normales.....	102
---	-----

Tabla V.5. Leyes de atenuación espectrales simplificadas para registros con distancias focales menores de 40 km (sismos de subducción).....	105
--	-----

Tabla V.6. Leyes de atenuación espectrales simplificadas para registros con distancias de foco mayores de 40 km (sismos normales).....	106
---	-----

RELACIÓN DE FIGURAS

CAPÍTULO 1

Figura 1.1 Composición interna de la tierra.....	22
Figura 1.2 Interacción de las placas tectónicas.....	23
Figura 1.3 Pangea y Panthalassa.....	23
Figura 1.4 Corrientes de convección.....	24
Figura 1.5 Placas tectónicas de la tierra.	24
Figura 1.6 Foco y epicentro.	25
Figura 1.7 Área de Falla.	27
Figura 1.8 Ondas sísmicas para obtener un pulso.	28
Figura 1.9 Ondas Primarias, de compresión.	29
Figura 1.10 Ondas Secundarias, de cortante.	29
Figura 1.11 Ondas Rayleigh.	30
Figura 1.12 Ondas Love.	30
Figura 1.13 Oscilaciones libres.	31
Figura 1.14 Sismoscopio de Chang Heng.	31
Figura 1.15 Ubicación del epicentro.	32

CAPÍTULO 2

Figura 2.1 Fuente puntual emitiendo frentes de onda circulares.	38
Figura 2.2 Distancia Hipocentral.	39
Figura 2.3 Esquema del movimiento oscilatorio de un péndulo simple.	41
Figura 2.4 Pulso de onda moviéndose por una cuerda.	41
Figura 2.5 La amplitud de una onda en un medio anelástico, disminuye a medida que se propaga en el medio.	42
Figura 2.6 Determinación para que se produzca scattering, reflexión o refracción.	46

Figura 2.7 Scattering por la radiación incidente producida por un obstáculo.	47
Figura 2.8 La radiación que incide en un obstáculo puede provenir de la fuente original o de otros obstáculos.....	48
Figura 2.9 Ejemplo de sismograma en el que se puede apreciar la coda formada por el scattering.	49
Figura 2.10 Parámetros asociados a la coda.	50

CAPÍTULO 3

Figura 3.1 Base Mexicana de Datos de Sismos Fuertes (BMDSF).	57
Figura 3.2 Mapa de las estaciones acelerográficas zona centro de México.....	58
Figura 3.3 Corrección por línea base y filtrado con el programa SeismoSignal.	59
Figura 3.4 Estructura del archivo estándar de aceleración.....	61
Figura 3.5 Ejemplo de un archivo con el formato estándar BMDSF.....	63

CAPÍTULO 4

Figura 4.1 Distribuciones de y para valores dados de x . Modelo homocedástico (varianzas iguales).....	66
Figura 4.2 Análisis de regresión lineal de datos con dos variables.....	67
Figura 4.3 Análisis de regresión lineal de datos con varianza variable.....	69
Figura 4.4 Análisis de regresión no lineal de datos.....	73

CAPÍTULO 5

Figura 5.1a Valores de magnitudes, M_b , y distancias, R , de los registros usados para el cálculo de la relación de atenuación de sismos de subducción.	85
Figura 5.1b Valores de magnitudes, M_b , y distancias, R , de los registros usados para el cálculo de la relación de atenuación de sismos normales.....	86

Figura 5.2a Residuos de los desplazamientos máximos calculados contra las magnitudes del universo de datos (sismos de subducción).....	91
Figura 5.2b Residuos de los desplazamientos máximos calculados contra las magnitudes del universo de datos (sismos normales).....	92
Figura 5.3a Residuos de los desplazamientos máximos calculados contra la distancia, R (sismos de subducción).....	92
Figura 5.3b Residuos de los desplazamientos máximos calculados contra la distancia, R (sismos normales).....	92
Figura 5.4a Histograma de los residuos de los máximos desplazamientos calculados (sismos de subducción)	93
Figura 5.4b Histograma de los residuos de los máximos desplazamientos calculados (sismos normales).....	94
Figura 5.5a Ley de atenuación para sismos de subducción, $M_b = 6.5$ y desplazamientos máximos.....	95
Figura 5.5b Ley de atenuación para sismos normales, $M_b = 6.0$ y desplazamientos máximos	95
Figura 5.6a Leyes de atenuación para sismos de subducción calculadas con el método de 4 pasos y con regresión lineal simple ($M_b = 6.5$).....	97
Figura 5.6b Leyes de atenuación para sismos normales, calculadas con el método de 4 pasos y con regresión lineal simple ($M_b = 6.0$).....	97
Figura 5.7a Comparativa de las leyes de atenuación para $M_b = 6.5$ (sismos de subducción).....	98
Figura 5.7b Comparativa de las leyes de atenuación para $M_b = 6.0$ (sismos normales).....	99
Figura 5.8 Calculo de los espectros de desplazamientos con el programa SeismoSpect.....	100
Figura 5.9a Espectros de desplazamientos para sismos de subducción calculados con SeismoSpect.....	100
Figura 5.9b Espectros de desplazamientos para sismos normales calculados con SeismoSpect.....	101
Figura 5.10a Leyes de atenuación espectral para distintas magnitudes y distancias.....	101
Figura 5.10b Leyes de atenuación espectral para $M_b=5.9 - R=150$ km y $M_b=6.3 - R=350$ km.....	104
Figura 5.10c Comparativa de leyes espectrales variando la distancia.....	104
Figura 5.11 Comparativa de leyes espectrales completa y simplificada para sismos de subducción ($M_b=7.0$ y $R=250$ km).....	106
Figura 5.12 Comparativa de leyes espectrales completa y simplificada para sismos normales ($M_b=6.3$ y $R=300$ km).....	107

Figura 5.13 Comparativa de leyes espectrales sin considerar el periodo y considerándolo (sismos de subducción, $M_b=7.0$ y $R=250$ km)	108
Figura 5.14 Comparativa de leyes espectrales sin considerar el periodo y considerándolo (sismos normales, $M_b=6.3$ y $R=300$ km)	109
Figura 5.15a Forma generalizada del espectro de desplazamientos.....	111
Figura 5.15b Comparación de espectros promedio de desplazamientos.....	111
Figura 5.16a Histograma de los residuos de los máximos desplazamientos calculados con la ley espectral donde se incluye el periodo para sismos de subducción.....	112
Figura 5.16b Histograma de los residuos de los máximos desplazamientos calculados con la ley espectral donde se incluye el periodo para sismos normales.....	112
Figura 5.17a Comparativa de leyes espectrales sismos de subducción, variando la distancia y $M_b=6.8$ constante.....	113
Figura 5.17b Comparativa de leyes espectrales sismos de subducción, variando la magnitud y $R=250$ km constante.....	113
Figura 5.18a Comparativa de leyes espectrales sismos normales, variando la distancia y $M_b=6.3$ constante.....	114
Figura 5.18b Comparativa de leyes espectrales sismos normales, variando la magnitud y $R=300$ km constante.....	115

INTRODUCCIÓN

México es un país donde se caracteriza una tectónica violenta que en casos lamentables ha dejado a sus habitantes en la desolación, haciendo que los daños materiales sean los menos preocupantes ante las desgracias humanas que han ocasionado. En nuestro país hemos tenido sismos fuertes que han marcado nuestra historia y han mostrado la alta vulnerabilidad sísmica de distintos tipos de estructuras, es por ello que se busca comprender el interior de nuestro inquieto planeta con el fin de conocer mejor los mecanismos que gobiernan la geodinámica e intentar prevenir y mitigar las catástrofes.

El incremento de la población en zonas urbanas, ha dado origen a la necesidad de realizar estudios para conocer las características de la intensidad del movimiento del suelo. Generalmente se ha utilizado a la aceleración máxima del terreno y a los correspondientes espectros de respuesta de aceleración, como medidas de intensidad sísmica, debido fundamentalmente a su relación con las fuerzas de inercia que se producen durante el movimiento. Sin embargo, las nuevas filosofías de diseño se enfocan a los desplazamientos y su relación con el daño que producen. Debido a ello, los métodos de diseño para la obtención de los desplazamientos se basan en el conocimiento de los espectros de desplazamiento más que en los espectros tradicionales de pseudoaceleración. Por tal motivo la tesis se enfoca a estudiar las variaciones de los desplazamientos máximos del terreno y a los espectros de respuesta de desplazamiento para determinar leyes de atenuación que serán aplicadas al estudio de los efectos que se producen en las construcciones.

Para poder determinar una ley de atenuación de una zona es necesario identificar todas las fuentes generadoras de sismos que pueden tener impacto en la región. El conocimiento del movimiento del suelo en una región está caracterizado por la influencia de la fuente, el medio por el que se propagan las ondas elásticas y por el emplazamiento en el que se observa la sacudida sísmica. A partir del conocimiento de las características de los sismos que pueden producirse en cada fuente sísmica, podemos estimar la atenuación de las ondas hasta el sitio de interés, de acuerdo con la distancia y características de la fuente sísmica.

Por otro lado, la elevada sismicidad en la zona central de México se caracteriza por ser una zona de subducción donde se presentan dos tipos de terremotos con distintas características, los eventos interplaca o “de subducción” y los intraplaca o “normales / de profundidad intermedia”. Los primeros se generan a escasa profundidad (menores de 40 km) y suelen tener mayor poder destructivo. No obstante, la sismicidad intraplaca tiene también efectos devastadores donde su capacidad destructiva puede equipararse prácticamente con la de los sismos de subducción, debido a la cercanía del foco a determinadas ciudades del centro de la República Mexicana. Es por

ello que ambos tipos de sismos se consideran para el estudio de las leyes de atenuación en este trabajo.

Hoy en día existen numerosos estudios que permiten conocer la atenuación del movimiento del suelo respecto a la velocidad y aceleración del terreno, cabe resaltar que en México hasta el momento se han desarrollado un contado número de leyes de atenuación de las velocidades y aceleraciones del terreno. Para el caso de las leyes de atenuación para desplazamientos es muy reducido el número de estudios sobre el tema que se han desarrollado a nivel mundial. Para el caso de México no se encontraron referencias que den cuenta de leyes de atenuación para desplazamientos, por lo que este estudio se considera pionero en nuestro país.

El trabajo que aquí se presenta pretende contribuir a llenar este vacío estudiando la atenuación sísmica asociada tanto para los terremotos de subducción como para los sismos normales que tienen lugar en la zona centro de México, zona que constituye la más densamente poblada del país y en la que estos eventos han producido ya numerosas pérdidas a lo largo de la historia. La presente tesis se pensó para aportar la mayor coherencia y claridad al conjunto, para lograr el objetivo, el presente trabajo se expone de la siguiente manera:

- Caracterización de los principales parámetros que intervienen y que describen a los eventos sísmicos. En el primer capítulo se hace una descripción y definición de los parámetros que intervienen en el fenómeno, así como también se hace una reseña de las características geológicas de la tierra y de datos importantes para la sismología a través de la historia.
- En el segundo capítulo se introducen los conceptos necesarios para el desarrollo de una ley de atenuación, detallando la forma funcional de las leyes de atenuación y sus posibles variaciones.
- Pasando al tercer capítulo, se analiza y describe el proceso que se llevó para la agrupación de los eventos sísmicos y de las estaciones que serán usados para definir las leyes de atenuación. Adicionalmente se hace una reseña de las características de los datos y del software utilizado en el proceso.
- Debido a la incertidumbre de todos los fenómenos que intervienen en la estimación de las leyes de atenuación, es necesario describir las técnicas de probabilidad y estadística que serán necesarias en el desarrollo del trabajo, es por ello que en el cuarto capítulo se describen las diferentes metodologías existentes para así hacer una revisión de los métodos de regresión empleados.
- Finalmente, en el quinto capítulo se presentan los resultados conseguidos y se discuten sus implicaciones. Se parte de una descripción detallada de la metodología utilizada para la deducción de las leyes de atenuación, que consiste en un método de regresión en cuatro pasos, y se comparan los resultados con los

que se obtienen con un método de regresión simple. Las leyes de atenuación se presentan por separado para los sismos de subducción y los de fallamiento normal. Posteriormente, se comparan las leyes de atenuación de desplazamientos del terreno obtenidas con las que se han obtenido en otras regiones sísmicas del mundo. Se desarrollan leyes de atenuación espectrales para desplazamientos, inicialmente sin introducir el periodo dentro de la ecuación funcional y después introduciendo el periodo a la ley espectral, con el propósito de incluir en la ley de atenuación las principales variables que intervienen en el fenómeno.

- Todo lo anterior se resume en las conclusiones del sexto capítulo.

CAPÍTULO 1

PRINCIPALES PARÁMETROS QUE DESCRIBEN A LOS EVENTOS SÍSMICOS

Cada que ocurre un evento sísmico las personas y las construcciones experimentan sus efectos, para poder medirlos se deben de tener en cuenta parámetros que permitan definir la acción sísmica. El ingeniero necesita conocer suficientes características del movimiento del suelo para poder llevar a cabo un análisis del comportamiento de estructuras sometidas a sismos.

1.1. ESTRUCTURA INTERNA DE LA TIERRA

La tierra se encuentra formada por tres capas concéntricas: corteza, manto y núcleo, cuyo movimiento constante dan orígenes a los eventos sísmicos y volcánicos. La corteza representa un 1% del volumen terrestre, mientras que el manto representa un 80% y el núcleo representa un 19%.

Las capas se constituyen de la siguiente manera, ver figura 1.1:

- a. **CORTEZA O LITÓSFERA:** de rigidez y anisotropía elevada, forma la parte exterior de la Tierra. Su espesor es variable, llegando a tener 60 km. Se conforma por rocas basálticas en el fondo oceánico y por rocas ígneas en los continentes.
- b. **MANTO:** llega a alcanzar un espesor de 2900 km. Se divide en manto superior, zona de transición y manto inferior, cuyos espesores llegan a ser de 400 km, 237 km y 2263 km respectivamente. Las últimas dos zonas son más rígidas debido a la estructura más densa de los minerales que las componen.
- c. **NÚCLEO:** formado por radio aproximado de 3470 km. Se divide en núcleo interno con un radio de 1370 km y en núcleo externo con un radio de 2100 km. Se compone por hierro fundido mezclado con níquel, sulfuro y silicio.

1.2. PLACAS TECTÓNICAS

Los posibles mecanismos de interacción entre las placas tectónicas pueden clasificarse de la siguiente manera, ver figura 1.2:

- a. **SUBDUCCIÓN.** Este evento ocurre cuando dos placas de espesor similar entran en contacto entre sí, ocurre especialmente cerca de las islas. Para nuestro caso este tipo de mecanismo es el que nos interesara en la presente tesis.

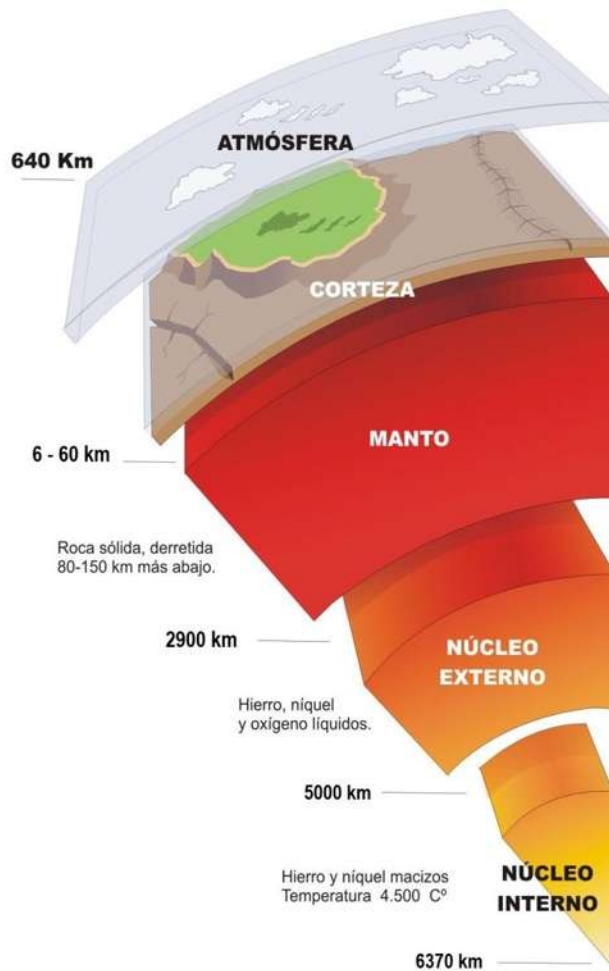


Figura 1.1 Composición interna de la tierra.

(Adaptada de <http://web.educastur.princast.es/proyectos/formadultos/latierra/>)

- b. **DESLIZAMIENTO.** Ocurre cuando dos placas oceánicas entran en contacto o bien cuando una placa continental choca con una oceánica.
- c. **EXTRUCION:** se produce cuando entran en contacto dos placas delgadas que se desplazan en direcciones opuestas. Este tipo de mecanismo ocurre con gran frecuencia en el fondo marino.
- d. **ACRECENCIA:** este mecanismo se produce cuando una placa continental y una placa oceánica producen un impacto de poca intensidad.

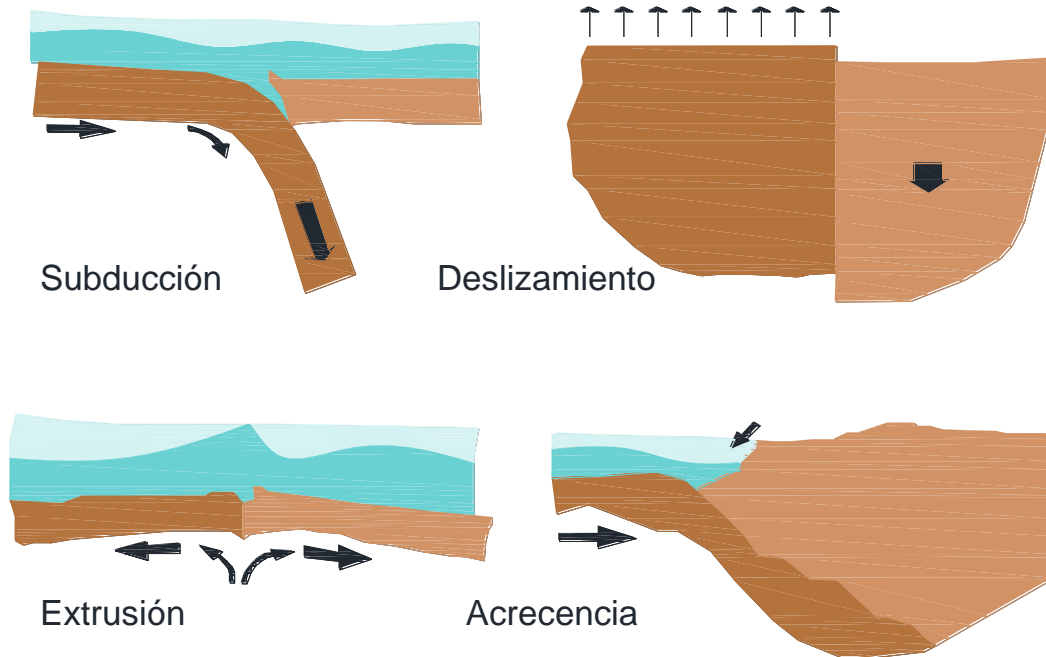


Figura 1.2 Interacción de las placas tectónicas.
(Adaptada de Barbat, 1994)

1.3. DERIVA CONTINENTAL

De acuerdo a la historia geológica de la tierra, se estima que hace 200 millones de años existía un solo continente llamado Pangea y un único océano que lo rodeaba llamado Panthalassa (figura 1.3) y que sufrió una transformación gradual hasta alcanzar la forma actual que tienen los continentes y los mares.

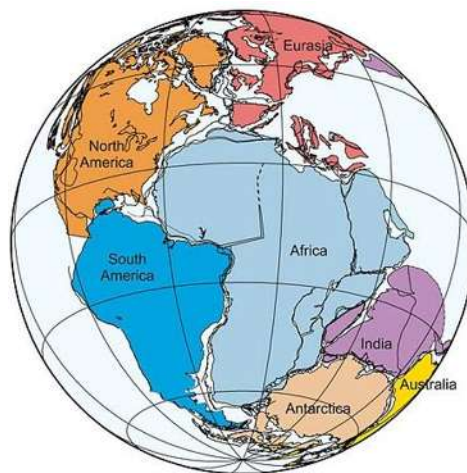


Figura 1.3 Pangea y Panthalassa.
(<http://drhuron.galeon.com/aficiones1140313.html>)

La corteza terrestre se encuentra en movimiento constante (figura 1.4), debido al movimiento se fueron originando los continentes como los conocemos actualmente. La configuración actual de las placas tectónicas se ilustra en la figura 1.5, juntamente con su dirección de movimiento, se indica con flechas.

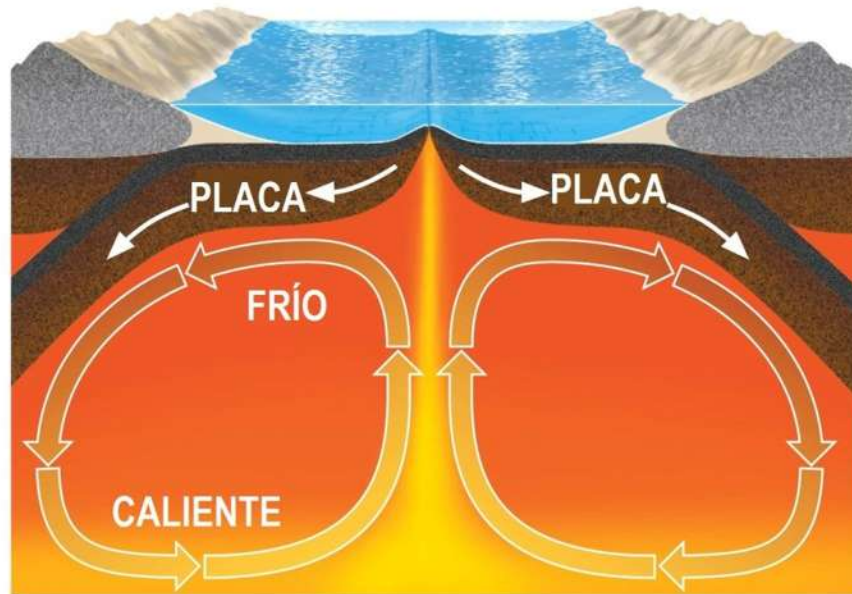


Figura 1.4 Corrientes de convección.

(Adaptada <http://melosurromientrasdormia.blogspot.com/>)

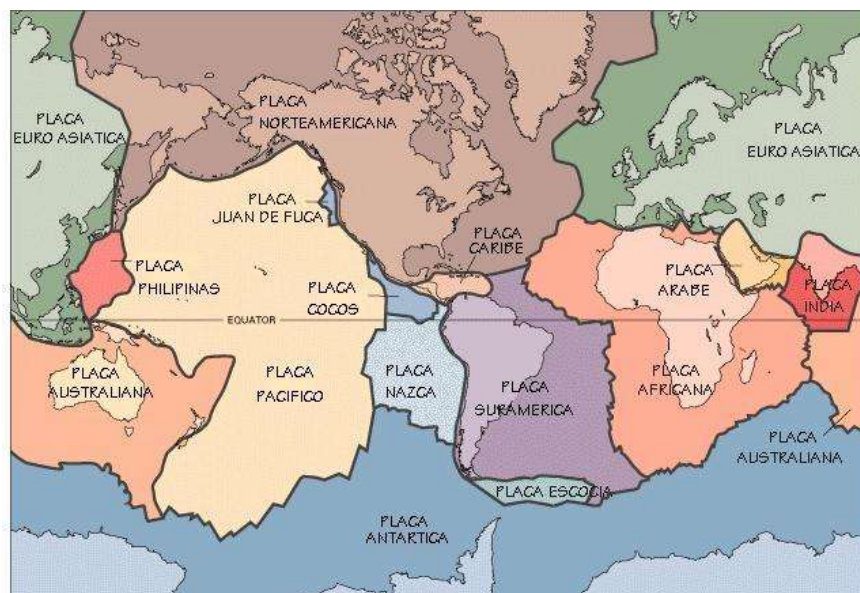


Figura 1.5 Placas tectónicas de la tierra.

(<http://www.ssn.unam.mx/>)

1.4. FOCO (HIPOCENTRO) Y EPICENTRO

Un sismo se produce debido al choque de placas a cierta profundidad bajo la superficie de la capa terrestre, en un punto teórico. El punto donde comienza la ruptura se llama foco (hipocentro) y se le llama epicentro a la proyección del foco sobre la superficie terrestre. Ver figura 1.6.

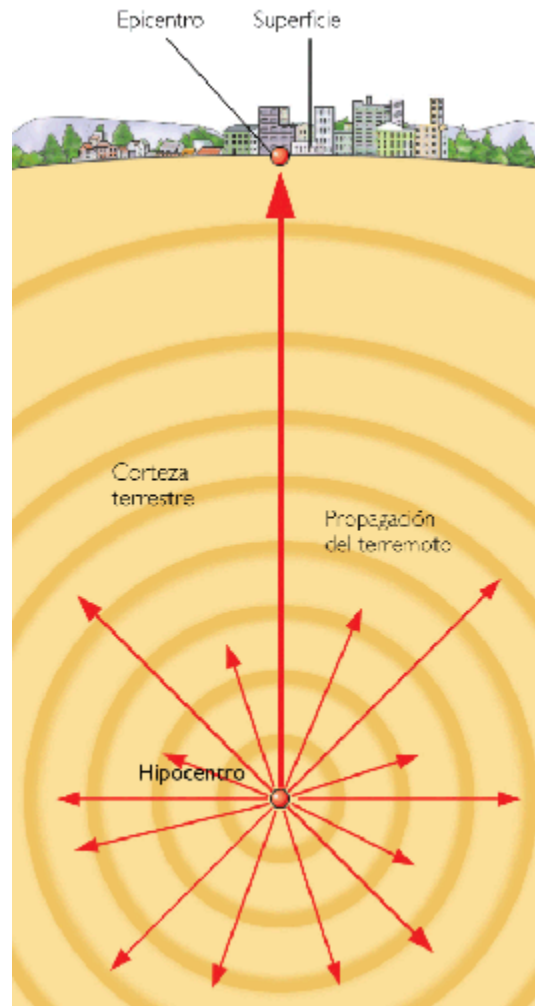


Figura 1.6 Foco y epicentro.

(<http://elprofedenaturales.wordpress.com/category/4%C2%BA-eso-geologia-interna/>)

Los sismos se consideran someros, cuando ocurren a una profundidad menor de 60 kms; se les llama de profundidad intermedia cuando ocurren a una profundidad mayor que 60 kms y menor que 300 kms. Los sismos profundos se consideran cuando ocurren a más de 300 kms de profundidad. En algunos casos se emplea el termino profundidad normal cuando ocurren entre 30 y 60 kms.

1.5. TIPOS DE FALLAS

Los sismos son producto del movimiento relativo de las placas tectónicas y las fallas más importantes que tienen relación con los terremotos son las siguientes:

- a. **FALLAS NORMALES:** son propias de zonas a tensión, se produce un desplazamiento hacia abajo de uno de los bloques. Sucede con gran frecuencia cuando la placa oceánica se introduce debajo de una placa continental. El foco de estas fallas se produce a profundidades mayores a 45 km.
- b. **FALLAS INVERTIDAS:** corresponden a zonas de compresión, se produce un desplazamiento hacia arriba de la porción inferior.
- c. **FALLAS DE DESLIZAMIENTO (DESGARRADURA):** se origina por el deslizamiento horizontal entre dos bordes de placas tectónicas. Se origina a pequeñas profundidades, por tal motivo representan gran peligro para las poblaciones cercanas a dichas fallas.
- d. **FALLAS DE SUBDUCCIÓN:** se generan cuando las placas oceánicas se introducen debajo de las placas de los continentes, debido a que las placas oceánicas tienen menor espesor que las placas continentales. En el proceso que se va introduciendo la placa oceánica en el continente va generando un aumento de temperatura que produce vapores que van deformando la corteza terrestre.

En nuestro país los sismos de subducción se originan en la zona comprendida entre el Golfo de Tehuantepec y el estado de Jalisco en la frontera con el Océano Pacífico.

- e. **FALLAS LOCALES:** debido al efecto de la subducción, de la placa oceánica en la corteza dentro del continente, se van generando volcanes. Las deformaciones producidas por el empuje de las placas activan fallas que se encuentran a profundidades superficiales, el movimiento de dichas fallas genera temblores de magnitud intermedia que representan un gran riesgo para las poblaciones cercanas.

1.6. ÁREA DE FALLA

Un sismo es provocado por un desplazamiento brusco sobre una falla, los terremotos ocurren sobre un área de falla (también llamada superficie de la ruptura). Ver figura 1.7

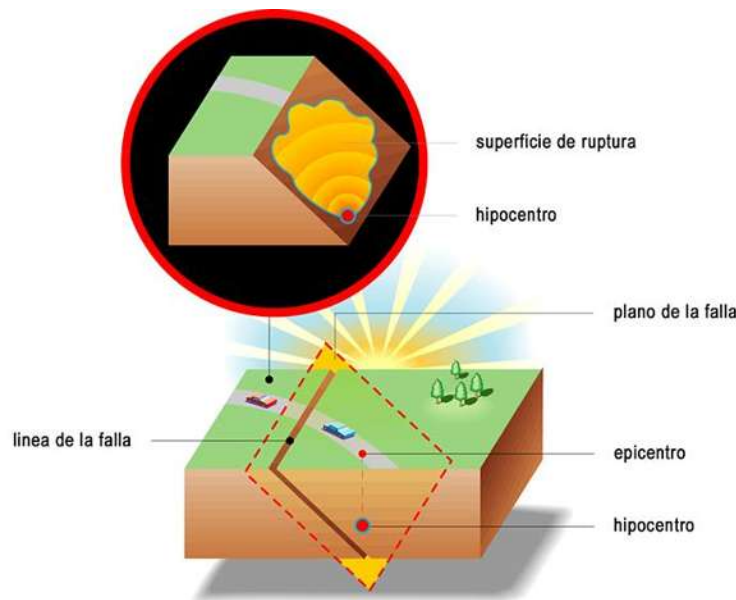


Figura 1.7 Área de Falla.

(<http://www.earthquakecountry.info/roots-es/image13162-1916.html>)

1.7. PREEVENTOS Y RÉPLICAS

- a. **PREEVENTOS.** Antes de que ocurra un temblor grande (evento principal) ocurren temblores de menor intensidad (preeventos o sismos premonitores), estos pueden ocurrir de segundos a meses antes del evento principal. Los preeventos tienen el efecto de concentrar los esfuerzos que darán lugar al evento principal. Los preeventos se estudian ya que una de sus aplicaciones es la predicción de la ocurrencia del evento principal.
- b. **RÉPLICAS.** Después de la ocurrencia de un evento principal, se producen temblores más pequeños llamadas réplicas. Los focos de las réplicas se encuentran localizados en el área de la ruptura del evento principal o en su periferia. Las réplicas se pueden deber a la rotura de áreas resistentes que no se rompieron durante el sismo grande. La ocurrencia de las réplicas puede durar desde días hasta años, esto depende del tamaño del evento principal y del tipo de roca donde se localizó la falla.

Si algunos de los sismo subsecuentes a un temblor grande es aproximadamente del mismo tamaño que éste, no es considerado como réplica, sino que ambos terremotos se consideran como eventos principales (evento múltiple). Las réplicas son consideradas como tal cuando le siguen a un evento principal y son menores por un factor de 3.16, correspondiente a medio grado de magnitud.

1.8. ENJAMBRES

En ocasiones ocurren episodios sísmicos que lo integran un gran número de eventos sin que alguno de ellos sea mayor a los demás, sin ocurrencia de un solo evento principal. Este tipo de episodios se les llama enjambre. Los eventos sísmicos que constituyen un enjambre raramente son sismos grandes y son característicos de zonas volcánicas, geotérmicas y de zonas de creación de nueva corteza terrestre.

1.9. ONDAS SÍSMICAS

Cuando ocurre un evento sísmico se libera energía que es transmitida a través del terreno; dicha energía se propaga en todas las direcciones desde el origen en forma de ondas sísmicas. Las ondas se caracterizan por:

- FRECUENCIA: f (es el número de veces que el movimiento se repite en determinado tiempo) que se mide en Hertz (ciclos /segundo, y se abrevia Hz).
- PERIODO: $T=1/f$ (es el tiempo en que tarda en repetirse) se expresa en segundos.
- AMPLITUD: es el valor máximo que puede tomar, expresada en unidades de longitud (usualmente en micras o centímetros).
- FASE: es el valor que tiene la onda, es decir en qué punto de su ciclo está, para un tiempo o lugar de referencia.
- LONGITUD DE ONDA: si una onda sísmica viaja con una velocidad V , en un tiempo determinado habrá recorrido una distancia, llamada su longitud de onda.

En la figura 1.8 se muestra tres ondas sísmicas con diferentes periodos y amplitudes distintas, si sumamos las tres ondas se obtiene la traza que se muestra de bajo de ellas. Se observa que la traza de las sumas es menos regular y presenta un máximo donde los valores de las trazas componentes se suman (interferencia constructiva), así también se observan valores menores donde se anulan (interferencia destructiva).

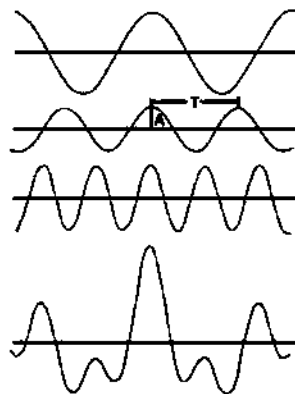


Figura 1.8 Ondas sísmicas para obtener un pulso.
(Nava, 1987)

Mediante la suma podemos construir una onda de cualquier forma, compuesta de ondas sísmicas de diferentes amplitudes y frecuencias. Las ondas sísmicas pueden ser de baja o alta frecuencia, según predominen en su espectro las componentes.

Al ocurrir un evento sísmico podemos diferenciar tres tipos de ondas sísmicas:

a. ONDAS DE CUERPO (MÁSICAS U ONDAS INTERNAS). Se transmiten en el interior de la tierra. Se subdividen fundamentalmente en dos tipos:

1a. Ondas Primarias (P). Son ondas que viajan produciendo compresión y dilatación, su propagación va generando deformaciones volumétricas en el medio y pueden atravesar tanto sólidos como fluidos. Estas ondas son las primeras en ser registradas por los aparatos de medición. En inglés se asocia con push que significa empujar.

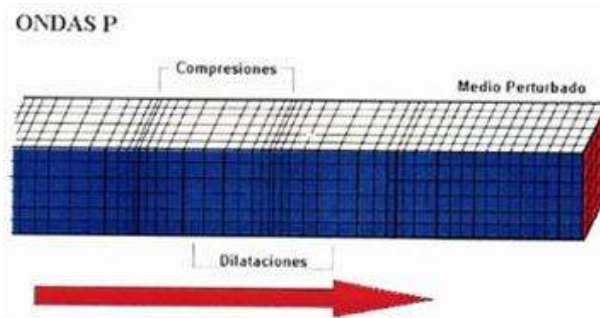


Figura 1.9 Ondas Primarias, de compresión.

(<http://www.funvisis.gob.ve>)

2a. Ondas Secundarias (S). Las partículas se desplazan perpendicularmente a la dirección de propagación generando deformaciones transversales, son de cortante y se propagan sin cambios volumétricos. No se transmiten en fluidos ni en gases ya que estos estados de la materia no soportan esfuerzos cortantes. En inglés se asocia con shake, que significa sacudir.

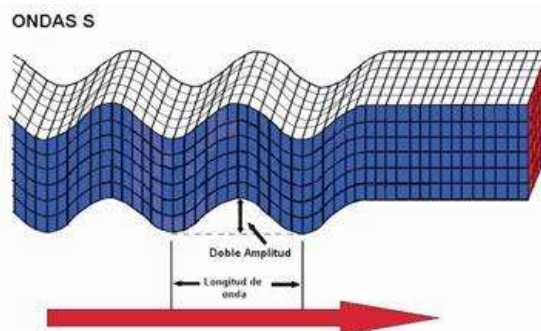


Figura 1.10 Ondas Secundarias, de cortante.

(<http://www.funvisis.gob.ve>)

b. ONDAS SUPERFICIALES. Se propagan únicamente en la corteza terrestre. Las principales ondas superficiales son:

1b. Ondas Rayleigh (LR). Producen cambios volumétricos, generando movimientos elípticos semejantes al oleaje en el mar. Las ondas Rayleigh solamente se transmiten en los fluidos.

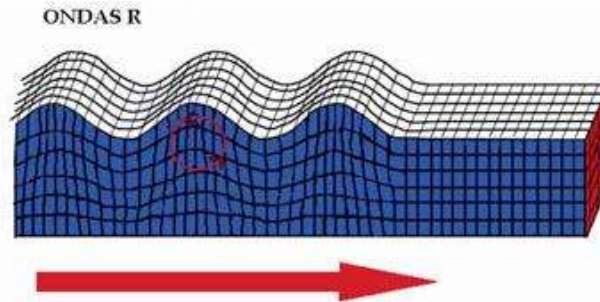


Figura 1.11 Ondas Rayleigh.
(<http://www.funvisis.gob.ve>)

2b. Ondas Love (LQ). Originan movimientos de translación de las partículas en sentido normal a la dirección de propagación. Viajan más rápido que las ondas Rayleigh.

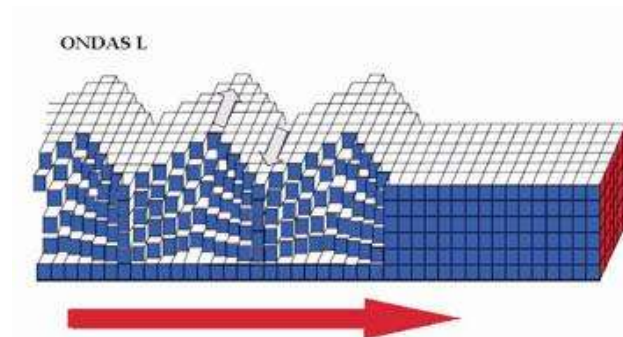


Figura 1.12 Ondas Love.
(<http://www.funvisis.gob.ve>)

c. ONDAS LIBRES. Son ondas que se producen únicamente durante eventos sísmicos muy fuertes y pueden ser definidas como vibraciones de la tierra en su totalidad (ver figura 1.13).

1.10. APARATOS DE MEDICIÓN

¿Cómo se mueve el suelo durante un evento sísmico? esta ha sido una pregunta que ha interesado a la humanidad desde la antigüedad. El primero aparato en registrar un terremoto fue desarrollado en China por el astrónomo y geógrafo Chang Heng alrededor del año 132 A.C. El instrumento medía solamente la dirección del primer impulso del terremoto, se trataba de un

sismoscopio (ver figura 1.14). Los primeros sismógrafos se desarrollaron a principios del siglo XX y han ido evolucionando hasta la actualidad.

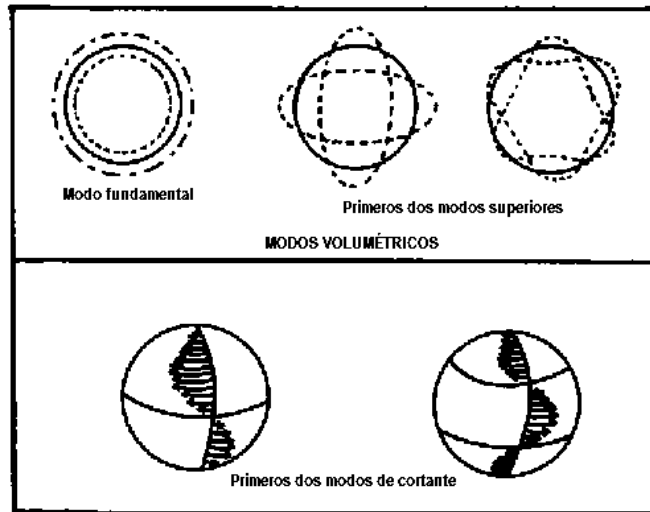


Figura 1.13 Oscilaciones libres.
(Adaptada de Nava, 1987)

En la actualidad se han desarrollado gran diversidad de instrumentos para registrar los eventos sísmicos y los aparatos más utilizados son los sismógrafos y los acelerógrafos.

Los sismógrafos son de tipo pendular, el movimiento relativo del péndulo con respecto al marco de referencia se imprime sobre un cilindro envuelto con papel que va girando a una velocidad determinada, el registro producido se llama sismograma. Los sismógrafos son instrumentos muy sensibles y tienen la capacidad de registrar eventos sísmicos de magnitud pequeña, mas sin embargo tiene el problema que si ocurre un evento sísmico de magnitud grande, pueden llegar a saturarse (cuando exceden su escala de medición). Actualmente los sismógrafos registran el movimiento relativo a través de impulsos eléctrico.

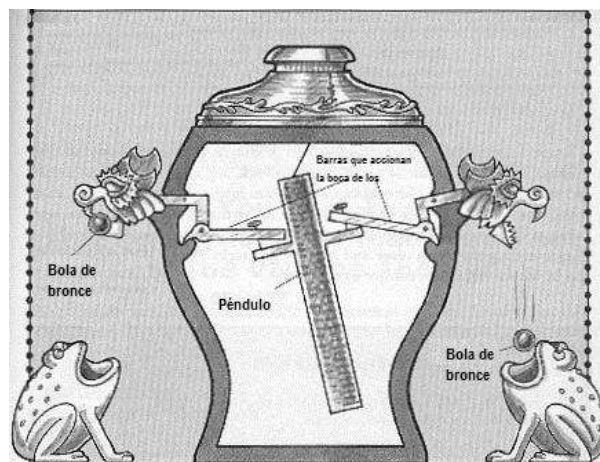


Figura 1.14 Sismoscopio de Chang Heng.

(Adaptada de <http://mail.colonial.net/~hkaiter/quakeanimals.html>)

El otro tipo de instrumento utilizado para la medición de terremotos son los acelerógrafos. Estos instrumentos tienen el propósito de registrar la aceleración que se produce en el terreno durante la ocurrencia de un sismo. Tienen la cualidad de registrar temblores de gran magnitud sin saturarse, mas sin embargo no se activan con movimientos sísmicos muy pequeños.

Los acelerógrafos inician sus funcionamiento antes de un temblor (tienen memoria pre-evento) y terminan después de que el sismo haya concluido (cuentan con memoria post-evento).

1.11. LOCALIZACIÓN DE UN TEMBLOR

Para localizar el foco, lugar donde se origina el movimiento de un evento sísmico. La distancia de ocurrencia de un evento sísmico con respecto a las estaciones de medición, se estima con base en la diferencia de llegada de las ondas P y de las ondas S. Para estimar la localización geográfica del epicentro se necesitan al menos tres estaciones, dibujando tres círculos con radios correspondientes a las distancias calculadas. El punto donde se intersecten las líneas que definen los tres círculos que indican la distancia obtenida en cada estación, se considera la localización del epicentro (ver figura 1.15)



Figura 1.15 Ubicación del epicentro.
(<http://www.ssn.unam.mx>)

1.12. ESCALAS DE MEDICION

Para determinar la intensidad de un sismo existen dos principales tipos de escalas: la intensidad y la magnitud

- a. ESCALAS DE INTENSIDAD. Están relacionadas con los efectos producidos por un sismo en un lugar determinado, tomando en cuenta los efectos en las personas y en las estructuras para describir su potencial destructivo. Las escalas de intensidad proporcionan un panorama general de los efectos de un sismo, generando información que no se obtienen con las escalas de magnitud. Algunas de las escalas más utilizadas son las siguientes:

- 1a. Escala de Intensidades de Rosi y Forel. Pionera en las escalas de intensidades fue propuesta en el año 1833, se mide el poder destructivo de los sismos en una escala del I al X.
- 2a. Escala de Intensidades de Mercalli Modificada. Propuesta en 1931, va de una intensidad I (indica detectado solo con instrumentos) hasta una intensidad XII (indica destrucción total). La escala de Mercalli se indica en la tabla 1.1, es una de las escalas más utilizadas en América. Existen ecuaciones empíricas que relacionan la escala MM con las características cinemáticas de un terremoto. Lomnitz propuso una relación de este tipo, proporcionando la aceleración máxima del terreno en función de la intensidad.

$$\log a_m = \frac{I_{MM}}{3} - \frac{1}{2}$$

En la ecuación anterior la aceleración es dada en cm/s^2 .

- 3a. Escala de Intensidad de Mercalli Cancani Sieberg. Utilizada en el sur de Europa, escala con 12 grados de intensidades sísmicas. Esta escala toma en cuenta el porcentaje de daño de las edificaciones.
- 4a. Escala de Intensidad MKS. Usada en Europa occidental desde 1964, fue propuesta por Mendvedev, Sponheuer y Karnik. Esta escala cuenta con 12 intensidades y se diferencia con la escala de Mercalli Modificada ya que la MKS incorpora valores cuantitativos en la descripción de cada nivel de intensidad.
- 5a. Escala de Intensidad JRA. Usada en Japón, fue propuesta por la Agencia Meteorológica Japonesa y es utilizada desde 1943. Se basa en criterios subjetivos tales como la reacción psicofísica de las personas y la observación del comportamiento sísmico de las estructuras. Esta escala cuenta con 7 grados de intensidad.

GRADO DE INTENSIDAD	DEFINICIÓN DE LOS GRADOS DE INTENSIDAD SÍSMICA
I	No es sentido. Sólo lo registran los sismógrafos.
II	Es sentido por personas que se hallan en reposo, en edificios altos o en lugares que favorecen la percepción.
III	Es sentido en el interior de las habitaciones. Los objetos colgantes se balancean. La vibración es parecida al paso de un camión ligero. Es posible estimar su duración. Puede no ser considerado como un sismo.
IV	Los objetos colgantes se balancean. Vibración, semejante al paso de camiones pesados, o se percibe una sensación como si una pelota pesada golpeará las paredes. Los carros estacionados se mecen. Las ventanas, los platos y las puertas traquetean. Los vasos tintinean. Los cacharros chocan. En el rango superior de IV las paredes y armazones de madera rechinan.
V	Es sentido fuera de las casas; puede estimarse su dirección. Las personas dormidas despiertan. Los líquidos experimentan alteraciones; algunos se derraman. Los objetos inestables y pequeños se mueven, así como las celosías y los cuadros. Los relojes de péndulo se detienen, echan a andar o cambian de velocidad.
VI	Es sentido por todos. Muchas personas se asustan y salen corriendo de sus casas. Se dificulta caminar. Las ventanas, platos y objetos de vidrio se rompen. Adornos, libros, etc., caen de los estantes. Los cuadros se desprenden de las paredes. El mobiliario se mueve o cae. Se agrieta el yeso débil y las construcciones tipo D. Suenan las campanas pequeñas (iglesias, escuela). Los árboles y los arbustos se sacuden (visiblemente) o se escucha la agitación de sus ramas y hojas.
VII	Es difícil permanecer de pie. Los automovilistas sienten cómo se agita el piso. Los objetos colgantes vibran. Se rompen los muebles. Daños a construcciones tipo D, incluyendo grietas. Las chimeneas débiles se parten al nivel del techo. Se produce caída de yeso, de ladrillos sueltos, de piedras, de tejas, de cornisas, de parapetos sin apoyo y de ornamentos arquitectónicos. Se abren algunas grietas en las construcciones tipo C. Se observan olas en los estanques; el agua se enturbia con lodo. Hay derrumbes y aludes en los bancos de arena o grava. Tañen las campanas grandes. Los canales de irrigación quedan dañados.
VIII	Se dificulta conducir un vehículo y quizá hasta se pierde el control del auto. Daños a las construcciones tipo C; colapso parcial. Algunos deterioros en las construcciones B; ninguno en las construcciones A. Caída de estuco y de algunas paredes de ladrillo. Torcedura y caída de chimeneas (casas y fábricas), monumentos, torres, tanques elevados. Las casas de armazón son movidas de sus cimientos si no están aseguradas a ellos. Se rompen las ramas de los árboles. Cambios en el flujo o la temperatura de manantiales y pozos. Grietas en terreno húmedo y en pendientes empinadas.
IX	Pánico general. Las construcciones son destruidas: las de tipo C quedan gravemente dañadas o, a veces, se caen del todo y las de tipo B quedan dañadas seriamente. Averías generales a los cimientos, y muy serias a las cisternas y presas. Las tuberías subterráneas quedan rotas. Grietas conspicuas en el terreno. En las zonas aluviales, la arena y el lodo son arrojados a las orillas, surgen las llamadas fuentes de terremoto y se abren cráteres de arena.
X	La mayor parte de las construcciones de mampostería y de armazón, así como sus cimientos son destruidos. Algunas estructuras y puentes, cuidadosamente contruidos caen. Hay daños serios en presas, diques y terraplenes. Se producen grandes aludes. El agua es arrojada a la orilla de canales, ríos, lagos, etc. La arena y el lodo son desplazados horizontalmente en playas y terrenos planos. Los rieles de las vías de ferrocarril se doblan levemente.
XI	Los rieles quedan doblados considerablemente, y las tuberías subterráneas completamente fuera de servicio.
XII	La destrucción es casi total. Grandes masas de roca son desplazadas. Las líneas de nivel quedan distorsionadas. Los objetos son arrojados al aire.

Tabla I.1 Escala de Intensidades de Mercalli Modificada

b. ESCALAS DE MAGNITUD. Las escalas de magnitud proporcionan una medida indirecta de la energía sísmica liberada por un terremoto. A continuación se presentan las escalas de magnitud más utilizadas.

1b. Escala de Magnitud de Richter. También se le llama magnitud local (M_L), fue formulada en 1935. La magnitud Richter mide la energía del terremoto en el foco y se calcula con la expresión:

$$M_L = K + \log A$$

Donde A es la máxima amplitud del movimiento sísmico registrada y K es una constante que considera la distancia y profundidad del epicentro. Richter definió la magnitud tomando como base las características de California (no es aplicable a todas las partes del mundo) y para distancias menores a 600 kms. Esta escala es confiable para sismos menores del grado 7.

Para poder extender su aplicabilidad al resto del mundo, se han propuesto otras escalas de magnitud. La expresión general de las propuestas es:

$$M = \log A + f(d, h) + C_s + C_R$$

Donde A se refiere a la amplitud de cierto tipo de onda, $f(d, h)$ es una función que tiene en cuenta la distancia epicentral y la profundidad del foco, C_s es una corrección de acuerdo al tipo de estación y C_R es una corrección de acuerdo a la región en estudio.

2b. Escala de Magnitud de Onda Superficiales (M_s). Se utiliza para medir sismos lejanos y de periodos intermedios, es una de las escalas de magnitud más utilizadas en el mundo. Se calcula con base en las ondas Rayleigh con periodo cercano a los 20 segundos. Esta escala tiene problemas con sismos con profundidades mayores de 70 kms y también con sismos cercanos de magnitud pequeña.

3b. Escala de Magnitud de Ondas de Cuerpo (M_b). Se utiliza para medir sismos lejanos, se calcula a partir de la máxima amplitud de las ondas P de la componente vertical de un sismograma con periodo cercano a un segundo. Esta escala tiene problemas con temblores que liberan mucha energía con áreas grandes de ruptura.

- 4b. Escala de Magnitud de Ondas de Cuerpo (M_B). Se diferencia de la anterior en que esta utiliza ondas con periodos entre uno y diez segundos e incorpora otro tipo de ondas, adicionalmente a las ondas P.
- 5b. Escala de Magnitud de Coda (M_C). Se determina con las ondas registradas al final de un registro. Esta escala es recomendable para la medición de sismos de origen local y para eventos sísmicos que no se tenga registrada la amplitud máxima.
- 6b. Escala de Magnitud de Momento Sísmico (M_w). Actualmente se utiliza con gran frecuencia esta escala de magnitud. Es una medida de periodo largo y mide las características promediadas de la fuente, se relaciona con las dimensiones y tiempos totales de ruptura sísmica. El momento sísmico se calcula a partir de la expresión:

$$M_o = \mu AD$$

Donde μ es la rigidez a cortante, A es el área de ruptura y D es el desplazamiento promedio.

A partir de la expresión de momento sísmico, se calcula la magnitud de momento sísmico, el cual representa las frecuencias más bajas.

$$M_w = \frac{2}{3} \log M_o - 10.7$$

Existen varias fórmulas que relacionan la magnitud de un sismo con su energía, un ejemplo de la relación magnitud-energía radiada es la propuesta por Gutenberg y Richter:

$$\log E_s(\text{ergs}) = 11.4 + 1.5M$$

En la expresión anterior para sismos pequeños a intermedio se puede usar M, más sin embargo para sismos grandes es más apropiado usar M_w . Un ejemplo comparativo de energía radiada es con el sismo de Michoacán del año de 1985 (con $M_w = 8.1$ y con $E_s = 3.8 \times 10^{23}$ ergs) y el sismo de Chile de 1960 (con $M_w = 9.5$ y con $E_s = 4.5 \times 10^{25}$ ergs), un sismo mediano de $M = 5$ genera $E_s = 7.9 \times 10^{18}$ ergs y un sismo pequeño de $M = 3$ genera $E_s = 7.5 \times 10^{15}$ ergs. Se puede observar que la energía liberada de los sismos medianos y pequeños es mucho menor que la energía liberada por un sismo de gran magnitud.

CAPÍTULO 2

LEYES DE ATENUACIÓN DE INTENSIDADES SÍSMICAS

Las leyes de atenuación son una herramienta básica para el desarrollo de la prevención de daños y el establecimiento del riesgo sísmico. Estas expresiones relacionan un parámetro del movimiento del terreno (valores de pico, ordenadas de respuesta espectral, desplazamiento, velocidad, aceleración, etc.) con la magnitud, posición relativa, fuente-sitio e intensidad. Usualmente la posición relativa fuente-sitio se especifica mediante la distancia focal. Las leyes de atenuación pueden adoptar muy diversas formas, dependiendo del tipo de sismo. De una base de datos de movimientos del terreno es posible generar una ley de atenuación a través de un análisis de regresión.

Las leyes de atenuación proporcionan valores máximos de intensidad esperada para un sitio debido a la ocurrencia de un temblor de magnitud y localización determinada. Generalmente se estima la respuesta máxima del terreno aunque es más frecuente que se propongan leyes de atenuación de ordenadas espectrales.

Las leyes de atenuación más comunes son las que relacionan magnitud y la distancia al epicentro con la aceleración o la velocidad máxima del terreno. Aunque la aceleración máxima del terreno es la variable que más se ha utilizado como parámetro para determinar los modelos que cuantifiquen el movimiento del sitio, la aceleración cada vez más señalada por su poca relación con los daños estructurales en las edificaciones. Dado lo anterior es más frecuente que se desarrollen leyes de atenuación para predecir los valores máximos de otros parámetros como son el desplazamiento, la velocidad, las ordenadas de espectros de respuesta y en algunos casos con la energía sísmica como los espectros de potencia.

La amplitud de las ondas sísmicas se reduce con la distancia hipocentral y es necesario conocer como disminuye la intensidad de la carga sísmica con la distancia respecto a la fuente, para qué frecuencias es menor la atenuación, así como conocer su relación con la estructura del medio en las que se propagan las ondas sísmicas.

Para la comprensión del tema es necesario describir y explicar algunos conceptos y definiciones que ayudaran a entender de mejor manera el tema.

2.1. EXPANSIÓN GEOMÉTRICA

Se trata de un proceso de redistribución de la energía. Da lugar a pérdidas de energía aparentes, es decir, la energía liberada en el proceso de ruptura no se transforma en otro tipo de energía sino que ésta varía su distribución espacial y temporal. La expansión geométrica representa la disminución de la amplitud de las ondas en función de la distancia, debido a la variación de energía por unidad de volumen provocada por la ampliación del frente de onda, esto es debido al cambio en la densidad y en la distribución de la energía total, la cual permanece constante. En la expansión geométrica las pérdidas por propagación son importantes para las bajas frecuencias, con altos periodos y distancias hipocentrales pequeñas.

El proceso conocido como expansión geométrica es un fenómeno que se manifiesta en cualquier tipo de medio y con cualquier tipo de onda. La energía que se genera en una fuente se distribuye a través de todo el frente de onda. Cuando una onda avanza en un medio tridimensional implica que los frentes de onda aumentan de superficie, por lo tanto la energía en un punto de un frente de onda es menor a medida que el frente de onda es de mayor dimensión. Se dice que la onda ha sufrido una pérdida aparente de energía pero en realidad la energía total continúa constante en el frente de onda. Para ejemplificar se puede considerar la energía emitida por una fuente bidimensional donde se propaga en frentes de onda de forma circular (figura 2.1). La energía registrada en P2 es menor que la registrada en P1 ya que la energía total es constante en todos los frentes de onda, dado entonces la energía total en el frente de onda Σ_1 es la misma que en el frente de onda Σ_2 .

Una manera sencilla de ejemplificar la expansión geométrica consiste en soplar por un tubo en forma cónica, cuando se sopla por el extremo de mayor radio el aire sale con más fuerza que cuando se sopla por el extremo de menor radio. Cuando se sopla se generan ondas de presión y cuando éstas se distribuyen en volúmenes mayores, la onda de presión en un punto es menor energía que cuando se distribuye en volúmenes pequeños. La expansión geométrica también se puede ejemplificar al tirar una piedra en un estanque, las ondas que se generan inicialmente son de mayor altura que las ondas subsecuentes, esto es porque la energía se tiene que distribuir en una mayor superficie.

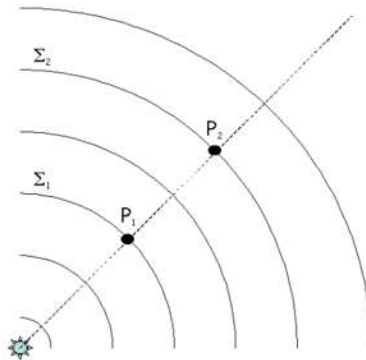


Figura 2.1 Fuente puntual emitiendo frentes de onda circulares.

(Arévalo, 2005)

La expansión geométrica es consecuencia del principio de la conservación de la energía, donde la energía radiada se propaga a través de ondas sísmicas emitidas por un foco en un medio perfectamente elástico, homogéneo e isótropo. Conforme va disminuyendo la energía almacenada por unidad de volumen, la distancia del frente de ondas sísmicas a la fuente se va haciendo mayor por lo que en consecuencia la amplitud del movimiento oscilatorio se va haciendo cada vez menor.

Si denominamos a la distancia hipocentral como R (véase figura 2.2), la dependencia de la amplitud de la onda con este parámetro es proporcional a $1/R$ para las ondas de cuerpo y para distancias al foco grandes en comparación con el tamaño de la fuente. Por otro lado la dependencia para las ondas superficiales y distancias pequeñas, es la relación $1/\sqrt{R}$.

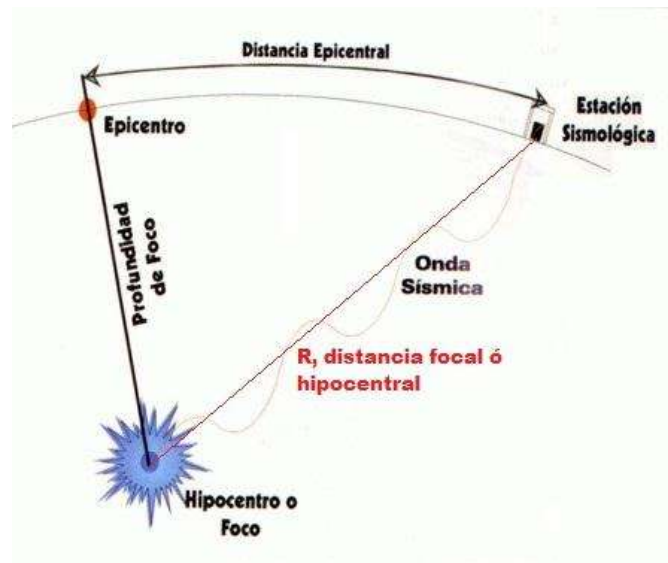


Figura 2.2 Distancia Hipocentral.

Si suponemos que la Tierra es un medio homogéneo e isótropo y consideramos que la propagación de la onda sísmica es superficial (bidimensional), los frentes de onda son circunferencias con radio igual a la distancia hipocentral.

$$R = v t$$

En la expresión anterior v y t son la velocidad y el tiempo de propagación de onda sísmica respectivamente. Por tanto la energía sísmica se repartirá en circunferencias de longitud igual a $2\pi(v t)$. Si la propagación fuese tridimensional los frentes de ondas se tratarían como superficies esféricas de radio también igual a la distancia hipocentral (R), en este caso la energía inicial se redistribuye en superficies de valor $\pi(v t)^2$. De esta manera la pérdida de energía que se genera en un medio homogéneo e isótropo será proporcional a:

$$E(t) \propto t^{-1}, \text{ para ondas superficiales}$$

$$E(t) \propto t^{-2}, \text{ para ondas internas P y S.}$$

Cuando se trate de un medio heterogéneo, la energía de la onda sísmica va depender del tiempo de propagación como una función potencial, es decir:

$$E(t) \propto t^{-n}, \text{ con } n \text{ distinto de } 1 \text{ ó } 2.$$

Para poder obtener una expresión matemática de la expansión geométrica se deben de considerar sus efectos sobre la amplitud de la onda en vez de sobre la energía, ya que esta no se puede medir directamente. Suponiendo que la Tierra es un medio homogéneo con una relación lineal entre el esfuerzo y la deformación, tendríamos que la energía es proporcional al cuadrado de la amplitud. Por lo que la función de expansión geométrica es de la forma:

$$G(t) \propto \frac{1}{\sqrt{t}}, \text{ para ondas superficiales.}$$

$$G(t) \propto \frac{1}{t}, \text{ para ondas internas P y S.}$$

Debido a la dificultad de distinguir los efectos de la expansión geométrica y de la atenuación, en la mayoría de los casos se hace la aproximación que la Tierra es un medio homogéneo, por lo que se supone índices de expansión geométrica iguales a 0.5 ó 1 dependiendo del tipo de onda. Los efectos heterogéneos de la expansión geométrica se incluyen el término que tiene en cuenta los efectos de la atenuación.

2.2. ABSORCIÓN ANELÁSTICA O ATENUACIÓN INTRÍNSECA

La energía de una onda elástica que se propaga en un medio se puede convertir en otra forma de energía y a este fenómeno se le conoce en física con el nombre de "Absorción". La transformación de la energía es debida a las propiedades anelásticas del medio, es decir, a propiedades intrínsecas del medio. Dado lo anterior a la Absorción anelástica se le denomina Atenuación Anelástica o Intrínseca. La tierra no es un medio perfectamente elástico y su comportamiento se asemeja más al de un medio viscoelástico (Anderson y Archambeau, 1964), por lo que parte de la amplitud de las ondas sísmicas se atenúan con la distancia a la fuente debido a efecto no elásticos (viscoelásticos) en los que la energía se disipa en forma de calor por fricción.

La absorción anelástica es un fenómeno de disipación de la energía elástica, donde las pérdidas por absorción aumentan con la distancia a la fuente y con la frecuencia. La absorción anelástica expresa el decrecimiento de la amplitud, debido a fenómenos que no son atribuidos a la expansión. La energía se transforma en calorífica por lo que la atenuación intrínseca está relacionada con la pérdida de la energía de las ondas sísmicas en forma de calor y con las deformaciones inelásticas del medio.

Un ejemplo de absorción anelástica es la disminución de la amplitud de la oscilación de un péndulo simple con el tiempo (ver figura 2.3), donde hay una disminución de energía debido a que parte de la energía de oscilación del péndulo se emplea su energía cinética y potencial en realizar un trabajo para vencer la fuerza de fricción con el aire y como consecuencia de este trabajo, el péndulo pierde energía y por lo tanto amplitud de oscilación. En el interior de la tierra los mecanismos de fricción implicados en la absorción anelástica son complejos y no han sido determinados y explicados con claridad.

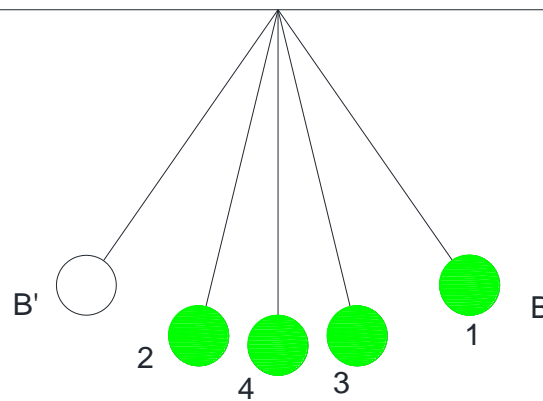


Figura 2.3 Esquema del movimiento oscilatorio de un péndulo simple. Si no existiera absorción de energía, el péndulo se movería indefinidamente entre el punto B y B'.

La absorción de energía también se manifiesta cuando se propaga una perturbación en un medio. Un ejemplo se observa al agitar una cuerda que se encuentra atada en uno de sus extremos a la pared. La deformación se produce a consecuencia de la agitación de uno de los extremos y se mueve a lo largo de la cuerda y se denomina pulso de onda. El pulso se desplaza por la cuerda a una velocidad definida que depende de la naturaleza de la cuerda y de la tensión a la que está sometida, pero a medida que avanza el pulso a lo largo de la cuerda, disminuye su amplitud y aumenta su duración (ver figura 2.4). Este efecto se debe a que parte de la energía proporcionada a la cuerda se invierte en vencer la inercia de la cuerda al oponerse a la deformación.

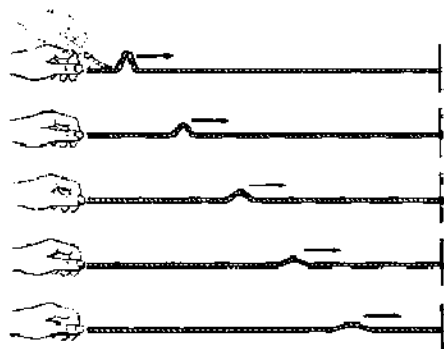


Figura 2.4 Pulso de onda moviéndose por una cuerda.

2.2.1. PARAMETRIZACIÓN DE LA ABSORCIÓN ANELÁSTICA

Los procesos de absorción debido a la no elasticidad de cualquier tipo de medio puede ser representado por la expresión:

$$A(t) = A_0 e^{(-\alpha v t)}$$

Donde α es una constante y teniendo en cuenta que v es la velocidad de propagación del pulso de onda, se expresa en función del tiempo de propagación (t). Al factor α se le denomina como coeficiente de absorción

Para caracterizar matemáticamente el término de atenuación se suelen emplear tres parámetros: el coeficiente de atenuación o de absorción anelástica (α), el decremento logarítmico (δ) y el factor de calidad específico o factor de calidad (Q). Todos los parámetros son dependientes de la frecuencia.

- d. COEFICIENTE DE ATENUACION (α): se define como el decremento logarítmico de la amplitud una onda armónica plana que viaja a lo largo de un medio homogéneo en función del espacio (Jhonston y Toksöw, 1981).

$$\alpha = \frac{1}{R_1 - R_2} \ln \left(\frac{A(R_1)}{A(R_2)} \right)$$

De la ecuación anterior R_1 y R_2 son las distancias hipocentrales de dos puntos cualesquiera en el recorrido de las ondas que se propagan desde la fuente (ver figura 2.5). El término $A(R_1)$ representa la amplitud de la onda a la distancia R_1 .

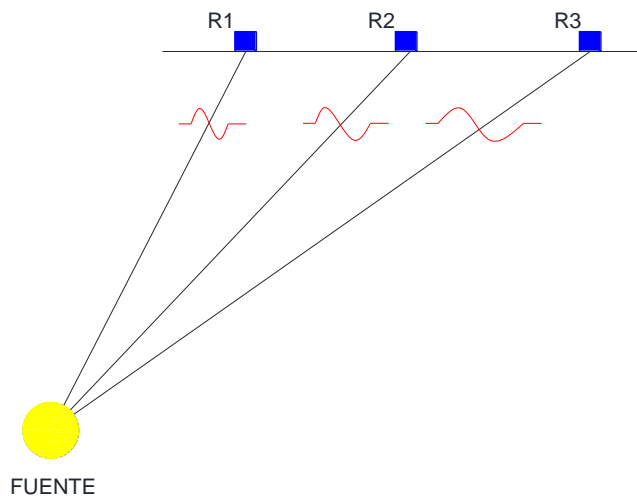


Figura 2.5 La amplitud de una onda en un medio anelástico, disminuye a medida que se propaga en el medio. El registro de la estación R_1 tiene mayor amplitud y menor duración del pulso con respecto a los registrados en las otras estaciones (R_2 y R_3).

La dependencia de la amplitud de la onda con la distancia se puede expresar matemáticamente como:

$$A = A_0 e^{(-\alpha v t)} \cos(\omega t + \emptyset)$$

Donde $A_0 \cos(\omega t + \emptyset)$ representa el carácter armónico de la onda. La amplitud máxima (A_0), frecuencia (ω), fase característica (\emptyset) y el término $e^{(-\alpha v t)}$ representa la disminución con la distancia por efecto de los procesos anelásticos.

- e. DECREMENTO LOGARITMICO (δ): es un parámetro adimensional, el cual se expresa matemáticamente con la expresión.

$$\delta = \ln\left(\frac{A_1}{A_2}\right)$$

Donde el término A_1 representa la amplitud de una onda para determinar un tiempo t . El término A_2 es la amplitud para un ciclo armónico sucesivo de A_1 ($t + T$).

- f. FACTOR DE CALIDAD (Q): se trata de un factor adimensional positivo que es dependiente de la frecuencia. El factor de calidad en el caso de atenuación intrínseca representa la relación entre la energía elástica totalmente almacenada en un ciclo (E) y la energía disipada por fenómenos de absorción anelástica (ΔE) en un ciclo de excitación armónica, esto es:

$$\frac{1}{Q_i} = -\frac{\Delta E}{2\pi E}$$

Puede generalizarse para incluir los efectos del espécimen en forma:

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_i} + \frac{1}{Q_s}$$

Donde Q_i representa el factor de calidad intrínseco, debido a la absorción anelástica y Q_s es el factor de calidad extrínseco, debido al esparcimiento.

La Atenuación dispersiva (también conocida como esparcimiento), no es un proceso de disipación de energía, sino que constituye una redistribución de energía en el tiempo y el espacio, esto es debido a la interacción entre las ondas y a la heterogeneidad del medio atravesado. Muchas veces no es posible separar los efectos de la absorción anelástica y el esparcimiento, donde la suma de los mismos se les conoce como Atenuación Anelástica o simplemente Atenuación. Las pérdidas por absorción aumentan con la distancia a la fuente y con la frecuencia.

El factor de calidad tiene una fuerte relación con la frecuencia y dicha dependencia se puede describir como:

$$Q = Q_0 \left(\frac{f}{f_0} \right)^\mu$$

De la expresión anterior f_0 es una frecuencia de referencia, usualmente se considera de 1 Hz, y $Q = Q_0(f_0)$. Esta forma es muy común para modelar el factor de calidad, mas sin embargo no siempre se ajusta de modo satisfactorio.

Para poder estimar el factor de calidad (Q) no es viable en la mayoría de los casos, la complejidad radica en que no se conoce con exactitud la composición y distribución de los materiales que componen la Tierra, así como también no se tiene el conocimiento

La relación entre los tres parámetros (α , δ y Q) mencionados anteriormente viene dada por las siguientes expresiones:

$$\alpha = \frac{\omega}{2vQ} = \frac{\pi f}{vQ} = \frac{\delta f}{v}$$

$$\delta = \frac{\pi}{Q} = \frac{\alpha f}{v} = \alpha \lambda$$

$$\frac{1}{Q} = \frac{\alpha \lambda}{\pi}$$

Dónde:

ω : frecuencia angular de la onda considerada.

f : frecuencia lineal de la onda.

v : velocidad de propagación del tren de ondas. Para medios heterogéneos se considera una velocidad promedio, o bien la velocidad del medio que determina en mayor medida la atenuación en toda la trayectoria.

λ : factor de calidad espacial.

El coeficiente de absorción α y el factor Q son inversamente proporcionales. Esto es, cuanto mayor es la atenuación (mayor valor de α) menor será el valor del factor Q y viceversa. Cuando se tienen valores grandes del coeficiente de absorción o valores pequeños de Q, esto indica que la transformación de energía de la onda ha sido muy eficiente, o que el medio absorbe

una porción elevada de la energía de la onda. Cuando se absorbe energía se puede aumentar la temperatura interna del medio debido al aumento de la agitación de sus moléculas, esto puede producir cambios de fase.

El comportamiento de la Tierra al paso de una onda sísmica va a depender de las condiciones y características del estrato que atraviese: composición, presión, temperatura, presencia de impurezas, tamaño de grano, presencia de fracturas o fisuras, presencia de fluidos entre muchos otros factores que pueden intervenir. Todos estos factores contribuyen conjuntamente al coeficiente de absorción, o al coeficiente de calidad Q , es decir en estas magnitudes están incluidos todos los mecanismos que producen atenuación intrínseca, por lo que son difíciles de separar (Karato y Spetzler, 1990).

La dependencia de la atenuación intrínseca con la frecuencia se explica considerando procesos que se desencadenan para aliviar el esfuerzo aplicado (procesos de relajación). Los procesos de relajación suponen una absorción selectiva de la energía, lo que da lugar a la dependencia de la atenuación intrínseca, o lo que es lo mismo del factor Q , con la frecuencia. El efecto combinado de muchos de estos procesos tiene como resultado un factor Q global con una dependencia con la frecuencia totalmente diferente a la que pudiera tener cada uno de los procesos por separado. Entre los procesos de relajación se encuentran los procesos termoelásticos, que transforman la energía elástica (sísmica) en energía calorífica.

Se han formulado expresiones que permiten estimar el factor Q a partir de variables como la temperatura, presión, módulo de compresión y de cizalla, viscosidad, energía de activación de los procesos, diámetro de grano, distancias interatómicas, etc. Dichas variables se pueden medir en laboratorio o en las rocas de la superficie pero en las zonas profundas su determinación es muy complicada, por lo que estimar el coeficiente Q directamente a partir de expresiones y para cualquier rango de profundidad no es muy viable en la mayoría de los casos. Dicho lo anterior, la complejidad para estimar la atenuación intrínseca radica en que no se conoce con exactitud la composición y distribución de los materiales que componen la Tierra, así como tampoco se conoce la respuesta a la interacción de las ondas sísmicas en unas condiciones de presión y temperatura.

Los datos con los que se cuenta para poder estimar la atenuación intrínseca son las ondas sísmicas que se registran en la superficie. A partir de ellas se pueden medir amplitudes o energía de la propagación de la deformación. Las estimaciones de absorción en diferentes partes de la Tierra han puesto de manifiesto que la absorción varía dependiendo de la zona en estudio, debido a esto el factor Q puede ser usado como un indicador de la actividad de una zona determinada. Los valores más altos del factor Q se asocian con zonas tectónicamente poco activas y entre más bajo sea el valor de Q reflejara una mayor actividad sísmica.

2.3. ESPARCIMIENTO O SCATTERING

Es un proceso de distribución de la energía liberada, se le denomina como Atenuación Extrínseca. Es de gran importancia para las bajas frecuencias (altos periodos) así como para distancias hipocentrales pequeñas.

La Tierra es un medio heterogéneo a todos sus niveles, esto tiene un efecto crucial en la propagación de ondas elásticas. La interacción de una onda con una heterogeneidad en el medio da lugar a la generación de nuevas ondas secundarias que tienen por foco la propia heterogeneidad y en su propagación pueden interferir entre sí, transmitiéndose energía a las nuevas ondas.

La heterogeneidad de la Tierra produce una redistribución de la energía en el tiempo y en el espacio (cambios en la dirección de propagación de las ondas y/o cambios de fase).

La relación entre la longitud de la onda (λ) y las dimensiones del obstáculo o heterogeneidad (α) va a determinar el que se produzca Scattering, reflexión o refracción (ver figura 2.6)

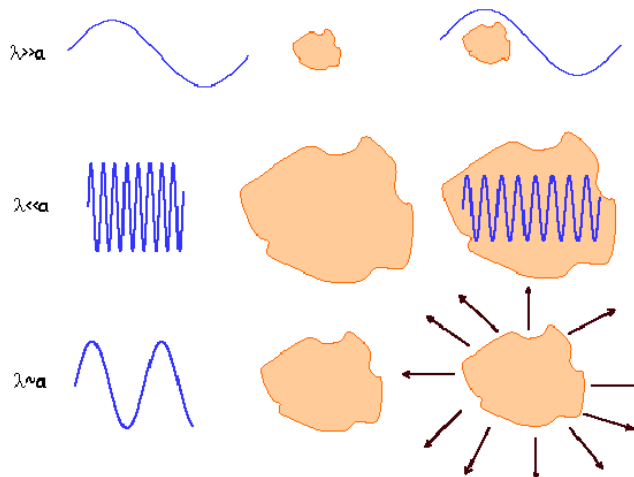


Figura 2.6 Determinación para que se produzca Scattering, reflexión o refracción.
(Arévalo, 2005)

Si $\lambda \gg \alpha$ la onda sísmica no detecta la presencia del obstáculo y por lo tanto la probabilidad de que se produzca Scattering es muy pequeña. La onda sísmica se comportaría como en un medio homogéneo.

Si $\lambda \ll \alpha$ la heterogeneidad aparece como límites de separación de diferentes capas y esto provoca la reflexión y/o refracción de las ondas sísmicas.

Si $\lambda \sim \alpha$ se produce el fenómeno de Scattering, mecanismo principal de pérdida de energía sísmica.

El fenómeno de Scattering no es un mecanismo de disipación de energía como la absorción anelástica, sino más bien se trata de un proceso de redistribución de la energía.

Cuando una onda sísmica incide en una heterogeneidad cuyas dimensiones son del orden de la longitud de onda, se producen otras ondas (como si la heterogeneidad se comportara como otra fuente). A las ondas que se generan en la heterogeneidad se les denomina como Ondas Secundarias u Ondas de Scattering (figura 2.7).

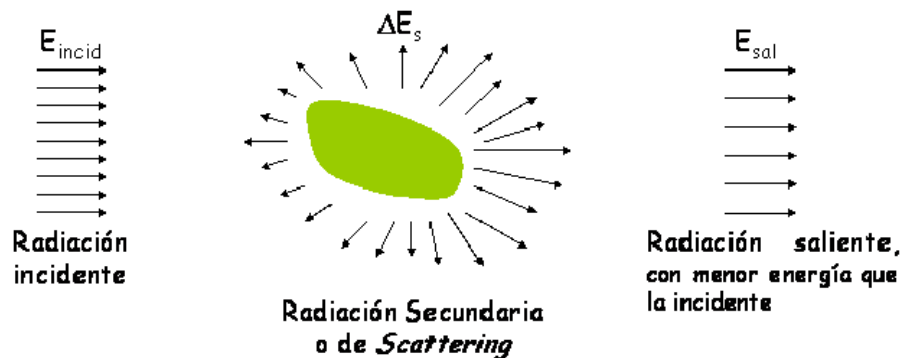


Figura 2.7 Scattering por la radiación incidente producida por un obstáculo.
(Arévalo, 2005)

Un ejemplo para comprender el Scattering se presenta con la luz, el color del cielo y de las nubes es debido al Scattering de la luz solar debido a las moléculas de gas y partículas suspendidas en la atmosfera. Otro ejemplo, un rayo de luz es imposible de ver en un ambiente totalmente limpio, los rayos de luz solo se pueden ver cuando la luz sufre Scattering con las partículas de polvo, gotas de agua suspendidas en la atmósfera.

El Scattering se puede clasificar de acuerdo a la dirección de la energía secundaria respecto a la energía incidente en la heterogeneidad:

- a. Forward-Scattering: gran parte de la energía secundaria tiene la misma dirección que la energía incidente.
- b. Back-Scattering: la mayor parte de la energía secundaria tiene dirección contraria a la energía incidente.

Así también los procesos de Scattering se pueden dividir dependiendo de la relación entre la pérdida de energía por Scattering y la energía incidente en la heterogeneidad.

- a. Scattering fuerte:

$$\frac{\Delta E_s}{E_{incid}} \approx 1$$

b. Scattering débil:

$$\frac{\Delta E_s}{E_{incid}} \ll 1$$

Ambos casos de Scattering son casos extremos y lo común es que no se produzca ninguno de los dos casos. En la naturaleza se producen procesos en los que las ondas de Scattering sufren nuevos procesos de Scattering, como se muestra en la figura 2.8. Cada obstáculo es expuesto por la onda procedente de la onda sino también es expuesto a las ondas de Scattering producidas por otros obstáculos. A este proceso se le denomina Scattering múltiple.

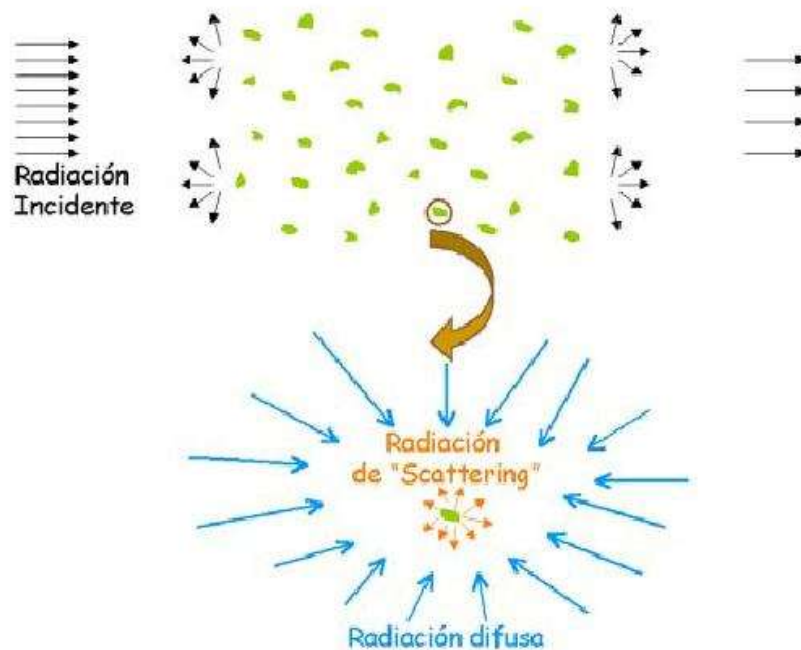


Figura 2.8 La radiación que incide en un obstáculo puede provenir de la fuente original o de otros obstáculos. (Arévalo, 2005)

El tratamiento matemático del Scattering múltiple es complicado, por lo que si después de atravesar un volumen heterogéneo, la energía en la dirección de observación es muy similar a la energía incidente, por simplicidad se suele hacer la aproximación de que solo ha tenido lugar un único proceso de Scattering. Para poder hacer la aproximación se deberá de estudiar la relación entre la distancia de propagación (d) y el recorrido libre medio (l), es decir la distancia que la onda sísmica debe recorrer para disminuir su energía en un factor e^{-1} . De esta manera:

Si $d \ll l$, la probabilidad de que se produzcan más de un proceso de Scattering es mínima, y se puede asumir que sólo ha ocurrido un único proceso de Scattering. A esta aproximación se le denomina como **Scattering Simple**.

Si $d \gg l$, la probabilidad es alta de que se presenten varios procesos de Scattering. En este caso se dice que ocurre Scattering múltiple.

Para poder caracterizar la redistribución de energía debido al Scattering se utiliza el factor de calidad (Q). Si se supone que la atenuación intrínseca viene caracterizada por el mecanismo factor de calidad intrínseco Q_i y para caracterizar el Scattering se denota como Q_s , ambos parámetros se relacionan con el factor de calidad aparente Q, que engloba ambos mecanismos y que es el que puede determinarse con la relación:

$$\frac{1}{Q(f)} = \frac{1}{Q_i(f)} + \frac{1}{Q_s(f)}$$

La descomposición del factor de calidad en las contribuciones intrínseca y extrínseca (Scattering) no resulta sencilla y a menudo no puede llevarse a cabo, por lo que es común presentar el valor Q aparente en el que se engloba simultáneamente la absorción anelástica y Scattering.

En un sismógrafo primeramente llegan las ondas que han sufrido menos procesos de Scattering. Conforme aumenta el número de procesos de Scattering las ondas se propagan durante más tiempo en el medio y son registradas más tardíamente. La evidencia de Scattering se encuentra registrada en la parte final de los sismogramas y es más clara en terremotos locales. A esta parte final se le denomina Coda (ver figura 2.9). En la coda, la parte inicial está formada por ondas que sólo sufrieron un proceso de Scattering, mientras que las ondas registradas en la parte final de la coda son el resultado de Scattering múltiple.

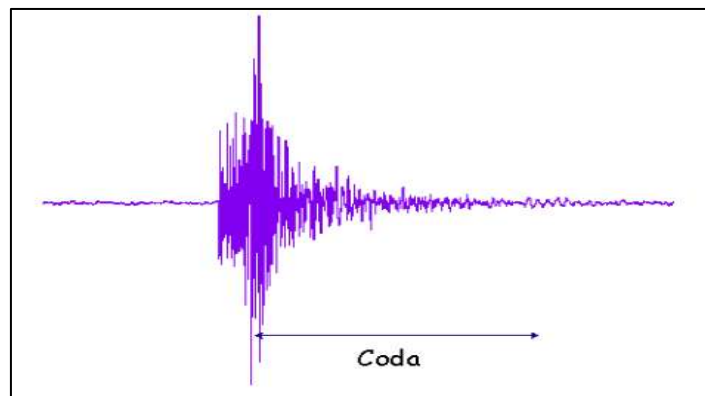


Figura 2.9 Ejemplo de sismograma en el que se puede apreciar la coda formada por el Scattering.

El decaimiento de las ondas de Scattering en la coda en un sismograma, se caracteriza con el factor Q_c , véase figura 2.10

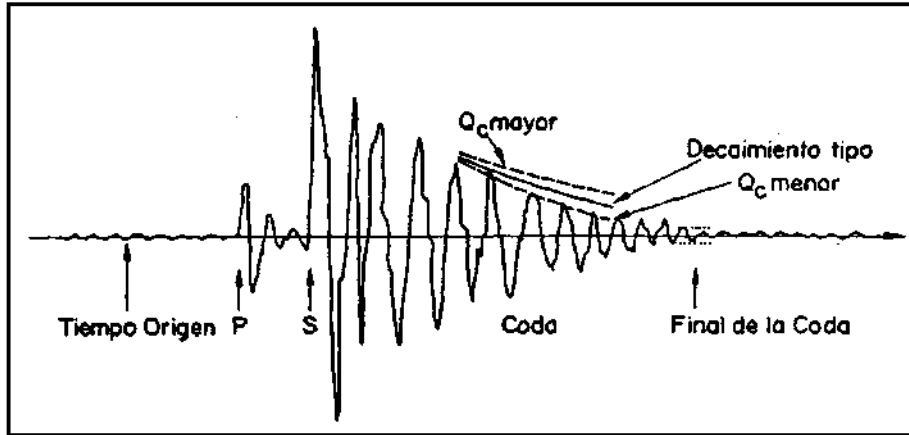


Figura 2.10 Parámetros asociados a la Coda.
(Pérez, 2000)

2.4. DETERMINACION DE LA ATENUACIÓN SÍSMICA

Se le llama ley de atenuación sísmica a una función que relaciona características sobresalientes del movimiento máximo del suelo en el sitio que se estudia (desplazamientos, velocidades, aceleraciones), con parámetros de la fuente sísmica como la magnitud del temblor y la distancia epicentral. Las leyes de atenuación más comunes son aquellas que relacionan la magnitud y la distancia al epicentro con la aceleración o velocidad máxima del terreno.

Existen numerosos métodos para estimar la atenuación sísmica, se pueden enunciar algunos como el análisis del decaimiento de la amplitud con la distancia, el estudio del ensanchamiento del primer pulso de las fases directas P y S, el método de las razones espectrales con una estación o con pares de estaciones, el método del decaimiento de la amplitud espectral con la frecuencia, el método de normalización de la coda, el método de Single Back Scattering para ondas coda. Algunos métodos suponen que el factor Q es una función de la frecuencia, mientras que en otros se asume que Q es constante con la frecuencia.

Algunos métodos estiman la atenuación de una zona usando ondas directas y de coda y caracterizan de manera global las características del medio. Dichos métodos no permiten estimar detalles de la estructura de atenuación del interior de la Tierra. Para obtener imágenes tridimensionales de la estructura interna de la atenuación, se tiene que acudir a las técnicas de tomografía de atenuación sísmica. Estas técnicas permiten localizar áreas de atenuación anómalas mediante la inversión de variables directamente relacionadas con la energía sísmica: amplitud espectral, razones de amplitudes, decaimiento espectral de la amplitud, duración del pulso, etc.

Los principales métodos usados para determinar la atenuación sísmica, son métodos empíricos. Se pueden distinguir de dos formas:

- a. Técnicas cuasiestáticas.
- b. Técnicas dinámicas.

En cualquiera de los dos casos se debe de tener muy en cuenta que el empleo de distintos métodos origina resultados diferentes y no siempre son comparables directamente ya que cada método encierra conceptos distintos.

Los estudios de atenuación sísmica son de utilidad principalmente para poder predecir, considerando un margen de error, el movimiento sísmico producido por un terremoto en el área más próxima al epicentro, en donde por lo general se registran los mayores daños. Dicha área puede variar en función de la magnitud, profundidad y características propias del epicentro, aunque rara vez supera los 400-600 km de radio en torno al epicentro. Así pues, los estudios de atenuación sísmica tienen su principal aplicación en la predicción del movimiento sísmico a determinar distancias de la fuente y por consiguiente sirven para la prevención de los daños en las estructuras de la zona en estudio, las frecuencias de resonancia propias de la mayoría de las edificaciones se encuentran comprendidas en un intervalo entre 0.1 y 30 Hz. Los estudios de atenuación se reducen a distancias de la fuente (epicentrales, hipocentrales u otras, como puede ser la distancia más cercana a la ruptura que origino el evento sísmico) ya sean locales o regionales a un rango menor a 600 km aproximadamente y se restringen a frecuencias entre 0.1 y 30 Hz, lo anterior viene dado por el método empleado según el rango de frecuencias que se desee analizar.

Los márgenes mencionados anteriormente, principalmente la distancia fijan la metodología que se puede aplicar dentro del conjunto de técnicas dinámicas. En general todo estudio, su objetivo es la obtención de una expresión que relacione un parámetro característico del movimiento del terreno producido por un terremoto (aceleración, velocidad, valores pico, desplazamientos, etc.) con la distancia del punto en el que se registra dicho movimiento a la fuente y con un parámetro que represente la energía liberada en el foco sísmico, como puede ser la magnitud (en especial la magnitud de momento sísmico M_w , por su relación directa con la energía total liberada) o la intensidad. Generalmente las expresiones que se utilizan para describir la atenuación de las ondas sísmicas dependen fundamentalmente de la magnitud y de la distancia.

Para lograr obtener las expresiones deseadas, se suelen realizar regresiones de los datos disponibles, tanto instrumentales como macro sísmicos. La mayor parte de las leyes de atenuación propuestas corresponden a terrenos firmes, esto se debe a la gran instrumentación en zonas de terrenos firmes y por consiguiente los registros para dichas zonas es muy amplio. En sitios donde existe alguna amplificación de movimiento por el tipo de suelo o por aspectos topográficos, ha sido común partir de los parámetros máximos de respuesta estimados para terrenos firmes.

La expresión genérica para la que se calcula la regresión presenta la forma:

$$\ln SA(f, R) = C_1(f) + C_2(f)M_w + C_3(f)\ln R + C_4(f)R$$

O su equivalente en forma exponencial:

$$SA(f, R) = D_1(f)D_2(f)^{M_w}R^{C_3(f)}e^{C_4(f)R}$$

Dónde:

$SA(f)$, representa el parámetro empleado en la regresión (amplitud espectral de la aceleración, de la velocidad, amplitud del espectro de respuesta, o bien A_{max} , V_{max} , etc. en cuyo caso no existe dependencia con la frecuencia.

f , es la frecuencia.

M_w , es la magnitud de momento sísmico.

R , es la distancia hipocentral (a veces se emplean otras como la epicentral, la distancia al centroide, etc.).

$C_1(f)$, son los coeficientes que representan la dependencia del movimiento del terreno con la magnitud y distancia. Este término suele ser una constante independiente de la frecuencia, introducida para ajustar la escala de la regresión y algunas constantes teóricas.

$C_2(f)M_w$, cuantifica la influencia del tamaño del terremoto sobre la amplitud del movimiento esperado, y la dependencia de este término con la frecuencia subraya la dependencia de la amplitud para las distintas frecuencias del espectro de la fuente.

$C_3(f)\ln R$, representa el efecto de la expansión geométrica.

$C_4(f)R$, representa la atenuación anelástica (intrínseca y extrínseca conjuntamente).

A menudo se suele incluir, en los estudios de atenuación del espectro de respuesta, un término $C_5(f)$ dependiente de las características del suelo.

En general la forma funcional de las leyes de atenuación es similar a la propuesta por Campbell (1985), en donde se propone que la atenuación se evalúe como función de parámetros que dependen de manera independiente y de manera conjunta de la magnitud y distancia a la fuente sísmica.

$$Y = b_1 f_1(M) f_2(R) f_3(M, R) f_4(P_i) \varepsilon$$

Dónde:

Y , es el parámetro del movimiento que será determinado.

b_1 , es una constante que toma en cuenta la escala.

$f_1(M)$, es una función de la variable independiente M (magnitud del temblor).

$f_2(R)$, es una función de la variable independiente R (distancia de la fuente sísmica al sitio en estudio).

$f_3(M, R)$, es una función conjunta de M y R.

$f_4(Pi)$, es una función que representa parámetros de la fuente, lugar y/o efectos en las construcciones.

ε , es un término que representa el error debido a la incertidumbre en la variable Y.

La forma del término $f_1(M)$ suele ser frecuentemente del tipo:

$$f_1(M) = e^{b_2 M}$$

La forma más común utilizada para el término $f_2(R)$ es de la forma:

$$f_2(R) = e^{b_4 R} (R + b_5)^{-b_3}$$

El término $f_3(M, R)$ suele ser de la forma:

$$f_3(M, R) = (R + b_6 e^{b_7 M})^{-b_3}$$

Finalmente la forma que se usa para el término $f_4(Pi)$ es:

$$f_4(Pi) = \sum e^{b_i P_i}$$

Debido a la incertidumbre en la estimación del error ε y de la variable Y, se suele tratar asignando una densidad de probabilidad, en la mayoría de los casos es lognormal. De esta manera podemos expresar las leyes de atenuación como:

$$\ln(Y) = \ln b_1 + \ln f_1(M) + \ln f_2(R) + \ln f_3(M, R) + \ln f_4(Pi) + \ln \varepsilon$$

Se han desarrollado una gran variedad de leyes de atenuación en base a diferentes catálogos y registros sísmicos, de entre las que destacan las propuestas por Campbell y Duke (1974), Seed et al. (1976), Trifunac (1976), McGuire (1978), Cornell (1979), Boore (1980), Joyner y Boore (1981), Nuttli y Hermann (1984), entre otras.

Para el caso de México se han propuesto varias leyes de atenuación como la de Esteva y Villaverde (1973), quienes desarrollaron leyes de atenuación para aceleraciones y velocidades máximas del terreno. Bufaliza (1974) desarrollo leyes de atenuación para los temblores de subducción usando solamente registros de temblores mexicanos. Singh et al. (1987) determinaron una ley de atenuación donde emplearon datos de temblores costeros (de subducción) registrados en la estación ubicada en la Ciudad Universitaria en la Ciudad de México, en base a los registros obtuvieron la siguiente ecuación para determinar el máximo movimiento horizontal.

$$\log Y_{max} = \alpha M_s - c \log(R) + \beta$$

Dónde:

Y_{max} , es la respuesta máxima esperada del suelo (aceleración o velocidad).

M_s , Magnitud de ondas de superficie.

R , es la distancia más cercana del área de ruptura al sitio donde se encuentra ubicada la estación.

α, c, β ; son valores que deben estimarse de acuerdo con los datos de registros que se tengan.

Para la aceleración y velocidad máxima se realizó una regresión lineal obteniéndose (Singh et al., 1987):

$$\log a_{max} = 0.429 M_s - 2.976 \log(R) + 5.396$$

$$\log v_{max} = 0.348 M_s - 2.439 \log(R) + 4.052$$

Con datos más recientes de los catálogos para los temblores de subducción de la Costa del Pacífico, Sánchez y Jara (2001) obtuvieron una ley de atenuación tomando como base el catálogo de temblores publicado por la Sociedad Mexicana de Ingeniería Sísmica en la Base Nacional de Datos de Sismos Fuertes (1992). Se consideraron eventos sísmicos con magnitud mayor que 4.0 para los temblores de subducción y se desecharon todos los eventos con profundidad mayor que 50 km, utilizando un conjunto de 415 eventos. Obteniendo:

$$\log a_{max} = 0.444 M_s - 2.454 \log(R) + 4.059$$

La ecuación anterior es válida para distancias epicentrales en el intervalo de 150 a 300 km.

Para las fallas normales, García et al. (2005) estudio eventos sísmicos causados por este tipo de fuente, registrados en distintas estaciones de la República Mexicana. Obtuvo la ecuación:

$$\ln Y = C_1 + C_2 M_w + C_3 R - C_4 \log R + C_5 H + \sigma$$

Dónde:

Y , es la aceleración espectral.

M_w , magnitud de momento.

R , distancia promedio a la superficie de la falla.

H , profundidad focal.

σ , desviación estándar de los residuos.

C_i , coeficientes que se obtienen realizando una regresión con la información de los registros utilizados.

García et al. (2005) obtuvo para la aceleración máxima del terreno, la ley de atenuación:

$$\log A = -0.2 + 0.59M_w - 0.0039R + 0.008H + 0.29$$

Existen más trabajos para eventos sísmicos de falla normal, como lo son los realizados por Atkinson y Boore (2003) y Takahashi et al. (2004). Para eventos sísmicos originados en fuentes superficiales como los corticales y locales, Abrahamson y Silva (1997) propusieron una ley de atenuación.

CAPÍTULO 3

SELECCIÓN DE CATÁLOGOS Y REGISTROS DE TEMBLORES

En este capítulo se describe la metodología usada para la selección de los catálogos y registros utilizados para la deducción de las leyes de atenuación. Para ello, se consideran los acelerogramas recopilados en la Base Mexicana de Datos de Sismos Fuertes (BMDSF) correspondientes a eventos originados en las fuentes sísmicas de subducción y fallamiento normal.

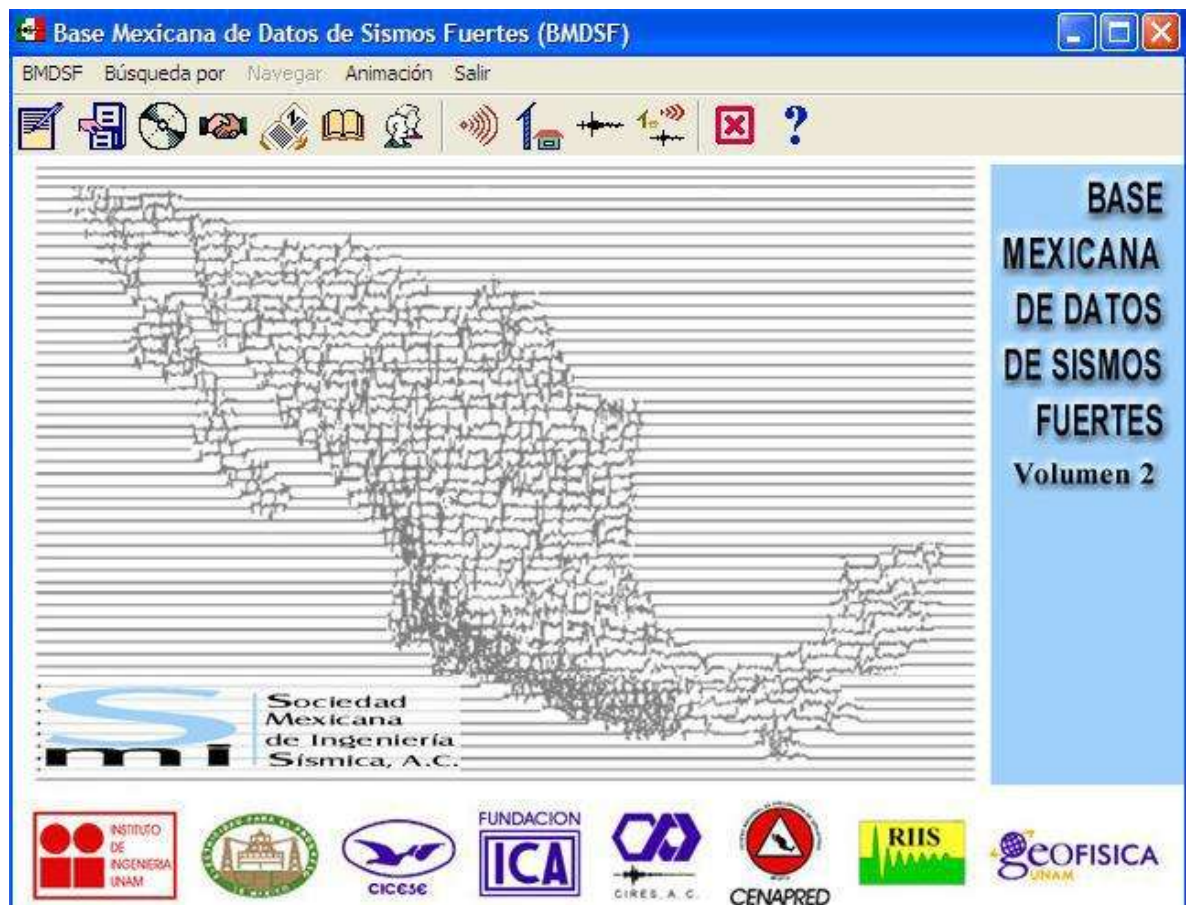


Figura 3.1 Base Mexicana de Datos de Sismos Fuertes (BMDSF).

Las estaciones que se han utilizado para este trabajo se encuentran principalmente en la zona de los estados de Colima, Jalisco, Michoacán, Guerrero, Oaxaca y Chiapas, ver figura 3.2. Los registros corresponden a eventos sísmicos ocurridos entre 1960 y 1999.



Figura 3.2 Mapa de las estaciones acelerográficas zona centro de México. <http://www.revista.unam.mx/vol.11/num1/art01/int01/int01c.htm>

La selección de registros se realizó en las siguientes etapas:

- i. En la primera etapa se realizó un filtrado de registros en los estados de la República antes mencionados, clasificándolos en dos grupos: el primer grupo integrado por registros de sismos con magnitud mayor de 6 y con profundidades menores de 40 km, y el segundo grupo formado por registros de sismos con magnitud mayor de 6 y con profundidades mayores de 40 km; resultando un total de 1,714 registros.
- ii. Para la segunda etapa, se seleccionaron solamente los sismos registrados en suelos duros y/o roca. Bajo estas condiciones, la base de datos de redujo a 866 registros.
- iii. En la tercera etapa se tomaron los eventos sísmicos en los cuales se reportara la magnitud de ondas de cuerpo.
- iv. En la cuarta etapa se eliminaron registros que presentaban un comportamiento anómalo, ya sea por estar ubicados en la cortina de una presa, o alguna otra característica que los hiciera distintos a los otros registros medidos en condiciones similares. De esta manera, el número de registros disminuyó a 678, de los cuales, 198 registros se consideraron sismos normales (registros con profundidades focales mayores de 40 km) y 480 registros de sismos de subducción (registros con

profundidades focales menores de 40 km). Para esta clasificación se tomó en cuenta la profundidad del foco y la ubicación del epicentro.

- v. En la quinta etapa se utilizó el programa SeismoSignal (ver figura 3.3), donde se realizó una corrección de los registros por línea base y filtrado, para eliminar las distorsiones introducidas por los sensores y/o por el medio ambiente, así como para corregir el corrimiento del cero del registro con respecto al cero real de aceleración.

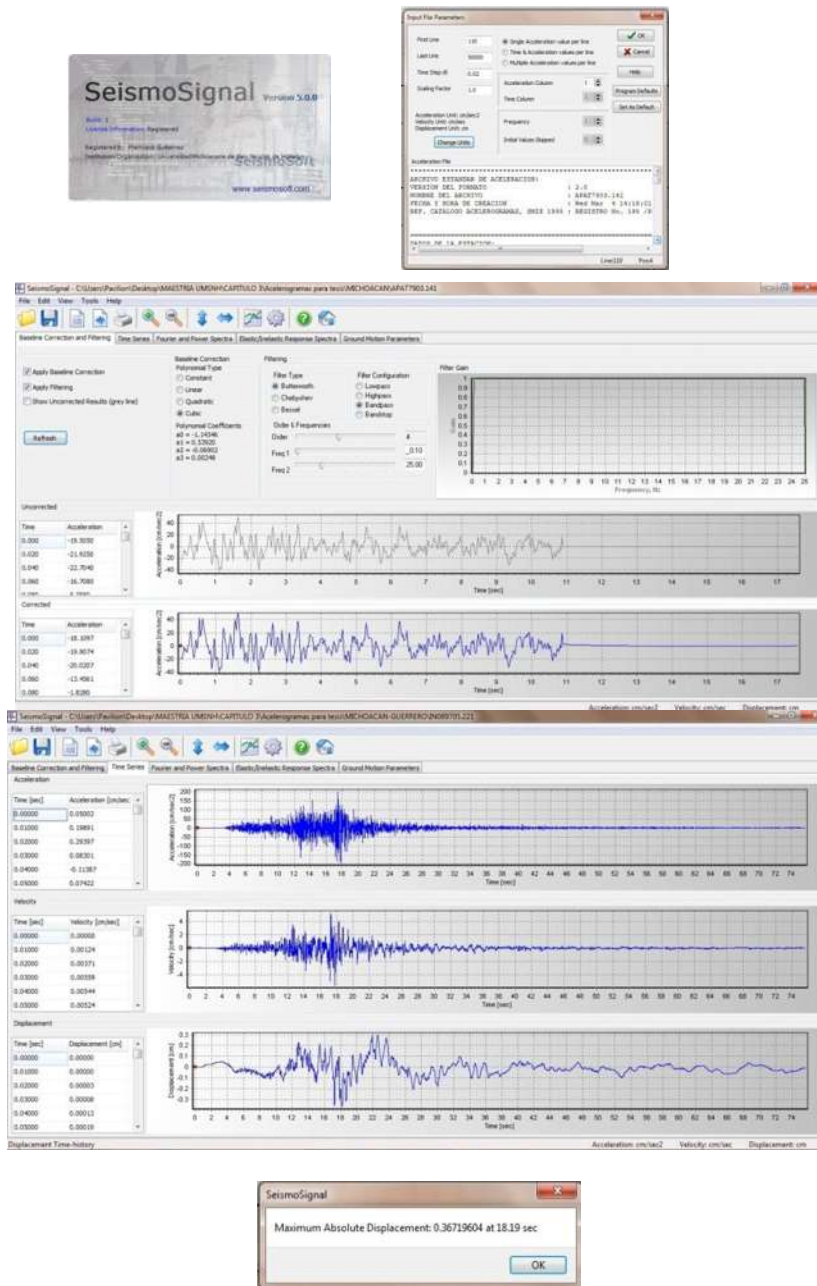


Figura 3.3 Corrección por línea base y filtrado con el programa SeismoSignal.

Cabe resaltar que los registros están formados por estaciones localizadas en suelos duros y/o roca, y que se utilizaron únicamente los acelerogramas correspondientes a las dos componentes horizontales. Las leyes de atenuación para componentes verticales quedan, por lo tanto, fuera del alcance de este trabajo.

La razón de la clasificación de los registros, es contar con datos que permitan analizar y fijar el comportamiento de atenuación obtenido para distancias hipocentrales en los rangos mencionados.

En cualquier caso las estaciones presentan las siguientes características:

- Son estaciones de campo libre, es decir las estaciones se ubican en casetas independientes especialmente construidas para minimizar el ruido y ninguna se encuentra en o bajo algún edificio o estructura.
- Se encuentran asentadas sobre roca firme y/o suelo duro.

Los modelos de los equipos varían según la estación y la red a la que pertenecen. La frecuencia de muestreo oscila, según la estación, entre 80 y 250 Hz.

Los acelerogramas fueron proporcionados del catálogo de la Base Mexicana de Datos de Sismos Fuertes (BMDSF) a través de su correspondiente formato, denominado BMDSF-2 (Almora et al., 1999). Este formato presenta una cabecera con información útil para el tratamiento de los registros. La estructura general del Archivo Estándar de Aceleración se muestra en la figura 3.4. Se divide básicamente en dos bloques de datos: un encabezado y bloque para los datos numéricos de aceleración. A continuación se presenta una breve descripción de cada bloque.

- **Título:** Datos de identificación de la institución responsable, su nombre, dirección, teléfonos, etc.
- **Nombre del archivo:** Nombre del archivo, versión del formato, fecha y hora de su creación y referencia al catálogo general de acelerogramas (número del registro y página).
- **Estación e instrumento:** Incluye una breve descripción de la estación, su nombre, código asignado, dirección y localización (coordenadas), altitud, tipo de suelo e institución a cargo de su operación. Con respecto al instrumento se especifican los siguientes datos: modelo, número de serie, número de canales, orientación, tasa de muestra, rango de escala completa, frecuencia natural, amortiguamiento, intervalo de muestreo, umbral de disparo para cada canal, memoria del pre-evento y tiempo de pos-evento.
- **Datos sobre el sismo:** Este bloque incluye la fecha y tiempo de origen (GMT) del evento, magnitud, localización del epicentro, profundidad focal y la fuente que proporcionó esta información.

- **Datos sobre el acelerograma:** Se especifican el tiempo (GMT) de la primera muestra y su exactitud, duración del registro, número total de muestras, valor máximo de aceleración (en gales) para cada canal junto con la muestra en que ocurrió, el factor de decimación utilizado y por último la especificación del formato tipo FORTRAN utilizado para los valores numéricos.
- **Comentarios:** Esta parte del encabezado puede utilizarse para comentarios sobre los datos del acelerograma como por ejemplo la calidad del registro, método de procesamiento, filtrado o alguna información adicional pertinente al registro o al sismo.
- **Datos de la aceleración:** Ésta es la parte principal del archivo. Contiene los valores numéricos de aceleración de hasta 12 canales. Cada línea corresponde a una muestra. Las series de datos están organizadas por columnas, cada una con un campo fijo de 10 caracteres y con un formato como el especificado en el encabezado (por ejemplo 3F10.2, que especifica tres números reales de 10 caracteres, 7 para la parte entera y 2 decimales).

ENCABEZADO		
<input type="checkbox"/>	Título	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	Nombre del archivo	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	Datos sobre la estación e instrumento de registro	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	Datos sobre el sismo	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	Datos sobre el acelerograma	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	Comentarios	<input type="checkbox"/>
BLOQUE DE DATOS		
<input type="checkbox"/>	Datos numéricos de aceleración	<input type="checkbox"/>

Figura 3.4 Estructura del archivo estándar de aceleración.

(<http://www.unam.mx/db/spanish/aea2.html>)

Para ilustrar la forma y contenido de este archivo, se presenta la figura 3.5 como ejemplo. Los datos no corresponden a un registro real, se escogieron sólo para ilustrar el formato. Cada línea del archivo comienza en la columna 1. Los números de línea sólo se muestran como referencia.

```

columna 1          columna 40          columna 80
1. *****
2.          INSTITUTO DE INGENIERIA, UNAM
3.          Coordinación de Instrumentación Sísmica
4.          Ciudad Universitaria, Apartado Postal 70-472, México, D.F.
5.          Tel. (52-5) 622-3413, Fax. (52-5) 616-1514
6. *****
7. ARCHIVO ESTANDAR DE ACELERACION:
8. VERSION DEL FORMATO          : 2.0
* 9. NOMBRE DEL ARCHIVO          : COPL9509.141
* 10. FECHA Y HORA DE CREACION   : 18 de Sept. 1995/14:38:13
11. REF. CATALOGO ACELEROGRAMAS, SMIS 1995 : NUM. REG. 1355/PAG. 146
12.
13.
14. =====
15. DATOS DE LA ESTACION:
16. NOMBRE DE LA ESTACION        : COPALA
17. CLAVE DE LA ESTACION         : COPL
18. LOCALIZACION DE LA ESTACION  : Escuela Primaria Federal
19.                               : "Otilio Monta&o"
20.                               : Copala, Guerrero
21.                               :
22.                               :
23. COORDENADAS DE LA ESTACION   : 16.605 LAT. N
24.                               : 98.974 LONG. W
25. ALTITUD (msnm)              : 40
26. TIPO DE SUELO                : Granito gneiss intemperizado
27.                               :
28.                               :
29. INSTITUCION RESPONSABLE       : Instituto de Ingeniería, UNAM
30.                               : Coordinación de Instrumentación
31.
32. =====
33. DATOS DEL ACELEROGRAFO:
* 34. MODELO DEL ACELEROGRAFO    : DCA-333
* 35. NUMERO DE SERIE DEL ACELEROGRAFO : 201
* 36. NUMERO DE CANALES          : 3
37. ORIENTACION C1-C6 (rumbo;orientacion) : /V/N90E/N00E
38. ORIENTACION C7-C12 (rumbo;orientacion) :
* 39. VEL. DE MUESTREO, C1-C6 (muestras/s) : /100/100/100
* 40. VEL. DE MUESTREO, C7-C12 (muestras/s) :
* 41. ESC. COMPLETA DE SENSORES, C1-C6, (g) : /2.00/2.00/2.00
* 42. ESC. COMPLETA DE SENSORES, C7-C12, (g) :
* 43. FREC. NAT. DE SENSORES, C1-C6, (Hz) : /30.0/30.0/30.0
* 44. FREC. NAT. DE SENSORES, C7-C12, (Hz) :
* 45. AMORTIGUAMIENTO DE SENSORES, C1-C6 : /0.71/0.72/0.78
* 46. AMORTIGUAMIENTO DE SENSORES, C7-C12 :
* 47. INTERVALO DE MUESTREO, C1-C6, (s) : /0.01/0.01/0.01
* 48. INTERVALO DE MUESTREO, C7-C12, (s) :
* 49. UMBRAL DE DISPARO, C1-C6, (Gal) : /3/3/3
* 50. UMBRAL DE DISPARO, C7-C12, (Gal) :
* 51. MEMORIA DE PREEVENTO (s) : 3.62
* 52. TIEMPO DE POSEVENTO (s) : 15
53.
54.
55. =====
56. DATOS DEL SISMO:
57. FECHA DEL SISMO (GMT)        : 14 de septiembre 1995
58. HORA EPICENTRO (GMT)        : 14:04:31
59. MAGNITUD(ES)                 : /Mb=6.5/Ms=7.2/Mw=7.4
60. COORDENADAS DEL EPICENTRO    : 16.830 LAT. N
61.                               : 98.647 LONG. W
62. PROFUNDIDAD FOCAL (km)       : 21
63. FUENTE DE LOS DATOS EPICENTRALES : Instituto de Geofísica, UNAM
64.                               : Servicio Sismológico Nacional
65.
66. =====
67. DATOS DE ESTE REGISTRO:
* 68. HORA DE LA PRIMERA MUESTRA (GMT) : 14:04:32.25
* 69. EXACTITUD DEL TIEMPO (s) : 0.01
* 70. DURACION DEL REGISTRO (s), C1-C6 : /63.15/63.15/63.15
* 71. DURACION DEL REGISTRO (s), C7-C12 :
* 72. NUM. TOTAL DE MUESTRAS, C1-C6 : /6315/6315/6315
* 73. NUM. TOTAL DE MUESTRAS, C7-C12 :
* 74. ACEL. MAX.(Gal), C1-C6 : /46.42/68.91/77.04
* 75. ACEL. MAX., C1-C6, EN LA MUESTRA : /1246/1326/1223
* 76. ACEL. MAX.(Gal), C7-C12 :
* 77. ACEL. MAX., C7-C12, EN LA MUESTRA :
* 78. UNIDADES DE LOS DATOS : Gal (cm/s/s)
* 79. FACTOR DE DECIMACION : 1
* 80. FORMATO DATOS (FORTRAN,10 campos/dato) : 3F10.2
81.
82.
83. =====
84. CALIDAD DEL ACELEROGRAMA:
85. Registro digital completo. Tiempo absoluto correcto
86.
87.

```



```

88. =====
89. COMENTARIOS:
90. El sismo que genero este acelerograma produjo daños significativos en los pobla-
91. dos de San Luis Acatlan, Axoyu, Igualepa y Ometepec en la Costa Chica. Cerca de 50
92. personas resultaron lesionadas. El sismo fue sentido fuertemente en la ciudad de
93. México en donde solo provoco daños menores.
94.
95.
96.
97.
98.
99.
100.
101.
102.
103.
104. =====
105. DATOS DE ACELERACION:
106. -----+-----+-----+-----+-----+-----+
107. CANAL-1  CANAL-2  CANAL-3  CANAL-4  CANAL-5  CANAL-6  CANAL-7  CANAL-8
108.   V   N90E   N00E
109. -----+-----+-----+-----+-----+-----+
*110.  0.06  0.04  0.03
*111.  0.06  0.04  0.03
*112. -0.42 -0.44  0.03

```

NOTA: La información de las líneas marcadas con un (*) puede ser obtenida directamente durante el proceso de conversión del archivo binario original al ASCII estándar.

Figura 3.5 Ejemplo de un archivo con el formato estándar BMDSF
(<http://www.unam.mx/db/spanish/aea2.html>)

Por ultimo cabe señalar que los 678 acelerogramas con los que se ha trabajado son el resultado de un proceso de selección llevado a cabo antes y durante el procesado de los mismo, que asegura la calidad y coherencia de los mismos, lo que nos proporciona un conjunto de datos óptimos para este estudio.

El proceso de selección de datos ha sido suficientemente riguroso como para garantizar que los resultados contienen la mínima desviación posible.

MÉTODOS DE REGRESIÓN

La estadística juega un papel importante en el campo de las ciencias de la Tierra, debido a que en la gran mayoría de los casos los parámetros de interés, no pueden evaluarse de una forma determinista, dada la complejidad de la composición de la Tierra. Es por ello, que es fundamental contar con una herramienta como la estadística para poder modelar datos, interpretar información y para predecir fenómenos de interés.

El análisis de regresión es una técnica probabilística utilizada para investigar y modelar la relación entre variables; sus aplicaciones son muy extensas. El término regresión fue utilizado por primera vez en un estudio realizado por Francis Galton en 1889, donde comparaba la estatura de padres e hijos. En la investigación obtuvo que los hijos cuyos padres tenían una estatura superior al valor medio tendían a igualar su altura; mientras que aquellos cuyos padres eran bajitos tendían a reducir su diferencia de estatura respecto a la altura media; es decir “regresaban” al promedio.

En problemas complejos donde se involucra más de una variable aleatoria, es de interés conocer una función que relacione las distintas variables, para ello, necesitamos describir una relación probabilística entre las variables aleatorias en función de la varianza y la media de una de las variables aleatorias como función de la otra, obteniendo lo que se conoce como análisis de regresión.

Una técnica probabilística utilizada con frecuencia es el análisis de regresión lineal. En estos casos se limita el análisis a funciones lineales del valor medio de las funciones. El término lineal es utilizado para distinguir de las demás técnicas de regresión, que emplean modelos basados en cualquier función matemática, como puede ser cuadrática, cúbica, exponencial etc. Existen problemas donde es necesario hacer regresiones no lineales, y en algunos casos dichos problemas se pueden convertir en lineales mediante transformaciones apropiadas de las variables originales.

En la actualidad el número de propuestas de metodologías de regresión es muy elevado, por lo que su descripción muy detallada excede los objetivos de este capítulo.

4.1. REGRESIÓN LINEAL

Se presenta cuando una variable independiente ejerce influencia sobre otra variable dependiente, por ejemplo $Y=f(x)$. Esta regresión se utiliza con el objetivo de determinar la relación de dependencia que tiene una variable respecto a otra, también sirve para ajustar la distribución

de frecuencias de una línea, es decir determinar la forma de la línea de regresión; así también la podemos utilizar para predecir un dato desconocido de una variable partiendo de los datos conocidos de otra variable.

4.1.1. Regresión Lineal Simple con Varianza Constante

El modelo de regresión consiste en un solo regresor x que tiene una relación con y , donde la relación es una línea recta. En general, el valor medio de la variable aleatoria y depende del valor de x . Este modelo de regresión lineal simple es:

$$y = \alpha + \beta x + \varepsilon$$

Dónde; la ordenada en el origen α y la pendiente β son constantes desconocidas, y ε es un componente aleatorio de error. Se supone que los errores tienen promedio cero y varianza (σ^2) desconocida. Además se suele suponer que los errores no están correlacionados, esto quiere decir que el valor de un error no depende del valor de cualquier otro error. Dado lo anterior se considera que el regresor x está controlado por el analista de datos, y se puede medir con un error despreciable, mientras que la respuesta y es una variable aleatoria. Con lo que existe una distribución de probabilidades de y para cada valor posible de x .

La media de esta distribución es:

$$E(Y|X = x) = \alpha + \beta x$$

La varianza es:

$$Var(Y|X = x) = Var(\alpha + \beta x + \varepsilon) = \sigma^2$$

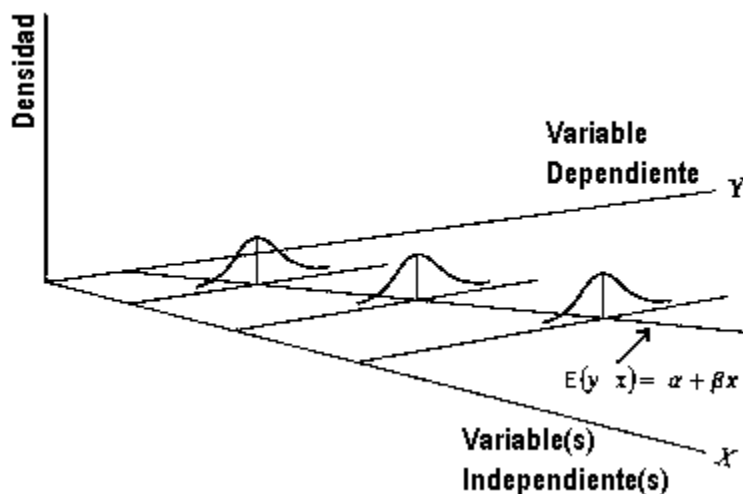


Figura 4.1 Distribuciones de y para valores dados de x . Modelo homocedástico (varianzas iguales)

Como se observa en la figura 4.1, para cada valor de x hay una distribución de probabilidades de y . El análisis de regresión simple, supone que los valores x son constantes, no

valores de variables aleatorias, y que para cada valor de x la variable que se debe pronosticar, y , tiene una distribución normal. Es de notarse que las medias de todas las distribuciones de la figura 4.1 caen en la línea de regresión real $E(Y|X = x) = \alpha + \beta x$. Además, se suele considerar en el análisis lineal simple que la varianza es constante, es decir que presenta homocedasticidad.

A los parámetros α y β se les suele llamar coeficientes de regresión. La α es el cambio de la media de la distribución de y producido por un cambio unitario en x .

Uno de los métodos más empleado para definir el modelo lineal de regresión, es el método de mínimos cuadrados, que fue propuesto por Legendre en 1805 y Gauss en 1809. Dicho método se utiliza para calcular α y β , donde al estimar dichos parámetros la suma de los cuadrados de las diferencias (residuales) entre las observaciones y_i y la recta sea mínima, como se observa en la figura 4.2

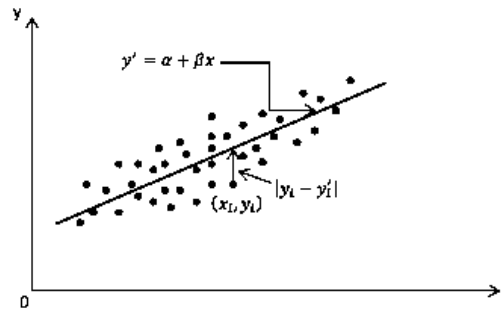


Figura 4.2 Análisis de regresión lineal de datos con dos variables (Olmos 2012)

La línea con el menor error se puede obtener minimizando la suma del cuadrado de los errores.

$$\Delta^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - y'_i)^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \alpha - \beta x_i)^2$$

Para obtener α y β se debe satisfacer:

$$\frac{\partial \Delta^2}{\partial \alpha} = \sum_{i=1}^n 2(y_i - \alpha - \beta x_i)(-1) = 0 \quad , \quad \frac{\partial \Delta^2}{\partial \beta} = \sum_{i=1}^n 2(y_i - \alpha - \beta x_i)(-x_i) = 0$$

Donde n es el número de puntos de datos. Los estimadores por mínimos cuadrados α y β se designaran por $\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$.

$$\hat{\alpha} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i - \hat{\beta} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \bar{y} - \hat{\beta} \bar{x}$$

$$\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{n S_{xy}}{n S_x^2} = \rho_{xy} \frac{S_y}{S_x}$$

$S_{xy}, S_x^2, S_y^2, S_x, S_y$, denotan respectivamente la covarianza, varianza y desviaciones típicas muestrales de X e Y .

Dado lo anterior la regresión con mínimos cuadrados será:

$$E(Y|x) = \hat{\alpha} + \hat{\beta}$$

La tendencia general se toma a través de la línea obtenida con la regresión de la ecuación anterior, además es de interés conocer la varianza de dicha línea (media de dispersión) y que se define como la varianza condicional $Var(Y|x)$. Para el caso donde se asume la varianza condicional constante dentro del rango de interés de x , un estimador sin sesgo de la varianza es:

$$s_{y^2|x} = \frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n (y_i - y'_i)^2$$

$$s_{y^2|x} = \frac{1}{n-2} \left[\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_i)^2 - \hat{\beta}^2 \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_i)^2 \right]$$

Se observa que:

$$s_{y^2|x} = \frac{\Delta^2}{n-2}$$

El efecto físico de la regresión se puede medir reduciendo la varianza original de Y , s_{y^2} , resultado de considerar la tendencia general en X . Esta reducción se expresa:

$$r^2 = 1 - \frac{s_{y^2|x}}{s_{y^2}}$$

r^2 , es un coeficiente de correlación permite saber si el ajuste de la nube de puntos a la recta de regresión obtenida es satisfactorio. Cuando r es cercano a ± 1 , hay buena correlación positiva o negativa según sea el caso. Cuando r es próximo a 0 no hay correlación entre las variables.

En donde:

$$s_{y^2} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_i)^2$$

4.1.2. Regresión de variables aleatorias normales

Cuando suponemos un modelo lineal y constante a la varianza de la regresión lineal estas son propiedades de la población que son normalmente conjuntas. Si Y y X tienen una distribución conjunta normal, la media condicional y la varianza $Var(Y|X = x)$ son:

$$E(Y|x) = \mu_Y + \rho \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \mu_X)$$

$$Var(Y|x) = \sigma_Y^2 (1 - \rho^2)$$

En donde ρ es el coeficiente de correlación, el cual indica si dos variables aleatorias son normalmente conjuntas en la regresión lineal con varianza condicional constante. Para este caso la ecuación lineal es de la forma:

$$E(Y|X = x) = \alpha + \beta x$$

Dónde:

$$\beta = \rho \frac{\sigma_Y}{\sigma_X}$$

$$\alpha = \mu_Y - \beta \mu_X$$

Para poblaciones de interés normalmente conjuntas puede utilizarse una regresión lineal.

4.1.3. Regresión con varianza no constante

La varianza condicional sobre la línea de regresión puede ser función de la variable independiente, lo que corresponde al caso cuando los datos muestran una variación significativa en función del valor de la variable independiente (ver figura 4.3).

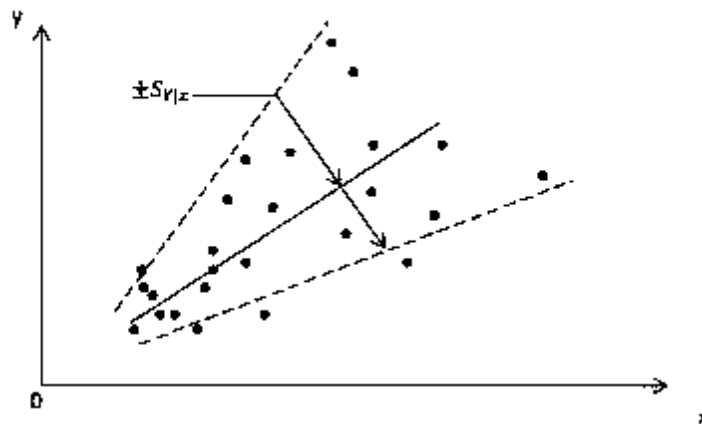


Figura 4.3 Análisis de regresión lineal de datos con varianza variable (Olmos 2012)

La variación puede expresarse como:

$$\text{Var}(Y|x) = \sigma^2 g^2(x)$$

En donde $g(x)$ es una función predeterminada, y σ es una constante desconocida. Sabemos que para una regresión lineal:

$$E(Y|X = x) = \alpha + \beta x$$

Se acepta la premisa de que las regiones con menor varianza deben tener mayor "peso" que las regiones con una mayor varianza, por lo que se asignan pesos inversamente proporcionales a la varianza:

$$\omega'_i = \frac{1}{\text{Var}(Y|x_i)} = \frac{1}{\sigma^2 g^2(x)}$$

Tendremos que el cuadrado del error es:

$$\Delta^2 = \sum_{i=1}^n \omega'_i (y_i - \alpha - \beta x_i)^2$$

Los parámetros estimadores con mínimos cuadrado son:

$$\hat{\alpha} = \frac{\sum \omega_i y_i - \beta \sum \omega_i x_i}{\sum \omega_i}$$
$$\hat{\beta} = \frac{\sum \omega_i (\sum \omega_i y_i x_i) - (\sum \omega_i y_i)(\sum \omega_i x_i)}{\sum \omega_i (\sum \omega_i x_i^2) - (\sum \omega_i x_i)^2}$$

Dónde:

$$\omega_i = \sigma^2 \omega'_i = \frac{1}{g^2(x)}$$

Un estimador sin sesgo de la varianza desconocida σ^2 es:

$$s^2 = \frac{\sum \omega_i (y_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta} x_i)^2}{n - 2}$$

Un estimador de la varianza condicional es:

$$s_{Y|x}^2 = s^2 g^2(x)$$

$$s_{Y|x} = s g(x)$$

4.2. REGRESIÓN LINEAL MÚLTIPLE

Este tipo se presenta cuando dos o más variables independientes influyen sobre una variable dependiente, por ejemplo $Y=f(x,w,z)$.

El análisis de regresión lineal múltiple nos permite establecer la relación que se produce entre una variable dependiente Y y un conjunto de variables independientes (X_1, X_2, \dots, X_m). Utilizamos la regresión múltiple con el objetivo de determinar si las variables están asociadas y en qué sentido se da dicha asociación.

Debemos hacer una distinción entre variable dependiente e independiente. La variable dependiente, es la variable central de la investigación; a través de ella se miden los cambios ocasionados por la variable independiente en la población estudiada. La variable independiente, determina a la variable dependiente y es la que va ocasionar los cambios en la población estudiada.

Al aplicar la regresión múltiple lo más frecuente es que tanto la variable dependiente como las independientes sean variables continuas, medidas en escala de intervalo o razón. No obstante, caben otras posibilidades donde se relacione una variable dependiente continua con un conjunto de variables categóricas; también cabe la posibilidad de aplicar la regresión múltiple en el caso de que se relacione una variable dependiente nominal con un conjunto de variables continuas.

4.2.1. Regresión con varianza constante

Las consideraciones en las que se basa un análisis de regresión múltiple son las siguientes:

- a. El valor medio de Y es una función lineal de x_1, x_2, \dots, x_m ; esto quiere decir:

$$E(Y|x_1, x_2, \dots, x_m) = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_m x_m + e$$

Dónde:

$\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_m$ son parámetros desconocidos a estimar en función de los datos observados y e es el error que comentemos en la predicción de los parámetros.

- b. La varianza condicionada de Y dado x_1, x_2, \dots, x_m son constantes:

$$Var(Y|x_1, x_2, \dots, x_m) = \sigma^2$$

también es proporcional a una función dada de x_1, x_2, \dots, x_m que es constante:

$$Var(Y|x_1, x_2, \dots, x_m) = \sigma^2 g^2(x_1, x_2, \dots, x_m)$$

El valor de σ^2 se determina con base en un conjunto de datos observados $(x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{mi}, y_i), i = 1, n$, de tal forma que se puede escribir la ecuación:

$$E(Y|x_1, x_2, \dots, x_m) = \alpha + \beta_1(x_1 - \bar{x}_1) + \dots + \beta_m(x_m - \bar{x}_m)$$

Donde los valores medios de la muestra de X_i son representados por las x_i y α es una constante reajustada.

Dado que para este caso el estudio se restringe al caso donde la varianza condicional $Var(Y|x_1, x_2, \dots, x_m)$ es constante. La suma del cuadrado del error para un conjunto de datos es:

$$\Delta^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - y'_i)^2$$

$$\Delta^2 = \sum_{i=1}^n [y_i - \alpha - \beta_1(x_{1i} - \bar{x}_1) - \dots - \beta_m(x_{mi} - \bar{x}_m)]^2$$

Siguiendo el método de mínimos cuadrados se minimiza Δ^2 con lo que se obtiene los valores estimados de α y $\beta_j, j = 1, 2, \dots, m$

$$\frac{\partial \Delta^2}{\partial \alpha} = -2 \sum_{i=1}^n [y_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta}_1(x_{1i} - \bar{x}_1) - \dots - \hat{\beta}_m(x_{mi} - \bar{x}_m)] = 0$$

$$\frac{\partial \Delta^2}{\partial \beta_1} = -2 \sum_{i=1}^n [y_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta}_1(x_{1i} - \bar{x}_1) - \dots - \hat{\beta}_m(x_{mi} - \bar{x}_m)](x_{1i} - \bar{x}_1) = 0$$

$$\frac{\partial \Delta^2}{\partial \beta_m} = -2 \sum_{i=1}^n [y_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta}_1(x_{1i} - \bar{x}_1) - \dots - \hat{\beta}_m(x_{mi} - \bar{x}_m)](x_{mi} - \bar{x}_m) = 0$$

Obtenemos:

$$\hat{\alpha} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_{1i} - \bar{x}_1)(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_{1i} - \bar{x}_1)^2}$$

$$\hat{\beta}_m = \frac{\sum_{i=1}^n (x_{mi} - \bar{x}_m)(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_{mi} - \bar{x}_m)^2}$$

La ecuación de regresión de mínimos cuadrados será:

$$E(Y|x_1, x_2, \dots, x_m) = \hat{\alpha} + \hat{\beta}_1(x_1 - \bar{x}_1) + \dots + \hat{\beta}_m(x_m - \bar{x}_m)$$

Sí consideramos:

$$\hat{\beta}_0 = \hat{\alpha} - \hat{\beta}_1 \bar{x}_1 - \dots - \hat{\beta}_m \bar{x}_m$$

Entonces tendremos:

$$E(Y|x_1, x_2, \dots, x_m) = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_1 + \dots + \hat{\beta}_m x_m$$

Un estimador sin sesgo de la varianza condicional es:

$$s_{Y|x_1, x_2, \dots, x_m}^2 = \frac{\Delta^2}{n - m - 1} = \frac{\sum_{i=1}^n [y_i - \hat{\alpha} + \hat{\beta}_1(x_{1i} - \bar{x}_1) + \dots + \hat{\beta}_m(x_{mi} - \bar{x}_m)]^2}{n - m - 1}$$

Por lo que tenemos que la desviación estándar condicional es:

$$s_{Y|x_1, x_2, \dots, x_m} = \frac{\Delta}{\sqrt{n - m - 1}}$$

4.3. REGRESION NO LINEAL

Muchas veces la linealidad no corresponde a los problemas reales, en ocasiones las relaciones entre variables aleatorias asociadas a un problema no son lineales, como se observa en la figura 4.4. Si se utiliza una regresión lineal, podemos sobrestimar o subestimar en gran medida el valor esperado de la variable dependiente.

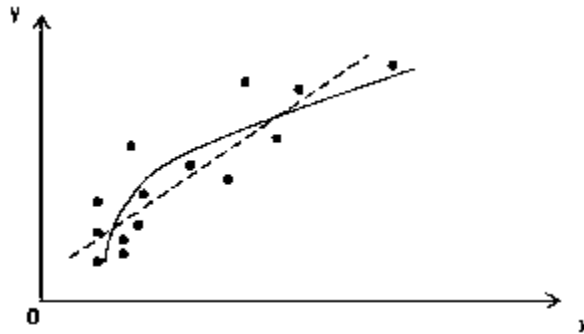


Figura 4.4 Análisis de regresión no lineal de datos (Olmos 2012)

La forma más simple de una función no lineal para la regresión de Y en X es:

$$E(Y|x) = \alpha + \beta g(x)$$

Dónde:

$g(x)$ es una función no lineal de x , como puede ser $x^2, e^x, \ln(x)$, o cualquier otra función.

4.4. PRINCIPIOS GENERALES QUE SE APLICAN A LAS LEYES DE ATENUACIÓN (CASO SÍSMICO)

Los métodos de regresión comparten las siguientes consideraciones:

- Tratan independientemente las observaciones de cada frecuencia, aunque las ordenadas espectrales de periodos próximos están correlacionadas y podrían aportar información valiosa para el ajuste, hasta la fecha no se ha desarrollado un método estadístico que ayude a esta interdependencia.
- En los sistemas de ecuaciones las familias de soluciones son numerosas y variables. Por lo que se acostumbra restringir el margen de variación de algunos coeficientes en función de principios sismológicos, con el objeto de confinar el espacio de soluciones.
- Es común utilizar subconjuntos de datos para fijar algunos de los coeficientes.
- Se realiza un análisis exploratorio previo para determinar posibles formas funcionales o para descartar formas y fijar algunas constantes y/o coeficientes.
- Casi en su totalidad todos los métodos suponen que las variables independientes carecen de incertidumbre.
- Se aceptan las siguientes premisas:
 - Linealidad: $\ln Y_{sm}$ depende linealmente de cada variable.
 - Multicolinealidad (ausencia): los predictores no están correlacionados entre sí.
 - Robustez: no existen subconjuntos de datos que tengan gran influencia sobre las propiedades básicas del modelo.
 - Homogeneidad: no existen las variables dependientes con errores (perturbaciones) atípicas.
 - Independencia: los errores son independientes entre sí.
 - Normalidad (1): los errores son variables aleatorias de media cero y distribución normal o gaussiana con varianza σ^2 .
 - Normalidad (2): para cada valor de los predictores, $\ln Y_{sm}$ se debe seguir una distribución normal de varianza σ^2 .
 - Homocedasticidad: la varianza es constante e independiente de los predictores, los errores no dependen de la amplitud estimada y de los parámetros.

4.5. MODELOS ESPECIFICOS DE REGRESIÓN

Uno de los primeros métodos usados para las regresiones de leyes de atenuación fue el método por mínimos cuadrados. Conforme han ido creciendo las investigaciones se ha demostrado que dicho método tiene carencias para estimar los movimientos fuertes. Los problemas del método de mínimos cuadrados son los siguientes:

- Incapacidad para disminuir la correlación magnitud y distancia original de los datos.
- Dificultad para desacoplar correctamente las distribuciones de la fuente y el medio.
- Tiene una fuerte dependencia en eventos con un gran número de datos.
- Hay una gran dependencia de datos marginales o anómalos.
- Genera una gran inestabilidad frente a formas funcionales altamente no lineales (pequeñas variaciones en un coeficiente generan cambios grandes en el resto).
- Se obtienen coeficientes no realistas, carentes de sentido físico.
- Tiene la imposibilidad de introducir la limitación por instrumentos lejanos no disparados.

Dado lo anterior, se han generado modelos más específicos por los cuales se ha sustituido el método de mínimos cuadrados, como los que a continuación se mencionan.

4.5.1. METODO DE MINIMOS CUADRADOS PONDERADOS (CAMPBELL, 1981)

Campbell (1981) hizo una variación del método ordinario de mínimos cuadrados, al probar diferentes sistemas para ponderar la influencia de los datos y compensar la distribución no uniforme respecto a la magnitud, distancia y el número de registros. Hizo variaciones desde un peso unitario por registro (equivalente al método no ponderado, en donde los eventos con mayor número de datos priman en la regresión) hasta un peso unitario por evento (cada evento influye de la misma forma, sin importar los datos aportados). Los esquemas intermedios usaban distintos intervalos de magnitud y distancia para ponderar los registros de igual modo en cada intervalo. La propuesta final de Campbell incluyó un esquema intermedio, en el cual consideraba un equilibrio entre los dos casos extremos mencionados.

El método de Campbell nos puede ayudar para dar primicia a registros de un cierto tipo, así como para reducir la influencia de eventos con gran número de datos.

La ventaja más importante de este método es su sencillez y facilidad de implementación e interpretación, por lo que ha sido muy utilizado. A pesar de ello, este método no resuelve el problema del acoplamiento entre las contribuciones de magnitud y distancia.

4.5.2. MODELO DE EFECTOS ALEATORIOS (BRILLINGER Y PREISLER, 1984)

El modelo de efectos aleatorios es también llamado método de un paso o método de máxima verosimilitud, representa las correlaciones en los datos registrados por un evento sísmico. Por ejemplo, si un sismo tiene una magnitud superior a la media, entonces los movimientos del terreno en todos los sitios de este evento se espera que sean mayores que la media.

La particularidad de este método es que permite desdoblar el término de errores (perturbaciones) en dos contribuciones. Abrahamson y Young (1992) describieron un procedimiento para aplicar el modelo de efectos aleatorios. En una regresión estándar de efectos fijos, el modelo puede ser escrito como:

$$Y_k = f(M_k, r_k) + \varepsilon_k$$

Dónde:

Y_k es el movimiento del terreno,

M_k es la magnitud,

r_k es la distancia para el k-ésimo punto de datos,

ε_k se supone que se distribuye normalmente con media cero. El error estándar de los valores ε_k nos da el error estándar del modelo.

El modelo de efectos aleatorios se puede escribir de la forma:

$$Y_{ij} = f(M_i, r_{ij}) + \varepsilon_{ij} + \eta_i$$

Dónde:

Y_{ij} es movimiento del terreno para el j-ésimo registro del i-ésimo terremoto,

M_i es la magnitud del i-ésimo terremoto,

r_{ij} es la distancia del j-ésimo registro del i-ésimo terremoto,

ε_{ij} y η_i se supone que son normalmente distribuidos con una media de cero.

El modelo de efectos aleatorios utiliza el método de máxima verosimilitud para dividir el residuo para cada registro en ε_{ij} y η_i . Hay dos partes en el error estándar para el modelo:

- El término inter-evento o evento-a-evento (τ), es el error estándar de η_i . Estima la variabilidad del movimiento debido a las peculiaridades de cada sismo, correlacionando los residuos de los registros de cada evento.

- El término intra-evento o registro-a-registro (σ), es el error estándar de ε_{ij} . Representa la variabilidad residual, compuesta por la variabilidad del sitio más cualquier otra fuente de dispersión no representada por el inter-evento.

El error estándar total del modelo es:

$$\sqrt{\sigma^2 + \tau^2}$$

El método de efectos aleatorios difiere del método en dos etapas propuesto por Joyner y Boore (1981) en eventos con pocos registros, ya que parte de la media de los datos del evento se debe a variaciones aleatorias de los datos (variaciones intra-evento) y parte a un muestreo pobre del evento. Abrahamson y Young (1992) describen que en los eventos pobremente muestreados, el método de efectos aleatorios estima la cantidad del evento debido a un muestreo aleatorio de la distribución intra-evento y la cantidad probable debida a diferencias sistemáticas entre el evento y el promedio. Si todos los eventos tienen un gran número de registros, entonces el método de los dos pasos y el método de efectos aleatorios se igualan.

La fórmula general de la ecuación de regresión es:

$$\ln S_a(g) = f_1(M, r_{rup}) + F f_3(M) + HW f_4(M, r_{rup}) + S f_5(\widehat{p} \widehat{g} a_{roca})$$

Dónde:

$S_a(g)$, es la aceleración espectral en g .

M , es la magnitud de momento.

r_{rup} , es la distancia más corta al plano de ruptura en km.

F , es el tipo de falla (1 para falla inversa, 0.5 para falla inversa/oblicua y 0 en caso contrario).

HW , es una variable ficticia (valores de 1 a 0).

S , es variable dependiendo de la clase del tipo de suelo (0 para roca ó suelo poco profundo, 1 para suelo profundo).

$f_1(M, r_{rup})$, es la forma de la atenuación de los eventos de desgarre registrados en estaciones de roca.

Joyner y Boore (1993) compararon detalladamente los métodos de uno y dos pasos mediante simulaciones con el método de Montecarlo. Los resultados obtenidos confirmaron que ambos métodos funcionan correctamente y generan resultados similares, cuyas estimaciones carecen de desviación apreciable y proporcionan una buena aproximación del error total de predicción. El modelo de efectos aleatorios separa tan satisfactoriamente como el de dos pasos el acoplamiento entre las dependencias de magnitud y distancia. La elección entre uno y otro queda sujeta a cuestiones de segundo orden. El método de efectos aleatorios permite la descomposición

de la varianza y resulta más elegante matemáticamente, mientras que el método de dos pasos es conceptualmente más sencillo y computacionalmente más eficiente.

4.5.3. MÉTODO DE DOS PASOS (JOYNER Y BOORE, 1981)

El modelo de mínimos cuadrados presenta la imposibilidad de desacoplar los términos dependientes de magnitud y distancia, por lo que Joyner y Boore (1981) propusieron el “Método de dos pasos” también conocido como método de Joyner y Boore. Este modelo básicamente se trata de un método de regresión lineal múltiple por mínimos cuadrados en dos etapas.

En la primer etapa se determinan los parámetros que controlan la dependencia con la distancia y una serie de factores de amplitud a_i resolviendo el sistema:

$$Y_1 = X_1 B_1 + e_1$$

Dónde:

Y_1 es la matriz de todas las observaciones de una variable dependiente genérica Y_{sm}

X_1 es la matriz de predictores

B_1 es un vector de coeficientes

e_1 es un vector de errores aleatorios independientes gaussianas de media cero

La solución de la ecuación anterior se obtiene maximizando la función de verosimilitud y que es la misma que por mínimos cuadrados:

$$\hat{B}_1 = (X_1^T X_1)^{-1} X_1^T Y_1$$

Donde; \hat{B}_1 es la mejor estimación de B_1 .

En la segunda etapa se obtienen los parámetros que gobiernan la de dependencia con la magnitud maximizando la función de verosimilitud (el principio de máxima verosimilitud establece que la mejor estimación de los coeficientes es aquel conjunto de valores para el cual es máxima la probabilidad de encontrar la muestra de datos que se ha observado), del conjunto de factores de amplitud para poder resolver el sistema:

$$Y_2 = X_2 B_2 + e_2$$

Dónde:

Y_2 , es el vector de los factores a_i

X_2 , es la matriz de términos dependientes la magnitud.

B_2 , es el vector de los coeficientes

e_2 , es el vector de las perturbaciones (errores).

La estimación de la incertidumbre está dada por:

$$\sigma_{JB} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$$

En la ecuación anterior σ_1 y σ_2 son las desviaciones estándar de los residuos de la regresión del primer y segundo paso, respectivamente. La estimación de la incertidumbre se basa en:

- El error en la determinación de la curva global está dada por $Y_1 = X_1 B_1 + e_1$, y es despreciable frente al residuo de cada dato individual respecto de la curva.
- La variabilidad de σ_2 se considera debida por completo a las mediciones de a_i o de la magnitud (ambos se consideran carentes de incertidumbre).

Es eficiente en la disminución de la correlación magnitud-distancia y en el desacoplamiento de sus contribuciones. Fukushima y Tanaka (1990) comprobaron con datos de PGA (máxima aceleración del terreno) de sismos registrados en Japón que mediante este método se obtienen coeficientes de atenuación similares a los obtenidos por el método ordinario. Molas y Yamazaki (1995) en Japón y Chang et al (2001) para Taiwan, han comprobado la eficiencia del método en el tratamiento de datos fuertemente correlacionados.

Algunos aspectos importantes del método de dos pasos a señalar son:

- En el segundo paso se asigna un peso unitario a cada evento, independientemente del número de datos que aporte. Lo que implica que los eventos con mayor número de datos no tienen influencia estadística adicional en la determinación de la dependencia con la magnitud, lo que disminuye la desviación por este factor. Por el contrario, en la determinación de la dependencia con la distancia sí influyen proporcionalmente más aquellos eventos con mayor cantidad de datos.
- Es el único método que permite una corrección que considere la desviación producida por instrumentos lejanos no disparados.

La expresión general para la regresión es:

$$\log A(f, R) = \sum_{i=1}^{N_t} a_i E_i - \log R + b R + c S$$

Dónde:

$A(f, R)$, son los datos empíricos recogidos en las diversas estaciones a distancias R .

E_i , es una variable muda que toma el valor 1 para el evento i -ésimo y 0 para cualquier otro evento.

c y S , tienen en cuenta el efecto de sitio de la estación. S toma el valor de 1 para emplazamientos en suelo blando y 0 para estaciones sobre roca o terreno duro.

a_i , se calcula con: $a_i = \log C + \log S_i(f)$

Para el primer paso del método se realiza la regresión lineal de todos los datos para obtener los valores de b , c y los distintos coeficientes de a_i (uno por evento). Todos estos coeficientes permiten determinar la forma global de la curva de atenuación. A partir del coeficiente b , se calcula el valor del factor de calidad.

$$Q(f) = -\frac{1.36 f}{b \beta}$$

En el segundo paso se realiza una regresión por mínimos cuadrados de los valores para ajustarlos a un polinomio de primer o de segundo orden, que representa la dependencia de la amplitud espectral con la magnitud.

Finalmente, ya determinada la dependencia con la magnitud, es posible invertir los coeficientes a_i para obtener el espectro de la fuente a cada evento.

Para poder calcular el error de la regresión, se emplea la desviación o error estándar:

$$\sigma_{JB} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$$

La expresión cuantifica el error cometido en el método de regresión de dos pasos como la suma de los errores introducidos en el ajuste por mínimos cuadrados en cada paso.

4.5.4. MODELO LINEAL DE EFECTOS MIXTOS

Un modelo lineal de efectos mixtos tiene en cuenta la variabilidad tanto inter-evento como intra-evento. Los modelos comúnmente desarrollados de atenuación no hacen distinción entre estos dos tipos de variabilidad. El modelo de efectos mixtos describe la estructura de la covarianza obtenida por un cuidadoso agrupamiento de los datos. La relación entre la variable de respuesta, el movimiento del suelo y algunas covariables en los datos se pueden agrupar de acuerdo con una o más características (por ejemplo, magnitud). El modelo con dos fuentes de variación aleatoria se conoce como “Modelo Jerárquico” o “Modelo multinivel”.

Para poder entender las ventajas de un modelo de efectos mixtos, es útil considerar primero un modelo de efectos fijos estándar, donde la forma de la relación de atenuación se escribe como se indica:

$$\log(Y_k) = f(M_k, r_k, \bar{\theta}) + \varepsilon_k$$

Dónde:

Y_k , es el movimiento del terreno.

M_k , es la magnitud.

r_k , es la distancia del punto k-ésimo de datos (es decir, la observación asociada con el registro de una sola estación en el evento sísmico).

$\bar{\theta}$, es una matriz de coeficientes del modelo.

ε_k , es el error que supone se distribuye normalmente con media cero.

En contraste, el modelo de efectos mixtos toma la forma:

$$\log(Y_{ij}) = f(M_i, r_i, \bar{\theta}) + \eta_i + \varepsilon_{ij}$$

Dónde:

Y_{ij} , es el movimiento del terreno.

r_i , es la distancia para el j-ésimo movimiento de la tierra registrado durante el i-ésimo evento sísmico.

M_i , es la magnitud del i-ésimo evento.

$\bar{\theta}$, es la matriz de coeficientes del modelo.

η_i, ε_{ij} , son el error residual entre los valores de la predicción y lo observado y η_i es el valor inter-evento, y representa el grupo entre la variabilidad resultante entre la diferencia en los datos

registrados de diferentes sismos. ε_{ij} representa la variabilidad resultado de las diferencias entre los datos registrados en las diferentes estaciones para el mismo evento sísmico. Estos dos errores son independientes y normalmente distribuidos con varianzas τ^2 y σ^2 respectivamente.

Para calcular el error estándar total de los efectos mixtos del modelo se realiza como sigue:

$$\sqrt{\sigma^2 + \tau^2}$$

La ventaja del enfoque de efectos mixtos, es que las contribuciones a la variabilidad general pueden ser claramente separadas en una parte que resulta de la variabilidad entre los terremotos y otra que resulta de la variabilidad entre los registros en el mismo terremoto.

4.5.5. MÉTODOS BAYESIANOS

Los métodos bayesianos son una alternativa al enfoque clásico, especialmente para dar significado físico a los coeficientes. La aportación fundamental de estos métodos, es la de incluir explícitamente información no derivada directamente de los datos, sino de otras fuentes (como pueden ser estudios previos, principios teóricos, etc.) que reflejen el estado del conocimiento sobre los coeficientes a determinar. Dicha información previa se introduce suponiendo que los coeficientes de regresión son variables aleatorias que se pueden describir mediante una distribución de probabilidad cuya forma, valores, estimados y varianza se eligen con base en consideraciones sismológicas. De esta manera se limita la variación de los coeficientes fuera de intervalos de significado físico. Posteriormente aplicando el Teorema de Bayes se obtienen nuevas estimaciones de los coeficientes y de sus varianzas que reúnen la información procedente de las fuentes.

Aunque los métodos bayesianos aportan soluciones más estables e incorporan de un modo racional la información disponible, son matemáticamente y numéricamente métodos más complejos.

4.5.6. MÉTODOS NO PARAMÉTRICOS

Los métodos no paramétricos son metodologías muy tradicionales en la ingeniería sísmica. Estos métodos buscan una superficie dependiente de los parámetros, de tal modo que pase tan próxima a los datos como sea posible, pero sin imponer una forma analítica a la misma. Las limitaciones que se suelen fijar son que la superficie varié de forma razonablemente suave respecto de la magnitud y la distancia, y que se minimice el desajuste cuadrático medio.

El resultado de estos métodos no es una función con coeficientes, sino una tabla de valores de la variable dependiente para una serie de magnitudes y distancias fijas, interpolando para valores medios.

La ventaja de estos métodos, es su flexibilidad ilimitada para modelar dependencias complejas. Las desventajas del método radican en la necesidad de disponer de un amplio conjunto de datos bien distribuidos para poder delinear la superficie con precisión y la imposibilidad de extrapolar fuera de los rangos analizados.

PROPUESTA DE LEYES DE ATENUACIÓN DE DESPLAZAMIENTOS

En este capítulo se desarrolla una propuesta de una ley de atenuación para desplazamientos del terreno para dos fuentes sísmicas distintas (sismos de subducción y sismos de fallamiento normal). La base de datos que se utilizó para establecer las leyes de atenuación consiste en las componentes horizontales de 678 registros correspondientes a 29 sismos fuertes ocurridos en México, en los estados de Jalisco, Colima, Michoacán, Guerrero, Oaxaca y Chiapas, con magnitudes de 5.7 a 7.3 (M_b). Se realizó un análisis de regresión en cuatro pasos y las ecuaciones resultantes son:

- Ley de atenuación para registros de sismos con distancias focales menores de 40 km (sismos de subducción).

$$\ln X_{m\acute{a}x} = -10.094 + 2.187M_b - 0.852\ln(R)$$

- Ley de atenuación para registros con distancias de foco mayores de 40 km (sismos normales).

$$\ln X_{m\acute{a}x} = -11.690 + 2.488M_b - 1.030\ln(R + 16)$$

En donde $X_{m\acute{a}x}$ es el desplazamiento horizontal máximo en cm, M_b es la magnitud de ondas de cuerpo y R es la distancia hipocentral.

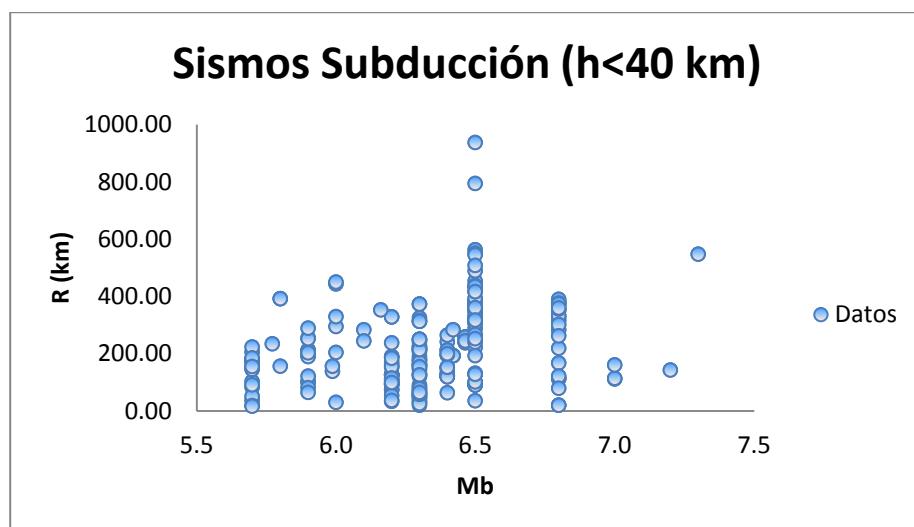


Figura 5.1a Valores de magnitudes, M_b , y distancias, R , de los registros usados para el cálculo de la relación de atenuación de sismos de Subducción.

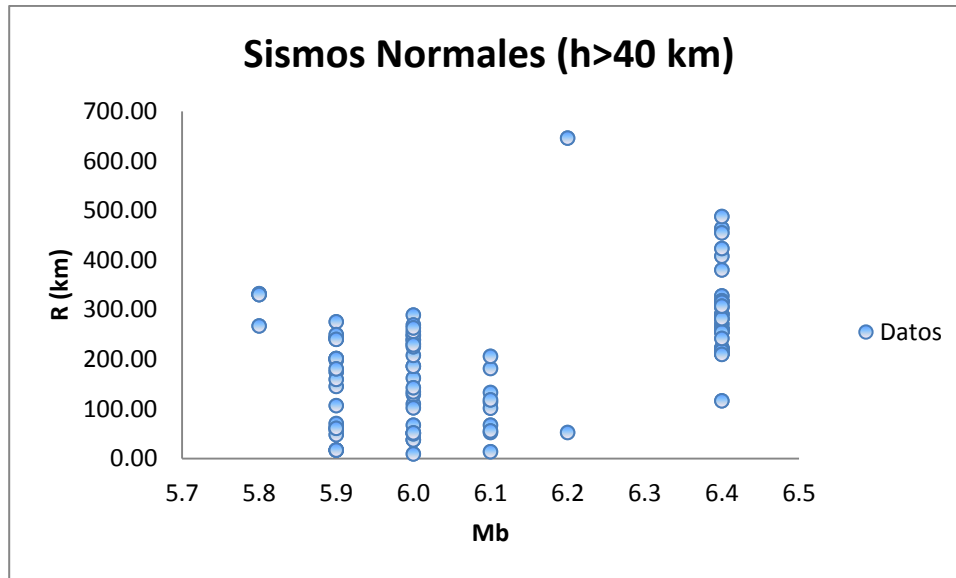


Figura 5.1b Valores de magnitudes, M_b , y distancias, R , de los registros usados para el cálculo de la relación de atenuación de sismos Normales.

En las figuras 5.1a y 5.1b se muestran las distribuciones de los conjuntos de los registros de datos para sismos con distancias menores y mayores a 40 kilómetros, representándolos en magnitud M_b y distancias epicentrales R . En la figura 5.1a el universo de datos abarca 480 registros en un intervalo de magnitudes que varía entre 5.7 y 7.3, para el caso de la figura 5.1b se tomaron 198 registros en un intervalo de magnitudes entre 5.8 y 6.4.

5.1. METODOLOGÍA

Para realizar las regresiones se tomó como punto de partida la forma funcional propuesta por Jacques Betbeder (2003) para leyes de desplazamiento:

$$P = ce^{\alpha M} R^{\beta} \quad (\text{ec. 5.1})$$

Donde P es un parámetro para predecir movimiento (variable dependiente, para nuestro caso será el desplazamiento), M es la magnitud, R es la distancia, α y β son coeficientes característicos de cada ley de atenuación.

Realizando un cambio de variables tenemos:

$$X_{m\acute{a}x} = \alpha e^{C_2 M} R^{C_3} \quad (\text{ec. 5.2})$$

Ahora, convertimos la ecuación exponencial en una expresión logarítmica lineal.

$$\ln X_{m\acute{a}x} = \ln(\alpha e^{C_2 M} R^{C_3})$$

$$\ln X_{m\acute{a}x} = \ln \alpha + \ln e^{C_2 M} + \ln R^{C_3}$$

$$\ln X_{m\acute{a}x} = C_1 + C_2 M + C_3 \ln R \quad (\text{ec. 5.3})$$

La ecuación anterior se asemeja a la ley de atenuación de desplazamientos propuesta por Theodulidis y Papazachos (1992), la cual es la siguiente:

$$\ln X_{m\acute{a}x} = C_1 + C_2 M + C_3 \ln(R + R_o) + C_4 S \quad (\text{ec. 5.4})$$

Adoptaremos el modelo anterior (ec. 5.6), en donde:

$X_{m\acute{a}x}$ es el desplazamiento horizontal máximo en cm, M es magnitud de ondas de cuerpo, R es la distancia hipocentral, R_o es un coeficiente de saturación que indica el menor valor de mínimos cuadrados en la regresión, C_1, C_2, C_3 y C_4 son coeficientes que se calculan en el análisis de las regresiones, S es una variable binaria que toma el valor de 1 para suelos rocosos y 0 para suelos no rocosos.

Los coeficientes C_1, C_2, C_3, C_4 se definen en regresiones en 4 pasos, los cuales a continuación se describen.

5.1.1. Primer Paso

La atenuación geométrica se calcula con la ecuación que se indica adelante, en donde los segundos subíndices de los coeficientes indican el paso de la metodología.

$$\ln X_{m\acute{a}x} = C_{11} + C_{21} M_b + C_{31} \ln(R + R_o) \quad (\text{ec. 5.5})$$

Se realiza una regresión lineal por mínimos cuadrados, donde la suma del cuadrado del error para el conjunto de datos es:

$$\Delta^2 = \sum_{i=1}^n (\ln X_i - \ln X'_i)^2 \quad (\text{ec. 5.6})$$

$$\Delta^2 = \sum_{i=1}^n [\ln X_i - \alpha - C_2 (M_i - \bar{M}) - C_3 (\ln(R_i + R_o) - \overline{\ln(R + R_o)})]^2 \quad (\text{ec. 5.7})$$

Donde X_i es el valor del desplazamiento observado, X'_i es el valor del desplazamiento esperado, M_i es el valor de la magnitud observada, \bar{M} es la media de la magnitud observada, $\ln(R_i + R_o)$ es el logaritmo de la distancia esperada más el coeficiente de saturación, $\overline{\ln(R + R_o)}$ es la media del logaritmo de la distancia más el coeficiente de saturación.

Se minimiza la suma del error al cuadrado (Δ^2) con lo que se obtiene el siguiente conjunto de ecuaciones para determinar los valores estimados de α y de C_i .

$$\frac{\partial \Delta^2}{\partial \alpha} = -2 \sum_{i=1}^n [\ln X_i - \hat{\alpha} - \hat{C}_2(M_i - \bar{M}) - \hat{C}_3(\ln(R_i + R_o) - \overline{\ln(R + R_o)})]^2 = 0$$

$$\frac{\partial \Delta^2}{\partial C_2} = -2 \sum_{i=1}^n [\ln X_i - \hat{\alpha} - \hat{C}_2(M_i - \bar{M}) - \hat{C}_3(\ln(R_i + R_o) - \overline{\ln(R + R_o)})](M_i - \bar{M}) = 0$$

$$\frac{\partial \Delta^2}{\partial C_3} = -2 \sum_{i=1}^n [\ln X_i - \hat{\alpha} - \hat{C}_2(M_i - \bar{M}) - \hat{C}_3(\ln(R_i + R_o) - \overline{\ln(R + R_o)})][\ln(R_i + R_o) - \overline{\ln(R + R_o)}] = 0$$

De la primera ecuación obtenemos:

$$\sum_{i=1}^n \ln X_i - n\hat{\alpha} - \hat{C}_2 \sum_{i=1}^n (M_i - \bar{M}) - \hat{C}_3 \sum_{i=1}^n (\ln(R_i + R_o) - \overline{\ln(R + R_o)}) = 0$$

Dónde:

$$\sum_{i=1}^n (M_i - \bar{M}) = \sum_{i=1}^n (\ln(R_i + R_o) - \overline{\ln(R + R_o)}) = 0$$

Por lo que:

$$\hat{\alpha} = \frac{\sum_{i=1}^n \ln X_i}{n}$$

Sustituyendo la ecuación anterior en las ecuaciones obtenidas de las derivadas respecto a C_i obtenemos:

$$\hat{C}_2 \sum_{i=1}^n (M_i - \bar{M})^2 + \hat{C}_3 \sum_{i=1}^n (M_i - \bar{M}) (\ln(R_i + R_o) - \overline{\ln(R + R_o)}) = \sum_{i=1}^n (M_i - \bar{M}) (\ln X_i - \overline{\ln X})$$

$$\begin{aligned} & \hat{C}_2 \sum_{i=1}^n (M_i - \bar{M}) (\ln(R_i + R_o) - \overline{\ln(R + R_o)}) + \hat{C}_3 \sum_{i=1}^n (\ln(R_i + R_o) - \overline{\ln(R + R_o)})^2 \\ & = \sum_{i=1}^n ((\ln(R_i + R_o) - \overline{\ln(R + R_o)})) (\ln X_i - \overline{\ln X}) \end{aligned}$$

La regresión por mínimos cuadrados es:

$$E(X|M, \ln(R + R_o)) = \hat{\alpha} + \hat{C}_2(M_i - \bar{M}) + \hat{C}_3(\ln(R_i + R_o) - \overline{\ln(R + R_o)}) \quad (\text{ec. 5.8})$$

$$E(X|M, \ln(R + R_o)) = \hat{C}_1 + \hat{C}_2 \bar{M} + \hat{C}_3 \overline{\ln(R + R_o)} \quad (\text{ec. 5.9})$$

Dónde:

$$\widehat{C}_1 = \widehat{\alpha} - \widehat{C}_2 \bar{M} - \widehat{C}_3 \overline{\ln(R + R_o)} \quad (\text{ec. 5.10})$$

El coeficiente de saturación R_o se calcula sacando la mínima diferencia de Δ^2 con sucesivas regresiones utilizando distintos valores de $R_o = 0, 1, 2, 3, \dots, 30$ km. Para nuestros casos, la mínima diferencia (Δ^2) resultó ser:

Tabla V.1. Valores de mínimos cuadrados calculados en regresiones.

Para sismos de subducción $R_o = 0$ km.

Ro	Δ^2
0.000	431.677
5.000	432.071
10.000	432.591
15.000	433.162
20.000	433.750
25.000	434.336
30.000	434.910

Para sismos normales $R_o = 16$ km.

Ro	Δ^2
0.000	142.706
5.000	141.457
10.000	140.942
15.000	140.789
16.000	140.786
17.000	140.790
18.000	140.800
19.000	140.815
20.000	140.836
25.000	141.000
30.000	141.235

5.1.2. Segundo Paso

Una vez calculados C_{11} , C_{21} y C_{31} , en este paso se calculan los coeficientes C_{12} , C_{22} y C_{42} relacionados con la magnitud y el tipo de suelo (para nuestro caso roca). La regresión de los valores está relacionada con los calculados en el primer paso y se calcula con la ecuación:

$$\ln X_{m\acute{a}x} - C_{31} \ln(R + R_o) = C_{12} + C_{22} M_b + C_{42} S \quad (\text{ec. 5.11})$$

Recordemos que todos nuestros registros son tomados en suelo rocoso por lo que el valor de S es 1, lo que conduce a un coeficiente $C_{42} = 0$, debido a que este depende de la varianza de S y como en nuestro universo no hay varianza respecto a S , este último término se anula. Ocurre el mismo caso para las dos leyes de atenuación (subducción y normales). Los coeficientes C_{12} y C_{22} se calculan realizando la regresión lineal como se explicó en el primer paso.

5.1.3. Tercer Paso

En el tercer paso nuevamente se hace una regresión lineal, los coeficientes del paso anterior relacionados a la magnitud y al tipo de suelo (C_{12} , C_{22} y C_{42}) nos ayudarán a calcular nuevamente los coeficientes de atenuación geométrica (C_{13} y C_{33}). La ecuación que se utiliza en este paso es:

$$\ln X_{m\acute{a}x} - C_{22} M_b - C_{42} S = C_{13} + C_{33} \ln(R + R_o) \quad (\text{ec. 5.12})$$

Para hacer una regresión lineal de una variable tenemos:

$$E(Y|x) = \hat{\alpha} + \hat{\beta}x$$

Dónde:

$$\hat{\alpha} = \frac{1}{n} \sum y_i - \frac{\hat{\beta}}{n} \sum x_i = \bar{y} - \hat{\beta} \bar{x}$$

$$\hat{\beta} = \frac{\sum x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum x_i^2 - n \bar{x}^2} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2}$$

Para nuestro caso las ecuaciones anteriores quedan:

$$\widehat{C}_{13} = \overline{\ln X} - \widehat{C}_{33} \overline{\ln(R + R_o)} \quad (\text{ec. 5.13})$$

$$\widehat{C}_{33} = \frac{\sum \ln(R+R_o) \ln X_i - n \overline{\ln(R+R_o)} \overline{\ln X}}{\sum \ln(R+R_o)^2 - n \overline{\ln(R+R_o)}^2} \quad (\text{ec. 5.14})$$

5.1.4. Cuarto Paso

Finalmente, se realiza una regresión para obtener C_{14} , C_{24} y C_{44} , ayudándonos del coeficiente C_{33} calculado en el paso anterior. Usamos los mismos datos utilizados en el segundo paso para nuevamente recalcular los coeficientes relacionados a la magnitud y al tipo de suelo. La ecuación adoptada para hacer la regresión en este paso está dada por:

$$\ln X_{m\acute{a}x} - C_{33} \ln(R + R_o) = C_{14} + C_{24} M_b + C_{44} S \quad (\text{ec. 5.15})$$

Igualmente, como se explicó en el paso dos, el coeficiente relacionado al tipo de suelo (C_{44}) se anula debido a que no hay varianza con el universo de datos.

Así, finalmente adoptamos los coeficientes C_{14} , C_{24} , C_{33} , C_{44} calculados en todos los pasos del proceso; cabe señalar que el coeficiente C_{33} se obtiene en el tercer paso y los coeficientes restantes surgen del cuarto paso, y los colocamos en la ecuación 5.6:

$$\ln X_{m\acute{a}x} = C_1 + C_2 M + C_3 \ln(R + R_o) + C_4 S$$

$$C_1 = C_{14}$$

$$C_2 = C_{24}$$

$$C_3 = C_{33}$$

$$C_4 = C_{44}$$

Los residuos de los desplazamientos se representan frente a la magnitud, M_b y la distancia, R , en las figuras 5.2a, 5.2b, 5.3a y 5.3b respectivamente. Se observa que no hay tendencia aparente en los residuos y por lo tanto el modelo adoptado puede considerarse adecuado.

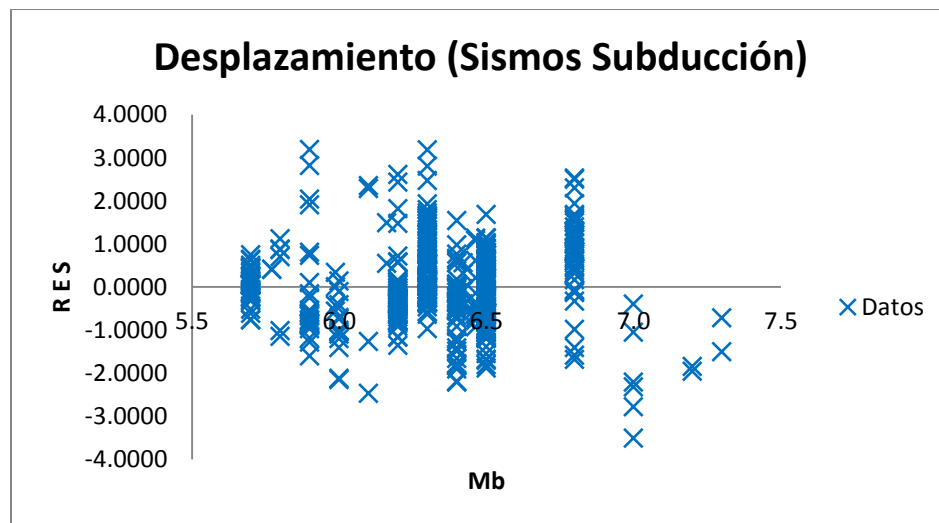


Figura 5.2a Residuos de los desplazamientos máximos calculados contra las magnitudes del universo de datos (sismos de subducción).

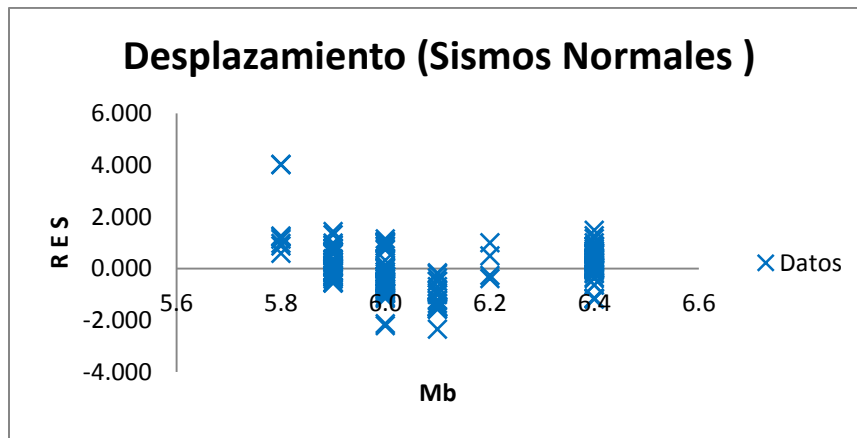


Figura 5.2b Residuos de los desplazamientos máximos calculados contra las magnitudes del universo de datos (sismos normales).

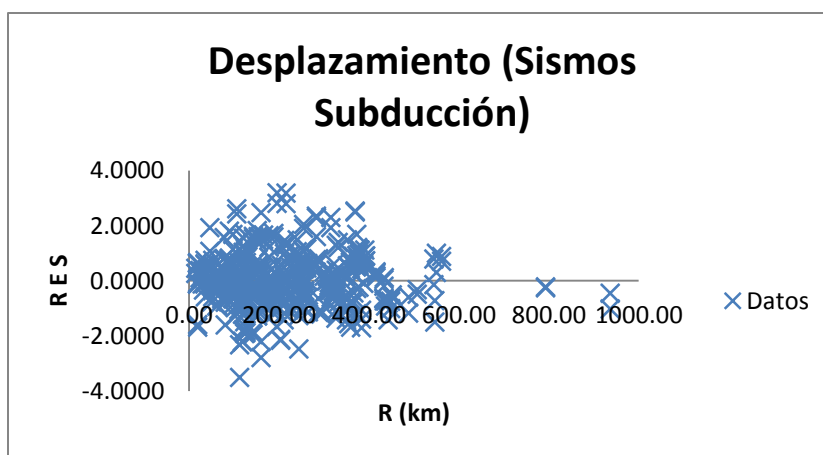


Figura 5.3a Residuos de los desplazamientos máximos calculados contra la distancia, R (sismos de subducción).

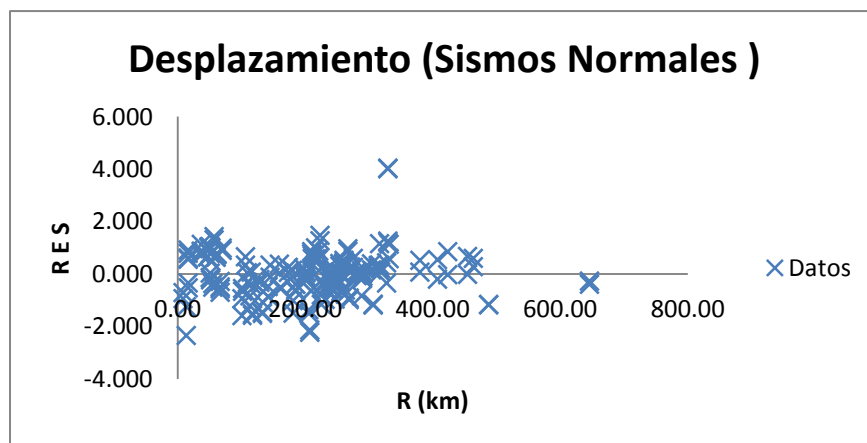


Figura 5.3b Residuos de los desplazamientos máximos calculados contra la distancia, R (sismos Normales).

Derivado de los pasos tenemos los siguientes coeficientes:

Tabla V.2. Valores de los coeficientes obtenidos en las regresiones.

	$X_{m\acute{a}x}$ (normal)	$X_{m\acute{a}x}$ (subducción)
C_{11}	-11.690	-10.094
C_{21}	2.488	2.187
C_{31}	1.030	0.852
C_{12}	-11.690	-10.094
C_{22}	2.488	2.187
C_{42}	0.000	0.000
C_{13}	-11.690	-10.094
C_{33}	1.030	0.852
C_{14}	-11.690	-10.094
C_{24}	2.488	2.187
C_{44}	0.000	0.000
R_0	16.000	0.000

En las figuras 5.4a y 5.4b, se obtiene una evaluación cualitativa de la distribución de frecuencias de los residuos., Mediante la inspección visual de los histogramas de los residuos de desplazamientos, se observa que la distribución se ajusta a la forma de campana estándar de la distribución normal.

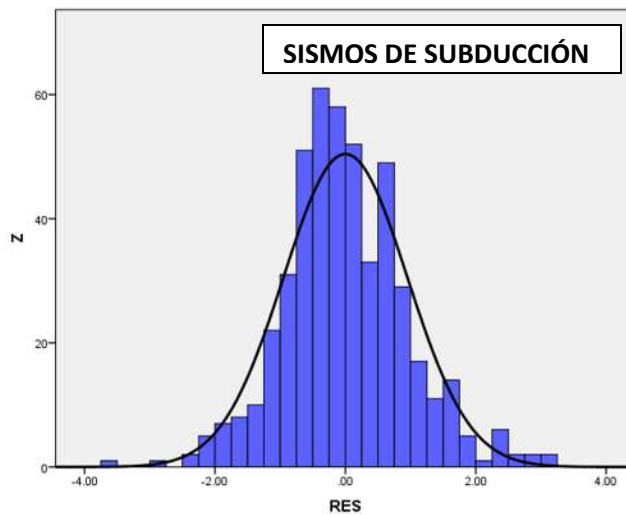


Figura 5.4a Histograma de los residuos de los máximos desplazamientos calculados (sismos de subducción).

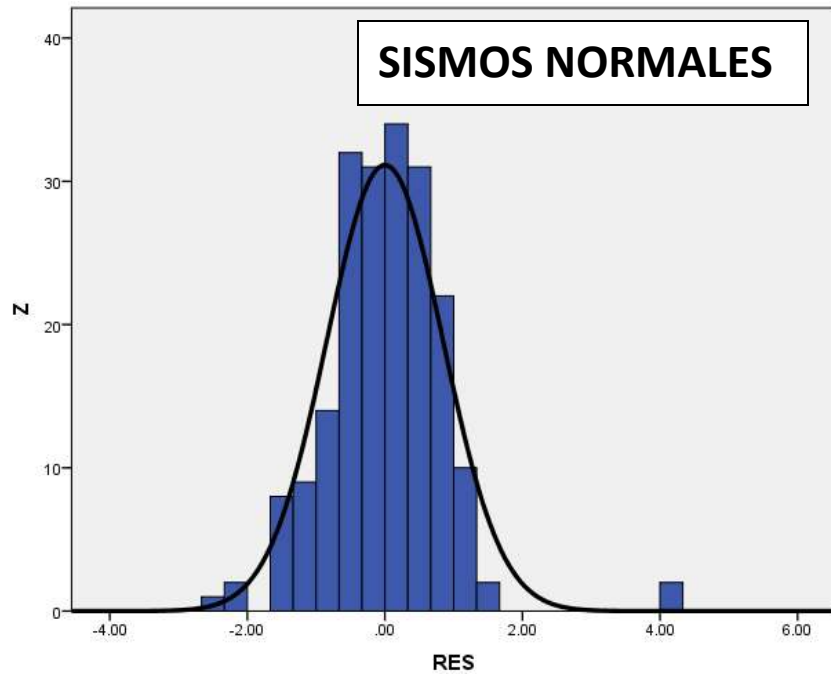


Figura 5.4b Histograma de los residuos de los máximos desplazamientos calculados (sismos normales).

Las ecuaciones de atenuación quedan de la siguiente manera:

- Ley de atenuación para registros con distancias focales menores de 40 km (sismos de subducción).

$$\ln X_{\text{máx}} = -10.094 + 2.187M_b - 0.852\ln(R) \quad (\text{ec. 5.16})$$

Dónde:

$$C_{14} = -10.094, C_{24} = 2.187, C_{33} = -0.852, C_{44} = 0, R_o = 0 \text{ Km}$$

- Ley de atenuación para registros con distancias de foco mayores de 40 km (sismos normales).

$$\ln X_{\text{máx}} = -11.690 + 2.488M_b - 1.030\ln(R + 16) \quad (\text{ec. 5.17})$$

Dónde:

$$C_{14} = -11.690, C_{24} = 2.488, C_{33} = -1.030, C_{44} = 0, R_o = 16 \text{ Km}$$

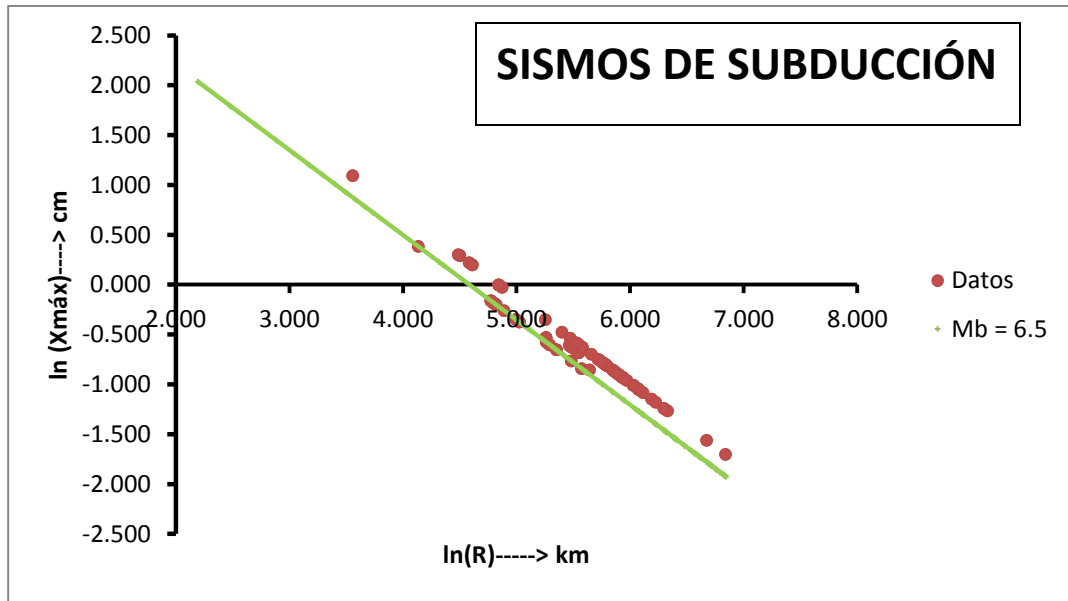


Figura 5.5a Ley de atenuación para sismos de subducción, $M_b = 6.5$ y desplazamientos máximos

En las figuras 5.5a y 5.5b, se hace una comparativa de los datos registrados y los datos calculados con las ecuaciones 5.16 (sismos de subducción) y 5.17 (sismos normales), se ajustan a las observaciones. En la figura 5.5a se compara con sismos de magnitud 6.5 y en la figura 5.5b se hace la comparativa con sismos de magnitud 6.0.

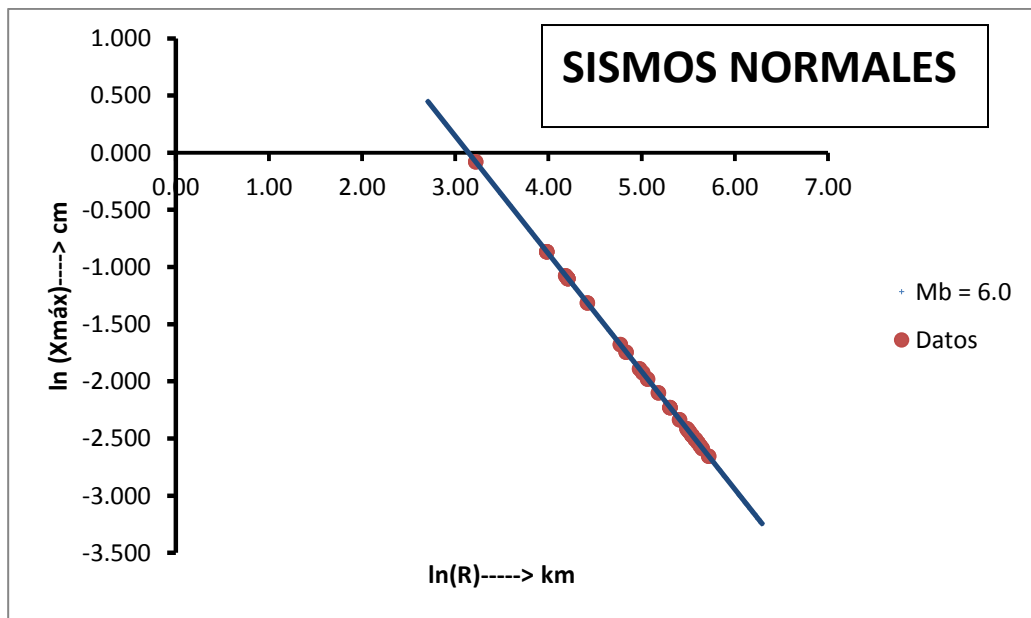


Figura 5.5b Ley de atenuación para sismos normales, $M_b = 6.0$ y desplazamientos máximos

5.2 REGRESIÓN EN CUATRO PASOS Y REGRESIÓN LINEAL

Con el propósito de ver las diferencias que resultan de aplicar el método de mínimos cuadrados en cuatro pasos, con respecto al método tradicional de una regresión simple por mínimos cuadrados, se realizan regresiones para los dos tipos de sismo y se comparan los resultados. Al hacer las regresiones lineales simples nos quedan las siguientes leyes de atenuación:

- Ley de atenuación para registros con distancias focales menores de 40 km (sismos de subducción).

$$\ln X_{m\acute{a}x} = -10.091 + 2.24M_b - 0.90\ln(R) \quad (\text{ec. 5.18})$$

- Ley de atenuación para registros con distancias de foco mayores de 40 km (sismos normales).

$$\ln X_{m\acute{a}x} = -12.328 + 2.406M_b - 0.833\ln(R + 16) \quad (\text{ec. 5.19})$$

Al comparar las leyes de atenuación obtenidas en cuatro pasos (ecuaciones 5.16 y 5.17) nos damos cuenta que las ecuaciones son muy similares, sin embargo al graficar y comparar los resultados nos damos cuenta que las leyes de atenuación obtenidas mediante cuatro pasos se ajustan mejor a los datos como se puede observar en las figuras 5.6a y 5.6b. Adicionalmente se calculó el coeficiente de determinación R^2 , el cual mide el efecto físico de la regresión e indica cual se ajusta mejor a los datos y se puede medir reduciendo la varianza original de $X_{m\acute{a}x}$. Esta reducción se representa por el coeficiente de determinación, R^2 .

$$R^2 = 1 - \frac{\left(\frac{\Delta^2}{n-2}\right)}{s_{X_{m\acute{a}x}}^2}$$

Dónde:

$s_{X_{m\acute{a}x}}^2$ es la varianza de la muestra $X_{m\acute{a}x}$
 n , es el número de datos.

$$s_{X_{m\acute{a}x}}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n-1} \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2 \right)$$

La desviación estándar es una medida de dispersión que nos indica cuanto tienden a alejarse los valores concretos del promedio en una distribución. En las gráficas 5.13 y 5.14 se representan desviaciones estándar. Así la desviación estándar es igual a:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2 \right)}$$

Para el caso de los sismos de subducción, el valor de R^2 es 0.931 para la regresión en cuatro pasos y de 0.722 para la regresión simple, lo cual indica que los resultados con el modelo de cuatro pasos tienen una menor dispersión. Por lo que respecta a los sismos de fallamiento normal, el valor de R^2 es 0.97 para el método de cuatro pasos y 0.672 para la regresión simple, confirmando los mejores resultados que se obtienen mediante la regresión en cuatro pasos.

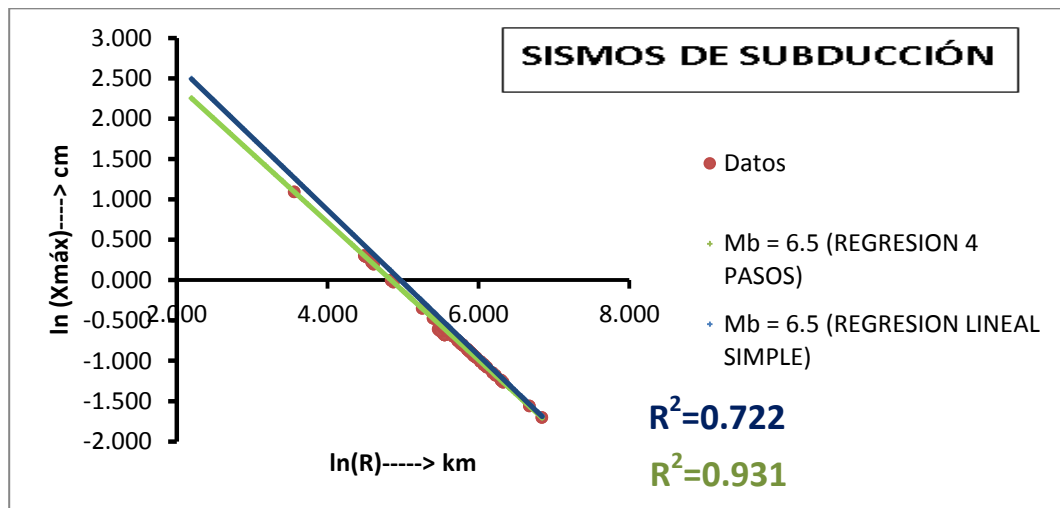


Figura 5.6a Leyes de atenuación para sismos de subducción calculadas con el método de 4 pasos y con regresión lineal simple ($M_b = 6.5$).

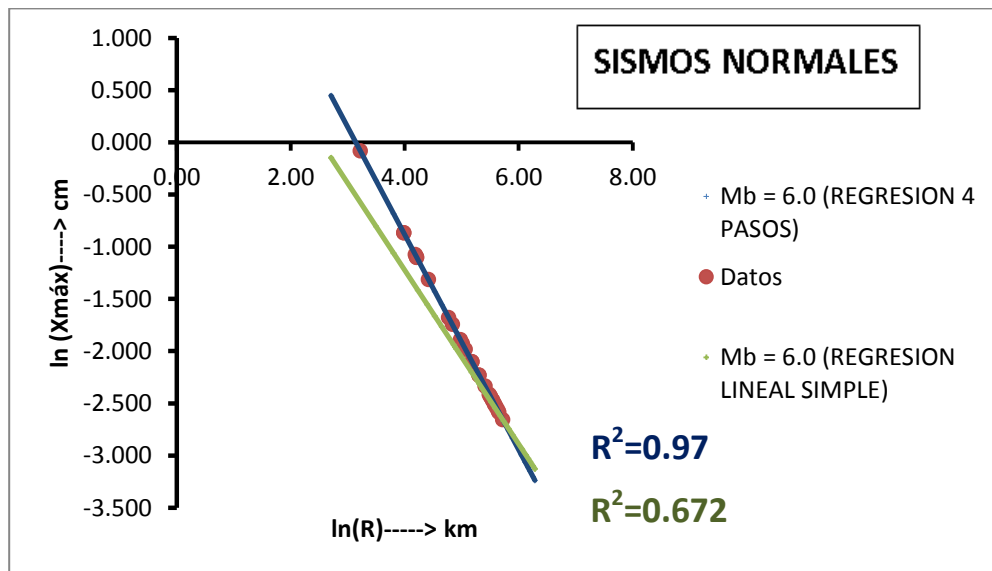


Figura 5.6b Leyes de atenuación para sismos normales, calculadas con el método de 4 pasos y con regresión lineal simple ($M_b = 6.0$).

5.3 ANÁLISIS COMPARATIVO CON RESULTADOS DE OTRAS REGIONES

Es importante reconocer que las condiciones locales de un sitio afectan la amplitud y la frecuencia de los registros del terreno en un evento sísmico. Generalmente, las leyes de atenuación dependen de las características de la fuente sísmica, de posibles efectos de directividad, de las características del terreno, de la trayectoria que siguen las ondas, de las magnitudes y de las distancias consideradas entre otras.

En las leyes de atenuación los valores numéricos de los coeficientes pueden variar dependiendo de las características de las bases de datos de los registros utilizados por los autores, zona sísmica y del tipo del suelo, así como también es evidente que la variabilidad es muy alta y refleja la fuerte influencia de la zona geográfica. A continuación se comparan las leyes de atenuación obtenidas en este trabajo, con las que proponen Teodulidis y Papazachos (1992), y las de Petrovski (1986).

- Ley de atenuación para sismos de subducción.

$$\ln X_{m\acute{a}x} = -10.094 + 2.187M_b - 0.852\ln(R)$$

- Ley de atenuación para sismos normales.

$$\ln X_{m\acute{a}x} = -11.690 + 2.488M_b - 1.030\ln(R + 16)$$

- Ley de atenuación Teodulidis-Papazachos (1992).

$$\ln X_{m\acute{a}x} = -5.82 + 2.08M - 1.85\ln(R + 5) - 0.97S$$

- Ley de atenuación Petrovski (1986).

$$\ln X_{m\acute{a}x} = -2.81 + 1.288M - 1.343\ln(R + 16)$$

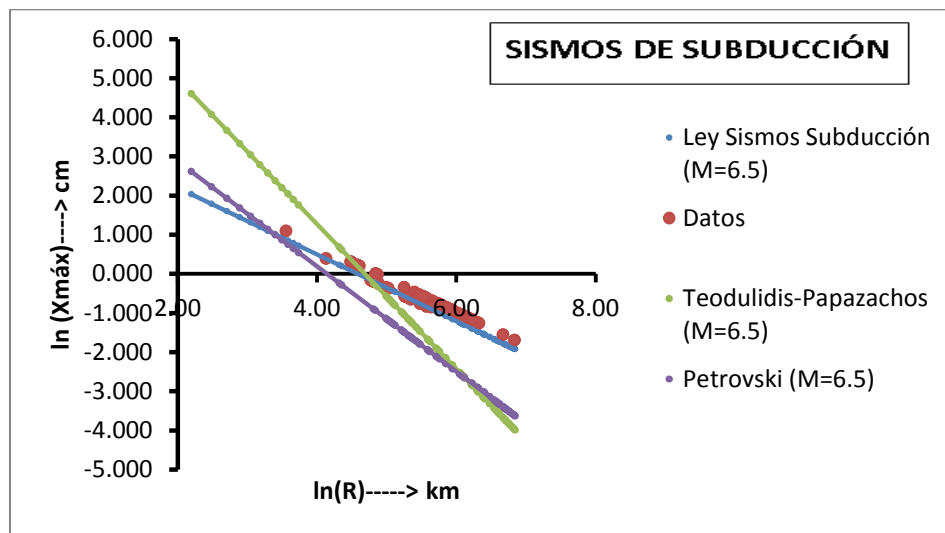


Figura 5.7a Comparativa de las leyes de atenuación para Mb = 6.5 (sismos de subducción)

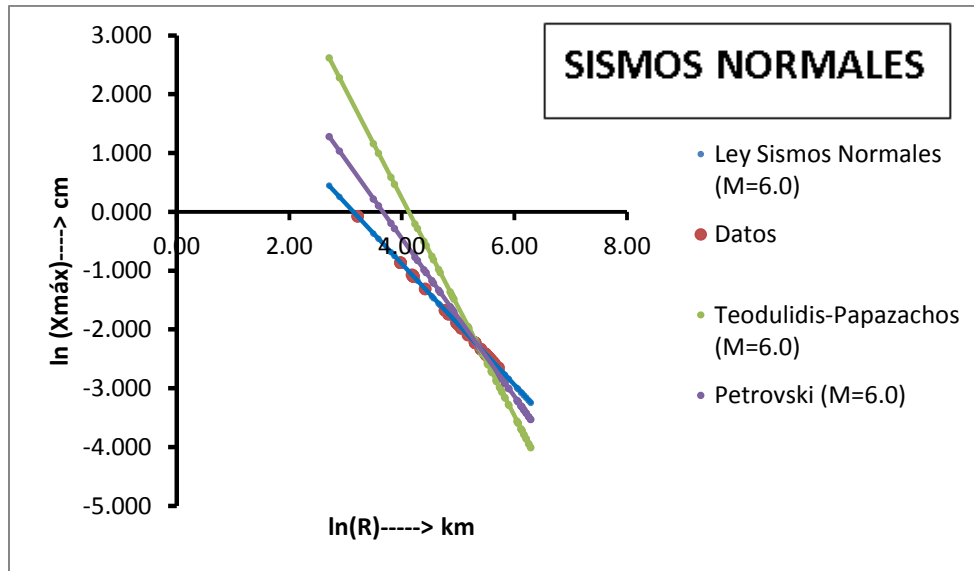


Figura 5.7b Comparativa de las leyes de atenuación para $M_b = 6.0$ (sismos normales)

Es de observarse en las figuras 5.7a y 5.7b que las leyes de atenuación propuestas por Teodulidis-Papazachos (1992) y Petrovski (1986) no se ajustan de buena manera a los datos de los registros mexicanos, debido a las características de los suelos y de los registros que se utilizaron. Teodulidis-Papazachos utilizaron registros en Grecia con magnitud entre 4.5 y 7.0 así como estaciones localizada en suelos rocosos y en aluvión (material detrítico el cual puede estar compuesto por arena, grava, arcilla o limo). Petrovski utilizó registros de Europa central con estaciones localizadas en terrenos duros. Como es de notarse las regiones donde se calcularon las leyes de atenuación no cuentan con las mismas características que los registros en suelos mexicanos, lo que nos llega a concluir que las leyes de atenuación son propias de una zona y que no se pueden caracterizar de una manera global.

5.4 LEYES DE ATENUACIÓN ESPECTRALES

Además de las leyes de atenuación correspondientes al desplazamiento del terreno, se calcularon también leyes de atenuación espectrales para los sismos de subducción y sismos normales.

Los datos corresponden a un filtrado de los 678 registros utilizados para el cálculo de las leyes de atenuación para desplazamientos del suelo. El filtrado se basó en seleccionar los sismos más representativos de cada evento sísmico que se utilizaron anteriormente, reduciendo nuestro universo a 76 registros de los cuales 50 corresponden a sismos de subducción con magnitudes que van de 5.7 a 7.3; para el caso de los sismos normales se usaron 26 registros con magnitudes entre

5.8 y 6.4, en ambos casos los sismos corresponden a sismos fuertes ocurridos en México, en los estados de Jalisco, Colima, Michoacán, Guerrero, Oaxaca y Chiapas.

Para el cálculo de los espectros de desplazamientos de cada registro se utilizó el programa SeismoSpect (ver figura 5.8), donde al igual que en el programa SeismoSignal se realizó una corrección de los registros por línea base y filtrado, para poder calcular los espectros de desplazamientos de cada registro con un periodo máximo propuesto de 5.0 segundos, como se muestra en la figura 5.8.



Figura 5.8 Calculo de los espectros de desplazamientos con el programa SeismoSpect

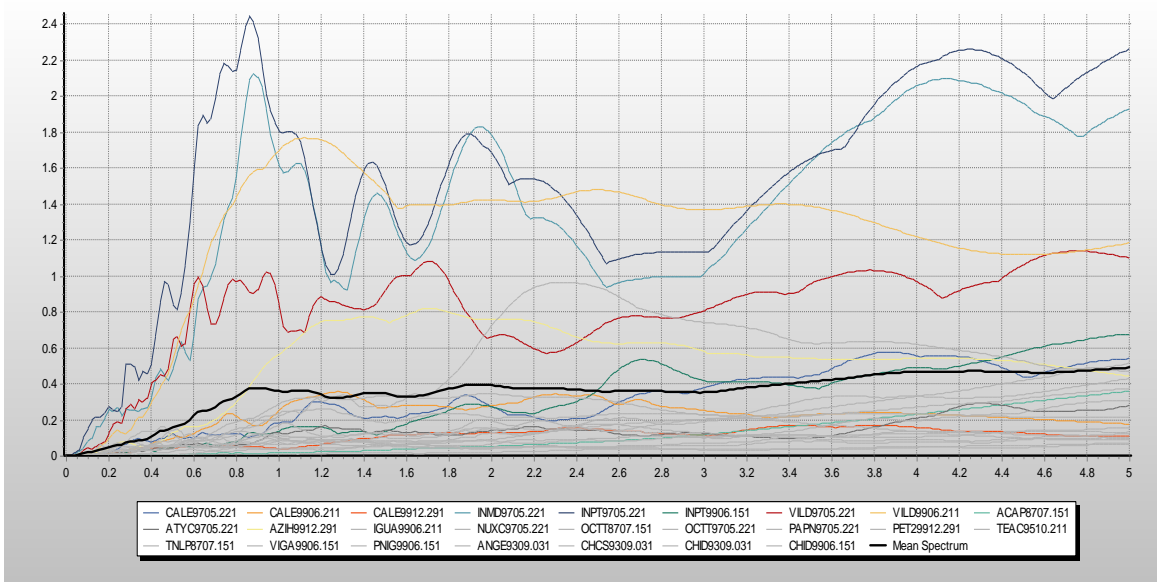


Figura 5.9a Espectros de desplazamientos para sismos de subducción calculados con SeismoSpect

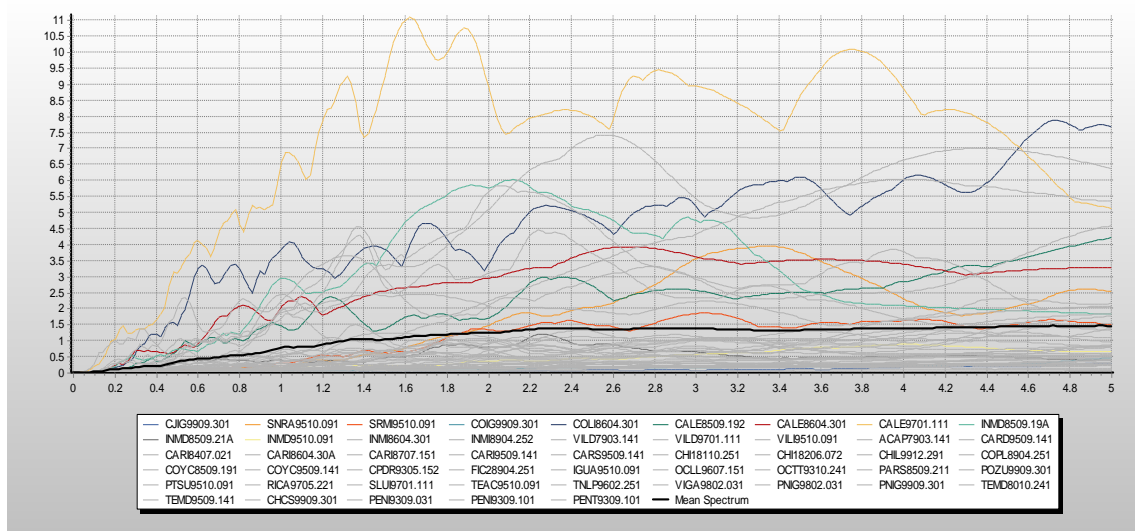


Figura 5.9b Espectros de desplazamientos para sismos normales calculados con SeismoSpect

Una vez calculados los espectros de los desplazamientos, se realizaron regresiones para calcular las leyes de atenuación espectral con un incremento en los periodos de 0.2 segundos hasta llegar a un periodo máximo propuesto de 5.0 segundos con la intención de cubrir prácticamente a todas las estructuras de interés para la ingeniería civil. Después de realizar el procedimiento de regresión en cuatro pasos se obtuvieron los siguientes resultados:

- Leyes de atenuación espectral para registros con distancias focales menores de 40 km (sismos de subducción).

Graficando las leyes de atenuación anteriores para distintos valores del periodo, se obtiene el espectro de desplazamiento que se muestra en la figura 5.10a, para distintos casos de magnitud y distancia del foco. Se observa que los eventos sísmicos con mayor distancia generan menores desplazamientos.

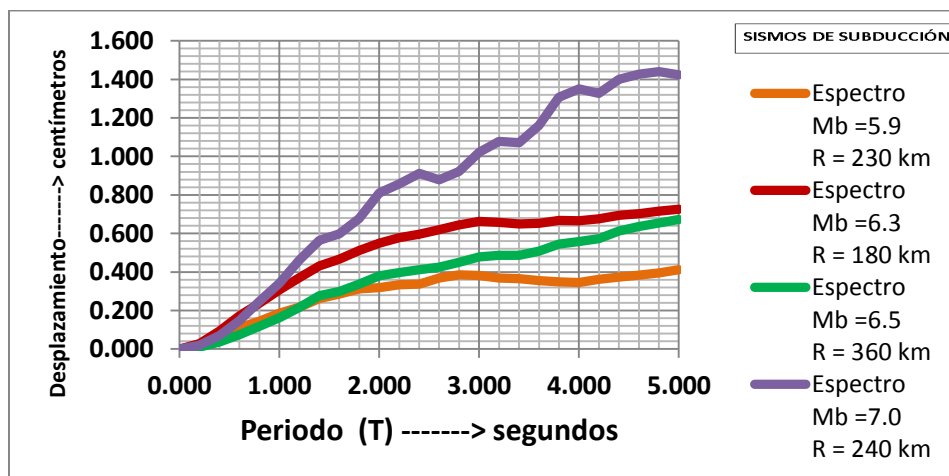


Figura 5.10a Leyes de atenuación espectral para distintas magnitudes y distancias.

Tabla V.3. Leyes espectrales para sismos de subducción

T (sec)	LEYES DE ATENUACION ESPECTRAL PARA SISMOS DE SUBDUCCIÓN (h < 40 KM)					
0.200	$\ln X_{\text{máx}} =$	3.769	+	0.193	Mb	- 1.646 $\ln(R+R_0)$
0.400	$\ln X_{\text{máx}} =$	3.794	+	0.191	Mb	- 1.422 $\ln(R+R_0)$
0.600	$\ln X_{\text{máx}} =$	2.930	+	0.313	Mb	- 1.283 $\ln(R+R_0)$
0.800	$\ln X_{\text{máx}} =$	1.161	+	0.539	Mb	- 1.155 $\ln(R+R_0)$
1.000	$\ln X_{\text{máx}} =$	0.728	+	0.597	Mb	- 1.092 $\ln(R+R_0)$
1.200	$\ln X_{\text{máx}} =$	-0.412	+	0.720	Mb	- 0.986 $\ln(R+R_0)$
1.400	$\ln X_{\text{máx}} =$	-1.033	+	0.729	Mb	- 0.847 $\ln(R+R_0)$
1.600	$\ln X_{\text{máx}} =$	-0.793	+	0.702	Mb	- 0.845 $\ln(R+R_0)$
1.800	$\ln X_{\text{máx}} =$	-1.095	+	0.737	Mb	- 0.812 $\ln(R+R_0)$
2.000	$\ln X_{\text{máx}} =$	-2.049	+	0.878	Mb	- 0.786 $\ln(R+R_0)$
2.200	$\ln X_{\text{máx}} =$	-2.004	+	0.888	Mb	- 0.797 $\ln(R+R_0)$
2.400	$\ln X_{\text{máx}} =$	-2.241	+	0.938	Mb	- 0.806 $\ln(R+R_0)$
2.600	$\ln X_{\text{máx}} =$	-1.595	+	0.822	Mb	- 0.782 $\ln(R+R_0)$
2.800	$\ln X_{\text{máx}} =$	-1.705	+	0.822	Mb	- 0.754 $\ln(R+R_0)$
3.000	$\ln X_{\text{máx}} =$	-2.399	+	0.922	Mb	- 0.736 $\ln(R+R_0)$
3.200	$\ln X_{\text{máx}} =$	-2.994	+	1.006	Mb	- 0.724 $\ln(R+R_0)$
3.400	$\ln X_{\text{máx}} =$	-3.106	+	1.005	Mb	- 0.705 $\ln(R+R_0)$
3.600	$\ln X_{\text{máx}} =$	-3.848	+	1.102	Mb	- 0.678 $\ln(R+R_0)$
3.800	$\ln X_{\text{máx}} =$	-4.779	+	1.225	Mb	- 0.644 $\ln(R+R_0)$
4.000	$\ln X_{\text{máx}} =$	-5.149	+	1.265	Mb	- 0.621 $\ln(R+R_0)$
4.200	$\ln X_{\text{máx}} =$	-4.934	+	1.206	Mb	- 0.588 $\ln(R+R_0)$
4.400	$\ln X_{\text{máx}} =$	-5.292	+	1.220	Mb	- 0.531 $\ln(R+R_0)$
4.600	$\ln X_{\text{máx}} =$	-5.426	+	1.214	Mb	- 0.496 $\ln(R+R_0)$
4.800	$\ln X_{\text{máx}} =$	-5.402	+	1.193	Mb	- 0.472 $\ln(R+R_0)$
5.000	$\ln X_{\text{máx}} =$	-5.248	+	1.143	Mb	- 0.438 $\ln(R+R_0)$

- Leyes de atenuación para registros con distancias de foco mayores de 40 km (sismos normales).

Tabla V.4. Leyes espectrales para sismos normales

T (sec)	LEYES DE ATENUACION ESPECTRAL PARA SISMOS NORMALES (h > 40 KM)						
0.200	$\ln X_{\text{máx}} =$	4.497	-	0.263	Mb	- 1.324	$\ln(R+R_0)$
0.400	$\ln X_{\text{máx}} =$	5.247	-	0.542	Mb	- 0.966	$\ln(R+R_0)$
0.600	$\ln X_{\text{máx}} =$	6.248	-	0.471	Mb	- 1.145	$\ln(R+R_0)$
0.800	$\ln X_{\text{máx}} =$	7.968	-	0.655	Mb	- 1.229	$\ln(R+R_0)$
1.000	$\ln X_{\text{máx}} =$	7.960	-	0.644	Mb	- 1.186	$\ln(R+R_0)$
1.200	$\ln X_{\text{máx}} =$	6.324	-	0.445	Mb	- 1.081	$\ln(R+R_0)$
1.400	$\ln X_{\text{máx}} =$	5.223	-	0.211	Mb	- 1.137	$\ln(R+R_0)$
1.600	$\ln X_{\text{máx}} =$	3.175	+	0.114	Mb	- 1.110	$\ln(R+R_0)$
1.800	$\ln X_{\text{máx}} =$	2.924	+	0.173	Mb	- 1.123	$\ln(R+R_0)$
2.000	$\ln X_{\text{máx}} =$	1.727	+	0.402	Mb	- 1.143	$\ln(R+R_0)$
2.200	$\ln X_{\text{máx}} =$	-1.073	+	0.835	Mb	- 1.102	$\ln(R+R_0)$
2.400	$\ln X_{\text{máx}} =$	-2.522	+	1.054	Mb	- 1.069	$\ln(R+R_0)$
2.600	$\ln X_{\text{máx}} =$	-2.761	+	1.027	Mb	- 0.987	$\ln(R+R_0)$
2.800	$\ln X_{\text{máx}} =$	-2.583	+	0.956	Mb	- 0.938	$\ln(R+R_0)$
3.000	$\ln X_{\text{máx}} =$	-1.099	+	0.700	Mb	- 0.921	$\ln(R+R_0)$
3.200	$\ln X_{\text{máx}} =$	-0.212	+	0.559	Mb	- 0.916	$\ln(R+R_0)$
3.400	$\ln X_{\text{máx}} =$	0.135	+	0.501	Mb	- 0.904	$\ln(R+R_0)$
3.600	$\ln X_{\text{máx}} =$	1.736	+	0.246	Mb	- 0.911	$\ln(R+R_0)$
3.800	$\ln X_{\text{máx}} =$	1.967	+	0.224	Mb	- 0.927	$\ln(R+R_0)$
4.000	$\ln X_{\text{máx}} =$	1.714	+	0.269	Mb	- 0.926	$\ln(R+R_0)$
4.200	$\ln X_{\text{máx}} =$	0.904	+	0.409	Mb	- 0.930	$\ln(R+R_0)$
4.400	$\ln X_{\text{máx}} =$	0.042	+	0.545	Mb	- 0.918	$\ln(R+R_0)$
4.600	$\ln X_{\text{máx}} =$	-0.294	+	0.581	Mb	- 0.897	$\ln(R+R_0)$
4.800	$\ln X_{\text{máx}} =$	0.272	+	0.458	Mb	- 0.861	$\ln(R+R_0)$
5.000	$\ln X_{\text{máx}} =$	1.295	+	0.281	Mb	- 0.857	$\ln(R+R_0)$

De la misma manera que para el caso de sismos de subducción, se grafican las leyes de atenuación para Mb=5.9 con R=150 km y para Mb=6.3 con R=350 km (ver figura 5.10b). Es de notarse que la ley de atenuación para el sismo con Mb =6.3 produce menores desplazamientos

que el sismo con $M_b = 5.9$; tal parece que la distancia del evento tiene una mayor importancia en este caso, ya que entre más cerca sea el evento sísmico mayor será el desplazamiento que se producirá en las estructuras (figura 5.10c).

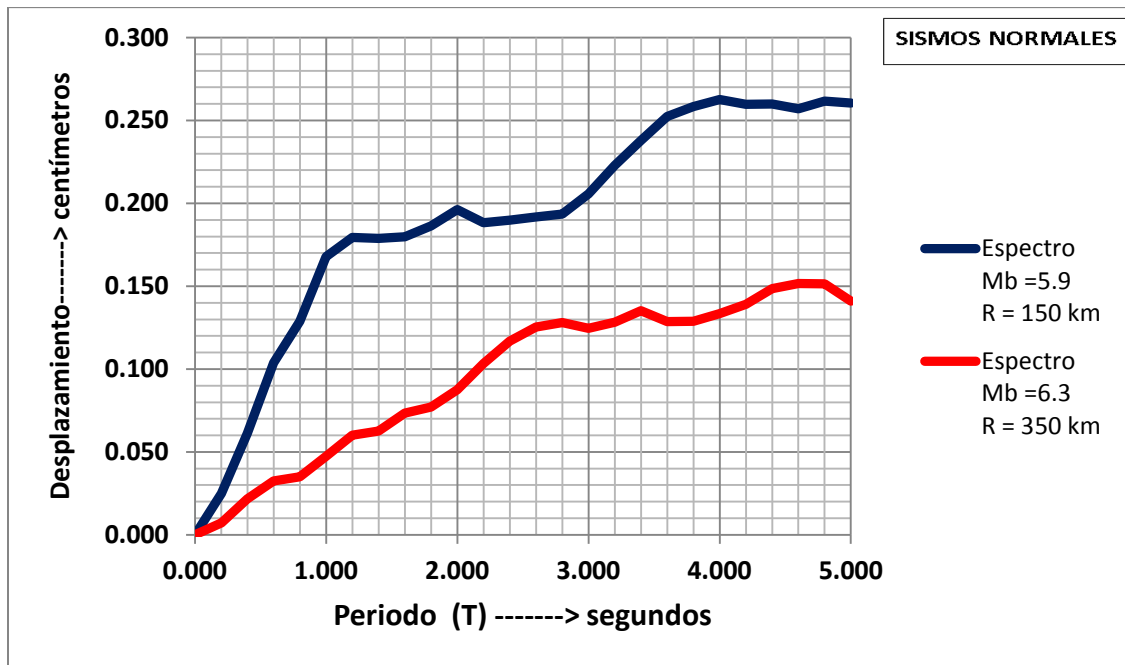


Figura 5.10b Leyes de atenuación espectral para $M_b=5.9 - R=150$ km y $M_b=6.3 - R=350$ km

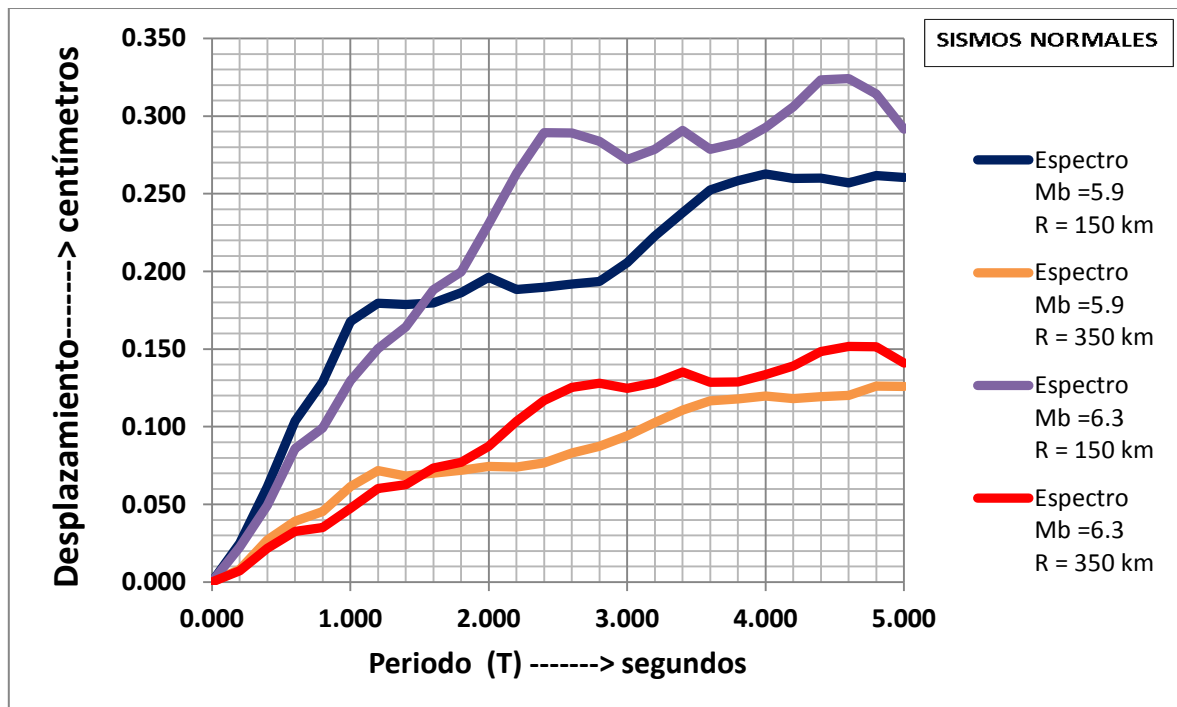


Figura 5.10c Comparativa de leyes espectrales variando la distancia

5.5 REDUCCIÓN DEL NÚMERO DE LEYES ESPECTRALES

Con el propósito de reducir el número de leyes de atenuación para los espectros de desplazamiento, se realizó una inspección de los valores que se obtienen con las leyes que se presentan en las tablas V.3 y V.4. Para ello, se intentaron agrupar inicialmente leyes de atenuación con periodos separados a iguales intervalos de tiempo ($T=0, 0.4, 0.8\dots$); sin embargo, los resultados no siempre eran suficientemente precisos, por lo que, al final, se decidió proponer leyes de atenuación para periodos con intervalos de tiempo desiguales, pero con mejores aproximaciones en los valores del desplazamiento. En las figuras 5.11 y 5.12 se compara el espectro de desplazamientos obtenido con todas las leyes de atenuación (tablas V.3 y V.4), con el espectro de desplazamientos que resulta de las leyes de atenuación agrupadas en un número menor de ecuaciones (tablas V.5 y V.6) para sismos de subducción y sismos normales respectivamente. En la gráfica se observa que con las leyes agrupadas se obtienen valores muy cercanos a los espectros que resultan de aplicar todas las leyes de atenuación; además se obtiene una relación suavizada del espectro, en el que se reducen las variaciones locales de las ordenadas del espectro obtenido con todas las leyes de atenuación.

Producto de la reducción del número de ecuaciones se proponen las leyes que se muestran en las dos tablas siguientes:

Tabla V.5. Leyes de atenuación espectrales simplificadas para registros con distancias focales menores de 40 km (sismos de subducción)

T (sec)	LEYES DE ATENUACION ESPECTRAL PARA SISMOS DE SUBDUCCIÓN (h < 40 KM)							
0.010	$\ln X_{\text{máx}} =$	-10.09	+	1.800	Mb	-	0.852	$\ln(R+Ro)$
0.300	$\ln X_{\text{máx}} =$	3.794	+	0.191	Mb	-	1.422	$\ln(R+Ro)$
0.600	$\ln X_{\text{máx}} =$	2.930	+	0.313	Mb	-	1.283	$\ln(R+Ro)$
0.900	$\ln X_{\text{máx}} =$	0.728	+	0.597	Mb	-	1.092	$\ln(R+Ro)$
1.300	$\ln X_{\text{máx}} =$	-0.412	+	0.720	Mb	-	0.986	$\ln(R+Ro)$
1.700	$\ln X_{\text{máx}} =$	-0.793	+	0.702	Mb	-	0.845	$\ln(R+Ro)$
2.200	$\ln X_{\text{máx}} =$	-2.004	+	0.888	Mb	-	0.797	$\ln(R+Ro)$
2.700	$\ln X_{\text{máx}} =$	-1.595	+	0.822	Mb	-	0.782	$\ln(R+Ro)$
3.200	$\ln X_{\text{máx}} =$	-2.994	+	1.006	Mb	-	0.724	$\ln(R+Ro)$
3.600	$\ln X_{\text{máx}} =$	-3.848	+	1.102	Mb	-	0.678	$\ln(R+Ro)$
3.900	$\ln X_{\text{máx}} =$	-4.779	+	1.225	Mb	-	0.644	$\ln(R+Ro)$
4.600	$\ln X_{\text{máx}} =$	-5.426	+	1.214	Mb	-	0.496	$\ln(R+Ro)$

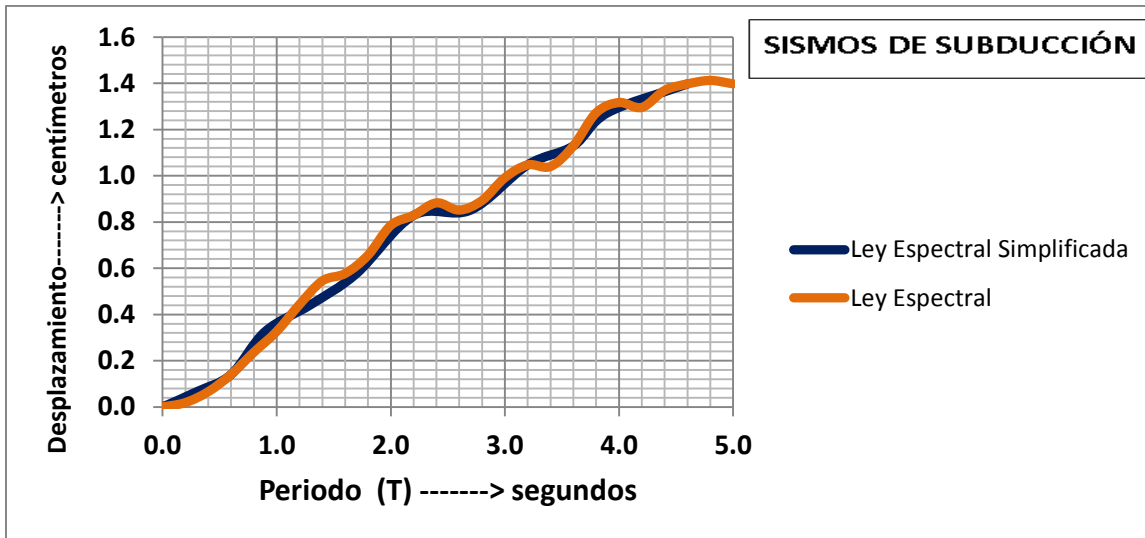


Figura 5.11 Comparativa de leyes espectrales completa y simplificada para sismos de subducción ($M_b=7.0$ y $R=250$ km).

Tabla V.6. Leyes de atenuación espectrales simplificadas para registros con distancias de foco mayores de 40 km (sismos normales)

T (sec)	LEYES DE ATENUACION ESPECTRAL PARA SISMOS NORMALES ($h > 40$ KM)				
0.000	$\ln X_{\text{máx}} =$	-11.69	+	2.100	$M_b - 1.030 \ln(R+R_0)$
0.300	$\ln X_{\text{máx}} =$	4.497	-	0.263	$M_b - 1.324 \ln(R+R_0)$
0.600	$\ln X_{\text{máx}} =$	6.248	-	0.471	$M_b - 1.145 \ln(R+R_0)$
0.900	$\ln X_{\text{máx}} =$	7.960	-	0.644	$M_b - 1.186 \ln(R+R_0)$
1.300	$\ln X_{\text{máx}} =$	5.223	-	0.211	$M_b - 1.137 \ln(R+R_0)$
1.700	$\ln X_{\text{máx}} =$	3.175	+	0.114	$M_b - 1.110 \ln(R+R_0)$
2.000	$\ln X_{\text{máx}} =$	1.727	+	0.402	$M_b - 1.143 \ln(R+R_0)$
2.200	$\ln X_{\text{máx}} =$	-1.073	+	0.835	$M_b - 1.102 \ln(R+R_0)$
2.600	$\ln X_{\text{máx}} =$	-2.761	+	1.027	$M_b - 0.987 \ln(R+R_0)$
3.000	$\ln X_{\text{máx}} =$	-1.099	+	0.700	$M_b - 0.921 \ln(R+R_0)$
3.300	$\ln X_{\text{máx}} =$	0.135	+	0.501	$M_b - 0.904 \ln(R+R_0)$
3.800	$\ln X_{\text{máx}} =$	1.967	+	0.224	$M_b - 0.927 \ln(R+R_0)$
4.300	$\ln X_{\text{máx}} =$	0.904	+	0.409	$M_b - 0.930 \ln(R+R_0)$
4.700	$\ln X_{\text{máx}} =$	0.272	+	0.458	$M_b - 0.861 \ln(R+R_0)$
5.000	$\ln X_{\text{máx}} =$	1.295	+	0.281	$M_b - 0.857 \ln(R+R_0)$

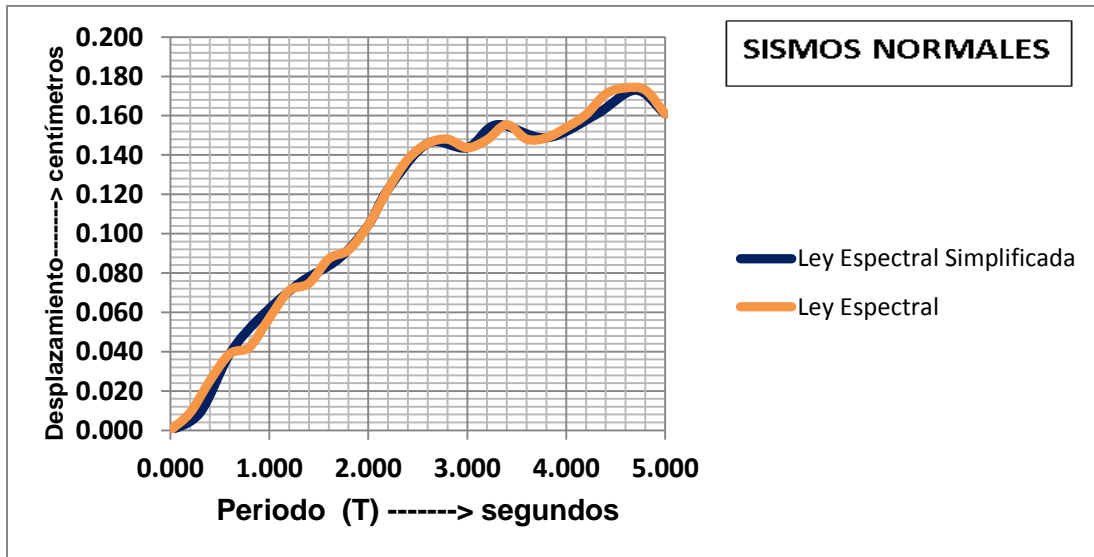


Figura 5.12 Comparativa de leyes espectrales completa y simplificada para sismos normales (Mb=6.3 y R=300 km).

5.6 INCORPORACIÓN DEL PERIODO ESTRUCTURAL EN LAS LEYES DE ATENUACIÓN

Finalmente se realizó la regresión de los datos introduciendo el periodo en la ley de atenuación, con el propósito de considerar en una sola ley todas las variables que intervienen en la estimación del desplazamiento. Para ello, se realizó una regresión en cuatro pasos como se describió anteriormente, con la modificación que en el campo donde se sustituía el valor de S (variable binaria que indicaba el tipo de terreno en que se había tomado el registro) se introdujo el valor del periodo con incrementos de 0.2 hasta llegar a 5.0 segundos. De esta manera la forma funcional con la que se trabajará es:

$$X_{m\acute{a}x} = C_1 + C_2M + C_3(R + R_0) + C_4T \quad (\text{ec. 5.20})$$

Dónde: $X_{m\acute{a}x}$ es el desplazamiento horizontal máximo en cm, M es magnitud de ondas de cuerpo, R es la distancia hipocentral, R_0 es un coeficiente de saturación que indica el menor valor de mínimos cuadrados en la regresión, C_1, C_2, C_3 y C_4 son coeficientes que se calculan en el análisis de las regresiones, T es el periodo que toma valores de 0, 0.2, 0.4, ..., 5.0

Como se observa en la ecuación anterior, se consideró un coeficiente lineal para el periodo, ya que la relación entre periodo y desplazamiento que se obtiene de los registros tiene una tendencia lineal. Se llegó a la conclusión anterior al ajustar distintas funciones de tendencia a los espectros obtenidos con la base de datos de los registros, resultando la relación lineal la que tiene una menor dispersión.

Los desplazamientos para cada periodo se obtuvieron del programa SeismoSpect.

Realizando las regresiones contamos con una sola ecuación para cada tipo de sismo, las ecuaciones finales que resultan son:

- Ley de atenuación para sismos de subducción.

$$X_{m\acute{a}x} = -5.05 + 0.991M_b - 0.003R + 0.232 \quad (\text{ec. 5.21})$$

- Ley de atenuación para sismos normales.

$$X_{m\acute{a}x} = -2.722 + 0.566M_b - 0.002(R + 16) + 0.066T \quad (\text{ec. 5.22})$$

Se realiza una comparativa en las figuras 5.13 y 5.14, donde se muestran las leyes espectrales producto de las regresiones sin incluir el periodo (en color azul) y las leyes espectrales que se calcularon incluyendo en las regresiones el periodo (en color rojo). Se observa que las leyes espectrales considerando el periodo estructural, se asemejan a las leyes espectrales calculadas con las ecuaciones de las tablas V.5 y V.6 que no consideran al periodo dentro de la ley de atenuación.

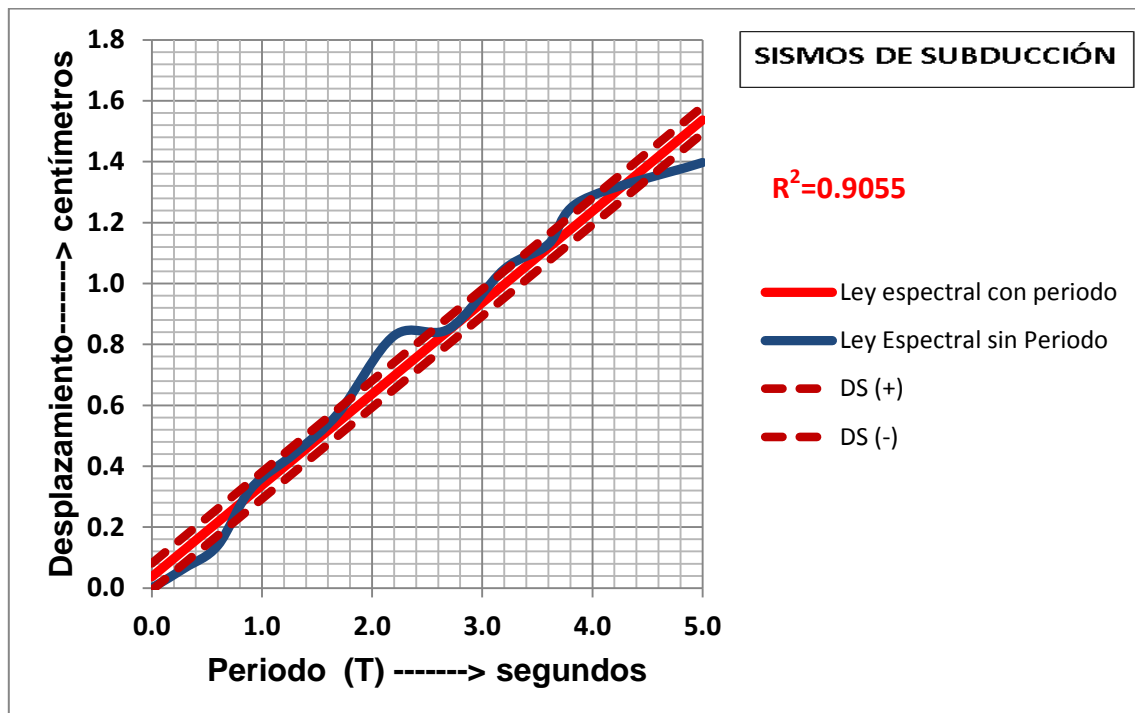


Figura 5.13 Comparativa de leyes espectrales sin considerar el periodo y considerándolo (sismos de subducción, $M_b=7.0$ y $R=250$ km)

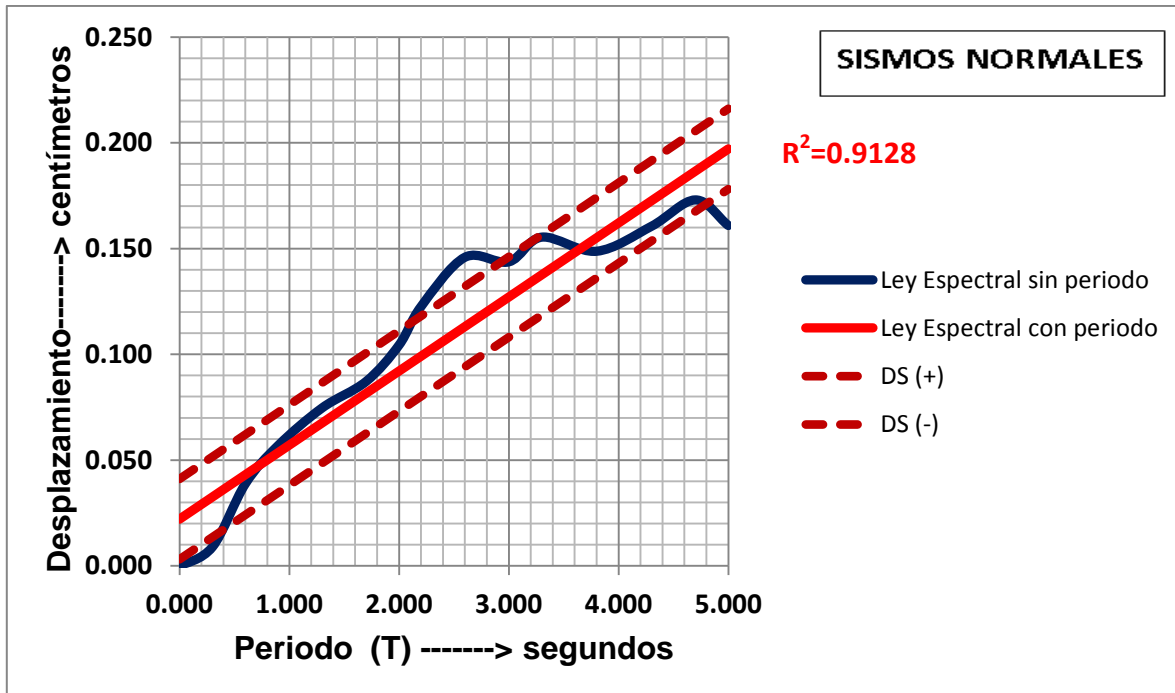


Figura 5.14 Comparativa de leyes espectrales sin considerar el periodo y considerándolo (sismos normales, Mb=6.3 y R=300 km)

La ley de atenuación para sismos de subducción que incorpora el periodo estructural (ecuación 5.21), muestra una tendencia muy semejante a la que se obtiene con varias leyes de atenuación (tablas V.3 y V.5) por lo que se puede considerar adecuada para estimar los desplazamientos. Evidentemente algunas de las crestas y valles que se obtienen con leyes de atenuación específicas, no pueden reflejarse fielmente con la ley de atenuación general, sin embargo la diferencia es menor y puede aplicarse también la ley sumando una desviación estándar al valor medio del ajuste para reducir la diferencia con las crestas.

En el caso de sismos de fallamiento normal (figura 5.14 y ecuación 5.22), la diferencia es mayor, debido a una aparente reducción de pendiente en los desplazamientos espectrales para periodos mayores a 2.7 segundos. Quizá en este caso es más conveniente contar con dos leyes de atenuación, una para periodos menores a 2.5 segundos, y otra para periodos mayores; sin embargo, esta opción no fue estudiada, pues se necesita realizar un análisis más completo para poder afirmar que la pendiente de los desplazamientos se reduce para un determinado periodo “esquina”, y realizar la regresión correspondiente.

Generalmente los espectros de desplazamiento son lineales hasta un periodo conocido como periodo de esquina, T_c . En la figura 5.15a se define una forma generalizada del espectro elástico de respuesta de desplazamiento, definido por el Eurocódigo EC8. Se observa que el desplazamiento lineal aumenta hasta el periodo T_c , seguido por una meseta de desplazamientos

hasta llegar a un periodo T_D , seguido por una disminución en el desplazamiento hasta un periodo T_E , donde el desplazamiento corresponde al máximo generado por el terreno. De manera conservadora se puede considerar constante la meseta de desplazamientos después de T_c . Los periodos de esquina aumentan casi linealmente con incrementos en la magnitud y disminuyen casi linealmente con incrementos en la distancia R. El valor de T_c sugerido en el Eurocódigo es 2.0 s.

El periodo de esquina se puede calcular de manera conservadora con la siguiente ecuación (Priestley, et al, 2007):

$$T_c = 1.0 + 2.5(M_w - 5.7) \quad (\text{seg}) \quad (\text{ec. 5.23})$$

Como el desplazamiento depende de la magnitud, se puede calcular el desplazamiento de respuesta pico ($\delta_{m\acute{a}x}$) con la ecuación:

$$\log_{10}\delta_{m\acute{a}x} = -4.46 + 0.33\log_{10}\Delta\sigma + M_w - \log_{10}r \quad (\text{cm}) \quad (\text{ec. 5.24})$$

Dónde:

$\Delta\sigma$, es la caída de tensión durante la ruptura (generalmente en el intervalo de 1-10 MPa).

M_w , es la magnitud de momento sísmico.

r , es la distancia epicentral.

Sustituyendo un valor medio de $\Delta\sigma = 6\text{MPa}$, la ecuación 5.24 se puede expresar en términos de energía.

$$\delta_{m\acute{a}x} = C_s \left(\frac{10^{(M_w - 3.2)}}{r} \right) \quad (\text{mm}) \quad (\text{ec. 5.25})$$

Dónde:

C_s , es un coeficiente que toma los siguientes valores:

Roca: 0.7

Terreno firme: 1.0

Suelo intermedio: 1.4

Suelo muy blando: 1.8

La NEHRP (National Earthquake Hazards Reduction Program) recomienda la siguiente relación entre el periodo de esquina y la magnitud de momento:

$$\log_{10}T_c = -1.25 + 0.3M_w \quad (\text{ec. 5.26})$$

La Figura 5.15b muestra el espectro promedio de desplazamiento interpretado por Faccioli et al (2004) de datos registros de terremotos de magnitud $6.4 < M_w < 6.6$ a diferentes distancias del plano de falla. Los registros se agrupan en rangos de distancia (10-30 km; 30-50km, etc), por lo que los promedios pueden ser interpretados como apropiado para la distancia media (20km, a 40, etc). También se muestran los espectros de desplazamiento bi-lineal montado en el promedio de espectros para obtener el mejor ajuste en el rango de meseta. Se observará que el período de esquina muestra sólo un ligero aumento con la distancia, y que los desplazamientos de la meseta disminuyen con la distancia.

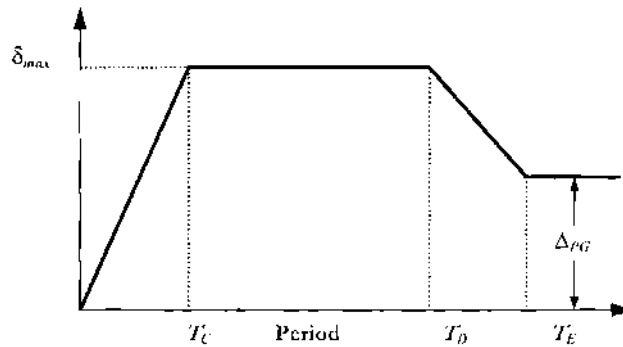


Figura 5.15a Forma generalizada del espectro de desplazamientos (Priestley, et al., 2007)

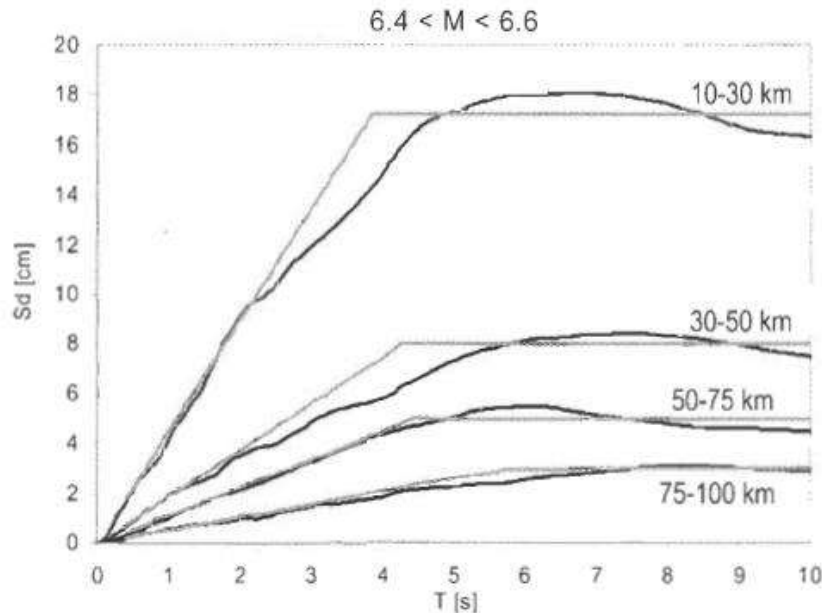


Figura 5.15b Comparación de espectros promedio de desplazamientos (Priestley, et al., 2007)

A pesar de la forma esperada de los espectros de desplazamiento que se indican arriba, es necesario un estudio enfocado a determinar la existencia del valor del período de esquina en los

sismos de subducción y de fallamiento normal en las costas del Pacífico Mexicano, para realizar posteriormente la regresión en dos partes: la primera para la etapa lineal, definida entre un periodo cero y T_c , y la segunda para la meseta con desplazamiento constante.

Con respecto a la distribución de los residuos de la regresión que conduce a las ecuaciones 5.21 y 5.22, se muestran los histogramas correspondientes en las figuras 5.16a y 5.16 b. Mediante la inspección visual de los histogramas de los residuos de desplazamientos se observa que los residuos siguen la tendencia de la distribución normal.

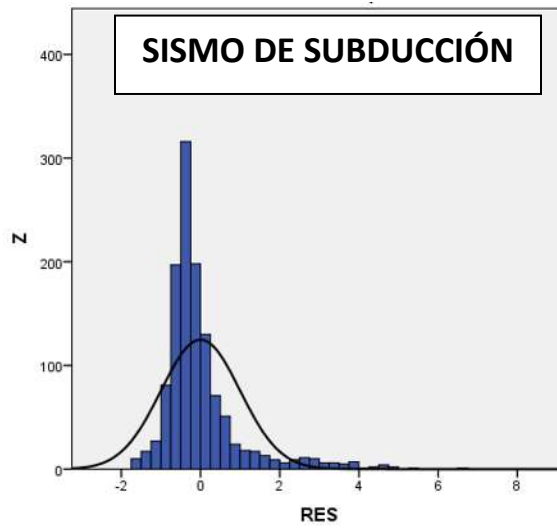


Figura 5.16a Histograma de los residuos de los máximos desplazamientos calculados con la ley espectral donde se incluye el periodo para sismos de subducción.

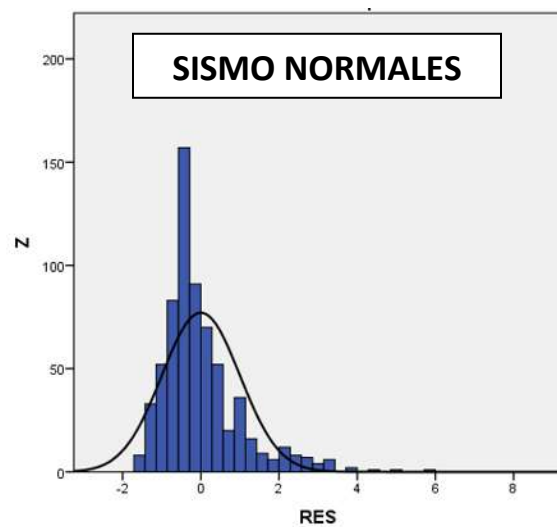


Figura 5.16b Histograma de los residuos de los máximos desplazamientos calculados con la ley espectral donde se incluye el periodo para sismos normales.

En las figuras 5.17 y 5.18 se comparan las leyes de atenuación que consideran el periodo estructural, con las leyes que no tienen en cuenta dicha variable. Las primeras curvas corresponden a los sismos de subducción y se construyeron para distintos valores de la distancia, manteniendo constante la magnitud (figura 5.17a) y para distintas magnitudes, manteniendo constante la distancia (figura 5.17b). Se observa que las leyes se ajustan mejor en el caso de distancias pequeñas y la diferencia crece con la distancia. Nuevamente, se aprecia que para periodos superiores a cuatro segundos, los desplazamientos tienden a un valor constante, por lo que se puede pensar en un periodo “esquina” de cuatro segundos, a partir del cual la ley de atenuación tenga una pendiente constante. De esta manera se podría obtener un mejor ajuste para valores del periodo menores de cuatro segundos.

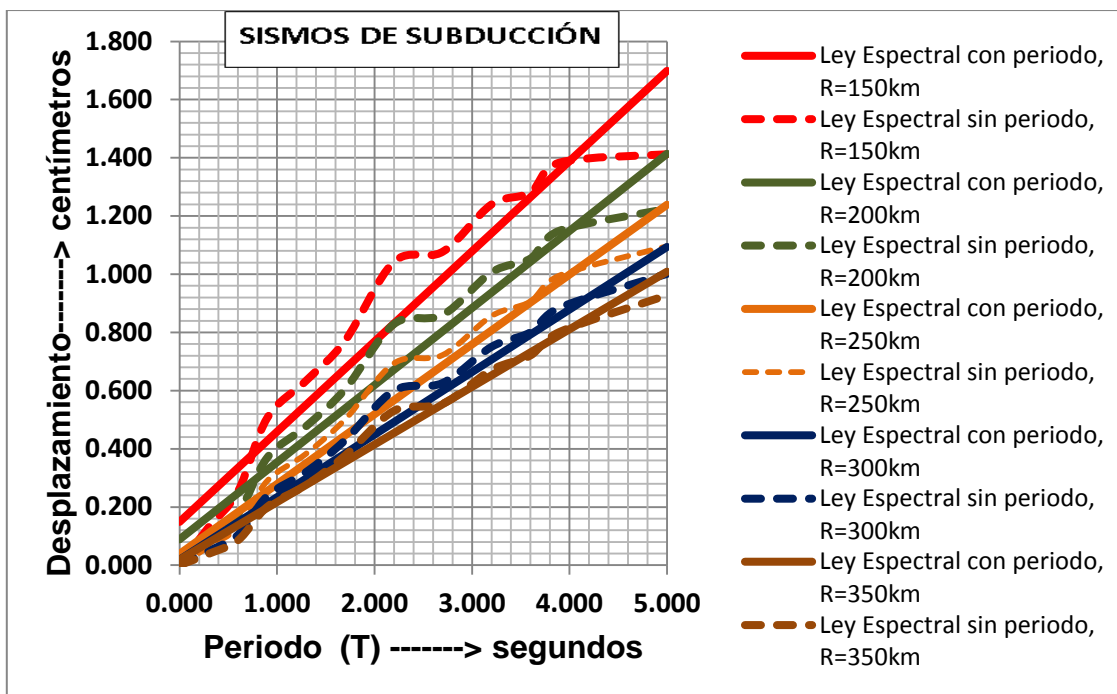


Figura 5.17a Comparativa de leyes espectrales sismos de subducción, variando la distancia y $M_b=6.8$ constante.

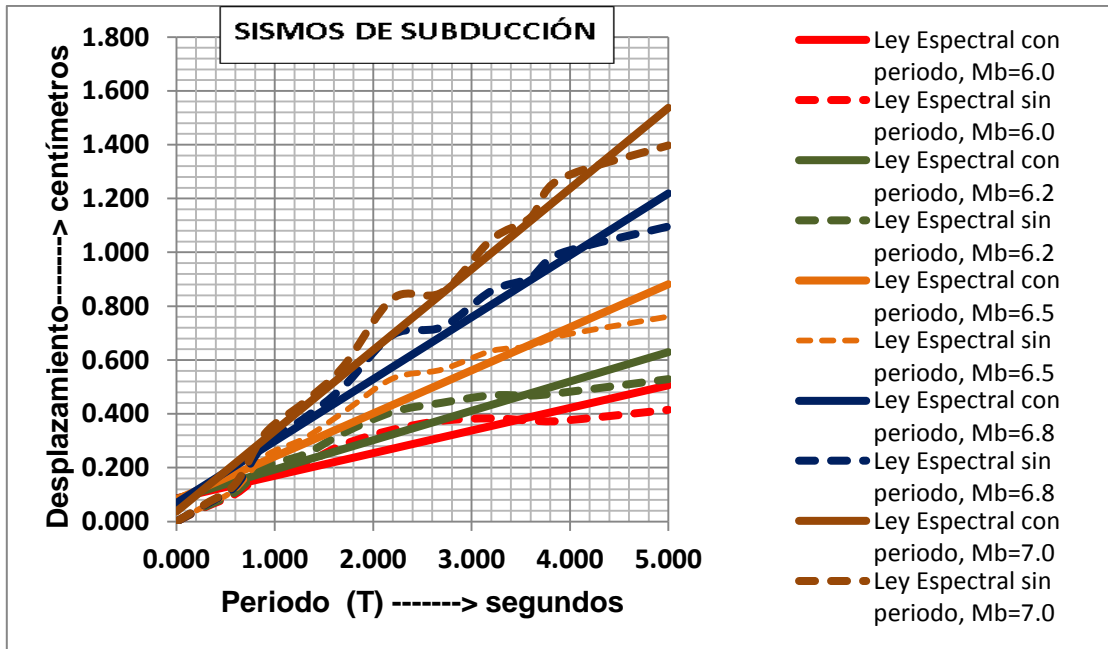


Figura 5.17b Comparativa de leyes espectrales sismos de subducción, variando la magnitud y $R=250\text{km}$ constante.

Para los sismos de fallamiento normal también se presentan dos gráficas: la primera corresponde a una magnitud constante y distintos valores de la distancia (figura 5.18a); la segunda muestra los desplazamientos para diferentes magnitudes, pero manteniendo constante la distancia (figura 5.18b). En este caso, se observa una mayor diferencia entre las leyes de atenuación obtenidas con y sin el periodo estructural. Sin embargo, las conclusiones son las mismas que las referidas para los sismos de subducción, ya que la similitud se reduce conforme se incrementa la magnitud del sismo o la distancia focal. También se observa un periodo “esquina”, a partir del cual los desplazamientos ya no crecen en la misma proporción, aunque en este caso, el valor del periodo es de 2.5 segundos. Nuevamente se considera que sería interesante identificar el valor del periodo de esquina (si es que se confirma su existencia) y ajustar las leyes para un intervalo de periodos inferior al periodo a partir del cual los desplazamientos son relativamente constantes.

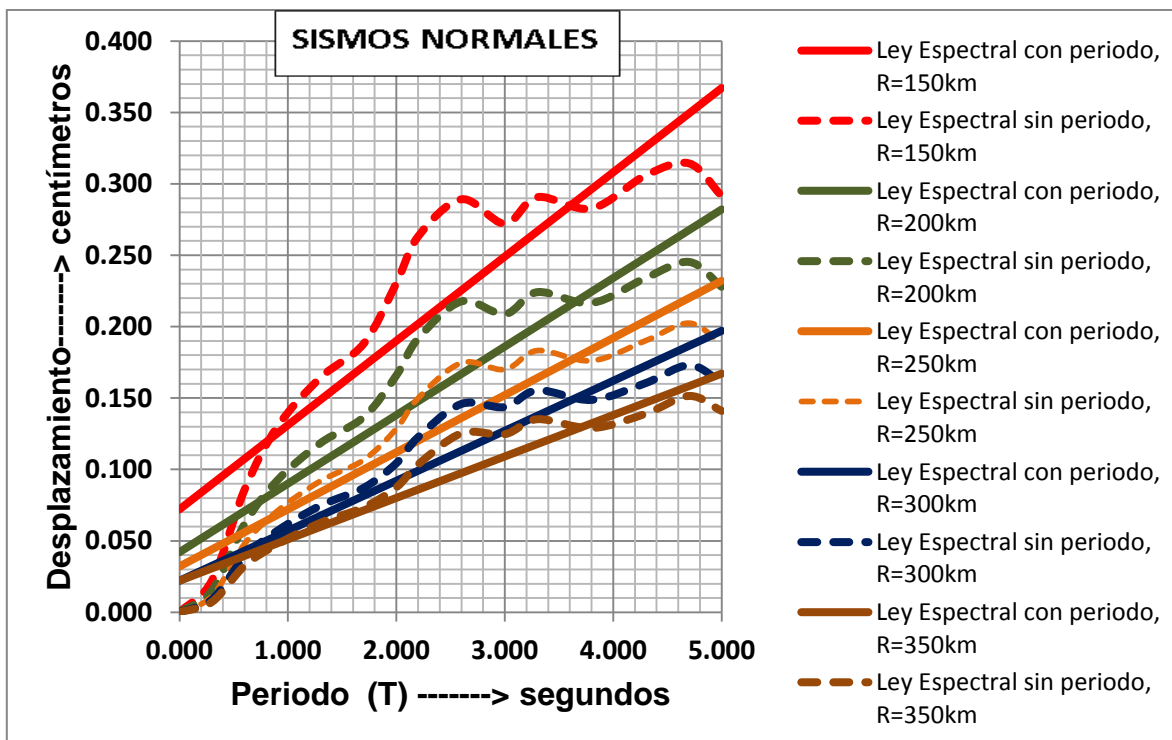


Figura 5.18a Comparativa de leyes espectrales sismos normales, variando la distancia y Mb=6.3 constante

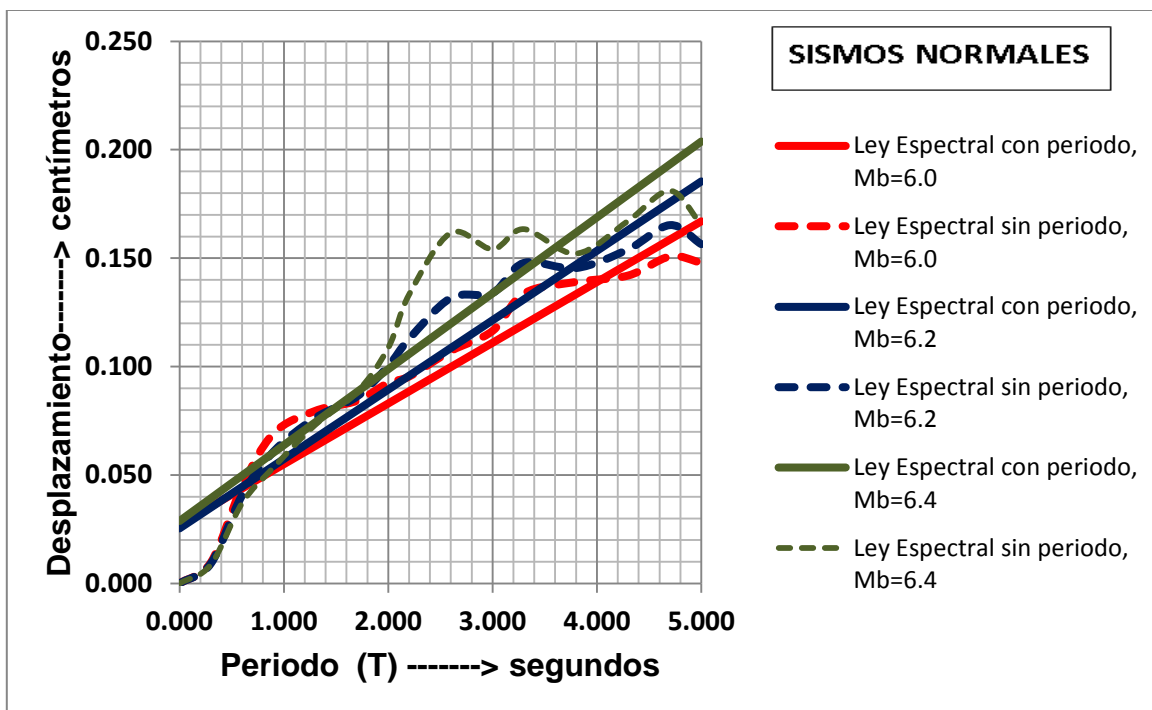


Figura 5.18b Comparativa de leyes espectrales sismos normales, variando la magnitud y R=300km constante.

CONCLUSIONES

Con este breve capítulo se pretende terminar la exposición de este trabajo, resumiendo de forma clara los principales resultados obtenidos y sus implicaciones más relevantes.

Las nuevas filosofías de diseño se enfocan a los desplazamientos y su relación con el daño que producen. Debido a ello, los métodos de diseño para la obtención de los desplazamientos se basan en el conocimiento de los espectros de desplazamiento más que en los espectros tradicionales de pseudoaceleración. Por tal motivo el trabajo se enfoca a estudiar las variaciones de los desplazamientos máximos del terreno y a los espectros de respuesta de desplazamiento para determinar leyes de atenuación que serán aplicadas al estudio de los efectos que se producen en las construcciones.

El estudio de atenuación sísmica presentado se ha enfocado a la determinación de leyes de atenuación de desplazamientos y leyes de atenuación espectrales de desplazamientos, para las componentes horizontales de $X_{máx}$. Se consideran leyes de atenuación independientes para sismos de subducción (con profundidades menores de 40 km) y para sismos normales (con profundidades mayores de 40 km), ambos para México. Se considera que este trabajo es pionero, dado que no se encontraron referencias sobre el particular en los estudios de atenuación de los sismos en el país.

Para obtener las leyes de atenuación, el trabajo se ha basado en más de seiscientos registros de gran calidad generados por veintinueve terremotos acaecidos entre los años 1979 y 1999.

El análisis estadístico del problema se realizó mediante una técnica de regresión de cuatro pasos, con la idea de reducir la dispersión que se obtiene con las regresiones que se aplican normalmente.

Los resultados se pueden resumir como sigue:

1. Se han obtenido dos leyes de atenuación, una para sismos de subducción y otra para sismos normales, con emplazamientos sobre roca y sin efectos de sitio. Las leyes permiten predecir el valor del desplazamiento máximo ($X_{máx}$). Las ecuaciones son las siguientes:

- Ley de atenuación para registros de sismos con profundidades focales menores de 40 km (sismos de subducción).

$$\ln X_{m\acute{a}x} = -10.094 + 2.187M_b - 0.852\ln(R)$$

- Ley de atenuación para registros con profundidades de foco mayores de 40 km (sismos normales).

$$\ln X_{m\acute{a}x} = -11.690 + 2.488M_b - 1.030\ln(R + 16)$$

2. El método de regresión de cuatro pasos utilizado tiene un mejor ajuste comparativamente con el método de regresión simple. Las ecuaciones obtenidas por regresión lineal son muy similares con las obtenidas con el método de cuatro pasos, sin embargo la dispersión de los resultados es menor con el método de cuatro pasos.
3. Las leyes de atenuación de desplazamientos obtenidas por otros autores no se ajustan de buena manera a los datos de los registros mexicanos, debido a las características de los sismos y tipos de terreno con las que fueron realizadas.
4. Se obtuvieron leyes de atenuación espectrales, inicialmente sin considerar el periodo estructural considerando incrementos de periodo de 0.2s, hasta llegar a un periodo máximo de 5.0s.
5. Se observó que las leyes espectrales de desplazamiento se podían agrupar para reducir el número de ecuaciones. Inicialmente se agruparon con periodos separados a igual intervalos de tiempo ($T=0, 0.4, 0.8, \dots$); sin embargo los resultados no eran precisos, por lo que se agruparon en intervalos de periodo de tiempo desiguales y se lograron mejores aproximaciones en los valores de desplazamientos. Con las leyes agrupadas se obtiene una relación suavizada del espectro, en el que se reducen las variaciones locales de las ordenadas del espectro obtenido con todas las leyes espectrales de atenuación.
6. Finalmente se obtuvieron dos leyes de atenuación espectrales de desplazamientos donde se consideró el periodo. Quedando las siguientes ecuaciones:
 - Ley de atenuación para sismos de subducción.

$$X_{m\acute{a}x} = -5.05 + 0.991M_b - 0.003R + 0.23T$$

- Ley de atenuación para sismos normales.

$$X_{m\acute{a}x} = -2.722 + 0.566M_b - 0.002(R + 16) + 0.066T$$

7. Las leyes espectrales que consideran el periodo tienen una tendencia muy semejante a la que se obtiene con varias leyes de atenuación. Sin embargo, se observa que, conforme crece la magnitud y/o se reduce la distancia focal, las diferencias entre los espectros de desplazamiento y las leyes que incorporan el periodo son mayores. Se observa que existe un "periodo de esquina", a partir del cual los desplazamientos se vuelven constantes. Este periodo es aproximadamente igual a 4.0 s para los sismos de subducción y de 2.5 s para los sismos de fallamiento normal. Un estudio enfocado a la obtención de este periodo permitirá establecer leyes de atenuación más precisas, al limitar los datos para la regresión hasta dichos periodos.

Finalmente, con este trabajo se inicia el camino en la obtención de espectros de desplazamiento en el país que permitan aportar soluciones a problemas de campos diversos como la prevención de daños y la protección civil.

REFERENCIAS

- Abrahamson- Litehiser (1989), *Attenuation of vertical peak acceleration*, Bulletin of Seismological Society of America, vol. 79.
- Barbat A. H. y Canet J. M. (1994), *Estructuras Sometidas a Acciones Sísmicas*, 2ª. ed., Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, Barcelona, España, pp 1-30.
- Betbeder-Matibet. J. (2008), *Seismic Engineering*, ISTE Ltd and John Wiley & Sons, Gran Bretaña, pp. 180-197
- Briceño G. L. A. (2004), *Como medimos los sismos*, Tesis maestría Universidad Javeriana de Bogotá Colombia.
- Campbell K., Bozorgnia Y., (1993), *Updated Near-Source Ground-Motion (Attenuation) Relations for the Horizontal and Vertical Components of Peak Ground Acceleration and Acceleration Response Spectra*, Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 93, No. 1, pp. 314-331.
- Campbell K. W. (1985), *Strong motion attenuation relations a ten-year perspective*, Journal Title: Earthquake Spectra, Texas A&M University.
- CENAPRED (2005). *Serie de fascículos Sismos*.
- Faccioli E. et al. (2004), *Displacement spectra for long periods*, Earthquakes spectra, Vol. 20(2), pp. 347-376
- Falconí R., García E. (2010), *Leyes de atenuación para sismos corticales y de subducción para el Ecuador*, Revista Ciencia, Vol. 13, 1, 1-18, Escuela Politécnica del Ejército, Quito.
- García D. (2001), *Atenuación Sísmica. Aplicación a Terremotos Intraplaca en México Central*, Tesis de maestría Universidad Complutense de Madrid, pp. 12-22.
- García D. et al. (2005), *In-slab earthquakes of Central Mexico: peak ground-motion parameters and response spectra*, Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 95, No. 6, pp. 2272-2282.
- García D., (2006), *Estimación de parámetros del movimiento fuerte del suelo para terremotos interplaca e intraplaca en México Central*, Tesis doctoral Universidad Complutense de Madrid, pp. 44-51

- Jara G. J. M. y Jara D. M. (2007), *Peligro Sísmico*, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Morelia, México, pp. 5-44.
- Lindeburg M. R y Baradar M., (2001), *Seismic Design of Building Structures*, 8ª ed., Library of Congress Cataloging-in-Publication Data, California, USA, pp 7-8.
- López B. E. G (2011), *Análisis de regresión lineal para correlacionar datos del valor b en catálogos de sismicidad, obtenidos con dos técnicas*, Tesis para obtener grado de Ingeniero Geofísico Universidad Autónoma de Nuevo León, México, pp. 33-40.
- Nava A. (1987), *Terremotos*, 3ª ed., Fondo de Cultura Económica, México, pp 32-40.
- Martínez A. C. (2005), *Estructuras superficiales de atenuación para ondas sísmicas directas, P y S, en ambientes volcánicos. Aplicación al volcán Isla Decepción (Antártida) y al volcán Etna (Italia)*, Tesis doctoral Universidad de Granada, Instituto Andaluz de Geofísica y Prevención de Desastres Sísmicos, pp. 61-77
- Olmos B. A. (2011), *Apuntes de probabilidad y estadística*, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, México.
- Petrovski D (1986), *Probabilistic approach for evaluation of seismic design parameters*, LAEA Specialists Meeting on earthquake ground motion and anti seismic evaluation of nuclear power plants, Moscú, Rusia.
- Priestley M.J.N., Calvi G.M. y Kowalsky M.J. (2007), *Displacement-based seismic design of structures*, Instituto Universitario di Studi Superiori di Pavia, IUSS Press, Pavia, Italia, pp. 65-70.
- Servicio Sismológico Nacional (2013), México.
- Sociedad Mexicana de Ingeniería Sísmica, A.C. (1999). *Base Mexicana de Datos de Sismos Fuertes*. México.
- Theodulidis-Papazachos (1992), *Dependence of strong ground motion on magnitude distance site geology and macroseismic intensity for shallow earthquakes in Greece. I Peak horizontal acceleration, velocity and displacement*, Soil Dynamics and Earthquake Engineering II.

*Leyes de atenuación de desplazamientos
para sismos asociados al proceso de subducción,*
de Francisco Fernando Gutiérrez Baños y Manuel
Jara Díaz, se imprimió en agosto de 2013.

